

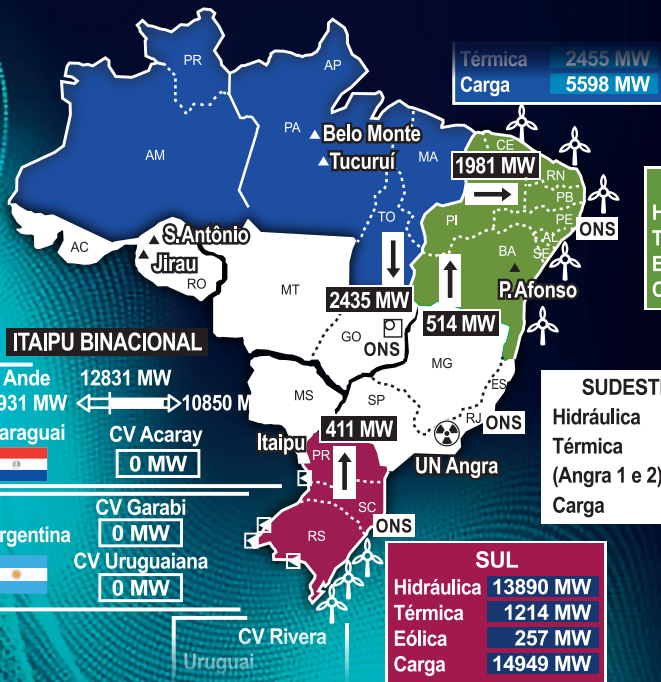
Engenharia de sistemas de potência

Modelos computacionais para fluxo de carga trifásico, fluxo de potência contínuo e equivalentes externos



MA INTERLIGADO	
ca	58228 MW
	17045 MW
	1403 MW
bio	0 MW
onal	76676 MW
total	91469 MW

600KV CC	
	4810 MW
	2166 MW



Ailson P. de Moura
Adriano Aron F. de Moura
Ednardo P. da Rocha

Engenharia de sistemas de potência

Modelos computacionais para fluxo de carga trifásico, fluxo de potência continuado e equivalentes externos



Presidente da República

Jair Messias Bolsonaro

Ministro da Educação

Milton Ribeiro



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC

Reitor

Prof. José Cândido Lustosa Bittencourt de Albuquerque

Vice-Reitor

Prof. José Glauco Lobo Filho

Pró-Reitor de Planejamento e Administração

Prof. Almir Bittencourt da Silva

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

Prof. Jorge Herbert Soares de Lira



IMPrensa UNIVERSITÁRIA

Diretor

Joaquim Melo de Albuquerque

CONSELHO EDITORIAL

Joaquim Melo de Albuquerque | Presidente

Francisco Jonatan Soares | Diretor da Biblioteca

Titular: Prof. Luiz Gonzaga de França Lopes | Ciências Exatas e da Terra

Suplente: Prof. Rodrigo Maggioni

Titular: Prof. Armênio Aguiar dos Santos | Ciências Biológicas

Suplente: Prof. Márcio Viana Ramos

Titular: Prof. André Bezerra dos Santos | Engenharias

Suplente: Prof. Fabiano André Narciso Fernandes

Titular: Profª Ana Fátima Carvalho Fernandes | Ciências da Saúde

Suplente: Profª Renata Bessa Pontes

Titular: Prof. Alexandre Holanda Sampaio | Ciências Agrárias

Suplente: Alek Sandro Dutra

Titular: Prof. José Carlos Lázaro da Silva Filho | Ciências Sociais Aplicadas

Suplente: Prof. William Paiva Marques Júnior

Titular: Prof. Irapuan Peixoto Lima Filho | Ciências Humanas

Suplente: Prof. Cássio Adriano Braz de Aquino

Titular: Prof. José Carlos Siqueira de Souza | Linguística, Letras e Artes

Suplente: Prof. Osmar Gonçalves dos Reis Filho

Organizadores:
Ailson P. de Moura
Adriano Aron F. de Moura
Ednardo P. da Rocha

Engenharia de sistemas de potência

**Modelos computacionais para fluxo de carga
trifásico, fluxo de potência continuado e
equivalentes externos**



Fortaleza
2020

Engenharia de sistemas de potência: modelos computacionais para fluxo de carga trifásico, fluxo de potência continuado e equivalentes externos

Copyright © 2015 by Ailson P. de Moura, Adriano Aron F. de Moura e Ednardo P. da Rocha.

Todos os direitos reservados

IMPRESSO NO BRASIL / PRINTED IN BRAZIL

Imprensa Universitária da Universidade Federal do Ceará (UFC)
Av. da Universidade, 2932, fundos – Benfica – Fortaleza – Ceará

Coordenação editorial

Ivanaldo Maciel de Lima

Revisão de texto

Antídio Oliveira

Normalização bibliográfica

Luciane Silva das Selvas

Programação visual

Sandro Vasconcellos / Thiago Nogueira

Diagramação

Victor Alencar

Capa

Heron Cruz

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Bibliotecária Luciane Silva das Selvas CRB 3/1022

E57 Engenharia de sistemas de potência [livro eletrônico] : modelos computacionais para fluxo de carga trifásico, fluxo de potência continuado e equivalentes externos / Organizadores Ailson P. de Moura; Adriano Aron F. de Moura; Ednardo P. da Rocha. - Fortaleza: Imprensa Universitária, 2020.
5.275 Kb : il. color ; PDF (Estudos da Pós-Graduação)

ISBN: 978-65-991493-4-4

1. Sistemas elétricos. 2. Sistemas de distribuição. 3. Fluxo de potência. I.
Título.

CDD 621.3

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a Deus, a seu filho Jesus e sua mãe Maria, por terem permitido a criação desta obra. Agradecemos a nossos familiares por terem permitido a nossa ausência durante as intermináveis horas para a conclusão deste trabalho. A todos os alunos, que nos proporcionaram também deleites e aprendizados no assunto, fica aqui o nosso muito obrigado, pois, sem dúvida, é ensinando, aprendendo e usando a imaginação que conseguimos transformar os nossos sonhos em realidade.

Para Aluísio de Oliveira Moura
(Pai de Ailson, avô de Adriano),
In memoriam

PREFÁCIO

Este livro tem como objetivo apresentar métodos de fluxo de carga trifásico, equivalentes de rede e fluxo de carga continuado, com o objetivo de fornecer, aos estudantes dos cursos de PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA das diversas instituições de Ensino Superior, uma base teórica sólida sobre o assunto. Os vários métodos apresentados, também, formam uma base para o desenvolvimento de programas computacionais que simulam microrredes. Os exercícios resolvidos ao longo do texto tornam a obra de fácil leitura, facilitando o aprendizado do assunto. O enfoque computacional se dá por meio de algoritmos desenvolvidos em MATLAB e do programa ANAREDE do CEPEL. A obra divide-se nos seguintes capítulos:

Os capítulos 1 e 2 descrevem a modelagem usada em fluxo de carga trifásico.

Os capítulos 3 e 4 fazem uma exposição detalhada sobre os principais métodos de fluxo de carga trifásico para a transmissão e para a distribuição de energia elétrica: Gauss-Seidel, Newton-Raphson em coordenadas retangulares e polares, Newton Desacoplado, Desacoplado Rápido e o método escada (Ladder Iterative Technique).

O capítulo 5 apresenta os equivalentes externos, e o capítulo 6 descreve o fluxo de carga continuado.

Ailson Pereira de Moura
Adriano Aron Freitas de Moura
Ednardo Pereira da Rocha

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO À MODELAGEM TRIFÁSICA DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA.....	11
Introdução.....	11
Breve histórico dos métodos de fluxo de potência trifásicos	13
Considerações na conversão delta-estrela da carga e a potência total consumida pela carga	14
Representação de cargas ligadas em estrela e delta em estudos de fluxo de potência trifásico.....	14
Circuitos trifásicos desequilibrados.....	16
Exercícios	38
MODELOS DE EQUIPAMENTOS ELÉTRICOS PARA A ANÁLISE DE FLUXO DE CARGA TRIFÁSICO	41
Modelagem de linhas de transmissão ou de distribuição.....	41
Modelagem trifásica dos transformadores de potência.....	43
Exercícios.....	47
MÉTODOS DE FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO COM CONVERGÊNCIA BASEADA EM RESÍDUOS DE TENSÕES.....	49
Introdução.....	49

Montagem da matriz Y trifásica	50
Método de Gauss/Gauss-Seidel com a matriz Y.....	53
Revisão do método Gauss-Seidel Z com modelagem monofásica.....	54
Método de Gauss-Seidel Z trifásico	55
Método de fluxo de potência trifásico baseado em iterações “ForwardSweep/BackwardSweep” (Ladder Iterative Technique)	74
O Programa ANAREDGEE	104
Exercícios	107
MÉTODOS DE FLUXO DE POTÊNCIA COM CONVERGÊNCIA BASEADA EM RESÍDUOS DE POTÊNCIA E DE CORRENTE.....	109
Introdução.....	109
A formulação trifásica das equações de potência ativa e reativa transmitidas	110
Método de Newton-Raphson trifásico em coordenadas polares.....	112
Método de Newton-Raphson trifásico em coordenadas retangulares	165
Método de Newton desacoplado trifásico.....	178
Uma versão do método desacoplado rápido trifásico	185
Método desacoplado rápido trifásico.....	194
Fluxo de carga trifásico pelo método de injeção de correntes	298
Exercícios.....	209
EQUIVALENTES EXTERNOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA	210

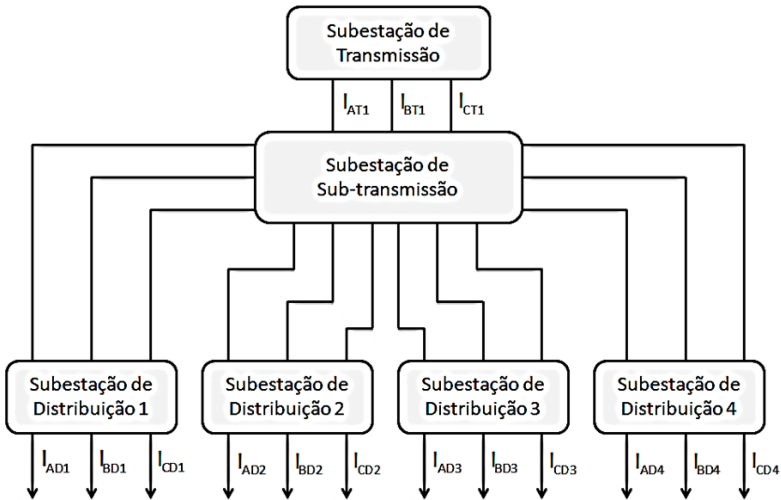
Introdução	210
Introdução aos equivalentes externos	210
Formulação do Equivalente Ward básico linear ou Ward com injeção de correntes	211
Ward Básico não linear ou Ward com ajuste na fronteira	223
Equivalente Ward estendido	233
Equivalente externo usando o programa ANAREDE.....	250
Exercícios.....	258
CURVAS PV E QV E FLUXO DE POTÊNCIA CONTINUADO.....	260
Introdução	260
Definições e conceitos básicos.....	260
Relação entre estabilidade de tensão e estabilidade angular.....	270
Objetivos de um estudo de estabilidade de tensão	290
Análise estática <i>versus</i> análise dinâmica.....	290
Histórico de ocorrências do fenômeno	291
Utilidade do fluxo de potência continuado.....	296
ANAREDE e o programa de fluxo de potência continuado.....	318
Exercícios.....	325
REFERÊNCIAS	326

INTRODUÇÃO À MODELAGEM TRIFÁSICA DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Introdução

Em anos recentes, o processo de análise e modelagem de sistemas elétricos trifásicos mudou consideravelmente. Isso, porque, no início do processo de análise de redes trifásicas de grande porte (em torno dos anos 1960-70 do século XX), os engenheiros simplificavam a análise dos sistemas elétricos trifásicos, pressupondo-os como sistemas equilibrados, cuja análise, portanto, poderia ser integralmente feita a partir do equivalente monofásico da rede elétrica. Entretanto, esse aspecto é principalmente válido nos sistemas de transmissão, uma vez que a soma das correntes de várias subestações de distribuição forma as correntes das linhas de transmissão que alimentam tais subestações. Analisando o sistema, a corrente da fase A do sistema de transmissão (ST) é aproximadamente igual à corrente da fase B, por sua vez, aproximadamente igual à corrente da fase C (Figura 1.1).

Figura 1.1 – Explicação do equilíbrio da maioria dos ST



Fonte: elaborada pelos autores.

De acordo com a Figura 1.1, temos as seguintes equações:

$$I_{AT1} = I_{AD1} + I_{AD2} + I_{AD3} + \dots + I_{ADN} \quad (1.1)$$

$$I_{BT1} = I_{BD1} + I_{BD2} + I_{BD3} + \dots + I_{BDN} \quad (1.2)$$

$$I_{CT1} = I_{CD1} + I_{CD2} + I_{CD3} + \dots + I_{CDN} \quad (1.3)$$

Para muitos sistemas de distribuição, ou seja, para um elevado valor de N, a aproximação a seguir pode ser utilizada para os módulos das correntes do sistema de transmissão:

$$I_{AT1} \approx I_{BT1} \approx I_{CT1} \quad (1.4)$$

Se a aproximação da Equação (1.4) não é válida, é necessário utilizar uma modelagem trifásica do sistema para que sejam analisados problemas impossíveis de serem vistos em uma modelagem monofásica, como é o caso do desequilíbrio de tensão e das perdas elétricas em cada fase. Além disso, em uma modelagem trifásica, o desequilíbrio introduzido no sistema devido à matriz desbalanceada com impedâncias

mútuas também pode ser levado em consideração. Em sistemas de distribuição, as linhas não são transpostas, e, portanto, a não igualdade dos elementos fora da diagonal principal da matriz de impedâncias (impedâncias mútuas) é natural. Logo, uma modelagem trifásica é necessária para alguns sistemas de transmissão e fundamental para sistemas de distribuição de energia elétrica. Antes da abordagem de metodologias específicas para a análise de sistemas de potência com modelagem trifásica, faz-se necessária uma revisão e demonstração de alguns conceitos pertinentes à análise trifásica aplicada a circuitos trifásicos, conforme os itens 1.2 e 1.3 seguintes.

Breve histórico dos métodos de fluxo de potência trifásicos

A análise de sistemas trifásicos desequilibrados foi, durante vários anos, realizada por meio da técnica das componentes simétricas ou de outras transformações (CLARK, 1943, entre outras). O trabalho de Laughton denominado *Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase coordinates* é geralmente mencionado como o primeiro a destacar o uso de componentes de fase, motivado pelo avanço na tecnologia dos computadores digitais, ainda em 1968. Uma grande dificuldade da época estava relacionada à representação dos transformadores. Chen e Dillon apresentaram a modelagem trifásica dos principais componentes do sistema elétrico de potência (SEP), tanto em componentes simétricas como em componentes de fase. Autores como Jos Arrillaga consolidaram esses modelos, mostrando a formulação e os principais algoritmos para solução pelo computador digital.

Apesar do grande avanço na modelagem e análise trifásica até aquela época, somente problemas de regime permanente (fluxo de potência e curto-circuito) eram de solução viável em sistemas de grande porte, devido em parte à limitação da velocidade de processamento e da memória dos computadores. O cálculo de transitórios eletromagnéticos feito por Dommel também foi processado por uma abordagem com modelagem envolvendo as três fases do sistema, mas o SEP era representado de forma limitada.

A análise da dinâmica transitória vem sendo, desde aquela época, aplicada somente usando a representação monofásica equivalente do

sistema elétrico, não havendo, portanto, até o presente momento, uma modelagem clássica trifásica para estudos dinâmicos. Essa análise, inicialmente restrita ao estudo de fenômenos de curto prazo, teve seu maior desenvolvimento nos algoritmos de solução do sistema de equações algébrico-diferencial que representa matematicamente o problema, possibilitando maior controle sobre os erros e o passo de integração. Esse desenvolvimento teórico resultou em grande aumento de desempenho, tornando possível o estudo em larga escala, conhecido como estudo de estabilidade multimáquina, o enriquecimento dos modelos representados e a ampliação da faixa de fenômenos elétricos estudados por um mesmo programa.

Considerações na conversão delta-estrela da carga e a potência total consumida pela carga

A potência total consumida pela carga só será a mesma se o equivalente delta-estrela da carga for usado. Se a mesma impedância da carga for ligada em delta ou estrela, as potências consumidas pelos dois circuitos serão diferentes.

Representação de cargas ligadas em estrela e delta em estudos de fluxo de potência trifásico

As cargas ligadas em estrela ou em delta podem ser representadas em estudos de fluxo de potência trifásico por meio das fórmulas abaixo:

Ligação estrela (Y)

$$PCA = \%PQ \cdot |Va|^0 + \%I \cdot |Va|^1 + \%Z \cdot |Va|^2 \quad (1.5)$$

$$PCB = \%PQ \cdot |Vb|^0 + \%I \cdot |Vb|^1 + \%Z \cdot |Vb|^2 \quad (1.6)$$

$$PCC = \%PQ \cdot |Vc|^0 + \%I \cdot |Vc|^1 + \%Z \cdot |Vc|^2 \quad (1.7)$$

Onde PCA, PCB e PCC são as potências consumidas pela carga nas fases a, b e c respectivamente. $|Va|$ é o módulo de tensão na fase a; $|Vb|$ é o módulo de tensão na fase b; e $|Vc|$ é o módulo de tensão na fase c. $\%PQ$ é o percentual da carga a ser representada com o modelo

de potência constante. %I é o percentual da carga a ser representada com o modelo de corrente constante, e %Z é o percentual da carga a ser representada com o modelo de impedância constante.

Ligação delta (D)

A carga é tratada com seu equivalente em estrela, dado por:

Fase a:

$$\begin{aligned}
 PCA &= \text{Re}\{Vag. ILA *\} \\
 &= \text{Re}\{Vag. \left[\frac{(PCAB+j.QCAB)}{v_{ab}}. (\%PQ. |Vab|^0 + \%I. |Vab|^1 + \%Z. |Vab|^2) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{(PCCA+j.QCCA)}{v_{ca}}. (\%PQ. |Vca|^0 + \%I. |Vca|^1 + \%Z. |Vca|^2) \right]\} \quad (1.8)
 \end{aligned}$$

A Equação 1.8 nada mais é do que a conversão das correntes que circulam no delta com a corrente de linha. A corrente de linha da fase A é dada pela corrente da fase AB do delta menos a corrente da fase CA do delta.

Analogamente, para as outras fases, temos:

Fase b:

$$\begin{aligned}
 PCB &= \text{Re}\{Vbg. ILB *\} \\
 &= \text{Re}\{Vbg. \left[\frac{(PCBC+j.QCBC)}{v_{bc}}. (\%PQ. |Vbc|^0 + \%I. |Vbc|^1 + \%Z. |Vbc|^2) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{(PCAB+j.QCAB)}{v_{ab}}. (\%PQ. |Vab|^0 + \%I. |Vab|^1 + \%Z. |Vab|^2) \right]\} \quad (1.9)
 \end{aligned}$$

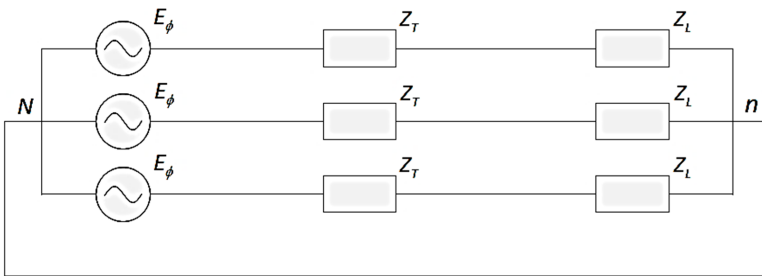
Fase c:

$$\begin{aligned}
 PCC &= \text{Re}\{Vcg. ILC *\} \\
 &= \text{Re}\{Vcg. \left[\frac{(PCCA+j.QCCA)}{v_{ca}}. (\%PQ. |Vca|^0 + \%I. |Vca|^1 + \%Z. |Vca|^2) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{(PCBC+j.QCBC)}{v_{bc}}. (\%PQ. |Vbc|^0 + \%I. |Vbc|^1 + \%Z. |Vbc|^2) \right]\} \quad (1.10)
 \end{aligned}$$

Circuitos trifásicos desequilibrados

Um circuito elétrico é dito desequilibrado se qualquer um dos seguintes elementos constituintes do circuito elétrico é desequilibrado ou uma combinação desses elementos é desequilibrada. Ou seja: se (1) a fonte de alimentação trifásica, (2) a impedância das linhas que interligam o gerador a carga ou (3) a carga elétrica é desequilibrada; então o circuito elétrico é desequilibrado. Tomando a figura abaixo como exemplo, basta apenas que uma das tensões E_ϕ seja assimétrica ou que a impedância de uma das fases seja diferente das demais para tornar o circuito desequilibrado.

Figura 1.2 - Sistema elétrico trifásico



Fonte: elaborada pelos autores.

Técnicas de análise

Técnicas de conversão de fontes de tensão estrela-delta

Existem basicamente duas técnicas para conversão de uma fonte de tensão trifásica de delta para estrela e de estrela para delta. Uma vez que a transformação de estrela para delta é mais simples, vamos começar pela transformação de delta para estrela e, em seguida, explicaremos a transformação de estrela para delta.

Delta-estrela

A principal abordagem para se converter uma fonte de tensão desequilibrada de delta para estrela consiste na utilização da teoria das componentes simétricas.

Seja $[A]$, a matriz de transformação de Fortescue, então:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Onde

$$a = 1 \angle 120^\circ \quad (1.12)$$

Logo, podem-se escrever as tensões de linha em componentes simétricas em função das tensões de linha em componentes de fase:

$$[VLL_{012}] = [A]^{-1}[VLL_{ABC}] \quad (1.13)$$

Da teoria das componentes simétricas, podem-se escrever as seguintes relações entre as tensões fase-neutro e as tensões de linha em termos de componentes simétricas:

$$VLN_0 = VLL_0 = 0 \quad (1.14)$$

$$VLN_1 = t^* VLL_1 \quad (1.15)$$

$$VLN_2 = t VLL_2 \quad (1.16)$$

Onde

$$t = \frac{1}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ \quad (1.17)$$

Colocando na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} VLN_0 \\ VLN_1 \\ VLN_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & t^* & 0 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VLL_0 \\ VLL_1 \\ VLL_2 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Da teoria das componentes simétricas:

$$[VLN_{ABC}] = [A][VLN_{012}] \quad (1.19)$$

Substituindo a Equação (1.18) em (1.19):

$$[VLN_{ABC}] = [A][T][VLL_{012}] \quad (1.20)$$

Onde

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & t^* & 0 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Substituindo a Equação (1.13) na Equação (1.20):

$$[VLN_{ABC}] = [W][VLL_{ABC}] \quad (1.22)$$

Onde

$$[W] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Estrela-delta

Para calcular as tensões fase-fase (tensões de linha), basta conhecermos as tensões fase-neutro. Assim:

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Técnicas de análise de circuitos trifásicos desequilibrados

Quatro técnicas de análise principais estão presentes para a análise de circuitos trifásicos desequilibrados, 3 em componentes de fase e a outra em componentes simétricas:

- (a) Análise direta nodal
- (b) Análise direta via escrita de equações de malhas das Leis de Kirchhoff
- (c) Análise iterativa via programa computacional
- (d) Análise direta via componentes simétricas

Entretanto, veremos com exemplos numéricos que, sob certas condições de desequilíbrio do circuito elétrico, a resposta mais precisa só pode ser obtida com a utilização de uma técnica em componentes de fase. Nesses casos, as componentes simétricas não refletem com precisão a análise das correntes e tensões do circuito desequilibrado, podendo levar a resultados errôneos.

A seguir detalharemos todas as técnicas com exemplos:

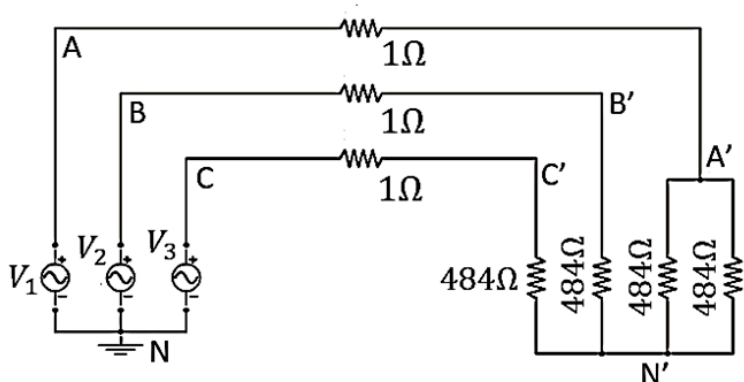
(a) A análise direta nodal

A análise direta nodal consiste em escrever as equações das Leis de Kirchhoff das correntes, não em função das correntes, mas em função das tensões. Portanto, esse processo será demonstrado no exemplo a seguir. No entanto, para a análise nodal, deve-se partir de cada nó e escrever as equações da corrente que sai do nó como sendo a tensão do nó sobre a impedância associada ao caminho escolhido. A somatória de todas as correntes que saem de um nó específico é igual a zero.

Exemplo 1.1

No circuito da Figura 1.1, as tensões da fonte são equilibradas, com a fase A possuindo ângulo 0° e tensão de fase de 220V. Cada resistência da carga possui o valor de 484 ohms. Determinar as tensões de fase na carga e a tensão de deslocamento de neutro.

Figura 1.1 – Circuito do Exemplo 1.1



Fonte: elaborada pelos autores.

Solução

Escrevendo as equações das leis de Kirchhoff que traduzem a análise nodal, temos:

$$\frac{V_{A'N'}}{242} + \frac{V_{A'A}}{1} = 0$$

$$V_{A'A} + V_{AN} + V_{NN'} + V_{N'A'} = 0$$

$$\frac{V_{B'N'}}{484} + \frac{V_{B'B}}{1} = 0$$

$$V_{B'B} + V_{BN} + V_{NN'} + V_{N'B'} = 0$$

$$\frac{V_{C'N'}}{484} + \frac{V_{C'C}}{1} = 0$$

$$V_{C'C} + V_{CN} + V_{NN'} + V_{N'C'} = 0$$

$$\frac{V_{A'N'}}{242} + \frac{V_{B'N'}}{484} + \frac{V_{C'N'}}{484} = 0$$

Colocando na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{242} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{484} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{484} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{242} & \frac{1}{484} & \frac{1}{484} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{A'N'} \\ V_{B'N'} \\ V_{C'N'} \\ V_{N'N'} \\ V_{A'A} \\ V_{B'B} \\ V_{C'C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -V_{AN} \\ -V_{BN} \\ -V_{CN} \\ 0 \end{bmatrix}$$

O vetor que se pretende determinar é encontrado pela inversão da matriz 7×7 e pela multiplicação de sua inversa pelo vetor do lado direito.

Pelo MATLAB, pode-se ver que:

vetor =

1.0e+02 *

1.6449

-1.6449 - 1.9013i

-1.6449 + 1.9013i

-0.5483

-0.0068

0.0034 + 0.0039i

0.0034 - 0.0039i

>> abs(vetor)

ans =

164.4902

251.4110

251.4110

54.8301

0.6797

0.5194

0.5194

Ou seja, $V_{A'N'} = 164,49V$; $V_{B'N'} = 251,41V$; $V_{C'N'} = 251,41V$ e $V_{N'N} = 54,83V$;

(b) Análise direta via escrita de equações das Leis de Kirchhoff

A escrita das Leis de Kirchhoff por meio de circuitos de malha é demonstrada com o Exemplo 1.2.

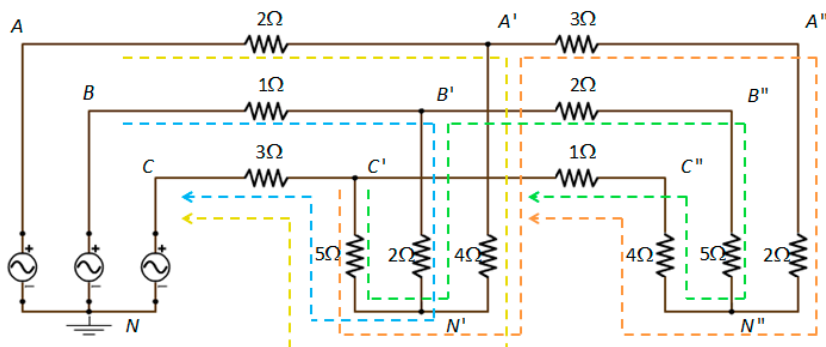
Exemplo 1.2

Na Figura 1.2, é mostrado um circuito trifásico desequilibrado onde o valor de cada resistência em ohms está mostrado na figura. Calcular as correntes de malha mostradas na figura, usando as Leis de Kirchhoff e com o auxílio do MATLAB para calcular a inversa da matriz do sistema linear.

Dado:

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8\angle 0^\circ \\ 10\angle -120^\circ \\ 11\angle 119^\circ \end{bmatrix}$$

Figura 1.2 – Circuito elétrico analisado pela técnica (b)



Fonte: elaborada pelos autores.

Solução

Batizando o laço azul de (I), o laço bege de (II), o laço verde de (III) e o laço laranja de (IV), podemos escrever as seguintes equações

de malha (onde as correntes I_1 , I_2 , I_3 e I_4 se referem aos laços (I), (II), (III) e (IV), respectivamente).

$$(I): 10\angle -120^\circ - I_1 - 2(I_1 - I_3) - 5(I_1 + I_2 - I_3 - I_4) - 3(I_1 + I_2) - 11\angle 119^\circ = 0$$

$$(II): 8\angle 0^\circ - 2I_2 - 4(I_2 - I_4) - 5(I_1 + I_2 - I_3 - I_4) - 3(I_1 + I_2) - 11\angle 119^\circ = 0$$

$$(III): -5(I_3 + I_4 - I_1 - I_2) - 2(I_3 - I_1) - 2I_3 - 5I_3 - 4(I_3 + I_4) - (I_3 + I_4) = 0$$

$$(IV): -5(I_3 + I_4 - I_1 - I_2) - 4(I_4 - I_2) - 3I_4 - 2I_4 - 4(I_3 + I_4) - (I_3 + I_4) = 0$$

Reescrevendo as Equações (I)-(IV), após algumas manipulações algébricas:

$$(I): 10\angle -120^\circ - 11\angle 119^\circ = 11I_1 + 8I_2 - 7I_3 - 5I_4$$

$$(II): 8\angle 0^\circ - 11\angle 119^\circ = 8I_1 + 14I_2 - 5I_3 - 9I_4$$

$$(III): 7I_1 + 5I_2 - 19I_3 - 10I_4 = 0$$

$$(IV): 5I_1 + 9I_2 - 10I_3 - 19I_4 = 0$$

Colocando na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 11 & 8 & -7 & -5 \\ 8 & 14 & -5 & -9 \\ 7 & 5 & -19 & -10 \\ 5 & 9 & -10 & -19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\angle -120^\circ - 11\angle 119^\circ \\ 8\angle 0^\circ - 11\angle 119^\circ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Colocando o MATLAB para resolver esse sistema, as seguintes correntes de malha são obtidas, o que soluciona o sistema:

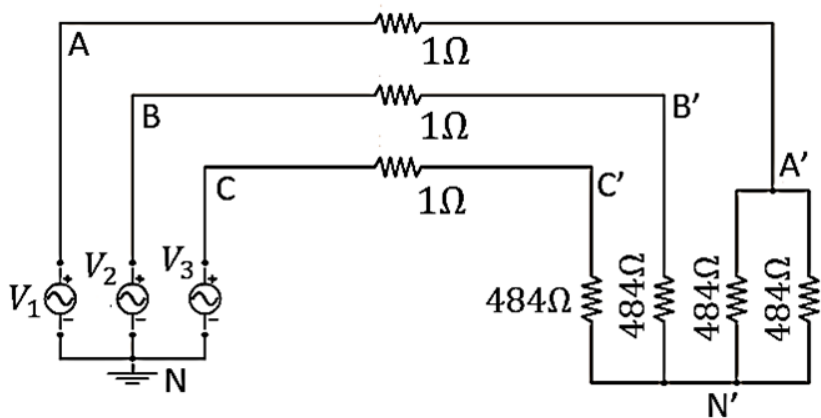
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,8674\angle -119,59^\circ \\ 2,2199\angle 11,24^\circ \\ 0,8846\angle -117,51^\circ \\ 0,8746\angle -2,50^\circ \end{bmatrix}$$

(c) Análise iterativa via programa computacional

Exemplo 1.3

Calcular as tensões de fase na carga e a tensão de deslocamento de neutro para o circuito trifásico desequilibrado da Figura 1.3, pela técnica iterativa de passos (*Ladder Iterative Technique* ou técnica iterativa de passos) que consiste em duas etapas: etapa *ForwardSweep* e etapa *BackwardSweep*. Na etapa *ForwardSweep*, a queda de tensão no sistema é calculada, partindo-se da carga em direção ao nó fonte, enquanto que, na etapa *BackwardSweep*, a tensão é calculada partindo-se do nó fonte em direção à carga:

Figura 1.3 – Circuito trifásico desequilibrado analisado pela técnica (c)



Fonte: elaborada pelos autores.

Solução

Observando a Figura 1.3, pode-se ver que o neutro da carga está isolado do neutro da fonte de tensão trifásica. O circuito está desequilibrado devido à presença de duas cargas resistivas na fase A, cuja tensão correspondente da fonte é V_1 . As fases B e C estão

associadas às tensões V_2 e V_3 respectivamente. Cada resistor de carga tem o valor de 484 ohms, sendo o texto de 484 ohms da direita indicativo do valor de cada um desses três resistores. Definindo abaixo as variáveis elétricas do circuito, é possível resolvê-lo, utilizando a técnica iterativa de passos.

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220\angle 0^\circ \\ 220\angle -120^\circ \\ 220\angle 120^\circ \end{bmatrix}$$

Cada retângulo na figura simboliza um resistor de impedância 1Ω .

Cada lâmpada na figura possui potência de 100W, e, portanto, a impedância de cada lâmpada para a tensão nominal é dada por:

$$Z = \frac{220^2}{100} = 484\Omega$$

A impedância do conjunto paralelo é, portanto, igual a 242Ω .

A técnica iterativa de passos se dá como segue:

Passo 1: Etapa *ForwardSweep*. Suponha que a tensão na carga seja a tensão nominal. Assim:

$$\begin{bmatrix} V_{A'N'} \\ V_{B'N'} \\ V_{C'N'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220\angle 0^\circ \\ 220\angle -120^\circ \\ 220\angle 120^\circ \end{bmatrix}$$

Podemos escrever a seguinte equação para a fase A, supondo as fases magneticamente desacopladas, ou seja, não há impedâncias mútuas no circuito.

$$V_{AN(calc)} - 1 \cdot I_A - V_{A'N'} - V_{N'N} = 0$$

Para a fase B:

$$V_{BN(calc)} - 1 \cdot I_B - V_{B'N'} - V_{N'N} = 0$$

Para a fase C:

$$V_{CN(calc)} - 1 \cdot I_C - V_{C'N'} - V_{N'N} = 0$$

Colocando na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_{AN(calc)} \\ V_{BN(calc)} \\ V_{CN(calc)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{A'N'} \\ V_{B'N'} \\ V_{C'N'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{N'N} \\ V_{N'N} \\ V_{N'N} \end{bmatrix}$$

Os valores das tensões fase-neutro na carga na primeira iteração são assumidos iguais aos valores nominais. Os valores das correntes de linha podem, portanto, ser calculados como na equação abaixo:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{220 \angle 0^\circ}{242} \\ \frac{220 \angle -120^\circ}{484} \\ \frac{220 \angle 120^\circ}{484} \end{bmatrix} \text{A}$$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{220 \angle 0^\circ}{242} \\ \frac{220 \angle -120^\circ}{484} \\ \frac{220 \angle 120^\circ}{484} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,909 \angle 0^\circ \\ 0,454 \angle -120^\circ \\ 0,454 \angle 120^\circ \end{bmatrix} \text{A}$$

Uma equação para o cálculo da tensão de deslocamento de neutro precisa ser desenvolvida para que se calcule, no processo *ForwardSweep*, a tensão no nó fonte na primeira iteração. Essa equação é conseguida por meio da Lei de Kirchhoff das correntes para o nó da carga.

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

Escrevendo a equação em termos das admitâncias da carga:

$$V_{A'N'} \cdot Y_A + V_{B'N'} \cdot Y_B + V_{C'N'} \cdot Y_C = 0$$

Para a tensão verdadeira na fase A do nó fonte, a equação pode ser escrita como:

$$V_{AN} - 1 \cdot I_A - V_{N'N} = V_{A'N'}$$

Fazendo o mesmo para as outras fases e substituindo na equação, resulta:

$$(V_{AN} - 1 \cdot I_A - V_{N'N}) \cdot Y_A + (V_{BN} - 1 \cdot I_B - V_{N'N}) \cdot Y_B + (V_{CN} - 1 \cdot I_C - V_{N'N}) \cdot Y_C = 0$$

$$(V_{AN} - 1 \cdot I_A) Y_A + (V_{BN} - 1 \cdot I_B) \cdot Y_B + (V_{CN} - 1 \cdot I_C) \cdot Y_C = V_{N'N} \cdot (Y_A + Y_B + Y_C)$$

$$V_{N'N} = \frac{V_{AN} Y_A + V_{BN} Y_B + V_{CN} Y_C - (I_A Y_A + I_B Y_B + I_C Y_C)}{(Y_A + Y_B + Y_C)}$$

Assim:

$$V_{AN(cal)} - 1 \cdot I_A - V_{A'N'} - \frac{V_{AN} Y_A + V_{BN} Y_B + V_{CN} Y_C - (I_A Y_A + I_B Y_B + I_C Y_C)}{(Y_A + Y_B + Y_C)} = 0$$

para a equação referente à tensão calculada na fase A.

$$V_{AN(cal)} = 1 \cdot I_A + V_{A'N'} + \frac{V_{AN} Y_A + V_{BN} Y_B + V_{CN} Y_C - (I_A Y_A + I_B Y_B + I_C Y_C)}{(Y_A + Y_B + Y_C)}$$

Para a fase B:

$$V_{BN(cal)} = 1 \cdot I_B + V_{B'N'} + \frac{V_{AN} Y_A + V_{BN} Y_B + V_{CN} Y_C - (I_A Y_A + I_B Y_B + I_C Y_C)}{(Y_A + Y_B + Y_C)}$$

E para a fase C:

$$V_{CN(calc)} = 1 \cdot I_C + V_{C'N'} + \frac{V_{AN}Y_A + V_{BN}Y_B + V_{CN}Y_C - (I_A Y_A + I_B Y_B + I_C Y_C)}{(Y_A + Y_B + Y_C)}$$

A equação utilizada no *BackwardSweep* para a fase A é:

$$V_{A'N'} = V_{AN} - 1 \cdot I_A - \frac{V_{AN}Y_A + V_{BN}Y_B + V_{CN}Y_C - (I_A Y_A + I_B Y_B + I_C Y_C)}{(Y_A + Y_B + Y_C)} = 0$$

Equações análogas para o *BackwardSweep* podem ser escritas para as fases B e C. Colocando tudo junto no MATLAB por meio do seguinte programa, obtém-se:

```
%Exemplo 1 Cap1 Programa para processar um circuito trifásico
desequilibrado
```

```
%com neutro isolado pela técnica iterativa de passos
```

```
Van=220;
```

```
Vbn=220*(cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3));
```

```
Vcn=220*(cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3));
```

```
Valnl=220;
```

```
Vblnl=220*(cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3));
```

```
Vclnl=220*(cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3));
```

```
Ya=1/242;
```

```
Yb=1/484;
```

```
Yc=1/484;
```

```
n=0;
```

```
while 1
```

```
    Ia=Valnl/242;
```

```
    Ib=Vblnl/484;
```

```
    Ic=Vclnl/484;
```

```
    Vancalc=Ia+Valnl+((Van*Ya+Vbn*Yb+Vcn*Yc)-
```

```

(Ia*Ya+Ib*Yb+Ic*Yc)/(Ya+Yb+Yc);
      Vbncalc=Ib+Vb1nl+((Van*Ya+Vbn*Yb+Vcn*Yc)-
(Ia*Ya+Ib*Yb+Ic*Yc))/(Ya+Yb+Yc);
      Vcncalc=Ic+Vc1nl+((Van*Ya+Vbn*Yb+Vcn*Yc)-
(Ia*Ya+Ib*Yb+Ic*Yc))/(Ya+Yb+Yc);
      if (abs(Van-Vancalc)<0.001 & abs(Vbn-Vbncalc)<0.001 & abs(Vcn-
Vcncalc)<0.001)
          break;
      end
      Valnl=Van-Ia-((Van*Ya+Vbn*Yb+Vcn*Yc)-(Ia*Ya+Ib*Yb+Ic*Yc))/
(Ya+Yb+Yc);
      Vb1nl=Vbn-Ib-((Van*Ya+Vbn*Yb+Vcn*Yc)-(Ia*Ya+Ib*Yb+Ic*Yc))/
(Ya+Yb+Yc);
      Vc1nl=Vcn-Ic-((Van*Ya+Vbn*Yb+Vcn*Yc)-(Ia*Ya+Ib*Yb+Ic*Yc))/
(Ya+Yb+Yc);
      n=n+1;
end

```

Após $n=2$, o programa converge, e os resultados são mostrados a seguir:

O valor da tensão fase terra na carga na fase A é dada por:

$$Valnl + \frac{((Van * Ya + Vbn * Yb + Vcn * Yc) - (Ia * Ya + Ib * Yb + Ic * Yc))}{(Ya + Yb + Yc)}$$

Onde

$$\frac{((Van * Ya + Vbn * Yb + Vcn * Yc) - (Ia * Ya + Ib * Yb + Ic * Yc))}{(Ya + Yb + Yc)}$$

é a tensão de deslocamento de neutro (Vnl_n)

A tabela abaixo mostra os valores convergidos no programa para um erro no módulo das tensões de 0,001V.

Tabela 1.1 – Tensões Convergidadas do Exemplo 1.2

Tensão fase neutro na carga	Tensão de deslocamento de neutro V_{nln}	Tensão fase-terra na carga
$V_{aln} = 164,49 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_{nln} = 54,83 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_{aln} + V_{nln} = 219,32 \angle 0^\circ \text{ V}$
$V_{bln} = 251,41 \angle -130,86^\circ \text{ V}$	$V_{nln} = 54,83 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_{bln} + V_{nln} = 219,49 \angle -119,97^\circ \text{ V}$
$V_{cln} = 251,41 \angle 130,86^\circ \text{ V}$	$V_{nln} = 54,83 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_{cln} + V_{nln} = 219,49 \angle 119,97^\circ \text{ V}$

Fonte: elaborada pelos autores.

Exemplo 1.4

Repita o Exemplo 1.3, supondo que temos acoplamento magnético entre as fases por impedâncias mútuas na linha que interliga o gerador à carga. A matriz da linha com impedâncias mútuas passa a ser então:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Solução

A equação para o *ForwardSweep* é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} V_{AN(calc)} \\ V_{BN(calc)} \\ V_{CN(calc)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{A'N'} \\ V_{B'N'} \\ V_{C'N'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{N'N} \\ V_{N'N} \\ V_{N'N} \end{bmatrix}$$

A equação da teoria de deslocamento do neutro continua válida:

$$\begin{aligned}
 &V_{A'N'} \cdot Y_A + V_{B'N'} \cdot Y_B + V_{C'N'} \cdot Y_C = 0 \\
 &(V_{AN} - I_A - I_B - 2I_C - V_{N'N}) \cdot Y_A + (V_{BN} - I_A - I_B - 3I_C - V_{N'N}) \cdot Y_B + (V_{CN} - 2I_A - 3I_B - I_C - V_{N'N}) \cdot Y_C = 0V_{N'N} \\
 &= \frac{V_{AN}Y_A + V_{BN}Y_B + V_{CN}Y_C - I_A(Y_A + Y_B + 2Y_C) - I_B(Y_A + Y_B + 3Y_C) - I_C(2Y_A + 3Y_B + Y_C)}{(Y_A + Y_B + Y_C)}
 \end{aligned}$$

Assim, para a fase A:

$$V_{AN(calc)} = 1 \cdot I_A + 1 \cdot I_B + 2I_C + V_{A'N'} + V_{N'N}$$

Escrevendo o programa MATLAB para resolver o Exemplo 1.4, o seguinte código é escrito:

```
%Exemplo 3 Cap1 Programa para processar um circuito trifásico
desequilibrado
%com impedâncias mútuas e neutro isolado pela técnica iterativa
de passos
```

```
Van=220;
Vbn=220*(cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3));
Vcn=220*(cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3));
Valn=220;
Vbln=220*(cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3));
Vcln=220*(cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3));
Ya=1/242;
Yb=1/484;
Yc=1/484;
n=0;
while 1
    Ia=Valn/242;
    Ib=Vbln/484;
    Ic=Vcln/484;
    Vancalc=Ia+Ib+2*Ic+Valn+((Van*Ya+Vbn*Yb+Vcn*Yc)-
    Ia*(Ya+Yb+2*Yc)-Ib*(Ya+Yb+3*Yc)-Ic*(2*Ya+3*Yb+Yc))/
    (Ya+Yb+Yc);
```


$$V_{bn\text{calc}} = I_a + I_b + 3 * I_c + V_{bn} + ((V_{an} * Y_a + V_{bn} * Y_b + V_{cn} * Y_c) - I_a * (Y_a + Y_b + 2 * Y_c) - I_b * (Y_a + Y_b + 3 * Y_c) - I_c * (2 * Y_a + 3 * Y_b + Y_c)) / (Y_a + Y_b + Y_c);$$

$$V_{cn\text{calc}} = 2 * I_a + 3 * I_b + I_c + V_{cn} + ((V_{an} * Y_a + V_{bn} * Y_b + V_{cn} * Y_c) - I_a * (Y_a + Y_b + 2 * Y_c) - I_b * (Y_a + Y_b + 3 * Y_c) - I_c * (2 * Y_a + 3 * Y_b + Y_c)) / (Y_a + Y_b + Y_c);$$

if (abs(V_{an}-V_{ancalc})<0.001 & abs(V_{bn}-V_{bncalc})<0.001 & abs(V_{cn}-V_{cncalc})<0.001)

break;

end

$$V_{aln} = V_{an} - I_a - I_b - 2 * I_c - ((V_{an} * Y_a + V_{bn} * Y_b + V_{cn} * Y_c) - I_a * (Y_a + Y_b + 2 * Y_c) - I_b * (Y_a + Y_b + 3 * Y_c) - I_c * (2 * Y_a + 3 * Y_b + Y_c)) / (Y_a + Y_b + Y_c);$$

$$V_{bln} = V_{bn} - I_a - I_b - 3 * I_c - ((V_{an} * Y_a + V_{bn} * Y_b + V_{cn} * Y_c) - I_a * (Y_a + Y_b + 2 * Y_c) - I_b * (Y_a + Y_b + 3 * Y_c) - I_c * (2 * Y_a + 3 * Y_b + Y_c)) / (Y_a + Y_b + Y_c);$$

$$V_{cln} = V_{cn} - 2 * I_a - 3 * I_b - I_c - ((V_{an} * Y_a + V_{bn} * Y_b + V_{cn} * Y_c) - I_a * (Y_a + Y_b + 2 * Y_c) - I_b * (Y_a + Y_b + 3 * Y_c) - I_c * (2 * Y_a + 3 * Y_b + Y_c)) / (Y_a + Y_b + Y_c);$$

n=n+1;

end

Tabela 1.2 – Tensões Convergidadas do Exemplo 1.4

Tensão fase neutro na carga	Tensão de deslocamento de neutro V _{nln}	Tensão fase-terra na carga
V _{aln} = 165,00 ∠ - 0,06° V	V _{nln} = 55,34 ∠ - 0,2° V	V _{aln} +V _{nln} = 220,34 ∠ - 0,1° V
V _{bln} = 252,26 ∠ - 130,74° V	V _{nln} = 55,34 ∠ - 0,2° V	V _{bln} +V _{nln} = 220,34 ∠ - 119,74° V
V _{cln} = 253,01 ∠ 130,80° V	V _{nln} = 55,34 ∠ - 0,2° V	V _{cln} +V _{nln} = 220,68 ∠ 119,89° V

Fonte: elaborada pelos autores.

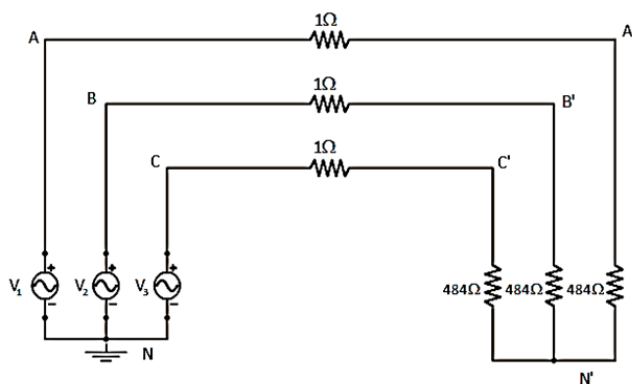
(d) Análise de circuitos trifásicos desequilibrados utilizando componentes simétricas

Embora o método das componentes simétricas tenha sido utilizado ao longo da história de sistemas de potência principalmente na análise de faltas, também é possível utilizá-lo na análise de circuitos trifásicos desequilibrados. O método das componentes simétricas é especialmente vantajoso quando determinada tensão de sequência está associada a uma única corrente de sequência e a uma única impedância de sequência. Quando isso acontece, dizemos que os circuitos de sequência são desacoplados entre si, e, portanto, pode-se utilizar o equivalente monofásico de cada sequência. Por outro lado, quando os circuitos de sequência são acoplados, as componentes simétricas perdem a sua vantagem, pois não é mais possível utilizar o equivalente monofásico na análise do circuito, embora seja ainda possível analisar o circuito, porém sem a maior precisão obtida com algum dos métodos em componentes de fase. Os exemplos a seguir ilustram esses conceitos:

Exemplo 1.5

Um circuito trifásico desequilibrado, mostrado na Figura 4, possui os seguintes valores de tensões de fase:

Figura 1.4 – Circuito do Exemplo 1-4.

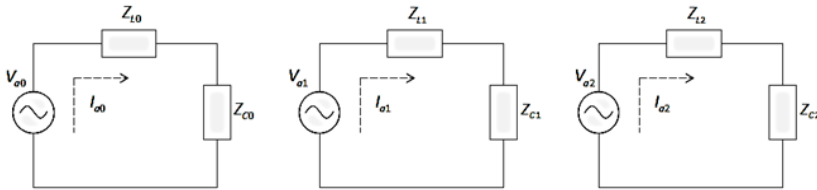


$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 230\angle 0^\circ \\ 200\angle -125^\circ \\ 210\angle 115^\circ \end{bmatrix}$$

A impedância de cada lâmpada é de 484Ω . A impedância de cada linha que interliga o gerador à carga é igual a 1Ω . Calcule as correntes de linha de cada fase no circuito, utilizando o método das componentes simétricas.

Os circuitos de seqüência do circuito acima são mostrados na Figura 5. Com base nesses circuitos, podem-se calcular as correntes de seqüência de cada circuito de seqüência:

Figura 1.5 – Circuitos de seqüência do Exemplo 1.4



Fonte: elaborada pelos autores.

As impedâncias de seqüência para as impedâncias das linhas podem ser obtidas por:

$$[\mathbf{ZL}_{012}] = [\mathbf{A}]^{-1} [\mathbf{ZL}][\mathbf{A}]$$

onde

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad [\mathbf{ZL}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Efetuada as multiplicações matriciais, obtém-se:

$$[\mathbf{ZL}_{012}] = [\mathbf{A}]^{-1} [\mathbf{ZL}][\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De maneira análoga, a impedância da carga é obtida por:

$$[\mathbf{ZC}_{012}] = [\mathbf{A}]^{-1}[\mathbf{ZL}][\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} 484 & 0 & 0 \\ 0 & 484 & 0 \\ 0 & 0 & 484 \end{bmatrix}$$

Observa-se que o circuito de sequência zero é aberto, pois se trata de um sistema isolado, ou seja, a carga não possui fio de neutro. Assim, da teoria de componentes simétricas, pode-se escrever:

$$\mathbf{Ia}_0 = \frac{1}{3}(\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c) = 0$$

Converte-se agora a fonte de tensão em componentes de fase para componentes simétricas:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{AN0} \\ \mathbf{V}_{AN1} \\ \mathbf{V}_{AN2} \end{bmatrix} &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{AN} \\ \mathbf{V}_{BN} \\ \mathbf{V}_{CN} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 230\angle 0^\circ \\ 200\angle -125^\circ \\ 210\angle 115^\circ \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 12,49\angle 44,95^\circ \\ 213,14\angle -3,20^\circ \\ 8,89\angle 20,26^\circ \end{bmatrix} \end{aligned}$$

As correntes de sequência positiva e negativa são calculadas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{Ia}_1 &= \frac{213,14\angle -3,20^\circ}{1 + 484} = 0,439\angle -3,20^\circ \\ \mathbf{Ia}_2 &= \frac{8,89\angle 20,26^\circ}{1 + 484} = 0,018\angle 20,26^\circ \end{aligned}$$

As correntes de linha em componentes de fase são calculadas como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Ia}_0 \\ \mathbf{Ia}_1 \\ \mathbf{Ia}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4556\angle -2,29^\circ \\ 0,4373\angle -125,54^\circ \\ 0,4247\angle 118,24^\circ \end{bmatrix}$$

Exemplo 1.6

Repetir o Exemplo 1.5, porém com duas lâmpadas em paralelo conectadas na fase A. Analise em seguida a resposta do circuito pelo método das componentes de fase. Observação: o circuito desse exemplo é o mesmo do Exemplo 1.2.

Solução

Agora a matriz de impedâncias da carga em componentes de fase passa a ser:

$$[ZC] = \begin{bmatrix} 242 & 0 & 0 \\ 0 & 484 & 0 \\ 0 & 0 & 484 \end{bmatrix}$$

A matriz em componentes simétricas da impedância da carga é:

$$[ZC_{012}] = [A]^{-1}[ZL][A] = \begin{bmatrix} 403,33 & -80,67 & -80,67 \\ -80,67 & 403,33 & -80,67 \\ -80,67 & -80,67 & 403,33 \end{bmatrix}$$

Pode-se observar que a matriz da impedância da carga é acoplada, ou seja, possui os elementos fora da diagonal principal diferentes de zero. Assim, não é possível mais se fazer o equivalente monofásico de cada circuito de sequência para essa análise. Então, deve-se analisar o circuito de forma acoplada com base na análise matricial:

$$\begin{bmatrix} V_{AN0} \\ V_{AN1} \\ V_{AN2} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} 403,33 & -80,67 & -80,67 \\ -80,67 & 403,33 & -80,67 \\ -80,67 & -80,67 & 403,33 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 404,33 & -80,67 & -80,67 \\ -80,67 & 404,33 & -80,67 \\ -80,67 & -80,67 & 404,33 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 12,49 \angle 44,95^\circ \\ 213,14 \angle -3,20^\circ \\ 8,89 \angle 20,26^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1766 \angle 5,91^\circ \\ 0,5967 \angle -2,35^\circ \\ 0,1747 \angle 2,08^\circ \end{bmatrix}$$

Mas $I_{a_0} = 0$. Logo:

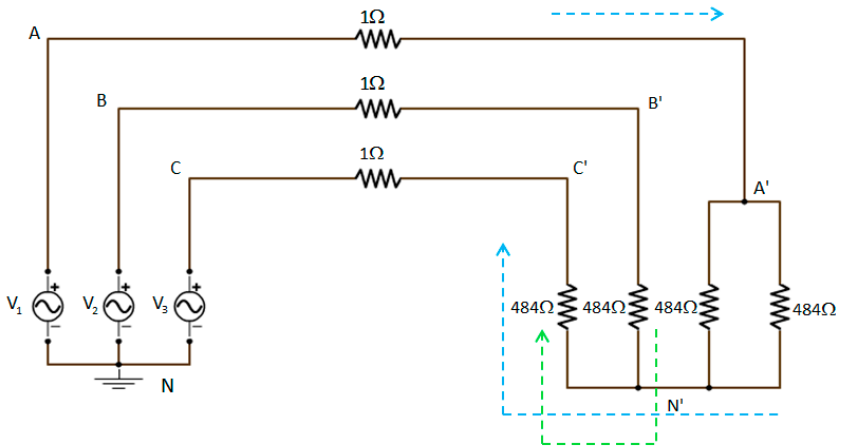
$$\begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 404,33 & -80,67 & -80,67 \\ -80,67 & 404,33 & -80,67 \\ -80,67 & -80,67 & 404,33 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 12,49 \angle 44,95^\circ \\ 213,14 \angle -3,20^\circ \\ 8,89 \angle 20,26^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5967 \angle -2,35^\circ \\ 0,1747 \angle 2,08^\circ \end{bmatrix}$$

Logo

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7710 \angle -1,35^\circ \\ 0,5446 \angle -139,17^\circ \\ 0,5184 \angle 133,79^\circ \end{bmatrix}$$

A análise do circuito em componentes de fase será feita a seguir:

Figura 1.6 – Figura do circuito do Exemplo 1.6



Fonte: elaborada pelos autores.

Escrevendo as equações de malha para o circuito acima:

$$230 - 1 \cdot I_2 - 242 \cdot I_2 - 484 \cdot (I_1 + I_2) - (I_1 + I_2) - 210 \angle 115^\circ = 0 \quad (I)$$

$$200 \angle -125^\circ - 1 \cdot I_1 - 484 I_1 - 484 \cdot (I_1 + I_2) - (I_1 + I_2) - 210 \angle 115^\circ = 0 \quad (II)$$

Colocando as equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 485 & 728 \\ 970 & 485 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 230 - 210 \angle 115^\circ \\ 200 \angle -125^\circ - 210 \angle 115^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5092 \angle -136,3483^\circ \\ 0,6838 \angle -2,2868^\circ \end{bmatrix}$$

$$I_1 + I_2 = 0,4925 \angle -50,2618^\circ$$

Na Figura 1, as correntes 1 e 2 estão voltando para a fonte. Na resolução pelo método das componentes simétricas, o sentido foi suposto como saindo da fonte para a carga. Ao colocarmos a corrente da fase c no mesmo sentido utilizado no método das componentes simétricas, devemos somar 180° ao ângulo. Logo, escrevendo as soluções obtidas com os dois métodos, obtemos os resultados da tabela:

Tabela 1.3 – Resultados das correntes para a análise do circuito do Exemplo 1.5 por diferentes técnicas

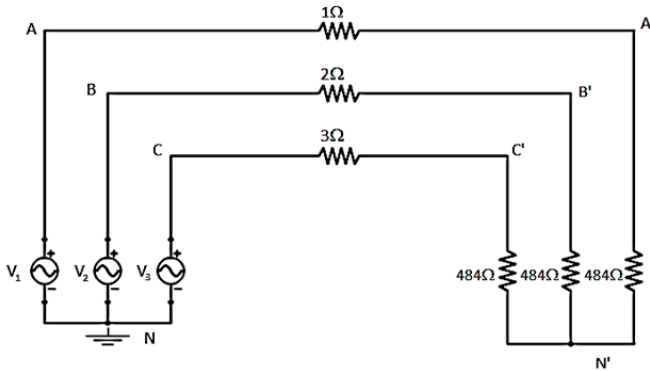
	Método das comp. simétricas	Método das comp. de fase
Ia	$0,7710 \angle 1.35^\circ$	$0,6838 \angle 2,2868^\circ$
Ib	$0,5446 \angle 139.17^\circ$	$0,5092 \angle 136,3483^\circ$
Ic	$0,5184 \angle 133.79^\circ$	$0,4925 \angle 129,7382^\circ$

Pela tabela, podemos concluir que os resultados obtidos pelo método das componentes simétricas são imprecisos e não traduzem a verdadeira operação do sistema. Ou seja, o método das componentes simétricas não deve ser usado quando a matriz de impedâncias do sistema for acoplada, pois os resultados numéricos obtidos pela sua resolução são errôneos.

Exercícios

1. Para o circuito trifásico desequilibrado com três lâmpadas incandescentes da figura abaixo, calcule a primeira iteração *forward* e a primeira iteração *backward*. Considere a tensão nominal de 220V e a potência das lâmpadas de 100W. As tensões da rede elétrica são $V_{ag} = 220\angle 0^\circ$; $V_{bg} = 218\angle -122^\circ$; e $V_{cg} = 221\angle 118^\circ$. Quais são os erros obtidos no primeiro *forward*?

Figura 1.7 – Circuito do exercício 1.1



Fonte: elaborada pelos autores.

2. Resolver o Exemplo 1.4 com a seguinte matriz de impedâncias:

$$Z = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Resolver o Exemplo 1.2, com a carga A''B''C''N'' ligada em delta (Observe que o circuito equivalente estrela da carga será diferente das impedâncias da carga ligada em delta, conforme explanado em negrito na Seção 2).

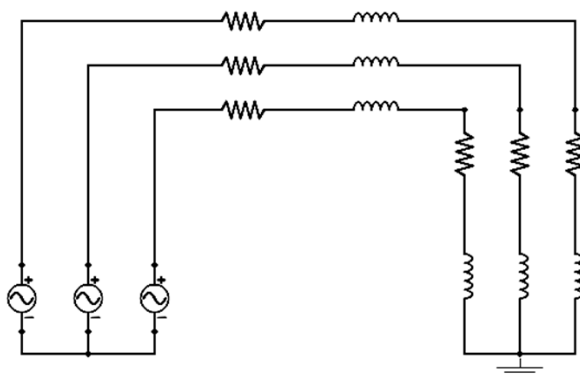
4. Uma fonte ligada em delta possui as seguintes tensões de linha: $V_{ab} = 381,05 \angle 0^\circ$; $V_{bc} = 377,58 \angle -122^\circ$; e $V_{ca} = 382,78 \angle 118^\circ$. Calcule as tensões de fase equivalentes dessa fonte ligada em delta.

5. Uma fonte ligada em estrela possui as seguintes tensões de fase: $V_{an} = 220 \angle 0^\circ$; $V_{bn} = 218 \angle -122^\circ$; e $V_{cn} = 221 \angle 118^\circ$. Calcule as tensões de linha equivalentes dessa fonte ligada em estrela.

6. Repita o Exemplo 1.5, porém agora escreva um programa *Forward-Backward Sweep* para resolver o circuito desse exemplo e obtenha as correntes de linha do circuito.

7. Uma fonte trifásica desequilibrada com tensões $V_{ag} = 277\angle 0^\circ$ V; $V_{bg} = 260\angle -120^\circ$ V; e $V_{cg} = 295\angle 115^\circ$ V é conectada através de três impedâncias $1\angle 85^\circ \Omega$ a carga $Z_A = 20\angle 40^\circ \Omega$, $Z_B = 10\angle 40^\circ \Omega$ e $Z_C = 10\angle 40^\circ \Omega$. Utilize os métodos trifásicos: (a) análise nodal, (b) análise de malhas, (c) análise iterativa e (d) componentes simétricas para calcular as correntes de linha do circuito descrito que é mostrado na figura 1.8 abaixo.

Figura 1.8 – Circuito do exercício 1.7



Fonte: elaborada pelos autores.

8. Fale sobre o desenvolvimento de algoritmos para sistemas elétricos trifásicos.

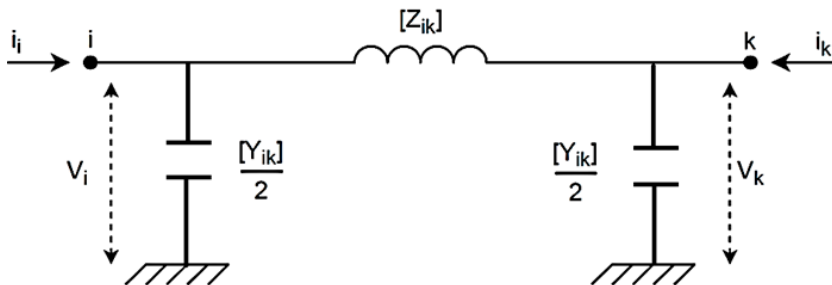
9. Explique por que os sistemas de transmissão podem ser considerados equilibrados.

MODELOS DE EQUIPAMENTOS ELÉTRICOS PARA A ANÁLISE DE FLUXO DE CARGA TRIFÁSICO

Modelagem de linhas de transmissão ou de distribuição

As linhas de transmissão são modeladas pelo circuito PI de parâmetros concentrados com acoplamento mútuo entre as impedâncias série e os ramos em derivação da linha (efeito capacitivo). O modelo da linha trifásica é ilustrado na Figura 2.1.

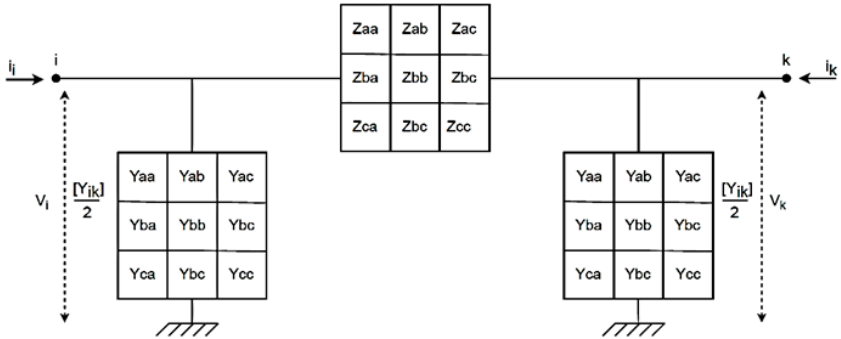
Figura 2.1 – Modelo da linha de transmissão para estudos de fluxo de potência trifásico



Fonte: elaborada pelos autores.

A Figura 2.1 pode ser transformada na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Modelo expandido da linha de transmissão para estudos de fluxo de potência trifásico



Fonte: elaborada pelos autores.

De acordo com a Figura 2.2, pode-se escrever a equação matricial:

$$\begin{bmatrix} [I_i] \\ [I_k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_{ik}]^{-1} + \frac{[Y_{ik}]}{2} & -[Z_{ik}]^{-1} \\ -[Z_{ik}]^{-1} & [Z_{ik}]^{-1} + \frac{[Y_{ik}]}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_i] \\ [V_k] \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Essa equação será deduzida logo abaixo, e sua origem se deve à escrita das equações nodais nas barras i e k, respectivamente da linha de transmissão ou de distribuição.

Olhando para a barra i, pode-se escrever:

$$[I_i] = \frac{[Y_{ik}]}{2} [V_i] + [Z_{ik}]^{-1} ([V_i] - [V_k]) \quad (2.2)$$

$$\text{ou } [I_i] = \left(\frac{[Y_{ik}]}{2} + [Z_{ik}]^{-1} \right) [V_i] - [Z_{ik}]^{-1} [V_k] \quad (2.3)$$

De maneira análoga, olhando para a barra k, temos:

$$[I_k] = \left(\frac{[Y_{ik}]}{2} + [Z_{ik}]^{-1} \right) [V_k] - [Z_{ik}]^{-1} [V_i] \quad (2.4)$$

Cada submatriz na Equação (2.1) é 3×3 , ou seja, $[Z_{ik}]$ e $[Y_{ik}]$, e cada vetor é 3×1 , ou seja, $[V_i]$ e $[V_k]$, pois são três fases na barra i e três fases na barra k .

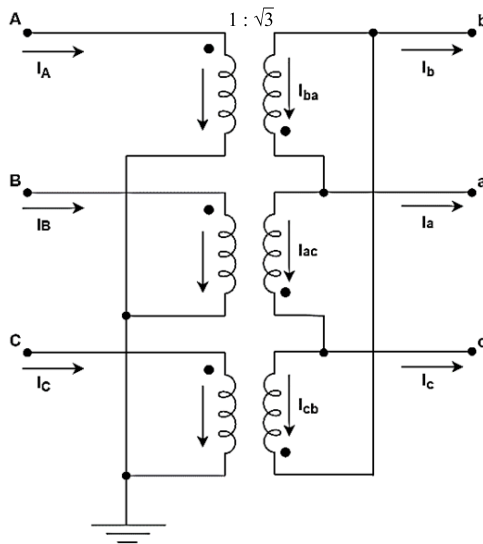
Modelagem trifásica dos transformadores de potência

Conexão estrela aterrada-delta

Considere o transformador de potência com conexão estrela aterrada-delta conforme mostrado na Figura 2.3.

Podem-se escrever as equações das correntes nodais:

Figura 2.3 – Conexão estrela-aterrada delta



Fonte: elaborada pelos autores.

$$I_A = y(V_A - V_{ba}/\sqrt{3}) = y[V_A - (V_b - V_a)/\sqrt{3}] \quad (2.5)$$

$$I_B = y(V_B - V_{cb}/\sqrt{3}) = y[V_B - (V_c - V_b)/\sqrt{3}] \quad (2.6)$$

$$I_C = y(V_C - V_{ac}/\sqrt{3}) = y[V_C - (V_a - V_c)/\sqrt{3}] \quad (2.7)$$

Da primeira e terceira equações, obtém-se:

$$I_a = I_{ba} - I_{ac} = (I_c - I_A)/\sqrt{3} = y[(V_c - V_A)/\sqrt{3} - (2V_a - V_b - V_c)/3] \quad (2.8)$$

Analogamente:

$$I_b = I_{cb} - I_{ba} = (I_A - I_B)/\sqrt{3} = y[(V_A - V_B)/\sqrt{3} - (2V_b - V_c - V_a)/3] \quad (2.9)$$

E

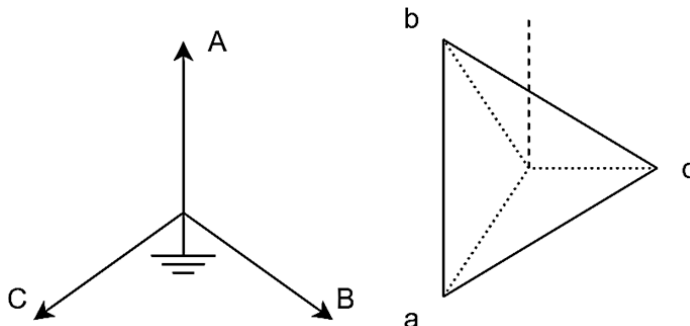
$$I_c = I_{ac} - I_{cb} = (I_B - I_C)/\sqrt{3} = y[(V_B - V_C)/\sqrt{3} - (2V_c - V_a - V_b)/3] \quad (2.10)$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ -I_a \\ -I_b \\ -I_c \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Para esse tipo de conexão, o diagrama fasorial das bobinas do primário e do secundário é mostrado na Figura 2.4:

Figura 2.4 – Diagrama dos fasores de corrente

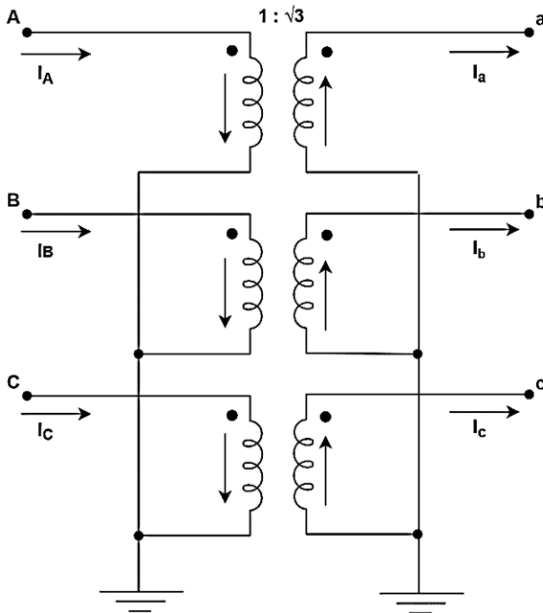


Fonte: elaborada pelos autores.

Conexão estrela-aterrada estrela-aterrada

Seja o transformador representado na Figura 2.5, na qual não há defasamento entre os fasores do lado primário e do secundário.

Figura 2.5 – Conexão estrela-aterrada estrela-aterrada



Fonte: elaborada pelos autores.

A relação de transformação é calculada por:

$$n_t = \frac{VLT_p}{VLT_s} \quad (2.12)$$

Escrevendo as equações de correntes no primário:

$$I_A = y(V_A - V_a) \quad (2.13)$$

$$I_B = y(V_B - V_b) \quad (2.14)$$

$$I_C = y(V_C - V_c) \quad (2.15)$$

Usando a relação de transformação, obtemos as correntes no secundário:

$$\frac{I_A}{I_a} = \frac{1}{n_t} \Rightarrow I_a = n_t I_A \quad (2.16)$$

$$\frac{I_B}{I_b} = \frac{1}{n_t} \Rightarrow I_b = n_t I_B \quad (2.17)$$

$$\frac{I_C}{I_c} = \frac{1}{n_t} \Rightarrow I_c = n_t I_C \quad (2.18)$$

Logo, colocando todas as equações na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ n_t & 0 & 0 & -n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 & 0 & -n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t & 0 & 0 & -n_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Observe-se que essa modelagem está preparada para um método de fluxo de carga trifásico que trabalhe com a matriz Y . Essa modelagem não é adequada para a técnica *Backward/Forward Sweep*, sendo necessária uma abordagem específica para esse caso.

Generalização da matriz de conexões

Para transformadores com duas bobinas, uma equação relacionando as correntes do primário e do secundário e as tensões do primário e do secundário pode ser escrita como se segue:

$$\begin{bmatrix} [I_p] \\ [I_s] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_p] \\ [V_s] \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Cada submatriz pode assumir um dos seguintes valores (Tabela 2.1) de acordo com o tipo de conexão dos transformadores:

Tabela 2.1 – Elementos de preenchimento da matriz de admitância dos transformadores

		Admitância própria		Admitância mútua	
Barra P	Barra S	Y_{pp}	Y_{ss}	Y_{ps}	Y_{sp}
Estrela-At	Estrela-At	Y_I	Y_I	$-Y_I$	
Estrela-At	Estrela	Y_I	$Y_{II/3}$	$-Y_{II/3}$	
Estrela-At	Delta	Y_I	Y_{II}	Y_{III}	
Estrela	Estrela	$Y_{II/3}$	$Y_{II/3}$	$-Y_{II/3}$	
Estrela	Delta	$Y_{II/3}$	Y_{II}	Y_{III}	
Delta	Delta	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	

Fonte: elaborada pelos autores.

Onde Y_I , Y_{II} e Y_{III} são dados pelas seguintes matrizes abaixo:

$$Y_I = \begin{bmatrix} Y_t & 0 & 0 \\ 0 & Y_t & 0 \\ 0 & 0 & Y_t \end{bmatrix}, \quad Y_{II} = \begin{bmatrix} 2Y_t & -Y_t & -Y_t \\ -Y_t & 2Y_t & -Y_t \\ -Y_t & -Y_t & 2Y_t \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad Y_{III} = \begin{bmatrix} -Y_t & Y_t & 0 \\ 0 & -Y_t & Y_t \\ Y_t & 0 & -Y_t \end{bmatrix}$$

Os *tapes* fora do nominal podem ser incluídos na equação acima pelas seguintes operações:

- Dividindo a matriz de admitância própria primária por α^2
- Dividindo a matriz de admitância-própria secundária por β^2
- Dividindo a matriz de admitância-mútua por $\alpha\beta$

Onde α e β são os *tapes* do primário e do secundário, respectivamente.

Exercícios

1. Descreva o circuito *pi* trifásico de linhas de transmissão/distribuição.

2. Descreva a modelagem de transformadores para métodos de fluxo de carga trifásico baseados na matriz Y .

3. Explique o que são impedâncias mútuas e como influenciam o desequilíbrio dos sistemas de potência.

MÉTODOS DE FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO COM CONVERGÊNCIA BASEADA EM RESÍDUOS DE TENSÕES

Introdução

Os métodos de fluxo de potência baseados na matriz Y preponderaram sobre os métodos de fluxo de potência baseados na matriz Z principalmente por causa dos requisitos de memória, visto que a matriz Y é esparsa e as técnicas de esparsidade podem economizar memória, enquanto que a matriz Z é cheia. Até então o método de Gauss Z não encontrou aplicações em programas comerciais, sendo apenas mais uma ferramenta científica nas técnicas e métodos de fluxo de potência. Entretanto, com o aumento crescente da velocidade dos computadores, é importante que tais ferramentas sejam retomadas para análise, tendo em vista o aumento da capacidade de memória no processamento dos programas com as novas tecnologias de fabricação de microprocessadores e de fabricação de memórias. Além disso, o uso da matriz Z representa uma característica de convergência bastante forte, e o método baseado na formulação dessa matriz termina levando menos iterações do que a mesma versão do método baseado na matriz Y . Esse capítulo analisa todas as etapas necessárias para se processar o fluxo de carga trifásico de Gauss-Seidel Z em sistemas de potência. Esse método se aplica tanto a sistemas malhados (sistemas de transmissão), como a sistemas radiais (alimentador teste IEEE 13 barras).

Serão demonstrados alguns exemplos de aplicação da metodologia ao longo do capítulo, e, por fim, um programa completo para processar o alimentador IEEE 13 barras será mostrado. Em seguida, o resumo de um método específico para processamento unicamente de sistemas de distribuição radiais é descrito. Esse método, também chamado de *Ladder Iterative Technique*, encontra larga faixa de aplicação na distribuição, não sendo, entretanto, adequado para o processamento de sistemas de potência malhados. Esse método é exemplificado na resolução do sistema IEEE 13 barras. Ao longo deste livro, serão mencionados os sistemas teste de distribuição de energia do IEEE. Eles podem ser encontrados no *site* do subcomitê de distribuição na internet (DSACOM). Esses sistemas são conhecidos como *Test Feeders* ou alimentadores teste. Os sistemas clássicos são os sistemas de 13, 34, 37 e 123 barras.

Antes da explanação do método de Gauss baseado na matriz Z , será explanado o método de Gauss baseado na matriz Y e a montagem da matriz Y trifásica.

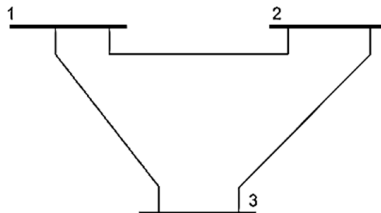
Montagem da matriz Y trifásica

A montagem da matriz Y (matriz de admitâncias) para o caso trifásico segue o mesmo procedimento do caso monofásico. Isso é ilustrado no exemplo a seguir:

Exemplo 3.1

Seja o diagrama unifilar da figura abaixo, cujos dados de admitância em derivação e impedância série são mostrados a seguir. Pede-se calcular a matriz trifásica Y do sistema.

Figura 3.1 Sistema para montagem da matriz Y trifásica



Fonte: elaborada pelos autores.

Solução

Cálculo das submatrizes:

Linha 12:

$$Z_{12} = \begin{pmatrix} 0,0160 + j0,1100 & 0,009 + j0,040 & 0,006 + j0,020 \\ 0,009 + j0,040 & 0,017 + j0,1125 & 0,010 + j0,035 \\ 0,006 + j0,020 & 0,010 + j0,035 & 0,0180 + j0,1134 \end{pmatrix}$$

$$Y_{12} = \begin{pmatrix} j0,2980 & -j0,08 & -j0,04 \\ -j0,08 & j0,266 & -j0,07 \\ -j0,04 & -j0,07 & j0,40 \end{pmatrix}$$

Linha 13:

$$Z_{13} = \begin{pmatrix} 0,0180 + j0,1500 & 0,011 + j0,080 & 0,008 + j0,040 \\ 0,011 + j0,080 & 0,020 + j0,1345 & 0,018 + j0,040 \\ 0,008 + j0,040 & 0,018 + j0,040 & 0,0190 + j0,19 \end{pmatrix}$$

$$Y_{13} = \begin{pmatrix} j0,3250 & -j0,10 & -j0,06 \\ -j0,10 & j0,270 & -j0,08 \\ -j0,06 & -j0,08 & j0,35 \end{pmatrix}$$

Linha 23:

$$Z_{23} = \begin{pmatrix} 0,0140 + j0,1200 & 0,005 + j0,020 & 0,008 + j0,040 \\ 0,005 + j0,020 & 0,017 + j0,1125 & 0,012 + j0,030 \\ 0,008 + j0,040 & 0,012 + j0,030 & 0,0185 + j0,1434 \end{pmatrix}$$

$$Y_{23} = \begin{pmatrix} j0,310 & -j0,11 & -j0,05 \\ -j0,11 & j0,275 & -j0,06 \\ -j0,05 & -j0,06 & j0,32 \end{pmatrix}$$

A matriz trifásica final é dada por uma matriz 9x9, cujas submatrizes são:

$$Y = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}$$

O resultado das somas no programa MATLAB é:

$$A_{11} = [Z_{12}]^{-1} + [Z_{13}]^{-1} + \frac{[Y_{12}]}{2} + \frac{[Y_{13}]}{2}$$

A11 =

$$\begin{array}{r} 2.4641 -19.7793i -0.9692 + 8.9020i -0.3322 + 1.5810i \\ -0.9692 + 8.9020i 2.4680 -21.4608i 0.5562 + 4.0288i \\ -0.3322 + 1.5810i 0.5562 + 4.0288i 1.5970 -14.8928i \end{array}$$

$$A_{22} = [Z_{21}]^{-1} + [Z_{23}]^{-1} + \frac{[Y_{21}]}{2} + \frac{[Y_{23}]}{2}$$

A22 =

$$\begin{array}{r} 2.1892 -19.2379i -0.3383 + 4.4134i -0.1551 + 3.1221i \\ -0.3383 + 4.4134i 2.3041 -19.9322i 0.2913 + 4.5589i \\ -0.1551 + 3.1221i 0.2913 + 4.5589i 1.9531 -17.1780i \end{array}$$

$$A_{33} = [Z_{32}]^{-1} + [Z_{31}]^{-1} + \frac{[Y_{32}]}{2} + \frac{[Y_{31}]}{2}$$

A33 =

$$\begin{array}{r} 2.1380 -18.6308i -0.8988 + 6.3983i -0.3978 + 3.1718i \\ -0.8988 + 6.3983i 2.4062 -19.9599i 0.8589 + 3.0093i \\ -0.3978 + 3.1718i 0.8589 + 3.0093i 1.0538 -13.2041i \end{array}$$

$$A_{12} = A_{21} = -[Z_{12}]^{-1}$$

A12 =

$$\begin{array}{r} -1.2577 +10.3422i 0.2044 - 3.4986i 0.0447 - 0.7856i \\ 0.2044 - 3.4986i -1.1830 +10.8496i 0.0057 - 2.8242i \\ 0.0447 - 0.7856i 0.0057 - 2.8242i -1.2481 + 9.6333i \end{array}$$

$$A_{13} = A_{31} = -[Z_{13}]^{-1}$$

$A_{13} =$

$$\begin{matrix} -1.2065 + 9.7486i & 0.7648 - 5.4935i & 0.2875 - 0.8454i \\ 0.7648 - 5.4935i & -1.2850 + 10.8793i & -0.5619 - 1.2796i \\ 0.2875 - 0.8454i & -0.5619 - 1.2796i & -0.3489 + 5.6345i \end{matrix}$$

$$A_{23} = A_{32} = -[Z_{23}]^{-1}$$

$A_{23} =$

$$\begin{matrix} -0.9316 + 9.1997i & 0.1339 - 1.0099i & 0.1103 - 2.3814i \\ 0.1339 - 1.0099i & -1.1211 + 9.3532i & -0.2970 - 1.7997i \\ 0.1103 - 2.3814i & -0.2970 - 1.7997i & -0.7050 + 7.9046i \end{matrix}$$

Método de Gauss/Gauss-Seidel com a matriz Y

A equação monofásica da corrente injetada em um nó específico i pode ser colocada na forma trifásica com a introdução de um somatório interno dentro do somatório principal.

$$I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \Rightarrow I_i^p = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^3 Y_{ij}^{pm} V_j^m \quad (3.1)$$

Assim:

$$(S_i^p)^* = (V_i^p)^* \cdot I_i^p = (V_i^p)^* \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^3 Y_{ij}^{pm} V_j^m \quad (3.2)$$

Em que i é o índice da barra, e p é o índice da fase.

Retirando do somatório a tensão V_j^p , temos:

$$Y_{ii}^{pp} V_i^p + \sum_{m=2}^3 Y_{ii}^{pm} V_i^m + \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{m=1}^3 Y_{ij}^{pm} V_j^m = \frac{(S_i^p)^*}{(V_i^p)^*} \quad (3.3)$$

$$Y_{ii}^{pp} V_i^p = \frac{(S_i^p)^*}{(V_i^p)^*} - \sum_{m=2}^3 Y_{ii}^{pm} V_i^m - \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{m=1}^3 Y_{ij}^{pm} V_j^m \quad (3.4)$$

$$V_i^p = \frac{1}{Y_{ii}^{pp}} \left[\frac{(S_i^p)^*}{(V_i^p)^*} - \sum_{m=2}^3 Y_{ii}^{pm} V_i^m - \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{m=1}^3 Y_{ij}^{pm} V_j^m \right] \quad (3.5)$$

Que é a expressão de atualização das tensões das barras PQ para os métodos de Gauss/Gauss-Seidel. A diferença do método de Gauss para o método de Gauss-Seidel é que o método de Gauss usa os valores das variáveis da iteração passada na iteração atual, enquanto que o método de Gauss-Seidel usa os valores das variáveis da iteração atual, na medida em que são calculados.

Revisão do método Gauss-Seidel Z com modelagem monofásica

A partir da equação $[I]=[Y][V]$, pode-se escrever; retirando-se somente a barra 1:

$$\begin{aligned} I_2 &= Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + \dots + Y_{2n}V_n \\ I_3 &= Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3 + \dots + Y_{3n}V_n \\ I_4 &= Y_{41}V_1 + Y_{42}V_2 + Y_{43}V_3 + \dots + Y_{4n}V_n \\ &\vdots \\ I_n &= Y_{n1}V_1 + Y_{n2}V_2 + Y_{n3}V_3 + \dots + Y_{nn}V_n \end{aligned} \quad (3.6)$$

Que na forma compacta é:

$$[I'] = [Y'] \cdot [V'] \quad (3.7)$$

Chamando I'_k na Equação (3.8):

$$I'_k = I_k - Y_{k1}V_1 \quad (3.8)$$

De (3.7), temos:

$$[V'] = [Z'] \cdot [I'] \quad (3.9)$$

A Equação (3.9) na forma expandida é:

$$V_k = \sum_{j=2}^n Z_{kj}(I_j - Y_{j1}V_1) \quad (3.10)$$

Chamando $C_k = \sum_{j=2}^n Z_{kj}Y_{j1}V_1$, obtém-se:

$$V_k = \sum_{j=2}^n Z_{kj}I_j - C_k \quad (3.11)$$

Supondo que a barra 1 é a barra de referência, então a equação $V=ZI$ do sistema de potência é escrita em função da matriz Z (matriz de impedância de barra). As tensões são, portanto, calculadas de acordo com a Equação (3.12).

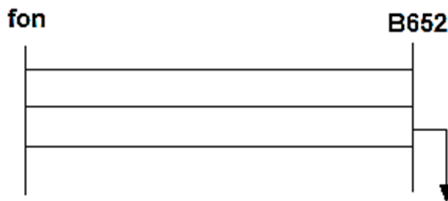
$$\begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2n} \\ Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n2} & Z_{n3} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Método de Gauss-Seidel Z trifásico

O método de Gauss-Seidel com a matriz Z trifásica será demonstrado por meio de um exemplo:

Exemplo 3.2

Resolver numericamente com o auxílio do MATLAB o seguinte sistema trifásico abaixo usando o método de Gauss-Z.



Os dados de impedância de linha são fornecidos abaixo. Por simplicidade do exemplo, não consideramos a matriz de efeito capacitivo da linha.

$$Z_{linha_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 0,0023 + j0,0067 & 0,0010 + j0,0033 & 0,0010 + j0,0028 \\ 0,0010 + j0,0033 & 0,0022 + j0,0069 & 0,0010 + j0,0025 \\ 0,0010 + j0,0028 & 0,0010 + j0,0025 & 0,0022 + j0,0068 \end{pmatrix}$$

A potência da carga nas três fases ligadas em Y em p.u. é dada abaixo:

$$S_A = 1 + j0.5; \quad S_B = 1 + j0.8; \quad S_C = 1 + j0.5$$

A tensão da barra de referência (nó fon) é dada por:

$$V_A = 1 \angle 0^\circ; \quad V_B = 1 \angle -120^\circ; \quad V_C = 1 \angle 120^\circ$$

Solução

O seguinte programa em MATLAB é escrito:

```
%Programa para o exemplo 3.1
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.42364
8;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934;
0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840]
Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056)
%montagem da matriz Y
Y11=inv(Zpu);
Y12=-inv(Zpu);
Y21=-inv(Zpu);
Y22=inv(Zpu);
Y=[Y11 Y12;Y21 Y22];
%Tensao na barra de referencia
V1=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
%Metodo de Gauss
%Calculo do vetor (P-jQ)/V
V=V1;
n=0;
while 1
    Vold=[V(1,1);V(2,1);V(3,1)];
    vetor=[conj((-1-j*0.5)/V(1,1));conj((-1-j*0.8)/V(2,1));conj((-
-1-j*0.5)/V(3,1))];
    V=Zpu*(vetor-Y12*V1);
```

```
n=n+1;
tol=[0.000001;0.000001;0.000001];
if(abs(V-Vold)<tol)
    break;
end
end
n
%Testando a validade da solução
I1=conj((1+j*0.5)/V(1,1));
I2=conj((1+j*0.8)/V(2,1));
I3=conj((1+j*0.5)/V(3,1));
abs(I1);
angle(I1)*180/pi;
abs(I2);
angle(I2)*180/pi;
abs(I3);
angle(I3)*180/pi;
I1+I2+I3;
Vref=V1;
V2=V;
SOMA=conj(Y12*V1+Y22*V2);
Sa=V2(1,1)*SOMA(1,1);
Sb=V2(2,1)*SOMA(2,1);
Sc=V2(3,1)*SOMA(3,1);
S=[Sa;Sb;Sc];
SJ=[1+0.5i;1+0.8i;1+0.5i];
(S+SJ);
```

Nesse código, SOMA corresponde à corrente que chega à barra 2 e que alimenta a carga. Assim (S+SJ) corresponde ao resíduo de potência na barra 2 de carga. Ele é dado por:

ans =

1.0e-006 *

0.0680

0.3080

0.2267

O resultado da simulação do sistema acima é dado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Solução para o sistema do Exemplo 3.1

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
3	0.9972∠-0.1212°	0.9954∠-120.1755°	0.9966∠119.7582°

Fonte: elaborada pelos autores.

Para uma carga ligada em delta, as tensões de linha devem ser calculadas primeiramente, assim como as correntes de fase são calculadas baseadas nas tensões de linha e posteriormente são convertidas para correntes de linha.

O Exemplo 3.2 ilustra a aplicação desses conceitos:

Exemplo 3.3

Para o mesmo sistema do Exemplo 3.1, porém agora com as cargas ligadas em delta, pede-se para solucionar o sistema pelo método de Gauss-Z.

A potência da carga nas três fases ligadas em D em p.u. é dada abaixo:

$$S_{AB} = 1 + j0.5; \quad S_{BC} = 1 + j0.8; \quad S_{CA} = 1 + j0.5$$

A tensão da barra de referência (nó fon) é dada por:

$$V_A = 1\angle 0^\circ; V_B = 1\angle -120^\circ; V_C = 1\angle 120^\circ$$

Solução

O seguinte programa MATLAB é escrito com a adaptação das correntes de linha:

```
%Programa para o exemplo 3.2
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.42364
8;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934
;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840]
Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056)
%montagem da matriz Y
Y11=inv(Zpu);
Y12=-inv(Zpu);
Y21=-inv(Zpu);
Y22=inv(Zpu);
Y=[Y11 Y12;Y21 Y22];
%Tensao na barra de referencia
V1=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
%Metodo de Gauss
%Calculo do vetor (P-jQ)/V
V=V1;
n=0;
vetorPotenciasD=[(-1-j*0.5);(-1-j*0.8);(-1-j*0.5)];
while 1
    Vab=V(1,1)-V(2,1);
    Vbc=V(2,1)-V(3,1);
    Vca=V(3,1)-V(1,1);
    Iab=conj(vetorPotenciasD(1,1)/Vab);
    Ibc=conj(vetorPotenciasD(2,1)/Vbc);
    Ica=conj(vetorPotenciasD(3,1)/Vca);
    Ia=Iab-Ica;
```

```

Ib=Ibc-Iab;
Ic=Ica-Ibc;
vetor=[Ia;Ib;Ic];
Vold=[V(1,1);V(2,1);V(3,1)];
V=Zpu*(vetor-Y12*V1)
n=n+1;
tol=[0.000001;0.000001;0.000001];
if(abs(V-Vold)<tol)
    break;
end
end
%Testando a validade da solução
abs(Ia+Ib+Ic)

```

A solução do sistema rodando o programa acima é:

```

ans =
1.6653e-016

```

Tabela 3.2 – Solução para o sistema do Exemplo 3.2.

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
3	0.9965∠-0.1566°	0.9967∠-120.2250°	0.9960∠119.8368°

Fonte: elaborada pelos autores

O resíduo de corrente com a solução obtida é dado acima.

O exemplo a seguir servirá para demonstrar como se simulam cargas com o modelo de impedância constante. A análise das cargas modeladas como corrente constante podem ser obtidas de maneira similar e serão introduzidas na solução do sistema IEEE 13 barras com o método de Gauss-Z. As cargas foram modeladas até agora como cargas de potência constante.

Exemplo 3.4

Para o mesmo sistema do Exemplo 3.1, porém agora com as cargas ligadas em estrela e modeladas com o modelo de impedância constante, pede-se para solucionar o sistema pelo método de Gauss-Z.

As potências das cargas nas três fases ligadas em Y em p.u. são dadas abaixo:

$$S_A = 2 + j0.5 ; S_B = 2 + j0.8 ; S_C = 2 + j0.5$$

A tensão da barra de referência (nó fon) é dada por:

$$V_A = 1 \angle 0^\circ ; V_B = 1 \angle -120^\circ ; V_C = 1 \angle 120^\circ$$

Solução

O seguinte programa MATLAB é escrito com a adaptação da modelagem da carga com o modelo de impedância constante.

```
%Programa para o exemplo 3.3
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.42364
8;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934
;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840]
Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056)
%montagem da matriz Y
Y11=inv(Zpu);
Y12=-inv(Zpu);
Y21=-inv(Zpu);
Y22=inv(Zpu);
Y=[Y11 Y12;Y21 Y22];
%Tensao na barra de referencia
V1=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
```

```
%Metodo de Gauss
%Calculo do vetor (P-jQ)/V
V=V1;
n=0;
while 1
    Za=abs(V1(1,1))*abs(V1(1,1))/conj(-2-j*0.5);
    Ia=V(1,1)/Za;
    Zb=abs(V1(2,1))*abs(V1(2,1))/conj(-2-j*0.8);
    Ib=V(2,1)/Zb;
    Zc=abs(V1(3,1))*abs(V1(3,1))/conj(-2-j*0.5);
    Ic=V(3,1)/Zc;
    vetor=[Ia;Ib;Ic];
    Vold=V;
    V=Zpu*(vetor-Y12*V1)
    n=n+1;
    tol=[0.000001;0.000001;0.000001];
    if(abs(V-Vold)<tol)
        break;
    end
end
%Testando a validade da solução
I1=conj((2+j*0.5)/V(1,1));
I2=conj((2+j*0.8)/V(2,1));
I3=conj((2+j*0.5)/V(3,1));
abs(I1)
angle(I1)*180/pi
abs(I2)
angle(I2)*180/pi
abs(I3)
angle(I3)*180/pi
I1+I2+I3
Vref=V1;
```

$$\begin{aligned}
 V_2 &= V; \\
 \text{SOMA} &= \text{conj}(Y_{12} * V_1 + Y_{22} * V_2); \\
 S_a &= V_2(1,1) * \text{SOMA}(1,1); \\
 S_b &= V_2(2,1) * \text{SOMA}(2,1); \\
 S_c &= V_2(3,1) * \text{SOMA}(3,1); \\
 S &= [S_a; S_b; S_c]; \\
 \text{SJ} &= [\text{abs}(V_2(1,1)) * \text{abs}(V_2(1,1)) / \text{conj}(Z_a); \text{abs}(V_2(2,1)) * \text{abs}(V_2(2,1)) / \\
 &\quad \text{conj}(Z_b); \text{abs}(V_2(3,1)) * \text{abs}(V_2(3,1)) / \text{conj}(Z_c)]; \\
 (S - \text{SJ})
 \end{aligned}$$

O resíduo de potência nas três fases é dado por (S-SJ):

$$\begin{aligned}
 \text{ans} &= \\
 &1.0\text{e-}007 * \\
 &0.2289 \\
 &0.2897 \\
 &0.3018
 \end{aligned}$$

Observe que a soma das correntes de linha é igual à corrente de neutro na carga ligada em estrela. Esse valor é dado por (I1+I2+I3):

$$\begin{aligned}
 \text{ans} &= \\
 &-0.2581 + 0.1556i
 \end{aligned}$$

A solução do sistema é dada na Tabela 3.3:

Tabela 3 - Solução para o sistema do Exemplo 3.3

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
4	$0.9956 \angle -0.3300^\circ$	$0.9949 \angle -120.4002^\circ$	$0.9952 \angle 119.5259^\circ$

Fonte: elaborada pelos autores

Exemplo 3.5

Faça um programa em MATLAB para determinar as tensões do sistema trifásico IEEE 13barras pelo método de Gauss-Seidel Z trifásico.

Solução

O seguinte programa em MATLAB é escrito:

```
%Programa para o exemplo 3.4
%Configurações
Config601=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673
0.158006+j*0.423648;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817
0.153485+j*0.384934;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934
0.341372+j*1.034840];
Config602=[0.752628+j*1.181370 0.158006+j*0.423648
0.155950+j*0.501673;0.158006+j*0.423648 0.747472+j*1.198264
0.153485+j*0.384934;0.155950+j*0.501673 0.153485+j*0.384934
0.743551+j*1.211241];
Config603=[0 0 0;0 1.329411+j*1.347059 0.206568+j*0.459140;0
0.206568+j*0.459140 1.323791+j*1.356898];
Config604=[1.3238+j*1.3569 0 0.2066+j*0.4591;0 0
0;0.2066+j*0.4591 0 1.3294+j*1.3471];
Config605=[0 0 0;0 0 0;0 0 0 1.329182+j*1.347459];
Config606=[0.798160+j*0.446305 0.319172+j*0.032822
0.284917-j*0.014282;0.319172+j*0.032822 0.789101+j*0.404132
0.319172+j*0.032822;0.284917-j*0.014282 0.319172+j*0.032822
0.798160+j*0.446305];
Config607=[1.3215+j*0.6746 0 0;0 0 0;0 0 0];
config601=10^-6*[j*6.2998 -1.9958*j -1.2595*j;-1.9958*j 5.9597*j
-0.7417*j;-1.2595*j -0.7417*j 5.6386*j];
```

```

config602=10^-6*[j*5.6990 -1.0817*j -1.6905*j;-1.0817*j 5.1795*j
-0.6588*j;-1.6905*j -0.6588*j 5.4246*j];
config603=10^-6*[0 0 0;0 4.7097*j -0.8999*j;0 -0.8999*j 4.6658*j];
config604=10^-6*[4.6658*j 0 -0.8999*j;0 0 0;-0.8999*j 0 4.6658*j];
config605=10^-6*[0 0 0;0 0 0;0 0 4.5193*j];
config606=10^-6*[96.8897*j 0 0;0 96.8897*j 0;0 0 96.8897*j];
config607=10^-6*[88.9912*j 0 0;0 0 0;0 0 0];
%Matrizes de impedâncias
Z650632pu=(2000*3/(5280*173.056))*Config601;
Z632633pu=(500*3/(5280*173.056))*Config602;
Z633634pu=[0.0066+j*0.012 0 0;0 0.0066+j*0.012 0;0 0
0.0066+j*0.012];
Z632645pu=(500*3/(5280*173.056))*Config603;
Z645646pu=(300*3/(5280*173.056))*Config603;
Z632fictpu=(500*3/(5280*173.056))*Config601;
Zfict671pu=(1500*3/(5280*173.056))*Config601;
Z671684pu=(300*3/(5280*173.056))*Config604;
Z684611pu=(300*3/(5280*173.056))*Config605;
Z684652pu=(800*3/(5280*173.056))*Config607;
Z671680pu=(1000*3/(5280*173.056))*Config601;
Z692675pu=(500*3/(5280*173.056))*Config606;
%Matrizes de admitâncias
Matrizzero=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
%Matriz Z
%Várias Matrizes que compõem a matriz z

```

```

z12=Z650632pu;
z23=Z632645pu;
z34=Z645646pu;
z25=Z632633pu;
z56=Z633634pu;
z27=Z632fictpu;
z78=Zfict671pu;
z810=Z671684pu;
z813=Matrizzero;
z89=Z671680pu;
z1314=Z692675pu;
z1011=Z684611pu;
z1012=Z684652pu;
%z56=Matrizzero;
%Montagem da Matriz Z
Z=[z12 z12    z12    z12 z12    z12    z12    z12
z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12;
z12 z12+z23 z12+z23    z12 z12    z12    z12    z12
z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12;
z12 z12+z23 z12+z23+z34 z12 z12    z12    z12    z12
z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12;
z12 z12    z12    z12+z25 z12+z25    z12    z12    z12
z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12;
z12 z12    z12    z12+z25 z12+z25+z56 z12    z12    z12
z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12    z12;
z12 z12    z12    z12 z12    z12+z27 z12+z27    z12+z27
z12+z27    z12+z27    z12+z27    z12+z27
z12+z27;

```

$$\begin{array}{ccc} z_{12} & z_{12} & z_{12} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}}; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} z_{12} & z_{12} & z_{12+z_{27}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}}; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} z_{12} & z_{12} & z_{12+z_{27}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}+z_{810}} & z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}+z_{810}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}+z_{810}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}}; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} z_{12} & z_{12} & z_{12+z_{27}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}+z_{810}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}+z_{810}+z_{1011}} & z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}+z_{810}} & \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}}; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} z_{12} & z_{12} & z_{12+z_{27}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}+z_{810}} & z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}+z_{810}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{89}+z_{810}+z_{1012}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}}; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} z_{12} & z_{12} & z_{12+z_{27}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{813}} & z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{813}}; \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} z_{12} & z_{12} & z_{12+z_{27}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}} \\ z_{12+z_{27}+z_{78}} & z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{813}} & \\ z_{12+z_{27}+z_{78}+z_{813}+z_{1314}}; \end{array}$$

%Z=inv(Yred);

%Potencias das cargas em pu

P634pu=[-1.6-j*1.1;-1.2-j*0.9;-1.2-j*0.9];

P645pu=[0;-1.7-j*1.25;0];

P646pu=[0;-2.3-j*1.32;0];

```
P652pu=[-1.28-j*0.86;0;0];
P671pu=[-3.85-j*2.20;-3.85-j*2.20;-3.85-j*2.20];
P675pu=[-4.85-j*1.9;-0.68-j*0.60;-2.90-j*2.12];
P692pu=[0;0;-1.7-j*1.51];
P611pu=[0;0;-1.7-j*0.80];
P671cdpu=[-0.0567-j*0.033;-0.22-j*0.1267;-0.39-j*0.2267];
Pfictpu=[-0.1134-j*0.066;-0.44-j*0.2534;-0.78-j*0.4534];
%Inicio do Metodo de Gauss Seidel
%V1=[1.0625;1.05*cos(-2*pi/3)+j*1.05*sin(-2*pi/3);1.0688*cos(2*pi/3)+j*1.0688*sin(2*pi/3)];
nominal=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
inicial=[1.0625;1.05*cos(-2*pi/3)+j*1.05*sin(-2*pi/3);1.06875*cos(2*pi/3)+j*1.06875*sin(2*pi/3)];
V1=inicial;
V2=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V3=[0;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V4=[0;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V5=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V6=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V14=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V10=[1;0;1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V8=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V11=[0;0;1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V7=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
V9=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
```

```
V12=[1;0;0];
V13=[1;1*cos(-2*pi/3)+j*sin(-2*pi/3);1*cos(2*pi/3)+j*sin(2*pi/3)];
zero=[0;0;0];
V=[V2;V3;V4;V5;V6;V7;V8;V9;V10;V11;V12;V13;V14];
n=0;
while 1
    %Barra 2
    I2=Y12*V1;
    %Barra 3
    I3a=0;
    I3b=conj(P645pu(2,1)/V3(2,1));
    I3c=0;
    %I3a=I3ab-I3ca;
    I3=[0;I3b;0];
    %Barra 4
    V4bcinicial=nominal(2,1)-nominal(3,1);
    Zbc=abs(V4bcinicial)*abs(V4bcinicial)/conj(P646pu(2,1));
    V4bc=V4(2,1)-V4(3,1);
    Ibc=V4bc/Zbc;
    Iab=0;
    Ica=0;
    %Ia=Iab-Ica;
    Ib=Ibc-Iab;
    Ic=Ica-Ibc;
    I4=[0;Ib;Ic];
```

%Barra 5

I5=zero;

%Barra 6

I6a=conj(P634pu(1,1)/V6(1,1));

I6b=conj(P634pu(2,1)/V6(2,1));

I6c=conj(P634pu(3,1)/V6(3,1));

I6=[I6a;I6b;I6c];

%I6=[0;0;0];

%Barra 7

I7a=conj(Pfictpu(1,1)/V7(1,1));

I7b=conj(Pfictpu(2,1)/V7(2,1));

I7c=conj(Pfictpu(3,1)/V7(3,1));

I7=[I7a;I7b;I7c];

%Barra 8

V8ab=V8(1,1)-V8(2,1);

V8bc=V8(2,1)-V8(3,1);

V8ca=V8(3,1)-V8(1,1);

Iab=conj(P671pu(1,1)/V8ab);

Ibc=conj(P671pu(2,1)/V8bc);

Ica=conj(P671pu(3,1)/V8ca);

Ia1=Iab-Ica;

Ib1=Ibc-Iab;

Ic1=Ica-Ibc;

Ia2=conj(P671cdpu(1,1)/V8(1,1));

Ib2=conj(P671cdpu(2,1)/V8(2,1));

```
Ic2=conj(P671cdpu(3,1)/V8(3,1));
I8=[Ia1+Ia2;Ib1+Ib2;Ic1+Ic2];
%Barra 10
I10=[0;0;0];
%Barra 9
I9=zeros;
%Barra 11
%Ia=0;
%Ib=0;
Icmodinicial=conj(P611pu(3,1)/nominal(3,1));
Ic=abs(Icmodinicial)*(cos(angle(V11(3,1))-angle(P611pu(3,1)))+j*
sin(angle(V11(3,1))-angle(P611pu(3,1))));
Bc=-100/((4.16/sqrt(3))*(4.16/sqrt(3))*1000);
Bcbase=(4160/sqrt(3))*(4160/sqrt(3))/100000;
YBcbase=1/Bcbase;
Bcpu=Bc/YBcbase;
IC11=j*Bcpu*V11(3,1);
I11=[0;0;Ic+IC11];
%Barra 12
Za=abs(nominal(1,1))*abs(nominal(1,1))/conj(P652pu(1,1));
Ia=V12(1,1)/Za;
I12=[Ia;0;0];
%Barra 13
V13ca=nominal(3,1)-nominal(1,1);
V13cal=V13(3,1)-V13(1,1);
```



```

Icacte=conj(P692pu(3,1)/V13ca);
Ica=abs(Icacte)*(cos(angle(V13cal)-angle(P692pu(3,1)))+j*sin(ang
le(V13cal)-angle(P692pu(3,1))));
Iab=0;
Ibc=0;
Ia1=Iab-Ica;
Ib1=Ibc-Iab;
Ic1=Ica-Ibc;
I13=[Ia1;Ib1;Ic1];
%Barra 14
I14a=conj(P675pu(1,1)/V14(1,1));
I14b=conj(P675pu(2,1)/V14(2,1));
I14c=conj(P675pu(3,1)/V14(3,1));
Bc=-200/((4.16/sqrt(3))*(4.16/sqrt(3))*1000);
Bcbase=(4160/sqrt(3))*(4160/sqrt(3))/100000;
YBcbase=1/Bcbase;
Bcpu=Bc/YBcbase;
IC14_A=j*Bcpu*V14(1,1);
IC14_B=j*Bcpu*V14(2,1);
IC14_C=j*Bcpu*V14(3,1);
I14=[I14a+IC14_A;I14b+IC14_B;I14c+IC14_C];
I=[I2;I3;I4;I5;I6;I7;I8;I9;I10;I11;I12;I13;I14];
V2old=[V(1,1);V(2,1);V(3,1)];
V3old=[V(4,1);V(5,1);V(6,1)];
V4old=[V(7,1);V(8,1);V(9,1)];

```

```
V5old=[V(10,1);V(11,1);V(12,1)];
V6old=[V(13,1);V(14,1);V(15,1)];
V7old=[V(16,1);V(17,1);V(18,1)];
V8old=[V(19,1);V(20,1);V(21,1)];
V9old=[V(22,1);V(23,1);V(24,1)];
V10old=[V(25,1);V(26,1);V(27,1)];
V11old=[V(28,1);V(29,1);V(30,1)];
V12old=[V(31,1);V(32,1);V(33,1)];
V13old=[V(34,1);V(35,1);V(36,1)];
V14old=[V(37,1);V(38,1);V(39,1)];
V=Z*I;
V2=[V(1,1);V(2,1);V(3,1)];
V3=[V(4,1);V(5,1);V(6,1)];
V4=[V(7,1);V(8,1);V(9,1)];
V5=[V(10,1);V(11,1);V(12,1)];
V6=[V(13,1);V(14,1);V(15,1)];
V7=[V(16,1);V(17,1);V(18,1)];
V8=[V(19,1);V(20,1);V(21,1)];
V9=[V(22,1);V(23,1);V(24,1)];
V10=[V(25,1);V(26,1);V(27,1)];
V11=[V(28,1);V(29,1);V(30,1)];
V12=[V(31,1);V(32,1);V(33,1)];
V13=[V(34,1);V(35,1);V(36,1)];
V14=[V(37,1);V(38,1);V(39,1)];
n=n+1;
```

```
if(n==10)
    break;
end
tol=[0.000001;0.000001;0.000001];
if(abs(V2-V2old)<tol & abs(V3-V3old)<tol & abs(V4-V4old)<tol
& abs(V5-V5old)<tol & abs(V6-V6old)<tol & abs(V7-V7old)<tol
& abs(V8-V8old)<tol & abs(V9-V9old)<tol & abs(V10-V10old)<tol
& abs(V11-V11old)<tol & abs(V12-V12old)<tol & abs(V13-
V13old)<tol & abs(V14-V14old)<tol)
    break;
end
end
```

Método de fluxo de potência trifásico baseado em iterações “ForwardSweep/BackwardSweep” (Ladder Iterative Technique)

O fluxo de carga trifásico para distribuição que se apresenta neste capítulo é denominado em inglês de *Ladder Iterative Technique* ou técnica iterativa de passos. A título ilustrativo, será explanada a resolução do sistema elétrico IEEE 13 barras com regulador usando essa técnica, que se encontra mais bem detalhada na referência (KERSTING, 2012). Em suma, trata-se de procedimento apropriado ao processamento computacional de sistemas trifásicos de distribuição radiais.

Essa técnica consiste em se partir dos nós ou barras mais distantes da subestação, calcular a corrente das mesmas com tensão nominal e acumular essas correntes caminhando em direção à subestação. À medida que as correntes são acumuladas, a queda de tensão também é calculada por equações normalmente parecidas com $[V_i] = [V_k] + [Z][I]$, em que i e k se referem aos índices das barras i e k . $[Z]$ é a matriz de impedância trifásica da linha de distribuição. $[I]$ é o vetor de correntes trifásicas. Foi dito que as equações são normalmente parecidas com

a equação acima, porque esta despreza o efeito capacitivo das linhas. Quando a tensão no nó da subestação é calculada, ela é comparada com um erro. Se as tensões nas três fases estiverem dentro desse erro, o programa convergiu. Se não, o processo de volta ou *BackwardSweep* é iniciado e consiste no cálculo da queda de tensão usando-se a tensão especificada na subestação e a corrente calculada no *ForwardSweep*. Uma vez que se chega aos nós terminais, as correntes são atualizadas, e o processo de *ForwardSweep* é repetido novamente.

Exemplo 3.6

Faça um programa em MATLAB para determinar as tensões do sistema trifásico IEEE 13barras pela *Ladder Iterative Technique*.

Solução

```
%Programa para o exemplo 3.5
clear all;
clc;
%IEEE 13 barras
Config601=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673
0.158006+j*0.423648;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817
0.153485+j*0.384934;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934
0.341372+j*1.034840];
Config602=[0.752628+j*1.181370 0.158006+j*0.423648
0.155950+j*0.501673;0.158006+j*0.423648 0.747472+j*1.198264
0.153485+j*0.384934;0.155950+j*0.501673 0.153485+j*0.384934
0.743551+j*1.211241];
Config603=[0 0 0;0 1.329411+j*1.347059 0.206568+j*0.459140;0
0.206568+j*0.459140 1.323791+j*1.356898];
Config604=[1.3238+j*1.3569 0 0.2066+j*0.4591;0 0
0;0.2066+j*0.4591 0 1.3294+j*1.3471];
Config605=[0 0 0;0 0 0;0 0 0 1.329182+j*1.347459];
```

$$\text{Config606}=[0.798160+j*0.446305 \ 0.319172+j*0.032822 \\ 0.284917-j*0.014282;0.319172+j*0.032822 \ 0.789101+j*0.404132 \\ 0.319172+j*0.032822;0.284917-j*0.014282 \ 0.319172+j*0.032822 \\ 0.798160+j*0.446305];$$

$$\text{Config607}=[1.3215+j*0.6746 \ 0 \ 0;0 \ 0 \ 0;0 \ 0 \ 0];$$

$$m632645=(500/5280)*\text{Config603};$$

$$m632633=(500/5280)*\text{Config602};$$

$$m645646=(300/5280)*\text{Config603};$$

$$m653632=(2000/5280)*\text{Config601};$$

$$m684652=(800/5280)*\text{Config607};$$

$$m632654=(500/5280)*\text{Config601};$$

$$m654671=(1500/5280)*\text{Config601};$$

$$m671684=(300/5280)*\text{Config604};$$

$$m671680=(1000/5280)*\text{Config601};$$

$$m684611=(300/5280)*\text{Config605};$$

$$m692675=(500/5280)*\text{Config606};$$

%Trafo 2

$$nt2=4.16/0.48;$$

$$at2=[nt2 \ 0 \ 0;0 \ nt2 \ 0;0 \ 0 \ nt2];$$

$$Zt2=(0.011+j*0.02)*(0.48*0.48*1000/500);$$

$$bt2=[nt2*Zt2 \ 0 \ 0;0 \ nt2*Zt2 \ 0;0 \ 0 \ nt2*Zt2];$$

$$dt2=[1/nt2 \ 0 \ 0;0 \ 1/nt2 \ 0;0 \ 0 \ 1/nt2];$$

$$At2=dt2;$$

$$Bt2=[Zt2 \ 0 \ 0;0 \ Zt2 \ 0;0 \ 0 \ Zt2];$$

%Correntes

$$D=[1 \ -1 \ 0;0 \ 1 \ -1;-1 \ 0 \ 1];$$

```

ML=[1 0 -1;-1 1 0;0 -1 1];
S634a=(160000+j*110000);
S634b=(120000+j*90000);
S634c=(120000+j*90000);
S634=[S634a;S634b;S634c];
V675=[(4160/sqrt(3));(4160/sqrt(3))*cos(-2*pi/3)+j*(4160/
sqrt(3))*sin(-2*pi/3);(4160/sqrt(3))*cos(2*pi/3)+j*(4160/
sqrt(3))*sin(2*pi/3)];
V634=[(480/sqrt(3));(480/sqrt(3))*cos(-2*pi/3)+j*(480/sqrt(3))*sin(-
2*pi/3);(480/sqrt(3))*cos(2*pi/3)+j*(480/sqrt(3))*sin(2*pi/3)];
V646=[0;V675(2,1);V675(3,1)];
I634a=conj(S634(1,1)/V634(1,1));
I634b=conj(S634(2,1)/V634(2,1));
I634c=conj(S634(3,1)/V634(3,1));
I634=[I634a;I634b;I634c];
S646a=0;
S646b=(230000+j*132000);
S646c=0;
S646=[S646a;S646b;S646c];
V646L=D*S646;
Z646=[0;abs(V646L(2,1))*abs(V646L(2,1))/conj(S646b);0];
I646a=0;
I646b=V646L(2,1)/Z646(2,1);
I646c=0;
I646=[I646a;I646b;I646c];
I646L=ML*I646;

```

$$S652a=(128000+j*86000);$$

$$S652b=0;$$

$$S652c=0;$$

$$V652=[V675(1,1);0;0];$$

$$S652=[S652a;S652b;S652c];$$

$$Z652=[\text{abs}(V652(1,1))*\text{abs}(V652(1,1))/\text{conj}(S652(1,1));0;0];$$

$$I652a=V652(1,1)/Z652(1,1);$$

$$I652b=0;$$

$$I652c=0;$$

$$I652=[I652a;I652b;I652c];$$

$$S611a=0;$$

$$S611b=0;$$

$$S611c=(170000+j*80000);$$

$$V611=[0;0;V675(3,1)];$$

$$S611=[S611a;S611b;S611c];$$

$$I611a=0;$$

$$I611b=0;$$

$$I611fc=\text{conj}(S611(3,1)/V611(3,1));$$

$$I611=[I611a;I611b;I611fc];$$

$$S675a=(485000+j*190000);$$

$$S675b=(68000+j*60000);$$

$$S675c=(290000+j*212000);$$

$$S675=[S675a;S675b;S675c];$$

$$I675a=\text{conj}(S675(1,1)/V675(1,1));$$

$$I675b=\text{conj}(S675(2,1)/V675(2,1));$$

```

I675c=conj(S675(3,1)/V675(3,1));
I675=[I675a;I675b;I675c];
IB675=[j*0.03467*V675(1,1);j*0.03467*V675(2,1);j*0.03467
*V675(3,1)];
IB611=[0;0;j*0.017335*V611(3,1)];
S692=[0;0;(170000+j*151000)];
V692=[V675(1,1);V675(2,1);V675(3,1)];
V692in=V675+m692675*(I675+IB675);
V692Lin=D*V692in;
I692c=conj(S692(3,1)/V692Lin(3,1));
%Processo iterativo
ELNs=1.0*[4160/sqrt(3);(4160/sqrt(3))*cos(-2*pi/3)+j*(4160/
sqrt(3))*sin(-2*pi/3);(4160/sqrt(3))*cos(2*pi/3)+j*(4160/
sqrt(3))*sin(2*pi/3)];
ELLS=D*ELNs;
U=[1 0 0;0 1 0;0 0 1];
n=0;
IB680=[0;0;0];
while 1
    V692=V675+m692675*(I675+IB675);
    V692L=D*V692;
    I692a=0;
    I692b=0;
    I692c=abs(I692c)*cos(angle(conj(S692(3,1)/
V692L(3,1))))+j*abs(I692c)*sin(angle(conj(S692(3,1)/V692L(3,1))));
    I692=[I692a;I692b;I692c];

```


$$I692L=ML*I692;$$

$$V684c=V611(3,1)+m684611(3,3)*(I611(3,1)+IB611(3,1));$$

$$V684a=V652(1,1)+m684652(1,1)*I652(1,1);$$

$$V684b=0;$$

$$V684=[V684a;V684b;V684c];$$

$$V671=V684+m671684*(I652+I611+IB611);$$

$$V671=V692;$$

%Corrente da barra 671 corrente do D+corrente da Y

$$SYa=(17000/3+j*10000/3);$$

$$SYb=(66000/3+j*38000/3);$$

$$SYc=(117000/3+j*68000/3);$$

$$SY671=[SYa;SYb;SYc];$$

$$IY671a=conj(SY671(1,1)/V671(1,1));$$

$$IY671b=conj(SY671(2,1)/V671(2,1));$$

$$IY671c=conj(SY671(3,1)/V671(3,1));$$

$$IY671=[IY671a;IY671b;IY671c];$$

$$SDa=(385000+220000*j);$$

$$SDb=SDa;$$

$$SDc=SDa;$$

$$SD671=[SDa;SDb;SDc];$$

$$VD671=D*V671;$$

$$ID671a=conj(SD671(1,1)/VD671(1,1));$$

$$ID671b=conj(SD671(2,1)/VD671(2,1));$$

$$ID671c=conj(SD671(3,1)/VD671(3,1));$$

$$ID671=[ID671a;ID671b;ID671c];$$

$$IDL671=ML*ID671;$$

$$I671=IY671+IDL671;$$

$$V654=V671+m654671*(I671+I611+IB611+I652+I692L+I675+IB675+IB680);$$

$$S654a=(2/3)*17000+j*(2/3)*10000;$$

$$S654b=(2/3)*66000+j*(2/3)*38000;$$

$$S654c=(2/3)*117000+j*(2/3)*68000;$$

$$S654=[S654a;S654b;S654c];$$

$$I654a=conj(S654(1,1)/V654(1,1));$$

$$I654b=conj(S654(2,1)/V654(2,1));$$

$$I654c=conj(S654(3,1)/V654(3,1));$$

$$I654=[I654a;I654b;I654c];$$

$$V632=V654+m632654*(I654+I652+I611+IB611+I671+I692L+I675+IB675+IB680);$$

$$I633=dt2*I634;$$

$$V633=at2*V634+bt2*I634;$$

$$V632=V633+m632633*I633;$$

$$V645=V646+m645646*I646L;$$

$$S645a=0;$$

$$S645b=(170000+j*125000);$$

$$S645c=0;$$

$$S645=[S645a;S645b;S645c];$$

$$I645a=0;$$

$$I645b=conj(S645(2,1)/V645(2,1));$$

$$I645c=conj(S645(3,1)/V645(3,1));$$

$$I645=[I645a;I645b;I645c];$$

```
V653=V632+m653632*(I645+I646L+I633 +I652+ I611+IB611+I671
+I692L+I675+IB675+I654+IB680);
```

```
V653L=D*V653;
```

```
erro1=abs(ELLS(1,1)-V653L(1,1))/4160;
```

```
erro2=abs(ELLS(2,1)-V653L(2,1))/4160;
```

```
erro3=abs(ELLS(3,1)-V653L(3,1))/4160;
```

```
max=erro1;
```

```
if erro2>max
```

```
    max=erro2;
```

```
end
```

```
if erro3>max
```

```
    max=erro3;
```

```
end
```

```
erro=max;
```

```
if erro<0.0001 || n==10
```

```
    break;
```

```
end
```

```
V632=ELNs-m653632*(I645+I646L+I633+I652+I611+IB611+I67
1+I692L+I675+IB675+I654+IB680)
```

```
V633=V632-m632633*I633;
```

```
V634=At2*V633-Bt2*I634;
```

```
V645=V632-m632645*(I645+I646L);
```

```
V645(1,1)=0;
```

```
V646=V645-m645646*I646L;
```

```
V646(1,1)=0;
```

$$V654=V632-m632654*(I654+I652+I611+IB611+I671+I692L+I675+IB675+IB680);$$

$$V671=V654-m654671*(I671+I611+IB611+I652+I692L+I675+IB675+IB680);$$

$$V680=V671-m671680*IB680;$$

$$V684=V671-m671684*(I652+I611+IB611);$$

$$V684(2,1)=0;$$

$$V611=V684-m684611*(I611+IB611);$$

$$V611(1,1)=0;$$

$$V611(2,1)=0;$$

$$V652=V684-m684652*I652;$$

$$V652(2,1)=0;$$

$$V652(3,1)=0;$$

$$V692=V671;$$

$$V675=V692-m692675*(I675+IB675);$$

%Recalcula as correntes nos nos finais

%I634

$$I634a=conj(S634(1,1)/V634(1,1));$$

$$I634b=conj(S634(2,1)/V634(2,1));$$

$$I634c=conj(S634(3,1)/V634(3,1));$$

$$I634=[I634a;I634b;I634c];$$

%I646

$$V646L=D*V646;$$

$$I646a=0;$$

$$I646b=V646L(2,1)/Z646(2,1);$$

$$I646c=0;$$

```
I646=[I646a;I646b;I646c];
I646L=ML*I646;
%I652
I652a=V652(1,1)/Z652(1,1);
I652b=0;
I652c=0;
I652=[I652a;I652b;I652c];
%I611
I611a=0;
I611b=0;
I611c=abs(I611fc)*cos(angle(conj(S611(3,1)/V611(3,1))))+j*abs(I-
611fc)*sin(angle(conj(S611(3,1)/V611(3,1))));
I611=[I611a;I611b;I611c];
%I675
I675a=conj(S675(1,1)/V675(1,1));
I675b=conj(S675(2,1)/V675(2,1));
I675c=conj(S675(3,1)/V675(3,1));
I675=[I675a;I675b;I675c];
%Correntes dos bancos
IB675=[j*0.034670858*V675(1,1);j*0.034670858*V675(2,1);j*0.034
670858*V675(3,1)];
IB611=[0;0;j*0.017335428*V611(3,1)];
n=n+1;
end
%Calcula Rlinha e Xlinha regulador
%Calcula Rlinha e Xlinha regulador
```

$$Zeq1=(ELNs(1,1)-V632(1,1))/(I54(1,1)+I645(1,1)+I646L(1,1)+I633(1,1)+I652(1,1)+I611(1,1)+IB611(1,1)+I671(1,1)+I692L(1,1)+I675(1,1)+IB675(1,1)+IB680(1,1));$$

$$Zeq2=(ELNs(2,1)-V632(2,1))/(I54(2,1)+I645(2,1)+I646L(2,1)+I633(2,1)+I652(2,1)+I611(2,1)+IB611(2,1)+I671(2,1)+I692L(2,1)+I675(2,1)+IB675(2,1)+IB680(2,1));$$

$$Zeq3=(ELNs(3,1)-V632(3,1))/(I54(3,1)+I645(3,1)+I646L(3,1)+I633(3,1)+I652(3,1)+I611(3,1)+IB611(3,1)+I671(3,1)+I692L(3,1)+I675(3,1)+IB675(3,1)+IB680(3,1));$$

$$Zeq=(Zeq1+Zeq2+Zeq3)/3;$$

$$zlinhareg=(700/20)*Zeq;$$

$$zlinharegA=3+j*9;$$

$$zlinharegB=3+j*9;$$

$$zlinharegC=3+j*9;$$

$$zohmsregA=zlinharegA/5;$$

$$zohmsregB=zlinharegB/5;$$

$$zohmsregC=zlinharegC/5;$$

%Calcula taps regulador

$$Vrega=ELNs(1,1)/20;$$

$$Vregb=ELNs(2,1)/20;$$

$$Vregc=ELNs(3,1)/20;$$

$$Vreg=[Vrega;Vregb;Vregc];$$

$$Icompa=(I654(1,1)+I645(1,1)+I646L(1,1)+I633(1,1)+I652(1,1)+I611(1,1)+IB611(1,1)+I671(1,1)+I692L(1,1)+I675(1,1)+IB675(1,1)+IB680(1,1))/140;$$

$$Icompb=(I654(2,1)+I645(2,1)+I646L(2,1)+I633(2,1)+I652(2,1)+I611(2,1)+IB611(2,1)+I671(2,1)+I692L(2,1)+I675(2,1)+IB675(2,1)+IB680(2,1))/140;$$

```
Icomp=(I654(3,1)+I645(3,1)+I646L(3,1)+I633(3,1)+I652(3,1)+I611(3,1)+IB611(3,1)+I671(3,1)+I692L(3,1)+I675(3,1)+IB675(3,1)+IB680(3,1))/140;
```

```
Icomp=[Icompa;Icompb;Icompc];
```

```
zcomp=[zohmsregA 0 0;0 zohmsregB 0;0 0 zohmsregC];
```

```
Vrelay=Vreg-zcomp*Icomp;
```

```
tapa=(122-abs(Vrelay(1,1)))/0.75
```

```
tapb=(122-abs(Vrelay(2,1)))/0.75
```

```
tapc=(122-abs(Vrelay(3,1)))/0.75
```

```
Tapa=round(tapa);
```

```
Tapb=round(tapb);
```

```
Tapc=round(tapc);
```

```
dRegulador(1,1)=1+0.00625*Tapa;
```

```
dRegulador(1,2)=0;
```

```
dRegulador(1,3)=0;
```

```
dRegulador(2,1)=0;
```

```
dRegulador(2,2)=1+0.00625*Tapb;
```

```
dRegulador(2,3)=0;
```

```
dRegulador(3,1)=0;
```

```
dRegulador(3,2)=0;
```

```
dRegulador(3,3)=1+0.00625*Tapc;
```

```
aRegulador=inv(dRegulador);
```

```
%Roda Fluxo de Carga com Regulador
```

```
D=[1 -1 0;0 1 -1;-1 0 1];
```

```
ML=[1 0 -1;-1 1 0;0 -1 1];
```

```
S634a=160000+j*110000;
```

$$S634b=120000+j*90000;$$

$$S634c=120000+j*90000;$$

$$S634=[S634a;S634b;S634c];$$

$$V675=[(4160/\sqrt{3});(4160/\sqrt{3})*\cos(-2*\pi/3)+j*(4160/\sqrt{3})*\sin(-2*\pi/3);(4160/\sqrt{3})*\cos(2*\pi/3)+j*(4160/\sqrt{3})*\sin(2*\pi/3)];$$

$$V634=[(480/\sqrt{3});(480/\sqrt{3})*\cos(-2*\pi/3)+j*(480/\sqrt{3})*\sin(-2*\pi/3);(480/\sqrt{3})*\cos(2*\pi/3)+j*(480/\sqrt{3})*\sin(2*\pi/3)];$$

$$V646=[0;V675(2,1);V675(3,1)];$$

$$I634a=\text{conj}(S634(1,1)/V634(1,1));$$

$$I634b=\text{conj}(S634(2,1)/V634(2,1));$$

$$I634c=\text{conj}(S634(3,1)/V634(3,1));$$

$$I634=[I634a;I634b;I634c];$$

$$S646a=0;$$

$$S646b=230000+j*132000;$$

$$S646c=0;$$

$$S646=[S646a;S646b;S646c];$$

$$V646L=D*V646;$$

$$Z646=[0;\text{abs}(V646L(2,1))*\text{abs}(V646L(2,1))/\text{conj}(S646b);0];$$

$$I646a=0;$$

$$I646b=V646L(2,1)/Z646(2,1);$$

$$I646c=0;$$

$$I646=[I646a;I646b;I646c];$$

$$I646L=ML*I646;$$

$$S652a=128000+j*86000;$$

$$S652b=0;$$

S652c=0;

V652=[V675(1,1);0;0];

S652=[S652a;S652b;S652c];

Z652=[abs(V652(1,1))*abs(V652(1,1))/conj(S652(1,1));0;0];

I652a=V652(1,1)/Z652(1,1);

I652b=0;

I652c=0;

I652=[I652a;I652b;I652c];

S611a=0;

S611b=0;

S611c=170000+j*80000;

V611=[0;0;V675(3,1)];

S611=[S611a;S611b;S611c];

I611a=0;

I611b=0;

I611fc=conj(S611(3,1)/V611(3,1));

I611=[I611a;I611b;I611fc];

S675a=485000+j*190000;

S675b=68000+j*60000;

S675c=290000+j*212000;

S675=[S675a;S675b;S675c];

I675a=conj(S675(1,1)/V675(1,1));

I675b=conj(S675(2,1)/V675(2,1));

I675c=conj(S675(3,1)/V675(3,1));

I675=[I675a;I675b;I675c];

```

IB675=[j*0.03467*V675(1,1);j*0.03467*V675(2,1);j*0.034
67*V675(3,1)];
IB611=[0;0;j*0.017335*V611(3,1)];
S692=[0;0;170000+j*151000];
V692=[V675(1,1);V675(2,1);V675(3,1)];
V692in=V675+m692675*(I675+IB675);
V692Lin=D*V692in;
I692c=conj(S692(3,1)/V692Lin(3,1));
%Processo iterativo
ELNs=1.0*[4160/sqrt(3);(4160/sqrt(3))*cos(-2*pi/3)+j*(4160/
sqrt(3))*sin(-2*pi/3);(4160/sqrt(3))*cos(2*pi/3)+j*(4160/
sqrt(3))*sin(2*pi/3)];
ELLS=D*ELNs;
U=[1 0 0;0 1 0;0 0 1];
n=0;
while 1
    V692=V675+m692675*(I675+IB675);
    V692L=D*V692;
    I692a=0;
    I692b=0;
    I692c=abs(I692c)*cos(angle(conj(S692(3,1)/V692L(3,1))))+j*ab-
s(I692c)*sin(angle(conj(S692(3,1)/V692L(3,1))));
    I692=[I692a;I692b;I692c];
    I692L=ML*I692;
V684c=V611(3,1)+m684611(3,3)*(I611(3,1)+IB611(3,1));
V684a=V652(1,1)+m684652(1,1)*I652(1,1);

```

$$V684b=0;$$

$$V684=[V684a;V684b;V684c];$$

$$V671=V684+m671684*(I652+I611+IB611);$$

$$V671=V692;$$

%Corrente da barra 671 corrente do D+corrente da Y

$$SYa=17000/3+j*10000/3;$$

$$SYb=66000/3+j*38000/3;$$

$$SYc=117000/3+j*68000/3;$$

$$SY671=[SYa;SYb;SYc];$$

$$IY671a=conj(SY671(1,1)/V671(1,1));$$

$$IY671b=conj(SY671(2,1)/V671(2,1));$$

$$IY671c=conj(SY671(3,1)/V671(3,1));$$

$$IY671=[IY671a;IY671b;IY671c];$$

$$SDa=385000+220000*j;$$

$$SDb=SDa;$$

$$SDc=SDa;$$

$$SD671=[SDa;SDb;SDc];$$

$$VD671=D*V671;$$

$$ID671a=conj(SD671(1,1)/VD671(1,1));$$

$$ID671b=conj(SD671(2,1)/VD671(2,1));$$

$$ID671c=conj(SD671(3,1)/VD671(3,1));$$

$$ID671=[ID671a;ID671b;ID671c];$$

$$IDL671=ML*ID671;$$

$$I671=IY671+IDL671;$$

$$V654=V671+m654671*(I671+I611+B611+I652+I692L+I675+IB675);$$

$$S654a=(2/3)*17000+j*(2/3)*10000;$$

$$S654b=(2/3)*66000+j*(2/3)*38000;$$

$$S654c=(2/3)*117000+j*(2/3)*68000;$$

$$S654=[S654a;S654b;S654c];$$

$$I654a=\text{conj}(S654(1,1)/V654(1,1));$$

$$I654b=\text{conj}(S654(2,1)/V654(2,1));$$

$$I654c=\text{conj}(S654(3,1)/V654(3,1));$$

$$I654=[I654a;I654b;I654c];$$

$$V632=V654+m632654*(I654+I652+I611+B611+I671+I692L+I675+IB675);$$

$$I633=dt2*I634;$$

$$V633=at2*V634+bt2*I634;$$

$$V632=V633+m632633*I633;$$

$$V645=V646+m645646*I646L;$$

$$S645a=0;$$

$$S645b=170000+j*125000;$$

$$S645c=0;$$

$$S645=[S645a;S645b;S645c];$$

$$I645a=0;$$

$$I645b=\text{conj}(S645(2,1)/V645(2,1));$$

$$I645c=\text{conj}(S645(3,1)/V645(3,1));$$

$$I645=[I645a;I645b;I645c];$$

$$V653=V632+m653632*(I645+I646L+I633+I652+I611+IB611+I671+I692L+I675+IB675+I654);$$

$$V\text{calc}f\text{on}=a\text{Regulador}*V653;$$

$$V\text{calc}f\text{on}L=D*V\text{calc}f\text{on};$$

```
erro1=abs(ELLS(1,1)-VcalcfonL(1,1))/4160;
erro2=abs(ELLS(2,1)-VcalcfonL(2,1))/4160;
erro3=abs(ELLS(3,1)-VcalcfonL(3,1))/4160;
max=erro1;
if erro2>max
    max=erro2;
end
if erro3>max
    max=erro3;
end
erro=max;
if erro<0.0001 || n==10
    break;
end
V653=dRegulador*ELNs;
V632=V653-m653632*(I645+I646L+I633+I652+I611+I-
B611+I671+I692L+I675+IB675+I654+IB680)
V633=V632-m632633*I633;
V634=At2*V633-Bt2*I634;
V645=V632-m632645*(I645+I646L);
V645(1,1)=0;
V646=V645-m645646*I646L;
V646(1,1)=0;
V654=V632-m632654*(I654+I652+I611+I-
B611+I671+I692L+I675+IB675+IB680);
```

$$V671=V654-m654671*(I671+I611+IB611+I652+I692L+I675+I-B675+IB680);$$

$$V680=V671-m671680*IB680;$$

$$V684=V671-m671684*(I652+I611+IB611);$$

$$V684(2,1)=0;$$

$$V611=V684-m684611*(I611+IB611);$$

$$V611(1,1)=0;$$

$$V611(2,1)=0;$$

$$V652=V684-m684652*I652;$$

$$V652(2,1)=0;$$

$$V652(3,1)=0;$$

$$V692=V671;$$

$$V675=V692-m692675*(I675+IB675);$$

%Recalcula as correntes nos nos finais

%I634

$$I634a=conj(S634(1,1)/V634(1,1));$$

$$I634b=conj(S634(2,1)/V634(2,1));$$

$$I634c=conj(S634(3,1)/V634(3,1));$$

$$I634=[I634a;I634b;I634c];$$

%I646

$$V646L=D*V646;$$

$$I646a=0;$$

$$I646b=V646L(2,1)/Z646(2,1);$$

$$I646c=0;$$

$$I646=[I646a;I646b;I646c];$$

```
I646L=ML*I646;
%I652
I652a=V652(1,1)/Z652(1,1);
I652b=0;
I652c=0;
I652=[I652a;I652b;I652c];
%I611
I611a=0;
I611b=0;
I611c=abs(I611fc)*cos(angle(conj(S611(3,1)/V611(3,1))))+j*abs(I-
611fc)*sin(angle(conj(S611(3,1)/V611(3,1))));
I611=[I611a;I611b;I611c];
%I675
I675a=conj(S675(1,1)/V675(1,1));
I675b=conj(S675(2,1)/V675(2,1));
I675c=conj(S675(3,1)/V675(3,1));
I675=[I675a;I675b;I675c];
%Correntes dos bancos
IB675=[j*0.034670858*V675(1,1);j*0.034670858*V675(2,1);j*0.034
670858*V675(3,1)];
IB611=[0;0;j*0.017335429*V611(3,1)];
n=n+1;
end
a=-0.5+j*0.866025403;
MatrizA=[1 1 1;1 a^2 a;1 a a^2];
%Calcula desequilibrio de tensoes
```

$$\text{beta}=(\text{abs}(\text{V632}(1,1)-\text{V632}(2,1))^4+\text{abs}(\text{V632}(2,1)-\text{V632}(3,1))^4+\text{abs}(\text{V632}(3,1)-\text{V632}(1,1))^4)/((\text{abs}(\text{V632}(1,1)-\text{V632}(2,1))^2+\text{abs}(\text{V632}(2,1)-\text{V632}(3,1))^2+\text{abs}(\text{V632}(3,1)-\text{V632}(1,1))^2)^2);$$

$$\text{Deseq632}=\text{sqrt}((1-\text{sqrt}(3-6*\text{beta})))/(1+\text{sqrt}(3-6*\text{beta}))) * 100;$$

$$\text{beta}=(\text{abs}(\text{V633}(1,1)-\text{V633}(2,1))^4+\text{abs}(\text{V633}(2,1)-\text{V633}(3,1))^4+\text{abs}(\text{V633}(3,1)-\text{V633}(1,1))^4)/((\text{abs}(\text{V633}(1,1)-\text{V633}(2,1))^2+\text{abs}(\text{V633}(2,1)-\text{V633}(3,1))^2+\text{abs}(\text{V633}(3,1)-\text{V633}(1,1))^2)^2);$$

$$\text{Deseq633}=\text{sqrt}((1-\text{sqrt}(3-6*\text{beta})))/(1+\text{sqrt}(3-6*\text{beta}))) * 100;$$

$$\text{beta}=(\text{abs}(\text{V634}(1,1)-\text{V634}(2,1))^4+\text{abs}(\text{V634}(2,1)-\text{V634}(3,1))^4+\text{abs}(\text{V634}(3,1)-\text{V634}(1,1))^4)/((\text{abs}(\text{V634}(1,1)-\text{V634}(2,1))^2+\text{abs}(\text{V634}(2,1)-\text{V634}(3,1))^2+\text{abs}(\text{V634}(3,1)-\text{V634}(1,1))^2)^2);$$

$$\text{Deseq634}=\text{sqrt}((1-\text{sqrt}(3-6*\text{beta})))/(1+\text{sqrt}(3-6*\text{beta}))) * 100;$$

$$\text{beta}=(\text{abs}(\text{V671}(1,1)-\text{V671}(2,1))^4+\text{abs}(\text{V671}(2,1)-\text{V671}(3,1))^4+\text{abs}(\text{V671}(3,1)-\text{V671}(1,1))^4)/((\text{abs}(\text{V671}(1,1)-\text{V671}(2,1))^2+\text{abs}(\text{V671}(2,1)-\text{V671}(3,1))^2+\text{abs}(\text{V671}(3,1)-\text{V671}(1,1))^2)^2);$$

$$\text{Deseq671}=\text{sqrt}((1-\text{sqrt}(3-6*\text{beta})))/(1+\text{sqrt}(3-6*\text{beta}))) * 100;$$

$$\text{V680}=\text{V671};$$

$$\text{beta}=(\text{abs}(\text{V680}(1,1)-\text{V680}(2,1))^4+\text{abs}(\text{V680}(2,1)-\text{V680}(3,1))^4+\text{abs}(\text{V680}(3,1)-\text{V680}(1,1))^4)/((\text{abs}(\text{V680}(1,1)-\text{V680}(2,1))^2+\text{abs}(\text{V680}(2,1)-\text{V680}(3,1))^2+\text{abs}(\text{V680}(3,1)-\text{V680}(1,1))^2)^2);$$

$$\text{Deseq680}=\text{sqrt}((1-\text{sqrt}(3-6*\text{beta})))/(1+\text{sqrt}(3-6*\text{beta}))) * 100;$$

$$\text{beta}=(\text{abs}(\text{V675}(1,1)-\text{V675}(2,1))^4+\text{abs}(\text{V675}(2,1)-\text{V675}(3,1))^4+\text{abs}(\text{V675}(3,1)-\text{V675}(1,1))^4)/((\text{abs}(\text{V675}(1,1)-\text{V675}(2,1))^2+\text{abs}(\text{V675}(2,1)-\text{V675}(3,1))^2+\text{abs}(\text{V675}(3,1)-\text{V675}(1,1))^2)^2);$$


```
Deseq675=sqrt((1-sqrt(3-6*beta))/(1+sqrt(3-6*beta)))*100;
%Calcula Perdas eletricas
%653-632
PKW653632A=real((V653(1,1)-V632(1,1))*conj(I64
5(1,1)+I646L(1,1)+I633(1,1)+I652(1,1)+I611(1,1)+I-
B611(1,1)+I671(1,1)+I692L(1,1)+I675(1,1)+IB675(1,1)+I65-
4(1,1)))/1000;
PKVAR653632A=imag((V653(1,1)-V632(1,1))*conj(I
645(1,1)+I646L(1,1)+I633(1,1)+I652(1,1)+I611(1,1)+I-
B611(1,1)+I671(1,1)+I692L(1,1)+I675(1,1)+IB675(1,1)+I-
654(1,1)))/1000;
PKW653632B=real((V653(2,1)-V632(2,1))*conj(I64
5(2,1)+I646L(2,1)+I633(2,1)+I652(2,1)+I611(2,1)+I-
B611(2,1)+I671(2,1)+I692L(2,1)+I675(2,1)+IB675(2,1)+I65-
4(2,1)))/1000;
PKVAR653632B=imag((V653(2,1)-V632(2,1))*conj(I
645(2,1)+I646L(2,1)+I633(2,1)+I652(2,1)+I611(2,1)+I-
B611(2,1)+I671(2,1)+I692L(2,1)+I675(2,1)+IB675(2,1)+I-
654(2,1)))/1000;
PKW653632C=real((V653(3,1)-V632(3,1))*conj(I64
5(3,1)+I646L(3,1)+I633(3,1)+I652(3,1)+I611(3,1)+I-
B611(3,1)+I671(3,1)+I692L(3,1)+I675(3,1)+IB675(3,1)+I65-
4(3,1)))/1000;
PKVAR653632C=imag((V653(3,1)-V632(3,1))*conj(I
645(3,1)+I646L(3,1)+I633(3,1)+I652(3,1)+I611(3,1)+I-
B611(3,1)+I671(3,1)+I692L(3,1)+I675(3,1)+IB675(3,1)+I-
654(3,1)))/1000;
%632-633
PKW632633A=real((V632(1,1)-V633(1,1))*conj(I633(1,1)))/1000;
PKVAR632633A=imag((V632(1,1)-V633(1,1))*-
conj(I633(1,1)))/1000;
```

PKW632633B=real((V632(2,1)-V633(2,1))*conj(I633(2,1)))/1000;

PKVAR632633B=imag((V632(2,1)-V633(2,1))*-
conj(I633(2,1)))/1000;

PKW632633C=real((V632(3,1)-V633(3,1))*conj(I633(3,1)))/1000;

PKVAR632633C=i-
mag((V632(3,1)-V633(3,1))*conj(I633(3,1)))/1000;

%633-634

Sa=abs(I634(1,1))^2*(0.011+j*0.02)*(0.48*0.48*1000/500)/1000;

Sb=abs(I634(2,1))^2*(0.011+j*0.02)*(0.48*0.48*1000/500)/1000;

Sc=abs(I634(3,1))^2*(0.011+j*0.02)*(0.48*0.48*1000/500)/1000;

PKW633634A=real(Sa);

PKVAR633634A=imag(Sa);

PKW633634B=real(Sb);

PKVAR633634B=imag(Sb);

PKW633634C=real(Sc);

PKVAR633634C=imag(Sc);

%632-645

PKW632645B=real((V632(2,1)-V645(2,1))*con-
j(I645(2,1)+I646L(2,1)))/1000; PKVAR632645B=imag((V632(2,1)-

-V645(2,1))*conj(I645(2,1)+I646L(2,1)))/1000; PKW632645C=re-
al((V632(3,1)-V645(3,1))*conj(I645(3,1)+I646L(3,1)))/1000;

PKVAR632645C=imag((V632(3,1)-V645(3,1))*con-
j(I645(3,1)+I646L(3,1)))/1000;

%645-646

PKW645646B=real((V645(2,1)-V646(2,1))*conj(I646L(2,1)))/1000;

PKVAR645646B=imag((V645(2,1)-V646(2,1))*con-
j(I646L(2,1)))/1000; PKW645646C=real((V645(3,1)-V646(3,1))*con-

j(I646L(3,1)))/1000; PKVAR645646C=imag((V645(3,1)-V646(3,1))*-
conj(I646L(3,1)))/1000; %632-671%

primeiro trecho carga distribuída

%632-654

IB680=[0;0;0];

PKW632654A=real((V632(1,1)-V654(1,1))*-
conj(I654(1,1)+I652(1,1)+I611(1,1)+I-
B611(1,1)+I671(1,1)+I692L(1,1)+I675(1,1)+I-
B675(1,1)+IB680(1,1)))/1000;

PKVAR632654A=imag((V632(1,1)-V654(1,1))*-
conj(I654(1,1)+I652(1,1)+I611(1,1)+I-
B611(1,1)+I671(1,1)+I692L(1,1)+I675(1,1)+I-
B675(1,1)+IB680(1,1)))/1000;

PKW632654B=real((V632(2,1)-V654(2,1))*-
conj(I654(2,1)+I652(2,1)+I611(2,1)+I-
B611(2,1)+I671(2,1)+I692L(2,1)+I675(2,1)+I-
B675(2,1)+IB680(2,1)))/1000;

PKVAR632654B=imag((V632(2,1)-V654(2,1))*-
conj(I654(2,1)+I652(2,1)+I611(2,1)+I-
B611(2,1)+I671(2,1)+I692L(2,1)+I675(2,1)+I-
B675(2,1)+IB680(2,1)))/1000;

PKW632654C=real((V632(3,1)-V654(3,1))*-
conj(I654(3,1)+I652(3,1)+I611(3,1)+I-
B611(3,1)+I671(3,1)+I692L(3,1)+I675(3,1)+I-
B675(3,1)+IB680(3,1)))/1000;

PKVAR632654C=imag((V632(3,1)-V654(3,1))*-
conj(I654(3,1)+I652(3,1)+I611(3,1)+I-
B611(3,1)+I671(3,1)+I692L(3,1)+I675(3,1)+I-
B675(3,1)+IB680(3,1)))/1000;

%segundo trecho

%654-671

$$\text{PKW654671A} = \text{real}((V654(1,1) - V671(1,1)) * \text{conj}(I652(1,1) + I611(1,1) + IB611(1,1) + I671(1,1) + I692L(1,1) + I675(1,1) + IB675(1,1) + IB680(1,1))) / 1000;$$

$$\text{PKVAR654671A} = \text{imag}((V654(1,1) - V671(1,1)) * \text{conj}(I652(1,1) + I611(1,1) + IB611(1,1) + I671(1,1) + I692L(1,1) + I675(1,1) + IB675(1,1) + IB680(1,1))) / 1000;$$

$$\text{PKW654671B} = \text{real}((V654(2,1) - V671(2,1)) * \text{conj}(I652(2,1) + I611(2,1) + IB611(2,1) + I671(2,1) + I692L(2,1) + I675(2,1) + IB675(2,1) + IB680(2,1))) / 1000;$$

$$\text{PKVAR654671B} = \text{imag}((V654(2,1) - V671(2,1)) * \text{conj}(I652(2,1) + I611(2,1) + IB611(2,1) + I671(2,1) + I692L(2,1) + I675(2,1) + IB675(2,1) + IB680(2,1))) / 1000;$$

$$\text{PKW654671C} = \text{real}((V654(3,1) - V671(3,1)) * \text{conj}(I652(3,1) + I611(3,1) + IB611(3,1) + I671(3,1) + I692L(3,1) + I675(3,1) + IB675(3,1) + IB680(3,1))) / 1000;$$

$$\text{PKVAR654671C} = \text{imag}((V654(3,1) - V671(3,1)) * \text{conj}(I652(3,1) + I611(3,1) + IB611(3,1) + I671(3,1) + I692L(3,1) + I675(3,1) + IB675(3,1) + IB680(3,1))) / 1000;$$

%671-680

$$\text{PKW671680A} = \text{real}((V671(1,1) - V680(1,1)) * \text{conj}(IB680(1,1))) / 1000;$$

$$\text{PKVAR671680A} = \text{imag}((V671(1,1) - V680(1,1)) * \text{conj}(IB680(1,1))) / 1000;$$

$$\text{PKW671680B} = \text{real}((V671(2,1) - V680(2,1)) * \text{conj}(IB680(2,1))) / 1000;$$

$$\text{PKVAR671680B} = \text{imag}((V671(2,1) - V680(2,1)) * \text{conj}(IB680(2,1))) / 1000;$$

$$\text{PKW671680C} = \text{real}((V671(3,1) - V680(3,1)) * \text{conj}(IB680(3,1))) / 1000;$$

$$\text{PKVAR671680C} = \text{imag}((V671(3,1) - V680(3,1)) * \text{conj}(IB680(3,1))) / 1000;$$

%671-675

PKW671675A=real((V671(1,1)-V675(1,1))*conj(I675(1,1)+IB675(1,1)))/1000;

PKVAR671675A=imag((V671(1,1)-V675(1,1))*conj(I675(1,1)+IB675(1,1)))/1000;

PKW671675B=real((V671(2,1)-V675(2,1))*conj(I675(2,1)+IB675(2,1)))/1000;

PKVAR671675B=imag((V671(2,1)-V675(2,1))*conj(I675(2,1)+IB675(2,1)))/1000;

PKW671675C=real((V671(3,1)-V675(3,1))*conj(I675(3,1)+IB675(3,1)))/1000;

PKVAR671675C=imag((V671(3,1)-V675(3,1))*conj(I675(3,1)+IB675(3,1)))/1000;

%671-684

PKW671684A=real((V671(1,1)-V684(1,1))*conj(I652(1,1)+I611(1,1)+IB611(1,1)))/1000;

PKVAR671684A=imag((V671(1,1)-V684(1,1))*conj(I652(1,1)+I611(1,1)+IB611(1,1)))/1000;

PKW671684C=real((V671(3,1)-V684(3,1))*conj(I652(3,1)+I611(3,1)+IB611(3,1)))/1000;

PKVAR671684C=imag((V671(3,1)-V684(3,1))*conj(I652(3,1)+I611(3,1)+IB611(3,1)))/1000;

%684-652

PKW684652A=real((V684(1,1)-V652(1,1))*conj(I652(1,1)))/1000;

PKVAR684652A=imag((V684(1,1)-V652(1,1))*conj(I652(1,1)))/1000;

%684-611

PKW684611C=real((V684(3,1)-V611(3,1))*conj(I611(3,1)))/1000;

$PKVAR684611C = \text{imag}((V684(3,1) - V611(3,1)) * \text{conj}(I611(3,1))) / 1000;$

$FaseAKW = PKW653632A + PKW632633A + PKW633634A + PKW632654A + PKW654671A + PKW671680A + PKW671675A + PKW671684A + PKW684652A$

$FaseAKVAR = PKVAR653632A + PKVAR632633A + PKVAR633634A + PKVAR632654A + PKVAR654671A + PKVAR671680A + PKVAR671675A + PKVAR671684A + PKVAR684652A$

$FaseBKW = PKW653632B + PKW632633B + PKW633634B + PKW632645B + PKW645646B + PKW632654B + PKW654671B + PKW671680B + PKW671675B$

$FaseBKVAR = PKVAR653632B + PKVAR632633B + PKVAR633634B + PKVAR632645B + PKVAR645646B + PKVAR632654B + PKVAR654671B + PKVAR671680B + PKVAR671675B$

$FaseCKW = PKW653632C + PKW632633C + PKW633634C + PKW632645C + PKW645646C + PKW632654C + PKW654671C + PKW671680C + PKW671675C + PKW671684C + PKW684611C$

$FaseCKVAR = PKVAR653632C + PKVAR632633C + PKVAR633634C + PKVAR632645C + PKVAR645646C + PKVAR632654C + PKVAR671680C + PKVAR671675C$

$AR654671C + PKVAR671680C + PKVAR671675C + PKVAR671684C + PKVAR684611C$
 $PERDASTOTKW = FaseAKW + FaseBKW + FaseCKW$

$PERDASTOTKVAR = FaseAKVAR + FaseBKVAR + FaseCKVAR$

$PTRANSMITIDAKW653632A = \text{real}((V653(1,1)) * \text{conj}(I645(1,1) + I646L(1,1) + I633(1,1) + I652(1,1) + I611(1,1) + IB611(1,1) + I671(1,1) + I692L(1,1) + I675(1,1) + IB675(1,1) + I654(1,1) + IB680(1,1))) / 1000$

$PTRANSMITIDAKVAR653632A = \text{imag}((V653(1,1)) * \text{conj}(I645(1,1) + I646L(1,1) + I633(1,1) + I652(1,1) + I611(1,1) + IB611(1,1) + I671(1,1) + I692L(1,1) + I675(1,1) + IB675(1,1) + I654(1,1) + IB680(1,1))) / 1000$

$$\begin{aligned} \text{PTRANSMITIDAKW653632B} &= \text{real}((V653(2,1)) * \text{conj}(\\ &I645(2,1) + I646L(2,1) + I633(2,1) + I652(2,1) + I611(2,1) + I- \\ &B611(2,1) + I671(2,1) + I692L(2,1) + I675(2,1) + I- \\ &B675(2,1) + I654(2,1) + IB680(2,1))) / 1000 \\ \text{PTRANSMITIDAKVAR653632B} &= \text{imag}((V653(2,1)) * - \\ &\text{conj}(I645(2,1) + I646L(2,1) + I633(2,1) + I652(2,1) + I611(2,1) + I- \\ &B611(2,1) + I671(2,1) + I692L(2,1) + I675(2,1) + IB675(2,1) + I654(2,1) \\ &+ IB680(2,1))) / 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PTRANSMITIDAKW653632C} &= \text{real}((V653(3,1)) * \text{conj}(\\ &I645(3,1) + I646L(3,1) + I633(3,1) + I652(3,1) + I611(3,1) + I- \\ &B611(3,1) + I671(3,1) + I692L(3,1) + I675(3,1) + IB675(3,1) + I6- \\ &54(3,1) + IB680(3,1))) / 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PTRANSMITIDAKVAR653632C} &= \text{imag}((V653(3,1)) * \text{conj}(I645(3,1) \\ &+ I646L(3,1) + I633(3,1) + I652(3,1) + I611(3,1) + IB611(3,1) + I671(3,1) + I \\ &692L(3,1) + I675(3,1) + IB675(3,1) + I654(3,1) + IB680(3,1))) / 1000 \end{aligned}$$

$$\text{PTOTAL} = \text{PTRANSMITIDAKW653632A} + \text{PTRANSMITI-} \\ \text{DAKW653632B} + \text{PTRANSMITIDAKW653632C}$$

$$\text{PTRANSMITIDAKVAR653632} = \text{PTRANSMITIDAKVA-} \\ \text{R653632A} + \text{PTRANSMITIDAKVAR653632B} + \text{PTRANSMITIDAK-} \\ \text{VAR653632C}$$

$$\text{modV632} = \text{abs}(V632) * \text{sqrt}(3) / 4160$$

$$\text{angV632} = \text{angle}(V632) * 180 / \pi$$

$$\text{modV633} = \text{abs}(V633) * \text{sqrt}(3) / 4160$$

$$\text{angV633} = \text{angle}(V633) * 180 / \pi$$

$$\text{modV634} = \text{abs}(V634) * \text{sqrt}(3) / 480$$

$$\text{angV634} = \text{angle}(V634) * 180 / \pi$$

$$\text{modV645} = \text{abs}(V645) * \text{sqrt}(3) / 4160$$

$$\text{angV645} = \text{angle}(V645) * 180 / \pi$$

$$\text{modV646} = \text{abs}(V646) * \text{sqrt}(3) / 4160$$

$$\text{angV646}=\text{angle}(\text{V646})\cdot 180/\text{pi}$$

$$\text{modV671}=\text{abs}(\text{V671})\cdot \text{sqrt}(3)/4160$$

$$\text{angV671}=\text{angle}(\text{V671})\cdot 180/\text{pi}$$

$$\text{modV680}=\text{abs}(\text{V680})\cdot \text{sqrt}(3)/4160$$

$$\text{angV680}=\text{angle}(\text{V680})\cdot 180/\text{pi}$$

$$\text{modV684}=\text{abs}(\text{V684})\cdot \text{sqrt}(3)/4160$$

$$\text{angV684}=\text{angle}(\text{V684})\cdot 180/\text{pi}$$

$$\text{modV652}=\text{abs}(\text{V652})\cdot \text{sqrt}(3)/4160$$

$$\text{angV652}=\text{angle}(\text{V652})\cdot 180/\text{pi}$$

$$\text{modV611}=\text{abs}(\text{V611})\cdot \text{sqrt}(3)/4160$$

$$\text{angV611}=\text{angle}(\text{V611})\cdot 180/\text{pi}$$

$$\text{modV675}=\text{abs}(\text{V675})\cdot \text{sqrt}(3)/4160$$

$$\text{angV675}=\text{angle}(\text{V675})\cdot 180/\text{pi}$$

$$\text{Des632}=\text{Deseq632}$$

$$\text{Des633}=\text{Deseq633}$$

$$\text{Des634}=\text{Deseq634}$$

$$\text{Des671}=\text{Deseq671}$$

$$\text{Des680}=\text{Deseq680}$$

$$\text{Des675}=\text{Deseq675}$$

$$\text{fonb}=\text{ELNs};$$

$$\text{V632b}=\text{V632};$$

$$\text{V633b}=\text{V633};$$

$$\text{V634b}=\text{V634};$$

$$\text{V645b}=\text{V645};$$

$$\text{V646b}=\text{V646};$$

V671b=V671;

V675b=V675;

V684b=V684;

V680b=V680;

V611b=V611;

V692b=V692;

V652b=V652;

O Programa ANAREDGEE

O programa ANAREDGEE foi desenvolvido pelos autores, implementa o método iterativo *BackwardSweep/ForwardSweep* e tem potencialidade para processar os sistemas de 13, 34, 37 e 123 barras. O ANAREDGEE busca a convergência do sistema sem reguladores de tensão, e, após essa convergência, os *tapes* do regulador mais próximo da subestação são calculados, sendo ele incluído no próximo processo de convergência (todas as tensões de todos os nós são novamente inicializadas para o valor nominal). Isso se segue até que o regulador mais distante da subestação tenha seus *tapes* calculados e assim seja incluído no processo de convergência.

Os arquivos fornecidos com o programa ANAREDGEE.exe são:

cabos.dat -> Dados relativos a cabos

DISTANCIASCN.dat -> Dados relativos ao cabo subterrâneo tipo neutro concêntrico.

espdist.txt -> Arquivo de distâncias das várias configurações de poste usados nos sistemas do IEEE.

TapeShield.dat -> Dados dos cabos tipo tapeshield.

NeutroConcentrico.dat -> Arquivo com dados dos cabos de neutro concêntrico.

IEEE13.sis -> arquivo do sistema IEEE 13 barras.

IEEE13.dat -> arquivo dos nós do sistema IEEE 13 barras.

IEEE34.sis -> arquivo do sistema IEEE 34 barras.

IEEE34.dat -> arquivo dos nós do sistema IEEE 34 barras.

IEEE37.sis -> arquivo do sistema IEEE 37 barras.

IEEE37.dat -> arquivo dos nós do sistema IEEE 37 barras.

IEEE123.sis -> arquivo do sistema IEEE 123 barras.

IEEE123.dat -> arquivo dos nós do sistema IEEE 123 barras.

Para processar o sistema trifásico IEEE de 13 barras:

1) Carregue o arquivo com a opção 1 -> IEEE13.sis

2) Mude em DIastanciasCN.dat o arquivo para:

```
Config D12 D21 D45 D54 D23 D32 D56 D65 D31 D13
D64 D46
606 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1.0 1.0 1.0 1.0
```

3) Simule o sistema com a opção 5.

Para processar o sistema trifásico IEEE de 34 barras:

1) Carregue o arquivo com a opção 1 -> IEEE34.sis

2) Mude os parâmetros de simulação com a opção 4

Use: 20, 0.00001, 1.05, 0, 1.05, -120, 1.05, 120

3) Simule o sistema com a opção 5.

Para processar o sistema trifásico IEEE de 37 barras:

1) Carregue o arquivo com a opção 1 -> IEEE37.sis

2) Mude em DIastanciasCN.dat o arquivo para:

```
Config D12 D21 D45 D54 D23 D32 D56 D65 D31 D13
D64 D46
721 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1.0 1.0 1.0 1.0
722 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1.0 1.0 1.0 1.0
723 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1.0 1.0 1.0 1.0
724 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1.0 1.0 1.0 1.0
```

3) Mude os parâmetros de simulação com a opção 4

Use: 20, 0.001, 1.0, 0, 1.0, -120, 1.0, 120

4) Simule o sistema com a opção 5.

Para processar o sistema trifásico IEEE de 123 barras:

1) Carregue o arquivo com a opção 1 -> IEEE123.sis

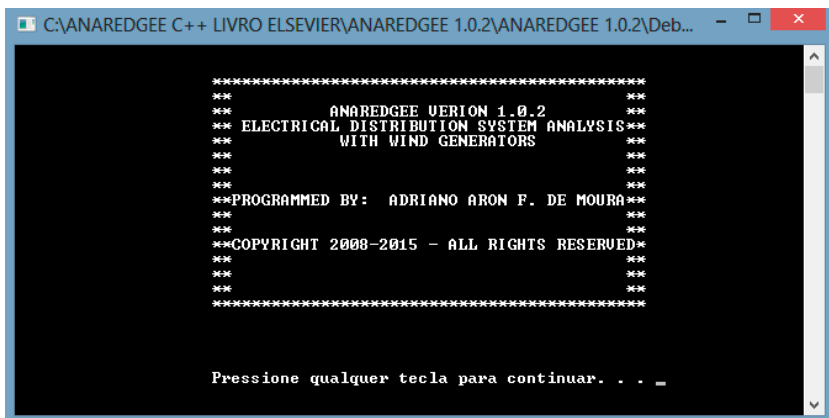
2) Mude em DIastanciasCN.dat o arquivo para:

Config D12 D21 D45 D54 D23 D32 D56 D65 D31 D13
D64 D46

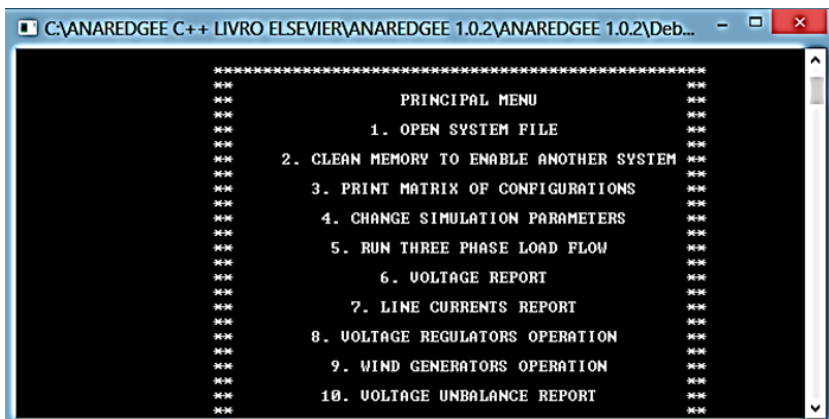
012 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1.0 1.0 1.0 1.0

3) Simule o sistema com a opção 5.

Telas do programa:



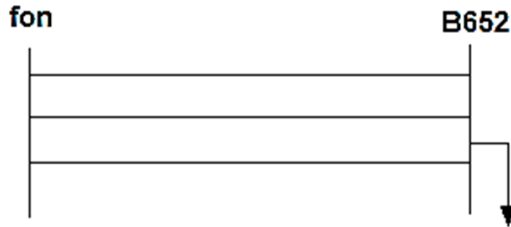
```
C:\ANAREDGEE C++ LIVRO ELSEVIER\ANAREDGEE 1.0.2\ANAREDGEE 1.0.2\Deb...
*****
**                                **
**      ANAREDGEE VERION 1.0.2      **
**  ELECTRICAL DISTRIBUTION SYSTEM ANALYSIS  **
**      WITH WIND GENERATORS        **
**                                **
**                                **
**PROGRAMMED BY: ADRIANO ARON F. DE MOURA**
**                                **
**                                **
**COPYRIGHT 2008-2015 - ALL RIGHTS RESERVED**
**                                **
**                                **
*****
Pressione qualquer tecla para continuar. . . _
```



```
C:\ANAREDGEE C++ LIVRO ELSEVIER\ANAREDGEE 1.0.2\ANAREDGEE 1.0.2\Deb...
*****
**                                **
**      PRINCIPAL MENU              **
**                                **
**      1. OPEN SYSTEM FILE          **
**                                **
**      2. CLEAN MEMORY TO ENABLE ANOTHER SYSTEM **
**                                **
**      3. PRINT MATRIX OF CONFIGURATIONS **
**                                **
**      4. CHANGE SIMULATION PARAMETERS **
**                                **
**      5. RUN THREE PHASE LOAD FLOW   **
**                                **
**      6. VOLTAGE REPORT             **
**                                **
**      7. LINE CURRENTS REPORT       **
**                                **
**      8. VOLTAGE REGULATORS OPERATION **
**                                **
**      9. WIND GENERATORS OPERATION  **
**                                **
**     10. VOLTAGE UNBALANCE REPORT   **
**                                **
*****
```

Exercícios

1. Resolver numericamente, com o auxílio do MATLAB, o seguinte sistema trifásico usando o método de Gauss-Z.



Os dados de impedância de linha são fornecidos abaixo. Por simplicidade do exemplo, não consideramos a matriz de efeito capacitivo da linha.

$$Z_{linha_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 0,0023 + j0,0067 & 0,0010 + j0,0033 & 0,0010 + j0,0028 \\ 0,0010 + j0,0033 & 0,0022 + j0,0069 & 0,0010 + j0,0025 \\ 0,0010 + j0,0028 & 0,0010 + j0,0025 & 0,0022 + j0,0068 \end{pmatrix}$$

A potência da carga nas três fases ligadas em Y em p.u. é dada abaixo:

$$S_A = 1 + j0.5; \quad S_B = 1 + j0.8; \quad S_C = 1 + j0.5$$

A tensão da barra de referência (nó fon) é dada por:

$$V_A = 1 \angle 0^\circ; \quad V_B = 1 \angle -120^\circ; \quad V_C = 1 \angle 120^\circ$$

Suponha a carga como sendo de impedância constante.

2. Resolver o exemplo anterior supondo ser a carga de corrente constante.

3. Uma geração distribuída de 500kW é conectada à barra 680 do sistema IEEE 13 barras. Usando o código escrito em MATLAB, simule essa geração distribuída como uma carga negativa e como uma barra PQ com os fatores de potência (a) unitário, (b) 0.95 indutivo e (c) 0.95 capacitivo.

4. Supondo que a geração distribuída do exemplo anterior se trata de um gerador eólico E-40, proponha uma modelagem para a curva de potência da turbina e simule a operação da máquina no sistema com fator de potência 1 e velocidade 8m/s.

5. Implemente uma função no programa em MATLAB proposto para analisar o grau de desequilíbrio de tensão de uma determinada barra do sistema.

MÉTODOS DE FLUXO DE POTÊNCIA COM CONVERGÊNCIA BASEADA EM RESÍDUOS DE POTÊNCIA E DE CORRENTE

Introdução

O problema do fluxo de potência consiste em determinar módulo e ângulo das tensões em todas as barras do sistema elétrico no processo iterativo e, na parte não iterativa do processo, determinar os fluxos de potência e as perdas trifásicas do sistema. No fluxo de potência monofásico, o sistema elétrico é suposto equilibrado, ou seja, as fontes de tensões consistem num conjunto trifásico de fasores equilibrados, as matrizes de impedâncias das linhas são equilibradas, e não se considera a modelagem das impedâncias mútuas. As cargas elétricas são as mesmas nas três fases, e, portanto, as correntes e os fluxos de potência são os mesmos nas três fases. Essa modelagem é adequada quando se pode considerar o sistema elétrico equilibrado, como é o caso de boa parte dos sistemas de transmissão de energia elétrica. Entretanto, sistemas de transmissão com linhas não transpostas, com cargas desequilibradas e com impedâncias mútuas significativas entre as linhas, podem apresentar considerável grau de desequilíbrio de tensões em relação aos sistemas equilibrados, e uma modelagem monofásica resultará em perda de precisão na análise do sistema, principalmente nos fluxos de potência e nas perdas diretamente relacionadas ao faturamento da energia elétrica. Assim, nesses casos, deve-se optar por uma modelagem trifásica do sistema que representa

com maior precisão determinadas configurações do sistema não representadas no fluxo de carga monofásico, como linhas não transpostas, impedâncias mútuas, cargas desequilibradas, mudança de sequência de fases nas linhas, ramos monofásicos ou bifásicos, etc. Quanto maior a influência dessas configurações na representação do sistema, maior tenderá a ser o desequilíbrio do sistema. Nas seções a seguir, são descritos: a formulação trifásica das equações de potência ativa e reativa transmitidas; o método trifásico de Newton-Raphson em coordenadas polares; particularidades: tornando o Jacobiano constante (Exemplo 4.4); simulação de cargas ligadas em delta (Exemplo 4.5); simulação de cargas com modelo de impedância constante (Exemplo 4.6); simulação de ramos monofásicos e bifásicos (Exemplo 4.7); simulação de diferentes sequências de fases na linha; o método trifásico de Newton-Raphson em coordenadas retangulares; o método trifásico de injeções de correntes; o método trifásico de Newton-Raphson Desacoplado; e variações do método trifásico desacoplado rápido.

A formulação trifásica das equações de potência ativa e reativa transmitidas

Partindo da equação matricial trifásica de injeção de correntes nas barras do sistema de potência, pode-se escrever:

$$I_i = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(1,1)} & \cdots & \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(1,n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(n,1)} & \cdots & \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(n,n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Aplicando-se a definição de potência complexa:

$$S^* = V^* I = \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(1,1)} & \cdots & \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(1,n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(n,1)} & \cdots & \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(n,n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Observando a equação para a barra 1, pode-se escrever:

$$S_1 = V_1^* \left(\begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(1,1)} V_1 + \dots + \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(1,n)} V_n \right) \quad (4.3)$$

Expandindo a equação anterior para representar as fases:

$$\begin{pmatrix} S_1^a \\ S_1^b \\ S_1^c \end{pmatrix}^* = \begin{pmatrix} (V_1^a)^* \\ (V_1^b)^* \\ (V_1^c)^* \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(1,1)} \begin{pmatrix} (V_1^a) \\ (V_1^b) \\ (V_1^c) \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{pmatrix}_{(1,n)} \begin{pmatrix} (V_n^a) \\ (V_n^b) \\ (V_n^c) \end{pmatrix} \right) \quad (4.4)$$

Selecionando a fase a e usando a notação $Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}$:

$$(S_1^a)^* = (V_1^a)^* ((G_{aa} + jB_{aa})(V_1^a) + (G_{ab} + jB_{ab})(V_1^b) + (G_{ac} + jB_{ac})(V_1^c) + \dots + (G_{ac} + jB_{ac})(V_n^c)) \quad (4.5)$$

Escrevendo os fasores tensão na notação de Euler:

$$(S_1^a)^* = |V_1^a| e^{-j\theta_1^a} ((G_{aa} + jB_{aa})(|V_1^a| e^{j\theta_1^a}) + (G_{ab} + jB_{ab})(|V_1^b| e^{j\theta_1^b}) + (G_{ac} + jB_{ac})(|V_1^c| e^{j\theta_1^c}) + \dots + (G_{ac} + jB_{ac})(|V_n^c| e^{j\theta_n^c})) \quad (4.6)$$

Passando a exponencial para dentro dos parênteses:

$$(S_1^a)^* = |V_1^a| ((G_{aa} + jB_{aa})(|V_1^a| e^{j\theta_1^a} e^{-j\theta_1^a}) + (G_{ab} + jB_{ab})(|V_1^b| e^{j\theta_1^b} e^{-j\theta_1^a}) + (G_{ac} + jB_{ac})(|V_1^c| e^{j\theta_1^c} e^{-j\theta_1^a}) + \dots + (G_{ac} + jB_{ac})(|V_n^c| e^{j\theta_n^c} e^{-j\theta_1^a})) \quad (4.7)$$

Aplicando o conjugado:

$$(S_1^a) = |V_1^a| ((G_{aa} - jB_{aa})(|V_1^a| e^{-j\theta_1^a} e^{j\theta_1^a}) + (G_{ab} - jB_{ab})(|V_1^b| e^{-j\theta_1^a} e^{j\theta_1^b}) + (G_{ac} - jB_{ac})(|V_1^c| e^{-j\theta_1^a} e^{j\theta_1^c}) + \dots + (G_{ac} - jB_{ac})(|V_n^c| e^{-j\theta_1^a} e^{j\theta_n^c})) \quad (4.8)$$

Multiplicando os termos da admitância com os termos das tensões e tomando como exemplo o termo $(G_{ab} - jB_{ab})(|V_1^b| e^{-j\theta_1^a} e^{j\theta_1^b})$, obtém-se:

$$\begin{aligned} & (G_{ab} - jB_{ab})(|V_1^b| e^{-j\theta_1^a} e^{j\theta_1^b}) \\ &= (G_{ab} - jB_{ab})(|V_1^b| \cos(\theta_1^a - \theta_1^b) + j|V_1^b| \text{sen}(\theta_1^a - \theta_1^b)) = \\ &= |V_1^b| (G_{ab} \cos \theta_{11}^{ab} + B_{ab} \text{sen} \theta_{11}^{ab}) + j|V_1^b| (G_{ab} \text{sen} \theta_{11}^{ab} - B_{ab} \cos \theta_{11}^{ab}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Calculando os outros termos e expandindo a equação de (S_1^a) :

$$\begin{aligned}
 (S_1^a) = & |V_1^a|(|V_1^a|(G_{aa} \cos \theta_{11}^{aa} + B_{ab} \text{sen} \theta_{11}^{aa}) + j|V_1^a|(G_{aa} \text{sen} \theta_{11}^{aa} - B_{aa} \cos \theta_{11}^{aa})) \\
 & + |V_1^b|(G_{ab} \cos \theta_{11}^{ab} + B_{ab} \text{sen} \theta_{11}^{ab}) + j|V_1^b|(G_{ab} \text{sen} \theta_{11}^{ab} - B_{ab} \cos \theta_{11}^{ab}) \\
 & + |V_1^c|(G_{ac} \cos \theta_{11}^{ac} + B_{ac} \text{sen} \theta_{11}^{ac}) + j|V_1^c|(G_{ac} \text{sen} \theta_{11}^{ac} - B_{ac} \cos \theta_{11}^{ac}) + \dots \\
 & + |V_n^c|(G_{ac} \cos \theta_{1n}^{ac} + B_{ac} \text{sen} \theta_{1n}^{ac}) + j|V_n^c|(G_{ac} \text{sen} \theta_{1n}^{ac} - B_{ac} \cos \theta_{1n}^{ac})
 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Separando as partes real e imaginária:

$$\begin{aligned}
 (P_1^a) = & |V_1^a|(|V_1^a|(G_{aa} \cos \theta_{11}^{aa} + B_{ab} \text{sen} \theta_{11}^{aa}) \\
 & + |V_1^b|(G_{ab} \cos \theta_{11}^{ab} + B_{ab} \text{sen} \theta_{11}^{ab}) \\
 & + |V_1^c|(G_{ac} \cos \theta_{11}^{ac} + B_{ac} \text{sen} \theta_{11}^{ac}) \\
 & + |V_n^c|(G_{ac} \cos \theta_{1n}^{ac} + B_{ac} \text{sen} \theta_{1n}^{ac})) \\
 (Q_1^a) = & |V_1^a|(|V_1^a|(G_{aa} \text{sen} \theta_{11}^{aa} - B_{aa} \cos \theta_{11}^{aa}) + \\
 & + |V_1^b|(G_{ab} \text{sen} \theta_{11}^{ab} - B_{ab} \cos \theta_{11}^{ab}) + \\
 & + |V_1^c|(G_{ac} \text{sen} \theta_{11}^{ac} - B_{ac} \cos \theta_{11}^{ac}) + \dots + \\
 & + |V_n^c|(G_{ac} \text{sen} \theta_{1n}^{ac} - B_{ac} \cos \theta_{1n}^{ac}))
 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Desde que os resíduos de potência da teoria do fluxo de potência são formados pela potência gerada, subtraída da potência consumida e novamente subtraída da potência transmitida, é que as equações deduzidas acima, quando colocadas na forma de somatório e integralizadas nos resíduos de potência, tornam-se:

$$\Delta P_i^p = (P_i^p)^{esp} - |V_i^p| \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 |V_k^m| [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen} \theta_{ik}^{pm}] \quad (4.12)$$

$$\Delta Q_i^p = (Q_i^p)^{esp} - |V_i^p| \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 |V_k^m| [G_{ik}^{pm} \text{sen} \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}] \quad (4.13)$$

Método de Newton-Raphson trifásico em coordenadas polares

A solução das equações não lineares (4.12) e (4.13) é usualmente realizada pelo método iterativo de Newton-Raphson, que requer a montagem da matriz Jacobiana a cada iteração. Essa matriz é composta pelas derivadas parciais de (4.12) e (4.13) em relação às variáveis de estado do problema, consideradas como sendo os módulos e os ângulos de tensões nas barras. Assim sendo, considerando a fase p , têm-se as seguintes derivadas parciais da potência ativa em relação aos ângulos das tensões.

$$\begin{aligned}
P_i^{\text{transmitido}(p)} &= \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 |V_i|^p |V_k|^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen} \theta_{ik}^{pm}] \\
P_i^{\text{transmitido}(p)} &= \sum_{k=1}^n (|V_i|^p |V_k|^a [G_{ik}^{pa} \cos \theta_{ik}^{pa} + B_{ik}^{pa} \text{sen} \theta_{ik}^{pa}] + \\
&+ |V_i|^p |V_k|^b [G_{ik}^{pb} \cos \theta_{ik}^{pb} + B_{ik}^{pb} \text{sen} \theta_{ik}^{pb}] + \\
&+ |V_i|^p |V_k|^c [G_{ik}^{pc} \cos \theta_{ik}^{pc} + B_{ik}^{pc} \text{sen} \theta_{ik}^{pc}]) \quad (4.14)
\end{aligned}$$

Particularizando, fazendo a fase p ser igual à fase a:

$$\begin{aligned}
P_i^{\text{transmitido}(a)} &= \sum_{k=1}^n (|V_i|^a |V_k|^a [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + \\
&+ |V_i|^a |V_k|^b [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + \\
&+ |V_i|^a |V_k|^c [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}]) \quad (4.15)
\end{aligned}$$

Obtenção das derivadas parciais da potência ativa transmitida em relação aos ângulos das tensões:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial \theta_i^a} &= \frac{\partial \sum_{k=1}^n (|V_i|^a |V_k|^a [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + \\
&+ |V_i|^a |V_k|^b [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + \\
&+ |V_i|^a |V_k|^c [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}])}{\partial \theta_i^a} = \\
&\frac{\partial \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (|V_i|^a |V_k|^a [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + \\
&+ |V_i|^a |V_k|^b [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + \\
&+ |V_i|^a |V_k|^c [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}]) + (|V_i|^a)^2 G_{ii}^{aa}}{\partial \theta_i^a} \quad (4.16)
\end{aligned}$$

Aplicando a derivada:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial \theta_i^a} &= \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n \sum_{ik}^{aa}} (|V_i|^a |V_k|^a [-G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \cos \\
&+ |V_i|^a |V_k|^b [-G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab}] + \\
&+ |V_i|^a |V_k|^c [-G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac}]) \quad (4.17)
\end{aligned}$$

Somando e subtraindo a parcela abaixo, completa-se o termo do Q_i transmitido.

Assim:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial \theta_i^a} &= \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n \sum_{ik}^{aa}} (|V_i^a| |V_k^a| [-G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{cos} \\ &\quad + |V_i^a| |V_k^b| [-G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{cos} \theta_{ik}^{ab}] + \\ &\quad + |V_i^a| |V_k^c| [-G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{cos} \theta_{ik}^{ac}]) + (|V_i^a|^2 B_{ii}^{aa} - (|V_i^a|^2 B_{ii}^{aa} \\ &\quad \frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial \theta_i^a} = -Q_i^a - (|V_i^a|^2 B_{ii}^{aa} \end{aligned} \quad (4.18)$$

A derivada parcial da potência transmitida na fase a em relação a teta da fase b é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial \theta_i^b} &= \frac{\partial \sum_{k=1}^n (|V_i^a| |V_k^a| [G_{ik}^{aa} \text{cos} \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + \\ &\quad + |V_i^a| |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \text{cos} \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + \\ &\quad + |V_i^a| |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \text{cos} \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}])}{\partial \theta_i^b} = \\ &= |V_i^a| |V_i^b| [G_{ii}^{ab} \text{sen} \theta_{ii}^{ab} - B_{ii}^{ab} \text{cos} \theta_{ii}^{ab}] \end{aligned} \quad (4.19)$$

Analogamente para o ângulo da fase c, obtém-se:

$$\frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial \theta_i^c} = |V_i^a| |V_i^c| [G_{ii}^{ac} \text{sen} \theta_{ii}^{ac} - B_{ii}^{ac} \text{cos} \theta_{ii}^{ac}] \quad (4.20)$$

Observe que só os termos que possuem o ângulo da fase b possuem derivada parcial não nula. Como o segundo termo do somatório possui a fase b e como, no cosseno, o ângulo da fase b é negativo, a derivada vale -1, com -1 da derivada do cosseno, que é menos o seno, implica no seno positivo. O seno vira cosseno com -1 do argumento, ficando, portanto, -cosseno.

Em relação aos tetras da barra k, as derivadas parciais da potência transmitida na fase a em relação a esses ângulos são dadas por:

$$\frac{\partial P_i^{\text{transmitido (a)}}}{\partial \theta_k^a} = \frac{\partial \sum_{k=1}^n (|V_i^a| |V_k^a| [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + |V_i^a| |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + |V_i^a| |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}])}{\partial \theta_k^a} =$$

$$= |V_i^a| |V_k^a| [G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa}] \quad (4.21)$$

Analogamente para os ângulos das fases b e c da barra k, tem-se:

$$\frac{\partial P_i^{\text{transmitido (a)}}}{\partial \theta_k^b} = |V_i^a| |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab}] \quad (4.22)$$

e

$$\frac{\partial P_i^{\text{transmitido (a)}}}{\partial \theta_k^c} = |V_i^a| |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac}] \quad (4.23)$$

Obtenção das derivadas parciais da potência ativa transmitida em relação aos módulos das tensões:

$$\frac{\partial P_i^{\text{transmitido (a)}}}{\partial |V_i^a|} = \frac{\partial \sum_{k=1}^n (|V_i^a| |V_k^a| [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + |V_i^a| |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + |V_i^a| |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}])}{\partial |V_i^a|} =$$

$$\frac{\partial \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (|V_i^a| |V_k^a| [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + |V_i^a| |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + |V_i^a| |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}]) + (|V_i^a|)^2 G_{ii}^{aa}}{\partial |V_i^a|} \quad (4.24)$$

Aplicando a derivada:

$$= \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (|V_k^a| [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}]) + 2(|V_i^a|) G_{ii}^{aa} =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (|V|_k^a [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + \\
&\quad + |V|_k^b [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + \\
&\quad + |V|_k^c [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}]) + (|V|_i^a) G_{ii}^{aa} + (|V|_i^a) G_{ii}^{aa} = \\
&= \frac{P_i^{\text{transmitido}(a)}}{|V|_i^a} + |V|_i^a G_{ii}^{aa} \quad (4.25)
\end{aligned}$$

Para a tensão da fase b:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial |V|_i^b} &= \frac{\partial \sum_{k=1}^n (|V|_i^a |V|_k^a [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + \\
&\quad + |V|_i^a |V|_k^b [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + \\
&\quad + |V|_i^a |V|_k^c [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}])}{\partial |V|_i^b} = \\
&= |V|_i^a [G_{ii}^{ab} \cos \theta_{ii}^{ab} + B_{ii}^{ab} \text{sen} \theta_{ii}^{ab}] \quad (4.26)
\end{aligned}$$

Observe que a derivada acima se aplicou quando $k = i$, no segundo termo do somatório.

Analogamente:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial |V|_i^c} &= \frac{\partial \sum_{k=1}^n (|V|_i^a |V|_k^a [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + \\
&\quad + |V|_i^a |V|_k^b [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + \\
&\quad + |V|_i^a |V|_k^c [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}])}{\partial |V|_i^c} = \\
&= |V|_i^a [G_{ii}^{ac} \cos \theta_{ii}^{ac} + B_{ii}^{ac} \text{sen} \theta_{ii}^{ac}] \quad (4.27)
\end{aligned}$$

Aplicando agora a derivada em relação ao módulo da tensão da barra k, obtém-se:

$$\frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial |V|_k^a} = |V|_i^a [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial |V|_k^b} = |V|_i^a [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial P_i^{\text{transmitido}(a)}}{\partial |V|_k^c} = |V|_i^a [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}] \quad (4.30)$$

Obtenção das derivadas parciais da potência reativa transmitida em relação aos ângulos das tensões:

Aplicando a derivada parcial da potência reativa transmitida em relação aos ângulos das tensões da barra i , obtém-se:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_i^a} = \frac{\partial |V_i^a \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^s |V_k^m [G_{ik}^{pm} \text{sen} \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \text{cos} \theta_{ik}^{pm}]}{\partial \theta_i^a} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} & \partial |V_i^a \sum_{k=1}^n (|V_k^a [G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \text{cos} \theta_{ik}^{aa}] + \\ & + |V_k^b [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \text{cos} \theta_{ik}^{ab}] + \\ & + |V_k^c [G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \text{cos} \theta_{ik}^{ac}]) \\ \frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_i^a} = & \frac{\partial |V_i^a \sum_{k=1}^n (|V_k^a [G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \text{cos} \theta_{ik}^{aa}] + \\ & + |V_k^b [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \text{cos} \theta_{ik}^{ab}] + \\ & + |V_k^c [G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \text{cos} \theta_{ik}^{ac}]) - B_{ii}^a (|V_i^a)^2}{\partial \theta_i^a} = \end{aligned} \quad (4.32)$$

Aplicando a derivada, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_i^a} = & |V_i^a \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (|V_k^a [G_{ik}^{aa} \text{cos} \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + \\ & + |V_k^b [G_{ik}^{ab} \text{cos} \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + \\ & + |V_k^c [G_{ik}^{ac} \text{cos} \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}]) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Somando e subtraindo $G_{ii}^{aa} (|V_i^a)^2$, completa-se a expressão de Pi. Assim:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_i^a} = & |V_i^a \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (|V_k^a [G_{ik}^{aa} \text{cos} \theta_{ik}^{aa} + B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] + \\ & + |V_k^b [G_{ik}^{ab} \text{cos} \theta_{ik}^{ab} + B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] + \\ & + |V_k^c [G_{ik}^{ac} \text{cos} \theta_{ik}^{ac} + B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}]) + G_{ii}^{aa} (|V_i^a)^2 - G_{ii}^{aa} (|V_i^a)^2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_i^a} = P_i^a - G_{ii}^{aa} (|V_i^a)^2 \quad (4.35)$$

Para o ângulo da fase b:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_i^b} = \frac{\partial |V|_i^a \sum_{k=1}^n (|V|_k^a [G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa}] + |V|_k^b [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab}] + |V|_k^c [G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac}])}{\partial \theta_i^b} \quad (4.36)$$

A derivada se aplicará quando $k = i$, logo:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_i^b} = |V|_i^a |V|_i^b [-G_{ii}^{ab} \cos \theta_{ii}^{ab} - B_{ii}^{ab} \text{sen} \theta_{ii}^{ab}] \quad (4.37)$$

Analogamente, para o ângulo da fase c:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_i^c} = |V|_i^a |V|_i^c [-G_{ii}^{ac} \cos \theta_{ii}^{ac} - B_{ii}^{ac} \text{sen} \theta_{ii}^{ac}] \quad (4.38)$$

Aplicando agora a derivada parcial da potência reativa transmitida na fase a em relação aos ângulos das tensões da barra k, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_k^a} &= \frac{\partial |V|_i^a \sum_{k=1}^n (|V|_k^a [G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa}] + |V|_k^b [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab}] + |V|_k^c [G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac}])}{\partial \theta_k^a} = \\ &= |V|_i^a |V|_k^a [-G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] \end{aligned} \quad (4.39)$$

Analogamente para a fase b:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_k^b} = |V|_i^a |V|_k^b [-G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] \quad (4.40)$$

E para a fase c:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial \theta_k^c} = |V|_i^a |V|_k^c [-G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}] \quad (4.41)$$

Obtenção das derivadas parciais da potência reativa transmitida em relação aos módulos das tensões:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i^a}{\partial |V_i^a|} &= \frac{\partial |V_i^a| \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (|V_k^a| [G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa}] + \\ &+ |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab}] + \\ &+ |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac}]) - B_{ii}^{aa} (|V_i^a|)^2}{\partial |V_i^a|} = \\ &= \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (|V_k^a| [G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa}] + \\ &+ |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab}] + \\ &+ |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac}]) - 2B_{ii}^{aa} (|V_i^a|) \end{aligned} \quad (4.42)$$

Separando os termos fora do somatório:

$$\begin{aligned} &= \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (|V_k^a| [G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa}] + \\ &+ |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab}] + \\ &+ |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac}]) - B_{ii}^{aa} (|V_i^a|) - B_{ii}^{aa} (|V_i^a|) = \\ &= \frac{Q_i^{\text{transmitido(a)}}}{|V_i^a|} - |V_i^a| B_{ii}^{aa} \end{aligned} \quad (4.43)$$

Em relação ao módulo de tensão da fase b:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial |V_i^b|} = \frac{\partial |V_i^a| \sum_{k=1}^n (|V_k^a| [G_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa}] + \\ + |V_k^b| [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab}] + \\ + |V_k^c| [G_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac}])}{\partial |V_i^b|} \quad (4.44)$$

Quando $k = i$, a derivada parcial acima se aplicará, resultando no termo:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial |V_i^b|} = |V_i^a| [G_{ii}^{ab} \cos \theta_{ii}^{ab} - B_{ii}^{ab} \text{sen} \theta_{ii}^{ab}] \quad (4.45)$$

Analogamente para a fase c:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial |V|_i^c} = |V|_i^a [G_{ii}^{ac} \cos \theta_{ii}^{ac} - B_{ii}^{ac} \text{sen} \theta_{ii}^{ac}] \quad (4.46)$$

Aplicando agora a derivada em relação ao módulo da tensão da barra k, obtém-se:

Para a fase a:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial |V|_k^a} = |V|_i^a [G_{ik}^{aa} \cos \theta_{ik}^{aa} - B_{ik}^{aa} \text{sen} \theta_{ik}^{aa}] \quad (4.47)$$

Para a fase b:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial |V|_k^b} = |V|_i^a [G_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab}] \quad (4.48)$$

Para a fase c:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial |V|_k^c} = |V|_i^a [G_{ik}^{ac} \cos \theta_{ik}^{ac} - B_{ik}^{ac} \text{sen} \theta_{ik}^{ac}] \quad (4.49)$$

O Jacobiano trifásico é formado pelas submatrizes H, N, J e L. Assim, o vetor de correção das variáveis de estado do sistema, ou seja, dos módulos e dos ângulos das tensões passa a ser dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Como o vetor de resíduos de potência ativa e de potência reativa é formado pela potência gerada menos a potência consumida menos a potência transmitida; e como cada submatriz H, N, M e L é dada pelas derivadas parciais do resíduo de potência ativa em relação aos ângulos (H), derivadas parciais do resíduo de potência ativa em relação ao módulo das tensões (N), derivadas parciais do resíduo da potência reativa em relação ao ângulo das tensões (J) e derivadas parciais do resíduo da potência reativa em relação aos módulos de tensões (L), o sinal de menos da potência transmitida é multiplicado pelo sinal de menos da inversa da matriz Jacobiana e portanto:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

E assim o vetor solução é atualizado a cada iteração por:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}^{(iter)i} = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}^{(iter)i-1} + \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Um dos aspectos computacionais do método de Newton-Raphson trifásico é que se trata de um método de tangentes variáveis a uma hipersuperfície, uma vez que existe a necessidade de se montar a matriz Jacobiana a cada iteração. Sem o emprego de técnicas específicas para inverter a matriz Jacobiana, o método pode demorar mais, no entanto, possuindo característica de convergência similar ao método de Gauss-Seidel com matriz Z.

Exemplo 4.1

Calcular as tensões nas fases do sistema trifásico da Figura 4.1, com o auxílio do MATLAB, usando o método de Newton-Raphson em coordenadas polares.

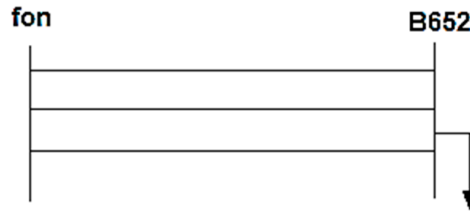
Solução

Observe que a solução para esse sistema foi obtida pelo método de Gauss-Seidel Z no capítulo 3 e vale:

Tabela 4.1 – Resultado do Exemplo 3.3

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
3	0.9972∠−0.1212°	0.9954∠−120.1755°	0.9966∠119.7582°

Figura 4.1 – Sistema para o Exemplo 4.1



Fonte: elaborada pelos autores.

Os dados de impedância de linha são fornecidos abaixo. Por simplicidade do exemplo, não consideramos a matriz de efeito capacitivo da linha.

$$Z_{linha_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 0,0023 + j0,0067 & 0,0010 + j0,0033 & 0,0010 + j0,0028 \\ 0,0010 + j0,0033 & 0,0022 + j0,0069 & 0,0010 + j0,0025 \\ 0,0010 + j0,0028 & 0,0010 + j0,0025 & 0,0022 + j0,0068 \end{pmatrix}$$

A potência da carga nas três fases ligadas em Y em p.u. é dada abaixo:

$$S_A = 1 + j0.5; \quad S_B = 1 + j0.8; \quad S_C = 1 + j0.5$$

A tensão da barra de referência (nó fon) é dada por:

$$V_A = 1 \angle 0^\circ; \quad V_B = 1 \angle -120^\circ; \quad V_C = 1 \angle 120^\circ$$

Solução

Montando a matriz Y do sistema a partir da matriz Y da linha, tem-se:

$$Y_{linha_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 0,0023 + j0,0067 & 0,0010 + j0,0033 & 0,0010 + j0,0028 \\ 0,0010 + j0,0033 & 0,0022 + j0,0069 & 0,0010 + j0,0025 \\ 0,0010 + j0,0028 & 0,0010 + j0,0025 & 0,0022 + j0,0068 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$Y_{linha_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 66,06 - j190,38 & -28,03 + j70,37 & -15,35 + j52,63 \\ -28,03 + j70,37 & 57,84 - j180,41 & -7,29 + j40,19 \\ -15,35 + j52,63 & -7,29 + j40,19 & 51,15 - j170,21 \end{pmatrix}$$

Assim, o Y do sistema é dado por:

$$Y_{sistema_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 66,06 - j190,38 & -28,03 + j70,37 & -15,35 + j52,63 & -66,06 + j190,38 & 28,03 - j70,37 & 15,35 - j52,63 \\ -28,03 + j70,37 & 57,84 - j180,41 & -7,29 + j40,19 & 28,03 - j70,37 & -57,84 + j180,41 & 7,29 - j40,19 \\ -15,35 + j52,63 & -7,29 + j40,19 & 51,15 - j170,21 & 15,35 - j52,63 & 7,29 - j40,19 & -51,15 + j170,21 \\ -66,06 + j190,38 & 28,03 - j70,37 & 15,35 - j52,63 & 66,06 - j190,38 & -28,03 + j70,37 & -15,35 + j52,63 \\ 28,03 - j70,37 & -57,84 + j180,41 & 7,29 - j40,19 & -28,03 + j70,37 & 57,84 - j180,41 & -7,29 + j40,19 \\ 15,35 - j52,63 & 7,29 - j40,19 & -51,15 + j170,21 & -15,35 + j52,63 & -7,29 + j40,19 & 51,15 - j170,21 \end{pmatrix}$$

O Jacobiano para o sistema acima é dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^a \\ \Delta P_2^b \\ \Delta P_2^c \\ \Delta Q_2^a \\ \Delta Q_2^b \\ \Delta Q_2^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^a}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial P_2^a}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial P_2^a}{\partial \theta_2^c} & \frac{\partial P_2^a}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial P_2^a}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial P_2^a}{\partial |V|_2^c} \\ \frac{\partial P_2^b}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial P_2^b}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial P_2^b}{\partial \theta_2^c} & \frac{\partial P_2^b}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial P_2^b}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial P_2^b}{\partial |V|_2^c} \\ \frac{\partial P_2^c}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial P_2^c}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial P_2^c}{\partial \theta_2^c} & \frac{\partial P_2^c}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial P_2^c}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial P_2^c}{\partial |V|_2^c} \\ \frac{\partial Q_2^a}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial \theta_2^c} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial |V|_2^c} \\ \frac{\partial Q_2^b}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial \theta_2^c} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial |V|_2^c} \\ \frac{\partial Q_2^c}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial \theta_2^c} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial |V|_2^c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2^a \\ \Delta \theta_2^b \\ \Delta \theta_2^c \\ \Delta |V|_2^a \\ \Delta |V|_2^b \\ \Delta |V|_2^c \end{bmatrix}$$

Escreve-se o programa abaixo no MATLAB com o método de Newton-Raphson em coordenadas polares.

```
clear all;
```

```
clc;
```

```
%Capitulo Newton-Raphson trifásico Resolução do exemplo 1
```

```
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.42364  
8;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934  
;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840];
```

```

Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056);
Y=[inv(Zpu) -inv(Zpu);-inv(Zpu) inv(Zpu)];
mV2a=1;
mV2b=1;
mV2c=1;
aV2a=0;
theta2a=aV2a;
theta1a=theta2a;
aV2b=-2*pi/3;
theta2b=aV2b;
theta1b=theta2b;
aV2c=2*pi/3;
theta2c=aV2c;
theta1c=theta2c;
vetorsolucao=[mV2a;mV2b;mV2c;aV2a;aV2b;aV2c];
V2a=mV2a*(cos(aV2a)+j*sin(aV2a));
V2b=mV2b*(cos(aV2b)+j*sin(aV2b));
V2c=mV2c*(cos(aV2c)+j*sin(aV2c));
V1a=V2a;
V1b=V2b;
V1c=V2c;
n=0;
while 1
    P2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a)+i-
mag(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(re-
al(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)+imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta-
2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)+ima-
g(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,-
4))*cos(theta2a-theta1a)+imag(Y(1,4))*sin(theta2a-theta1a))+abs(-
V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*cos(theta2a-theta1b)+imag(Y(1,5))*-

```

$$\sin(\theta_{2a}-\theta_{1b})+abs(V_{2a}) * abs(V_{1c}) * (\text{real}(Y(1,6)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{1c})+imag(Y(1,6)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{1c}));$$

$$P_{2b}=abs(V_{2b}) * abs(V_{2a}) * (\text{real}(Y(5,4)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2a})+imag(Y(5,4)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2a}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{2b}) * (\text{real}(Y(5,5)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2b})+imag(Y(5,5)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2b}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{2c}) * (\text{real}(Y(5,6)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2c})+imag(Y(5,6)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2c}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{1a}) * (\text{real}(Y(2,-4)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{1a})+imag(Y(2,4)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{1a}))+abs(-V_{2b}) * abs(V_{1b}) * (\text{real}(Y(2,5)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{1b})+imag(Y(2,5)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{1b}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{1c}) * (\text{real}(Y(2,6)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{1c})+imag(Y(2,6)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{1c}));$$

$$P_{2c}=abs(V_{2c}) * abs(V_{2a}) * (\text{real}(Y(6,4)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{2a})+imag(Y(6,4)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{2a}))+abs(V_{2c}) * abs(V_{2b}) * (\text{real}(Y(6,5)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{2b})+imag(Y(6,5)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{2b}))+abs(V_{2c}) * abs(V_{2c}) * (\text{real}(Y(6,6)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{2c})+imag(Y(6,6)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{2c}))+abs(V_{2c}) * abs(V_{1a}) * (\text{real}(Y(3,-4)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{1a})+imag(Y(3,4)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{1a}))+abs(-V_{2c}) * abs(V_{1b}) * (\text{real}(Y(3,5)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{1b})+imag(Y(3,5)) * \sin(-\theta_{2c}-\theta_{1b}))+abs(V_{2c}) * abs(V_{1c}) * (\text{real}(Y(3,6)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{1c})+imag(Y(3,6)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{1c}));$$

$$Q_{2a}=abs(V_{2a}) * abs(V_{2a}) * (\text{real}(Y(4,4)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{2a})-imag(Y(4,4)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{2a}))+abs(V_{2a}) * abs(V_{2b}) * (\text{real}(Y(4,5)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{2b})-imag(Y(4,5)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{2b}))+abs(V_{2a}) * abs(V_{2c}) * (\text{real}(Y(4,6)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{2c})-imag(Y(4,6)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{2c}))+abs(V_{2a}) * abs(V_{1a}) * (\text{real}(Y(1,-4)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{1a})-imag(Y(1,4)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{1a}))+abs(-V_{2a}) * abs(V_{1b}) * (\text{real}(Y(1,5)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{1b})-imag(Y(1,5)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{1b}))+abs(V_{2a}) * abs(V_{1c}) * (\text{real}(Y(1,6)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{1c})-imag(Y(1,6)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{1c}));$$

$$Q_{2b}=abs(V_{2b}) * abs(V_{2a}) * (\text{real}(Y(5,4)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2a})-imag(Y(5,4)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2a}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{2b}) * (\text{real}(Y(5,5)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2b})-imag(Y(5,5)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2b}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{2c}) * (\text{real}(Y(5,6)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2c})-imag(Y(5,6)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2c}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{1a}) * (\text{real}(Y(2,-$$

4))*sin(theta2b-theta1a)-imag(Y(2,4))*cos(theta2b-theta1a))+abs(-V2b)*abs(V1b)*(real(Y(2,5))*sin(theta2b-theta1b)-imag(Y(2,5))*cos(theta2b-theta1b))+abs(V2b)*abs(V1c)*(real(Y(2,6))*sin(theta2b-theta1c)-imag(Y(2,6))*cos(theta2b-theta1c));

Q2c=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a))+abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b))+abs(V2c)*abs(V2c)*(real(Y(6,6))*sin(theta2c-theta2c)-imag(Y(6,6))*cos(theta2c-theta2c))+abs(V2c)*abs(V1a)*(real(Y(3,4))*sin(theta2c-theta1a)-imag(Y(3,4))*cos(theta2c-theta1a))+abs(V2c)*abs(V1b)*(real(Y(3,5))*sin(theta2c-theta1b)-imag(Y(3,5))*cos(theta2c-theta1b))+abs(V2c)*abs(V1c)*(real(Y(3,6))*sin(theta2c-theta1c)-imag(Y(3,6))*cos(theta2c-theta1c));

deltaP2a=0-1-P2a

deltaP2b=0-1-P2b

deltaP2c=0-1-P2c

deltaQ2a=0-0.5-Q2a

deltaQ2b=0-0.8-Q2b

deltaQ2c=0-0.5-Q2c

%Montagem do Jacobiano

%Derivada de P2a em relação a theta2a OK

DP2atheta2a=-Q2a-abs(V2a)^2*imag(Y(4,4));

%Derivada de P2a em relação a theta2b OK

DP2atheta2b=abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-imag(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b));

%Derivada de P2a em relação a theta2c OK

DP2atheta2c=abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-imag(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c));

%Derivada de P2a em relação a V2a OK

DP2aV2a=P2a/abs(V2a)+abs(V2a)*real(Y(4,4));

%Derivada de P2a em relação a V2b OK

$DP2aV2b=abs(V2a)*(real(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)+imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b));$

%Derivada de P2a em relação a V2c OK

$DP2aV2c=abs(V2a)*(real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)+imag(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c));$

%Derivada de P2b em relação a theta2a OK

$DP2btheta2a=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-imag(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a));$

%Derivada de P2b em relação a theta2b OK

$DP2btheta2b=-Q2b-abs(V2b)^2*imag(Y(5,5));$

%Derivada de P2b em relação a theta2c OK

$DP2btheta2c=abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));$

%Derivada de P2b em relação a V2a OK

$DP2bV2a=abs(V2b)*(real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a)+imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a));$

%Derivada de P2b em relação a V2b OK

$DP2bV2b=P2b/abs(V2b)+abs(V2b)*real(Y(5,5));$

%Derivada de P2b em relação a V2c OK

$DP2bV2c=abs(V2b)*(real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)+imag(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c));$

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

$DP2ctheta2a=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));$

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

$DP2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));$

%Derivada de P2c em relação a theta2c OK

$DP2ctheta2c=-Q2c-abs(V2c)^2*imag(Y(6,6));$

%Derivada de P2c em relação a V2a OK


```

DP2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a)+ima-
g(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a));
%Derivada de P2c em relação a V2b OK
DP2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b)+ima-
g(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b));
%Derivada de P2c em relação a V2c OK
DP2cV2c=P2c/abs(V2c)+abs(V2c)*real(Y(6,6));
%Linhas relativas a potência reativa
%Derivada de Q2a em relação a theta2a OK
DQ2atheta2a=P2a-abs(V2a)^2*real(Y(4,4));
%Derivada de Q2a em relação a theta2b OK
DQ2atheta2b=abs(V2a)*abs(V2b)*(-real(Y(4,5))*cos(theta2a-
-theta2b)-imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b));
%Derivada de Q2a em relação a theta2c OK
DQ2atheta2c=abs(V2a)*abs(V2c)*(-real(Y(4,6))*cos(theta2a-
-theta2c)-imag(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c));
%Derivada de Q2a em relação a V2a OK
DQ2aV2a=Q2a/abs(V2a)-abs(V2a)*imag(Y(4,4));
%Derivada de Q2a em relação a V2b OK
DQ2aV2b=abs(V2a)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-ima-
g(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b));
%Derivada de Q2a em relação a V2c OK
DQ2aV2c=abs(V2a)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-ima-
g(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c));
%Derivada de Q2b em relação a theta2a OK
DQ2btheta2a=abs(V2b)*abs(V2a)*(-real(Y(5,4))*cos(theta2b-
-theta2a)-imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a));
%Derivada de Q2b em relação a theta2b OK
DQ2btheta2b=P2b-abs(V2b)^2*real(Y(5,5));
%Derivada de Q2b em relação a theta2c OK

```

$DQ2btheta2c=abs(V2b)*abs(V2c)*(-real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c));$

%Derivada de Q2b em relação a V2a OK

$DQ2bV2a=abs(V2b)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-imag(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a));$

%Derivada de Q2b em relação a V2b OK

$DQ2bV2b=Q2b/abs(V2b)-abs(V2b)*imag(Y(5,5));$

%Derivada de Q2b em relação a V2c OK

$DQ2bV2c=abs(V2b)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));$

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

$DQ2ctheta2a=abs(V2c)*abs(V2a)*(-real(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a));$

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

$DQ2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(-real(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b));$

%Derivada de P2c em relação a theta2c OK

$DQ2ctheta2c=P2c-abs(V2c)^2*real(Y(6,6));$

%Derivada de P2c em relação a V2a OK

$DQ2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));$

%Derivada de P2c em relação a V2b OK

$DQ2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));$

%Derivada de P2c em relação a V2c OK

$DQ2cV2c=Q2c/abs(V2c)-abs(V2c)*imag(Y(6,6));$

Jacobiano=[DP2atheta2a DP2atheta2b DP2atheta2c DP2aV2a DP2aV2b DP2aV2c;DP2btheta2a DP2btheta2b DP2btheta2c DP2bV2a DP2bV2b DP2bV2c;DP2ctheta2a DP2ctheta2b DP2ctheta2c DP2cV2a DP2cV2b DP2cV2c;DQ2atheta2a DQ2atheta2b DQ2atheta2c DQ2aV2a DQ2aV2b DQ2aV2c;DQ2btheta2a DQ2btheta2b DQ2btheta2c

```
DQ2bV2a DQ2bV2b DQ2bV2c;DQ2ctheta2a DQ2ctheta2b DQ2ctheta2c  
DQ2cV2a DQ2cV2b DQ2cV2c];
```

```
vetor_passo=inv(Jacobiano)*[deltaP2a;deltaP2b;deltaP2c;deltaQ2a;-  
deltaQ2b;deltaQ2c]
```

```
theta2a=theta2a+vetor_passo(1,1);
```

```
theta2b=theta2b+vetor_passo(2,1);
```

```
theta2c=theta2c+vetor_passo(3,1);
```

```
mV2a=mV2a+vetor_passo(4,1);
```

```
mV2b=mV2b+vetor_passo(5,1);
```

```
mV2c=mV2c+vetor_passo(6,1);
```

```
%break;
```

```
n=n+1;
```

```
V2a=mV2a*(cos(theta2a)+j*sin(theta2a));
```

```
V2b=mV2b*(cos(theta2b)+j*sin(theta2b));
```

```
V2c=mV2c*(cos(theta2c)+j*sin(theta2c));
```

```
%if n==2
```

```
% break;
```

```
%end
```

```
tol=0.000001;
```

```
if(abs(deltaP2a)<tol & abs(deltaP2b)<tol & abs(deltaP2c)<tol &  
abs(deltaQ2a)<tol & abs(deltaQ2b)<tol & abs(deltaQ2c)<tol)
```

```
break;
```

```
end
```

```
end
```

```
mV2a
```

```
angle(V2a)*180/pi
```

```
mV2b
```

```
angle(V2b)*180/pi
```

```
mV2c
```

```
angle(V2c)*180/pi
```

A solução para o sistema obtida com esse programa é:

Tabela 4.2 – Resultado numérico do Exemplo 3.3

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
3	$0.9972\angle -0.1212^\circ$	$0.9954\angle -120.1755^\circ$	$0.9966\angle 119.7582^\circ$

Fonte: elaborada pelos autores.

que é exatamente a mesma obtida com o método de Gauss-Z trifásico.

Obs: uma variação do método de Newton-Raphson consiste em tornar constante o Jacobiano e, portanto, calcular os valores de correção com essa matriz constante. Embora isso possa resultar em um número de iterações maiores, pode reduzir o tempo computacional do programa, devido à necessidade de se inverter o Jacobiano uma única vez.

O programa seguinte ilustra esse conceito:

Exemplo 4.2

Resolvendo o Exemplo 3.3 com o Jacobiano constante.

```
clear all;
```

```
clc;
```

```
%Capitulo Newton-Raphson trifásico Resolução do exemplo 1
```

```
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.423648;
0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934;
0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840];
```

```
Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056);
```

```
Y=[inv(Zpu) -inv(Zpu);-inv(Zpu) inv(Zpu)];
```

```

mV2a=1;
mV2b=1;
mV2c=1;
aV2a=0;
theta2a=aV2a;
theta1a=theta2a;
aV2b=-2*pi/3;
theta2b=aV2b;
theta1b=theta2b;
aV2c=2*pi/3;
theta2c=aV2c;
theta1c=theta2c;
vetorsolucao=[mV2a;mV2b;mV2c;aV2a;aV2b;aV2c];
V2a=mV2a*(cos(aV2a)+j*sin(aV2a));
V2b=mV2b*(cos(aV2b)+j*sin(aV2b));
V2c=mV2c*(cos(aV2c)+j*sin(aV2c));
V1a=V2a;
V1b=V2b;
V1c=V2c;
n=0;
P2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a)+i-
mag(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(re-
al(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)+imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta-
2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)+ima-
g(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,4))*-
cos(theta2a-theta1a)+imag(Y(1,4))*sin(theta2a-theta1a))+abs(-
V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*cos(theta2a-theta1b)+imag(Y(1,5))*-
sin(theta2a-theta1b))+abs(V2a)*abs(V1c)*(real(Y(1,6))*cos(theta2a-
-theta1c)+imag(Y(1,6))*sin(theta2a-theta1c));
P2b=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta-
2a)+imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a))+abs(V2b)*abs(V2b)*(re-

```

$$\begin{aligned} & \text{al}(Y(5,5)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2b) + \text{imag}(Y(5,5)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta} \\ & 2b)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(5,6)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2c) + \text{ima} \\ & \text{g}(Y(5,6)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(2, \\ & 4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1a) + \text{imag}(Y(2,4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1a)) + \text{abs}(- \\ & V2b) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(2,5)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1b) + \text{imag}(Y(2,5)) * \\ & \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(2,6)) * \cos(\text{theta}2b - \\ & \text{theta}1c) + \text{imag}(Y(2,6)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1c)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P2c = & \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(6,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2a) + \text{i} \\ & \text{mag}(Y(6,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2a)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2b) * (\text{re} \\ & \text{al}(Y(6,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2b) + \text{imag}(Y(6,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta} \\ & 2b)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(6,6)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2c) + \text{ima} \\ & \text{g}(Y(6,6)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(3, \\ & 4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}1a) + \text{imag}(Y(3,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1a)) + \text{abs}(V \\ & 2c) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(3,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}1b) + \text{imag}(Y(3,5)) * \sin(- \\ & \text{theta}2c - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(3,6)) * \cos(\text{theta}2c - \text{the} \\ & \text{ta}1c) + \text{imag}(Y(3,6)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1c)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q2a = & \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(4,4)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2a) - \\ & \text{imag}(Y(4,4)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2a)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2b) * (\text{re} \\ & \text{al}(Y(4,5)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(4,5)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta} \\ & 2b)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(4,6)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2c) - \text{ima} \\ & \text{g}(Y(4,6)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(1, \\ & 4)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}1a) - \text{imag}(Y(1,4)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}1a)) + \text{abs}(- \\ & V2a) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(1,5)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}1b) - \text{imag}(Y(1,5)) * \\ & \cos(\text{theta}2a - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(1,6)) * \sin(\text{theta}2a - \\ & \text{theta}1c) - \text{imag}(Y(1,6)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}1c)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q2b = & \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(5,4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2a) - \\ & \text{imag}(Y(5,4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2a)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2b) * (\text{re} \\ & \text{al}(Y(5,5)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(5,5)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta} \\ & 2b)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(5,6)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2c) - \text{ima} \\ & \text{g}(Y(5,6)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(2, \\ & 4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1a) - \text{imag}(Y(2,4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1a)) + \text{abs}(- \\ & V2b) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(2,5)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1b) - \text{imag}(Y(2,5)) * \\ & \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(2,6)) * \sin(\text{theta}2b - \\ & \text{theta}1c) - \text{imag}(Y(2,6)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1c)); \end{aligned}$$

$$Q2c = \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(6,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2a) - \text{imag}(Y(6,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2a)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(6,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(6,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2b)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(6,6)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2c) - \text{imag}(Y(6,6)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(3,-4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1a) - \text{imag}(Y(3,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}1a)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(3,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1b) - \text{imag}(Y(3,5)) * \cos(-\text{theta}2c - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(3,6)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1c) - \text{imag}(Y(3,6)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}1c));$$

%Montagem do Jacobiano

%Derivada de P2a em relação a theta2a OK

$$DP2atheta2a = -Q2a - \text{abs}(V2a)^2 * \text{imag}(Y(4,4));$$

%Derivada de P2a em relação a theta2b OK

$$DP2atheta2b = \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(4,5)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(4,5)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2b));$$

%Derivada de P2a em relação a theta2c OK

$$DP2atheta2c = \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(4,6)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2c) - \text{imag}(Y(4,6)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2c));$$

%Derivada de P2a em relação a V2a OK

$$DP2aV2a = P2a / \text{abs}(V2a) + \text{abs}(V2a) * \text{real}(Y(4,4));$$

%Derivada de P2a em relação a V2b OK

$$DP2aV2b = \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(4,5)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2b) + \text{imag}(Y(4,5)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2b));$$

%Derivada de P2a em relação a V2c OK

$$DP2aV2c = \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(4,6)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2c) + \text{imag}(Y(4,6)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2c));$$

%Derivada de P2b em relação a theta2a OK

$$DP2btheta2a = \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(5,4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2a) - \text{imag}(Y(5,4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2a));$$

%Derivada de P2b em relação a theta2b OK

$$DP2btheta2b = -Q2b - \text{abs}(V2b)^2 * \text{imag}(Y(5,5));$$

%Derivada de P2b em relação a theta2c OK

DP2btheta2c=abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-
-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));

%Derivada de P2b em relação a V2a OK

DP2bV2a=abs(V2b)*(real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a)+ima-
g(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a));

%Derivada de P2b em relação a V2b OK

DP2bV2b=P2b/abs(V2b)+abs(V2b)*real(Y(5,5));

%Derivada de P2b em relação a V2c OK

DP2bV2c=abs(V2b)*(real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)+ima-
g(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c));

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

DP2ctheta2a=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-
-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

DP2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-
-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));

%Derivada de P2c em relação a theta2c OK

DP2ctheta2c=-Q2c-abs(V2c)^2*imag(Y(6,6));

%Derivada de P2c em relação a V2a OK

DP2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a)+ima-
g(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a));

%Derivada de P2c em relação a V2b OK

DP2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b)+ima-
g(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b));

%Derivada de P2c em relação a V2c OK

DP2cV2c=P2c/abs(V2c)+abs(V2c)*real(Y(6,6));

%Linhas relativas a potência reativa

%Derivada de Q2a em relação a theta2a OK

DQ2atheta2a=P2a-abs(V2a)^2*real(Y(4,4));

%Derivada de Q2a em relação a theta2b OK

DQ2atheta2b=abs(V2a)*abs(V2b)*(-real(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)-imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b));

%Derivada de Q2a em relação a theta2c OK

DQ2atheta2c=abs(V2a)*abs(V2c)*(-real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)-imag(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c));

%Derivada de Q2a em relação a V2a OK

DQ2aV2a=Q2a/abs(V2a)-abs(V2a)*imag(Y(4,4));

%Derivada de Q2a em relação a V2b OK

DQ2aV2b=abs(V2a)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-imag(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b));

%Derivada de Q2a em relação a V2c OK

DQ2aV2c=abs(V2a)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-imag(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c));

%Derivada de Q2b em relação a theta2a OK

DQ2btheta2a=abs(V2b)*abs(V2a)*(-real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a)-imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a));

%Derivada de Q2b em relação a theta2b OK

DQ2btheta2b=P2b-abs(V2b)^2*real(Y(5,5));

%Derivada de Q2b em relação a theta2c OK

DQ2btheta2c=abs(V2b)*abs(V2c)*(-real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c));

%Derivada de Q2b em relação a V2a OK

DQ2bV2a=abs(V2b)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-imag(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a));

%Derivada de Q2b em relação a V2b OK

DQ2bV2b=Q2b/abs(V2b)-abs(V2b)*imag(Y(5,5));

%Derivada de Q2b em relação a V2c OK

DQ2bV2c=abs(V2b)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

DQ2ctheta2a=abs(V2c)*abs(V2a)*(-real(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a));

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

DQ2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(-real(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b));

%Derivada de P2c em relação a theta2c OK

DQ2ctheta2c=P2c-abs(V2c)^2*real(Y(6,6));

%Derivada de P2c em relação a V2a OK

DQ2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));

%Derivada de P2c em relação a V2b OK

DQ2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));

%Derivada de P2c em relação a V2c OK

DQ2cV2c=Q2c/abs(V2c)-abs(V2c)*imag(Y(6,6));

Jacobiano=[DP2atheta2a DP2atheta2b DP2atheta2c DP2aV2a DP2aV2b DP2aV2c;DP2btheta2a DP2btheta2b DP2btheta2c DP2bV2a DP2bV2b DP2bV2c;DP2ctheta2a DP2ctheta2b DP2ctheta2c DP2cV2a DP2cV2b DP2cV2c;DQ2atheta2a DQ2atheta2b DQ2atheta2c DQ2aV2a DQ2aV2b DQ2aV2c;DQ2btheta2a DQ2btheta2b DQ2btheta2c DQ2bV2a DQ2bV2b DQ2bV2c;DQ2ctheta2a DQ2ctheta2b DQ2ctheta2c DQ2cV2a DQ2cV2b DQ2cV2c];

invJacobiano=inv(Jacobiano);

while 1

P2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a)+imag(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)+imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)+imag(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,4))*cos(theta2a-theta1a)+imag(Y(1,4))*sin(theta2a-theta1a))+abs(-V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*cos(theta2a-theta1b)+imag(Y(1,5))*-

$$\sin(\theta_{2a}-\theta_{1b})+abs(V_{2a}) * abs(V_{1c}) * (real(Y(1,6)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{1c})+imag(Y(1,6)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{1c}));$$

$$P_{2b}=abs(V_{2b}) * abs(V_{2a}) * (real(Y(5,4)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2a})+imag(Y(5,4)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2a}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{2b}) * (real(Y(5,5)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2b})+imag(Y(5,5)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2b}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{2c}) * (real(Y(5,6)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2c})+imag(Y(5,6)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2c}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{1a}) * (real(Y(2,-4)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{1a})+imag(Y(2,4)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{1a}))+abs(-V_{2b}) * abs(V_{1b}) * (real(Y(2,5)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{1b})+imag(Y(2,5)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{1b}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{1c}) * (real(Y(2,6)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{1c})+imag(Y(2,6)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{1c}));$$

$$P_{2c}=abs(V_{2c}) * abs(V_{2a}) * (real(Y(6,4)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{2a})+imag(Y(6,4)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{2a}))+abs(V_{2c}) * abs(V_{2b}) * (real(Y(6,5)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{2b})+imag(Y(6,5)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{2b}))+abs(V_{2c}) * abs(V_{2c}) * (real(Y(6,6)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{2c})+imag(Y(6,6)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{2c}))+abs(V_{2c}) * abs(V_{1a}) * (real(Y(3,-4)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{1a})+imag(Y(3,4)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{1a}))+abs(-V_{2c}) * abs(V_{1b}) * (real(Y(3,5)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{1b})+imag(Y(3,5)) * \sin(-\theta_{2c}-\theta_{1b}))+abs(V_{2c}) * abs(V_{1c}) * (real(Y(3,6)) * \cos(\theta_{2c}-\theta_{1c})+imag(Y(3,6)) * \sin(\theta_{2c}-\theta_{1c}));$$

$$Q_{2a}=abs(V_{2a}) * abs(V_{2a}) * (real(Y(4,4)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{2a})-imag(Y(4,4)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{2a}))+abs(V_{2a}) * abs(V_{2b}) * (real(Y(4,5)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{2b})-imag(Y(4,5)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{2b}))+abs(V_{2a}) * abs(V_{2c}) * (real(Y(4,6)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{2c})-imag(Y(4,6)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{2c}))+abs(V_{2a}) * abs(V_{1a}) * (real(Y(1,-4)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{1a})-imag(Y(1,4)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{1a}))+abs(-V_{2a}) * abs(V_{1b}) * (real(Y(1,5)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{1b})-imag(Y(1,5)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{1b}))+abs(V_{2a}) * abs(V_{1c}) * (real(Y(1,6)) * \sin(\theta_{2a}-\theta_{1c})-imag(Y(1,6)) * \cos(\theta_{2a}-\theta_{1c}));$$

$$Q_{2b}=abs(V_{2b}) * abs(V_{2a}) * (real(Y(5,4)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2a})-imag(Y(5,4)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2a}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{2b}) * (real(Y(5,5)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2b})-imag(Y(5,5)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2b}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{2c}) * (real(Y(5,6)) * \sin(\theta_{2b}-\theta_{2c})-imag(Y(5,6)) * \cos(\theta_{2b}-\theta_{2c}))+abs(V_{2b}) * abs(V_{1a}) * (real(Y(2,-$$

```
4))*sin(theta2b-theta1a)-imag(Y(2,4))*cos(theta2b-theta1a))+abs(-
V2b)*abs(V1b)*(real(Y(2,5))*sin(theta2b-theta1b)-imag(Y(2,5))*
cos(theta2b-theta1b))+abs(V2b)*abs(V1c)*(real(Y(2,6))*sin(theta2b-
-theta1c)-imag(Y(2,6))*cos(theta2b-theta1c));
```

```
Q2c=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-
-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a))+abs(V2c)*abs(V2b)*(re-
al(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta-
2b))+abs(V2c)*abs(V2c)*(real(Y(6,6))*sin(theta2c-theta2c)-ima-
g(Y(6,6))*cos(theta2c-theta2c))+abs(V2c)*abs(V1a)*(real(Y(3,-
4))*sin(theta2c-theta1a)-imag(Y(3,4))*cos(theta2c-theta1a))+abs(V-
2c)*abs(V1b)*(real(Y(3,5))*sin(theta2c-theta1b)-imag(Y(3,5))*cos(-
theta2c-theta1b))+abs(V2c)*abs(V1c)*(real(Y(3,6))*sin(theta2c-the-
ta1c)-imag(Y(3,6))*cos(theta2c-theta1c));
```

```
deltaP2a=0-1-P2a
```

```
deltaP2b=0-1-P2b
```

```
deltaP2c=0-1-P2c
```

```
deltaQ2a=0-0.5-Q2a
```

```
deltaQ2b=0-0.8-Q2b
```

```
deltaQ2c=0-0.5-Q2c
```

```
vetor_passo=invJacobiano*[deltaP2a;deltaP2b;deltaP2c;deltaQ2a;-
deltaQ2b;deltaQ2c];
```

```
theta2a=theta2a+vetor_passo(1,1);
```

```
theta2b=theta2b+vetor_passo(2,1);
```

```
theta2c=theta2c+vetor_passo(3,1);
```

```
mV2a=mV2a+vetor_passo(4,1);
```

```
mV2b=mV2b+vetor_passo(5,1);
```

```
mV2c=mV2c+vetor_passo(6,1);
```

```
%break;
```

```
n=n+1;
```

```
V2a=mV2a*(cos(theta2a)+j*sin(theta2a));
```

```
V2b=mV2b*(cos(theta2b)+j*sin(theta2b));
```

```

V2c=mV2c*(cos(theta2c)+j*sin(theta2c));
%if n==2
% break;
%end
tol=0.000001;
if(abs(deltaP2a)<tol & abs(deltaP2b)<tol & abs(deltaP2c)<tol &
abs(deltaQ2a)<tol & abs(deltaQ2b)<tol & abs(deltaQ2c)<tol)
break;
end
end
mV2a
angle(V2a)*180/pi
mV2b
angle(V2b)*180/pi
mV2c
angle(V2c)*180/pi

```

O resultado é:

Tabela 4.3 – Resultado numérico do Exemplo 4.4

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
4	0.9972∠-0.1212°	0.9954∠-120.1755°	0.9966∠119.7582°

Fonte: elaborada pelos autores.

Ou seja, mesma solução, porém, com uma iteração a mais do que no método de Newton convencional.

Exemplo 4.3

Faça um programa em MATLAB para calcular as tensões de fase do sistema do Exemplo 1.2 usando o método de Newton-Raphson trifásico em coordenadas polares.

Solução

O sistema do Exemplo 1.2 consiste em uma linha com uma carga ligada em delta e modelada com o modelo de potência constante. Escreva-se o programa MATLAB abaixo, no qual se converte a potência entre fases para a potência entre fase e neutro. Assim:

```
clear all;
clc;
%Capítulo Newton-Raphson trifásico Resolução do exemplo 1
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.42364
8;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934
;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840];
Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056);
Y=[inv(Zpu) -inv(Zpu);-inv(Zpu) inv(Zpu)];
mV2a=1;
mV2b=1;
mV2c=1;
aV2a=0;
theta2a=aV2a;
theta1a=theta2a;
aV2b=-2*pi/3;
theta2b=aV2b;
theta1b=theta2b;
aV2c=2*pi/3;
theta2c=aV2c;
```

```

theta1c=theta2c;
vetorsolucao=[mV2a;mV2b;mV2c;aV2a;aV2b;aV2c];
V2a=mV2a*(cos(aV2a)+j*sin(aV2a));
V2b=mV2b*(cos(aV2b)+j*sin(aV2b));
V2c=mV2c*(cos(aV2c)+j*sin(aV2c));
V2ab=V2a-V2b;
V2bc=V2b-V2c;
V2ca=V2c-V2a;
Iab=conj((1+j*0.5)/V2ab);
Ibc=conj((1+j*0.8)/V2bc);
Ica=conj((1+j*0.5)/V2ca);
a=-0.5+j*0.866025403;
MatrizA=[1 1 1;1 a^2 a;1 a a^2];
t=(1/sqrt(3))*(cos(-30*pi/180)+j*sin(-30*pi/180));
T=[1 0 0;0 t 0;0 0 conj(t)];
W=MatrizA*T*inv(MatrizA);
DI=[1 0 -1;-1 1 0;0 -1 1];
VLN=W*[V2ab;V2bc;V2ca];
I2=DI*[Iab;Ibc;Ica];
Smonofasico1=VLN(1,1)*conj(I2(1,1));
Smonofasico2=VLN(2,1)*conj(I2(2,1));
Smonofasico3=VLN(3,1)*conj(I2(3,1));
V1a=V2a;
V1b=V2b;
V1c=V2c;
n=0;
while 1
    P2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a)+i-
mag(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(re-

```

$$\begin{aligned} & \text{al}(Y(4,5)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2b) + \text{imag}(Y(4,5)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta} \\ & 2b)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(4,6)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2c) + \text{ima} \\ & \text{g}(Y(4,6)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(1, - \\ & 4)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}1a) + \text{imag}(Y(1,4)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}1a)) + \text{abs}(- \\ & V2a) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(1,5)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}1b) + \text{imag}(Y(1,5)) * \\ & \text{sin}(\text{theta}2a - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(1,6)) * \cos(\text{theta}2a - \\ & \text{theta}1c) + \text{imag}(Y(1,6)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}1c)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P2b = & \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(5,4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta} \\ & 2a) + \text{imag}(Y(5,4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2a)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2b) * (\text{re} \\ & \text{al}(Y(5,5)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2b) + \text{imag}(Y(5,5)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta} \\ & 2b)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(5,6)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2c) + \text{ima} \\ & \text{g}(Y(5,6)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(2, - \\ & 4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1a) + \text{imag}(Y(2,4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1a)) + \text{abs}(- \\ & V2b) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(2,5)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1b) + \text{imag}(Y(2,5)) * \\ & \text{sin}(\text{theta}2b - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(2,6)) * \cos(\text{theta}2b - \\ & \text{theta}1c) + \text{imag}(Y(2,6)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1c)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P2c = & \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(6,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2a) + \text{i} \\ & \text{mag}(Y(6,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2a)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2b) * (\text{re} \\ & \text{al}(Y(6,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2b) + \text{imag}(Y(6,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta} \\ & 2b)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(6,6)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2c) + \text{ima} \\ & \text{g}(Y(6,6)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(3, - \\ & 4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}1a) + \text{imag}(Y(3,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1a)) + \text{abs}(V \\ & 2c) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(3,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}1b) + \text{imag}(Y(3,5)) * \text{sin}(- \\ & \text{theta}2c - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(3,6)) * \cos(\text{theta}2c - \text{the} \\ & \text{ta}1c) + \text{imag}(Y(3,6)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1c)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q2a = & \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(4,4)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2a) - \\ & \text{imag}(Y(4,4)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2a)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2b) * (\text{re} \\ & \text{al}(Y(4,5)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(4,5)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta} \\ & 2b)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(4,6)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2c) - \text{ima} \\ & \text{g}(Y(4,6)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(1, - \\ & 4)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}1a) - \text{imag}(Y(1,4)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}1a)) + \text{abs}(- \\ & V2a) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(1,5)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}1b) - \text{imag}(Y(1,5)) * \\ & \text{cos}(\text{theta}2a - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(1,6)) * \sin(\text{theta}2a - \\ & \text{theta}1c) - \text{imag}(Y(1,6)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}1c)); \end{aligned}$$

$$Q2b = \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(5,4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2a) - \text{imag}(Y(5,4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2a)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,5)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(5,5)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2b)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(5,6)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2c) - \text{imag}(Y(5,6)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(2,-4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1a) - \text{imag}(Y(2,4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1a)) + \text{abs}(-V2b) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(2,5)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1b) - \text{imag}(Y(2,5)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(2,6)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}1c) - \text{imag}(Y(2,6)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}1c));$$

$$Q2c = \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(6,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2a) - \text{imag}(Y(6,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2a)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(6,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(6,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2b)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(6,6)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2c) - \text{imag}(Y(6,6)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2c)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(3,-4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1a) - \text{imag}(Y(3,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}1a)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(3,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1b) - \text{imag}(Y(3,5)) * \cos(-\text{theta}2c - \text{theta}1b)) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(3,6)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}1c) - \text{imag}(Y(3,6)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}1c));$$

deltaP2a=0-real(Smonofasico1)-P2a

deltaP2b=0-real(Smonofasico2)-P2b

deltaP2c=0-real(Smonofasico3)-P2c

deltaQ2a=0-imag(Smonofasico1)-Q2a

deltaQ2b=0-imag(Smonofasico2)-Q2b

deltaQ2c=0-imag(Smonofasico3)-Q2c

%Montagem do Jacobiano

%Derivada de P2a em relação a theta2a OK

DP2atheta2a=-Q2a-abs(V2a)^2*imag(Y(4,4));

%Derivada de P2a em relação a theta2b OK

DP2atheta2b=abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-imag(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b));

%Derivada de P2a em relação a theta2c OK

$DP2atheta2c=abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-imag(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c));$

%Derivada de P2a em relação a V2a OK

$DP2aV2a=P2a/abs(V2a)+abs(V2a)*real(Y(4,4));$

%Derivada de P2a em relação a V2b OK

$DP2aV2b=abs(V2a)*(real(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)+imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b));$

%Derivada de P2a em relação a V2c OK

$DP2aV2c=abs(V2a)*(real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)+imag(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c));$

%Derivada de P2b em relação a theta2a OK

$DP2btheta2a=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-imag(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a));$

%Derivada de P2b em relação a theta2b OK

$DP2btheta2b=-Q2b-abs(V2b)^2*imag(Y(5,5));$

%Derivada de P2b em relação a theta2c OK

$DP2btheta2c=abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));$

%Derivada de P2b em relação a V2a OK

$DP2bV2a=abs(V2b)*(real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a)+imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a));$

%Derivada de P2b em relação a V2b OK

$DP2bV2b=P2b/abs(V2b)+abs(V2b)*real(Y(5,5));$

%Derivada de P2b em relação a V2c OK

$DP2bV2c=abs(V2b)*(real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)+imag(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c));$

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

$DP2ctheta2a=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));$

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

```

DP2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-
-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));
%Derivada de P2c em relação a theta2c OK
DP2ctheta2c=-Q2c-abs(V2c)^2*imag(Y(6,6));
%Derivada de P2c em relação a V2a OK
DP2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a)+ima-
g(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a));
%Derivada de P2c em relação a V2b OK
DP2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b)+ima-
g(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b));
%Derivada de P2c em relação a V2c OK
DP2cV2c=P2c/abs(V2c)+abs(V2c)*real(Y(6,6));
%Linhas relativas a potência reativa
%Derivada de Q2a em relação a theta2a OK
DQ2atheta2a=P2a-abs(V2a)^2*real(Y(4,4));
%Derivada de Q2a em relação a theta2b OK
DQ2atheta2b=abs(V2a)*abs(V2b)*(-real(Y(4,5))*cos(theta2a-
-theta2b)-imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b));
%Derivada de Q2a em relação a theta2c OK
DQ2atheta2c=abs(V2a)*abs(V2c)*(-real(Y(4,6))*cos(theta2a-
-theta2c)-imag(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c));
%Derivada de Q2a em relação a V2a OK
DQ2aV2a=Q2a/abs(V2a)-abs(V2a)*imag(Y(4,4));
%Derivada de Q2a em relação a V2b OK
DQ2aV2b=abs(V2a)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-ima-
g(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b));
%Derivada de Q2a em relação a V2c OK
DQ2aV2c=abs(V2a)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-ima-
g(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c));
%Derivada de Q2b em relação a theta2a OK

```

DQ2btheta2a=abs(V2b)*abs(V2a)*(-real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a)-imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a));

%Derivada de Q2b em relação a theta2b OK

DQ2btheta2b=P2b-abs(V2b)^2*real(Y(5,5));

%Derivada de Q2b em relação a theta2c OK

DQ2btheta2c=abs(V2b)*abs(V2c)*(-real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c));

%Derivada de Q2b em relação a V2a OK

DQ2bV2a=abs(V2b)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-imag(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a));

%Derivada de Q2b em relação a V2b OK

DQ2bV2b=Q2b/abs(V2b)-abs(V2b)*imag(Y(5,5));

%Derivada de Q2b em relação a V2c OK

DQ2bV2c=abs(V2b)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

DQ2ctheta2a=abs(V2c)*abs(V2a)*(-real(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a));

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

DQ2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(-real(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b));

%Derivada de P2c em relação a theta2c OK

DQ2ctheta2c=P2c-abs(V2c)^2*real(Y(6,6));

%Derivada de P2c em relação a V2a OK

DQ2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));

%Derivada de P2c em relação a V2b OK

DQ2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));

%Derivada de P2c em relação a V2c OK

$DQ2cV2c=Q2c/abs(V2c)-abs(V2c)*imag(Y(6,6));$

Jacobiano=[DP2atheta2a DP2atheta2b DP2atheta2c DP2aV2a DP2aV2b DP2aV2c;DP2btheta2a DP2btheta2b DP2btheta2c DP2bV2a DP2bV2b DP2bV2c;DP2ctheta2a DP2ctheta2b DP2ctheta2c DP2cV2a DP2cV2b DP2cV2c;DQ2atheta2a DQ2atheta2b DQ2atheta2c DQ2aV2a DQ2aV2b DQ2aV2c;DQ2btheta2a DQ2btheta2b DQ2btheta2c DQ2bV2a DQ2bV2b DQ2bV2c;DQ2ctheta2a DQ2ctheta2b DQ2ctheta2c DQ2cV2a DQ2cV2b DQ2cV2c];

vetor_passo=inv(Jacobiano)*[deltaP2a;deltaP2b;deltaP2c;deltaQ2a;-deltaQ2b;deltaQ2c]

theta2a=theta2a+vetor_passo(1,1);

theta2b=theta2b+vetor_passo(2,1);

theta2c=theta2c+vetor_passo(3,1);

mV2a=mV2a+vetor_passo(4,1);

mV2b=mV2b+vetor_passo(5,1);

mV2c=mV2c+vetor_passo(6,1);

%break;

n=n+1;

V2a=mV2a*(cos(theta2a)+j*sin(theta2a));

V2b=mV2b*(cos(theta2b)+j*sin(theta2b));

V2c=mV2c*(cos(theta2c)+j*sin(theta2c));

V2ab=V2a-V2b;

V2bc=V2b-V2c;

V2ca=V2c-V2a;

Iab=conj((1+j*0.5)/V2ab);

Ibc=conj((1+j*0.8)/V2bc);

Ica=conj((1+j*0.5)/V2ca);

VLN=W*[V2ab;V2bc;V2ca];

I2=DI*[Iab;Ibc;Ica];

Smonofasico1=VLN(1,1)*conj(I2(1,1));

```

Smonofasico2=VLN(2,1)*conj(I2(2,1));
Smonofasico3=VLN(3,1)*conj(I2(3,1));
%if n==2
% break;
%end
tol=0.000001;
if(abs(deltaP2a)<tol & abs(deltaP2b)<tol & abs(deltaP2c)<tol &
abs(deltaQ2a)<tol & abs(deltaQ2b)<tol & abs(deltaQ2c)<tol)
break;
end
end
mV2a
angle(V2a)*180/pi
mV2b
angle(V2b)*180/pi
mV2c
angle(V2c)*180/pi

```

O resultado da simulação do sistema acima pelo programa escrito em MATLAB é:

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
4	0.9965∠-0.1567°	0.9967∠-120.2249°	0.9960∠119.8367°

O resultado é praticamente o mesmo obtido pelo método Gauss-Z trifásico (Exemplo 3.2).

Exemplo 4.4

Repetir o sistema do Exemplo 3.3 usando o método de Newton-Raphson trifásico em coordenadas polares.

Solução

O sistema do Exemplo 3.3 consiste em uma linha com uma carga ligada em estrela e modelada com o modelo de impedância constante. Escreve-se o programa MATLAB abaixo

```
clear all;
clc;
%Capitulo Newton-Raphson trifásico Resolução do exemplo 1
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.42364
8;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934
;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840];
Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056);
Y=[inv(Zpu) -inv(Zpu);-inv(Zpu) inv(Zpu)];
mV2a=1;
mV2b=1;
mV2c=1;
aV2a=0;
theta2a=aV2a;
theta1a=theta2a;
aV2b=-2*pi/3;
theta2b=aV2b;
theta1b=theta2b;
aV2c=2*pi/3;
theta2c=aV2c;
theta1c=theta2c;
```

vetorsolucao=[mV2a;mV2b;mV2c;aV2a;aV2b;aV2c];

V2a=mV2a*(cos(aV2a)+j*sin(aV2a));

V2b=mV2b*(cos(aV2b)+j*sin(aV2b));

V2c=mV2c*(cos(aV2c)+j*sin(aV2c));

V1a=V2a;

V1b=V2b;

V1c=V2c;

n=0;

while 1

P2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a)+imag(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)+imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)+imag(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,-4))*cos(theta2a-theta1a)+imag(Y(1,4))*sin(theta2a-theta1a))+abs(-V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*cos(theta2a-theta1b)+imag(Y(1,5))*sin(theta2a-theta1b))+abs(V2a)*abs(V1c)*(real(Y(1,6))*cos(theta2a-theta1c)+imag(Y(1,6))*sin(theta2a-theta1c));

P2b=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a)+imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a))+abs(V2b)*abs(V2b)*(real(Y(5,5))*cos(theta2b-theta2b)+imag(Y(5,5))*sin(theta2b-theta2b))+abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)+imag(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c))+abs(V2b)*abs(V1a)*(real(Y(2,-4))*cos(theta2b-theta1a)+imag(Y(2,4))*sin(theta2b-theta1a))+abs(-V2b)*abs(V1b)*(real(Y(2,5))*cos(theta2b-theta1b)+imag(Y(2,5))*sin(theta2b-theta1b))+abs(V2b)*abs(V1c)*(real(Y(2,6))*cos(theta2b-theta1c)+imag(Y(2,6))*sin(theta2b-theta1c));

P2c=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a)+imag(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a))+abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b)+imag(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b))+abs(V2c)*abs(V2c)*(real(Y(6,6))*cos(theta2c-theta2c)+imag(Y(6,6))*sin(theta2c-theta2c))+abs(V2c)*abs(V1a)*(real(Y(3,-

4))*cos(theta2c-theta1a)+imag(Y(3,4))*sin(theta2c-theta1a))+abs(V-2c)*abs(V1b)*(real(Y(3,5))*cos(theta2c-theta1b)+imag(Y(3,5))*sin(-theta2c-theta1b))+abs(V2c)*abs(V1c)*(real(Y(3,6))*cos(theta2c-theta1c)+imag(Y(3,6))*sin(theta2c-theta1c));

Q2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a)-imag(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-imag(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-imag(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,-4))*sin(theta2a-theta1a)-imag(Y(1,4))*cos(theta2a-theta1a))+abs(-V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*sin(theta2a-theta1b)-imag(Y(1,5))*cos(theta2a-theta1b))+abs(V2a)*abs(V1c)*(real(Y(1,6))*sin(theta2a-theta1c)-imag(Y(1,6))*cos(theta2a-theta1c));

Q2b=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-imag(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a))+abs(V2b)*abs(V2b)*(real(Y(5,5))*sin(theta2b-theta2b)-imag(Y(5,5))*cos(theta2b-theta2b))+abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c))+abs(V2b)*abs(V1a)*(real(Y(2,-4))*sin(theta2b-theta1a)-imag(Y(2,4))*cos(theta2b-theta1a))+abs(-V2b)*abs(V1b)*(real(Y(2,5))*sin(theta2b-theta1b)-imag(Y(2,5))*cos(theta2b-theta1b))+abs(V2b)*abs(V1c)*(real(Y(2,6))*sin(theta2b-theta1c)-imag(Y(2,6))*cos(theta2b-theta1c));

Q2c=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a))+abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b))+abs(V2c)*abs(V2c)*(real(Y(6,6))*sin(theta2c-theta2c)-imag(Y(6,6))*cos(theta2c-theta2c))+abs(V2c)*abs(V1a)*(real(Y(3,-4))*sin(theta2c-theta1a)-imag(Y(3,4))*cos(theta2c-theta1a))+abs(V-2c)*abs(V1b)*(real(Y(3,5))*sin(theta2c-theta1b)-imag(Y(3,5))*cos(-theta2c-theta1b))+abs(V2c)*abs(V1c)*(real(Y(3,6))*sin(theta2c-theta1c)-imag(Y(3,6))*cos(theta2c-theta1c));

deltaP2a=0-2*abs(V2a)^2-P2a

deltaP2b=0-2*abs(V2b)^2-P2b

deltaP2c=0-2*abs(V2c)^2-P2c

$$\text{deltaQ2a}=0-0.5*\text{abs}(V2a)^2-Q2a$$

$$\text{deltaQ2b}=0-0.8*\text{abs}(V2b)^2-Q2b$$

$$\text{deltaQ2c}=0-0.5*\text{abs}(V2c)^2-Q2c$$

%Montagem do Jacobiano

%Derivada de P2a em relação a theta2a OK

$$DP2atheta2a=-Q2a-\text{abs}(V2a)^2*\text{imag}(Y(4,4));$$

%Derivada de P2a em relação a theta2b OK

$$DP2atheta2b=\text{abs}(V2a)*\text{abs}(V2b)*(\text{real}(Y(4,5))*\sin(\text{theta2a}-\text{theta2b})-\text{imag}(Y(4,5))*\cos(\text{theta2a}-\text{theta2b}));$$

%Derivada de P2a em relação a theta2c OK

$$DP2atheta2c=\text{abs}(V2a)*\text{abs}(V2c)*(\text{real}(Y(4,6))*\sin(\text{theta2a}-\text{theta2c})-\text{imag}(Y(4,6))*\cos(\text{theta2a}-\text{theta2c}));$$

%Derivada de P2a em relação a V2a OK

$$DP2aV2a=P2a/\text{abs}(V2a)+\text{abs}(V2a)*\text{real}(Y(4,4));$$

%Derivada de P2a em relação a V2b OK

$$DP2aV2b=\text{abs}(V2a)*(\text{real}(Y(4,5))*\cos(\text{theta2a}-\text{theta2b})+\text{imag}(Y(4,5))*\sin(\text{theta2a}-\text{theta2b}));$$

%Derivada de P2a em relação a V2c OK

$$DP2aV2c=\text{abs}(V2a)*(\text{real}(Y(4,6))*\cos(\text{theta2a}-\text{theta2c})+\text{imag}(Y(4,6))*\sin(\text{theta2a}-\text{theta2c}));$$

%Derivada de P2b em relação a theta2a OK

$$DP2btheta2a=\text{abs}(V2b)*\text{abs}(V2a)*(\text{real}(Y(5,4))*\sin(\text{theta2b}-\text{theta2a})-\text{imag}(Y(5,4))*\cos(\text{theta2b}-\text{theta2a}));$$

%Derivada de P2b em relação a theta2b OK

$$DP2btheta2b=-Q2b-\text{abs}(V2b)^2*\text{imag}(Y(5,5));$$

%Derivada de P2b em relação a theta2c OK

$$DP2btheta2c=\text{abs}(V2b)*\text{abs}(V2c)*(\text{real}(Y(5,6))*\sin(\text{theta2b}-\text{theta2c})-\text{imag}(Y(5,6))*\cos(\text{theta2b}-\text{theta2c}));$$

%Derivada de P2b em relação a V2a OK

$DP2bV2a = \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2a) + \text{imag}(Y(5,4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2a));$

%Derivada de P2b em relação a V2b OK

$DP2bV2b = P2b / \text{abs}(V2b) + \text{abs}(V2b) * \text{real}(Y(5,5));$

%Derivada de P2b em relação a V2c OK

$DP2bV2c = \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,6)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2c) + \text{imag}(Y(5,6)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2c));$

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

$DP2c\text{theta}2a = \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(6,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2a) - \text{imag}(Y(6,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2a));$

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

$DP2c\text{theta}2b = \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(6,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(6,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2b));$

%Derivada de P2c em relação a theta2c OK

$DP2c\text{theta}2c = -Q2c - \text{abs}(V2c)^2 * \text{imag}(Y(6,6));$

%Derivada de P2c em relação a V2a OK

$DP2cV2a = \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(6,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2a) + \text{imag}(Y(6,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2a));$

%Derivada de P2c em relação a V2b OK

$DP2cV2b = \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(6,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2b) + \text{imag}(Y(6,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2b));$

%Derivada de P2c em relação a V2c OK

$DP2cV2c = P2c / \text{abs}(V2c) + \text{abs}(V2c) * \text{real}(Y(6,6));$

%Linhas relativas a potência reativa

%Derivada de Q2a em relação a theta2a OK

$DQ2a\text{theta}2a = P2a - \text{abs}(V2a)^2 * \text{real}(Y(4,4));$

%Derivada de Q2a em relação a theta2b OK

$DQ2a\text{theta}2b = \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2b) * (-\text{real}(Y(4,5)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(4,5)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2b));$

%Derivada de Q2a em relação a theta2c OK

$DQ2a\theta2c = \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2c) * (-\text{real}(Y(4,6))) * \cos(\theta2a - \theta2c) - \text{imag}(Y(4,6)) * \sin(\theta2a - \theta2c));$

%Derivada de Q2a em relação a V2a OK

$DQ2aV2a = Q2a / \text{abs}(V2a) - \text{abs}(V2a) * \text{imag}(Y(4,4));$

%Derivada de Q2a em relação a V2b OK

$DQ2aV2b = \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(4,5)) * \sin(\theta2a - \theta2b) - \text{imag}(Y(4,5)) * \cos(\theta2a - \theta2b));$

%Derivada de Q2a em relação a V2c OK

$DQ2aV2c = \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(4,6)) * \sin(\theta2a - \theta2c) - \text{imag}(Y(4,6)) * \cos(\theta2a - \theta2c));$

%Derivada de Q2b em relação a $\theta2a$ OK

$DQ2b\theta2a = \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2a) * (-\text{real}(Y(5,4))) * \cos(\theta2b - \theta2a) - \text{imag}(Y(5,4)) * \sin(\theta2b - \theta2a));$

%Derivada de Q2b em relação a $\theta2b$ OK

$DQ2b\theta2b = P2b - \text{abs}(V2b)^2 * \text{real}(Y(5,5));$

%Derivada de Q2b em relação a $\theta2c$ OK

$DQ2b\theta2c = \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2c) * (-\text{real}(Y(5,6))) * \cos(\theta2b - \theta2c) - \text{imag}(Y(5,6)) * \sin(\theta2b - \theta2c));$

%Derivada de Q2b em relação a V2a OK

$DQ2bV2a = \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,4)) * \sin(\theta2b - \theta2a) - \text{imag}(Y(5,4)) * \cos(\theta2b - \theta2a));$

%Derivada de Q2b em relação a V2b OK

$DQ2bV2b = Q2b / \text{abs}(V2b) - \text{abs}(V2b) * \text{imag}(Y(5,5));$

%Derivada de Q2b em relação a V2c OK

$DQ2bV2c = \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,6)) * \sin(\theta2b - \theta2c) - \text{imag}(Y(5,6)) * \cos(\theta2b - \theta2c));$

%Derivada de P2c em relação a $\theta2a$ OK

$DQ2c\theta2a = \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2a) * (-\text{real}(Y(6,4))) * \cos(\theta2c - \theta2a) - \text{imag}(Y(6,4)) * \sin(\theta2c - \theta2a));$

%Derivada de P2c em relação a $\theta2b$ OK

```

DQ2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(-real(Y(6,5))*cos(theta2c-
-theta2b)-imag(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b));
%Derivada de P2c em relação a theta2c OK
DQ2ctheta2c=P2c-abs(V2c)^2*real(Y(6,6));
%Derivada de P2c em relação a V2a OK
DQ2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-ima-
g(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));
%Derivada de P2c em relação a V2b OK
DQ2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-ima-
g(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));
%Derivada de P2c em relação a V2c OK
DQ2cV2c=Q2c/abs(V2c)-abs(V2c)*imag(Y(6,6));
Jacobiano=[DP2atheta2a DP2atheta2b DP2atheta2c DP2aV2a DP2a-
V2b DP2aV2c;DP2btheta2a DP2btheta2b DP2btheta2c DP2bV2a
DP2bV2b DP2bV2c;DP2ctheta2a DP2ctheta2b DP2ctheta2c DP2cV2a
DP2cV2b DP2cV2c;DQ2atheta2a DQ2atheta2b DQ2atheta2c DQ2a-
V2a DQ2aV2b DQ2aV2c;DQ2btheta2a DQ2btheta2b DQ2btheta2c
DQ2bV2a DQ2bV2b DQ2bV2c;DQ2ctheta2a DQ2ctheta2b DQ2ctheta2c
DQ2cV2a DQ2cV2b DQ2cV2c];
vetor_passo=inv(Jacobiano)*[deltaP2a;deltaP2b;deltaP2c;deltaQ2a;-
deltaQ2b;deltaQ2c]
theta2a=theta2a+vetor_passo(1,1);
theta2b=theta2b+vetor_passo(2,1);
theta2c=theta2c+vetor_passo(3,1);
mV2a=mV2a+vetor_passo(4,1);
mV2b=mV2b+vetor_passo(5,1);
mV2c=mV2c+vetor_passo(6,1);
%break;
n=n+1;
V2a=mV2a*(cos(theta2a)+j*sin(theta2a));

```

```

V2b=mV2b*(cos(theta2b)+j*sin(theta2b));
V2c=mV2c*(cos(theta2c)+j*sin(theta2c));
%if n==2
% break;
%end
tol=0.000001;

if(abs(deltaP2a)<tol & abs(deltaP2b)<tol & abs(deltaP2c)<tol &
abs(deltaQ2a)<tol & abs(deltaQ2b)<tol & abs(deltaQ2c)<tol)
    break;
end
end
mV2a
angle(V2a)*180/pi
mV2b
angle(V2b)*180/pi
mV2c
angle(V2c)*180/pi

```

Processando o programa:

Tabela 4.6 – Resultado numérico do Exemplo 4.6

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
5	0.9956∠-0.3300°	0.9949∠-120.4002°	0.9952∠119.5259°

Fonte: elaborada pelos autores.

Exemplo 4.5

Faça um programa em MATLAB para tratamento de ramos bifásicos e monofásicos, considerando o sistema do Exemplo 2.2, porém com a fase a removida e as mesmas cargas nas fases b e c.

Solução

```
clear all;
clc;
%Capitulo Newton-Raphson trifásico Resolução do exemplo 1
Z=[0 0 0;0 0.337451+j*1.047817 0.155950+j*0.501673;0
0.155950+j*0.501673 0.346528+j*1.017945];
Zpu=[0.337451+j*1.047817 0.155950+j*0.501673;0.155950
+j*0.501673 0.346528+j*1.017945]*2000*3/(5280*173.056);
Ypu=inv(Zpu);
Y=[0 0 0 0 0;0 Ypu(1,1) Ypu(1,2) 0 -Ypu(1,1) -Ypu(1,2);0 Ypu(2,1)
Ypu(2,2) 0 -Ypu(2,1) -Ypu(2,2);0 0 0 0 0;0 -Ypu(1,1) -Ypu(1,2) 0
Ypu(1,1) Ypu(1,2);0 -Ypu(2,1) -Ypu(2,2) 0 Ypu(2,1) Ypu(2,2)];
mV2a=1;
mV2b=1;
mV2c=1;
aV2a=0;
theta2a=aV2a;
theta1a=theta2a;
aV2b=-2*pi/3;
theta2b=aV2b;
theta1b=theta2b;
aV2c=2*pi/3;
theta2c=aV2c;
theta1c=theta2c;
```

vetorsolucao=[mV2a;mV2b;mV2c;aV2a;aV2b;aV2c];

V2a=mV2a*(cos(aV2a)+j*sin(aV2a));

V2b=mV2b*(cos(aV2b)+j*sin(aV2b));

V2c=mV2c*(cos(aV2c)+j*sin(aV2c));

V1a=V2a;

V1b=V2b;

V1c=V2c;

n=0;

while 1

P2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a)+imag(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)+imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)+imag(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,-4))*cos(theta2a-theta1a)+imag(Y(1,4))*sin(theta2a-theta1a))+abs(-V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*cos(theta2a-theta1b)+imag(Y(1,5))*sin(theta2a-theta1b))+abs(V2a)*abs(V1c)*(real(Y(1,6))*cos(theta2a-theta1c)+imag(Y(1,6))*sin(theta2a-theta1c));

P2b=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a)+imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a))+abs(V2b)*abs(V2b)*(real(Y(5,5))*cos(theta2b-theta2b)+imag(Y(5,5))*sin(theta2b-theta2b))+abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)+imag(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c))+abs(V2b)*abs(V1a)*(real(Y(2,-4))*cos(theta2b-theta1a)+imag(Y(2,4))*sin(theta2b-theta1a))+abs(-V2b)*abs(V1b)*(real(Y(2,5))*cos(theta2b-theta1b)+imag(Y(2,5))*sin(theta2b-theta1b))+abs(V2b)*abs(V1c)*(real(Y(2,6))*cos(theta2b-theta1c)+imag(Y(2,6))*sin(theta2b-theta1c));

P2c=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a)+imag(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a))+abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b)+imag(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b))+abs(V2c)*abs(V2c)*(real(Y(6,6))*cos(theta2c-theta2c)+imag(Y(6,6))*sin(theta2c-theta2c))+abs(V2c)*abs(V1a)*(real(Y(3,-

4))*cos(theta2c-theta1a)+imag(Y(3,4))*sin(theta2c-theta1a))+abs(V-2c)*abs(V1b)*(real(Y(3,5))*cos(theta2c-theta1b)+imag(Y(3,5))*sin(-theta2c-theta1b))+abs(V2c)*abs(V1c)*(real(Y(3,6))*cos(theta2c-theta1c)+imag(Y(3,6))*sin(theta2c-theta1c));

Q2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a)-imag(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-imag(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-imag(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,-4))*sin(theta2a-theta1a)-imag(Y(1,4))*cos(theta2a-theta1a))+abs(-V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*sin(theta2a-theta1b)-imag(Y(1,5))*cos(theta2a-theta1b))+abs(V2a)*abs(V1c)*(real(Y(1,6))*sin(theta2a-theta1c)-imag(Y(1,6))*cos(theta2a-theta1c));

Q2b=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-imag(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a))+abs(V2b)*abs(V2b)*(real(Y(5,5))*sin(theta2b-theta2b)-imag(Y(5,5))*cos(theta2b-theta2b))+abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c))+abs(V2b)*abs(V1a)*(real(Y(2,-4))*sin(theta2b-theta1a)-imag(Y(2,4))*cos(theta2b-theta1a))+abs(-V2b)*abs(V1b)*(real(Y(2,5))*sin(theta2b-theta1b)-imag(Y(2,5))*cos(theta2b-theta1b))+abs(V2b)*abs(V1c)*(real(Y(2,6))*sin(theta2b-theta1c)-imag(Y(2,6))*cos(theta2b-theta1c));

Q2c=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a))+abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b))+abs(V2c)*abs(V2c)*(real(Y(6,6))*sin(theta2c-theta2c)-imag(Y(6,6))*cos(theta2c-theta2c))+abs(V2c)*abs(V1a)*(real(Y(3,-4))*sin(theta2c-theta1a)-imag(Y(3,4))*cos(theta2c-theta1a))+abs(V-2c)*abs(V1b)*(real(Y(3,5))*sin(theta2c-theta1b)-imag(Y(3,5))*cos(-theta2c-theta1b))+abs(V2c)*abs(V1c)*(real(Y(3,6))*sin(theta2c-theta1c)-imag(Y(3,6))*cos(theta2c-theta1c));

deltaP2a=0-1-P2a

deltaP2b=0-1-P2b

deltaP2c=0-1-P2c

$$\Delta Q_{2a} = 0 - 0.5 - Q_{2a}$$

$$\Delta Q_{2b} = 0 - 0.8 - Q_{2b}$$

$$\Delta Q_{2c} = 0 - 0.5 - Q_{2c}$$

%Montagem do Jacobiano

%Derivada de P2a em relação a θ_{2a} OK

$$DP_{2a\theta_{2a}} = -Q_{2a} - \text{abs}(V_{2a})^2 * \text{imag}(Y(4,4));$$

%Derivada de P2a em relação a θ_{2b} OK

$$DP_{2a\theta_{2b}} = \text{abs}(V_{2a}) * \text{abs}(V_{2b}) * (\text{real}(Y(4,5)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{2b}) - \text{imag}(Y(4,5)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{2b}));$$

%Derivada de P2a em relação a θ_{2c} OK

$$DP_{2a\theta_{2c}} = \text{abs}(V_{2a}) * \text{abs}(V_{2c}) * (\text{real}(Y(4,6)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{2c}) - \text{imag}(Y(4,6)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{2c}));$$

%Derivada de P2a em relação a V_{2a} OK

$$DP_{2aV_{2a}} = P_{2a} / \text{abs}(V_{2a}) + \text{abs}(V_{2a}) * \text{real}(Y(4,4));$$

%Derivada de P2a em relação a V_{2b} OK

$$DP_{2aV_{2b}} = \text{abs}(V_{2a}) * (\text{real}(Y(4,5)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{2b}) + \text{imag}(Y(4,5)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{2b}));$$

%Derivada de P2a em relação a V_{2c} OK

$$DP_{2aV_{2c}} = \text{abs}(V_{2a}) * (\text{real}(Y(4,6)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{2c}) + \text{imag}(Y(4,6)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{2c}));$$

%Derivada de P2b em relação a θ_{2a} OK

$$DP_{2b\theta_{2a}} = \text{abs}(V_{2b}) * \text{abs}(V_{2a}) * (\text{real}(Y(5,4)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{2a}) - \text{imag}(Y(5,4)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{2a}));$$

%Derivada de P2b em relação a θ_{2b} OK

$$DP_{2b\theta_{2b}} = -Q_{2b} - \text{abs}(V_{2b})^2 * \text{imag}(Y(5,5));$$

%Derivada de P2b em relação a θ_{2c} OK

$$DP_{2b\theta_{2c}} = \text{abs}(V_{2b}) * \text{abs}(V_{2c}) * (\text{real}(Y(5,6)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{2c}) - \text{imag}(Y(5,6)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{2c}));$$

%Derivada de P2b em relação a V_{2a} OK

$DP2bV2a = \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,4)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2a) + \text{imag}(Y(5,4)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2a));$

%Derivada de P2b em relação a V2b OK

$DP2bV2b = P2b / \text{abs}(V2b) + \text{abs}(V2b) * \text{real}(Y(5,5));$

%Derivada de P2b em relação a V2c OK

$DP2bV2c = \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,6)) * \cos(\text{theta}2b - \text{theta}2c) + \text{imag}(Y(5,6)) * \sin(\text{theta}2b - \text{theta}2c));$

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

$DP2c\text{theta}2a = \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(6,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2a) - \text{imag}(Y(6,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2a));$

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

$DP2c\text{theta}2b = \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(6,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(6,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2b));$

%Derivada de P2c em relação a theta2c OK

$DP2c\text{theta}2c = -Q2c - \text{abs}(V2c)^2 * \text{imag}(Y(6,6));$

%Derivada de P2c em relação a V2a OK

$DP2cV2a = \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(6,4)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2a) + \text{imag}(Y(6,4)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2a));$

%Derivada de P2c em relação a V2b OK

$DP2cV2b = \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(6,5)) * \cos(\text{theta}2c - \text{theta}2b) + \text{imag}(Y(6,5)) * \sin(\text{theta}2c - \text{theta}2b));$

%Derivada de P2c em relação a V2c OK

$DP2cV2c = P2c / \text{abs}(V2c) + \text{abs}(V2c) * \text{real}(Y(6,6));$

%Linhas relativas a potência reativa

%Derivada de Q2a em relação a theta2a OK

$DQ2a\text{theta}2a = P2a - \text{abs}(V2a)^2 * \text{real}(Y(4,4));$

%Derivada de Q2a em relação a theta2b OK

$DQ2a\text{theta}2b = \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2b) * (-\text{real}(Y(4,5)) * \cos(\text{theta}2a - \text{theta}2b) - \text{imag}(Y(4,5)) * \sin(\text{theta}2a - \text{theta}2b));$

%Derivada de Q2a em relação a theta2c OK

$DQ2a_{\theta 2c} = \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2c) * (-\text{real}(Y(4,6))) * \cos(\theta 2a - \theta 2c) - \text{imag}(Y(4,6)) * \sin(\theta 2a - \theta 2c));$

%Derivada de Q2a em relação a V2a OK

$DQ2a_{V2a} = Q2a / \text{abs}(V2a) - \text{abs}(V2a) * \text{imag}(Y(4,4));$

%Derivada de Q2a em relação a V2b OK

$DQ2a_{V2b} = \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(4,5)) * \sin(\theta 2a - \theta 2b) - \text{imag}(Y(4,5)) * \cos(\theta 2a - \theta 2b));$

%Derivada de Q2a em relação a V2c OK

$DQ2a_{V2c} = \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(4,6)) * \sin(\theta 2a - \theta 2c) - \text{imag}(Y(4,6)) * \cos(\theta 2a - \theta 2c));$

%Derivada de Q2b em relação a $\theta 2a$ OK

$DQ2b_{\theta 2a} = \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2a) * (-\text{real}(Y(5,4))) * \cos(\theta 2b - \theta 2a) - \text{imag}(Y(5,4)) * \sin(\theta 2b - \theta 2a));$

%Derivada de Q2b em relação a $\theta 2b$ OK

$DQ2b_{\theta 2b} = P2b - \text{abs}(V2b)^2 * \text{real}(Y(5,5));$

%Derivada de Q2b em relação a $\theta 2c$ OK

$DQ2b_{\theta 2c} = \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2c) * (-\text{real}(Y(5,6))) * \cos(\theta 2b - \theta 2c) - \text{imag}(Y(5,6)) * \sin(\theta 2b - \theta 2c));$

%Derivada de Q2b em relação a V2a OK

$DQ2b_{V2a} = \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,4)) * \sin(\theta 2b - \theta 2a) - \text{imag}(Y(5,4)) * \cos(\theta 2b - \theta 2a));$

%Derivada de Q2b em relação a V2b OK

$DQ2b_{V2b} = Q2b / \text{abs}(V2b) - \text{abs}(V2b) * \text{imag}(Y(5,5));$

%Derivada de Q2b em relação a V2c OK

$DQ2b_{V2c} = \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,6)) * \sin(\theta 2b - \theta 2c) - \text{imag}(Y(5,6)) * \cos(\theta 2b - \theta 2c));$

%Derivada de P2c em relação a $\theta 2a$ OK

$DQ2c_{\theta 2a} = \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2a) * (-\text{real}(Y(6,4))) * \cos(\theta 2c - \theta 2a) - \text{imag}(Y(6,4)) * \sin(\theta 2c - \theta 2a));$

%Derivada de P2c em relação a $\theta 2b$ OK

```

DQ2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(-real(Y(6,5))*cos(theta2c-
-theta2b)-imag(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b));
%Derivada de P2c em relação a theta2c OK
DQ2ctheta2c=P2c-abs(V2c)^2*real(Y(6,6));
%Derivada de P2c em relação a V2a OK
DQ2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-ima-
g(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));
%Derivada de P2c em relação a V2b OK
DQ2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-ima-
g(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));
%Derivada de P2c em relação a V2c OK
DQ2cV2c=Q2c/abs(V2c)-abs(V2c)*imag(Y(6,6));
Jacobiano=[DP2btheta2b DP2btheta2c DP2bV2b DP2bV2c;DP2c-
theta2b DP2ctheta2c DP2cV2b DP2cV2c;DQ2btheta2b DQ2btheta2c
DQ2bV2b DQ2bV2c;DQ2ctheta2b DQ2ctheta2c DQ2cV2b DQ2c-
V2c];
vetor_passo=inv(Jacobiano)*[deltaP2b;deltaP2c;deltaQ2b;deltaQ2c]
theta2b=theta2b+vetor_passo(1,1);
theta2c=theta2c+vetor_passo(2,1);
mV2b=mV2b+vetor_passo(3,1);
mV2c=mV2c+vetor_passo(4,1);
%break;
n=n+1;
V2a=mV2a*(cos(theta2a)+j*sin(theta2a));
V2b=mV2b*(cos(theta2b)+j*sin(theta2b));
V2c=mV2c*(cos(theta2c)+j*sin(theta2c));
%if n==2
% break;
%end
tol=0.000001;

```

```

    if(abs(deltaP2b)<tol & abs(deltaP2c)<tol & abs(deltaQ2b)<tol &
    abs(deltaQ2c)<tol)
        break;
    end
end
mV2a
angle(V2a)*180/pi
mV2b
angle(V2b)*180/pi
mV2c
angle(V2c)*180/pi

```

Processando o programa, chega-se aos valores:

Tabela 4.7 – Resultado numérico do Exemplo 4.5

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_B	V_C
3	0.9912∠-120.0823°	0.9984∠119.5714°

Fonte: elaborada pelos autores.

Que são os mesmos da *Ladder Iterative Technique* do Exemplo 3.4.

Método de Newton-Raphson trifásico em coordenadas retangulares

Nesse método, as equações de potência ativa e potência reativa devem ser expressas em função das coordenadas retangulares de tensões e correntes. Sendo assim, para uma barra genérica k fase a:

$$P_k^a + jQ_k^a = V_k^a (I_k^a)^* = (V_{rk}^a + jV_{imk}^a)(I_{rk}^a - jI_{imk}^a) \quad (4.53)$$

Multiplicando os termos na equação anterior, obtém-se:

$$P_k^a + jQ_k^a = V_{rk}^a I_{rk}^a + V_{imk}^a I_{imk}^a - jV_{rk}^a I_{imk}^a + jV_{imk}^a I_{rk}^a \quad (4.54)$$

$$P_k^a + jQ_k^a = V_{rk}^a I_{rk}^a + V_{imk}^a I_{imk}^a + j(V_{imk}^a I_{rk}^a - V_{rk}^a I_{imk}^a) \quad (4.55)$$

Logo:

$$P_k^a = V_{rk}^a I_{rk}^a + V_{imk}^a I_{imk}^a \quad (4.56)$$

$$Q_k^a = V_{imk}^a I_{rk}^a - V_{rk}^a I_{imk}^a \quad (4.57)$$

Expressando-se a corrente em termos dos elementos da matriz de admitância nodal trifásica e em termos do vetor de tensões trifásico e substituindo nas equações acima, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} I_1^{abc} \\ I_2^{abc} \\ \vdots \\ I_n^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^{abc} & Y_{12}^{abc} & \dots & Y_{1n}^{abc} \\ Y_{21}^{abc} & Y_{22}^{abc} & \dots & Y_{2n}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{abc} & Y_{n2}^{abc} & \dots & Y_{nn}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{abc} \\ V_2^{abc} \\ \vdots \\ V_n^{abc} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

Para a potência ativa:

$$\begin{aligned} P_{Gk}^a - P_{Ck}^a = P_k^a &= (V_{rk}^a)^2 G_{kk}^{aa} + (V_{imk}^a)^2 G_{kk}^{aa} + \\ &+ \sum_{\substack{m \in \Omega_k \\ m \neq k}} [V_{rk}^a (G_{km}^{aa} V_{rm}^a - B_{km}^{aa} V_{imm}^a) + V_{imk}^a (G_{km}^{aa} V_{imm}^a + B_{km}^{aa} V_{rm}^a) + \\ &+ V_{rk}^a V_{rk}^b G_{kk}^{ab} + V_{imk}^a V_{imk}^b G_{kk}^{ab} - V_{rk}^a V_{imk}^b B_{kk}^{ab} + V_{imk}^a V_{rk}^b B_{kk}^{ab} + \\ &+ \sum_{\substack{m \in \Omega_k \\ m \neq k}} [V_{rk}^a (G_{km}^{ab} V_{rm}^b - B_{km}^{ab} V_{imm}^b) + V_{imk}^a (G_{km}^{ab} V_{imm}^b + B_{km}^{ab} V_{rm}^b) + \\ &+ V_{rk}^a V_{rk}^c G_{kk}^{ac} - V_{rk}^a V_{imk}^c B_{kk}^{ac} + V_{imk}^a V_{imk}^c G_{kk}^{ac} + V_{imk}^a V_{rk}^c B_{kk}^{ac} + \\ &+ \sum_{\substack{m \in \Omega_k \\ m \neq k}} [V_{rk}^a (G_{km}^{ac} V_{rm}^c - B_{km}^{ac} V_{imm}^c) + V_{imk}^a (G_{km}^{ac} V_{imm}^c + B_{km}^{ac} V_{rm}^c) \end{aligned} \quad (4.59)$$

Para a potência reativa, obtém-se:

$$\begin{aligned}
Q_{Gk}^a - Q_{Ck}^a &= Q_k^a = -(V_{imk}^a)^2 B_{kk}^{aa} - (V_{rk}^a)^2 B_{kk}^{aa} + \\
&+ \sum_{\substack{m \in \Omega_k \\ m \neq k}} [V_{imk}^a (G_{km}^{aa} V_{rm}^a - B_{km}^{aa} V_{imm}^a) - V_{rk}^a (G_{km}^{aa} V_{imm}^a + B_{km}^{aa} V_{rm}^a)] + \\
&+ V_{imk}^a V_{rk}^b G_{kk}^{ab} - V_{imk}^a V_{imk}^b B_{kk}^{ab} - V_{rk}^a V_{imk}^b G_{kk}^{ab} - V_{rk}^a V_{rk}^b B_{kk}^{ab} + \\
&+ \sum_{\substack{m \in \Omega_k \\ m \neq k}} [V_{imk}^a (G_{km}^{ab} V_{rm}^b - B_{km}^{ab} V_{imm}^b) - V_{rk}^a (G_{km}^{ab} V_{imm}^b + B_{km}^{ab} V_{rm}^b)] + \\
&+ V_{imk}^a V_{rk}^c G_{kk}^{ac} - V_{imk}^a V_{imk}^c B_{kk}^{ac} - V_{rk}^a V_{imk}^c G_{kk}^{ac} + V_{imk}^a V_{rk}^c B_{kk}^{ac} + \\
&+ \sum_{\substack{m \in \Omega_k \\ m \neq k}} [V_{imk}^a (G_{km}^{ac} V_{rm}^c - B_{km}^{ac} V_{imm}^c) - V_{rk}^a (G_{km}^{ac} V_{imm}^c + B_{km}^{ac} V_{rm}^c)] \quad (4.60)
\end{aligned}$$

Para resolver o sistema não linear de equações dado pelas Equações (4.7) e (4.8), é necessária a montagem da matriz Jacobiana a cada iteração. Essa matriz é formada pelas derivadas parciais das expressões em relação às componentes real e imaginária das tensões nas barras. Assim as derivadas de (2.57) em relação às componentes reais das tensões são dadas por:

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{ri}^a} = V_{ri}^a G_{ii}^{aa} + V_{imi}^a B_{ii}^{aa} + I_{ri}^a \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{ri}^b} = V_{ri}^a G_{ii}^{ab} + V_{imi}^a B_{ii}^{ab} \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{ri}^c} = V_{ri}^a G_{ii}^{ac} + V_{imi}^a B_{ii}^{ac} \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{rk}^a} = V_{ri}^a G_{ik}^{aa} + V_{imi}^a B_{ik}^{aa} \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{rk}^b} = V_{ri}^a G_{ik}^{ab} + V_{imi}^a B_{ik}^{ab} \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{rk}^c} = V_{ri}^a G_{ik}^{ac} + V_{imi}^a B_{ik}^{ac} \quad (4.66)$$

De maneira análoga, em relação às componentes imaginárias das tensões:

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{imi}^a} = -V_{ri}^a B_{ii}^{aa} + V_{imi}^a G_{ii}^{aa} + I_{imi}^a \quad (4.67)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{imi}^b} = -V_{ri}^a B_{ii}^{ab} + V_{imi}^a G_{ii}^{ab} \quad (4.68)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{imi}^c} = -V_{ri}^a B_{ii}^{ac} + V_{imi}^a G_{ii}^{ac} \quad (4.69)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{imk}^a} = -V_{ri}^a B_{ik}^{aa} + V_{imi}^a G_{ik}^{aa} \quad (4.70)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{imk}^b} = -V_{ri}^a B_{ik}^{ab} + V_{imi}^a G_{ik}^{ab} \quad (4.71)$$

$$\frac{\partial P_i^a}{\partial V_{imk}^c} = -V_{ri}^a B_{ik}^{ac} + V_{imi}^a G_{ik}^{ac} \quad (4.72)$$

Calculando as expressões de potência reativa em relação à parte real das tensões:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{ri}^a} = -V_{ri}^a B_{ii}^{aa} + V_{imi}^a G_{ii}^{aa} - I_{imi}^a \quad (4.73)$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{ri}^b} = V_{imi}^a G_{ii}^{ab} - V_{ri}^a B_{ii}^{ab} \quad (4.74)$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{ri}^c} = V_{imi}^a G_{ii}^{ac} - V_{ri}^a B_{ii}^{ac} \quad (4.75)$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{rk}^a} = V_{imi}^a G_{ik}^{ab} - V_{ri}^a B_{ik}^{ab} \quad (4.76)$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{rk}^c} = V_{imi}^a G_{ik}^{ac} - V_{ri}^a B_{ik}^{ac} \quad (4.77)$$

E, complementando, as expressões da derivada parcial da potência reativa em relação às tensões são:

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{imi}^a} = -V_{ri}^a G_{ii}^{aa} - V_{imi}^a B_{ii}^{aa} + I_{ri}^a \tag{4.78}$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{imi}^b} = -V_{imi}^a B_{ii}^{ab} - V_{ri}^a G_{ii}^{ab} \tag{4.79}$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{imi}^c} = -V_{imi}^a B_{ii}^{ac} - V_{ri}^a G_{ii}^{ac} \tag{4.80}$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{im,k}^a} = -V_{imi}^a B_{ik}^{aa} - V_{ri}^a G_{ik}^{aa} \tag{4.81}$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{im,k}^b} = -V_{imi}^a B_{ik}^{ab} - V_{ri}^a G_{ik}^{ab} \tag{4.82}$$

$$\frac{\partial Q_i^a}{\partial V_{im,k}^c} = -V_{imi}^a B_{ik}^{ac} - V_{ri}^a G_{ik}^{ac} \tag{4.83}$$

Exemplo 4.6

Faça um programa em MATLAB para resolver o sistema trifásico do exemplo anterior usando o método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares.

Solução

O Jacobiano para o sistema do exemplo anterior em coordenadas retangulares é da forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^a \\ \Delta P_2^b \\ \Delta P_2^c \\ \Delta Q_2^a \\ \Delta Q_2^b \\ \Delta Q_2^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^a}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial P_2^a}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial P_2^a}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial P_2^a}{\partial V_{im2}^a} & \frac{\partial P_2^a}{\partial V_{im2}^b} & \frac{\partial P_2^a}{\partial V_{im2}^c} \\ \frac{\partial P_2^b}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial P_2^b}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial P_2^b}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial P_2^b}{\partial V_{im2}^a} & \frac{\partial P_2^b}{\partial V_{im2}^b} & \frac{\partial P_2^b}{\partial V_{im2}^c} \\ \frac{\partial P_2^c}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial P_2^c}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial P_2^c}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial P_2^c}{\partial V_{im2}^a} & \frac{\partial P_2^c}{\partial V_{im2}^b} & \frac{\partial P_2^c}{\partial V_{im2}^c} \\ \frac{\partial Q_2^a}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial V_{im2}^a} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial V_{im2}^b} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial V_{im2}^c} \\ \frac{\partial Q_2^b}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial V_{im2}^a} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial V_{im2}^b} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial V_{im2}^c} \\ \frac{\partial Q_2^c}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial V_{im2}^a} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial V_{im2}^b} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial V_{im2}^c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r2}^a \\ \Delta V_{r2}^b \\ \Delta V_{r2}^c \\ \Delta V_{im2}^a \\ \Delta V_{im2}^b \\ \Delta V_{im2}^c \end{bmatrix}$$

Observe que esse exemplo foi resolvido no capítulo 1 e a solução pelo método de Gauss-Z trifásico é:

Tabela 4.8 – Resultado numérico do Exemplo 4.8

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
3	$0.9972\angle -0.1212^\circ$	$0.9954\angle -120.1755^\circ$	$0.9966\angle 119.7582^\circ$

Fonte: elaborada pelos autores.

Escrevendo o programa com o método de Newton-Raphson trifásico em coordenadas retangulares:

```
clear all;
```

```
clc;
```

```
%Capitulo Newton-Raphson trifásico Resolução do exemplo 1
```

```
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.423648;  
0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934;  
0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840];
```

```
Zpu=Z*2000*/(5280*173.056);
```

```
Y=[inv(Zpu) -inv(Zpu);-inv(Zpu) inv(Zpu)];
```

```
mV2a=1;
```

```
mV2b=1;
```

```
mV2c=1;
```

```
aV2a=0;
```

```
aV2b=-2*pi/3;
```

```
aV2c=2*pi/3;
```

```
Vr2a=real(mV2a*(cos(aV2a)+j*sin(aV2a)));
```

```
Vim2a=imag(mV2a*(cos(aV2a)+j*sin(aV2a)));
```

```

Vr2b=real(mV2b*(cos(aV2b)+j*sin(aV2b)));
Vim2b=imag(mV2b*(cos(aV2b)+j*sin(aV2b)));
Vr2c=real(mV2c*(cos(aV2c)+j*sin(aV2c)));
Vim2c=imag(mV2c*(cos(aV2c)+j*sin(aV2c)));
Vr1a=Vr2a;
Vim1a=Vim2a;
Vr1b=Vr2b;
Vim1b=Vim2b;
Vr1c=Vr2c;
Vim1c=Vim2c;
n=0;
while 1
P2a=(Vr2a)^2*real(Y(4,4))+(Vim2a)^2*real(Y(4,4))+Vr2a*(re-
al(Y(1,4))*Vr1a-imag(Y(1,4))*Vim1a)+(Vim2a)*(real(Y(1,4))*Vi-
m1a+imag(Y(1,4))*Vr1a)+Vr2a*Vr2b*real(Y(4,5))+Vim2a*Vim-
2b*real(Y(4,5))-Vr2a*Vim2b*imag(Y(4,5))+Vim2a*Vr2b*ima-
g(Y(4,5))+Vr2a*(real(Y(1,5))*Vr1b-imag(Y(1,5))*Vim1b)+Vi-
m2a*(real(Y(1,5))*Vim1b+imag(Y(1,5))*Vr1b)+Vr2a*Vr2c*re-
al(Y(4,6))-Vr2a*Vim2c*imag(Y(4,6))+Vim2a*Vim2c*real(Y(4,6))+-
Vim2a*Vr2c*imag(Y(4,6))+Vr2a*(real(Y(1,6))*Vr1c-imag(Y(1,6))*-
Vim1c)+Vim2a*(real(Y(1,6))*Vim1c+imag(Y(1,6))*Vr1c);
    %P2a OK
P2b=(Vr2b)^2*real(Y(5,5))+(Vim2b)^2*real(Y(5,5))+Vr2b*(re-
al(Y(5,4))*Vr2a-imag(Y(5,4))*Vim2a)+Vr2b*(real(Y(5,6))*Vr2c-
-imag(Y(5,6))*Vim2c)+Vr2b*(real(Y(2,4))*Vr1a-imag(Y(2,4))*Vi-
m1a)+Vr2b*(real(Y(2,5))*Vr1b-imag(Y(2,5))*Vim1b)+Vr2b*(re-
al(Y(2,6))*Vr1c-imag(Y(2,6))*Vim1c)+Vim2b*(imag(Y(5,4))*-
Vr2a+real(Y(5,4))*Vim2a)+Vim2b*(imag(Y(5,6))*Vr2c+re-
al(Y(5,6))*Vim2c)+Vim2b*(imag(Y(2,4))*Vr1a+real(Y(2,4))*-
Vim1a)+Vim2b*(imag(Y(2,5))*Vr1b+real(Y(2,5))*Vim1b)+Vim-
2b*(imag(Y(2,6))*Vr1c+real(Y(2,6))*Vim1c);
    %P2b OK

```

$$P2c=(Vr2c)^2*\text{real}(Y(6,6))+(Vim2c)^2*\text{real}(Y(6,6))+Vr2c*(\text{real}(Y(6,4))*Vr2a-\text{imag}(Y(6,4))*Vim2a)+Vr2c*(\text{real}(Y(6,5))*Vr2b-\text{imag}(Y(6,5))*Vim2b)+Vr2c*(\text{real}(Y(3,4))*Vr1a-\text{imag}(Y(3,4))*Vim1a)+Vr2c*(\text{real}(Y(3,5))*Vr1b-\text{imag}(Y(3,5))*Vim1b)+Vr2c*(\text{real}(Y(3,6))*Vr1c-\text{imag}(Y(3,6))*Vim1c)+Vim2c*(\text{imag}(Y(6,4))*Vr2a+\text{real}(Y(6,4))*Vim2a)+Vim2c*(\text{imag}(Y(6,5))*Vr2b+\text{real}(Y(6,5))*Vim2b)+Vim2c*(\text{imag}(Y(3,4))*Vr1a+\text{real}(Y(3,4))*Vim1a)+Vim2c*(\text{imag}(Y(3,5))*Vr1b+\text{real}(Y(3,5))*Vim1b)+Vim2c*(\text{imag}(Y(3,6))*Vr1c+\text{real}(Y(3,6))*Vim1c);$$

%P2c OK

$$Q2a=-(Vim2a)^2*\text{imag}(Y(4,4))-(Vr2a)^2*\text{imag}(Y(4,4))+Vim2a*(\text{real}(Y(1,4))*Vr1a-\text{imag}(Y(1,4))*Vim1a)-(Vr2a)*(\text{real}(Y(1,4))*Vim1a+\text{imag}(Y(1,4))*Vr1a)+Vim2a*Vr2b*\text{real}(Y(4,5))-Vim2a*Vim2b*\text{imag}(Y(4,5))-Vr2a*Vim2b*\text{real}(Y(4,5))-Vr2a*Vr2b*\text{imag}(Y(4,5))+Vim2a*(\text{real}(Y(4,2))*Vr1b-\text{imag}(Y(4,2))*Vim1b)-Vr2a*(\text{real}(Y(1,5))*Vim1b+\text{imag}(Y(1,5))*Vr1b)+Vim2a*Vr2c*\text{real}(Y(4,6))-Vim2a*Vim2c*\text{imag}(Y(4,6))-Vr2a*Vim2c*\text{real}(Y(4,6))-Vr2a*Vr2c*\text{imag}(Y(4,6))+Vim2a*(\text{real}(Y(1,6))*Vr1c-\text{imag}(Y(1,6))*Vim1c)-Vr2a*(\text{real}(Y(1,6))*Vim1c+\text{imag}(Y(1,6))*Vr1c);$$

%Q2a OK

$$Q2b=-(Vim2b)^2*\text{imag}(Y(5,5))-(Vr2b)^2*\text{imag}(Y(5,5))+Vim2b*(\text{real}(Y(5,4))*Vr2a-\text{imag}(Y(5,4))*Vim2a)+Vim2b*(\text{real}(Y(5,6))*Vr2c-\text{imag}(Y(5,6))*Vim2c)+Vim2b*(\text{real}(Y(2,4))*Vr1a-\text{imag}(Y(2,4))*Vim1a)+Vim2b*(\text{real}(Y(2,5))*Vr1b-\text{imag}(Y(2,5))*Vim1b)+Vim2b*(\text{real}(Y(2,6))*Vr1c-\text{imag}(Y(2,6))*Vim1c)-Vr2b*(\text{imag}(Y(5,4))*Vr2a+\text{real}(Y(5,4))*Vim2a)-Vr2b*(\text{imag}(Y(5,6))*Vr2c+\text{real}(Y(5,6))*Vim2c)-Vr2b*(\text{imag}(Y(2,4))*Vr1a+\text{real}(Y(2,4))*Vim1a)-Vr2b*(\text{imag}(Y(2,5))*Vr1b+\text{real}(Y(2,5))*Vim1b)-Vr2b*(\text{imag}(Y(2,6))*Vr1c+\text{real}(Y(2,6))*Vim1c);$$

%Q2b OK

$$Q2c=-(Vim2c)^2*\text{imag}(Y(6,6))-(Vr2c)^2*\text{imag}(Y(6,6))+Vim2c*(\text{real}(Y(6,4))*Vr2a-\text{imag}(Y(6,4))*Vim2a)+Vim2c*(\text{real}(Y(6,5))*Vr2b-\text{imag}(Y(6,5))*Vim2b)+Vim2c*(\text{real}(Y(3,4))*Vr1a-\text{imag}(Y(3,4))*Vim1a)+Vim2c*(\text{real}(Y(3,5))*Vr1b-\text{imag}(Y(3,5))*Vim1b)+Vim2c*(\text{real}(Y(3,6))*Vr1c-\text{imag}(Y(3,6))*Vim1c);$$

$1b) + V_{im2c} * (\text{real}(Y(3,6)) * V_{r1c} - \text{imag}(Y(3,6)) * V_{im1c}) - V_{r2c} * (\text{imag}(Y(6,4)) * V_{r1a} + \text{real}(Y(6,4)) * V_{im1a}) - V_{r2c} * (\text{imag}(Y(6,5)) * V_{r1b} + \text{real}(Y(6,5)) * V_{im1b}) - V_{r2c} * (\text{imag}(Y(3,4)) * V_{r1a} + \text{real}(Y(3,4)) * V_{im1a}) - V_{r2c} * (\text{imag}(Y(3,5)) * V_{r1b} + \text{real}(Y(3,5)) * V_{im1b}) - V_{r2c} * (\text{imag}(Y(3,6)) * V_{r1c} + \text{real}(Y(3,6)) * V_{im1c});$

%Q2c OK

deltaP2a=0-1-P2a

deltaP2b=0-1-P2b

deltaP2c=0-1-P2c

deltaQ2a=0-0.5-Q2a

deltaQ2b=0-0.8-Q2b

deltaQ2c=0-0.5-Q2c

%Montagem do Jacobiano

%Derivada de P2a em relação a Vr2a OK

$DP2aVr2a = V_{r2a} * \text{real}(Y(4,4)) + V_{im2a} * \text{imag}(Y(4,4)) + (\text{real}(Y(4,4)) * V_{r2a} - \text{imag}(Y(4,4)) * V_{im2a} + \text{real}(Y(4,5)) * V_{r2b} - \text{imag}(Y(4,5)) * V_{im2b} + \text{real}(Y(4,6)) * V_{r2c} - \text{imag}(Y(4,6)) * V_{im2c} + \text{real}(Y(1,4)) * V_{r1a} - \text{imag}(Y(1,4)) * V_{im1a} + \text{real}(Y(1,5)) * V_{r1b} - \text{imag}(Y(1,5)) * V_{im1b} + \text{real}(Y(1,6)) * V_{r1c} - \text{imag}(Y(1,6)) * V_{im1c});$

%Derivada de P2a em relação a Vr2b OK

DP2aVr2b=Vr2a*real(Y(4,5))+Vim2a*imag(Y(4,5));

%Derivada de P2a em relação a Vr2c OK

DP2aVr2c=Vr2a*real(Y(4,6))+Vim2a*imag(Y(4,6));

%Derivada de P2a em relação a Vim2a OK

$DP2aVim2a = -V_{r2a} * \text{imag}(Y(4,4)) + V_{im2a} * \text{real}(Y(4,4)) + (\text{imag}(Y(4,4)) * V_{r2a} + \text{real}(Y(4,4)) * V_{im2a} + \text{imag}(Y(4,5)) * V_{r2b} + \text{real}(Y(4,5)) * V_{im2b} + \text{imag}(Y(4,6)) * V_{r2c} + \text{real}(Y(4,6)) * V_{im2c} + \text{imag}(Y(1,4)) * V_{r1a} + \text{real}(Y(1,4)) * V_{im1a} + \text{imag}(Y(1,5)) * V_{r1b} + \text{real}(Y(1,5)) * V_{im1b} + \text{imag}(Y(1,6)) * V_{r1c} + \text{real}(Y(1,6)) * V_{im1c});$

%Derivada de P2a em relação a Vim2b OK

DP2aVim2b=-Vr2a*imag(Y(4,5))+Vim2a*real(Y(4,5));

%Derivada de P2a em relação a Vim2c OK

$$DP2aVim2c=-Vr2a*imag(Y(4,6))+Vim2a*real(Y(4,6));$$

%Derivada de P2b em relação a Vr2a OK

$$DP2bVr2a=Vr2b*real(Y(5,4))+Vim2b*imag(Y(5,4));$$

%Derivada de P2b em relação a Vr2b OK

$$DP2bVr2b=Vr2b*real(Y(5,5))+Vim2b*imag(Y(5,5))+(real(Y(5,4))*Vr2a-imag(Y(5,4))*Vim2a+real(Y(5,5))*Vr2b-imag(Y(5,5))*Vim2b+real(Y(5,6))*Vr2c-imag(Y(5,6))*Vim2c+real(Y(2,4))*Vr1a-imag(Y(2,4))*Vim1a+real(Y(2,5))*Vr1b-imag(Y(2,5))*Vim1b+real(Y(2,6))*Vr1c-imag(Y(2,6))*Vim1c);$$

%Derivada de P2b em relação a Vr2c OK

$$DP2bVr2c=Vr2b*real(Y(5,6))+Vim2b*imag(Y(5,6));$$

%Derivada de P2b em relação a Vim2a

$$DP2bVim2a=-Vr2b*imag(Y(5,4))+Vim2b*real(Y(5,4));$$

%Derivada de P2b em relação a Vim2b

$$DP2bVim2b=-Vr2b*imag(Y(5,5))+Vim2b*real(Y(5,5))+(imag(Y(5,4))*Vr2a+real(Y(5,4))*Vim2a+imag(Y(5,5))*Vr2b+real(Y(5,5))*Vim2b+imag(Y(5,6))*Vr2c+real(Y(5,6))*Vim2c+imag(Y(2,4))*Vr1a+real(Y(2,4))*Vim1a+imag(Y(2,5))*Vr1b+real(Y(2,5))*Vim1b+imag(Y(2,6))*Vr1c+real(Y(2,6))*Vim1c);$$

%Derivada de P2b em relação a Vim2c

$$DP2bVim2c=-Vr2b*imag(Y(5,6))+Vim2b*real(Y(5,6));$$

%Derivada de P2c em relação a Vr2a OK

$$DP2cVr2a=Vr2c*real(Y(6,4))+Vim2c*imag(Y(6,4));$$

%Derivada de P2c em relação a Vr2b OK

$$DP2cVr2b=Vr2c*real(Y(6,5))+Vim2c*imag(Y(6,5));$$

%Derivada de P2c em relação a Vr2c OK

$$DP2cVr2c=Vr2c*real(Y(6,6))+Vim2c*imag(Y(6,6))+(real(Y(6,4))*Vr2a-imag(Y(6,4))*Vim2a+real(Y(6,5))*Vr2b-imag(Y(6,5))*Vim2b+real(Y(6,6))*Vr2c-imag(Y(6,6))*Vim2c+real(Y(3,4))*Vr1a-imag(Y(3,4))*Vim1a+real(Y(3,5))*-$$

$Vr1b - \text{imag}(Y(3,5)) * Vim1b + \text{real}(Y(3,6)) * Vr1c - \text{imag}(Y(3,6)) * Vim1c$;

%Derivada de P2c em relação a Vim2a OK

$DP2cVim2a = -Vr2c * \text{imag}(Y(6,4)) + Vim2c * \text{real}(Y(6,4))$;

%Derivada de P2c em relação a Vim2b OK

$DP2cVim2b = -Vr2c * \text{imag}(Y(6,5)) + Vim2c * \text{real}(Y(6,5))$;

%Derivada de P2c em relação a Vim2c OK

$DP2cVim2c = -Vr2c * \text{imag}(Y(6,6)) + Vim2c * \text{real}(Y(6,6)) + (\text{imag}(Y(6,4)) * Vr2a + \text{real}(Y(6,4)) * Vim2a + \text{imag}(Y(6,5)) * Vr2b + \text{real}(Y(6,5)) * Vim2b + \text{imag}(Y(6,6)) * Vr2c + \text{real}(Y(6,6)) * Vim2c + \text{imag}(Y(3,4)) * Vr1a + \text{real}(Y(3,4)) * Vim1a + \text{imag}(Y(3,5)) * Vr1b + \text{real}(Y(3,5)) * Vim1b + \text{imag}(Y(3,6)) * Vr1c + \text{real}(Y(3,6)) * Vim1c)$;

%Linhas relativas a potência reativa

%Derivada de Q2a em relação a Vr2a OK

$DQ2aVr2a = -Vr2a * \text{imag}(Y(4,4)) + Vim2a * \text{real}(Y(4,4)) - (\text{imag}(Y(4,4)) * Vr2a + \text{real}(Y(4,4)) * Vim2a + \text{imag}(Y(4,5)) * Vr2b + \text{real}(Y(4,5)) * Vim2b + \text{imag}(Y(4,6)) * Vr2c + \text{real}(Y(4,6)) * Vim2c + \text{imag}(Y(1,4)) * Vr1a + \text{real}(Y(1,4)) * Vim1a + \text{imag}(Y(1,5)) * Vr1b + \text{real}(Y(1,5)) * Vim1b + \text{imag}(Y(1,6)) * Vr1c + \text{real}(Y(1,6)) * Vim1c)$;

%Derivada de Q2a em relação a Vr2b OK

$DQ2aVr2b = -Vr2a * \text{imag}(Y(4,5)) + Vim2a * \text{real}(Y(4,5))$;

%Derivada de Q2a em relação a Vr2c OK

$DQ2aVr2c = -Vr2a * \text{imag}(Y(4,6)) + Vim2a * \text{real}(Y(4,6))$;

%Derivada de Q2a em relação a Vim2a OK

$DQ2aVim2a = -Vr2a * \text{real}(Y(4,4)) - Vim2a * \text{imag}(Y(4,4)) + (\text{real}(Y(4,4)) * Vr2a - \text{imag}(Y(4,4)) * Vim2a + \text{real}(Y(4,5)) * Vr2b - \text{imag}(Y(4,5)) * Vim2b + \text{real}(Y(4,6)) * Vr2c - \text{imag}(Y(4,6)) * Vim2c + \text{real}(Y(1,4)) * Vr1a - \text{imag}(Y(1,4)) * Vim1a + \text{real}(Y(1,5)) * Vr1b - \text{imag}(Y(1,5)) * Vim1b + \text{real}(Y(1,6)) * Vr1c - \text{imag}(Y(1,6)) * Vim1c)$;

%Derivada de Q2a em relação a Vim2b OK

$DQ2aVim2b = -Vim2a * \text{imag}(Y(4,5)) - Vr2a * \text{real}(Y(4,5))$;

%Derivada de Q2a em relação a Vim2c OK

DQ2aVim2c=-Vim2a*imag(Y(4,6))-Vr2a*real(Y(4,6));

%Derivada de Q2b em relação a Vr2a OK

DQ2bVr2a=-Vr2b*imag(Y(5,4))+Vim2b*real(Y(5,4));

%Derivada de Q2b em relação a Vr2b OK

DQ2bVr2b=-Vr2b*imag(Y(5,5))+Vim2b*real(Y(5,5))-(imag(Y(5,4))*Vr2a+real(Y(5,4))*Vim2a+imag(Y(5,5))*Vr2b+real(Y(5,5))*Vim2b+imag(Y(5,6))*Vr2c+real(Y(5,6))*Vim2c+imag(Y(2,4))*Vr1a+real(Y(2,4))*Vim1a+imag(Y(2,5))*Vr1b+real(Y(2,5))*Vim1b+imag(Y(2,6))*Vr1c+real(Y(2,6))*Vim1c);

%Derivada de Q2b em relação a Vr2c OK

DQ2bVr2c=-Vr2b*imag(Y(5,6))+Vim2b*real(Y(5,6));

%Derivada de Q2b em relação a Vim2a OK

DQ2bVim2a=-Vim2b*imag(Y(5,4))-Vr2b*real(Y(5,4));

%Derivada de Q2b em relação a Vim2b OK

DQ2bVim2b=-Vr2b*real(Y(5,5))-Vim2b*imag(Y(5,5))+(real(Y(5,4))*Vr2a-imag(Y(5,4))*Vim2a+real(Y(5,5))*Vr2b-imag(Y(5,5))*Vim2b+real(Y(5,6))*Vr2c-imag(Y(5,6))*Vim2c+real(Y(2,4))*Vr1a-imag(Y(2,4))*Vim1a+real(Y(2,5))*Vr1b-imag(Y(2,5))*Vim1b+real(Y(2,6))*Vr1c-imag(Y(2,6))*Vim1c);

%Derivada de Q2b em relação a Vim2c OK

DQ2bVim2c=-Vim2b*imag(Y(5,6))-Vr2b*real(Y(5,6));

%Derivada de P2c em relação a Vr2a

DQ2cVr2a=-Vr2c*imag(Y(6,4))+Vim2c*real(Y(6,4));

%Derivada de P2c em relação a Vr2b

DQ2cVr2b=-Vr2c*imag(Y(6,5))+Vim2c*real(Y(6,5));

%Derivada de P2c em relação a Vr2c

DQ2cVr2c=-Vr2c*imag(Y(6,6))+Vim2c*real(Y(6,6))-(imag(Y(6,4))*Vr2a+real(Y(6,4))*Vim2a+imag(Y(6,5))*Vr2b+real(Y(6,5))*Vim2b+imag(Y(6,6))*Vr2c+real(Y(6,6))*Vim-

```

2c+imag(Y(3,4))*Vr1a+real(Y(3,4))*Vim1a+imag(Y(3,5))*-
Vr1b+real(Y(3,5))*Vim1b+imag(Y(3,6))*Vr1c+real(Y(3,6))*Vim1c);
%Derivada de P2c em relação a Vim2a
DQ2cVim2a=-Vim2c*imag(Y(6,4))-Vr2c*real(Y(6,4));
%Derivada de P2c em relação a Vim2b
DQ2cVim2b=-Vim2c*imag(Y(6,5))-Vr2c*real(Y(6,5));
%Derivada de P2c em relação a Vim2c
DQ2cVim2c=-Vr2c*real(Y(6,6))-Vim2c*imag(Y(6,6))+(re-
al(Y(6,4))*Vr2a-imag(Y(6,4))*Vim2a+real(Y(6,5))*Vr2b-
-imag(Y(6,5))*Vim2b+real(Y(6,6))*Vr2c-imag(Y(6,6))*Vim-
2c+real(Y(3,4))*Vr1a-imag(Y(3,4))*Vim1a+real(Y(3,5))*-
Vr1b-imag(Y(3,5))*Vim1b+real(Y(3,6))*Vr1c-imag(Y(3,6))*Vim1c);
Jacobiano=[DP2aVr2a DP2aVr2b DP2aVr2c DP2aVim2a DP2aVim2b
DP2aVim2c;DP2bVr2a DP2bVr2b DP2bVr2c DP2bVim2a DP2b-
Vim2b DP2bVim2c;DP2cVr2a DP2cVr2b DP2cVr2c DP2cVim2a DP-
2cVim2b DP2cVim2c;DQ2aVr2a DQ2aVr2b DQ2aVr2c DQ2aVim2a
DQ2aVim2b DQ2aVim2c;DQ2bVr2a DQ2bVr2b DQ2bVr2c DQ2bVi-
m2a DQ2bVim2b DQ2bVim2c;DQ2cVr2a DQ2cVr2b DQ2cVr2c DQ-
2cVim2a DQ2cVim2b DQ2cVim2c];
vetor_passo=inv(Jacobiano)*[deltaP2a;deltaP2b;deltaP2c;deltaQ2a;-
deltaQ2b;deltaQ2c]
Vr2a=Vr2a+vetor_passo(1,1)
Vr2b=Vr2b+vetor_passo(2,1)
Vr2c=Vr2c+vetor_passo(3,1)
Vim2a=Vim2a+vetor_passo(4,1)
Vim2b=Vim2b+vetor_passo(5,1)
Vim2c=Vim2c+vetor_passo(6,1)
%break;
n=n+1;
tol=0.000001;

```

```

    if(abs(deltaP2a)<tol & abs(deltaP2b)<tol & abs(deltaP2c)<tol &
    abs(deltaQ2a)<tol & abs(deltaQ2b)<tol & abs(deltaQ2c)<tol)
        break;
    end
end
V2a=abs(Vr2a+j*Vim2a)
aV2a=angle(Vr2a+j*Vim2a)*180/pi
V2b=abs(Vr2b+j*Vim2b)
aV2b=angle(Vr2b+j*Vim2b)*180/pi
V2c=abs(Vr2c+j*Vim2c)
aV2c=angle(Vr2c+j*Vim2c)*180/pi

```

Rodando o programa, obtém-se:

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
6	$0.9973\angle -0.1344^\circ$	$0.9955\angle -120.1678^\circ$	$0.9961\angle 119.7682^\circ$

Observe que, em ambos os métodos, os valores estão próximos, mas não são os mesmos, pois o critério de convergência de cada método é diferente. Enquanto Gauss-Z usa um critério de convergência baseado em tensão, Newton-Raphson usa um critério de convergência baseado em resíduos de potências.

Método de Newton desacoplado trifásico

Esse método será ilustrado pela resolução do Sistema 1 em coordenadas polares. Assim é suficiente fazer as derivadas parciais

das potências ativas em relação aos módulos de tensões iguais a 0 e as derivadas parciais das potências reativas em relação aos ângulos de tensões iguais a 0 (princípio do desacoplamento – explicado no volume 1 da coleção):

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^a \\ \Delta P_2^b \\ \Delta P_2^c \\ \Delta Q_2^a \\ \Delta Q_2^b \\ \Delta Q_2^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^a}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial P_2^a}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial P_2^a}{\partial \theta_2^c} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_2^b}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial P_2^b}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial P_2^b}{\partial \theta_2^c} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_2^c}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial P_2^c}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial P_2^c}{\partial \theta_2^c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Q_2^a}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial |V|_2^c} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Q_2^b}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial |V|_2^c} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Q_2^c}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial |V|_2^c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2^a \\ \Delta \theta_2^b \\ \Delta \theta_2^c \\ \Delta |V|_2^a \\ \Delta |V|_2^b \\ \Delta |V|_2^c \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

Assim:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^a \\ \Delta P_2^b \\ \Delta P_2^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^a}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial P_2^a}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial P_2^a}{\partial \theta_2^c} \\ \frac{\partial P_2^b}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial P_2^b}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial P_2^b}{\partial \theta_2^c} \\ \frac{\partial P_2^c}{\partial \theta_2^a} & \frac{\partial P_2^c}{\partial \theta_2^b} & \frac{\partial P_2^c}{\partial \theta_2^c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2^a \\ \Delta \theta_2^b \\ \Delta \theta_2^c \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

e

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_2^a \\ \Delta Q_2^b \\ \Delta Q_2^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_2^a}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial Q_2^a}{\partial |V|_2^c} \\ \frac{\partial Q_2^b}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial Q_2^b}{\partial |V|_2^c} \\ \frac{\partial Q_2^c}{\partial |V|_2^a} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial |V|_2^b} & \frac{\partial Q_2^c}{\partial |V|_2^c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta |V|_2^a \\ \Delta |V|_2^b \\ \Delta |V|_2^c \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

O exemplo abaixo demonstra esse método aplicado à resolução do Sistema 1:

Exemplo 4.7

Repita o sistema trifásico do Exemplo 2.3, usando o método de Newton-Raphson trifásico desacoplado em coordenadas polares.

Solução

O seguinte programa MATLAB é escrito:

```
clear all;
clc;
%Capitulo Newton-Raphson trifásico Resolução do exemplo 1
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.42364
8;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934
;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840];
Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056);
Y=[inv(Zpu) -inv(Zpu);-inv(Zpu) inv(Zpu)];
mV2a=1;
mV2b=1;
mV2c=1;
aV2a=0;
theta2a=aV2a;
theta1a=theta2a;
aV2b=-2*pi/3;
theta2b=aV2b;
theta1b=theta2b;
aV2c=2*pi/3;
theta2c=aV2c;
theta1c=theta2c;
vetorsolucao=[mV2a;mV2b;mV2c;aV2a;aV2b;aV2c];
V2a=mV2a*(cos(aV2a)+j*sin(aV2a));
V2b=mV2b*(cos(aV2b)+j*sin(aV2b));
V2c=mV2c*(cos(aV2c)+j*sin(aV2c));
V1a=V2a;
V1b=V2b;
```

$V1c=V2c;$

$n=0;$

while 1

$P2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a)+imag(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)+imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)+imag(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,4))*cos(theta2a-theta1a)+imag(Y(1,4))*sin(theta2a-theta1a))+abs(-V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*cos(theta2a-theta1b)+imag(Y(1,5))*sin(theta2a-theta1b))+abs(V2a)*abs(V1c)*(real(Y(1,6))*cos(theta2a-theta1c)+imag(Y(1,6))*sin(theta2a-theta1c));$

$P2b=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a)+imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a))+abs(V2b)*abs(V2b)*(real(Y(5,5))*cos(theta2b-theta2b)+imag(Y(5,5))*sin(theta2b-theta2b))+abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)+imag(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c))+abs(V2b)*abs(V1a)*(real(Y(2,4))*cos(theta2b-theta1a)+imag(Y(2,4))*sin(theta2b-theta1a))+abs(-V2b)*abs(V1b)*(real(Y(2,5))*cos(theta2b-theta1b)+imag(Y(2,5))*sin(theta2b-theta1b))+abs(V2b)*abs(V1c)*(real(Y(2,6))*cos(theta2b-theta1c)+imag(Y(2,6))*sin(theta2b-theta1c));$

$P2c=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a)+imag(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a))+abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b)+imag(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b))+abs(V2c)*abs(V2c)*(real(Y(6,6))*cos(theta2c-theta2c)+imag(Y(6,6))*sin(theta2c-theta2c))+abs(V2c)*abs(V1a)*(real(Y(3,4))*cos(theta2c-theta1a)+imag(Y(3,4))*sin(theta2c-theta1a))+abs(V2c)*abs(V1b)*(real(Y(3,5))*cos(theta2c-theta1b)+imag(Y(3,5))*sin(theta2c-theta1b))+abs(V2c)*abs(V1c)*(real(Y(3,6))*cos(theta2c-theta1c)+imag(Y(3,6))*sin(theta2c-theta1c));$

$Q2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a)-imag(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-imag(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-ima-$

$g(Y(4,6)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{2c}) + \text{abs}(V_{2a}) * \text{abs}(V_{1a}) * (\text{real}(Y(1,4)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{1a}) - \text{imag}(Y(1,4)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{1a})) + \text{abs}(V_{2a}) * \text{abs}(V_{1b}) * (\text{real}(Y(1,5)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{1b}) - \text{imag}(Y(1,5)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{1b})) + \text{abs}(V_{2a}) * \text{abs}(V_{1c}) * (\text{real}(Y(1,6)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{1c}) - \text{imag}(Y(1,6)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{1c}));$

$Q_{2b} = \text{abs}(V_{2b}) * \text{abs}(V_{2a}) * (\text{real}(Y(5,4)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{2a}) - \text{imag}(Y(5,4)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{2a})) + \text{abs}(V_{2b}) * \text{abs}(V_{2b}) * (\text{real}(Y(5,5)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{2b}) - \text{imag}(Y(5,5)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{2b})) + \text{abs}(V_{2b}) * \text{abs}(V_{2c}) * (\text{real}(Y(5,6)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{2c}) - \text{imag}(Y(5,6)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{2c})) + \text{abs}(V_{2b}) * \text{abs}(V_{1a}) * (\text{real}(Y(2,4)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{1a}) - \text{imag}(Y(2,4)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{1a})) + \text{abs}(V_{2b}) * \text{abs}(V_{1b}) * (\text{real}(Y(2,5)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{1b}) - \text{imag}(Y(2,5)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{1b})) + \text{abs}(V_{2b}) * \text{abs}(V_{1c}) * (\text{real}(Y(2,6)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{1c}) - \text{imag}(Y(2,6)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{1c}));$

$Q_{2c} = \text{abs}(V_{2c}) * \text{abs}(V_{2a}) * (\text{real}(Y(6,4)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{2a}) - \text{imag}(Y(6,4)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{2a})) + \text{abs}(V_{2c}) * \text{abs}(V_{2b}) * (\text{real}(Y(6,5)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{2b}) - \text{imag}(Y(6,5)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{2b})) + \text{abs}(V_{2c}) * \text{abs}(V_{2c}) * (\text{real}(Y(6,6)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{2c}) - \text{imag}(Y(6,6)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{2c})) + \text{abs}(V_{2c}) * \text{abs}(V_{1a}) * (\text{real}(Y(3,4)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{1a}) - \text{imag}(Y(3,4)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{1a})) + \text{abs}(V_{2c}) * \text{abs}(V_{1b}) * (\text{real}(Y(3,5)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{1b}) - \text{imag}(Y(3,5)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{1b})) + \text{abs}(V_{2c}) * \text{abs}(V_{1c}) * (\text{real}(Y(3,6)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{1c}) - \text{imag}(Y(3,6)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{1c}));$

deltaP2a=0-1-P2a

deltaP2b=0-1-P2b

deltaP2c=0-1-P2c

deltaQ2a=0-0.5-Q2a

deltaQ2b=0-0.8-Q2b

deltaQ2c=0-0.5-Q2c

%Montagem do Jacobiano

%Derivada de P2a em relação a theta2a OK

DP2atheta2a=-Q2a-abs(V2a)^2*imag(Y(4,4));

%Derivada de P2a em relação a theta2b OK

DP2atheta2b=abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-
-imag(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b));

%Derivada de P2a em relação a theta2c OK

DP2atheta2c=abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-
-imag(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c));

%Derivada de P2b em relação a theta2a OK

DP2btheta2a=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-
-imag(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a));

%Derivada de P2b em relação a theta2b OK

DP2btheta2b=-Q2b-abs(V2b)^2*imag(Y(5,5));

%Derivada de P2b em relação a theta2c OK

DP2btheta2c=abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-
-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

DP2ctheta2a=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-
-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

DP2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-
-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));

%Derivada de P2c em relação a theta2c OK

DP2ctheta2c=-Q2c-abs(V2c)^2*imag(Y(6,6));

%Derivada de Q2a em relação a V2a OK

DQ2aV2a=Q2a/abs(V2a)-abs(V2a)*imag(Y(4,4));

%Derivada de Q2a em relação a V2b OK

DQ2aV2b=abs(V2a)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-ima-
g(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b));

%Derivada de Q2a em relação a V2c OK

DQ2aV2c=abs(V2a)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-ima-
g(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c));

%Derivada de Q2b em relação a V2a OK


```

DQ2bV2a=abs(V2b)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-ima-
g(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a));
%Derivada de Q2b em relação a V2b OK
DQ2bV2b=Q2b/abs(V2b)-abs(V2b)*imag(Y(5,5));
%Derivada de Q2b em relação a V2c OK
DQ2bV2c=abs(V2b)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-ima-
g(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));
%Derivada de P2c em relação a V2a OK
DQ2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-ima-
g(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));
%Derivada de P2c em relação a V2b OK
DQ2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-ima-
g(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));
%Derivada de P2c em relação a V2c OK
DQ2cV2c=Q2c/abs(V2c)-abs(V2c)*imag(Y(6,6));
Jacobiano1=[DP2atheta2a DP2atheta2b DP2atheta2c;DP2btheta2a
DP2btheta2b DP2btheta2c;DP2ctheta2a DP2ctheta2b DP2ctheta2c];
Jacobiano2=[DQ2aV2a DQ2aV2b DQ2aV2c;DQ2bV2a DQ2bV2b
DQ2bV2c;DQ2cV2a DQ2cV2b DQ2cV2c];
vetor_passo1=inv(Jacobiano1)*[deltaP2a;deltaP2b;deltaP2c];
vetor_passo2=inv(Jacobiano2)*[deltaQ2a;deltaQ2b;deltaQ2c];
theta2a=theta2a+vetor_passo1(1,1);
theta2b=theta2b+vetor_passo1(2,1);
theta2c=theta2c+vetor_passo1(3,1);
mV2a=mV2a+vetor_passo2(1,1);
mV2b=mV2b+vetor_passo2(2,1);
mV2c=mV2c+vetor_passo2(3,1);
%break;
n=n+1;
V2a=mV2a*(cos(theta2a)+j*sin(theta2a));

```

```

V2b=mV2b*(cos(theta2b)+j*sin(theta2b));
V2c=mV2c*(cos(theta2c)+j*sin(theta2c));
%if n==2
% break;
%end
tol=0.000001;
if(abs(deltaP2a)<tol & abs(deltaP2b)<tol & abs(deltaP2c)<tol &
abs(deltaQ2a)<tol & abs(deltaQ2b)<tol & abs(deltaQ2c)<tol)
break;
end
end
mV2a
angle(V2a)*180/pi
mV2b
angle(V2b)*180/pi
mV2c
angle(V2c)*180/pi

```

Processando o programa, a solução é:

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
27	$0.9972\angle -0.1212^\circ$	$0.9954\angle -120.1755^\circ$	$0.9966\angle 119.7582^\circ$

Uma versão do método desacoplado rápido trifásico

Uma versão simples de método desacoplado rápido, consiste em tornar constante a matriz com as derivadas parciais de P em relação a teta e à matriz com as derivadas parciais de Q em relação a V. Assim, esse método é ilustrado pelo programa abaixo:

Exemplo 4.8

Repita o Exemplo 4.2 com o método desacoplado rápido.

Solução

Programa em MATLAB:

```
clear all;
clc;
%Capitulo Newton-Raphson trifásico Resolução do exemplo 1
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.42364
8;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934
;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840];
Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056);
Y=[inv(Zpu) -inv(Zpu);-inv(Zpu) inv(Zpu)];
mV2a=1;
mV2b=1;
mV2c=1;
aV2a=0;
theta2a=aV2a;
theta1a=theta2a;
aV2b=-2*pi/3;
theta2b=aV2b;
theta1b=theta2b;
aV2c=2*pi/3;
theta2c=aV2c;
theta1c=theta2c;
vetorsolucao=[mV2a;mV2b;mV2c;aV2a;aV2b;aV2c];
V2a=mV2a*(cos(aV2a)+j*sin(aV2a));
```

$$V2b=mV2b*(\cos(aV2b)+j*\sin(aV2b));$$

$$V2c=mV2c*(\cos(aV2c)+j*\sin(aV2c));$$

$$V1a=V2a;$$

$$V1b=V2b;$$

$$V1c=V2c;$$

$$n=0;$$

$$P2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{2a})+imag(Y(4,4))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{2a}))+abs(V2a)*abs(V2b)*(real(Y(4,5))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{2b})+imag(Y(4,5))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{2b}))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{2c})+imag(Y(4,6))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{2c}))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,4))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{1a})+imag(Y(1,4))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{1a}))+abs(-V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{1b})+imag(Y(1,5))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{1b}))+abs(V2a)*abs(V1c)*(real(Y(1,6))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{1c})+imag(Y(1,6))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{1c}));$$

$$P2b=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{2a})+imag(Y(5,4))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{2a}))+abs(V2b)*abs(V2b)*(real(Y(5,5))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{2b})+imag(Y(5,5))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{2b}))+abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{2c})+imag(Y(5,6))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{2c}))+abs(V2b)*abs(V1a)*(real(Y(2,-4))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{1a})+imag(Y(2,4))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{1a}))+abs(-V2b)*abs(V1b)*(real(Y(2,5))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{1b})+imag(Y(2,5))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{1b}))+abs(V2b)*abs(V1c)*(real(Y(2,6))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{1c})+imag(Y(2,6))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{1c}));$$

$$P2c=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{2a})+imag(Y(6,4))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{2a}))+abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{2b})+imag(Y(6,5))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{2b}))+abs(V2c)*abs(V2c)*(real(Y(6,6))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{2c})+imag(Y(6,6))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{2c}))+abs(V2c)*abs(V1a)*(real(Y(3,-4))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{1a})+imag(Y(3,4))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{1a}))+abs(V2c)*abs(V1b)*(real(Y(3,5))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{1b})+imag(Y(3,5))*\sin(-\theta_{2c}-\theta_{1b}))+abs(V2c)*abs(V1c)*(real(Y(3,6))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{1c})+imag(Y(3,6))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{1c}));$$

$$Q2a = \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(4,4)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{2a}) - \text{imag}(Y(4,4)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{2a})) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(4,5)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{2b}) - \text{imag}(Y(4,5)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{2b})) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(4,6)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{2c}) - \text{imag}(Y(4,6)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{2c})) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(1,4)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{1a}) - \text{imag}(Y(1,4)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{1a})) + \text{abs}(-V2a) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(1,5)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{1b}) - \text{imag}(Y(1,5)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{1b})) + \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(1,6)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{1c}) - \text{imag}(Y(1,6)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{1c}));$$

$$Q2b = \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(5,4)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{2a}) - \text{imag}(Y(5,4)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{2a})) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(5,5)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{2b}) - \text{imag}(Y(5,5)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{2b})) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(5,6)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{2c}) - \text{imag}(Y(5,6)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{2c})) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(2,4)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{1a}) - \text{imag}(Y(2,4)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{1a})) + \text{abs}(-V2b) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(2,5)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{1b}) - \text{imag}(Y(2,5)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{1b})) + \text{abs}(V2b) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(2,6)) * \sin(\theta_{2b} - \theta_{1c}) - \text{imag}(Y(2,6)) * \cos(\theta_{2b} - \theta_{1c}));$$

$$Q2c = \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2a) * (\text{real}(Y(6,4)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{2a}) - \text{imag}(Y(6,4)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{2a})) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(6,5)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{2b}) - \text{imag}(Y(6,5)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{2b})) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V2c) * (\text{real}(Y(6,6)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{2c}) - \text{imag}(Y(6,6)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{2c})) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1a) * (\text{real}(Y(3,4)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{1a}) - \text{imag}(Y(3,4)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{1a})) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1b) * (\text{real}(Y(3,5)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{1b}) - \text{imag}(Y(3,5)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{1b})) + \text{abs}(V2c) * \text{abs}(V1c) * (\text{real}(Y(3,6)) * \sin(\theta_{2c} - \theta_{1c}) - \text{imag}(Y(3,6)) * \cos(\theta_{2c} - \theta_{1c}));$$

%Montagem do Jacobiano

%Derivada de P2a em relação a theta2a OK

$$DP2a_{\theta_{2a}} = -Q2a - \text{abs}(V2a)^2 * \text{imag}(Y(4,4));$$

%Derivada de P2a em relação a theta2b OK

$$DP2a_{\theta_{2b}} = \text{abs}(V2a) * \text{abs}(V2b) * (\text{real}(Y(4,5)) * \sin(\theta_{2a} - \theta_{2b}) - \text{imag}(Y(4,5)) * \cos(\theta_{2a} - \theta_{2b}));$$

%Derivada de P2a em relação a theta2c OK

DP2atheta2c=abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-
-imag(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c));

%Derivada de P2b em relação a theta2a OK

DP2btheta2a=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-
-imag(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a));

%Derivada de P2b em relação a theta2b OK

DP2btheta2b=-Q2b-abs(V2b)^2*imag(Y(5,5));

%Derivada de P2b em relação a theta2c OK

DP2btheta2c=abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-
-imag(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));

%Derivada de P2c em relação a theta2a OK

DP2ctheta2a=abs(V2c)*abs(V2a)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-
-imag(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));

%Derivada de P2c em relação a theta2b OK

DP2ctheta2b=abs(V2c)*abs(V2b)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-
-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));

%Derivada de P2c em relação a theta2c OK

DP2ctheta2c=-Q2c-abs(V2c)^2*imag(Y(6,6));

%Derivada de Q2a em relação a V2a OK

DQ2aV2a=Q2a/abs(V2a)-abs(V2a)*imag(Y(4,4));

%Derivada de Q2a em relação a V2b OK

DQ2aV2b=abs(V2a)*(real(Y(4,5))*sin(theta2a-theta2b)-ima-
g(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b));

%Derivada de Q2a em relação a V2c OK

DQ2aV2c=abs(V2a)*(real(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c)-ima-
g(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c));

%Derivada de Q2b em relação a V2a OK

DQ2bV2a=abs(V2b)*(real(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a)-ima-
g(Y(5,4))*cos(theta2b-theta2a));

%Derivada de Q2b em relação a V2b OK

```

DQ2bV2b=Q2b/abs(V2b)-abs(V2b)*imag(Y(5,5));
%Derivada de Q2b em relação a V2c OK
DQ2bV2c=abs(V2b)*(real(Y(5,6))*sin(theta2b-theta2c)-ima-
g(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c));
%Derivada de P2c em relação a V2a OK
DQ2cV2a=abs(V2c)*(real(Y(6,4))*sin(theta2c-theta2a)-ima-
g(Y(6,4))*cos(theta2c-theta2a));
%Derivada de P2c em relação a V2b OK
DQ2cV2b=abs(V2c)*(real(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-ima-
g(Y(6,5))*cos(theta2c-theta2b));
%Derivada de P2c em relação a V2c OK
DQ2cV2c=Q2c/abs(V2c)-abs(V2c)*imag(Y(6,6));
Jacobiano1=[DP2atheta2a DP2atheta2b DP2atheta2c;DP2btheta2a
DP2btheta2b DP2btheta2c;DP2ctheta2a DP2ctheta2b DP2ctheta2c];
Jacobiano2=[DQ2aV2a DQ2aV2b DQ2aV2c;DQ2bV2a DQ2bV2b
DQ2bV2c;DQ2cV2a DQ2cV2b DQ2cV2c];
invJacobiano1=inv(Jacobiano1);
invJacobiano2=inv(Jacobiano2);
while 1
P2a=abs(V2a)*abs(V2a)*(real(Y(4,4))*cos(theta2a-theta2a)+i-
mag(Y(4,4))*sin(theta2a-theta2a))+abs(V2a)*abs(V2b)*(re-
al(Y(4,5))*cos(theta2a-theta2b)+imag(Y(4,5))*sin(theta2a-theta-
2b))+abs(V2a)*abs(V2c)*(real(Y(4,6))*cos(theta2a-theta2c)+ima-
g(Y(4,6))*sin(theta2a-theta2c))+abs(V2a)*abs(V1a)*(real(Y(1,4))*-
cos(theta2a-theta1a)+imag(Y(1,4))*sin(theta2a-theta1a))+abs(-
V2a)*abs(V1b)*(real(Y(1,5))*cos(theta2a-theta1b)+imag(Y(1,5))*-
sin(theta2a-theta1b))+abs(V2a)*abs(V1c)*(real(Y(1,6))*cos(theta2a-
-theta1c)+imag(Y(1,6))*sin(theta2a-theta1c));
P2b=abs(V2b)*abs(V2a)*(real(Y(5,4))*cos(theta2b-theta-
2a)+imag(Y(5,4))*sin(theta2b-theta2a))+abs(V2b)*abs(V2b)*(re-
al(Y(5,5))*cos(theta2b-theta2b)+imag(Y(5,5))*sin(theta2b-theta-
2b))+abs(V2b)*abs(V2c)*(real(Y(5,6))*cos(theta2b-theta2c)+ima-

```

$$g(Y(5,6))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{2c})+abs(V_{2b})*abs(V_{1a})*(real(Y(2,-4))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{1a})+imag(Y(2,4))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{1a}))+abs(-V_{2b})*abs(V_{1b})*(real(Y(2,5))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{1b})+imag(Y(2,5))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{1b}))+abs(V_{2b})*abs(V_{1c})*(real(Y(2,6))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{1c})+imag(Y(2,6))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{1c}));$$

$$P_{2c}=abs(V_{2c})*abs(V_{2a})*(real(Y(6,4))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{2a})+imag(Y(6,4))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{2a}))+abs(V_{2c})*abs(V_{2b})*(real(Y(6,5))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{2b})+imag(Y(6,5))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{2b}))+abs(V_{2c})*abs(V_{2c})*(real(Y(6,6))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{2c})+imag(Y(6,6))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{2c}))+abs(V_{2c})*abs(V_{1a})*(real(Y(3,-4))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{1a})+imag(Y(3,4))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{1a}))+abs(V_{2c})*abs(V_{1b})*(real(Y(3,5))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{1b})+imag(Y(3,5))*\sin(-\theta_{2c}-\theta_{1b}))+abs(V_{2c})*abs(V_{1c})*(real(Y(3,6))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{1c})+imag(Y(3,6))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{1c}));$$

$$Q_{2a}=abs(V_{2a})*abs(V_{2a})*(real(Y(4,4))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{2a})-imag(Y(4,4))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{2a}))+abs(V_{2a})*abs(V_{2b})*(real(Y(4,5))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{2b})-imag(Y(4,5))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{2b}))+abs(V_{2a})*abs(V_{2c})*(real(Y(4,6))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{2c})-imag(Y(4,6))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{2c}))+abs(V_{2a})*abs(V_{1a})*(real(Y(1,-4))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{1a})-imag(Y(1,4))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{1a}))+abs(-V_{2a})*abs(V_{1b})*(real(Y(1,5))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{1b})-imag(Y(1,5))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{1b}))+abs(V_{2a})*abs(V_{1c})*(real(Y(1,6))*\sin(\theta_{2a}-\theta_{1c})-imag(Y(1,6))*\cos(\theta_{2a}-\theta_{1c}));$$

$$Q_{2b}=abs(V_{2b})*abs(V_{2a})*(real(Y(5,4))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{2a})-imag(Y(5,4))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{2a}))+abs(V_{2b})*abs(V_{2b})*(real(Y(5,5))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{2b})-imag(Y(5,5))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{2b}))+abs(V_{2b})*abs(V_{2c})*(real(Y(5,6))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{2c})-imag(Y(5,6))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{2c}))+abs(V_{2b})*abs(V_{1a})*(real(Y(2,-4))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{1a})-imag(Y(2,4))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{1a}))+abs(-V_{2b})*abs(V_{1b})*(real(Y(2,5))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{1b})-imag(Y(2,5))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{1b}))+abs(V_{2b})*abs(V_{1c})*(real(Y(2,6))*\sin(\theta_{2b}-\theta_{1c})-imag(Y(2,6))*\cos(\theta_{2b}-\theta_{1c}));$$

$$Q_{2c}=abs(V_{2c})*abs(V_{2a})*(real(Y(6,4))*\sin(\theta_{2c}-\theta_{2a})-imag(Y(6,4))*\cos(\theta_{2c}-\theta_{2a}))+abs(V_{2c})*abs(V_{2b})*(re-$$


```

al(Y(6,5))*sin(theta2c-theta2b)-imag(Y(6,5))*cos(theta2c-theta-
2b))+abs(V2c)*abs(V2c)*(real(Y(6,6))*sin(theta2c-theta2c)-ima-
g(Y(6,6))*cos(theta2c-theta2c))+abs(V2c)*abs(V1a)*(real(Y(3,-
4))*sin(theta2c-theta1a)-imag(Y(3,4))*cos(theta2c-theta1a))+abs(V-
2c)*abs(V1b)*(real(Y(3,5))*sin(theta2c-theta1b)-imag(Y(3,5))*cos(-
theta2c-theta1b))+abs(V2c)*abs(V1c)*(real(Y(3,6))*sin(theta2c-theta-
1c)-imag(Y(3,6))*cos(theta2c-theta1c));

```

```

deltaP2a=0-1-P2a

```

```

deltaP2b=0-1-P2b

```

```

deltaP2c=0-1-P2c

```

```

deltaQ2a=0-0.5-Q2a

```

```

deltaQ2b=0-0.8-Q2b

```

```

deltaQ2c=0-0.5-Q2c

```

```

vetor_passo1=invJacobiano1*[deltaP2a;deltaP2b;deltaP2c];

```

```

vetor_passo2=invJacobiano2*[deltaQ2a;deltaQ2b;deltaQ2c];

```

```

theta2a=theta2a+vetor_passo1(1,1);

```

```

theta2b=theta2b+vetor_passo1(2,1);

```

```

theta2c=theta2c+vetor_passo1(3,1);

```

```

mV2a=mV2a+vetor_passo2(1,1);

```

```

mV2b=mV2b+vetor_passo2(2,1);

```

```

mV2c=mV2c+vetor_passo2(3,1);

```

```

%break;

```

```

n=n+1;

```

```

V2a=mV2a*(cos(theta2a)+j*sin(theta2a));

```

```

V2b=mV2b*(cos(theta2b)+j*sin(theta2b));

```

```

V2c=mV2c*(cos(theta2c)+j*sin(theta2c));

```

```

%if n==2

```

```

% break;

```

```

%end

```

```

tol=0.000001;

```

```

if(abs(deltaP2a)<tol & abs(deltaP2b)<tol & abs(deltaP2c)<tol &
abs(deltaQ2a)<tol & abs(deltaQ2b)<tol & abs(deltaQ2c)<tol)
    break;
end
end
mV2a
angle(V2a)*180/pi
mV2b
angle(V2b)*180/pi
mV2c
angle(V2c)*180/pi

```

Processando o programa anterior, obtém-se a mesma solução já obtida:

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
27	0.9972∠-0.1212°	0.9954∠-120.1755°	0.9966∠119.7582°

Em estudos equilibrados (fluxo de potência monofásico), o método de fluxo de potência desacoplado rápido mostrou sua superioridade em relação ao método de Newton-Raphson em termos de convergência. Por causa de requerimentos computacionais como tempo e armazenamento, os métodos desacoplados têm suplantado o método de Newton-Raphson. Entretanto, devido a um alto grau de representação do sistema nos métodos de fluxo de potência trifásico, como tipos de conexão de transformadores, impedâncias mútuas, etc.; é que as mesmas simplificações adotadas no método de fluxo de potência monofásico não são possíveis, pois resultam em uma pobre convergência no fluxo de potência trifásico. Assim, outras considerações são feitas durante o

desenvolvimento do método que permitirá a obtenção de características de convergência semelhantes ao do caso monofásico.

Método desacoplado rápido trifásico

A matriz jacobiana pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} [\Delta P] \\ [\Delta P_{ger}] \\ [\Delta Q] \\ [\Delta V_{reg}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [E] & [J] & [M] \\ [B] & [F] & [J] & [N] \\ [C] & [G] & [K] & [P] \\ [D] & [H] & [L] & [R] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\Delta \theta] \\ [\Delta \theta_{int}] \\ [\Delta V/V] \\ [\Delta V_{int_{int}}] \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

onde

$$[I] = [M] = [J] = [N] = [0] \quad [C] = [G] = [D] = [H] = [0]$$

Logo, a matriz fica:

$$\begin{bmatrix} [\Delta P] \\ [\Delta P_{ger}] \\ [\Delta Q] \\ [\Delta V_{reg}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [E] & [0] & [0] \\ [B] & [F] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [K] & [P] \\ [0] & [0] & [L] & [R] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\Delta \theta] \\ [\Delta \theta_{int}] \\ [\Delta V/V] \\ [\Delta V_{int_{int}}] \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

As dimensões das submatrizes são:

$$\begin{bmatrix} [\Delta P]_{3npqx1} \\ [\Delta P_{ger}]_{3npvx1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A]_{3npqx3npq} & [E]_{3npqxnpx} \\ [B]_{npx3npq} & [F]_{npxnpx} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\Delta \theta]_{3npqx1} \\ [\Delta \theta_{npx1_{int}}] \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

Elementos da diagonal principal da submatriz A:

$$[A]_{ii}^{pp} = \frac{\partial P_i^p}{\partial \theta_i^p} = \frac{\partial |V|_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 |V|_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}]}{\partial \theta_i^p} \quad (4.90)$$

Retirando a barra $k = i$ de dentro do somatório:

$$[A]_{ii}^{aa} = \frac{\partial P_i^a}{\partial \theta_i^a} = \frac{\partial |V|_i^a \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \sum_{m=1}^3 |V|_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}]}{\partial \theta_i^a} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial\{|V|_i^a [G_{ii}^{aa} \cos \theta_{ii}^{aa} + B_{ii}^{aa} \text{sen} \theta_{ii}^{aa}]\}}{\partial \theta_i^a} + \\
& \frac{\partial\{|V|_i^b [G_{ii}^{ab} \cos \theta_{ii}^{ab} + B_{ii}^{ab} \text{sen} \theta_{ii}^{ab}]\}}{\partial \theta_i^a} \\
& + \frac{\partial\{|V|_i^c [G_{ii}^{ac} \cos \theta_{ii}^{ac} + B_{ii}^{ac} \text{sen} \theta_{ii}^{ac}]\}}{\partial \theta_i^a} \quad (7) \text{ Desde que:} \\
& \frac{\partial\{|V|_i^a [G_{ii}^{aa} \cos \theta_{ii}^{aa} + B_{ii}^{aa} \text{sen} \theta_{ii}^{aa}]\}}{\partial \theta_i^a} = 0 \\
& \frac{\partial\{|V|_i^b [G_{ii}^{ab} \cos \theta_{ii}^{ab} + B_{ii}^{ab} \text{sen} \theta_{ii}^{ab}]\}}{\partial \theta_i^a} = |V|_i^b [-G_{ii}^{ab} \text{sen} \theta_{ii}^{ab} + B_{ii}^{ab} \cos \theta_{ii}^{ab}] \\
& + \frac{\partial\{|V|_i^c [G_{ii}^{ac} \cos \theta_{ii}^{ac} + B_{ii}^{ac} \text{sen} \theta_{ii}^{ac}]\}}{\partial \theta_i^a} = |V|_i^c [-G_{ii}^{ac} \text{sen} \theta_{ii}^{ac} + B_{ii}^{ac} \cos \theta_{ii}^{ac}] \quad (4.91)
\end{aligned}$$

Somando e subtraindo o termo $B_{ii}^{aa}(V_i^a)^2 - B_{ii}^{aa}(V_i^a)^2$ e efetuando as derivadas dentro do somatório para k diferente de i , podemos completar o somatório jogando os termos $B_{ii}^{aa}(V_i^a)^2$, $|V|_i^b [-G_{ii}^{ab} \text{sen} \theta_{ii}^{ab} + B_{ii}^{ab} \cos \theta_{ii}^{ab}]$ e $|V|_i^c [-G_{ii}^{ac} \text{sen} \theta_{ii}^{ac} + B_{ii}^{ac} \cos \theta_{ii}^{ac}]$ para dentro do somatório.

Logo,

$$[A]_{ii}^{aa} = -Q_i^a - B_{ii}^{aa}(V_i^a)^2 \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
[A]_{ik}^{ab} &= \frac{\partial P_i^a}{\partial \theta_k^b} = \frac{\partial |V|_i^a \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 |V|_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen} \theta_{ik}^{pm}]}{\partial \theta_k^b} = \\
& |V|_i^a |V|_k^b [G_{ik}^{ab} \text{sen} \theta_{ik}^{ab} - B_{ik}^{ab} \cos \theta_{ik}^{ab}] \quad (4.92)
\end{aligned}$$

Suponha que o sistema possuisse 3 barras, 1 ref. e 2 PQ, então:

$$[A] = \begin{bmatrix} [A]_{22}^{aa} & [A]_{22}^{ab} & [A]_{22}^{ac} & [A]_{23}^{aa} & [A]_{23}^{ab} & [A]_{23}^{ac} \\ [A]_{22}^{ba} & [A]_{22}^{bb} & [A]_{22}^{bc} & [A]_{23}^{ba} & [A]_{23}^{bb} & [A]_{23}^{bc} \\ [A]_{22}^{ca} & [A]_{22}^{cb} & [A]_{22}^{cc} & [A]_{23}^{ca} & [A]_{23}^{cb} & [A]_{23}^{cc} \\ [A]_{32}^{aa} & [A]_{32}^{ab} & [A]_{32}^{ac} & [A]_{33}^{aa} & [A]_{33}^{ab} & [A]_{33}^{ac} \\ [A]_{32}^{ba} & [A]_{32}^{bb} & [A]_{32}^{bc} & [A]_{33}^{ba} & [A]_{33}^{bb} & [A]_{33}^{bc} \\ [A]_{32}^{ca} & [A]_{32}^{cb} & [A]_{32}^{cc} & [A]_{33}^{ca} & [A]_{33}^{cb} & [A]_{33}^{cc} \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

De modo que os termos da diagonal são calculados usando a Equação (9), enquanto os termos fora da diagonal são calculados usando a Equação (4.90).

A próxima matriz é a B. Ela possui o número de linhas igual ao número de barras PVs. Escolhemos fazer isso com base que essa matriz é dada por $[B] = \frac{\partial P_{ger}}{\partial \theta}$. Mas o Pger é tomado como o P trifásico, ou seja, a soma de Pa+Pb+Pc, uma vez que as tensões internas das barras do gerador em módulo e ângulo obedecem às igualdades abaixo:

$$V_l^a = V_l^b = V_l^c = V_{int\ l} \quad (4.94)$$

$$\theta_l^a = \theta_l^b - \frac{2\pi}{3} = \theta_l^c + \frac{2\pi}{3} = \theta_{int\ l} \quad (4.95)$$

A derivada refere-se, pois, à derivada da potência gerada em relação aos ângulos de barras k, que não são barras PVs e sim barras PQs.

$$[B_{jk}^m] = \frac{\partial P_{ger}}{\partial \theta} = \sum_{p=1}^3 V_{int\ j} V_k^m [G_{jk}^{pm} \text{sen}\theta_{jk}^{pm} - B_{jk}^{pm} \text{cos}\theta_{jk}^{pm}] \quad (4.96)$$

A derivada ocorre em cada um dos termos de Pger que possuem a barra k.

Exemplo: sistema com 4 barras: 1 ref., 2 PQ, 3 PQ e 4 PV

$$[B] = [B_{42}^a \quad B_{42}^b \quad B_{42}^c \quad B_{43}^a \quad B_{43}^b \quad B_{43}^c]$$

A matriz [E] consiste em:

$$[E_{il}^p] = \frac{\partial P_i^p}{\partial \theta_{int\ l}} = \sum_{m=1}^3 V_{int\ l} V_i^p [G_{il}^{pm} \text{sen}\theta_{il}^{pm} - B_{il}^{pm} \text{cos}\theta_{il}^{pm}]$$

Só há derivada onde houver ângulo interno do gerador, ou seja, quando o índice da barra = l.

Temos que

$$[F_{jl}] = \frac{\partial P_{gerj}}{\partial \theta_{int\ l}} = [0]$$

pois a barra interna do gerador j não possui ligação com a barra interna do gerador l .

$$\begin{aligned}
 [F_{il}] &= \frac{\partial P_{gerl}}{\partial \theta_{int l}} = \frac{\partial (P^a + P^b + P^c)}{\partial \theta_{int l}} = \frac{\partial P^a}{\partial \theta_{int l}} + \frac{\partial P^b}{\partial \theta_{int l}} + \frac{\partial P^c}{\partial \theta_{int l}} = \\
 &= \frac{\partial V_{int l}^a \sum_{k=1}^n \sum_{ik}^{am am} V_k^m [G_{ik}^{am} \cos]}{\partial \theta_{int l}} \\
 &\quad \frac{\partial V_{int l}^b \sum_{k=1}^n \sum_{ik}^{bm bm} V_k^m [G_{ik}^{bm} \cos]}{\partial \theta_{int l}} \\
 &\quad \frac{\partial V_{int l}^c \sum_{k=1}^n \sum_{ik}^{cm cm} V_k^m [G_{ik}^{cm} \cos]}{\partial \theta_{int l}} \quad (4.97)
 \end{aligned}$$

As derivadas dos três somatórios duplos são feitas de modo semelhante às derivadas da matriz $[A]$. No cálculo dessas derivadas, as tensões V_{int} de fases diferentes, que são multiplicadas, sobram, ficando de fora do resultado das derivadas da matriz $[A]$ (a razão para tanto é que elas não são usadas para completar os termos das potências reativas transmitidas), de modo que:

$$[F_{il}] = \sum_{m=1}^3 (-B_{il}^{mm} (V_{int l})^2 - Q_l^p) + \sum_{m=1}^3 \sum_{p=1}^3 (V_{int l})^2 [G_{il}^{pm} \text{sen} \theta_{il}^{pm} - B_{il}^{pm} \cos \theta_{il}^{pm}] \quad (4.98)$$

Fazendo as seguintes considerações:

$$Q_k^m \ll B_{kk}^{mm} (V_k^m)^2 \quad (4.99)$$

$$\cos \theta_{ik}^{mm} \approx 1 \quad (4.100)$$

pois θ_{ik}^{mm} é pequeno.

$$G_{ik}^{mm} \text{sen} \theta_{ik}^{mm} \ll B_{ik}^{mm} \quad (4.101)$$

$$\theta_{ik}^{pm} \approx \pm 120^\circ \quad (4.102)$$

$$\cos \theta_{ik}^{pm} \approx -0.5 \quad (4.103)$$

$$\text{sen} \theta_{ik}^{pm} \approx \pm 0.866 \quad (4.104)$$

Fluxo de carga trifásico pelo método de injeção de correntes

As equações de resíduos podem ser formuladas em termos de correntes em vez de termos de potência, como é de costume. Abaixo segue a formulação descrita:

$$I_k^p = \left(\frac{S_k^p}{V_k^p} \right)^* = \frac{P_k^p - jQ_k^p}{V_{rk}^p - jV_{mk}^p} \quad (4.105)$$

Onde p é a fase em questão e pode ser uma das três fases: a, b ou c. Racionalizando a expressão acima:

$$I_k^p = \left(\frac{S_k^p}{V_k^p} \right)^* = \frac{P_k^p V_{rk}^p + jP_k^p V_{mk}^p - jQ_k^p V_{rk}^p + Q_k^p V_{mk}^p}{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2} \quad (4.106)$$

Mas, $I_k^p = I_{rk}^p + jI_{mk}^p$. Separando assim, as partes real e imaginária:

$$I_{rk}^p = \frac{P_k^p V_{rk}^p + Q_k^p V_{mk}^p}{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2} \quad (4.107)$$

$$I_{mk}^p = \frac{P_k^p V_{mk}^p - Q_k^p V_{rk}^p}{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2} \quad (4.108)$$

As equações dos resíduos são:

$$I_{rk}^p - \frac{P_k^p V_{rk}^p + Q_k^p V_{mk}^p}{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2} = 0 \quad (4.109)$$

e

$$I_{mk}^p - \frac{P_k^p V_{mk}^p - Q_k^p V_{rk}^p}{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2} = 0 \quad (4.110)$$

Mas da formulação monofásica de corrente injetada:

$$[I]=[Y].[V] \quad (4.111)$$

Logo, na formulação trifásica:

$$I_k^p = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^3 Y_{kj}^{pm} \cdot V_j^m \quad (4.112)$$

$$I_k^p = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^3 (G_{kj}^{pm} + jB_{kj}^{pm}) \cdot (V_{rj}^m + jV_{mj}^m) \quad (4.113)$$

$$I_k^p = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^3 (G_{kj}^{pm} \cdot V_{rj}^m - B_{kj}^{pm} \cdot V_{mj}^m) + j(B_{kj}^{pm} \cdot V_{rj}^m + G_{kj}^{pm} \cdot V_{mj}^m) \quad (4.114)$$

Separando as partes real e imaginária:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^3 (G_{kj}^{pm} \cdot V_{rj}^m - B_{kj}^{pm} \cdot V_{mj}^m) - \frac{P_k^p V_{rk}^p + Q_k^p V_{mk}^p}{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2} = 0 \quad (4.115)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^3 (B_{kj}^{pm} \cdot V_{rj}^m + G_{kj}^{pm} \cdot V_{mj}^m) - \frac{P_k^p V_{mk}^p - Q_k^p V_{rk}^p}{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2} = 0 \quad (4.116)$$

Supondo que no sistema haja cargas de potência constante, corrente constante e impedância constante, cada carga P_k^p e Q_k^p são da forma:

$$P_k^p = P_{0k}^p + P_{1k}^p (V_k^p) + P_{2k}^p (V_k^p)^2 \quad (4.117)$$

$$Q_k^p = Q_{0k}^p + Q_{1k}^p (V_k^p) + Q_{2k}^p (V_k^p)^2 \quad (4.118)$$

As derivadas parciais serão dos resíduos de corrente em relação à parte real das tensões e em relação à parte imaginária das tensões.

Calculando as derivadas parciais:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta I_{rk}^p}{\partial V_{rk}^p} &= \frac{\partial (\sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^3 (G_{kj}^{pm} V_{rj}^m - B_{kj}^{pm} V_{mj}^m) - \frac{P_k^p V_{rk}^p + Q_k^p V_{mk}^p}{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2})}{\partial V_{rk}^p} \\ &= G_{kk}^{pp} - \frac{\partial (\frac{P_k^p V_{rk}^p + Q_k^p V_{mk}^p}{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2})}{\partial V_{rk}^p} = G_{kk}^{pp} - \frac{\partial ((P_{0k}^p + P_{1k}^p (V_k^p) + P_{2k}^p (V_k^p)^2) V_{rk}^p + (Q_{0k}^p + Q_{1k}^p (V_k^p) + Q_{2k}^p (V_k^p)^2) V_{mk}^p)}{\partial V_{rk}^p} \end{aligned} \quad (4.119)$$

Onde

$$(V_k^p) = \sqrt{(V_{rk}^p)^2 + (V_{mk}^p)^2} \quad (4.120)$$

Separando a derivada acima e calculando cada termo:

1º termo P0k:

$$\frac{\partial \left(\frac{(P_{0k}^p) v_{rk}^p}{(v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2} \right)}{\partial v_{rk}^p} = (P_{0k}^p) \frac{\partial \left(\frac{v_{rk}^p}{(v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2} \right)}{\partial v_{rk}^p} = (P_{0k}^p) [(v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2]^{-1} - (v_{rk}^p) 2(v_{rk}^p) \cdot ((v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2)^{-2} \quad (4.121)$$

$$\text{Derivada} = \frac{(P_{0k}^p) [(v_{mk}^p)^2 - (v_{rk}^p)^2]}{(v_{rk}^p)^4} \quad (4.122)$$

2º termo P1k:

$$\frac{\partial \left(\frac{(P_{1k}^p) v_{rk}^p v_{rk}^p}{(v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2} \right)}{\partial v_{rk}^p} = (P_{1k}^p) \frac{\partial \left(\frac{v_{rk}^p \sqrt{(v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2}}{(v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2} \right)}{\partial v_{rk}^p} = \frac{(v_{mk}^p)^2}{((v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2)^{3/2}} = \frac{(v_{mk}^p)^2}{(v_{rk}^p)^3} \quad (4.123)$$

3º termo P2k:

$$\frac{\partial \left(\frac{(P_{2k}^p) (v_{rk}^p)^2 v_{rk}^p}{(v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2} \right)}{\partial v_{rk}^p} = (P_{2k}^p) \quad (4.124)$$

Juntando os termos das derivadas e completando com os termos de Q, os termos da diagonal principal são:

$$\frac{\partial \Delta I_{rk}^p}{\partial v_{rk}^p} = G_{kk}^{pp} - \left(\frac{P_{0k}^p [(v_{mk}^p)^2 - (v_{rk}^p)^2] - 2v_{mk}^p v_{rk}^p Q_{0k}^p}{(v_{rk}^p)^4} + \frac{v_{mk}^p v_{rk}^p Q_{1k}^p - P_{1k}^p (v_{mk}^p)^2}{(v_{rk}^p)^3} - P_{2k}^p \right) \quad (4.125)$$

$$\frac{\partial \Delta I_{rk}^p}{\partial v_{mk}^p} = -B_{kk}^{pp} - \left(\frac{Q_{0k}^p [(v_{rk}^p)^2 - (v_{mk}^p)^2] - 2v_{mk}^p v_{rk}^p P_{0k}^p}{(v_{rk}^p)^4} + \frac{v_{mk}^p v_{rk}^p P_{1k}^p - Q_{1k}^p (v_{rk}^p)^2}{(v_{rk}^p)^3} - Q_{2k}^p \right) \quad (4.126)$$

$$\frac{\partial \Delta I_{mk}^p}{\partial v_{rk}^p} = B_{kk}^{pp} - \left(\frac{Q_{0k}^p [(v_{rk}^p)^2 - (v_{mk}^p)^2] - 2v_{mk}^p v_{rk}^p P_{0k}^p}{(v_{rk}^p)^4} + \frac{v_{mk}^p v_{rk}^p P_{1k}^p + Q_{1k}^p (v_{mk}^p)^2}{(v_{rk}^p)^3} + Q_{2k}^p \right) \quad (4.127)$$

$$\frac{\partial \Delta I_{mk}^p}{\partial v_{mk}^p} = G_{kk}^{pp} - \left(\frac{P_{0k}^p [(v_{rk}^p)^2 - (v_{mk}^p)^2] + 2v_{mk}^p v_{rk}^p Q_{0k}^p}{(v_{rk}^p)^4} - \frac{v_{mk}^p v_{rk}^p Q_{1k}^p + P_{1k}^p (v_{rk}^p)^2}{(v_{rk}^p)^3} - P_{2k}^p \right) \quad (4.128)$$

Os termos fora da diagonal se referem a:

$$\frac{\partial \Delta I_{rk}^p}{\partial v_{rj}^p} = \frac{\partial (\sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^3 (C_{kj}^{pm} v_{rj}^m - B_{kj}^{pm} v_{mj}^m) - \frac{P_{rk}^p v_{rk}^p + Q_{rk}^p v_{mk}^p}{(v_{rk}^p)^2 + (v_{mk}^p)^2})}{\partial v_{rj}^p} = G_{kj}^{pm}$$

e assim por diante. Ou seja, são os termos independentes de P e Q e fora da diagonal principal da matriz Y.

Obs: nesse método, o sinal do Jacobiano é negativo, inerente ao próprio método de Newton-Raphson. O sinal das potências de cargas também é negativo.

Exemplo 4.9

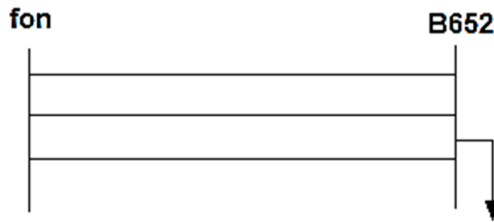
Faça um programa MATLAB para calcular as tensões de fase do seguinte sistema trifásico, usando o método de injeção de correntes.

Observe que a solução para esse sistema foi obtida pelo método de Gauss-Seidel Z e vale:

Tabela 4.1 – Resultado do Exemplo 4.3

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
3	$0.9972 \angle -0.1212^\circ$	$0.9954 \angle -120.1755^\circ$	$0.9966 \angle 119.7582^\circ$

Fonte: elaborada pelos autores.



Os dados de impedância de linha são fornecidos abaixo. Por simplicidade do exemplo, não consideramos a matriz de efeito capacitivo da linha.

$$Z_{linha_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 0,0023 + j0,0067 & 0,0010 + j0,0033 & 0,0010 + j0,0028 \\ 0,0010 + j0,0033 & 0,0022 + j0,0069 & 0,0010 + j0,0025 \\ 0,0010 + j0,0028 & 0,0010 + j0,0025 & 0,0022 + j0,0068 \end{pmatrix}$$

A potência da carga nas três fases ligadas em Y em p.u. é dada abaixo:

$$S_A = 1 + j0.5; S_B = 1 + j0.8; S_C = 1 + j0.5$$

A tensão da barra de referência (nó fon) é dada por:

$$V_A = 1 \angle 0^\circ ; V_B = 1 \angle -120^\circ ; V_C = 1 \angle 120^\circ$$

Solução

Montando a matriz Y do sistema a partir da matriz Y da linha, tem-se:

$$Y_{linha_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 0,0023 + j0,0067 & 0,0010 + j0,0033 & 0,0010 + j0,0028 \\ 0,0010 + j0,0033 & 0,0022 + j0,0069 & 0,0010 + j0,0025 \\ 0,0010 + j0,0028 & 0,0010 + j0,0025 & 0,0022 + j0,0068 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$Y_{linha_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 66,06 - j190,38 & -28,03 + j70,37 & -15,35 + j52,63 \\ -28,03 + j70,37 & 57,84 - j180,41 & -7,29 + j40,19 \\ -15,35 + j52,63 & -7,29 + j40,19 & 51,15 - j170,21 \end{pmatrix}$$

Assim, o Y do sistema é dado por:

$$Y_{sistema_{3\phi}} = \begin{pmatrix} 66,06 - j190,38 & -28,03 + j70,37 & -15,35 + j52,63 & -66,06 + j190,38 & 28,03 - j70,37 & 15,35 - j52,63 \\ -28,03 + j70,37 & 57,84 - j180,41 & -7,29 + j40,19 & 28,03 - j70,37 & -57,84 + j180,41 & 7,29 - j40,19 \\ -15,35 + j52,63 & -7,29 + j40,19 & 51,15 - j170,21 & 15,35 - j52,63 & 7,29 - j40,19 & -51,15 + j170,21 \\ -66,06 + j190,38 & 28,03 - j70,37 & 15,35 - j52,63 & 66,06 - j190,38 & -28,03 + j70,37 & -15,35 + j52,63 \\ 28,03 - j70,37 & -57,84 + j180,41 & 7,29 - j40,19 & -28,03 + j70,37 & 57,84 - j180,41 & -7,29 + j40,19 \\ 15,35 - j52,63 & 7,29 - j40,19 & -51,15 + j170,21 & -15,35 + j52,63 & -7,29 + j40,19 & 51,15 - j170,21 \end{pmatrix}$$

O Jacobiano para o sistema acima é dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{r2}^a \\ \Delta I_{r2}^b \\ \Delta I_{r2}^c \\ \Delta I_{m2}^a \\ \Delta I_{m2}^b \\ \Delta I_{m2}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta I_{r2}^a}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^a}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^a}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^a}{\partial V_{m2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^a}{\partial V_{m2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^a}{\partial V_{m2}^c} \\ \frac{\partial \Delta I_{r2}^b}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^b}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^b}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^b}{\partial V_{m2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^b}{\partial V_{m2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^b}{\partial V_{m2}^c} \\ \frac{\partial \Delta I_{r2}^c}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^c}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^c}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^c}{\partial V_{m2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^c}{\partial V_{m2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{r2}^c}{\partial V_{m2}^c} \\ \frac{\partial \Delta I_{m2}^a}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^a}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^a}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^a}{\partial V_{m2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^a}{\partial V_{m2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^a}{\partial V_{m2}^c} \\ \frac{\partial \Delta I_{m2}^b}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^b}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^b}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^b}{\partial V_{m2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^b}{\partial V_{m2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^b}{\partial V_{m2}^c} \\ \frac{\partial \Delta I_{m2}^c}{\partial V_{r2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^c}{\partial V_{r2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^c}{\partial V_{r2}^c} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^c}{\partial V_{m2}^a} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^c}{\partial V_{m2}^b} & \frac{\partial \Delta I_{m2}^c}{\partial V_{m2}^c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{r2}^a \\ V_{r2}^b \\ V_{r2}^c \\ V_{m2}^a \\ V_{m2}^b \\ V_{m2}^c \end{bmatrix}$$

Escreve-se o programa abaixo no MATLAB com o método de injeção de correntes:

```
clear all;
clc;
%Capitulo 3 Método de Injeção de Correntes
Z=[0.346528+j*1.017945 0.155950+j*0.501673 0.158006+j*0.42364
8;0.155950+j*0.501673 0.337451+j*1.047817 0.153485+j*0.384934
;0.158006+j*0.423648 0.153485+j*0.384934 0.341372+j*1.034840];
Zpu=Z*2000*3/(5280*173.056);
Y=[inv(Zpu) -inv(Zpu);-inv(Zpu) inv(Zpu)];
Vr2a=1.0;
Vm2a=0;
Vr2b=1.0*cos(-2*pi/3);
Vm2b=1.0*sin(-2*pi/3);
Vr2c=1.0*cos(2*pi/3);
Vm2c=1.0*sin(2*pi/3);
Vr1a=1.0;
Vm1a=0;
Vr1b=1*cos(-2*pi/3);
Vm1b=1*sin(-2*pi/3);
Vr1c=1*cos(2*pi/3);
Vm1c=1*sin(2*pi/3);
mV2a=sqrt((Vr2a)^2+(Vm2a)^2);
mV2b=sqrt((Vr2b)^2+(Vm2b)^2);
mV2c=sqrt((Vr2c)^2+(Vm2c)^2);
vetorsolucao=[Vr2a;Vm2a;Vr2b;Vm2b;Vr2c;Vm2c];
n=0;
P2a=-1;
Q2a=-0.5;
P2b=-1;
```

$$Q2b = -0.8;$$

$$P2c = -1;$$

$$Q2c = -0.5;$$

%Montagem do Jacobiano

%Derivada de Ir2a em relação a Vr2a

$$DIR2aVr2a = \text{real}(Y(4,4)) - ((P2a) * (Vm2a^2 - Vr2a^2) - 2 * Vm2a * Vr2a * Q2a) / mV2a^4;$$

%Derivada de Ir2a em relação a Vm2a

$$DIR2aVm2a = -\text{imag}(Y(4,4)) - ((Q2a) * (Vr2a^2 - Vm2a^2) - 2 * Vm2a * Vr2a * P2a) / mV2a^4;$$

%Derivada de Ir2a em relação a Vr2b

$$DIR2aVr2b = \text{real}(Y(4,5));$$

%Derivada de Ir2a em relação a Vm2b

$$DIR2aVm2b = -\text{imag}(Y(4,5));$$

%Derivada de Ir2a em relação a Vr2c

$$DIR2aVr2c = \text{real}(Y(4,6));$$

%Derivada de Ir2a em relação a Vm2c

$$DIR2aVm2c = -\text{imag}(Y(4,6));$$

%Derivada de Im2a em relação a Vr2a

$$DIM2aVr2a = \text{imag}(Y(4,4)) - ((Q2a) * (Vr2a^2 - Vm2a^2) - 2 * Vm2a * Vr2a * P2a) / mV2a^4;$$

%Derivada de Im2a em relação a Vm2a

$$DIM2aVm2a = \text{real}(Y(4,4)) - ((P2a) * (Vr2a^2 - Vm2a^2) + 2 * Vm2a * Vr2a * Q2a) / mV2a^4;$$

%Derivada de Im2a em relação a Vr2b

$$DIM2aVr2b = \text{imag}(Y(4,5));$$

%Derivada de Im2a em relação a Vm2b

$$DIM2aVm2b = \text{real}(Y(4,5));$$

%Derivada de Im2a em relação a Vr2c

$$DIM2aVr2c = \text{imag}(Y(4,6));$$

%Derivada de Im2a em relação a Vm2c

```

DIm2aVm2c=real(Y(4,6));
%Derivada de Ir2b em relação a Vr2a
DIR2bVr2a=real(Y(5,4));
%Derivada de Ir2b em relação a Vm2a
DIR2bVm2a=-imag(Y(5,4));
%Derivada de Ir2b em relação a Vr2b
DIR2bVr2b=real(Y(5,5))-((P2b)*(Vm2b^2-Vr2b^2)-2*Vm2b*Vr2b*-
Q2b)/mV2b^4;
%Derivada de Ir2b em relação a Vm2b
DIR2bVm2b=-imag(Y(5,5))-((Q2b)*(Vr2b^2-Vm2b^2)-2*Vm2b*Vr-
2b*P2b)/mV2b^4;
%Derivada de Ir2b em relação a Vr2c
DIR2bVr2c=real(Y(5,6));
%Derivada de Ir2b em relação a Vm2c
DIR2bVm2c=-imag(Y(5,6));
%Derivada de Im2b em relação a Vr2a
DIm2bVr2a=imag(Y(5,4));
%Derivada de Im2b em relação a Vm2a
DIm2bVm2a=real(Y(5,4));
%Derivada de Im2b em relação a Vr2b
DIm2bVr2b=imag(Y(5,5))-((Q2b)*(Vr2b^2-Vm2b^2)-2*Vm2b*Vr-
2b*P2b)/mV2b^4;
%Derivada de Im2b em relação a Vm2b
DIm2bVm2b=real(Y(5,5))-((P2b)*(Vr2b^2-Vm2b^2)+2*Vm2b*Vr-
2b*Q2b)/mV2b^4;
%Derivada de Im2b em relação a Vr2c
DIm2bVr2c=imag(Y(5,6));
%Derivada de Im2b em relação a Vm2c
DIm2bVm2c=real(Y(5,6));
%Derivada de Ir2c em relação a Vr2a
DIR2cVr2a=real(Y(6,4));

```

```

%Derivada de Ir2c em relação a Vm2a
DIR2cVm2a=-imag(Y(6,4));
%Derivada de Ir2c em relação a Vr2b
DIR2cVr2b=real(Y(6,4));
%Derivada de Ir2c em relação a Vm2b
DIR2cVm2b=-imag(Y(6,4));
%Derivada de Ir2c em relação a Vr2c
DIR2cVr2c=real(Y(6,6))-((P2c)*(Vm2c^2-Vr2c^2)-2*Vm2c*Vr2c*-
Q2c)/mV2c^4;
%Derivada de Ir2c em relação a Vm2c
DIR2cVm2c=-imag(Y(6,6))-((Q2c)*(Vr2c^2-Vm2c^2)-2*Vm2c*Vr-
2c*P2c)/mV2c^4;
%Derivada de Im2c em relação a Vr2a
DIm2cVr2a=imag(Y(6,4));
%Derivada de Im2c em relação a Vm2a
DIm2cVm2a=real(Y(6,4));
%Derivada de Im2c em relação a Vr2b
DIm2cVr2b=imag(Y(6,5));
%Derivada de Im2c em relação a Vm2b
DIm2cVm2b=real(Y(6,5));
%Derivada de Im2c em relação a Vr2c
DIm2cVr2c=imag(Y(6,6))-((Q2c)*(Vr2c^2-Vm2c^2)-2*Vm2c*Vr-
2c*P2c)/mV2c^4;
%Derivada de Im2c em relação a Vm2c
DIm2cVm2c=real(Y(6,6))-((P2c)*(Vr2c^2-Vm2c^2)+2*Vm2c*Vr-
2c*Q2c)/mV2c^4;
Jacobiano=[DIR2aVr2a DIR2aVr2b DIR2aVr2c DIR2aVm2a DIR2aVm2b
DIR2aVm2c;
           DIR2bVr2a DIR2bVr2b DIR2bVr2c DIR2bVm2a DIR2bVm2b
DIR2bVm2c;
           DIR2cVr2a DIR2cVr2b DIR2cVr2c DIR2cVm2a DIR2cVm2b DIR-
2cVm2c;

```

$D_{Im2aVr2a} D_{Im2aVr2b} D_{Im2aVr2c} D_{Im2aVm2a} D_{Im2aVm2b}$
 $D_{Im2aVm2c};$

$D_{Im2bVr2a} D_{Im2bVr2b} D_{Im2bVr2c} D_{Im2bVm2a} D_{Im2bVm2b}$
 $D_{Im2bVm2c};$

$D_{Im2cVr2a} D_{Im2cVr2b} D_{Im2cVr2c} D_{Im2cVm2a} D_{Im2cVm2b}$
 $D_{Im2cVm2c};$

$invJacobiano=inv(Jacobiano);$

while 1

$\delta_{Ir2a}=(real(Y(4,4))*Vr2a-imag(Y(4,4))*Vm2a)+(real(Y(4,5))*-$
 $Vr2b-imag(Y(4,5))*Vm2b)+(real(Y(4,6))*Vr2c-imag(Y(4,6))*-$
 $Vm2c)+(real(Y(1,4))*Vr1a-imag(Y(1,4))*Vm1a)+(real(Y(1,5))*Vr-$
 $1b-imag(Y(1,5))*Vm1b)+(real(Y(1,6))*Vr1c-imag(Y(1,6))*Vm1c)-$
 $-(P2a*Vr2a+Q2a*Vm2a)/((Vr2a)^2+(Vm2a)^2)$

$\delta_{Im2a}=(imag(Y(4,4))*Vr2a+real(Y(4,4))*Vm2a)+(ima-$
 $g(Y(4,5))*Vr2b+real(Y(4,5))*Vm2b)+(imag(Y(4,6))*Vr2c+re-$
 $al(Y(4,6))*Vm2c)+(imag(Y(1,4))*Vr1a+real(Y(1,4))*Vm1a)+(ima-$
 $g(Y(1,5))*Vr1b+real(Y(1,5))*Vm1b)+(imag(Y(1,6))*-$
 $Vr1c+real(Y(1,6))*Vm1c)-(P2a*Vm2a-Q2a*Vr2a)/((Vr2a)^2+(V-$
 $m2a)^2)$

$\delta_{Ir2b}=(real(Y(5,4))*Vr2a-imag(Y(5,4))*Vm2a)+(real(Y(5,5))*-$
 $Vr2b-imag(Y(5,5))*Vm2b)+(real(Y(5,6))*Vr2c-imag(Y(5,6))*-$
 $Vm2c)+(real(Y(2,4))*Vr1a-imag(Y(2,4))*Vm1a)+(real(Y(2,5))*Vr-$
 $1b-imag(Y(2,5))*Vm1b)+(real(Y(2,6))*Vr1c-imag(Y(2,6))*Vm1c)-$
 $-(P2b*Vr2b+Q2b*Vm2b)/((Vr2b)^2+(Vm2b)^2)$

$\delta_{Im2b}=(imag(Y(5,5))*Vr2b+real(Y(5,5))*Vm2b)+(ima-$
 $g(Y(5,4))*Vr2a+real(Y(5,4))*Vm2a)+(imag(Y(5,6))*Vr2c+re-$
 $al(Y(5,6))*Vm2c)+(imag(Y(2,4))*Vr1a+real(Y(2,4))*Vm1a)+(ima-$
 $g(Y(2,5))*Vr1b+real(Y(2,5))*Vm1b)+(imag(Y(2,6))*-$
 $Vr1c+real(Y(2,6))*Vm1c)-(P2b*Vm2b-Q2b*Vr2b)/((Vr2b)^2+(-$
 $Vm2b)^2)$

$\delta_{Ir2c}=(real(Y(6,6))*Vr2c-imag(Y(6,6))*Vm2c)+(real(Y(6,4))*-$
 $Vr2a-imag(Y(6,4))*Vm2a)+(real(Y(6,5))*Vr2b-imag(Y(6,5))*-$
 $Vm2b)+(real(Y(3,4))*Vr1a-imag(Y(3,4))*Vm1a)+(real(Y(3,5))*Vr-$

$$1b - \text{imag}(Y(3,5)) * Vm1b) + (\text{real}(Y(3,6)) * Vr1c - \text{imag}(Y(3,6)) * Vm1c) - (P2c * Vr2c + Q2c * Vm2c) / ((Vr2c)^2 + (Vm2c)^2)$$

$$\begin{aligned} \text{deltaIm2c} = & (\text{imag}(Y(6,6)) * Vr2c + \text{real}(Y(6,6)) * Vm2c) + (\text{imag}(Y(6,4)) * \\ & - Vr2a + \text{real}(Y(6,4)) * Vm2a) + (\text{imag}(Y(6,5)) * Vr2b + \text{real}(Y(6,5)) * Vm \\ & - 2b) + (\text{imag}(Y(3,4)) * Vr1a + \text{real}(Y(3,4)) * Vm1a) + (\text{imag}(Y(3,5)) * Vr \\ & - 1b + \text{real}(Y(3,5)) * Vm1b) + (\text{imag}(Y(3,6)) * Vr1c + \text{real}(Y(3,6)) * Vm1c) - \\ & - (P2c * Vm2c - Q2c * Vr2c) / ((Vr2c)^2 + (Vm2c)^2) \end{aligned}$$

```
vetor_passo = -invJacobiano * [deltaIr2a; deltaIr2b; deltaIr2c; deltaIm2a; deltaIm2b; deltaIm2c]
```

```
Vr2a = Vr2a + vetor_passo(1,1);
```

```
Vr2b = Vr2b + vetor_passo(2,1);
```

```
Vr2c = Vr2c + vetor_passo(3,1);
```

```
Vm2a = Vm2a + vetor_passo(4,1);
```

```
Vm2b = Vm2b + vetor_passo(5,1);
```

```
Vm2c = Vm2c + vetor_passo(6,1);
```

```
%break;
```

```
n = n + 1;
```

```
V2a = Vr2a + j * Vm2a;
```

```
V2b = Vr2b + j * Vm2b;
```

```
V2c = Vr2c + j * Vm2c;
```

```
mV2a = sqrt((Vr2a)^2 + (Vm2a)^2);
```

```
mV2b = sqrt((Vr2b)^2 + (Vm2b)^2);
```

```
mV2c = sqrt((Vr2c)^2 + (Vm2c)^2);
```

```
%if n==2
```

```
% break;
```

```
%end
```

```
tol = 0.000001;
```

```
if(abs(deltaIr2a) < tol & abs(deltaIm2a) < tol & abs(deltaIr2b) < tol & abs(deltaIm2b) < tol & abs(deltaIr2c) < tol & abs(deltaIm2c) < tol)
```

```
break;
```

```
end
```

```

end
abs(V2a)
angle(V2a)*180/pi
abs(V2b)
angle(V2b)*180/pi
abs(V2c)
angle(V2c)*180/pi

```

A solução para o sistema obtida com esse programa é:

Tabela 4.2 – Resultado numérico do Exemplo 4.9

Nº de iterações para convergência (tol 0.000001)	V_A	V_B	V_C
6	$0.9972\angle -0.1212^\circ$	$0.9954\angle -120.1755^\circ$	$0.9966\angle 119.7582^\circ$

Exercícios

1) Resolva o Exemplo 4.1 com uma carga de corrente constante, usando:

- o método de Newton trifásico em coordenadas polares;
- o método de Newton trifásico em coordenadas retangulares;
- o método de Newton desacoplado trifásico;
- a versão mais simplificada do método desacoplado rápido trifásico;
- o método trifásico de injeção de correntes.

2) Use o programa ANAREDGEE do anexo A para estudar a solução dos sistemas IEEE 13 barras, IEEE 34 barras, IEEE 37 barras e IEEE 123 barras.

EQUIVALENTES EXTERNOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

Introdução

Nos últimos anos, tem-se dado ênfase à segurança nos sistemas interligados de energia elétrica. O objetivo é garantir a continuidade e a qualidade do serviço de atendimento aos consumidores. Os centros de operação do sistema (COS) modernos executam várias funções avançadas com essa finalidade.

Os sistemas interligados são constituídos por grande número de subestações e linhas de transmissão pertencentes a várias Companhias de Energia, que fornecem energia a várias cargas distribuídas em extensas áreas. A execução de determinadas funções de controle e de planejamento somente são viabilizadas com o uso de modelos equivalentes para representar as partes do sistema interligado que não são totalmente observáveis pelos COS.

Este capítulo apresenta as técnicas usadas para obtenção dos equivalentes de rede, conhecidas como equivalentes externos.

Introdução aos equivalentes externos

Objetivo

O equivalenciamento de sistemas de potência tem por objetivo produzir um modelo estático, que, conectado ao subsistema interno/fronteira,

represente, com a máxima fidelidade possível, as reações que o sistema externo teria frente a determinadas alterações em variáveis do sistema interno. Essas alterações ocorrem nos estudos de análise de contingências, despacho econômico etc.

Utilidade

Em estudos de planejamento da expansão e da operação de sistemas de energia elétrica, partes da rede podem ser representadas pelos equivalentes externos visando-se à redução das dimensões dos problemas de análise (fluxo de potência, curto-circuito, estabilidade transitória etc.) e conseqüentemente do esforço computacional. A análise de contingências de linhas de transmissão e transformadores, a alocação ótima de banco de capacitores e o planejamento da expansão de redes de transmissão são exemplo de problemas de análise de redes que exigem uma seqüência de soluções de fluxo de potência. Na análise de contingências, por exemplo, para cada uma das contingências (perdas de linhas/transformadores) consideradas possíveis, é necessária a determinação de uma solução de fluxo de potência.

Por outro lado, em aplicações ligadas à supervisão e ao controle em tempo real, a necessidade de equivalentes externos se deve também à falta de informações completas e atualizadas sobre o estado atual de toda a rede de transmissão. Um centro de operação regional geralmente só dispõe de informações atualizadas sobre o estado da parte monitorada da rede e, portanto, nesse tipo de aplicação, é oportuna a representação aproximada das regiões não monitoradas por meio de redes equivalentes.

Formulação do Equivalente Ward básico linear ou Ward com injeção de correntes

O Equivalente Ward é um modelo de representação de sistemas, proposto originalmente por J. B. Ward em 1949, visando à simulação em analisadores de redes, sendo posteriormente usado em simulação digital e servindo de base para o desenvolvimento de outros tipos de equivalentes.

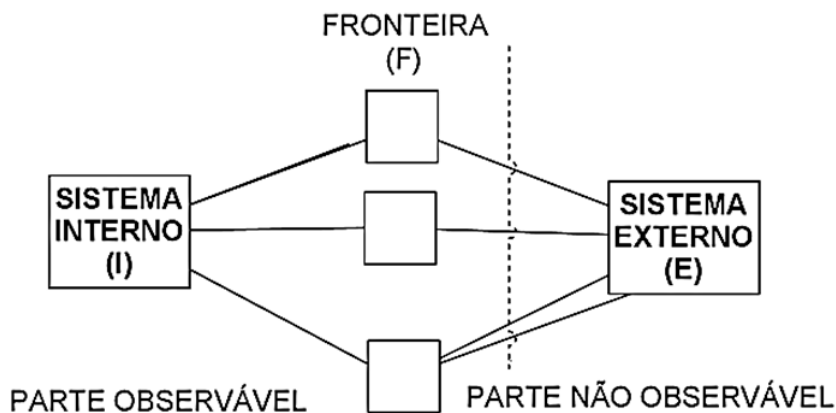
O modelo baseia-se em redução de circuitos por eliminação de barras. Assim, dada uma configuração de rede, é feito o equivalente, eliminando-se uma a uma as barras da rede e conseqüentemente criando-se novas ligações entre as barras remanescentes. Dessa forma, para o sistema de equações nodais da rede, a redução significa eliminar uma a uma as equações, modificando as que restam de forma a que elas incorporem o significado das que são eliminadas.

O processo de eliminação das barras, ou das equações, é repetido até que restem somente as barras que se deseja manter no SEP, ou as equações referentes a essas barras.

O método pressupõe o conhecimento da potência complexa e das tensões nas barras de carga e geração do sistema externo ou das tensões das barras do sistema interno e fronteira.

A Figura 5.1 apresenta um sistema constituído de três partes: sistema interno, fronteira e sistema externo. Atualmente, do ponto de vista do COS, o seu sistema interno e a fronteira correspondem à parte observável do sistema. Por outro lado, o sistema externo corresponde às outras partes do sistema não observáveis.

Figura 5.1 – Divisão do SEP



Conforme mostra a Figura 5.1, tem-se as três partes do SEP:

A) Sistema interno – é a área de interesse para estudos de controle. São conhecidos os dados de configuração e condição operacional. A análise é realizada utilizando um modelo normal de fluxo de potência. Existem, entretanto, partes do subsistema correspondentes à área de jurisdição do COS que não são observáveis, ou por algum motivo ficam temporariamente não observáveis. Essas partes são denominadas ilhas não observáveis. Essas ilhas são feitas observáveis por pseudomedidas (valores estimados através de fluxo de potência que se aproximam dos valores reais medidos);

B) Barras de Fronteira – são as barras que ligam os sistemas interno e externo;

C) Sistema externo – é a área que pode ser substituída por equivalentes, pois é formada pelas partes não essenciais ao estudo. Dependendo do tipo de aplicação, os dados do sistema externo podem ser parciais ou totalmente conhecidos. Na realidade, não é necessária a representação de toda a parte não observável. Quanto mais distantes os equipamentos da fronteira, menor será o efeito que eles terão no sistema interno, não sendo necessárias as suas representações no modelo. São normalmente feitos estudos *off-line* usando procedimentos heurísticos baseados no conhecimento do sistema e em várias soluções de fluxo de potência a fim de identificar as partes remotas do sistema às quais o sistema interno não é sensível.

As cargas e gerações do sistema externo são substituídas por injeções de correntes, ou seja, ajustam-se as variáveis de uma linearização em torno do ponto de operação.

Para o sistema externo, tem-se:

$$I_E = - \frac{S_E^*}{E_E^*} \quad (5.1)$$

Com

$$S_E = S_G - S_C \quad (5.2)$$

onde S_E^* é o conjugado da potência complexa injetada em uma barra externa; E_E^* é o conjugado da tensão de uma barra externa; S_G é a potência complexa gerada em uma barra; S_C é a potência complexa consumida em uma barra.

Considera-se, inicialmente uma rede representada por um modelo linear do tipo:

$$[Y] [E] = [I] \quad (5.3)$$

em que $[Y]$ é a matriz de admitância de barras, $[E]$ é o vetor das tensões complexas das barras, e $[I]$ é o vetor das injeções de correntes nas barras. Nesse tipo de modelo, as cargas geradoras podem ser representadas por corrente constante, admitância constante ou por ambas. De acordo com a Figura 5.1, a Equação (5.3) pode ser colocada na forma:

$$\begin{bmatrix} [Y_{II}] & [Y_{IF}] & [0] \\ [Y_{FI}] & [Y_{FF}] & [Y_{FE}] \\ [0] & [Y_{EF}] & [Y_{EE}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [E_E] \\ [E_F] \\ [E_I] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I_I] \\ [I_F] \\ [I_E] \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Com os seguintes significados para os índices:

I - Sistema interno; **F** - Fronteira; **E** - Sistema externo; **II** - Ligação sistema interno-sistema interno; **IF** - Ligação sistema interno-fronteira; **FI** - Ligação fronteira-sistema interno; **EE** - Ligação sistema externo-sistema externo

O sistema de equações (5.4) pode ser resolvido usando a redução de Kron ou pela eliminação de Gauss, sendo os resultados iguais, diferindo apenas na metodologia de cálculo.

Redução de Kron

A redução de Kron é um método usado para eliminação de variáveis em um sistema de equações, resultante do próprio princípio da substituição.

Considere-se como exemplo a Equação (5.3), em que se deseja eliminar a variável:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ 0 & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

Separando-se as equações,

$$A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + 0 = b_1 \tag{5.6}$$

$$A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + A_{23}x_3 = b_2 \tag{5.7}$$

$$0 + A_{32}x_2 + A_{33}x_3 = b_3 \tag{5.8}$$

Tirando-se o valor de x_3 da Equação (5.8) e substituindo-se nas Equações (5.6) e (5.7):

$$A_{11}x_1 + A_{12}x_2 = b_1 \tag{5.9}$$

$$A_{21}x_1 + \left(A_{22} - \frac{A_{23}A_{32}}{A_{33}} \right) x_2 = b_2 - \frac{b_3A_{23}}{A_{33}} \tag{5.10}$$

Em termos matriciais, fica-se com:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} - \frac{A_{23}A_{32}}{A_{33}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 - \frac{b_3A_{23}}{A_{33}} \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

A redução de Kron é aplicada diretamente como indicado:

A_{11}	A_{12}	
A_{21}	A_{22}	A_{23}
	A_{32}	A_{33}



A_{11}	A_{12}
A_{21}	$A_{22} - \frac{A_{23}A_{32}}{A_{33}}$

Assim, para se eliminar a variável x_n , que corresponde à n ésima coluna e linha, basta reescrever a matriz substituindo cada elemento A_{ij} por A_{kl} dado por:

$$A_{kl} = A_{ij} - \frac{A_{in}A_{nj}}{A_{nn}} \quad (5.12)$$

A redução de Kron também pode ser aplicada na forma matricial:

$$[A_{kl}] = [A_{ij}] - [A_{in}] \cdot [A_{nn}]^{-1} [A_{nj}] \quad (5.13)$$

A redução de Kron pode, então, ser aplicada às equações de um SEP, quando da eliminação das barras para obtenção do equivalente externo.

Seja novamente a Equação (5.4), em que se deseja obter o equivalente para a parte externa do SEP. Aplicando-se a redução de Kron:

$$\begin{bmatrix} [Y_{II}] & [Y_{IF}] \\ [Y_{FI}] & [Y_{FF}]^{equivalente} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [E_I] \\ [E_F] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I_I] \\ [I_F]^{equivalente} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

onde

$$[Y_{FF}]^{equivalente} = [Y_{FF}] - [Y_{FE}] [Y_{EE}]^{-1} [Y_{EF}] \quad (5.15)$$

$$[I_F]^{equivalente} = [I_F] - [Y_{FE}] \cdot [Y_{EE}]^{-1} [I_E] \quad (5.16)$$

Eliminação de Gauss

O sistema de equações (5.4) também pode ser resolvido usando a eliminação de Gauss. Essa eliminação consiste em zerar todos os elementos da coluna referente à barra que se quer eliminar, exceto o elemento da diagonal principal. Após esse procedimento, abandona-se a linha e a coluna correspondentes à barra eliminada.

Repete-se a operação para todas as barras que se queira eliminar, restando no final a matriz de admitância, que inclui equivalente e sistema não reduzido.

Considere novamente o sistema de equações (5.4), reescrito:

$$\begin{bmatrix} [Y_{EE}] & [Y_{EF}] & [0] \\ [Y_{FE}] & [Y_{FF}] & [Y_{FI}] \\ [0] & [Y_{IF}] & [Y_{II}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [E_I] \\ [E_F] \\ [E_E] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I_E] \\ [I_F] \\ [I_I] \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Note que a ordem dos índices referentes aos sistemas externos e internos foi trocada. Isto não modifica a resolução do sistema, como pode ser visto a seguir.

Realizando operações elementares por linhas: a) zerar a coluna da parte externa, exceto a diagonal principal, multiplicando a 1ª linha por $[Y_{EE}]^{-1}$ e depois por $-[Y_{FE}]$; b) fazendo a 2ª linha igual a ela mesma menos a 1ª linha; e c) abandonando a 3ª linha e a 3ª coluna.

$$\begin{bmatrix} [Y_{EE}] & [Y_{EF}] & [0] & [I_E] \\ [Y_{FE}] & [Y_{FF}] & [Y_{FI}] & [I_F] \\ [0] & [Y_{IF}] & [Y_{II}] & [I_I] \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} [1] & [Y_{EE}]^{-1}[Y_{EF}] & [0] & [Y_{EE}]^{-1}[I_E] \\ [Y_{FE}] & [Y_{FF}] & [Y_{FI}] & [I_F] \\ [0] & [Y_{IF}] & [Y_{II}] & [I_I] \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$\begin{bmatrix} -[Y_{FE}] & -[Y_{FE}][Y_{EE}]^{-1}[Y_{EF}] & [0] & -[Y_{FE}][Y_{EE}]^{-1}[I_E] \\ [Y_{FE}] & [Y_{FF}] & [Y_{FI}] & [I_F] \\ [0] & [Y_{IF}] & [Y_{II}] & [I_I] \end{bmatrix} \Rightarrow \quad (5.19)$$

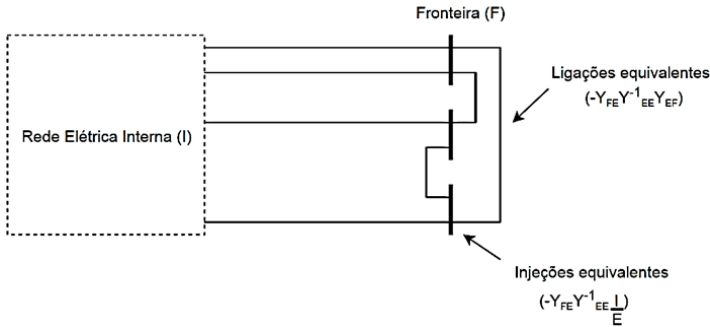
$$\begin{bmatrix} -[Y_{FE}] & -[Y_{FE}][Y_{EE}]^{-1}[Y_{EF}] & [0] & -[Y_{FE}][Y_{EE}]^{-1}[I_E] \\ [0] & [Y_{FF}] - [Y_{FE}][Y_{EE}]^{-1}[Y_{EF}] & [Y_{FI}] & [I_F] - [Y_{FE}][Y_{EE}]^{-1}[I_E] \\ [0] & [Y_{IF}] & [Y_{II}] & [I_I] \end{bmatrix} \Rightarrow \quad (5.20)$$

$$\begin{bmatrix} [Y_{FF}] - [Y_{FE}][Y_{EE}]^{-1}[Y_{EF}] & [Y_{FI}] \\ [Y_{IF}] & [Y_{II}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [E_F] \\ [E_I] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I_F] - [Y_{FE}][Y_{EE}]^{-1}[I_E] \\ [I_I] \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

O resultado é o mesmo já obtido com a redução de Kron, ou seja, obtém-se a Equação (5.21), em que as variáveis são as mesmas como nas Equações (5.15) e (5.16). Os programas profissionais como o ANAREDE utilizam o método baseado na eliminação de Gauss.

A rede reduzida é mostrada na Figura 5.2.

Figura 5.2 – Rede reduzida formada pela rede de interesse e pelo equivalente externo



Fonte: elaborada pelos autores.

Foi visto que uma rede externa pode ser substituída por um conjunto de admitâncias série e *shunt* ligados às barras de fronteira e por um conjunto de injeções de correntes nessas barras.

As injeções equivalentes $[I_F]^{equivalente}$ dadas pela expressão (5.16) dependem das injeções de corrente das barras externas. Nas aplicações em tempo real, entretanto, essa informação, geralmente, não é disponível. Nesse tipo de aplicação, o vetor pode ser determinado a partir da Equação (5.22):

$$[I_F]^{equivalente} = [I_F]^{equivalente} [E_F] + [Y_{FI}] [E_I] \quad (5.22)$$

Observa-se que os vetores $[E_F]$ e $[E_I]$ constituem o estado da rede de interesse, que, em um centro de controle em tempo real, é determinado pelo estimador de estado.

A Equação (5.22) estabelece que a injeção equivalente de correntes em uma barra de fronteira é dada pelo somatório das correntes em todas as admitâncias ligadas a essa barra (admitâncias fronteira-fronteira, fronteira sistema interno e *shunts* de fronteira). A k -ésima componente de $[I_F]^{equivalente}$ tem a forma:

$$I_k^{equivalente} = -y_k^{sh,equivalente} E_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_F} y_k^{equivalente} E_{km} + \sum_{m \in \Omega_I} y_{km} E_{km} \quad (5.23)$$

em que $y_k^{equivalente}$ e $y_k^{sh,equivalente}$ são admitâncias equivalentes; ΩF é o conjunto das barras vizinhas de k pertencentes à fronteira; ΩI é o conjunto das barras internas, e E_{km} é a diferença de tensão $E_k - E_m$ existente sobre o ramo $k - m$.

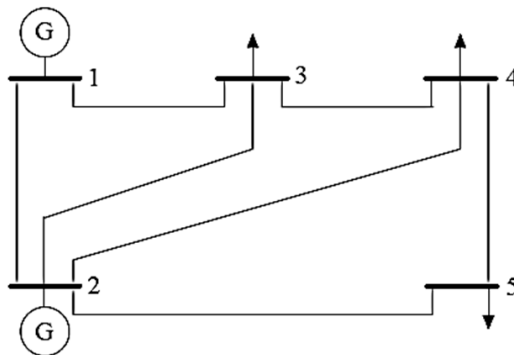
Avaliação de desempenho

A principal restrição, para aplicar esse modelo aos sistemas reais, acontece porque a rede externa substituída por injeções de corrente constante não reage a perturbações internas, deteriorando a precisão da condição de operação do sistema nas situações em que a reação da rede externa é significativa.

Exemplo 5.1

Para exemplificar o cálculo, considere o sistema de 5 barras da Figura 5.3, onde a Barra 1 é admitida como referência angular.

Figura 5.3 – Sistema do Exemplo 1



Fonte: elaborada pelos autores.

Os dados elétricos das barras e circuitos desse sistema são apresentados nas Tabelas 5.1 e 5.2, onde “PG” e “PC” representam, respectivamente, a potência ativa gerada e a consumida, e “ θ ” é o ângulo de

fase da tensão de cada barra. Finalmente, “r” e “x” correspondem à resistência e à reatância dos circuitos do sistema em pu, considerando-se uma potência-base de 100MVA.

TABELA 2.1 – DADOS DE BARRAS

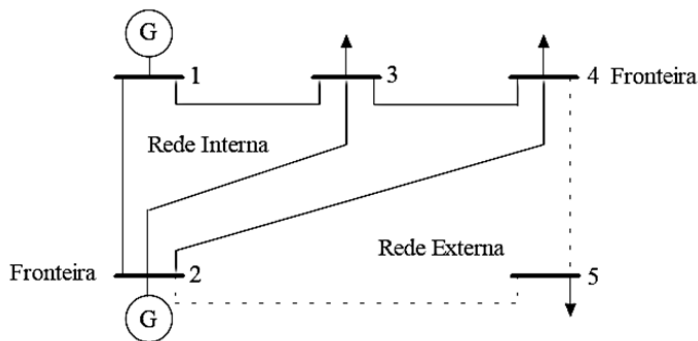
Barra	PG MW	PC MW	θ Rad
1	-	0	0
2	20	0	-
3	0	45	-
4	0	40	-
5	0	60	-

TABELA 2.2 – DADOS DE CIRCUITOS

Circuito	De	Para	r pu	x pu
1	1	2	0,02	0,06
2	1	3	0,08	0,24
3	2	3	0,06	0,18
4	2	4	0,06	0,18
5	2	5	0,04	0,12
6	3	4	0,01	0,03
7	4	5	0,08	0,24

Considere que o sistema do Exemplo 5.1 seja dividido como mostra a Figura 5.4.

Figura 5.4 – Rede Interna, Fronteira e Rede Externa



Fonte: elaborada pelos autores.

Admitindo-se o modelo linear CC, o sistema original de equações é dado por:

	E	F			I			
	5	2	4	1	3			
E	5	12,5000	-8,3333	-4,1667	0,0000	0,0000	θ_5	-0,60
F	2	-8,3333	36,1111	-5,5556	-16,6667	-5,5556	θ_2	0,20
F	4	-4,1667	-5,5556	43,0556	0,0000	-33,3333	θ_4	-0,40
I	1	0,0000	-16,6667	0,0000	20,8333	-4,1667	θ_1	1,25
I	3	0,0000	-5,5556	-33,3333	-4,1667	43,0556	θ_3	-0,45

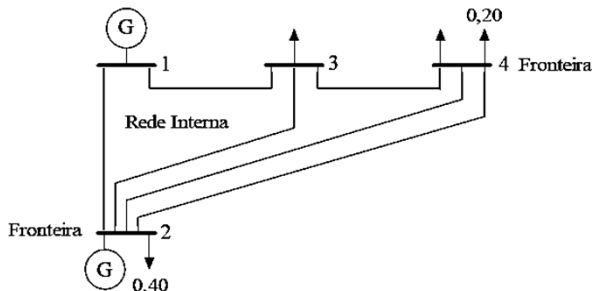
Pois, de acordo com as hipóteses do fluxo de potência CC, as perdas na rede de transmissão são desprezadas, e, conseqüentemente, a injeção da barra de referência é calculada de forma que a soma algébrica de todas as injeções seja nula.

Nesse exemplo, houve reordenação das barras na matriz para a aplicação das equações de cálculo do equivalente Ward linear. O sistema reduzido que consta apenas das barras internas e de fronteira é mostrado a seguir:

		F		I			
		2	4	1	3		
F	2	30,5556	-8,3333	-16,6667	-5,5556	θ_2	-0,20
	4	-8,3333	41,6667	0,0000	-33,3333	θ_4	-0,60
I	1	-16,6667	0,0000	20,8333	-4,1667	θ_1	1,25
	3	-5,5556	-33,3333	-4,1667	43,0556	θ_3	-0,45

Observe que os termos 2-4 e 4-2, referentes às fronteiras, passam de -5,5556 (com o sistema original) para -8,3333 (com sistema equivalente). Lembrando que o termo i-k da matriz B' corresponde ao inverso da reatância do circuito entre i e k com sinal negativo (modelo M3), pode-se concluir que, entre as Barras 2 e 4 da rede reduzida, existe uma linha de transmissão equivalente com reatância de 0,12pu, o que corresponde a adicionar uma linha com reatância de 0,36pu em paralelo com a Linha 2-4 do sistema original. A Figura 5.5 ilustra esse conceito.

Figura 5.5 Sistema do Exemplo 5.1 – Equivalente Ward linear



Fonte: elaborada pelos autores.

Além disso, note que as injeções das Barras 1 e 3 (internas) não sofreram alterações, enquanto as injeções das Barras 2 e 4 (fronteiras) passaram de 0,20 e -0,40, para -0,20 e -0,60pu, respectivamente. Dessa forma, observe que uma carga de 0,40pu foi adicionada à Barra 2 e uma carga de 0,20pu foi adicionada à Barra 4 como resultado do processo de redução.

A linha de transmissão e as cargas adicionadas ao sistema representam, de maneira exata, os circuitos 2-5 e 4-5, além da carga de 0,60pu existente na Barra 5. Um cálculo de fluxo de potência DC na rede equivalente resultará nos mesmos ângulos de fase (nas Barras 1, 2, 3 e 4) e fluxos nos circuitos (1-3, 2-3, 2-4 e 3-4) obtidos com a rede completa (original).

Outra possibilidade de equacionamento do método Ward básico linear é usar admitâncias físicas ligadas à terra para representar as cargas e gerações externas. Esse modelo também implica no conhecimento da potência complexa e do módulo de tensão em todas as barras de carga e geração do sistema externo, para que os valores das admitâncias sejam determinados.

As admitâncias fixas são obtidas por:

$$y_E^{sh} = -\frac{S_E^*}{V_E^2} \quad (5.24)$$

Onde V_E é o módulo de tensão de uma barra externa; y_E^{sh} é a admitância *shunt* que substitui a carga ou geração em uma barra externa.

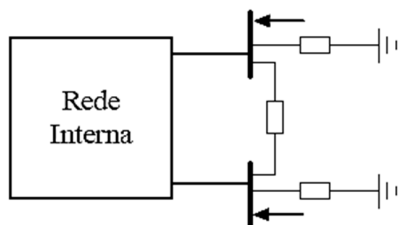
Nota-se que, no caso de um gerador, tem-se uma ‘admitância negativa’ e, no caso de uma carga, uma admitância positiva.

Assim, o sistema externo deixa de ter cargas ou gerações, sendo agora $I_E = 0$. As admitâncias *shunts* são somadas aos elementos da diagonal principal Y_{EE} conforme a Equação (5.25).

$$\begin{bmatrix} [Y_{II}] & [Y_{IF}] & [0] \\ [Y_{FI}] & [Y_{FF}] & [Y_{FE}] \\ [0] & [Y_{EF}] & [Y_{EE}] + \text{diag}[y_E^{sh}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [E_E] \\ [E_F] \\ [E_I] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I_I] \\ [I_F] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

A Figura 5.6 mostra o sistema reduzido usando o modelo Ward com admitância.

Figura 5.6 – Equivalente Ward com admitância



Fonte: elaborada pelos autores.

Avaliação de desempenho

Esse modelo apresenta praticamente as mesmas características do modelo com injeção de correntes. Uma pequena vantagem é que as admitâncias das cargas não dependem dos ângulos das tensões. Em contrapartida, as admitâncias *shunt* afetam as relações X/R das ligações equivalentes durante a redução, prejudicando a convergência dos métodos desacoplados pelo princípio $P - \theta$, $Q - V$. Outra desvantagem é a necessidade de nova redução da matriz de admitâncias, para representar mudança das cargas e gerações. Esse modelo é totalmente passivo e tem sido utilizado em estudos de estabilidade transitória para representar a rede de forma simplificada. Não é suficientemente preciso e confiável para aplicações no controle em tempo real.

Ward básico não linear ou Ward com ajuste na fronteira

O método Ward básico não linear ou Ward com ajuste na fronteira é um método com injeções equivalentes de potência. Estas são obtidas à parte, por meio de ajustes na fronteira dos fluxos de potência ativa e reativa de todas as linhas ligadas às barras fronteira, incluindo-se linhas de interligação, linhas pré-existentes na fronteira e circuito equivalente.

O procedimento para obtenção do equivalente é a mesma redução de circuito, por eliminação de Gauss, só que agora se ignoram as cargas e gerações externas.

O cálculo das injeções pode ser feito pelas equações:

$$P_F^{EQ} = V_F^0 \sum_{K \in F} V_K^0 (G_{FK} \cos \theta_{FK}^0 + B_{FK} \text{sen} \theta_{FK}^0) \quad (5.26)$$

$$Q_F^{EQ} = V_F^0 \sum_{K \in F} V_K^0 (G_{FK} \text{sen} \theta_{FK}^0 - B_{FK} \cos \theta_{FK}^0) \quad (5.27)$$

onde G_{FK} é a parte real do elemento FK da matriz de admitância reduzida; B_{FK} é a parte imaginária do elemento FK da matriz de admitância reduzida; V_F^0 é o módulo da tensão da barra fronteira F , no caso base; θ_{FK}^0 é a diferença entre os ângulos das tensões das barras F e K , no caso base; F é a barra de fronteira; $K \in F$ é o conjunto das barras ligadas à barra F , incluindo o caso $K = F$.

O caso base corresponde a processar o fluxo de potência não linear no sistema completo, antes da obtenção do equivalente externo.

Tanto o circuito reduzido, como o estado base atual da fronteira, podem ser obtidos separadamente e sem o conhecimento do estado externo. O primeiro é obtido por redução de circuitos, ignorando-se as cargas e gerações, enquanto o segundo é obtido pelo estimador de estado, a partir de medições no sistema interno. Esse processo de ajuste das injeções equivalentes apresenta uma série de conveniências nas aplicações em tempo real:

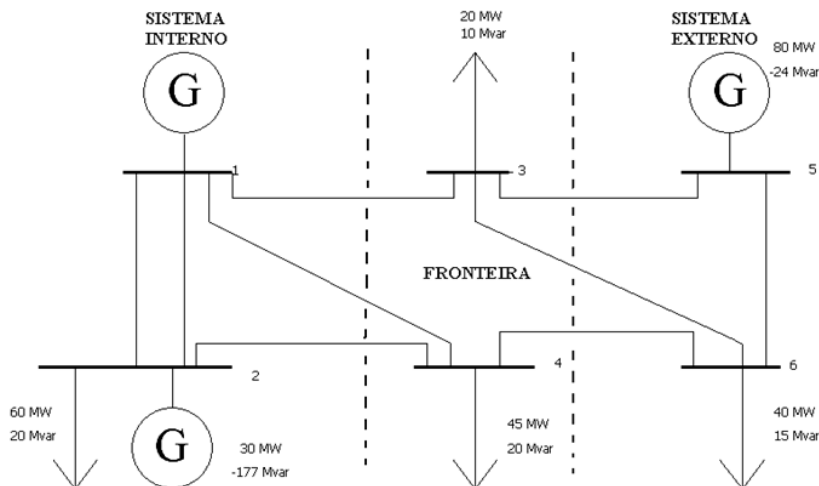
- 1 – O equivalente fica automaticamente unido às condições básicas do sistema retido;
- 2 – As injeções equivalentes compensam, para o caso base, eventuais erros de modelagem da rede externa;
- 3 – A atualização das injeções pode ser realizada depois de se obter um novo estado estimado.

A compensação, mesmo parcial, de erros de modelagem externa, contribui para reduzir os erros de reação causados por mudanças de configuração externa. Há necessidade de se considerar apenas os casos de erros de configuração externa na proximidade da fronteira. Nesses casos, as injeções não eliminam os erros de reação externa.

Exemplo 5.2

Considere o SEP da Figura 5.7, cujos dados são mostrados nas Tabelas 5.3 e 5.4.

Figura 5.7 – Sistema para cálculo de equivalente



Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 5.3 – Dados de linha do sistema da Figura 5.7

Linha	Impedância (pu)	Susceptância capacitiva B/2 (pu)
1 – 2 (1)	$0.02+j0.06$	0.03
1 – 2 (2)	$0.02+j0.06$	0.03
1 – 3	$0.06+j0.18$	0.02
1 – 4	$0.06+j0.18$	0.02
2 – 4	$0.03+j0.09$	0.025
3 – 5	$0.08+j0.24$	0.03
3 – 6	$0.08+j0.24$	0.03
4 – 6	$0.07+j0.21$	0.015
5 – 6	$0.05+j0.15$	0.01

Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 5.4 – Dados de barras do sistema da Figura 5.7

Barra	Tipo	Tensão (pu)	Geração		Carga	
			P (MW)	Q (Mvar)	PC (MW)	QC (Mvar)
1	REF	1.06	-	-	0	0
2	PV	1.00	30	-	60	20
3	PQ	1.00	-	0	20	10
4	PQ	1.00	-	0	45	20
5	PV	1.04	80	-	0	0
6	PQ	1.00	-	0	40	15

Fonte: elaborada pelos autores.

O perfil de tensões, os fluxos nas linhas e a matriz de admitância nodal, quando se tem acesso a todo o sistema, como em aplicações tipo planejamento, são obtidos de forma direta, ou seja, a matriz de admitância é montada de forma direta, e as tensões e fluxos são obtidos por um fluxo de potência para o caso base.

Nas aplicações *on-line*, as tensões e fluxos do sistema interno e fronteira podem ser obtidos via estimador de estado, enquanto a topologia do sistema externo, que implica na matriz de admitância, pode ser obtida por vias que não em tempo real, e as injeções de potência equivalente são calculadas de forma idêntica à anterior.

O resultado do fluxo de potência do sistema completo, para o caso base, é mostrado nas Tabelas 5.5 e 5.6. A potência base é 100 MVA.

Tabela 5.5 – Perfil de tensões e geração nas barras PV e referência

Barra	Tensão		Geração	
	Mod (pu)	Ang (graus)	P (MW)	Q (Mvar)
1	1.0600	0.0°	61.6496	228.9352
2	1.0000	0.2536°	30.0000	-183.3076
3	1.0330	0.9758°	-	-
4	1.0045	-0.7354°	-	-
5	1.0400	4.9178°	80.0000	-5.5123
6	1.0117	0.8659°	-	-

Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 5.6 – Fluxos de potências nas linhas

Linha	Fluxos (pu)	Linha	Fluxos (pu)
1 – 2 (1)	0.2477 + j0.3441	2 – 1 (1)	-0.2296 – j0.9534
1 – 2 (2)	0.2477 + j0.3441	2 – 1 (2)	-0.2296 – j0.9534
1 – 3	-0.0451 + j 0.1531	3 – 1	0.0468 – j0.1916
1 – 4	0.1666 + j0.2497	4 – 1	-0.1612 – j0.2760
2 – 4	0.1591 - j0.1257	4 – 2	-0.1580 + j0.0787
3 – 5	-0.2770 + j0.0567	5 – 3	0.2833 – j0.1019
3 – 6	0.035 + j0.0481	6 – 3	-0.0345 – j0.1091
4 – 6	-0.1314 - j0.0036	6 – 4	0.1326 – j0.0233
5 – 6	0.5006 + j0.0098	6 – 5	-0.4889 + j0.0043

Cálculo das admitâncias físicas:

$$y_{12}^1 = y_{12}^2 = \frac{1}{0.02 + j0.06} = 5 - j15$$

$$y_{13} = \frac{1}{0.06 + j0.18} = 1.6667 - j5$$

$$y_{14} = y_{13}$$

$$y_{24} = \frac{1}{0.03 + j0.09} = 3.3333 - j10$$

$$y_{35} = \frac{1}{0.08 + j0.24} = 1.25 - j3.75$$

$$y_{36} = y_{35}$$

$$y_{46} = \frac{1}{0.07 + j0.21} = 1.4286 - j4.2857$$

$$y_{56} = \frac{1}{0.05 + j0.015} = 2 - j6$$

Cálculo dos elementos da diagonal principal:

$$Y_{11} = y_{12}^1 + y_{12}^2 + y_{13} + y_{14} + j \frac{b_{12}^1}{2} + j \frac{b_{12}^2}{2} j \frac{b_{13}}{2} + j \frac{b_{14}}{2}$$

$$Y_{11} = 2(5 - j15) + 2(1.6667 - j5) + j0.03x2 + j0.02x2 = 13.3334 - j39.9$$

$$Y_{22} = 2(5 - j15) + 3.3333 - j10 + j0.03x2 + j0.025 = 13.3333 - j39.915$$

$$Y_{33} = 4.1667 - j12.42$$

$$Y_{44} = 6.4286 - j19.2257$$

$$Y_{55} = 3.25 - j9.71$$

$$Y_{66} = 4.6786 - j13.9807$$

Cálculo dos elementos fora da diagonal principal:

$$Y_{12} = -10 + j30$$

$$Y_{13} = -y_{13} = -1.6667 + j5$$

$$Y_{14} = Y_{13}$$

$$Y_{24} = -3.3333 + j10$$

$$Y_{35} = -1.25 + j3.75$$

$$Y_{36} = Y_{35}$$

$$Y_{46} = -1.4286 + j4.2857$$

$$Y_{56} = -2 + j6$$

A matriz $[Y]$ é mostrada em seguida:

$[Y]=$

13.3333 -j39.9000	-10.0000 +j30.0000	-1.6667 +j5.0000	-1.6667 +j5.0000		
-10.0000 +j30.0000	13.3333 +j39.9150		-3.3333 +j10.0000		
-1.6667 +j5.0000		4.1667 -j12.4200		-1.2500 +j3.7500	-1.2500 +j3.7500
-1.6667 +j5.0000	-3.3333 +j10.0000		6.4286 -j19.2257		-1.4286 +j4.2857
		-1.2500 +j3.7500		3.2500 -j9.7100	-2.0000 +j6.0000
		-1.2500 +j3.7500	-1.4286 +j4.2857	-2.0000 +j6.0000	4.6786 -j13.9807

Cálculo do equivalente:

O 1º passo para o cálculo do equivalente é a aplicação da eliminação de Gauss para obtenção do circuito equivalente. A eliminação é feita exclusivamente na matriz. Nesse caso, as linhas e colunas referentes às barras 1 e 2, sistema interno, não são afetadas pela redução. Portanto, não é necessária a inclusão dessas barras no processo de redução.

A primeira barra a ser eliminada é a barra 6. O resultado é mostrado a seguir:

$$[Y] =$$

(3)	(4)	(5)	(6)
3.3827 -j11.4142	-0.3817 +j1.1495	-1.7844 +j5.3593	
-0.3817 +j1.1495	5.9924 -j17.9119	-0.6105 +j1.8392	
-1.7844 +j15.3593	-0.6105 +j1.8392	2.3950 +j1.1350	
-0.2681 +j0.0003	-0.3064 +j0.0004	-0.4290 +j0.0005	1.0000 +j0.0000

A eliminação da barra 5 é feita da mesma forma:

$$[Y] =$$

(3)	(4)	(5)	(6)
2.5035 -j7.3886	-0.8366 +j2.5311		
-0.8366 +j2.5311	5.8367 -j17.4378		
-0.7505 +j0.0018	-0.2575 +j0.0008	1.0000 +j0.0000	
-0.2681 +j0.0003	-0.3064 +j0.0004	-0.4290 +j0.0005	1.0000 +j0.0000

O circuito equivalente será representado pela matriz:

$$[Y_{FF}]^{EQ} =$$

(3)	(4)
2.5035 -j7.3886	-0.8366 +j2.5311
-0.8366 +j2.5311	5.8367 -j17.4378

A ligação equivalente entre as barras 3 e 4 é retirada da matriz de admitância reduzida $[Y_{FF}]^{EQ}$ e poderá ser usada para o cálculo das injeções equivalentes de potência. Seu valor é dado por:

$$y_{34} = 0.8366 - j2.5311 \therefore G_{34} = -0.8366$$

e por

$$B_{34} = 2.5311$$

A matriz de admitância do sistema interno mais fronteira, já incluída a redução, é dada por:

$[Y]^{reduzida} =$

(1)	(2)	(3)	(4)
13.3333 -j39.9000	-10.0000 +j30.0000	-1.6667 +j5.0000	-1.6667 +j5.0000
-10.0000 +j30.0000	13.3333 -j39.9150		-3.3333 +j10.0000
-1.6667 +j5.0000		2.5035 -j7.3886	-0.8366 +j2.5311
-1.6667 +j5.0000	-3.3333 +j10.0000	-0.8366 +j2.5311	5.8367 -j17.4378

O próximo passo é o cálculo das injeções equivalentes de potência usando-se as Equações (5.26) e (5.27).

$$P_3^{EQ} = V_3^0 \sum_{k=1}^4 V_K^0 (G_{3K} \cos \theta_{3K}^0 + B_{3K} \text{sen} \theta_{3K}^0)$$

$$P_4^{EQ} = V_4^0 \sum_{k=1}^4 V_K^0 (G_{4K} \cos \theta_{4K}^0 + B_{4K} \text{sen} \theta_{4K}^0)$$

$$Q_3^{EQ} = V_3^0 \sum_{k=1}^4 V_K^0 (G_{3K} \text{sen} \theta_{3K}^0 - B_{3K} \cos \theta_{3K}^0)$$

$$Q_4^{EQ} = V_4^0 \sum_{k=1}^4 V_K^0 (G_{4K} \text{sen} \theta_{4K}^0 - B_{4K} \cos \theta_{4K}^0)$$

Usando os dados das Tabelas 5.5 e 5.6 e os valores da matriz $[Y]^{reduzida}$, obtêm-se os valores das injeções de potência ativa e reativa.

Cálculo das injeções de potência ativa:

$$\begin{aligned}
 P_3^{EQ} &= V_3^0 [V_1^0 (G_{31} \cos \theta_{31} + B_{31} \operatorname{sen} \theta_{31}) + V_2^0 (G_{32} \cos \theta_{32} + B_{32} \operatorname{sen} \theta_{32}) + \\
 &\quad V_3^0 (G_{33} \cos \theta_{33} + B_{33} \operatorname{sen} \theta_{33}) + V_4^0 (G_{34} \cos \theta_{34} + B_{34} \operatorname{sen} \theta_{34})] \\
 P_3^{EQ} &= 1.033 [1.06 (-1.6667 \cos(0.9758 - 0) + 5 \operatorname{sen}(0.9758 - 0) \\
 &+ 1.00. (0) + +1.033. (2.5035) + 1.0045. (-0.8366 \cos(0.9758 - (-0.7354)) \\
 &\quad + 2.5311 \operatorname{sen}(0.9758 - (-0.7354))] \\
 P_3^{EQ} &= 1.033 [-1.6762 + 0 + 2.5861 \pm 0.7641] = 0.1506. (pu) \\
 P_4^{EQ} &= -0.4208. (pu)
 \end{aligned}$$

Cálculo das injeções de potência reativa:

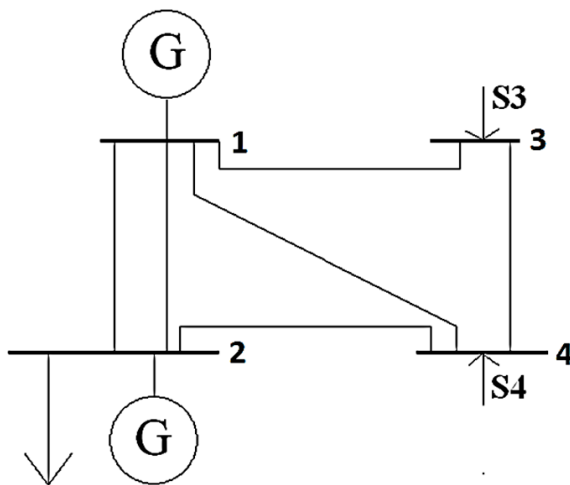
$$\begin{aligned}
 Q_3^{EQ} &= V_3^0 [V_1^0 (G_{31} \operatorname{sen} \theta_{31} - B_{31} \cos \theta_{31}) + V_2^0 (G_{32} \operatorname{sen} \theta_{32} - B_{32} \cos \theta_{32}) + \\
 &\quad V_3^0 (G_{33} \operatorname{sen} \theta_{33} - B_{33} \cos \theta_{33}) + V_4^0 (G_{34} \operatorname{sen} \theta_{34} - B_{34} \cos \theta_{34})] \\
 Q_3^{EQ} &= 1.033 [1.06 (-1.6667 \operatorname{sen}(0.9758 - 0) - 5 \cos 0.9758 - 0) \\
 &+ 1.00. (0) + +1.033. (7.3886) + +1.0045. (-0.8366 \operatorname{sen}(0.9758 - (-0.7354)) \\
 &\quad - 2.5311 \cos(0.9758 - (-0.7354))] \\
 Q_3^{EQ} &= 1.033 [-5.3293 + +0 + 7.6324 - 2.5665] = -0.272. (pu) \\
 Q_4^{EQ} &= -0.2905. (pu)
 \end{aligned}$$

Cálculo das potências complexas:

$$\begin{aligned}
 S_3 &= (0.1506 - j0.272). (pu) \\
 S_4 &= (-0.4208 - j0.2905). (pu)
 \end{aligned}$$

Tem-se, então, o equivalente completo na Figura 5.8:

Figura 5.8 – Sistema com equivalente externo



Fonte: elaborada pelos autores.

Avaliação de desempenho

Esse método necessita do estado da fronteira, ou seja, dos módulos e ângulos das tensões nas barras fronteira, para se calcular as injeções equivalentes na fronteira e necessita também da topologia do sistema externo.

Com essas condições, pode-se aplicá-lo a estudos de planejamento, quando se tem disponível um fluxo de potência do caso base de todo o SEP. Também, pode ser usado em aplicações *on-line*, obtendo-se o estado da fronteira pelo estimador de estado, não sendo necessária a obtenção dos dados do sistema externo, com exceção dos dados topológicos que podem ser obtidos *off-line*. Além disso, o método apresenta vantagens tais como: é um equivalente ajustado às condições básicas do sistema; existe a compensação de erros de modelagem da rede externa para o caso base, via injeções na fronteira; e ainda, existe a possibilidade de se atualizar injeções para um novo estado estimado.

O equivalente Ward com ajuste de fronteira, embora apresente uma série de boas características, como as citadas anteriormente, apresenta também algumas limitações. Entre elas, podem-se destacar as causadas pela eliminação das barras PV do sistema externo, as quais, ao contrário das barras PQ, introduzem erros consideráveis, principalmente nas potências reativas. Isto faz com que esse método, embora aceitável no que diz respeito aos fluxos de potência ativa, apresente erros grosseiros nos fluxos de potência reativa.

Assim, é necessário fazer modificações que possam melhorar esse método, como será mostrado a seguir.

Equivalente Ward estendido

A preservação dos efeitos das barras PV externas é uma condição importante no aperfeiçoamento do equivalente tipo Ward, de forma que o mesmo apresente melhores resultados nos fluxos de potência reativa. É usado um artifício que procura ajustar o fluxo de reativos compensando a perda dos efeitos daquelas barras.

1ª versão

O modelo desacoplado contém essa ideia na parte reativa, onde as ligações para a 'terra' nas barras fronteiras substituem as barras PV externas, ou são seu equivalente.

O modelo equivalente Ward estendido aproveita a ideia de se usar ramos ligados às barras fronteiras, responsáveis pela regulação das injeções de reativos, com a ideia do modelo equivalente do Ward com ajuste de fronteira. Esses ramos são puramente indutivos e ligados à 'terra' e, portanto, não contribuem para o fluxo de ativos. Assim, eles são acoplados ao modelo equivalente Ward com ajuste de fronteira sem prejudicar os fluxos ativos e melhorando consideravelmente os fluxos de reativos.

O fluxo de potência reativa (Q_F) fornecido pelo ramo ligado à 'terra', entra no cálculo de ajuste de potência na fronteira para o caso

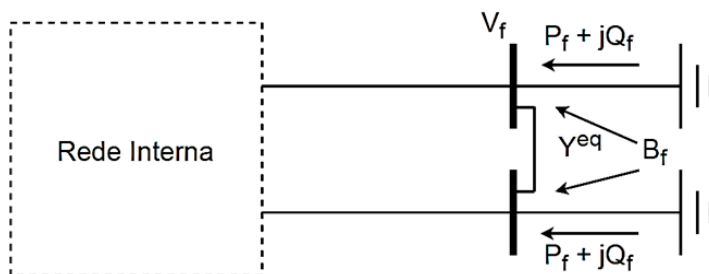
base, tal como no modelo desacoplado, como se fosse uma injeção de potência reativa dada por:

$$Q_F = V_F^2 B_F \quad (5.28)$$

onde V_F é o módulo da tensão da barra fronteira; e B_F é o elemento *shunt* da barra fronteira.

A Figura 5.9 mostra o esquema do equivalente Ward estendido com ligação *shunt*.

Figura 5.9 - Esquema de Ward estendido com ligação *shunt*



Fonte: elaborada pelos autores.

Quando o sistema sai do caso base e alguma alteração ocorre no sistema interno, a tensão na barra fronteira é modificada, e a contribuição de potência reativa é, também, modificada, sendo a variação proporcional à mudança no módulo da tensão. Essa variação na potência reativa representa a reação das barras PV externas eliminadas e é a responsável pelo melhor desempenho desse modelo. O incremento de potência é dado então por:

$$\frac{dQ}{dV_F} = 2V_F B_F \quad (5.29)$$

O cálculo dessa versão é feito inicialmente montando-se o equivalente Ward com ajuste de fronteira de forma normal. Após essa fase, calcula-se a matriz, que é a matriz reduzida, e com ela calculam-se as ligações para a 'terra' dadas por:

$$B_F = \frac{1}{2} \sum_{K \in F} B_{KF}^{EQ} \quad (5.30)$$

onde B_{KF}^{EQ} é o elemento KF da matriz $[B'']$ reduzida.

Ao se fazer o ajuste de potência na fronteira, para o cálculo dos equivalentes, as ligações à ‘terra’ têm que ser levadas em conta no cálculo da potência reativa.

2ª versão

O ramo para a ‘terra’, responsável pela reação das barras PV eliminadas, pode ser substituído por outro, ligado a uma barra fictícia, apresentando o mesmo efeito do primeiro, ou seja, contribuindo com a mesma variação de potência reativa para igual modificação no módulo da tensão. O novo ramo, chamado ramo fictício, terá valor de potência reativa (Q'') fornecido por:

$$Q'' = V_F(V_F - V_{F''})B_{FF} \quad (5.31)$$

onde $V_{F''}$ é o módulo da tensão da barra fictícia; B_{FF} é a parte imaginária do elemento da diagonal da matriz de admitância, correspondente à ligação da barra fronteira com a barra fictícia.

A variação de potência em função da tensão é dada por:

$$\frac{dQ''}{dV_F} = 2V_F B_{FF} - V_{F''} B_{FF} \quad (5.32)$$

O ramo fictício não pode contribuir com potência reativa no caso base, nem fornecer potência ativa. Para que essas restrições não sejam violadas, basta que a barra fictícia seja do tipo PV, como mostrado na Figura 5.10:

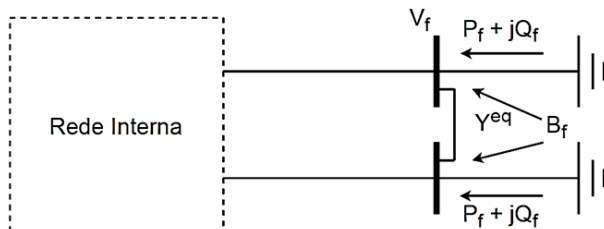
$$\begin{aligned} V_{F''} &= V_F^0 \\ P_{F''} &= 0 \end{aligned} \quad (5.33)$$

onde $P_{F''}$ é a potência ativa injetada na barra fictícia; e V_F^0 é o módulo da tensão da barra de fronteira no caso base.

Logo, no caso base:

$$\frac{dQ''}{dV_F} = 2V_F^0 B_{FF} - V_F^0 B_{FF} = V_F^0 B_{FF} \quad (5.34)$$

Figura 5.10 – Esquema do equivalente Ward estendido com barra fictícia



Fonte: elaborada pelos autores.

Assim, como o ramo fictício tem que contribuir da mesma forma que a ligação para a ‘terra’, os incrementos de potência reativa em função da tensão têm que ser iguais nas duas situações, para o caso base, dando:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta V} = 2V_F^0 B_F = V_F^0 B_{FF} \quad (5.35)$$

Portanto:

$$B_{FF} = 2B_F \quad (5.36)$$

Ou em termos de elementos físicos da rede:

$$b_{FF} = 2b_f \quad (5.37)$$

onde b_{FF} é a susceptância série da linha que liga a barra fronteira à barra fictícia; e b_f é a susceptância *shunt* na barra fronteira.

O cálculo do equivalente nessa versão é semelhante ao da versão anterior, só que agora o ramo fictício não entra no ajuste de potência, que é feito da mesma forma que no método de Ward com ajuste na fronteira, e o valor do ramo fictício é dado por:

$$B_{FF} = \sum_{K \in F} B_{KF}^{EQ} \quad (5.38)$$

A necessidade da matriz $[B'']$ é uma desvantagem, principalmente, quando o seu cálculo é feito somente para encontrar o equivalente. Assim, um método que use somente a matriz de admitância passa a ser vantajoso e pode ser feito sem dificuldades. Essa matriz de admitância deve conter os *shunts* externos, ao contrário da usada para o cálculo do circuito equivalente.

A sequência para obtenção do modelo descrito é dada em seguida:

- 1 – Usando-se a matriz de admitância completa, com os *shunts* externos (*shunts* físicos das linhas), aterram-se as barras PV externas, isto pode ser simulado colocando-se admitâncias de valores muito altos nas diagonais correspondentes a essas barras;
- 2 – Eliminam-se as barras externas via eliminação de Gauss;
- 3 – Com a matriz reduzida, colocam-se os elementos *shunts* das barras fronteiras, que serão os próprios elementos dos ramos fictícios;
- 4 – Adotam-se as tensões das barras fronteiras, no caso base, para as barras fictícias tomadas como barras PV, e faz-se $P=0$ nessas barras;
- 5 – Voltando-se à matriz de admitância original, retiram-se todos os *shunts* externos (admitâncias físicas das linhas);
- 6 – Calcula-se o circuito equivalente aplicando-se nova redução com eliminação das barras externas, também por meio da eliminação de Gauss;
- 7 – Calculam-se as injeções equivalentes por meio do ajuste de potência na fronteira.

Os itens 5, 6 e 7 constituem o cálculo de um equivalente Ward com ajuste de fronteira. A Figura 5.11 mostra o equivalente.

Comparação entre as duas versões

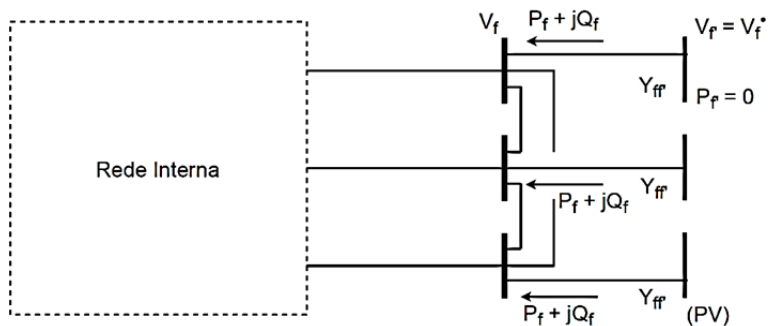
A versão com ligação à ‘terra’ apresenta a vantagem de não aumentar o sistema com novas barras, porém necessita de dados bastante precisos no que diz respeito ao estado da fronteira, pois as injeções equivalentes de reativos (grandemente afetados por qualquer imprecisão, como cargas imprecisas, gerando no fluxo de potência tensões imprecisas) podem assumir valores muito grandes. Uma vez que esses

valores são calculados em função do caso base e o comportamento incremental das ligações *shunts* representa corretamente o efeito PV externo, o modelo é adequado para uso em aplicações *on-line*. A mudança do ponto de operação pode significar grandes variações nas injeções equivalentes. Essa forte vinculação entre o estado e as injeções equivalentes restringe a utilização do método aos casos em que se conhece o estado da fronteira com boa aproximação. Isso exclui certos estudos, como no planejamento, em que as tensões não são, necessariamente, antecipadamente conhecidas.

A versão do Ward estendido com barra fictícia já tem menor sensibilidade em relação ao estado fronteira, aplicando-se melhor a estudos *off-line*, onde não se tem dados precisos. Por outro lado, o sistema sofre o acréscimo das barras fictícias, não sendo este um problema grave, já que elas são em número igual ao das barras fronteiras.

O uso da matriz de admitâncias, para o cálculo dos ramos fictícios, como já comentado, facilita os casos em que não se tem a matriz $[B'']$ disponível, como ao se utilizar fluxos de potências diferentes do desacoplado rápido.

Figura 5.11 – Equivalente Ward com barra fictícia



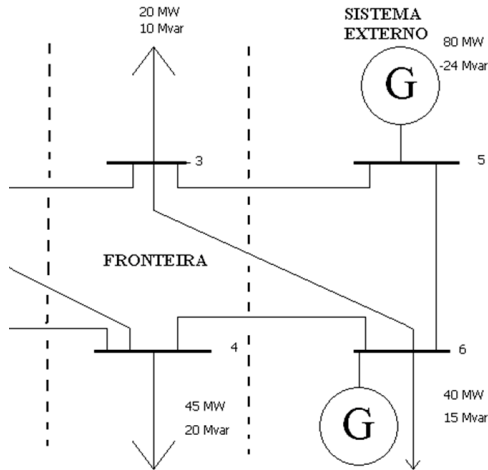
Fonte: elaborada pelos autores.

Exemplo 3

Equivalente Ward estendido – Versão 1

Considere como exemplo o mesmo sistema do item 3, cuja figura é parcialmente mostrada na Figura 5.12 a seguir.

Figura 5.12 – Representação do sistema externo e fronteira para cálculo do equivalente Ward estendido



Fonte: elaborada pelos autores.

A matriz de admitância é a mesma do exemplo anterior e é repetida a seguir:

$$[Y]=$$

13.3333 -j39.9000	-10.0000 +j30.0000	-1.6667 +j5.0000	-1.6667 +j5.0000		
-10.0000 +j30.0000	13.3333 +j39.9150		-3.3333 +j10.0000		
-1.6667 +j5.0000		4.1667 -j12.4200		-1.2500 +j3.7500	-1.2500 +j3.7500
-1.6667 +j5.0000	-3.3333 +j10.0000		6.4286 -j19.2257		-1.4286 +j4.2857
		-1.2500 +j3.7500		3.2500 -j9.7100	-2.0000 +j6.0000
		-1.2500 +j3.7500	-1.4286 +j4.2857	-2.0000 +j6.0000	4.6786 -j13.9807

Portanto a matriz reduzida também é a mesma:

$[Y]^{reduzida} =$

13.3333 -j39.9000	-10.0000 +j30.0000	-1.6667 +j5.0000	-1.6667 +j5.0000
-10.0000 +j30.0000	13.3333 +j39.9150		-3.3333 +j10.0000
-1.6667 +j5.0000		2.5035 -j7.3886	-0.8366 +j2.5311
-1.6667 +j5.0000	-3.3333 +j10.0000	-0.8366 +j2.5311	5.8367 -j17.4378

Pode-se ver que a matriz $[B]^{EQ}$ foi obtida, sendo, neste caso, a parte imaginária da matriz $[Y]^{reduzida}$.

Cálculo das ligações para a terra:

$$B_F = \frac{1}{2} \sum_{K \in F} B_{KF}^{EQ}$$

$$B_3 = \frac{1}{2} \sum_{K=1}^4 B_{K3}^{EQ} = \frac{1}{2} (B_{13}'' + B_{23}'' + B_{33}'' + B_{43}'') =$$

$$\frac{1}{2} (5 + 0 - 7.3886 + 2.5311) = 0.0713$$

$$B_4 = \frac{1}{2} \sum_{K=1}^4 B_{K4}^{EQ} = \frac{1}{2} (B_{14}'' + B_{24}'' + B_{34}'' + B_{44}'') =$$

$$\frac{1}{2} (5 + 10 + 2.5311 - 17.4378) = 0.0467$$

Cálculo das potências ativas. São as mesmas do exemplo anterior, ou seja:

$$P_3^{EQ} = 0.1506. (pu)$$

$$P_4^{EQ} = -0.4208. (pu)$$

Cálculo das potências reativas. Ao cálculo das potências reativas são acrescentados os efeitos das ligações para a terra em termos de potência reativa.

$$Q_F = V_F^2 B_F$$

$$Q_3 = V_3^2 B_3 = 1.033^2(0.0713) = 0.0761. (pu)$$

O resultado do ajuste de fronteira foi calculado no exemplo anterior como: $Q_3^{EQ} = -0.272. (pu)$. Logo, a potência total equivalente de injeção na barra 3 é:

$$Q_3^{TOTAL} = 0.0761 - 0.272 = -0.1959. (pu)$$

Fazendo-se um cálculo semelhante para a barra 4:

$$Q_4 = V_4^2 B_4 = 1.0045^2(0.0467) = 0.0471. (pu)$$

$$Q_4^{TOTAL} = 0.0471 - 0.2905 = -0.2434. (pu)$$

Equivalente Ward estendido – Versão 2

Considere, novamente, o SEP do exemplo anterior. Faz-se inicialmente o cálculo dos ramos fictícios a partir da matriz de admitância nodal que inclua os *shunts* externos.

O sistema interno não sofre alterações na redução, sendo possível, portanto, trabalhar com uma matriz de admitância nodal que inclua somente o sistema externo e a fronteira, sem incluir as linhas de interligação com o sistema interno, como já mostrado na Figura 5.11.

A matriz assim definida, que se representará por $[Y]$, é dada por:

$$[Y]=$$

(3)

(4)

(5)

(6)

2.5000 -j17.4400		-1.2500 +j3.7500	-1.2500 +j3.7500
	1.4286 -j4.2707		-1.4286 +j4.2857
-1.2500 +j3.7500		3.2500 -j9.7100	-2.0000 +j6.0000
-1.2500 +j3.7500	-1.4286 +j4.2857	-2.0000 +j6.0000	4.6786 -j13.9807

Aterrando-se as barras PV externas, usando o artifício de somar admitâncias de alto valor às diagonais referentes a essas barras (no caso, a barra PV é a barra 5):

(3)	(4)	(5)	(6)
2.5000 -j17.4400		-1.2500 +j3.7500	-1.2500 +j3.7500
	1.4286 -j4.2707		-1.4286 +j4.2857
-1.2500 +j3.7500		10^8 -j 10^8	-2.0000 +j6.0000
-1.2500 +j3.7500	-1.4286 +j4.2857	-2.0000 +j6.0000	4.6786 -j13.9807

Agora, as barras externas são eliminadas usando o método de Gauss, começando com a barra 6:

(3)	(4)	(5)	(6)
2.1661 -j6.4341	-0.3817 +j1.1495	-1.7844 +j5.3593	
-0.3817 +j1.1495	0.9924 -j2.9569	-0.6105 +j1.8392	
-1.7844 +j5.3593	-0.6105 +j1.8392	10^8 -j 10^8	
-0.2681 +j0.0003	-0.3064 +j0.0004	-0.4290 +j0.0005	1.0000 -j0.0000

Aplicando-se, novamente a eliminação de Gauss para a barra 5, pode-se perceber que os elementos das linhas e colunas 3 e 4 não são afetados, como mostrado a seguir:

(3)	(4)	(5)	(6)
2.1661 -j6.4341	-0.3817 +j1.1495		
-0.3817 +j1.1495	0.9924 -j2.9569		
0.0000 +j0.0000	0.0000 +j0.0000	1.0000 -j0.0000	
-0.2518 -j0.0048	-0.2878 -j0.0055	-0.4029 -j0.0077	1.0000 -j0.0000

O circuito equivalente será representado pela matriz:

$$[Y_{FF}]^{EQ} =$$

(3)

(4)

2.1661	-0.3817
-j6.4341	+j1.1495
-0.3817	0.9924
+j1.1495	-j2.9569

Os *shunts* das barras fronteiras 3 e 4 são calculados como:

$$B_{FF} = \sum_{K \in F} B_{KF}^{EQ}$$

$$B_{33} = \sum_{K=3}^4 B_{K3}^{EQ} = (B_{13}'' + B_{43}'') = (-6.4341 + 1.1495) = -5.2846$$

$$B_{44} = \sum_{K=3}^4 B_{K4}^{EQ} = (B_{34}'' + B_{44}'') = (1.1495 - 2.9580) = -1.8074$$

As potências reativas consumidas pelos elementos *shunts* fictícios, como já mostrado, são calculadas como segue:

$$Q_F^{sh} = V_F^2 B_F$$

Então:

$$Q_3^{sh} = V_3^2 B_3 = 1.033^2 \left(\frac{1}{2} 5.2846 \right) = 2.8196 pu, \text{ pois } B_{FF} = 2B_F$$

$$Q_4^{sh} = V_4^2 B_4 = 1.0045^2 \left(\frac{1}{2} 1.8074 \right) = 0.9119 pu$$

O cálculo das injeções de potência equivalentes é feito usando-se os elementos da matriz de admitância nodal reduzida, sem a inclusão dos elementos *shunts* externos como mostrado a seguir:

[Y]=

13.3333 -j39.9000	-10.0000 +j30.0000	-1.6667 +j5.0000	-1.6667 +j5.0000		
-10.0000 +j30.0000	13.3333 +j39.9150		-3.3333 +j10.0000		
-1.6667 +j5.0000		4.1667 -j12.4200		-1.2500 +j3.7500	-1.2500 +j3.7500
-1.6667 +j5.0000	-3.3333 +j10.0000		6.4286 -j19.2257		-1.4286 +j4.2857
		-1.2500 +j3.7500		3.2500 -j9.7500	-2.0000 +j6.0000
		-1.2500 +j3.7500	-1.4286 +j4.2857	-2.0000 +j6.0000	4.6786 -j14.0357

Daqui por diante, usa-se a eliminação de Gauss para retirar as barras 5 e 6.

Outro procedimento, que leva ao mesmo resultado, como já foi feito anteriormente, é trabalhar somente com a parte da matriz correspondente ao sistema fronteira e ao sistema externo. Já que os elementos da matriz correspondentes às barras 1 e 2 não são afetados. Para isso, é preciso retirar as contribuições das linhas 3-1, 4-1 e 4-2. Fazendo-se isto, obtém-se:

(3)	(4)	(5)	(6)
2.5000 -j17.4400		-1.2500 +j3.7500	-1.2500 +j3.7500
	1.4286 -j4.2707		-1.4286 +j4.2857
-1.2500 +j3.7500		3.2500 -j9.7500	-2.0000 +j6.0000
-1.2500 +j3.7500	-1.4286 +j4.2857	-2.0000 +j6.0000	4.6786 -j14.0357

Eliminando-se a barra 6:

(3)	(4)	(5)	(6)
3.8327 -j11.4181	-0.3817 +j1.1495	-1.7844 +j5.3531	
-0.3817 +j1.1495	5.9924 -j17.9171	-0.6107 +j1.8321	
-1.7844 +j5.3531	-0.6107 +j1.8321	2.3950 -j7.1851	
-0.2672 +j0.0000	-0.3053 +j0.0000	-0.4275 +j0.0000	1.0000 -j0.0000

A eliminação da barra 5 reduz a matriz:

(3)	(4)	(5)	(6)
2.5034 -j7.4300	-0.8367 +j2.5100		
-0.8367 +j2.5100	5.8367 -j17.4500		
-0.7450 +j0.0000	-0.25550 +j0.0000	1.0000 -j0.0000	
-0.2672 +j0.0000	-0.3053 +j0.0000	-0.4275 +j0.0000	1.0000 -j0.0000

A matriz reduzida é dada por:

(3)	(4)
2.5034 -j7.4300	-0.8367 +j2.5100
-0.8367 +j2.5100	5.8367 -j17.4500

Então, a matriz reduzida que representa o sistema equivalente é mostrada a seguir:

(1)	(2)	(3)	(4)
13.3333 -j39.9000	-10.0000 +j30.0000	-1.6667 +j5.0000	-1.6667 +j5.0000
-10.0000 +j30.0000	13.3333 +j39.9150		-3.3333 +j10.0000
-1.6667 +j5.0000		2.5034 -j7.4300	-0.8367 +j2.5100
-1.6667 +j5.0000	-3.3333 +j10.0000	-0.8367 +j2.5100	5.8367 -j17.4500

As injeções equivalentes são calculadas usando-se as Equações (5.26) e (5.27). Fazendo-se os cálculos obtêm-se:

$$P_3^0 = 14.99. (MW) \quad e \quad Q_3^0 = -20.57. (MVar)$$

$$Q_3^0 = -20.57. (MVar) \quad e \quad Q_4^0 = -25.61. (MVar)$$

O *shunt* total equivalente em cada barra é calculado pela Equação (5.39), a seguir:

$$Q_i^{INJ} = Q_i^0 + Q_i^{sh} + Q_i^C \quad (5.39)$$

Onde

Q_i^0 é a potência reativa correspondente à injeção equivalente na barra i ;

Q_i^{sh} é a potência reativa consumida pelo elemento *shunt* fictício na barra i ;

Q_i^C é a potência reativa consumida na carga ligada na barra i .

Substituindo-se os valores numéricos, vem:

$$Q_3^{INJ} = Q_3^0 + Q_3^{sh} + Q_3^C = -20,57 + 281,96 + 10 = 271,39(MVar)$$

$$Q_4^{INJ} = Q_4^0 + Q_4^{sh} + Q_4^C = -25,61 + 91,19 + 20 = 85,58(MVar)$$

A potência ativa total equivalente é calculada pela Equação (5.40).

$$P_i^{INJ} = P_i^0 + P_i^C \quad (5.40)$$

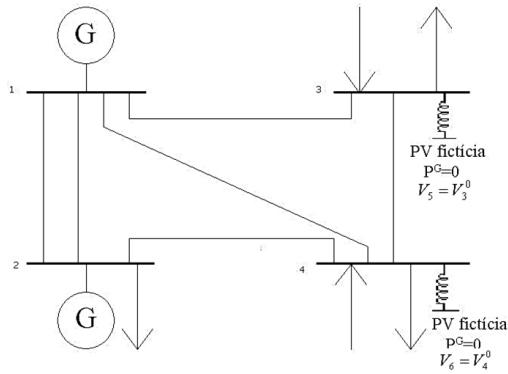
Substituindo-se os valores numéricos:

$$P_3^{INJ} = P_3^0 + P_3^C = 14,99 + 20 = 34,99(MW)$$

$$P_4^{INJ} = P_4^0 + P_4^C = -42,02 + 45 = 2,98(MW)$$

A Figura 5.13 mostra o diagrama unifilar do sistema reduzido e os resultados obtidos pelo *software* ANAREDE são mostrados na Tabela 5.7.

Figura 5.13 – Sistema reduzido representando o equivalente Ward estendido



Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 5.7 – Resultados do sistema equivalente usando ANAREDE

Barra	Módulo de tensão (pu)	Ângulo de tensão (graus)	Shunt equivalente (MVar)	Injeção equivalente (MVar)	Injeção equivalente (MW)
1	1.060	0.0	-	-	-
2	1.000	0.3	-	-	-
3	1.033	1.0	-278.3	274.1	35.1
4	1.005	-0.7	-89.9	85.8	3.0

Fonte: elaborada pelos autores.

Para montar o sistema reduzido equivalente e fazer simulações comparativas com o sistema completo no ANAREDE, procede-se da seguinte maneira: a impedância equivalente da linha 3-4 é retirada do relatório dos dados de linhas do sistema reduzido e é $Z= 11.95+j35.86$ (%)

O cálculo das impedâncias dos *shunts* fictícios é feito assim:

$$Q = BV^2$$

$$2.783 = \frac{B_{35}}{2} \cdot 1.033^2 \Rightarrow B_{35} = 5.2161 \Rightarrow X_{35} = 0.1917pu$$

$$0.899 = \frac{B_{46}}{2} \cdot 1.005^2 \Rightarrow B_{46} = 1.7802 \Rightarrow X_{46} = 0.5617pu$$

As injeções equivalentes para serem colocadas nas barras 3 e 4 do modelo reduzido como gerações fixas são:

$$P_3^G = 35,1MW$$

$$Q_3^G = -278,3 + 274,1 = -4,2MVar$$

$$P_4^G = 3,0MW$$

$$Q_4^G = -89,9 + 85,8 = -4,1MVar$$

O efeito da variação de carga e a contingência de uma linha de transmissão são mostrados nas Tabelas 1, 2, 3 e 4, onde são comparados os resultados do sistema completo com os resultados do Ward equivalente versão 2.

Inicialmente, a carga da barra 4 ($45+j20$) é removida. Os resultados de tensões nas barras estão na Tabela 1, e os resultados de fluxos de potência estão na Tabela 2.

Tabela 5.8 – Resultados das tensões do sistema com remoção de carga da barra 4

Barra	Sistema completo		Sistema reduzido – Ward equivalente versão 2	
	Módulo de tensão (pu)	Ângulo de tensão (graus)	Módulo de tensão (pu)	Ângulo de tensão (graus)
1	1.060	0.0	1.060	0.0
2	1.000	0.7	1.000	0.7
3	1.035	1.5	1.037	1.5
4	1.022	0.7	1.022	0.7

Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 5.9 – Resultados dos fluxos de potência do sistema com remoção de carga da barra 4

Ramo	Sistema completo		Sistema reduzido – Ward equivalente versão 2	
	Fluxo de potência ativa (MW)	Fluxo de potência reativa (MVar)	Fluxo de potência ativa (MW)	Fluxo de potência reativa (MVar)
1-2 (1)	13.0	98.4	13.1	98.4
1-2 (2)	13.0	98.4	13.1	98.4
1-3	-9.9	16.2	-9.9	15.1
1-4	0.1	19.9	0.2	20.3
2-4	-7.7	-24.7	-7.6	-24.0

Fonte: elaborada pelos autores.

Em seguida, a carga na barra 4 é recolocada no sistema, e a linha 1-4 é retirada.

Tabela 5.10 – Resultados das tensões do sistema com remoção da linha 1-4

Barra	Sistema completo		Sistema reduzido – Ward equivalente versão 2	
	Módulo de tensão (pu)	Ângulo de tensão (graus)	Módulo de tensão (pu)	Ângulo de tensão (graus)
1	1.060	0.0	1.060	0.0
2	1.000	0.0 (0.0170)	1.000	0.0 (0.0132)
3	1.031	0.7	1.028	0.8
4	0.981	-1.3	0.982	-1.3

Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 5.11 – Resultados dos fluxos de potência do sistema com remoção da linha 1-4

Ramo	Sistema completo		Sistema reduzido – Ward equivalente versão 2	
	Fluxo de potência ativa (MW)	Fluxo de potência reativa (MVar)	Fluxo de potência ativa (MW)	Fluxo de potência reativa (MVar)
1-2 (1)	31.4	92.1	31.4	92.2
1-2 (2)	31.4	92.1	31.4	92.2
1-3	-1.6	15.6	-1.6	17.0
2-4	29.3	9.4	29.3	7.9

Fonte: elaborada pelos autores.

Sobre a precisão dos equivalentes externos, a substituição de uma parte do sistema por um modelo reduzido introduz aproximações sob diversas formas:

- a) representação linearizada do sistema externo, como ocorre nos modelos CC, usados no planejamento;
- b) redução linear do circuito externo como é o caso do modelo Ward. O modelo reduzido volta a ter comportamento não linear de circuito, após a fase de redução linear.

Sobre a vantagem de usar equivalentes externos, apesar das aproximações introduzidas, pode ser vantajoso utilizar modelos reduzidos, pelas seguintes razões:

- a) diminuição do tamanho do sistema a analisar, com significativa economia de memória de computador;
- b) redução do tempo de processamento, que é importante nas aplicações *on-line*;
- c) simplificação do sistema, e conseqüente facilidade de interpretação de resultados;
- d) limitação do problema de aquisição de dados.

Equivalente externo usando o programa ANAREDE

Programa de equivalente de redes – Função do programa

As barras da rede CA, para efeito de análise de comportamento elétrico, são divididas em duas regiões denominadas sistema interno e sistema externo. O sistema interno é composto pelas barras de interesse nos estudos a serem realizados e são definidas como barras internas. O sistema externo compreende as barras que, em determinados estudos, não necessitam ser representadas e barras que, por alguma razão, devem ser explicitamente modeladas, sendo definidas como barras externas e barras retidas, respectivamente.

Entre as razões que implicam na necessidade de retenção de determinadas barras do sistema externo, podem ser citadas a preservação da esparsidade do modelo reduzido, precisão do modelo equivalente e características do estudo a ser realizado, como estudos que envolvam o controle de intercâmbio entre áreas.

Para efeito de modelagem, são definidas ainda as barras fronteiras entre os sistemas interno e externo e que podem pertencer a um ou a outro de acordo com a opção desejada.

O programa de equivalente de redes tem como finalidade a determinação de um modelo reduzido de fluxo de potência que represente com precisão adequada o comportamento ou resposta do sistema externo quando o sistema interno é submetido a determinados tipos de impacto.

Algoritmo do programa de equivalente de redes

A obtenção do modelo reduzido de fluxo de potência do sistema externo pode ser efetuada por dois métodos:

- Método de Ward estendido;
- Método de injeção constante de potência

No Método de Ward estendido, que é o método normalmente utilizado no programa, o modelo reduzido é composto de circuitos série equivalentes, injeções equivalentes de potências, *shunts* equivalentes e fatores de participação equivalentes de geração.

Os circuitos série equivalentes são determinados pela redução da matriz de admitância relativa às barras externas, retidas e fronteiras, sem considerar os elementos *shunts* existentes no sistema externo. Nessa matriz, as barras externas são eliminadas, e os circuitos equivalentes são obtidos diretamente da matriz reduzida resultante. Um valor limite de impedância (constante ZMAX) pode ser especificado para remover, após o processo de redução, os circuitos equivalentes com valor de impedância superior a esse limite.

Os *shunts* equivalentes são obtidos de forma análoga à obtenção dos circuitos equivalentes. A matriz de admitância de barras considerada nesse cálculo inclui os elementos *shunt* e barras externas de magnitude de tensão controlada aterradas. Os *shunts* obtidos têm como finalidade a modelagem da resposta incremental de potência reativa a impactos simulados no sistema interno.

No procedimento de obtenção dos circuitos e *shunts* equivalentes, as barras externas são ordenadas pelo esquema de ordenação dinâmica Tinney 2, de modo a preservar a esparsidade durante o processo de fatoração.

Após os cálculos dos elementos equivalentes da rede, é executada uma solução de fluxo de potência CA com as barras fronteiras e retidas ou somente as barras fronteiras (opção INJF) designadas como barras de referência, para a determinação das injeções equivalentes de potência. Esse procedimento, denominado ajuste do sistema equivalente ao sistema interno, tem como finalidade manter o estado (magnitude e ângulo de fase da tensão) das barras internas, fronteiras e retidas, ou somente das barras internas e fronteiras. A obtenção da solução de fluxo de potência é efetuada suprimindo-se todas as opções relativas aos controles automáticos representados nos elementos retidos do sistema externo.

Para a determinação da resposta de potência ativa do sistema externo a impactos simulados no sistema interno, são calculados fatores de participação equivalentes nas barras fronteiras e retidas. Esses fatores são resultantes da eliminação de barras externas de geração e são obtidos a partir dos fatores de participação de geração dessas barras empregando-se os fatores da matriz de admitâncias utilizada para o cálculo dos circuitos série equivalentes.

No método de injeção de potência constante (opção PCTE), o modelo reduzido de fluxo de potência do sistema externo é composto somente das injeções de potência nas barras fronteiras e retidas e dos fatores de participação equivalentes de geração. O procedimento de cálculo dessas injeções e fatores de participação é similar ao descrito para o método de Ward estendido. No método de injeção de potência constante, os circuitos série e *shunts* equivalentes são ignorados.

Dados de entrada

A determinação do modelo equivalente é efetuada sobre um caso de fluxo de potência convergido. Para o cálculo desse modelo, é necessária a definição, no Código de Execução EXEQ, dos sistemas interno e externo. A definição das barras externas, isto é, barras a serem eliminadas, é efetuada utilizando-se uma linguagem de seleção comum a diversos Códigos de Execução e descrita no Apêndice A. Essa linguagem permite a especificação das barras externas por meio de operações efetuadas sobre conjuntos de barras definidos a partir da numeração das mesmas, da numeração das áreas e dos grupos de base de tensão. Todas as barras assim definidas são classificadas como barras externas, sendo as demais automaticamente classificadas como barras internas. Adicionalmente, utilizando a mesma linguagem de seleção, podem ser especificadas barras do sistema externo a serem retidas e barras do sistema interno a serem eliminadas. As barras fronteiras são automaticamente determinadas e podem ser as barras do sistema externo conectadas a barras do sistema interno ou as barras do sistema interno conectadas a barras do sistema externo (opção FINT).

Opção TRUN

Para a determinação do modelo equivalente da rede, a partir da definição dos sistemas interno e externo, estabelecem-se as barras da rede elétrica externa a serem retidas para preservar a precisão do modelo de fluxo de potência. Esse procedimento automatizado baseia-se nos cálculos das variações de fluxo de potência ativa nos circuitos CA externos para a perda individual dos circuitos CA que conectam os sistemas interno e externo e a perda de parcela de geração de potência ativa (constante PGER do Código de Execução DCTE) de cada um dos geradores internos.

Para a contingência de geração, o balanço de potência ativa é efetuado com base em fatores de participação proporcionais ao

ponto de operação atual, sem levar em consideração os limites de geração de potência ativa, e entre todos os geradores do sistema. De acordo com a variação de fluxo de potência ativa calculada e os valores das constantes TSBZ e TSBA consideradas no programa, os circuitos externos são classificados como circuitos de sensibilidade nula (variação de fluxo menor ou igual a TSBZ), sensibilidade baixa (variação de fluxo entre TSBZ e TSBA) e sensibilidade alta (variação de fluxo maior do que TSBA). São desprezados todos os circuitos com sensibilidade nula, um circuito com sensibilidade baixa e as barras externas isoladas. Com isto, alguns elos do sistema externo são abertos introduzindo-se novas partes radiais no sistema remanescente. Para esse novo sistema definido, todo o procedimento é repetido até que só existam no sistema externo circuitos com sensibilidade alta.

Após a determinação das barras externas a serem retidas, o programa de equivalente de redes é executado de acordo com as opções especificadas.

Menus e diálogos

A interface gráfica provê todos os mecanismos necessários à execução de estudos de equivalente de redes.

O controle de execução é feito pelos menus acessíveis pela barra de menus da janela principal. A descrição desse controle de execução será feita descrevendo-se detalhadamente cada um desses menus.

O diálogo de dados de equivalente de redes permite ao usuário a definição dos sistemas interno, externo e fronteira a serem utilizados pelo módulo de equivalentes de redes. Uma vez definidos esses sistemas, o programa é ativado, e os equivalentes externos são calculados. Os relatórios, caso existam, são exibidos. Caso seja gerada uma linha equivalente entre duas barras com representação gráfica, essa linha será automaticamente criada na área de trabalho, ligando os centros das duas barras em questão.

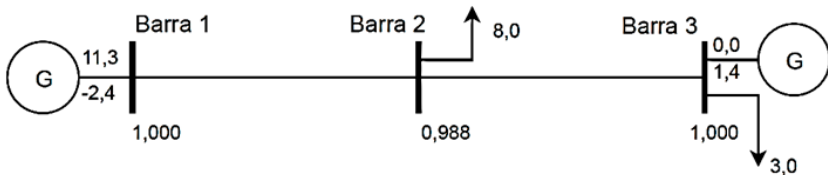
Figura 5.14 – Diálogo de dados para equivalente de redes

Fonte: elaborada pelos autores.

Exemplo

O sistema seguinte foi montado no ANAREDE. A barra 2 é do tipo PQ, e a barra 3 é do tipo PV. A figura mostra o sistema com os resultados do fluxo de potência

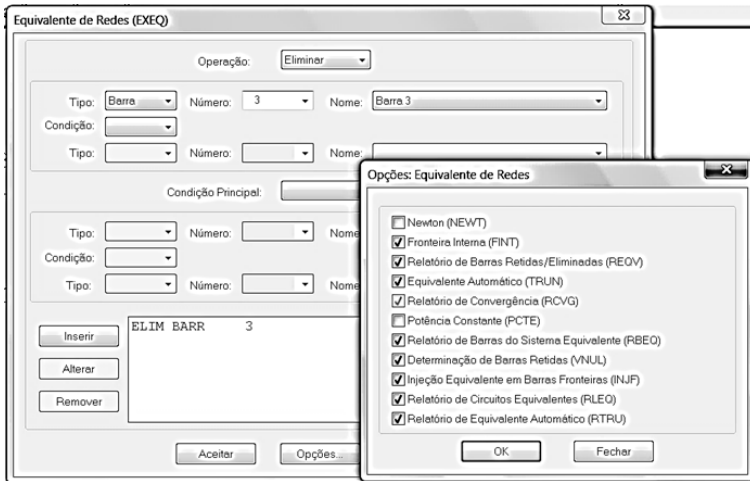
Figura 5.15 – Sistema exemplo



Fonte: elaborada pelos autores.

Use o menu para acionar a opção equivalente de rede para o modelo de potência constante

Figura 5.18 – Menu para equivalente de rede modelo Ward estendido



CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETRICA - PROGRAMA DE ANÁLISE DE REDES - V09.07.05

PAG. 1

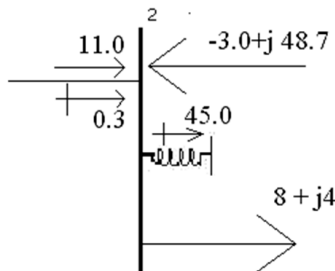
RELATORIO DE BARRAS CA DO SISTEMA * AREA 1 *

NUM.	BARRA	HOME	TP	MOD	TENSAO	ANG	GERACAO		INJCAO EQUIV		CARGA		ELO CC		SHUNT		MOTOR	
							MW	Mvar	MW	Mvar	MW	Mvar	MW	Mvar	Mvar	EQUIV	MW	Mvar
1	Barra 1		2	1.000	0.0	11.3	-2.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	Barra 2		0	0.988	-6.6	0.0	0.0	-3.0	48.7	8.0	4.0	0.0	0.0	0.0	-45.0	0.0	0.0	0.0

Fonte: elaborada pelos autores.

Os resíduos de potências ativa e reativa são mostradas na Figura 5.19.

Figura 5.19 – Resíduos de potências com equivalente externo

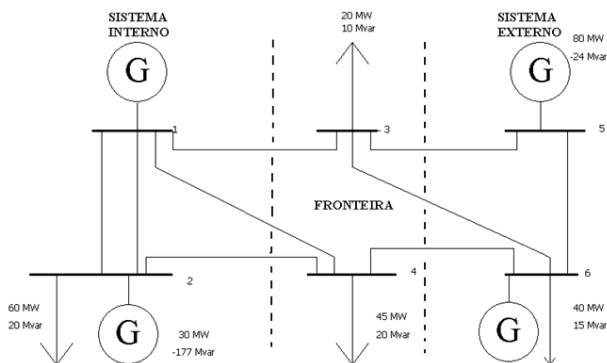


Fonte: elaborada pelos autores.

Exercícios

1. Considere o mesmo sistema usado no exemplo numérico. As barras 5 e 6 são agora do tipo PV, conforme a Figura 5.20 a seguir. Determine os parâmetros do sistema reduzido para o equivalente Ward versão 2.

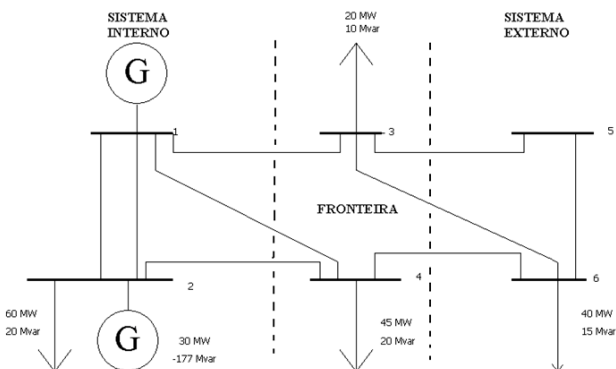
Figura 5.20 – Sistema do Exercício 5.7.1



Fonte: elaborada pelos autores.

2. Idem Exercício 5.7.1 com as barras 5 e 6 sendo do tipo PQ.

Figura 5.21 – Sistema do exercício 5.7.2



Fonte: elaborada pelos autores.

3. Usando o programa ANAREDE com o sistema de 57 barras do IEEE, monte o sistema equivalente de rede para simulação. As barras de 1 a 20 devem ser retidas.

4. Usando o programa ANAREDE com o sistema de 14 barras do IEEE, monte o sistema equivalente de rede para simulação. As barras de 1 a 7 devem ser retidas. Qual é a sensibilidade da barra 8?

5. Determinar o equivalente Ward versão 1 para o sistema do Exercício 5.7.1.

6. Utilizar as redes equivalentes determinadas nos Exercícios 1 e 2 para analisar as seguintes perturbações:

- a) Acréscimo de 20 % na carga da barra 4.
- b) Duplicação da linha da linha 1-3

Efetuar as mesmas perturbações utilizando a rede completa e comparar os resultados.

7. Usando a rede equivalente determinada no Exercício 3, escolha duas contingências e depois um aumento de carga em duas barras do sistema reduzido, então efetue as mesmas perturbações utilizando a rede completa, descreva os dois casos escolhidos e efetue as comparações de resultados.

8. Usando a rede equivalente determinada no Exercício 4, escolha duas contingências de geradores do sistema reduzido, então efetue as mesmas perturbações utilizando a rede completa, descreva o caso escolhido e efetue as comparações de resultados.

CURVAS PV E QV E FLUXO DE POTÊNCIA CONTINUADO

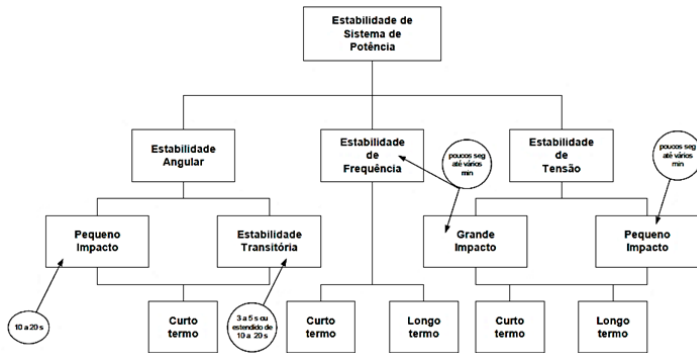
Introdução

Neste capítulo, são apresentadas as curvas PV e QV e o fluxo de potência continuado, que usa um método de continuação com parametrização localizada. Em seguida, é descrita a utilização do programa ANAREDE para a execução desse fluxo de potência.

Definições e conceitos básicos

A Figura 6.1 mostra a classificação de estudo de estabilidade em sistema de potência considerando a natureza, o tamanho e o tempo de análise da perturbação. Também estão indicadas as ordens de grandeza dos tempos geralmente considerados nos estudos. Diante das diversas formas de manifestação da instabilidade, dos inúmeros eventos que podem ocorrer após um distúrbio (atuação de controladores, da proteção, etc.) e da não linearidade das equações que representam um sistema elétrico de potência, o estudo de estabilidade não é uma tarefa simples, exigindo cada vez mais abrangência teórica satisfatória, aliada com a heurística dos especialistas em sistemas elétricos de potência. A seguir, serão apresentadas algumas definições importantes relacionadas com o conceito de estabilidade:

Figura 6.1 – Classificação de estabilidade de sistema de potência



Fonte: elaborada pelos autores.

Estabilidade a pequenos sinais

É a habilidade do sistema de potência em manter o sincronismo sob pequenos distúrbios. Os distúrbios são considerados suficientemente pequenos, o que permite a linearização do sistema de equações para a análise. Uma pequena perturbação pode conter, por exemplo, variações leves de carga e geração.

A análise a pequenos sinais usando técnicas lineares depende do ponto de operação e traz informações valiosas a respeito da característica dinâmica do sistema de potência neste ponto.

A técnica de análise modal da matriz de estado do sistema é apropriada para o estudo desse tipo de estabilidade.

Estabilidade transitória

É caracterizada por uma grande perturbação. A resposta de sistema resultante envolve grandes excursões do rotor do gerador e é influenciada pela relação não linear de potência-ângulo. O intervalo de tempo de interesse dos estudos nesse tipo de fenômeno varia de 3 a 5 segundos após a perturbação. Dependendo da complexidade do sistema, esse tempo pode ser estendido para algo entre 10 a 20 segundos.

A análise de uma grande perturbação no sistema depende do comportamento dinâmico do mesmo, exigindo uma avaliação no tempo do comportamento dos elementos, tais como atuação dos reguladores de velocidade, tensão e outros. Um exemplo desse tipo de evento seria a saída de uma linha do sistema tronco após um curto-circuito.

Estabilidade de frequência

Estabilidade de frequência é a habilidade do sistema de potência para manter a frequência dentro de uma faixa nominal, seguindo-se a uma severa oscilação no sistema, que pode ou não particioná-lo em subsistemas. Essa habilidade é dependente da capacidade do sistema em restaurar o balanço geração e carga, com mínima perda de carga.

Geralmente, os problemas de estabilidade de frequência são associados às respostas de equipamentos inadequadas, fraca coordenação de controles e equipamentos de proteção, ou reserva de geração insuficiente.

Os efeitos da atuação dos controles automáticos de geração (CAG), saturação de transformadores e comportamento da carga fora das condições nominais são importantes nessa análise.

A técnica de simulação não linear no domínio do tempo, com modelagens mais aprimoradas para as dinâmicas associadas às severas excursões de parâmetros e intervalos de tempo estendidos, é indicada para essa análise.

Estabilidade de tensão

A estabilidade da tensão se refere à capacidade de um *SEP* para manter as tensões estáveis em todas as barras do sistema depois de ter sido submetido a um distúrbio, a partir de uma condição de funcionamento inicial dada. Isso depende da capacidade de manter/restaurar o equilíbrio entre a demanda de carga e de fornecimento de geração a partir do sistema de alimentação. A instabilidade que pode resultar ocorre sob a forma de queda progressiva ou aumento de tensões em

algumas barras. Um possível resultado da instabilidade de tensão é a perda de carga em uma área, ou a saída de linhas de transmissão e outros elementos pelos respectivos sistemas de proteção, que levam a falhas em cascata. Perda de sincronismo de alguns geradores pode resultar dessas contingências ou de condições de funcionamento que violam o limite de corrente de campo.

Os termos *instabilidade de tensão* e *colapso de tensão* são frequentemente usados, indistintamente, para designar o mesmo tipo de fenômeno. A análise do problema se baseia tanto em métodos estáticos (fluxo de potência), quanto em abordagens dinâmicas, que levam em conta a resposta no tempo dos diversos componentes e dispositivos envolvidos. Um dos aspectos fundamentais para a estabilidade de tensão é a capacidade (ou as limitações) de transferir potência reativa das fontes de produção até os centros de consumo. Colapsos de tensão ocorrem, tipicamente, em sistemas de potência extremamente carregados, com escassez de potência reativa e/ou após contingências. Frequentemente, o colapso de tensão envolve todo o *SEP*, apesar de áreas particulares desse sistema terem maior envolvimento. As seguintes definições têm sido associadas à estabilidade de tensão:

Um sistema de potência operando em uma dada condição de operação e sujeito a uma dada perturbação é estável, do ponto de vista de tensão, se as tensões próximas às cargas assumirem valores de equilíbrio após a perturbação.

Um sistema de potência operando em uma dada condição de operação e sujeito a uma dada perturbação sofre um colapso de tensão se as tensões, após a perturbação, estiverem abaixo de limites aceitáveis. Um colapso de tensão pode ser total ou parcial.

Um sistema de potência operando em uma dada condição de operação é estável, do ponto de vista de tensão se, para toda barra do sistema, a sua magnitude de tensão aumenta quando a injeção de potência reativa na mesma barra é aumentada; um sistema de potência operando em uma dada condição de operação é instável do ponto de vista de tensão quando, no mínimo, uma barra do sistema tem sua magnitude de tensão reduzida quando a injeção de potência reativa na mesma é aumentada.

Em outras palavras:

- Sistema estável → sensibilidade V-Q positiva para toda barra;
- Sistema instável → sensibilidade V-Q negativa para, no mínimo, uma barra.

Entretanto, uma das definições mais proveitosas é:

Um ponto de operação de um sistema de potência é estável a um pequeno distúrbio se, seguido de qualquer pequeno distúrbio, o sistema de potência retorna ou fica próximo do mesmo ponto de operação pré-distúrbio.

Existem várias alterações nas condições de operação de um sistema de potência que contribuem para o colapso de tensão. A maioria dessas alterações tem um efeito significativo na geração, transmissão e consumo de potência reativa:

- acréscimo no carregamento;
- geradores, condensadores síncronos e controladores estáticos de reativos atingindo seus limites de potência reativa;
- saídas de linhas ou geradores;
- comportamento das cargas face às variações de tensão;
- variação automática de *tapes* de transformadores;
- sistemas de potência estressados, devido à falta de reforço de transmissão e falta de investimentos em geração;
- uso excessivo de bancos de capacitores para compensação de potência reativa que, embora estendam os limites de transferência de potência, tornam o sistema mais inclinado a sofrer problemas de instabilidade de tensão.

O principal fator responsável pela instabilidade de tensão é a incapacidade do sistema de atender à demanda de potência reativa.

Em resumo, os principais fatores que contribuem para o colapso de tensão são os seguintes: os limites de fornecimento de potência reativa dos geradores; as grandes distâncias entre a geração e a

carga; as características do sistema de transmissão; as características das cargas; as características dos dispositivos de compensação de potência reativa e a ação dos dispositivos de controle de tensão, como os LTC (*Load Tape Changing*) de transformadores. A seguir, serão examinadas as características desses equipamentos e como eles influenciam na estabilidade de tensão.

Geradores

Uma das maneiras mais eficazes de se ter um bom controle de tensão num sistema de potência é por meio dos reguladores de tensão dos geradores. Sob condições normais, as tensões terminais dos geradores são mantidas constantes. No entanto, quando um sistema de potência opera sob condições de elevado carregamento, o fornecimento de potência reativa pelos geradores pode exceder os limites de corrente de campo e de armadura. Nesse caso, as tensões terminais não podem mais ser mantidas constantes, contribuindo então para um quadro de colapso de tensão. Em estudos de fluxo de potência, os geradores podem ser representados com suas tensões terminais controladas, isto é, nas barras dos geradores, são fixados os limites inferiores e superiores de geração de potência reativa, simulando, dessa forma, o efeito de limitação da potência reativa pelos reguladores de tensão.

Sistema de transmissão

Um aspecto fundamental de um sistema de transmissão é o seu balanço de potência reativa. Uma linha de transmissão tanto produz como consome potência reativa. Essa potência reativa líquida deve ser absorvida ou fornecida pelo sistema em cada terminal da linha. A capacitância *shunt* da linha produz potência reativa proporcional ao quadrado da tensão ($Q = V^2 B$). Como a tensão deve se manter em torno de $\pm 5\%$ da tensão nominal, a produção de potência reativa é relativamente constante. A indutância série da linha de transmissão consome potência reativa proporcional ao quadrado da corrente ($Q = I^2 X$). Como a corrente varia de acordo com o carregamento da linha, o consumo de potência

reativa é variável. Portanto, a potência reativa líquida de uma linha de transmissão varia com seu ciclo de carga, sendo que o período de carga pesada é o mais crítico com respeito à estabilidade de tensão. Isso porque o consumo de potência reativa poderá ser elevado, provocando quedas de tensão e perdas elétricas.

Outra questão importante é que uma linha de transmissão longa e muito carregada não consegue transmitir potência reativa (pela natureza da função dela), mesmo com gradientes de tensão elevados, o que é crítico sob o aspecto de estabilidade de tensão, pois não se tem uma boa compensação de potência reativa no ponto de carga.

Cargas

A operação estável de um sistema de potência depende da capacidade de seus geradores de suprir sua carga elétrica. Consequentemente, as características das cargas têm uma importância muito grande na estabilidade de tensão do sistema.

A modelagem das cargas é complicada porque uma barra de carga típica é composta por diferentes tipos de dispositivos, tais como lâmpadas fluorescentes e incandescentes, refrigeradores, compressores, motores, fornos, etc. A composição exata da carga é difícil de estimar. Além disso, a composição da carga depende também de outros fatores como dia, hora, condições climáticas e condições econômicas da região. Portanto, ao se representar a carga em estudos de sistema, o procedimento necessariamente promoverá várias simplificações.

Os modelos de carga são classificados em dois tipos: modelo estático e modelo dinâmico. O modelo estático de carga expressa a característica da carga de uma barra para um determinado instante de tempo, como uma função algébrica da magnitude da tensão nessa barra, naquele instante. O componente de potência ativa P e o componente de potência reativa Q são considerados separadamente. Esse modelo é usado para representar componentes essencialmente estáticos da carga, por exemplo, cargas de aquecimento e iluminação, bem como uma aproximação para componentes dinâmicos da carga, como cargas acionadas por motores. Um modelo estático largamente utilizado é o

modelo polinomial, no qual a parcela ativa e reativa da carga é expressa pelas seguintes equações algébricas:

$$\begin{aligned} P &= P_0 \left[p_1 \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + p_2 \left(\frac{V}{V_0} \right) + p_3 \right] \\ Q &= Q_0 \left[q_1 \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + q_2 \left(\frac{V}{V_0} \right) + q_3 \right] \end{aligned} \quad (6.1)$$

V é a magnitude da tensão na barra, e o subscrito “0” identifica os valores das respectivas variáveis na condição inicial de operação. Os parâmetros desse modelo são os coeficientes p_1 , p_2 , p_3 e q_1 , q_2 , q_3 , que definem a proporção de cada componente. Esse modelo é comumente chamado de modelo ZIP, pois ele é composto por componentes de impedância constante (Z), corrente constante (I) e potência constante (P).

Cargas industriais, predominantemente do tipo potência constante, são mais críticas do ponto de vista de estabilidade de tensão, pois suas potências não variam significativamente com a tensão. Por outro lado, cargas residenciais, predominantemente do tipo impedância constante, são mais favoráveis do ponto de vista de estabilidade de tensão, pois suas potências sofrem redução sob situações de queda de tensão. No entanto, em lugares onde a utilização de condicionadores de ar é intensa, o tipo da carga residencial pode ser alterado.

O modelo dinâmico de carga expressa a característica da carga de uma barra em um determinado instante de tempo, como função da magnitude da tensão nessa barra em um instante passado de tempo, usualmente, incluindo o instante presente. Cargas constituídas essencialmente por motores, onde a resposta a um distúrbio não ocorre instantaneamente, mas sim com determinada constante de tempo, podem requerer esse modelo, cuja representação requer o uso de equações diferenciais.

Transformadores

A impedância de um transformador tem a mesma influência em um colapso de tensão que a impedância de uma linha de transmissão. Porém, um fator de muita importância no desenvolvimento de um colapso de

tensão é a comutação automática de *tapes* (LTC). Os LTC's são usados para manter as tensões constantes nas barras de carga. Após algum evento que provoque queda de tensão, as cargas residenciais diminuem com a tensão, o que torna o sistema menos carregado e impede que a tensão continue a cair. No entanto, após alguns minutos, os LTC's irão restaurar a tensão, e consequentemente as cargas para os níveis de pré-distúrbio, o que anulará o efeito estabilizador, provocando nova queda de tensão no sistema. Portanto, a ação dos LTC's pode levar o sistema a uma progressiva queda na tensão, o que é típico de um colapso de tensão.

Dispositivos de compensação de potência reativa

Compensação de potência reativa é a maneira mais usual de se melhorar a capacidade de transmissão de potência e a estabilidade de tensão de um sistema, pois fornece um suporte local de potência reativa. Como exemplos de dispositivos de compensação de potência reativa têm-se: capacitores *shunt*, capacitores série, compensadores estáticos e compensadores síncronos.

Capacitores *shunts* podem ser utilizados, até certo ponto, para aumentar o limite de estabilidade de tensão, corrigindo o fator de potência no terminal receptor. Podem também ser muito úteis na medida em que permitem que os geradores próximos operem com um fator de potência quase unitário. Isto aumenta a reserva de potência reativa, ajudando a prevenir, em muitos casos, o colapso de tensão. No entanto, os capacitores *shunt* fornecem potência reativa proporcional ao quadrado da tensão, o que significa que, em condições de operação com tensões reduzidas, o suporte de potência reativa diminui, agravando o problema.

Os compensadores estáticos de reativos (CER) propiciam uma regulação de tensão precisa e chaveamentos de bancos de capacitores sem restrições e livres de transitórios. A tensão é regulada de acordo com a inclinação de sua característica Q-V.

Essa inclinação está relacionada com o ganho em regime permanente e é geralmente de 1 a 5% da faixa de controle. Quando atinge seu limite capacitivo, o CER torna-se um banco de capacitores *shunt*.

Os capacitores séries têm sido tradicionalmente associados a linhas de transmissão longas e à melhoria da estabilidade transitória. Atualmente, são também utilizados em linhas mais curtas para melhorar a estabilidade de tensão. A compensação série reduz a reatância indutiva e o ângulo da linha de transmissão. A geração de potência reativa (I^2X_c) compensa o consumo de potência reativa (I^2X) da linha de transmissão.

Os compensadores síncronos (CS) proporcionam um aumento no fornecimento de potência reativa quando de uma queda de tensão no sistema. A subsequente diminuição da tensão interna ou fluxo (reação de armadura) é compensada pelo controle da excitação. Os CS podem suportar uma sobrecarga por dezenas de segundos. Um sistema com compensação síncrona tem tensões críticas menores no ponto de máxima potência. Os CS aumentam a potência de curto-circuito de um sistema, tornando-o mais forte.

Classificação da estabilidade de tensão

Como mostrado na Figura 6.1, o intervalo de tempo de interesse para os problemas de estabilidade de tensão pode variar de alguns segundos a dezenas de minutos. Portanto, a estabilidade da tensão pode ser um fenômeno a curto ou a longo prazo, como identificado na Figura 6.1.

Estabilidade de tensão de curto termo ou de curto prazo

A estabilidade de tensão de curto termo envolve as dinâmicas rápidas de algumas cargas, por exemplo, motores de indução, cargas eletronicamente controladas e conversores de sistemas de corrente contínua. O período de interesse de estudo é da ordem de alguns segundos, e a análise requer a solução de equações diferenciais representativas do sistema, semelhante à solução do problema de estabilidade transitória. A modelagem dinâmica das cargas é essencial.

Estabilidade de tensão de longo termo ou de longo prazo

A estabilidade de tensão de longo termo envolve as dinâmicas lentas de determinados equipamentos, por exemplo, LTCs, cargas

termo-estáticas e atuações de limitadores de correntes de geradores. O período de interesse pode se estender de alguns a muitos minutos, e simulações de longo termo são necessárias para avaliar o desempenho dinâmico do sistema. A estabilidade é geralmente determinada a partir do estado final, em vez da severidade inicial do distúrbio. Em muitos casos, análises estáticas podem ser usadas para estimar margens de estabilidade, identificar fatores de influência e examinar diferentes condições do sistema e muitos cenários. Naquelas situações onde o tempo de ação dos controles é importante, as análises estáticas podem ser complementadas por simulações no domínio do tempo.

Relação entre estabilidade de tensão e estabilidade angular

Estabilidade de tensão e estabilidade angular são questões inter-relacionadas. Estabilidade de tensão transitória está sempre relacionada com a estabilidade angular transitória, enquanto que estabilidade de tensão de longo termo é menos associada à estabilidade angular. É difícil separar os mecanismos. No entanto, existem muitos casos em que uma forma de instabilidade predomina. Como exemplo, mostramos duas situações extremas:

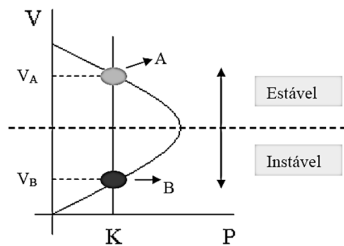
- a) um gerador síncrono conectado por linhas de transmissão a um grande sistema (problema máquina – barra infinita), o que caracteriza um problema unicamente de estabilidade angular;
- b) um gerador síncrono ou um grande sistema conectado por linhas de transmissão a uma barra de carga, o que caracteriza um problema unicamente de estabilidade de tensão.

Estabilidade de tensão refere-se a áreas de carga e a características da carga, enquanto que a estabilidade angular está relacionada com a integração de remotas usinas com um grande sistema por meio de longas linhas de transmissão. Por essas razões, estabilidade de tensão é basicamente “estabilidade de carga”, enquanto que estabilidade angular é basicamente “estabilidade de gerador”.

Curvas P – V

Os métodos baseados nas curvas PV informam a margem de estabilidade de tensão do sistema, que é a medida da distância, em MW ou em percentual, do ponto base de operação até o ponto de máximo carregamento do sistema, conforme a Figura 6.2.

Figura 6.2 – Curva PV



Fonte: elaborada pelos autores.

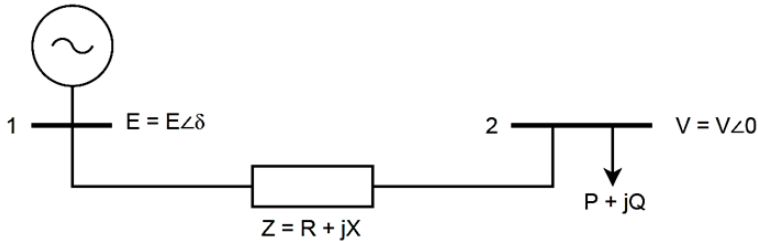
A interseção da reta K, que representa a característica da carga, com a curva PV, são os pontos de operação do sistema, correspondendo a dois valores distintos de tensão (V_A e V_B). O ponto de operação na parte superior da curva é estável (ponto A), pois o aumento de carga provoca a redução da tensão. O ponto na parte inferior da curva é instável (ponto B), pois o aumento de carga eleva a tensão. Nessa região instável, a corrente é elevada enquanto que a tensão é bastante reduzida. À medida que a carga aumenta, os dois pontos de operação vão se aproximando até se tornarem um único ponto, localizado na extremidade da curva PV. Esse ponto é o limite de carregamento do sistema, ou ponto de colapso de tensão, também chamado de ponto de bifurcação.

Para cada aumento no carregamento do sistema, um problema de fluxo de potência é resolvido, e os pontos de equilíbrio obtidos definem a curva PV. Os métodos estáticos, principalmente os baseados no levantamento de curvas PV, permitem a avaliação rápida e simples das condições críticas do sistema elétrico, podendo-se analisar diversos cenários.

Para esses conceitos se tornarem mais claros, iremos exemplicar como construir uma curva P-V para um sistema simples, constituído

apenas por dois barramentos, no qual um gerador ligado ao barramento 1 alimenta uma carga ligada ao barramento 2.

Figura 6.3 – Rede com 2 barramentos e um gerador



Fonte: elaborada pelos autores.

A equação da corrente que passa na linha entre os dois barramentos da rede representada na Figura 6.2 é dada por:

$$I = \frac{Ee^{j\delta} - Ve^{j0}}{R + jX} \quad (6.2)$$

onde R é a resistência da linha, e X a reatância da linha.

Sabendo que

$$S = P + jQ = VI^* \quad (6.3)$$

Substituindo a Equação (6.2) na Equação (6.3), obtém-se:

$$S = V \left(\frac{Ee^{j\delta} - Ve^{j0}}{R + jX} \right)^* = V \left(\frac{E(\cos \delta + j\text{sen} \delta) - V}{R + jX} \right)^* = \frac{EV(\cos \delta - j\text{sen} \delta) - V^2}{R - jX} \quad (6.4)$$

Separando as partes real e imaginária da Equação (6.4), obtêm-se os seguintes valores para a potência ativa e reativa consumida pela carga:

$$P = \frac{-RV^2 + VE(R \cos \delta + X \text{sen} \delta)}{R^2 + X^2} \quad (6.5)$$

$$Q = \frac{-XV^2 + VE(X \cos \delta - R \text{sen} \delta)}{R^2 + X^2} \quad (6.6)$$

Elevando ao quadrado as Equações (6.5) e (6.6), obtém-se:

$$[P(R^2 + X^2) + RV^2]^2 = [VER \cos \delta + VEX \operatorname{sen} \delta]^2 \quad (6.7)$$

$$[Q(R^2 + X^2) + XV^2]^2 = [VEX \cos \delta - VER \operatorname{sen} \delta]^2 \quad (6.8)$$

Somando as Equações (6.7) e (6.8), obtém-se:

$$(P^2 + Q^2)(R^2 + X^2) + V^4 - (VE)^2 + 2PRV^2 + 2QXV^2 = 0 \quad (6.9)$$

Rearranjando a Equação (6.9), obtém-se a seguinte expressão:

$$V^4 + [2(RP + XQ) - E^2]V^2 + (P^2 + Q^2)(R^2 + X^2) = 0 \quad (6.10)$$

A Equação (6.10) pode ser transformada na expressão simplificada (6.11).

$$V^4 + bV^2 + c = 0 \quad (6.11)$$

em que o discriminante é dado pela expressão:

$$\Delta = b^2 - 4c \quad (6.12)$$

$$X_A = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} \quad (6.13)$$

$$X_B = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2} \quad (6.14)$$

$$V = \left\{ \pm \sqrt{X_A}, \pm \sqrt{X_B} \right\} \quad (6.15)$$

Resolvendo a Equação (6.10) em relação ao módulo da tensão no barramento 2, V, obtém-se 4 soluções possíveis, porém as soluções de interesse são apenas as soluções positivas

$$V = \frac{(+\sqrt{X_A} + \sqrt{X_B})}{\sqrt{\frac{E^2}{2} - RP - XQ \pm \sqrt{\frac{E^4}{4} - E^2(RP + XQ) - (XP - RQ)^2}}} \quad (6.16)$$

Da Equação (6.16), derivam as seguintes equações:

$$V_A = \sqrt{\frac{E^2}{2} - RP - XQ + \sqrt{\frac{E^4}{4} - E^2(RP + XQ) - (XP - RQ)^2}} \quad (6.17)$$

$$V_B = \sqrt{\frac{E^2}{2} - RP - XQ - \sqrt{\frac{E^4}{4} - E^2(RP + XQ) - (XP - RQ)^2}} \quad (6.18)$$

Em que V_A corresponde às condições normais de funcionamento e o ponto de funcionamento encontra-se na parte superior da curva P-V, enquanto V_B , de tensão mais baixa e corrente mais elevada, corresponde à parte inferior da curva. Assim, para sucessivos aumentos de carga, são obtidos 2 valores para a amplitude da tensão. Dessa forma, num sistema simples como o representado na Figura 6.2, cada ponto da curva P-V é encontrado a partir das sucessivas soluções de V_A e V_B .

Em seguida, determina-se a expressão do ângulo da tensão.

$$\vec{E} = \vec{V} + \vec{ZI} \quad (6.19)$$

Mas

$$I = \left(\frac{S}{V}\right)^* = \frac{P-jQ}{V^*} \quad (6.20)$$

Substituindo na Equação (6.19), obtém-se:

$$\vec{E} = V + (R + jX) \left(\frac{P-jQ}{V}\right) \quad (6.21)$$

Ou ainda

$$Ee^{j\delta} = V + (R + jX) \left(\frac{P-jQ}{V}\right) \quad (6.22)$$

Separando a parte real da Equação (6.22) da parte imaginária:

$$VE \cos \delta = V^2 + RP + XQ \quad (6.23)$$

$$VE \operatorname{sen} \delta = -RQ + XP \quad (6.24)$$

Portanto, o ângulo da tensão δ pode ser obtido da Equação (6.24):

$$\delta = \arcsen\left(\frac{XP-RQ}{VE}\right) \quad (6.25)$$

Por simplicidade, considere-se agora a linha de transmissão da Figura 6.2 puramente reativa, portanto, a rede não tem perdas ativas ($R = 0$). Nesse caso, o módulo da tensão é dado pela seguinte expressão:

$$V = \sqrt{\frac{E^2}{2} - XQ \pm \sqrt{\frac{E^4}{4} - E^2XQ - (XP)^2}} \quad (6.26)$$

A curva P-V, representada na Figura 6.4, foi traçada, em primeiro lugar, com fator de potência unitário, isto é, $Q = 0$. Assim, em vista dessa simplificação, as equações de tensões ficam como a seguir:

$$V_A = \sqrt{\frac{E^2}{2} + \sqrt{\frac{E^4}{4} - (XP)^2}} \quad (6.27)$$

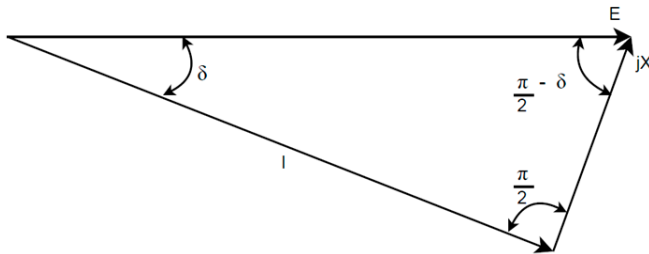
$$V_B = \sqrt{\frac{E^2}{2} - \sqrt{\frac{E^4}{4} - (XP)^2}} \quad (6.28)$$

Os pontos da curva P-V mostrados na Figura 6.4 foram determinados resolvendo-se as Equações (6.27) e (6.28), para sucessivos aumentos da potência da carga. Para $P = 0$, obtiveram-se os seguintes valores: $V_A = E$ e $V_B = 0$.

Na Figura 6.3, está representado o diagrama de fasores da corrente na linha de transmissão e das tensões na emissão e recepção. A partir dessa figura, pode-se escrever:

$$V = E \cos \delta \quad (6.29)$$

Figura 6.4 – Diagrama de fasores da corrente na linha e das tensões na emissão e recepção



Fonte: elaborada pelos autores.

Substituindo a Equação (6.29) na Equação (6.5), desprezando-se a resistência, obtém-se:

$$P = \frac{E^2 \cos \delta \cdot \text{sen} \delta}{X} = \frac{E^2}{2X} \text{sen} 2\delta \quad (6.30)$$

Verifica-se que o valor da potência ativa máxima que a linha consegue transportar, P_{CR} , ocorre para $\delta = \frac{\pi}{4}$ e é dado pela seguinte expressão:

$$P_{CR} = \frac{E^2}{2X} \quad (6.31)$$

Dessa forma, substituindo $P = P_{CR}$ nas Equações (6.27) e (6.28) obtiveram-se, respectivamente, os seguintes valores:

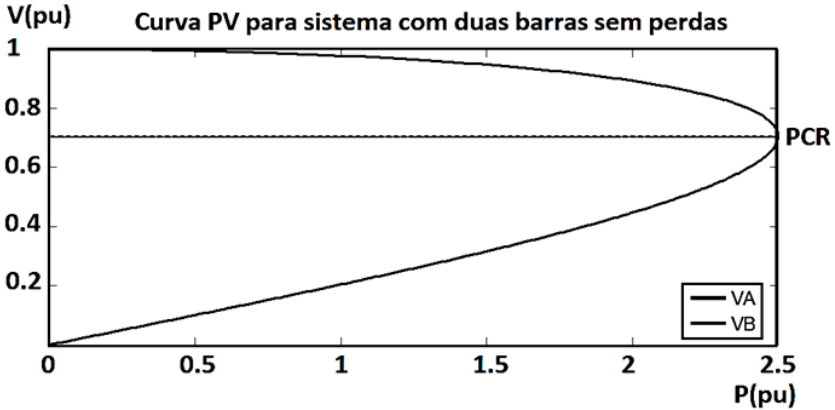
$$V_A = V_B = \sqrt{\frac{E^2}{2}} = \frac{E}{\sqrt{2}} \quad (6.32)$$

Portanto:

$$V_{CR} = \frac{E}{\sqrt{2}} \quad (6.33)$$

A curva P-V, para o caso de uma linha de transmissão puramente reativa, com fator de potência unitário, é apresentada na Figura 6.5.

Figura 6.5 – Curva P-V, para sistema simples sem perdas e fator de potência unitário, com $E = 1$ p.u. e $X = 0,2$ p.u.

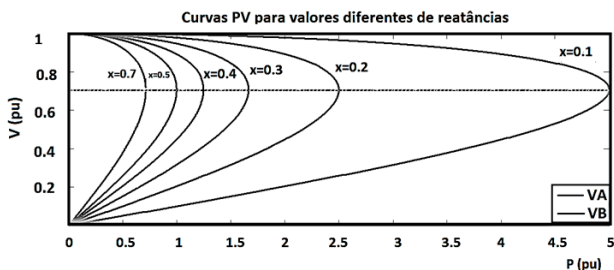


Fonte: elaborada pelos autores.

Analisando a Figura 6.5, verifica-se que, variando a potência da carga entre zero e P_{CR} , são obtidos dois valores para o módulo da tensão no barramento da carga. Isto é, verifica-se que, para cargas com potências menores do que P_{CR} , existem sempre 2 valores de tensão. Assim, para $E = 1$ p.u. e reatância de linha $X = 0,2$ p.u., a capacidade máxima de transferência de potência P_{CR} é igual a 2,5p.u., o que corresponde a uma tensão crítica igual a 0,707p.u. Portanto, o ponto de colapso de tensão é atingido para a potência máxima transmissível $P_{CR} = 2,5$ p.u. Em suma, para um carregamento maior do que P_{CR} , o sistema é incapaz de fornecer potência ativa adicional e torna-se instável, pois deixará de haver ponto de equilíbrio.

Em seguida, analisou-se o impacto da reatância da linha de transmissão no problema da estabilidade de tensão. Por simplicidade, considerou-se que a linha de transmissão da Figura 6.3 é puramente reativa e o fator de potência é unitário. Assim, traçaram-se curvas P-V para diferentes valores da reatância de linha $X = 0,1$ p.u., $X = 0,2$ p.u., $X = 0,3$ p.u., $X = 0,4$ p.u., $X = 0,5$ p.u., $X = 0,7$ p.u., conforme mostra a Figura 6.6.

Figura 6.6 – Curvas P-V para diferentes valores da reatância de linha, com $E = 1$ p.u.

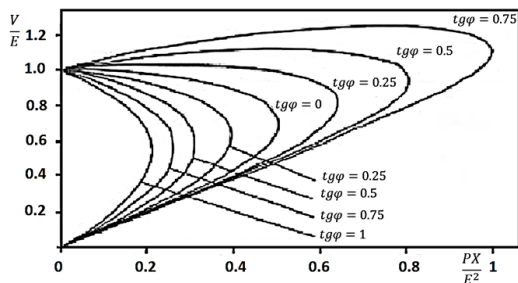


Fonte: elaborada pelos autores.

Na Figura 6.6, observa-se que, variando a reatância da linha, obtiveram-se diferentes valores de P_{CR} . Verifica-se que, à medida que se aumenta o valor da reatância da linha, menor é a capacidade de transferência, P_{CR} , da rede. Portanto, o aumento da reatância da linha diminui a margem de estabilidade de tensão. A distância do ponto de operação do sistema ao ponto de colapso de tensão, P_C , define a margem de estabilidade de tensão. Para $E = 1$ p.u., qualquer que seja o valor da reatância de linha, a tensão crítica, onde V_A e V_B são coincidentes, é sempre igual a $V_{CR} = 0,707$ p.u.

Por último, analisou-se o impacto do fator de potência da carga na estabilidade de tensão, tanto para fatores de potência de carga capacitivos como indutivos. Então, para uma rede elétrica sem perdas, alimentando uma carga de impedância constante, obtém-se a família de curvas P-V mostrada na Figura 6.7, para diferentes valores do fator de potência.

Figura 6.7 – Família de curvas P-V, para diferentes fatores de potência da carga.



Fonte: elaborada pelos autores.

- a Figura 6.7 mostra que quanto menores forem os valores $tg\varphi$ de (φ é o ângulo do fator de potência), maiores são os valores da potência máxima. Contudo, a tensão que corresponde a essa potência máxima também aumenta, o que pode ser problemático visto que a capacidade máxima de transferência poderá ser atingida para tensões próximas dos valores de operação normal;
- os valores de $tg\varphi$ menores do que zero correspondem a cargas sobre-compensadas. Para valores de $tg\varphi < 0$, há uma parte do ramo superior da curva P-V em que a tensão aumenta com a potência da carga. Para cargas com fator de potência negativo, quanto mais potência ativa for consumida, mais energia reativa é produzida pela carga. Verifica-se que quanto mais negativa for $tg\varphi$, maior é a curva P-V.

Em sistemas multinodais, cada ponto da curva P-V é obtido realizando sucessivos estudos de cálculo de fluxos de potências, conforme se vai aumentando a potência da carga. A solução sucessiva de fluxos de cargas é executada até que o ponto de colapso de tensão, P_C , correspondente à potência ativa máxima transmissível, P_{CR} , seja alcançado.

O cálculo de fluxo de cargas é realizado utilizando programas computacionais de fluxos de potências, e, normalmente, os programas de fluxo de cargas convencionais são baseados no Método de Newton-Raphson, formulado para coordenadas polares. No entanto, no limite de estabilidade de tensão, a matriz Jacobiana torna-se singular. Consequentemente, os algoritmos de fluxos de potências convencionais são susceptíveis de terem problemas de convergência perto do limite de estabilidade. Mesmo recorrendo ao cálculo com dupla precisão ou a algoritmos antidivergentes, existem problemas de instabilidade numérica. O método de continuação resolve esse problema, reformulando ligeiramente as equações de fluxo de cargas de forma a evitar a singularidade do Jacobiano. Desse modo, é possível obter a solução do problema de fluxo de cargas tanto para pontos de equilíbrio estáveis como instáveis. Portanto, utilizando o método da continuação, é possível determinar qualquer ponto da curva P-V contrariamente ao que acontecia nos fluxos de carga convencionais que apenas permitem obter a parte superior da curva P-V.

Curvas Q – V

Frequentemente, uma característica muito útil para certos aspectos da análise da estabilidade de tensão é a relação V-Q, que mostra a sensibilidade e a variação da tensão de barra devido a injeções ou absorções de potência reativa. A estabilidade de tensão depende, de fato, de como as variações de P e Q na área de carga afetam as tensões nas barras de carga.

Para a obtenção das curvas V-Q de determinada barra, considera-se essa barra como uma fonte variável e infinita de potência reativa. Seu valor de tensão é alterado, por meio de sucessivos fluxos de potência, obtendo-se os valores de potência reativa necessários para manter as tensões especificadas. Nesse gráfico, a potência reativa capacitiva é traçada na direção positiva do eixo vertical, e a potência reativa indutiva na direção negativa.

As curvas V-Q podem ser traçadas para qualquer ponto de operação do sistema, sendo obtidas, em geral, para o ponto inicial de operação e para o ponto de máximo carregamento do sistema, determinado pelas curvas P-V. Também costumam ser levantadas para as barras críticas do sistema e para as barras importantes da área de interesse.

Por meio das curvas V-Q, é possível determinar o nível crítico de tensão e a margem de estabilidade. O nível crítico de tensão, que é o valor correspondente ao mínimo da curva, é o ponto a partir do qual se observa um comportamento contrário ao esperado, isto é, uma diminuição no nível de tensão acarreta um aumento na geração de potência reativa. Esse ponto, que corresponde à derivada $(\partial Q/\partial V) = 0$, representa o limite de estabilidade de tensão e define o valor de potência reativa mínima necessária para uma operação estável.

A margem de potência reativa pode ser medida a partir da distância entre o eixo horizontal e o ponto de mínimo. Se o mínimo da curva se encontrar acima do eixo horizontal, o sistema está deficiente de potência reativa, sendo recomendada a instalação de equipamentos adicionais de suporte de potência reativa. Na condição em que o ponto crítico se encontrar abaixo do eixo horizontal, o sistema tem alguma margem de potência reativa. A curva V-Q, se traçada para o ponto de máximo carregamento, obtido a partir da curva P-V, apresenta margem

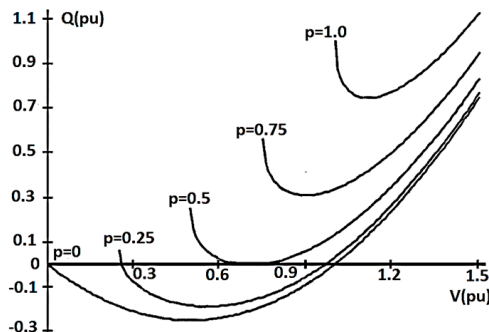
de potência reativa zero para as barras críticas, ou seja, o ponto de mínimo é tangente ao eixo horizontal.

A Figura 6.8 mostra um conjunto de curvas V-Q, cada uma delas associada a uma potência ativa da carga. Foram consideradas curvas para valores correspondentes à potência ativa da carga iguais a zero, $0,25 \times P_{\text{máx}}$, $0,5 \times P_{\text{máx}}$, $0,75 \times P_{\text{máx}}$ e $P_{\text{máx}}$. Observa-se na figura que a curva associada a $P = 0$ começa na origem, enquanto a associada a $P = P_{\text{máx}}$ é a superior de todas.

A curva V-Q, quando comparada à curva P-V, apresenta a vantagem de permitir uma análise do fenômeno de estabilidade de tensão associada à capacidade do sistema de fornecer potência reativa. À semelhança da curva P-V, antes de levantar as curvas V-Q, é fundamental que sejam escolhidas como barras de referência aquelas realmente representativas, permitindo uma correta análise do fenômeno. Outra importante contribuição da curva V-Q é sobre a robustez do sistema, que pode ser obtida por meio da relação $(\partial Q/\partial V)$. O lado direito da curva, onde a derivada é positiva, representa uma condição de operação estável, enquanto o lado esquerdo representa uma condição instável (derivada negativa).

Por fim, é importante ressaltar que as curvas V-Q não oferecem indicação sobre a capacidade de carregamento do sistema e que a desvantagem da utilização dessas curvas é a falta de conhecimento prévio sobre quais barras devem ser analisadas.

Figura 6.8 – Curvas V-Q para diversos valores de potência ativa



Fonte: elaborada pelos autores.

Obtenção da curva QV

Os passos para o procedimento da obtenção da curva QV e consequente obtenção da margem de carga reativa de uma dada barra são indicados a seguir:

- 1) ajustar o sistema num caso de fluxo de potência às condições de operação de interesse;
- 2) identificar a barra crítica do sistema para essa condição. Essa barra geralmente está entre as que possuem as menores margens de carga reativa. Essa barra crítica poderá mudar para outras topologias do sistema;
- 3) introduzir na barra onde se quer traçar a curva QV um gerador síncrono fictício com os seus limites abertos, ou simplesmente transformá-la em barra do tipo PV;
- 4) variar a tensão de saída no gerador síncrono em pequenos passos (usualmente 0.01pu ou menos);
- 5) resolver o caso de fluxo de potência;
- 6) guardar a tensão da barra monitorada (V) e a potência reativa fornecida pelo compensador síncrono fictício(Q);
- 7) repetir os passos 4 a 6 até que pontos suficientes tenham sido obtidos;
- 8) traçar com os pontos obtidos a curva QV e verificar a margem de carga reativa obtida.

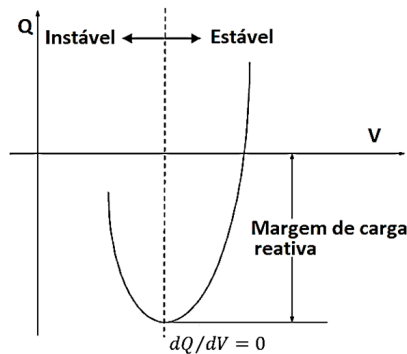
Analisando a curva QV mostrada na Figura 6.8, nota-se que o mínimo ponto obtido (onde $dQ/dV = 0$) na curva é um ponto crítico, isto é, todos os pontos da curva do lado esquerdo são instáveis, e os pontos do lado direito estáveis. Isso porque, do lado direito da curva, um aumento na geração de potência reativa se traduz em um aumento no nível de tensão, enquanto que o contrário se observa no lado esquerdo.

Se o mínimo ponto da curva QV se encontra acima do eixo horizontal (V), o sistema se encontra com déficit de potência reativa e um incremento (compensação) adicional de potência reativa é requerido para prevenir o colapso de tensão. Esse incremento adicional deve ser adequado de tal forma a garantir que o novo ponto de operação seja confiável e seguro, do ponto de vista da tensão.

Por outro lado, se o ponto mínimo da curva QV se encontra por baixo do eixo horizontal (V), existe margem da carga reativa, e outro incremento de potência reativa poderá ser alocado, desde que se deseje aumentar a referida margem.

Instabilidade e colapso de tensão são influenciados pelas características dinâmicas das cargas e equipamentos de controle da tensão. O colapso de tensão parte das barras mais sensíveis (grandes variações de tensão e ângulo para pequenas variações da carga) do sistema e se espalha para as outras barras sensíveis. Dessa maneira, a importância do uso das técnicas de análise usando as curvas QV se acentuam para as barras mais sensíveis ou críticas de determinado sistema de potência.

Figura 6.9 – Curva QV



Fonte: elaborada pelos autores.

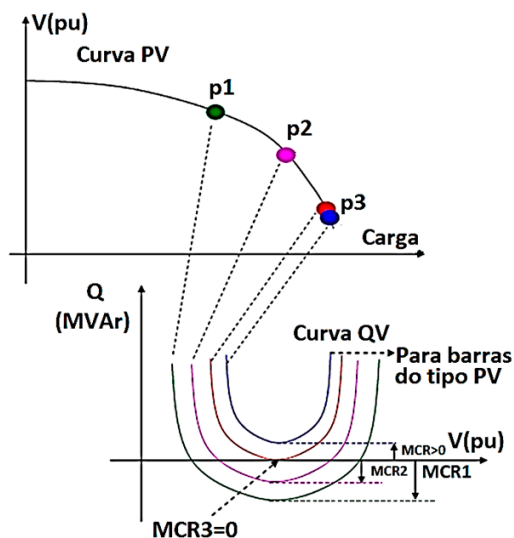
A Figura 6.9 mostra a fronteira de estabilidade de tensão no ponto onde a variação da potência reativa com relação à tensão se torna zero, isto é, a derivada dQ/dV é zero. Esse ponto também define a potência reativa mínima requerida para manter o ponto de operação estável.

Um acréscimo da potência reativa Q resulta também num aumento da tensão durante as condições normais de operação. Dessa forma, se o ponto de operação estiver do lado direito da curva QV, o sistema é dito estável, e os casos processados convergentes. Por outro lado, pontos de operação que se encontram na parte esquerda da curva conduzem o

sistema à instabilidade, o que leva os casos de fluxo de potência a uma difícil convergência e, às vezes, inclusive à não convergência.

A Margem de Carga Reativa (*MCR*) de determinada barra é definida como a distância do ponto mínimo de sua curva QV ao eixo das abscissas (eixo das tensões), Q_{min} na Figura 6.8. Uma característica importante da *MCR* é que, à medida que se aproximam do ponto de colapso, todas as barras do sistema apresentam uma diminuição em sua *MCR* (Figura 6.10):

Figura 6.10 – Relação da curva PV e das curvas QV



Fonte: elaborada pelos autores.

Dessa forma, como pode ser observado na Figura 6.10, à medida que os pontos $p1$, $p2$ e $p3$ tendem ao colapso, as margens de carga reativa vão diminuindo até se tornarem nulas. Inclusive para algumas barras do tipo PV (cor azul na Figura 6.9), essas margens se tornam positivas, mostrando que, para esses níveis de carregamento do sistema, ela (a barra) está suprindo essa quantidade de potência reativa para manter os níveis de tensões especificados nos casos de fluxo de potência e a possibilidade de sua convergência.

O método da CURVA QV é utilizado para dimensionar ações de controle de despacho de potência reativa e oferece as seguintes vantagens:

- a deficiência de potência reativa na barra analisada é dada de imediato pelo valor de potência reativa gerado pelo compensador, isto é, no gráfico da curva QV, isto é observado facilmente;
- a inclinação da curva indica o quanto a barra em análise é sensível às alterações de tensão;
- as curvas QV traçadas para diversas barras podem ser sobrepostas em um mesmo gráfico. No ponto mínimo de cada curva, as fontes de potência reativa estão operando próximas ao limite de geração. Dessa maneira, visualiza-se a importância de cada barra na estabilidade do sistema elétrico.

Logo, uma rotina de programação faz com que o método se torne eficiente, pois, para pequenas variações na escala de tensão, a convergência leva apenas algumas iterações.

Análise da curva QV

A análise da curva QV proporciona uma ferramenta muito interessante com relação à verificação da proximidade de um eventual ponto de colapso de tensão.

Se existirem insuficientes ou ineficientes dispositivos de controle de tensão para determinada área de elevada transmissão de energia elétrica, as consequências poderiam finalizar num *blackout*. Logo, por outro lado, mesmo possuindo suficientes dispositivos de controle de tensão que suportem determinadas contingências, é recomendável, mesmo assim, possuir ou manter uma quantidade de margem de carga reativa para eventuais variações nas condições do sistema, tais como:

- 1) a maior parte dos componentes de um sistema (como segmentos de capacitores em série) é normalmente assumida como conectada, mas poderia algumas vezes não estar habilitada;

2) o fluxo de potência numa linha de transmissão altamente carregada poderia ser maior do que o esperado (erro de medição ou de mercado); 3) a carga no sistema para determinado dia poderia sofrer mudanças não esperadas (prognóstico do tempo, elevadíssimas ou baixíssimas temperaturas registradas).

Dessa forma, considerando os efeitos desses tipos de variações e outras, é importante focar a nossa atenção para a determinação da margem de carga reativa requerida para as barras de determinado sistema de potência.

Método continuado QV

O termo “Continuado QV” é uma maneira abreviada de descrever: “Método da continuação para calcular a curva QV”.

O método utiliza técnicas matemáticas que racionalizam as etapas, de forma a melhorar o desempenho dos cálculos computacionais. É muito semelhante ao Método da Continuação para cálculo da curva PV, difundido na literatura.

O continuado QV avança de maneira controlada, com passos variados de tensão, acelerando ou diminuindo a velocidade de processamento conforme a sensibilidade do Jacobiano, até atingir o ponto de mínimo.

De maneira abreviada, é explicada a seguir a proposta do continuado QV, que pode ser aplicado adotando qualquer metodologia de convergência das equações de fluxo de potência.

Basicamente, o método consiste em, a partir de um ponto de equilíbrio, determinar o tamanho do passo da tensão e corrigir as tensões das outras barras para facilitar o processo de convergência.

Tamanho do passo

O tamanho do passo da tensão é dado por:

$$\lambda = \frac{k}{\|v_Q\|} \quad (6.34)$$

Onde k é constante que acelera ou diminui o tamanho do passo, e $\|VQ\|$ é a norma euclidiana do vetor VQ .

Por sua vez, VQ seria dado por:

$$V_Q = J^{-1}Q_1 \quad (6.35)$$

Onde J é o Jacobiano do fluxo de carga, considerando como do tipo PQ a barra em que está sendo traçada a curva QV. Essa alteração é para determinar o índice de parada explicado mais à frente; Q_1 é um vetor esparsa formado com zeros em todas as posições, exceto na posição correspondente à carga reativa da barra considerada, que assume um valor unitário, ou seja:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

Correções das tensões nas barras

Por sua vez, as correções das tensões nas barras PQ são dadas por:

$$\Delta V = k * \frac{V_Q}{\|V_Q\|} \quad (6.37)$$

Ressalta-se que, no processo iterativo de convergência, a barra em que está sendo traçada a curva QV é considerada como PV. Entretanto, para se calcular o passo e as correções das tensões, a mesma é considerada como PQ. A razão para esse procedimento é que, dessa forma, o índice de parada (IQ) torna-se nulo no ponto de inflexão da curva QV [9]. No caso, o esforço computacional não é considerável, e essa transformação é feita após a convergência do conjunto de equações de fluxo de potência.

Observe que, nessa metodologia, o tamanho do passo da tensão onde a curva QV está sendo traçada é variável e sensível ao Jacobiano. Dessa forma, quando o ponto de equilíbrio estiver distante do ponto de

mínimo da curva QV, os passos serão maiores, e menores quando próximo ao ponto de inflexão.

Crítérios de parada

Na metodologia do Continuado QV, são adotados dois critérios de parada, lembrando que a adoção de critérios de parada parte da suposição de que se deseja traçar apenas a parte estável da curva QV. Esses critérios são:

1. monitorar a potência reativa gerada (QG), calculada para a curva QV. Quando o seu módulo diminuir, penetrando dentro de certa região (muito próxima do mínimo), significa que o ponto de mínimo foi obtido;
2. monitorar o índice IQ. Esse índice tende a zero no ponto de mínimo da curva QV. IQ é um indicador que aponta com precisão a proximidade do mínimo da curva QV, servindo como critério de interrupção do cálculo dos pontos da curva. Isso é interessante, porque, na proposta de continuado da curva QV, os passos são menores à medida que a referida curva se aproxima do ponto de mínimo. Outra vantagem reside no fato de avaliar a situação quando houver divergência das equações de fluxo de potência. Em outras palavras, as equações de fluxo de potência divergem, e o critério “1” nunca será alcançado, mas, ao analisar o índice IQ do último ponto convergido, conclui-se que este pode ser considerado como de inflexão.

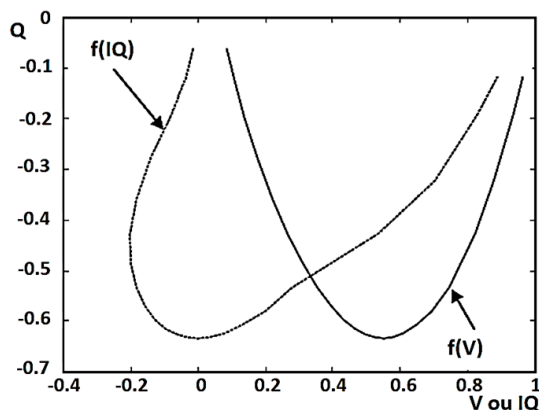
O índice I_Q é dado por:

$$I_Q = V_Q^t J V_Q \quad (6.38)$$

A Figura 6.10 mostra o comportamento da curva QV e do índice IQ. Ressalta-se que IQ é nulo no ponto de mínimo da curva QV. Como IQ tende a zero, se o processamento for interrompido conforme um valor pré-estabelecido, por exemplo, IQ menor do que 0.01, não haverá perdas significativas no cálculo da potência reativa gerada. Entretanto, luxos de potência não deverão ser processados numa região onde a probabilidade

de instabilidade numérica é grande. Logo, evitar esse processamento é um benefício computacional bastante interessante.

Figura 6.11 – Curvas QV e IQ



Fonte: elaborada pelos autores.

Algumas vantagens interessantes do método da curva QV são utilizadas para dimensionar ações de controle de despacho de potência reativa, algumas delas são as seguintes:

- a convergência dos casos normalmente não representa problema;
- a automatização utilizando uma rotina de programação faz com que o método se torne eficiente, pois, para pequenas variações na escala de tensão, a convergência leva algumas iterações apenas;
- a necessidade de compensação reativa na barra analisada é dada de imediato pelo valor de potência reativa gerado pelo síncrono, isto é, observando a margem de carga reativa da curva QV, o montante de compensação necessária para a barra em observação é obtido visualmente na curva;
- a inclinação da curva indica o quanto a barra em análise é sensível às alterações de tensão;
- as curvas QV traçadas para diversas barras podem ser sobrepostas em um mesmo gráfico. No ponto mínimo de cada curva, as fontes de potência reativa estão operando próximas ao limite de geração. Sendo

assim, nesse ponto, tem-se toda a reserva de potência reativa disponível no ponto crítico. O valor da potência reativa no ponto mínimo da curva representa tudo o que o sistema, naquele ponto, pode oferecer para manter a estabilidade de tensão

Objetivos de um estudo de estabilidade de tensão

Existe uma necessidade de ferramentas analíticas capazes de prever o colapso de tensão em redes complexas quantificando, exatamente, as margens de estabilidade e os limites de transferência de potência; identificando os pontos fracos de tensão do sistema e áreas suscetíveis à instabilidade; e identificando os fatores chave para sua contribuição e sensibilidade que forneçam características do sistema para a adoção de ações corretivas.

Análise estática *versus* análise dinâmica

Ocorrências de fenômenos de colapso de tensão foram constatadas em vários países do mundo, e suas razões são as mais variadas possíveis. A análise de cada evento ocorrido no passado pode ser de grande utilidade no entendimento de como o colapso de tensão pode ser identificado e prevenido nos sistemas elétricos de potência. A caracterização de um colapso de tensão como um evento lento ou rápido se faz necessária para definir a linha de estudos que será seguida na análise desse fenômeno.

Por exemplo, um evento considerado rápido seria a saída de uma linha de transmissão ou de um gerador do sistema. Se a dinâmica do sistema não é “forte” o suficiente para superar essa falta, o sistema perde estabilidade. Logo, a análise desse fenômeno requer um modelo detalhado do sistema, incluindo equações transitórias de geradores. Por outro lado, uma pequena perturbação pode ser a causa da perda da estabilidade do sistema. Nessa situação, a razão do colapso de tensão pode ser alguma linha de transmissão que atinge seu limite máximo de transferência de potência ou a falta de suporte de reativo em alguma barra de geração. Esse tipo de colapso de tensão é definido como um problema estático de tensão. Sob essas condições, alguns estudos mostram que

as equações do fluxo de potência podem ser usadas para analisar o problema. Tais equações são utilizadas neste capítulo, tendo como alvo o estudo estático do colapso de tensão.

Embora o colapso de tensão seja, essencialmente, um fenômeno dinâmico, sua análise tem sido realizada, intensamente, por meio de métodos estáticos. Isto porque as análises dinâmicas no domínio do tempo, além de consumirem tempos enormes de CPU e de engenharia (antes que as conclusões sejam tiradas a respeito da estabilidade, pode ser necessário monitorar e examinar muitos parâmetros cuidadosamente), não fornecem informações em relação à sensibilidade ou ao grau de estabilidade. Essas limitações tornam o uso da abordagem dinâmica inviável tanto para a monitoração *on-line* do sistema quanto para a análise de grandes sistemas para os quais se necessita avaliar um grande número de condições e de contingências.

Dessa forma, os métodos estáticos podem ser usados, efetivamente, para prover uma melhor compreensão do fenômeno como também para a aplicação *on-line*, objetivando a monitoração, a prevenção e o controle do fenômeno antes da ocorrência de distúrbios que possam levar à instabilidade de tensão e conduzir o sistema para o colapso.

A análise estática da estabilidade de tensão de um sistema de potência requer o exame dos seguintes aspectos [8]:

- diagnóstico do ponto de operação do sistema. Isto implica determinar, inicialmente, se o ponto de operação é estável sob o ponto de vista de tensão;
- determinação da área/barra crítica do sistema de potência, visto que o problema é reconhecido como um problema local;
- margem de carga entre o ponto de operação conhecido e o ponto de colapso de tensão. Isto implica conhecimento de um método que identifique o ponto de colapso de tensão.

Histórico de ocorrências do fenômeno

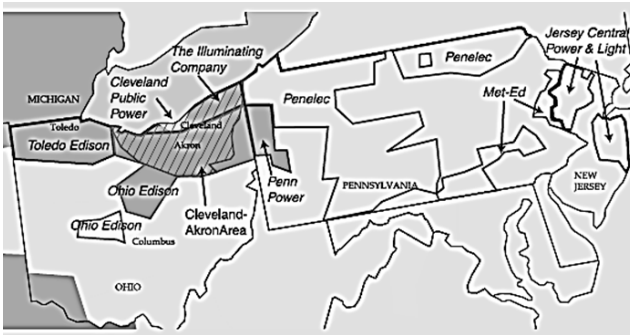
A ocorrência de alguns incidentes envolvendo problemas de estabilidade de tensão fez com que o tema ganhasse destaque mundial nos

últimos anos. Dentre esses eventos, podem-se citar os seguintes: Japão, 22 de agosto de 1970; França, 19 de dezembro de 1978; Dinamarca, 2 de março de 1979; Bélgica, 4 de agosto de 1982; Flórida, 2 de setembro de 1982; Flórida, 26 de novembro de 1982; Flórida, 28 de dezembro de 1982; Flórida, 30 de dezembro de 1982; Suécia, 27 de dezembro de 1983; Flórida, 17 de maio de 1985; Checoslováquia, 5 de julho de 1985; Inglaterra, 20 de maio de 1986; França, 12 de janeiro de 1987; Japão, 23 de julho de 1987; WSCC, 2 de julho de 1996; Estados Unidos – Canadá, 14 de agosto de 2003

O blecaute do dia 14 de agosto de 2003 da parte nordeste da rede da América do Norte, produzindo grandes falhas no sistema, é um bom exemplo prático de problemas de estabilidade de tensão. A interligação oeste da América do Norte não estava sob condições de estresse especiais, estando com temperaturas ambientais e condições do sistema relativamente normais para aquela época do ano. Os problemas começaram e evoluíram para toda a área (crítica) de Cleveland-Akron em Ohio, operado pela First Energy. A sequência de eventos que deixou cerca de 62GW de carga fora de serviço por cerca de 4 horas foi a seguinte:

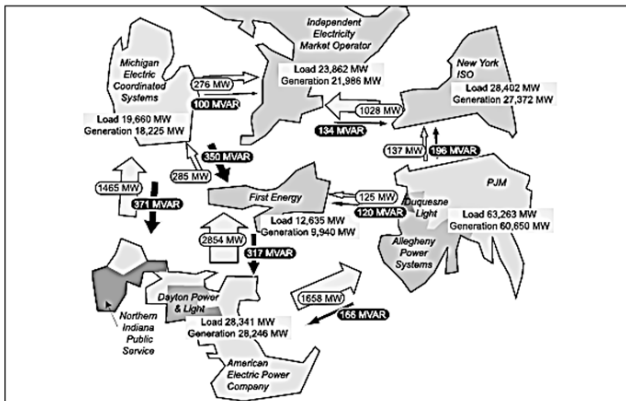
- em torno de 13h30, um gerador de uma usina na área crítica desligou, reduzindo, assim, o suporte de potência reativa local.
- entre 14 e 15h, três linhas de 345kV em serviço na área crítica, em condições de carga relativamente baixas, caíram devido à descarga elétrica através de árvores.
- com a queda da terceira linha, em torno das 15h, o critério de contingências da NERC foi violado, embora nem o operador local do sistema da First Energy, nem sua “reserva”, o Midwest Independent System Operator (*MISO*), detectassem a violação dessa diretriz operacional, pois os servidores EMS da First Energy e o sistema computacional estavam basicamente inoperantes, aproximadamente, desde as 14h15, enquanto o estimador de estado da *MISO* não estava convergindo devido aos problemas com a representação da topologia do sistema associada com um monitoramento inadequado.

Figura 6.12 – Área geográfica de ocorrência do blecaute



Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 6.13 – Geração, demanda e fluxos de potências inter-regionais em 14 de agosto de 2003- 15:05 hs



Fonte: elaborada pelos autores.

- entre 15 e 15h40min, mais linhas de 345kV caíram, devido à formação de descargas através de árvores, deixando fora de serviço o sistemas de transmissão de 345kV que abastecia a área crítica e, conseqüentemente, produzindo a queda de linhas e condições de tensão bastante baixas no nível de 135kV, com as tensões atingindo valores de 0.85pu, mais ou menos às 16h;

- por volta das 16h05min, o sistema de 135kV estava basicamente fora de serviço deixando a área de Cleveland-Akron sem energia;
- imediatamente após o blecaute, começou a se espalhar uma série de eventos em cascata associados com fluxos de potências inesperados e com oscilações de frequência e de tensão ao longo de todo o nordeste do sistema, produzindo, em um período em torno de 7 minutos, um blecaute na grande área, mais ou menos às 16h13min.

Levou um total de aproximadamente 72 horas para se restabelecer o serviço completamente, com um total de prejuízo estimado entre 7 e 10 bilhões de dólares.

Esse evento é um exemplo típico das instabilidades em grandes partes do sistema desencadeadas pela falta de suficientes margens de estabilidade de tensão e adequado suporte de potência reativa em uma área crítica muito específica. Em vista dos vários problemas com os operadores do sistema e ferramentas de operação e *hardware* de comunicação, relés de baixa tensão e mecanismos de proteção de bloqueio, LTCs poderiam manter intacta a maior parte do sistema que saiu de operação. Portanto uma das maiores recomendações da U.S. Canadá Join Task Force foi a implementação desses esquemas de proteção ao longo da parte nordeste.

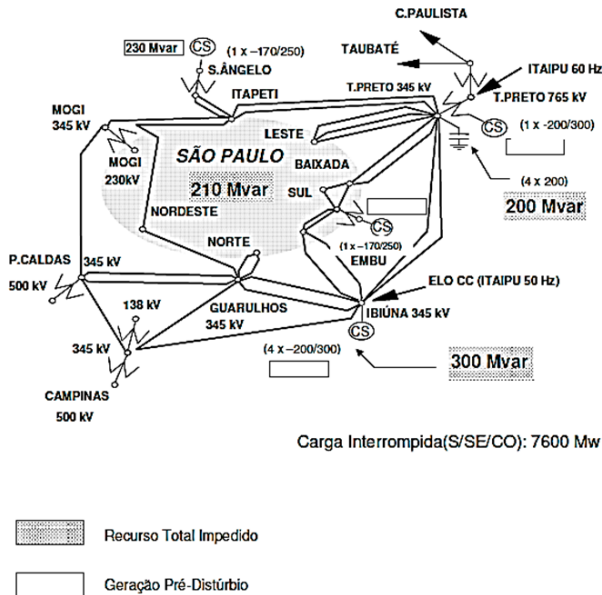
Ocorrências no Brasil

1. Ocorrência de abril de 1997

As ocorrências de instabilidade de tensão ocorridas em abril de 1997 mostram a dependência do sistema aos recursos de potência reativa e a necessidade premente de uma otimização de recursos e controle de tensão. Os fatos mais relevantes ocorreram em abril e novembro de 1997. No mês de abril, uma demanda recorde associada à manutenção de importantes equipamentos de controle de tensão (1 síncrono de Ibiúna, 1 banco de capacitores de 200 Mvar de Tijuco Preto e 208 Mvar em capacitores da ELETROPAULO), teve uma contribuição eficaz na ocorrência do colapso de tensão.

Somados a isso, a maneira como o sistema vem operando estressado e com carga de potência reativa fortemente influenciada pelas altas temperaturas nos principais centros de carga, desencadeou uma interrupção no suprimento da ordem de 7600 MW no sistema S/ SE/ CO, conforme relatado na Figura 6.13 a seguir.

Figura 6.14 – Perturbação 24 de abril de 1997



Fonte: elaborada pelos autores.

O sistema apresentava um quadro na tomada de rampa de carga (área SP), onde os níveis de tensão em alguns barramentos da área São Paulo e Minas Gerais estavam abaixo das faixas operativas, haja vista que todos os recursos disponíveis já tinham sido esgotados. Fatos que se seguiram, compensador síncrono de Ibiúna passou a operar em sobrecarga, desencadeando reduções acentuadas dos níveis de tensão, nas áreas SP, RJ e MG, considerando ainda o processo de crescimento da carga. Em seguida, ocorreu o desarme de um dos compensadores síncronos de Ibiúna, provocado pela atuação da proteção para sobreexcitação,

em virtude da subtensão apresentada. Tal situação agravou as condições de tensão, levando ao bloqueio dos polos 3 e 4 do elo CC, por atuação das respectivas proteções de mínima tensão DC. Esses desligamentos e mais outros sucessivos representaram a perda de cerca de 3000MW do suprimento de Itaipu 50Hz ao sistema S/ SE/ CO e de 900MVar de compensação de potência reativa, provocando degradação da tensão e frequência. O quadro seguinte foi de desligamentos de diversos equipamentos de controle de tensão, entre compensadores síncronos de Tijuco Preto (300MVar – FURNAS), perdas de algumas unidades geradoras, etc.

A situação reinante era de subfrequência e subtensão, onde as ações eram tomadas durante um período de carga ainda crescente, o que dificultou o pronto restabelecimento e normalização da operação do sistema. Entretanto, foram tomadas diversas medidas no sentido de se fazer cortes de carga, com o objetivo de recuperar a frequência, face ao déficit de geração ao qual o sistema estava submetido. O crescimento da carga ora em processo tornou todas as atuações insuficientes. O desligamento automático da termonuclear Angra I e do bipolo remanescente do elo CC com 2386MW encerrou a sequência de desligamentos, resultando em frequência da ordem de 58.10Hz e provocando atuação dos dois estágios do Esquema Regional de Alívio de Carga (ERAC).

Ocorrência de novembro de 1997

No dia 13 de novembro de 1997, a coincidência de temperaturas elevadas na região sudeste também provocou um rápido esgotamento dos recursos de potência reativa e um afundamento generalizado da tensão do sistema. O desligamento automático de uma linha de transmissão em 230kV com cerca de 160MW de fluxo provocou um colapso de tensão e rejeição de carga da ordem de 1210MW na Área Rio de Janeiro/Espírito Santo.

Utilidade do fluxo de potência continuado

Os métodos da continuação podem ser implementados com qualquer conjunto de equações de equilíbrio (ou de regime permanente) de um sistema de potência.

A matriz Jacobiana do fluxo de potência Newton-Raphson torna-se singular quando o limite de estabilidade de tensão é atingido. Consequentemente, os algoritmos convencionais de fluxo de potência apresentam problemas de convergência para condições de operação próximas ao limite de estabilidade de tensão. O fluxo de potência continuado resolve esse problema reformulando as equações do fluxo de potência de tal forma que o sistema de equações permanece bem-condicionado para todas as condições de carregamento possíveis. Isto permite a solução do fluxo de potência para pontos com equilíbrios estáveis e instáveis (pontos acima e abaixo das curvas P-V).

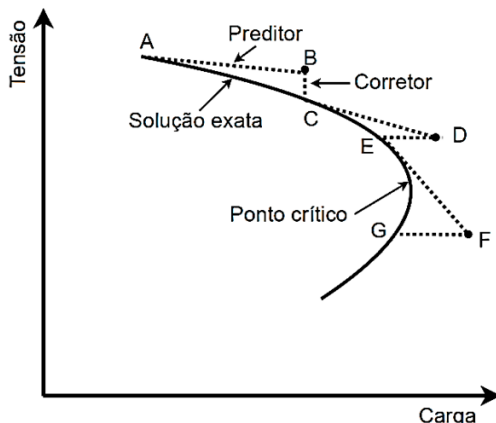
A ideia básica consiste na obtenção de sucessivas soluções do fluxo de potência, com o objetivo de traçar os perfis de tensão a partir de um caso base até o ponto máximo de carregamento. O processo iterativo deve ser inicializado cuidadosamente para assegurar que uma solução apropriada seja obtida. Uma inicialização inadequada poderá resultar em não convergência ou convergência para soluções não desejadas. Portanto, uma das características necessárias para o método seria a de possuir uma região de convergência tão ampla quanto possível, evitando-se assim a possibilidade de erros de convergência.

Princípio básico

A análise de fluxo de potência continuado usa um processo iterativo envolvendo os passos preditor e corretor, conforme mostrado na Figura 6.15. Dada uma condição inicial A obtida pelo fluxo de potências convencional, utiliza-se a técnica de previsão pelo vetor tangente para estimar a solução B. Seguidamente, o passo corretor determina a solução exata C, utilizando um método de fluxo de potências convencional, ligeiramente modificado, escolhendo como parâmetro de continuação o fator de carregamento λ . Se a nova potência estimada D for maior que a potência máxima na solução exata, o fator de carregamento λ como parâmetro de continuação faria com que o método divergisse. Assim, é necessário corrigir a solução que foi estimada D escolhendo para isso o módulo da tensão como parâmetro de continuação. Isso faz com que se encontre a solução exata E. Pode-se concluir, então, que, se

o parâmetro de continuação for o fator de carregamento λ , a correção será uma linha vertical no plano V-P (segmento BC). Por outro lado, se o módulo da tensão for escolhido como parâmetro de continuação, a correção será uma linha horizontal no plano V-P (segmento DE).

Figura 6.15 – Uma sequência de cálculos típicos em uma análise de fluxo de potência continuado



Fonte: elaborada pelos autores.

Formulação matemática

O método descrito neste capítulo é o da continuação, para o qual existem variações, sendo que a diferença entre elas está na forma de tratar a nova variável λ e em como contornar a singularidade da matriz Jacobiana. Entre os diversos métodos da continuação descritos na literatura na área de sistemas de potência, o mais amplamente utilizado consiste de quatro elementos básicos: um passo preditor, um controle de passo, um passo corretor e um procedimento de parametrização.

Esse método supera as dificuldades de obtenção de sucessivas soluções do fluxo de potência possibilitando, assim, o traçado completo do perfil de tensão a partir da variação automática do parâmetro λ . Tal processo era realizado com a variação manual de λ até a ocorrência da divergência. A proximidade do ponto de máximo carregamento, que

torna iminente a singularidade da matriz Jacobiana, deixa de ser uma preocupação no método aqui utilizado.

A estratégia desse método e sua aplicação às equações de fluxo de potência serão descritas a seguir, de forma detalhada.

Considerando-se que a carga varia igualmente por todo o sistema, mantendo o fator de potência constante, e que a variação da potência ativa das cargas não é assumida somente pela barra *slack*, mas por todas as barras de geração disponíveis, o conjunto das equações básicas do fluxo de potência é semelhante àquele de um fluxo de potência convencional, com a exceção da introdução do parâmetro λ (aumento de carga), podendo ser escrito como:

$$F(\theta, V) = \lambda K \quad (6.39)$$

onde λ é o parâmetro de carga; θ é vetor dos ângulos de tensão; e V é o vetor dos módulos de tensão; K é o vetor representando a mudança de carga percentual em cada barra.

O conjunto de equações não lineares anteriores é resolvido especificando um valor para λ tal que: $0 \leq \lambda \leq \lambda_{\text{crítico}}$

A Equação (6.39) pode ser reescrita como:

$$F(\theta, V, \lambda) = 0 \quad (6.40)$$

Reescrevendo a Equação (6.40), tem-se:

$$\lambda P^{esp} - P^{esp} - P(V, \theta) = 0, \text{ para barras PV e PQ} \quad (6.41)$$

$$\lambda Q^{esp} - Q^{esp} - Q(V, \theta) = 0, \text{ para barra PQ} \quad (6.42)$$

Onde $P^{esp} = P_G^{esp} - P_C^{esp}$ é a diferença entre as potências ativas geradas e consumidas nas barras de carga (PQ) e de geração (PV); e $Q^{esp} = \frac{Q_G^{esp}}{\lambda} - Q_C^{esp}$ é a diferença entre as potências reativas geradas e consumidas nas barras de carga (PQ).

O valor de λ igual a zero corresponde ao carregamento do caso base $(\theta_0, V_0, \lambda_0)$. Uma vez que todas as barras de geração disponíveis são responsáveis pela variação ativa das cargas, tem-se:

$$P_G^{esp} = \lambda P_G^{esp} + P_G^{esp} \quad (6.43)$$

Com relação à modelagem da carga (potência constante, corrente constante e impedância constante), adota-se a potência constante por resultar em pontos de máximo carregamento mais pessimistas, isto é, maiores possibilidades de ocorrência do colapso de tensão. Caso sejam necessárias, representações mais fiéis do modelo da carga podem ser utilizadas.

Após a introdução do parâmetro λ nas equações do fluxo de potência, o algoritmo da continuação tem como ponto de partida a solução do caso base ($\lambda_0 = 0$), calculado via fluxo de potência convencional. A etapa seguinte corresponde à predição da próxima solução, ou seja, a sua estimativa. A técnica de predição utilizada se refere ao método tangente. Nesse método, será dado um passo na direção do vetor tangente ao ponto correspondente à solução atual.

O cálculo desse vetor é mostrado a seguir:

Passo preditor

No passo preditor, uma aproximação linear é usada para estimar a solução seguinte, devido à mudança em uma das variáveis (isto é, θ, V ou λ).

Fazendo as derivadas de ambos os lados da Equação (6.2), com as variáveis de estado correspondendo às condições iniciais, teremos:

$$F_\theta d\theta + F_V dV + F_\lambda d\lambda = 0 \quad (6.44)$$

Ou

$$[F_\theta \quad F_V \quad F_\lambda] \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (6.45)$$

Entretanto, surge um problema quando se introduz o parâmetro λ . O sistema, antes representado por n equações e n incógnitas, está agora representado por n equações e $n+1$ incógnitas. Ou seja, de possível e determinado, o sistema passa a ser possível e indeterminado. Para superar esse obstáculo, é necessária mais uma equação. Dessa forma, teríamos um sistema com $n+1$ equações e $n+1$ incógnitas. Há, porém, uma segunda alternativa: definir qualquer uma das $n+1$ variáveis como parâmetro. O valor desse parâmetro pode ser especificado, e este, por fim, removido do sistema. Com isso, novamente ter-se-iam n equações e n incógnitas. O processo, indicado pela Equação 6.46, revela como se dá tal procedimento.

Com a introdução do parâmetro de continuação, que é um vetor com valores ± 1 , a Equação (6.45) é modificada como:

$$[t] = \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\lambda \end{bmatrix} \text{ e } t_k = \pm 1 \quad (6.46)$$

$$\begin{bmatrix} F_\theta & F_V & F_\lambda \\ & e_k & \end{bmatrix} \cdot [t] = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

onde e_k é um vetor linha com todos os elementos iguais a zero, com exceção do k -ésimo elemento, que é igual a 1, correspondendo ao parâmetro de continuação. Inicialmente $\lambda = 1$. Durante os próximos passos preditor, existem diversos procedimentos para a escolha da variável a ser empregada como parâmetro de continuação. Matematicamente, a variável “contemplada” será aquela que apresentar a maior taxa de variação próxima a uma solução dada (o sinal da sua inclinação determina o vetor tangente correspondente). Analisando-se em termos de sistemas de potência, λ como parâmetro de continuação é a melhor escolha quando o processo tem início a partir de um caso base, especialmente se o caso base é caracterizado por um carregamento leve. Sob tais circunstâncias, os ângulos e magnitudes das tensões sofrem alterações mínimas. Por outro lado, quando a solução se aproxima do ponto de máximo carregamento, ângulos e magnitudes de tensões passam a experimentar mudanças

significativas, isto é, um comportamento contrário do parâmetro de carregamento λ , que seria uma péssima escolha nesta situação.

Por essa razão, a escolha do parâmetro de continuação deve ser recalculada a cada passo do processo de acordo com a equação:

$$x_k: |t| = \max\{|t_1|, |t_2|, \dots, |t_m|\} \quad (6.48)$$

onde t é o vetor tangente com dimensão igual a $m = 2n_1 + n_2 + 1$ e k corresponde ao máximo componente do vetor tangente. Desse modo, nas equações da rede elétrica, ângulos de fase e magnitudes de tensão nas barras, assim como o próprio parâmetro de carregamento, podem se tornar parâmetros de continuação.

A justificativa de se ter o valor de um dos componentes do vetor tangente igual a $+1$ ou -1 reside no fato de que tal prática irá fornecer um sentido de variação na direção do k -ésimo componente do vetor tangente. Se a k -ésima variável sofrer um acréscimo, o valor a ser usado é $+1$; caso contrário, usa-se -1 .

Os valores para o próximo passo são calculados através da equação seguinte:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ V \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ V_0 \\ \lambda_0 \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\lambda \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

O valor de σ é escolhido de modo que uma solução de fluxo de potência convirja. Se, durante o passo corretor, uma solução de fluxo de carga não pode ser encontrada, então o valor de σ é reduzido e o passo corretor é repetido até uma solução de fluxo de carga ser encontrada.

Passo corretor

No passo corretor, o conjunto original de equações $F(\theta, V, \lambda) = 0$ é aumentado por uma equação, que especifica a variável de estado selecionada como parâmetro de continuação. Então, o novo conjunto de equação é:

$$\begin{bmatrix} F(\theta, V, \lambda) \\ x_k - \eta \end{bmatrix} = [0] \quad (6.50)$$

onde x_k é a variável de estado escolhida como parâmetro de continuação; η é o valor predito de x_k .

Esse conjunto de equações pode ser resolvido usando o fluxo de potência Newton-Raphson, ligeiramente modificado. A introdução da equação adicional especificando x_k torna a matriz Jacobiana singular, no ponto crítico de operação. A análise do fluxo de potência continuado pode prosseguir nas vizinhanças do ponto crítico e assim obter a solução correspondendo à parte mais baixa possível da curva P-V.

Finalizando o método da continuação, resta saber como verificar se o ponto de máximo carregamento foi ou não atingido. Tendo em mente que o ponto de máximo carregamento representa um ponto extremo de carregamento, onde um máximo é atingido e, em seguida, ocorre um decrescimento, basta verificar a componente do vetor tangente relacionada ao parâmetro de carregamento λ . Enquanto a carga sofre acréscimos, o sinal de $d\lambda$ é positivo. Após o cálculo do ponto máximo de carregamento, o valor da carga se torna decrescente, e o sinal de $d\lambda$ negativo. Essa alteração no sinal de $d\lambda$ revela que o ponto extremo foi ultrapassado. Uma simples análise identifica que $d\lambda$ é igual a zero exatamente no ponto de máximo carregamento.

A componente tangente de λ (isto é, $d\lambda$) é positiva para a parte mais baixa da curva P-V, é zero no ponto crítico e é negativa na vizinhança depois do ponto crítico. Assim, o sinal de $d\lambda$ irá indicar o ponto crítico de solução.

Se o parâmetro de continuação é o aumento de carga, o corretor será uma linha vertical (por exemplo, linha BC na Figura 6.15). Por outro lado, se o módulo de tensão for o parâmetro de continuação, o corretor será uma linha horizontal (por exemplo, linha DE).

Seleção do parâmetro de continuação

A seleção do parâmetro de continuação é particularmente importante para o passo corretor. Uma escolha malfeita pode levar o fluxo de potência para divergência. Por exemplo, se o parâmetro de continuação for o aumento de carga e este for escolhido, de tal modo, que exceda a máxima carga na barra, o fluxo de potência pode divergir. Se o módulo de tensão for escolhido como parâmetro de continuação, de tal maneira, que uma variação grande de tensão seja adicionada ao módulo de tensão anterior o fluxo de potência pode divergir.

Uma boa prática é escolher o parâmetro de continuação como a variável de estado que tem a maior taxa de variação próxima da solução dada.

Os elementos $d\lambda$ em um dado vetor tangente são úteis para identificar barras fracas, isto é, barras onde a variação de carga provoca grandes variações nos módulos de tensões dessas barras.

Uso complementar dos métodos convencional e continuado

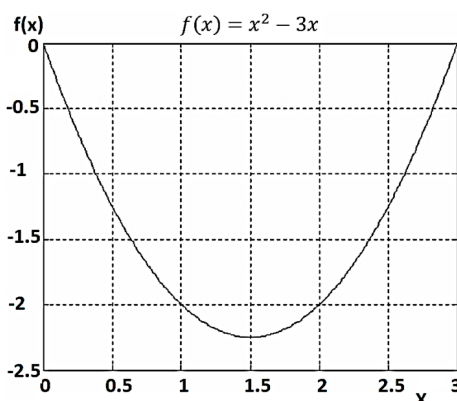
A análise do fluxo de potência continuado é robusta e flexível. Ela é utilizada preferencialmente, para resolver problemas de fluxo de potência com dificuldades de convergência. No entanto, o método é vagaroso e consome bastante tempo computacional. Então, a melhor maneira para obter a solução de fluxo de potência é usar o fluxo convencional (Newton-Raphson ou desacoplado rápido) com sucessivos aumentos de carga, até a solução não poder ser obtida. Partindo deste ponto, o fluxo de carga continuado é usado para encontrar a solução desejada.

Exemplo 6.1

O método da continuação será aplicado, com detalhes, a uma simples equação quadrática. Considere a equação: $f(x) = x^2 - 3x$

A parábola mostrada a seguir revela os pontos da curva correspondentes à sua extremidade. Logo, o valor de x para o ponto extremo é igual a 1,5.

Figura 6.16 – Extremidade da parábola que representa $f(x)$



Com a introdução de um parâmetro, a equação em questão resulta em:

$$x^2 - 3x - f(x) = 0 \therefore f(x, \lambda) = x^2 - 3x + \lambda = 0 \quad (6.51)$$

onde os valores assumidos por λ ($\lambda = -f(x)$) são os valores negativos dos assumidos pela função $f(x)$. Então, fazendo-se variar o parâmetro λ , os valores para a variável x alteram-se automaticamente.

O primeiro passo na aplicação do método da continuação é calcular o vetor tangente a uma solução que corresponda ao ponto de partida. Para isso, λ é igualado a zero ($f(x) = 0$), fazendo com que x assumira um valor igual a 3.

Cálculo do vetor tangente:

$$\begin{aligned} df(x, \lambda) &= f_x dx + f_\lambda d\lambda = 0 \\ df(x, \lambda) &= (2x - 3)dx + d\lambda \end{aligned} \quad (6.52)$$

Escolhendo λ como parâmetro de continuação ($k = 2$), a matriz Jacobiana pode ser construída de acordo com a Equação 6.20 (lembrando que a solução inicial é: $(x_0, \lambda_0) = (3, 0)$).

$$\begin{bmatrix} 2x_0 - 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

Como o parâmetro de continuação inicial é uma escolha aleatória, assim também é a variação dada em sua direção. Por isso, o valor +1 (variação positiva) é atribuído a $d\lambda$. Resolvendo o sistema matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} dx \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

De imediato, é possível determinar qual será o próximo parâmetro de continuação, que seguirá sendo λ , uma vez que o componente de maior variação do vetor tangente é $d\lambda = 1$; $k = 2$.

Cálculo da solução predita:

$$\begin{bmatrix} x_1^* \\ \lambda_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ \lambda_0 \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} dx \\ d\lambda \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

Onde o tamanho do passo a ser dado será definido como $\sigma = 0.5$. Logo, como resultado do passo dado na direção do vetor tangente, tem-se: $(x_1^*, \lambda_1^*) = (2,8333; 0,5)$.

Correção da solução predita (via método de Newton):

$$g(X) = -J(X)\Delta X \therefore \Delta X = -J^{-1}(X)g(X) \quad (6.56)$$

Onde

$$X = \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}, g(X) = \begin{bmatrix} f(x, \lambda) \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } \Delta X = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \quad (6.57)$$

Então,

$$\begin{bmatrix} f(x_1^*, \lambda_1^*) \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2x_1^* - 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \quad (6.58)$$

$$\begin{bmatrix} 0,0277768 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2,6666 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \therefore \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0104165 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.59)$$

Esse processo é repetido até que a solução procurada esteja dentro da faixa de convergência, ou seja, $\max\{\Delta x, \Delta \lambda\} < \varepsilon$; ($\varepsilon = 0.0001$, por exemplo). Como isto não ocorreu, o processo continua.

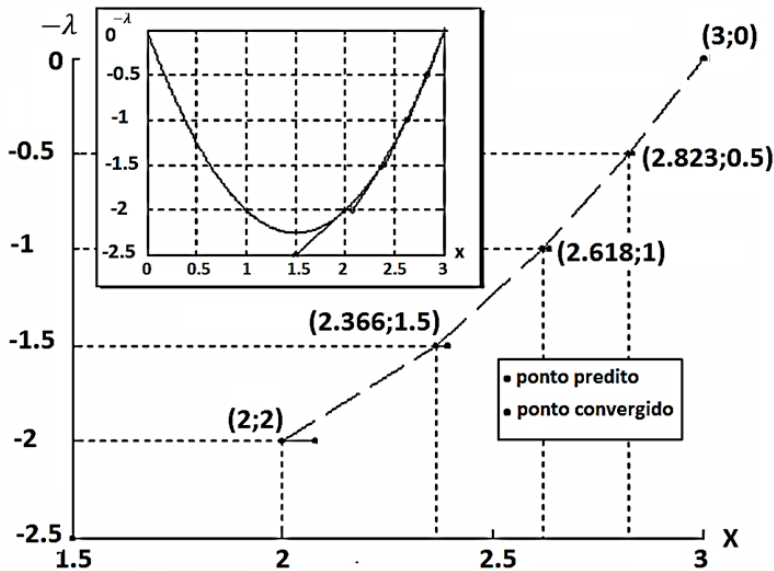
$$\begin{aligned} x_{1\text{nov}}^* &= x_1^* + \Delta x = 2,8229164 \\ \lambda_{1\text{nov}}^* &= \lambda_1^* + \Delta \lambda = 0,5 \end{aligned} \quad (6.60)$$

No momento em que a solução se encontra dentro da faixa de convergência, o processo de correção é interrompido.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f(x_{1\text{nov}}^*, \lambda_{1\text{nov}}^*) \\ 0 \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} 2x_{1\text{nov}}^* - 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,0001078 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= - \begin{bmatrix} 2,6458328 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \therefore \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,000040743 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.61)$$

Após o primeiro passo do método da continuação, obtém-se como solução: $(x_1, \lambda_1) = (2,8228757; 0,5)$. A partir desse ponto, um novo vetor tangente será calculado, e o processo seguirá até o seu final, onde o ponto extremo identificado terá como coordenadas: $x = 1.5$ e $\lambda = 2.25$, exatamente as mesmas coordenadas observadas na Figura 6.17.

Figura 6.17 – Método da continuação parametrizado por λ



Fonte: elaborada pelos autores.

A Figura 6.17 ilustra o processo da continuação e revela a importância da técnica de parametrização local.

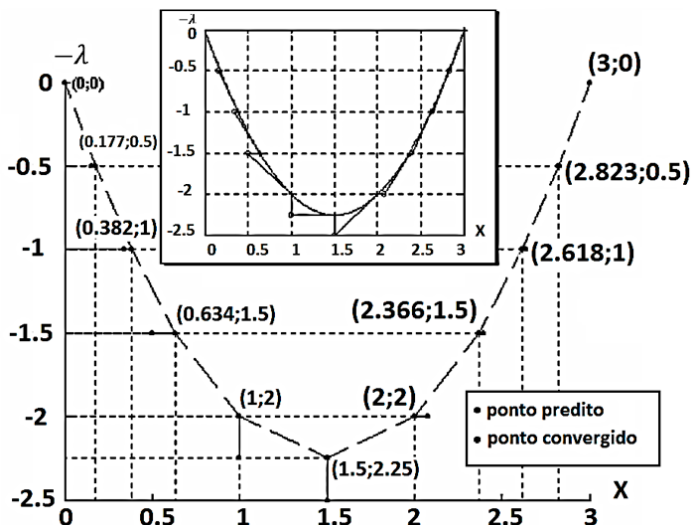
É interessante notar que o passo dado na direção do vetor tangente, calculado a partir do ponto de coordenadas $(2; 2)$, prevê uma solução cujas coordenadas são $(1,5; 2,5)$. Sendo λ o parâmetro de continuação, o processo divergirá em qualquer direção que a solução caminhe. Isto se deve à singularidade da matriz Jacobiana aumentada ($\det(J_{\text{aumentada}}) = 0$) no ponto extremo.

Com o emprego da parametrização local, a divergência será evitada. Comparando-se, por exemplo, as matrizes Jacobianas aumentadas para os dois possíveis parâmetros de continuação:

$$J_{aumentada} = \begin{bmatrix} 2x - 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{x=1.5} \Rightarrow \det(J_{aumentado}) = 0$$

$$\lambda_{aumentada} = \begin{bmatrix} 2x - 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{x=1.5} \Rightarrow \det(J_{aumentado}) \neq 0 \quad (6.62)$$

Observa-se que, adotando λ como parâmetro, a matriz Jacobiana aumentada é singular no ponto extremo da curva e impossibilita a determinação exata deste nos cálculos utilizados pelo método da continuação. Logo, com a escolha de x para parâmetro de continuação na extremidade da curva, obtém-se:



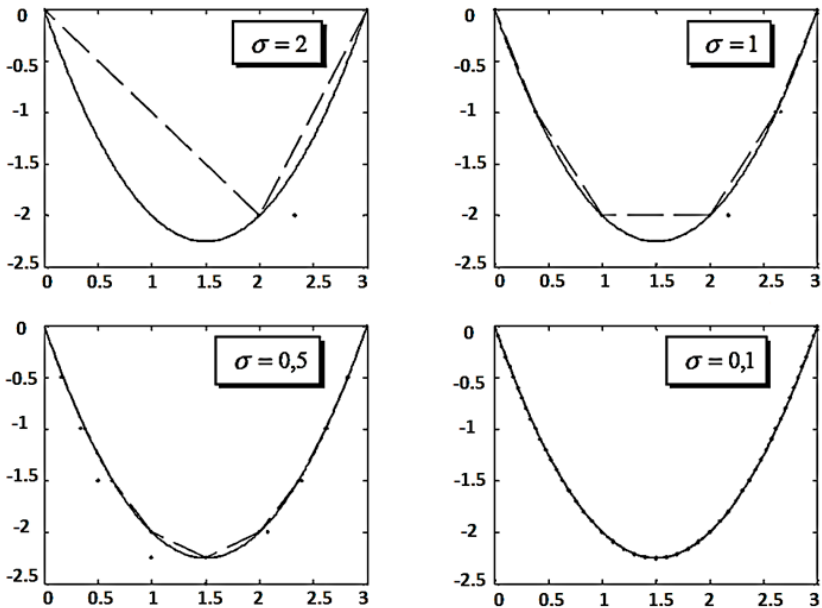
Fonte: elaborada pelos autores.

Os pontos de coordenadas $(1.5; 2.25)$ e $(1; 2)$ foram corrigidos considerando x como parâmetro de continuação. Nota-se que, entre o ponto predito e o ponto convergido, o valor da variável x não sofre alteração. Esta é a consequência direta do emprego da técnica de parametrização, em especial, a parametrização local.

À medida que a curva é traçada, as soluções serão sempre únicas enquanto a matriz Jacobiana for não singular.

A Figura 6.19 mostra que, apesar de diferentes tamanhos de passos, as soluções finais sempre permanecerão sobre a trajetória de soluções.

Figura 6.19 – Trajetória de soluções para diferentes tamanhos de passos



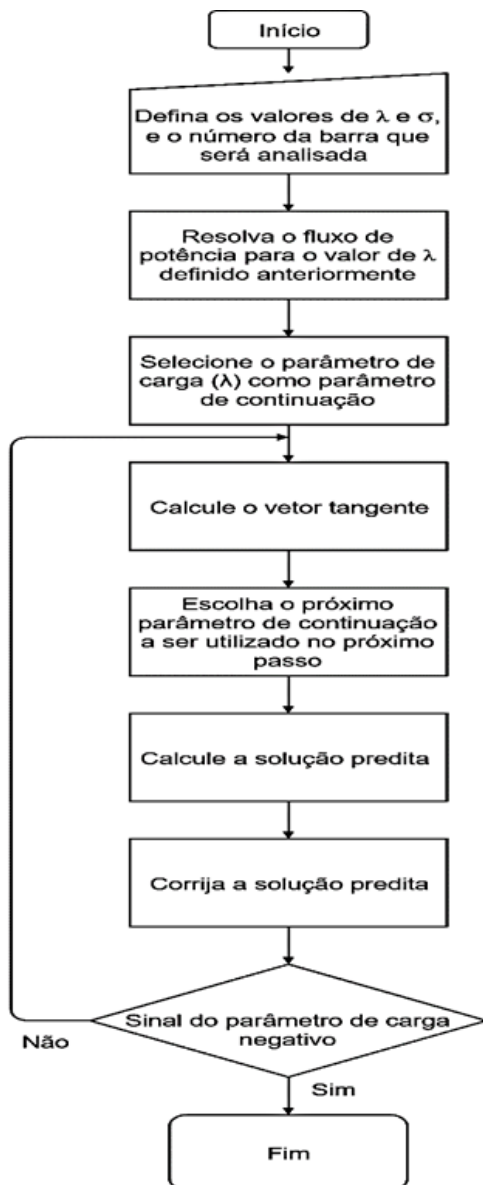
Fonte: elaborada pelos autores.

Fluxograma do método da continuação aplicado ao problema de fluxo de potência

O método da continuação aplicado ao problema de fluxo de potência é representado pelo fluxograma da Figura 6.20.

Os valores definidos para λ e σ representam, respectivamente, o carregamento inicial do sistema em avaliação e o tamanho do passo a ser dado na direção do vetor tangente.

Figura 6.20 – Método da continuação aplicado ao problema de fluxo de potência



Fonte: elaborada pelos autores.

Por ser um valor empírico, a eficiência do processo depende de uma boa escolha de σ , uma vez que seu valor é dependente do sistema. Para obter-se um bom desempenho global, o tamanho do passo deveria se adaptar às condições reais de convergência, que, por sua vez, estará relacionada com o algoritmo em uso. Existem formas de obter-se um controle do tamanho do passo, entre elas, um método simples baseado no número de iterações do passo corretor. Enquanto esse número for pequeno, têm-se condições de carga leve ou normal, e o tamanho para o próximo passo poderá ser maior. Seja um número grande de iterações, o sistema se encontrará estressado, e o tamanho do passo deverá ser menor. Tal método encontra uma dificuldade quando ocorre a atuação de diversos limites, dessa forma, constata-se um aumento no número de iterações.

Outro método de controle de passo, possível, é baseado no vetor tangente normalizado. O tamanho do passo é definido como:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{\|t\|} \quad (6.63)$$

Onde $\|t\|$ é a norma Euclidiana do vetor tangente, e σ_0 é um escalar pré-definido.

Com o aumento do carregamento do sistema, a magnitude do vetor tangente aumenta, e σ diminui. Entretanto, a eficiência do processo continua dependente de uma boa escolha para σ_0 . É de fundamental importância, para a independência do processo, encontrar um valor ótimo para σ_0 .

Técnica de controle do tamanho do passo

Como mencionado no item 6.4, a eficiência do processo da continuação depende de uma boa escolha de σ , uma vez que seu valor é dependente do sistema. Como a literatura disponível não apresenta estudos sobre o tamanho do passo, começou-se a estudar uma forma de abandonar este valor empírico para σ . Conseqüentemente, propôs-se uma técnica baseada no vetor tangente normalizado.

Dessa forma, o novo tamanho do passo é definido como:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0}{\|t_1\|} \quad (6.64)$$

Onde $\|t_1\|$ é a norma Euclidiana do vetor tangente. Com a proximidade do ponto de máximo carregamento, a magnitude do vetor tangente aumenta, e σ_1 diminui.

A utilização desse novo passo acarreta algumas modificações no algoritmo correspondente ao método da continuação; isto, porém, não afeta sua estrutura original. Assim como descrito no item 6.4, alguns artifícios foram desenvolvidos com o intuito de se fazer um controle eficaz do tamanho do passo e garantir um bom desempenho durante todo o processo. Esses artifícios são, em sua maioria, aplicados próximos ao ponto de máximo carregamento. São eles:

Valor máximo para o passo (artifício 1)

À primeira vista, parece correto afirmar que a magnitude do vetor tangente sempre aumentará na medida em que o método caminhar rumo ao ponto de máximo carregamento. Entretanto, essa afirmativa não é verdadeira, uma vez que o parâmetro de continuação é representado por diferentes variáveis durante todo o processo. Assim, quando λ deixa de ser o parâmetro de continuação para dar lugar a alguma outra variável, a magnitude do vetor tangente pode sofrer um decréscimo. Ou seja, a magnitude do vetor tangente também depende do parâmetro de continuação.

Para evitar um aumento no valor de σ_1 , mesmo com a aproximação do ponto de máximo carregamento, o valor do passo anterior deve ser fixado como limite máximo para o passo subsequente.

Solução de baixa tensão (artifício 2)

Caso um ponto convergido se encontre sobre a porção inferior da curva PV correspondente à barra em estudo, σ_1 se tornará negativo. Isto é, o cálculo da margem de carregamento não será afetado mesmo com a obtenção de soluções de baixa tensão.

Ponto estimado divergente (artifício 3)

Outra situação que merece destaque é a que se refere a um ponto estimado, localizado fora da sua região de convergência. Quando isto ocorrer, a próxima variável que apresentar a maior taxa de variação próxima àquela solução dada representará o novo parâmetro de continuação, indicando que o processo já estará próximo do ponto de máximo carregamento.

A partir de então, é atribuído a σ_1 um valor fixo igual a 0,1 (caso a solução seja de baixa tensão, o valor de σ_1 será igual a -0,1). A explicação da atribuição desse valor ao passo se dá na forte relação existente entre divergência e proximidade do ponto de máximo carregamento quando se emprega essa nova técnica para o controle do tamanho do passo.

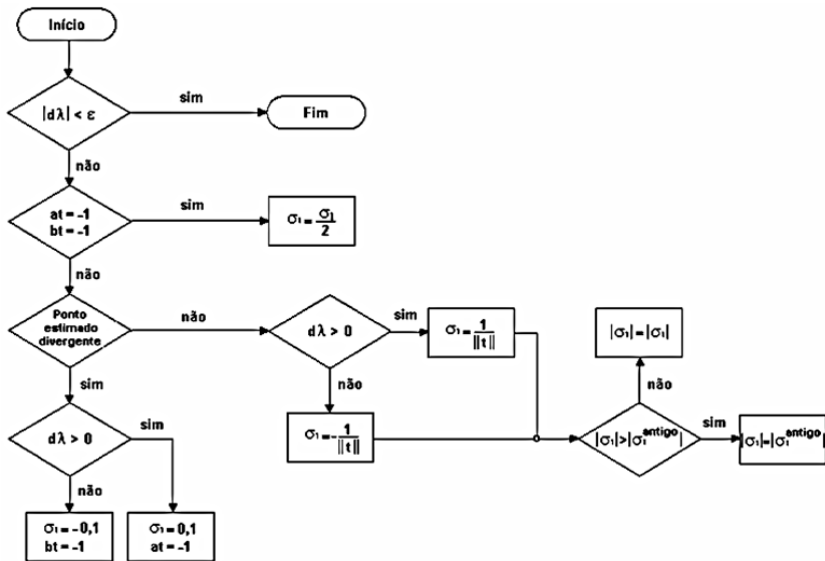
Amortecimento (artifício 4)

Em alguns casos, após σ_1 ter assumido um valor fixo igual a $\pm 0,1$, soluções de alta e baixa tensão podem ser determinadas sucessivamente. Esses *loops* em torno do ponto de máximo carregamento podem interferir no desempenho do processo. Para manter a eficácia do controle do tamanho do passo, σ_1 é reduzido à metade ($\sigma_1 = \pm 0,05$) no instante em que o sinal de $d\lambda$ sofre uma variação (positivo \rightarrow negativo ou negativo \rightarrow positivo). Dessa maneira, há um amortecimento dos *loops*, o que permite um cálculo rigoroso do ponto de máximo carregamento.

Uma vez observadas todas as circunstâncias descritas anteriormente, resta saber como verificar se o ponto de máximo carregamento foi ou não atingido. Sabendo que o ponto de máximo carregamento representa um ponto extremo de carregamento e que $d\lambda$ é igual a zero exatamente no ponto de máximo carregamento, basta verificar se o valor absoluto de $d\lambda$ é menor que uma tolerância ϵ pré-especificada como, por exemplo, $\epsilon = 0,1$.

A seguir, apresenta-se um fluxograma da técnica para o controle do tamanho do passo.

Figura 6.21 – Controle do tamanho do passo



Fonte: elaborada pelos autores.

A partir do instante em que houve um ponto estimado divergente, o valor -1 pode ser atribuído a at ou a bt . Seus valores iniciais são iguais a 0 . Caso ambos, at e bt , assumam o valor igual a -1 no decorrer do processo, o passo deve ser reduzido à metade para evitar *loops* em torno do ponto de máximo carregamento.

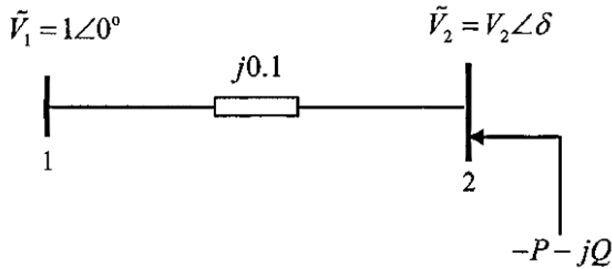
Uma característica dessa técnica de controle do tamanho do passo é que, na grande maioria dos casos, ela não depende do ponto de partida. Com isto, é possível determinar o ponto de máximo carregamento, a partir dos mais diversos carregamentos iniciais sem nenhuma interferência do usuário.

Exemplo 6.2

Sistema de duas barras

Considere o sistema de potência de duas barras mostrado na Figura 6.22.

Figura 6.22 – Sistema com duas barras



Fonte: elaborada pelos autores.

Suponha que:

- a tensão na barra do gerador é: $\vec{V}_1 = 1 \angle 0$
- a tensão na barra de carga é: $\vec{V}_2 = V_2 \angle \delta$
- a carga é: $P + jQ$, assim a potência injetada é: $-P - jQ$
- o fator de potência da carga é constante.

As equações do fluxo de potência para a barra 2 podem ser formuladas como:

$$(-P - jQ)^* = V_2 \angle -\delta \cdot (Y_{21} V_1 \angle \theta_{21} + Y_{22} V_2 \angle \delta)$$

Introduzindo os parâmetros λ e κ , pode-se representar o crescimento de carga na barra 2 como segue:

$$P = P_0(1 + \lambda\kappa)$$

$$Q = Q_0(1 + \lambda\kappa)$$

Onde $Q_0 = P_0 \cdot \text{tg}\varphi$ e φ é o ângulo do fator de potência constante na barra 2. Então as duas equações de resíduos (*mismatches*) de potência ativa e reativa são:

$$0 = P_0(1 + \lambda\kappa) + Y_{21} V_2 \cos(\theta_{21} - \delta) + Y_{22} V_2^2 \cos \theta_{22} = f_1(\delta, V_2, \lambda)$$

$$0 = Q_0(1 + \lambda\kappa) + Y_{21} V_2 \text{sen}(\theta_{21} - \delta) + Y_{22} V_2^2 \text{sen} \theta_{22} = f_2(\delta, V_2, \lambda)$$

A matriz Jacobiana é formada como:

$$J_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \delta} & \frac{\partial f_1}{\partial V_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \delta} & \frac{\partial f_2}{\partial V_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{21}V_2 \text{sen}(\theta_{21} - \delta) & Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta) + 2Y_{21}V_2 \cos \theta_{22} \\ Y_{21}V_2 \cos(\theta_{21} - \delta) & -Y_{21} \text{sen}(\theta_{21} - \delta) - 2Y_{21}V_2 \text{sen} \theta_{22} \end{bmatrix}$$

Os valores numéricos dos parâmetros do sistema são:

$$K = 1.0 \quad P_0 = 0.1, \quad \cos \phi = 1.0, \quad Y_{12} = Y_{22} = 10 \quad \theta_{12} = 90^\circ, \quad \text{e} \quad \theta_{22} = -90^\circ$$

Especificação dos valores iniciais:

$$V_2 = 1.004 \quad \delta = 0.075^\circ = 0.013 \text{rd} \quad \lambda = 0$$

O vetor tangente pode ser calculado usando a matriz Jacobiana aumentada:

$$J_{\text{aumentada}} = \begin{bmatrix} J_0 & \frac{\partial f}{\partial \lambda} \\ e_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \delta} & \frac{\partial f_1}{\partial V_2} & P_0 K \\ \frac{\partial f_2}{\partial \delta} & \frac{\partial f_2}{\partial V_2} & Q_0 K \\ e_k \end{bmatrix}$$

onde e_k é um vetor com todos os elementos nulos com exceção do k -ésimo, que é igual a 1, é escolhido de acordo com a dimensão da matriz Jacobiana.

Neste caso, a matriz Jacobiana aumentada é igual a:

$$J_{\text{aumentada}} = \begin{bmatrix} 10.0392 & 0.13 & 0.1 \\ 0.1305 & 10.0808 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cálculo do vetor tangente:

$$t = [d\delta \quad dV_2 \quad d\lambda]^T \quad (6.65)$$

Durante o processo de previsão:

$$J_{\text{aumentado}} t = [0 \ 0 \ 1]^T \Rightarrow t = \begin{bmatrix} 10.0392 & 0.13 & 0.1 \\ 0.1305 & 10.0808 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.01 \\ 0.0001 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.66)$$

Usando a Equação (6.67) calcula-se a solução do processo de previsão:

$$\begin{bmatrix} \delta^{k+1} \\ V_2^{k+1} \\ \lambda^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^k \\ V_2^k \\ \lambda^k \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} d\delta^k \\ dV_2^k \\ d\lambda^k \end{bmatrix} \quad (6.67)$$

Onde σ é o passo, que inicialmente é igual a 0.3. logo:

$$\begin{bmatrix} \delta^1 \\ V_2^1 \\ \lambda^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^0 \\ V_2^0 \\ \lambda^0 \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} d\delta^0 \\ dV_2^0 \\ d\lambda^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.013 \\ 1.004 \\ 0 \end{bmatrix} + 0.3 \begin{bmatrix} -0.01 \\ 0.0001 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 1.004 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

Agora, que a solução do processo de previsão foi encontrada, pode-se usá-la como o início do processo de correção. O passo corretor, aplicando o método de Newton, é como a seguir:

$$\begin{bmatrix} \delta^{k+1} \\ V_2^{k+1} \\ \lambda^{k+1} \end{bmatrix} = -J_{\text{aumentada}}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ 0 \end{bmatrix}$$

Os valores numéricos dos parâmetros do sistema agora são:

$$K = 1.0 \quad P_0 = 0.1 \quad \cos \phi = 1.0 \quad Y_{12} = Y_{22} = 10 \quad \theta_{12} = 90^\circ \quad \theta_{22} = -90^\circ \\ V_2 = 1.004 \quad \delta = 0.01 \text{rd} \quad \lambda = 0.3$$

Os valores dos resíduos de potências são dados por:

$$\Delta P = P_0(1 + \lambda K) + Y_{21} V_2 \cos(\theta_{21} - \delta) + Y_{22} V_2^2 \cos \theta_{22}$$

$$\Delta P = 0.1(1 + 0.3 * 1) + 10 * 1.004 \cos(\pi/2 - 0.01) + 0 = 0.2304 \text{pu}$$

$$\Delta Q = Q_0(1 + \lambda K) - Y_{21} V_2 \sin(\theta_{21} - \delta) - Y_{22} V_2^2 \sin \theta_{22}$$

$$\Delta Q = 0 - 10 * 1.004 \sin(\pi/2 - 0.01) + 10 * 1.004^2 = 0.0407 \text{pu}$$

A solução correta é dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta^{k+1} \\ \Delta V_2^{k+1} \\ \Delta\lambda^{k+1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 10.0392 & 0.13 & 0.11 \\ 0.1305 & 10.0808 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.2304 \\ 0.0407 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0229 \\ -0.0037 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta^{k+1} \\ V_2^{k+1} \\ \lambda^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 1.004 \\ 0.3 \end{bmatrix} + 0.3 \begin{bmatrix} -0.0229 \\ -0.0037 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0031 \\ 1.0029 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Em seguida, é feito o cálculo dos resíduos de potência, novamente e assim sucessivamente.

Os valores das nove primeiras iterações são:

Iteração	ΔP (pu)	ΔQ (pu)	V_2 (pu)	θ_2 (rd)
1	0.2304	0.0407	1.0029	0.0031
2	0.1614	0.0289	1.0021	-0.0017
3	0.1131	0.0209	1.0015	-0.0051
4	0.0794	0.0152	1.0011	-0.0074
5	0.0557	0.0111	1.0008	-0.0091
6	0.0391	0.0081	1.0005	-0.0102
7	0.0275	0.0060	1.0004	-0.0111
8	0.0193	0.0044	1.0003	-0.0116
9	0.0136	0.0032	1.0002	-0.0120

Se considerarmos uma tolerância para os resíduos de potência ativa e reativa iguais a 0.00001pu, o total de iterações para convergência será de 29, com os valores finais sendo iguais a:

$$V_2 = 0.9999pu \text{ e } \theta_2 = -0.7449\text{graus com } \lambda = 0.3.$$

ANAREDE e o programa de fluxo de potência continuado

O Programa de Fluxo de Potência Continuado processa sequencialmente vários casos de fluxo de potência, aumentando a carga de um conjunto de barras de acordo com uma direção especificada através do

Código de Execução *DINC*. Esse programa é utilizado para a determinação das margens de estabilidade de tensão e para a análise da variação do perfil de tensão frente ao crescimento da demanda do sistema. Curvas $P \times V$ podem ser obtidas para diferentes cenários de crescimento de carga e geração. As tradicionais curvas $Q \times V$, para barras especificadas, podem também ser automaticamente obtidas.

As grandezas a serem monitoradas, durante o incremento automático de carga, são os níveis de tensão em barramentos e a potência ativa e reativa das máquinas síncronas especificadas através do Código de Execução *DMET*.

Para cada incremento na carga, o balanço de potência do sistema é restabelecido entre os geradores de acordo com os respectivos fatores de participação e limites de potência ativa. Essa redistribuição de potência pode ser efetuada entre os geradores da área onde ocorreu o desbalanço (opção *BPAR*) ou entre todos os geradores do sistema (opção *BPSI*), dependendo da simulação requerida (i.e., controle de intercâmbio entre áreas ou resposta inercial dos geradores).

As cargas que variam com a magnitude da tensão da barra, caso existam, são sempre modeladas na solução dos casos de fluxo de potência.

Algoritmo do fluxo de potência continuado

O algoritmo utilizado neste programa representa uma automação do procedimento, comumente utilizado pelos engenheiros, de aplicar sucessivos incrementos de carga (*load level*) de forma a visualizar a trajetória do sistema ou a facilitar a convergência do programa de fluxo de potência.

O programa de fluxo de potência continuado aplica sucessivos incrementos na carga nas barras ou áreas do sistema, especificadas através do Código de Execução *DINC*, resolvendo, para cada patamar de carregamento, o problema de fluxo de potência. O programa possui a seguinte lógica: se, para um determinado patamar de carga, o programa de fluxo de potência não convergir ou divergir, o último caso convergido é restabelecido (correspondendo a um nível de carga

menor) e um novo incremento de carga, menor do que aquele utilizado até então, é aplicado.

O programa possui 4 critérios de parada:

- quando o número máximo de problemas de fluxo de potência resolvidos é atingido. Esse número é especificado pela constante *ICIT*;
- quando o máximo incremento de carga, especificado pelo Código de Execução *DINC*, é atingido;
- quando o incremento de carga a ser aplicado em uma barra do sistema é menor do que o especificado pela constante *ICMN*;
- quando o programa de fluxo de potência deixar de encontrar solução, consecutivamente, mais vezes do que especificado na constante *DMAX*.

Quando os dois últimos critérios são atendidos, normalmente, significa que o sistema atingiu o seu ponto de máximo carregamento naquela direção especificada.

Durante a execução do programa, e se a Opção de Execução *IMPR* for ativada, um relatório com um sumário de cada caso de fluxo de potência executado é apresentado. Além disso, alguns arquivos são automaticamente criados:

- arquivo *RELAT.OUT*: contém, para cada caso de fluxo de potência convergido, o relatório das 10 primeiras barras que sofreram o maior desvio de tensão em relação ao caso anterior;
- arquivo *QLIM.OUT*: para os casos com a Opção *QLIM* ativada, este arquivo contém o relatório com as gerações de potência reativa dos geradores (ou compensadores síncronos) ordenadas em ordem decrescente do seu carregamento em relação à sua capacidade nominal;
- arquivo *PV.PLT*: contém os pontos das curvas $P \times V$ das barras monitoradas. Essas curvas podem ser visualizadas graficamente através do Programa Plot CEPEL, distribuído junto com o Programa ANAREDE;
- arquivos *CONT_xx.DAT*: m;
- arquivo *VTAN.OUT*: cria o vetor tangente. É criado se a opção *PARM* estiver ativa.

É importante observar que os controles disponíveis para o Programa de Fluxo de Potência também podem ser empregados no Programa de Fluxo de Potência Continuado.

Dados de entrada

Os dados básicos para a execução do Programa de Fluxo de Potência Continuado são a direção do incremento de carga, definida através do Código de Execução *DINC*, e as barras que têm a tensão permanentemente monitoradas durante o processo de incremento de carga, e que são especificadas através do Código de Execução *DMET*.

Códigos de Execução

O controle de execução do programa é efetuado por meio de Códigos de Execução e de Opções de Controle de Execução. De acordo com esses códigos e as opções associadas, são selecionadas as funções do programa. A descrição detalhada das opções disponíveis encontra-se na seção “Opções de Controle de Execução”. Os Códigos de Controle de Execução implementados nesta versão são:

Código Descrição

EXIC Execução do Programa de Fluxo de Potência Continuado.

Ao final da execução deste código, o programa grava automaticamente um arquivo denominado *PV.PLT*, que é utilizado pelo Programa Plot.

Opção *PARM* – Utilizada com o Código de Execução *EXIC*, ativa o fluxo de potência continuado parametrizado, que permite a possibilidade de obtenção da parte instável da curva P_xV , ou também chamada de parte inferior.

Opção *PVQV* – Quando utilizada com Código de Execução *EXIC*, o programa gera automaticamente, ao final da execução do fluxo de potência continuado, as curvas V_xQ das 10 barras com maior variação de tensão do sistema.

EXQV Execução de Determinação das Curvas $Q \times V$ de barras do sistema.

ICIT Número máximo de soluções de fluxo de potência a serem calculadas durante a execução do problema de fluxo de potência continuado → 50.

FDIV Fator de redução do incremento automático de carga quando o problema de fluxo de potência não apresenta solução durante a execução do programa de fluxo de potência continuado → 2.0

DMAX Número máximo de vezes consecutivas que o fator de divisão *FDIV* pode ser aplicado. Utilizado como um critério de parada do problema de fluxo de potência continuado → 5

ICMN Valor mínimo do incremento automático de carga. Utilizado como um critério de parada do método de fluxo de potência continuado. Se a opção *PARM* estiver ativada, este parâmetro determina o valor do passo a partir do qual o fluxo de potência continuado passa a ser parametrizado → 0.05 %

VART Variação de tensão, em relação ao caso base, a partir da qual uma barra passa a ser automaticamente monitorada no problema de fluxo de potência continuado → 5.0 %

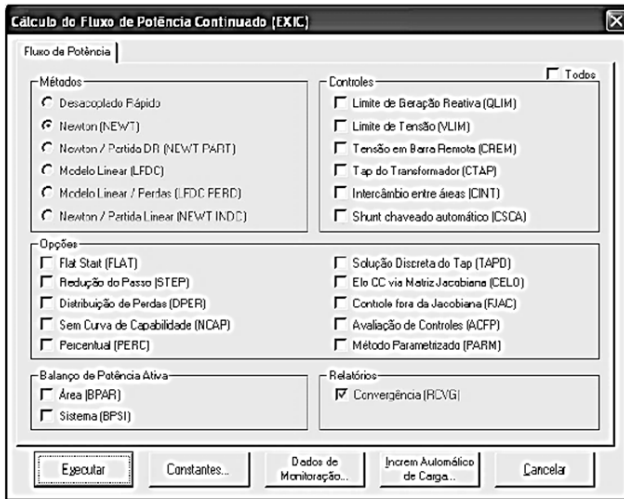
APAS Determina o ponto a partir do qual o tamanho do passo do fluxo de potência continuado parametrizado será acelerado. (% do carregamento máximo) → 90 %

CPAR Especifica o ponto de parada do fluxo de potência continuado parametrizado (% do carregamento máximo) → 70 %.

Modo Gráfico – Fluxo de potência continuado

Permite a seleção de opções e a execução do algoritmo de solução do problema de Fluxo de Potência Continuado. Os botões Constantes, Dados de Monitoração e Incremento Automático de Carga dão acesso a diálogos de dados relacionados com o Fluxo de Potência Continuado. Uma vez selecionadas as opções de execução desejadas e definidos os dados de incremento de carga, pressiona-se o botão Executar, e a solução do problema é ativada. Para uma descrição das Opções de Execução envolvidas na execução do Fluxo de Potência Continuado, consulte a seção referente ao Código de Execução *EXIC*.

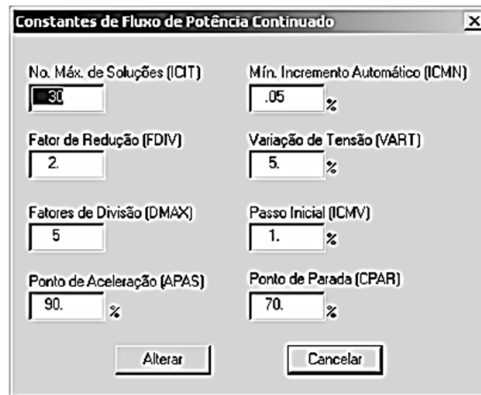
Figura 6.23 – Diálogo de execução de fluxo de potência continuado



Fonte: elaborada pelos autores.

Permite o acesso às constantes relacionadas especificamente com o algoritmo de fluxo de potência continuado.

Figura 6.24 – Diálogo de dados de constantes de fluxo de potência continuado



Fonte: elaborada pelos autores.

Incremento automático de carga

A opção Incremento Automático de Carga dá acesso a uma janela de dados através da qual o Usuário pode fornecer os dados de incremento automático que serão utilizados pelo algoritmo de fluxo de potência continuado. Para uma descrição dos campos da janela de dados de incremento automático de carga, consulte os campos de mesmo nome do Código de Execução *DINC*.

Figura 6.25 – Diálogo de Seleção de Dados de Incremento Automático de Carga

The dialog box 'Incremento Automático de Carga' features the following fields and controls:

- Two rows of configuration fields:
 - Row 1: Tipo: Área, Número: 10, Nome: *ÁREA 1 / NIVEL DE TENSAO 16
 - Row 2: Tipo: Área, Número: 20, Nome: *ÁREA 2 / NIVEL DE TENSAO 6
- Condição Principal: Diferença
- Configuration fields for a specific condition:
 - Tipo: Tensão, Número: 33.00, Nome: [empty]
 - Tipo: [empty], Número: [empty], Nome: [empty]
- Parameters: P 1, Q 1, Pmáx 15, Qmáx 15
- Buttons: Inserir, Alterar, Remover
- Buttons: Aceita, Cancela
- Table at the bottom:

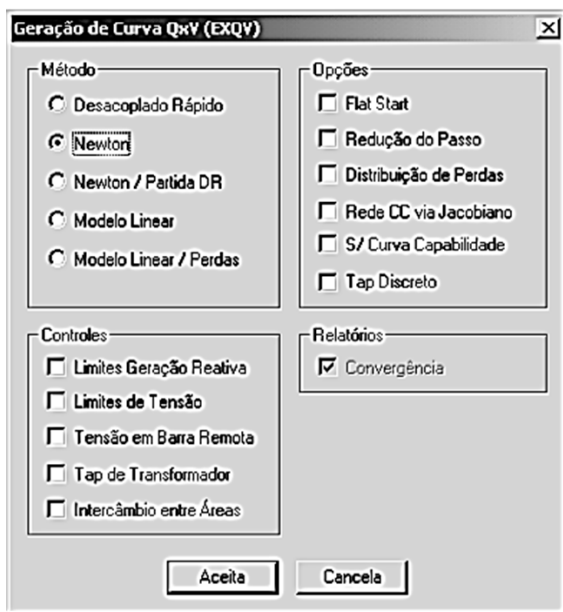
ÁREA 1	10	Á	ÁREA 2	20	X	TENS	16	1
--------	----	---	--------	----	---	------	----	---

Fonte: elaborada pelos autores.

Curva QxV

Ativa o diálogo de geração de curvas QxV para as barras do sistema especificadas através da opção Dados / Curva QxV. Ao selecionar o botão Aceita, o arquivo QV.plt é gerado e pode ser visualizado utilizando-se o aplicativo FormCEPEL.

Figura 6.26 – Diálogo de dados de geração de curvas QxV



Fonte: elaborada pelos autores.

Exercícios

1 Escolha duas barras do sistema IEEE 14 e faça uma análise das curvas PV e QV usando o programa ANAREDE.

2 Idem para os sistemas de 30, 57 e 118 barras do IEEE.

3 Idem para o sistema New England.

REFERÊNCIAS

AJJARAPU, V.; CHRISTY, C. The continuation Power Flow: A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, p. 416-423, 1992.

AJJARAPU, V. *Computational Techniques for Voltage Stability Assessment and Control*. Springer, 2006. 257 p.

ARRILAGA, J.; WATSON, N. R. *Computer Modelling of Electrical Power Systems*. 2. ed. Chichester: John Wiley, 2001. 382 p.

COSTA, J. G. de C. *Mercados de Energia Elétrica: uma Proposta para A Alocação dos Custos de Perdas em Sistemas de Transmissão*. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2003.

DECKMANN, S. M. *Equivalentes Estáticos para Sistemas de Energia Elétrica*. 1979. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1979.

DECKMANN, S. *et al.* 0. ALSAC. Numerical Testing of Power System Load Flow Equivalents. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 99, nov./dez. 1980. p. 543-548.

KERSTING, W. H. *Distribution System Modeling and Analysis*. 4. ed. Flórida: CRC, 2017. 520 p.

KRAUER, T. R. O. *Uma Metodologia de Análise de Sistemas de Potência Aplicando o Continuado QV e PV no Ambiente de Planejamento de Sistemas Elétricos*. 2007. 110 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.

KUNDUR, P. *Power System Stability and Control*. New York: Mc Graw Hill, 1994. 840p.

MACIEL, J. F. Aspectos Práticos e Teóricos na Análise de Estabilidade de Tensão. 2006. 105 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2006.

MAGALHÃES, E. de M. *Aplicação do Método de Newton Desacoplado Para o Fluxo de Carga Continuado*. 2010. 90 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista, 2010.

MALANGE, F. C. V. *Proposta de Parametrização para o Fluxo de Carga Continuado Visando Redução de Perdas na Transmissão e o Aumento da Margem Estática de Estabilidade de Tensão*. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2008.

MARINHO, J. M. T. *Simulação em Sistemas de Energia Elétrica com Modelagem Flexível – Monofásica e Trifásica*. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

MOHN, F. W. *Uso de Modelos Desacoplados em Estudos de Estabilidade de Tensão*. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2005.

MONTICELLI, A. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. São Paulo: Edgard Blucher, 1983. 200 p.

MONTICELLI, A. *et al.* Real-Time External Equivalents for Static Security Analysis. *IEEE Trans. Power App. Syst.*, v. 98, p. 498-508, mar./abr. 1979.

MOURA, A. P. de; MOURA, A. A. F. de; ROCHA, E. P. da. *Análise de Fluxo de Carga em Sistemas de Potência*. São Paulo: Artliber, 2018. 316 p.

NEPOMUCENO, L. *Equivalentes Externos Tipo Ward Visando Estudos de Otimização em Sistemas de Potência*. 1993. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1993.

PAIVA, I. de F. B. de. *Comportamento de Curva QV nas Barras da Região Crítica de um Sistema Elétrico*. 2007. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.

PEREIRA, L. C. da S. *Política de Controle de Tensão com a Utilização da Curva QV*. 2007. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.

PIZZOLANTE, A. C. *Representação de Partes Parcialmente Observáveis de Sistemas de Energia Elétrica*. 1979. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1979.

REIS, C. S. M. M. dos. *Determinação de Índices de Estabilidade de Tensão*. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade do Porto, Porto, 2005.

SILVA JÚNIOR, I. de J. *Avaliação de Desempenho de Diferentes Matrizes de Sensibilidade na Modelagem do Equivalente Ward Estendido*. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2002.

SILVEIRA, C. da S. *Estudo de Máximo Carregamento em Sistemas de Energia Elétrica*. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

SOUZA, F. G. *Avaliação de Ferramentas de Análise de Estabilidade de Tensão*. 2005. 161 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2005.

TAVARES, P. C. C. *Uma Revisão Crítica do Modelo Ward Estendido*. 1987. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1987.

U.S.-CANADA POWER SYSTEM OUTAGE TASK FORCE. *Final Report on the August 14, 2003 Blackout in the United States and Canada: Causes and Recommendations*. Canadá: Minister of Natural Resources Canada, 2004.

WARD, J. B. Equivalent Circuits for Power Flow Studies. *AIEE Transactions*, v. 68, p. 373-382. 1949.

WU, F. F. ; MONTICELLI, A. Critical Review of External Network Modelling for Online Security Analysis, *International Journal Electrical Power & Energy Systems*, v. 5, 1983.

Visite nosso site:
www.imprensa.ufc.br



Imprensa Universitária da Universidade Federal do Ceará - UFC
Av. da Universidade, 2932 - Fundos - Benfica
Fone: (85) 3366.7485 / 7486
CEP: 60020-181 - Fortaleza - Ceará
imprensa@proplad.ufc.br

A Universidade Federal do Ceará contribui por excelência para a educação e para a ciência em nosso país. Como um dos seus avanços acadêmicos, merece destaque o desenvolvimento da pós-graduação, que fortalece o pilar da formação de recursos humanos por meio da pesquisa.

A pós-graduação brasileira, sistematicamente avaliada nas últimas décadas, ganha credibilidade, e seus pesquisadores gozam de reconhecimento internacional. Nesse processo, o livro integra a produção intelectual acadêmica das múltiplas áreas que compõem o quadro científico da Universidade e apura os esforços dos pesquisadores que veiculam parte de sua produção nesse formato.

A Coleção de Estudos da Pós-Graduação foi criada, portanto, para apoiar os programas de pós-graduação *stricto sensu* da UFC e consolidar uma política acadêmica, científica e institucional de valorização da pesquisa, ao franquear o curso da produção intelectual em forma de livro.

