

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO EM LOGÍSTICA E PESQUISA OPERACIONAL

Max Brandão de Oliveira

**Eficiência entre os Gráficos de Controle por Grupos para a
média e o tradicional de Shewhart em processos com fluxos
correlacionados**

FORTALEZA
2013

Max Brandão de Oliveira

Eficiência entre os Gráficos de Controle por Grupos para a média e o tradicional de Shewhart em processos com fluxos correlacionados

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Logística e Pesquisa Operacional da Universidade Federal do Ceará (UFC) como requisito à obtenção do título de Mestre em Logística e Pesquisa Operacional. Área de concentração: Gestão da Qualidade.

Orientador: Prof^o. Dr^o. João Welliandre Carneiro Alexandre

FORTALEZA

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia - BPGE

XXXXc Oliveira, Max Brandão de
Eficiência entre os Gráficos de Controle por Grupos para a média e o tradicional de Shewhart
em processos com fluxos correlacionados / Max Brandão de Oliveira - 2013
XXX f.;il.; enc.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Ceará, Pró-Reitoria de Pesquisa e
Pós-Graduação, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Logística e Pesquisa
Operacional, Fortaleza, 2013.

Linha de Pesquisa: Qualidade e produtividade logísticas

Orientação: Prof. Dr. João Welliandre Carneiro Alexandre

1. Gráficos por Grupos. 2. Processos Paralelos.
3. Fluxos correlacionados. I Título

CDD XXX.XX

Max Brandão de Oliveira

Eficiência entre os Gráficos de Controle por Grupos para a média e o tradicional de Shewhart em processos com fluxos correlacionados

Dissertação submetida à Coordenação do Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Logística e Pesquisa Operacional, Linha de Pesquisa: Qualidade e produtividade logísticas, aprovada em 25 de fevereiro de 2013, em Fortaleza, Ceará, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof. Dr. João Welliandre Carneiro Alexandre
Departamento de Estatística e Matemática Aplicada - UFC
Orientador

Prof^a. Dr^a. Sílvia Maria de Freitas
Departamento de Estatística e Matemática Aplicada - UFC
Examinador Interno

Prof. Dr. Antônio Fernando Branco Costa
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
Examinador Externo

*Dedico esta dissertação a meus pais,
cujo exemplo de integridade e disposição
tem orientado e corroborado minha vida,
para meu irmão que sempre me motivou
e para minha esposa, que tem me apoiado
nos momentos mais difíceis e mostrado
o valor da simplicidade de ter esperança.*

AGRADECIMENTOS

Dedico meus sinceros agradecimentos:

- a Deus, por estar sempre presente em minha vida;
- aos meus familiares pela dedicação, compreensão e incentivo a superar os obstáculos da minha vida pessoal e profissional;
- à minha esposa, Núbia Batista Brandão, pela paciência e pelo companheirismo marcantes nos momentos felizes e difíceis das nossas vidas. Sempre com muito amor e carinho;
- ao professor João Welliandre Carneiro Alexandre, sou grato pela orientação e pelo incentivo através dos valiosos conselhos como docente e amigo;
- ao professor Juvêncio Santos Nobre pelas dicas preciosas e pela valiosa amizade;
- aos professores do GESLOG: Silvia Maria de Freitas, José Lassance de Castro Silva, Fernando Ribeiro de Melo Nunes, Maria Marta de Mendonça Bastos, Carlos Américo Leite Moreira e João Bosco Furtado Arruda pelas valiosas orientações e contribuições na minha formação;
- aos companheiros do Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional, pela amizade e pelo companheirismo que nos uniu ao longo do curso e a todos que me apoiaram ou até mesmo me criticaram, pois de uma forma ou de outra me incentivaram a vencer cada uma das etapas da minha vida;
- enfim, a CAPES, como órgão de fomento, pelo apoio financeiro e realização do trabalho junto à PROPAG.

A utilização dos Gráficos de Shewhart como ferramenta de monitoramento de processos, cujos produtos advêm de vários fluxos de produção (processos paralelos), deve ser vista com cautela, pois as amostras podem estar sendo construídas com itens de diferentes populações. Na construção desses gráficos, não se deve misturar diferentes fontes de variação do processo, pois tal atitude pode levar a conclusões equivocadas e, assim, reduzir o poder do gráfico na detecção de causas assinaláveis. Uma solução para esse problema é o uso de um gráfico de controle para cada fluxo, o Gráfico Tradicional de Shewhart (GCS), contudo torna o controle difícil e burocrático. Uma outra alternativa é a adoção do chamado Gráfico de Controle por Grupos (GG), que permite o controle de múltiplos fluxos através de um único gráfico. A presença de uma estrutura de correlação no processo produtivo, inserida em ambos os tipos de cartas, pode comprometer a análise violando a restrição de independência das amostras. A literatura especializada é carente em estudos dessa natureza. Diante deste cenário, o objetivo geral deste trabalho é desenvolver um estudo, por meio de simulação com *software* R (R Development Core Team, 2011), do Gráfico de Controle por Grupos em termos de seu desempenho e eficiência, como uma alternativa ao modelo de Shewhart em processos paralelos com fluxos correlacionados. O estudo consiste em uma análise acerca da alteração na média e na variância do processo individual e conjuntamente. Este trabalho, então, contextualiza a importância do Controle Estatístico de Processo (CEP) dentro da logística de produção e sua contribuição teórica e prática para o CEP dentro do objetivo proposto. Resultados indicam que a eficiência do GG em relação ao tradicional aumenta à medida que a correlação cresce. Além disso, para pequenas perturbações e com 3 fluxos, o gráfico por grupos chega a ser 55% mais lento quanto à detecção de um deslocamento conjunto na média e na variância do processo em relação ao tradicional de Shewhart. Destaca-se ainda que, para 10 fluxos, o GG apresenta um desempenho superior ao GCS na ordem de 36% para correlação 0,5, dando evidências de que, para uma grande quantidade de fluxos ($k \geq 10$), o GG é melhor do que o GCS na presença de correlação entre os fluxos.

Palavras-chave: Gráficos por Grupos, Processos Paralelos, Fluxos Correlacionados.

ABSTRACT

The use of Shewhart charts as a tool for process monitoring, whose products come from various production flows (parallel processes), should be viewed with caution because the samples could be determined based on items from different populations. In the construction of these charts, is not recommended mix different sources of process variation, because such an attitude can lead to wrong conclusions and thus reduce the power of the chart in detecting assignable causes. One solution to this problem is the use of a control chart for each stream, which makes control difficult and bureaucratic. Another alternative is to adopt the Groups Charts, which allows control of multiple streams from a single graph. The presence of a correlation structure in the production process, inserted in both types of charts, can compromise the analysis violating the restriction of independence of samples. The literature is lacking in studies of this nature. Given this scenario, the objective of this work is to develop a study through simulation using the Software R, Group Charts in terms of its performance and efficiency, as an alternative to Model Shewhart in parallel processes with correlated streams. The study is an analysis of the change in the mean and the variance of the process individually and jointly. This work then contextualizes the importance of Statistical Control in the Process (SPC) logistics and its contribution to the theory and practice SPC within the proposed objective. Results indicate that the efficiency of GG compared to traditional increases as the correlation grows. Furthermore, for small disturbances, with 3 flows, the GG becomes 55% slower as to detect a displacement set average and the variance of the process compared to the traditional of Shewhart. Note also that, for 10 streams, the GG has outperformed GCS in the order of 36% correlation to 0.5, giving evidence that, for a large number of flows ($k \geq 10$), the GG is better than the GCS in the presence of correlation between the streams.

Key-words: Group Charts, Parallel Processes, Correlated Streams.

LISTA DE FIGURAS

- 1 Configuração das 27 punções de estampagem. p. 18
- 2 Especificações de projeto de uma rolha metálica. p. 19
- 3 Configuração da pintura da lateral do fogão. p. 20
- 4 Fluxograma do algoritmo desenvolvido. p. 43
- 5 NMA_1 para fluxos independentes (exato e simulado) e para fluxos dependentes com $\mu = \sigma^2 = 100$ p. 46
- 6 NMA_1 para fluxos dependentes com $\mu = 1 < \sigma^2 = 100$ e $r = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; 0, 7$ e $0, 9$ p. 47
- 7 NMA_1 para fluxos dependentes com $\mu = 100 > \sigma^2 = 9^2$ e $r = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; e 0, 7$ p. 48
- 8 NMA_1 nas 3 situações variando $r = 0, 1; 0, 2$ p. 49
- 9 NMA_1 nas 3 situações variando $r = 0, 3; 0, 5$ p. 49
- 10 NMA_1 nas 3 situações variando $r = 0, 7; 0, 9$ p. 50
- 11 NMA_{21} para o GCS com $k = 3, 5, 10$ e uma perturbação na média com $\delta = 0, 1; 0, 3; 0, 5; 1, 0; 2, 0; 3, 0$ p. 52
- 12 NMA_{21} para o GG com $k = 3, 5, 10, r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e uma perturbação na média com $\delta = 0, 1; 0, 3; 0, 5; 1, 0; 2, 0; 3, 0$ p. 53
- 13 Eficiência Relativa entre o GCS e o GG para $k = 3, 5, 10, r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e uma perturbação na média com $\delta = 0, 1; 0, 3; 0, 5; 1, 0; 2, 0; 3, 0$ p. 54

14	NMA_{22} para o GCS com $k = 3, 5, 10$ e uma perturbação na variância com $\lambda = 1, 5; 2, 0; 2, 5; 3, 0; 5, 0$	p. 56
15	NMA_{22} para o GG com $k = 3, 5, 10, r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e uma perturbação na variância com $\lambda = 1, 5; 2, 0; 2, 5; 3, 0; 5, 0$	p. 57
16	Eficiência Relativa entre o GC e o GG para $k = 3, 5, 10$ e uma perturbação na variância do processo	p. 58
17	NMA_{23} para o GCS com $k = 3, 5, 10$ e uma perturbação na média (δ) e na variância com (λ)	p. 60
18	NMA_{23} para o GG com $k = 3, 5, 10$ e perturbações na média (δ) e na variância (λ) do processo	p. 61
19	Eficiência entre o GCS e o GG com $k = 3, 5, 10$ e com perturbações na média (δ) e na variância (λ) do processo	p. 62

LISTA DE TABELAS

- 1 Esquema de montagem geral do GC tradicional para a média (\bar{X}), amplitude (R) e desvio-padrão (S) p. 23
- 2 Esquema de montagem para o Gráfico por Grupos para a média (\bar{X}), amplitude (R) e desvio-padrão (S) p. 29
- 3 NMA_1 para fluxos independentes (exato e simulado) e para fluxos dependentes com $\mu = \sigma^2 = 100$, obtido pelo algoritmo proposto variando a correlação p. 45
- 4 NMA_1 para fluxos dependentes com $\mu = 1 < \sigma^2 = 100$ e $r = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; 0, 7$ e $0, 9$ p. 47
- 5 NMA_1 para fluxos dependentes com $\mu = 100 > \sigma^2 = 9^2$, obtido pelo algoritmo proposto variando a correlação $r = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; e 0, 7$ p. 48
- 6 Alguns valores de L associados à k p. 51
- 7 NMA_{21} para o GCS com dependência e um deslocamento na média p. 52
- 8 NMA_{21} para o GG com correlação entre os fluxos e um deslocamento na média p. 52
- 9 Eficiência entre o GC e o GG para um deslocamento na média do processo e com fluxos correlacionados p. 54
- 10 NMA_{22} para o GCS com dependência e um deslocamento na variância p. 55
- 11 NMA_{22} para o GG com correlação entre os fluxos e um deslocamento na variância p. 56

12	Eficiência entre o GCS e o GG para um deslocamento na variância do processo e com fluxos correlacionados	p. 57
13	NMA_{23} para o GCS com correlação $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e um deslocamento na média (δ) e na variância (λ) para $k = 3, 5, 10$	p. 59
14	NMA_{23} para o Gráfico por Grupos com correlação $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e um deslocamento na média (δ) e na variância (λ) para $k = 3, 5, 10$	p. 60
15	Eficiência entre o GCS e o GG com correlação $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e um deslocamento na média (δ) e na variância (λ) para $k = 3, 5, 10$	p. 62
16	Resumo para o NMA_{21} com dependência e um deslocamento na média . . .	p. 63
17	Síntese do NMA_{22} com dependência e um deslocamento na variância	p. 64
18	Resumo do NMA_{23} com correlação $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e um deslocamento na média (δ) e na variância (λ) para $k = 3, 5, 10$	p. 65

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1	Introdução	p. 14
1.1	Problemática e Justificativa	p. 16
1.2	Objetivos	p. 17
1.2.1	Objetivo Geral	p. 17
1.2.2	Objetivos Específicos	p. 17
1.3	Aplicações dos Gráficos por Grupos	p. 18
1.4	Estrutura da Dissertação	p. 20
2	Gráficos de Controle por Grupos	p. 22
2.1	Gráficos de Controle tradicionais	p. 22
2.1.1	Uma abordagem dos processos paralelos	p. 26
2.1.2	Gráficos por Grupos	p. 28
2.1.2.1	Demonstração do NMA	p. 30
2.1.2.2	Análise da correlação	p. 35

3 Métodos e Simulação	p. 37
3.1 Aspectos teóricos da metodologia aplicada	p. 37
3.2 Metodologia de pesquisa	p. 38
3.3 Complexidade teórica e o uso de simulação	p. 39
3.4 Definição da simulação	p. 40
3.5 O algoritmo elaborado	p. 40
4 Desempenho e eficiência entre o GG e o tradicional de Shewhart	p. 44
4.1 Desempenho do GG	p. 44
4.2 Eficiência entre o GG e o GCS na presença de correlação	p. 50
4.2.1 Alteração na média do processo (δ)	p. 51
4.2.2 Alteração na variância do processo (λ)	p. 55
4.2.3 Alteração conjunta na média e na variância do processo	p. 59
4.3 Síntese	p. 63
5 Considerações Finais	p. 66
5.1 Conclusões	p. 66
5.2 Sugestões para trabalhos futuros	p. 68
Referências Bibliográficas	p. 69
Apêndice A - Estatísticas de ordem	p. 73
Apêndice B - O método de Monte Carlo	p. 75
Apêndice C - O algoritmo	p. 76

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

No monitoramento de um processo produtivo em série é natural existir uma variável de interesse X , também conhecida como a característica da qualidade, cuja distribuição de probabilidade está associada ao estado de controle do processo. Em particular, são comuns situações em que essa característica apresenta uma distribuição aproximadamente normal com média μ e variância σ^2 , em que μ é, em geral, um valor ajustado de acordo com as especificações de projeto e σ^2 é uma característica do processo representando a variabilidade. O processo é considerado fora de controle quando a média se desvia de μ , quando a variância aumenta com relação ao mínimo possível σ^2 , ou ambos.

Na década de 1920 - 30, os Gráficos de Controle Estatístico do Processo (GCEP) foram introduzidos por Shewhart como técnica de monitoramento de um processo produtivo (SHEWHART, 1931). Esse método consiste na seleção e inspeção de uma amostra de n itens a cada intervalo de h unidades de tempo. As médias amostrais \bar{X} são comparadas com os limites inferior e superior de controle do processo, $\mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}}$ e $\mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}}$, para o gráfico da média, já previamente determinados. Se \bar{X} cair além desses limites, assume-se que uma causa especial alterou a média do processo. Neste caso, ações corretivas devem ser empreendidas visando eliminar tal fonte de distúrbio. Se \bar{X} cair dentro dos limites de controle, recomenda-se não intervir no processo.

Associado ao gráfico de \bar{X} , é construído o gráfico da amplitude R , para monitorar a variabilidade do processo, sendo o procedimento análogo ao realizado para a média. Em geral, é assumido que a ocorrência de uma causa assinalável (perturbação) no processo gera uma mudança na média do processo de μ para $\mu_1 = \mu + \delta\sigma$, $\delta \neq 0$, e na variabilidade do

processo do tipo σ^2 para $\sigma_1^2 = \lambda^2 \sigma^2$, $\lambda > 1$ (BOYD, 1950).

A partir da proposta original de Shewhart, vários autores desenvolveram diferentes modelos adaptativos e alternativos, e estudos comparativos entre eles: Hunter (1986); Alexandre e Amorim (1994); Jr., Amin e Arnold (1990); Costa (1997); Costa (1999); Chan, Xie e Goh (2000); Alexandre e Farias (2004).

Na elaboração dos gráficos de controle existe a necessidade de formação dos subgrupos racionais, que se baseiam no princípio de que, dentro deles, deve-se maximizar a existência de somente causas aleatórias, e as causas especiais (como por exemplo, superaquecimento das máquinas e matéria-prima não conforme), caso existam, devem ocorrer entre os subgrupos. Contudo, em processos cujo produto decorre de diferentes fluxos de produção (processos paralelos), o modelo de Shewhart pode se tornar árduo e dispendioso, devido à construção de vários gráficos de controle conforme o número de fluxos, sendo dois para cada fluxo, um gráfico para monitorar a média (nível da qualidade); e outro para monitorar a variabilidade (RAMOS, 2000).

Na formação dos subgrupos racionais, é sugerido que não se devem misturar produtos de diferentes fluxos de produção (processo em paralelo), pois a ocorrência de diferenças entre eles, reveladas pelo gráfico de controle, podem ser consequência do problema de estratificação dos subgrupos. Outro fator importante na formação dos subgrupos está atrelado à variação transversal e longitudinal no processo. No gráfico convencional de Shewhart para a média e amplitude, por exemplo, o valor da amplitude média calculada a partir da amplitude de cada subgrupo, determina a largura dos limites para o gráfico da média. Isto significa que a variabilidade dentro de cada amostra determina o quanto de diferença pode existir na variação entre as amostras.

Nos processos em paralelo, a variabilidade dentro de cada fluxo (variabilidade longitudinal) tem características diferentes da variabilidade entre os fluxos (variabilidade transversal). A fonte de variação da variabilidade transversal é consequência, por exemplo, de ajustes independentes de cada fluxo dentro de cada subgrupo (amostras); enquanto que na longitudinal a fonte de variação é originada, dentre outros fatores, pelo desgaste natural do processo, variabilidade decorrente de matérias-primas, operadores e procedimentos, ao longo do processo.

Uma alternativa que contorna esses problemas é a aplicação do Gráfico por Grupos (GG) (BOYD, 1950), que se caracteriza pela construção de somente um gráfico para monitorar a média e outro para a variabilidade do processo. A formação adequada dos subgrupos é um fator importante na elaboração do GG, o qual certamente soluciona a grande burocracia na construção dos gráficos de controle. O GG pode ser considerado como uma variação do gráfico convencional de Shewhart. A elaboração é simples e o princípio fundamental está na formação

dos subgrupos.

O processo de monitoramento consiste em plotar a maior e a menor média de cada grupo, no gráfico para a média, e a maior amplitude, no gráfico para a amplitude, caso seja utilizado para monitorar a variabilidade. Se ambos os gráficos apresentarem um comportamento aleatório com todos os pontos dentro dos limites de controle, tem-se uma indicação de que o processo está sob controle estatístico; caso contrário, recomenda-se investigar e corrigir as causas que levaram a esse estado de instabilidade no processo. Alexandre *et al.* (2006) apresentam uma aplicação do GG em uma indústria manufatureira do Estado do Ceará.

Grinshaw, Bryce e Meade (1999) determinam os limites de controle para os GG com base na mesma taxa de alarmes falsos que o modelo de Shewhart: um alarme falso a cada 370 inspeções, em média. Contudo, esses autores não abordam a determinação desses limites com base na distribuição do máximo e do mínimo das médias, além de não estudarem o desempenho dos GG e nem a eficiência deles comparados ao modelo de Shewhart, bem como não tratam dos fluxos dependentes.

Estudos nesse sentido foram conduzidos por este autor em Oliveira *et al.* (2011), que realizou uma comparação entre os GG, por meio de simulação da distribuição do mínimo e do máximo de \bar{X} , com o modelo exato utilizado por Vasconcelos (2009). De posse dos resultados, foram feitas comparações a fim de apresentar qual Gráfico de Controle se comportava melhor de acordo com cenários distintos, como por exemplo, a variação no número de fluxos, na média e na variância do processo.

Os estudos realizados tratavam de processos com fluxos independentes. A proposta deste trabalho consiste em aprofundar o estudo dos GG, agora assumindo os fluxos correlacionados, e compará-los com o esquema tradicional de Shewhart quanto à detecção rápida na mudança na média do processo. Este estudo visa contribuir também para a literatura especializada, que é escassa em investigações acerca do assunto, ou seja, dependência entre os fluxos.

1.1 Problemática e Justificativa

O desenvolvimento dos recursos tecnológicos, atrelado à produção em larga escala, favorece à implementação de processos produtivos com vários fluxos trabalhando simultaneamente. Cada fluxo fabrica o mesmo produto e pode interagir isoladamente ou não com os demais, ou seja, pode existir uma relação entre eles. Do ponto de vista prático, isso pode ocorrer com o ajuste individual ou geral dos fluxos. Se o ajuste é executado em cada um separadamente, espera-se que não seja constatada relação entre eles, caso contrário, existem indícios

dessa relação ser descrita como uma forma de dependência entre os fluxos, proporcionando a ocorrência de sucessivos alarmes falsos no processo de monitoramento, caso essa dependência seja incorporada no modelo.

Estudos mostram que essa dependência, quantificada pelo coeficiente de autocorrelação, afeta diretamente o desempenho do gráfico de controle caso não seja identificada, como visto em Guimarães e Epprecht (2000) e Ramos (2000). Em processos com múltiplos fluxos, a dependência também pode estar presente entre os fluxos na forma de correlação, o que leva à pergunta desta pesquisa: como o GG se comporta, em termo do desempenho e da eficiência, com o gráfico de Shewhart, na presença de correlação entre os fluxos?

É essencial constatar a forma de interferência que a dependência entre os fluxos afeta o monitoramento de processos paralelos, pois assim pode-se propor um método capaz de corrigir essa distorção, impedindo uma análise equivocada, já que existe a possibilidade de aplicação errônea dos métodos tradicionais em cenários cujos fluxos apresentam uma estrutura de correlação inerente ao processo.

1.2 Objetivos

Esse tópico consiste na exposição e no detalhamento dos objetivos elaborados para o desenvolvimento da dissertação.

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste estudo consiste em:

Analisar o desempenho e eficiência entre os GC por grupos e o tradicional de Shewhart em processos paralelos com fluxos correlacionados.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para a realização deste estudo, os seguintes objetivos específicos se fazem necessários:

- I. Determinar a estrutura probabilística dos gráficos de controle por grupos por meio das estatísticas de ordem (mínimo e máximo), em processos paralelos correlacionados;

- II. Desenvolver um algoritmo, através do *software* R, para a simulação do indicador utilizado Número Médio de Amostras (NMA) até a ocorrência de um sinal que permita a inserção de uma estrutura de correlação entre os fluxos, gerando uma dependência entre eles;
- III. Calcular o desempenho dos gráficos por grupos na presença de alterações na média e na variância do processo;
- IV. Determinar a eficiência relativa entre os gráficos de controle por grupos e o tradicional de Shewhart.

1.3 Aplicações dos Gráficos por Grupos

É natural a utilização do CEP na indústria como ferramenta de monitoramento do processo produtivo. Motivado, dentre outros fatores, pelo avanço tecnológico, o instrumento está em ascensão contínua devido à diversidade nas técnicas empregadas na produção. Essa variedade provocou o surgimento de recursos que agregam características capazes de violar as condições necessárias para aplicação dos GC.

Como ilustração de um processo que retrata uma configuração de fluxos independentes, considera-se o processo de fabricação de rolhas metálicas onde em cada batida de uma máquina são produzidas 27 rolhas originadas de 27 punções, que pode ser visto em Vasconcelos (2009). Se cada punção é calibrada de forma independente e há a necessidade de investigar diferenças entre punções para monitorar a altura das rolhas, são necessários 54 gráficos de Shewhart, sendo 27 para monitorar a média e 27 para monitorar a variabilidade, veja esquema na Figura 1 e as especificações na Figura 2. Sob o ponto de vista prático, torna-se inviável trabalhar com o GC tradicional.

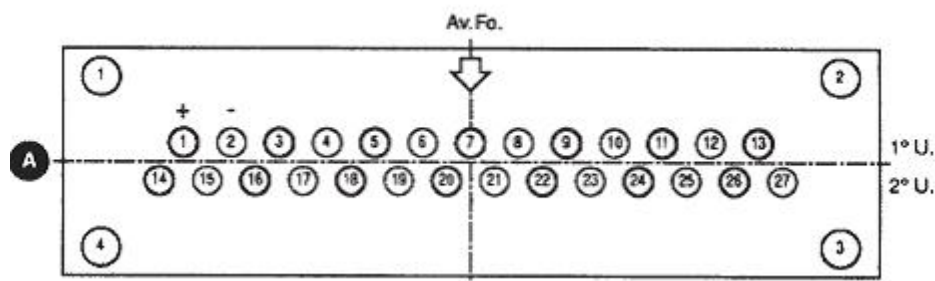


Figura 1: Configuração das 27 punções de estampagem.

Fonte: Vasconcelos (2009)

Formato	Descrição	Altura Máxima	Altura Mínima	Vedante
	Rolha Twist Off	6,15 mm, 0,240 pol	5,85 mm, 0,230 pol	PVC, PVC FREE



Figura 2: Especificações de projeto de uma rolha metálica.

Fonte: MECESA

Uma ilustração de um caso com dependência, citada em Ramos (2000), consiste na utilização de amplos recipientes de armazenamento de produtos químicos líquidos. Estes recipientes, em geral, são utilizados em processos de injeção de fluidos em frascos de tamanho inferior, como por exemplo, fabricação de tinta. O recipiente de maior porte contém uma entrada, onde o produto é inserido e homogeneizado, e uma saída, onde o fluido é direcionado para o devido uso. Processos dessa natureza são susceptíveis a contemplar uma forte estrutura de correlação, visto que, o frasco utilizado para distribuição do produto é grande o suficiente para provocar variabilidade significativa em seu interior.

Seja, por exemplo, a característica da qualidade X a concentração de corante dissolvido em água e, considerando que a peça responsável pela agitação contínua (homogeneização) seja localizada próxima ao compartimento de saída do recipiente e que o corante precipite rapidamente, é natural que o primeiro lote de produtos originados tenha uma forte concentração, enquanto as últimas estejam pouco concentradas.

Como exemplo prático inserido nesse contexto, seja Y a altura da camada de tinta da lateral externa de um fogão, apresentado em Alexandre *et al.* (2006). Sendo o material usado na pintura armazenado em um recipiente que tem a saída direcionada para uma pistola responsável pela pintura a pó automática de cada lateral. A pistola de pressão lança a tinta na lateral passando em três partes, superior (1, 2), central (3, 4) e inferior (5, 6), conforme a Figura 3.

Pode ser visto em Vasconcelos (2009), que a formação dos subgrupos é fundamental, uma vez que estes sofrem interferência das variações transversal e longitudinal, daí o

interesse em controlar a variável nas três posições. Neste caso, em particular, é possível que a pressão utilizada no lançamento da tinta não se mantenha constante e apresente uma altura na camada de tinta diferente nas partes superior, central e inferior. Outra possibilidade consiste na má homogeneização da tinta que, considerando a pressão da pistola constante, a baixa concentração torna o material inadequado, afetando diretamente a altura da camada, visto que ele é lançado com mais intensidade e não é bem fixado na peça, deixando a característica da qualidade com baixos valores.

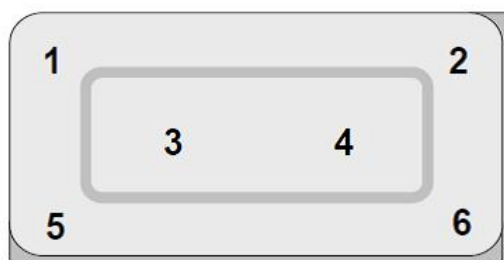


Figura 3: Configuração da pintura da lateral do fogão.

Fonte: Alexandre *et al.* (2006)

Ressalta-se que a calibragem também é considerada uma fonte de dependência, ou seja, no caso da pistola de pressão, o ajuste é efetuado somente uma vez e a máquina lança a tinta em 3 posições distintas (fluxos), isto é, o ajuste é realizado simultaneamente para todos os fluxos, ocasionando um erro generalizado em caso de má calibragem. Por outro lado, no caso das rolhas metálicas, citado anteriormente, o ajuste é executado em cada punção, dando indícios que o processo é independente.

Destaca-se aqui a necessidade de uma análise bem elaborada, voltada para um estudo da correlação ou da autocorrelação presente na produção, já que o ajuste pode não ser suficiente para agregar uma estrutura de correlação entre os fluxos ou de autocorrelação dentro das amostras. Portanto, antes de tomar uma decisão acerca do GC a ser empregado, é necessária a realização dessa análise antes da aplicação do instrumento de controle.

1.4 Estrutura da Dissertação

O presente trabalho é estruturado nos seguintes capítulos:

- **Capítulo 1:** Introdz o leitor ao cenário do trabalho, bem como apresenta a problemática, a justificativa, os objetivos geral e específicos e uma aplicação;

- **Capítulo 2:** Dedicado a apresentação dos Gráficos de Controle tradicionais, os processos paralelos, os Gráficos de Controle por Grupos e suas características principais, como a demonstração do indicador utilizado (NMA) e a análise da correlação, que servem de referência para a compreensão desta dissertação;
- **Capítulo 3:** Destinado à metodologia empregada no desenvolvimento deste trabalho, envolvendo conceitos sobre os procedimentos e recursos usados;
- **Capítulo 4:** Reservado para a apresentação dos resultados, abrangendo o cálculo do desempenho do GG na presença de correlação entre os fluxos e comparando-o com o tradicional, verificando a coerência entre os resultados esperados com os obtidos, enfatizando o uso e o desenvolvimento do método;
- **Capítulo 5:** Apresenta as conclusões tomadas diante dos resultados alcançados traçando um comparativo entre a simulação e o cenário real e trazendo interpretações orientadas à prática;
- **Referências:** Apresenta as referências usadas na construção deste trabalho a fim de expor as fontes da pesquisa utilizadas para o desenvolvimento do projeto;
- **Apêndice:** A: Contém um breve resumo sobre estatísticas de ordem; B: Apresentação do método de Monte Carlo; C: Comandos utilizados no desenvolvimento do algoritmo de simulação.

CAPÍTULO 2

GRÁFICOS DE CONTROLE POR GRUPOS

Este capítulo se destina a referenciar o leitor sobre o conteúdo central do estudo (Gráficos por Grupos e processos paralelos), dando suporte acerca do uso e da aplicação do método, bem como apresenta o desenvolvimento teórico da técnica.

2.1 Gráficos de Controle tradicionais

Para Garvin (1994), a partir da revolução industrial, a inspeção formal passou a ser mais intensamente utilizada com a consolidação do conceito de produção em massa, isto é, até então se trabalhava com pequenas quantidades, mas a partir do momento em que ocorreu a mecanização do processo, tornou-se inviável inspecionar a grande quantidade de produtos fabricados, o que forçou a elaboração de técnicas capazes de desempenhar um monitoramento de modo ágil e eficiente.

No ano de 1931, foi publicada a obra *Economic Control of Quality Manufactured Products*, de W. A. Shewhart, que marcou a evolução no movimento da qualidade, dando embasamento de caráter científico à teoria sobre a qualidade. A obra apresentou uma ferramenta capaz de avaliar o processo através de gráficos de controle, também chamados de cartas de controle, que permitem identificar e rastrear a causa dos defeitos no fluxo produtivo.

O método consiste em utilizar uma medida de localização ou de dispersão como parâmetro de decisão para julgar a confiabilidade do processo. Isto é, utiliza-se um delimitador para os valores avaliados e testa-se os mesmos para avaliar se estão ou não dentro de um intervalo mínimo de qualidade que, segundo critérios da própria empresa ou de agências regu-

ladoras, causem o mínimo de dano ou insatisfação ao consumidor e de prejuízo ao fabricante. Em outras palavras, o ideal se trata de produzir com a quantidade indicada nas especificações do projeto.

A ideia evoluiu e ganhou forma estatística. Baseando-se na suposição de normalidade da característica da qualidade X , com média μ e desvio padrão σ , sabe-se que \bar{X} também é normalmente distribuída com média $\mu_{\bar{X}}$ e desvio $\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n}$, bem como a probabilidade do intervalo $[\mu_{\bar{X}} - z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}, \mu_{\bar{X}} + z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}]$ conter a média \bar{X} é $(1 - \alpha)$. Diante desses conceitos, uma forma geral para a construção de gráficos de controle foi elaborada a partir da Tabela 1.

Tabela 1: Esquema de montagem geral do GC tradicional para a média (\bar{X}), amplitude (R) e desvio-padrão (S)

Subgrupo	Descrição das amostras				\bar{X}	R	S
1	\bar{X}_{11}	\bar{X}_{12}	\cdots	\bar{X}_{1n}	\bar{X}_1	R_1	S_1
2	\bar{X}_{21}	\bar{X}_{22}	\cdots	\bar{X}_{2n}	\bar{X}_2	R_2	S_2
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
k	\bar{X}_{k1}	\bar{X}_{k2}	\cdots	\bar{X}_{kn}	\bar{X}_k	R_k	S_k

A construção da Tabela 1 é função dos chamados parâmetros dos GC, n , h e L , em que n representa o tamanho da amostra, ou seja, o número de medições a serem realizadas dentro de cada amostragem; h é o intervalo entre as coletas; e L é a largura do intervalo. A variação dessas quantidades interfere diretamente na análise e, tendo conhecimento da manipulação dos mesmos, pode-se achar uma combinação ótima entre eles que promova uma análise mais eficiente, no sentido de identificar rapidamente onde ocorreu um defeito na produção. Destaca-se ainda que a elaboração da referida tabela é baseada nos GC tradicionais, que são balanceados e não possuem dados faltantes.

O propósito dos GC de monitorar o processo produtivo é realizado através da construção de dois gráficos, um para a medida de localização, média, e outro para a medida de dispersão, desvio-padrão ou amplitude, comumente utilizados. Na construção dos grupos, são determinadas 3 quantidades, a Linha Central, LC, e as Linhas Inferior e Superior de Controle, respectivamente LIC e LSC. De forma geral, as cartas de controle para a média têm um padrão de cálculo de seus elementos de modo que os pontos a serem analisados apresentam uma particularidade de acordo com o tipo de gráfico e a situação prática, além de se dividirem em dois tipos.

O primeiro tipo trata dos GC por variáveis, que representam o estudo de características da qualidade que são fruto de alguma forma de mensuração, como peso, altura, comprimento, resistência e diâmetro. O segundo, chamado de GC por atributos, engloba casos os quais são decorrentes de um processo qualitativo nominal (classificação) ou discreto (con-

tagem), como número de defeituosos e número de erros. É de se ressaltar que os limites de controle (LIC, LC e LSC) seguem um padrão geral para a média segundo as equações,

$$LIC_X = \mu_X - L\sigma_X \quad (1)$$

$$LC_X = \mu_X \quad (2)$$

$$LSC_X = \mu_X + L\sigma_X. \quad (3)$$

Por outro lado, para o controle da variabilidade do processo, o conceito é análogo, isto é, os limites de controle baseados na amplitude e no desvio-padrão são elaborados respectivamente por

$$LIC_R = \mu_R - L\sigma_R \quad (4)$$

$$LC_R = \mu_R \quad (5)$$

$$LSC_R = \mu_R + L\sigma_R \quad (6)$$

$$LIC_S = \mu_S - L\sigma_S \quad (7)$$

$$LC_S = \mu_S \quad (8)$$

$$LSC_S = \mu_S + L\sigma_S. \quad (9)$$

Para maiores detalhes, ver Costa, Epprecht e Carpinetti (2010). A partir da Tabela 1 e das equações apresentadas de 1 até 9, pode-se construir dois conjuntos de gráficos, $\bar{X} - R$ e $\bar{X} - S$, que são os mais utilizados na prática. O desenvolvimento teórico a seguir tem como referência Montgomery (2009).

- GC para $\bar{X} - R$

Para o Gráfico de \bar{X} , utiliza-se as equações 1, 2 e 3. Destaca-se ainda que, considerando Tabela 1, $\mu_{\bar{X}}$ e $\sigma_{\bar{X}}$ são quantidades desconhecidas, sendo estimadas por $\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^k \frac{\bar{X}_i}{k}$, $\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\bar{R}}{d_2}$ (em que d_2 é uma constante tabelada em função do tamanho da amostra) e $\bar{R} = \sum_{i=1}^k \frac{R_i}{k}$. Assim, tem-se que

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - \frac{3\bar{R}}{\sqrt{nd_2}}$$

definindo $A_2 = \frac{3}{\sqrt{nd_2}}$, tem-se que

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2\bar{R}.$$

Analogamente, o Limite Superior de Controle é

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2\bar{R}.$$

Sob normalidade de X , para o gráfico da amplitude, seja $R = w\sigma$, $E(W) = d_2$ e $DP(W) = d_3$ (desvio-padrão de W), então,

$$\begin{aligned} E(R) &= E(W\sigma) = d_2\sigma \\ \hat{\mu}_R &= E(R) = d_2\hat{\sigma}_X = d_2\frac{\bar{R}}{d_2} = \bar{R} \\ \hat{\sigma}_R &= d_3\hat{\sigma}_X = d_3\frac{\bar{R}}{d_2} \end{aligned}$$

logo,

$$\begin{aligned} LIC_R &= \bar{R} - 3d_3\frac{\bar{R}}{d_2} = \bar{R} \left(1 - 3\frac{d_3}{d_2}\right) \because LC_R = \bar{R} \therefore D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2} \rightarrow LIC_R = \bar{R}D_3 \\ LSC_R &= \bar{R} + 3d_3\frac{\bar{R}}{d_2} = \bar{R} \left(1 + 3\frac{d_3}{d_2}\right) \therefore D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2} \rightarrow LSC_R = \bar{R}D_4. \end{aligned}$$

onde as quantidades, d_2 , D_3 e D_4 são constantes tabeladas baseadas no tamanho da amostra.

- GC para $\bar{X} - S$

Os gráficos de controle para \bar{X} e S são semelhantes aos da amplitude, mudando somente o estimador do desvio-padrão do processo, no caso da média, $\hat{\sigma}_X = \frac{\bar{S}}{c_4}$, em que

$\bar{S} = \sum_{i=1}^k \frac{S_i}{k}$ e c_4 uma constante em função de n , assim,

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - \frac{3\bar{S}}{\sqrt{nc_4}} \because LC_{\bar{X}} = \bar{X} \therefore A_3 = \frac{3}{\sqrt{nc_4}} \rightarrow LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - \bar{S}A_3,$$

analogamente,

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + \bar{S}A_3.$$

No caso do gráfico para S , é necessário saber que $E(S) = c_4\sigma$ e $DP(S) = \sigma_X\sqrt{1 - c_4^2}$, logo,

$$\hat{\mu}_\sigma = E(c_4\sigma) = c_4\hat{\sigma}_X = \frac{\bar{S}}{c_4}c_4 = \bar{S} \rightarrow LC = \bar{S}$$

$$LIC_S = \bar{S} - 3\hat{\sigma}_X\sqrt{1 - c_4^2} \therefore \hat{\sigma}_X = \frac{\bar{S}}{c_4} \rightarrow LIC_S = \bar{S} - 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2},$$

assim,

$$LIC_S = \bar{S} \left(1 - \frac{3}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} \right) \therefore B_3 = 1 - \frac{3}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} \rightarrow LIC_S = B_3\bar{S}$$

$$LSC_S = \bar{S} \left(1 + \frac{3}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} \right) \therefore B_4 = 1 + \frac{3}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} \rightarrow LIC_S = B_4\bar{S},$$

aplicações práticas sugerem utilizar os gráficos para \bar{X} e S quando $n \geq 10$ (RAMOS, 2000).

Os dois pares de gráficos compõem uma poderosa ferramenta de análise para as grandes indústrias, pois são capazes de identificar um problema na produção a partir de pequenas amostras, o que gera um mínimo de desperdício, principalmente em processos destrutivos, onde a realização da medição exige a deterioração do produto, como por exemplo, em frascos de soluções fisiológicas, onde se avalia o tempo em que os recipientes plásticos suportam fixados na haste. Além disso, são ágeis, pois descartam a necessidade de análise da população de produtos, deixando o processo mais rápido e barato. Segundo Ramos (2000), os ganhos com as economias obtidas são permanentes e os advindos geram um melhor ambiente de trabalho, motivando o desejo por melhores resultados.

Diante das vantagens oferecidas pelos GC, surgiu uma dificuldade com a evolução do processo produtivo, que é a fabricação dos produtos decorrentes de processos paralelos.

2.1.1 Uma abordagem dos processos paralelos

Para Vasconcelos (2009), é comum, nas indústrias de transformação, se encontrar processos produtivos em que um produto é fabricado em vários fluxos de produção ou o mesmo produto é fabricado simultaneamente em diferentes conjuntos de equipamentos. Isto é, o mesmo produto passou a ser produzido em diferentes fluxos de produção, o que proporciona um ganho significativo de tempo e um resultado superior em relação à quantidade.

Porém, do ponto de vista da análise do CEP, isso se tornou um fator complicador, visto que o estudo proposto por Shewhart, em sua origem, trata de processos com um único fluxo de produção, assim, a construção de um único GC tradicional para os vários fluxos reduz

a eficiência para, caso exista presença de causas especiais, em identificar em qual dos fluxos o problema ocorreu, o que tornaria o processo complexo e oneroso, já que seria necessária a averiguação de cada fluxo para a detecção do erro e, enquanto isso, todo o processo poderia ficar parado, gerando prejuízo e desperdício para empresa.

É inviável, sob o ponto de vista prático e considerando vários processos produtivos em série, fazer a análise para cada um isoladamente. Além da inviabilidade proporcionada pela grande quantidade de GC exigida, ainda há outro questionamento acerca da aplicação dos GC em processos paralelos, que trata da independência entre eles. Além da suposição de normalidade, a teoria proposta por Shewhart se baseia na independência entre as observações, o que nem sempre é garantido quando se trabalha com vários fluxos. É de se ressaltar que, ao tratar da distribuição normal, o fato de ser independente, implica em correlação igual a zero e vice-versa.

Para que a teoria dos GC se aplique à prática, é necessário que as suposições sejam atendidas, caso contrário, a análise é comprometida. Guimarães e Epprecht (2000) afirmam que os gráficos de controle fornecerão resultados distorcidos na forma de demasiados alarmes falsos, se os dados forem correlacionados, ou seja, a ocorrência de sucessivos pontos fora de controle é constatada diante da não satisfação da condição de independência. Destaca-se que, sendo a correlação uma medida bidimensional, ao usá-la em uma única variável, é denominada de autocorrelação, que será aprofundada nas seções posteriores.

Quando existem múltiplos fluxos de produção, além da presença de autocorrelação dentro de cada fluxo, pode existir a correlação entre os fluxos. Quando este fato ocorre, ações devem ser tomadas com cautela para que a análise não seja aplicada de forma equivocada. Para a existência de somente um fluxo, calcula-se a autocorrelação e verifica-se a normalidade dos dados. Se nenhuma das condições for violada, basta aplicar o GC sem nenhuma alteração. Caso contrário, deve-se usar uma transformação nos dados originais, para atingir a normalidade, ou utilizar métodos para contornar a presença de autocorrelação, que será melhor discutido nas seções futuras.

Por outro lado, se a indústria trabalha com vários fluxos de produção, a opção é elaborar, como citado, dois gráficos para cada fluxo, mesmo que sejam vários, já que é impossível identificar a origem da falha (fluxo e grupo) se as amostras possuírem informações misturadas de todos eles, bem como o fato de serem independentes facilita a análise, visto que a presença de um fator que interfira nessa estrutura compromete diretamente a análise. Na prática, a questão de independência se refere, por exemplo, ao ajuste das máquinas, isto é, se os fluxos forem ajustados individualmente, tem-se indício que eles são independentes, caso contrário, ou seja,

se for um ajuste para todos, podem ser dependentes. Logo, é interessante que apliquem testes que avaliem a independência entre os fluxos e não seja somente considerada a situação prática, já que o ajuste não garante uma estrutura dependência.

Diante da complexidade em se trabalhar o GC tradicional com processos paralelos, a questão que trata da dependência entre os fluxos dificulta ainda mais o monitoramento. Tal complexidade se deve ao fato de que a relação entre eles provoca uma interferência generalizada no resultado da análise. Isto é, se uma das linhas produtivas apresentar um grau de relacionamento elevado com as demais, o comportamento desta influirá diretamente nas outras. Assim, seria interessante fazer a análise de cada um isoladamente, contudo, além de ser inviável, não é capaz de detectar a presença de causas especiais, muito menos em relação à estrutura de dependência.

2.1.2 Gráficos por Grupos

Em meio à dificuldade de implementação do GC tradicional em processos paralelos, foi desenvolvida uma nova modalidade de carta de controle, os Gráficos de Controle por Grupos (GG), propostos por Boyd (1950). A elaboração e aplicação da carta por grupo é bastante prática e objetiva, cujo princípio fundamental está na formação dos subgrupos e sua configuração geral e organizada em uma planilha de dados, conforme esquematizada na Tabela 2, que permite a detecção de causas especiais em fluxos distintos do processo. Destaca-se que o esquema geral apresentado na Tabela 2 se baseia na característica da qualidade $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, tendo suas medidas coletadas e alocadas de acordo com a posição do fluxo (estrato) e da amostra.

O esquema do controle para os Gráficos por Grupos tem dois objetivos preliminares (MORTELL; RUNGER, 1995):

- Detectar um deslocamento na média de todos os fluxos
- Detectar um deslocamento na média de um fluxo individual do produto

Em resumo, o GG é uma alternativa às cartas tradicionais sendo capaz de monitorar o processo quando torna-se necessária uma estratificação (distinção entre os fluxos). Daí a importância da ferramenta, podendo detectar em um único gráfico o deslocamento na média ou na variabilidade por fluxo e dentro todos os estratos, ou subgrupos, na linguagem do CEP.

O potencial do GG se deve a formação dos subgrupos, sendo fundamental decidir a forma a qual a estratificação será elaborada, evidenciando a necessidade de critérios rigorosos

Tabela 2: Esquema de montagem para o Gráfico por Grupos para a média (\bar{X}), amplitude (R) e desvio-padrão (S)

Grupo	Amostra	Descrição das amostras			\bar{X}	R	S
		Prod.1	...	Prod.n			
1	1	X_{111}	...	X_{11n}	\bar{X}_{11}	R_{11}	S_{11}
	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
	k	X_{1k1}	...	X_{1kn}	\bar{X}_{1k}	R_{1k}	S_{1k}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m	1	X_{m11}	...	X_{m1n}	\bar{X}_{m1}	R_{m1}	S_{m1}
	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮
	k	X_{mk1}	...	X_{mkn}	\bar{X}_{mk}	R_{mk}	S_{mk}

na definição e amostragem desses grupos. Determinada a formação dos subgrupos, pode-se ver em Ramos (2000), a adoção das seguintes etapas para a construção do GG para a média e para amplitude:

- Inicia-se a elaboração do gráfico através da coleta sistemática de amostras de cada fluxo, como se fossem construir gráficos para a média e para amplitude em cada fluxo, seguindo o modelo de Shewhart;
- Calcula-se, em seguida, a média e a amplitude para cada amostra selecionada e calcula-se a média geral e a amplitude média;
- Determinam-se limites de controle para o gráfico por grupos para a média e a amplitude da mesma forma que os calculam para o gráfico tradicional de Shewhart;
- Plotam-se a maior e menor média de cada grupo, no gráfico para a média, e a maior amplitude, no gráfico para a amplitude.

Caso os gráficos apresentem um comportamento aleatório e possuam todos os pontos dentro dos limites de controle, tem-se indício que o processo está sob controle; se não, é necessário investigar, identificar e corrigir os fatores que ocasionaram instabilidade no processo.

De acordo com Grinshaw, Bryce e Meade (1999), existem duas formas de manifestações proporcionadas pelo estado em que o processo se encontra fora de controle. A primeira trata de um ponto se posicionando fora dos limites de controle como indicativa que pelo menos um fluxo está fora de controle. Como cada ponto carrega informação acerca do fluxo associado, é fácil apontar qual fluxo deverá ser investigado prioritariamente. A segunda garante que se um fluxo particular constantemente surge como menor ou maior valor no GG, então é provável que um fluxo em particular pode estar fora de controle.

Partindo para uma perspectiva mais teórica, que se trata da construção dos limites de controle, o cálculo é análogo ao GC tradicional e, para o gráfico da média, baseia-se nas quantidades 1, 2 e 3, de modo que os limites de controle para o GG são,

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} \quad (10)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (11)$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}. \quad (12)$$

Em que,

$$\bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k \sum_{t=1}^n \frac{\bar{X}_{ijt}}{mkt}$$

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k \sum_{t=1}^n \frac{R_{ijt}}{mkt}$$

e os índices i, j e t das variáveis \bar{X} e R se referem , respectivamente, ao grupo, ao fluxo e à amostra, segundo a Tabela 2. Partindo agora das quantidades 4, 5 e 6, constroem-se os limites de controle para a carta da amplitude

$$LIC_R = \bar{R}D_3 \quad (13)$$

$$LC_R = \bar{R} \quad (14)$$

$$LSC_R = \bar{R}D_4. \quad (15)$$

O cálculo dos limites para Gráfico por Grupos é análogo ao tradicional, diferindo-se essencialmente nas estimativas e nas constantes tabeladas (A_2, D_3 e D_4), que não são mais baseados no tamanho da amostra, e sim em função do número de fluxos e grupos. Para maiores detalhes sobre o método tradicional de Shewhart ver Costa, Epprecht e Carpinetti (2010).

2.1.2.1 Demonstração do NMA

Um dos objetivos do GC consiste em detectar rapidamente a ocorrência de causas especiais no processo, o que pode ser sinalizado quando um ponto cai além dos limites de controle, isto é, na elaboração das cartas de controle é necessário registrar as medidas posicionadas além dos limites para avaliar o desempenho do processo, o que pode ser visto como um teste

de hipóteses, em que a hipótese nula considera o processo sob controle, enquanto a alternativa declara que o processo está fora de controle, isto é,

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \rightarrow \text{processo sob controle} \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \rightarrow \text{processo fora de controle} \end{cases}$$

em que μ_0 é a média do processo.

Destaca-se aqui a utilização de somente um critério de sinalização de processo fora de controle, que é a existência de pelo menos um ponto fora dos limites. Os demais critérios, como a presença de 7 pontos acima ou abaixo da linha central ou uma tendência crescente ou decrescente de 7 pontos, não serão abordados. Para maiores detalhes, ver Montgomery (2009).

Baseado no conceito de teste de hipóteses direcionado ao CEP, o indicador de desempenho do processo é construído a partir dos Erros do Tipo I e II, respectivamente, ETI e ETII. No contexto do CEP, o primeiro erro ocorre quando se afirma que o processo está fora de controle, quando na verdade não está; já o segundo erro, ocorre quando se considera que o processo está controlado, quando na verdade não está (BERNARDO, 2011). Portanto, de forma probabilística, as probabilidades dos Erros do Tipo I e II, podem ser denotadas por,

$$P(ETI) = P(\bar{X} \notin [LIC, LSC] \mid \mu = \mu_0) \quad (16)$$

$$P(ETII) = P(\bar{X} \in [LIC, LSC] \mid \mu = \mu^*) \forall \mu^* \neq \mu_0 \quad (17)$$

Tratando o GC como um teste de hipóteses, nada mais intuitivo do que usar indicadores de desempenho empregados no testes de hipóteses, isto é, os dois tipos de erro podem e são utilizados como referência do desempenho da carta de controle no monitoramento do processo. O mais comumente utilizado é aquele calculado a partir do Erro do Tipo I, contextualizado no CEP como probabilidade de alarme falso. Numa perspectiva mais prática, considerando o objetivo de detectar rapidamente um deslocamento na média do processo, o ideal seria encontrar um valor que quantificasse o número de amostras necessárias para a ocorrência do primeiro alarme falso.

Para isso, utilizou-se o conceito empregado na distribuição geométrica conforme pode ser visto em Morettim e Bussab (2010), uma variável aleatória discreta que contabiliza o número de ensaios até a ocorrência do primeiro evento. Y é o Número de ensaios até a ocorrência do primeiro sucesso ou fracasso,

$$Y \sim G(p)$$

e tem a seguinte distribuição de probabilidade

$$P(Y = y) = p(1 - p)^{y-1} I_{\{1,2,\dots\}}^{(y)}$$

com média e variância dadas por, respectivamente

$$E(Y) = \frac{1}{p} \quad (18)$$

$$V(Y) = \frac{1 - p}{p^2} \quad (19)$$

que, no caso do estudo em particular, se refere ao número de inspeções até o primeiro alarme falso e o parâmetro p é a probabilidade de alarme falso em cada inspeção, logo

$$E(Y) = \frac{1}{P(ETI)} = NMA$$

em que o NMA representa o número médio de amostras até a ocorrência do primeiro alarme falso, que será o indicador utilizado neste estudo e fornece uma indicação do desempenho do GC.

No caso do GG, foco do estudo, o indicador é calculado considerando o número de fluxos, ou seja, as equações (16) e (17) sofrem uma alteração provocada pela inserção do parâmetro k ,

$$P(ETI_k) = P\left(\bigcup_{i=1}^k \bar{X}_i \notin [LIC, LSC] \mid \mu = \mu_0\right) \quad (20)$$

$$P(ETII_k) = P\left(\bigcap_{i=1}^k \bar{X}_i \in [LIC, LSC] \mid \mu = \mu^*\right). \quad (21)$$

Assumindo a propriedade de complementariedade das probabilidades, a partir da equação (16), tem-se, de forma geral, que

$$P(ETI_k) = 1 - P(\bar{X} \in LC \mid \mu = \mu_0)^k \quad (22)$$

$$P(ETII_k) = 1 - P(\bar{X} \notin LC \mid \mu = \mu^*)^k. \quad (23)$$

Considerando a existência de k fluxos e utilizando a propriedade da probabilidade complementar, apresentada em (22), a equação (20), empregada no cálculo do NMA, pode ser reescrita por

$$P(ETI_k) = 1 - P(LIC \leq \bar{X}_1 \leq LSC \cap \dots \cap LIC \leq \bar{X}_k \leq LSC) \quad (24)$$

Assumindo a satisfação da condição de independência entre os fluxos, isto é, as médias são independentes e identicamente distribuídas ($\bar{X}_i \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$), tem-se ainda, segundo Mood,

Graybill e Boes (1974), que

$$P(ETI_k) = 1 - P(LIC \leq \bar{X} \leq LSC)^k. \quad (25)$$

Perceba que para $k = 1$, o processo torna-se o GC Shewhart tradicional,

$$P(ETI_1) = 1 - P(LIC \leq \bar{X} \leq LSC).$$

Determinada a probabilidade do Erro do Tipo I, é necessária a aplicação de $P(ETI_k)$ na esperança da distribuição geométrica em 18,

$$NMA = E(X) = \frac{1}{P(ETI_k)} = \frac{1}{1 - P(LIC \leq \bar{X}_1 \leq LSC)^k} \quad (26)$$

fornecendo a interpretação de que, em média, serão necessárias $\frac{1}{p}$ amostras até a ocorrência do primeiro alarme falso. É de se ressaltar o interesse em obter pequenos valores para $P(ETI_k)$, visto que aumentará o NMA , o que é favorável à análise, já que quanto maior o valor do indicador, mais amostras serão necessárias para se ter o primeiro alarme falso. No GC tradicional de Shewhart, considerando $L = 3$, esse valor é de aproximadamente um alarme falso a cada 370 inspeções. Nesse estudo, o Número Médio de Amostras até a ocorrência do primeiro alarme falso será representado por NMA_1 .

Outra forma de analisar o desempenho do GC está associado à detecção rápida de um deslocamento na média e na variância do processo, isto é, $\mu^* = \mu_0 + \delta\sigma_{\bar{X}}$, $\mu^* \neq \mu_0$ e $\sigma^{*2} = \lambda^2\sigma_0^2$, respectivamente. Em outras palavras, pode se calcular o Número Médio de Amostras até a detecção de uma perturbação no processo, denominado NMA_2 , que se baseia na probabilidade

$$P(ETI_{21}) = P(\bar{X} \notin (LIC; LSC) \mid \mu = \mu^*) = 1 - P(LIC < \bar{X} < LSC \mid \mu = \mu^*) \quad (27)$$

$$P(ETI_{22}) = P(\bar{X} \notin (LIC; LSC) \mid \sigma = \sigma^{*2}) = 1 - P(LIC < \bar{X} < LSC \mid \sigma = \sigma^{*2}). \quad (28)$$

Desenvolvendo (27), tem-se

$$P(ETI_{21}) = 1 - \left[P\left(Z < \frac{\mu_0 + \frac{L\sigma_X}{\sqrt{n}} - \mu_0 - \delta\sigma_X}{\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}}\right) - P\left(Z < \frac{\mu_0 - \frac{L\sigma_X}{\sqrt{n}} - \mu_0 - \delta\sigma_X}{\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}}\right) \right],$$

logo,

$$P(ETI_{21}) = 1 - [\Phi(-\delta\sqrt{n} + L) - \Phi(-\delta\sqrt{n} - L)]^k. \quad (29)$$

Ocorrendo a perturbação na variância, e a partir de (28),

$$P(ETI_{22}) = 1 - \left[P\left(Z < \frac{\mu + \frac{L\sigma_X}{\sqrt{n}} - \mu}{\frac{\sigma^*}{\sqrt{n}}}\right) - P\left(Z < \frac{\mu - \frac{L\sigma_X}{\sqrt{n}} - \mu}{\frac{\sigma^*}{\sqrt{n}}}\right) \right]^k,$$

assim,

$$P(ETI_{22}) = 1 - \left[\Phi\left(\frac{L}{\lambda}\right) - \Phi\left(-\frac{L}{\lambda}\right) \right]^k. \quad (30)$$

Por fim, o último caso consiste em uma variação conjunta na média e na variância do processo. Agora, tem-se que,

$$P(ETI) = 1 - (P(LIC_{\bar{X}} < \bar{X} < LSC_{\bar{X}} | \mu^*, \sigma^*))^k \quad (31)$$

$$= 1 - P\left(\frac{\mu - L\sigma_{\bar{X}} - \mu - \delta\sigma}{\lambda\sigma_{\bar{X}}} < Z < \frac{\mu + L\sigma_{\bar{X}} - \mu - \delta\sigma}{\lambda\sigma_{\bar{X}}}\right)^k \quad (32)$$

$$= 1 - P\left(-\frac{L + \delta\sqrt{n}}{\lambda} < Z < \frac{L - \delta\sqrt{n}}{\lambda}\right)^k \quad (33)$$

assim, a probabilidade do Erro do Tipo I que contempla as duas variações $P(ETI_{conjunta})$ é dada por,

$$P(ETI_{conjunta}) = 1 - \left(\Phi\left(\frac{L - \delta\sqrt{n}}{\lambda}\right) - \Phi\left(-\frac{L + \delta\sqrt{n}}{\lambda}\right) \right)^k. \quad (34)$$

Assim, de forma análoga ao $P(ETI_k)$, $NMA_2 = \frac{1}{P(ETI_2)^K}$ é função da largura do intervalo L , do tamanho da amostra, da variação da média em termos do desvio padrão δ e do número de fluxos k . Como ilustração, seja $L = 3, n = 4, k = 1$ e $\delta = 0,5$, $NMA_2 = 43,89$, ou seja, são necessárias 44 inspeções entre a ocorrência da falha e sua detecção. Para cada tipo de deslocamento será atribuído um tipo de indicador. NMA_{21} representa o Número Médio de Amostras até a detecção de um deslocamento na média do processo, NMA_{22} está relacionado ao deslocamento em σ^2 e NMA_{23} está associado a uma perturbação conjunta em μ e σ^2 . É importante lembrar que, inicialmente, o processo é considerado sob controle estatístico do processo.

Tanto NMA_1 quanto NMA_2 , são apresentados para gráficos de controle independentes, descartando qualquer forma de relação entre as observações. O cálculo teórico do indicador exige a satisfação das duas condições de aplicação do GC, caso contrário, as quantidades baseadas em (24) serão alteradas, pois a presença de uma estrutura de dependência impede o uso da propriedade da probabilidade de eventos independentes, que possibilitou a modificação de (24) e de (25). No caso deste estudo, assegura-se a condição de normalidade, no entanto, a de independência é violada, já que a investigação se dá em processos com fluxos correlacionados. Esse é um dos motivos pela utilização de técnicas de simulação para alcançar os objetivos propostos, os demais motivos serão abordados nas sessões futuras.

2.1.2.2 Análise da correlação

Os Gráficos por Grupos são considerados uma variação dos gráficos de controle tradicionais propostos por Shewhart, sendo estes adequados para monitorar um único fluxo de produção. Um caso particular das cartas tradicionais viola a condição de independência dos dados ao se constatar autocorrelação entre as médias dos subgrupos. Para esse caso, segundo Costa (1997) utiliza-se o coeficiente autocorrelação amostral de grau $L(r_L)$

$$r_L = \frac{\sum_{i=1}^{n-L} (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})(\bar{X}_{i+L} - \bar{\bar{X}})}{\sum_{i=1}^n (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2}$$

para avaliar o grau de interferência no monitoramento do processo. Porém, é necessário identificar até que ponto esse valor será significativo para interferir na análise. Ramos (2000) sugere um teste com as seguintes hipóteses,

$$\begin{cases} H_0 : \text{Não existe autocorrelação no processo} \\ H_1 : \text{Existe autocorrelação no processo,} \end{cases}$$

e estatística do teste

$$e = \frac{2}{\sqrt{L}},$$

em que L é o número total de dados empregados no cálculo de r_L . Se o coeficiente de correlação superar $\pm e$, a quantidade é significativa com 95% de confiança.

Por outro lado, os Gráficos por Grupos apresentam um grau de complexidade superior ao tradicional. Segundo a Tabela 2 podem existir formas de se inserir uma estrutura de dependência nos GG: a primeira delas, contemplada neste trabalho, sugere uma correlação entre os fluxos de produção; a segunda, seria a presença de correlação dentro de cada fluxo; e a outra, trata da autocorrelação entre mesmos fluxos de grupos distintos. Um modelo estatístico contendo essas situações ocorrendo simultaneamente generalizaria a aplicação do método e poderia prevenir equívocos ao se efetuar análises nesse contexto.

Na primeira situação, a configuração da correlação se dá entre os fluxos no interior de cada grupo, não extrapolando para fora deles, ou seja, existe dependência entre as amostras dentro do grupo, mas não entre fluxos de grupos distintos. Já no outro contexto, a correlação seria entre os fluxos e não haveria dentro deles, justamente o oposto da anterior, visto que a correlação estaria ausente dentro dele. Outra situação consiste na composição de cada amostra oriunda de todos os fluxos, isto é, considerando m grupos e k fluxos, teríamos mk médias

autocorrelacionadas. O último caso se dá com a presença de dependência na forma de autocorrelação entre os fluxos de grupos diferentes, isto é, existe uma relação entre o fluxo i e todos os grupos.

O grau de complexidade em se inserir as três situações na análise é elevado sendo necessária uma alta carga teórica e computacional para a realização da análise, visto que a literatura é carente em se tratando desse aspecto.

A importância deste trabalho está atrelada a escassez de informação acerca do assunto. Estudos comprovam a interferência da autocorrelação no desempenho do GC tradicional e propõem a utilização de técnicas para tal correção, como o uso de um novo estimador para a variância ($\frac{S_{\bar{X}}}{c_4}$) e o ajuste de um modelo ARIMA, ver Guimarães e Epprecht (2000). No entanto, em processos paralelos, a correlação pode afetar a condição de dependência e distorcer os resultados influenciando o desempenho do GG, por isso o interesse em avaliar o comportamento do *NMA* na presença de correlação.

CAPÍTULO 3

MÉTODOS E SIMULAÇÃO

Esta seção destina-se a justificar a metodologia de pesquisa aplicada e descrever o método de simulação usado, bem como os passos os quais o algoritmo executou para calcular os valores desejados e a plataforma em que foi desenvolvido.

3.1 Aspectos teóricos da metodologia aplicada

A metodologia deste trabalho consiste em uma pesquisa bibliográfica e documental, sendo descritiva acerca do tema abordado, bem como um estudo empírico do tipo exploratório, através de procedimentos de simulação.

Segundo Lakatos e Marconi (1999) a pesquisa bibliográfica é fundamental no início de qualquer pesquisa científica, visto que põe o condutor da pesquisa em contato com o que já foi escrito sobre determinado assunto, corroborando-o e utilizando-o para a análise de sua pesquisa. As principais fontes para a realização desta pesquisa são as revistas de publicações científicas e livros especializados, realizando sua leitura e análise. Ressaltando que a pesquisa bibliográfica abrange toda literatura tornada pública referente ao tema em questão, proporcionando, sob um novo enfoque, o exame do assunto abordado, sendo possível chegar a conclusões surpreendentes. A pesquisa é descritiva, pois, se caracteriza por um procedimento formal e uma estrutura orientada para soluções de problemas de avaliação e de alternativas de curso em ação. Na ótica de Philips e Pugh (1989), o trabalho ainda se caracteriza como uma pesquisa solução de problemas, que trata de problemas particulares vivenciados na realidade (prática).

Gil (1991) declara que as pesquisas descritivas têm como foco à descrição das ca-

racterísticas de determinada população ou fenômeno, ou então, o estabelecimento de relações entre variáveis, situação esta que retrata o estudo em questão. A pesquisa exploratória, de acordo com Mattar (1999), baseia-se na utilização de métodos que abrangem: levantamentos em fontes secundárias, levantamentos de experiência, estudo de caso e observação informal. Em especial, neste trabalho utilizou como referência as fontes secundárias, que foram responsáveis pelo desenvolvimento da fundamentação teórica.

A simulação pode ser definida como uma tentativa de representar uma esfera da realidade através de variáveis abstratas, associadas a questões referentes ao objetivo da pesquisa e a criação de cenários de operações onde estas variáveis podem ser verificadas. Diante disso, a pesquisa também pode ser classificada como uma simulação, termo relacionado à determinação do desempenho e eficiência dos Gráficos por Grupos (BRYMAN, 1989).

Para o desenvolvimento do algoritmo de simulação, foi utilizado o *Software R*, que permite utilizar uma linguagem de programação para a construção dos laços e das funções aplicadas para a geração dos valores e para o cálculo das medidas usadas como indicadores de desempenho. Além da semelhança com a linguagem de programação da plataforma C, o *software* foi selecionado em função da utilidade de seus comandos estatísticos, como a elaboração de gráficos, cálculo de probabilidades, modelagem de séries e outros. Isto é, além de conter a essência da linguagem C, agrega benefícios ao se trabalhar com a estatística apresentando comandos previamente elaborados para o desenvolvimento de algumas ações.

3.2 Metodologia de pesquisa

O desenvolvimento do estudo consiste na análise de cenários com presença de correlação entre os fluxos de processos paralelos, monitorados pelos Gráficos por Grupos. O referencial teórico se construiu baseada em livros, material de cursos, artigos de periódicos, entre outros, que viabilizam e corroboram os conhecimentos necessários para o elaboração do trabalho. Esta fase tem o propósito de embasar os principais conceitos, pondo o pesquisador em contato com o que já foi produzido sobre o assunto em questão.

Os métodos serão calculados e comparados por meios de simulação e informações disponíveis na literatura consultada. Para a obtenção dos resultados, serão calculados indicadores de desempenho para a ferramenta variando os seus parâmetros (número de fluxos, tamanho da amostra e média e variância do processo). Posteriormente serão inseridas perturbações nos conjuntos de dados para investigar o comportamento do método em diferentes níveis de dependência, finalizando com a comparação entre o GG e o Shewhart Tradicional.

3.3 Complexidade teórica e o uso de simulação

Vasconcelos (2009) calculou de forma probabilística o *NMA* do GG e o comparou com o tradicional de Shewhart, fornecendo em seguida a eficiência entre eles diante de um deslocamento na média e na variabilidade do processo. O autor atendeu às condições de aplicação do instrumento, considerando independência e normalidade dos dados, e desenvolveu o processo aplicando as leis da probabilidade clássicas.

Essa dissertação, por outro lado, baseia-se em cenários que violam a condição de independência dos dados inserindo uma estrutura de correlação entre os fluxos, bem como a condição de normalidade, infringida ao desenvolver o estudo por meio das distribuições do mínimo e do máximo, sendo elas desconhecidas e inexatas (ver Apêndice A). O não atendimento dessas condições reflete na impossibilidade da aplicação e do desenvolvimento teórico da ferramenta, visto que sequer a condição de normalidade é aceita.

Diante das dificuldades impostas pelo modelo probabilístico sugerido inicialmente, será necessário o uso de recursos computacionais para atingir os objetivos idealizados. Para a realização dos devidos procedimentos, o *software* R foi selecionado em função de suas vantagens como ferramenta estatística, contendo funções próprias do conteúdo envolvido, como por exemplo, a geração de números aleatórios oriundos de uma distribuição com parâmetros pré-selecionados ou o cálculo de medidas importantes para o desenvolvimento do estudo (média, desvio padrão e correlação).

Outro benefício proporcionado pelo *software* está relacionado à linguagem o qual foi desenvolvido, permitindo a elaboração de funções próprias e o uso de laços iterativos e recorrentes empregados na produção do algoritmo. A função mencionada se refere ao cálculo do indicador (NMA), obtido por meio da convergência originada dos laços citados, baseados no princípio de repetição exaustiva, recurso agregado ao método de Monte Carlo, melhor apresentado no Apêndice B.

Destaca-se ainda, do ponto de vista prático, a necessidade de pesquisas nesse campo de atuação do CEP, onde é presente uma estrutura de correlação no processo, necessitando uma abordagem teórica aprofundada que dê suporte ao uso da ferramenta de forma adequada. Em outras palavras, é frequente o uso de arranjos produtivos que agreguem dependência longitudinal ou transversal na produção, comprometendo o uso das técnicas convencionais. Para maiores detalhes, ver Ramos (2000).

3.4 Definição da simulação

Em especial, no caso deste estudo, tem-se o interesse em construir um cenário que reproduza o contexto de aplicação do Gráfico de Controle por Grupos no CEP na presença de correlação entre os fluxos.

Para Render e Jr. (1977), a simulação ainda segue uma sequência lógica de passos para a elaboração de um modelo, são eles: a identificação do problema; a seleção das variáveis associadas a eles; a elaboração do modelo e o teste do mesmo; a realização do experimento; análise do resultado e necessidade ou não de alteração do modelo; e a decisão do curso de ação.

Existem ainda dois tipos de simulação: o determinístico, que de acordo com Reis (2001) considera a obtenção dos dados reais, ou seja, não são atreladas probabilidades às observações selecionadas; e o probabilístico, que segundo Nascimento e Zucchi (1997) incorpora o comportamento probabilístico no relacionamento interno do sistema, visando agregar a natureza das probabilidades associadas às variáveis.

Considerando o método de coleta dos dados utilizado no GG, baseado na Tabela 2, foi construído um algoritmo no *software* R capaz de reproduzir um cenário que retrate o uso da ferramenta em um contexto específico, isto é, permite configurar uma situação controlada por parâmetros usados na função desenvolvida, como por exemplo, as medidas de tendência central e de dispersão da distribuição dos dados (normal), bem como a correlação entre eles. Além disso, virtualiza um deslocamento na média e na variabilidade do processo, sejam isolados ou simultâneos, no intuito de comparar, através do algoritmo, o modelo do GG e o tradicional de Shewhart.

3.5 O algoritmo elaborado

A técnica de simulação utilizada no estudo se baseia no método de Monte Carlo, que segundo Nascimento e Zucchi (1997) foi a origem dos modelos probabilísticos, os quais têm foco em simulações de fenômenos aleatórios, podendo introduzir a análise de riscos e incorporar variáveis ambientais e, conseqüentemente, os elementos de incerteza inerentes.

O procedimento de geração das quantidades citadas, no caso de fluxos dependentes, consiste na execução de uma função a partir de uma sequência de passos:

- I. A função, como já mencionado, calcula o *NMA* do processo e tem como argumentos, o número de fluxos (k), o tamanho da amostra (n), a correlação entre os fluxos (ρ), o fator

de largura utilizado (L), o deslocamento na média do processo (δ) e o deslocamento na variância (λ);

- II. inputados os valores dos parâmetros, cria-se um vetor vazio (v) responsável pelo armazenamento de um contador, que será fundamental no cálculo do indicador;
- III. implementando agora o método de Monte Carlo, inicia-se um laço (500), que terá o contador inicializado por 0 em cada iteração executada;
- VI. ainda dentro do laço externo, geram-se valores que configurem o cenário abordado no estudo, isto é, amostras baseadas nos argumentos função, sendo um grupo com k fluxos, n observações e correlação ρ , tendo os limites baseados nas quantidades L , δ e λ . Além disso, dessa amostra, são escolhidos o mínimo e o máximo;
- V. tendo os valores gerados, e ainda dentro do laço externo, inicia-se laço interno, sendo este condicional (*While*), o qual avalia se as médias observadas pertencem aos limites de controle, ou seja, enquanto o mínimo e o máximo pertencerem aos limites de controle, o contador é acrescentado da unidade e se reinicia o laço interno. Quando pelo menos uma das medidas cair além dos limites, finaliza-se o laço e armazena-se a quantidade no vetor v ;
- VI. o vetor v contém 500 observações, referentes aos contadores citados e deles é calculada a média como sendo o indicador desejado, isto é, o número médio de amostras até a ocorrência do primeiro alarme falso ou o número médio de amostras entre a ocorrência e sua detecção. Além da média, é calculado um intervalo de confiança que permite uma análise intervalar dos resultados obtidos.

Destaca-se que as amostras geradas, neste trabalho, seguem, sem perda de generalidade, uma distribuição normal com média $\mu = 100$ e variância $\sigma^2 = 100$. Já os valores selecionados para os argumentos da função foram selecionados segundo critérios específicos de cada parâmetro, como por exemplo, a variação no conjunto dos reais limitada por valores verificados na prática. No caso do número de fluxos, $k = 1, 2, \dots, 20$, que são valores utilizados na literatura e dispõem de resultados previamente calculados, viabilizando uma análise comparativa. Essa mesma justificativa é utilizada para $\delta = 0, 1; 0, 3; 0, 5; 1, 0; 2, 0$ e para $\lambda = 1, 5; 2, 0; 3, 0; 5, 0$. Já para a correlação, foram utilizadas variações positivas, isto é, $\rho = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; 0, 7; 0, 9$, fornecendo uma variabilidade considerável e abrangendo várias situações extremas e dentro da normalidade, permitindo uma análise em 3 perspectivas distintas, $\mu > \sigma^2$, $\mu = \sigma^2$ e $\mu < \sigma^2$.

É interessante lembrar que, em princípio, a correlação é a mesma entre todos os fluxos, levando a matriz de correlação a se configurar como uma matriz simétrica. Tal configuração foi selecionada a fim de favorecer uma análise preliminar do cenário onde se faz presente a dependência entre os fluxos, sendo possível efetuar, no futuro, a devida alteração no código do algoritmo permitindo a inserção de correlações distintas entre os fluxos. Destaca-se ainda que o número de iterações (500) é suficiente, visto que a média é um parâmetro de primeira ordem e converge rapidamente, justificando a utilização de ciclos relativamente baixos.

No caso de δ , também conhecido como parâmetro de perturbação, para o gráfico tradicional de Shewhart e considerando $L = 3$, Shewhart (1931) afirma que a ferramenta oferece excelente proteção contra alarmes falsos, porém, é lento na detecção de pequenas variações no processo. Alguns modelos capazes de detectar com rapidez pequenas variações são aqueles que levam em consideração as observações passadas, como Média Móvel Ponderada Exponencialmente e CUSUM (*Cumulative Sum*), vistos em Hunter (1986) e Page (1954), respectivamente. Além disso, o código é truncado em 1, ou seja, caso os valores pertençam ao intervalo $(0, 1)$, o valor retornado pela função será 1, pois $NMA \geq 1$.

Os limites de controle, por sua vez, são calculados de forma análoga ao modelo do GG tradicional (na presença de independência), isto é, $LIC = 100 - 3\left(\frac{10}{\sqrt{n}}\right)$ e $LSC = 100 + 3\left(\frac{10}{\sqrt{n}}\right)$. O motivo da igualdade entre os limites do gráfico tradicional e do por grupos na presença de correlação é justificado pelo procedimento de construção dos mesmos, isto é, os limites são obtidos a partir da forma geral, pois, mesmo sabendo da violação da condição de independência entre fluxos, os limites permanecem os mesmos, bem como o objetivo do estudo não é propor novos limites de controle capazes de corrigir a presença de dependência entre os fluxos.

O código do algoritmo está localizado no Apêndice C e pode ser melhor compreendido na Figura 4, que apresenta o fluxograma do código proposto.

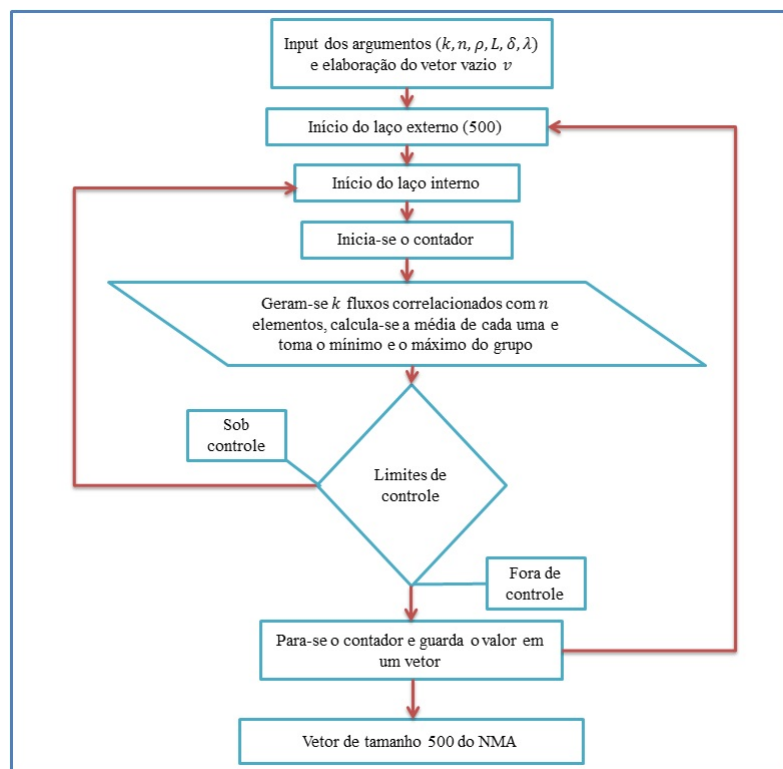


Figura 4: Fluxograma do algoritmo desenvolvido.

CAPÍTULO 4

DESEMPENHO E EFICIÊNCIA ENTRE O GG E O TRADICIONAL DE SHEWHART

Nesta seção serão abordados o desempenho e a eficiência do gráfico da média em relação a uma perturbação ocorrida na média e na variabilidade do processo, individual e conjuntamente, quando há presença de correlação entre os fluxos.

4.1 Desempenho do GG

O algoritmo elaborado tem o intuito de analisar o comportamento do NMA_1 em processos paralelos com fluxos correlacionados, que será comparado com dois métodos distintos: o exato, obtido de forma probabilística, e o simulado através das distribuições do mínimo e do máximo, ambos adquiridos respeitando a condição de independência. Essa comparação é realizada visando averiguar o comportamento do NMA_1 para a taxa de alarmes falsos com fluxos dependentes em relação NMA_1 com fluxos independentes.

Este trabalho desenvolve um procedimento análogo ao executado na obtenção dos resultados com fluxos independentes, no entanto, agrega um diferencial, que é inserção da correlação como argumento da função. Vasconcelos (2009) calculou o NMA_1 considerando $L = 3$ para processos com $X \sim N(100, 10^2)$ e com o número de fluxos variando em $k = 1, 2, 3, \dots, 10, 15, 20$, sendo, portanto, estes valores usados na construção do algoritmo para viabilizar a comparação entre os métodos.

Para efeito de comparação, utilizou-se o algoritmo para elaborar a Tabela 3, que

Tabela 3: NMA_1 para fluxos independentes (exato e simulado) e para fluxos dependentes com $\mu = \sigma^2 = 100$, obtido pelo algoritmo proposto variando a correlação

K	Fluxos independentes		Fluxos dependentes (r)					
	Exato	Simulado	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,9
1	370,40	384,57	-	-	-	-	-	-
2	185,40	202,32	143,92	130,87	147,69	159,16	154,63	186,99
3	123,80	120,94	82,32	78,25	85,72	98,74	96,10	120,51
4	93,00	87,00	49,26	53,86	53,08	49,14	57,72	95,94
5	74,50	74,03	34,66	33,94	42,90	37,66	48,64	72,65
6	62,10	62,32	26,03	29,44	28,71	27,91	34,10	51,80
7	53,30	52,72	22,85	17,68	19,81	22,03	33,18	46,84
8	46,70	45,98	16,41	13,07	13,55	16,45	20,99	38,55
9	41,60	34,95	9,67	10,68	10,01	12,95	15,93	33,04
10	37,50	37,92	8,74	8,39	10,38	11,61	15,50	22,90
15	25,20	27,15	2,44	4,13	2,64	4,42	4,89	10,63
20	19,00	19,02	1,22	1,09	1,97	2,03	3,04	6,16

contem os resultados desenvolvidos de forma probabilística apresentados por Vasconcelos (2009), Oliveira *et al.* (2011) e os obtidos pelo código desenvolvido na presença de correlação entre os fluxos, bem como a média e a variância são iguais a 100. Essa tabela mostra a confiabilidade do modelo proposto calculando o indicador em cenários distintos, sendo no caso, a correlação alterada para visualizar o comportamento do NMA_1 com um nível de dependência acompanhado gradualmente ao longo do crescimento da correlação r .

Pensando no GCS tradicional, a presença de correlação (autocorrelação), provoca um excesso de alarmes falsos ocasionado pela violação da condição de independência dos dados. Porém, no estudo em questão, a correlação está presente entre os fluxos, descartando a existência de autocorrelação dentro de cada fluxo e pondo em questão a semelhança no comportamento entre os dois tipos correlação (entre fluxos e dentro dos fluxos).

Observando os valores contidos na Tabela 3, percebe-se primeiramente a ausência do primeiro NMA_1 simulado para fluxos dependentes, justificado pelo fato da correlação ser uma medida de natureza bidimensional, tornando inviável a análise com somente um fluxo. Além disso, fixando r e variando k , destaca-se a queda do NMA_1 nas situações com dependência e com independência.

A Tabela 3 também apresenta os valores correspondentes ao NMA_1 variando a correlação $r = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; 0, 7$ e $0, 9$, que originou o gráfico ilustrado na Figura 5, sendo visível a semelhança no comportamento dos 5 primeiros níveis de correlação. No entanto, o modelo desenvolvido forneceu um comportamento diferente para uma correlação de $0, 90$. Percebe-se que os valores, para um alto grau de dependência positiva, são significativamente maiores que os demais. Isso pode ser justificado pela geração dos valores iniciais, ou seja,

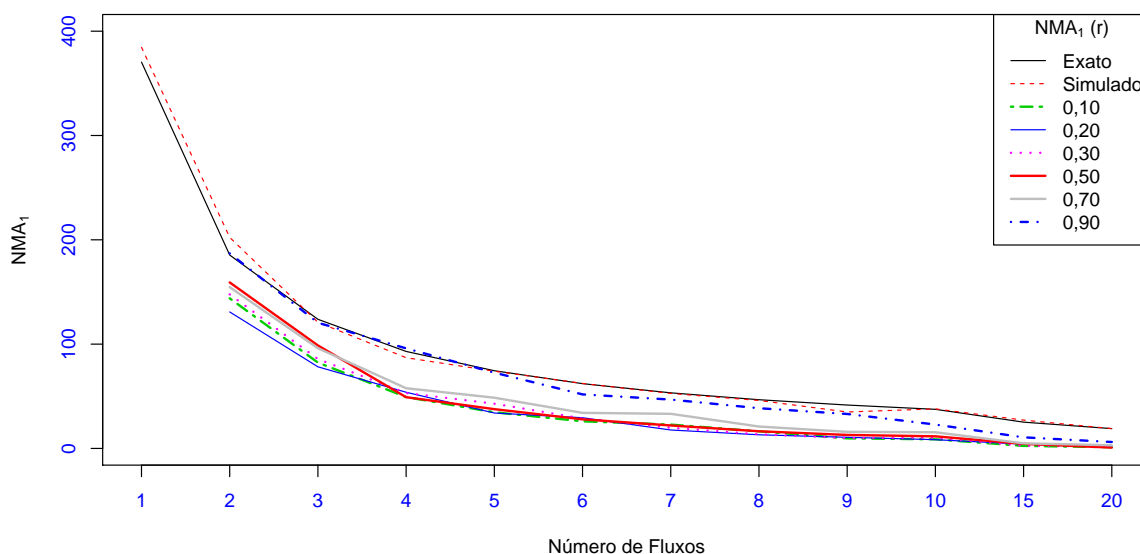


Figura 5: NMA_1 para fluxos independentes (exato e simulado) e para fluxos dependentes com $\mu = \sigma^2 = 100$

se eles estiverem posicionados próximos à linha central, dado que têm uma alta correlação, é possível que sejam necessárias várias amostras até a saída de controle.

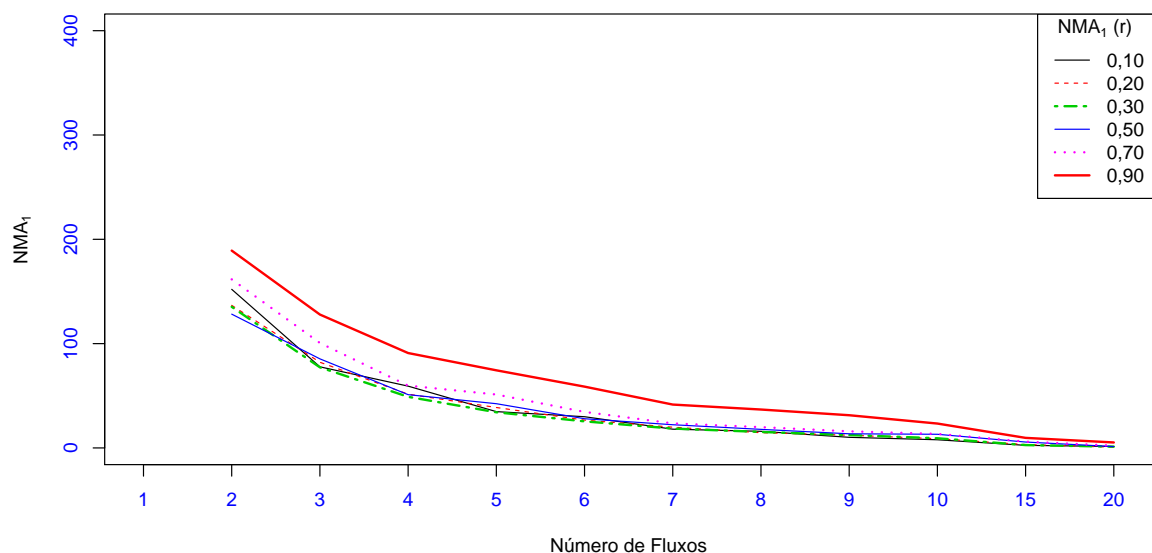
Convém reforçar o quão decisiva é a geração inicial dos valores para entrada no laço interno do algoritmo, onde ocorre o procedimento responsável pelo cálculo do NMA_1 . Isto é, considerando que o valor inicial gerado for muito alto (próximo ao LSC) e mantendo a correlação em 0,90, serão necessárias poucas amostras para a ocorrência de um alarme falso. Por outro lado, ainda com $r = 0,90$, se o valor estiver próximo ao LIC , serão necessárias várias amostras até atingir o alarme falso.

A Figura 5 deixa clara a evidência de que, com uma alta correlação, o comportamento é equivalente ao modelo com independência e, à medida que o valor de k cresce, há uma lenta convergência assim como os demais modelos com correlação inferior. Tal fato pode ser justificado pelo seguinte raciocínio: considerando uma pequena quantidade de fluxos, se a correlação for elevada, o comportamento entre eles será basicamente o mesmo, se aproximando do modelo tradicional.

A fim de aprofundar a análise, alterou-se a média e a variância do processo ($\mu = 1 > \sigma^2 = 100$). O resultados estão expostos na Tabela 4 e na Figura 6, a qual deixa clara a evidência de que, independente dos valores assumidos pelas medidas de localização (μ) e de dispersão (σ^2), o comportamento é equivalente. Isto é, quando a correlação é alta, o valor se

Tabela 4: NMA_1 para fluxos dependentes com $\mu = 1 < \sigma^2 = 100$ e $r = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; 0, 7$ e $0, 9$

k	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,9
2	152,06	136,70	135,31	128,28	161,62	189,17
3	77,76	82,15	77,27	85,40	100,62	127,88
4	59,24	51,53	49,01	51,08	59,74	90,97
5	34,81	38,76	34,19	42,41	51,21	74,41
6	29,93	26,67	25,47	27,99	34,51	58,76
7	17,97	19,88	18,58	22,24	23,53	41,58
8	15,93	14,61	15,32	17,81	19,92	36,81
9	10,18	12,20	12,36	13,55	15,92	31,36
10	7,84	8,87	9,28	13,10	13,48	23,37
15	2,50	3,22	2,73	5,65	6,05	9,64
20	1,38	0,73	1,23	1,28	2,15	5,25

Figura 6: NMA_1 para fluxos dependentes com $\mu = 1 < \sigma^2 = 100$ e $r = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; 0, 7$ e $0, 9$

distancia daqueles com correlação inferior. No entanto, cresce e acompanha o crescimento dos demais quando o número de fluxos k se eleva.

De forma semelhante, foi reproduzida a Tabela 5 contendo os valores do NMA_1 para uma média superior à variância ($\mu = 100 > \sigma^2 = 9^2$). As quantidades estão representadas na Figura 7 para os diferentes níveis da correlação. No entanto, observa-se a ausência da coluna referente à correlação 0,90. A partir de análise realizada no *software* R foi identificado que a matriz de covariância não é definida positiva, portanto a sexta coluna foi excluída da análise.

Tabela 5: NMA_1 para fluxos dependentes com $\mu = 100 > \sigma^2 = 9^2$, obtido pelo algoritmo proposto variando a correlação $r = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; e 0, 7$

k	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7
2	137.29	139.64	144.20	141.63	184.23
3	80.38	79.82	72.29	87.88	113.22
4	63.22	55.00	52.15	70.40	76.53
5	37.26	38.36	39.74	43.79	61.46
6	24.37	27.17	27.02	31.61	51.03
7	19.87	19.76	23.60	24.18	41.66
8	14.53	17.98	15.05	22.33	35.34
9	15.00	12.60	10.70	16.45	25.03
10	8.96	8.42	10.00	11.88	28.01
11	2.92	3.38	3.79	2.85	7.82
12	0.96	0.75	0.82	2.53	4.16

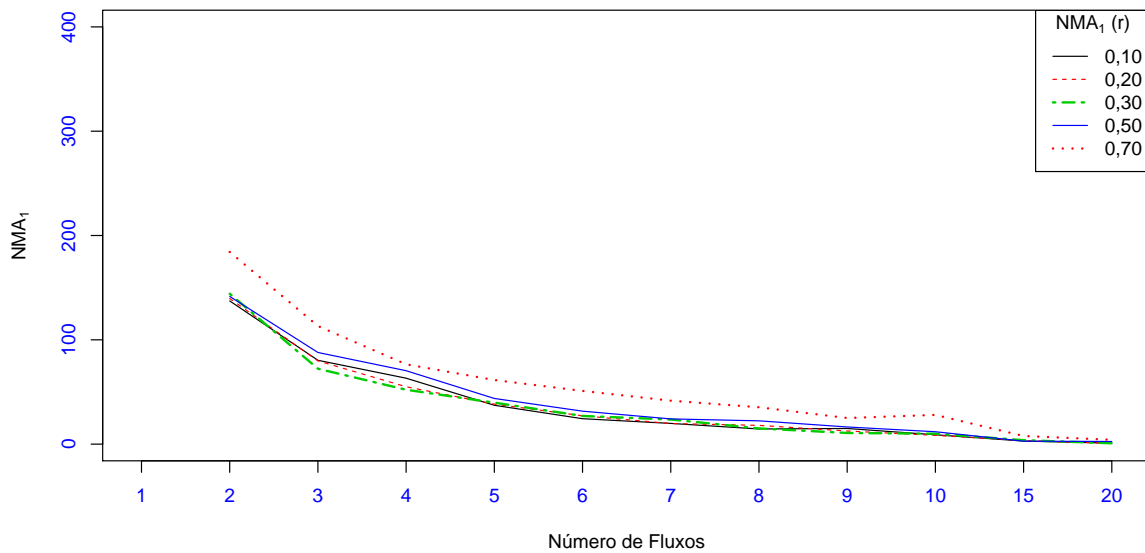


Figura 7: NMA_1 para fluxos dependentes com $\mu = 100 > \sigma^2 = 9^2$ e $r = 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 5; e 0, 7$

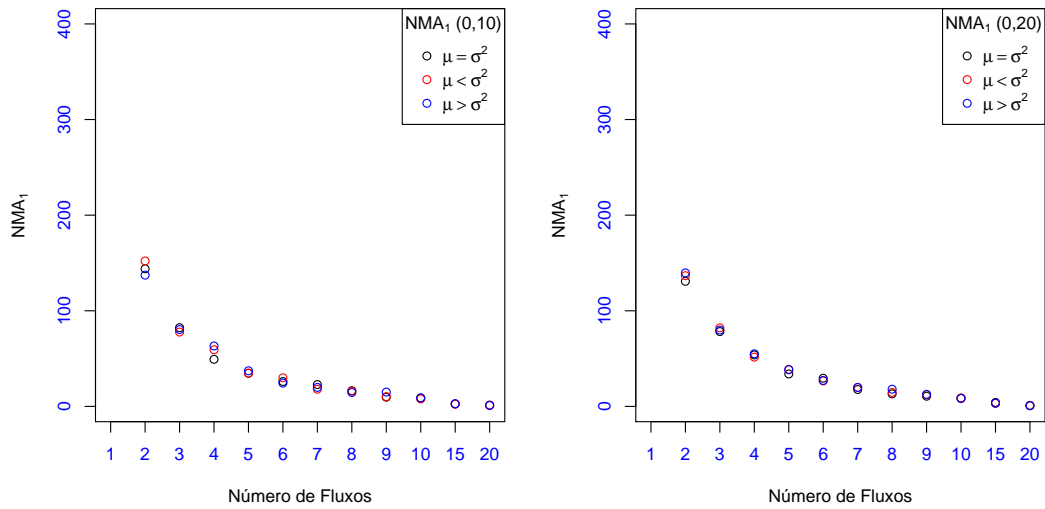


Figura 8: NMA_1 nas 3 situações variando $r = 0, 1; 0, 2$

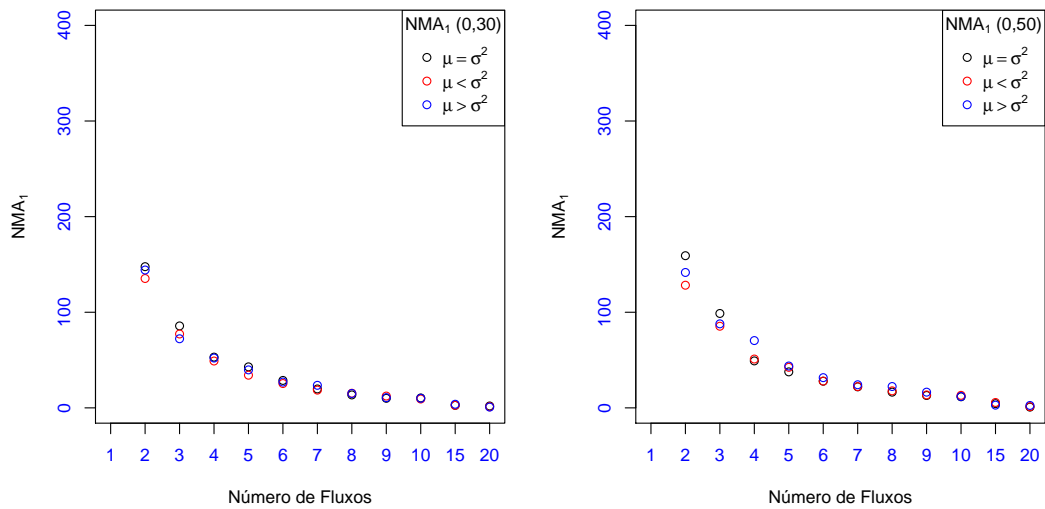


Figura 9: NMA_1 nas 3 situações variando $r = 0, 3; 0, 5$

A título de comparação, organizou-se os valores do NMA_1 para $k = 1, 2, \dots, 10, 15, 20$ estratificados em cada nível de r e em cada caso, isto é, Caso 1 ($\mu = \sigma^2$), Caso 2 ($\mu < \sigma^2$) e Caso 3 ($\mu > \sigma^2$). constatou-se, então, um comportamento de decrescimento equivalente ao modelo tradicional, como mostram as Figuras 8, 9 e 10.

Da Figura 8 para a 10, percebe-se uma convergência para 1 dos valores do NMA_1 para fluxos independentes e para fluxos dependentes atrelada à r . Veja ainda que, fixando k , à medida que a correlação evolui, o NMA_1 se eleva e se distancia dos valores mais baixos, referentes à correlações mais inferiores, evidenciando uma relação positiva entre NMA_1 e r .

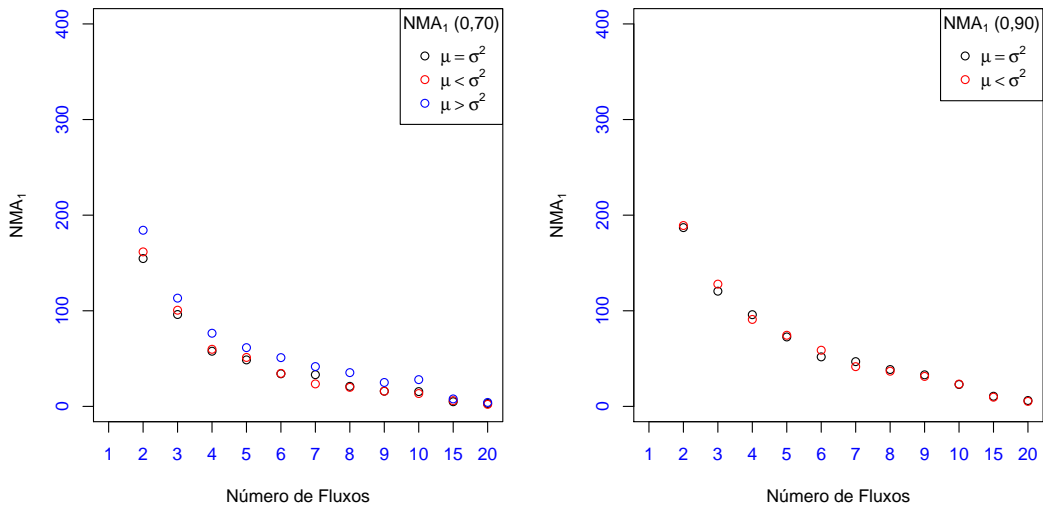


Figura 10: NMA_1 nas 3 situações variando $r = 0, 7; 0, 9$

Outro fator de destaque observado, consiste na variabilidade do NMA_1 entre os 3 casos para $r = 0, 50; 0, 70$, sendo superior as demais. Isto é, enquanto nos valores extremos da correlação o NMA_1 se mantinha concentrado em torno de um valor, no centro, a variabilidade aumenta e os pontos se distanciam do centróide.

4.2 Eficiência entre o GG e o GCS na presença de correlação

O estudo realizado na Seção 4.1, consistiu em investigar o comportamento do NMA_1 para o GG para a média na presença de correlação entre os fluxos. Para isso, foi mantido o fator de largura do intervalo $L = 3$. Nesta seção, o comportamento dos GG em termos da eficiência com relação ao modelo de Shewhart será investigado quando há alteração na média e na variância do processo, cujas magnitudes são representadas, respectivamente, pelas constantes δ e λ .

A fim de efetuar as devidas comparações, utilizou-se o mesmo algoritmo para calcular o NMA_2 para o GG com fluxos correlacionados. Para efetuar a comparação entre o GG e o GCS é necessário manter a mesma taxa de alarme falso, fixada a partir de uma alteração no fator de largura L . Os valores estão expostos na Tabela 6 e foram obtidos utilizando o mesmo algoritmo, com $\mu = \sigma^2 = 100$.

A Tabela 6 mostra que, para diferentes valores da correlação r entre os fluxos, os fatores de largura do intervalo L se alteram conforme o número de fluxos k . Por exemplo, para

$r = 0, 1$ e $k = 3$, o fator de largura do intervalo que mantém uma taxa de alarme falso de 370 inspeções até a ocorrência do primeiro alarme falso é 3,42.

4.2.1 Alteração na média do processo (δ)

Assumindo a característica da qualidade X com média μ e variância σ^2 , supõe-se que no instante t ocorreu uma perturbação $\delta = 0, 1; 0, 3; 0, 5; 1, 0; 2, 0; 3, 0$, deslocando a média para $\mu_1 = \mu + \delta\sigma$. Isto é, serão determinados os NMA_{21} para o GG com correlação e para o GCS com $r = 0, 10; 0, 50$ e $0, 90$. Os valores foram calculados e estão apresentados na Tabela 7.

A Figura 11 apresenta os valores da Tabela 7 e deixa clara a convergência do NMA_{21} para 1 à medida que a perturbação aumenta. Mantendo k e r fixos e variando δ , percebe-se que o modelo do GCS detecta mais rápido o deslocamento na média quando a perturbação cresce. Fixando k e δ , observa-se que quando a correlação aumenta, o NMA_{21} também cresce, deixando a detecção do deslocamento na média mais lento. Por outro lado, quando r e δ permanecem constantes, o NMA_{21} diminui quando o número de fluxos cresce, detectando mais rápido para muitos fluxos. Destaca-se ainda que manteve-se $L = 3$ e utilizou-se $\mu = \sigma^2 = 100$.

Com o propósito de determinar a eficiência entre o GCS e o GG, determinou-se o NMA_{21} para o GG com os mesmos valores de δ e k através do algoritmo desenvolvido. As quantidades são apresentadas na Tabela 8 e retratam o comportamento do NMA para diferentes níveis de correlação entre os fluxos e de deslocamento na média. Aqui, foram utilizados os fatores de largura apresentados na Tabela 6.

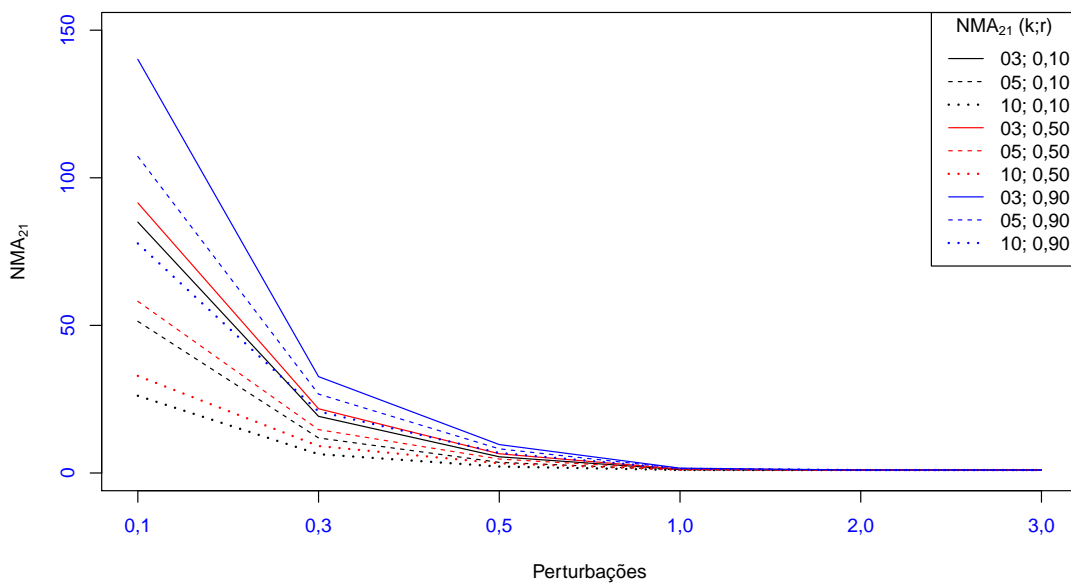
Fixando k e r e variando δ , percebe-se que o NMA_{21} do GG é mais eficiente em

Tabela 6: Alguns valores de L associados à k

k	$r = 0, 1$	$r = 0, 5$	$r = 0, 9$
2	3,26	3,27	3,20
3	3,42	3,38	3,31
4	3,50	3,49	3,37
5	3,57	3,57	3,45
6	3,63	3,61	3,47
7	3,70	3,67	3,50
8	3,74	3,69	3,55
9	3,76	3,71	3,59
10	3,78	3,77	3,61
15	3,95	3,93	3,73
20	4,03	4,02	3,82

Tabela 7: NMA_{21} para o GCS com dependência e um deslocamento na média

δ	$r = 0,1$			$r = 0,5$			$r = 0,9$		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
0,1	84,9927	51,3801	26,1601	91,4904	58,1540	32,9066	140,1399	107,2413	77,7589
0,3	19,1968	11,8721	6,3762	21,7545	14,6982	9,1329	32,6460	26,7145	20,8431
0,5	5,4879	3,5967	2,1883	6,5151	4,7259	3,2784	9,6265	8,1857	6,7938
1,0	1,1750	1,0558	1,0066	1,3333	1,2000	1,1000	1,6455	1,5451	1,4438
2,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0004	1,0003	1,0002
3,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Figura 11: NMA_{21} para o GCS com $k = 3, 5, 10$ e uma perturbação na média com $\delta = 0,1; 0,3; 0,5; 1,0; 2,0; 3,0$ Tabela 8: NMA_{21} para o GG com correlação entre os fluxos e um deslocamento na média

δ	$r = 0,1$			$r = 0,5$			$r = 0,9$		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
0,1	305,791	297,829	245,586	308,589	286,250	274,530	307,542	286,113	274,551
0,3	104,894	82,663	71,746	103,322	88,461	78,744	124,753	110,296	99,675
0,5	32,583	24,720	18,424	31,171	29,000	23,898	40,958	38,719	37,469
1,0	3,808	2,892	1,789	3,798	3,612	2,410	5,265	4,734	3,442
2,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
3,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

detectar o deslocamento na média quando a perturbação cresce. Mantendo k e δ fixos, percebe-se que quando r aumenta, o NMA_{21} apresenta um comportamento aleatório, evidenciando que a correlação não afeta o desempenho do GG. Quando r e δ permanecem constantes, o NMA_{21} decresce quando k aumenta.

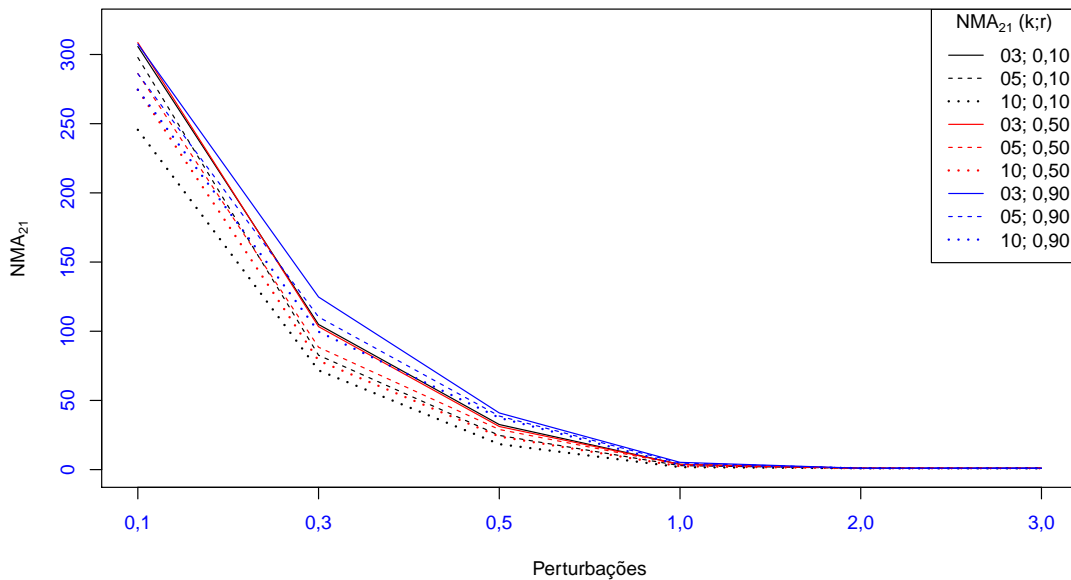


Figura 12: NMA_{21} para o GG com $k = 3, 5, 10$, $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e uma perturbação na média com $\delta = 0, 1; 0, 3; 0, 5; 1, 0; 2, 0; 3, 0$

Outro fator de destaque está presente na rápida convergência de NMA_{21} para 1 quando a perturbação δ passa de 1,0 para 2,0, cuja detecção do deslocamento na média ocorreria na próxima inspeção. A Figura 12 exibe os valores contidos na Tabela 8 e aponta uma tendência decrescente equivalente para os 3 níveis de k e r , bem como indica uma rápida convergência orientada pela influência da perturbação δ , de modo que, quanto maior o deslocamento na média, menor o NMA_{21} .

O cálculo da eficiência consiste na razão entre os valores encontrados para o NMA_{21} do GC e do GG. Em resumo, divide-se o valores da Tabela 7 pelos da Tabela 8, conforme a Equação 35. Os resultados são apresentados na Tabela 9 e na Figura 13.

$$ER = \frac{NMA_{21.GCS}}{NMA_{21.GG}}, \text{ se } \begin{cases} = 1 \rightarrow \text{Desempenho equivalente} \\ < 1 \rightarrow \text{GCS melhor do que o GG} \\ > 1 \rightarrow \text{GG melhor do que o GCS} \end{cases} \quad (35)$$

A Figura 13 evidencia que, para um mesmo δ , quanto maior o número de fluxos k , melhor o desempenho de Shewhart em relação ao Gráfico por Grupos, já que a eficiência vai diminuindo visivelmente. Já para δ e k fixos, a eficiência aumenta ao passo que a correlação cresce, evidenciando uma melhora do GG em relação ao GCS.

Tabela 9: Eficiência entre o GC e o GG para um deslocamento na média do processo e com fluxos correlacionados

δ	$r = 0,1$			$r = 0,5$			$r = 0,9$		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
0,1	0,2779	0,1725	0,1065	0,2965	0,2032	0,1199	0,4557	0,3748	0,2832
0,3	0,1830	0,1436	0,0889	0,2105	0,1662	0,1160	0,2617	0,2422	0,2091
0,5	0,1684	0,1455	0,1188	0,2090	0,1630	0,1372	0,2350	0,2114	0,1813
1,0	0,3085	0,3650	0,5624	0,3510	0,3322	0,4564	0,3125	0,3264	0,4195
2,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0004	1,0003	1,0002
3,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

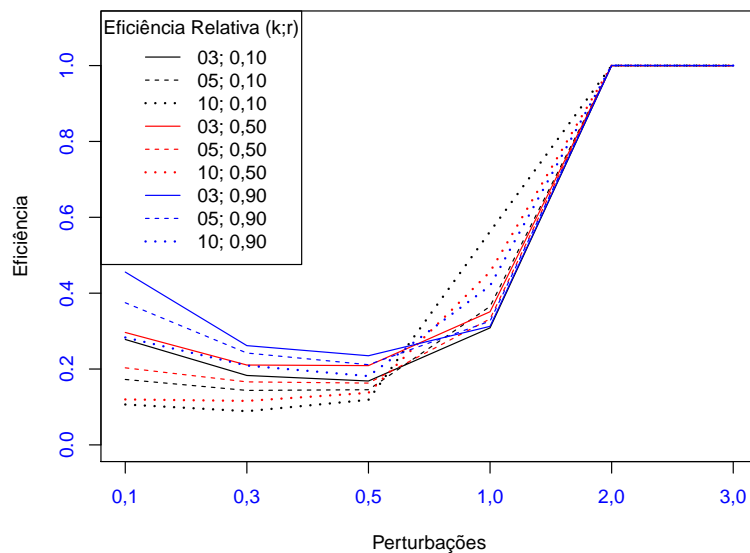
Figura 13: Eficiência Relativa entre o GCS e o GG para $k = 3, 5, 10$, $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e uma perturbação na média com $\delta = 0, 1; 0, 3; 0, 5; 1, 0; 2, 0; 3, 0$

Tabela 10: NMA_{22} para o GCS com dependência e um deslocamento na variância

λ	$r = 0,1$			$r = 0,5$			$r = 0,9$		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
1,5	2,2073	1,5780	1,1560	2,2594	1,6314	1,1950	2,3855	1,7569	1,2877
2,0	1,1955	1,0515	1,0024	1,1989	1,0539	1,0028	1,2068	1,0591	1,0037
2,5	1,0528	1,0069	1,0000	1,0532	1,0070	1,0001	1,0542	1,0074	1,0001
3,0	1,0181	1,0012	1,0000	1,0182	1,0012	1,0000	1,0184	1,0013	1,0000
5,0	1,0009	1,0000	1,0000	1,0009	1,0000	1,0000	1,0009	1,0000	1,0000

Percebe-se que o GCS detecta um deslocamento na média do processo mais rápido do que o GG, já que, para $\delta \leq 1$, $ER \leq 1$. É de se ressaltar que, quando a perturbação assume valores maiores do que 1, a convergência da ER para 1 é rápida, indicando uma equivalência entre os dois modelos.

Em síntese, o GCS tradicional se mostra mais eficiente que o GG para pequenas perturbações (entre 0,1 e 1,0), visto que necessita menos amostras até a detecção de um deslocamento na média do processo. Porém, quando a δ cresce, torna-se mais interessante o uso do GG pela velocidade e facilidade de utilização.

4.2.2 Alteração na variância do processo (λ)

De forma equivalente, a equação 30 retrata o NMA_{22} para um deslocamento na variância do processo e, da mesma forma, a inserção de uma estrutura de dependência afeta a aplicação da propriedade de independência e impossibilita o uso da mesma. Desta forma, foi novamente utilizada a técnica de simulação para identificar os $NMA_{22}s$ para uma alteração na variância para $\sigma^{*2} = \sigma^2\lambda^2$, em que $\lambda = 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 5,0$. As quantidades estão apresentadas na Tabela 10.

Assim como na Figura 11, a Figura 14 mostra um comportamento de convergência para 1 de acordo com o crescimento da perturbação λ e mantendo r e k fixos. O comportamento do NMA_{22} é similar ao observado quando a média sofre um deslocamento na média NMA_{21} .

Para o GG, foram calculados os $NMA_{22}s$ para $k = 3, 5, 10$ com uma perturbação $\lambda = 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 5,0$. Os valores estão apresentados na Tabela 11, que aponta uma sensibilidade em relação ao deslocamento na média. Isto é, no gráfico para a média, tratado neste estudo, um deslocamento na variância afeta o desempenho do processo, tanto no GCS quanto no GG.

Para a eficiência, considerando o deslocamento na variância do processo, o comportamento se manifestou de forma semelhante à eficiência quando ocorre um deslocamento

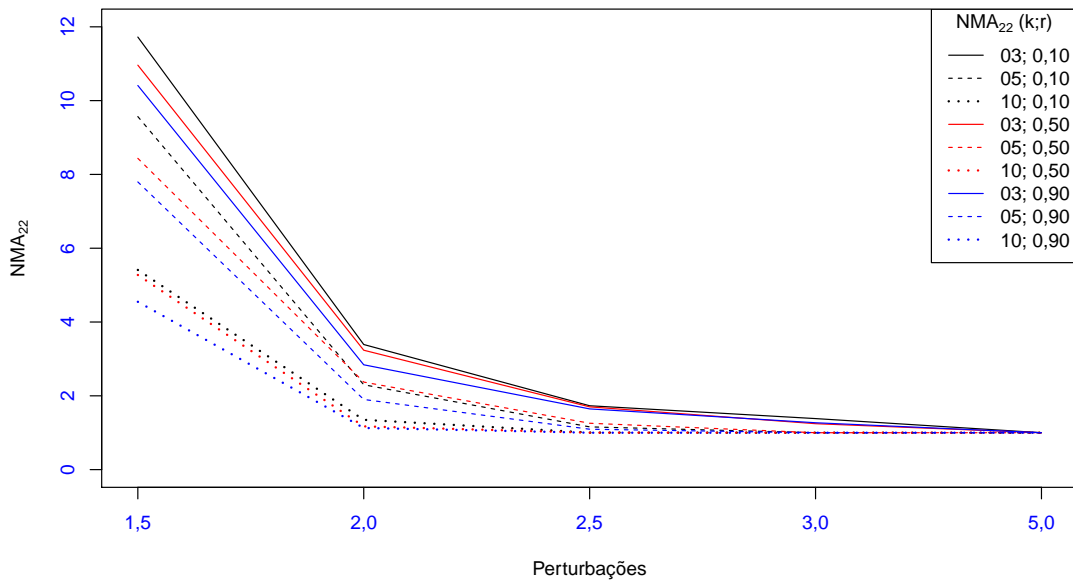


Figura 15: NMA_{22} para o GG com $k = 3, 5, 10$, $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e uma perturbação na variância com $\lambda = 1, 5; 2, 0; 2, 5; 3, 0; 5, 0$

Tabela 12: Eficiência entre o GCS e o GG para um deslocamento na variância do processo e com fluxos correlacionados

λ	$r = 0, 1$			$r = 0, 5$			$r = 0, 9$		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
1,5	0,1883	0,1649	0,2136	0,2061	0,1934	0,2265	0,2292	0,2253	0,2831
2,0	0,3526	0,4572	0,7427	0,3705	0,4442	0,8556	0,4248	0,5571	0,8889
2,5	0,6082	0,8691	0,9966	0,6191	0,8012	0,9989	0,6407	0,9199	0,9999
3,0	0,7362	1,0012	1,0000	0,8182	1,0012	1,0000	0,8018	1,0013	1,0000
5,0	1,0009	1,0000	1,0000	1,0009	1,0000	1,0000	1,0009	1,0000	1,0000

na média. As quantidades foram obtidas de acordo com a Equação 35 e são apresentados na Tabela 12. De forma geral, pode-se afirmar que o GCS detecta mais rápido o deslocamento na variância do processo, já que $ER \leq 1$.

Fazendo uma análise mais apurada, quando k e r são mantidos constantes, a eficiência converge para 1, deixando o GG e GCS com o mesmo desempenho. Fixando λ e k , o ER vai crescendo à medida que r aumenta, dando indícios da influência da correlação entre os fluxos. Por fim, quando λ e r , a eficiência aumenta de acordo com o número de fluxos, como pode ser visto na Figura 16.

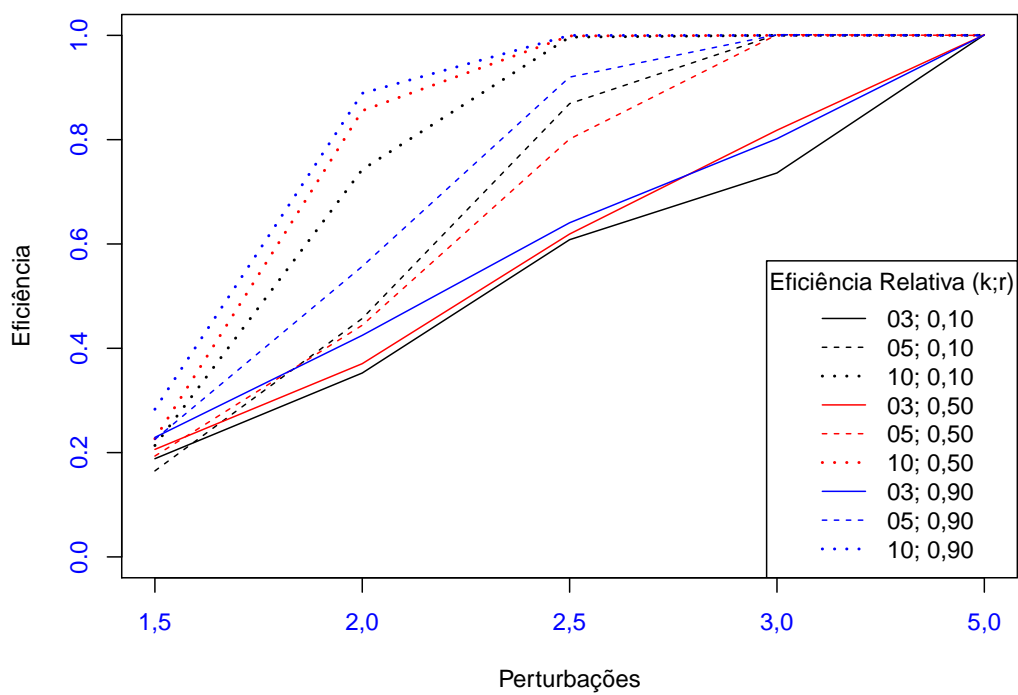


Figura 16: Eficiência Relativa entre o GC e o GG para $k = 3, 5, 10$ e uma perturbação na variância do processo

Tabela 13: NMA_{23} para o GCS com correlação $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e um deslocamento na média (δ) e na variância (λ) para $k = 3, 5, 10$

δ	λ	$r = 0, 1$			$r = 0, 5$			$r = 0, 9$		
		3	5	10	3	5	10	3	5	10
0,1	1,5	5,3174	3,4229	2,0199	5,6599	3,7983	2,3672	6,4947	4,6868	3,2008
	2,0	1,8362	1,3709	1,0803	1,8893	1,4222	1,1119	2,0141	1,5416	1,1915
	3,0	1,1314	1,0285	1,0008	1,1359	1,0311	1,0010	1,1461	1,0368	1,0017
	5,0	1,0140	1,0008	1,0000	1,0142	1,0008	1,0000	1,0146	1,0009	1,0000
0,3	1,5	3,5595	2,3966	1,5484	3,9040	2,7682	1,8846	4,5221	3,4278	2,5019
	2,0	1,6593	1,2791	1,0536	1,7288	1,3438	1,0896	1,8496	1,4575	1,1630
	3,0	1,1187	1,0246	1,0006	1,1250	1,0280	1,0009	1,1360	1,0340	1,0015
	5,0	1,0134	1,0007	1,0000	1,0137	1,0008	1,0000	1,0141	1,0009	1,0000
0,5	1,5	2,2421	1,6258	1,2019	2,5042	1,9060	1,4441	2,8984	2,3261	1,8365
	2,0	1,4322	1,1648	1,0244	1,5100	1,2343	1,0580	1,6185	1,3341	1,1193
	3,0	1,0971	1,0184	1,0004	1,1058	1,0228	1,0007	1,1179	1,0289	1,0012
	5,0	1,0123	1,0006	1,0000	1,0126	1,0007	1,0000	1,0132	1,0008	1,0000
1,0	1,5	1,1464	1,0405	1,0031	1,2362	1,1151	1,0394	1,3559	1,2323	1,1324
	2,0	1,0871	1,0180	1,0006	1,1330	1,0485	1,0082	1,1899	1,0945	1,0303
	3,0	1,0392	1,0047	1,0000	1,0499	1,0087	1,0002	1,0620	1,0136	1,0005
	5,0	1,0081	1,0003	1,0000	1,0088	1,0004	1,0000	1,0096	1,0005	1,0000
2,0	1,5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0006	1,0001	1,0000	1,0028	1,0010	1,0003
	2,0	1,0003	1,0000	1,0000	1,0014	1,0001	1,0000	1,0043	1,0011	1,0002
	3,0	1,0012	1,0000	1,0000	1,0029	1,0002	1,0000	1,0055	1,0007	1,0000
	5,0	1,0015	1,0000	1,0000	1,0021	1,0001	1,0000	1,0027	1,0001	1,0000

4.2.3 Alteração conjunta na média e na variância do processo

O cálculo probabilístico do NMA_{23} , para o caso de independência, é observado na equação (34). No entanto, inserindo uma estrutura de correlação entre os fluxos, assim como nas situações tratadas nas seções anteriores, o método de obtenção das quantidades se restringe à métodos computacionais. Utilizou-se então o *software* R na determinação desses valores, apresentados na Tabela 13.

De posse da Tabela 13, surgem evidências para traçar o perfil do NMA_{23} para o GC de Shewhart na presença de correlação entre os fluxos. Assim como os resultados obtidos nas Tabelas 7 e 10, o NMA_{23} cresce em função da correlação r quando δ , λ e k permanecem fixos. No entanto, o NMA_{23} cai em relação à k quando δ , λ e r estão constantes. Isto é, aumenta quando r cresce e diminui quando k se eleva. Este fenômeno também é constatado para ambos os tipos de perturbação, como mostra a Figura 17.

Agora, faz-se necessário investigar o comportamento do NMA_{23} para o GG sob influência da perturbação na média e na variância do processo para, em seguida, determinar a eficiência entre as cartas de controle. Os valores foram determinados segundo o algoritmo desenvolvido e apresentados na Tabela 14.

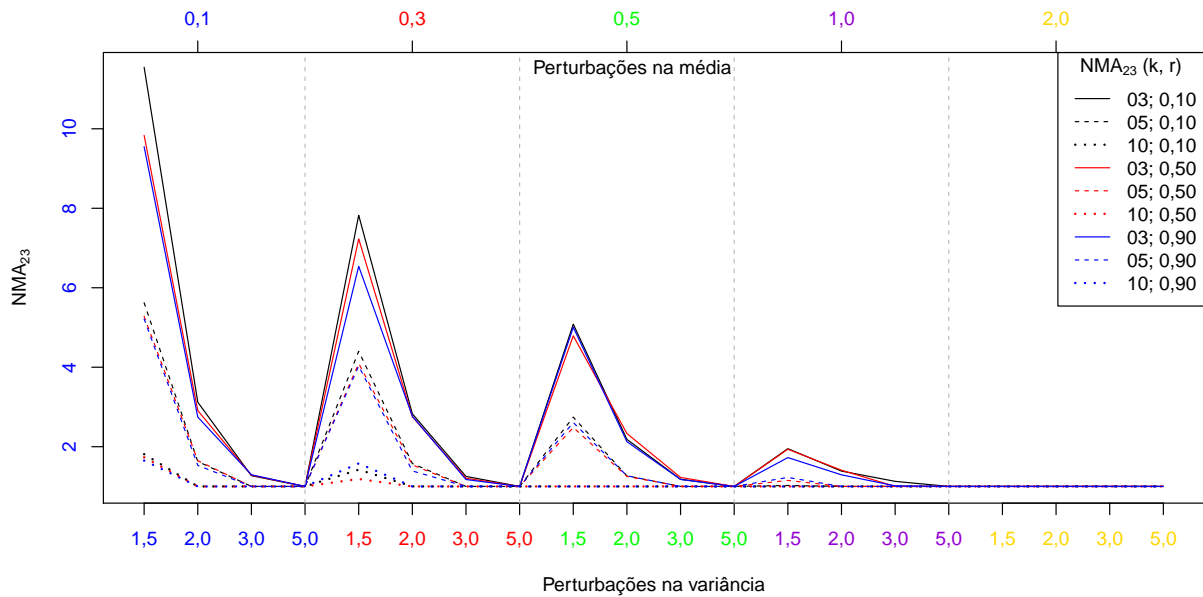


Figura 18: NMA_{23} para o GG com $k = 3, 5, 10$ e perturbações na média (δ) e na variância (λ) do processo

O desempenho para o GG com correlação entre os fluxos e perturbação na média e na variância do processo apresentou um comportamento, em parte, análogo aos demais, como pode se observar na Figura 18. Fixando as perturbações δ e λ e a correlação r , o NMA_{23} decresce à medida que o número de fluxos k aumenta. Fixando δ , k e r , o NMA_{23} também diminui quando λ aumenta. O comportamento é semelhante quando fixam-se λ , k e r e varia o δ .

Por fim, quando δ , λ e k permanecem constantes, o NMA_{23} também diminui, indicando que, quanto maior correlação, melhor o desempenho do GG em detectar mais rapidamente o deslocamento na média e na variância do processo. Este fato apresentou-se diferente dos casos em que as perturbações ocorriam isoladamente, dando indícios que a ocorrência de uma perturbação conjunta na média e na variância é mais sensível ao crescimento da correlação entre os fluxos. A eficiência entre as duas cartas pode ser verificada na Tabela 15 e na Figura 19.

Nota-se que a Figura 19 foi a única a apresentar uma tendência distinta das demais. A correlação permanece influenciando diretamente o indicador, de modo que, quanto maior o nível de correlação, maior a eficiência. No entanto, enquanto nas demais eficiências o comportamento era análogo em k , r , δ e λ , aqui existe uma inversão da concavidade para $k = 10$.

Em outras palavras, para esta quantidade de fluxos, a eficiência assume valores maiores do que 1, indicando uma vantagem evidente do GG em relação ao GCS independente do

Tabela 15: Eficiência entre o GCS e o GG com correlação $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e um deslocamento na média (δ) e na variância (λ) para $k = 3, 5, 10$

δ	λ	$r = 0, 1$			$r = 0, 5$			$r = 0, 9$		
		3	5	10	3	5	10	3	5	10
0,1	1,5	0,4604	0,6088	1,1147	0,5754	0,7194	1,3667	0,6801	0,8989	1,9375
	2,0	0,5885	0,8421	1,0803	0,6492	0,8630	1,1119	0,7335	1,0076	1,1915
	3,0	0,8909	1,0285	1,0008	0,8860	1,0311	1,0010	0,8857	1,0368	1,0017
	5,0	1,0140	1,0008	1,0000	1,0142	1,0008	1,0000	1,0146	1,0009	1,0000
0,3	1,5	0,4549	0,5444	1,0889	0,5400	0,6762	1,5864	0,6915	0,8506	1,5855
	2,0	0,5867	0,8116	1,0536	0,6277	0,8715	1,0896	0,6682	1,0486	1,1630
	3,0	0,8935	1,0246	1,0006	0,9328	1,0280	1,0009	0,9676	1,0340	1,0015
	5,0	1,0134	1,0007	1,0000	1,0137	1,0008	1,0000	1,0141	1,0009	1,0000
0,5	1,5	0,4410	0,5925	1,2019	0,5228	0,7673	1,4441	0,5790	0,8919	1,8365
	2,0	0,6558	0,9201	1,0244	0,6475	0,9859	1,0580	0,7613	1,0521	1,1193
	3,0	0,9297	1,0184	1,0004	0,9020	1,0228	1,0007	0,9506	1,0289	1,0012
	5,0	1,0123	1,0006	1,0000	1,0126	1,0007	1,0000	1,0132	1,0008	1,0000
1,0	1,5	0,5879	1,0161	1,0031	0,6385	0,9680	1,0394	0,7856	1,0051	1,1324
	2,0	0,7843	1,0180	1,0006	0,8047	1,0485	1,0082	0,9210	1,0945	1,0303
	3,0	0,9213	1,0047	1,0000	1,0499	1,0087	1,0002	1,0473	1,0136	1,0005
	5,0	1,0081	1,0003	1,0000	1,0088	1,0004	1,0000	1,0096	1,0005	1,0000
2,0	1,5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0006	1,0001	1,0000	1,0028	1,0010	1,0003
	2,0	1,0003	1,0000	1,0000	1,0014	1,0001	1,0000	1,0043	1,0011	1,0002
	3,0	1,0012	1,0000	1,0000	1,0029	1,0002	1,0000	1,0055	1,0007	1,0000
	5,0	1,0015	1,0000	1,0000	1,0021	1,0001	1,0000	1,0027	1,0001	1,0000

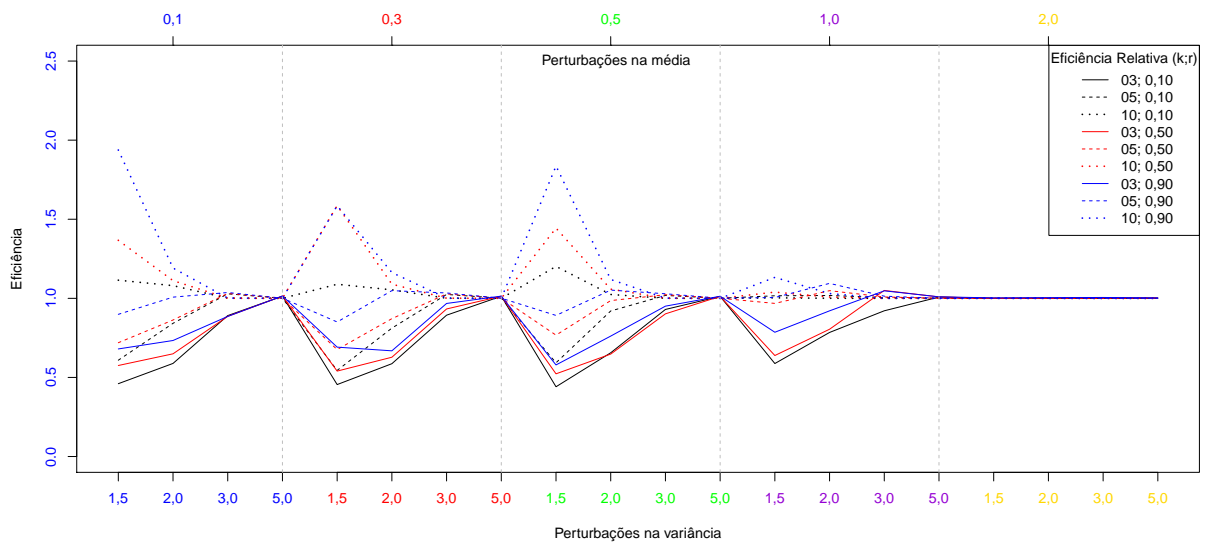


Figura 19: Eficiência entre o GCS e o GG com $k = 3, 5, 10$ e com perturbações na média (δ) e na variância (λ) do processo

nível de correlação, pois o NMA_{23} para o GG sinaliza o deslocamento na média e na variância de forma mais rápida. Destaca-se ainda que, para uma pequena quantidade de fluxos (menor ou igual a 5), é mais interessante usar o GCS tradicional, mas quando k , r , δ e λ crescem, é mais viável usar o GG pela praticidade e pelo desempenho.

4.3 Síntese

Com o propósito de facilitar a visualização e o entendimento do comportamento dos NMA_s , foram elaboradas tabelas referentes a cada tipo de deslocamento. As Tabelas 16, 17 e 18 sintetizam os resultados apresentados até aqui e permitem uma releitura da informação.

Tabela 16: Resumo para o NMA_{21} com dependência e um deslocamento na média

δ	$r = 0,1$			$r = 0,5$			$r = 0,9$		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
Gráfico de Controle de Shewhart (GCS)									
0,1	84,9927	51,3801	26,1601	91,4904	58,1540	32,9066	140,1399	107,2413	77,7589
0,3	19,1968	11,8721	6,3762	21,7545	14,6982	9,1329	32,6460	26,7145	20,8431
0,5	5,4879	3,5967	2,1883	6,5151	4,7259	3,2784	9,6265	8,1857	6,7938
1,0	1,1750	1,0558	1,0066	1,3333	1,2000	1,1000	1,6455	1,5451	1,4438
2,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0004	1,0003	1,0002
3,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Gráfico de Controle por Grupos (GG)									
0,1	305,791	297,829	245,586	308,589	286,250	274,530	307,542	286,113	274,551
0,3	104,894	82,663	71,746	103,322	88,461	78,744	124,753	110,296	99,675
0,5	32,583	24,720	18,424	31,171	29,000	23,898	40,958	38,719	37,469
1,0	3,808	2,892	1,789	3,798	3,612	2,410	5,265	4,734	3,442
2,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
3,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Eficiência Relativa (ER)									
0,1	0,2779	0,1725	0,1065	0,2965	0,2032	0,1199	0,4557	0,3748	0,2832
0,3	0,1830	0,1436	0,0889	0,2105	0,1662	0,1160	0,2617	0,2422	0,2091
0,5	0,1684	0,1455	0,1188	0,2090	0,1630	0,1372	0,2350	0,2114	0,1813
1,0	0,3085	0,3650	0,5624	0,3510	0,3322	0,4564	0,3125	0,3264	0,4195
2,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0004	1,0003	1,0002
3,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

A Tabela 16 retrata o desempenho do GG e do GCS quando ocorre uma perturbação na média do processo. Observa-se que para $\delta = 0,9$, $k = 3$ e $r = 0,1$, o GCS chega a ser 5 vezes mais rápido do que o GG na detecção de um deslocamento na média. Além disso, percebe-se que, à medida que a correlação aumenta, a eficiência relativa diminui, comprovando a correlação como fator de influência dos gráficos de controle e a superioridade do GCS. Destaca-se ainda que, para grandes perturbações, seria mais interessante utilizar o GG, já que, além de

Tabela 17: Síntese do NMA_{22} com dependência e um deslocamento na variância

λ	$r = 0,1$			$r = 0,5$			$r = 0,9$		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
Gráfico de Controle de Shewhart (GCS)									
1,5	2,2073	1,5780	1,1560	2,2594	1,6314	1,1950	2,3855	1,7569	1,2877
2,0	1,1955	1,0515	1,0024	1,1989	1,0539	1,0028	1,2068	1,0591	1,0037
2,5	1,0528	1,0069	1,0000	1,0532	1,0070	1,0001	1,0542	1,0074	1,0001
3,0	1,0181	1,0012	1,0000	1,0182	1,0012	1,0000	1,0184	1,0013	1,0000
5,0	1,0009	1,0000	1,0000	1,0009	1,0000	1,0000	1,0009	1,0000	1,0000
Gráfico de Controle por Grupos (GG)									
1,5	11,7232	9,5672	5,4120	10,9612	8,4358	5,2753	10,4101	7,7967	4,5483
2,0	3,3904	2,3001	1,3496	3,2357	2,3724	1,1721	2,8409	1,9012	1,1291
2,5	1,7310	1,1585	1,0034	1,7012	1,2568	1,0012	1,6454	1,0951	1,0002
3,0	1,3830	1,0000	1,0000	1,2445	1,0000	1,0000	1,2701	1,0000	1,0000
5,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Eficiência Relativa (ER)									
1,5	0,1883	0,1649	0,2136	0,2061	0,1934	0,2265	0,2292	0,2253	0,2831
2,0	0,3526	0,4572	0,7427	0,3705	0,4442	0,8556	0,4248	0,5571	0,8889
2,5	0,6082	0,8691	0,9966	0,6191	0,8012	0,9989	0,6407	0,9199	0,9999
3,0	0,7362	1,0012	1,0000	0,8182	1,0012	1,0000	0,8018	1,0013	1,0000
5,0	1,0009	1,0000	1,0000	1,0009	1,0000	1,0000	1,0009	1,0000	1,0000

apresentarem um desempenho similar, o GG é mais simples de aplicar e de analisar. Em seguida, tem-se a síntese do NMA_{22} .

Observando a Tabela 17, observa-se que o contexto é análogo ao da Tabela 16. Isto é, para pequenas perturbações na variância do processo ($\lambda = 1,5; 2,0; 2,5$), o desempenho do GCS é visivelmente melhor em relação ao GG. Considerando, por exemplo, 3 fluxos, uma correlação 0,1 e um deslocamento 1,5, o resultado é praticamente o mesmo, ou seja, o GCS detecta o deslocamento na variância do processo aproximadamente 5 vezes mais rápido do que o GG. Esse fenômeno expressa a vantagem do GCS em deslocamentos isolados.

Percebe-se que, em ambos os tipos de perturbações, o NMA converge para 1 quando as perturbações crescem. Porém, o NMA_{22} converge mais rápido do que o NMA_{21} . Esse comportamento dá indícios de que os modelos são mais sensíveis a uma alteração na variância do que a uma perturbação na média do processo, despertando outro questionamento acerca da convergência entre os modelos.

Por fim, a Tabela 18 reflete sobre uma perturbação conjunta na média e na variância do processo. Neste cenário, a eficiência relativa é mais modesta, ou seja, o GCS só é superior ao GG para 3 e 5 fluxos, chegando ser somente 2 vezes melhor, pouco comparado aos modelos com perturbações individuais. Além disso, quando $k = 10$, o GG detecta mais rápido o deslocamento independente da correlação.

Tabela 18: Resumo do NMA_{23} com correlação $r = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ e um deslocamento na média (δ) e na variância (λ) para $k = 3, 5, 10$

δ	λ	$r = 0, 1$			$r = 0, 5$			$r = 0, 9$		
		3	5	10	3	5	10	3	5	10
Gráfico de Controle de Shewhart (GCS)										
0,1	1,5	5,3174	3,4229	2,0199	5,6599	3,7983	2,3672	6,4947	4,6868	3,2008
	2,0	1,8362	1,3709	1,0803	1,8893	1,4222	1,1119	2,0141	1,5416	1,1915
	3,0	1,1314	1,0285	1,0008	1,1359	1,0311	1,0010	1,1461	1,0368	1,0017
	5,0	1,0140	1,0008	1,0000	1,0142	1,0008	1,0000	1,0146	1,0009	1,0000
0,3	1,5	3,5595	2,3966	1,5484	3,9040	2,7682	1,8846	4,5221	3,4278	2,5019
	2,0	1,6593	1,2791	1,0536	1,7288	1,3438	1,0896	1,8496	1,4575	1,1630
	3,0	1,1187	1,0246	1,0006	1,1250	1,0280	1,0009	1,1360	1,0340	1,0015
	5,0	1,0134	1,0007	1,0000	1,0137	1,0008	1,0000	1,0141	1,0009	1,0000
0,5	1,5	2,2421	1,6258	1,2019	2,5042	1,9060	1,4441	2,8984	2,3261	1,8365
	2,0	1,4322	1,1648	1,0244	1,5100	1,2343	1,0580	1,6185	1,3341	1,1193
	3,0	1,0971	1,0184	1,0004	1,1058	1,0228	1,0007	1,1179	1,0289	1,0012
	5,0	1,0123	1,0006	1,0000	1,0126	1,0007	1,0000	1,0132	1,0008	1,0000
1,0	1,5	1,1464	1,0405	1,0031	1,2362	1,1151	1,0394	1,3559	1,2323	1,1324
	2,0	1,0871	1,0180	1,0006	1,1330	1,0485	1,0082	1,1899	1,0945	1,0303
	3,0	1,0392	1,0047	1,0000	1,0499	1,0087	1,0002	1,0620	1,0136	1,0005
	5,0	1,0081	1,0003	1,0000	1,0088	1,0004	1,0000	1,0096	1,0005	1,0000
2,0	1,5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0006	1,0001	1,0000	1,0028	1,0010	1,0003
	2,0	1,0003	1,0000	1,0000	1,0014	1,0001	1,0000	1,0043	1,0011	1,0002
	3,0	1,0012	1,0000	1,0000	1,0029	1,0002	1,0000	1,0055	1,0007	1,0000
	5,0	1,0015	1,0000	1,0000	1,0021	1,0001	1,0000	1,0027	1,0001	1,0000
Gráfico de Controle por Grupos (GG)										
0,1	1,5	11,5500	5,6220	1,8120	9,8360	5,2800	1,7320	9,5500	5,2140	1,6520
	2,0	3,1200	1,6280	1,0000	2,9100	1,6480	1,0000	2,7460	1,5300	1,0000
	3,0	1,2700	1,0000	1,0000	1,2820	1,0000	1,0000	1,2940	1,0000	1,0000
	5,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	1,5	7,8240	4,4020	1,4220	7,2300	4,0940	1,1880	6,5400	4,0300	1,5780
	2,0	2,8280	1,5760	1,0000	2,7540	1,5420	1,0000	2,7680	1,3900	1,0000
	3,0	1,2520	1,0000	1,0000	1,2060	1,0000	1,0000	1,1740	1,0000	1,0000
	5,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,5	1,5	5,0840	2,7440	1,0000	4,7900	2,4840	1,0000	5,0060	2,6080	1,0000
	2,0	2,1840	1,2660	1,0000	2,3320	1,2520	1,0000	2,1260	1,2680	1,0000
	3,0	1,1800	1,0000	1,0000	1,2260	1,0000	1,0000	1,1760	1,0000	1,0000
	5,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1,0	1,5	1,9500	1,0240	1,0000	1,9360	1,1520	1,0000	1,7260	1,2260	1,0000
	2,0	1,3860	1,0000	1,0000	1,4080	1,0000	1,0000	1,2920	1,0000	1,0000
	3,0	1,1280	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0140	1,0000	1,0000
	5,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2,0	1,5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	2,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	3,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	5,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Eficiência Relativa (ER)										
0,1	1,5	0,4604	0,6088	1,1147	0,5754	0,7194	1,3667	0,6801	0,8989	1,9375
	2,0	0,5885	0,8421	1,0803	0,6492	0,8630	1,1119	0,7335	1,0076	1,1915
	3,0	0,8909	1,0285	1,0008	0,8860	1,0311	1,0010	0,8857	1,0368	1,0017
	5,0	1,0140	1,0008	1,0000	1,0142	1,0008	1,0000	1,0146	1,0009	1,0000
0,3	1,5	0,4549	0,5444	1,0889	0,5400	0,6762	1,5864	0,6915	0,8506	1,5855
	2,0	0,5867	0,8116	1,0536	0,6277	0,8715	1,0896	0,6682	1,0486	1,1630
	3,0	0,8935	1,0246	1,0006	0,9328	1,0280	1,0009	0,9676	1,0340	1,0015
	5,0	1,0134	1,0007	1,0000	1,0137	1,0008	1,0000	1,0141	1,0009	1,0000
0,5	1,5	0,4410	0,5925	1,2019	0,5228	0,7673	1,4441	0,5790	0,8919	1,8365
	2,0	0,6558	0,9201	1,0244	0,6475	0,9859	1,0580	0,7613	1,0521	1,1193
	3,0	0,9297	1,0184	1,0004	0,9020	1,0228	1,0007	0,9506	1,0289	1,0012
	5,0	1,0123	1,0006	1,0000	1,0126	1,0007	1,0000	1,0132	1,0008	1,0000
1,0	1,5	0,5879	1,0161	1,0031	0,6385	0,9680	1,0394	0,7856	1,0051	1,1324
	2,0	0,7843	1,0180	1,0006	0,8047	1,0485	1,0082	0,9210	1,0945	1,0303
	3,0	0,9213	1,0047	1,0000	1,0499	1,0087	1,0002	1,0473	1,0136	1,0005
	5,0	1,0081	1,0003	1,0000	1,0088	1,0004	1,0000	1,0096	1,0005	1,0000
2,0	1,5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0006	1,0001	1,0000	1,0028	1,0010	1,0003
	2,0	1,0003	1,0000	1,0000	1,0014	1,0001	1,0000	1,0043	1,0011	1,0002
	3,0	1,0012	1,0000	1,0000	1,0029	1,0002	1,0000	1,0055	1,0007	1,0000
	5,0	1,0015	1,0000	1,0000	1,0021	1,0001	1,0000	1,0027	1,0001	1,0000

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Gráfico de Controle por Grupos tem se destacado como uma alternativa viável ao modelo de Shewhart na aplicação em processos paralelos com fluxos correlacionados, devido ao fato que, além do mesmo reduzir o número de gráficos de controle necessários ao monitoramento do processo, apresenta mais vantagens com relação à praticidade de utilização e rastreabilidade do fluxo na presença de causas especiais, principalmente quando o número de fluxos k cresce. O GG utiliza apenas duas cartas de controle \bar{X} e R ou S para monitorar o todo processo, evitando construir um par para cada fluxo de processo.

5.1 Conclusões

Baseado na proposição dos objetivos específicos definidos no trabalho, seguem abaixo os resultados:

- I. **Determinar a estrutura probabilística dos gráficos de controle por grupos por meio das estatísticas de ordem (mínimo e máximo) em processos paralelos e correlacionados:** este objetivo foi atingido na Seções 2.1.2 e 2.1.2.1 e no Apêndice A, onde foram abordados os conceitos e definições do GG em uma perspectiva probabilística, bem como foi inserido nesse capítulo o controle estatístico de processo como ferramenta de monitoramento, com foco no uso do GG;
- II. **Desenvolver um algoritmo, através do *software* R, para a simulação do indicador utilizado Número Médio de Amostras (NMA) que permita a inserção de uma estrutura de correlação entre os fluxos, gerando uma dependência entre eles:** desen-

volvimento do algoritmo foi apresentado no Capítulo 3 e no Apêndice C, em que se expôs o passo-a-passo do código, mostrando o potencial e os recursos do mesmo em viabilizar uma análise aprofundada de possíveis cenários com características distintas entre si;

- III. Calcular o desempenho dos gráficos por grupos na presença de alterações na média e na variância do processo:** os resultados foram alocados no Capítulo 4, onde foram apresentadas figuras e tabelas contendo o desempenho do GG e do GC na presença da correlação, onde se constatou uma influência de r nos três níveis distintos de NMA . O primeiro se referindo ao número médio da amostras até a ocorrência do primeiro alarme falso e os outros dois referentes ao número médio de amostras até sinalização de um deslocamento na média ou na variância do processo;
- IV. Determinar a eficiência relativa entre os gráficos de controle por grupos e o tradicional de Shewhart:** também apresentado no Capítulo 4. Em seguida, calculou-se a eficiência entre os dois modelos e avaliou-se o comportamento em cada situação de acordo com os parâmetros propostos. Percebe-se aqui, de forma geral, uma convergência para 1 na eficiência a medida que k , δ e λ aumentam.

O fato de todos os objetivos específicos terem sido alcançados, garante que o objetivo geral também foi. Isso evidencia a realização de todas as atividades propostas de forma satisfatória.

Segundo os resultados apresentados, tem-se indícios que a correlação r entre os fluxos afeta o desempenho dos gráficos de controle, seja para o GG ou para o GCS. O NMA_1 , número médio das amostras até a ocorrência de um alarme falso, apresentou um crescimento ao passo que a correlação r aumenta e uma redução à medida que o número de fluxos k aumenta.

O número médio de amostras até a detecção de um deslocamento na média ou na variância do processo se comportou melhor para o GCS. O desempenho do GCS (NMA_{21} e NMA_{22}) quando o número de fluxos k e as perturbações δ ou λ crescem se mantém superior ao GG. A correlação também interfere no comportamento do NMA_{21} e do NMA_{22} de forma análoga ao NMA_1 , isto é, cresce em função de r .

Para o NMA_{23} , quando ocorre uma perturbação conjunta na média e na variância do processo, a eficiência do GCS em relação ao GG, só não é superior quando $k = 10$, indicando o uso do GG quando $k \geq 10$. Destaca-se ainda que, para o GG, quando r cresce, o NMA_{23} diminui, o que acontecia nos demais casos.

Em resumo, tem-se evidências de que a correlação entre os fluxos afeta o desempenho do GCS e do GG, de modo que, quanto maior o valor de r , maiores são o NMA , o

NMA_{21} e o NMA_{22} . Mas, por outro lado, quando há uma alteração conjunta em μ e em σ , o NMA_{23} para o GG cai quando r aumenta. É de se ressaltar que quando as perturbações se elevam, independente de r , o GG e o GCS são equivalentes, sendo mais interessante o uso do GG para grandes perturbações ($\delta > 1, 0$ e $\lambda > 3, 0$) e um elevado número de fluxos ($k > 20$) por uma questão de praticidade e facilidade.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Algumas sugestões são recomendadas para possíveis trabalhos futuros, com o propósito de ampliar a análise desenvolvida por esta dissertação:

- Desenvolver toda análise aqui realizada de forma probabilística, e não somente por meio de simulação;
- Inserir uma estrutura de autocorrelação dentro de cada fluxo produtivo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEXANDRE, J. W. C.; AMORIM, S. Um esquema alternativo na detecção rápida de falhas na média do processo. In: *Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística SINAPE*. [S.l.: s.n.], 1994. v. 11, p. 252–257.

ALEXANDRE, J. W. C.; FARIAS, R. B. A. Um estudo comparativo sobre a eficiência entre os modelos Shewhart e da média móvel ponderada exponencialmente com amostragens em dois estágios. In: *Encontro Regional de Métodos Estatísticos para a Melhoria da Qualidade*. [S.l.: s.n.], 2004.

ALEXANDRE, J. W. C.; FREITAS, S. M.; RODRIGUES, L. F. M.; RODRIGUES, F. P. Aplicação do gráfico de controle por grupos em uma indústria manufatureira do estado do Ceará. In: *Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. [S.l.: s.n.], 2006. v. 26.

BERNARDO, P. G. *Planejamento econômico de Gráficos de Controle \bar{X} com modelo de falha de Poisson*. Monografia (Graduação) — Departamento de Estatística, Universidade Federal de Minas Gerais, Juiz de fora, 2011.

BOYD, D.R. Applying the group chart for \bar{X} and r. In: *Industrial Quality Control*. [S.l.: s.n.], 1950. v. 7, p. 22–25.

BRYMAN, A. *Research methods and organization studies*. London: Unwin Hyman Ltd, 1989.

CHAN, L. Y.; XIE, M.; GOH, T. N. Cumulative quantity control Charts for Monitoring Production Process. In: *International Journal of Production Research*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 38, n. 2, p. 397–408.

COSTA, A. F. B. \bar{X} Charts with Variable Sample Size and Sampling Intervals. In: *Journal of Quality Technology*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 29, n. 2, p. 197–204.

- COSTA, A. F. B. Joint \bar{X} and R Charts with Variable Sample Sizes and Sampling Intervals. In: *Journal of Quality Technology*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 31, n. 4, p. 387–397.
- COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. *Controle Estatístico de Qualidade*. São Paulo, SP: Atlas, 2ª Edição, 2010.
- DAVID, H. A.; NAGAJARA, H. N. *Order Statistics*. [S.l.]: John Wiley Sons, third edition, 2003.
- ESCUADERO, L. F. *La simulación en la empresa*. Bilbao: Ediciones Deusto, 1973.
- GARVIN, D. A. *Gerenciando a qualidade: a visão estratégica e competitiva*. Rio de Janeiro, RJ: Qualitymark, 1994.
- GENTLE, J. E. *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*. New York: Springer, 2003.
- GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo, SP: Atlas, 1991.
- GRINSHAW, S. D.; BRYCE, G. R.; MEADE, D. J. Control Limits for Group Charts. In: *Quality Engineering*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 12, n. 2, p. 177–184.
- GUIMARÃES, N.R.; EPPRECHT, E.K. Uma proposta prática para o controle estatístico de processos com correlação. In: *Anais do Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 20.
- HUNTER, J. S. The Exponentially Weighted Moving Average. In: *Journal of Quality Technology*. [S.l.: s.n.], 1986. v. 18, p. 203–209.
- JR., M. R. Reynolds; AMIN, R. W.; ARNOLD, J. C. CUSUM charts with variable sampling intervals. In: *Technometrics*. [S.l.: s.n.], 1990. v. 32, p. 371–384.
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. *Fundamentos de metodologia científica*. São Paulo, SP: Atlas, 1999.
- LUSTOSA, P. R. B.; PONTE, V. M. R.; DOMINAS, W. R. *Pesquisa Operacional para decisão em contabilidade e administração*. São Paulo: Atlas, 2004.
- MATTAR, F. N. *Pesquisa de marketing: metodologia, planejamento*. São Paulo, SP: Atlas, 1999.

- METROPOLIS, N. The beginning of the monte carlo method. In: *Los Alamos Science*, Disponível em: <<http://library.lanl.gov/la-pubs/00326866.pdf>>. Acesso em: 31/01/2013. [S.l.: s.n.], 1987. p. 125–130.
- METROPOLIS, N.; ULAM, S. The monte carlo method. In: *Journal of the American Statistical Association*. [S.l.: s.n.], 1949. v. 44, n. 247, p. 335–341.
- MONTGOMERY, D.C. *Introdução ao controle estatístico ds qualidade*. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 4ª Edição, 2009.
- MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. *Introduction to the Theory of Statistics*. [S.l.]: McGraw-Hill International Editions, hird revised edition, 1974.
- MORETTIM, P.A.; BUSSAB, W.O. *Estatística Básica*. 6. ed. São Paulo, SP: Editora Saraiva, 2010.
- MORTELL, R.R.; RUNGER, G.C. Statistical process control of multiple stream processes. In: *Journal of Quality Technology*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 27, p. 1–22.
- NASCIMENTO, A. M.; ZUCCHI, A. L. *Modelos de simulação*. Monografia (Graduação) — Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.
- OLIVEIRA, M.B.; ALEXANDRE, J.W.C.; VASCONCELOS, A.P.; FREITAS, S.M. Um estudo sobre o desempenho e eficiência dos gráficos de controle por grupos em processos paralelos através da simulação das distribuições do mínimo e do máximo. In: *Anais do Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. [S.l.: s.n.], 2011. v. 31.
- PAGE, E.S. Continuous inspection schemes. In: *Biometrika*. [S.l.: s.n.], 1954. v. 41, n. 26, p. 100–115.
- PHILIPS, F; PUGH, D. S. *How to get a PHD*. Milton Keynes: Open University Press, 1989.
- R Development Core Team. *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2011. ISBN 3-900051-07-0. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>.
- RAMOS, A. W. *CEP para processos contínuos e em bateladas*. São Paulo, SP: Editora Edgard Blücher Ltda., 2000.
- REIS, E. *Estatística Multivariada Aplicada*. 2ª. ed. Lisboa, Portugal: Edições Silabo, 2001.

RENDER, B.; JR., R.M. Stair. *Quantitative analysis for management*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1977.

SHEWHART, W. A. *Economic Control Quality of Manufacturing Product*. New York: Van Nostrand, 1931.

VASCONCELOS, A. P. *Um Estudo sobre o desempenho e eficiência do Gráfico de Controle por Grupos em Processos Paralelos*. Dissertação (Mestrado) — Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2009.

APÊNDICE A - ESTATÍSTICAS DE ORDEM

Neste apêndice aborda-se a utilização da distribuição do mínimo e do máximo da média amostral do processo. A densidade empregada na modelagem dos dados é expressa através das estatísticas de ordem e quantificadas por

$$f(y_k) = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} [\Phi_{\bar{X}}(y_k)]^{k-1} [1 - \Phi_{\bar{X}}(y_k)]^{n-k} f(y_k),$$

onde k representa a k -ésima observação e $f(y_k)$ é a função densidade no ponto y_k .

O uso de $f(y_k)$ surgiu como alternativa de um estudo sobre a aplicação dos gráficos de controle por grupos em processos paralelos. A proposta foi sugerida a partir do próprio esquema de montagem do GG, ou seja, dentro de cada subgrupo são plotados somente o maior e o menor valor, assim a ideia inicial consistia em trabalhar com a distribuição do máximo e do mínimo das médias e desenvolver o estudo análogo ao de Vasconcelos (2009).

Considerando o mínimo (y_1) como o primeiro ponto do rol e o máximo (y_n) como o último, as distribuições para as densidades delas são dadas, respectivamente, por

$$f(y_1) = n [1 - \Phi_{\bar{X}}(y_1)]^{n-1} f(y_1) \quad (36)$$

$$f(y_n) = n [\Phi_{\bar{X}}(y_n)]^{n-1} f(y_n). \quad (37)$$

Porém, não há uma forma fechada para distribuição de y_1 e de y_n de \bar{X} , já que as mesmas dependem da função de distribuição acumulada de uma normal, conhecida como $\Phi_{\bar{X}}(y_k)$, a qual não é obtida de forma exata, isto é, não converge. É de se ressaltar que a distribuição acumulada $\Phi(x)$, sendo $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, não existe para qualquer forma de distribuição normal, e não somente pelo fato de ser advinda de uma estatística de ordem.

Diante dessas dificuldades, a possibilidade de se trabalhar em termos de probabilidade foi descartada, motivando a utilização de técnicas alternativas na determinação dos valores desejados, como por exemplo, a utilização de métodos de simulação para determinar as respectivas quantidades do mínimo e do máximo para, em seguida, definir o *NMA* e comparar com os

resultados exatos conhecidos na literatura. Para maiores detalhes ver David e Nagajara (2003) e Mood, Graybill e Boes (1974).

APÊNDICE B - O MÉTODO DE MONTE CARLO

O método de Monte Carlo (MMC) consiste na utilização de números aleatórios e probabilidades para analisar e resolver situações-problema. O MMC foi elaborado pelos cientistas John Von Neumann e Stanislaw Ulam no Projeto Manhattan do laboratório de armas nucleares Los Alamos, Estados Unidos, em meados da Segunda Guerra Mundial. A denominação Monte Carlo se refere aos jogos de azar que fazem uso de sorteios e de dados, uma atração popular na cidade de Monte Carlo, Mônaco (METROPOLIS; ULAM, 1949) e (METROPOLIS, 1987).

O Método de Monte Carlo trata de uma estratégia que utiliza a geração de quantidades aleatórias para atribuir valores às variáveis do sistema que se deseja investigar (LUSTOSA; PONTE; DOMINAS, 2004). Os números são obtidos através de artifícios aleatórios ou diretamente de *softwares*, como mostra (GENTLE, 2003). A cada iteração, obtem-se um resultado que é armazenado para compor um vetor contendo a distribuição de frequência que possibilita calcular estatísticas descritivas, como média, desvio-padrão, máximo e mínimo. Cabe ao condutor do estudo decidir qual métrica utilizar da distribuição de frequência.

Para a execução do MMC, Lustosa, Ponte e Dominas (2004) sugere um número de replicações para a simulação superior a cem, justificando a obtenção de uma amostra representativa. Por outro lado, não há limitação referente ao número máximo de simulações a serem realizadas. Recomenda-se aplicar a maior quantidade de simulações possíveis levando em consideração o poder de processamento do *hardware* utilizado, pois a precisão e o tempo de computação devem se equilibrar, que é um pré-requisito das simulações baseadas no MMC (ESCUADERO, 1973).

APÊNDICE C - O ALGORITMO

Este apêndice é dedicado à apresentação do algoritmo empregado na simulação do indicador (*NMA*).

```

require(mvtnorm)
rho = c(10, 20, 30, 50, 70, 90) # Provoca a correlação
d = c(0.1, 0.3, 0.5, 1, 2, 3)
p = c(3, 3.3198, 3.4598, 3.6422)
lam = c(1.5, 2, 3, 5)
#m:referente à alteração na média
#v:referente à alteração na variância
#l: referente à largura
L = c(3, 3.2049, 3.3198, 3.3993, 3.4598, 3.5086, 3.5494,
      3.5844, 3.6150, 3.6422, 3.7452, 3.8168)
AUX = c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 20)

#----- Algoritmo -----#
#####
##### FUNÇÃO #####
#####

cmax.d=function(mu, sig, k, n, r, p, m, v) {
vmu = rep(mu + d[m]*sig, k)
aux = c(rep(c((lam[v]^2)*(sig^2), rep(r, k)),
(k-1)), (lam[v]^2)*(sig^2))
vsig = matrix(aux, ncol = k, nrow = k)
vet = numeric()

```

```
for (i in 1:500){
  lsc = mu + p*(sig/(sqrt(n)))
  lic = mu - p*(sig/(sqrt(n)))
  cont = 0
  ai = rnorm(k,mu,sig)
  mn = min(ai)
  mx = max(ai)
  while (((mn > lic)&(mn < lsc))&((mx > lic)&(mx < lsc))){
  cont = cont + 1
  amost = rmvnorm(n, vmu, vsig)
  amostt = t(amost)
  med = numeric()
  for(z in 1:k){
  m = mean(amostt[z,])
  med[z] = m
  } # Fim for k
  mx = max(med)
  mn = min(med)
  ## & = E
  ## | = OU
  } # Fim enquanto
  vet[i] = cont
  } # Fim for i

  resp = c(mean(vet) - 1.96*sd(vet)/sqrt(500), mean(vet),
  mean(vet) + 1.96*sd(vet)/sqrt(500))
  resp2 = c(1,1,1)
  if(mean(vet)<1){print(resp2)}
  else{print(resp)}
  } # Fim função
```