



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIA E CONTABILIDADE

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA - CAEN

GUILHERME CAVALCANTE VIEIRA

CLUBES DE CONVERGÊNCIA DE RENDA NA AMÉRICA: UMA ABORDAGEM
ATRAVÉS DE PAINEL DINÂMICO NÃO-LINEAR COM VARIÁVEL LIMAR

FORTALEZA

2009

GUILHERME CAVALCANTE VIEIRA

CLUBES DE CONVERGÊNCIA DE RENDA NA AMÉRICA: UMA ABORDAGEM
ATRAVÉS DE PAINEL DINÂMICO NÃO-LINEAR COM VARIÁVEL LIMAR

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Economia, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Roberto Tatiwa Ferreira

FORTALEZA

2009

V716c Vieira, Guilherme Cavalcante
 Clubes de convergência de renda na América: uma
 abordagem através de painel dinâmico não-linear com
 variável limiar. / Guilherme Cavalcante Vieira. 2009
 72 f.

 Orientador: Prof. Roberto Tatiwa Ferreira.
 Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do
 Ceará. Curso de Pós Graduação em Economia – CAEN,
 Fortaleza, 2009.

1. Renda. I. Título.

CDD 339.52

GUILHERME CAVALCANTE VIEIRA

CLUBES DE CONVERGÊNCIA DE RENDA NA AMÉRICA: UMA ABORDAGEM
ATRAVÉS DE PAINEL DINÂMICO NÃO-LINEAR COM VARIÁVEL LIMAR

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Economia, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia. Área de concentração: Crescimento Econômico.

Aprovada em 07/ 05/ 2009.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Roberto Tatiwa Ferreira (orientador)
Universidade Federal do Ceará – CAEN/UFC

Prof. Luiz Ivan de Melo Castelar
Universidade Federal do Ceará – CAEN/UFC

Prof. Ricardo Antônio de Castro Pereira
Universidade Federal do Ceará – CAEN/UFC

Aos meus Pais
Geraldo Vieira e Aurea Cavalcante

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, que sempre me incentivaram e proporcionaram o ambiente necessário à formação intelectual.

À tia e amiga Maria Tereza de Carvalho, que desempenhou papel central na minha vida nos últimos anos.

Aos colegas de turma; em especial a Geovani Damasceno, Sávio Záchis, Isaac Ricarte e Vitor Miro; pela ajuda, apoio e incentivo recebidos nos momentos mais difíceis.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Ceará, em especial ao Orientador Prof. Roberto Tatiwa Ferreira.

À FUNCAP, pelo apoio financeiro recebido através da bolsa de auxílio.

"A principal meta da educação é criar homens que sejam capazes de fazer coisas novas, não simplesmente repetir o que outras gerações já fizeram. Homens que sejam criadores, inventores, descobridores. A segunda meta da educação é formar mentes que estejam em condições de criticar, verificar e não aceitar tudo que a elas se propõe."

(Jean Piaget)

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal testar empiricamente a hipótese de convergência de renda entre os países da América, classificar esta possível convergência como absoluta ou condicional e checar se este processo se dá de forma linear ou não-linear. As estimações foram realizadas através da metodologia de painel dinâmico não-linear com variável limiar (*threshold*) e painel dinâmico linear e seus resultados foram contrapostos. Os países selecionados para a amostra foram Argentina, Bolívia, Brasil, Canadá, Chile, Colômbia, Costa Rica, República Dominicana, Equador, El Salvador, Guatemala, Honduras, Jamaica, México, Nicarágua, Peru, Trinidad e Tobago, Uruguai, EUA e Venezuela. O período amostral vai de 1953 a 2003 e os dados têm periodicidade anual. Os resultados obtidos para a amostra não mostram evidência do processo de convergência em nenhum dos modelos, linear e não-linear. Com o objetivo adicional de testar a hipótese de convergência em clubes e a hipótese teórica de que o comércio externo leva ao processo de convergência, foram realizadas estimações adicionais em sub-amostras de países separados pelo critério da formação de blocos de livre comércio do continente americano. Os blocos estudados foram Nafta, CAN e Mercosul. Os resultados obtidos para o Nafta indicam ausência de convergência em ambos os modelos. Os resultados alcançados para o CAN mostram evidência empírica do processo de convergência. O modelo não-linear conclui a favor da existência de convergência absoluta em um dos regimes. Os resultados para o Mercosul, por sua vez, mostram a mais forte evidência em favor do processo de convergência. Ambos os modelos concluem em favor da convergência absoluta. No modelo não-linear, os dois regimes admitem a convergência absoluta. Mesmo ao se utilizar uma metodologia de estimação diferente da abordagem convencional de β -convergência e σ -convergência, os resultados obtidos corroboram aqueles encontrados na literatura sobre o tema.

Palavras-chave: Convergência em Clubes, Painel Dinâmico Não-linear, Variável Limiar, Blocos de Livre Comércio.

ABSTRACT

The main objectives of this work are to test empirically the hypothesis of income convergence process among American countries, to classify this convergence process as either absolute or conditional and to determine if this process happens in either a linear or non-linear manner. Estimations were made through both TAR (threshold autoregressive) panel and linear autoregressive panel and the results were compared to each other. The sample of countries are composed by Argentina, Bolivia, Brazil, Canada, Chile, Colombia, Costa Rica, Dominican Republic, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, Jamaica, Mexico, Nicaragua, Peru, Trinidad and Tobago, Uruguay, USA and Venezuela. The sample period is 1953-2003 and data are in annual basis. Results held for this sample show no evidence of convergence in both TAR and linear models. Additional estimations were made in sub-samples of countries that compose three American free trade agreements. The porpoise was testing two different hypotheses. The first one is that convergence process occurs in clubs. The second one is the theoretical hypothesis that foreign trade leads to convergence among countries involved in it. The three free trade agreements widened were Nafta, CAN and Mercosul. Results held for Nafta also show no evidence of convergence in both models. CAN's results show empirical evidence of convergence, as TAR model concludes for absolute convergence in one of two regimes. Results held for Mercosul sample show stronger evidence of convergence process. Both linear and TAR models conclude for absolute convergence, the former in both regimes. Even using a different methodology than conventional β -convergence and σ -convergence, results are in consonance with those found in the literature.

Keywords: Club Convergence, non-Linear Dynamic Panel, Threshold Variable, Free Trade Agreements.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	7
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	10
2.1 Revisão da Literatura Teórica.....	10
2.1.1 Modelo Neoclássico de Crescimento (Solow-Swan).....	10
2.1.2 Modelo Neoclássico de Crescimento Ótimo (Cass-Koopmans-Ramsey).....	14
2.1.3 Armadilha da Pobreza.....	16
2.1.4 Modelo Neoclássico de Crescimento com Heterogeneidade na Taxa de Poupança.....	18
2.1.5 Modelo Neoclássico de Crescimento com Progresso Tecnológico do tipo Harrod- <i>neutral</i>	22
2.1.6 Modelo AK.....	24
2.1.7 Modelo de Crescimento com Efeito de Aprendizagem e Transbordamento de Conhecimento.....	26
2.1.8 Modelo de Crescimento com Comércio Externo.....	30
2.2 Revisão da Literatura Econométrica.....	38
2.2.1 Visão Geral.....	38
2.2.2 Abordagem Convencional.....	39
2.2.3 Modelo Evans-Karras.....	41
3. METODOLOGIA, DADOS E ESTIMAÇÃO.....	43
3.1 Modelo Linear.....	43
3.2 Modelo não-Linear com Variável Limiar.....	49
3.3 Dados e Estimação.....	58
4. RESULTADOS.....	60
4.1 América.....	60
4.2 Nafta.....	62
4.3 CAN.....	64
4.4 Mercosul.....	66
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	68
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	71

1. INTRODUÇÃO

A Teoria Econômica não consegue determinar univocamente se há ou não convergência da renda per capita entre as economias. Segundo de la Fuente (2000), ela consegue, quando muito, determinar sob quais hipóteses e mecanismos se tem convergência ou divergência.

Por um lado, o paradigma neoclássico de retornos constantes de escala e rendimentos marginais decrescentes dos fatores de produção conduz à convergência, hipóteses estas encontradas nos modelos de Solow (1956), Swan (1956), Cass (1965) e Koopmans (1965), entre outros. Por outro, há modelos que tentam amenizar ou mesmo excluir a hipótese de rendimentos marginais decrescentes, o que leva à ausência de convergência; tais como Romer (1986, 1990), Lucas (1988) e Grossman e Helpman (1991). O modelo teórico proposto por Ben-David (1997) baseia-se no trabalho de Romer (1990) e introduz o comércio internacional, de tal forma que quando todos os países do modelo são estruturalmente idênticos¹, incluindo as tarifas cobradas sobre importações, as dinâmicas previstas são similares àquelas do modelo neoclássico, incluindo a hipótese de convergência.

A hipótese da convergência pode ocorrer de três formas diferentes (Galor, 1996). Na convergência absoluta as rendas *per capita* dos países do mundo convergem no longo prazo, independentemente de suas condições iniciais. Também de maneira independente das suas condições iniciais, na convergência condicional as rendas *per capita* dos países convergem no longo prazo entre os países de características estruturais idênticas como: preferências, tecnologia, taxas de crescimento populacional, entre outras, independentemente de suas condições iniciais. Na convergência em clubes observa-se que em economias que apresentam condições iniciais similares e características estruturais idênticas, as rendas per capita convergem para um mesmo nível de longo prazo.

Vários trabalhos, utilizando métodos econométricos diferenciados, testaram a hipótese de convergência no nível de renda per capita entre países, regiões, estados e municípios. Dentre estes, destacam-se Mankiw, Romer e Weil (1992), partindo do

¹ Com exceção das suas dotações iniciais.

pressuposto de que os países estejam em seus estados estacionários, estimaram diversas regressões com a finalidade de identificar de que maneira o diferencial na taxa de crescimento da poupança e da força de trabalho explicam o diferencial de renda per capita corrente entre os países. Barro e Sala-i-Martin (1992) analisando dados transversais para um grupo de 110 países, verificaram a possibilidade de existência de convergência condicional neste grupo, no período de 1960 a 1985. Em Sala-i-Martin (1996) o mesmo grupo de 110 países foi analisado, mas no período de 1960 a 1990. Os principais resultados deste estudo apontam para um processo de convergência absoluta para uma sub-amostra de países da OECD.

Outros trabalhos realizaram testes de convergência para o grupo de países da América Latina em amostras de tempo variadas, a maioria dos quais utilizando a abordagem convencional de estimação através dos métodos de β -convergência e σ -convergência. Cabrera-Castellanas e Blanca (2003), através do método de β -convergência, obtiveram resultados indicativos do processo de convergência para um grupo de países² da região no período estudado 1980-2000.

Serra *et. al* (2006), também através da metodologia de β -convergência e σ -convergência, encontraram evidência de convergência entre seis países de renda média da América Latina e de formação de clubes de convergência intra-nacionais entre as regiões que formam o Brasil e o Peru. Os países utilizados neste estudo foram Argentina, Brasil, Chile, Colômbia, México e Peru. Holmes (2005), utilizando uma metodologia alternativa, encontra convergência absoluta para um determinado grupo de países³ da região no período 1960-2000.

Parikh e Shibata (2004), através das metodologias de painel dinâmico, β -convergência e σ -convergência, encontram evidências de que a liberalização comercial implementada por 15⁴ países latino-americanos no período 1970-1999 acelerou o processo de convergência de renda entre eles. Puyana e Romero (2004), utilizando a metodologia de β -convergência, encontraram resultados que apontam divergência para os países do Nafta no período de 1960-2000.

² Argentina, Barbados, Brasil, Chile, Colômbia, Costa Rica, República Dominicana, Equador, El Salvador, Guatemala, Guiana, Honduras, Jamaica, México, Nicarágua, Paraguai, Peru, Trinidad e Tobago, Uruguai e Venezuela.

³ Argentina, Bolívia, Brasil, Chile, Colômbia, Costa Rica, Equador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México, Nicarágua, Paraguai, Peru, Uruguai e Venezuela.

⁴ Argentina, Bolívia, Brasil, Chile, Colômbia, Costa Rica, El Salvador, Guatemala, Guiana, Honduras, México, Nicarágua, Paraguai, Peru e Uruguai.

O objetivo principal deste trabalho é testar empiricamente a hipótese de convergência absoluta *versus* condicional, e, ainda, se este processo é linear ou não linear, entre os países da América (excluindo da análise alguns países em virtude do período amostral de suas informações) e entre os países da América que compõem cada um dos blocos de livre comércio do continente americano: acordo de livre comércio da América do Norte (Nafta), Comunidade Andina de Nações (CAN) e o Mercado Comum do Sul (Mercosul)⁵.

A análise de convergência nos blocos de livre comércio é motivada pelo maior grau de homogeneidade econômica entre os países membros desses blocos e pela possibilidade de o livre comércio influenciar no processo de convergência (Ben-David, 1997).

A metodologia econométrica utilizada neste trabalho será baseada em um painel dinâmico auto-regressivo não-linear, no qual se realizam testes de raiz unitária com efeito limiar (*threshold*) desenvolvido por Beyaert e Camacho (2008) com base no modelo linear de Evans e Karras (1996).

Segundo Beyaert e Camacho (2008), a maior conveniência da metodologia não-linear aplicada se dá quando o processo de convergência não ocorre uniformemente. É possível que a amostra de países convirja apenas se determinadas condições institucionais, políticas ou econômicas sejam alcançadas e divirja em caso contrário. Outra possibilidade é que a convergência aconteça a uma taxa sob determinadas condições e com outra taxa sob condições diferentes. Supondo que alguma dessas possibilidades seja verdadeira, a realização de uma estimação linear levaria a resultados enviesados e ineficientes e provavelmente a inferências inválidas. Portanto, a metodologia utilizada possibilita testar-se se há convergência absoluta ou condicional, ou ainda se ela é linear ou não linear.

O restante da Dissertação é dividido da seguinte maneira. O Capítulo 2 compreende uma revisão da literatura teórica no sub-Capítulo 2.1 e da literatura econométrica no sub-Capítulo 2.2. O Capítulo 3 explica detalhadamente a metodologia e apresenta os dados utilizados na estimação. O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos, enquanto o Capítulo 5 resume as conclusões do estudo.

⁵ Novamente em virtude do período amostral de suas informações, o bloco de livre comércio do Caribe (Carifta) ficou de fora deste trabalho.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Revisão da Literatura Teórica

2.1.1 Modelo Neoclássico de Crescimento (Solow-Swan)

O Modelo Neoclássico foi desenvolvido simultaneamente por Solow (1956) e Swan (1956) e é descrito a seguir. Suponha uma função de produção do tipo neoclássica com as seguintes características:

$$Y(t) = F(K(t), L(t)) \quad (2.1)$$

; onde $Y(t)$ é o produto agregado

, $K(t)$ é o estoque agregado de capital físico

e $L(t)$ é a população.

$$\frac{\partial F(K, L)}{\partial K} > 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial K^2} < 0$$

$$\frac{\partial F(K, L)}{\partial L} > 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial L^2} < 0$$

$F(\lambda K(t), \lambda L(t)) = \lambda F(K(t), L(t)) = \lambda Y(t)$, onde λ é um escalar maior que zero.

E que satisfaça às condições de Inada:

$$\lim_{K \rightarrow 0} \left[\frac{\partial F(K, L)}{\partial K} \right] = \lim_{L \rightarrow 0} \left[\frac{\partial F(K, L)}{\partial L} \right] = \infty \quad \text{e} \quad \lim_{K \rightarrow \infty} \left[\frac{\partial F(K, L)}{\partial K} \right] = \lim_{L \rightarrow \infty} \left[\frac{\partial F(K, L)}{\partial L} \right] = 0$$

Ou seja, o produto é função dos fatores capital e trabalho apenas. Os fatores de produção apresentam rendimentos monotonicamente decrescentes e os rendimentos de escala são constantes. Suponha também que a taxa de poupança s deste modelo seja constante, com $0 < s < 1$, que a economia encontre-se sempre no pleno emprego e que a população cresça a uma taxa n .

$$\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = n, \text{ onde } \dot{L}(t) \equiv \frac{dL(t)}{dt}$$

Utilizando a regra de acumulação do capital:

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta \cdot K(t) = s \cdot F(K, L) - \delta \cdot K(t) \quad (2.2)$$

$$; \text{ onde } \dot{K}(t) \equiv \frac{dK(t)}{dt}$$

, $I(t)$ é o investimento bruto

e δ é a taxa de depreciação do capital físico

Pode-se chegar à equação fundamental do modelo Solow-Swan:

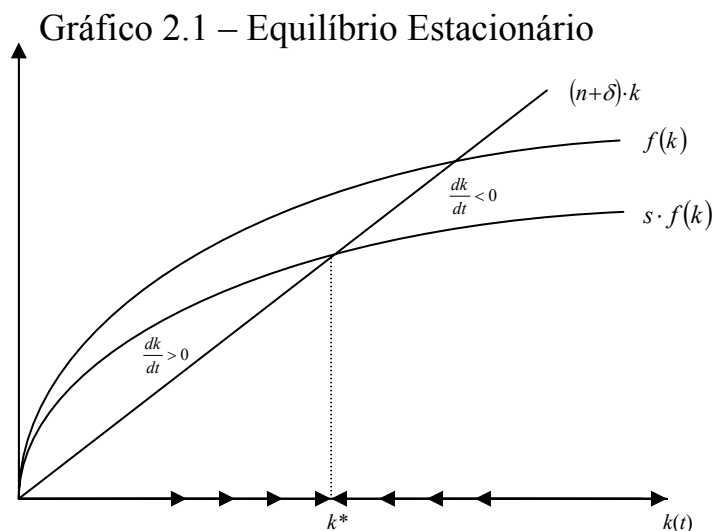
$$\dot{k}(t) = s \cdot f(k) - (n + \delta) \cdot k \quad (2.3)$$

, onde $k \equiv \frac{K}{L}$ é o estoque de capital per capita

e $f(k) \equiv F(k, 1)$ é a função de produção na forma per capita.

O equilíbrio estacionário, demonstrado no Gráfico 2.1 e denotado por k^* , é encontrado quando $\dot{k}(t) = 0$. O que leva a:

$$s \cdot f(k^*) = (n + \delta) \cdot k^* \quad (2.4)$$

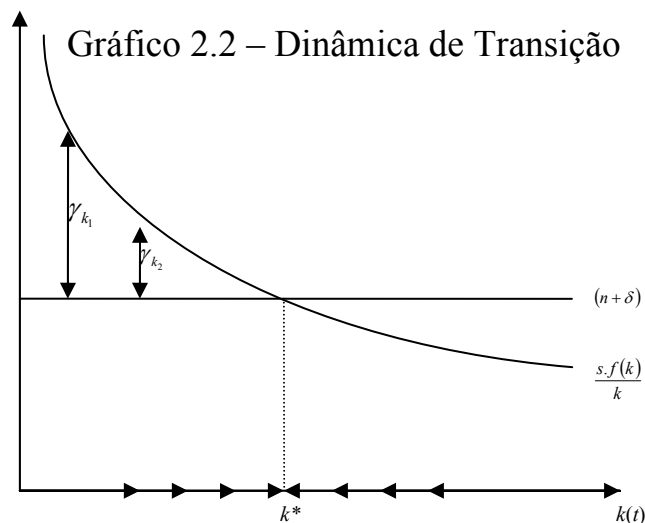


No equilíbrio estacionário, nenhuma das variáveis na forma per capita – $k(t)$, $y(t)$ ou $c(t)$ – apresentam crescimento:

$$\dot{k}(t) = 0 \Rightarrow \dot{y}(t) = f'(k) \cdot \dot{k}(t) = 0 \Rightarrow \dot{c}(t) = (1-s) \cdot \dot{y}(t) = 0 \quad (2.5)$$

Durante a dinâmica de transição ao equilíbrio estacionário, a taxa de crescimento do capital per capita, representada no Gráfico 2.2, é dada por:

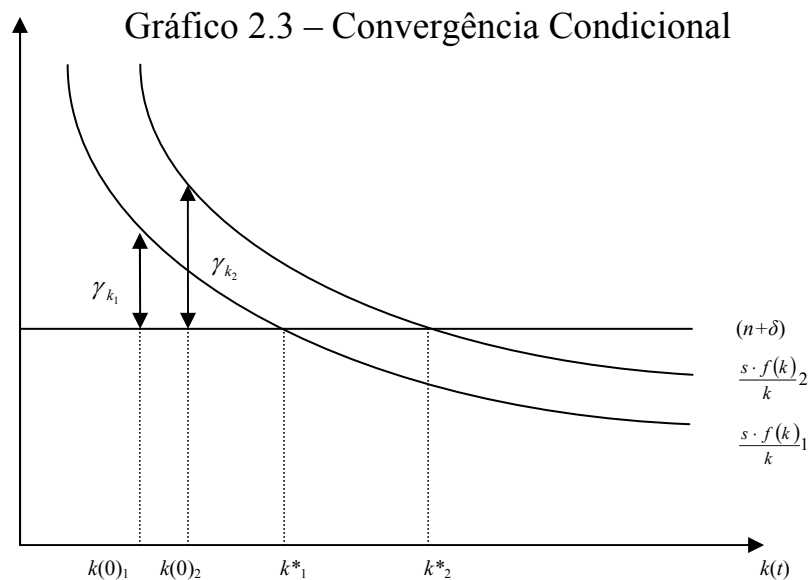
$$\gamma_k = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = \frac{s \cdot f(k)}{k} - (n + \delta) \quad (2.6)$$



Este resultado gráfico pode ser interpretado de duas maneiras diferentes. A primeira diz que uma economia com menor nível de capital per capita tende a ter maior taxa de crescimento do que uma economia com maior nível de capital. Assim, espera-se que, após algum espaço de tempo, as economias com maiores níveis iniciais de capital e produto sejam alcançadas pelas economias com menores níveis iniciais. Este é o conceito de convergência absoluta.

Mas, como economias diferentes podem ter parâmetros estruturais diferentes (tais como taxa de depreciação δ , taxa de crescimento populacional n , taxa de poupança s ou até mesmo a função de produção $f(\cdot)$), elas teriam também equilíbrios estacionários diferentes.

Assim, aquelas economias que se encontrem mais longe do seu próprio equilíbrio estacionário apresentam maiores taxas de crescimento. Este é o conceito de convergência condicional⁶, conforme representada no Gráfico 2.3.



As diferentes curvas $\frac{s \cdot f(k)_1}{k}$ e $\frac{s \cdot f(k)_2}{k}$ no gráfico 2.3 podem ter sido obtidas através de diferentes funções de produção, $f_1(\cdot)$ e $f_2(\cdot)$; ou através de diferentes taxas de poupança, s_1 e s_2 - no exemplo gráfico, ambas as economias compartilham dos mesmos parâmetros n e δ .

Para introduzir fundamentos microeconômicos, no qual a escolha ótima seja resultado de um agente econômico maximizador da utilidade, utiliza-se um modelo econômico mais sofisticado que inclua uma função utilidade e uma taxa de preferência intertemporal. É exatamente o que faz o modelo de Cass-Koopmans-Ramsey⁷ ao tornar a taxa de poupança endógena ao modelo através da otimização dos fluxos intertemporais de utilidade dos agentes econômicos envolvidos nesta economia.

⁶ Segundo Galor (1996), como o equilíbrio estacionário de uma determinada economia depende dos seus parâmetros estruturais, para que haja convergência absoluta é necessário haver também convergência desses parâmetros entre as economias. Portanto, é errônea a interpretação de que o modelo neoclássico implica em convergência absoluta; quando este implica, na verdade, na convergência condicional.

⁷ Desenvolvido também em simultâneo por Cass (1965) e Koopmans (1965) com base no trabalho de Ramsey (1928).

2.1.2 Modelo Neoclássico de Crescimento Ótimo (Cass-Koopmans-Ramsey)

No presente modelo, a trajetória ótima de consumo e, conseqüentemente, de poupança, é dada através do seguinte problema de otimização para o agente econômico representativo:

$$\text{Max}_{(c)} \int_0^{\infty} u[c(t)] \cdot e^{-(\rho-n)t} dt \quad (2.7)$$

$$\text{s.t.} : \dot{a}(t) = w(t) + (r-n) \cdot a(t) - c(t), \quad a(0) = a_0 \quad (2.8)$$

, onde $u[c(t)]$ é a função utilidade per capita, função apenas do nível de consumo;

$c(t)$ é o consumo per capita;

n é a taxa de crescimento populacional;

ρ é a taxa de preferência intertemporal pela qual os agentes descontam as utilidades futuras em valores presentes;

$a(t)$ são ativos financeiros;

$w(t)$ é o salário e

r é a taxa de juros.

E pela condição de transversalidade:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ a(t) \cdot e^{-\int_0^t [r(v)-n]dv} \right\} = 0 \quad (2.9)$$

Assume-se também que a função utilidade tenha as seguintes características:

$$u'[c(t)] > 0 \quad \text{e} \quad u''[c(t)] < 0$$

$$\lim_{c \rightarrow 0} [u'(c)] = \infty \quad \text{e} \quad \lim_{c \rightarrow \infty} [u'(c)] = 0 \quad (\text{Condições de Inada})$$

O Hamiltoniano do problema será dado por:

$$H = u[c(t)] \cdot e^{-(\rho-n)t} + v(t) \cdot [w(t) + (r-n) \cdot a(t) - c(t)] \quad (2.10)$$

As condições de 1ª ordem do problema fornecem as seguintes equações.

$$\frac{\partial H}{\partial c} = u'[c(t)] \cdot e^{-(\rho-n)t} - v(t) = 0 \Rightarrow v(t) = u'[c(t)] \cdot e^{-(\rho-n)t} \quad (2.11)$$

$$-\frac{\partial H}{\partial a} = \dot{v}(t) \Rightarrow \dot{v}(t) = -(r-n) \cdot v(t) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial H}{\partial v} = \dot{a}(t) = w(t) + (r-n) \cdot a(t) - c(t) \quad (2.13)$$

Através das equações (2.11) e (2.12)⁸, chega-se à condição:

$$r = \rho - \left\{ \frac{u''[c(t)] \cdot c(t)}{u'[c(t)]} \right\} \cdot \left[\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} \right] \quad (2.14)$$

Esta equação nos dá a regra para obtenção da trajetória ótima de consumo. O termo à esquerda da igualdade – taxa de juros, r – é a taxa de retorno marginal da poupança. O termo à direita do sinal de igualdade dá a taxa de retorno marginal do consumo.

Como ρ é uma constante, apenas é possível se obter valores constantes para r e $\dot{c}(t)/c(t)$ caso todo o termo entre chaves, que mede a elasticidade de $u'[c(t)]$ com relação a $c(t)$, também seja constante. Para que isso aconteça, assume-se uma função utilidade da forma:

$$u[c(t)] = \frac{c^{(1-\theta)} - 1}{1-\theta}, \quad \theta > 0 \quad (2.15)$$

Nesta função, a elasticidade da utilidade marginal com relação ao consumo é sempre igual a $-\theta$, e, portanto, constante. Esta forma funcional para a função utilidade é chamada de CIES⁹.

⁸ A equação em (2.13) apenas reproduz a equação de restrição do problema e será omitida em situações análogas para problemas posteriores.

⁹ *Constant intertemporal elasticity of substitution*, ou elasticidade intertemporal de substituição constante.

Utilizando uma função do tipo CIES na eq. (2.14), chega-se a:

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{r - \rho}{\theta} \quad (2.16)$$

O que leva à trajetória ótima de consumo:

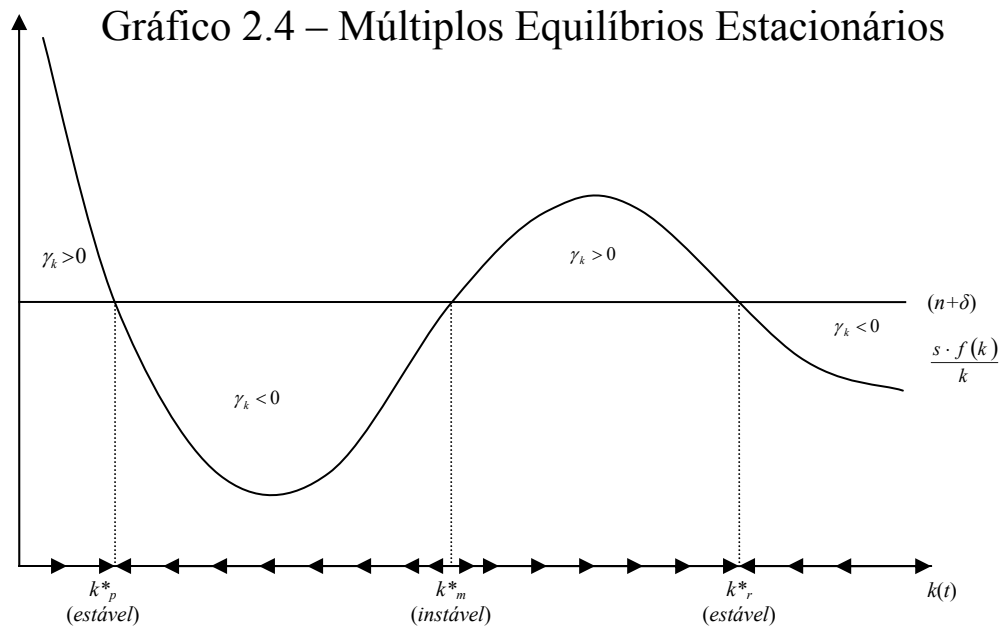
$$c(t) = c(0) \cdot e^{\left(\frac{r - \rho}{\theta}\right)t} \quad (2.17)$$

Este modelo soluciona o problema da endogeneização da taxa de poupança e permite que esta possa ser variável, harmonizando o modelo com as Teorias do Ciclo de Vida da Poupança e da Renda Permanente, o que leva a dinâmicas de transição mais complexas e elaboradas do que aquela possível no modelo de Solow-Swan. No entanto, assim como este último, o modelo Cass-Koopmans-Ramsey também prevê a hipótese de convergência, gerada pela hipótese de rendimentos marginais decrescentes dos fatores de produção.

2.1.3 Armadilha da Pobreza (*Poverty Traps*)

No modelo neoclássico de crescimento, o produto médio do capital per capita, dado por $f(k)/k$, reduz-se monotonicamente com o crescimento de $k(t)$, conforme ilustrado no Gráfico 2.2¹⁰. Mas, em alguns modelos que envolvem processo de aprendizagem (*learning-by-doing*) e de transbordamento de conhecimento (*spillovers*), o produto médio pode voltar a crescer a partir de um determinado valor de $k(t)$. Assumindo que esses dois fenômenos aconteçam, tem-se a chamada Armadilha da Pobreza, representada através do Gráfico 2.4, abaixo:

¹⁰ Embora no Gráfico 2.2 esteja desenhada a função $s \cdot f(k)/k$, que é uma transformação monotônica de $f(k)/k$ quando s é constante.



Em oposição aos modelos de Solow-Swan e Cass-Koopmans-Ramsey, que apresentam apenas um equilíbrio estacionário globalmente estável, este apresenta três equilíbrios estacionários. Dois deles localmente estáveis, k^*_p e k^*_r , e um instável, k^*_m . Caso uma determinada economia encontre-se inicialmente à esquerda do ponto k^*_m , ela convergirá unicamente para o ponto de equilíbrio de baixa renda, k^*_p . Caso ela esteja inicialmente à direita de k^*_m , convergirá para o ponto de equilíbrio de alta renda, k^*_r .

Modelos que apresentam apenas um equilíbrio estacionário levam a convergência global, pois qualquer que seja o nível inicial de capital per capita $k(0)$ de uma determinada economia, ela sempre convergirá para o mesmo equilíbrio estacionário. Ao contrário, modelos que apresentam múltiplos equilíbrios estacionários levam a convergência local ou em clubes, pois o equilíbrio estacionário de uma determinada economia depende, além dos seus parâmetros estruturais, também do seu nível inicial de capital per capita $k(0)$.

Ou seja, diferentemente dos modelos neoclássicos, mudanças nos parâmetros estruturais poderão alterar a renda de longo prazo, desde que estas mudanças sejam grandes¹¹ o suficiente para levar uma economia da base de atração do equilíbrio de baixa renda, k^*_p ,

¹¹ Esta é a natureza da Teoria do Grande Impulso.

para a base de atração do equilíbrio de alta renda, k_r^* .¹² Mudanças estruturais que elevem $k(t)$ a um nível inferior ao ponto k_m^* somente aumentarão temporariamente o nível de renda.

Segundo Barro e Sala-i-Martin (1995), uma possível explicação para o comportamento do produto médio tal qual descrito neste modelo é que as economias subdesenvolvidas tendem a ser primárias produtoras. E o setor primário normalmente apresenta retornos decrescentes dos fatores.

Conforme a economia se desenvolve e suas atividades econômicas voltam-se para os setores secundário e terciário ela se beneficia dos processos de aprendizagem e divisão do trabalho, o que, espera-se, resulte em retornos crescentes dos fatores. Passado um determinado ponto – no Gráfico 2.4, o ponto de máximo local da função – os benefícios desses processos se esgotam e esta economia volta a apresentar retornos decrescentes dos fatores.

Este modelo apresenta duas particularidades. Uma é que existe um intervalo para o qual o valor de γ_k é crescente em relação a $k(t)$. Isto acontece entre k_m^* e o ponto de máximo local da função $s \cdot f(k)/k$. Ou seja, as economias tenderiam a apresentar divergência de renda neste intervalo. A outra é que os métodos de estimação existentes não conseguem captar a convergência em clubes quando se considera a amostra como um todo. Uma maneira de contornar este problema é a realização de estimações em sub-amostras mais homogêneas nos parâmetros estruturais e no valor inicial do estoque de capital. Essas sub-amostras são mais admissíveis de apresentarem convergência.

2.1.4 Modelo Neoclássico de Crescimento com Heterogeneidade na Taxa de Poupança

Conforme proposto¹³ por Galor (1996), suponha um modelo de crescimento econômico com as mesmas características do modelo neoclássico de Solow-Swan, mas que apresente duas taxas de poupança diferentes: $0 \leq s^w \leq 1$, taxa de poupança da renda

¹² Supondo, obviamente, que esta economia encontre-se na base de atração de k_p^* .

¹³ Este modelo foi originalmente formulado em tempo discreto e posto aqui na forma análoga em tempo contínuo.

proveniente do fator trabalho, e $0 \leq s^r \leq 1$, taxa de poupança da renda proveniente do fator capital. Decompondo o produto per capita entre as participações dos fatores capital e trabalho:

$$f(k) = w + r \cdot k^{14} \quad (2.18)$$

, onde $r \equiv f'(k)$ e $w \equiv f(k) - f'(k) \cdot k$

A poupança per capita total será igual a:

$$s \cdot f(k) = s^w \cdot [f(k) - f'(k) \cdot k] + s^r \cdot f'(k) \cdot k = s^w \cdot f(k) + (s^r - s^w) \cdot f'(k) \cdot k \quad (2.19)$$

Substituindo este resultado da equação (2.19) na equação (2.3), chega-se à equação fundamental deste modelo:

$$\dot{k}(t) = s^w \cdot f(k) + (s^r - s^w) \cdot f'(k) \cdot k + (n + \delta) \cdot k \quad (2.20)$$

Como o salário não é necessariamente uma função côncava em relação a $k(t)$, é possível que haja uma região na qual a poupança per capita (total) seja convexa com relação a $k(t)$, apesar da hipótese de retornos marginais decrescentes dos fatores de produção.

O equilíbrio estacionário é dado por:

$$\frac{s^w \cdot f(k^*)}{k^*} + (s^r - s^w) \cdot f'(k^*) = (n + \delta) \quad (2.21)$$

Durante a dinâmica de transição, a taxa de crescimento de $k(t)$ é:

$$\gamma_k = \frac{s^w \cdot f(k)}{k} + (s^w - s^r) \cdot f'(k) - (n + \delta) \quad (2.22)$$

¹⁴ O produto é igual ao produto marginal do trabalho, que é dado pelo salário, multiplicado pela quantidade do fator trabalho, fixado em inelasticamente em 1; mais o produto marginal do capital, que é a taxa de juros, multiplicado pela quantidade do fator capital. Todas as variáveis em termos per capita e com o modelo em equilíbrio.

Daí, conforme demonstrado por Galor (1996), este sistema dinâmico pode ser caracterizado por múltiplos equilíbrios estacionários localmente estáveis, tal qual no Gráfico 2.4. Conforme visto, múltiplos equilíbrios estacionários são condizentes com a hipótese de convergência em clubes.

Esta multiplicidade de equilíbrios ocorrerá caso a função de produção não seja do tipo CIES¹⁵ ou caso a taxa de poupança da renda do trabalho seja maior do que a taxa de poupança da renda do capital¹⁶ e a função de produção seja do tipo CIES com baixa elasticidade intertemporal de substituição.

Ainda segundo Galor (1996), a existência de múltiplos equilíbrios e, portanto, convergência em clubes, é perfeitamente compatível com o paradigma neoclássico de retornos constantes de escala e rendimentos marginais decrescentes dos fatores de produção. Isto acontece ao se incluir variáveis no modelo tais que capital humano, distribuição de renda, taxa de fertilidade, imperfeições no mercado de capitais, externalidades e não-convexidades.

Economias similares nos parâmetros estruturais, mas diferentes nos níveis iniciais de capital humano podem apresentar equilíbrios estacionários diferentes na presença de: retornos crescentes de escala ao fator capital humano, conforme Lucas (1988) e Azariadis e Dranzen (1990); imperfeições no mercado de capitais, conforme Galor e Zeira (1993); efeitos locais no modo de formação do capital humano, Benabou(1996), Durlauf (1996) e Galor e Tsiddon (1994); informações imperfeitas, Tsiddon (1992) e função de produção não-convexa em relação ao capital humano, Becker *et al.* (1990).

No entanto, os modelos apresentados até aqui têm uma característica em comum – nenhum deles é capaz de explicar o crescimento de longo prazo do produto per capita observado empiricamente na maioria das economias. Assim, surgiram algumas tentativas de harmonizar o modelo Neoclássico de crescimento com as evidências empíricas sobre o crescimento de longo prazo.

¹⁵ O Gráfico 2.4 é compatível com uma função de produção que não seja do tipo CIES.

¹⁶ Plausível de supor, de acordo com a Teoria do Ciclo de Vida.

2.1.5 Modelo Neoclássico de Crescimento com Progresso Tecnológico do tipo Harrod-*neutral* (*labor-augmenting*¹⁷)

Neste modelo, desenvolvido por Uzawa (1961) com base no conceito de neutralidade tecnológica de Harrod (1948), assume-se uma função de produção agregada tal que:

$$Y(t) = F(K(t), L(t) \cdot A(t), t) \quad (2.23)$$

, com $\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = x$

Todas as outras hipóteses iniciais do modelo neoclássico (Solow-Swan) são mantidas. A regra de acumulação do capital para este modelo é:

$$\dot{K}(t) = s \cdot F(K(t), L(t) \cdot A(t), t) - \delta \cdot K(t) \quad (2.24)$$

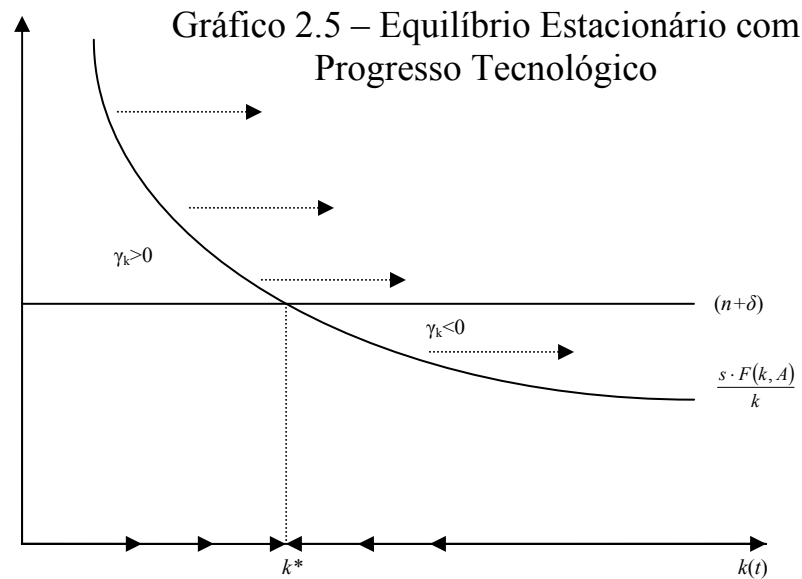
Reescrevendo a equação (2.24) em termos per capita:

$$\dot{k}(t) = s \cdot F(k, A) - (n + \delta) \cdot k \quad (2.25)$$

A taxa de crescimento de $k(t)$, representada no Gráfico 2.5, é dada por:

$$\gamma_k = \frac{s \cdot F(k, A)}{k} - (n + \delta) \quad (2.26)$$

¹⁷ Conforme demonstrado por Robinson (1938), o conceito de neutralidade tecnológica de Harrod (1948) é equivalente a aumentos apenas sobre o fator de produção trabalho.



Este resultado é similar àquele encontrado no modelo Solow-Swan, com a diferença de que a curva $s \cdot F(k, A)/k$ se desloca continuamente para a direita por causa do crescimento de $A(t)$, o que desloca o ponto de equilíbrio estacionário k^* . Isto significa que todas as variáveis crescem continuamente no equilíbrio estacionário à taxa de deslocamento da curva $s \cdot F(k, A)/k$, dada por x , e que elas apresentam maiores taxas de crescimento durante a dinâmica de transição quando comparadas ao modelo neoclássico tradicional.

Reescrevendo as variáveis de modo que elas permaneçam constantes no equilíbrio estacionário:

$$\hat{k}(t) = \frac{k(t)}{A(t)} = \frac{K(t)}{L(t) \cdot A(t)} \quad \text{e} \quad (2.27)$$

$$\hat{y}(t) = \frac{y(t)}{A(t)} = \frac{F(k(t), A(t))}{A(t)} = F(\hat{k}, 1) = f(\hat{k}) \quad (2.28)$$

Daí, a equação fundamental do modelo pode ser escrita como:

$$\dot{\hat{k}}(t) = s \cdot f(\hat{k}) - (x + n + \delta) \cdot \hat{k} \quad (2.29)$$

E a taxa de crescimento de $\hat{k}(t)$ será dada por:

$$\gamma_{\hat{k}} = \frac{s \cdot f(\hat{k})}{\hat{k}} - (x + n + \delta) \quad (2.30)$$

Embora este modelo reproduza a evidência empírica de crescimento das variáveis per capita no longo prazo, ele ainda não explica os determinantes deste crescimento de longo prazo, pois a taxa x de progresso tecnológico é exógena ao modelo. Dentre os modelos que explicam endogenamente a taxa de crescimento de longo prazo, o mais simples, o modelo AK, é exposto a seguir.

2.1.6 Modelo AK

Dado que a propriedade do modelo neoclássico tradicional que faz com que haja crescimento zero das variáveis per capita no longo prazo é a hipótese de uma função de produção com retornos marginais decrescentes dos fatores, a principal característica dos modelos de crescimento endógeno é relaxarem esta hipótese de alguma maneira. Assim, assumamos no presente modelo uma função de produção agregada tal que:

$$Y(t) = AK(t) \quad (2.31)$$

, onde $A > 0$ é uma constante que reflete o grau de tecnologia desta economia e $K(t)$ é o estoque de capital assumido aqui num sentido mais amplo, de modo a incluir o capital humano.

O produto per capita é dado por:

$$y(t) = Ak(t) \quad (2.32)$$

O produto médio e o produto marginal do capital são ambos constantes, iguais e positivos:

$$\frac{y}{k} = \frac{\partial y}{\partial k} = A > 0 \quad (2.33)$$

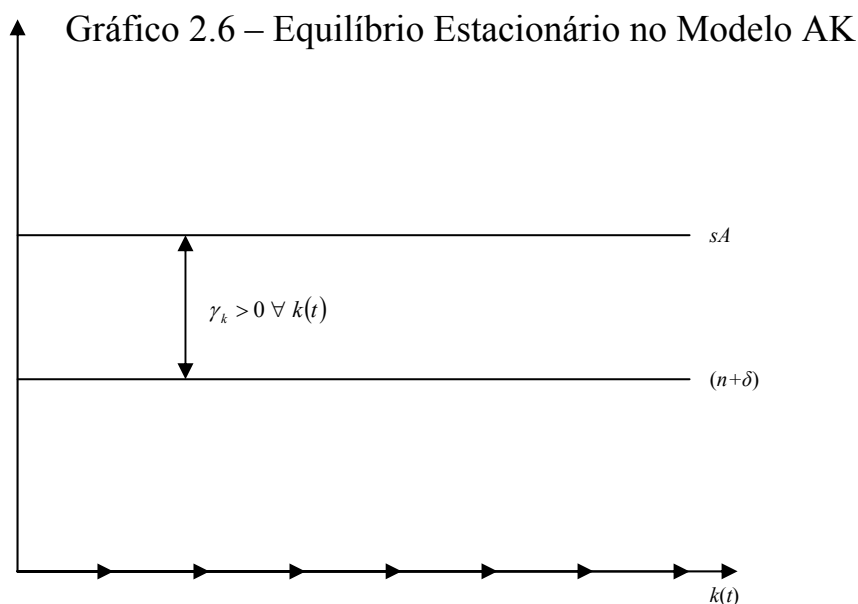
A equação fundamental deste modelo é:

$$\dot{k}(t) = k \cdot [sA - (n + \delta)] \quad (2.34)$$

A taxa de crescimento de $k(t)$, mostrada no Gráfico 2.6, é:

$$\gamma_k = sA - (n + \delta) \quad (2.35)$$

$$\gamma_k = \gamma_y = \gamma_c \quad (2.36)$$



A diferença, quando comparado ao modelo Solow-Swan, é que a curva $s \cdot f(k)/k$ foi substituída pela constante sA . Ou seja, neste modelo não há convergência, pois γ_k é função apenas dos parâmetros estruturais da economia (s , A , n e δ) e independe de $k(t)$. E, diferentemente do modelo neoclássico tradicional, alterações nesses parâmetros estruturais afetariam a taxa de crescimento das variáveis per capita não apenas no curto prazo (dinâmica de transição), mas também no longo prazo (equilíbrio estacionário).

2.1.7 Modelo de Crescimento com Efeito de Aprendizagem e Transbordamento de Conhecimento

Uma modelagem mais sofisticada a tentar explicar endogenamente os determinantes do crescimento per capita de longo prazo das economias foi o desenvolvido por Romer (1986). Neste artigo, que reacendeu o debate sobre Teoria do Crescimento Económico na década de 1980, assume-se uma economia com capital humano¹⁸ e um setor apenas.

Parte-se de uma função de produção para a firma i , tal que:

$$Y_i = F(K_i, A_i \cdot L_i) \quad (2.37)$$

, onde K_i e L_i são os fatores capital e trabalho, respectivamente para a firma i e A_i é um índice do nível de conhecimento disponível para a firma i .

Assume-se também que L seja constante e que $F(\cdot)$ satisfaça às propriedades da função de produção neoclássica. Neste modelo, um aumento no estoque de capital da firma i que gera um aumento no nível de conhecimento desta mesma firma i (processo de aprendizagem, ou *learning-by-doing*). Assume-se também que o nível de conhecimento A_i seja um bem público. Ou seja, qualquer outra firma $i \neq j$ pode acessá-lo a custo zero (transbordamento do conhecimento, ou *spillover*). Ao combinarmos os efeitos de aprendizagem e *spillover*, podemos reescrever a função de produção para a firma i como:

$$Y_i = F(K_i, K \cdot L_i) \quad (2.38)$$

Daí, o lucro da firma i pode ser dado por:

$$P = F(K_i, K \cdot L_i) - (r + \delta) \cdot K_i - W \cdot L_i = L_i \cdot [f(k_i, K) - (r + \delta) \cdot k_i - W] \quad (2.39)$$

E o problema intertemporal de otimização para a firma i resume-se a:

¹⁸ Representada no modelo através do índice do nível de conhecimento disponível, A_i .

$$\underset{(k_i, L_i)}{\text{Max}} P = L_i \cdot [f(k_i, K) - (r + \delta) \cdot k_i - W] \quad (2.40)$$

Como a firma não tem custos de ajustamento para o estoque de capital físico, este problema não apresenta nenhum componente temporal. Assim, a otimização intertemporal se resume à otimização ponto a ponto da equação (2.40).

Assumindo que a firma i esteja num mercado competitivo e tome como dados o nível de salário W , a taxa de juros r e o nível agregado de capital físico K , as condições de 1ª ordem são:

$$\frac{\partial P}{\partial k_i} = L_i \cdot [f'(k_i, K) - (r + \delta)] = 0 \Rightarrow f'(k_i, K) = (r + \delta) \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial P}{\partial L_i} = f(k_i, K) - (r + \delta) \cdot k_i - W = 0 \Rightarrow W = f(k_i, K) - f'(k_i, K) \cdot k_i \quad (2.42)$$

Em equilíbrio, todas as firmas tomam as mesmas decisões, de modo que $k_i = k$ e $K = L \cdot k$. Como $f(k_i, K)$ é homogênea de grau 1, o produto médio do capital per capita pode ser reescrito como:

$$\frac{f(k_i, K)}{k_i} = f\left(1, \frac{K}{k_i}\right) = f(1, L) = \tilde{f}(L) \quad (2.43)$$

, com $\tilde{f}'(L) > 0$ e $\tilde{f}''(L) < 0$

Assim, a função de produção $\tilde{f}(L)$ é constante com relação a $k(t)$, pois os processos de aprendizagem e *spillover* compensam a concavidade devida à tendência a retornos marginais decrescentes do capital.

O problema de otimização sob a ótica das famílias envolvidas neste modelo é dado pelo já conhecido problema:

$$\underset{(c)}{\text{Max}} \int_0^{\infty} \left[\frac{c^{(1-\theta)} - 1}{1-\theta} \right] \cdot e^{-(\rho-n)t} dt \quad (2.44)$$

$$s.t.: \dot{a}(t) = w(t) + (r + n) \cdot a(t) - c(t) \quad (2.45)$$

E pela condição de transversalidade:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ a(t) \cdot e^{-\int_0^t [r(v) - n] dv} \right\} = 0 \quad (2.46)$$

O que, conforme visto no modelo de Cass-Koopmans-Ramsey, leva a:

$$\gamma_c = \frac{r - \rho}{\theta} \quad (2.47)$$

Ao introduzirmos a condição competitiva de equilíbrio encontrada na eq. (2.41), de que o rendimento marginal do capital seja igual ao seu custo:

$$f'(k_i, K) = r + \delta \Rightarrow r = f'(k_i, K) - \delta \Rightarrow r = \tilde{f}(L) - L \cdot \tilde{f}'(L) - \delta \quad (2.48)$$

A taxa de crescimento de $c(t)$ torna-se:

$$\gamma_c = \frac{\tilde{f}(L) - L \cdot \tilde{f}'(L) - \delta - \rho}{\theta} \quad (2.49)$$

Assim, desde que L seja constante, conforme foi assumido no modelo, γ_c também o será. Este modelo, assim como o neoclássico com progresso tecnológico e o modelo AK, não apresenta dinâmica de transição, pois as variáveis per capita – $k(t)$, $y(t)$ e $c(t)$ – sempre crescem à mesma taxa do equilíbrio estacionário, γ^* . E, assim como o Modelo AK, este apresenta crescimento de longo prazo endogenamente determinado.

Comparando este resultado com aquele obtido através do problema de otimização de um hipotético planejador central, pode-se determinar se a solução competitiva é um ponto ótimo de Pareto. Como em equilíbrio competitivo a família representativa deve ter dívida igual a zero, substitui-se $a(t) = k(t)$ e as condições de equilíbrio para o mercado competitivo

na equação (2.45) de restrição do problema. Portanto, a equação de restrição dos recursos disponíveis, vista agora sob a ótica da economia como um todo, pode ser reescrita como:

$$\dot{k}(t) = \tilde{f}(L) \cdot k(t) - \delta \cdot k(t) - c(t) \quad (2.50)$$

Assim, o problema de maximização do planejador central é dado por:

$$\text{Max}_{(c)} \int_0^{\infty} \left[\frac{c^{(1-\theta)} - 1}{1-\theta} \right] \cdot e^{-\rho t} dt \quad (2.51)$$

$$\text{s.t.} : \dot{k}(t) = \tilde{f}(L) \cdot k(t) - \delta \cdot k(t) - c(t) \quad (2.52)$$

E pela condição de transversalidade:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[k(t) \cdot e^{-\int_0^t r(v) dv} \right] = 0 \quad (2.53)$$

O Hamiltoniano do problema é dado por:

$$H = \left[\frac{c^{(1-\theta)} - 1}{1-\theta} \right] \cdot e^{-\rho t} + v(t) \cdot [\tilde{f}(L) \cdot k(t) - \delta \cdot k(t) - c(t)] \quad (2.54)$$

E as condições de 1ª ordem são:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c(t)^{-\theta} \cdot e^{-\rho t} + v(t) = 0 \Rightarrow v(t) = c(t)^{-\theta} \cdot e^{-\rho t} \quad (2.55)$$

$$-\frac{\partial H}{\partial k} = \dot{v}(t) = -[\tilde{f}(L) - \delta] \cdot v(t) \quad (2.56)$$

O que leva à solução:

$$\gamma_{c_{planner}} = \frac{\tilde{f}(L) - \delta - \rho}{\theta} \quad (2.57)$$

Comparando este resultado com aquele obtido através da solução competitiva:

$$\gamma_{c_{planner}} = \frac{\tilde{f}(L) - \delta - \rho}{\theta} > \frac{\tilde{f}(L) - L \cdot \tilde{f}'(L) - \delta - \rho}{\theta} = \gamma_c \quad (2.58)$$

Ou seja, no presente modelo, a solução competitiva descentralizada não é um ponto ótimo de Pareto. Isso acontece porque o planejador central age como se estivesse “internalizando” o efeito social positivo que cada agente produz ao investir em capital.

2.1.8 Modelo de Crescimento com Comércio Externo

Por fim, com o objetivo de estudar o relacionamento teórico entre comércio externo e o possível processo de convergência, é exposto aqui em resumo o modelo proposto por Ben-David (1997). Este tem como base a estrutura do modelo desenvolvido por Romer (1990) e explica os efeitos do comércio externo entre os países sobre o produto – tanto na dinâmica de transição quanto no equilíbrio estacionário – e sobre o processo de convergência. Quando todos os países do modelo são estruturalmente idênticos¹⁹, incluindo as tarifas cobradas sobre importações, as dinâmicas previstas são similares àquelas do modelo neoclássico, incluindo a hipótese de convergência.

Neste modelo, assume-se que a transferência recíproca de conhecimento entre dois países aumenta juntamente com o seu comércio bilateral²⁰. Ou seja, o comércio internacional funciona como fonte potencial de *spillovers* entre os países. Supõe-se que a contribuição externa ao estoque de conhecimento doméstico aumenta com o número de transações comerciais com o exterior.

Considere um mundo com J países, cada um deles produzindo um determinado bem i . Suponha que as economias destes países encontrem-se sempre no pleno emprego. Denote por n_i a taxa de crescimento populacional do país i e por $c_{ij}(t)$ o consumo per capita do

¹⁹ Com exceção das suas dotações iniciais.

²⁰ Embora o modelo abranja comércio multilateral, do qual o comércio bilateral é um caso particular.

bem j pelo país i no tempo t . Assumindo que todos os agentes econômicos do país i sejam iguais²¹, o nível de utilidade agregada para o país i é dado por:

$$\int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \cdot L_i(0) \cdot \sum_{j=1}^J \alpha_{ij} \cdot \ln c_{ij}(t) dt \quad (2.59)$$

; onde ρ é a taxa de desconto comum a todos os J países

, $L_i(0)$ é a população inicial do país i e que pode ser normalizada para 1

, $\sum_{j=1}^J \alpha_{ij} \cdot \ln c_{ij}(t)$ é a função utilidade individual do agente representativo do país i

, $\sum_{j=1}^J \alpha_{ij} = 1$

e α_{ij} é um parâmetro de preferência do país i pelo bem j .

O modelo segue a proposição de Romer (1990) de dar ênfase à acumulação de conhecimento sobre o produto da economia. Para tal, o capital físico é assumido constante e normalizado em 1. Assim como o modelo de Romer (1990), o crescimento do produto per capita se dá pela acumulação do conhecimento. Entretanto, em contraste com esse último, no presente modelo não é feita nenhuma distinção entre o conhecimento específico a uma determinada firma e o estoque agregado de conhecimento da economia.

Ou seja, o conhecimento adquirido é um bem público não-rival e não-excludente. O bem i é produzido utilizando-se os fatores trabalho e conhecimento tal que:

$$y_i(t) = AH_i(t)^{\varepsilon_i} \quad (2.60)$$

; onde $A > 0$, $\varepsilon_i > 0$

, $y_i(t) \equiv \frac{Y_i(t)}{L_i(t)}$ é o produto per capita do país i no tempo t

, A e ε_i são parâmetros de produção

e $H_i(t)$ é o estoque agregado de conhecimento do país i no tempo t .

A renda per capita é igual ao produto per capita mais as transferências do Governo obtidas a partir das tarifas impostas sobre os bens importados. Esta renda per capita é utilizada

²¹ Alternativamente poder-se-ia assumir um agente representativo para o país i .

totalmente na compra de uma cesta de bens composta pelo bem doméstico e por bens importados. As tarifas de importação são fixadas exogenamente e são constantes ao longo do tempo. Então, denotando o bem 1 como o bem numérico, a restrição orçamentária do agente representativo do país i é dada por:

$$\sum_{j=1}^J \frac{p_j(t) \cdot (1 + \tau_{ij})}{p_i(t)} \cdot c_{ij}(t) = AH_i(t)^{\epsilon_i} + g_i(t) \quad (2.61)$$

; onde $g_i(t) \equiv \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J \frac{p_j(t) \cdot \tau_{ij} \cdot c_{ij}(t)}{p_i(t)}$ é a transferência governamental per capita do

país i no tempo t

, $p_i(t)$ é o preço do bem i no tempo t

e τ_{ij} é a tarifa de importação imposta pelo país i sobre o produto j ²².

Assume-se que o efeito do estoque de conhecimento do país j sobre a taxa de acumulação de conhecimento do país i depende de dois fatores: o grau de abertura comercial entre os países i e j e a capacidade do país i de absorver e utilizar o conhecimento acessível do país j . Esta capacidade é denotada no modelo por a_{ij} , $0 \leq a_{ij} \leq 1$.

A fração do estoque de conhecimento do país j à qual o país i tem acesso no tempo t , denotada por $v_{ij}(t)$, é uma função crescente do volume de comércio entre os países i e j :

$$v_{ij}(t) = \frac{1}{y_i(t)} \cdot \left[\frac{p_j(t)}{p_i(t)} \cdot c_{ij}(t) + \frac{L_j(t)}{L_i(t)} \cdot c_{ij}(t) \right], \quad \forall i \neq j \quad (2.62)$$

A acumulação de conhecimento no país i é dada por:

$$\dot{H}_i(t) = \phi \cdot \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J a_{ij} \cdot v_{ij}(t) \cdot H_j(t) \right] + (\phi - \delta_H) \cdot H_i(t) \quad (2.63)$$

; onde $\phi > 0$, $\delta_H > 0$

²² Por definição, $\tau_{ii} = 0$.

$$, \dot{H}_i(t) \equiv \frac{dH_i(t)}{dt}$$

, ϕ é um parâmetro de produtividade comum aos J países

e δ_H é a taxa de depreciação do estoque de conhecimento²³.

Segundo a equação (2.63), sob ausência de comércio externo, o estoque de conhecimento cresce à taxa exógena de $(\phi - \delta_H)$. Neste caso, como será demonstrado adiante, este modelo se torna um modelo de crescimento exógeno, similar ao modelo Solow-Swan²⁴.

O problema de maximização enfrentado pelo país²⁵ i é dado por:

$$\underset{(c_{ij}, j=1,2,3,\dots,J)}{Max} \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \cdot \sum_{j=1}^J \alpha_{ij} \cdot \ln c_{ij}(t) dt \quad (2.64)$$

$$s.t.: \sum_{j=1}^J c_{ij}(t) = [AH_i(t)^{\varepsilon_i} + g_i(t)] \cdot \sum_{j=1}^J \frac{p_j(t)}{p_j(t) \cdot (1 + \tau_{ij})} \quad (2.65)$$

$$e \dot{H}_i(t) = \phi \cdot \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J a_{ij} \cdot v_{ij}(t) \cdot H_j(t) \right] + (\phi - \delta_H) \cdot H_i(t) \quad (2.66)$$

O Hamiltoniano do problema é dado por²⁶:

$$\Gamma = e^{-(\rho-n)t} \cdot \sum_{j=1}^J \alpha_{ij} \cdot \ln c_{ij}(t) + \lambda \cdot \left\{ \sum_{j=1}^J c_{ij}(t) - [AH_i(t)^{\varepsilon_i} + g_i(t)] \cdot \sum_{j=1}^J \frac{p_j(t)}{p_j(t) \cdot (1 + \tau_{ij})} \right\} +$$

²³ Também comum aos J países e que pode ser interpretada como a taxa de obsolescência do conhecimento adquirido ou a taxa de esquecimento deste conhecimento; ou ainda, como a soma destes dois efeitos.

²⁴ Na verdade, ele será análogo ao modelo Solow-Swan sem progresso técnico quando $\phi = \delta_H$, pois o crescimento da renda per capita será igual a zero no equilíbrio estacionário.

²⁵ Mais rigorosamente, por um hipotético planejador central do país i .

²⁶ Alternativamente, a restrição orçamentária dada na equação (2.65) poderia substituir o valor de $\sum_{j=1}^J c_{ij}(t)$ na função utilidade e o Hamiltoniano seria reescrito através de:

$$\Gamma = e^{-(\rho-n)t} \cdot \sum_{j=1}^J \alpha_{ij} \cdot \ln \left\{ [AH_i(t)^{\varepsilon_i} + g_i(t)] \cdot \sum_{j=1}^J \frac{p_j(t)}{p_j(t) \cdot (1 + \tau_{ij})} \right\} + m(t) \cdot \left\{ \phi \cdot \left[\sum_{j=1}^J a_{ij} \cdot v_{ij}(t) \cdot H_j(t) \right] + (\phi - \delta_H) \cdot H_i(t) \right\}$$

$$m(t) \cdot \left\{ \phi \cdot \left[\sum_{j=1}^J a_{ij} \cdot v_{ij}(t) \cdot H_j(t) \right] + (\phi - \delta_H) \cdot H_i(t) \right\} \quad (2.67)$$

As condições de 1ª ordem levam a:

$$c_{ii} = \alpha_{ii} \cdot (y_i + g_i) \quad (2.68)$$

$$c_{ij} = \alpha_{ij} \cdot \frac{p_i}{p_j \cdot (1 + \tau_{ij})} \cdot (y_i + g_i), \quad \forall j \neq i \quad (2.69)$$

Substituindo a equação (2.69) na expressão para $g_i(t)$ e seu resultado nas equações (2.68) e (2.69) acima, chega-se a:

$$c_{ii} = \alpha_{ii} \cdot Q_i \cdot y_i \quad (2.70)$$

$$c_{ij} = \alpha_{ij} \cdot \frac{p_i}{p_j \cdot (1 + \tau_{ij})} \cdot Q_i \cdot y_i, \quad \forall j \neq i \quad (2.71)$$

$$\text{, onde } Q_i = \frac{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J (1 + \tau_{ij})}{1 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J \tau_{ij} \cdot (1 - \alpha_{ij}) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^J \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, j}}^J \tau_{ij} \cdot \tau_{ik} \cdot (1 - \alpha_{ij} - \alpha_{ik}) + \dots + \left(1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J \alpha_{ij} \right) \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J \tau_{ij}}$$

Os preços dos bens 2,3,...,J são determinados de acordo com:

$$p_i = \pi_i \cdot \frac{L_1(t) \cdot y_1(t)}{L_i(t) \cdot y_i(t)}, \quad i = 2,3,4,\dots,J \quad (2.72)$$

, onde π_i é uma função de $\hat{\alpha}_{ij} = \frac{\alpha_{ij} \cdot Q_i}{1 + \tau_{ij}} \forall i, j \text{ e } i \neq j$.

Por exemplo: quando $J = 2$, então $\pi_1 = 1$ e $\pi_2 = \hat{\alpha}_{12} / \hat{\alpha}_{21}$; quando $J = 3$, então

$$\pi_2 = \frac{\hat{\alpha}_{12} \cdot (\hat{\alpha}_{31} + \hat{\alpha}_{32}) + \hat{\alpha}_{13} \cdot \hat{\alpha}_{32}}{\hat{\alpha}_{21} \cdot (\hat{\alpha}_{31} + \hat{\alpha}_{32}) + \hat{\alpha}_{23} \cdot \hat{\alpha}_{31}} \text{ e } \pi_3 = \frac{\hat{\alpha}_{13} \cdot (\hat{\alpha}_{21} + \hat{\alpha}_{23}) + \hat{\alpha}_{12} \cdot \hat{\alpha}_{23}}{\hat{\alpha}_{21} \cdot (\hat{\alpha}_{31} + \hat{\alpha}_{32}) + \hat{\alpha}_{23} \cdot \hat{\alpha}_{31}}.$$

O processo de liberalização comercial quer seja unilateral ou bilateral, afeta os preços dos bens através dos $\hat{\alpha}'s$ e os novos preços obtidos levam a mudança nos padrões de comércio entre os países. O grau de abertura do país i em relação ao país j , dado por $v_{ij}(t)$, é obtido através da substituição dos valores de c_{ii} e c_{ij} encontrados nas equações (2.70) e (2.71), respectivamente, na equação para $v_{ij}(t)$ em (2.62):

$$v_{ij}(t) = \hat{\alpha}_{ij} + \hat{\alpha}_{ji} \cdot \frac{\pi_j}{\pi_i}, \quad \forall i \neq j \quad (2.73)$$

$v_{ij}(t)$ é uma função, dentre outros argumentos, de todo o conjunto de tarifas τ_{ij} , $\forall i \neq j$. Quanto ao comportamento dinâmico do país i , a equação (2.73) implica que este é governado pelo sistema composto pelas J versões desta equação, tal qual:

$$\dot{H}(t) = \Phi \cdot H(t) \quad (2.74)$$

$$\text{, onde } H(t) = [H_1(t) \quad H_2(t) \quad \dots \quad H_J(t)]' \quad (2.75)$$

$$\text{e } \Phi = \begin{bmatrix} \phi - \delta_H & \phi \cdot \alpha_{12} \cdot v_{12} & \dots & \phi \cdot \alpha_{1J} \cdot v_{1J} \\ \phi \cdot \alpha_{21} \cdot v_{21} & \phi - \delta_H & \dots & \phi \cdot \alpha_{2J} \cdot v_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi \cdot \alpha_{J1} \cdot v_{J1} & \phi \cdot \alpha_{J2} \cdot v_{J2} & \dots & \phi - \delta_H \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Como Φ é uma matriz de constantes, a solução para a equação (2.74) pode ser escrita como:

$$H(t) = \sum_{j=1}^J \xi_j \cdot e^{\mu_j \cdot t} \cdot X_j \quad (2.77)$$

, onde μ_j são as raízes características da matriz Φ

, X_j são os auto-vetores associados à raízes, com $X_i = [x_{1i} \quad x_{2i} \quad \dots \quad x_{ji}]'$

e ξ_j são constantes determinadas pelas condições iniciais $H_1(0)$, $H_2(0)$, ..., $H_J(0)$ e pelas raízes características de Φ .

Deixe que μ_1 seja a maior das raízes de Φ . Desde que haja pelo menos um $a_{ij} > 0$ para cada país i e como todos os bens são comercializados, tem-se $\mu_1 > \phi - \delta_H$. Daí, a

equação (2.77) implica que, no equilíbrio estacionário, o estoque de conhecimento deve crescer à taxa comum $\gamma_H^* = \mu_1$. Além disso, pela definição de H_1 , os níveis relativos de estoque de conhecimento no equilíbrio estacionário H_j^*/H_i^* , definidos por x_{j1}/x_{i1} , são também constantes.

μ_1 é estritamente crescente em relação a $v_{ij}(t)$, pois quanto mais aberto o país i se torna em relação ao país j mais rápido ele (o país i) cresce. E, portanto, todos os outros países que comercializam com o país i . Ou seja, como o formato da função utilidade garante que todos os países comercializem entre si, mesmo que apenas o país i se torne mais aberto apenas em relação j , todos os J países do modelo terão taxas maiores de crescimento no equilíbrio estacionário.

Em resumo, os resultados do modelo para o equilíbrio estacionário de cada país j é dado por:

$$\gamma_{c_{ii}}^* = \gamma_{y_i}^* = \varepsilon_i \cdot \gamma_H^* \quad (2.78)$$

$$\gamma_{c_{ij}}^* = n_j - n_i + \varepsilon_j \cdot \gamma_H^* \quad (2.79)$$

, onde γ_z^* denota o crescimento da variável z no equilíbrio estacionário.

Ou seja, a taxa de crescimento do estoque de conhecimento é idêntico para os J países do modelo; enquanto as taxas de crescimento do produto per capita e consumo per capita podem diferir entre os países caso os parâmetros ε_i 's e n_i 's sejam diferentes.

Para enfatizar os efeitos no curto e longo prazo (dinâmica de transição e equilíbrio estacionário, respectivamente) de uma eliminação nas tarifas de importação, considere o seguinte cenário²⁷. Considere três países idênticos nos parâmetros estruturais exceto pelos níveis iniciais do estoque de conhecimento e de renda. Faça arbitrariamente A , $L_i(0)$ ($i=1, 2$ e 3) e a_{ij} ($i,j=1,2$ e 3 ; $i \neq j$) igual a um; $H(0)=[1 \ 2 \ 3]'$; $\phi=0,1$; $\delta_H=0,05$; $\rho=0,04$; $n_i=0,02$; $\varepsilon_i=0,3$; $\alpha_{ii}=0,6$ e $\alpha_{ij}=0,2$ ($i,j=1,2,3$; $i \neq j$).

²⁷ Para maiores detalhes, ver Ben-David (1997).

Ou seja, o país 1 é inicialmente o mais pobre, enquanto o país 3 é inicialmente o mais rico. Além disso, os consumidores atribuem maior utilidade ao consumo do bem produzido no seu próprio país e níveis equivalentes de utilidade ao consumo dos dois outros bens produzidos no exterior. As tarifas impostas por cada um dos três países aos outros dois são de 0,75. Feitas as simulações, estes três países convergem para o mesmo nível de produto per capita e taxa de crescimento (3,04% por período) no longo prazo. Este resultado é similar ao do modelo neoclássico tradicional.

Suponha agora que o país 2, inicialmente o país de renda média, a partir do período 15 passe a reduzir unilateralmente a tarifa sobre importação do país 3 no ritmo de 15 pontos percentuais por período e que não ocorra mais nenhuma outra redução tarifária por parte de nenhum dos países. Esta mudança provoca alterações nos preços relativos dos bens e, portanto, nas participações relativas de comércio entre os três países da simulação. Todas essas mudanças afetam as trajetórias de crescimento dos países, tanto durante a dinâmica de transição quanto na taxa de crescimento do equilíbrio estacionário.

Como resultado, a taxa de crescimento do produto per capita dos três países aumenta de 3,04% para 3,17% por período. O nível do produto per capita entre os três países, no entanto, difere de acordo com os parâmetros ε_i 's e n_i 's. Se a redução de tarifas fosse realizada em relação aos outros dois países, essa taxa de crescimento aumentaria para 3,26% por período.

Caso qualquer dois países dentre os três da simulação realizem total liberalização do comércio entre eles, os seus níveis de produto per capita irão convergir entre si no equilíbrio estacionário e existirá uma diferença entre o nível do produto per capita dos dois países que realizaram a liberalização comercial e o terceiro país de fora dela. Neste caso, a taxa de crescimento do produto per capita será de 3,49% por período.

Por último, caso os três países da simulação realizem total liberalização do comércio, o nível de produto per capita dos três irá convergir, com uma taxa de crescimento de 3,73% por período no equilíbrio estacionário.

2.2 Revisão da Literatura Econométrica

2.2.1 Visão Geral

De acordo com Evans e Karras (1996), o modelo neoclássico de crescimento implica que, para um determinado grupo de N economias com um mesmo nível de tecnologia e funções de produção agregadas similares, tem-se:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} [y_{n,t+i} - a_{t+i}] = \mu_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.80)$$

, onde $y_{n,t} \equiv \ln(Y_{n,t})$

, $Y_{n,t}$ é a renda per capita da economia n no período t

, a_t é uma tendência comum de crescimento seguido pelas economias $n = 1, 2, 3, \dots, N$

e μ_n representa o nível horizontalmente paralelo²⁸ a a_t da tendência de crescimento da economia n .

A menos que as N economias tenham parâmetros estruturais idênticos, μ_n deverá ser diferente de zero. Estendendo a equação (2.80) para a abordagem estocástica, tem-se:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E_t [y_{n,t+i} - a_{t+i}] = \mu_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.81)$$

Como a_t é uma variável não-observável, recorre-se ao artifício de fazer a média entre as N economias na equação (2.81)

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E_t [\bar{y}_{t+i} - a_{t+i}] = \bar{\mu}_n \quad (2.82)$$

, onde $\bar{y}_{t+i} \equiv \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N y_{n,t+i}$ e $\bar{\mu} \equiv \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N \mu_n$

²⁸ Visualmente perceptível no Gráfico 2.3.

Então, a tendência comum de crescimento a_t deve ser tal que o termo à esquerda da igualdade na equação (2.82) seja igual a zero. Portanto, μ_n também será zero. Subtraindo a equação (2.82) de (2.81):

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E_t[y_{n,t+i} - \bar{y}_{t+i}] = \mu_n, n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.83)$$

A equação (2.82) implica que os desvios de $y_{1,t+i}, y_{2,t+i}, y_{3,t+i}, \dots, y_{N,t+i}$ em relação à sua média entre grupos (*cross-sectional*) \bar{y}_t serão, em média, igual a uma determinada constante $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N$, respectivamente, quando i se aproxima do infinito. Entretanto, isto se aplica somente se $[y_{n,t} - \bar{y}_t]$ for estacionária com um vetor de médias $\forall n = 1, 2, 3, \dots, N$. Logo, as N economias convergem se, e somente se, $y_{n,t}$ for não estacionária $\forall n$ e $[y_{n,t} - \bar{y}_t]$ for estacionária $\forall n$. A convergência será absoluta se $\mu_n = 0 \forall n$ ou condicional se $\mu_n \neq 0$ para algum n .

2.2.2 Abordagem Convencional

A abordagem convencional²⁹ para estimação de convergência segue dois conceitos: β -convergência e σ -convergência. O conceito de β -convergência, introduzido por Barro e Sala-i-Martin (1991), se baseia na hipótese neoclássica de rendimentos decrescentes dos fatores de produção. Assim, economias mais pobres, com um reduzido estoque de capital, tendem a crescer mais rapidamente do que aquelas mais ricas, com grande estoque de capital. Por isso, para a hipótese de convergência, é esperada uma relação negativa entre nível inicial de renda e taxas subseqüentes de crescimento.

O conceito de σ -convergência significa que a dispersão³⁰ do log natural da renda em uma determinada amostra de países deve se reduzir ao longo do tempo para que o processo de convergência ocorra. Segundo Barro e Sala-i-Martin (1995) e Kuper (1997), processos do tipo β -convergência tendem a levar à σ -convergência. Ou ainda, β -convergência é uma situação necessária, mas não suficiente para levar a σ -convergência.

²⁹ Assim denominada por Evans e Karras (1996).

³⁰ Normalmente denotada por σ .

A estimação por β -convergência realiza uma regressão em dados transversais para relacionar a taxa média de crescimento num determinado intervalo de tempo para uma economia n com o nível inicial de renda desta mesma economia n no início do intervalo. Mais formalmente:

$$g_n = \alpha + \beta \cdot y_{n0} + v_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.84)$$

; onde $g_n \equiv \frac{(y_{nT} - y_{n0})}{T}$ é a taxa média de crescimento do país n no período $[0, T]$, y_{nT} e y_{n0} são os log naturais da renda per capita nos períodos T e 0 , respectivamente, e v_n é um ruído branco tal que, $v_n \sim (0, \sigma_{v_n}^2)$, $\sigma_{v_n}^2 < \infty$.

Segundo o modelo (2.84), as N economias da amostra convergem para o mesmo equilíbrio estacionário³¹ se $\beta < 0$ e divergem se $\beta = 0$. No entanto, para compreender a hipótese de que os N países da amostra convirjam para diferentes equilíbrios estacionários³², o modelo (2.84) pode ser reescrito como:

$$g_n = \alpha + \beta \cdot y_{n0} + \gamma' \cdot X_n + v_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.85)$$

, onde γ é um vetor de parâmetros e X_n é um vetor de variáveis de controle das diferenças da renda de longo prazo entre os países.

De acordo com Evans e Karras (1996), as estimativas para os parâmetros no modelo (2.85) são pouco confiáveis porque y_{n0} e v_n são não-correlacionados apenas sob condições muito específicas. Evans (1996) demonstra que essas condições são:

$$(y_{n,t} - \bar{y}_t) = \delta_n + \lambda \cdot (y_{n,t-1} - \bar{y}_{t-1}) + u_{n,t} \quad (2.86)$$

, onde $\delta_n \equiv \xi' X_n$

, $\lambda \equiv (1 + \beta T)^{1/T}$

³¹ Convergência Absoluta.

³² Convergência Condicional.

e $u_{n,t}$ é um ruído branco tal que; $u_{n,t} \sim (0, \sigma_n^2)$, $\sigma_n^2 < \infty$ e $Cov(u_{n,t}, u_{n,s}) = 0$ quando $t \neq s$.

No modelo (2.85), a convergência será absoluta se $\gamma = 0$ e condicional caso $\gamma \neq 0$. A equação (2.86) implica que as N economias da amostra convergem (ou seja, $y_{n,t} - \bar{y}_t$ é estacionária $\forall n$) se, e somente se, $\lambda < 1$ (que implica $\beta < 0$) e divergem se $\lambda = 1$ ($\beta = 0$). A convergência será absoluta se $\delta_n = 0$ ($\gamma = 0$) $\forall n$ e condicional caso $\delta_n \neq 0$ ($\gamma \neq 0$) para algum n .

2.2.3 Modelo Evans-Karras

Evans e Karras (1996) propuseram um modelo econométrico alternativo para testar a hipótese de convergência, no qual uma das vantagens sobre a abordagem tradicional consiste no aumento potencial da eficiência das estimativas, pois permite maior observação das variações período a período dos $y_{n,t}$'s dentro do intervalo $[0, T]$. No procedimento convencional de β -convergência, a maior parte dessas variações não é observada, apenas os valores nos extremos do intervalo.

A condição descrita na equação (2.86) pode se reescrita como:

$$[1 - \lambda(L)] \cdot (y_{n,t} - \bar{y}_t) = \delta_n + u_{n,t} \quad (2.87)$$

, onde (L) é o operador de defasagem.

O modelo Evans-Karras é obtido através da aproximação arbitrária de $\lambda(L)$ por um polinômio de p -ésimo grau através de $\varphi_{n,i}$ na equação (2.87) e tomando-se a sua 1ª diferença, o que leva a³³:

$$\Delta(y_{n,t} - \bar{y}_t) = \delta_n + \rho_n \cdot (y_{n,t-1} - \bar{y}_t) + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i} \cdot \Delta(y_{n,t-i} - \bar{y}_{t-i}) + u_{n,t} \quad (2.88)$$

³³ A equação em (2.87) é um caso particular de (2.88) quando $\rho_n = 0$.

, onde $\rho_n \equiv \sum_{i=1}^{p+1} \varphi_{n,i} - 1$

, $\varphi_{n,i}$ são parâmetros auto-regressivos com valores situados fora do círculo unitário e assume-se que p seja um valor alto o suficiente tal que $u_{n,t}$ seja um ruído branco.

Neste modelo é assumido³⁴ que os erros $u_{n,t}$ tornam-se não-correlacionados entre as economias conforme $N \rightarrow \infty$. O modelo em (2.88) é estimado através de SUR³⁵. Então, por causa dos problemas conhecidos de correlação entre variáveis explicativas defasadas e o erro ao se estimar painel dinâmico³⁶, quando $\rho_n < 0 \forall n$, os estimadores são pouco eficientes a menos que o número de unidades observacionais da amostra, N , seja significativamente menor do que o número de períodos, T ³⁷. Caso $\rho_n = 0 \forall n$, as distribuições assintóticas dos estimadores não são nem mesmo conhecidas. Elas só terão comportamento assintótico padrão caso $N < \infty$ e constante e $T \rightarrow \infty$.

No modelo Evans-Karras, $\rho_n < 0 \forall n$ caso as N economias converjam e $\rho_n = 0 \forall n$, mesmo que apenas uma das N economias divirja porque os dados estão na forma de desvios em torno da sua média entre grupos (*cross-sectional*), conforme demonstrado por Beyaert (2005). A convergência será absoluta quando $\delta_n = 0 \forall n$ e condicional quando $\delta_n \neq 0$ para algum n . O modelo Evans-Karras serviu como base para o desenvolvimento do modelo não-linear de Beyaert e Camacho (2008) utilizado neste trabalho e será explicado mais detalhadamente no capítulo a seguir.

³⁴ Esta hipótese será relaxada no modelo desenvolvido por Beyaert e Camacho (2008) adotado neste trabalho.

³⁵ *Seemingly Unrelated Regression*, ou equações de regressão aparentemente não relacionadas.

³⁶ Discutidos em detalhes por Bond (2002) e Judson e Owen (1996).

³⁷ Se $N \geq T$, a distribuição assintótica dos estimadores não é nem mesmo conhecida.

3. METODOLOGIA, DADOS E ESTIMAÇÃO

O método de estimação utilizado no presente trabalho é um painel dinâmico não-linear com variável limiar (*threshold*) desenvolvido por Beyaert e Camacho (2008) e é uma extensão do modelo linear proposto por Evans e Karras (1996).

3.1 Modelo Linear

O modelo linear Evans-Karras tem a seguinte especificação:

$$\Delta g_{n,t} = \delta_n + \rho_n \cdot g_{n,t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i} \cdot \Delta g_{n,t-i} + \varepsilon_{n,t} \quad (3.1)$$

, $n = 1, 2, 3, \dots, N$ e $t = 1, 2, 3, \dots, T$

O índice n se refere à unidade observacional e o índice t se refere à unidade de tempo observada – no presente trabalho, ao país e ao ano, respectivamente. Assume-se que p seja um valor alto tal que $\varepsilon_{n,t}$ seja um ruído branco. $\Delta g_{n,t}$ é a primeira diferença da variável $g_{n,t}$, definida por:

$$g_{n,t} \equiv y_{n,t} - \bar{y}_t \quad (3.2)$$

, onde $y_{n,t} \equiv \ln(Y_{n,t})$

, $Y_{n,t}$ é o PIB per capita real do país n no período t

e $\bar{y}_t \equiv \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N y_{n,t}$ é a média *cross-sectional* da renda per capita no período t .

Neste modelo, quando $\rho_n = 0 \forall n$, os N países da amostra divergem. Quando $0 < -\rho_n < 1 \forall n$, os N países da amostra convergem. A convergência será absoluta se $\delta_n = 0 \forall n$ e condicional caso contrário.

Os testes propostos por Evans e Karras (1996) são os seguintes. Primeiro, realiza-se uma regressão por OLS³⁸ no modelo (3.1) para obter estimativas para o termo $\varepsilon_{n,t}$. Depois, use-as para transformar os dados na forma $w_{n,t} \equiv g_{n,t}/s_{n,t}$, onde $s_{n,t}$ é a estimativa obtida de $\varepsilon_{n,t}$. Segundo, obtém-se a estimativa por OLS de ρ_n e a sua estatística t através do modelo abaixo:

$$\Delta w_{n,t} = \delta_n + \rho_n \cdot w_{n,t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i} \cdot \Delta w_{n,t-i} + \varepsilon_{n,t} \quad (3.3)$$

Se esta estatística t for suficientemente grande³⁹ em valor absoluto, rejeita-se a hipótese nula dentre as hipóteses abaixo:

$$H_0 : \rho_n = 0 \quad \forall n \quad , \quad H_A : \rho_n < 0 \quad \forall n \quad (3.4)$$

Sob a hipótese alternativa, os N países da amostra convergem. Na hipótese nula, não há convergência. Isto equivale a testar se as séries exibem raiz unitária. Por último, caso a hipótese alternativa seja aceita, faz-se o seguinte teste sobre o modelo em (3.1):

$$H_0 : \delta_n = 0 \quad \forall n \quad , \quad H_A : \delta_n \neq 0 \quad \text{para algum } n \quad (3.5)$$

A estatística para o teste de hipótese (3.5) é dada por:

$$\Phi \equiv \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=1}^N t_{\hat{\delta}_n}^2 \quad (3.6)$$

, onde $t_{\hat{\delta}_n}$ é a estatística t da estimativa de δ_n em (3.1).

Rejeita-se a hipótese nula em (3.5) se a estatística Φ for suficientemente grande. Aceitar a hipótese nula significa que a convergência é absoluta. Caso contrário, a convergência é condicional.

³⁸ *Ordinary Least Squares*, ou mínimos quadrados ordinários.

³⁹ O quão grande, será exposto mais à frente.

No modelo proposto por Evans e Karras (1996), foi assumido que os distúrbios estocásticos em (3.1) são não correlacionados entre diferentes unidades observacionais n e entre diferentes períodos de tempo t ⁴⁰. Beyaert e Camacho (2008), por sua vez, flexibilizam esta hipótese ao permitirem a possibilidade de correlação transversal. Ou seja, assumem a possibilidade de correlação entre os distúrbios de diferentes unidades observacionais n , desde que para um mesmo período de tempo t ⁴¹.

Esta possibilidade é mais realista, pois, embora seja esperado que os choques econômicos – refletidos nos distúrbios estocásticos – sejam não correlacionados ao longo do tempo, é factível que países com estruturas econômicas similares a ponto de apresentarem convergência sejam afetados pelos mesmos choques econômicos num mesmo determinado período de tempo.

Considere os vetores abaixo:

$$\varepsilon_n = [\varepsilon_{n,1} \quad \varepsilon_{n,2} \quad \cdots \quad \varepsilon_{n,T}]', \quad n = 1, 2, 3, \dots, N ; \text{ de dimensão } (T \times 1) \text{ e} \quad (3.7)$$

$$\varepsilon = [\varepsilon'_1 \quad \varepsilon'_2 \quad \cdots \quad \varepsilon'_N]', \text{ de dimensão } (NT \times 1) \quad (3.8)$$

E a matriz:

$$E[\varepsilon_m \cdot \varepsilon'_n] = E \begin{bmatrix} \varepsilon_{m,1} \cdot \varepsilon'_{n,1} & \varepsilon_{m,1} \cdot \varepsilon'_{n,2} & \cdots & \varepsilon_{m,1} \cdot \varepsilon'_{n,T} \\ \varepsilon_{m,2} \cdot \varepsilon'_{n,1} & \varepsilon_{m,2} \cdot \varepsilon'_{n,2} & \cdots & \varepsilon_{m,2} \cdot \varepsilon'_{n,T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{m,T} \cdot \varepsilon'_{n,1} & \varepsilon_{m,T} \cdot \varepsilon'_{n,2} & \cdots & \varepsilon_{m,T} \cdot \varepsilon'_{n,T} \end{bmatrix} = \sigma_{mn} \cdot I_{(T)} \quad (3.9)$$

, de dimensão $(T \times T)$ com $\sigma_{mn} = Cov(\varepsilon_{m,t}, \varepsilon_{n,t}) \forall m, n$.

A matriz V de variância-covariância dos erros é uma matriz não-diagonal de dimensão $(NT \times NT)$ dada por:

⁴⁰ $Cov(\varepsilon_{j,q}, \varepsilon_{i,s}) = 0$ quando $j \neq i$ e/ou $q \neq s$.

⁴¹ $Cov(\varepsilon_{i,t}, \varepsilon_{j,t}) \neq 0 \forall i, j$.

$$V = \varepsilon \cdot \varepsilon' = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon'_1 & \varepsilon_1 \cdot \varepsilon'_2 & \cdots & \varepsilon_1 \cdot \varepsilon'_N \\ \varepsilon_2 \cdot \varepsilon'_1 & \varepsilon_2 \cdot \varepsilon'_2 & \cdots & \varepsilon_2 \cdot \varepsilon'_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_N \cdot \varepsilon'_1 & \varepsilon_N \cdot \varepsilon'_2 & \cdots & \varepsilon_N \cdot \varepsilon'_N \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$E[V] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \cdot I_{(T)} & \sigma_{12} \cdot I_{(T)} & \cdots & \sigma_{1N} \cdot I_{(T)} \\ \sigma_{12} \cdot I_{(T)} & \sigma_{22} \cdot I_{(T)} & \cdots & \sigma_{2N} \cdot I_{(T)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1N} \cdot I_{(T)} & \sigma_{2N} \cdot I_{(T)} & \cdots & \sigma_{NN} \cdot I_{(T)} \end{bmatrix} = \Omega \otimes I_{(T)} \quad (3.11)$$

$$\text{, onde } \Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1N} & \sigma_{2N} & \cdots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

A característica não diagonal desta matriz V deve ser levada em conta tanto quanto ao método de estimação utilizado quanto na realização dos testes de hipótese. Para o primeiro caso, o método utilizado deve ser FGLS⁴². Para tal, considere os vetores a seguir:

$$G_n = [g_{n,1} \quad g_{n,2} \quad \cdots \quad g_{n,T}]', \quad n = 1, 2, 3, \dots, N ; \quad (3.13)$$

$$G = [G'_1 \quad G'_2 \quad \cdots \quad G'_N]'; \quad (3.14)$$

$$\Delta G_n = [g_{n,2} - g_{n,1} \quad g_{n,3} - g_{n,2} \quad \cdots \quad g_{n,T} - g_{n,T-1}]', \quad n = 1, 2, 3, \dots, N ; \quad (3.15)$$

$$\Delta G = [\Delta G'_1 \quad \Delta G'_2 \quad \cdots \quad \Delta G'_N]' \text{ e} \quad (3.16)$$

$$\beta = [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \cdots \quad \delta_N \quad \rho_1 \quad \rho_2 \quad \cdots \quad \rho_N \quad \varphi_{1,1} \quad \varphi_{2,1} \quad \cdots \quad \varphi_{N,1} \quad \varphi_{1,2} \quad \varphi_{2,2} \quad \cdots \quad \varphi_{N,2} \\ \cdots \quad \varphi_{1,p} \quad \varphi_{2,p} \quad \cdots \quad \varphi_{N,p}]', \text{ de dimensão } (N \cdot (p + 2) \times 1) \quad (3.17)$$

Como em (3.1) é permitido que os parâmetros assumam valores individuais para cada país n da amostra, este modelo pode ser expresso mais compactamente na forma de SUR, tal qual em (3.18):

$$\Delta G = X\beta + \varepsilon \quad (3.18)$$

⁴² *Feasible Generalized Least Squares*, ou mínimos quadrados generalizados viáveis.

$$; \text{ onde } X = [i \quad \overset{\circ}{G}_{-1} \quad \Delta \overset{\circ}{G}_{-1} \quad \Delta \overset{\circ}{G}_{-2} \quad \cdots \quad \Delta \overset{\circ}{G}_{-p}]; \quad (3.19)$$

$$, i = \begin{bmatrix} \bar{1}_T & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \bar{1}_T & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{1}_T \end{bmatrix}, \text{ de dimensão } (NT \times N); \quad (3.20)$$

$$, \bar{1}_T \text{ é um vetor coluna de dimensão } (T \times 1) \text{ composto por } T \text{ elementos } 1; \quad (3.21)$$

$$, \overset{\circ}{G}_{-1} = \begin{bmatrix} G_{1,-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & G_{2,-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & G_{N,-1} \end{bmatrix} \text{ e } G_{n,-1} \text{ é } G_n \text{ defasado em 1 período.} \quad (3.22)$$

$$\text{Similarmente, } \Delta \overset{\circ}{G}_{-i} = \begin{bmatrix} \Delta G_{1,-i} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta G_{2,-i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Delta G_{N,-i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, p \quad (3.23)$$

; onde $\Delta G_{n,-i}$ é ΔG_n defasado em i períodos.

Para a realização da estimação por FGLS, é necessária uma estimação da matriz Ω em (3.12). Para isso, realiza-se uma estimação através de OLS no modelo (3.18) e se obtém:

$$\hat{\Omega} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1N} \\ s_{12} & s_{22} & \cdots & s_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1N} & s_{2N} & \cdots & s_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

; onde $s_{mn} \equiv \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T e_{m,t} \cdot e_{n,t}$, $m, n = 1, 2, 3, \dots, N$ e $e_{l,t}$ é o resíduo de (3.18) obtido

por OLS para a unidade observacional l no período t .

Assim, obtém-se o estimador de FGLS:

$$\hat{\beta}_{FGLS} = [X\hat{V}^{-1}X]^{-1} X\hat{V}^{-1}\Delta G \quad (3.25)$$

$$, \text{ onde } \hat{V} = \hat{\Omega} \otimes I_{(T)} \quad (3.26)$$

Para o teste de convergência com as hipóteses descritas em (3.4), o modelo em (3.18) é estimado através de FGLS sob a restrição de que $\rho_n = \rho \forall n$ e a estatística t associada a este coeficiente é calculada. Por causa da estrutura não-diagonal da matriz V , descrita em (3.10), (3.11) e (3.12), e do caráter auto-regressivo da estimação as estatísticas de teste não têm distribuições assintóticas padrão⁴³, o que inviabiliza a obtenção de um valor crítico tabelado para essas estatísticas. Para contornar este problema, os p-valores para as hipóteses alternativas dos testes são obtidos através de simulações *bootstrap*, cujo algoritmo é descrito a seguir.

Utilizando a estimativa do modelo (3.1) através de OLS sob a restrição adicional de que $\rho_n = 0$, obtêm-se os resíduos desta regressão $\overset{\circ}{e}_{n,t}$, onde $n = 1, 2, 3, \dots, N$ e $t = 1, 2, 3, \dots, T$; os quais são rearranjados na matriz $\overset{\circ}{E}$ de dimensão $(T \times N)$ a seguir:

$$\overset{\circ}{E} = \begin{bmatrix} \overset{\circ}{e}_{1,1} & \overset{\circ}{e}_{2,1} & \cdots & \overset{\circ}{e}_{N,1} \\ \overset{\circ}{e}_{1,2} & \overset{\circ}{e}_{2,2} & \cdots & \overset{\circ}{e}_{N,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overset{\circ}{e}_{1,T} & \overset{\circ}{e}_{2,T} & \cdots & \overset{\circ}{e}_{N,T} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Onde para cada unidade observacional n , a média amostral sobre o tempo foi subtraída dos resíduos para que estes tenham médias iguais a zero. Depois as linhas de $\overset{\circ}{E}$ são misturadas de modo a se obter novas séries de resíduos $\overset{\circ}{e}_{n,t}^*$, $t = 1, 2, 3, \dots, T$ para cada unidade n . Este método de misturar as linhas de $\overset{\circ}{E}$ preserva a correlação entre os choques de diferentes unidades observacionais n para um mesmo período de tempo t .

⁴³ Evans e Karras (1996) demonstram que, caso a matriz de variância-covariância fosse $V = \sigma_\varepsilon^2 \cdot I_{(N \cdot T)}$, a hipótese nula em (3.4) converge em distribuição para uma normal-padrão quando $T, N \rightarrow \infty$ e $N/T \rightarrow 0$ e a estatística descrita em (3.6) converge em distribuição para uma $F[N-1, (N-1) \cdot (T-p-2)]$ quando $T \rightarrow \infty$ e $N < \infty$ permanece constante. De qualquer modo, mesmo que V fosse uma matriz diagonal de erros esféricos, apenas em alguns casos a amostra atenderia aos requisitos anteriores. E este não seria o caso deste estudo.

Utilizando-se as estimativas de FGLS obtidas e os novos resíduos tratados tal qual explicado no parágrafo anterior, são gerados valores simulados para a variável dependente utilizando-se o modelo (3.1) sob a restrição $\rho_n = 0$. Este processo de tratar os resíduos e gerar novos valores simulados para a variável dependente é repetido 1000 vezes. Em cada uma delas, o valor da estatística t é calculado da mesma maneira que para os dados observados. Esses valores são ordenados crescentemente e o p-valor de *bootstrap* para a hipótese alternativa é o percentual de vezes que as estatísticas de teste obtidas por simulação fiquem à esquerda do valor da estatística de teste dos dados observados, pois o teste de hipótese para a estatística t é realizado à esquerda para este caso.

O nível de significância adotado é de 90%. Portanto, para que a hipótese alternativa seja aceita, é necessário que o p-valor simulado através de bootstrap seja menor ou igual ao valor máximo de 0,10.

O algoritmo da simulação *bootstrap* para o teste descrito em (3.5) é realizado de maneira similar. O modelo em (3.1) é estimado na forma SUR através de FGLS sem a imposição de restrições e a estatística de teste Φ descrita em (3.6) é calculada. Então, o modelo (3.18) é estimado sob a restrição $\delta_n = 0 \forall n$ e os resíduos são processados da maneira já descrita anteriormente. São gerados valores simulados para a variável dependente sob a restrição $\delta_n = 0 \forall n$ através das estimativas de FGLS obtidas e os resíduos processados. Suas respectivas estatísticas de teste são calculadas e colocadas em ordem crescente. O p-valor de *bootstrap* é o percentual de vezes que as estatísticas de teste obtidas através de simulação fiquem à direita da estatística de teste obtida a partir dos dados observados, pois o teste de hipótese para a estatística Φ é realizado à direita.

3.2 Modelo não-Linear com Variável Limiar

O modelo TAR proposto por Beyaert e Camacho (2008) é definido por:

$$\Delta g_{n,t} = \left[\delta_n^l + \rho_n^l \cdot g_{n,t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i}^l \cdot \Delta g_{n,t-i} \right] \cdot I \{ z_{t-1} < \lambda \} +$$

$$\left[\delta_n^{\text{II}} + \rho_n^{\text{II}} \cdot g_{n,t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i}^{\text{II}} \cdot \Delta g_{n,t-i} \right] \cdot I\{z_{t-1} \geq \lambda\} + \varepsilon_t \quad (3.28)$$

, $n = 1, 2, 3, \dots, N$ e $t = 1, 2, 3, \dots, T$.

$I\{x\}$ é uma função indicadora que assume valor 1 quando a informação x é verdadeira e valor 0 caso contrário. Assim, quando $z_{t-1} < \lambda$, o modelo é igual a

$$\Delta g_{n,t} = \delta_n^{\text{I}} + \rho_n^{\text{I}} \cdot g_{n,t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i}^{\text{I}} \cdot \Delta g_{n,t-i} + \varepsilon_t.$$

Quando $z_{t-1} \geq \lambda$, o modelo torna-se

$$\Delta g_{n,t} = \delta_n^{\text{II}} + \rho_n^{\text{II}} \cdot g_{n,t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i}^{\text{II}} \cdot \Delta g_{n,t-i} + \varepsilon_t.$$

Ou seja, para qualquer período de observação t , o regime dinâmico de convergência pode seguir qualquer um dos dois regimes possíveis. O regime I , que acontece quando $z_{t-1} < \lambda$, e o regime II , quando $z_{t-1} \geq \lambda$. λ é parâmetro *threshold* deste modelo e indica o valor limiar entre os regimes I e II para a variável indicadora z_{t-1} .

Tal qual descritos aqui, o modelo linear de Evans-Karras em (3.1) é um caso particular do modelo TAR em (3.28) quando $z_{t-1} < \lambda$ ou $z_{t-1} \geq \lambda \quad \forall t$. Entretanto, para que o modelo TAR não se aproxime muito do modelo linear – pois ambas são explicações alternativas para um mesmo fenômeno – impõe-se a restrição $0 < \pi_1 \leq P[z_{t-1} \leq \lambda] \leq 1 - \pi_1$ durante o processo de estimação. Ou seja, nenhum dos regimes pode ter fração da amostra menor do que π_1 , cujo valor fica em torno de 0,10 ou 0,15. Para este trabalho o valor de π_1 foi fixado em 0,10.

A variável de transição z_t pode ser determinada tanto endogenamente no processo de estimação, com seus valores obtidos diretamente a partir de $g_{n,t}$; quanto fixada exogenamente, caso ela se refira a uma variável diferente de $g_{n,t}$. Quando ela é determinada endogenamente, que é o caso deste trabalho, tem-se $z_t \equiv g_{m,t} - g_{m,t-d}$, para algum m e $0 < d \leq p$. Ao fazer isso z_t será estacionária, quer a amostra estudada convirja ou não⁴⁴.

⁴⁴ Ou seja, quer a série seja estacionária, ou não.

Por causa da estrutura da matriz de variância-covariância V e da dependência dos coeficientes da equação com relação à variável de transição z_t ⁴⁵ no modelo (3.28), o método GLS⁴⁶ é o mais adequado.

Primeiro, suponha que os parâmetros λ , m e d sejam conhecidos e junte-os no vetor $\theta_0 \equiv [\lambda_0 \quad m_0 \quad d_0]'$. Condicionado ao vetor θ_0 , o modelo (3.28) pode ser visto como um modelo em painel com variáveis binárias (*dummy*). Assuma que o número de observações disponíveis para cada unidade observacional n seja $T + p + 1$, de modo que haja $p + 1$ observações disponíveis antes do período $t = 1$. Desta forma, o modelo (3.28) pode ser expresso em SUR como:

$$\Delta G = \begin{bmatrix} X \bullet I_{I,\theta_0} & X \bullet I_{II,\theta_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{I,\theta_0} \\ \beta_{II,\theta_0} \end{bmatrix} + \varepsilon \quad (3.29)$$

; onde \bullet denota a multiplicação elemento por elemento

, β_{I,θ_0} e β_{II,θ_0} são definidos como β em (3.17) e se referem aos coeficientes nos regimes I e II , respectivamente, quando $\lambda = \lambda_0$, $m = m_0$ e $d = d_0$

e I_{I,θ_0}° é um vetor de dimensão $(NT \times 1)$ obtido através da interposição N vezes do vetor I_{I,θ_0} de dimensão $(T \times 1)$ de variáveis binárias abaixo:

$$I_{I,\theta_0} = [I_{z_0,p} < \lambda_0 \quad I_{z_0,p+1} < \lambda_0 \quad \cdots \quad I_{z_0,T-1} < \lambda_0]' \quad (3.30)$$

, com $z_{0,t} \equiv g_{m_0,t} - g_{m_0,t-d_0}$.

I_{II,θ_0}° é obtido de maneira similar, através da interposição de N vezes o vetor I_{II,θ_0} de dimensão $(T \times 1)$ abaixo:

$$I_{II,\theta_0} = [1 - I_{z_0,p} < \lambda_0 \quad 1 - I_{z_0,p+1} < \lambda_0 \quad \cdots \quad 1 - I_{z_0,T-1} < \lambda_0]' \quad (3.31)$$

Daí o modelo em (3.29) pode ser reescrito mais compactamente como:

⁴⁵ Todos desconhecidos até este ponto da estimação.

⁴⁶ *Generalized Least Squares*, ou mínimos quadrados generalizados.

$$\Delta G = \overset{\circ}{X}_{\theta_0} \beta_{\theta_0} + \varepsilon \quad (3.32)$$

Este modelo é estimado através de FGLS por conta dos motivos já descritos. O estimador de FGLS é dado por:

$$\hat{\beta}_{\theta_0, FGLS} = \left[\overset{\circ}{X}_{\theta_0}' \hat{V}_0^{-1} \overset{\circ}{X}_{\theta_0} \right]^{-1} \overset{\circ}{X}_{\theta_0}' \hat{V}_0^{-1} \Delta G \quad (3.33)$$

; onde $\hat{V}_0 = \hat{\Omega}_0 \otimes I_{(T)}$ e $\hat{\Omega}_0 \equiv [s_{mn,0}]$

$$, \text{ com } s_{mn,0} \equiv \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T e_{m,t;0} \cdot e_{n,t;0}, \quad m, n = 1, 2, 3, \dots, N$$

e $e_{l,t;0}$ é o resíduo de OLS do modelo (3.29) para a unidade observacional l no período t condicionado ao vetor de parâmetros θ_0 .

Mas como, na prática, o vetor de parâmetros θ_0 não é conhecido⁴⁷, podem-se inferir seus valores a partir dos dados amostrais. Para isso, denote por $\hat{\varepsilon}_{\theta_0}$ o vetor de resíduos de FGLS do modelo (3.29) e sua soma ponderada $s_{\theta_0}^2 \equiv \frac{1}{T} \cdot \hat{\varepsilon}_{\theta_0}' \hat{V}_0 \hat{\varepsilon}_{\theta_0}$. Como $s_{\theta_0}^2$ é uma função de θ_0 , o princípio da estimação de θ consiste em minimizar $s_{\theta_0}^2$ com respeito a θ_0 para se obter $\hat{\theta}$:

$$\hat{\theta} \equiv [\hat{\lambda} \quad \hat{m} \quad \hat{d}]' = \underset{(\theta_0)}{\text{Arg Min}} (s_{\theta_0}^2) \quad (3.34)$$

As estimativas para os coeficientes $\hat{\beta}_{\hat{\theta}, FGLS}$ são obtidas através da aplicação de FGLS ao modelo (3.29) com os valores estimados para $\hat{\theta}$.

Então, a fração da amostra que esteja sob o regime I é calculada. Se ela estiver dentro do intervalo pré-determinado $[\pi_1, 1 - \pi_1]$, as estimativas de β_{θ} e s_{θ}^2 são computadas. Caso contrário, os valores estimados para λ , m e d são descartados e um novo ponto para o vetor θ é checado. Uma vez que todos os pontos de θ tenham sido conferidos, obtém-se o

⁴⁷ Para o caso de sua determinação endógena à estimação, obviamente.

valor final para $\hat{\theta}$ e seu correspondente $\hat{\beta}_{\hat{\theta},FGLS}$. Este procedimento é conhecido como grid-FGLS⁴⁸.

Uma vez que o modelo (3.28) esteja estimado, é necessário testá-lo contra o modelo linear (3.1). Caso o primeiro seja aceito em detrimento do segundo, devem-se realizar os testes sobre os ρ_n para se checar a presença ou não de convergência. Caso haja convergência, testam-se os δ_n para saber se ela é absoluta ou condicional. O procedimento completo de teste vem descrito a seguir.

A começar pelo teste de linearidade, a hipótese nula a ser testada é de que o modelo linear Evan-Karras em (3.1) é o correto contra a hipótese alternativa do modelo TAR em (3.28). Mas como três dos parâmetros⁴⁹ não são identificados sob a hipótese nula, os testes convencionalmente aplicados para casos como este; Wald, Multiplicador de Lagrange ou Razão de Verossimilhança; não têm distribuição padrão sob a hipótese nula.

Para contornar este problema, Beyaert e Camacho (2008) novamente adotam⁵⁰ o procedimento de realizar simulações *bootstrap* para a obtenção de p-valores para as estatísticas de teste. A hipótese nula do teste é:

$$H_{0,1} : \delta_n^I = \delta_n^{II}, \rho_n^I = \rho_n^{II}, \varphi_{i,n}^I = \varphi_{i,n}^{II}; \forall n = 1, 2, 3, \dots, N \text{ e } \forall t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (3.35)$$

Contra a hipótese alternativa de que nem todos os coeficientes sejam iguais⁵¹. O modelo em (3.1) é estimado através de FGLS, enquanto o modelo em (3.28) é estimado através de grid-FGLS. Daí, calcula-se a função de verossimilhança para o ponto de estimação de cada modelo, L_1 e L_2 , respectivamente, e se obtém:

$$\mathcal{L}_{1,2} \equiv -2 \ln(L_1/L_2) \quad (3.36)$$

A hipótese nula de linearidade será rejeitada se $\mathcal{L}_{1,2}$ tiver valor absoluto muito alto.

⁴⁸ Em referência ao método de procura por novos pontos de θ , *grid-search*.

⁴⁹ λ , m e d .

⁵⁰ Esta solução foi originalmente proposta por Hansen (1996) e Caner e Hansen (2001) para modelos com uma única equação. Aqui, uma extensão para painel.

⁵¹ Não foram enumeradas todas as hipóteses alternativas uma a uma por causa do grande número de possibilidades.

Como neste momento da estimação ainda não se sabe se as séries têm raízes unitárias (divergência) ou não (convergência), dois valores de *bootstrap* devem ser obtidos para o valor crítico de $\mathcal{L}_{1,2}$. O primeiro valor, para o caso de as séries não terem raízes unitárias, é obtido através do processo de simulação *bootstrap* do modelo linear (3.1) irrestrito. O segundo valor, para o caso de as séries terem raízes unitárias, é obtido através da simulação *bootstrap* do mesmo modelo (3.1) com a imposição da restrição $\rho_n = 0$.

O algoritmo da simulação *bootstrap* se dá de maneira parecida às outras realizadas. Os resíduos do modelo (3.1) estimados através de FGLS, denotados por $e_{n,t}^L$, são obtidos para todo n e para todo t e sofrem o mesmo processo de recentralização e miscelânea já descrito anteriormente. Novos valores são simulados para a variável dependente utilizando-se as estimativas de FGLS e os resíduos $e_{n,t}^L$ no modelo (3.1) e a estatística de teste descrita em (3.36) é calculada para cada uma delas. São feitas 1000 destas iterações. O p-valor de *bootstrap* para a hipótese alternativa é o percentual de vezes que as estatísticas de teste simuladas fiquem à esquerda da estatística de teste dos dados observados.

O algoritmo para as simulações restritas é similar, com a diferença de que os resíduos $e_{n,t}^{L,r}$ são obtidos através do modelo linear (3.1) com a imposição de $\rho_n = 0$. Após a realização de ambas as simulações, a inferência sobre a linearidade ou não dos dados amostrais é feita com base na prudência. Ou seja, com base no maior p-valor obtido. Se a hipótese nula de linearidade for rejeitada, a estimação deverá ser realizada com base no modelo TAR.

Supondo que isto aconteça, a próxima etapa é o teste de convergência, tal qual descrito pelas hipóteses abaixo:

$$H_{0,2} : \rho_n^I = \rho_n^{II} = 0 \quad \forall n \quad (3.37)$$

$$H_{A,2a} : \rho_n^I < 0, \rho_n^{II} < 0 \quad \forall n \quad (3.38a)$$

$$H_{A,2b} : \rho_n^I < 0, \rho_n^{II} = 0 \quad \forall n \quad (3.38b)$$

$$H_{A,2c} : \rho_n^I = 0, \rho_n^{II} < 0 \quad \forall n \quad (3.38c)$$

A hipótese nula em (3.37) significa ausência de convergência em ambos os regimes. A hipótese alternativa (3.38a) significa convergência global (em ambos os regimes). As hipóteses alternativas (3.38b) e (3.38c) denotam convergência parcial, apenas no regime *I* e apenas no regime *II*, respectivamente.

Para realizar os testes entre as três hipóteses alternativas, Beyaert e Camacho (2008) seguiram o procedimento proposto por Caner e Hansen (2001) de realizar um teste baseado no critério de Wald contra a hipótese em (3.38a) de convergência global. A estatística de teste é:

$$R_2 \equiv t_I^2 + t_{II}^2 \quad (3.39)$$

t_i é a estatística *t* associada à estimativa de ρ_n^i , $i = I, II$, $n = 1, 2, 3, \dots, N$ no modelo TAR em (3.28) estimado através de grid-FGLS. Mais especificamente:

$$t_i \equiv \frac{\hat{\rho}_n^i}{s_{\rho_n^i}}, \quad i = I, II \quad (3.40)$$

R_2 é a estatística de teste correspondente à hipótese (3.38a). Valores altos para esta estatística são favoráveis à aceitação de (3.38a) e, portanto, da hipótese de convergência global. As estatísticas correspondentes às hipóteses (3.38b) e (3.38c) são, respectivamente, t_I e t_{II} . Se t_I (t_{II}) tiver um valor absoluto alto enquanto t_{II} (t_I) tiver um valor absoluto baixo, haverá convergência no regime *I* (*II*) e divergência no regime *II* (*I*). Novamente, simulações *bootstrap* são utilizadas para a obtenção dos valores críticos.

Os resíduos obtidos a partir da estimação do modelo linear (3.1) com a restrição $\rho_n = 0$ através de FGLS sofrem o processo já descrito anteriormente. Valores simulados para a variável dependente são obtidos a partir destes resíduos e dos valores estimados por FGLS. Ou seja, a simulação impõe, não apenas a hipótese nula, como também a hipótese de linearidade.

Há dois motivos para isso. O primeiro é que o processo de geração de valores simulados para a variável dependente é mais simples no modelo linear do que em um modelo TAR com a variável de transição endógena. O segundo motivo é que, segundo Caner e Hansen (2001), os resultados obtidos através da simulação em um modelo TAR não são significativamente mais confiáveis do que aqueles obtidos a partir da simulação em um modelo linear. Por isso, eles enfaticamente recomendam a utilização do modelo linear em (3.1) no processo de simulação *bootstrap*. Esta recomendação é seguida neste trabalho.

Então, as estatísticas de teste R_2 , t_I e t_{II} são calculadas para cada uma das iterações e seus valores são ordenados crescentemente. O teste para a estatística R_2 é realizado à direita da distribuição, enquanto os testes para t_I e t_{II} são realizados à esquerda. Portanto, o p-valor de *bootstrap* para a hipótese alternativa em (3.38a) é o percentual de vezes que as estatísticas R_2 obtidas através de simulação fiquem à direita do valor de R_2 obtido a partir dos dados amostrais observados. Enquanto os p-valores de *bootstrap* para as hipóteses alternativas em (3.38b) e (3.38c) são, respectivamente, o percentual de vezes que t_I e t_{II} obtidas a partir das simulações fiquem à esquerda dos valores de t_I e t_{II} obtidas a partir dos dados observados.

O último dos testes para o modelo consiste em discriminar entre os tipos de convergência: absoluta ou condicional. Convergência absoluta significa que as unidades observacionais n tendem para um mesmo equilíbrio estacionário. Convergência condicional significa que elas tendem para equilíbrios estacionários diferentes. Para o modelo TAR (3.28), supondo $\rho_n^i < 0$, $\forall n = 1, 2, 3, \dots, N$ e $i = I, II$; as hipóteses para este teste são:

$$H_{0,3.1} : \delta_n^i = 0; \forall n = 1, 2, 3, \dots, N; i = I, II \quad (3.41)$$

$$H_{A,3.1a} : \delta_n^i \neq 0 ; \text{para algum } n; i = I, II \quad (3.42a)$$

$$H_{A,3.1b} : \delta_n^I = 0 , \forall n = 1, 2, 3, \dots, N ; \delta_n^{II} \neq 0 \text{ para algum } n \quad (3.42b)$$

$$H_{A,3.1c} : \delta_n^I \neq 0 \text{ para algum } n; \delta_n^{II} = 0 , \forall n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.42c)$$

A hipótese nula em (3.41) significa que a convergência é absoluta em ambos os regimes. A hipótese alternativa em (3.42a) expressa que a convergência é condicional em ambos os regimes. As hipóteses alternativas (3.42b) e (3.42c) denotam convergência absoluta

no regime *I* e condicional no regime *II*, para a primeira, e convergência condicional no regime *I* e absoluta no regime *II*, para a segunda.

Outra possibilidade é que se tenha constatado convergência parcial, suponha-se, apenas no regime *I*. Neste caso, as hipóteses de teste seriam:

$$H_{0,3.2} : \delta_n^I = 0; \forall n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.43)$$

$$H_{A,3.2} : \delta_n^I \neq 0, \text{ para algum } n \quad (3.44)$$

A hipótese nula em (3.43) representa Convergência absoluta, enquanto a hipótese alternativa em (3.44) significa Convergência condicional. Similarmente poderia ser feito para a suposição de convergência parcial apenas no regime *II*.

Os testes são baseados na estimação através de *grid*-FGLS do modelo TAR em (3.28) e são uma extensão⁵² da estatística de teste proposta por Evans e Karras (1996). As estatísticas de teste são:

$$\Phi_a \equiv \frac{1}{2N-1} \cdot \left\{ \sum_{n=1}^N [t(\hat{\delta}_n^I)]^2 + \sum_{n=1}^N [t(\hat{\delta}_n^{II})]^2 \right\} \quad (3.45a)$$

$$\Phi_b \equiv \frac{1}{N-1} \cdot \left\{ \sum_{n=1}^N [t(\hat{\delta}_n^I)]^2 \right\} \quad (3.45b)$$

$$\Phi_c \equiv \frac{1}{N-1} \cdot \left\{ \sum_{n=1}^N [t(\hat{\delta}_n^{II})]^2 \right\} \quad (3.45c)$$

Por conta da endogeneidade da variável de transição, novamente são obtidos *p*-valores por *bootstrap* através do modelo linear (3.1) com a imposição da restrição $\delta_n = 0 \forall n = 1, 2, 3, \dots, N$. Os resíduos de FGLS deste modelo sofrem o processo habitual e valores são simulados para a variável dependente a partir destes resíduos tratados, das estimativas de FGLS e do modelo (3.1) sob a restrição imposta.

⁵² Por Beyaert e Camacho (2008).

Então, esses valores simulados são estimados através do modelo TAR (3.28) e suas respectivas estatísticas de teste Φ_a , Φ_b e Φ_c são calculadas. Os p-valores de *bootstrap* são o percentual de vezes que as estatísticas de teste para os valores simulados por *bootstrap* fiquem à direita das estatísticas de teste calculadas a partir dos dados observados.

Supondo convergência global, um p-valor de *bootstrap* abaixo do valor máximo (0,10) tolerado pelo nível de significância adotado de 90% para Φ_a representa convergência condicional em ambos os regimes. Para um p-valor de *bootstrap* abaixo do valor máximo tolerado para a estatística Φ_b (Φ_c) e acima para Φ_c (Φ_b) tem-se convergência condicional no regime *I (II)* e absoluta no regime *II (I)*.

Caso haja convergência parcial no regime *I (II)* e o p-valor de *bootstrap* da estatística Φ_b (Φ_c) esteja abaixo do valor máximo tolerado pelo nível de significância adotado, tem-se convergência condicional no regime *I (II)*.

3.3 Dados e Estimação

As estimações foram realizadas para uma determinada amostra de países do continente americano e para as zonas de livre comércio do Nafta, CAN e Mercosul. Os países americanos da amostra maior foram: Argentina, Bolívia, Brasil, Canadá, Chile, Colômbia, Costa Rica, República Dominicana, Equador, El Salvador, Guatemala, Honduras, Jamaica, México, Nicarágua, Peru, Trinidad e Tobago, Uruguai e Venezuela. Os outros países do continente foram excluídos desta amostra por indisponibilidade (total ou parcial) de dados.

Amostra do Nafta é composta por Canadá, Estados Unidos e México. A amostra do CAN é composta por Bolívia, Colômbia, Equador e Peru. A do Mercosul é composta por Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai. A zona de livre comércio do Caribe (Carifta) também foi excluída do estudo por indisponibilidade de dados.

As estimações foram realizadas em Gauss utilizando uma adaptação da rotina de Beyaert e Camacho (2008). O único dado utilizado foi o produto *per capita* em US\$ constantes (Laspeyres, ano-base 2000) em periodicidade anual obtido a partir da Penn World

Table⁵³. O período estudado é 1953-2003, após as transformações das variáveis. Suas características estão resumidas na Tabela 1 a seguir para cada uma das diferentes amostras abordadas.

Tabela 1 – Resumo das Estatísticas Descritivas – PIB *per capita* (US\$, ano-base 2000) em diferentes amostras

	Número de Obsevações	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão
Américas	1122	1506,87	34875,41	6481,53	5170,92
Nafta	153	2800,96	34875,41	15040,81	8484,97
CAN	204	2041,29	6186,14	3701,75	1089,68
Mercosul	204	2036,33	11932,88	6521,27	2603,80

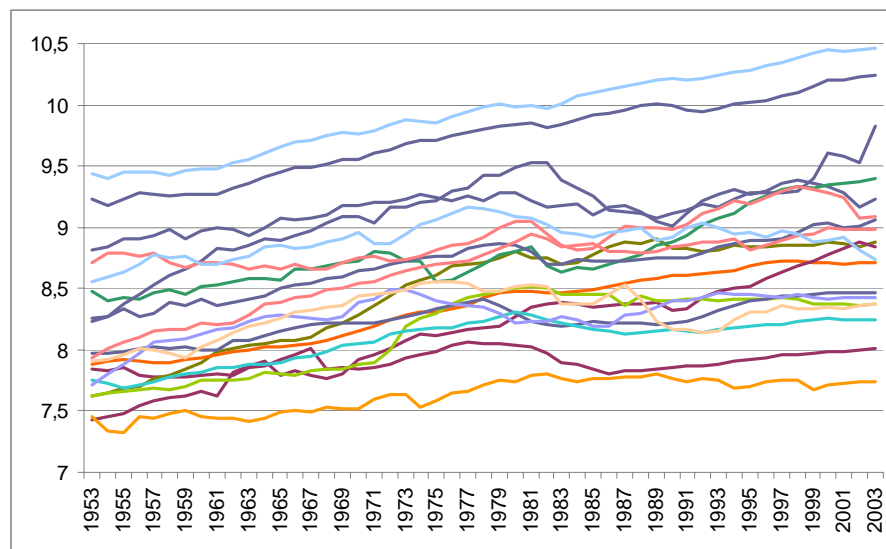
⁵³ http://pwt.econ.upenn.edu/php_site/pwt62/pwt62_form.php

4. RESULTADOS

4.1 América

A primeira das estimações é realizada para a amostra maior de países. Uma análise preliminar do Gráfico 4.1, abaixo, não mostra evidências em favor do processo de convergência; seja uma redução da dispersão das observações, seja uma tendência de crescimento em torno de um determinado valor de longo prazo.

Gráfico 4.1 – Log Natural do PIB per Capita (US\$, ano-base 2000), Américas, 1953-2003



Os resultados para a estimação podem ser resumidos segundo a Tabela 2, abaixo:

Tabela 2 – Resultado das Estimações, Américas, 1953-2003

2.a Modelo Linear	
Divergência vs Convergência	Absoluta vs Condicional
0,619	--
Divergência	--

2.b Modelo TAR					
Teste de Linearidade		País <i>Threshold</i>	d	λ	% da amostra sob o Regime I
Irrestrito 1,000	Restrito 1,000				
		VEN	2	0,5232	61,702
Teste de Convergência					
Divergência vs Convergência			Absoluta vs Condicional		
Regime I	Regime II	Ambos	Regime I	Regime II	Ambos
--	--	--	--	--	--
	--			--	

Os resultados para a estimação do modelo linear da equação (3.1) e expostos na Tabela 2.a rejeitam a hipótese alternativa de convergência entre os países da amostra, pois o p-valor obtido através de *bootstrap* para esta hipótese foi de 0,619. Acima, portanto, do p-valor máximo tolerado pelo nível de significância adotado de 90%.

Quanto às estimações do modelo TAR, o primeiro resultado a ser observado é o teste de linearidade. Este conclui fortemente contra a hipótese alternativa de não-linearidade dos dados, tanto para o teste com o modelo restrito quanto com o modelo irrestrito. A variável *threshold* selecionada pelo método de estimação é a variação da taxa de crescimento do produto per capita da Venezuela em relação à média entre grupos medida num intervalo de dois anos e o seu valor limiar é de 0,5232. Mas, como o modelo TAR foi rejeitado, esta variável não tem relevância, bem como os testes subsequentes de convergência para este modelo.

Em resumo, os resultados para a estimação nas Américas foram em favor do modelo linear e contra hipótese de convergência. Há duas possíveis interpretações para este resultado. A primeira e mais trivial é em favor dos modelos de crescimento endógeno cujas dinâmicas não prevêm o processo de convergência. A segunda é em favor dos modelos com múltiplos equilíbrios, que prevêm convergência em clubes.

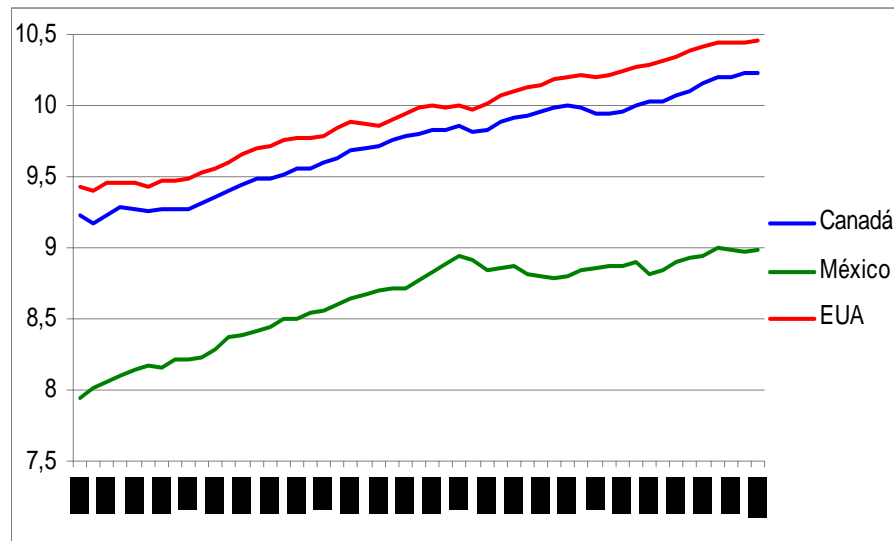
Isto porque as economias desta amostra possuem alto grau de heterogeneidade entre si. Constam nesta mesma amostra países como Canadá e EUA, de um lado, e Guatemala, Bolívia e Honduras, de outro.

É justamente com o objetivo de buscar evidências em favor de alguma das duas interpretações possíveis que foram realizadas estimações em sub-amostras mais homogêneas, aquelas formadas pelos blocos de livre comércio do continente.

4.2 Nafta

Analisando preliminarmente o Gráfico 4.2, abaixo, novamente não se percebe uma disposição à convergência entre os países que formam o Nafta; quer seja uma tendência de crescimento em torno de um valor em comum, quer seja pela redução da dispersão da amostra.

Gráfico 4.2 – Log Natural do PIB per Capita (US\$, ano-base 2000), Nafta, 1953-2003



Até a crise dos anos 1980, o México crescia a taxas maiores do que aquelas do Canadá e dos EUA. Talvez, se essa tendência de crescimento tivesse continuado, a amostra convergisse em renda per capita. Mas, a partir de então, houve uma quebra de tendência e o México passou a apresentar taxas de crescimento menores – chegando até a taxas negativas – do que os outros dois países. No ano de implantação do Nafta, em 1995, houve uma tendência de aumento da taxa de crescimento do produto per capita mexicano. Mas, durante o período amostral analisado neste estudo, essa tendência não se mostrou duradoura nem suficiente

grande para que o México voltasse a crescer em direção ao Canadá e EUA. Os resultados da estimação para o Nafta estão resumidos na Tabela 3 a seguir:

Tabela 3 – Resultado das Estimações, Nafta, 1953-2003

3.a Modelo Linear					
Divergência vs Convergência			Absoluta vs Condicional		
0,490			--		
Divergência			--		

3.b Modelo TAR						
Teste de Linearidade		País <i>Threshold</i>	<i>d</i>	λ	% da amostra sob o Regime I	
Irrestrito	Restrito					
0,460	0,569	MEX	1	-1,929	20,833	

Teste de Convergência					
Divergência vs Convergência			Absoluta vs Condicional		
Regime I	Regime II	Ambos	Regime I	Regime II	Ambos
--	--	--	--	--	--
	--			--	

A estimação do modelo linear conclui em favor da hipótese nula de divergência, pois o p-valor obtido através de *bootstrap* para a hipótese alternativa está acima do valor máximo aceito ao nível de significância adotado. Deste modo, o teste subsequente para o tipo de convergência não se aplica.

Os testes de linearidade realizados mostram resultados em favor da hipótese nula de modelo linear, pois ambos apresentam p-valor de *bootstrap* para a hipótese alternativa de modelo TAR acima do nível adotado. Assim sendo, a interpretação da variável limiar e os testes seguintes de convergência não se aplicam para este modelo.

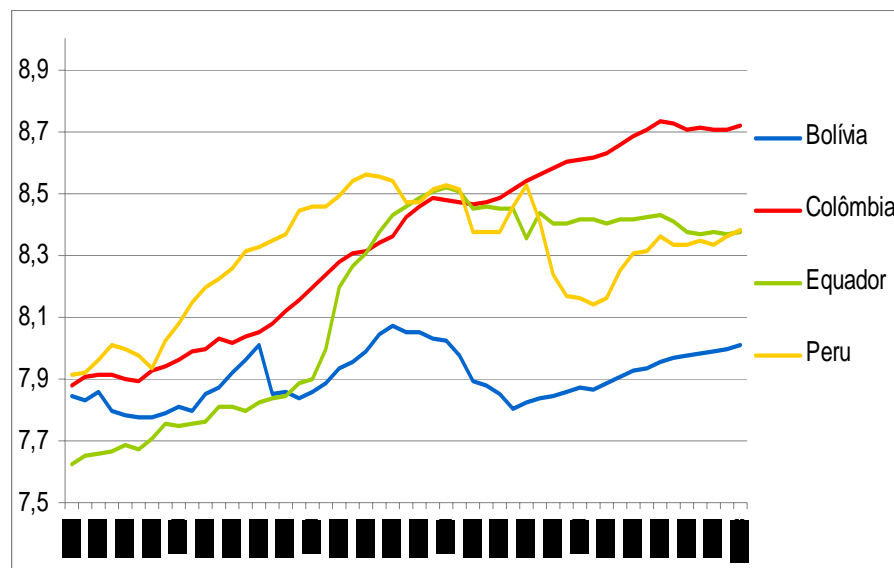
Vale-se ressaltar que estes resultados encontrados para o Nafta não são inesperados por causa das diferenças (estruturais e de renda) entre o México e os outros dois países da amostra. Em termos do modelo teórico proposto por Ben-David (1997), ou as tarifas

impostas para o comércio entre os países desse grupo não beneficiaram a economia Mexicana, ou ainda o nível de heterogeneidade destas economias é muito grande e o tempo desde a implantação deste acordo comercial foi insuficiente para gerar convergência neste sub-grupo.

4.3 CAN

Através da análise do Gráfico 4.3, abaixo, pode-se notar uma alternância de posição entre os países da amostra. O Equador passa da última posição, no início da amostra, para a segunda, ao final dela. A Colômbia passa de segundo a primeiro, enquanto o Peru passa de primeiro a segundo (juntamente com o Equador). E a Bolívia passa do terceiro ao último lugar da amostra.

Gráfico 4.3 – Log Natural do PIB per Capita (US\$, ano-base 2000), CAN, 1953-2003



No entanto, esta situação não é exatamente o que prenuncia o conceito de convergência. Este diz que aqueles países com menor nível devem alcançar, e não ultrapassar, os países com maior estoque de capital per capita. Na verdade, percebe-se claramente um aumento na dispersão da amostra ao longo do período. Muito embora convergência não implique em redução da dispersão, este aumento é uma evidência contrária a ela. Os resultados da estimação de convergência para o CAN estão resumidos na Tabela 4:

Tabela 4 – Resultado das Estimacões, CAN, 1953-2003

4.a Modelo Linear					
Divergência vs Convergência			Absoluta vs Condicional		
0,593			--		
Divergência			--		

4.b Modelo TAR						
Teste de Linearidade		País	Threshold	d	λ	% da amostra sob o Regime I
Irrestrito	Restrito					
0,075	0,058	BOL	1	-2,854	14,58	

Teste de Convergência					
Divergência vs Convergência			Absoluta vs Condicional		
Regime I	Regime II	Ambos	Regime I	Regime II	Ambos
0,383	0,088	0,296	--	0,371	--
Convergência Parcial no Regime II			Absoluta		

Os resultados da estimacão para o modelo linear mostram divergência. Todavia, os testes de linearidade mostram evidência em favor do modelo TAR. Considerando o teste com o modelo irrestrito⁵⁴, o p-valor obtido através de *bootstrap* para a hipótese alternativa do modelo TAR fica abaixo do valor máximo aceito para o nível de significância adotado de 90%. Aceita-se, portanto, o modelo TAR como o mais adequado, em detrimento do modelo linear.

A variável *threshold* é a variação da taxa de crescimento do produto per capita da Bolívia com relação à média entre grupos. Quando esta variação fica abaixo de -2,854, a amostra encontra-se no Regime I. Isto acontece em 14,58% da amostra. Os testes de convergência mostram evidência de convergência parcial no Regime II.

As hipóteses alternativas de convergência parcial no Regime I e convergência total em ambos os regimes são rejeitadas porque seus p-valores estão acima do valor máximo para o nível de significância adotado. A hipótese alternativa de convergência parcial apenas

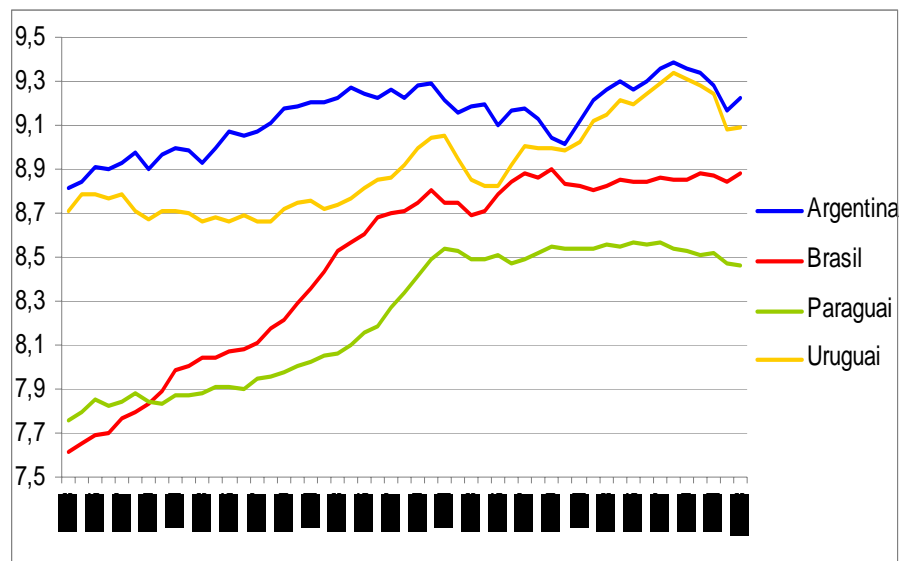
⁵⁴ Por motivo de prudência quanto aos resultados, adota-se o modelo com maior p-valor para realização da inferência, dentre o restrito e o irrestrito.

no Regime *II* é aceita. Por fim, no teste seguinte, rejeita-se a hipótese alternativa de que esta convergência é do tipo condicional.

4.4 Mercosul

Para a sub-amostra do Mercosul, ao contrário dos outros, a análise do Gráfico 4.4 mostra uma aparente trajetória de convergência entre os países. Parece haver tanto uma redução da dispersão da amostra quanto uma tendência de crescimento para um ponto de longo prazo em comum.

Gráfico 4.4 – Log Natural do PIB per Capita (US\$, ano-base 2000), Mercosul, 1953-2003



O resultados da estimação para o Mercosul estão resumidos na Tabela 5, abaixo:

Tabela 5 – Resultado das Estimações, Mercosul, 1953-2003

5.a Modelo Linear

Divergência vs Convergência	Absoluta vs Condicional
0,091 Convergência	0,674 Absoluta

5.b Modelo TAR

Teste de Linearidade			País <i>Threshold</i>	<i>d</i>	λ	% da amostra sob o Regime I
Irrestrito	Restrito					
0,070	0,077		ARG	1	-5,353	10,6383
Teste de Convergência						
Divergência vs Convergência			Absoluta vs Condicional			
Regime I	Regime II	Ambos	Regime I	Regime II	Ambos	
0,536	0,006	0,037	0,545	0,730	0,778	
Convergência Total			Absoluta			

Na estimação do modelo linear, o teste de convergência conclui a favor da sua presença sob o nível de significância adotado. O teste seguinte rejeita a hipótese de convergência condicional. Os testes de linearidade apontam o modelo TAR como o mais adequado, pois ambos os p-valores estão dentro do limite máximo adotado.

A variável *threshold* é a variação da taxa de crescimento do PIB per capita da Argentina com relação à média entre grupos e é igual a -5,353. Quando a Argentina cresce abaixo de -5,353% comparada à média entre grupos, a amostra encontra-se sob o Regime I. Isto acontece em 10,638% da amostra. A determinação da metodologia de estimação pela Argentina como variável limiar parece refletir o alto grau de volatilidade do desempenho econômico deste país nas últimas décadas.

O teste de convergência conclui pela convergência total (ambos os regimes), pois o p-valor para a respectiva estatística está abaixo do valor máximo admitido pelo nível de significância adotado. O teste seguinte conclui pela convergência absoluta em ambos os regimes, pois as hipóteses alternativas de convergência condicional foram rejeitadas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo principal testar empiricamente a hipótese de convergência de renda entre os países da América, classificar esta possível convergência como absoluta ou condicional e, ainda, checar se este processo se dá de forma linear ou não-linear. As estimações foram realizadas através da metodologia de painel dinâmico não-linear com variável limiar (*threshold*) desenvolvida por Beyaert e Camacho (2008) e painel dinâmico linear desenvolvido por Evans e Karras (1996) e seus resultados foram contrapostos.

Os países selecionados para a amostra foram Argentina, Bolívia, Brasil, Canadá, Chile, Colômbia, Costa Rica, República Dominicana, Equador, El Salvador, Guatemala, Honduras, Jamaica, México, Nicarágua, Peru, Trinidad e Tobago, Uruguai, EUA e Venezuela. O restante dos países da América foi excluído por indisponibilidade de dados. O período amostral, após a transformação das variáveis, vai de 1953 a 2003. Os dados têm periodicidade anual.

Foram realizadas estimações adicionais em sub-amostras de países separados pelo critério da formação de blocos de livre comércio do continente americano. Os blocos estudados foram Nafta (composto por Canadá, EUA e México), CAN (composto por Bolívia, Colômbia, Equador e Peru) e Mercosul (composto por Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai). O Carifta foi deixado de fora por causa da indisponibilidade dos dados para o período em questão.

Estas estimações em sub-amostras foram desempenhadas por dois motivos. O primeiro foi o de testar a hipótese de clubes de convergência na América. Como os acordos de livre comércio no continente são normalmente feitos entre países em estágio de desenvolvimento e características econômicas similares entre si, espera-se que os países de um mesmo bloco sejam mais predispostos a apresentarem convergência em clubes.

O segundo motivo foi testar a hipótese teórica proposta pela modelo de Ben-David (1997) de que o comércio externo entre os países leva ao processo de transbordamento de conhecimento (*spillover*) entre eles, e, com isso, ao processo de convergência de renda.

Os resultados obtidos para a amostra dos países da América não mostram evidência do processo de convergência em nenhum dos modelos (linear e não-linear). Este resultado era esperado por causa do alto grau de heterogeneidade dos países que compõem esta amostra. Essa heterogeneidade faz com que eles, ou não apresentem convergência, ou apresentem convergência em clubes.

Os resultados obtidos para o Nafta indicam ausência de convergência em ambos os modelos. Vale ressaltar, no entanto, que, até a crise dos anos 1980, o México apresentava taxas de crescimento da renda *per capita* em média maiores do que os outros dois países mais ricos do bloco. A partir desta crise, entretanto, há uma quebra desta tendência e a amostra se mostra divergente. Uma nova quebra na trajetória de crescimento da renda *per capita* mexicana é observada a partir do ano de fundação do Nafta, em 1995. Contudo, ou esta não se mostrou suficiente nem duradoura a ponto de reverter aquela dos anos 1980, ou o tempo de implantação do Nafta ainda não foi suficiente para que o México possa obter seus efeitos.

Os resultados alcançados para o CAN mostram evidência empírica do processo de convergência. O modelo não-linear conclui a favor da existência de convergência absoluta em um dos regimes. Este regime se caracteriza pela fração da amostra em que o PIB *per capita* da Bolívia tem variação acima de -2,85% quando comparada à média entre os países do bloco. Isto acontece em 14,58% dela.

Os resultados para o Mercosul, por sua vez, mostram a mais forte evidência em favor do processo de convergência. Ambos os modelos, linear e não-linear, concluem em favor da convergência absoluta. No modelo não-linear, os dois regimes admitem a convergência absoluta. Neste modelo, a variável limiar determinada endogenamente pela estimação é a taxa de variação do PIB *per capita* da Argentina com relação à média entre os países do bloco. Quando esta fica abaixo de -5,353, tem-se o Regime *I*. Isto acontece em 10,63% da amostra. Quando aquela fica acima de -5,353, caracteriza-se o Regime *II*. A determinação da Argentina como variável limiar parece refletir a alta volatilidade do desempenho econômico desta economia dentro do Mercosul.

Mesmo ao se utilizar uma metodologia de estimação diferente da abordagem convencional de β -convergência e σ -convergência, os resultados obtidos neste trabalho corroboram aqueles encontrados na literatura sobre o tema. Assim como os resultados

encontrados por Puyana e Romero (2004), o grupo de países do Nafta não apresentam convergência. Conclui-se também neste trabalho que os grupos de países formadores do CAN e do Mercosul apresentam convergência absoluta entre si, similar aos resultados largamente encontrados na literatura de convergência absoluta entre variadas amostras de países latino-americanos: Holmes (2005), Dobson e Ramlogan (2002), Cabrera-Castellanas e Blanca (2003), Serra *et. al* (2006), entre outros.

Por fim, é preciso ter cuidado quanto à interpretação do conceito de convergência absoluta deste estudo. Convergência absoluta em sub-amostras de países; sobretudo entre países com características tão parecidas, como é o caso do Mercosul e do CAN; não implica em convergência absoluta para os países como um todo. Pelo contrário, mostram evidência em favor do conceito de convergência em clubes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGHION, Philippe; HOWITT, Peter. A Model of Growth Through Creative Destruction. **Econometrica**, V. 60, n. 2, p. 323-352, 1992.

AZARIADIS, C.; DRANZEN, A. Threshold Externalities in Economic Development. **Quarterly Journal of Economics**, V. 105, p. 501-526, 1990.

BARRO, Robert J. Determinants of Economic Growth: A Cross-Country Empirical Study. **NBER Working Paper**, n. 5698, Cambridge, 1996.

BARRO, Robert J.; MANKIW, N. Gregory; SALA-I-MARTIN, Xavier. Capital Mobility in Neoclassical Models of Growth. **The American Economic Review**, V. 85, n. 1, p. 103-115, 1995.

BARRO, Robert J.; SALA-I-MARTIN, Xavier. Convergence. **The Journal of Political Economy**, V. 100, n. 2, p. 223-251, 1992.

BARRO, Robert J.; SALA-I-MARTIN, Xavier. **Economic Growth**. 2 ed. New York: MIT Press, 1995.

BECKER, G. S.; MURPHY, K. M.; TAMURA, R. Human Capital, Fertility, and Economic Growth. **Journal of Political Economy**, V. 98, p. SI 2-37, 1990.

BENABOU, R. Equity and Efficiency in Human Capital Investment: the Local Connection. **Review of Economic Studies**, 1996.

BEN-DAVID, Dan; LOEWY, Michael B. Free Trade, Growth and Convergence. **NBER Working Paper**, n. 6095, Cambridge, 1997.

BEN-DAVID, Dan; LOEWY, Michael B. Trade and the Neoclassical Growth Model. **Journal of Economic Integration**, 2000.

BEYAERT, Arielle. **Output Convergence: The Case of Current and Forthcoming Members of the European Union**. 2005.

BEYAERT, Arielle; CAMACHO, Maximo. **TAR Panel Unit Root Tests and Real Convergence: An Application to the EU Enlargement Process**. 2008

BOND, Stephen. Dynamic Panel Data Models: A Guide to Micro Data Methods and Practice. **CEMMAP Working Paper CWP09/02**, 2002.

CABRERA-CASTELLANOS, Luis F.; BLANCA, Garcia Alamilla. Regional Convergence in Latin America: 1980-2000. **MPRA Paper**, n. 4059, 2003.

CANER, Mehmet; HANSEN, Bruce E. Threshold Autoregression with a Unit Root. **Econometrica**, V. 69, n. 6, p. 1555-1596, 2001.

CASS, David. Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. **Rev. Econ. Studies**, V. 32, p.233-240, 1965.

DOBSON, Stephen; RAMLOGAN, Carlyn. Economic growth and convergence in Latin America. **Journal of Development Studies**, V. 38, p. 83-104, 2002.

DURLAUF, S. N. A theory of Persistent Income Inequality. **Journal of Economic Growth**, V. 1, p. 75-94, 1996.

DURLAUF, S. N.; JOHNSON, P. A. Local Versus Global Convergence Across National Economies. **NBER Working Paper**, n. 3996, 1992.

EVANS, P. Using Cross-Country Variance to Evaluate Growth Theories. **Journal of Economic Dynamics and Control**, V. 20, p.1027-1049, 1996.

EVANS P.; KARRAS, G. Convergence revisited. **Journal of Monetary Economics**, V. 37, p. 249-265, 1996.

FRIEDMAN, M. Do Old Fallacies Ever Die? **Journal of Economic Literature**, V. 30, 2129-2032, 1992.

GALOR, Oded. Convergence? Inference from Theoretical Models. **The Economic Journal**, V. 106, p. 1056–1069, 1996.

GALOR, Oded; TSIDDON, Daniel. Human Capital Distribution, Technological Progress, and Economic Growth. **CEPR Working Paper**, n 971, 1994.

GALOR, Oded; ZEIRA, Joseph. Income Distribution and Macroeconomics. **The Review of Economic Studies**, V. 60, n. 1, p. 35-52, 1993.

GROSSMAN, Gene M.; HELPMAN, Elhanan. **Innovation and Growth in the Global Economy**. New York: MIT Press, 1991.

HARROD, R. F. **Towards a Dynamic Economics**. London: McMillan, 1941.

HOLMES, Mark J. New Evidence on Long-Run Output Convergence Among Latin American Countries. **Journal of Applied Economics**, V. 8, n. 2, 299-319, 2005.

HOLMES, Mark J. Regime-Dependent Output Convergence in Latin America. **Estudios de Economía**, V. 33, n. 1, p. 65-81, 2006.

JUDSON, Ruth A.; OWEN, Ann L. Estimating Dynamic Panel Data Models: A Practical Guide for Macroeconomists. **Federal Reserve Board of Governors**, 1996.

KOOPMANS, Tjalling C. On the Concept of Optimal Economic Growth. **The Econometric Approach to Development Planning**, Amsterdam: North Holland, 1965.

KUPER, Gerard H. Convergence and Cross-Section Dynamics: Evidence from the Data. 1997

LUCAS, Robert E. Jr. On the Mechanics of Economic Development. **Journal of Monetary Economics**, V. 22, p. 3-42, 1988.

MANKIW, N.; ROMER, D.; WEIL, D. N. A Contribution to the Empirics of Economic Growth. **Quarterly Journal of Economics**, V. 107, p. 407-437, 1992.

PARIKH, Ashok; SHIBATA, Miyuki. Does Trade Liberalization Accelerate Convergence in per Capita Incomes in Developing Countries? **Journal of Asian Economics**, V. 15, n. 1, p. 33-48, 2004.

PUYANA, Alicia; ROMERO, José. Is there Convergence among the North America Free Trade Agreement Partners? 2004

QUAH, D. Galton's Fallacy and Tests of the Convergence Hypothesis. **Scandinavian Journal of Economics**, V. 95, p. 427-443, 1993.

RAMSEY, Frank P. A Mathematical Theory of Saving. **Econometric Journal**, V. 38, p. 543-559, 1928.

ROBINSON, Joan. The Classification of Inventions. **The Review of Economic Studies**, V. 5, n. 2, p. 139-142, 1938.

ROMER, Paul M. Increasing Returns and Long-run Growth. **Journal of Political Economy**, V. 94, p. 1002–1037, 1986.

ROMER, Paul M. Endogenous Technological Change. **The Journal of Political Economy**, V. 98, n. 5, Parte 2: The Problem of Development: A Conference of the Institute for the Study of Free Enterprise Systems, p. S71- S102, 1990.

SERRA, Maria Isabel; PAZMINO, Maria Fernanda; LINDOW, Geneve; SUTTON, Bennett; RAMIREZ, Gustavo. Regional Convergence in Latin America. **IMF Working Paper**, n. 06/125, 2006.

SOLOW, Robert M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. **Quarterly Journal of Economics**, V. 70, p. 65-94, 1956.

SWAN, T. W. Economic Growth and Capital Accumulation. **Economic Record**, V. 32, p. 334-361, 1956.

TSIDDON, D. A Moral Hazard Trap to Growth. **International Economic Review**, V. 33, p. 299-322, 1992.

UZAWA, H. Neutral Inventions and the Stability of Growth Equilibrium. **Review of Economic Studies**, V. 28, n. 2, p. 117-124, 1961.