



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**JOSÉ EDNALDO DE ARAÚJO FILHO**

**SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS (SDO) PARA O ENSINO DE GEOMETRIA  
PLANA: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA**

**FORTALEZA**

**2019**

JOSÉ EDNALDO DE ARAÚJO FILHO

SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS (SDO) PARA O ENSINO DE GEOMETRIA  
PLANA: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves.

FORTALEZA

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

A689s Araújo Filho, José Ednaldo.

Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de Geometria Plana: : um contributo da Engenharia Didática / José Ednaldo Araújo Filho. – 2019.

65 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2019.

Orientação: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves.

1. Situações Didáticas Olímpicas. 2. Engenharia Didática. 3. Geometria Plana. I. Título.

CDD 372

---

JOSÉ EDNALDO DE ARAÚJO FILHO

SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS (SDO) PARA O ENSINO DE GEOMETRIA  
PLANA: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves (Orientador)  
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

---

Prof.<sup>a</sup> Dra. Maria José Costa dos Santos  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Solonildo Almeida da Silva  
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

A Deus, aos meus pais e à minha irmã,  
pois sem eles não chegaria aonde  
cheguei.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, que, em todos os momentos da minha vida, está presente, guiando-me com sua luz divina.

Aos meus pais, José Ednaldo e Maria Lúcia, base da minha formação, que me guiaram pelo caminho do bem e estiveram e sempre estarão ao meu lado.

À minha irmã, Mônica Regina, pelo exemplo de dedicação ao trabalho e pesquisa.

Ao Isaac Gurgel, por sua amizade, lealdade e pelo incentivo na conclusão desse trabalho.

A todos da minha família, por sempre torcerem por mim.

Aos amigos da Escola Estadual de Educação Profissional Joaquim Antônio Albano, que se solidarizaram quando precisei deles e me apoiaram sempre.

À Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC), por investir na formação dos professores.

Aos meus colegas de mestrado, em especial, à Meirivâni, por sempre estar disposta a ajudar.

Ao Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves, por sua paciência, orientação e ensinamento durante todo o curso.

## RESUMO

As disputas de Matemática, mais conhecidas como olimpíadas de Matemática, vêm alcançando cada vez mais espaço nas instituições escolares no Brasil. Isso está acontecendo, pois essas disputas não requerem dos estudantes que eles memorizem fórmulas, mas que tenham a ciência dos conhecimentos básicos e um discernimento rápido e criativo. O processo de aprendizagem da Matemática nem sempre atinge os objetivos esperados, devido aos obstáculos e dificuldades apresentadas pelos alunos. Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo geral estruturar e propor Situações Didáticas Olímpicas (SDO) do conteúdo de Geometria Plana, no contexto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), utilizando o *software* Geogebra como um recurso auxiliar para o professor e para o aluno. Para a elaboração das SDO, utilizamos como metodologia de pesquisa as duas primeiras fases da Engenharia Didática (ED), a saber: análise preliminar e análise *a priori* em complementaridade com a metodologia de ensino, Teoria das Situações Didáticas (TSD), para elaborar dez SDO referentes aos conteúdos de Geometria Plana, utilizando as quatro fases da TSD: ação, formulação, validação e institucionalização. Vislumbramos, com essa pesquisa, apresentar aos professores do Ensino Médio uma alternativa metodológica de abordagem de problemas olímpicos. As SDO elaboradas fazem parte de um caderno de atividades que constitui o produto educacional da pesquisa.

**Palavras-chave:** Situações Didáticas Olímpicas. Engenharia Didática. Geometria Plana.

## ABSTRACT

The Mathematics disputes, which are better known as mathematics olympics, have achieved more and more space in schools in Brazil. This is happening, therefore, these disputes do not require students to memorize formulas, but it has the science of basic knowledge and a quick and creative discernment. The process of learning mathematics does not always reach the expected objectives, due to obstacles and difficulties presented by students. Thus, the work has as general objective to structure and propose Olympic Didactic Situations (ODS) of the content of Flat Geometry, in the context of OBMEP, using the Geogebra software as an auxiliary resource for the teacher and for the student. For the development of ODS, It was used as research methodology the first two stages of Didactic Engineering (DE), namely: preliminary analysis and a priori analysis in complementarity with the teaching methodology, Theory of Didactic Situations (TSD), to elaborate ten ODSs related to the contents of Flat Geometry, using the four phases of TSD: action, formulation, validation and institutionalization. It was glimpsed, with this research, to present to teachers of the Secondary a methodological alternative approach of Olympic problems. The elaborated ODSs are part of an activity notebook that constitutes the educational product of research.

**Keywords:** Olympic Didactic Situations. Didactic Engineering. Flat Geometry.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – O triângulo didático .....	30
Figura 2 – Esquema de Ação .....	32
Figura 3 – Esquema de Formulação .....	33
Figura 4 – OBMEP 2012 - 2ª Fase – Questão 4.....	46
Figura 5 – Problema abordado na OBMEP 2012.....	47
Figura 6 – Representação da construção no <i>software</i> Geogebra da SDO1.....	48
Figura 7 – Representação da construção no Geogebra da SDO1.....	49
Figura 8 – Representação do aplicativo Geogebra empregada na SDO1.....	50
Figura 9 – OBMEP 2010 - 2ª Fase – Questão 3.....	50
Figura 10 – Representação do <i>software</i> Geogebra empregada na SDO2.....	51
Figura 11 – Representação da construção no Geogebra da SDO2.....	52
Figura 12 – Representação do Geogebra na SDO2. ....	53
Figura 13 – Representação da construção no Geogebra na SDO2.....	54
Figura 14 – Representação da construção no Geogebra na SDO2.....	55

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Quantidade de instituições de ensino, alunos e municípios que foram inscritos na OBMEP até o ano de 2018.....	22
--	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABC	Academia Brasileira de Ciências
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
DM	Didática da Matemática
ED	Engenharia Didática
EM	Ensino Médio
ENCIMA	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
IREM	Instituto de Investigação do Ensino de Matemática
MCT	Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações
MEC	Ministério da Educação
MCTIC	Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PAPMEM	Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio
PE	Produto Educacional
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PIC	Programa de Iniciação Científica Jr.
PICME	Programa de Iniciação Científica e Mestrado
PO	Problema Olímpico
POTI	Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
SECIS	Secretaria de Ciência e Tecnologia para Inclusão Social
SD	Situação Didática
SDO	Situação Didática Olímpica

TSD	Teoria das Situações Didáticas
UF	Unidade da Federação
UFC	Universidade Federal do Ceará

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b> .....	<b>14</b>
<b>1.1.1</b>	<b>Objetivo Geral</b> .....	<b>14</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b> .....	<b>14</b>
<b>1.2</b>	<b>Justificativa</b> .....	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>HISTÓRICO DAS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA</b> .....	<b>17</b>
<b>2.1</b>	<b>Olimpíadas de Matemática no Ceará</b> .....	<b>19</b>
<b>2.2</b>	<b>Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)</b>	<b>20</b>
<b>2.3</b>	<b>Análise de Dissertações do PROFMAT e do programa ENCIMA</b> .....	<b>22</b>
<b>3</b>	<b>ENGENHARIA DIDÁTICA</b> .....	<b>25</b>
<b>3.1</b>	<b>Principais características da engenharia didática</b> .....	<b>28</b>
<b>3.2</b>	<b>Teoria das situações didáticas (TSD)</b> .....	<b>29</b>
<b>3.2.1</b>	<b>Dialética de Ação</b> .....	<b>32</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Dialética de Formulação</b> .....	<b>33</b>
<b>3.2.3</b>	<b>Dialética de Validação</b> .....	<b>33</b>
<b>3.2.4</b>	<b>Dialética de Institucionalização</b> .....	<b>34</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA DE PESQUISA</b> .....	<b>37</b>
<b>4.1</b>	<b>Análise preliminar</b> .....	<b>37</b>
<b>4.1.1</b>	<b>Dimensão epistemológica</b> .....	<b>38</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Dimensão didática</b> .....	<b>40</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Dimensão cognitiva</b> .....	<b>41</b>
<b>4.2</b>	<b>Análise a priori</b> .....	<b>42</b>
<b>4.2.1</b>	<b>Descrição e concepção da Situação Olímpica</b> .....	<b>45</b>
<b>4.2.1.1</b>	<b>Problema Olímpico (PO)</b> .....	<b>45</b>
<b>4.2.1.2</b>	<b>Situação Didática Olímpica (SDO)</b> .....	<b>45</b>
<b>4.2.1.3</b>	<b>Descrição das Situações Didáticas Olímpicas (SDO)</b> .....	<b>46</b>

4.2.1.3.1	Situação Didática Olímpica 1 (SDO1) .....	46
4.2.1.3.2	Situação Didática Olímpica 2 (SDO2) .....	50
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>56</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>58</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As disputas de Matemática, mais conhecidas como olimpíadas de Matemática, vêm alcançando gradativamente mais espaço nas instituições escolares no Brasil. Essas olimpíadas objetivam aprimorar o aperfeiçoamento da cultura Matemática e identificar quais alunos apresentam domínio na resolução de problemas e que demonstram uma agilidade no raciocínio. Podemos observar uma elevação gradual da presença dos estudantes nessas olimpíadas, sejam elas regionais ou nacionais. Isso está acontecendo, pois estas disputas não requerem dos estudantes que eles memorizem fórmulas, e muito menos que possuam um conhecimento integral da disciplina, mas que tenham ciência dos conceitos básicos, um discernimento rápido e um senso criativo (MARTINS, 2015).

A Olimpíada Científica é uma forma de divulgar a ciência e um meio de descobrir novos talentos. Outrossim, esse aumento no interesse por essas disputas provém delas proporcionarem uma forma de difusão, pelas instituições escolares, dos estudantes que foram premiados (BADARÓ, 2015).

De forma geral, a preparação para as Olimpíadas de Matemática ainda deixa a desejar, pois muitos alunos têm a Matemática como difícil. Podemos verificar nas avaliações escolares o alto índice de reprovações na disciplina, causando o desinteresse dos discentes.

Para os docentes, a participação nas olimpíadas é um desafio e uma forma de incentivar seus alunos a estudos individuais ou em grupos. O discente que tem o costume de participar das provas estabelece uma nova conexão com a disciplina diante dos problemas de lógica e aplicação prática que aparecem no seu dia a dia.

Diante dos resultados apresentados nos últimos anos nas Olimpíadas de Matemática, um fator que permanece evidente é a importância de preparar e motivar os alunos à participação nas olimpíadas científicas. É possível encontrar vários materiais de preparação na internet, como, por exemplo, o site da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e o Polo Olímpico de Treinamento Intensivo, que podem ser utilizados em sala de aula. Porém, poucos estão associados a um sistema de ensino e potencializados com a tecnologia computacional.

## 1.1 Objetivos

A questão que norteou a investigação deu-se perante a indigência de se oportunizar situações didáticas que possam ser aplicadas em sala de aula. Nessa perspectiva, a elaboração dessa questão, que assinala impedimentos/limitações, se propõe a resolver ou pelo menos entender e, se exequível, reproduzi-la em outras situações. Assim, buscamos responder ao seguinte problema de pesquisa: como a Situação Didática Olímpica (SDO), auxiliada pelo aplicativo Geogebra, pode contribuir para uma nova abordagem do ensino de Geometria Plana, no contexto olímpico, com alunos do ensino médio?

### 1.1.1 Objetivo Geral

Desse modo, evidenciamos como objetivo geral, estruturar e apresentar Situações Didáticas Olímpicas (SDO) do conteúdo de Geometria Plana, no contexto da OBMEP, utilizando o *software* Geogebra como um recurso pedagógico para o professor e para o aluno.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Para atender ao objetivo geral, foram estabelecidos ainda os objetivos específicos seguintes: destacar os aspectos históricos das Olimpíadas de Matemática; descrever Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de Geometria Plana; utilizar o *software* Geogebra como recurso tecnológico com o intuito de estimular o raciocínio intuitivo na resolução da SDO; e apresentar um Produto Educacional, envolvendo dez Situações Didáticas Olímpicas (SDO).

## 1.2 Justificativa

A escolha do tema baseou-se na sua importância e nas dificuldades detectadas no processo de ensino-aprendizagem. Reconhecida a dificuldade em trabalhar com as questões de primeira e segunda fase da OBMEP de Geometria



Plana com alunos do ensino médio, essa pesquisa se justifica ao propor uma nova abordagem dessas questões, utilizando a SDO associada ao aplicativo Geogebra.

O ensino de geometria, especificamente os conceitos de perímetro e área, nas séries finais do Ensino Fundamental, adquire grande importância quando se percebe como a geometria está inserida no nosso dia a dia, ao nosso redor, nas formas da natureza, nos instrumentos que usamos, nos objetos que vemos e manuseamos. A Geometria auxilia o indivíduo a descrever, interagir e compreender o espaço onde vive. Nesse sentido, seu estudo adquire relevância no aprimoramento de habilidades e na resolução de situações e problemas do cotidiano, tais como nas medidas.

A Engenharia Didática (ED) é tida como uma metodologia de pesquisa que possui como característica um diagrama prático que possibilita a constituição, o implemento e a apreciação de apresentação de instrução dentro da sala de aula (ALMOULOU, 2007). A ED é constituída por etapas abalizadas, são elas: as análises prévias ou preliminares, análise *a priori*, experimentação, análise *a posteriori* e validação.

Para Artigue (1998), é uma maneira de executar um trabalho didático em sala de aula, semelhante aos afazeres de um engenheiro que precisa de se amparar em informações específicas do campo, trabalhando também com subsídios que possuem uma maior complexidade.

A estrutura do presente trabalho está dividida em cinco capítulos. No primeiro, realizamos um breve histórico do surgimento das olimpíadas de Matemática e a dificuldade de trabalhar problemas olímpicos, evidenciando a problemática e a justificativa, mostrando a relevância na preparação para as olimpíadas científicas.

O segundo capítulo aborda um breve histórico das olimpíadas de Matemática, ressaltando o início dessas competições no Ceará e uma breve análise de trabalhos acadêmicos que se concentraram nas olimpíadas. No terceiro capítulo, apresentamos as metodologias de pesquisa e ensino que serão empregadas nesse trabalho, a saber, respectivamente, Engenharia Didática (ED) e Teoria das Situações Didáticas (TSD).

O quarto capítulo trata das duas primeiras fases da Engenharia Didática, a análise preliminar e análise *a priori*, apresentando as definições de Problema Olímpico (PO), Situação Didática Olímpica (SDO) e a descrição de duas situações

didáticas. No quinto e último capítulo, constam as considerações finais da pesquisa, destacando-se os pontos principais.

## 2 HISTÓRICO DAS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

Ao analisar a história, podemos ver que o primeiro registro da existência de uma competição que envolveu o conhecimento matemático aconteceu na cidade de Bucarest, Romênia, em 1885, tendo a participação de 70 estudantes (SOUZA NETO; VILELA, 2011).

Já ao observarmos o histórico da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), podemos ver que esta teve sua primeira edição no ano de 1979. A OBM pode ser entendida como uma competição que enfoca os alunos de todo o Brasil das escolas e universidades das redes pública e privada, os quais estão cursando a partir do 6º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, até os estudantes universitários que estão cursando uma graduação (BURIGO, 1989).

O real objetivo da olimpíada é fomentar e maximizar a realização do ensino de Matemática em todo o Brasil, levando em consideração que essa competição estimula os docentes e estudantes para que estes desenvolvam as suas habilidades matemáticas através das etapas apresentadas pela OBM. Os professores contam com essa olimpíada para conseguir elevar o interesse dos seus alunos, a fim de que eles fiquem mais focados em uma matéria que é abalizada, bem como é aquela que proporciona maior dificuldade nas instituições de ensino. Informações do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) evidenciam que somente 10% dos concludentes do Ensino Médio conseguem dominar as quatro operações matemáticas básicas (OBM, 2017).

Em um país onde somente um em cada dez jovens possui conhecimento bastante para somar, subtrair, multiplicar e dividir, descobrir alguns indivíduos que possuem talentos matemáticos excepcionais passa a ser de extrema relevância para alterar essa realidade atual (SAEB, 2017). As competições, tais como a OBM, são de extrema importância para fazer com que esses futuros cidadãos fiquem em contato com matemáticos profissionais e instituições de pesquisa dos mais elevados níveis. Esta se apresenta como uma das formas para se propiciar melhores e mais favoráveis condições para que seja possível desenvolver uma carreira de pesquisa, podendo então formar profissionais com mais capacidade a cada ano.

A OBM pode ser compreendida como um evento realizado em conjunto com o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), sendo também administrado pelo Ministério da Educação (MEC)

por meio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq/MCTI), da Secretaria de Ciência e Tecnologia para Inclusão Social (SECIS), do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Matemática (INCT-Mat), do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e, ainda, da Academia Brasileira de Ciências (ABC) (OBM, 2017).

Desde o ano de 2017, a edição da OBM passou a ser idealizada em conjunto com a OBMEP. A real intenção é a de conseguir tirar melhor proveito da utilização de recursos financeiros e humanos, intencionando também otimizar o trabalho de divulgação e fomentação da Matemática em todo o Brasil. A OBMEP unicamente se direcionava para os estudantes da rede pública de ensino, mas, atualmente, ela começou a aceitar a participação de alunos de instituições de ensino particulares. Todas essas modificações aconteceram por conta do Biênio da Matemática no Brasil 2017-2018, que foi colocado em prática através da lei federal 13.358/16 (BRASIL, 2016).

Segundo os estudos de Goes (2017), a OBMEP possui o propósito de fomentar o aprofundamento dos alunos no estudo da Matemática em todas as regiões brasileiras, podendo alterar a vida de muitos jovens e as suas trajetórias. Essa competição pode ajudar na alteração da realidade do ensino e da aprendizagem. Já os estudos de Alves (2010) apontaram as influências causadas pela OBMEP em alunos do terceiro ano do ensino médio, no qual o referido autor ainda evidenciou que a inexistência de informações mais detalhadas sobre a competição é uma relevante barreira para os alunos. Ainda no que diz respeito à OBMEP, Assunção (2011) realizou uma pesquisa de avaliação sobre a influência da OBMEP nas instituições públicas de ensino e no desempenho de alunos na Prova Brasil, fazendo também recomendações para o aprimoramento dessa política pública.

Todos os anos, até 2016, a realização da OBM ocorria em quatro diferentes níveis, fundamentando-se na escolaridade do estudante, a saber:

- a) nível 01: esse era o nível para alunos que estavam cursando os 6º e 7º anos do Ensino Fundamental (EF) – Anos Finais, até o momento do acontecimento da primeira fase da OBM;
- b) nível 02: esse era o nível para alunos que estavam matriculados nos 8º e 9º anos do EF – Anos Finais, até o instante da realização da

primeira etapa da OBM, ou que já tinham terminado essa etapa educacional durante o período decorrido de menos de um ano antes e que não tinham ingressado no Ensino Médio (EM) até o momento do acontecimento da primeira etapa da OBM;

- c) nível 03: estudantes que estão em qualquer ano do EM, devidamente matriculados, até o instante da realização da primeira etapa da OBM ocorrer ou que tenham finalizado esse nível educacional antes de completar um ano desse término, ou ainda que não ingressaram no ensino superior até a data que ia acontecer a primeira etapa da OBM;
- d) nível universitário: esse nível é para alunos que ainda não tinham se formado no nível superior. Esses participantes possivelmente se encontravam em qualquer curso e qualquer período do ensino (OBM, 2017).

No que diz respeito aos prêmios que eram oferecidos aos alunos participantes que alcançavam as mais elevadas pontuações finais, havia as medalhas de ouro, medalhas de prata e medalhas de bronze. As quantidades de medalhas que eram ofertadas se fundamentam na proporção 1: 2: 3. Essa referida banca é capaz ainda de proporcionar, a seu critério, menções honrosas.

## **2.1 Olimpíadas de Matemática no Ceará**

Durante mais de duas décadas, o estado do Ceará foi capaz de se destacar nas Olimpíadas de Matemática (OBM), bem como na Olimpíada Cearense de Matemática, pelo Projeto Leituralizar e Numeratizar. De acordo com os estudos de Barbosa (2005), professor da Universidade Federal do Ceará (UFC), o projeto de Olimpíadas nasceu pela necessidade de alcançar melhorias para a qualidade do ensino do estado, por conta dos índices extremamente baixos da educação no Brasil, fato que compromete o futuro do desenvolvimento do país, especialmente devido ao baixo nível em que o ensino de Matemática até o momento era proporcionado.

No ano de 2003, o Governo do Estado do Ceará começou a idealizar o Projeto de Letras e dos Números – Leituralizar e Numeratizar. Durante o segundo semestre desse mesmo ano, foi realizada a sua primeira olimpíada. O sucesso foi tanto que resultou na ação da Prefeitura de Fortaleza em elaborar um projeto muito

semelhante. Entretanto, além de se concentrar em Português e Matemática, este ainda acrescentou a disciplina de Ciências. Esses dois projetos possuíam o propósito de elaborar estratégias que tornasse possível atingir melhorias para o aproveitamento do ensino de Matemática na Educação Básica (MACIEL; BASSO, 2009).

Os alunos que participaram desse projeto são estudantes de inúmeras cidades do estado do Ceará, ocasião em que os que foram premiados tinham a chance de fazer parte de um treinamento de Olimpíada. Outro fator é que o estado, tal como a cidade de Fortaleza, seria capaz de realizar um estudo qualitativo populacional das instituições de ensino que fazem parte da sua rede.

Diante das informações do Numeratizar e das Olimpíadas, o Governo Federal, no ano de 2005, por meio do vice-presidente da SBM, João Lucas Barbosa, e também do secretário de Ciência e Tecnologia e Ensino Superior do Estado, Hélio Barros, elaborou uma das mais relevantes ações governamentais com a intenção de tornar melhor o ensino de Matemática no Brasil (BARBOSA, 2005), idealizando então a OBMEP, tornando possível a identificação de novos talentos dentro da rede e fomentando, nas instituições de ensino, a qualidade que a Matemática merece.

Durante a primeira edição realizada da OBMEP, inúmeras instituições de ensino foram inscritas. A quantidade de estudantes participantes foi muito alta. Cocco (2013) responsabiliza a evidenciação desses números, pois ele apontava uma proposta de revelação de talentos, proporcionando a possibilidade de que estes atuassem nas áreas científicas e tecnológicas, através das premiações que são oferecidas aos alunos, professores, escolas, municípios e coordenadorias.

## **2.2 Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**

A OBMEP é realizada desde o ano de 2005 pelo Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT) e também pelo Ministério da Educação (MEC). A aplicação é de responsabilidade do IMPA e recebe ainda o apoio da SBM, apresentando, dentre os mais importantes objetivos, ser capaz de fomentar a realização do estudo de Matemática entre os estudantes das instituições públicas de ensino, auxiliar para o alcance de melhorias na qualidade da Educação Básica e poder encontrar jovens de maior talento.

Nesse sentido, percebe-se:

A OBMEP é uma política pública mundialmente reconhecida, uma das maiores iniciativas governamentais voltadas ao processo de ensino-aprendizagem em matemática, visando melhorar a motivação, o interesse e o desempenho dos alunos nas escolas públicas brasileiras (CENTRO DE GESTÃO E ESTUDOS ESTRATÉGICOS, 2011, p. 13).

Desde o ano de 2017, as instituições de ensino particulares também podem fazer parte da OBMEP. Essa referida Olimpíada ocorre em duas etapas diferentes. No tocante à primeira etapa, todos os estudantes que se inscreveram no evento realizam a prova; já na segunda etapa, classificam-se 5% dos alunos que foram capazes de alcançar o número de acertos mais elevados.

Essas provas devem ser classificadas em níveis, que são: nível I (6º e 7º ano), nível II (8º e 9º ano) e nível III (1º, 2º e 3º ano do Ensino Médio). Todos os anos, ocorre um aumento na quantidade de instituições de ensino e estudantes inscritos no projeto. A edição de 2018 alcançou o número de 54.498 instituições, 18.237.996 de estudantes, em cerca de 99,44% dos municípios brasileiros. Através desse projeto, puderam ser elaborados os seguintes programas de apoio ao ensino de Matemática: Banco de Questões e Provas Antigas, Portal Clubes de Matemática, Poti – Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo, PICME – Programa de Iniciação Científica e Mestrado (OBMEP, 2018).

No ano de 2011, o MCT fez a avaliação do impacto causado pela OBMEP nas instituições de ensino públicas e para estudantes que efetuam a Prova Brasil, com aplicação de questionários que se direcionam a gestores, professores, pais e alunos.

Sendo assim, os resultados deste estudo evidenciam que:

O efeito das Olimpíadas pode ser devido ao fato de que uma escola que é capaz de se organizar para participar efetivamente da OBMEP tenha um projeto mais sólido e efetivo de ensino de matemática, que por sua vez, enseja um melhor desempenho de todos os seus alunos nos testes de matemática da Prova Brasil (CENTRO DE GESTÃO E ESTUDOS ESTRATÉGICOS, 2011, p. 92).

Dessa maneira, a OBMEP proporcionou uma premiação durante o ano de 2018 de, aproximadamente, 54.121 estudantes, na qual esses prêmios eram medalhas de ouro, prata e bronze e 46.646 certificados de menção honrosa.

Tabela 1 – Quantidade de instituições de ensino, alunos e municípios que foram inscritos na OBMEP até o ano de 2018.

<b>Ano</b>	<b>Escolas (1ª fase/ 2ª fase)</b>	<b>Alunos (1ª fase/ 2ª fase)</b>	<b>Municípios (1ª fase/ 2ª fase)</b>
<b>2005</b>	31.031/ 29.074	10.520.831/ 457.725	93,5%/ 91,9%
<b>2006</b>	32.655/ 29.661	14.181.705/ 630.864	94,5%/ 92,4%
<b>2007</b>	38.450/ 35.483	17.341.732/ 780.333	98,1%/ 96,9%
<b>2008</b>	40.397/ 35.913	18.326.029/ 789.998	98,7%/ 96,9%
<b>2009</b>	43.854/ 39.387	19.198.710/ 841.139	99,1%/ 98,1%
<b>2010</b>	44.717/ 39.929	19.665.928/ 863.000	99,1%/ 98,3%
<b>2011</b>	44.691/ 39.395	18.720.068/ 818.566	98,9%/ 98,1%
<b>2012</b>	46.728/ 40.770	19.166.371/ 823.871	99,4%/ 98,5%
<b>2013</b>	47.144/ 42.480	18.762.859/ 954.926	99,3%/ 98,8%
<b>2014</b>	46.711/ 41.302	18.192.526/ 907.446	99,4%/ 99,4%
<b>2015</b>	47.581/ 42.316	17.971.085/ 889.018	99,4%/ 97,6%
<b>2016</b>	47.474/ 43.232	17.839.424/ 913.889	99,5%/ 99%
<b>2017</b>	53.231/ 49.617	18.240.497/ 941.630	99,5%/ 99,2%
<b>2018</b>	54.498/ 50.183	18.237.996/ 952.782	99,4%/ 98,9%

Fonte: OBMEP (2018).

Podemos inferir da Tabela 1 que, desde a primeira edição, o número de municípios participantes, alunos e premiações têm aumentado consideravelmente. Verificamos que o aumento mais expressivo ocorreu no ano de 2017, pois nessa ocasião as escolas da rede privada foram convidadas a participar da competição que antes era restrita somente aos alunos da rede pública de ensino. Em 2018, o estado do Ceará totalizou 372 medalhas (ouro, prata e bronze) e 2.579 certificados de menção honrosa (OBMEP, 2018).

### **2.3 Análise de Dissertações do PROFMAT e do programa ENCIMA**

Ao averiguarmos diversos estudos realizados que se concentraram no tema das Olimpíadas de Matemática (OM), encontramos algumas pesquisas científicas que analisaram a olimpíada como sendo uma maneira de proporcionar um fortalecimento da Matemática escolar.



Cocco (2013), Souza (2013) e Todeschini (2012), através dos seus trabalhos, afirmam a relevância que a OBMEP possui, sendo essa uma forma para realizar uma avaliação nacional em uma elevada escala, levando em consideração que é um útil indicador para as instituições de ensino.

As pesquisas de Sousa Neto (2012) evidenciam as OM como uma “estratégia para proporcionar uma valorização do campo da matemática”; os estudos de Alves (2010) analisam a influência causada pela Olimpíada de Matemática para os estudantes das Instituições de Ensino Públicas que fazem parte desses eventos. Outros ainda ficaram focados em dar respostas para inúmeros problemas olímpicos, como as dissertações produzidas no Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), apresentando estratégias para a solução, assim como os estudos de Victor (2013), Américo (2013), Souza (2013) e Carvalho Júnior (2013).

Note-se ainda que as pesquisas aqui mencionadas não possuem a intenção de elaborar um raciocínio do estudante, por meio de ferramentas determinadas, mas somente solucionam algumas questões olímpicas, não evidenciando de maneira antecipada quais devem ser os conhecimentos prévios que o estudante precisa ter para que ele seja capaz de conseguir trilhar caminhos que o levem para a solução das questões.

Ao realizar uma busca no banco de teses e dissertações da CAPES e no repositório do PROFMAT, com ênfase nas OM e Situações Didáticas, destacam-se a dissertação de Oliveira (2016), discente do programa de Mestrado ENCIMA, as dissertações de Andrade (2018), Santos (2018) e Oliveira (2016), que além de abordar as OM, utilizam SDO para a idealização de situações didáticas.

Oliveira (2016) utiliza a Teoria das Situações Didáticas como metodologia de ensino e idealiza a noção de “Situação Didática Olímpica”. Nesse trabalho, foram expostas situações didáticas envolvendo questões da OBMEP. Andrade (2018) buscou informações junto aos professores do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC), que fazem parte do PIBID. Os professores elaboraram SDO, utilizando as questões da OBMEP, prevendo possíveis atitudes de alunos de Ensino Médio. A autora concluiu que as SDO contribuíram para o desenvolvimento na formação dos professores.

Portanto, podemos concluir dos achados que, nas dissertações encontradas, não há uma metodologia de pesquisa ou ensino empregada diferente da convencional. O foco das dissertações encontradas recai sobre a resolução de

questões de olimpíadas pelo método tradicional já conhecido, ou seja, elaborar listas de exercícios, usar videoaulas, lousa e pincel, entre outros procedimentos, nos quais o aluno não participa do processo de construção do raciocínio para solucionar o problema.

### 3 ENGENHARIA DIDÁTICA

Na educação Matemática, existe uma tradição de pesquisa que dá um papel central ao *design* das sessões de educação e sua experimentação nas classes. A Engenharia Didática (ED), que surgiu no início dos anos 80 e se desenvolveu continuamente desde então, é uma forma importante adotada por essa tradição. Na comunidade educacional, denota principalmente um mecanismo de análise baseada no projeto controlado e experimentação de sequências de instrução, adotando um modo interno de validação baseado na comparação entre as análises *a priori* e *a posteriori* a estes. Para Alves (2017, p.197), essa metodologia “foi pensada e formulada para o ensino de Matemática”, motivo pelo qual despertou o nosso interesse por essa metodologia. No entanto, desde o seu surgimento, a expressão ED também tem sido utilizada para denotar atividades de desenvolvimento, referindo-se ao desenho de recursos educacionais baseados em resultados de pesquisas ou construções e ao trabalho de engenheiros didáticos.

O procedimento da ED passou a existir devido à tendência denominada como Didática da Matemática (DM). O autor Douady (1990) expõe, como sendo definição de DM, o campo do conhecimento que analisa o procedimento de transmitir e adquirir diversos e divergentes conteúdos no ensino, seja ele básico ou universitário, colocando como propositura a de descrever e esclarecer os acontecimentos que estejam relacionados ao processo de ensino/aprendizagem, especificando a Matemática. Contudo, a DM não é reduzida a estudar, examinar um bom modo, por exemplo, o processo de ensinar uma determinada noção ou conceito particular.

A ED passou a existir no decorrer das discussões desenvolvidas no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM), na França, no término dos anos 60. No seu início, o IREM buscava um complemento no desenvolvimento e aprimoramento dos docentes de Matemática e também a produção de elementos para servir de suporte para as aulas em classe, destacando-se a produção de atividades, jogos, problemas, exercícios, entre outros.

A ED é explicada pelos autores citados como detentoras de duas funções: ela pode ser usada como procedimento qualitativo de pesquisas no campo da Matemática, mas é também profundamente proficiente para quando se elaboram os eventos didáticos que conformem um cenário de aprendizado significativo em aulas.

Neste texto, tomaremos como base as quatro fases presentes na Engenharia Didática, cuja exposição permite prover o professor de referencial propício e motivador para conceber, aplicar e, posteriormente, analisar algumas tarefas didáticas: introduzir um novo conceito e desenvolver diversas estratégias, conforme sugere Brousseau (2006).

Posteriormente, analisando-se a legitimidade dos atos desenvolvidos, Brousseau, um dos primeiros autores e exploradores da DM, “[...] propôs o estudo das condições nas quais são constituídos os conhecimentos; a administração destas qualidades consentiria reportar e aprimorar os métodos de obtenção da informação escolar.” (GÁLVEZ, 1996, p. 26).

Na perspectiva de Brousseau (1999), a DM deveria se centrar nas práticas didáticas que tem como desígnio a instrução no que possui de característico: os saberes matemáticos. Dentro desta concepção, a DM deve oferecer elucidações, conceituações e a parte teórica, bem como as maneiras de prever e analisar, acrescentando as decorrências relativas aos desempenhos cognitivos dos estudantes (fazendo referência a certos aspectos da produção do autor e educador Piaget), e também as espécies de circunstâncias empregadas e as ocorrências da interlocução do conhecimento.

Sobre a estruturação da Engenharia Didática, Alves e Dias (2018) deixam claro que essa metodologia possui duas tendências diferentes:

Engenharia Didática clássica ou de 1ª geração (ED1), compreendida como uma metodologia que visa o estudo dos fenômenos didáticos, que possam permitir os fenômenos em sala de aula, bem como, uma perspectiva de ED, visando o desenvolvimento de recursos de formação que, segundo a tradição, tem recebido a denominação de Engenharia Didática de 2ª geração (ED2) (ALVES; DIAS, 2018, p.197).

A ED é dividida em quatro fases de investigação, são elas: a análise prévia; a análise *a priori*; a experimentação; a análise *a posteriori*; e a validação.

Na análise prévia, observamos de forma detalhada o problema em questão, já pensando em possíveis soluções. A estudiosa Carneiro (2005), inspirada em Artigue (1995), defende que “[...] análises prévias, é estruturada com objetivos de analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, para propor uma intervenção que modifique para melhor a sala de aula usual.” (CARNEIRO, 2005, p. 100).

Artigue (1995) subdivide essa fase em três dimensões: a dimensão epistemológica, que analisa o saber e o conhecimento em jogo; a dimensão cognitiva, que se refere aos aspectos cognitivos do público ao qual se dirige o estudo em questão; e, finalmente, a dimensão didática, que aborda o sistema de ensino a ser estudado. Nesse momento, estrutura-se o que foi elaborado/pensado na dimensão cognitiva.

A autora propõe que:

[...] um dos pontos de apoio essenciais da concepção reside na fina análise prévia das concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros tenazes, e a engenharia é concebida para provocar, de forma controlada, a evolução das concepções (ARTIGUE, 1995, p. 202).

Após a análise prévia, passa-se para a análise *a priori*. Nessa fase, o pesquisador define as variáveis de comando. É importante destacar que o ponto principal é focar no comportamento esperado pelos alunos envolvidos. Essa fase envolve duas variáveis, a macrodidática ou global, que é a organização global da engenharia, o que se busca, no geral, com essa investigação, e a microdidática ou local, que está relacionada ao conteúdo a ser trabalhado. É a organização da aplicação da prática.

Artigue (1995) defende que “tradicionalmente, esta análise, que comporta uma parte descritiva e uma parte preditiva, é uma análise centrada nas características de uma situação a-didática que se pretendeu constituir e que se vai procurar devolver aos alunos.” (ARTIGUE, 1995, p. 205).

É nessa fase que são feitas as escolhas e a organização da execução da prática em questão, aula a aula, para encaminhar a futura investigação, bem como as construções das possíveis hipóteses a serem verificadas na experimentação. Nesta pesquisa, optamos pela metodologia da escrita na aula de Matemática como ferramenta de ensino.

Após essa fase de organização, detalhando o que será aplicado, passa-se para a terceira fase, que é a experimentação, em que se coloca em prática aquilo que se planeja para a aplicação no projeto. Artigue (1995) explica que “esta fase que se apoia no conjunto dos dados recolhidos quando da experimentação: observações realizadas nas sessões de ensino, mas também produções dos alunos na sala de aula ou fora dela.” (ARTIGUE, 1995, p. 208).

A experimentação é seguida pela fase denominada de análise *a posteriori*, que é o conjunto dos dados/informações que foram recolhidos durante a experimentação. E, finalmente, a validação, que ocorre “[...] no confronto das duas análises, *a priori* e *a posteriori*, em que se funda essencialmente a validação das hipóteses envolvidas na investigação.” (ARTIGUE, 1995, p. 208). É nessa fase que se confrontam as ideias pensadas e organizadas com o que foi vivenciado, validando ou não o experimento na sala de aula.

### **3.1 Principais características da engenharia didática**

Para Brousseau (1999), as conjunturas didáticas são uma gênese artificial análoga àquela que originou o saber, de modo que a aprendizagem dos sujeitos agentes (os alunos) ocorre por adaptação, assimilação e equilibração, tal como designou Piaget, originadas nas etapas de “[...] selecionar, antecipar, executar e controlar as estratégias que aplica à solução dos problemas formulados pela sequência didática.” (GÁLVEZ, 1996, p. 32).

Segundo Brousseau (2006), as principais características dos eventos didáticos são:

- a) os alunos aceitam se responsabilizar pelo fazer e pela organização da situação-problema, como um projeto pessoal;
- b) ela é elaborada para se obter certo conhecimento que é parcial ou totalmente possível de ser alcançado pelo aluno;
- c) acredita-se que o estudante tome decisões, teste-as e modifique-as quando necessário para adequá-la a busca da resposta correta;
- d) existe uma estratégia de base disponibilizada pelo repertório de conhecimento dos alunos que permita uma solução local ou uma solução parcial que inicie o incremento da atividade;
- e) a eficácia e a viabilidade dependem das variáveis didáticas de comando que o educador convenientemente deve escolher e utilizar na concepção das atividades;
- f) envolvem uma socialização que pode ocorrer de três modos; comunicação e negociação entre pares, com o jogo/problema e, eventualmente, em caso de extrema necessidade, com o professor;

- g) é elaborada para que o estudante perceba que o novo conhecimento almejado é o meio mais eficaz para encaminhar e resolver a situação;
- h) permite a construção do conhecimento, o que equivale a compreensão de sentido para o estudante.

Assim, conforme Gálvez (1996), a conjectura de Brousseau (1999) elucida a consistência das proporções epistemológicas, cognitivas e sociais na área da Educação Matemática, consentindo a compreensão dos intercâmbios sociais que acontecem em classe entre educandos e educadores, as circunstâncias e a maneira como a informação matemática seja capaz de ser assimilada, constituindo que a administração destas circunstâncias consentiria na reprodução e otimização dos processos de assimilação da ciência matemática na escola.

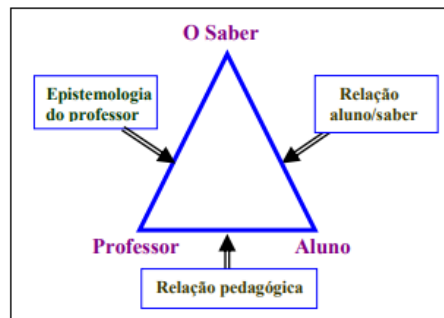
Almouloud (2007) recomenda como desígnio essencial da DM a particularização de um método de aprendizado através de uma sequência de ocorrências que podem ser reproduzidas, as quais são nomeadas como SD, que constituem as condições categóricas para o amadurecimento do desempenho dos estudantes. Portanto, “[...] o elemento que centraliza o estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, onde são caracterizadas as influências mútuas entre educador, o educando e o conhecimento.” (ALMOULOUD, 2007, p. 32).

Ao propor um repensar na didática da instrução da matemática por meio das conjunturas didáticas, Brousseau (1999) buscou caracterizar os papéis do aluno, do docente e do saber frente às situações de aprendizagem em Matemática.

### **3.2 Teoria das situações didáticas (TSD)**

Para dar uma forma a TSD, Brousseau (1999) sugere o método didático *stricto sensu* ou o triângulo didático (Figura 1), que permite três componentes: o aluno, o professor e o saber, elementos constitutivos de uma analogia ativa e intrincada, a analogia didática, que tem importância nas relações entre o educador e os estudantes, considerados os componentes humanos, mediados pelo saber, ou conhecimento, os componentes não-humanos, os quais definem a maneira como tais interações irão se desenvolver.

Figura 1 – O triângulo didático



Fonte: Adaptado de Pommer (2013) pelo autor.

Conforme relatam Menezes, Lessa e Menezes (2006), o educador e o educando têm um relacionamento assimétrico em afinidade ao conhecimento. Nesse contexto, a expectativa no que diz respeito ao relacionamento didático é alterar esse cenário inicial do educando em associação ao conhecimento. E isso adjudica ao educador uma função essencial nesse relacionamento didático: principiar o educando ao saber científico novo, que Brousseau (1999) demanda como plausível de se possibilitar por meio de conjunturas de instrução favoráveis.

Para Brousseau (1999), o padrão de pesquisa da ED requer do pesquisador/professor a participação e apreciação das conjunturas didáticas. Um elemento essencial da SD é sua intencionalidade de ser construída para que o estudante aprenda.

Segundo a DM, é função do educador bancar uma dupla função cíclica:

- a) procurar situações de aprendizagem em que os estudantes consigam executar dando direção à informação, ao descrever uma conjuntura e personalizar o conhecimento, em uma atividade na qual vivencie a informação pela ação do próprio aluno;
- b) ajudar os estudantes a descontextualizar e despersonalizar as informações conhecidas, de maneira análoga como realizam os matemáticos, o que conduz a tornar as elaborações dos educandos eventos globais para que possam ser utilizados novamente em outros casos e conjunturas.

Após o descontextualizar e despersonalizar do saber, novamente, outras situações são empregadas diante do aluno, para que mais uma vez ocorra uma falta de equilíbrio que permita ao educando prosseguir em seus conhecimentos,



contextualizando e descontextualizando. Esse entendimento do modo de atuação do educador é importante, visto que é comum no professor “[...] a tentação de pular estas duas fases e ensinar diretamente o saber como objeto cultural, evitando este duplo movimento. Neste caso, apresenta-se o saber e o aluno se apropria dele como puder.” (BROUSSEAU, 1999, p. 49).

Brousseau (1999) coloca que o educador deve inicialmente propor situações para colocar o aluno de modo dinâmico perante de uma circunstância, de modo análogo à atuação de construção de um matemático. Para isso, nas situações organizadas pela educação: “[...] a resposta inicial que o estudante pensa frente à pergunta formulada não deve ser a que desejamos ensinar-lhe: se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem.” (BROUSSEAU, 1999, p. 49).

Ainda, Brousseau (1999) assevera que o retorno do início baseado em informações precedentes consentirá ao educando obtemperar, em parte, à questão proposta. Ocorre, então, um desconcerto, que incentivará o educando a procurar por transformações na tática inicial por meio de acomodamentos em seu processo de informações, modificações estas instigadas pela circunstância e que vão ser o combustível para a sua nova aprendizagem. Nesse contexto, a tarefa do educador é “[...] sugerir ao educando uma circunstância de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor.” (BROUSSEAU, 1999, p. 49).

Na circunstância educacional sugerida por Brousseau (1999), o educando enfrenta ocasiões que o educador elabora intencionalmente, situadas em um ambiente propício de jogos e problemas, contexto esse que deve propiciar o estímulo necessário e convidar os alunos a tomar a iniciativa para a busca de informação. Contudo, os educandos, no início, não precisam notar as pressuposições didáticas envolvidas no componente do estudo, ou seja, o que se está instruindo e o que se almeja que este ensinamento deva fazer com que o aluno aprenda, a não ser pelo sucesso que a atividade gerará.

De acordo com Brousseau (1999), a devolução da questão didática (não do objeto de ensino) é uma circunstância essencial. O retorno tem a significação do reconhecimento do educando, do dever e da obrigação em buscar uma resolução para a questão, o jogo ou problema sugerido, bem como pela compreensão de que

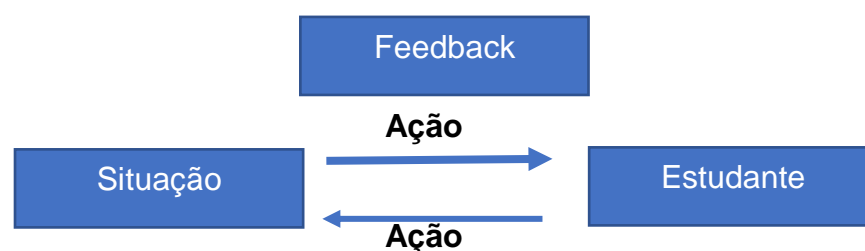
o educador formou uma circunstância capaz de ser encontrada a solução, ao menos parcialmente, que vá ao encontro dos saberes precedentes que o educando tenha. De tal modo, realizado o retorno, a circunstância sugerida se transforma no problema do educando, o que situa uma condição essencial para que ele adquira conhecimento: o papel ativo e compromissado do aluno perante uma circunstância para aprender.

A eficácia de uma SD é que os alunos têm a responsabilidade para resolver o problema, e o professor deu a eles essa responsabilidade. Alunos recebem a liberdade de construir seu próprio conhecimento. Brousseau identifica quatro tipos de situação, nomeadamente, ação, formulação, validação e institucionalização (WISDOM, 2014).

### 3.2.1 *Dialética de Ação*

Nesta etapa, cada aluno se depara com um problema. Os discentes compartilham com outros alunos, professores e o ambiente. Brousseau (2008) define o meio como tudo o que afeta os alunos dentro de uma situação de ação, tudo o que atua sobre o aluno ou que ela atua é chamado de "meio" (BROUSSEAU, 2008). Os alunos desenvolvem suas próprias técnicas para encontrar uma solução.

Figura 2 – Esquema de Ação



Fonte: elaborada pelo autor.

Os alunos tomam decisões sobre a solução do problema, processo pelo qual eles formam uma estratégia de como será o método para resolver o problema. Os estudantes começam a procurar soluções, geram hipóteses e determinam qual estratégia é evidenciada por novas experiências. Durante o desenvolvimento da situação didática, o professor poderá fazer “reinvestimentos”, segundo Alves (2016), instigando os alunos, porém sem dar a resposta. A interação entre o aluno e o meio (os outros alunos, o contexto do problema, professores) é útil para elaborar algumas

das estratégias, chamada "didática da ação". Nessa fase, estudantes constroem modelos implicitamente: um conjunto de regras e relações para tomar uma nova decisão sem ser reconhecido ou exigido para ser divulgado explicitamente (MANNO, 2006).

Piaget considera confusão cognitiva e contradições muito importantes na mudança na mente de alguém. Confusão e conflitos ocorrem durante uma discussão de classe em que a ênfase está no pensamento e no raciocínio dos alunos. Esse caso surgiu de ideias ou de uma resposta mista apresentada por crianças (WOOD, 1999).

### 3.2.2 *Dialética de Formulação*

Essa etapa dá aos alunos a oportunidade de criar seus próprios modelos implicitamente e revela uma estratégia com palavras que podem ser entendidas por outros alunos, discutindo e argumentando, para que outros estudantes aceitem sua explicação. Em dois sentidos, comunicação entre os alunos e direcioná-los para uma estratégia (MANNO, 2006). Estratégias que obtêm o acordo dos argumentos que apresentam em uma discussão.

Figura 3 – Esquema de Formulação



Fonte: elaborada pelo autor.

### 3.2.3 *Dialética de Validação*

A validação é um processo que traz a ideia do "teorema do estabelecimento" (BROUSSEAU, 2008). Os professores devem começar do que é conhecido e terminar com conhecimento da matemática através do processo de construção (KISLEKO, 2005).

Os discentes são obrigados a solucionar o problema e fazer uma explicação completa de como isso foi usado para resolver o problema. A conclusão de um estudante pode ser aceita ou rejeitada pelos outros alunos. No grupo, todos

os alunos têm a mesma oportunidade de discutir suas estratégias e hipóteses de que concordam com o teorema (MANNO, 2006).

A SD guia-os através de um processo para garantir que eles usem as estratégias certas. Dessa forma, a falha é o ponto de partida, o processo de construção de conhecimento. Nessa etapa, o professor pode influenciar os estudantes (dialética de validação). Brousseau (2008) explica que esta etapa pode servir como um meio para comunicar explicitamente para os alunos e como um meio para aprender a construir o raciocínio lógico baseado em evidências. Quanto aos próprios professores, propor teoremas e estratégias no quadro é uma maneira de demonstrar uma compreensão do conteúdo exposto pelos professores de Matemática (KISLENKO, 2005).

#### **3.2.4 *Dialética de Institucionalização***

Nessa etapa, o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber (ALMOULOUD, 2007, p.37-40). A institucionalização é basicamente o processo que permite que os alunos mudem o conhecimento prévio sobre novos conhecimentos por meio do fortalecimento de um professor que lhes dá o valor da verdade e permite-lhes usar o novo conhecimento para resolver o próximo problema (BROUSSEAU, 2008).

Alves (2016, p.94), afirma, que nessa fase, “a ação do professor deverá depurar com o grupo uma síntese de todos os dados coligidos e aventados nas fases dialéticas anteriores”.

Com base na TSD, os professores desempenham um papel importante no contexto do ensino didático. O triângulo na criação de uma SD resulta em um processo de aprendizagem nos alunos. Em outras palavras, um professor precisa ter a capacidade de criar um relacionamento didático (relações didáticas) entre o aluno e os materiais didáticos, de modo a criar uma situação ideal para estudantes. Situações didáticas projetadas pelo professor que façam os alunos aprenderem alguma coisa. As situações de aprendizagem criadas, realmente, encorajam os alunos a aprender a discutir várias estratégias, e, em outras, tão inconscientemente, os alunos redigem conceitos matemáticos.

Há três características TSD, segundo Artigue (1995, p. 48), a saber:

a) ênfase em matemática e epistemologia;

- b) o conhecimento da Matemática nos permite agir sobre o meio ambiente, mas o poder da Matemática pragmática, dependendo da linguagem específica que foi criada na forma de validação. Essas características são refletidas em três situações diferentes, nomeadamente, a situação de ação, formulação e validação;
- c) com base na dimensão cognitiva dos alunos, o processo de fusão de adaptação e aculturação. Brousseau (2008) afirma que os alunos aprendem a se ajustar ao ambiente que poderia levar a contradições, dificuldades e equilíbrio, como foi o caso, em geral, em humanos. Conhecimento é o resultado da adaptação dos alunos, que irá formar neles o conhecimento para estabelecer a resposta ou novas ideias que deem razão para eles aprenderem.

Na TSD, existem dois processos muito importantes que estão na forma de uma adaptação, independente da situação e do ambiente didático, que são a aculturação na forma de situações didáticas e o contato didático (ARTIGUE, 1995). No contrato, existem duas regras didáticas, nomeadamente, devolução e institucionalização (ARTIGUE, 1995).

A SD é o ambiente entrelaçado com a visão da aprendizagem como um processo de adaptação e que visa otimizar o processo. A realização desses objetivos veio da interação de estudantes com o meio, que é um sistema no qual os alunos interagem de forma didática com a situação e um lugar para professores e pesquisadores desempenharem um papel importante projetando para o meio. Esse sistema envolve muitos elementos, incluindo uma variedade de materiais, meios instrucionais (calculadora, computador, vários tipos de itens) e aqueles que têm seus respectivos papéis.

O processo de aprendizagem é estruturado para ser um processo de adaptação, portanto, o meio deveria ser uma fonte de contradição, desequilíbrio e construção do conhecimento. Um meio que é projetado para ser feito de estudantes que inicialmente tinha uma estratégia ruim, uma estratégia para se tornar rico por causa das oportunidades que tem como resultado da ação e *feedback* de uma estratégia que permite o estabelecimento de conhecimento.

Certamente, não se almeja realizar minuciosas discussões sobre os princípios da TSD (BROUSSEAU, 1999). Com um diferente ponto de vista, levando em consideração que os elementos mencionados aqui antes resultam em uma

repercussão relevante, tendo como objetivo a ação e a maximização da função do professor, principalmente nos instantes dialéticos sobre a abordagem de um determinado tema matemático, assim como a natureza que se assumiu através de sua apresentação a qual se tem a intenção de evidenciar no contexto da atividade que resolve os problemas segundo o estudante, e também sobre a atividade criada e elaborada sobre as questões das Olimpíadas.

## 4 METODOLOGIA DE PESQUISA

A análise referida no texto apresenta, enquanto método de estudo, a ED. O conhecimento de Engenharia Didática alcançou o seu auge dos anos 80, na instrução da Matemática na França. Conforme Artigue (1998 *apud* ALMOULOUUD 2007, p. 17), a ED é explicada como um método de estudo que é caracterizado por um sistema em experiência embasado por atividades didáticas em classe.

A proposição do nosso trabalho é desenvolver uma SDO, na qual o estudante tem a oportunidade de experienciar as quatro fases da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização), representadas pelo aplicativo GeoGebra. É importante salientar que, para a estruturação dessa SD, fizemos uso, como estrutura da análise, das duas fases iniciais da ED (análises preliminares e análise *a priori*).

### 4.1 Análise preliminar

Um dos desígnios das análises preliminares é perfilar as dificuldades subsequentes ao método de se ensinar e de aprender do sujeito da pesquisa e delinear as dificuldades, as conjecturas e os fundamentos que embasam teoricamente, e a metodologia da pesquisa.

Portanto, permanecemos atentos aos adjacentes detalhes: analisar a constituição histórica do componente estudado; ponderar sobre o arcabouço matemático da ciência investigada; considerar a instrução nos dias de hoje e as suas decorrências; demonstrar as informações prévias do estudante em analogia à ciência visada; sopesar o assunto da qual está sujeita a constituição e concretização de cada fase da instrução (ALMOULOUUD, 2007).

No que diz respeito à apreciação do tema matemático selecionado (ALMOULOUUD, 2007), necessita-se examinar o desenvolvimento da abordagem do tema a ser analisado, explorar os livros didáticos, ressaltando as particularidades, especialmente os impedimentos que são possíveis de serem suplantados ou não, respaldando a sua justificação, a função da história e da filosofia do conhecimento, levando em estima na pesquisa do elemento matemático e as compreensões plausíveis que os estudantes são capazes de assimilar e ampliar, da mesma maneira que realizar um exame crítico das atividades sugeridas pelo agente

pesquisador, decorrentes do acordo didático e do movimento didático. Também é preciso ponderar os entendimentos dos discentes e docentes em conexão com o componente do estudo. Nessa etapa, além disso, é importante realizar uma investigação referente às referências bibliográficas.

Segundo Artigue (1998 *apud* ALMOULOUD 2007), em cada etapa da pesquisa, é necessário que seja retomada, se isso for necessário, segundo a perspectiva de quem realiza a pesquisa. Esse detalhe consente ao explorador que desenvolve uma atividade simultaneamente com os outros passos da pesquisa. Assim sendo, as apreciações primárias equivalem à inicial etapa da evolução de um conjunto.

Nessa etapa, é preciso reconhecer os aspectos que variam entre microdidáticas e/ou macrodidáticas, que serão especificadas e manipuladas nas etapas de constituição da continuação didática e análise *a priori* (ALMOULOUD, 2007). Para isso, é necessário avaliar os instrumentos didáticos empregados em classes de preparativo para as competições de Matemática, as diversas instituições de ensino, onde o conhecimento precisa ser instruído e também assimilado, considerando o desenvolvimento da forma como se aplica a conceituação. Executar também um exame praxiológico das espécies de trabalhos propostos e suas admissíveis decorrências do acordo didático e de adaptação didática, bem como executar uma pesquisa das principais implicações relacionadas com o método de educação e da ciência analisada, o ensino da geometria.

Fundamentalmente, avaliamos os textos disponíveis em manuais de preparação, na Internet, livros nacionais e internacionais, acervo de indagações de avaliações escritas, o acervo disponibilizado pelo POTI (Polo Olímpico de Treinamento Intensivo) e revistas sobre o assunto. Por meio dessa pesquisa, buscamos entender a semântica dos conteúdos de Geometria Plana na situação da Matemática olímpica, da mesma forma que procuramos distinguir questões olímpicas que são capazes de expandir potenciais do processo de aprendizagem com a ajuda do programa GeoGebra.

#### **4.1.1 Dimensão epistemológica**

É imprescindível que o educador possua conhecimento referente ao grau de complexidade das atividades que alvitra utilizar junto aos educandos, já que o



conhecimento dos empecilhos pode facilitar a diferenciação em meio aos obstáculos encontrados na instrução, daquelas que verdadeiramente são imperiosas, dado que são características da progressão da aquisição de informações (ALMOULOU, 2007, p. 153). Por meio da apreciação epistemológica, pode-se ficar focado e com atenção aos empecilhos que devem e podem ser prevenidos para, nesse caso, procurar sobrepujá-los (BROUSSEAU, 1999 *apud* ALMOULOU, 2007, p. 153).

Movidos pela pesquisa de Eves (1992) e pelas obras de Lindquist e Shulte (1994), descrevemos um cenário que manifesta, relativamente, o desenvolvimento histórico da Geometria, mencionando seu universo natural mudável, com diversas significações, ao longo dos séculos: a geometria intuitiva, a geometria científica, a geometria dedutiva, a geometria das transformações e a geometria avançada.

Geometria intuitiva, ou também denominada como geometria do subconsciente, é a que possui sua ascendência nas considerações referentes ao espaço físico real. O ser humano examina, confronta, distingue. Surgem nesta os primeiros fundamentos: extensão, formas geométricas básicas, as paralelas e as perpendiculares.

Geometria científica é aquela que advém das tarefas da concentração do ser humano, a respeito dos princípios primitivos, concretizando-os lucidamente em um grupo de códigos e normas mais universais.

Geometria dedutiva, ou também denominada demonstrativa, constituiu-se advinda dos gregos e se equivale à utilização da reflexão lógica dedutiva para expandir a corporação de códigos e normas primitivas, compondo a geometria euclidiana. Sob este ponto de vista, o ambiente abandona o real e transita para o arquitetado, local onde os elementos são capazes de se movimentar com liberdade e que podem ser confrontados uns com os outros.

Geometria das transformações é uma forma mais universal do ambiente percorrido na geometria e que se iniciou no atilamento de que subsistem diversas geometrias, a euclidiana e as que não são concebidas no decorrer do século XIX. Nesse tempo, o lugar passou a ser observado como um espaço onde os elementos conseguem ser colacionados uns aos outros. A concepção fundamental passou a ser um conjunto de modificações pertinentes, como proporções, oscilações rígidas, da área intrinsecamente, e a geometria passou a ser classificada como a análise das

propriedades das estruturas de assuntos que continuam inalteráveis, no momento em que a área periférica é sujeita a essas alterações (EVES,1992).

O ensinar a geometria, em nosso país, começa no ensino fundamental e declaradamente está focado no ensino da geometria intuitiva, com um breve decurso pela geometria científica. Somente em escritos didáticos e científicos mais atuais observamos um desenvolvimento que vai a caminho da geometria das transformações.

#### **4.1.2 Dimensão didática**

Como prerrogativa de uma ED, a 1ª fase (das análises preliminares) deve apresentar as considerações que justifiquem a hipótese da pertinência da Geometria Plana, levando-se em conta os pressupostos necessários desse nível de ensino e as contribuições que tal inserção possa promover.

Um fundamento essencial presente na hipótese se situa na revisão teórica, que aponta para o uso de temas da Geometria Plana como articulador de competências e conhecimentos matemáticos, um item primordial a ser levado em consideração no ensino da Matemática. Nesse sentido, esse tema propicia uma conjugação entre a Teoria Elementar da Matemática e a Geometria Plana. Vale destacar que, nas investigações de Educação Matemática envolvendo:

[...] o ensino e aprendizagem da Geometria e da Teoria Elementar dos Números, em níveis de ensino superior e entre professores do Ensino Básico, têm tido uma atenção crescente por parte dos pesquisadores. A importância desses estudos repousa no fato de que a Álgebra e a Teoria dos Números são subjacentes a quase todos os domínios da Matemática, e até mesmo de outras áreas (MARANHÃO; MACHADO; COELHO, 2005, p. 11).

Ao analisar Bianchini (1991), um livro distribuído pelo MEC-FAE-PNLD para as instituições escolares do setor público, com texto voltado para o 6º ano, com a finalidade de pesquisar como é realizado o tratamento do assunto em questão, a Geometria Plana, verificamos que a continuação das matérias sugerida é bem clássica: plano, ponto, reta; formas geométricas; disposições atinentes de retas em plano; semirreta; linha poligonal; regiões convexas; ângulo; polígonos; triângulos; quadriláteros, entre outros. O escrito se inicia com um rápido decurso pelo universo real, seguido de Geometria intuitiva e, depois, um percurso até a Geometria científica, executando atividades nas noções primitivas e concretizando-as.

Podemos observar, no texto de Bigode (1994), que se emprega mais destaque à Geometria intuitiva, pois, segundo o autor, avança-se mais sobre o real, trabalhando com a técnica de recortes, como, por exemplo, usando o Tangram, porquanto os estudantes podem montar e desmontar os elementos geométricos, movimentando-os e, com isso, chegando à Geometria dedutiva, ao preocupar-se com a sua movimentação.

Com uma explicação um pouco mais recente dos autores Pires, Curi e Pietropaolo (2002), direcionada para o 6º ano, a qual se embasa profundamente na Geometria intuitiva (porém eles vão percorrendo um caminho para mais à frente da geometria científica, a partir do ponto em que dá mais importância a movimentação das formas, aloca os eixos de simetria), no livro direcionado ao 7º ano, conceituam a geometria de transformação. Neste caminho, encontram-se diversos escritos dos autores Lindquist e Shulte (1994), que é acolhida pelo *National Council of Teachers of Mathematics of USA*.

Já existem vários programas que podem ser utilizados para o ensino das diversas geometrias, inclusive a Geometria Plana. Muitos foram divulgados em eventos de tecnologia e de *softwares*, que são dinâmicos. Uns gratuitos e outros não, entre eles o GeoGebra, o Geometer's Sketchpad, Cadri Géomètre entre outros.

#### **4.1.3 Dimensão cognitiva**

Procuramos registrar a formalização de informações e suas respectivas atualizações a respeito do conhecimento sobre o assunto a ser abordado. O que os estudantes do EM conhecem sobre as figuras geométricas, como, por exemplo, o quadrilátero. Era necessário que nos situássemos sobre quais eram os conhecimentos prévios deles. Nesse contexto, propusemos duas perguntas, A e B, sobre os quadriláteros.

A propositura A foi organizada para averiguar se os estudantes apresentavam as informações mínimas exigidas no ensino fundamental, ocasião em que, comumente, é ensinado sobre os quadriláteros, uma vez que seu conteúdo aplicado é a denominação das formas quadriláteras e suas identificações.

A propositura B foi organizada para averiguar se os estudantes apresentavam o entendimento sobre um texto que instrui sobre as propriedades de cada forma quadrilátera, explicando o texto com as formas apropriadas. As duas

propostas se complementaríamos em um cenário que exporia o entendimento completo com os elementos conceituais e totais das formas dos elementos geométricos em análise.

A apreciação dos retornos dos estudantes consentiu-nos inferir a respeito da relevância da intervenção proposta e descrever desígnios intelectuais objetivos, bem como nos induziu a procurar por mais referências sobre o assunto trabalhado.

Os educandos só revelaram com confiança quando da identificação dos quadrados dispostos em forma de protótipo. Ainda nessa fase, abonaram as alternativas escolhidas com alusão a um conceito pré-construído, apresentando o elemento da figura predominante como, por exemplo, “é um quadrado porque é igual a um quadrado”. Foram encontradas respostas como “é um triângulo porque é parecido com um triângulo”.

As outras formas acabaram sendo identificadas por alguns alunos apenas. Quando das justificações, foram incluídos continuamente o retângulo e o quadrado, como alusão. Para os estudantes, o losango, exemplificando, é somente uma forma que difere do quadrado e do retângulo. Nenhum dos estudantes identificou o quadrado como constituindo um losango também.

Na propositura B, os alunos traçaram retângulos e quadrados para qualquer um dos elementos. Apenas um dos estudantes traçou um cubo nos tópicos nos quais era solicitado um quadrilátero que possuísse ângulos e lados idênticos.

Com as proposituras, fomos capazes de comprovar a falta de associação entre as questões e as formas, quer dizer, entre os elementos de conceito e as formas que compõem os componentes da Geometria.

## **4.2 Análise a priori**

Nessa etapa, compilamos, edificamos e consideramos um conjunto de conjunturas didáticas com o desígnio de submeter as indagações e corroborar as conjecturas definidas nas apreciações precedentes. Sua incumbência básica é o emprego de elementos matemáticos novos por meio de argumentações explicitadas pelos estudantes na ocasião da solução da ocorrência olímpica (ALMOULOU, 2007).

Nesse contexto, é nessa etapa que a circunstância olímpica é arquitetada. De acordo com Oliveira (2016), as ocasiões das olimpíadas de matemática são

ocasiões para se ensinar a solução de indagações olímpicas conforme as etapas lógicas de Brousseau (1999), que será denominada de conjuntura didática olímpica ou, sinteticamente falando, conjuntura olímpica.

Conforme Almouloud (2007), a constituição desta ocasião é necessária se considerar os tópicos:

- a) os educandos, ao estudarem a respeito da conjuntura da competição, compreendem com facilidade as informações geradas pelas situações-problemas sugeridas e são capazes de se dedicarem à solução, utilizando os seus saberes previamente apreendidos;
- b) a conjuntura olímpica precisa pôr em foco o tema que se ambiciona arquitetar e em que a informação está inserida;
- c) as informações prévias dos educandos são escassas para a constituição da nova ciência, quer dizer, necessitam procurar/edificar novos conjuntos de saberes com a finalidade de resolver a conjuntura competitiva;
- d) a conjuntura olímpica é capaz de compreender diversos saberes: álgebra, aritmética, geometria etc;
- e) é importante salientar que a ocasião de competição escolhida possui como desígnios:
  - ser mediador dos educandos na constituição de apreciações de uma maneira mais expressiva;
  - expandir as aptidões, especificamente, a leitura, a interpretação de textos e o uso das diversas representações e/ou simbologias matemáticas, da mesma maneira que desenvolve o entendimento de dedução lógica.
- f) incentivar a inteligência intuitiva pelo amoldar da conjuntura da competição matemática que se faz por meio do programa “GeoGebra”.

Salienta-se que a ocasião de competição matemática pode ser idealizada com o desígnio de promover, nos educandos, a atuação, a ponderação, a formulação de hipóteses e a autossuficiência, porquanto o educador necessita desempenhar a função de intermediário e condutor (ALMOULOU, 2007). Já conforme Artigue (1998 *apud* ALMOULOU, 2007), o evento de competição (situação olímpica) precisa ser elaborado de maneira que seja admissível antever a conduta dos educandos.

Na apreciação concretizada no decorrer da etapa inicial da Engenharia Didática, cognominada de análise preliminar, distinguimos conjunturas da competição apropriadas à utilização do programa GeoGebra na preparação de proposições das possíveis resoluções das indagações apresentadas e que provocaram as noções prévias dos educandos. Ou melhor, os momentos de competição matemática sugeridos apresentam o desígnio de edificar a nova aquisição de conhecimento partindo de saberes antigos. Essa minudência consente a concentração de saberes matemáticos. Dessa forma,

O estudante consegue aprender ao se adaptar ao ambiente que é uma condição de controvérsias, de barreiras, de inquietudes. Este conhecimento vem da adequação do estudante, manifesta-se por meio de *feedbacks* novos, que retratam a aprendizagem. (BROUSSEAU, 1999, p. 49).

Nessa perspectiva, Alves (2016) assevera que, perante a atividade ou um grupo de alterações imprescindíveis que necessitam ser concretizadas, com a finalidade de que um exercício de instrução ocorra, não se pode desvalorizar o caráter intrínseco das matérias, dos elementos matemáticos e das metodologias matemáticas que se procura colocar em evidência em uma definida sugestão de interpelação. Consequentemente, o fato de competição matemática sugerida versar sobre a matéria da geometria plana, examina uma proposição que reiteradamente está inclusa em avaliações de competições de matemática, a qual procura conseguir uma adaptação didática por meio do uso do programa GeoGebra.

Segundo Almouloud (2007), a apreciação *a priori* é imprescindível, necessita do êxito da situação-problema. Além do mais, ela consente ao educador capacidade de monitorar a concretização dos exercícios dos educandos e distinguir e entender os eventos contemplados. De tal modo, as proposições que irão surgir poderão ser conceituadas e algumas podem vir a ser componente de um debate de cunho científico em classes.

Tendo como origem a hipótese, o educador possui o espaço apropriado para contribuir com os estudantes a alcançar bom resultado particularizando, no mínimo, uma engenhosidade de resolução, apresentando-se ainda, os artifícios imprescindíveis e as admissíveis táticas que são capazes de serem efetivadas por meio da construção geométrica concebida pelo *software* GeoGebra.

## 4.2.1 Descrição e concepção da Situação Olímpica

### 4.2.1.1 Problema Olímpico (PO)

As questões que pertencem à avaliação da OBMEP requerem do estudante um discernimento mais elaborado, uma boa compreensão, raciocínio ágil e criatividade. Nessa sessão, serão apresentados PO da OBMEP e do seu banco de questões, referente ao nível III do Ensino Médio, como uma revisão dos conteúdos de Geometria Plana para a preparação para esta competição.

Alves (2018) define problemas olímpicos como:

Um conjunto de situações problemas de Matemática, abordado em um contexto competitivo ou de maratonas, com a participação apenas (e de modo restritivo) dos estudantes competidores, cuja abordagem e características de ação individual e solitária do estudante envolve apenas objetivo/escopo de se atingir as metas (e medalhas) definidas em cada competição, por intermédio do emprego de estratégias, raciocínios e argumentos matemáticos eficientes, instrumentalizados previamente por professores de Matemática. (ALVES, 2018, no prelo).

### 4.2.1.2 Situação Didática Olímpica (SDO)

O conceito de SDO foi usado pela primeira vez na dissertação de Oliveira (2016) e nas dissertações mais recentes, como a de Andrade (2018) e a de Santos (2018). Considerando o conceito de Problema Olímpico, adota-se que uma SDO é:

Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, balizadas por uma metodologia de ensino (TSD), entre um aluno ou grupo (s) de alunos, certo meio (compreendendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição coletiva e debate científico, competição solidária e problemas ou conjunto de problemas característicos e abordados nas olimpíadas de Matemática (ALVES, 2018, no prelo).

A partir dessa definição, determina-se a seguinte equação característica, descrita por Alves (2018):

$$\text{SDO} = \text{PO} + \text{TSD}$$

Assim, pode-se dizer que uma SDO é uma associação de uma metodologia de ensino (TSD) a um Problema Olímpico (PO), já definido no tópico anterior, com vistas a criar um ambiente de aprendizagem no intuito de se chegar à solução desse problema.

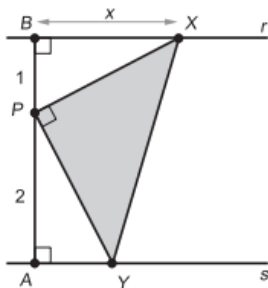
#### 4.2.1.3 Descrição das Situações Didáticas Olímpicas (SDO)

Descreveremos neste tópico duas SDO, identificando as competências necessárias para resolver cada problema. Utilizaremos o *software* Geogebra como recurso auxiliar para o professor e para o aluno.

##### 4.2.1.3.1 Situação Didática Olímpica 1 (SDO1)

**Conhecimentos Prévios:** casos de semelhança de triângulos, ângulos complementares, área de um triângulo e Teorema de Pitágoras.

Figura 4 – OBMEP 2012 - 2ª Fase – Questão 4.



Na figura ao lado, as retas  $r$  e  $s$  são paralelas. O segmento  $AB$  é perpendicular a essas retas e o ponto  $P$ , nesse segmento, é tal que  $AP = 2$  e  $BP = 1$ . O ponto  $X$  pertence à reta  $r$  e a medida do segmento  $BX$  é indicada por  $x$ . O ponto  $Y$  pertence à reta  $s$  e o triângulo  $XPY$  é retângulo em  $P$ .

- Explique por que os triângulos  $PAY$  e  $XBP$  são semelhantes.
- Calcule a área do triângulo  $XPY$  em função de  $x$ .

Fonte: elaborada pelo autor.

**Dialética da Ação:** nessa etapa, os sujeitos da pesquisa terão contato com o enunciado da própria questão e da SDO no Geogebra. Dessa forma, espera-se que os estudantes lembrem os casos de semelhança de triângulo e a fórmula da área de um triângulo. O professor apresentará a construção feita no Geogebra, de forma a ajudar os discentes na resolução do problema.

**Dialética da Formulação:** nessa etapa, há uma interação entre os alunos na busca da solução da questão. Abaixo, a imagem da construção feita no Geogebra:



Figura 5 – Problema abordado na OBMEP 2012.

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda

Janela de Visualização Janela de Visualização 3D

OBMEP 2012 - Fase 2 - Nível 3 - Exercício 4

Na figura ao lado, as retas  $r$  e  $s$  são paralelas. O segmento  $AB$  é perpendicular a essas retas e o ponto  $P$ , nesse segmento, é tal que  $AP = 2$  e  $BP = 1$ . O ponto  $X$  pertence à reta  $r$  e a medida do segmento  $BX$  é indicada por  $x$ . O ponto  $Y$  pertence à reta  $s$  e o triângulo  $XPY$  é retângulo em  $P$ .

a) Explique por que os triângulos  $PAY$  e  $XBP$  são semelhantes.

b) Calcule a área do triângulo  $XPY$  em função de  $x$ .

Fonte: elaborada pelo autor.

Seja  $AY = y$ . As semelhanças dos triângulos  $PAY$  e  $XBP$ , pelo enunciado, têm (i)  $PAY = XBP = 90^\circ$ . Além disso, temos  $BPX + 90^\circ + APY = 180^\circ$ , o que nos dá (ii)  $90^\circ - BPX$ . Por outro lado, no triângulo  $XBP$ , os ângulos  $BPX$  e  $BXP$  são complementares e segue que (iii)  $BXP = 90^\circ - BPX$ . De (ii) e (iii), obtemos (iv)  $APY = BXP$ . Finalmente, de (i) e (iv), segue a semelhança dos triângulos  $PAY$  e  $XBP$ .

A semelhança dos triângulos  $PAY$  e  $XBP$  nos dá a relação  $\frac{y}{1} = \frac{x}{2}$ . Segue do Teorema de Pitágoras que  $PX = \sqrt{1+x^2}$  e

$$PY = \sqrt{4+y^2} = \sqrt{4+\frac{4}{x^2}} = \frac{2}{x}\sqrt{1+x^2}.$$

Temos então:

$$\text{área}(XPY) = \frac{PX \cdot PY}{2} = \frac{\sqrt{1+x^2} \times 2\sqrt{1+x^2}}{2x} = \frac{1+x^2}{x} = x + \frac{1}{x}.$$

**Dialética da Validação:** espera-se, nessa fase, que os sujeitos tragam argumentos consistentes na resolução do problema elaborados na fase anterior, apresentando as estratégias utilizadas.

**Dialética da Institucionalização:** o professor pesquisador entra em cena com a formalização do conhecimento matemático associada à construção, para que fique claro o saber em jogo.

**Comandos no Geogebra:** para iniciarmos a construção, devemos ativar o comando “Ponto”, na barra de ferramentas, e criar os seguintes pontos: A(0,0), B(0,3), P(0,2), X(1,1;3) e Y(1,8;0), seguido da criação do segmento r, começando do ponto (-1,0) até o ponto (5,0) com a utilização do comando “Segmento”.

Figura 6 – Representação da construção no *software* Geogebra da SDO1.

OBMEP2012-2Fase-N03Q04.ggb

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda

**Janela de Álgebra**

- Função
- Lista
- Número
  - $n = 0.9$
- Ponto
  - $A = (0, 0)$
  - $B = (0, 3)$
  - $P = (0, 2)$
  - $X = (0.9, 3)$
  - $Y = (2.22, 0)$
- Segmento
- Texto
- Triângulo
  - $XPY = 2.01$
- Valor Booleano
- Vetor
  - $Eixo_x = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$
  - $Eixo_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 7.5 \end{pmatrix}$

**Janela de Visualização**

OBMEP 2012 - Fase 2 - Nivel 3 - Exercício 4

Na figura ao lado, as retas  $r$  e  $s$  são paralelas. O segmento  $AB$  é perpendicular a essas retas e o ponto  $P$ , nesse segmento, é tal que  $AP = 2$  e  $BP = 1$ . O ponto  $X$  pertence à reta  $r$  e a medida do segmento  $BX$  é indicada por  $x$ . O ponto  $Y$  pertence à reta  $s$  e o triângulo  $XPY$  é retângulo em  $P$ .

- a) Explique por que os triângulos  $PAY$  e  $XBP$  são semelhantes.
- b) Calcule a área do triângulo  $XPY$  em função de  $x$ .
- c) Para quais valores de  $x$  a área do triângulo  $XPY$  é igual a  $\frac{5}{2}$ ?
- d) Determine o valor de  $x$  para o qual a área do triângulo  $XPY$  é mínima e calcule o valor dessa área.

Fonte: elaborada pelo autor.

Agora, criamos um controle deslizante que denotaremos por  $n$ , com valores mínimo e máximo, respectivamente iguais a 0,4 e 10 e incremento de 0,1.

Figura 7 – Representação da construção no Geogebra da SDO1.

OBMEP2012-2Fase-N03Q04.ggb

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda

**Janela de Álgebra**

- + Função
- + Lista
- Número
  - $n = 3$
- Ponto
  - $A = (0, 0)$
  - $B = (0, 3)$
  - $P = (0, 2)$
  - $X = (3, 3)$
  - $Y = (0.67, 0)$
- + Segmento
- + Texto
- Triângulo
  - $XPY = 3.33$
- + Valor Booleano
- Vetor
  - $Eixo_x = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$
  - $Eixo_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 7.5 \end{pmatrix}$

**Janela de Visualização**

OBMEP 2012 - Fase 2 - Nível 3 - Exercício 4

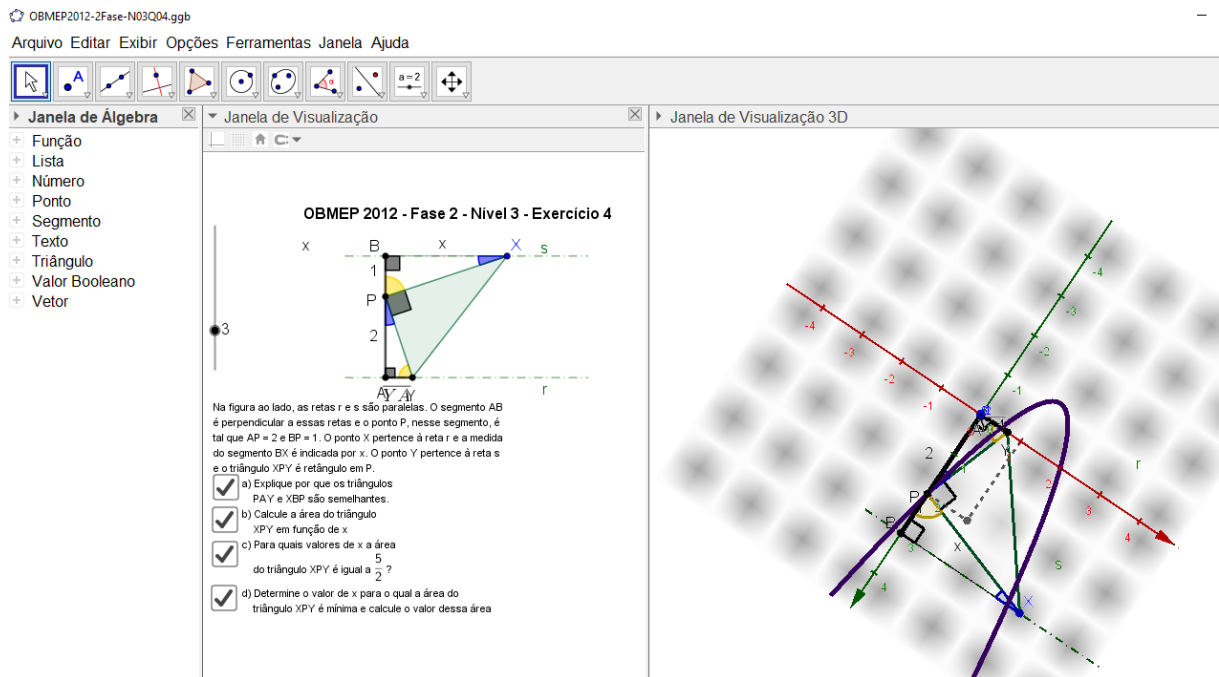
Na figura ao lado, as retas  $r$  e  $s$  são paralelas. O segmento  $AB$  é perpendicular a essas retas e o ponto  $P$ , nesse segmento, é tal que  $AP = 2$  e  $BP = 1$ . O ponto  $X$  pertence à reta  $r$  e a medida do segmento  $BX$  é indicada por  $x$ . O ponto  $Y$  pertence à reta  $s$  e o triângulo  $XPY$  é retângulo em  $P$ .

- a) Explique por que os triângulos  $PAY$  e  $XPB$  são semelhantes.
- b) Calcule a área do triângulo  $XPY$  em função de  $x$ .
- c) Para quais valores de  $x$  a área do triângulo  $XPY$  é igual a  $\frac{5}{2}$ ?
- d) Determine o valor de  $x$  para o qual a área do triângulo  $XPY$  é mínima e calcule o valor dessa área.

Fonte: elaborada pelo autor.

Em seguida, ativando o comando “Segmento”, criamos os segmentos  $XP$ ,  $PY$  e  $YX$ .

Figura 8 – Representação do aplicativo Geogebra empregada na SDO1.



Fonte: elaborada pelo autor.

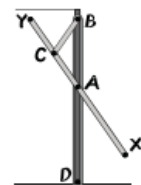
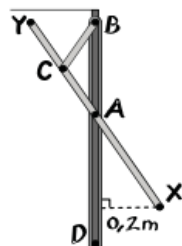
#### 4.2.1.3.2 Situação Didática Olímpica 2 (SDO2)

**Conhecimentos Prévios:** semelhança de triângulos e ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

Figura 9 – OBMEP 2010 - 2ª Fase – Questão 3

A figura ilustra o funcionamento de uma porta de garagem, representada pelo segmento  $XY$ . Ao mover o ponto  $X$ , o ponto  $A$  desliza por um trilho vertical, representado pelo segmento  $BD$ . Algumas das medidas na figura são  $AC = BC = CY = 0,5\text{ m}$  e  $AX = 1\text{ m}$ .

Na figura abaixo, o ponto  $X$  está a  $0,2\text{ m}$  do trilho  $BD$ . Qual é a distância de  $C$  ao trilho?



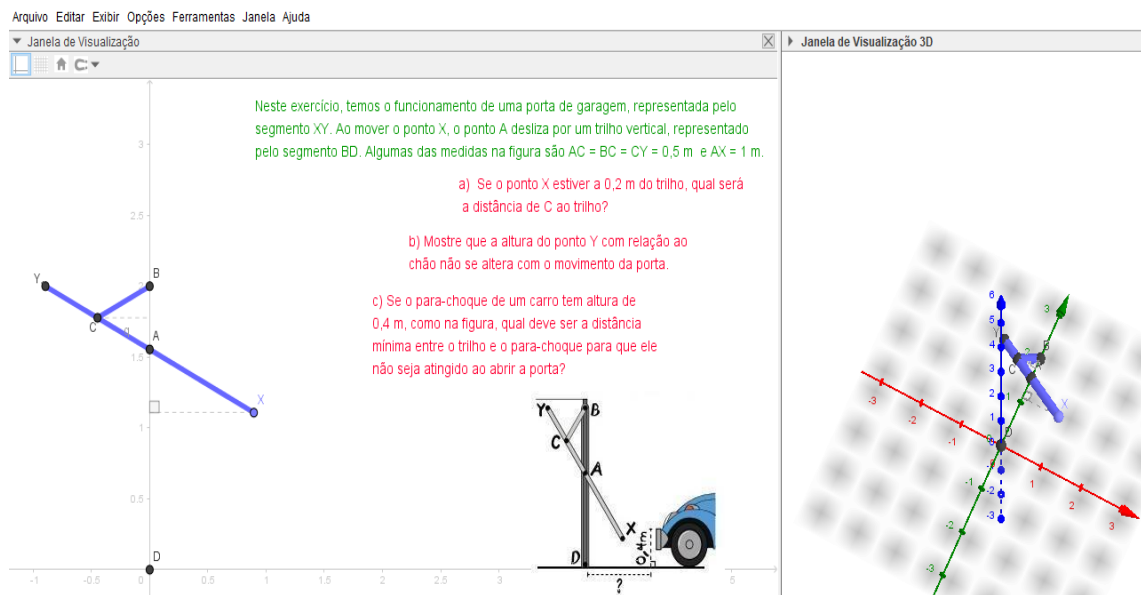
Fonte: elaborada pelo autor.

**Dialética da Ação:** espera-se que os alunos desenvolvam uma estratégia de resolução baseada em seus conhecimentos prévios em matemática e na situação

didática oferecida. Através da figura, percebe-se a existência de dois triângulos semelhantes, são eles: ARC e ASX. O aluno deverá identificar as informações dadas no enunciado do problema e começar a tomar decisões.

**Dialética da Formulação:** nessa etapa, ocorrerão as discussões, a confrontação das hipóteses e conjecturas como o que foi escrito ou discutido entre eles sobre o processo de resolução da questão. O professor apresenta a construção feita no Geogebra e, caso julgue necessário, poderá ainda instigar os sujeitos sobre os questionamentos relacionados às percepções no instante da exibição da realização didática.

Figura 10 – Representação do *software* Geogebra empregada na SDO2.



Fonte: elaborada pelo autor.

Na figura 10, temos  $XS = 0,2\text{m}$  e queremos achar CR. Nota-se que os ângulos indicados na figura com os vértices em C e X são iguais, pois são determinados pelas paralelas CR e XS e pela transversal XY. Logo, os triângulos ARC e ASX são semelhantes e temos:

$$\frac{CR}{XS} = \frac{AC}{AX}$$

Ou seja,

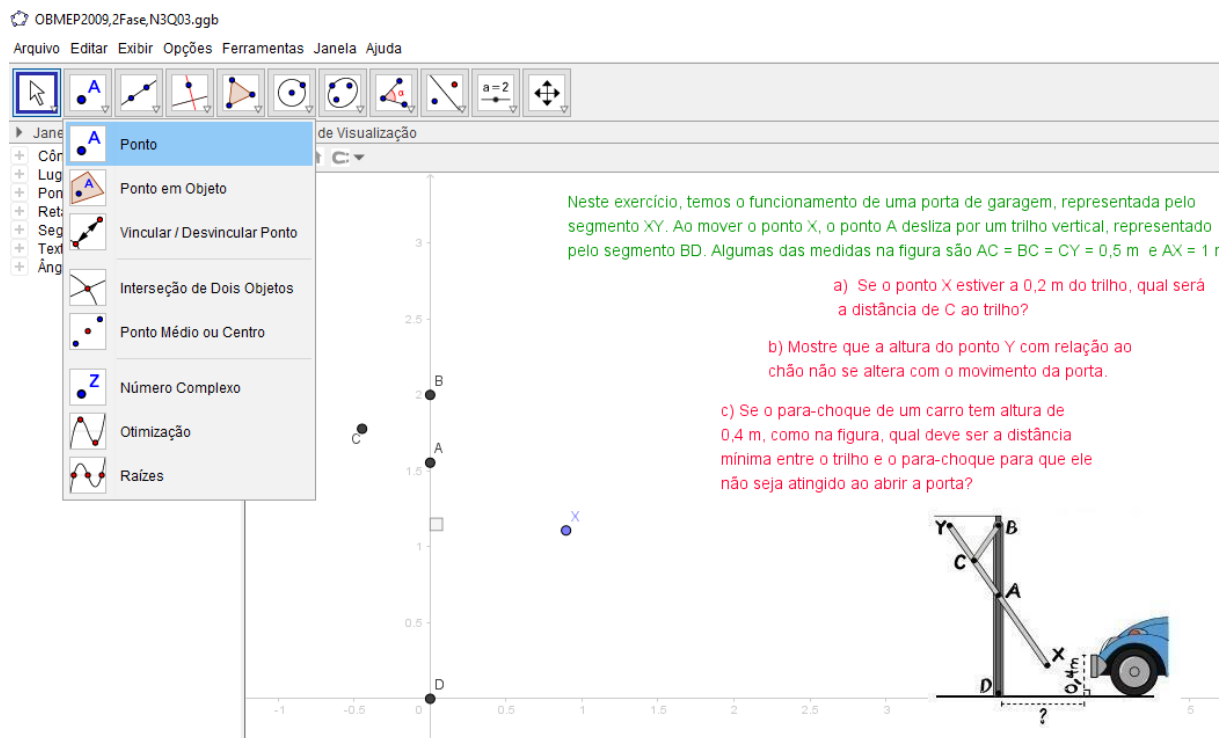
$$CR = XS \times \frac{AC}{AX} = 0,2 \times \frac{0,5}{1} = 0,1.$$

**Dialética da Validação:** nessa fase, espera-se que haja debate sobre o problema e elaboração de hipóteses sobre sua resolução.

**Dialética da Institucionalização:** nessa etapa, segundo Almouloud (2007, p.39), “o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática”. Ainda segundo o autor, caso o receptor não entenda ou discorde do modelo criado, poderá refutá-los e justificar o motivo da rejeição. O professor resolverá o problema para os sujeitos da pesquisa, formalizando o conhecimento matemático envolvido no intuito de fazer com que ele se torne objeto a ser apropriado pelos alunos.

**Comandos no Geogebra:** ativando o comando “Ponto”, devemos criar os pontos A1 (0,2), B1(0,1), C1 (0, 1.5) todos sobre o eixo Y, como mostra a figura a seguir:

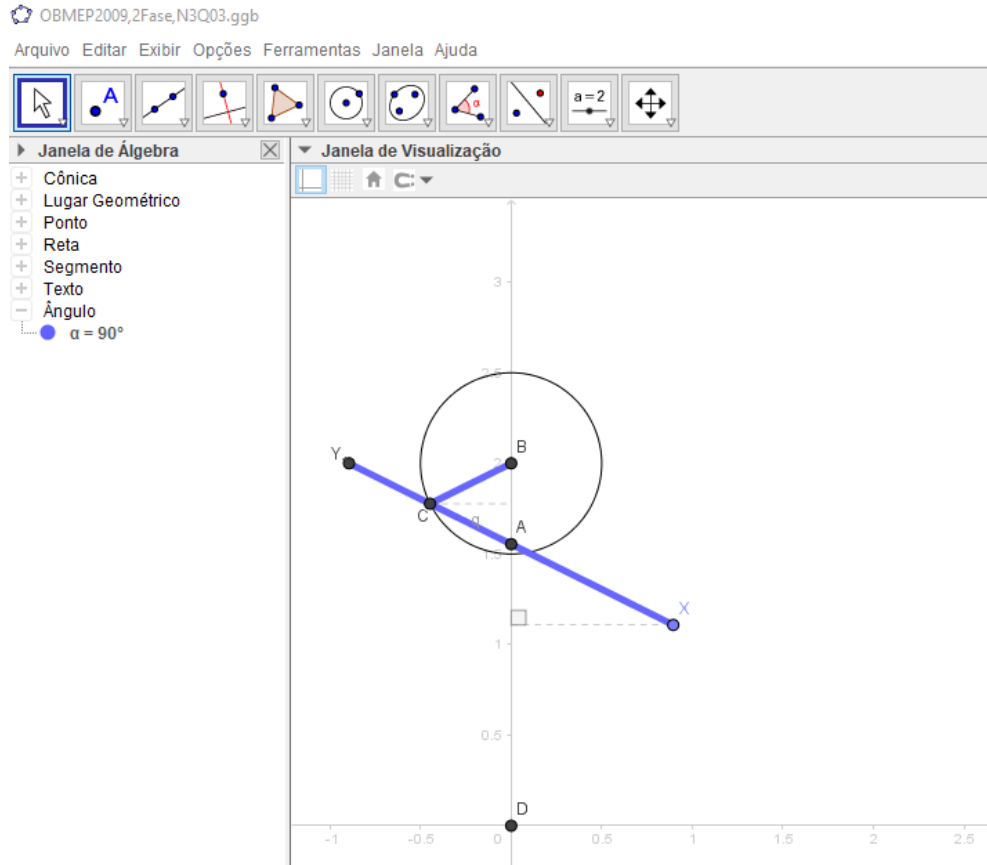
Figura 11 – Representação da construção no Geogebra da SDO2.



Fonte: elaborada pelo autor.

Criamos uma reta  $g$ , passando por  $A_1$ , e perpendicular a  $x, y = 2$ .  
 Construimos um círculo passando por  $C_1$  com centro em  $A_1$  de equação  $x^2 + (y-2)^2=0,25$ .

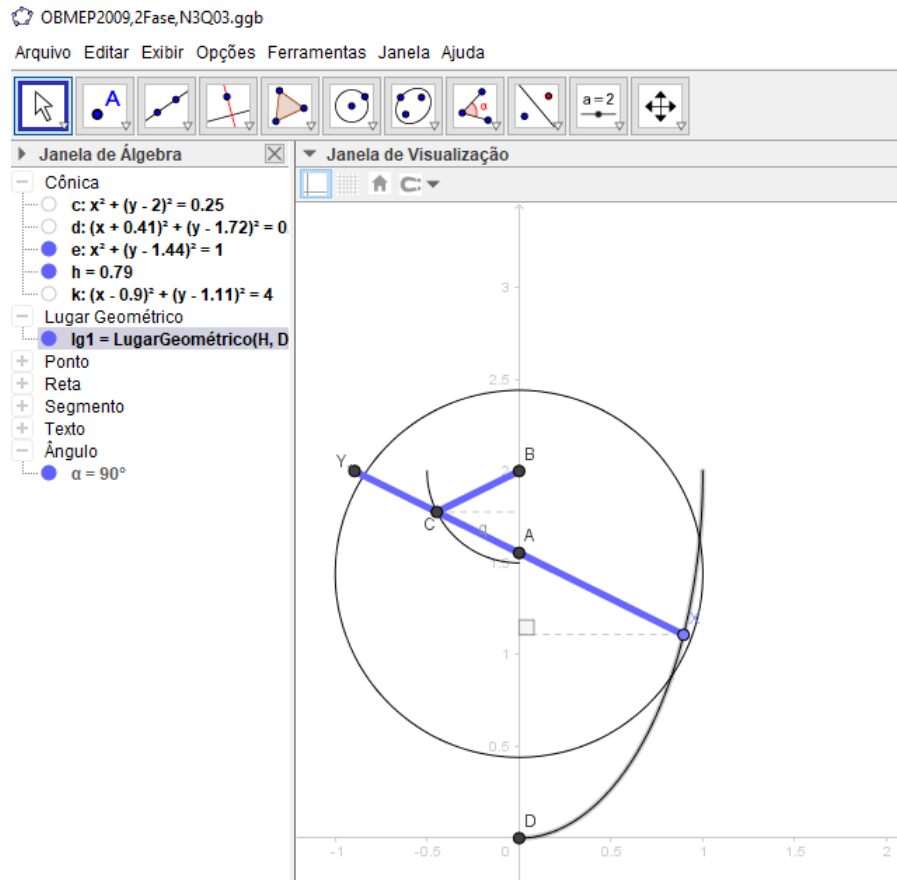
Figura 12 – Representação do Geogebra na SDO2.



Fonte: elaborada pelo autor.

Geramos um ponto  $I (-0.5, 2)$ , em que esse ponto é a interseção de  $c$  e  $g$ .  
 Ativando o comando “Arco circular”, digitamos o arco  $h$  de acordo com o comando  $\text{ArcoCircular} (A_1, I, C_1)$ . Em seguida, criamos um ponto  $D_1$  sobre o arco criado.  
 Desenhamos os pontos  $E (0, 1.4)$  e  $B (0,2)$ , sendo um ponto de interseção de  $d$  com o Eixo  $Y$ .  
 Ativando a função “Lugar geométrico”, criamos o  $lg_1$ , como mostra a figura a seguir:

Figura 13 – Representação da construção no Geogebra na SDO2.

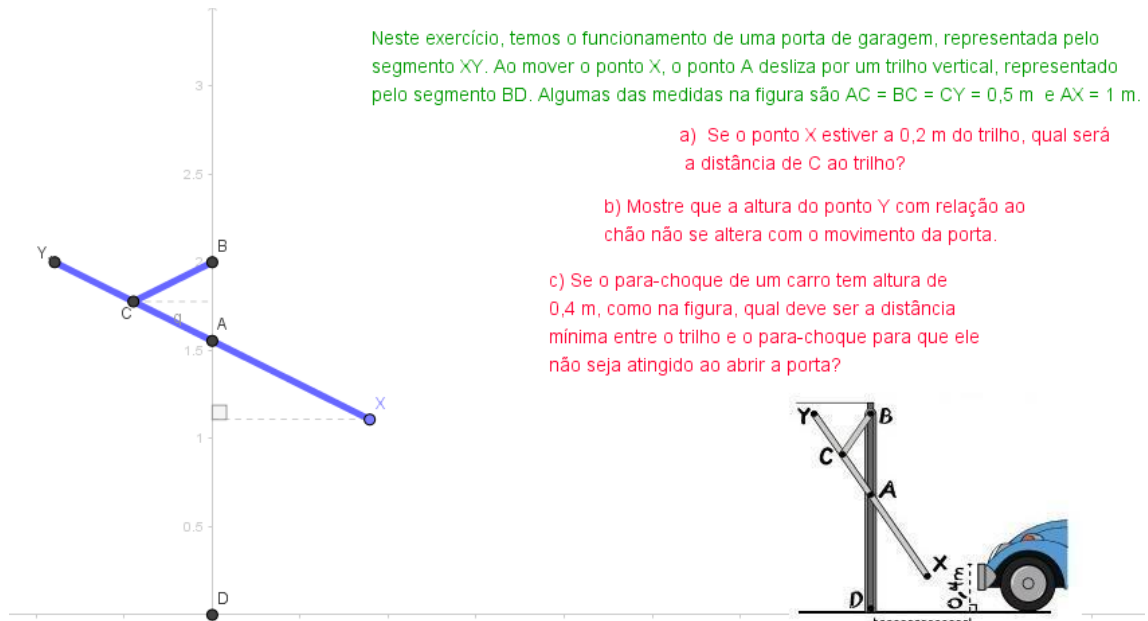


Fonte: elaborada pelo autor.

Assim, damos origem aos pontos X (0.9, 1.1), A (0, 1.5) e C (-0.4, 1.7), gerando a construção que pode ser visualizada a seguir:



Figura 14 – Representação da construção no Geogebra na SDO2.



Fonte: elaborada pelo autor.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As disputas de Matemática, mais conhecidas como Olimpíadas de Matemática, vêm alcançando cada vez mais espaço nas instituições de ensino no Brasil. Entretanto, muitos alunos não demonstram interesse nesse tipo de disputa devido à carência de materiais com tratamentos diferentes, que possam oferecer ao professor de Matemática uma forma alternativa de abordagem das Olimpíadas de Matemática.

Durante o desenvolvimento da pesquisa, buscamos, inicialmente, mapear a presença/ausência de metodologias de ensino específico para o ensino de problemas olímpicos no banco de teses e dissertações da CAPES e produções acadêmicas do PROFMAT. Restringimos a busca procurando trabalhos que utilizassem a SDO como uma alternativa metodológica no ensino de Geometria Plana.

Na busca pelos trabalhos associados ao tema de interesse, constatamos a carência em pesquisas que utilizam uma metodologia de ensino na preparação para as Olimpíadas. As pesquisas mais recentes encontradas que utilizaram a SDO foram os trabalhos de Oliveira (2016), aluna do programa ENCIMA, e as dissertações de Santos (2018) e Andrade (2018), alunas do Programa de Mestrado Acadêmico no Ensino de Ciências e Matemática no IFCE, que propõem a TSD como metodologia de ensino de problemas olímpicos de Geometria Plana, através de SDO.

Portanto, propomos utilizar a ED, em suas duas primeiras fases, como metodologia de pesquisa em complementaridade com a TSD, como metodologia de ensino, para a concepção de SDO voltadas para o conteúdo de Geometria Plana, nas questões abordadas na OBMEP de nível III.

Utilizando o aplicativo Geogebra como facilitador das percepções das questões olímpicas, foram propostas dez SDO, referentes ao conteúdo de Geometria Plana, nas quais são destacados os possíveis comportamentos dos alunos, com o objetivo de oferecer ao professor de Ensino Médio uma alternativa para abordar problemas olímpicos em sala de aula.

Através da TSD, em suas quatro fases, espera-se que o aluno desenvolva características de um protagonista do próprio conhecimento. Na fase de ação, cada aluno se depara com um problema interagindo com outros participantes, professores

e ambiente. Os alunos tomam decisões sobre o processo de resolução do problema e começam a procurar soluções, geram hipóteses e determinam qual a estratégia utilizada.

Na fase de formulação, os alunos têm a oportunidade de criar implicitamente seus próprios modelos e revelar uma estratégia com palavras que podem ser entendidas por outros alunos, discutindo e argumentando, para que esses outros alunos aceitem suas explicações. Já na fase de validação, os alunos resolvem o problema e fazem uma explicação completa de como chegaram à solução da questão. A conclusão dos alunos pode ser aceita ou rejeitada pelos demais, em que todos do grupo têm a mesma oportunidade de discutir suas estratégias e hipóteses.

Na institucionalização, o professor garante que os alunos tenham as habilidades necessárias para que o conhecimento se torne parte do estudante. A institucionalização é basicamente o processo que permite que os alunos mudem o conhecimento prévio sobre novos conhecimentos por meio do fortalecimento de um professor que lhes dá o valor da verdade e permite-lhes usar o novo conhecimento para resolver o próximo problema (BROUSSEAU, 2008).

Com esse trabalho, procuramos disponibilizar um subsídio para o ensino de Geometria Plana no contexto das Olimpíadas de Matemática, utilizando para isso SDO aliadas ao Geogebra.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Educação Matemática**: Fundamentos da didática da Matemática. Paraná: Editora UFPR, 2007. 136 p.

ALMOULOUD, Saddo Ag; DE QUEIROZ, Cileda; COUTINHO, Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. **REVEMAT**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2008v3n1p62>. Acesso em: 20 mar. 2017.

ALVES, Francisco Régis Vieira. Insight: descrição e possibilidades de seu uso no ensino do cálculo. **VIDYA**, Santa Maria, v. 32, n. 2, p. 149-161, jul./dez., 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/viewFile/279/255>. Acesso em: 21 mar. 2017.

ALVES, Francisco Régis Vieira. Transição complexa do Cálculo TCC: Engenharia Didática para as noções de Sequências e Séries de Potências. **Educação Matemática em Revista – RS**, Canoas, v.1, n.17, p. 83-97, 2016.

ALVES, Francisco Régis Vieira. **Situação Didática Olímpica (SDO)**: Aplicações da Teoria das Situações Didáticas para o ensino de olimpíadas. 2018. No prelo.

ALVES, Francisco Régis Vieira; DIAS, Marlene Alves. Formação de professores de matemática: um contributo da engenharia didática (ED). **REVEMAT**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 12, n. 2, p. 192-209, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2017v12n2p192/36380>. Acesso em: 25 abr. 2017.

ALVES, Washington José Santos. **O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública**. 2010. 30 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: [https://www.pucsp.br/sites/default/files/download/posgraduacao/programas/educacaoomatematica/washington\\_alves.pdf](https://www.pucsp.br/sites/default/files/download/posgraduacao/programas/educacaoomatematica/washington_alves.pdf). Acesso em: 22 mar. 2017.

AMÉRICO, Gilmar Virgolino. **Resolução de problemas sobre Análise Combinatória para as Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP**. 2013. 30 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013. Disponível em: <http://www.ppgme.propesp.ufpa.br/ARQUIVOS/dissertacoes/2013/tcc-gilmar%20virgolino%20am%C3%A9rico.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2017.

ANDRADE, Maria Helena de. **Aplicação de Situações Didáticas Olímpicas numa abordagem experimental na formação docente**. 2018. Dissertação (Mestrado

Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018. 128 p. Disponível em: <http://pgecm.fortaleza.ifce.edu.br/wp-content/uploads/2018/12/HELENA-DISSERTACAO-FINAL-17.12-2.pdf>. Acesso em 22 dez. 2018.

ANDRADE, Maria Helena de; ALVES, Francisco Régis Vieira; ALVES, Ana Paula Rodrigues. Engenharia Didática aplicada numa Situação Olímpica. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA 4., 2017, Santo Ângelo. **Anais[...]** Santo Ângelo: CIECITEC, 2017. Disponível em: [http://san.uri.br/sites/anais/ciecitec/2017/resumos/comunicacao/trabalho\\_2866.pdf](http://san.uri.br/sites/anais/ciecitec/2017/resumos/comunicacao/trabalho_2866.pdf). Acesso em: 20 dez. 2018.

ARTIGUE, Michèle. Ingeniería Didática. *In*: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L.; GOMEZ, P. **Ingeniería didáctica en Educación Matemática**. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995, cap. 4, p. 33-59.

ASSUNÇÃO, Fernando Cosme Rizzo. **Avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas escolas públicas – OBMEP 2010**. Brasília, DF: Centro de Gestão em Estudos Estratégicos, 2011. 104 p.

BADARÓ, Ronei Lima. **Do Zero às Medalhas**: orientações aos professores de cursos preparatórios para Olimpíadas de Matemática. 2015. 144 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/23021/1/Disserta%c3%a7%a3oRonei.pdf>. Acesso em: 25 mar. 2017.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Olimpíadas de matemática**: Uma experiência de sucesso em educação no Ceará. 2005. Disponível em: [http://www.sbpcnet.org.br/livro/57ra/programas/CONF\\_SIMP/textos/joaolucasbarbosa-simp.htm](http://www.sbpcnet.org.br/livro/57ra/programas/CONF_SIMP/textos/joaolucasbarbosa-simp.htm). Acesso em: 22 jan. 2018.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**: 5ª série. 3. ed. São Paulo: Moderna, 1991. 217 p.

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática Atual**: 5ª série. São Paulo: Atual, 1994. 220 p.

BRASIL. **Lei nº 13.358, de 07 de novembro de 2016**. Dispõe sobre a instituição do Biênio da Matemática 2017-2018 Gomes de Sousa. Brasília, DF, 2016. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2015-2018/2016/Lei/L13358.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2016/Lei/L13358.htm). Acesso em: 20 abr. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) – Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF, 2006.

BROUSSEAU, Guy. A etnomatemática e a teoria das situações didáticas. Tradução de Saddo Ag Almouloud e Cileda de Queiroz e Silva Coutinho. **Educação**

**Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 2, p. 267-281, 2006. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/458>. Acesso em: 22 abr. 2017.

BROUSSEAU, Guy. Guy Brousseau: “A cultura matemática é um instrumento para cidadania”. Entrevista concedida a Thaís Gurgel. **Revista Nova Escola**, São Paulo, 1999. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/545/guy-brousseau-a-cultura-matematica-e-um-instrumento-para-a-cidadania>. Acesso em: 05 dez. 2018.

BURIGO, Elizabete Zardo. **Movimento da matemática moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos dos anos 60. 1989. 293 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **Zetetike**, Campinas, v. 13, n. 1, p. 85-118, 2005. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/publicacoes/ENGENHARIA%20ZETEIKE2005.pdf>. Acesso em: 24 mai. 2017.

CARVALHO, Edmo Fernandes; FARIAS, Luiz Márcio Santos. Utilização da Webquest à Luz da Teoria das Situações. *In*: COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO, 10., 2013. **Anais[...]** UESB, 2013. p. 247-259.

CARVALHO JÚNIOR, Augusto Lacerda Lopes de. **Material Multimídia**: Resolução comentada de algumas questões do nível 3 da OBMEP sobre Geometria. 2013. 64 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2013. Disponível em: [https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc3.php?id=28259](https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=28259). Acesso em: 22 dez. 2018.

CEARÁ. **Relatório da I Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas do Ceará**. Fase 1. 2003.

CENTRO DE GESTÃO E ESTUDOS ESTRATÉGICOS. **Avaliação do Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**. Brasília, DF: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2011. 104 p.

COCCO, Eliane Maria. **Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas e avaliação em larga escala**: possíveis interlocuções. 2013. 161 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Frederico Westphalen, 2013. Disponível em: <http://www.fw.uri.br/NewArquivos/pos/dissertacao/5.pdf>. Acesso em: 25 mar. 2017.

DOUADY, R. A Universidade e a Didática da Matemática: os IREM na França. **Caderno da RPM**, v. 1, n. 1, 1990.

EVES, Howard. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**: Geometria. São Paulo: Atual, 1992. v. 3. 77 p.

GÁLVEZ, G. A Didática da Matemática. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed, 1996. p. 26-35.

GOES, Cicero Rufino de. **Desenvolvendo e aplicando a matemática: um projeto voltado para produzir vencedores na OBMEP e elevar os indicadores sociais do município de Branquinha-AL**. 2017. 79 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.

KISLENKO, Kirsti. Student's beliefs about mathematics from perspective of the Theory of Didactical Situation. *In*: WINSLOW, Carl (ed.). **Didactic of mathematics – the French way**. Copenhagen: Center for Naturfagenes Didaktis University of Copenhagen, 2005. p. 83-96.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert. (org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994. 308 p.

MACIEL, Vinicius Milan; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): as origens de um projeto de qualificação do ensino de matemática da educação básica. *In*: X ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2009, Ijuí. **Anais[...]** Ijuí, 2009.

MANNO, Giannamaria. **Embodiment and a-didactical situation in teaching – learning of perpendicular straight lines concepts**. 2006. 116 p. Tese (Doutorado em Matemática) – Departement of Didactic Mathematics, Comenius University Bratislava, 2006. Disponível em: [http://math.unipa.it/~grim/thesis\\_GManno\\_06\\_engl.pdf](http://math.unipa.it/~grim/thesis_GManno_06_engl.pdf). Acesso em 24 mar. 2017.

MARANHÃO, M. C. S. A.; MACHADO, S. D. A.; COELHO, S. P. **Projeto: O que se entende por Álgebra?** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

MARTINS, Ronald Alexandre. **Colinearidade e Concorrência em Olimpíadas Internacionais de Matemática: uma reflexão voltada para o ensino da Geometria Plana no Brasil**. 2015. 145 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2015.

MENEZES, M. B; LESSA, M. M. L; MENEZES, A. P. A. B. **A Emergência de Fenômenos Didáticos em sala de aula: a negociação de uma Sequência Didática em Álgebra Inicial**. 2006. Disponível em: [http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix\\_enem/Comunicacao\\_Cientifica/Trabalhos/CC00902766716T.doc](http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC00902766716T.doc). Acesso em: 15 jan. 2019.

MODERNA (org.). **Conexões com a Matemática**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

OBM. **Histórico**. 2017. Disponível em: <http://www.obm.org.br/quem-somos/historico/>. Acesso em: 20 jan. 2017.

OBMEP. **Números**. 2018. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm>. Acesso em: 15 jun. 2017.

OBMEP. **Programas e Portais**. 2018. Disponível em: <http://www.obmep.org.br>. Acesso em: 15 jun. 2018.

OLIVEIRA, Cícera Carla do Nascimento. **Olimpíadas de matemática: concepção e descrição de “Situações Olímpicas” com o recurso do Software Geogebra**. 2016. 137 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016. Disponível em: [http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/21033/1/2016\\_dis\\_ccnoliveira.pdf](http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/21033/1/2016_dis_ccnoliveira.pdf). Acesso em: 20 abr. 2017.

PIRES, Célia Carolino; CURI, Edda; PIETROPAOLO, Ruy. **Educação Matemática: 5ª série**. São Paulo: Atual, 2002.

SAEB. **Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb)**, 2017. Disponível em: <https://medium.com/@inep/resultados-do-saeb-2017-f471ec72168d>. Acesso em: 15 jun. 2017.

SANTOS, Ana Paula Rodrigues Alves. **Situações Didáticas Olímpicas: Um contributo da Engenharia Didática Clássica no Ensino de Olimpíadas**. 2018. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018. No prelo.

SOUZA, Helena Tavares. **Um estudo com professores do ensino médio sobre função modular por meio de resolução de problemas utilizando o software Geogebra como estratégia pedagógica**. 2013. 160 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10955/1/Helena%20Tavares%20de%20Souza.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2018.

SOUZA NETO, João Alves de. **Olimpíadas de Matemática e aliança entre o campo científico e o campo político**. 2012. 99 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2644/4898.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 30 abr. 2017.

SOUZA NETO, João Alves de; VILELA, Denise Silva. Mobilidade Social e Educação Matemática: o caso das olimpíadas. *In: III Seminário de Dissertações e Teses do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFSCar*, São Carlos, 2011. Disponível em: [http://sistemas3.sead.ufscar.br/ppge/joao\\_alves\\_de\\_souza\\_netto.pdf](http://sistemas3.sead.ufscar.br/ppge/joao_alves_de_souza_netto.pdf). Acesso em: 11 jan. 2018.

TODESCHINI, Isabel Lovison. **Olimpíada Brasileira de Matemáticas das Escolas Públicas (OBMEP): uma visão sobre a avaliação na perspectiva da resolução de problemas**. 2012. 53 p. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em:



<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/54862/000856467.pdf>. Acesso em: 22 abr. 2017.

VICTOR, Carlos Alberto da Silva. **Olimpíada de Matemática**: que preciosidades matemáticas envolvem os problemas desta competição e qual o seu impacto para o professor de matemática sem experiência em olimpíadas e a sua importância para o estudante? 2013. 103 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: [http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/156/2011\\_00014\\_CARLOS\\_ALBERTO\\_DA\\_SILVA\\_VICTOR.pdf?sequence=1](http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/156/2011_00014_CARLOS_ALBERTO_DA_SILVA_VICTOR.pdf?sequence=1). Acesso em: 12 jan. 2017.

WISDOM, Nathan J. **Meta-didactical slippages**: a qualitative case study of didactical situation in ninth grade mathematics classroom. 2014. 155 p. Tese (Doutorado em Filosofia). – Department of Middle-Secondary Education and Instructional Technology, College of Education, Georgia State University, Atlanta, 2014. Disponível em: [http://scholarworks.gsu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1148&context=msit\\_diss](http://scholarworks.gsu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1148&context=msit_diss). Acesso em: 18 abr. 2017.

WOOD, Terry. Creating a context for argument in mathematics class. **Journal for research in mathematics education**, [S. l.], v. 30, n. 2, p.171-191, 1999.