



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS DE SOBRAL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE**  
**COMPUTAÇÃO**

**LÍVIA CHRISTINIE SOUSA TELES**

**CONTROLE DE DISTORÇÕES EM SISTEMAS OFDM COM AMPLIFICADORES**  
**DE POTÊNCIA NÃO LINEARES**

**SOBRAL**

**2018**

LÍVIA CHRISTINIE SOUSA TELES

CONTROLE DE DISTORÇÕES EM SISTEMAS OFDM COM AMPLIFICADORES DE  
POTÊNCIA NÃO LINEARES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação do *Campus* de Sobral da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica e de Computação. Área de Concentração: Sistemas de Informação.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes

SOBRAL

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

T272c Teles, Livia Christinie Sousa.

Controle de distorções em sistemas OFDM com amplificadores de potência não lineares / Livia Christinie Sousa Teles. – 2018.  
85 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Sobral, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Sobral, 2018.

Orientação: Prof. Me. Carlos Alexandre Rolim Fernandes.

1. OFDM. 2. Amplificador de Potência. 3. Heurísticas. 4. Alocação de Potência. 5. Maximização de Taxa. I. Título.

CDD 621.3

---

LÍVIA CHRISTINIE SOUSA TELES

CONTROLE DE DISTORÇÕES EM SISTEMAS OFDM COM AMPLIFICADORES DE  
POTÊNCIA NÃO LINEARES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação do *Campus* de Sobral da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica e de Computação. Área de Concentração: Sistemas de Informação.

Aprovada em: 19 de Dezembro de 2018

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim  
Fernandes (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Francisco Rafael Marques Lima  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Cristiano Magalhães Panazio  
Universidade de São Paulo (USP)

A todos aqueles em que o destino e a vida pediram pra embarcar em busca dos seus sonhos e pagaram o alto preço de viver longe de casa. Nós que viemos não estamos livres do medo e de tantas incertezas, mas estamos para sempre livres do medo de nunca termos tentado.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes por me orientar com maestria desde a graduação até agora em minha dissertação de mestrado.

Ao colega Syllas Rangel do curso de Engenharia da computação da Universidade Federal do Ceará pela parceria nas publicações.

Aos meus avós, pais e irmãos, que nos momentos de minha ausência dedicados ao estudo superior, sempre fizeram entender que o futuro é feito a partir da constante dedicação no presente.

Ao meu namorado Yury Pontes, que sempre esteve ao meu lado me incentivando a estudar e buscar ser uma pessoa melhor. Por toda paciência e amor a mim dedicado.

Aos amigos da engenharia Bruna, Pedrosa e Vitor. Aos amigos do mestrado, em especial à amiga Patrícia Dias. Obrigada pelos inúmeros momentos de descontração e risadas.

Agradeço ainda a todos os professores do curso de mestrado da Universidade Federal do Ceará, não somente por terem me ensinado, mas por terem me feito aprender, e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo financiamento da pesquisa de mestrado via bolsa de estudos.

“O sonho é que leva a gente para frente. Se a gente for seguir a razão, fica aquietado, acomodado.”

(Ariano Suassuna)

## RESUMO

A tecnologia OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) surgiu como uma ferramenta importante para combater a seletividade em frequência do canal móvel que causa interferência intersimbólica. Por esta e outras razões, OFDM foi escolhida como uma das principais tecnologias para o 5G (5.<sup>a</sup> Geração), tal qual ocorreu com o 4G (4.<sup>a</sup> Geração). Uma das principais desvantagens dos sistemas OFDM está relacionada à sua alta sensibilidade a PA não lineares (*nonlinear Power Amplifiers*). Quando os picos de amplitude do sinal OFDM alcançam a região de saturação do PA, o sinal é acometido por distorções que comprometem a qualidade da transmissão. Outra tecnologia de grande destaque no cenário das comunicações sem fio são as redes cooperativas. Esse arranjo de dispositivos da rede assegura a cooperação entre usuários dentro da célula, promovendo aumento da área de cobertura e, por consequência, melhora na qualidade de transmissão. Além das redes cooperativas e dos sistemas OFDM, o gerenciamento dos recursos de rádio aplicado em sistemas OFDM tem se mostrado como uma importante ferramenta para melhorar o desempenho dos sistemas de comunicações móveis. A alocação de recursos considerando a presença das distorções não lineares inseridas por PAs é um assunto que, apesar de ser pouco desenvolvido na literatura, pode fornecer considerável desempenho à rede e reduzir significativamente a quantidade de distorções presentes no sinal OFDM. Nesta dissertação, apresentamos duas abordagens para o tratamento de distorções não lineares em sistemas OFDM. Na primeira delas, propomos um conjunto de técnicas para redução de picos em um sistema OFDM cooperativo com *relay* AF (*Amplify and Forward*). O conjunto de técnicas baseia-se na técnica PTS (*Partial Transmit Sequences*) e utilizam como métricas para escolha dos sinais transmitidos a PAPR (*Peak-to-Average Power Ratio*) e a CM (*Cubic Metric*). As técnicas propostas objetivam reduzir os picos do sinal transmitido tanto pela fonte quanto pelo *relay*, simultaneamente. Na segunda abordagem, propomos a formulação de alocação de potência em um sistema OFDM não cooperativo considerando as distorções inseridas por um PA polinomial de terceira ordem. Com base nessa formulação, duas heurísticas subótimas são propostas para alocação de potência no cenário considerado. As duas heurísticas são baseadas no algoritmo ótimo de alocação de potência para o caso com PA linear: Hughes-Hartogs (HH). Propomos ainda soluções de relaxamento para os algoritmos sub-ótimos e, finalmente, realizamos uma análise da complexidade algorítmica dos métodos. Resultados de simulações são apresentados para avaliar o desempenho do conjunto de técnicas propostas.



**Palavras-chave:** OFDM, Amplificador de Potência, Distorções Não Lineares, Heurísticas, Alocação de Potência, Maximização de Taxa.

## ABSTRACT

The OFDM technology has emerged as an important tool for dealing with the frequency selectivity of mobile channels that causes intersymbol interference. Due to this fact and to many other interesting properties, OFDM was chosen for the 5G (5th Generation), as it happened with the 4G (4th Generation). One of the main disadvantages of OFDM systems is the high sensitivity to nonlinear power amplifiers. When the OFDM signal amplitude peaks reach the PA saturation region, the signal is affected by distortions that compromise the transmission quality. Another important technology in the wireless communications scenario is the cooperative networks. This arrangement of network devices ensures the cooperation between users within the cell, promoting an increase in the coverage area and, consequently, an improvement in transmission quality. In addition to cooperative networks and OFDM systems, radio resource management in OFDM systems has proven to be an important tool to improve the performance of mobile communication systems. Resource allocation considering the presence of nonlinear distortions inserted by PAs is not yet a well-developed research area in the literature, however, it can provide considerable network performance and significantly reduce the amount of distortions present in the OFDM signal. In this work, we present two approaches for the treatment of nonlinear distortions in OFDM systems. In the first approach, we propose a set of techniques for reducing peaks in a cooperative OFDM system with relay AF and non-linear PAs. The set of techniques is based on the PTS technique and PAPR and CM metrics are used as to select the signals transmitted. The proposed techniques aim to reduce the peaks of the signal transmitted by both the source and the relay simultaneously. In the second approach, we propose a power allocation problem in a non-cooperative OFDM system taking into account the distortions inserted by a third-order polynomial PA. Based on this formulation, two sub-optimal heuristics are proposed for power allocation in the considered scenario. The two heuristics are based on the optimal power allocation algorithm for the linear case: Hughes-Hartogs (HH). We also propose complexity relaxation solutions for the sub-optimal algorithms and, finally, we perform an analysis of the algorithmic complexity of the methods. Simulation results are presented to evaluate the performance of the set of proposed techniques.

**Keywords:** OFDM, Power Amplifier, Nonlinear Distortion, Heuristic, Power Allocation, Rate Maximization.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Espectro FDM convencional vs Espectro OFDM. . . . .	27
Figura 2 – Função característica de um amplificador de potência não linear. . . . .	29
Figura 3 – Modelo de sistema de comunicação móvel ponto-a-ponto. . . . .	33
Figura 4 – Modelo de sistema cooperativo. . . . .	33
Figura 5 – Modelo de sistema OFDM cooperativo. . . . .	37
Figura 6 – Ilustração do diagrama de blocos da técnica PTS. . . . .	40
Figura 7 – Ilustração do bloco decisor do conjunto de técnicas SR-PTS PAPR. . . . .	44
Figura 8 – SER versus SNR - Técnica SR-PTS PAPR. . . . .	47
Figura 9 – SER versus SNR - Técnica SR-PTS CM. . . . .	48
Figura 10 – SER versus SNR - Comparação entre as técnicas SR-PTS PAPR e SR-PTS CM. . . . .	49
Figura 11 – SER versus SNR - Variação da ordem de modulação. . . . .	49
Figura 12 – SER versus SNR - Variação do número de sub-blocos. . . . .	50
Figura 13 – Modelo de sistema OFDM ponto-a-ponto. . . . .	54
Figura 14 – Variância da distorção por subportadora. . . . .	70
Figura 15 – Curva do erro normalizado por subportadora. . . . .	70
Figura 16 – SER Vs SNR - Validação das expressão (4.22). . . . .	71
Figura 17 – Potência de Transmissão Alocada Vs SNR. . . . .	72
Figura 18 – Taxa Média de Transmissão por SNR. . . . .	73
Figura 19 – Potência de Transmissão Alocada Vs SNR - Soluções de Relaxamento. . . . .	73
Figura 20 – Taxa Média de Transmissão por SNR - Soluções de Relaxamento . . . . .	74
Figura 21 – Tempo de execução do algoritmo Vs Número de subportadoras. . . . .	74

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros iniciais das simulações computacionais. . . . .	47
Tabela 2 – Ordem de complexidade algorítmica. . . . .	68

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
<b>1.1</b>	<b>Revisão de Literatura</b>	<b>18</b>
<b>1.1.1</b>	<i>Técnicas de Redução de Picos</i>	<b>18</b>
<b>1.1.2</b>	<i>Redução de distorções utilizando heurísticas para alocação de recursos</i>	<b>21</b>
<b>1.1.3</b>	<i>Expressões analíticas que caracterizam as distorções inseridas por amplificadores de potência não-lineares</i>	<b>22</b>
<b>1.2</b>	<b>Contribuições</b>	<b>23</b>
<b>1.3</b>	<b>Produção Científica</b>	<b>24</b>
<b>1.4</b>	<b>Estrutura do Trabalho</b>	<b>24</b>
<b>1.5</b>	<b>Notações Matemáticas</b>	<b>25</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>26</b>
<b>2.1</b>	<b>Sistemas OFDM</b>	<b>26</b>
<b>2.2</b>	<b>Modelos de Amplificadores de Potência (PA's)</b>	<b>28</b>
<b>2.2.1</b>	<i>Modelo Soft-Clipping</i>	<b>29</b>
<b>2.2.2</b>	<i>Modelo Polinomial</i>	<b>30</b>
<b>2.2.3</b>	<i>Teorema de Bussgang</i>	<b>30</b>
<b>2.3</b>	<b>Alocação de Recursos de Rádio</b>	<b>31</b>
<b>2.4</b>	<b>Comunicação Cooperativa</b>	<b>32</b>
<b>2.5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>33</b>
<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE REDUÇÃO DE PICOS EM SISTEMAS OFDM COOPERATIVOS BASEADOS NA TÉCNICA PTS</b>	<b>35</b>
<b>3.1</b>	<b>Modelo Sistêmico</b>	<b>36</b>
<b>3.2</b>	<b>Métricas de Variações de Amplitude do Sinal</b>	<b>38</b>
<b>3.3</b>	<b>Técnicas de Redução de Picos</b>	<b>39</b>
<b>3.3.1</b>	<i>Partial Transmit Sequence (PTS)</i>	<b>39</b>
<b>3.3.2</b>	<i>SR-PTS PAPR (Source-Relay PTS PAPR)</i>	<b>41</b>
<b>3.3.3</b>	<i>SR-PTS CM (Source-Relay PTS Cubic Metric)</i>	<b>44</b>
<b>3.4</b>	<b>Resultados de Simulação</b>	<b>46</b>
<b>3.5</b>	<b>Conclusões dos Resultados</b>	<b>50</b>

<b>4</b>	<b>ALOCAÇÃO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS OFDM COM AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA NÃO LINEARES . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo Sistêmico . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>4.2</b>	<b>Desenvolvimento de Expressões para as Variâncias das Distorções Não Lineares . . . . .</b>	<b>56</b>
<b>4.3</b>	<b>Formulação do Problema de Alocação de Potência para Sistemas OFDM com PA Não Linear . . . . .</b>	<b>62</b>
<b>4.4</b>	<b>Métodos de Alocação de Potência . . . . .</b>	<b>63</b>
<b>4.4.1</b>	<b><i>HH-M1 (Hughes-Hartogs - Modificado 1)</i> . . . . .</b>	<b>64</b>
<b>4.4.2</b>	<b><i>HH-M2 (Hughes-Hartogs - Modificado 2)</i> . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>4.4.3</b>	<b><i>Soluções de Relaxamento</i> . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>4.4.3.1</b>	<b><i>Varição HH-M1 (VHH-M1)</i> . . . . .</b>	<b>67</b>
<b>4.4.3.2</b>	<b><i>Relaxamento HH-M1 (RHH-M1)</i> . . . . .</b>	<b>67</b>
<b>4.4.4</b>	<b><i>Análise de Complexidade</i> . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>4.5</b>	<b>Resultados de Simulação . . . . .</b>	<b>69</b>
<b>4.5.1</b>	<b><i>Variância da distorção</i> . . . . .</b>	<b>69</b>
<b>4.5.2</b>	<b><i>Heurísticas para alocação de potência</i> . . . . .</b>	<b>71</b>
<b>4.6</b>	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>75</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS . . . . .</b>	<b>77</b>
<b>5.1</b>	<b>Perspectivas para trabalhos futuros . . . . .</b>	<b>78</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>79</b>
	<b>APÊNDICES . . . . .</b>	<b>84</b>
	<b>APÊNDICE A – Variância da distorção de um PA polinomial de ordem 3 .</b>	<b>84</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os esquemas de multiplexação por multiportadoras foram escolhidos, pelo 3GPP (do inglês, *3rd Generation Partnership Project*), como uma das principais tecnologias para o 5G (do inglês, *Fifth Generation*) (KUMARI; CHAWLA, 2017). O uso desses esquemas é justificado pelas altas taxas de transmissão de dados alcançadas, robustez à interferência intersimbólica (ISI, do inglês *Intersymbol Interference*) e interferência entre sub-portadoras (ICI, do inglês *Inter Carrier Interference*). Além disso, possuem equalização simples, baixa complexidade de implementação e grande flexibilidade para alocação de recursos (GOLDSMITH, 2005).

Nesse cenário, destaca-se a técnica de multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDM, do inglês *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). Nessa técnica, uma transmissão em banda larga é dividida em diversas transmissões com bandas menores, de forma que, as informações em bandas menores são transmitidas paralelamente por meio de subportadoras em frequências ortogonais, a fim de maximizar a taxa de transmissão, melhorar a eficiência espectral e diminuir as interferências sofridas pelo sinal devido aos multipercursos dos canais rádio móveis (CHANG; GIBBY, 1968).

Apesar das inúmeras vantagens, uma das principais desvantagens dos sistemas OFDM é a sua alta sensibilidade a amplificadores de potência (PA, do inglês *Power Amplifier*) não-lineares. Conforme já mencionado, o sinal é dividido em bandas menores e transmitido a partir de subportadoras ortogonais, cada subportadora carregando símbolos independentes. Dessa forma, a soma desses símbolos OFDM pode acarretar picos de amplitude instantânea muito maiores do que a potência média do sinal.

Essa característica faz com que as componentes com altas amplitudes dos sinais operem na região não linear dos amplificadores de potência, causando a introdução de ICI, que pode ocasionar em erros na detecção do sinal e, conseqüentemente, relevante perda no desempenho do sistema (DARDARI *et al.*, 2000). A PAPR (do inglês *Peak-to-Average Power Ratio*) é uma métrica de variação da amplitude do sinal que ganhou bastante destaque nos últimos anos (BAHAI *et al.*, 2004). Outra métrica que, assim como a PAPR, mede a flutuação de amplitude de sinais OFDM é conhecida como métrica CM (do inglês *Cubic Metric*) (WG1; WG4, 2004).

Na literatura, existem diversas abordagens para diminuir os efeitos produzidos pelos amplificadores de potência não-lineares. Estas técnicas foram classificadas em três principais categorias: cancelamento de distorções não-lineares (NLDs, do inglês *nonlinear distortions*)

no receptor, técnicas de pré-distorção e técnicas de redução de picos de amplitude (WASAFF, 2004). As técnicas de pré-distorção realizam um processamento do sinal no transmissor para que os picos de amplitude do sinal não atinjam regiões não-lineares do PA (FERNANDES *et al.*, 2012). O sistema de pré-distorção é aplicado antes do sinal ser alimentado ao sistema não-linear. Já as técnicas de cancelamento de distorções buscam estimar e cancelar as NLDs no receptor (ŠTERBA *et al.*, 2010)(ULIAN; BARRETO, 2011).

A terceira categoria inclui as técnicas de redução dos picos de amplitude, estas técnicas atuam no dispositivo transmissor e asseguram que os sinais OFDM operem na região linear do PA. Para que haja a escolha acertada da técnica de redução de picos, alguns fatores devem ser considerados: complexidade computacional, taxa de erro de bit (BER, do inglês *Bit Error Rate*), capacidade de processamento do transmissor e potência de transmissão do sinal.

São inúmeros os benefícios alcançados pelo uso de técnicas de redução de picos de amplitude, dentre os quais destaca-se a baixa complexidade exigida na implementação, tanto de *software* quanto de *hardware*, uma vez que não são necessárias modificações de hardware no transmissor. Além disso, caso necessário, estas técnicas podem atuar de forma conjunta às técnicas de cancelamento de distorções, garantindo assim, maior flexibilidade ao sistema. Por essas e outras vantagens, a redução de picos foi escolhida como uma das abordagens utilizadas no presente trabalho.

Na literatura, existem inúmeras contribuições de técnicas que processam o sinal ao nível de amplitude a fim de assegurar a diminuição da PAPR. Dentre elas, a técnica de transmissão parcial de sequências (PTS, do inglês *Partial Transmit Sequences*) tem recebido grande destaque nos últimos anos por apresentar maior eficiência quando comparada às demais técnicas (MULLER; HUBER, 1997).

Além dos sistemas OFDM, outro tema de grande relevância para a literatura são os sistemas de comunicação cooperativos. Em um sistema de comunicação móvel usual, a informação é propagada a partir de um *link* direto entre o transmissor e o receptor. Já em um sistema cooperativo, os transmissores são auxiliados por outros dispositivos denominados *relay* (retransmissores). A partir dessa arquitetura é possível promover uma extensão da cobertura da rede e, por consequência, proporcionar aumento no desempenho do sistema (NOSRATINIA *et al.*, 2004).

Conforme será visto em seções futuras, diversos trabalhos analisaram o impacto das NLDs em sistemas não-cooperativos (DARDARI *et al.*, 2000)(BANELLI *et al.*, 2001).



Entretanto, ainda são poucos os trabalhos (RAZO *et al.*, 2009)(FERNANDES *et al.*, 2014) que tratam dos efeitos das NLDs e que contemplam as particularidades de sistemas OFDM cooperativos. Além disto, mesmo que já tenha sido demonstrado em (FERNANDES; FARIAS, 2015) que as NLDs introduzidas pela fonte são mais significativas para o desempenho do sistema, muitos dos trabalhos atuais ainda consideram que o PA não linear está presente apenas no *relay*.

Outra particularidade dos sistemas OFDM está relacionada à necessidade de otimizar a largura de banda de transmissão através de um esquema que permita uma alocação de potência ótima (CHOW *et al.*, 1995). Em outros termos, a divisão da banda larga de um sinal OFDM em subcanais oportuniza a escolha otimizada da potência de transmissão de cada subcanal que maximiza a taxa de transmissão total do sistema (GOLDSMITH, 2005). Nos últimos anos, muito esforço científico e computacional foi gasto em tais esquemas adaptativos. Devido a isso, os algoritmos de carregamento de bits (do inglês *bit-loading*) e de carregamento de potência (do inglês *power-loading*) ganharam maior destaque por fornecerem soluções para problemas de maximização de taxa (BINGHAM, 1990).

Apesar do crescimento na área, ainda são poucos os trabalhos que consideraram o impacto das NLDs dos PAs na otimização da alocação de potência para sistemas OFDM. Uma das principais dificuldades na obtenção de soluções ótimas para estes cenários está relacionada à não-linearidade e à não-convexidade das funções de custo. A solução ideal tem uma complexidade computacional extremamente alta, o que é frequentemente o caso em sistemas OFDM com PAs lineares. Quando PAs não-lineares são considerados, a obtenção de soluções ótimas se torna ainda mais difícil, já que o cálculo de distorções envolve equações matemáticas complexas e não-lineares. Assumindo essa dificuldade em se obter a solução ótima, torna-se necessário o uso de heurísticas subótimas que além de tratar as NLDs possuam complexidade algorítmica aceitável.

Uma mais recente alternativa no tratamento das distorções inseridas por dispositivos não-lineares é a alocação de potência considerando NLDs. Em outras palavras, o objetivo desta abordagem é, dada uma potência de transmissão limitada, controlar a potência das NLDs promovendo a diminuição das distorções presentes nos sinais OFDM, fornecendo, assim, soluções para os problemas de maximização de taxa em cenários que consideram NLDs.

Diante dessa problemática, como principais contribuições, nesse trabalho são propostas soluções para o tratamento das NLDs em sistemas OFDM. Para tal são utilizadas essencialmente duas abordagens: uso de técnicas de redução de PAPR e alocação de potência

considerando NLDs. Em um primeiro momento, são propostas novas técnicas de redução de PAPR com base na popular técnica PTS. O cenário analisado conta com um transmissor, um receptor e um *relay* e, além da PAPR, considera a CM. Ambas as métricas são utilizadas para aferir a quantidade de distorção introduzida por PA's, de forma que a minimização das mesmas fornecem ganhos significativos ao sistema de comunicação.

Sabendo que, em sistemas cooperativos, no *downlink*, é preferível que a carga de processamento no *relay* possua menor complexidade do que no nó fonte, o objetivo desta primeira contribuição é apresentar novas técnicas para sistemas OFDM cooperativos baseadas na técnica PTS, de forma que possamos diminuir as distorções inseridas pela fonte e pelo *relay*, utilizando um algoritmo que concentre a carga de processamento inteiramente na fonte. As novas técnicas se assemelham ao PTS, sendo que a principal mudança está relacionada ao critério de escolha da sequência que diminuirá os picos de amplitude. Resultados de simulações são apresentadas para avaliar o desempenho do conjunto de técnicas propostas.

Como segunda contribuição, são desenvolvidas expressões inéditas para a variância das distorções de um PA polinomial de terceira ordem. Contrário ao que foi realizado por outros autores (DARDARI *et al.*, 2000)(FERNANDES *et al.*, 2012), em nosso trabalho, foi considerado que cada subportadora possui potência arbitrária. Essa suposição retrata, portanto, expressões mais realísticas para a variância da distorção, uma vez que em cenários de alocação de recursos nem sempre a alocação de potência é realizada de maneira uniforme entre subportadoras.

Essas expressões permitem a formulação de um problema de maximização da taxa total de um sistema OFDM ponto-a-ponto considerando as NLDs inseridas por PAs não-lineares. São propostas então duas heurísticas, denominadas HH-M1 (Hughes-Hartogs — Modificada 1) e HH-M2 (Hughes-Hartogs — Modificada 2), baseadas no algoritmo de alocação ótima de potência para o caso linear: HH (Hughes-Hartogs). Assim como o HH, as heurísticas propostas buscam maximizar a taxa total do sistema. Entretanto, estas novas técnicas propiciam ganhos de potência, uma vez que a potência é alocada apenas quando as distorções inseridas pelo PA não-linear não afetam o sistema.

Apesar dessas técnicas fornecerem ganhos expressivos de eficiência energética e aumento da taxa, a complexidade algorítmica foi observada como um fator limitante, mesmo em se tratando de algoritmos subótimos. Diante desse contexto, como contribuições adicionais, são propostas heurísticas de menor custo computacional para o problema em questão. Para o relaxamento dessas heurísticas, sugerimos expressões simplificadas para o cálculo da variância

das distorções que, apesar de não fornecerem ganhos ótimos, asseguram redução no tempo de execução. Apresentamos uma análise de desempenho em que os ganhos das heurísticas propostas são demonstrados com relação à HH convencional.

O restante do capítulo está dividido da seguinte forma: na seção 1.1 é realizada uma revisão bibliográfica dos principais trabalhos que tratam as NLDs. A seção 1.2 apresenta as principais contribuições fornecidas pelo presente trabalho. Por fim, as seções 1.3 e 1.4 apresentam os principais trabalhos submetidos e publicados ao decorrer da confecção da dissertação e a estrutura do restante do trabalho, respectivamente.

## **1.1 Revisão de Literatura**

Nesta seção apresentaremos uma breve discussão sobre as contribuições de outros trabalhos que serviram como base para a realização dessa dissertação. Primeiramente, será realizada uma discussão sobre trabalhos voltados para o uso de técnicas de redução de picos de amplitude, tanto em sistemas não-cooperativos, quanto em cooperativos. A ideia é fundamentar o estudo do primeiro problema abordado nessa dissertação. Em seguida, é realizada uma discussão sobre trabalhos que consideram a alocação de potência e maximização da taxa total em *links* OFDM ponto-a-ponto. Nessa discussão, são apresentados trabalhos que não consideram a presença das NLDs na alocação de potência e os que levam em conta esse fator. Através dessa segunda discussão será possível então fundamentar o segundo problema abordado nessa dissertação.

### ***1.1.1 Técnicas de Redução de Picos***

Conforme mencionado na Introdução, apesar das vantagens oferecidas pelos sistemas OFDM, uma de suas principais desvantagens está relacionada ao alto valor da razão entre a potência máxima instantânea e a potência média do sinal transmitido (BAHAI *et al.*, 2004). A partir dessa problemática é que surge a necessidade do estudo de técnicas que assegurem que os picos de potência do sinal OFDM sejam diminuídos.

Uma enorme variedade de técnicas têm sido propostas a fim de mitigar os efeitos da alta PAPR (NEE; PRASAD, 2000). A literatura classifica essas técnicas essencialmente em três grupos. O primeiro inclui técnicas que causam distorções ao sinal OFDM, como, por exemplo, *Clipping and Filtering*, *Peak Windowing* e *Peak Cancellation* (NEE; PRASAD, 2000). De forma

geral, nessas técnicas, os sinais que apresentam picos de potência instantânea são limitados a níveis menores que o limiar de ceifamento dos PA's. De fato, há uma redução significativa da PAPR, entretanto, é observado que os sinais podem sofrer interferências dentro e fora da banda, resultando em altas taxas de BER.

O segundo grupo engloba técnicas que promovem o embaralhamento (*scrambling*) da informação, das quais as mais conhecidas são: *Tone reservation* (TELLADO, 1999), *Selected Mapping* (BAUML *et al.*, 1996) e *Partial Transmit Sequence* (MULLER; HUBER, 1997). No geral, os sinais podem ser permutados com sequências aleatórias que assegurem uma baixa PAPR, ou podem ser aplicadas modificações através de defasagens ou alterações nos pontos de constelação, dependendo do tipo de modulação utilizada.

Por fim, o terceiro grupo é composto por técnicas de codificação que propõem a detecção e correção de erros, limitando ou eliminando os símbolos com alta PAPR (RAHMATALLAH; MOHAN, 2013). A desvantagem desse grupo de técnicas está na complexidade e custo computacional, já que torna necessário o uso de algoritmos adicionais de detecção e correção.

Apesar dos bons resultados fornecidos pelas técnicas citadas acima, a literatura tem dado grande destaque à técnica de embaralhamento do sinal PTS. Esse enfoque é atribuído devido ao PTS ter se mostrado um algoritmo mais eficiente quando comparado às demais técnicas (MULLER; HUBER, 1997). Nessa técnica, o sinal original é particionado em sub-blocos e então rotacionado por diferentes sequências de fatores de fase, produzindo sinais com diferentes PAPR's. Dentre esses sinais candidatos, é escolhido aquele que fornece a menor PAPR.

Na literatura já existem muitas modificações do PTS produzidas com o intuito de maximizar os ganhos do método. Em (SINGHAL; KUMAR, 2014), o autor propõe um esquema de PTS que atualiza o conjunto de fatores de fase de forma iterativa até que a PAPR assuma um valor abaixo de um limite especificado. Já em (AQUINO, 2011), é proposta a integração entre as técnicas SLM e PTS, conhecida como PTS-M (PTS Modificado). Nesse novo método é proposto a integração do método PTS com a técnica SLM (do inglês, *Selective Level Mapping*), isto é, ao invés de particionar o vetor de dados  $X$  em  $U$  sub-blocos, é sugerido que seja multiplicada cada subportadora do vetor  $X$  por um fator de ajuste de fase. O critério de escolha das fases possui duas restrições: a alteração de fase ao longo da frequência deve ser suave, de modo que o esquema de estimação de canal possa ser capaz de estimar as rotações de fase introduzidas, e a potência instantânea máxima não pode ultrapassar o limiar de ceifamento estabelecido.

Outra abordagem que ganhou popularidade na literatura refere-se à aplicação de técnicas de redução de PAPR em sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, do inglês *Multiple-Input/Multiple-Output*) (KIM *et al.*, 2009). Em (WANG; LIU, 2011), são apresentadas três variações da técnica PTS aplicadas a um sistema MIMO: *Ordinary* PTS (oPTS), *Alternate* PTS (aPTS) e *Cooperative* PTS (co-PTS). A mudança básica entre as técnicas está relacionada a maneira em que são gerados os sinais candidatos e, quais sub-blocos recebem a rotação de fase. Ao contrário dos outros trabalhos mencionados, neste trabalho os autores mencionam a necessidade da redução da complexidade algorítmica, já que apesar do bom desempenho o PTS requer custo computacional excessivo.

Apesar das vantagens dos trabalhos mencionados acima, quase nenhum deles faz menção ao uso de técnicas de redução da PAPR em sinais OFDM aplicados a sistemas cooperativos. Em (HARUM *et al.*, 2013), é mencionado que até a proposição do dado trabalho, não havia ainda sido sugerido o emprego de técnicas de redução da PAPR em nós *relays*. Os autores explicam ainda que a aplicação de técnicas de redução da PAPR em nós fonte não garantem uma baixa PAPR em nós *relays* AF (do inglês, *Amplify-and-Forward*), devido os efeitos do canal entre a fonte e o *relay*. Dessa forma, os mesmos propõem uma nova técnica denominada *Shifted Best-to-Worst* (S-BTW) e garantem tanto a diminuição da PAPR quanto um bom desempenho da BER.

Diante da reduzida quantidade de trabalhos na área, em (PARENTE; FERNANDES, 2016) e (MARINHO; FERNANDES, 2016) os autores propuseram técnicas de redução de PAPR que levam em conta as particularidades de sistemas OFDM cooperativos. Em (PARENTE; FERNANDES, 2016) os autores apresentam novas técnicas de redução de PAPR em sistemas de comunicação cooperativos OFDM usando seleção de *relays* AF. Já em (MARINHO; FERNANDES, 2016), são propostas técnicas de redução de PAPR que se baseiam em métodos de pareamento de subportadoras.

Conforme mencionado acima, além da PAPR, outra métrica que quantifica a relação entre os picos de amplitude de sinais OFDM é conhecida como CM, sendo introduzida e adotada pelo padrão 3GPP (WG1; WG4, 2004). Em (BEHRAVAN; ERIKSSON, 2006) e (KIM *et al.*, 2016), os autores sugerem que a CM está mais intimamente relacionada com a quantidade de distorção induzida por um amplificador de potência não-linear do que a PAPR. Os autores afirmam ainda que, à medida que o valor da CM diminui, a eficiência do amplificador de potência aumenta e que essa métrica apresenta significativos resultados em sistemas sem fio, onde a

potência é um fator importante.

Diante do exposto, pesquisas vêm sendo realizadas sobre técnicas que reduzam a CM. Em (ZHU *et al.*, 2013), os autores sugerem o uso da técnica *Clipping and Filtering* utilizando a métrica CM. Já em (DEUMAL *et al.*, 2011), a técnica analisada pelos autores foi a *Tone Reservation*. Em (CHANDAKE; SANKPAL, 2013), os autores demonstram através de simulações que a técnica SLM apresenta menores resultados de taxa de erro através do uso da CM.

Apesar da variedade de trabalhos que envolvem o estudo de técnicas de redução de CM, no melhor do conhecimento da autora, nenhum deles trata de técnicas de redução de CM em sistemas cooperativos.

### ***1.1.2 Redução de distorções utilizando heurísticas para alocação de recursos***

Conforme mencionado, em sistemas OFDM a divisão total da banda de transmissão em  $N$  subcanais permite a escolha otimizada da potência de transmissão para cada subcanal de maneira que a taxa de transmissão é maximizada (GOLDSMITH, 2005). Dois algoritmos clássicos para solucionar o problema de maximização da capacidade no *downlink* de sistemas OFDM são: *water-filling* (CHOW *et al.*, 1995) e Hughes-Hartogs (HUGHES-HARTOGS, 1987).

O clássico algoritmo *water filling* (WF) soluciona problemas de maximização da informação mútua entre a entrada e a saída de um canal de comunicação que é composto de vários subcanais (subportadoras) e que está sujeito a uma restrição de potência global. Apesar de representar a solução ótima, o WF opera em um caso de granularidade infinita no tamanho da constelação, dificultando sua implementação prática; enquanto a solução de HH é mais realista operando com granularidade finita (WANG *et al.*, 2010). Sua principal desvantagem, segundo a literatura, está no fato de apresentar alto custo computacional devido à quantidade de operações de busca (HUGHES-HARTOGS, 1987).

Problemas envolvendo sistemas adaptativos de alocação de potência em sistemas OFDM têm sido de grande interesse na literatura. Em (JANG *et al.*, 2003) e (ZHANG *et al.*, 2010), os autores propõem uma solução com menor complexidade para um problema de maximização de taxa de dados. Assim como no presente trabalho, (ZHANG *et al.*, 2010) baseia-se no HH. Entretanto, nenhum desses trabalhos considera a presença de NLDs no problema de maximização de taxa.

Apesar da grande quantidade de trabalhos que buscam soluções para problemas de

alocação de recursos, ainda são poucos os que consideraram o impacto das NLDs dos PAs na otimização da alocação de potência para sistemas OFDM. A não-convexidade e não-linearidade inerentes as funções inserem complexidade ao sistema e, por vezes, impedem a obtenção de soluções ótimas, mesmo quando PAs lineares são considerados. Esse problema é acentuado quando considerada a presença de NLDs, já que os cálculos das distorções envolvem equações matemáticas grandes, complexas e altamente não-lineares.

Em (MAJIDI *et al.*, 2014), (BAGHANI *et al.*, 2014) e em (SHUKLA, 2016), são realizadas análises da não linearidade do PA na alocação de potência em redes de rádio cognitivo. Os autores ressaltam a importância da análise envolvendo amplificadores de potência não-lineares no estudo da alocação de potência e, assim como no presente trabalho, adotam o modelo do PA polinomial. Os estudos em (GREGORIO; LAAKSO, 2005) e (BAGHANI *et al.*, 2017), propõem a alocação de recursos em redes sem fio multiusuários sob a não linearidade do PA. Em (BAGHANI *et al.*, 2017), o problema formulado não pode ser resolvido por heurísticas convencionais, portanto, para realizar a alocação de potência, os autores usam uma técnica conhecida como *Particle Swarm Optimization* (PSO).

### ***1.1.3 Expressões analíticas que caracterizam as distorções inseridas por amplificadores de potência não-lineares***

Com relação ao desenvolvimento de expressões que quantificam as variâncias das NLDs, em (DARDARI *et al.*, 2000) e (FERNANDES *et al.*, 2012), são desenvolvidas expressões fechadas para a variância da distorção inserida por um amplificador de potência não-linear. Em (DARDARI *et al.*, 2000) o autor realiza os cálculos considerando um modelo de amplificador *Soft-Clipping*. Já em (FERNANDES *et al.*, 2012), para o cálculo da expressão da variância o autor considera um modelo de amplificador polinomial de terceira ordem. Contrariamente ao presente trabalho, ambos os autores supõem potência constante entre as subportadoras para o cálculo da variância da distorção.

Em (BANELLI; CACOPARDI, 2000) os autores obtêm uma expressão analítica da função de correlação do sinal na saída de um PA *Soft-Clipping* a partir da transformada de Fourier. Esta expressão considera potência variável entre as subportadoras e fornece informações acerca da densidade espectral de potência de saída (PSD) permitindo o cálculo analítico da relação sinal ruído considerando as NLDs. A partir desses cálculos, é possível a realização de uma análise da degradação do sistema tanto para a regeneração espectral do canal (uso de

técnicas de recuperação do sinal ou pré-distorção) quanto para o desempenho da BER.

## 1.2 Contribuições

Cientes da importância dos estudos que investigam os impactos das distorções não-lineares em sistemas de comunicação OFDM cooperativos e não cooperativos, além da quantidade limitada de trabalhos que consideram as NLDs em problemas de maximização de taxa, esta dissertação propõe diferentes abordagens para a redução dos efeitos de PAs não-lineares.

Inicialmente as distorções são tratadas por meio de técnicas de redução de PAPR. São propostas novas técnicas e é realizada uma análise do impacto do uso das mesmas em sistemas OFDM cooperativos. Em um segundo momento, o tratamento das distorções é realizado utilizando uma abordagem mais recentemente explorada, a alocação de potência considerando NLDs. A redução das distorções presentes nos sinais é alcançada através da diminuição da potência das NLDs.

Ademais, as principais contribuições desse trabalho são:

- Propor um conjunto de técnicas para redução de picos em um sistema OFDM cooperativo com *relay* AF e PA's não-lineares. O conjunto de técnicas baseia-se na técnica PTS e utiliza como métricas para escolha dos sinais transmitidos a PAPR e a CM;
- Calcular novas expressões analíticas que mensuram a variância da distorção inserida pelo PA polinomial de terceira ordem em cada uma das subportadoras do sistema OFDM;
- Utilizando as expressões desenvolvidas no item anterior, realizar a formulação de um problema de maximização da taxa de dados em um sistema OFDM levando em consideração as distorções inseridas por um PA polinomial de terceira ordem;
- Com base nessa formulação, propor duas heurísticas subótimas para alocação de potência no cenário considerado. As duas heurísticas, denominadas HH-M1 (Hughes-Hartogs — Modificada 1) e HH-M2 (Hughes-Hartogs — Modificada 2), baseiam-se no algoritmo HH. As técnicas fornecem significativos ganhos de eficiência energética no cenário considerado.
- Apresentar duas opções de relaxamento de complexidade para os algoritmos mencionados no tópico acima que, apesar de não fornecerem ganhos ótimos, garantem eficiência energética e redução de complexidade algorítmica.
- Realizar uma análise da complexidade algorítmica dos métodos de alocação de potência propostos a fim de verificar a redução da complexidade algorítmica quando comparados a algoritmos existentes na literatura.



### 1.3 Produção Científica

Durante a elaboração dessa dissertação foram submetidos e publicados os seguintes artigos científicos:

L. C. S. Teles, C. A. R. Fernandes, “*Métodos de Redução de Picos em Sistemas OFDM Cooperativos Baseados na Técnica PTS*”, XXXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT) e Processamento de Sinais, São Pedro - SP, 03 a 06 de setembro, 2017.

L. C. S. Teles, C. A. R. Fernandes and S. R. C. Magalhães, “*Power Allocation Methods for OFDM Systems with Nonlinear Power Amplifier*”. IEEE Symposium on Computers and Communications, ISCC, Natal-Brazil, 2018.

L. C. S. Teles, C. A. R. Fernandes e S. R. C. Magalhães, “*Alocação de Potência para Sistemas OFDM com Amplificadores de Potência não-lineares*”, XXXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT) e Processamento de Sinais, Campina Grande - PB, 16 a 19 de setembro, 2018.

### 1.4 Estrutura do Trabalho

O restante deste trabalho está estruturado da seguinte forma:

**Capítulo 2** - Aborda os principais temas que serviram como fundamentação teórica para elaboração do presente trabalho.

**Capítulo 3** - Propõe um conjunto de novas técnicas para redução de picos em um sistema OFDM cooperativo com *relay* AF e PA's não-lineares.

**Capítulo 4** - Apresenta novas expressões para a variância da distorção inserida por um PA polinomial de terceira ordem. Sugere heurísticas de baixa complexidade que solucionam problemas de maximização de taxa de dados em sistemas OFDM não-cooperativos considerando as distorções inseridas por PA's não-lineares. Apresenta duas opções de relaxamento de complexidade para os algoritmos mencionados acima. Por fim, realiza uma análise da complexidade algorítmica dos métodos de alocação de potência propostos.

**Capítulo 5** - Apresenta as conclusões extraídas no decorrer deste trabalho, destacando os principais resultados obtidos.

## 1.5 Notações Matemáticas

Variáveis com til correspondem a variáveis no domínio do tempo (ex.:  $\tilde{x}$ ), e variáveis sem til denotam variáveis no domínio da frequência. Os índices  $i$  e  $n$  foram utilizados para representar sinais discretos no tempo e na frequência, respectivamente.

A função  $cir(x, N)$ , para  $-N + 1 \leq x \leq N$  é expressa por:  $cir(x, N) = x$  se  $1 \leq x \leq N$  e  $cir(x, N) = x + N$  se  $-N + 1 \leq x \leq 0$ .

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este Capítulo apresenta uma revisão da teoria tomada como base para a elaboração do presente trabalho. A Seção 2.1 trata da técnica de modulação multiportadora OFDM. São explanados conceitos importantes e intrínsecos aos transceptores OFDM, as principais vantagens da técnica e as problemáticas devido aos altos valores dos picos de potência instantânea presentes nesses sinais. É realizada uma abordagem das métricas que mensuram a flutuação de amplitude de sinais OFDM e são retratadas as implicações do uso de amplificadores de potência (PAs) não lineares em sistemas OFDM. A Seção 2.2 conceitua os PAs não lineares e apresenta os modelos utilizados no presente trabalho. A Seção 2.3 versa sobre alocação de recursos de rádio (RRA), com ênfase na alocação de potência ótima em sistemas OFDM. Por fim, na Seção 2.4 são abordados conceitos relativos a comunicação cooperativa. São apresentadas as principais vantagens do uso de sistemas cooperativos, a diversidade dos modelos de cooperação, bem como os protocolos de cooperação mais difundidos na literatura.

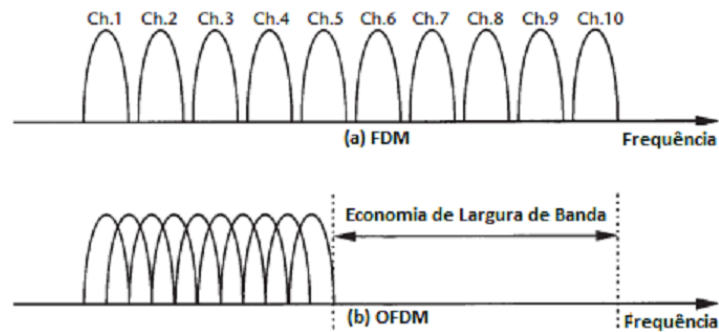
### 2.1 Sistemas OFDM

O OFDM surgiu como uma evolução da técnica FDM (do inglês, *Frequency Division Multiplexing*) convencional, propondo a sobreposição espectral de subportadoras, de forma que fossem permitidas superposições de sinais consecutivos sem que estes interferissem uns com os outros, dispensando o uso de banda de guarda e promovendo um aproveitamento melhor do espectro. A Figura 1 compara, de forma ilustrativa, a porção de espectro de frequência necessária para transmitir um sinal banda larga com as técnicas OFDM e FDM. Através da mesma, é possível comprovar a eficiência espectral assegurada pela técnica OFDM quando comparada à técnica FDM.

Em uma transmissão OFDM, um fluxo de dados de largura de banda  $B$  é dividido em fluxos menores de banda estreita  $N$ , que são posteriormente transmitidos de forma simultânea através de  $N$  subportadoras, em que cada subportadora possui uma largura de banda  $B_N = B/N$ . Essa relação nos permite concluir que para altos valores de  $N$  a largura de banda associada a cada subportadora é pequena quando comparada a banda de coerência do canal, e portanto, cada subportadora experimenta um desvanecimento plano em frequência (NEE; PRASAD, 2000).

Outra característica inerente aos sistemas OFDM é a inserção de um prefixo cíclico ao final de cada símbolo OFDM. Uma importante razão da utilização dos sistemas OFDM é o

Figura 1 – Espectro FDM convencional vs Espectro OFDM.



Fonte: Adaptado de (NEE; PRASAD, 2000).

ótimo tratamento dado ao espalhamento de atraso do canal (do inglês, *delay spread*). Quando os símbolos OFDM são transmitidos de forma sequencial, existe a probabilidade das componentes multipercurso de um símbolo interferirem na recepção de símbolos subsequentes, causando dessa forma ISI.

Para eliminar a ISI completamente, uma parte do final do símbolo OFDM, com comprimento maior do que o espalhamento de atrasos, é inserida no início do mesmo. Dessa forma, se houver atrasos de propagação, apenas dados redundantes do símbolo transmitido serão comprometidos, resguardando assim a integridade da informação que realmente interessa (PELED; RUIZ, 1980). Além disso, o uso do prefixo cíclico assegura a ortogonalidade entre subportadoras através do uso da convolução circular, facilitando a recepção dos sinais e permitindo que a ICI seja suprimida.

O uso das transformadas discretas de Fourier (DFT, do inglês *Discrete Fourier Transforms*) nos transceptores promoveram maior facilidade no processamento digital de sinais multiportadora, diminuindo a complexidade na implementação e difundindo a utilização da técnica (WEINSTEIN; EBERT, 1971). Muitos dos sistemas de comunicação atuais fazem uso dessa robusta técnica para realizar a transmissão de dados, garantindo, dessa forma, altas taxas de transmissão e menor sensibilidade a desvanecimentos. Na transmissão e na recepção OFDM, a fim de diminuir a complexidade computacional, as transformadas discretas de Fourier são realizadas via hardware usando os algoritmos da transformada rápida de Fourier (FFT, do inglês *Fast Fourier Transform*) e a inversa da FFT (IFFT, do inglês *Inverse Fast Fourier Transform*).

Apesar das vantagens mencionadas nos parágrafos anteriores, uma de suas principais desvantagens está relacionada aos picos de potência instantânea presentes nesses sinais. Sinais OFDM resultam do somatório de  $N$  subportadoras (senóides e cossenóides), podendo corresponder a sinais com picos de potência instantânea bem maiores do que a potência média

do sinal (GOLDSMITH, 2005). Esses picos podem atingir a região não linear de amplificadores de potência ou de outros dispositivos não lineares, provocando distorções ao sinal original. Distorções estas que comprometem a qualidade dos dados transmitidos e, por consequência, corrompem a comunicação entre usuários (DARDARI *et al.*, 2000).

Diante dessa problemática, a literatura menciona métricas capazes de quantificar as flutuações de amplitude de sinais OFDM. Nesse cenário, destaca-se a PAPR como principal métrica, uma vez que informa a máxima variação de potência instantânea de um sinal mediante sua média. Assim como a PAPR, outra métrica que vem sendo bastante difundida é conhecida como CM (do inglês, *Cubic Metric*) (KIM *et al.*, 2016). Essa métrica considera as distorções do sinal causadas principalmente pelo produto de intermodulação não-linear de terceira ordem de PAs (WG1; WG4, 2004). As equações que modelam cada uma das duas métricas citadas acima serão descritas em capítulos posteriores.

Devido aos altos valores dos picos de potência instantânea em sinais OFDM, é importante que seus efeitos na transmissão de sinais através de PAs não lineares sejam cuidadosamente estudados. Para retratar melhor essa problemática, na Seção seguinte será realizado um breve estudo sobre PAs não lineares e serão apresentados alguns modelos matemáticos que modelam o comportamento dos mesmos.

## 2.2 Modelos de Amplificadores de Potência (PA's)

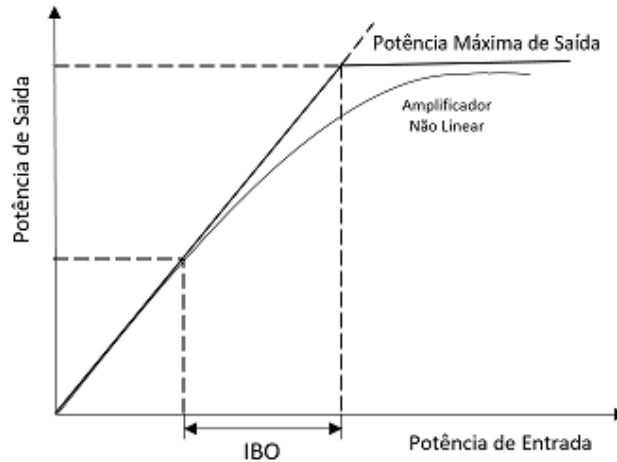
Uma etapa bastante importante nas transmissões sem fio é o processo de amplificação na potência do sinal. No entanto, devido ao comportamento não linear do PA (GOLDSMITH, 2005), os picos de potência do sinal OFDM podem atingir a curva de saturação, provocando distorções que comprometem a ortogonalidade e inserem interferências entre suportes, atrapalhando assim a detecção do sinal. Para evitar a introdução de ICI, um elevado recuo de potência de entrada (IBO, do inglês *Input Backoff*) deve ser imposto pelo transmissor. O IBO é definido como a razão entre a potência de saturação do PA e a potência do sinal de entrada. O comportamento de um PA pode ser observado a partir da Figura 2.

Os impactos causados pelo PA não linear podem ser representados, em tempo discreto, pela seguinte relação entrada-saída:

$$\tilde{y}_i = f(\tilde{x}_i), \quad (2.1)$$

em que  $i$  é o índice da amostra,  $\tilde{x}_i$  e  $\tilde{y}_i$  representam, respectivamente, o sinal de entrada e o sinal

Figura 2 – Função característica de um amplificador de potência não linear.



Fonte: Próprio Autor

de saída do PA, e  $f(\cdot)$  é uma função que modela o ganho do amplificador. Um modelo para  $f(\cdot)$ , assumindo um PA sem memória, bastante abordado na literatura pode ser descrito como (SALEH, 1981):

$$f(\tilde{x}_i) = A(|\tilde{x}_i|)e^{j(\angle\tilde{x}_i + \Phi(|\tilde{x}_i|))}, \quad (2.2)$$

em que  $\angle\tilde{x}_i$  é a fase do sinal de entrada  $\tilde{x}_i$  e as funções  $A(\cdot)$  e  $\Phi(\cdot)$  modelam as alterações causadas pelo amplificador no módulo (AM/AM) e na fase (AM/PM) do sinal de entrada, respectivamente.

Alguns modelos de PAs não lineares consideram apenas conversões AM/AM e não assumem nenhuma mudança de fase, sendo, portanto, modelos estritamente sem memória. Por outro lado, os modelos que levam em conta tanto amplitude quanto distorções de fase, i.e. consideram as conversões AM/AM e AM/PM (ARABI; ALI, 2008), como mostrado em (2.2), são chamados de modelos quase sem memória. A seguir, serão apresentados os modelos matemáticos de PA não lineares que serão utilizados neste trabalho, bem como conceitos relativos ao teorema de Bussgang, que será utilizado posteriormente nas análises deste trabalho.

### 2.2.1 Modelo Soft-Clipping

Nesse modelo, quando o módulo do sinal de entrada se encontra abaixo da amplitude de saturação, a relação entre o sinal de entrada e o de saída é perfeitamente linear, isto é, a fase e amplitude do sinal permanecem intactas.

Entretanto, quando o módulo do sinal de entrada ultrapassa a amplitude de saturação do PA não linear, o módulo desse sinal é limitado à amplitude de saturação, permanecendo a fase

do sinal intacta. Dessa forma, o modelo do amplificador *Soft-Clipping* pode ser definido como:

$$\tilde{y}_i = \begin{cases} \tilde{x}_i & , \quad \text{se } 0 \leq |\tilde{x}_i| \leq A_{sat}, \\ A_{sat} e^{j(\angle \tilde{x}_i)} & , \quad \text{se } |\tilde{x}_i| > A_{sat}. \end{cases} \quad (2.3)$$

em que  $A_{sat}$  é a amplitude de saturação do amplificador.

Neste trabalho, nas simulações computacionais do Capítulo 3, consideramos este modelo de amplificador devido à sua simplicidade e grande aplicabilidade (DARDARI *et al.*, 2000)(FERNANDES, 2012).

### 2.2.2 Modelo Polinomial

O modelo de amplificador polinomial sem memória em banda base em tempo discreto pode ser representado pela seguinte equação:

$$\tilde{y}_i = \sum_{k=0}^K b_{2k+1} \tilde{x}_i |\tilde{x}_i|^{2k}, \quad (2.4)$$

em que  $b_{2k+1}$  são os coeficientes do modelo e  $2K + 1$  é a ordem do modelo polinomial.

No caso de coeficientes  $b_{2k+1}$  complexos, a equação (2.4) resulta em um modelo de amplificador polinomial quase sem memória (DING, 2004). Se os coeficientes  $b_{2k+1}$  forem reais em (2.4), temos então um modelo de amplificador polinomial puramente sem memória. Vale ressaltar que o modelo (2.4) possui apenas potências de ordem ímpar pois os termos de ordem par correspondem a sinais com espectros de frequência fora da banda de base do sinal (FERNANDES *et al.*, 2010).

Nesse trabalho, nos Capítulos 4 e 5, consideramos um PA polinomial de ordem três (03) devido à simplicidade e similaridade com cenários realísticos.

### 2.2.3 Teorema de Bussgang

O Teorema de Bussgang, proposto no ano de 1952, trata essencialmente da correlação cruzada de sinais gaussianos na entrada e saída de funções não lineares. Bussgang provou em seu trabalho que a função de correlação cruzada de dois desses sinais, tomada após um deles ter sofrido uma distorção de amplitude não linear, é idêntica, exceto por um fator de proporcionalidade à função de correlação cruzada tomada antes da distorção (BUSSGANG, 1952).

Em outras palavras, sejam  $\tilde{x}_i$  e  $\tilde{y}_i$  relacionados através de uma função sem memória qualquer  $f(\cdot)$ , conforme (2.1), desde que  $\tilde{x}_i$  seja um processo aleatório gaussiano real estaci-

onário de média nula, então a correlação cruzada de  $\tilde{x}_i$  e  $\tilde{y}_i$ ,  $R_{xy}(\tau)$  possui a mesma forma da autocorrelação de  $\tilde{x}_i$ ,  $R_{xx}(\tau)$ , isto é:

$$R_{xy}(\tau) = \alpha R_{xx}(\tau), \quad (2.5)$$

onde  $\alpha \in \mathbb{C}$ , com  $|\alpha| \leq 1$ , é um escalar que denota a atenuação e a rotação imposta ao sinal  $\tilde{x}_i$  pela função  $f(\cdot)$ .

Do resultado obtido em (2.5), é possível reformular a equação (2.1) como (DARDARI *et al.*, 2000)(ERMOLOVA; HAGGMAN, 2004):

$$\tilde{y}_i = \alpha \tilde{x}_i + \tilde{d}_i, \quad (2.6)$$

em que  $\tilde{d}_i$  é uma distorção não linear descorrelacionada com  $\tilde{x}_i$ .

Alguns modelo de PAs possuem expressões fechadas para o ganho e para a potência da distorção não linear. Em capítulos futuros voltaremos a falar com maior profundidade a respeito destas expressões, já que estas serão de grande importância para técnicas propostas nesse trabalho.

### 2.3 Alocação de Recursos de Rádio

Os sistemas de rádio atuais contam com uma grande quantidade de usuários que, a cada instante, solicitam tanto potência quanto largura de banda para transmissão de dados. Diante disso, é normal que haja a escassez de recursos quando solicitados por uma grande quantidade de terminais, já que estes estão disponíveis de forma limitada e devem obedecer a certas restrições. Logo, é de grande importância o gerenciamento desses recursos a fim de atender de forma ótima os usuários, agregando altas s de dados e fornecendo economia de potência a rede.

A alocação de recursos de rádio (RRA, do inglês, *Radio Resource Allocation*), como o próprio nome sugere, tem por finalidade alocar os recursos disponíveis da rede de acesso de rádio aos terminais conectados (PANZER; BECK, 1990). Através desta, é possível alcançar o uso eficiente do espectro de frequência bem como da potência a ser alocada a cada usuário que requisite serviço nesse sistema.

No projeto de um sistema multiportadora, um aspecto crucial para transmissão de dados é a necessidade de otimizar a largura de banda de transmissão através de um esquema que permita uma alocação de potência ótima ou subótima. Conforme visto na seção anterior, em sistemas OFDM a banda larga de transmissão é dividida em  $N$  subcanais de transmissão, o que



permite a escolha otimizada da potência de transmissão para cada subcanal que maximiza a de transmissão (GOLDSMITH, 2005). Algoritmos de carregamento de bits (do inglês, *bit-loading*) e de carregamento de potência (do inglês, *power-loading*) possuem grande destaque na literatura, uma vez que fornecem soluções para os problemas de maximização de taxa com o uso de esquemas de codificação e modulação (MCS).

Dependendo do cenário, os algoritmos que apresentam a solução ótima para a alocação de potência ótima são irrealizáveis em termos de complexidade computacional, forçando os projetistas desses sistemas a trabalhar com soluções heurísticas subótimas (LIAO *et al.*, 2014). Para casos de alocação de potência em que as distorções não lineares são analisadas, esses algoritmos apresentam um aumento significativamente maior de complexidade.

Pensando nestes casos, um dos objetivos de nosso trabalho é propor heurísticas que consideram diferentes cenários e sugerem soluções a fim de fornecer maximização de taxa sem a necessidade de altos custos de complexidade.

## 2.4 Comunicação Cooperativa

Em um sistema de comunicação móvel ponto-a-ponto, a informação é transmitida a partir de um *link* direto entre a fonte e o destino, como pode ser observado na Figura 3. Contudo, no início da última década foi proposto um novo tipo de arquitetura que tem sido muito estudada e vem sendo apontada como uma técnica bastante promissora para as próximas gerações sem fio, a comunicação cooperativa (NOSRATINIA *et al.*, 2004). Nesses sistemas, a mensagem transmitida pode percorrer diferentes caminhos até chegar ao destino. Nesse caso, os transmissores são auxiliados por outros dispositivos denominados *relays* (retransmissores). A Figura 4 demonstra um sistema simples de cooperação, com um transmissor, um receptor e um *relay*.

Segundo (LIU *et al.*, 2009), um aspecto chave do processo de comunicação cooperativa é o tipo de processamento que o sinal que chega ao *relay* deve receber para que posteriormente possa ser retransmitido. Sendo assim, há uma gama de métodos de processamento de sinais e cada um desses métodos dá origem a um protocolo de retransmissão diferente.

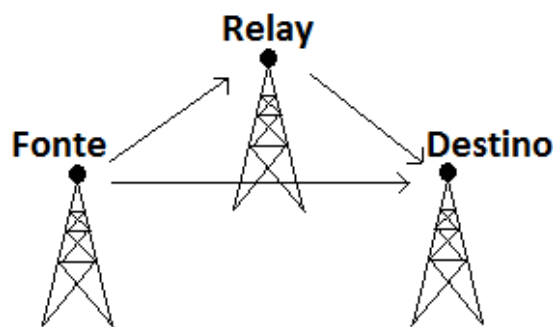
Os protocolos AF (do inglês, *Amplify and Forward*) e DF (do inglês, *Decode and Forward*) são largamente difundidos nos sistemas de comunicação cooperativa (LIU *et al.*, 2009). O protocolo AF apresenta maior simplicidade na implementação, uma vez que não considera o conteúdo da informação a ser enviada para o destino. Em sua etapa de retransmissão, este

Figura 3 – Modelo de sistema de comunicação móvel ponto-a-ponto.



Fonte: Próprio autor.

Figura 4 – Modelo de sistema cooperativo.



Fonte: Próprio autor.

protocolo aplica um ganho no sinal recebido e o reenvia para o destino final. A desvantagem desse protocolo é que para altos níveis de ruído no sinal recebido pelo *relay*, esse ruído será ainda mais amplificado, e posteriormente retransmitido para o destino com uma péssima qualidade.

No entanto, a fácil implementação desse protocolo e a inserção de pequenos atrasos no sinal transmitido torna-o oportuno.

Contrariamente ao protocolo AF, o protocolo DF apresenta maior complexidade, uma vez que o *relay* decodifica a informação recebida, recodifica e então retransmite a informação para o receptor. A principal desvantagem dessa abordagem é a possível detecção errônea do sinal recebido no *relay* e posterior retransmissão. Se o sinal for detectado errado, não existe sentido na recodificação da informação no *relay*, pois esse processamento acarretaria um esforço computacional desnecessário, além de gerar erros na detecção no destino. No entanto, a vantagem desse protocolo é a diminuição dos efeitos do ruído e de interferências (LIU *et al.*, 2009).

## 2.5 Conclusão

Este capítulo foi dedicado aos principais conteúdos teóricos que fundamentaram o presente trabalho. Inicialmente foram descritas as principais vantagens e desvantagens ofere-

cidas pela técnica OFDM. Pontuamos os efeitos do uso de PAs não lineares em sinais OFDM, destacando os modelos de PAs utilizados nas simulações computacionais desse trabalho. Além disso, apresentamos rapidamente o teorema de Bussgang que fornece uma alternativa linear para a modelagem dos efeitos de funções não-lineares. Em seguida, mencionamos a importância da alocação de recursos de rádio ótima no cenário dos sistemas de comunicações celulares. Por fim, evidenciamos as comunicações cooperativas que permitem uma série de vantagens alcançadas através da cooperação entre os nós da célula.

### 3 MÉTODOS DE REDUÇÃO DE PICOS EM SISTEMAS OFDM COOPERATIVOS BASEADOS NA TÉCNICA PTS

Conforme mencionado em capítulos anteriores, os sistemas OFDM vêm tomando cada vez mais espaço no cenário dos sistemas de comunicações atuais por permitirem altas taxas de transmissões de dados e robustez a ISI. No entanto, como também já foi mencionado, a principal desvantagem desses sistemas está relacionada a alta PAPR. Sinais que possuem alta PAPR, quando submetidos a amplificadores de potência não lineares, estão sujeitos à introdução de distorções que comprometem a ortogonalidade entre subportadoras e diminuem a qualidade da transmissão (GOLDSMITH, 2005).

A diminuição da potência média do sinal asseguraria a redução de distorções não lineares, no entanto esse processamento limitaria o sistema de transmissão diminuindo a SNR do sinal recebido. Conforme mencionado na introdução, a literatura pontua três abordagens utilizadas no tratamento das distorções introduzidas por PAs não lineares: cancelamento de NLDs no receptor, técnicas de pré distorção e técnicas de redução de PAPR (WASAFF, 2004).

As vantagens do uso de técnicas de redução de PAPR são inúmeras, dentre as quais destacam-se: grande eficiência na mitigação das distorções não lineares e baixa complexidade exigida na implementação, tanto de software quanto de hardware, uma vez que não requerem modificações de hardware no transmissor. Além disso, caso necessário, as mesmas podem ser aplicadas de forma conjunta a técnicas de cancelamento de distorções. Diante do exposto, a abordagem adotada para as contribuições propostas neste capítulo fundamentam-se no uso de técnicas de redução da PAPR.

Na literatura, existem inúmeras contribuições de técnicas que processam o sinal a nível de amplitude, em sistemas OFDM ponto-a-ponto, a fim de assegurar a diminuição de picos, tal como apresentado na subseção 1.1.1 do Capítulo 1. Entretanto, conforme também mencionado na revisão bibliográfica, poucos trabalhos tratam de técnicas de redução da PAPR em sinais OFDM aplicados a sistemas cooperativos. A quantidade reduzida de trabalhos na área é justificada sobretudo pela quantidade de complexidade envolvida nesses sistemas.

Em sistemas que empregam técnicas de redução de PAPR existe um perceptível compromisso entre o nível permitido de distorção não-linear e a complexidade do sistema. Em sistemas cooperativos, no *downlink*, é desejável que a carga de processamento no *relay* possua menor complexidade do que no nó fonte, uma vez que, no *downlink*, o *relay* é uma unidade móvel ou uma pequena estação retransmissora, com menor capacidade de processamento do que

a estação rádio base (ERB) (FERNANDES *et al.*, 2014).

Partindo desse contexto, neste capítulo é proposto um conjunto de técnicas de redução de picos em um sistema OFDM cooperativo com *relay* AF e PA's não lineares. O conjunto de técnicas derivam-se da técnica PTS e utilizam como métricas para escolha dos sinais transmitidos a PAPR e a CM. Neste conjunto de técnicas, os picos dos sinais transmitidos na fonte e no *relay* são reduzidos, entretanto, a carga de processamento do algoritmo de redução de picos é inteiramente concentrada na fonte, já que, no *downlink*, o *relay* é uma pequena estação retransmissora, com menor capacidade de processamento. Em nossa técnica, buscamos tratar, ainda na fonte, a não linearidade inserida pelo PA presente no *relay*.

O tratamento do sinal é realizado, na fonte, através da estimação de uma versão não ruidosa do sinal retransmitido pelo *relay*. Essa estimação nos permite assegurar que o sinal transmitido sofra o mínimo de distorções, garantido assim a qualidade da transmissão do enlace cooperativo. Critérios de controle de PAPR e CM são propostos baseados nas PAPRs/CMs do sinal da fonte e da versão estimada do *relay*. Resultados de simulações são apresentados ao fim do capítulo para avaliar o desempenho do conjunto de técnicas propostas.

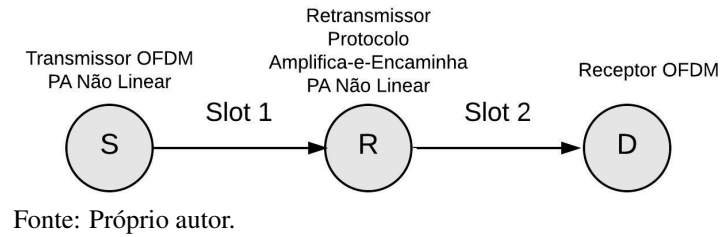
### 3.1 Modelo Sistêmico

O modelo de sistema cooperativo considerado neste capítulo é composto por três nós operando com o sistema OFDM: uma fonte, denotada por S (do inglês, *Source*), um retransmissor cujo protocolo utilizado é o AF, denotado por R (do inglês, *Relay*), e um destino, denotado por D (do inglês, *Destination*). Conforme mencionado anteriormente, este trabalho considera a presença de amplificadores de potência não lineares tanto na fonte quanto no *relay*. A Figura 5 apresenta o modelo de sistema OFDM cooperativo descrito acima.

Nesse modelo foi assumido que cada nó do enlace possui uma única antena operando no modo *half-duplex*, isto é, as transmissões e recepções ocorrem em *slots* de tempo diferentes. Além disso, todos os canais do sistema são independentes entre si, possuindo desvanecimento seletivo em frequência. Foi suposto também que a fonte possui conhecimento prévio do canal do enlace fonte-*relay*.

Consideramos que o método de acesso ao meio do sistema cooperativo em questão é baseado em TDMA (do inglês, *Time Division Multiple Access*). Sendo assim, a transmissão é realizada em dois *slots* de tempos ortogonais. A escolha pelo método TDMA de acesso ao meio é dada por questões de simplicidade, dado que sua simulação e método de operação são mais

Figura 5 – Modelo de sistema OFDM cooperativo.



triviais. No primeiro *slot* de tempo, o sinal é enviado para R a partir de S. No segundo *slot* de tempo o *relay* retransmite o sinal para D.

Quanto à potência de transmissão, a fonte transmite a informação com potência  $P_S$  e o *relay* retransmite com uma potência  $P_R$ . Inicialmente, é gerada uma sequência aleatória uniformemente distribuída de bits e, em seguida, modulada utilizando uma constelação PSK (do inglês, *Phase-Shift Keying*) ou QAM (do inglês, *Quadrature Amplitude Modulation*). A IFFT é aplicada e então adicionado o prefixo cíclico para que assim sejam gerados os símbolos OFDM. O sinal da fonte é submetido a um PA que possui características não lineares e, por fim, o mesmo é transmitido ao *relay* através de um canal seletivo em frequência.

Ao chegar no *relay*, inicialmente é removido o prefixo cíclico do sinal recebido e, em seguida, a DFT é aplicada ao sinal. No domínio da frequência, no primeiro *slot* de tempo, o sinal recebido no *relay* através do enlace SR, na  $n$ -ésima subportadora, é dado por:

$$y_n^{(SR)} = h_n^{(SR)} \mathcal{F}_n \left( f^{(S)} \left( \sqrt{P_S} \tilde{\mathbf{x}} \right) \right) + w_n^{(SR)}, \quad (3.1)$$

para  $1 \leq n \leq N$ , em que  $h_n^{(SR)}$  é a resposta em frequência do canal na  $n$ -ésima subportadora do *link* fonte-*relay*,  $w_n^{(SR)}$  é o ruído branco Gaussiano aditivo (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*) do *link* SR da  $n$ -ésima subportadora, com média nula e variância  $\sigma_w^2$ ,  $\mathcal{F}_n(\cdot) : C^N \rightarrow C$  é a função que retorna o  $n$ -ésimo valor da DFT do vetor de entrada,  $f^{(S)}(\cdot) : C^N \rightarrow C^N$  é a função que modela o PA não linear da fonte e  $\tilde{\mathbf{x}} \in C^N$  é o vetor com os sinais transmitidos no domínio do tempo.

No segundo *slot* de tempo, ocorre a retransmissão da informação pelo *relay*, a partir do protocolo AF. O *relay* atribui um ganho  $G_n$  a cada subportadora do sinal recebido  $y_n^{(SR)}$  no domínio da frequência, em seguida a informação é retransmitida. Para esse trabalho foi considerado que o *relay* possui um conhecimento prévio do canal  $h_n^{(SR)}$ , uma vez que o fator de amplificação dependerá deste valor. Sendo assim, o fator  $G_n$  pode ser modelado a partir da

seguinte equação de ganho variável (LIU *et al.*, 2009):

$$G_n = \frac{\sqrt{P_R}}{\sqrt{|h_n^{(SR)}|^2 P_S + \sigma_w^2}}, \quad (3.2)$$

em que  $\sigma_w^2$  é a variância do ruído  $w_n^{(SR)}$ .

Após aplicar o ganho  $G_n$ , o *relay* realiza as operações necessárias à transmissão OFDM. Inicialmente é inserido o prefixo cíclico, em seguida aplicada a transformada inversa de Fourier discreta (IDFT - *Inverse Discrete Fourier Transform*) e, por fim, o sinal é submetido ao PA não linear. Logo, o sinal que chega ao destino, retransmitido pelo *relay* através de um canal seletivo em frequência, na  $n$ -ésima subportadora no domínio da frequência pode ser escrito como:

$$y_n^{(RD)} = h_n^{(RD)} \mathcal{F}_n \left( f^{(R)} \left( \tilde{\mathbf{y}}^{(SR)} \right) \right) + w_n^{(RD)}, \quad (3.3)$$

em que  $h_n^{(RD)}$  é a resposta em frequência da  $n$ -ésima subportadora do canal RD,  $f^{(R)}(\cdot) : \mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$  é função que modela o PA não linear do *relay*,  $w_n^{(RD)}$  é o correspondente AWGN e  $\tilde{\mathbf{y}}^{(SR)} \in \mathbb{C}^N$  é o vetor com os sinais transmitidos pelo *relay* no domínio do tempo, dado pela IDFT da sequência  $\{G_n y_n^{(SR)}\}$ , para  $n = 1, \dots, N$ . Destaca-se a necessidade de, no receptor, retirar os ganhos atribuídos pelos canais em cada subportadora e posteriormente possa ser realizada a demodulação dos símbolos transmitidos.

A partir das equações (3.1) e (3.3), é possível observarmos que os dados transmitidos sofrem modificações devido às funções que modelam os amplificadores de potência não lineares. Conforme mencionado na Seção 2.2, dependendo do tipo de dispositivo não linear utilizado, a amplitude e/ou a fase do sinal pode ser afetada, comprometendo a qualidade da comunicação entre usuários.

### 3.2 Métricas de Variações de Amplitude do Sinal

Conforme visto no Capítulo 2, uma métrica tradicional para caracterizar as variações de envelope dos sinais OFDM é a PAPR. Essa métrica é definida como a razão entre a potência máxima instantânea e a potência média de um sinal OFDM dada por (GOLDSMITH, 2005):

$$PAPR = \frac{\max_{1 \leq i \leq N} |\tilde{x}_i|^2}{E[|\tilde{x}_i|^2]} \quad (3.4)$$

em que o operador  $E[\cdot]$  é definido como a função esperança do sinal  $\tilde{x}_i$  no domínio do tempo.

De (3.4), fica claro que a PAPR considera apenas o pico máximo de potência dos sinais OFDM. No entanto, quando submetidos a PA não lineares, sinais OFDM com grandes variações de envelope terão não apenas a potência de pico máximo afetada. Portanto, apenas o pico máximo de energia não pode representar completamente as distorções inseridas pelo amplificador.

Conforme mencionado anteriormente, para levar em conta a não-linearidade na saída de PAs, outra métrica bastante difundida na literatura é a métrica cúbica (CM) (WG1; WG4, 2004). A CM de sinais OFDM é definido como (KIM *et al.*, 2016):

$$CM|_{dB} \triangleq \frac{RCM|_{dB} - RCM_{ref}|_{dB}}{C}, \quad (3.5)$$

em que  $RCM|_{dB}$  é a RCM (do inglês, *Raw Cubic Metric*), definida por:

$$RCM|_{dB} \triangleq 20 \log_{10} \left[ rms \left[ \left( \frac{|\tilde{x}_i|}{rms|\tilde{x}_i|} \right)^3 \right] \right], \quad (3.6)$$

e  $RCM_{ref}|_{dB}$  e  $C$  são constantes determinadas de acordo com os sistemas OFDM considerados. Para esse trabalho foi considerado  $RCM_{ref}|_{dB} = 1,52$  e  $C = 1,56$  (WG1; WG4, 2004).

### 3.3 Técnicas de Redução de Picos

A Subseção 3.3.1 apresenta a técnica PTS que serviu como base para a proposição das técnicas propostas nesse trabalho. Em seguida, nas subseções 3.3.2 e 3.3.3 são apresentadas as técnicas propostas nesse trabalho.

#### 3.3.1 Partial Transmit Sequence (PTS)

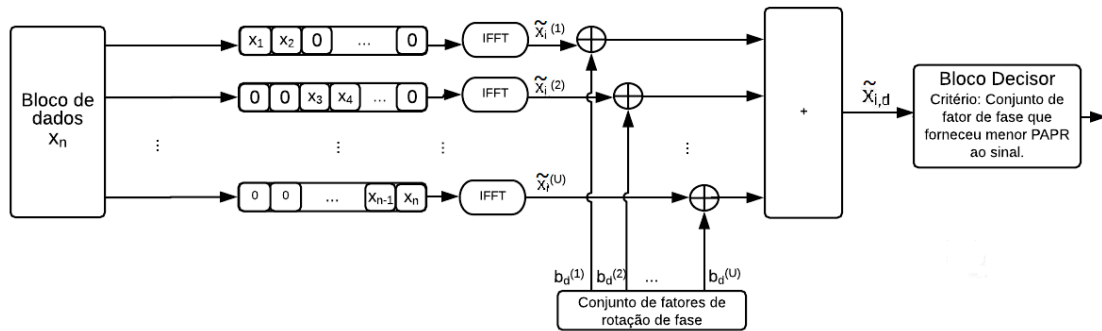
Nessa técnica, um bloco de dados na frequência  $x_n$ , com  $n = 1, 2, \dots, N$ , é particionado em uma quantidade de sub-blocos  $U$  disjuntos e não sobrepostos  $x_n^{(u)}$ ,  $u = 1, 2, \dots, U$ . A IFFT com  $N$  pontos é aplicada aos vetores presentes em cada sub-bloco, onde apenas  $N/U$  pontos são não nulos e os demais pontos da IFFT são nulos, gerando os sinais no domínio do tempo denotados por  $\tilde{x}_i^{(u)}$ ,  $u = 1, \dots, U$  e  $i = 1, \dots, N$  (MULLER; HUBER, 1997).

Após aplicada a IFFT, cada sub-bloco  $\tilde{x}_i^{(u)}$  é multiplicado por um fator de rotação de fase  $b_d^{(u)}$ , para  $d = 1, \dots, D$ , em que  $d$  é número de vetores de fases testados. Posteriormente, todos os sub-blocos são somados, de forma que  $D$  sinais candidatos são gerados ( $\tilde{x}_{i,d}$ ,  $d = 1, \dots, D$ ). Matematicamente isso significa que:

$$\tilde{x}_{i,d} = \sum_{u=1}^U \tilde{x}_i^{(u)} b_d^{(u)}. \quad (3.7)$$



Figura 6 – Ilustração do diagrama de blocos da técnica PTS.



Fonte: Próprio Autor.

O último estágio do algoritmo PTS no transmissor é um bloco decisor que busca, dentre todos os sinais candidatos, o sinal com menor PAPR. A alta probabilidade de selecionar um conjunto de fatores de fase que, aplicados aos sub-blocos, gere um valor minimizado da PAPR é que faz a técnica PTS ser tão conhecida atualmente na literatura. A Figura 6 ilustra o diagrama de blocos da técnica PTS.

A literatura prevê para esse método quatro fatores que influenciam diretamente na eficácia da técnica. O primeiro está relacionado ao número de sub-blocos  $U$  em que a informação é particionada e o segundo à quantidade  $D$  de conjunto de fatores de fase testados. Quanto maiores esses valores, maior será a probabilidade de diminuição da PAPR. Consequentemente, a complexidade aumenta, visto que serão necessários mais blocos de IFFT para implementar o sistema (AQUINO, 2011).

O terceiro fator está relacionado ao tipo de particionamento aplicado ao bloco de dados. Existem três tipos de particionamento, são eles: partição entrelaçada, partição adjacente e partição pseudoaleatória (AQUINO, 2011). Por questões de simplificação algorítmica, escolhemos adotar o particionamento adjacente. Neste caso, cada bloco possui  $N/U$  subportadoras consecutivas no mesmo bloco e todas as demais possuem valor nulo.

O quarto fator que influencia o desempenho da técnica é a escolha das sequências de rotação de fase. Estas sequências devem conseguir gerar réplicas do sinal transmitido aproximadamente descorrelacionadas, para que seja pequena a probabilidade de que todos os candidatos a sinais transmitidos tenham picos elevados. Isto acarretará em uma maior probabilidade de se encontrar um sinal com baixa PAPR (AQUINO, 2011).

### 3.3.2 SR-PTS PAPR (Source-Relay PTS PAPR)

Nessa subseção, propomos uma nova técnica de redução de PAPR para sistemas OFDM cooperativos baseada na técnica PTS, de forma que possamos diminuir as distorções inseridas por PAs não lineares presentes na fonte e no *relay*, com toda a complexidade algorítmica concentrada na fonte.

A nova técnica fundamenta-se na ideia de que a complexidade do algoritmo de redução de picos em sistemas OFDM cooperativos deve estar concentrada preferencialmente na fonte, uma vez que a estação móvel apresenta menor capacidade de processamento. Em sistemas de rádio, a fonte geralmente é uma estação rádio base que possui ferramentas capazes de processar maiores volumes de informação, estando, portanto, apta a não apenas transmitir dados mas, analisá-los e garantir a segurança e confiabilidade na transmissão. O mesmo não é válido para as estações retransmissoras que, em geral, contam com dispositivos menores e possuem como funcionalidade principal a retransmissão dos dados, eximindo-os da obrigatoriedade de fornecer um tratamento complexo aos dados recebidos da fonte. Dessa forma, a ideia principal da técnica proposta é aplicar, na fonte, a técnica PTS aos sinais transmitidos pela fonte e pelo *relay*. No caso, do sinal transmitido pelo *relay*, será criada uma versão não ruidosa do sinal transmitido pelo *relay* e a partir dessa versão será aplicada a técnica PTS.

Inicialmente, a informação em banda base a ser transmitida é gerada e então modulada a partir da modulação QAM. Assim como no PTS, é gerada uma sequência de dados  $x_n$ , que é particionada em uma quantidade de sub-blocos  $U$  disjuntos e não sobrepostos  $x_n^{(u)}$ . Esses sub-blocos são multiplicados por fatores de rotação de fase  $b_d^{(u)}$ . Em seguida, é realizada a soma de sub-blocos, gerando assim  $D$  sinais candidatos. A equação que modela os sinais candidatos no domínio da frequência é dada por:

$$x_{n,d} = \sum_{u=1}^U x_n^{(u)} b_d^{(u)}. \quad (3.8)$$

Ainda na fonte, supondo que a mesma conhece o canal do enlace fonte-*relay*, é possível calcular o ganho do *relay*  $G_n$  (protocolo AF) e então estimar uma versão não ruidosa do sinal retransmitido pelo *relay*. Dizemos que essa versão é estimada uma vez que não é possível determinar o ruído no *relay*. A versão estimada não ruidosa do sinal transmitido pelo *relay* é dada por:

$$y_{n,d}^{(e)} = x_{n,d} G_n h_n^{(SR)} \quad (3.9)$$

em  $x_{n,d}$  é dado por (3.8) e o índice  $e$  indica apenas que trata-se de uma estimativa do sinal do *relay*.

Após o cálculo de (3.9), é então aplicada a IFFT. As versões estimadas não ruidosas dos sinais candidatos no *relay* no domínio do tempo são dados por:

$$\tilde{y}_{i,d}^{(e)} = IFFT\{y_{n,d}^{(e)}\} \quad (3.10)$$

A descrição das etapas apresentadas até o presente momento muito se assemelham à técnica PTS Convencional. De início, é realizado um embaralhamento no sinal estimado não ruidoso e são gerando novos sinais com novas possíveis PAPR's. Como já sabemos, na técnica PTS Convencional, após gerar os sinais candidatos, é calculada a PAPR e, em seguida, no bloco decisor é escolhida a sequência de rotação de fase que minimiza a PAPR. No entanto, nessa subseção, propomos novos critérios de escolha para o bloco decisor da técnica PTS Convencional.

Ao invés de analisarmos qual, dentre todos os sinais candidatos, fornece a menor PAPR, nós propomos quatro novos critérios de escolha para o bloco decisor que levam em conta tanto a PAPR de sinais candidatos gerados na própria fonte, quanto a PAPR de sinais candidatos não ruidosos do *relay* estimados pela fonte. Com base nessas duas PAPR's será possível encontrar a sequência que de maneira conjunta consiga assegurar que o sinal permaneça dentro da região linear de operação dos amplificadores tanto da fonte, quanto do *relay*.

Em um primeiro momento, a PAPR na fonte para cada um dos  $D$  sinais candidatos gerados é dada por:

$$PAPR_d^{(S)} = \frac{\max_{1 \leq i \leq N} |\tilde{x}_{i,d}|^2}{E[|\tilde{x}_{i,d}|^2]} \quad (3.11)$$

em que  $\tilde{x}_{i,d}$  é dado pela equação (3.7) e  $d = 1, \dots, D$  é o índice da sequência candidata.

Ainda na fonte, é estimada a versão não ruidosa do sinal recebido no *relay* utilizando (3.9), aplicada a IFFT a partir de (3.10) e calculada sua PAPR. A PAPR do sinal estimado não ruidoso é dada por:

$$PAPR_d^{(R)} = \frac{\max_{1 \leq i \leq N} |\tilde{y}_{i,d}^{(e)}|^2}{E[|\tilde{y}_{i,d}^{(e)}|^2]} \quad (3.12)$$

em que  $d = 1, \dots, D$ . Vale ressaltar que a rotação de fase do sinal OFDM e geração de sinais candidatos é realizada apenas na fonte, porém tem efeito nas duas PAPR's calculadas.

Em posse dessas duas PAPR's (fonte e versão estimada do *relay*) para cada um dos  $D$  sinais candidatos, propomos para o bloco decisor o uso de um dos cinco critérios a seguir:

- Menor PAPR da fonte (M1): Nesse critério de escolha, o bloco decisor atua de forma idêntica ao PTS original. É escolhido o sinal candidato que apresenta a menor PAPR do sinal OFDM original transmitido pela fonte ( $PAPR_d^{(S)}$ ). O sinal que apresenta menor PAPR escolhido a partir do critério M1 é dado por:

$$PAPR_{(j)}^{M1} = \min_{1 \leq d \leq D}(PAPR_d^{(S)}), \quad (3.13)$$

em que  $j$  indica o índice do sinal candidato selecionado e, por consequência, o índice da sequência de rotação de fase que será utilizada na diminuição da PAPR.

- Menor PAPR do *relay* (M2): Neste caso, é escolhido o candidato cujo embaralhamento através dos fatores de fase forneceu a menor PAPR do *relay* ( $PAPR_d^{(R)}$ ). Vale destacar que a sequência que reduz a PAPR no *relay* é escolhida na fonte, entretanto ela é aplicada ao sinal OFDM original, anterior a transmissão. A menor PAPR do *relay* escolhida a partir do critério M2 é dado por:

$$PAPR_{(j)}^{M2} = \min_{1 \leq d \leq D}(PAPR_d^{(R)}). \quad (3.14)$$

- Menor da máxima PAPR entre fonte e *relay* (M3): Nesse critério, é selecionada a sequência de fatores de fase que fornece o candidato com menor valor da máxima PAPR entre fonte e *relay*. O critério M3 pode ser resumido por:

$$PAPR_{(j)}^{M3} = \min_{1 \leq d \leq D}(\max(PAPR_d^{(S)}, PAPR_d^{(R)})). \quad (3.15)$$

- Mínimo da Soma (M4): As duas PAPR's são somadas e, dentre todos os sinais candidatos, aquele com o menor valor de soma das PAPR's é escolhido. A sequência que promove a redução das distorções não lineares para esse critério é dada por:

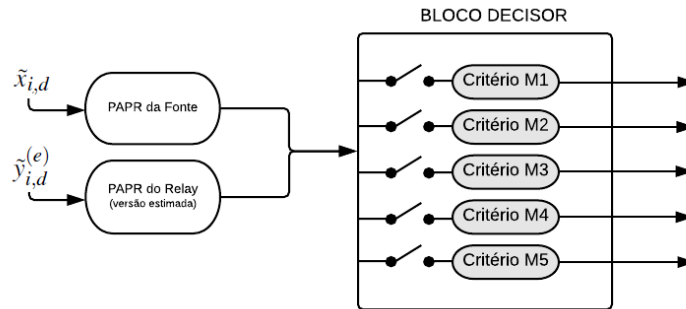
$$PAPR_{(j)}^{M4} = \min_{1 \leq d \leq D}(PAPR_d^{(S)} + PAPR_d^{(R)}). \quad (3.16)$$

- Mínimo do produto (M5): São calculadas as duas PAPR's mencionadas acima, mas ao invés da soma é realizado o produto desses dois valores e, em seguida, escolhido o sinal candidato com o menor valor dentre todos os produtos. A sequência escolhida através do critério M5 é dada por:

$$PAPR_{(j)}^{M5} = \min_{1 \leq d \leq D}(PAPR_d^{(S)} \cdot PAPR_d^{(R)}). \quad (3.17)$$

Após seleção a partir de algum dos cinco (05) critérios mencionados acima, o sinal candidato escolhido é transmitido pela fonte. A Figura 7 traz uma representação das modificações propostas por esse trabalho ao bloco decisor.

Figura 7 – Ilustração do bloco decisor do conjunto de técnicas SR-PTS PAPR.



Fonte: Próprio Autor.

Dos critérios propostos para o bloco decisor, esperamos que o critério M1 minimize apenas a PAPR da fonte, enquanto que o critério M2 minimize apenas a PAPR do *relay*. Para modelos de sistema que considerem PA's não lineares na fonte e no *relay* é esperado que os critérios M3, M4 e M5 apresentem melhor desempenho quando comparados aos critérios M1 e M2, uma vez que levam em conta tanto a PAPR da fonte quanto a PAPR do sinal estimado não ruidoso do *relay*.

De maneira mais sucinta, a ideia da família de técnicas propostas é reduzir as distorções inseridas pelo PA da fonte e do *relay* através da proposição de uma nova técnica que baseia-se no PTS convencional, mas que utiliza algoritmos diferentes no bloco decisor da sequência a ser transmitida. Além, é claro, de fornecer ao sistema menos complexidade no *relay*.

### 3.3.3 SR-PTS CM (Source-Relay PTS Cubic Metric)

Nessa técnica, assim como no conjunto de técnicas propostas na subseção anterior, são aplicadas rotações de fase ao sinal OFDM original e também são geradas versões não ruidosas de possíveis sinais candidatos a retransmissão pelo *relay*. Entretanto, no conjunto de técnicas SR-PTS CM, a métrica utilizada para estimar os picos de potência do sinal OFDM é a CM, como o próprio nome sugere.

Dessa forma, são calculadas as CM's do sinal OFDM original e da versão estimada não ruidosa do *relay* embaralhados por conjuntos de rotação de fase. Conforme mencionado em seções anteriores, a CM é calculada através da seguinte relação:

$$CM|_{dB} \triangleq \frac{RCM|_{dB} - RCM_{ref}|_{dB}}{C}, \quad (3.18)$$

em que  $RCM|_{dB}$  na fonte é definido por:

$$RCM_d^{(S)}|_{dB} \triangleq 20 \log \left[ rms \left[ \left( \frac{|\tilde{x}_{i,d}|}{rms|\tilde{x}_{i,d}|} \right)^3 \right] \right], \quad (3.19)$$

e na versão estimada não ruidosa do *relay*:

$$RCM_d^{(R)}|_{dB} \triangleq 20 \log \left[ rms \left[ \left( \frac{|\tilde{y}_{i,d}^{(e)}|}{rms|\tilde{y}_{i,d}^{(e)}|} \right)^3 \right] \right]. \quad (3.20)$$

A partir do  $CM$  da fonte  $CM_d^{(S)}$ , obtido através da substituição de (3.19) em (3.18), e do  $CM$  do *relay*  $CM_d^{(R)}$ , obtido através da substituição de (3.20) em (3.18), para as  $D$  sequências candidatas, no bloco decisor é aplicado então algum dos seguintes critérios:

- Menor  $CM$  da fonte (CM1): O bloco decisor escolherá o sinal candidato que apresenta a menor  $CM$  do sinal OFDM transmitido pela fonte ( $CM_d^{(S)}$ ). O sinal que apresenta menor  $CM$  escolhido a partir do critério CM1 é dado por:

$$CM_{(j)}^{CM1} = \min_{1 \leq d \leq D} (CM_d^{(S)}), \quad (3.21)$$

em que  $j$  indica o índice do sinal candidato selecionado.

- Menor  $CM$  do *relay* (CM2): Neste caso, é escolhida a sequência que forneceu a menor  $CM$  de todas as versões não ruidosas de possíveis sinais candidatos a retransmissão no *relay* ( $CM_d^{(R)}$ ). No critério CM2 o bloco decisor realiza a seguinte operação:

$$CM_{(j)}^{CM2} = \min_{1 \leq d \leq D} (CM_d^{(R)}). \quad (3.22)$$

- Menor do máximo  $CM$  entre fonte e *relay* (CM3): Nesse critério é escolhida a sequência que fornece menor  $CM$  dentre a máxima  $CM$  obtida na fonte e no *relay*, através da seguinte relação:

$$CM_{(j)}^{CM3} = \min_{1 \leq d \leq D} (\max(CM_d^{(S)}, CM_d^{(R)})). \quad (3.23)$$

- Mínimo da Soma (CM4): As duas  $CM$ 's são somadas e a sequência que fornecer o menor valor da soma das  $CM$ 's é escolhida, da seguinte forma:

$$CM_{(j)}^{CM4} = \min_{1 \leq d \leq D} (CM_d^{(S)} + CM_d^{(R)}). \quad (3.24)$$

- Mínimo do produto (CM5): Nesse critério é realizado o produto entre os vetores de  $CM$ 's (fonte e *relay*) e, em seguida, escolhido o sinal candidato com o menor valor dentre todos os produtos de  $CM$ 's, como segue:

$$CM_{(j)}^{CM5} = \min_{1 \leq d \leq D} (CM_d^{(S)} \cdot CM_d^{(R)}). \quad (3.25)$$

É esperado que o conjunto de técnicas SR-PTS CM apresente maior eficácia na redução dos picos de potência de sinais OFDM, já que, conforme demonstrado em (DEUMAL *et al.*, 2011), a métrica CM é mais efetiva no combate de distorções não lineares que a PAPR.

A literatura afirma que a métrica CM é mais eficaz que a PAPR pois a mesma considera as distorções do sinal causadas principalmente pelo produto de intermodulação não-linear de terceira ordem de PA's. Enquanto que a PAPR considera apenas o pico principal de potência de símbolos OFDM, não levando em conta os picos secundários (KIM *et al.*, 2016).

### 3.4 Resultados de Simulação

Nesta Seção são apresentados os resultados do conjunto de técnicas novas propostas nesse trabalho, quando aplicadas em sistemas OFDM cooperativos. Uma análise da técnica PTS Convencional (critério M1) é realizada frente aos demais critérios apresentados neste trabalho, ademais, é realizada também uma comparação entre as métricas PAPR e CM. Para essa análise, as simulações computacionais foram realizadas no software MATLAB<sup>®</sup> e a métrica de avaliação utilizada foi a SER (do inglês, *Symbol Error Ratio*), para uma média de  $10^4$  amostras de Monte Carlo. A PAPR e a CM não foram usadas como métricas de avaliação pois cada técnica procura minimizar um tipo diferente de PAPR ou CM. Ademais, o principal objetivo de uma técnica de redução de picos é diminuir a SER quando um PA não linear é considerado.

Consideramos que os sinais transmitidos na fonte e no *relay* passam por PA's não lineares do modelo *soft-clipping* (2.3), com amplitude de saturação igual a 1,0. A escolha desse modelo deve-se à sua conformidade com as curvas reais dos amplificadores de potência, sua simplicidade e grande aplicabilidade.

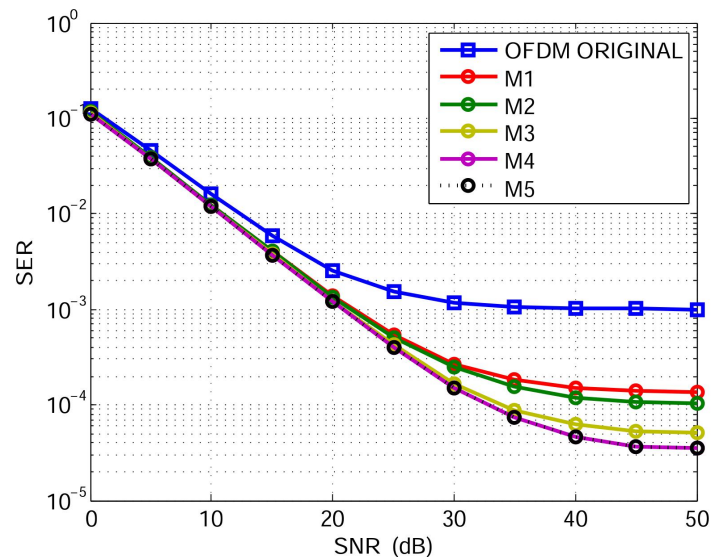
Com relação as técnicas PTS, SR-PTS PAPR e SR-PTS CM, foi utilizado um particionamento do tipo adjacente (AQUINO, 2011), devido a maior facilidade de implementação computacional. O número de sub-blocos foi variado ao longo das simulações, assim como o número de sequências de rotação de fase. Essas sequências foram geradas de forma aleatória e pertencem ao intervalo  $[0, 2\pi)$ . A Tabela 1 apresenta ainda, alguns outros parâmetros utilizados nas simulações.

Inicialmente foi comparado o desempenho da técnica SR-PTS PAPR frente ao sinal OFDM original e à utilização do PTS Convencional (Critério M1). A Figura 8 mostra a SER em função da SNR (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio*) média para todos os critérios da técnica SR-PTS PAPR proposta nesse trabalho. É possível observarmos que todos os critérios aqui

Tabela 1 – Parâmetros iniciais das simulações computacionais.

Parâmetro	Valor
Nº de subportadoras	256
Modulação	16-QAM
Potência de transmissão da fonte	0.4 W
Potência de transmissão do <i>relay</i>	0.4 W
Nº <i>taps</i> do canal	4.0
Tamanho do prefixo cíclico	4.0
Distâncias fonte- <i>relay</i> / <i>relay</i> -destino	0.5 Km
Coefficiente de perda de percurso	4.0
Nº de sub-blocos	32
Nº de sequências de rotação de fase	30

Figura 8 – SER versus SNR - Técnica SR-PTS PAPR.



Fonte: Próprio autor.

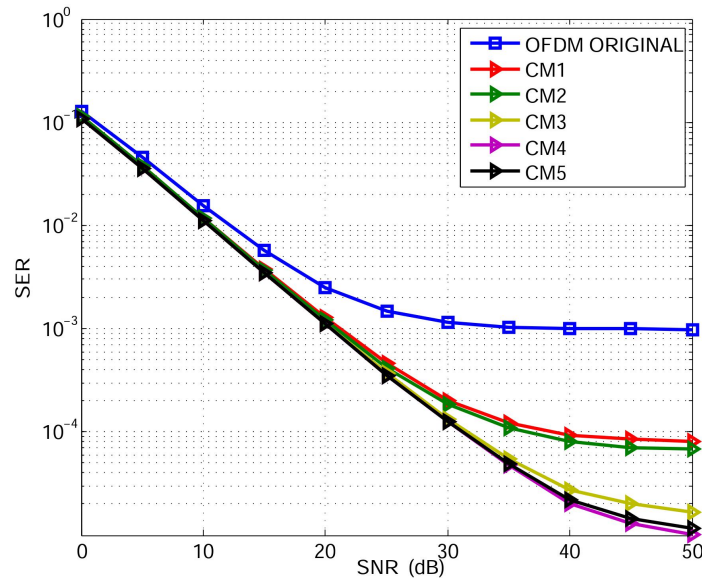
propostos, quando aplicados ao bloco decisor, apresentam resultados significativos na diminuição da SER, quando comparados tanto ao sinal OFDM original quanto a técnica PTS Convencional, em especial nas SER's fornecidas pelos critérios M3, M4 e M5.

Nas altas SNR's, quando comparada com o OFDM original, a SER da técnica SR-PTS PAPR chega a ser aproximadamente 100 vezes menor. Esses três critérios (M3, M4 e M5) apresentaram melhores resultados uma vez que, para a escolha da sequência candidata, os mesmos levam em consideração tanto a PAPR da fonte, quanto a PAPR do sinal estimado do *relay*, de forma que há uma minimização simultânea da PAPR tanto na fonte quanto no *relay*.

Em seguida, foram analisadas as contribuições fornecidas pela técnica SR-PTS CM. A Figura 9 apresenta a SER em função da SNR média para todos os critérios da técnica SR-PTS



Figura 9 – SER versus SNR - Técnica SR-PTS CM.



Fonte: Próprio autor.

CM proposta nesse trabalho. Podemos observar que as SER's dos critérios propostos nesse trabalho são muito inferiores às da técnica PTS convencional (M1) e às do OFDM convencional.

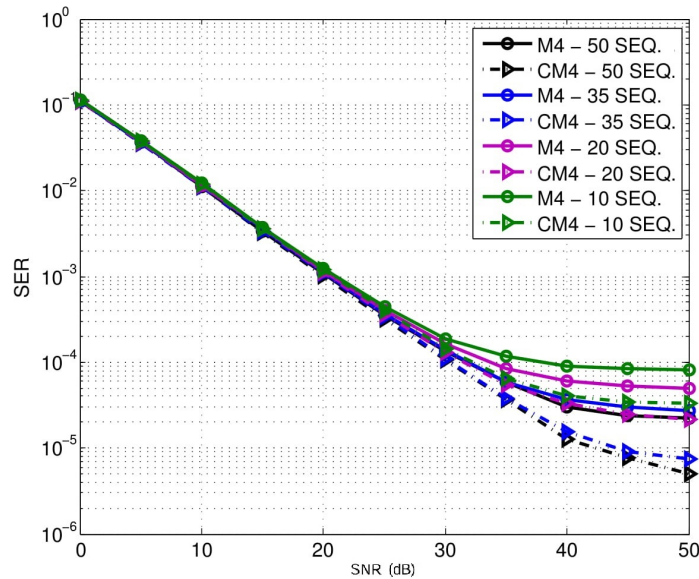
Os melhores casos foram obtidos quando utilizados os critérios CM3, CM4, e CM5, uma vez que levam em conta tanto a CM da fonte quanto a CM do *relay*. Para uma SNR média de 50 dB há uma diminuição de um fator de aproximadamente 1000 na SER entre o critério M4 (melhor caso) e o sinal OFDM original.

De posse dos bons resultados fornecidos pelas técnicas SR-PTS PAPR e SR-PTS CM, realizamos simulações para os melhores casos (Critérios M4 e CM4) de cada uma das técnicas variando o número de sequências de rotação de fase. A ideia é observarmos a influência desse parâmetro no desempenho do sistema. A partir desses resultados é possível analisarmos também a relação entre as métricas CM e PAPR. A Figura 10 mostra a SER para vários valores do número  $D$  de sequências candidatas.

Conforme já demonstrado na literatura (AQUINO, 2011), o aumento do número de sequências de rotação de fase permite uma diminuição na PAPR, que por consequência diminui o número de distorções. Esse resultado é totalmente plausível, uma vez que o aumento da quantidade de sinais candidatos permite uma maior probabilidade de encontrar uma sequência que minimize os picos de potência instantânea. A partir da Figura 10 é possível observarmos que esse comportamento se repete nas técnicas SR-PTS PAPR e SR-PTS CM. Além disso, podemos concluir também que a CM fornece melhores SERs que a PAPR, para todos os casos testados.

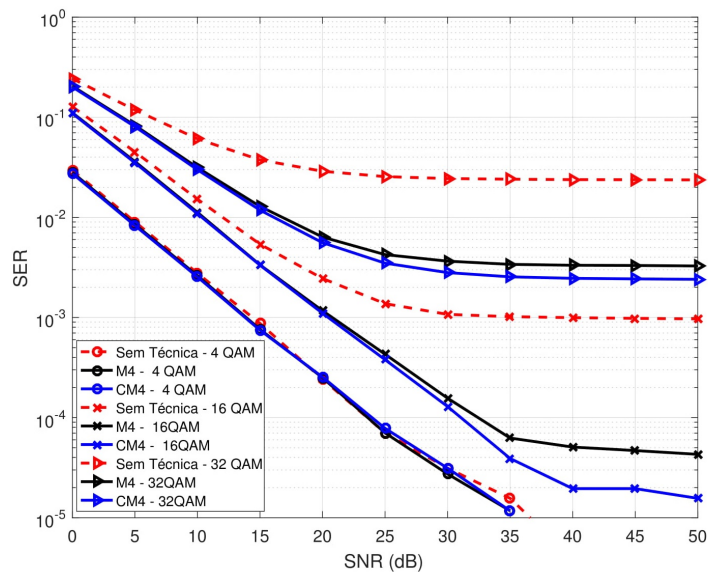
Ainda usufruindo do bom desempenho dos critérios M4 e CM4, foram realizadas

Figura 10 – SER versus SNR - Comparação entre as técnicas SR-PTS PAPR e SR-PTS CM.



Fonte: Próprio autor.

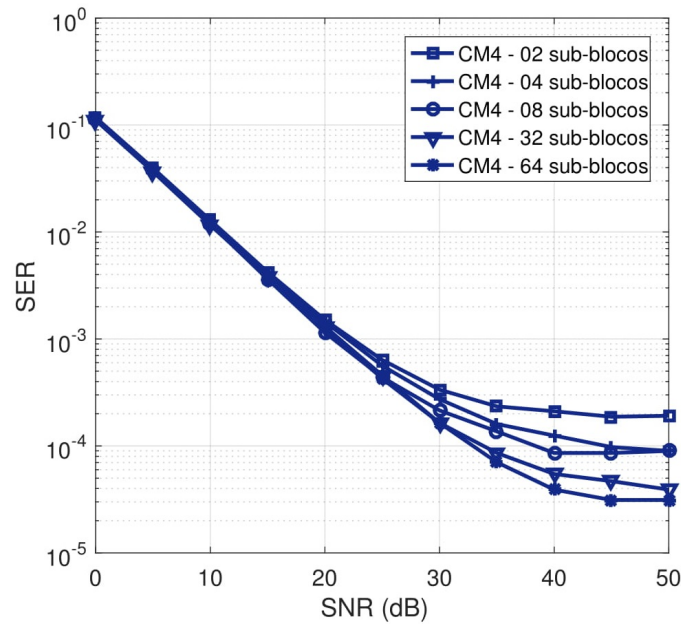
Figura 11 – SER versus SNR - Variação da ordem de modulação.



Fonte: Próprio autor.

simulações a fim de analisar os efeitos da ordem de modulação utilizada para transmissão. A Figura 11 analisa a SER versus a SNR assumindo que os símbolos transmitidos pertencem às constelações 4, 16 e 32-QAM, para 30 seqüências testadas e os demais parâmetros anteriores intactos. Os resultados do gráfico comparam o desempenho das novas técnicas à ausência de técnicas de redução da picos de amplitude. Nota-se que as técnicas propostas proporcionam significativa diminuição na SER, especialmente para altas SNRs e baixas modulações. Isto se

Figura 12 – SER versus SNR - Variação do número de sub-blocos.



Fonte: Próprio autor.

deve ao fato de, para baixas SNRs, o ruído ser a principal fonte de degradação do sistema, sendo as distorções não lineares menos relevantes. Ademais, como já ressaltado em (FERNANDES *et al.*, 2012), as distorções não lineares possuem um efeito mais acentuado na SER quando modulações de alta cardinalidade são utilizadas.

Devido ao bom desempenho do critério CM4 frente aos demais, na Figura 11, consideramos apenas este critério e variamos o número de sub-blocos, a fim de constatar a influência desse parâmetro sobre a técnica. A Figura 12 mostra a SER do critério CM4 para diferentes valores do número  $U$  de sub-blocos. Assim como ocorre em (AQUINO, 2011), a Figura 12 permite-nos afirmar que o aumento da quantidade de sub-blocos fornece significativa diminuição na SER, uma vez que permite um melhor embaralhamento do sinal, assegurando, portanto, que os picos de potência dos sinais escolhidos permaneçam abaixo da amplitude de saturação do amplificador.

### 3.5 Conclusões dos Resultados

Nesse capítulo foram apresentadas duas novas famílias de técnicas que visam a diminuição das distorções inseridas por PA's não lineares, tanto na fonte quanto no *relay*, em um cenário OFDM cooperativo. Além de diminuir a carga de processamento no *relay* no *downlink*, as técnicas forneceram menores taxas de erro quando comparadas com a técnica PTS convencional e

com o OFDM original, confirmando a eficácia na redução de distorções não lineares provocadas pelo uso de dispositivos não lineares. Pudemos ainda, a partir dos resultados, comprovar a superioridade da métrica CM frente à PAPR.

Diante do expostos, ambas as técnicas se mostraram bastante eficazes e cumpriram com os objetivos propostos neste trabalho.

#### 4 ALOCAÇÃO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS OFDM COM AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA NÃO LINEARES

Tal como a alta PAPR de sinais OFDM, outro tema de grande destaque no projeto de um sistema multiportadora para transmissão de dados é a necessidade de otimizar a largura de banda de transmissão através de um esquema que permita uma alocação de potência ótima (CHOW *et al.*, 1995). Em outras palavras, dada uma potência de transmissão limitada, alocar esta potência entre as subportadoras de forma que a taxa de transmissão seja maximizada.

Conforme dito anteriormente, nesse cenário, destacam-se os algoritmos de *bit-loading* e *power-loading*, fornecendo soluções para os problemas de maximização de taxa. Os algoritmos *bit-loading* adaptam o número de bits transmitidos por subportadora de acordo com os ganhos de cada subportadora. Correspondentemente, os algoritmos de *power-loading* adaptam a potência de transmissão. No entanto, muitas vezes o número de bits é adaptado em conjunto com a potência de transmissão. Ao considerar cenários práticos com taxas de transmissão discreta, o algoritmo Hughes-Hartogs (HH) representa a solução ideal para os problemas de otimização da alocação de potência, assumindo alocação discreta de bits (BINGHAM, 1990).

Problemas envolvendo sistemas adaptativos de alocação de potência em sistemas OFDM têm recebido bastante destaque no cenário das comunicações móveis. Porém, conforme mencionado anteriormente, ainda são poucos os trabalhos que consideraram o impacto das distorções não-lineares (NLDs) dos PAs na otimização da alocação de potência para sistemas OFDM. Uma das principais dificuldades na obtenção de soluções ótimas para estes cenários está relacionada à não-linearidade e à não-convexidade das funções custo.

Mesmo quando PAs lineares são considerados, as soluções ótimas para alocação de potência em sistemas OFDM tem geralmente uma complexidade computacional alta. Quando PAs não-lineares são considerados, a obtenção de soluções ótimas se torna ainda mais difícil, já que o cálculo de distorções envolve equações matemáticas grandes, complexas e altamente não-lineares. Assumindo essa dificuldade em obter o ótimo, torna-se necessário o uso de técnicas subótimas que, além de tratar as NLDs, possuam complexidade algorítmica aceitável.

Conforme mencionado na seção de revisão bibliográfica, em (MAJIDI *et al.*, 2014), (BAGHANI *et al.*, 2014) e em (SHUKLA, 2016), são realizadas análises da não linearidade do PA na alocação de potência em redes de rádio cognitivo. Nesses trabalhos os autores pontuam a necessidade da análise das expressões que caracterizam o comportamento de PAs não lineares e, ponderam os ganhos obtidos em problemas de alocação de potência que consideram a presença

de NLDs.

Motivados por este cenário, como principais contribuições, neste capítulo, os autores do presente trabalho, propõem a formulação de um problema de maximização da taxa de dados em um sistema OFDM, levando em conta as distorções inseridas por um PA polinomial não-linear de terceira ordem presente no transmissor. Além disso, é realizado o cálculo de novas expressões analíticas que quantificam a variância das distorções inseridas pelo PA em cada uma das subportadoras do sistema OFDM. Diferentemente de trabalhos anteriores, foi considerado que cada subportadora possui potência arbitrária.

São propostas, ainda, duas heurísticas a fim de solucionar o problema de alocação de potência considerado neste capítulo. Essas heurísticas, chamadas HH-M1 e HH-M2, baseiam-se no algoritmo HH (Hughes-Hartogs). Os novos algoritmos promovem a interrupção do algoritmo HH antes que o sistema seja afetado pelas distorções do PA. Ou seja, as duas novas heurísticas propõem que a alocação de potência pare no momento em que o PA afeta o sistema. As técnicas propostas evitam a alocação de potência de transmissão que não levará a uma melhoria de capacidade.

Diante da alta complexidade do problema e do cálculo das NLDs inerentes a ele, como contribuição final, são propostas soluções de relaxamento para a heurística HH-M1 que, apesar de não fornecerem ganhos ótimos, garantem eficiência energética e redução do tempo de execução algorítmica, minimizando, portanto, a complexidade computacional. Resultados de simulação são apresentados ao final do capítulo, a fim de validar a expressão desenvolvida e comprovar os ganhos fornecidos pelas heurísticas propostas em relação ao HH convencional.

Além das três abordagens citadas no capítulo anterior para redução dos efeitos de PAs não lineares (cancelamento de NLDs no receptor, técnicas de pré distorção e técnicas de redução de PAPR), a alocação de potência considerando NLDs surge como uma quarta abordagem, mais recentemente explorada, ou seja, uma alternativa no tratamento das distorções inseridas por dispositivos não lineares, já que busca diminuir a potência das NLDs promovendo a diminuição das distorções presentes nos sinais OFDM.

#### **4.1 Modelo Sistêmico**

Diferente do modelo de sistema considerado no capítulo anterior, nesse capítulo consideramos um sistema OFDM ponto-a-ponto (não cooperativo) com alocação de potência nas subportadoras. Esse sistema contém um transmissor OFDM, denotado por  $S$ , e um receptor

Figura 13 – Modelo de sistema OFDM ponto-a-ponto.



Fonte: Próprio autor.

OFDM, denotado por D. Além disso, nesse modelo consideramos a presença de um PA não linear no transmissor. Ambos os nós (transmissor e receptor) são dispositivos com antena única que operam no modo half-duplex, sendo sincronizados à nível de símbolo. Assume-se que o canal sem fio possui desvanecimento seletivo em frequência e que o comprimento do prefixo cíclico OFDM é maior ou igual ao *delay spread* do canal, garantindo a ausência de ISI. A Figura 13 apresenta o modelo de sistema OFDM ponto-a-ponto descrito acima.

Foi considerado que  $x_n$  é o sinal OFDM no domínio da frequência na  $n$ -ésima subportadora ( $1 \leq n \leq N$ ) e que a potência de transmissão em cada subportadora é arbitrária. Além disso, foi suposto que o transmissor possui informação do estado do canal, de forma que a potência total disponível  $P_{max}$  deve ser distribuída entre as subportadoras OFDM, permitindo uma alocação variável de potência. Outra importante consideração desse trabalho foi que a taxa de transmissão e a relação sinal-ruído estão relacionadas por um mapeamento discreto, representado por um MCS (do inglês, *Modulation and Code Schemes*). Consideramos a existência de  $M$  níveis de MCSs, representados por  $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$ .

A partir do teorema de Bussgang, o sinal sem memória no domínio do tempo na saída do amplificador pode ser representado por (DARDARI *et al.*, 2000):

$$\tilde{u}_i = K_i \tilde{x}_i + \tilde{d}_i, \quad (4.1)$$

para  $1 \leq i \leq N$ , onde  $N$  é o número de subportadoras e  $i$  é o índice do domínio do tempo,  $\tilde{d}_i$  é a NLD no domínio do tempo descorrelacionada com  $\tilde{x}_i$  e  $K_i$  é uma constante de valor complexo dada por  $E[\tilde{x}_i \tilde{d}_i^* / P_i]$ . Ademais,  $\tilde{x}_i$  representa os dados transmitidos pela  $i$ -ésima subportadora com potência instantânea  $P_i$  no domínio do tempo.

Assim como acontece no domínio do tempo (4.1), o sinal na saída do amplificador pode ser representado no domínio da frequência por:

$$u_n = K_n x_n + d_n, \quad (4.2)$$

para  $1 \leq n \leq N$ , onde  $u_n$  é a saída do amplificador de potência no domínio da frequência, e  $d_n$  é NLD do PA, respectivamente, na  $n$ -ésima subportadora do *link* entre transmissor e o receptor.

Diante deste cenário, o sinal recebido no domínio da frequência é dado por:

$$x_n = h_n K_n x_n + h_n d_n + w_n, \quad (4.3)$$

onde  $h_n$  é a resposta em frequência do canal na  $n$ -ésima subportadora do *link* entre transmissor e o receptor, e  $w_n$  é o correspondente ruído aditivo branco gaussiano (AWGN) no domínio da frequência, com média nula e variância  $\sigma_w^2$ .

Analisando a equação (4.3), a relação SNR instantânea do sistema pode ser formulada da seguinte forma:

$$\gamma_n = \frac{|h_n|^2 |K_n|^2 P_n}{\sigma_w^2 + |h_n|^2 \sigma_{d_n}^2}, \quad (4.4)$$

em que  $\sigma_{d_n}^2$  é a variância de  $d_n$ . Na literatura, existem expressões analíticas para  $K_n$  e  $\sigma_{d_n}^2$  (BANELLI; CACOPARDI, 2000) e esses valores dependem da potência de transmissão em todas as subportadoras e do modelo do PA. Em seções futuras, desenvolvemos uma nova expressão para a variância  $\sigma_{d_n}^2$  da NLD inserida por um PA polinomial de terceira ordem. Essa expressão será fundamental para as futuras contribuições deste trabalho.

As SNRs instantâneas do *link* sem fio (SF) e do PA, respectivamente, podem ser descritas por:

$$\gamma_n^{(SF)} = \frac{|h_n|^2 |K_n|^2 P_n}{\sigma_w^2}, \quad (4.5)$$

$$\gamma_n^{(PA)} = \frac{|K_n|^2 P_n}{\sigma_{d_n}^2}, \quad (4.6)$$

em que (4.5) equivale a SNR instantânea do *link* sem fio, desconsiderando as distorções inseridas pelo PA. Enquanto que  $\gamma_n^{(PA)}$  é a SNR do PA. Neste caso, o PA pode ser tratado como um sistema ruidoso linear, conforme (4.2).

Note que (4.5) e (4.6) equivalem à SNR de um sistema cooperativo com dois saltos (um *relay* apenas), em que  $\gamma_n^{(SF)}$  é a SNR do primeiro salto e  $\gamma_n^{(PA)}$  é a SNR do segundo salto. Neste caso, o *link* entre o receptor e o transmissor pode ser modelado como uma série em cascata de dois canais, o PA não linear atuando como um canal linear colocado entre o transmissor e o receptor. Dessa forma, a equação (4.4) pode ser reescrita como:

$$\gamma_n = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_n^{(SF)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(PA)}}}. \quad (4.7)$$



Uma aproximação realizada a partir de (4.7) vêm sendo adotada com sucesso em vários trabalhos anteriores que investigaram a SNR em sistemas de retransmissão com múltiplos saltos (FERNANDES *et al.*, 2012)(IKKI; AHMED, 2007). A mesma nos permite afirmar que o sistema só será afetado pelo PA quando  $\gamma_n^{(PA)} < \gamma_n^{(SF)}$ . Caso contrário, a não linearidade do PA não afeta a SNR de forma significativa. Essa conjectura é de grande valia para os métodos de alocação de potência apresentados nesse trabalho nas seções seguintes e pode ser descrita por:

$$\gamma_n^{(min)} \cong \min(\gamma_n^{(SF)}, \gamma_n^{(PA)}). \quad (4.8)$$

## 4.2 Desenvolvimento de Expressões para as Variâncias das Distorções Não Lineares

Nesta seção, desenvolvemos uma nova expressão para a variância da distorção ( $\sigma_{d_n}^2$ ) de uma PA polinomial de terceira ordem. Essa expressão, ao contrário das apresentadas em trabalhos anteriores (DARDARI *et al.*, 2000)(FERNANDES *et al.*, 2012), considera que a potência de transmissão em cada subportadora é arbitrária e fornece informações úteis sobre o comportamento estatístico do sistema OFDM não-linear, permitindo-nos sua utilização nos métodos de alocação de potência em sistemas não lineares propostos por esse trabalho. Por considerar uma alocação de potência qualquer, as expressões desenvolvidas para a variância da distorção ( $\sigma_{d_n}^2$ ) dependem do índice da subportadora, ao contrário do que ocorre quando uma alocação de potência uniforme é considerada.

A escolha do PA polinomial de terceira ordem é justificada pela capacidade de modelar PAs práticos e pela simplicidade frente aos PAs polinomiais de ordens superiores (FERNANDES *et al.*, 2012). Na sequência são derivadas expressões para a variância da ICI e a correlação cruzada entre um símbolo de dados e a ICI associado à mesma subportadora.

De (4.2) temos que a variância da distorção não linear no domínio da frequência é dada por:

$$\sigma_{d_n}^2 = \sigma_{u_n}^2 - |K_n|^2 \mu_{2,n}, \quad (4.9)$$

em que  $\mu_{2,n} = E[|x_n|^2]$  é o momento de segunda ordem de  $x_n$ .

Para expressar matematicamente o ganho atribuído pelo amplificador a cada subportadora, são multiplicados ambos os lados da equação (4.2) por  $x_n^*$  e, em seguida, aplicando o operador esperança. Temos então que:

$$E[u_n x_n^*] = E[K_n x_n x_n^*],$$

logo,

$$K_n = \frac{E[u_n x_n^*]}{\mu_{2,n}}. \quad (4.10)$$

Conforme mencionado no Capítulo 2 o modelo de PA polinomial com ordem  $2K + 1$  pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i &= \sum_{k=0}^K c_{2k+1} |\tilde{x}_i|^{2k} \tilde{x}_i \\ &= \sum_{k=0}^K c_{2k+1} \psi_{2k+1}(\tilde{x}_i), \end{aligned} \quad (4.11)$$

em que  $c_{2k+1}$  são os coeficientes do modelo e  $\psi_{2k+1}(a) = |a|^{2k} a$ .

Aplicando a DFT em (4.11):

$$\begin{aligned} u_n &= \sum_{k=0}^K c_{2k+1} DFT(\psi_{2k+1}(\tilde{x}_i)), \\ &= \sum_{k=0}^K c_{2k+1} \xi_{2k+1}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

em que  $\xi_{2k+1}$  é a ICI de ordem  $2K + 1$ .

O sinal na saída do PA no domínio da frequência com o modelo polinomial de ordem 3 ( $K=1$ ) pode ser representado por:

$$u_n = c_1 \xi_1(n) + c_3 \xi_3(n), \quad (4.13)$$

em que  $\xi_1(n) = x_n$ , e a ICI de terceira ordem é dada por (FERNANDES *et al.*, 2012):

$$\xi_3(n) = \frac{1}{N} \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N x_{n_1}^* x_{n_2} x_{cir(n+n_1-n_2, N)}. \quad (4.14)$$

A equação (4.14) é a expressão exata em formato fechado para a ICI não linear de terceira ordem que depende apenas do número de subportadoras e dos símbolos de dados. Além disso, deve ser observado que a ICI não linear da subportadora depende dos símbolos de informação de todas as outras subportadoras, o que significa que cada subportadora interfere em todas as outras subportadoras. Esse fenômeno pode ser visto como consequência do alargamento espectral causado pela não linearidade.

Para calcular a variância  $\sigma_{d_n}^2$  é necessário desenvolver a expressão de  $\sigma_{u_n}^2$ , dada por:

$$\begin{aligned} \sigma_{u_n}^2 &= E[u_n u_n^*] \\ &= E[(c_1 \xi_1(n) + c_3 \xi_3(n))(c_1^* \xi_1^*(n) + c_3^* \xi_3^*(n))] \\ &= |c_1|^2 E[|x_n|^2] + c_1 c_3^* E[x_n \xi_3^*(n)] + c_3 c_1^* E[x_n^* \xi_3(n)] + |c_3|^2 E[\xi_3(n) \xi_3^*(n)]. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Definindo  $\mu_{j,n} = E[|x_n|^j]$ ,  $\mu_j = \sum_{n=1}^N E[|x_n|^j]/N$ ,  $\rho_{j,n} = E[x_n^j]$  e  $\rho_{l,j,n} = E[x_n^l [x_n^*]^j]$ , temos  $\rho_{1,n} = \rho_{3,n} = \rho_{2,1,n} = \rho_{1,2,n} = 0$  para entradas M-QAM e M-PSK. Dessa forma, o problema poderá ser simplificado quando considerados apenas os casos em que as subportadoras consideradas no somatório são iguais em grupos pares.

Usando (4.14), a correlação cruzada entre um símbolo de dados e a ICI associado à mesma subportadora pode ser definida por:

$$E[x_n \xi_3^*(n)] = E[x_n^* \xi_3(n)] = \frac{1}{N} \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N E[x_n^* x_{n_1}^* x_{n_2} x_{cir(n+n_1-n_2,N)}], \quad (4.16)$$

em que:

$$E[x_n^* x_{n_1}^* x_{n_2} x_{cir(n+n_1-n_2,N)}] = \begin{cases} \frac{1}{N} \mu_{4,n}, & \text{se } n_1 = n_2 = n, \\ \frac{1}{N} \mu_{2,n} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n}}^N \mu_{2,n_1}, & \text{se } n_1 = n_2 \neq n, \\ \frac{1}{N} \mu_{2,n} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n}}^N \mu_{2,n_1}, & \text{se } n_2 = n \neq n_1, \\ \frac{1}{N} \rho_{2,n} \rho_{0,2,cir(n+N/2)}, & \text{se } n_1 = n \text{ e } n_2 = cir(n+N/2, N), \\ 0, & \text{Caso contrário.} \end{cases}$$

Dessa forma, (4.16) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} E[x_n \xi_3^*(n)] = E[x_n^* \xi_3(n)] &= \frac{1}{N} \left( \mu_{4,n} + 2 \left( \mu_{2,n} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n}}^N \mu_{2,n_1} \right) + \rho_{2,n} \rho_{0,2,cir(n+N/2)} \right) \\ &= \frac{\mu_{4,n}}{N} + 2\mu_{2,n} \left( \mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} \right) + \frac{\rho_{2,n} \rho_{0,2,cir(n+N/2)}}{N}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Assumindo que  $N$  é par, a variância de  $\xi_3(n)$ , é definida como:

$$E[\xi_3(n) \xi_3^*(n)] = \frac{1}{N^2} \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N \sum_{n_3=1}^N \sum_{n_4=1}^N E[x_{n_1}^* x_{n_2} x_{n_3} x_{n_4}^* x_{cir(n+n_1-n_2,N)} x_{cir(n+n_3-n_4,N)}^*],$$

e pode ser expressa através da seguinte equação:

$$\begin{aligned}
E[\xi_3(n)\xi_3^*(n)] &= \frac{1}{N^2}\mu_{6,n} + 4\mu_{2,n}\left(\frac{\mu_4}{N} - \frac{\mu_{4,n}}{N^2}\right) + 4\mu_{4,n}\left(\frac{\mu_2}{N} - \frac{\mu_{2,n}}{N^2}\right) + \\
&+ \frac{1}{N^2}\sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{4,n_2}\mu_{2,cir(2n_2-n,N)} + 4\mu_{2,n}\left(\mu_2^2 - 2\frac{\mu_2\mu_{2,n}}{N} + 2\frac{\mu_{2,n}^2}{N^2} - \sum_{n_1=1}^N \frac{\mu_{2,n_1}^2}{N^2}\right) + \\
&+ \frac{2}{N^2}\sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{2,n_2}\sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n_2, \\ n_1 \neq cir(2n_2-n,N)}}^N \mu_{2,n_1}\mu_{2,cir(n+n_1-n_2,N)} + \frac{2}{N^2}\rho_{1,3,n}\rho_{2,cir(n+N/2,N)} + \\
&+ \frac{4}{N^2}\rho_{2,n}\rho_{1,3,cir(n+N/2,N)} + \frac{4}{N}\rho_{2,n}\rho_{0,2,cir(n+N/2,N)}\left(\mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} - \frac{\mu_{2,cir(n+N/2,N)}}{N}\right) + \\
&+ \frac{1}{N^2}\sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n, \\ n_2 \neq cir(n+N/2,N)}} \rho_{2,n_2}\rho_{0,2,cir(n_2+N/2,N)}\mu_{2,cir(2n_2-n,N)} + \\
&+ \frac{4}{N^2}\mu_{2,cir(n+N/2)}\sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n, \\ n_1 \neq cir(n+N/2,N)}} \rho_{0,2,n_1}\rho_{2,cir(n_1+N/2,N)}. \tag{4.18}
\end{aligned}$$

Devido à extensão dos cálculos inerentes a (4.18) sua derivação é realizada no Apêndice A. De (4.17) e (4.18) é possível observar que  $E[x_n\xi_3^*(n)]$ ,  $E[x_n^*\xi_3(n)]$  e  $E[\xi_3(n)\xi_3^*(n)]$  são dependentes do número da subportadora, já que a potência de transmissão em cada subportadora é arbitrária.

De (4.9) é possível concluirmos que o cálculo da variância  $\sigma_{d_n}^2$  depende basicamente de dois termos ainda desconhecidos:  $K_n$  e  $\sigma_{u_n}^2$ . Logo, torna-se necessário a equação que caracteriza  $K_n$  para que possamos obter  $\sigma_{d_n}^2$ . Partindo de (4.10) e (4.13), é possível chegarmos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
K_n &= \frac{E[u_n x_n^*]}{\mu_{2,n}} \\
&= \frac{E[c_1 x_n^* \xi_1(n) + c_3 x_n^* \xi_3(n)]}{\mu_{2,n}} \\
&= \frac{c_1 \mu_{2,n} + c_3 E[x_n^* \xi_3(n)]}{\mu_{2,n}}, \tag{4.19}
\end{aligned}$$

em que  $E[x_n^* \xi_3(n)]$  é obtido através da equação (4.17). Dessa forma, substituindo (4.17) em (4.19), temos que:

$$\begin{aligned}
K_n &= c_1 + c_3 \frac{E[x_n^* \xi_3(n)]}{\mu_{2,n}} \\
&= c_1 + c_3 \left[ \frac{\mu_{4,n}}{N\mu_{2,n}} + 2\left(\mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N}\right) + \frac{\rho_{2,n}\rho_{0,2,cir(n+N/2)}}{N\mu_{2,n}} \right]. \tag{4.20}
\end{aligned}$$

A equação para  $\sigma_{u_n}^2$  pode ser obtida através da substituição das equações (4.17) e (4.18) em (4.15), e é dada por:

$$\begin{aligned}
\sigma_{u_n}^2 &= |c_1|^2 \mu_{2,n} + (c_1 c_3^* + c_3 c_1^*) \left[ \frac{\mu_{4,n}}{N} + 2\mu_{2,n} \left( \mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} \right) + \frac{\rho_{2,n} \rho_{0,2,cir(n+N/2)}}{N} \right] + \\
&+ |c_3|^2 \left[ \frac{1}{N^2} \mu_{6,n} + 4\mu_{2,n} \left( \frac{\mu_4}{N} - \frac{\mu_{4,n}}{N^2} \right) + 4\mu_{4,n} \left( \frac{\mu_2}{N} - \frac{\mu_{2,n}}{N^2} \right) + \right. \\
&+ \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{4,n_2} \mu_{2,cir(2n_2-n,N)} + 4\mu_{2,n} \left( \mu_2^2 - 2\frac{\mu_2 \mu_{2,n}}{N} + 2\frac{\mu_{2,n}^2}{N^2} - \sum_{n_1=1}^N \frac{\mu_{2,n_1}^2}{N^2} \right) + \\
&+ \frac{2}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{2,n_2} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n_2, \\ n_1 \neq cir(2n_2-n,N)}}^N \mu_{2,n_1} \mu_{2,cir(n+n_1-n_2,N)} + \frac{2}{N^2} \rho_{1,3,n} \rho_{2,cir(n+N/2,N)} + \\
&+ \frac{4}{N^2} \rho_{2,n} \rho_{1,3,cir(n+N/2,N)} + \frac{4}{N} \rho_{2,n} \rho_{0,2,cir(n+N/2,N)} \left( \mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} - \frac{\mu_{2,cir(n+N/2,N)}}{N} \right) + \\
&+ \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n, \\ n_2 \neq cir(n+N/2,N)}} \rho_{2,n_2} \rho_{0,2,cir(n_2+N/2,N)} \mu_{2,cir(2n_2-n,N)} + \\
&+ \left. \frac{4}{N^2} \mu_{2,cir(n+N/2)} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n, \\ n_1 \neq cir(n+N/2,N)}} \rho_{0,2,n_1} \rho_{2,cir(n_1+N/2,N)} \right]. \tag{4.21}
\end{aligned}$$

Conhecendo os valores de  $K_n$  e  $\sigma_{u_n}^2$ , realizando a substituição de (4.20) e (4.21) em (4.9), e a nova variância da distorção pode ser finalmente reescrita como:

$$\begin{aligned}
\sigma_{d_n}^2 &= \sigma_{u_n}^2 - |K_n|^2 \mu_{2,n} \\
&= \sigma_{u_n}^2 - \left( |c_1|^2 + 2c_1 c_3 \frac{E[x_n \xi_3^*(n)]}{\mu_{2,n}} + |c_3|^2 \frac{E[x_n \xi_3^*(n)]^2}{\mu_{2,n}^2} \right) \mu_{2,n} \\
&= |c_1|^2 \mu_{2,n} + c_1 c_3^* E[x_n \xi_3^*(n)] + c_3 c_1^* E[x_n^* \xi_3(n)] + |c_3|^2 E[\xi_3(n) \xi_3^*(n)] + \\
&- |c_1|^2 \mu_{2,n} - 2c_1 c_3 E[x_n \xi_3^*(n)] - |c_3|^2 \frac{E[x_n \xi_3^*(n)]^2}{\mu_{2,n}} \\
&= (c_1 c_3^* + c_1^* c_3 - 2c_1 c_3 - |c_3|^2 \frac{E[x_n \xi_3^*(n)]}{\mu_{2,n}}) E[x_n^* \xi_3(n)] + |c_3|^2 E[\xi_3(n) \xi_3^*(n)] \\
&= \left[ c_1 c_3^* + c_1^* c_3 - 2c_1 c_3 - |c_3|^2 \left( \frac{\mu_{4,n}}{N \mu_{2,n}} + 2 \left( \mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} \right) + \frac{\rho_{2,n} \rho_{0,2,cir(n+N/2)}}{N \mu_{2,n}} \right) \right] \\
&X \left[ \frac{\mu_{4,n}}{N} + 2\mu_{2,n} \left( \mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} \right) + \frac{\rho_{2,n} \rho_{0,2,cir(n+N/2)}}{N} \right] + |c_3|^2 E[\xi_3(n) \xi_3^*(n)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[ c_1 c_3^* + c_1^* c_3 - 2c_1 c_3 - |c_3|^2 \left( \frac{\mu_{4,n}}{N\mu_{2,n}} + 2 \left( \mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} \right) + \frac{\rho_{2,n}\rho_{0,2,cir(n+N/2)}}{N\mu_{2,n}} \right) \right] \\
&\cdot \left[ \frac{\mu_{4,n}}{N} + 2\mu_{2,n} \left( \mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} \right) + \frac{\rho_{2,n}\rho_{0,2,cir(n+N/2)}}{N} \right] + \\
&+ |c_3|^2 \left[ \frac{1}{N^2} \mu_{6,n} + 4\mu_{2,n} \left( \frac{\mu_4}{N} - \frac{\mu_{4,n}}{N^2} \right) + 4\mu_{4,n} \left( \frac{\mu_2}{N} - \frac{\mu_{2,n}}{N^2} \right) + \right. \\
&+ \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{4,n_2} \mu_{2,cir(2n_2-n,N)} + 4\mu_{2,n} \left( \mu_2^2 - 2\frac{\mu_2\mu_{2,n}}{N} + 2\frac{\mu_{2,n}^2}{N^2} - \sum_{n_1=1}^N \frac{\mu_{2,n_1}^2}{N^2} \right) + \\
&+ \frac{2}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{2,n_2} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n_2, \\ n_1 \neq cir(2n_2-n,N)}}^N \mu_{2,n_1} \mu_{2,cir(n+n_1-n_2,N)} + \frac{2}{N^2} \rho_{1,3,n} \rho_{2,cir(n+N/2,N)} + \\
&+ \frac{4}{N^2} \rho_{2,n} \rho_{1,3,cir(n+N/2,N)} + \frac{4}{N} \rho_{2,n} \rho_{0,2,cir(n+N/2,N)} \left( \mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} - \frac{\mu_{2,cir(n+N/2,N)}}{N} \right) + \\
&+ \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n, \\ n_2 \neq cir(n+N/2,N)}}^N \rho_{2,n_2} \rho_{0,2,cir(n_2+N/2,N)} \mu_{2,cir(2n_2-n,N)} + \\
&+ \left. \frac{4}{N^2} \mu_{2,cir(n+N/2)} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n, \\ n_1 \neq cir(n+N/2,N)}}^N \rho_{0,2,n_1} \rho_{2,cir(n_1+N/2,N)} \right]. \tag{4.22}
\end{aligned}$$

Para esse modelo, quando o número de subportadoras é alto o suficiente, podemos expressar  $K_n$  (4.20) e  $\sigma_{d_n}^2$  (4.22) por:

$$K = c_1 + 2c_3\mu_2 \tag{4.23}$$

e

$$\sigma_{d_n}^2 = 2 \frac{|c_3|^2}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{2,n_2} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n_2, \\ n_1 \neq cir(2n_2-n,N)}}^N \mu_{2,n_1} \mu_{2,cir(n+n_1-n_2,N)}, \tag{4.24}$$

em que  $c_1$  e  $c_3$  são os coeficientes de 3ª ordem do PA polinomial, e  $\mu_2$  é a potência média de transmissão de um sinal OFDM.

Conforme mencionado acima, existem expressões fechadas para  $K$  e  $\sigma_{d_n}^2$  na literatura. Entretanto, essas expressões, em sua maioria, consideram a potência das subportadoras constante ao longo da transmissão. Entretanto, em cenários práticos, quase sempre, é considerado o uso de potência variável para subportadoras, principalmente em sistemas de alocação dinâmica de recursos. Em (BANELLI; CACOPARDI, 2000) os autores consideram potência variável entre subportadoras e desenvolvem expressões que caracterizam a variância  $\sigma_{d_n}^2$  para um PA

*Soft-Clipping*. Contudo, até o presente momento, a autora deste trabalho desconhece o desenvolvimento de expressões que representem a variância de NLDs para o modelo de PA polinomial que considere potência variável, sendo, portanto, de grande valia para a literatura, a originalidade das expressões desenvolvidas nesta seção, uma vez que qualquer análise deste tipo de sistema tem que levar em conta a variância destas distorções.

### 4.3 Formulação do Problema de Alocação de Potência para Sistemas OFDM com PA Não Linear

Esta seção tem por objetivo formular o problema de maximização da taxa de transmissão total de um sistema ponto-a-ponto OFDM levando em conta as distorções inseridas pelo PA polinomial de terceira ordem presente no transmissor. Conforme mencionado na Seção 4.1, para tal, consideramos uma expressão discreta para as taxas através do uso de MCSs.

Suponha que  $M$  níveis de MCS estejam disponíveis. Denotamos a taxa  $r_m = F(\gamma_n)$ , em que  $F(\cdot)$  é a função que mapeia a SNR ( $\gamma_n$ ) em níveis discretos de taxa, da seguinte forma: um usuário móvel utiliza o nível  $m$  de MCS e consegue transmitir a uma taxa  $r_m$ , desde que a SNR experimentada obedeça  $\lambda_m < \gamma_n < \lambda_{m+1}$ , onde  $\lambda_m < \lambda_{m+1}$  e  $r_m < r_{m+1}$ , para  $m = 1, \dots, M$ .

Portanto, o problema de otimização que objetiva maximizar a taxa total de dados transmitidos pode ser escrito da seguinte forma:

$$\max_{P_1, P_2, \dots, P_N} \sum_{\forall n} F(\gamma_n), \quad (4.25)$$

sujeito a

$$\sum_{\forall m} P_n < P_{max}, \quad (4.26)$$

onde a taxa  $r_m$  pode ser calculada pela equação discreta de Shannon dada por  $r_m = \log_2(1 + \gamma_{m,n})$ , em que  $\gamma_{m,n}$  é a SNR calculada na equação (4.4) para cada um dos  $m$  níveis de MCS, e  $P_{max}$  é a máxima potência disponível no transmissor.

Analisando (4.7) e (4.25), é possível observar que o problema aqui proposto leva em conta as distorções inseridas pelo amplificador, uma vez que considera a SNR total do sistema, isto é, tanto a SNR instântanea do *link* sem fio (SF) quanto a SNR instantânea do PA, sendo que esta última depende dos valores de  $K$  e  $\sigma_{d_n}^2$  obtidos analiticamente na seção anterior.

A não linearidade da função de custo (4.25) torna o problema de otimização não-linear. Além disto, apesar de não termos conseguido provar analiticamente, algumas simulações

numéricas realizadas através da função *fmincon* no *software* MATLAB indicam que a função de custo (4.25) é não-convexa. Por ser altamente não linear, os métodos clássicos de programação linear não se aplicam e a única solução ótima possível, até onde se sabe, seria a busca exaustiva requerendo um elevado esforço computacional. Neste caso, a complexidade computacional da solução para (4.25)-(4.26) usando uma busca exaustiva seria da ordem de  $\mathcal{O}(M^N)$ . Logo, o uso de heurísticas subótimas faz-se necessário, uma vez que a solução ótima conhecida é impraticável em cenários que consideram alto número de subportadoras.

Devido a este contexto, na seção seguinte propomos heurísticas subótimas que solucionam o problema considerado neste trabalho e analisamos a complexidade e o tempo de execução das mesmas.

#### 4.4 Métodos de Alocação de Potência

Uma famosa heurística para alocação de potência foi patenteada por Hughes-Hartogs (HH) (HUGHES-HARTOGS, 1987). A ideia deste algoritmo é bastante simples: partindo-se do caso em que nenhum bit é transmitido em nenhuma subportadora, a cada iteração, é calculada a quantidade de potência necessária para usar o próximo nível de MCS, em cada subportadora. Então, a subportadora que requer a menor quantidade de potência é selecionada, a quantidade de potência é alocada para esta subportadora e a potência necessária para usar o próximo MCS é calculada para esta subportadora (enquanto que a quantidade total de energia disponível é reduzido pela quantidade alocada). O algoritmo termina se não houver mais potência de transmissão disponível ou até que todas as subportadoras atinjam o máximo nível de MCS. Esse método determina, para um determinado grupo de MCSs, a alocação ótima de potência que maximiza a taxa de dados.

Apesar dos bons resultados fornecidos pelo Algoritmo HH, a distorção inserida pelos PAs não lineares pode comprometer a alocação de potência, já que o método HH não as considera. Nesta seção, são propostos algoritmos baseados no HH que buscam maximizar a taxa de transmissão total do sistema, mas levando em conta as distorções inseridas por um PA não-linear. Uma das vantagens de tais técnicas é que os ganhos de potência e taxa podem ser obtidos, uma vez que a potência só é alocada caso as distorções não afetem o sistema.

Além da proposição das heurísticas, pensando em sistemas que não dispõem de dispositivos de memória que sejam capazes de realizar os cálculos matemáticos complexos inerentes às NLDs, serão propostos dois métodos de relaxamento para os algoritmos propostos



que, apesar de não fornecerem ganhos ótimos, garantem eficiência energética e redução de complexidade algorítmica.

#### 4.4.1 HH-M1 (Hughes-Hartogs - Modificado 1)

Na primeira heurística, chamada HH-M1, o algoritmo inicia de forma similar ao HH: é calculada uma matriz de valores  $p_{m,n}$  que contém os valores da potência necessária para transmitir  $m$  bits na  $n$ -ésima subportadora, considerando um cenário sem NLDs. O elemento  $(m,n)$  desta matriz é dado por:

$$p_{m,n} = \frac{\lambda_m \sigma_w^2}{|h_n|^2}, \quad (4.27)$$

em que  $\lambda_m$  é a SNR necessária para alcançar o  $m$ -ésimo nível de MCS.

Para que seja possível obter a quantidade de energia gasta por cada subportadora para atingir o  $m$ -ésimo nível de MCS e, portanto, escolher, dentre as subportadoras, aquela que gasta menos energia para iniciar a alocação de potência de forma otimizada, é necessário calcular a “matriz de diferenças” a partir da seguinte relação:

$$\Delta p_{m,n} = p_{m,n} - p_{m-1,n}. \quad (4.28)$$

O algoritmo HH-M1 calcula também as SNRs  $\gamma_j^{(SF)}$  e  $\gamma_j^{(PA)}$ , onde  $j$  é o índice da subportadora que gasta menos energia para atingir o próximo nível de MCS, e compara se  $\gamma_j^{(SF)} < \gamma_j^{(PA)}$ . Enquanto a condição acima for satisfeita, ou enquanto houver potência disponível a alocação de potência continua. Caso contrário, o algoritmo interrompe a alocação de potência.

Com base na aproximação (4.8), pode-se observar que, na técnica HH-M1, a alocação de potência é realizada enquanto as distorções inseridas pelo PA não linear não afetam a SNR do canal de comunicação ( $\gamma_j^{(SF)} < \gamma_j^{(PA)}$ ). Desta forma podemos garantir que não haverá desperdício de potência quando as distorções afetarem às subportadoras. Todo procedimento é mostrado no Algoritmo I.

Em resumo, essa heurística é uma versão do algoritmo HH que propõe a parada da alocação de potência no momento em que o PA afeta o sistema. Essa parada garante que a potência disponível no transmissor não será gasta quando as distorções inseridas pelo PA começarem a afetar as subportadoras. Naturalmente, a redução das distorções ocorre pois a potência média de todas as subportadoras permanece abaixo da amplitude de saturação do PA. Assim, a potência alocada ao sistema através do algoritmo HH-M1 assegura que o sinal OFDM

---

**Algoritmo 1: HH-M1**


---

```

1 início
2   Calcular  $p_{m,n}$  usando (4.27)
3   Calcular a "matriz de diferenças"  $\Delta p_{m,n}$  usando (4.28)
4   Inicializar  $P_{tot} = 0$ 
5   while  $P_{tot} \leq P_{max}$  do
6     Buscar na primeira linha da "matriz de diferenças" pelo menor  $\Delta p_{1,j}$ 
7     Atribuir o próximo nível de MCS à subportadora  $j$ 
8     Calcular  $\gamma_j^{(SF)}$  usando (4.5)
9     Calcular  $\gamma_j^{(PA)}$  usando (4.6), (4.20) e (4.22)
10    if  $\gamma_j^{(SF)} < \gamma_j^{(PA)}$  then
11      Incrementar  $P_{tot} = P_{tot} + \Delta p_{1,j}$ 
12      Incrementar  $P_j = P_j + \Delta p_{1,j}$ 
13      Atualizar a coluna  $j$  da "matriz de diferenças" por  $\Delta p_{i,j} = \Delta p_{i+1,j}$  (mover
        todos os termos desta coluna para cima de uma posição)
14    else
15      Finaliza a alocação de potência;
16    end
17  end
18 fim
19  $P_1, P_2, \dots, P_N$ 

```

---

permaneça na região linear da curva de resposta do amplificador. Esse algoritmo (HH-M1) apresenta bons resultados de eficiência energética e maximização da taxa total do sistema usando menos potência quando comparada ao HH.

#### 4.4.2 HH-M2 (Hughes-Hartogs - Modificado 2)

O segundo algoritmo proposto, chamado HH-M2, funciona de maneira similar ao HH-M1. A matriz de valores  $p_{m,n}$  e a matriz de diferenças  $\Delta p_{m,n}$  são calculadas, então a subportadora que gasta menos energia para atingir o próximo nível de MCS é escolhida. No entanto, quando  $\gamma_j^{(SF)}$  está abaixo de  $\gamma_j^{(PA)}$ , a alocação de potência é interrompida apenas na  $j$ -ésima subportadora, continuando o processo para as demais subportadoras.

Em outras palavras, se  $\gamma_j^{(PA)} > \gamma_j^{(SF)}$  não é permitido aumentar os níveis de MCS da  $j$ -ésima subportadora. Contudo, contrariamente ao HH-M1, o algoritmo HH-M2 não finaliza a alocação de potência no sistema imediatamente. A ideia principal é interromper a alocação de potência apenas nas subportadoras afetadas pelo PA, dessa forma é possível controlar as distorções subportadora à subportadora. O algoritmo continua a alocação de potência enquanto houver subportadoras para alcançar o próximo nível de MCS ou até que a potência total disponível

---

**Algoritmo 2: HH-M2**


---

```

1 início
2   Calcular  $p_{m,n}$  usando (4.27)
3   Calcular a "matriz de diferenças",  $\Delta p_{m,n}$  usando (4.28)
4   Inicializar  $P_{tot} = 0$ 
5   while  $P_{tot} \leq P_{max}$  do
6     Buscar na primeira linha da "matriz de diferenças" pelo menor  $\Delta p_{1,j}$ 
7     Atribuir o próximo nível de MCS à subportadora  $j$ ;
8     Calcular  $\gamma_j^{(SF)}$  usando (4.5)
9     Calcular  $\gamma_j^{(PA)}$  usando (4.6), (4.20) e (4.22)
10    if  $\gamma_j^{(SF)} < \gamma_j^{(PA)}$  then
11      Incrementar  $P_{tot} = P_{tot} + \Delta p_{1,j}$ 
12      Incrementar  $P_j = P_j + \Delta p_{1,j}$ 
13      Atualizar a coluna  $j$  da "matriz de diferenças" por  $\Delta p_{i,j} = \Delta p_{i+1,j}$  (mover
14        todos os termos desta coluna para cima de uma posição)
15    else
16      Finaliza a alocação de potência na coluna  $j$  da matriz de diferenças.
17    end
18  end
19  fim
20   $P_1, P_2, \dots, P_N$ 

```

---

se esgote.

De forma similar ao HH-M1, o algoritmo HH-M2 é uma versão do HH que propõe paradas de alocação de potência. No entanto, o critério de parada do algoritmo HH-M2 é mais relaxado que o do HH-M1, tendo assim um tempo de execução mais lento. Essa heurística é mostrada no Algoritmo 2.

#### 4.4.3 Soluções de Relaxamento

Apesar da vantagem das técnicas propostas nas subseções anteriores, um dos problemas observados foi a alta complexidade necessária no cálculo das variâncias da NLDs. A alta complexidade de algoritmos é um assunto de grande relevância, uma vez que muitos sistemas não dispõem de dispositivos de memória que sejam capazes de realizar grande e difíceis cálculos matemáticos. O cálculo da complexidade computacional considera geralmente dois aspectos: o tempo gasto e/ou o consumo de memória requisitada pelo algoritmo (LEEuwEN; LEEuwEN, 1990).

Pensando nisso, nos tópicos seguintes serão apresentadas soluções para relaxamento das heurísticas que, apesar de não fornecerem ganhos ótimos, garantem eficiência energética e

redução de complexidade algorítmica.

#### 4.4.3.1 Variação HH-M1 (VHH-M1)

Conforme mencionado anteriormente, apesar de fornecerem soluções ótimas, dada suas respectivas restrições, que asseguram maior taxa e significativa eficiência energética quando comparados ao HH, os algoritmos HH-M1 e HH-M2 possuem ordem elevada de complexidade inserida pelo cálculo das variâncias das NLDs. Pensando nisso, neste tópico é proposta uma variação (VHH-M1) do algoritmo HH-M1.

Nesta variação, as NLDs são recalculadas apenas entre intervalos de tempo pré-definidos. O algoritmo é programado para recalculer e testar se  $\gamma_j^{(SF)}$  está abaixo de  $\gamma_j^{(PA)}$  a cada  $I$  iterações. Esse controle da quantidade de vezes em que as NLDs são recalculadas promove uma redução no tempo de execução do algoritmo.

Vale salientar que, assim como acontece no HH-M1, as equações utilizadas no cálculo das NLDs permanecem sendo realizados a partir de  $K_n$  (4.20) e  $\sigma_{d_n}^2$  (4.22), isto é, as distorções são calculadas para cada uma das  $n$ -ésimas subportadoras, e a alocação de potência no VHH-M1 continua enquanto houver potência disponível, ou até que o sistema seja afetado pelas NLDs.

#### 4.4.3.2 Relaxamento HH-M1 (RHH-M1)

Ainda que o tempo de execução do algoritmo HH-M1 seja reduzido utilizando VHH-M1, essa variação ainda requer a execução do cálculo das variâncias das NLDs. O cálculo realizado em (4.22) considera potência variável entre as subportadoras e esse é um dos motivos pelos quais as distorções são tratadas de forma tão eficaz, uma vez que a alocação de potência entre subportadoras não é realizada de maneira uniforme.

Entretanto, é possível realizar uma aproximação entre o cálculo de distorções para potência uniforme e potência variável. Sendo assim, como forma de relaxamento dos algoritmos, é proposto então que na etapa do cálculo das NLDs do algoritmo HH-M1, em que é calculado o  $\gamma_j^{(PA)}$ , a equação (4.22) que calcula a distorção para potência variável seja substituída pela seguinte expressão para potência uniforme (FERNANDES *et al.*, 2012):

$$\sigma_d^2 = |c_1|^2 \mu_2 + c_1 c_3^* E[x_n \xi_3^*(n)] + c_3 c_1^* E[x_n^* \xi_3(n)] + |c_3|^2 E[\xi_3(n) \xi_3^*(n)] - |K|^2 \mu_2, \quad (4.29)$$

Tabela 2 – Ordem de complexidade algorítmica.

Algoritmo	Etapas	Pior Caso
HH	Algoritmo HH	$\mathcal{O}(NM\log 2(N))$
Busca exaustiva	-	$\mathcal{O}(M^N)$
HH-M1	Algoritmo HH + NLDs Variáveis	$\mathcal{O}(N^3)$
HH-M2	Algoritmo HH + NLDs Variáveis	$\mathcal{O}(N^3)$
VHH-M1	Algoritmo HH + NLDs Variáveis	$\mathcal{O}(N^3)$
RHH-M1	Algoritmo HH + NLDs Constantes	$\mathcal{O}(NM\log 2(N))$

onde,

$$E[x_n \xi_3^*(n)] = E[x_n^* \xi_3(n)] = \frac{1}{N}(\mu_4 + 2(N-1)\mu_2^2 + \rho_2^2),$$

e,

$$E[\xi_3(n) \xi_3(n)] = \frac{1}{N^2}[\mu_6 + 9(N-1)\mu_2^2\mu_4 + 6(N-1)(N-2)\mu_2^3 + 9(N-2)\mu_2\rho_2^2 + 6\rho_2\rho_{31}].$$

Apesar de não representar tão fidedignamente as distorções sofridas por cada subportadora como em (4.22), (4.29) permite quantificar essas distorções de forma aproximada a um custo de complexidade computacional significativamente menor. Sendo, portanto, uma boa solução de relaxamento conforme será demonstrado na subseção a seguir.

#### 4.4.4 Análise de Complexidade

O cálculo da complexidade computacional temporal consiste em estimar a quantidade máxima (pior caso) de operações básicas que serão executadas por um algoritmo desde o início de sua execução até seu término.

O algoritmo HH-M1, pode ser dividido essencialmente em duas etapas: “Algoritmo HH” e “Cálculo de NLDs”. A ordem de complexidade da primeira etapa do algoritmo é majorada pela execução do algoritmo HH que possui complexidade  $\mathcal{O}(NM\log 2(N))$  (HUGHES-HARTOGS, 1987).

Para a etapa “Cálculo de NLDs”, o pior caso possui ordem cúbica  $\mathcal{O}(N^3)$ , uma vez que cada uma das variáveis ( $n, n_1$  e  $n_2$ ) da equação (4.22) variam entre  $1 \leq n \leq N$ . Analisando as fases do algoritmo, para cada uma dessas variáveis serão necessários, no mínimo, três laços *for* que variam de 1 até  $N$ .

É intuitivo observar que utilizando a equação (4.29), que envolve equações básicas como soma, multiplicação e divisão, o cálculo e a complexidade das NLDs reduz significa-

tivamente. Sendo mais específico, a complexidade algorítmica volta a ser  $\mathcal{O}(NM\log_2(N))$ , uma vez que o cálculo em (4.29) possui complexidade  $\mathcal{O}(N)$  e, portanto, é menor do que a complexidade gasta na execução da etapa “Algoritmo HH”. A Tabela 2 compara a ordem de complexidade algorítmica das técnicas aqui propostas com o algoritmo HH e a solução ótima por busca exaustiva.

## 4.5 Resultados de Simulação

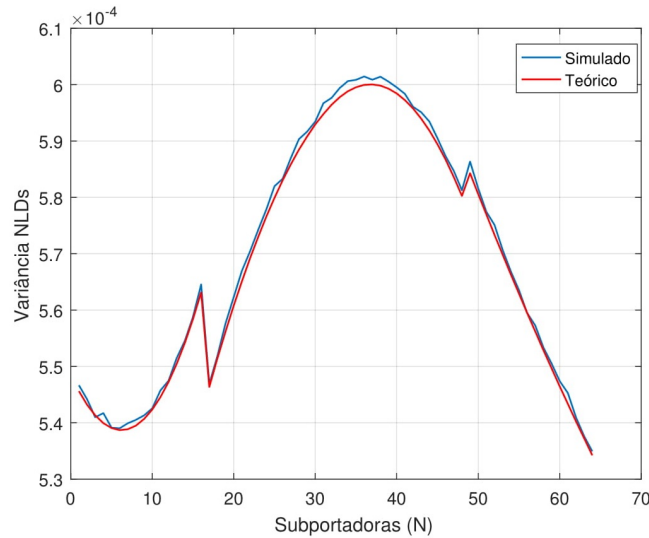
Nesta seção, as contribuições propostas são avaliadas por meio de simulações computacionais. Para tal, foi considerado um sistema OFDM ponto-a-ponto com um PA polinomial de terceira ordem cujos coeficientes são iguais a  $c_1 = 0.9798 - 0.2887i$ ; e  $c_3 = -0.2901 + 0.4350i$  (FERNANDES *et al.*, 2012), e um *link* sem fio com desvanecimento seletivo em frequência do tipo *Rayleigh* com com quatro coeficientes. Os resultados foram obtidos para  $N = 64$  subportadoras, prefixo cíclico de tamanho quatro, potência máxima disponível  $P_{max} = 60W$ , e  $M = 10$  (níveis de MCSs) representados pelo conjunto  $\mathcal{M} = \{1, \dots, 10\}$ , em que a SNR alvo foi dada por  $\lambda_m = 2m - 1$ . As simulações computacionais foram realizadas no software MATLAB<sup>®</sup> e os resultados obtidos foram divididos em duas subseções.

Na primeira delas, é avaliado o desempenho da nova equação desenvolvida para o cálculo da variância da distorção de um PA polinomial de ordem 3. Os resultados são avaliados através das métricas: erro quadrático médio do cálculo da variância da distorção, e da taxa de erro de símbolo. Na segunda subseção, são analisados os resultados fornecidos pela heurísticas propostas nesse trabalho. Para tal, a potência de transmissão alocada, a taxa média do sistema e o tempo de execução dos algoritmos foram utilizados como métricas de avaliação por meio de simulações de Monte Carlo.

### 4.5.1 Variância da distorção

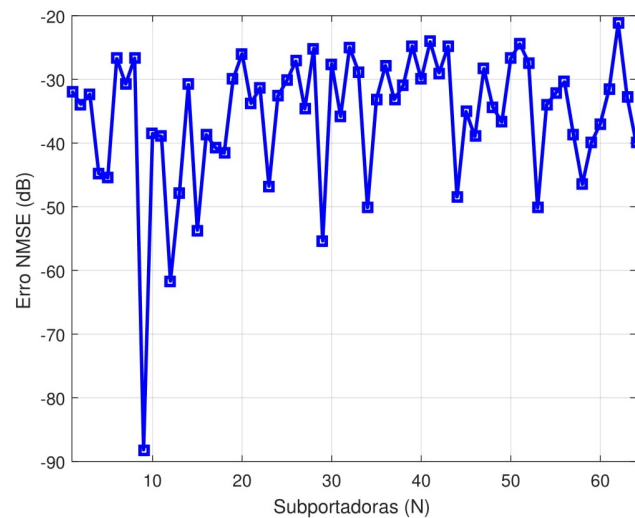
Inicialmente foi realizada uma comparação entre a variância da distorção obtida através da expressão teórica desenvolvida neste trabalho (4.22) e um cenário simulado. Para tal, foi gerado um sinal OFDM com 64 subportadoras, alocação de potência variável, em que a potência para cada subportadora deu-se da seguinte forma, 1/3 dos símbolos com potência de  $0.1W$ , 1/3 com potência  $0.15W$  e, o 1/3 restante com potência de  $0.01W$ . Os símbolos foram modulados por meio de uma modulação 16-QAM. A Figura 14 mostra a relação entre o

Figura 14 – Variância da distorção por subportadora.



Fonte: Próprio autor.

Figura 15 – Curva do erro normalizado por subportadora.

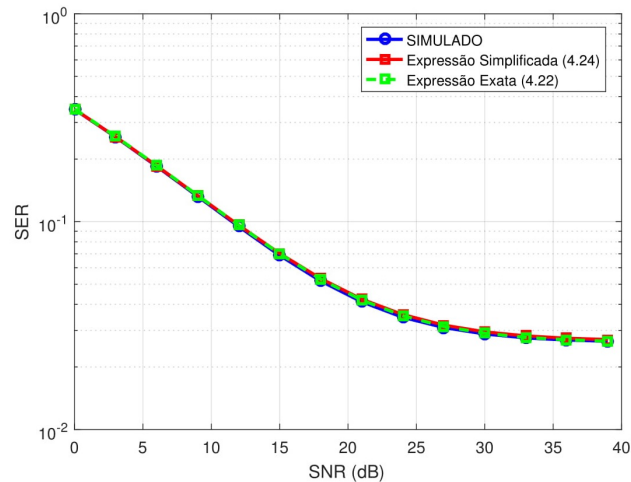


Fonte: Próprio autor.

número de subportadoras e a variância da distorção para cada subportadora. Esse resultado nos permite visualmente avaliar que as expressões analíticas desenvolvidas nesse trabalho realmente caracterizam o comportamento da variância da distorção de um PA polinomial de ordem 3. Os resultados teóricos muito se assemelham ao simulado, validando portanto nossas equações.

A Figura 15, a seguir, ilustra os resultados teóricos da variância, sendo avaliado o desempenho das expressões por meio do erro quadrático médio normalizado (NMSE) entre as variâncias: teórica e simulada. Pode-se concluir que a expressão para variância das NLDs proposta nesse trabalho fornece NMSEs significativamente pequenas para cada subportadora.

Figura 16 – SER Vs SNR - Validação das expressão (4.22).



Fonte: Próprio autor.

Logo, há uma efetiva caracterização das distorções inseridas pelo PA em cada subportadora. Esse resultado possui significativa importância, já que, até o presente momento, os autores desconhecem outros trabalhos que tenham considerado a potência variável para o cálculo da variância de NLDs com tamanha precisão.

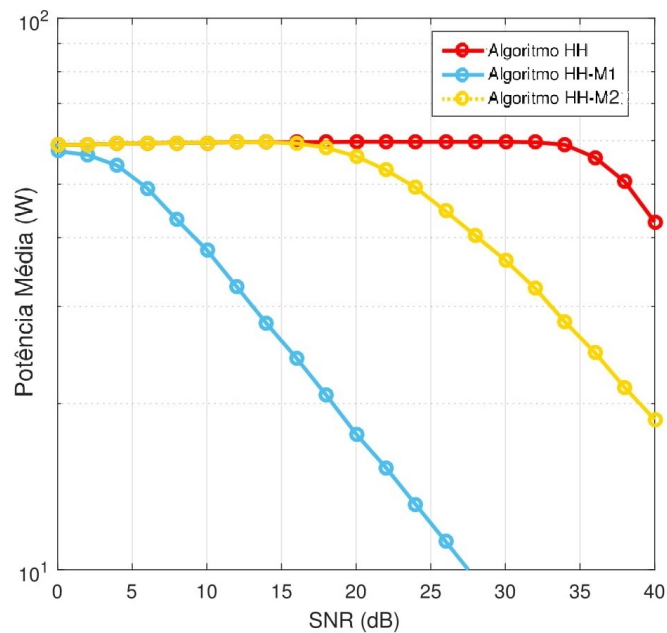
Uma terceira análise foi realizada, agora utilizando como métrica a SER. Inicialmente foram gerados símbolos OFDM com potência variável, a distribuição deu-se da seguinte forma, 1/3 dos símbolos com potência de  $0.1W$ , 1/3 com potência  $0.15W$  e, o 1/3 restante com potência de  $0.01W$ . Estes símbolos com potência variável foram submetidos a um PA a fim de avaliar o efeito da variância das NLDs por meio do uso das equações (4.22) e (4.24). A Figura 16 mostra a SER versus a SNR para o cenário analisado. Junto as curvas que simulam transmissões em que são utilizadas as expressões teóricas exatas (EE) obtidas através da equação (4.22), e simplificadas (ES) obtida por meio de (4.24), podemos observar a curva do resultado simulado. Quando analisadas as curvas teóricas apresentam grande similaridade com o resultado da curva simulada. Esse resultado nos permitindo afirmar que há uma caracterização efetiva do comportamento do PA polinomial de terceira ordem presente no transmissor.

#### 4.5.2 Heurísticas para alocação de potência

Conforme mencionado no início dessa seção, nesta subseção são analisados os resultados das heurísticas propostas nesse trabalho para o cenário considerado. Inicialmente, foram observadas as heurísticas HH-M1 e HH-M2 a fim de validá-las frente ao método clássico



Figura 17 – Potência de Transmissão Alocada Vs SNR.



Fonte: Próprio autor.

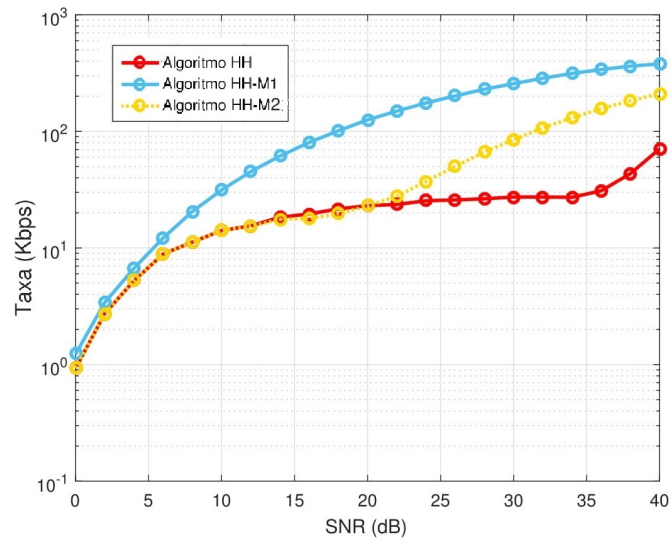
linear de alocação de potência HH. Para tal, foram gerados gráficos de potência e de taxa. A Figura 17 apresenta a potência de transmissão alocada por SNR média para as técnicas propostas, bem como para o método HH.

A partir do gráfico, nota-se que o algoritmo HH-M1 utiliza uma quantidade de potência consideravelmente menor do que o HH e o HH-M2. Este resultado deve-se à sensibilidade deste algoritmo à presença de distorções inseridas pelo PA não-linear. Conforme mencionado anteriormente, o algoritmo propõe que a alocação de potência pare quando a SNR do PA é menor do que a SNR do *link* sem fio.

O algoritmo HH-M2 apresentou valores de potência de transmissão menores que o método HH para altos níveis de SNR. Este resultado justifica-se pelo fato de o critério de parada do HH-M2 é mais relaxado, quando as SNRs são baixas o algoritmo HH-M2 permite alocar quantidades de potência similares àquelas da técnica de HH. No entanto, para altos valores de SNR, quando afetado pelas distorções, o algoritmo HH-M2 reduz a quantidade potência alocada, proporcionando ganhos energéticos.

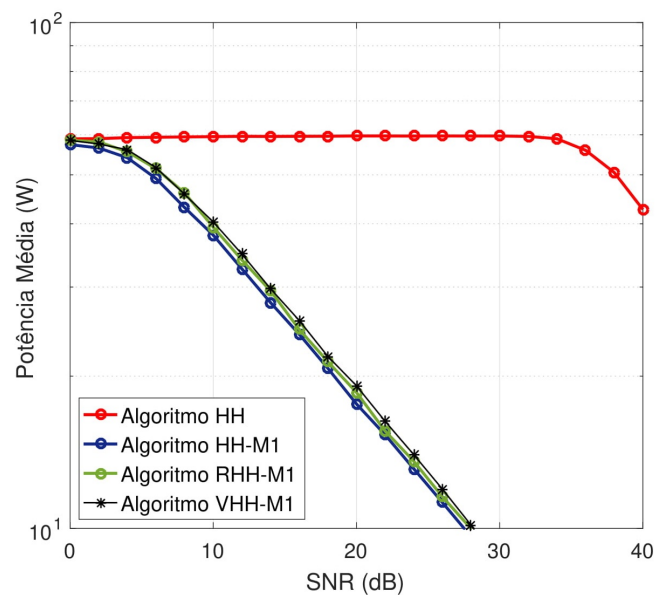
Em seguida, foi observada a relação entre a taxa de transmissão das heurísticas propostas. A Figura 18 mostra a taxa média de transmissão por SNR média para as técnicas propostas, assim como para o método HH. Ambas as técnicas propostas apresentaram taxas de transmissão melhores do que o algoritmo HH, que é a solução ótima no caso linear. Esse

Figura 18 – Taxa Média de Transmissão por SNR.



Fonte: Próprio autor.

Figura 19 – Potência de Transmissão Alocada Vs SNR - Soluções de Relaxamento.

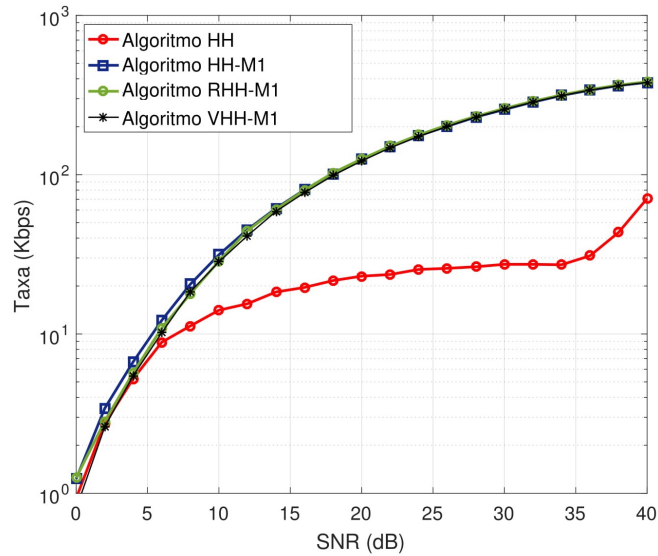


Fonte: Próprio autor.

resultado nos permite concluir que o HH-M1 proporcionou ganhos significativos relacionados à eficiência energética, uma vez que utiliza menos energia para atingir taxas mais altas quando comparado às demais técnicas. Assim como ocorreu no gráfico de potência, o algoritmo HH-M2 mostrou-se melhor que o HH para altos valores de SNR. Entretanto, em relação ao HH-M1, a potência adicional alocada pelo HH-M2 induz uma perda de desempenho, uma vez que aumenta as distorções não lineares inseridas.

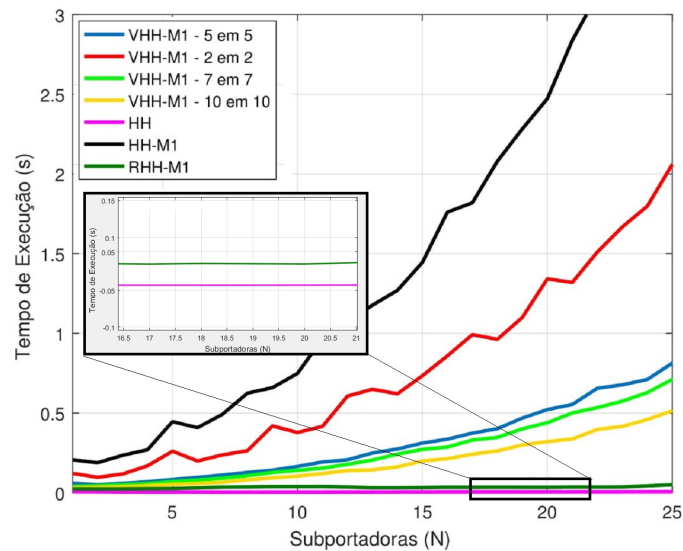
A Figura 19 apresenta a potência de transmissão alocada por SNR média para as

Figura 20 – Taxa Média de Transmissão por SNR - Soluções de Relaxamento



Fonte: Próprio autor.

Figura 21 – Tempo de execução do algoritmo Vs Número de subportadoras.



Fonte: Próprio autor.

técnicas HH-M1, VHH-M1 e RHH-M1, bem como para o método HH. Conforme visto nos gráficos anteriores, a técnica HH-M1 apresenta significativos ganhos de eficiência energética quando comparado as demais técnicas e, à medida em que a SNR aumenta, esses ganhos tornam-se mais perceptíveis, conforme já era esperado.

A respeito da curva da potência alocada pela SNR média da heurística VHH-M1, para  $I = 2$  (variâncias das NLDs recalculadas a cada duas iterações), observa-se um aumento muito pequeno da potência alocada em relação ao algoritmo HH-M1 utilizando o cálculo das

variâncias das NLDs variáveis. A vantagem dessa técnica se dá pela redução do tempo de execução do algoritmo, já que reduz a quantidade de vezes em que são realizados os cálculos das variâncias das distorções. Esse resultado será validado em resultados posteriores.

Ao observarmos o gráfico da heurística RHH-M1, em que o cálculo da variância da NLD é realizado a partir da equação (4.29), é possível constatar que o ganho de eficiência é reduzido por uma quantidade muito pequena quando comparado ao HH-M1. Essa redução de desempenho dos algoritmos é justificada uma vez que o cálculo realizado através de (4.22) caracteriza de maneira mais fidedigna as distorções inseridas no sinal. Assim como o VHH-M1, a vantagem do RHH-M1 também está na redução da complexidade algorítmica, uma vez que utiliza expressões mais simplificadas e que requerem menor esforço computacional.

A Figura 20 mostra a taxa média de transmissão por SNR média para todas as técnicas mostradas na Figura 19. Tanto o HH-M1 quanto as técnicas de relaxamento de complexidade propostas nesse trabalho apresentaram taxas de transmissão superiores ao algoritmo HH, que é a solução ótima no caso linear. Pode-se ver ainda que os métodos que usam relaxamento de complexidade (RHH-M1 e VHH-M1) provêm aproximadamente as mesmas taxas que o algoritmo HH-M1, o que significa que as abordagens propostas para diminuir o custo computacional do algoritmo HH-M1 não causam perdas significativas de taxa de transmissão.

Por fim, a Figura 21 mostra o tempo de execução dos algoritmos analisados em função da quantidade de subportadoras  $N$ . Nesta simulação foi fixada a SNR média em 25dB e o número de subportadoras variando entre 32 e 90. Essa figura permite comprovar que o aumento do número de subportadoras implica no aumento da complexidade algorítmica do cálculo das variâncias das NLDs, conforme demonstrado em 4.22. É possível analisarmos que o uso do cálculo da variância da NLD constante (RHH-M1) fornece tempos de execução superiores ao do HH para todos os valores de  $I$  testados, porém bastante inferiores às heurísticas que consideram o cálculo das NLDs variáveis (HH-M1 e VHH-M1). Além disso, a técnica VHH-M1 apresentou uma significativa queda no tempo de execução do algoritmo em relação ao HH-M1.

## 4.6 Conclusão

Neste capítulo foi formulado um problema de maximização da taxa de transmissão total em um sistema OFDM ponto-a-ponto sob os efeitos de um PA polinomial de terceira ordem não linear. Primeiramente, foram desenvolvidas expressões analíticas para as variâncias das distorções não lineares considerando potência variável entre as subportadoras. Essas expressões

permitiram caracterizar de forma fidedigna as distorções inseridas pelo PA polinomial de terceira ordem tornando possível a análise do problema proposto. As equações desenvolvidas puderam ser validadas por meio de simulações numéricas, nos dando margem para a proposição de heurísticas que solucionassem o problema.

Como o problema de otimização mostrou-se altamente não-linear e não-convexo, propusemos heurísticas para solucioná-lo. As técnicas propostas foram comparadas à técnica convencional de alocação de recursos HH, na qual a não linearidade não é considerada. Os resultados das simulações mostram que há um aumento na taxa de transmissão de dados quando as técnicas propostas são utilizadas. Ademais, a execução dos algoritmos de alocação de potência propostos nesse trabalho é interrompida no momento em que as distorções inseridas pelo PA afetam o sistema, confirmando assim, a importância e a necessidade de considerarmos as NLDs em problemas de alocação de recursos.

Por fim, foram propostos soluções de relaxamento de complexidade para as técnicas propostas. Através das simulações foi possível observar que essas soluções fornecerem ganhos similares em termos energéticos e de taxa, com uma redução significativa no tempo de execução algorítmica.

## 5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho teve como objetivo analisar e propor soluções acerca do impacto das distorções inseridas por amplificadores de potência não lineares em sistemas OFDM. Para tanto, foram utilizadas duas abordagens e dois diferentes modelos de sistema. Na primeira abordagem foi considerado o uso de técnicas de redução de picos de amplitude e o cenário analisado foi um ambiente cooperativo com PAs não lineares na fonte e no *relay*. Já na segunda abordagem, as NLDs foram tratadas através da alocação de potência. Foi considerada uma expressão discreta para a taxa através do uso de MCSs. O modelo de sistema adotado contou com um transmissor, um receptor e o modelo de amplificador adotado foi o polinomial de terceira ordem.

Como primeira contribuição do trabalho foram apresentadas duas novas famílias de técnicas que visam a diminuição das distorções inseridas por PA's não lineares, tanto na fonte quanto no *relay*, em um cenário OFDM cooperativo. As técnicas basearam-se na técnica de redução de picos PTS. Nelas, os sinais candidatos foram rotacionados por um conjunto de fatores de rotação de fase e, a partir de critérios fundamentados nas métricas CM e PAPR, foram escolhidos sinais que reduziram significativamente a taxa de erro de símbolo do sistema. As técnicas promoveram também uma diminuição da carga de processamento no *relay* no *downlink*, uma vez que todos os cálculos inerentes às técnicas foram concentrados no nó transmissor, atribuindo ao *relay* cálculos apenas relacionados à transmissão OFDM. O conjunto de técnicas de redução de picos se mostrou bastante eficaz e cumpriu com os objetivos propostos.

Como segunda contribuição, foi considerado um problema de alocação de potência para um sistema OFDM ponto-a-ponto sob os efeitos de um PA não linear polinomial de ordem 3. Inicialmente desenvolvemos novas expressões analíticas para a variância da distorção inserida pelo PA. Essas expressões foram validadas por meio de simulações computacionais, representando de maneira fidedigna a quantidade de distorção sofrida por cada subportadora em um cenário com potência variável. Em seguida, foi considerado que a taxa de transmissão e a SNR total do sistema estavam relacionadas por um mapeamento discreto, representado por um MCS. Foi então formulado um problema de alocação de potência considerando o impacto das NLDs.

Como o problema de otimização mostrou-se altamente não-linear e não-convexo, propusemos duas heurísticas para resolvê-lo. As heurísticas propostas foram comparadas à técnica convencional de alocação de potência HH, na qual a não linearidade não é considerada. Os algoritmos desenvolvidos contavam com critérios de parada de alocação de potência com

base na SNR do PA, de forma que, no momento em que o PA interferisse no desempenho dos sistemas, a alocação de potência era finalizada. Os resultados de simulação mostraram que a taxa do sistema foi maximizada e que houve uma redução significativa na quantidade de potência utilizada pelo sistema. Mesmo com os ganhos obtidos por meio das heurísticas, foi observada a excessiva complexidade computacional gasta no cálculo das NLDs. Foram propostas então soluções de relaxamento de complexidade a partir do uso de expressões mais simplificadas para o cálculo das NLDs. As soluções de relaxamento de complexidade apresentaram significativo desempenho apresentando resultados, muitas vezes, similares aos obtidos por meio das heurísticas inicialmente propostas. Por fim, foi efetuada uma análise que comprovou os ganhos fornecidos pelas heurísticas em termos energéticos e de redução no tempo de execução.

### **5.1 Perspectivas para trabalhos futuros**

Em trabalhos futuros pretendemos estender a análise do uso de técnicas de redução de picos para sistemas MIMO e MIMO massivo. A ideia é focar principalmente no uso de técnicas de redução de picos em sistemas MIMO massivo, já que estes sistemas ganharam bastante visibilidade nos últimos anos devido aos elevados níveis de taxa alcançados, mostrando-se como nova tendência para os sistemas de 5.<sup>a</sup> geração.

Pretendemos também analisar a não linearidade e não convexidade, bem como buscar por soluções ótimas para a função objetivo desenvolvida nesse trabalho. Dando continuidade à pesquisa, aspiramos nos aprofundar ainda mais no estudo de alocação de recursos considerando as NLDs inseridas por PAs, mas agora, considerando cenário cooperativos. A ideia é propor heurísticas para alocação de recursos em cenários cooperativos multiusuários considerando as distorções inseridas por amplificadores de potência não lineares.

## REFERÊNCIAS

- AQUINO, G. P. **Comparação entre técnicas de redução da PAPR em sinais OFDM**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Telecomunicações) — Instituto Nacional de Telecomunicações, Santa Rita do Sapucaí, 2011.
- ARABI, E.; ALI, S. **Behavioral Modeling of RF front end devices in Simulink®**. [S.l.]: Chalmers University of Technology, 2008.
- BAGHANI, M.; MOHAMMADI, A.; MAJIDI, M. Downlink resource allocation in OFDMA wireless networks under power amplifier non-linearity. **IET Communications**, v. 11, n. 18, p. 2751–2757, 2017. ISSN 1751-8628.
- BAGHANI, M.; MOHAMMADI, A.; MAJIDI, M.; VALKAMA, M. Analysis and rate optimization of OFDM-based cognitive radio networks under power amplifier nonlinearity. **IEEE Transactions on Communications**, v. 62, n. 10, p. 3410–3419, Oct 2014. ISSN 0090-6778.
- BAHAI, A. R.; SALTZBERG, B. R.; ERGEN, M. **Multi-carrier digital communications: theory and applications of OFDM**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2004.
- BANELLI, P.; BARUFFA, G.; CACOPARDI, S. Effects of HPA nonlinearity on frequency multiplexed OFDM signals. **IEEE Transactions on Broadcasting**, v. 47, n. 2, p. 123–136, June 2001. ISSN 0018-9316.
- BANELLI, P.; CACOPARDI, S. Theoretical analysis and performance of OFDM signals in nonlinear AWGN channels. **IEEE Transactions on Communications**, v. 48, n. 3, p. 430–441, March 2000. ISSN 0090-6778.
- BAUML, R. W.; FISCHER, R. F. H.; HUBER, J. B. Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping. **Electronics Letters**, v. 32, n. 22, p. 2056–2057, Oct 1996. ISSN 0013-5194.
- BEHRAVAN, A.; ERIKSSON, T. Some statistical properties of multicarrier signals and related measures. In: **2006 IEEE 63rd Vehicular Technology Conference**. [S.l.: s.n.], 2006. v. 4, p. 1854–1858. ISSN 1550-2252.
- BINGHAM, J. A. C. Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come. **IEEE Communications Magazine**, v. 28, n. 5, p. 5–14, May 1990. ISSN 0163-6804.
- BUSSGANG, J. J. Crosscorrelation functions of amplitude-distorted gaussian signals. Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, 1952.
- CHANDAKE, P.; SANKPAL, D. S. Reduction of cubic metric and block error rate in OFDM system using network coding with selective mapping. **International Journal of Application or Innovation in Engineering & Management (IJAIEEM)**, v. 2, n. 11, 2013.
- CHANG, R.; GIBBY, R. A theoretical study of performance of an orthogonal multiplexing data transmission scheme. **IEEE Transactions on Communication Technology**, v. 16, n. 4, p. 529–540, August 1968. ISSN 0018-9332.
- CHOW, P. S.; CIOFFI, J. M.; BINGHAM, J. A. C. A practical discrete multitone transceiver loading algorithm for data transmission over spectrally shaped channels. **IEEE Transactions on Communications**, v. 43, n. 2/3/4, p. 773–775, Feb 1995. ISSN 0090-6778.



DARDARI, D.; TRALLI, V.; VACCARI, A. A theoretical characterization of nonlinear distortion effects in OFDM systems. **IEEE Transactions on Communications**, v. 48, n. 10, p. 1755–1764, Oct 2000. ISSN 0090-6778.

DEUMAL, M.; BEHRAVAN, A.; PIJOAN, J. L. On cubic metric reduction in OFDM systems by tone reservation. **IEEE Transactions on Communications**, v. 59, n. 6, p. 1612–1620, June 2011. ISSN 0090-6778.

DING, L. **Digital predistortion of power amplifiers for wireless applications**. Tese (Doutorado) — Georgia Institute of Technology, 2004.

ERMOLOVA, N. Y.; HAGGMAN, S. An extension of bussgang's theory to complex-valued signals. In: **Proceedings of the 6th Nordic Signal Processing Symposium (NORSIG'04), Espoo, Finland**. [S.l.: s.n.], 2004.

FERNANDES, C. A. R. Outage performance of cooperative amplify-and-forward OFDM systems with nonlinear power amplifiers. In: **2012 IEEE 13th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 459–463. ISSN 1948-3252.

FERNANDES, C. A. R.; COSTA, D. B. da; ALMEIDA, A. L. F. de. Outage analysis of cooperative OFDM systems with nonlinear amplifiers and relay selection. In: **Brazilian Telecommunication Symposium (SBRT), Brazilia, Brazil**. [S.l.: s.n.], 2012.

FERNANDES, C. A. R.; COSTA, D. B. da; ALMEIDA, A. L. F. de. Performance analysis of cooperative amplify-and-forward orthogonal frequency division multiplexing systems with power amplifier non-linearity. **IET Communications**, v. 8, n. 18, p. 3223–3233, 2014. ISSN 1751-8628.

FERNANDES, C. A. R.; FARIAS, É. J. P. Theoretical outage analysis of nonlinear OFDM systems with AF relays. **Journal of Communication and Information Systems**, v. 30, n. 1, 2015.

FERNANDES, C. A. R.; MOTA, J. C. M.; FAVIER, G. Mimo volterra modeling for nonlinear communication channels. **Learning and Nonlinear Models (LNLN) - Journal of the Brazilian Society on Neural Networks**, v. 2, n. 8, p. 71–92, 2010.

FERNANDES, C. A. R.; MOTA, J. C. M.; FAVIER, G. Analysis and power diversity-based cancellation of nonlinear distortions in OFDM systems. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 60, n. 7, p. 3520–3531, July 2012. ISSN 1053-587X.

GOLDSMITH, A. **Wireless Communications**. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0521837162.

GREGORIO, F. H.; LAAKSO, T. I. A novel carrier allocation method for multiuser OFDM system with amplifier nonlinearities. In: **2005 13th European Signal Processing Conference**. [S.l.: s.n.], 2005. p. 1–4.

HARUM, N. b.; YUDA, K.; OHTSUKI, T. PAPR reduction of amplify-and-forward relay OFDM system using subcarrier pairing method. In: **2013 IEEE 24th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC)**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 2005–2010. ISSN 2166-9570.

- HUGHES-HARTOGS, D. **Ensemble modem structure for imperfect transmission media**. [S.l.]: Google Patents, 1987. US Patent 4,679,227.
- IKKI, S.; AHMED, M. H. Performance analysis of cooperative diversity wireless networks over nakagami-m fading channel. **IEEE Communications Letters**, v. 11, n. 4, p. 334–336, April 2007. ISSN 1089-7798.
- JANG, J.; LEE, K. B.; LEE, Y.-H. Transmit power and bit allocations for OFDM systems in a fading channel. In: **GLOBECOM '03. IEEE Global Telecommunications Conference (IEEE Cat. No.03CH37489)**. [S.l.: s.n.], 2003. v. 2, p. 858–862 Vol.2.
- KIM, K.; NO, J.; SHIN, D. On the properties of cubic metric for OFDM signals. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 23, n. 1, p. 80–83, Jan 2016. ISSN 1070-9908.
- KIM, Y.; KWON, U.; SEOL, D.; IM, G. An effective PAPR reduction of SFBC-OFDM for multinode cooperative transmission. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 16, n. 11, p. 925–928, Nov 2009. ISSN 1070-9908.
- KUMARI, R.; CHAWLA, M. Review of PAPR reduction techniques for 5G system. **International Journal of Electronics and Communication Engineering**, v. 10, n. 1, p. 35–44, 2017. ISSN 0974-2166.
- LEEUEWEN, J. V.; LEEUEWEN, J. **Handbook of theoretical computer science**. [S.l.]: Elsevier, 1990. v. 1.
- LIAO, H.; CHEN, P.; CHEN, W. An efficient downlink radio resource allocation with carrier aggregation in LTE-advanced networks. **IEEE Transactions on Mobile Computing**, v. 13, n. 10, p. 2229–2239, Oct 2014. ISSN 1536-1233.
- LIU, K. R.; SADEK, A. K.; SU, W.; KWASINSKI, A. **Cooperative communications and networking**. [S.l.]: Cambridge university press, 2009.
- MAJIDI, M.; MOHAMMADI, A.; ABDIPOUR, A. Analysis of the power amplifier nonlinearity on the power allocation in cognitive radio networks. **IEEE Transactions on Communications**, v. 62, n. 2, p. 467–477, February 2014. ISSN 0090-6778.
- MARINHO, P.; FERNANDES, C. A. R. Pareamento de subportadoras com redução de PAPR em sistemas OFDM cooperativos. **XXXIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT) e Processamento de Sinais**, Agosto 2016.
- MULLER, S. H.; HUBER, J. B. OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences. **Electronics Letters**, v. 33, n. 5, p. 368–369, Feb 1997. ISSN 0013-5194.
- NEE, R. v.; PRASAD, R. **OFDM for Wireless Multimedia Communications**. 1st. ed. Norwood, MA, USA: Artech House, Inc., 2000. ISBN 0890065306.
- NOSRATINIA, A.; HUNTER, T. E.; HEDAYAT, A. Cooperative communication in wireless networks. **IEEE Communications Magazine**, v. 42, n. 10, p. 74–80, Oct 2004. ISSN 0163-6804.
- PANZER, H.; BECK, R. Adaptive resource allocation in metropolitan area cellular mobile radio systems. In: **40th IEEE Conference on Vehicular Technology**. [S.l.: s.n.], 1990. p. 638–645. ISSN 1090-3038.

- PARENTE, R.; FERNANDES, C. A. R. Seleção de relay e redução de PAPR em sistemas cooperativos OFDM. **XXXIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT) e Processamento de Sinais**, Agosto 2016.
- PELED, A.; RUIZ, A. Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms. In: **ICASSP '80. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing**. [S.l.: s.n.], 1980. v. 5, p. 964–967.
- RAHMATALLAH, Y.; MOHAN, S. Peak-to-average power ratio reduction in OFDM systems: A survey and taxonomy. **IEEE Communications Surveys Tutorials**, v. 15, n. 4, p. 1567–1592, Fourth 2013. ISSN 1553-877X.
- RAZO, V. del; RIIHONEN, T.; GREGORIO, F.; WERNER, S.; WICHMAN, R. Nonlinear amplifier distortion in cooperative amplify-and-forward OFDM systems. In: **2009 IEEE Wireless Communications and Networking Conference**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–5. ISSN 1525-3511.
- SALEH, A. A. M. Frequency-independent and frequency-dependent nonlinear models of twt amplifiers. **IEEE Transactions on Communications**, v. 29, n. 11, p. 1715–1720, November 1981. ISSN 0090-6778.
- SHUKLA, A. Analysis of power amplifier nonlinearity in cognitive radio networks. In: **2016 Online International Conference on Green Engineering and Technologies (IC-GET)**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–4.
- SINGHAL, G.; KUMAR, M. A new subblock partition technique for pts in OFDM systems. **International Journal of Engineering Research and Applications**, Directory of Open Access Journals, v. 4, n. 1, p. 287–291, 2014.
- TELLADO, J. **Peak-to-average power reduction for multicarrier modulation**. Tese (Ph. D. Thesis) — Stanford University, United States, EUA, 1999.
- ULIAN, I. A.; BARRETO, A. N. Comparação entre pós-e pré-processamento para a mitigação dos efeitos não lineares em um sistema ofdm. **XXIX Simposio Brasileiro de Telecomunicac, oes**, v. 5, p. 6, October 2011.
- WANG, D.; CAO, Y.; ZHENG, L. Efficient two-stage discrete bit-loading algorithms for OFDM systems. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 59, n. 7, p. 3407–3416, Sept 2010. ISSN 0018-9545.
- WANG, L.; LIU, J. Cooperative pts for PAPR reduction in MIMO-OFDM. **Electronics Letters**, v. 47, n. 5, p. 351–352, March 2011. ISSN 0013-5194.
- WASAFF, H. I. D. **Adaptive pre-distortion for nonlinear high power amplifiers in OFDM systems**. [S.l.]: Universitat Politècnica de Catalunya, 2004.
- WEINSTEIN, S.; EBERT, P. Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete fourier transform. **IEEE Transactions on Communication Technology**, v. 19, n. 5, p. 628–634, October 1971. ISSN 0018-9332.
- WG1, G. T. R.; WG4, G. T. R. **Comparison of PAR and cubic metric for power de-rating**. [S.l.]: 3GPP, 2004. TDocs R4-040367, R1-040522, and R1-040642.

ZHANG, H.; FU, J.; SONG, J. A hughes-hartogs algorithm based bit loading algorithm for OFDM systems. In: **2010 IEEE International Conference on Communications**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–5. ISSN 1938-1883.

ZHU, X.; HU, H.; TANG, Y. Descendent clipping and filtering for cubic metric reduction in OFDM systems. **Electronics Letters**, v. 49, n. 9, p. 599 –600, April 2013. ISSN 0013-5194.

ŠTERBA, J.; GAZDA, J.; DEUMAL, M.; KOCUR, D. Iterative algorithm for nonlinear noise cancellation and channel re-estimation in nonlinearly distorted OFDM system. In: **2010 IEEE 8th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMII)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 65–70.

## APÊNDICE A – VARIÂNCIA DA DISTORÇÃO DE UM PA POLINOMIAL DE ORDEM

### 3

Nesse apêndice apresentaremos os cálculos relativos à expressão da variância da distorção não linear em (4.18). Conforme mencionado na Seção 4.2, assumindo que  $N$  é par, a variância de  $\xi_3(n)$ , é definida por:

$$E[\xi_3(n)\xi_3^*(n)] = \frac{1}{N^2} \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N \sum_{n_3=1}^N \sum_{n_4=1}^N E[x_{n_1}^* x_{n_2} x_{n_3} x_{n_4}^* x_{cir(n+n_1-n_2, N)} x_{cir(n+n_3-n_4, N)}^*]. \quad (\text{A.1})$$

Dados os casos a seguir, desde que tenhamos os índices das portadoras no somatório acima iguais em grupos pares, a variância de  $\xi_3(n)$  assume os seguintes valores:

- $n = n_1 = n_2 = n_3 = n_4$ :

$$E[|\xi_3(n)|^2] = \frac{1}{N^2} \mu_{6,n}. \quad (\text{A.2})$$

- $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 \neq n$  ou  $n_1 = n_2 = n_3 \neq n = n_4$  ou  $n_1 = n_3 = n_4 \neq n = n_2$  ou  $n_1 = n_3 \neq n = n_2 = n_4$ :

$$\begin{aligned} E[|\xi_3(n)|^2] &= \frac{4}{N^2} \mu_{2,n} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n}}^N \mu_{4,n_1} \\ &= 4\mu_{2,n} \left( \frac{\mu_4}{N} - \frac{\mu_{4,n}}{N^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

- $n_1 = n_2 = n_4 = n \neq n_3$  ou  $n_1 = n_2 = n \neq n_3 = n_4$  ou  $n_2 = n_3 = n_4 = n \neq n_1$  ou  $n_1 = n_2 \neq n = n_3 = n_4$ :

$$\begin{aligned} E[|\xi_3(n)|^2] &= \frac{4}{N^2} \mu_{4,n} \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq n}}^N \mu_{2,k} \\ &= 4\mu_{4,n} \left( \frac{\mu_2}{N} - \frac{\mu_{2,n}}{N^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

- $n_1 = n_3 = cir(2n_2 - n, N)$  e  $n_2 = n_4 \neq n$ :

$$E[|\xi_3(n)|^2] = \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{4,n_2} \mu_{2,cir(2n_2-n, N)}. \quad (\text{A.5})$$

- $n_1 = n_2 \neq n$  e  $n_3 = n_4 \neq n$  e  $n_1 \neq n_3$   
ou  $n_1 = n_2 \neq n$  e  $n_4 = n$  e  $n_3 \neq n$  e  $n_3 \neq n_1$   
ou  $n_2 = n_4 = n \neq n_1$  e  $n_3 \neq n$  e  $n_1 \neq n_3$

ou  $n_2 = n \neq n_1$  e  $n_3 = n_4 \neq n_1$  e  $n_3 \neq n$ :

$$\begin{aligned} E[|\xi_3(n)|^2] &= \frac{4}{N^2} \mu_{2,n} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n}}^N \mu_{2,n_1} \sum_{\substack{n_3=1, \\ n_3 \neq n, \\ n_3 \neq n_1}}^N \mu_{2,n_3} \\ &= 4\mu_{2,n} \left( \mu_2^2 - 2\frac{\mu_2 \mu_{2,n}}{N} + 2\frac{\mu_{2,n}^2}{N^2} - \sum_{n_1=1}^N \frac{\mu_{2,n_1}^2}{N^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

- $n_1 = n_3 \neq \text{cir}(2n_2 - n, N)$  e  $n_2 = n_4$  e  $n_1 \neq n_2$

ou  $n_1 = n_3 \neq n_2$  e  $n_4 = \text{cir}(n + n_1 - n_2, N) \neq n_2$ ,  $n_1 \neq n_4$ :

$$E[|\xi_3(n)|^2] = \frac{2}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{2,n_2} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n_2, \\ n_1 \neq \text{cir}(2n_2 - n, N)}}^N \mu_{2,n_1} \mu_{2, \text{cir}(n + n_1 - n_2, N)}. \quad (\text{A.7})$$

- $n_1 = n_2 = n_3 = n$  e  $n_4 = \text{cir}(n + N/2, N)$

ou  $n_1 = n_3 = n_4 = n$  e  $n_2 = \text{cir}(n + N/2, N)$ :

$$E[|\xi_3(n)|^2] = \frac{2}{N^2} \rho_{1,3,n} \rho_{2, \text{cir}(n + N/2, N)}. \quad (\text{A.8})$$

- $n_1 = n_2 = n_4 = \text{cir}(n + N/2, N)$  e  $n_3 = n$

ou  $n_1 = n_4 = \text{cir}(n + N/2, N)$  e  $n_2 = n_3 = n$

ou  $n_1 = n$  e  $n_2 = n_3 = n_4 = \text{cir}(n + N/2, N)$

ou  $n_1 = n_4 = n$  e  $n_2 = n_3 = \text{cir}(n + N/2, N)$ :

$$E[|\xi_3(n)|^2] = \frac{4}{N^2} \rho_{2,n} \rho_{1,3, \text{cir}(n + N/2, N)}. \quad (\text{A.9})$$

- $n_1 = n_2 \neq n$  e  $n_3 = n$  e  $n_4 = \text{cir}(n + N/2, N)$  e  $n_1 \neq n_4$

ou  $n_1 = n_4 = n$  e  $n_2 = \text{cir}(n + N/2, N)$  e  $n_3 \neq \text{cir}(n + N/2, N)$  e  $n_3 \neq n$

ou  $n_2 = n_3 = n$  e  $n_4 = \text{cir}(n + N/2, N)$  e  $n_1 \neq n$  e  $n_1 \neq \text{cir}(n + N/2, N)$

ou  $n_1 = n$  e  $n_2 = \text{cir}(n + N/2, N)$  e  $n_3 = n_4 \neq n$  e  $n_3 \neq \text{cir}(n + N/2, N)$ :

$$\begin{aligned} E[|\xi_3(n)|^2] &= \frac{4}{N^2} \rho_{2,n} \rho_{0,2, \text{cir}(n + N/2, N)} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n, \\ n_1 \neq \text{cir}(n + N/2, N)}}^N \mu_{2,n_1} \\ &= \frac{4}{N} \rho_{2,n} \rho_{0,2, \text{cir}(n + N/2, N)} \left( \mu_2 - \frac{\mu_{2,n}}{N} - \frac{\mu_{2, \text{cir}(n + N/2, N)}}{N} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

- $n_1 = n_3 = \text{cir}(2n_2 - n, N)$  e  $n_4 = \text{cir}(n_2 + N/2, N)$  e  $n_2 \neq n$  e  $n_2 \neq \text{cir}(n + N/2, N)$ :

$$E[|\xi_3(n)|^2] = \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n, \\ n_2 \neq \text{cir}(n + N/2, N)}}^N \rho_{2,n_2} \rho_{0,2, \text{cir}(n_2 + N/2, N)} \mu_{2, \text{cir}(2n_2 - n, N)}. \quad (\text{A.11})$$

- $n_1 = n_4 \neq n$  e  $n_2 = n_3 = \text{cir}(n_1 + N/2, N) \neq n$  e  $n_1 \neq \text{cir}(n + N/2, N)$

ou  $n_1 = n_4 = \text{cir}(n_3 + N/2, N)$  e  $n_2 = \text{cir}(n + N/2, N) \neq n_3$  e  $n_3 \neq n$

ou  $n_2 = n_3 \neq n$  e  $n_2 \neq \text{cir}(n + N/2, N)$  e  $n_1 = \text{cir}(n_2 + N/2, N)$  e  $n_4 = \text{cir}(n + N/2, N)$

ou  $n_2 = n_4 = \text{cir}(n + N/2, N)$  e  $n_1 = \text{cir}(n_3 + N/2, N) \neq n$  e  $n_1 = \text{cir}(n + N/2, N)$ :

$$E[|\xi_3(n)|^2] = \frac{4}{N^2} \mu_{2, \text{cir}(n+N/2)} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n, \\ n_1 \neq \text{cir}(n+N/2, N)}} \rho_{0,2,n_1} \rho_{2, \text{cir}(n_1+N/2, N)}. \quad (\text{A.12})$$

Assim como acontece em (4.17) é possível concluirmos que o valor de  $E[\xi_3(n)\xi_3^*(n)]$  também é dependente do número de cada subportadora, já que a potência de transmissão em cada subportadora é arbitrária, sendo, portanto, uma importante contribuição para cenário das comunicações sem fio.