SMARTMÁTICA

A matemática do dia a dia através da videoanálise

Meirivâni Meneses de Oliveira
Eloneid Felipe Nobre
Francisco Régis Vieira Alves

Universidade Federal do Ceará
Fortaleza, 2019.

SMARTMÁTICA

A matemática do dia a dia através da videoanálise

Índice

Dedicatória

A minha filha, Maria, que me faz feliz e melhor a cada dia.

Prefácio

O presente *e-book*, intitulado ***Smartmática***, é parte integrante do produto educacional construído a partir de uma dissertação de mestrado. Nele propõe-se a professores do Ensino Médio, quatro situações didáticas que exploram os conceitos de funções lineares, quadráticas, exponenciais e trigonométricas, com o auxílio do aplicativo *VidAnalysis*. Três, dessas quatro situações didáticas, foram validadas, por meio de sua aplicação, com 15 alunos da segunda série do Ensino Médio de uma escola de tempo integral, da rede pública estadual, localizada em Fortaleza-Ceará.

O *e-book* encontra-se dividido em sete capítulos. No primeiro capítulo é feita uma breve apresentação da Engenharia Didática, como metodologia de pesquisa e da Teoria das Situações Didáticas, como metodologia de ensino. Essas metodologias foram utilizadas na validação das três primeiras situações didáticas apresentadas aqui.

No segundo capítulo é apresentado um breve histórico da videoanálise, bem como algumas orientações sobre como filmar o movimento de um objeto. No terceiro capítulo detalha-se as ferramentas do aplicativo *VidAnalysis*.

No quarto capítulo é apresentada uma situação didática que possibilita a abordagem e exploração de funções lineares, através do lançamento oblíquo de uma bola de tênis.

No quinto capítulo continua-se analisando o movimento oblíquo da bola de tênis, porém, utilizando o gráfico da distância pelo tempo em relação ao eixo y, para explorar funções quadráticas.

No sexto capítulo é apresentada uma situação didática para o ensino de funções exponenciais, utilizando-se o aplicativo *VidAnalysis*. Por fim, no sétimo capítulo é apresentada uma situação didática que possibilita o ensino de funções trigonométricas. O experimento proposto é o do movimento circular de um brinquedo chamado *hand spinner*.

Como complemento a este e-book, disponibilizamos no site: *https://sites.google.com/view/smartmatica*, os vídeos utilizados para cada situação propostas aqui, bem como sugestões de outros aplicativos de videoanálise, artigos, tutoriais e mais três situações didáticas que possibilitarão o aprofundamento de funções lineares, exponenciais e trigonométricas. No site, também é possível enviar um e-mail, através do endereço *smartmatica1@gmail.com*, para maiores informações sobre a pesquisa, as metodologias ou até mesmo para troca de experiências.

Nossa intenção, ao disponibilizar este material para atuais e futuros professores, é a de possibilitar a abordagens de alguns conceitos envolvendo o estudo de funções que, normalmente, não são estudados no Ensino Médio, mostrando que, eles podem ser explorados por meio de experimentos simples, acessíveis e com o suporte de tecnologias digitais.

Fortaleza, setembro de 2019.

Meirivâni Meneses de Oliveira

Eloneid Felipe Nobre

Francisco Régis Vieira Alves

1

Engenharia Didática

No ano de 1970, o Ministério da Educação Nacional Francês, criou os Institutos de Pesquisas do Ensino de Matemática (IREM). Os IREM possuíam duas características. A primeira característica era a de oferecer ambientes voltados para a capacitação inicial e continuada de professores, investigação sobre o ensino de matemática, produção e difusão de materiais pedagógicos; e a segunda característica era a de ser um lugar em que pessoas com as mais diferentes formações pudessem trabalhar juntas.

Dentre as metodologias de investigação desenvolvidas por esses institutos, estava a Engenharia Didática. Segundo (Artigue, 1995, p.36),

> "a engenharia didática caracteriza-se em primeiro lugar por um esquema experimental baseado nas "realizações didáticas" em classe, é decidir sobre a concepção, realização, observação e análises de sequências de ensino". (Artigue, 1995, p.36)

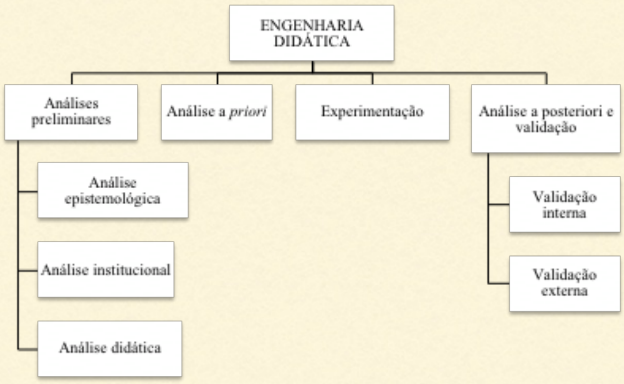
De acordo com seu objetivo, a Engenharia Didática também pode ser classificada como de 1ª geração ou de 2ª geração. A Engenharia Didática de 2ª geração Por sua vbusca desenvolver recursos para o ensino ou para a formação de professores.

Por sua vez, a Engenharia Didática de 1ª geração é "uma metodologia que visa o estudo dos fenômenos didáticos, que possam permitir os fenômenos em sala de aula". (ALVES, 2017, p.197).

De acordo com Almouloud (2011), o objetivo dessa Engenharia Didática é o de "[...] ensinar matemática ao estudante; e [...] produzir conhecimento que pode ser subsídio para a elaboração e publicação de artigos que se tornarão referência na área da educação matemática".

Como metodologia, a Engenharia Didática de 1ª geração é descrita por meio de uma distinção temporal de seu processo experimental em quatro fases, como mostra a figura 1.

Figura 1- Fases da Engenharia Didática



Fonte: Elaborada pela autora

Análises preliminares. Nesta fase, Almouloud (2007, p.172-173), afirma que normalmente busca-se:

> Estudar a gênese histórica do saber em estudo e suas manifestações antigas ou contemporâneas, suas funcionalidades na matemática e os obstáculos epistemológicos relativos ao conceito; analisar o ensino usual e seus efeitos; analisar as condições e fatores e que depende a construção didática efetiva das situações de ensino e considerar do conteúdo e seus efeitos; analisar as condições e fatores de que depende a construção didática e efetiva das situações de ensino; considerar os objetivos específicos da pesquisa; fazer uma análise das propostas curriculares e dos PCNs; analisar livros didáticos; levantar referências bibliográficas sobre os fatores que interferem nos processos de ensino e de aprendizagem do objeto em questão. (ALMOULOUD, 2007, p. 172-173).

Análises a priori e concepção. De acordo com Artigue (1995, p.45), é nesta fase que devem ser levados em consideração os seguintes pontos como:

> (a) Descrever as escolhas feitas no nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação didática desenvolvida; (b) analisar o que poderia estar em jogo nesta situação para o estudante, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação que o estudante terá durante a experimentação. (c) prever os campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise permite controlar seus significados e assegurar, particularmente, que se tais comportamentos esperados ocorreram, é por consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem. (ARTIGUE, 1995, p.45)

Esta é uma fase importante para a Engenharia Didática, é nela que o professor, baseando-se no estudo realizado nas análises preliminares, planeja e elabora a situação didática, prevendo a postura dos estudantes frente a ela. Espera-se também que o professor elabore possíveis intervenções para que os objetivos da situação sejam alcançados. As análises a priori baseiam-se em um conjunto de hipóteses que serão levantadas mediante os objetivos das situações didáticas elaboradas.

Experimentação. É o momento em que a situação didática planejada é aplicada em sala de aula. Caso apareçam problemas durante sua aplicação, o professor poderá corrigi-la. É nesta fase também que o professor fará observações, colherá dados para que sejam analisados posteriormente.

Análises a posteriori e validação. É nesta fase que, após a aplicação da situação didática, o professor, de posse dos dados coletados, confrontará as análises realizadas antes (a priori) e após a aplicação (a posteriori) com o intuito de validar a pesquisa. Segundo Laborde (1997, p.105), existem duas possibilidades de validação de uma Engenharia Didática, são elas: interna e externa.

A validação interna ocorre quando há uma comparação entre as análises a priori e as análises a posteriori. Por sua vez, a validação externa acontece quando, além da confrontação realizada em uma validação interna, ocorre uma comparação desses resultados com as produções de estudantes que não participaram da mesma sequência didática, por meio de entrevista ou questionários (ALVES, 2018, p.72).

1.1 Teoria das Situações Didáticas

Guy Brousseau nasceu em Taza, Marrocos, no ano de 1933. Apaixonado por Física e Matemática, buscava compreender o caminho pelo qual os estudantes as aprendiam. Esta inquietação o fez construir uma notável carreira voltada para a pesquisa no ensino em Matemática e a ser considerado o pai da Didática da Matemática.

Em 1953, Brousseau iniciou sua pesquisa com estudantes da educação básica. Nesse período, teve a oportunidade de refletir sobre o ensino e a aprendizagem em Matemática; preparou diversas lições, observou crianças e fez diversas análises, tentando investir em uma teoria que compreendia as interações sociais entre estudantes, professores e o conhecimento.

Em 1970, apresentou os primeiros elementos da Teoria das Situações Didáticas, no Congresso da Associação de Professores de Matemática do Educação Pública (APMEP).

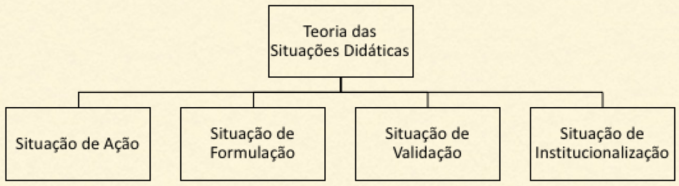
O objetivo dessa teoria, afirma Brousseau (2012), é buscar "prever as condições em que as trocas entre uma instituição e um meio ou entre duas instituições dependerão de um conhecimento específico".

Sobre **situação didática**, Brousseau (2009), afirma que se trata de

> [...] uma relação entre os estudantes, o professor e o conhecimento, planejada pelo docente para que todos se apropriem, de maneira significativa, de um saber específico da área. Nela, o estudante aplica o que sabe na resolução de um desafio, faz aproximações e explicita os procedimentos e raciocínios utilizados (BROUSSEAU, 2009).

A Teoria das Situações Didáticas deve privilegiar os procedimentos adotados dentro das situações apresentadas na Figura 2.

Figura 2- Teoria das Situações Didáticas



Fonte: Elaborada pela autora

Situações de ação. É o momento em que o estudante tentar compreender e adaptar-se a um meio didático denominado por Brousseau de *milieu*, ao qual foi exposto, sendo então, levado a tomar decisões, analisar e verificar seus resultados. Todas essas ações acontecem internamente e geram conhecimentos que os estudantes não conseguem ainda verbalizar e que não estão formulados matematicamente.

Situações de formulação. É a fase em que os estudantes já conseguem formular hipóteses, a criar preferências / estratégias para resolver a situação ao qual foi exposto e a expô-las verbalmente aos seus pares, porém sem entender o porquê.

Situações de validação. Nesta fase os conhecimentos já começam a ser formulados matematicamente, possibilitando ao estudante verbalizar e justificar suas estratégias com o objetivo de dizer ao outro que o que diz é verdade.

As três primeiras situações (ação, formulação e validação) são consideradas por Brousseau como sendo situações **a-didáticas**.

As situações a-didáticas complementam as situações didáticas e são caracterizadas pelo momento em que o estudante encontra-se sozinho com o problema e seus próprios conhecimentos.

Pommer (2013, p.17), afirma que "o milieu representa os vários recursos que permitem ao estudante interagir com o objetivo de vencer o jogo ou resolver a situação-problema proposta, de modo a progredir em seus conhecimentos". Neste contexto, o ***milieu*** pode ser representado por uma situação-problema, um jogo, uma prova, uma simulação, um aplicativo, etc.

O ***milieu*/meio didático** deve ser planejado e organizado pelo professor, de modo que o estudante seja capaz de manter sua autonomia. Desta maneira, o professor deve fornecer não apenas os problemas, mas os meios para a sua solução e o estudante deve perceber que, com os conhecimentos já adquiridos, poderá buscar soluções para novos problemas.

Anos depois de ter proposto a Teoria das Situações Didáticas (TSD), Brousseau percebeu a necessidade de inserir uma fase em que o professor organiza, reforça e generaliza o conhecimento adquirido pelos estudantes e a chamou de situação de institucionalização. Essa situação possui um caráter didático, visto que além do professor ter um papel ativo, ocorre uma interação dele, do estudante e do saber, como mostra a Figura 2.

Situações de institucionalização. De acordo com Teixeira e Passos (2013, p.166), é nesta fase que "o professor retoma parte da responsabilidade cedida aos estudantes, conferindo-lhes o estatuto do saber ou descartando algumas produções dos estudantes e definindo, assim, os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização".

Em 1980, durante uma enquete aplicada com estudantes que possuíam dificuldades em Matemática surge o conceito de **contrato didático**. A enquete foi realizada pelo Centro de Observação e Pesquisas sobre o Ensino de Matemática (COREM) da Universidade de Bordeaux, como parte das pesquisas desenvolvidas por Brousseau sobre situações matemáticas.

Toda situação didática deve ser guiada por um **contrato didático**, que se trata do "conjunto de comportamentos (específico) do professor que são esperados pelo estudante e pelo conjunto de comportamentos do estudante que são esperados pelo professor".

Não é um contrato escrito e nem dito, mas que dever ser percebido tanto pelo professor, em não transmitir explicitamente um conteúdo ao seu estudante, quanto pelo estudante, ao perceber que a situação didática foi elaborada pelo professor para que ele possa fazer, tendo ponto de partida seus conhecimentos prévios.

A cada situação didática elaborada pelo professor para a aquisição de um novo conhecimento pelo estudante, o contrato é renovado, ou seja, ele existe em função do aprendizado do estudante. Por isso, é importante que, para um contrato não ser quebrado, que o professor organize o meio didático de forma que ele ofereça uma resistência, uma dificuldade adequada para que o estudante evolua em sua aprendizagem.

2

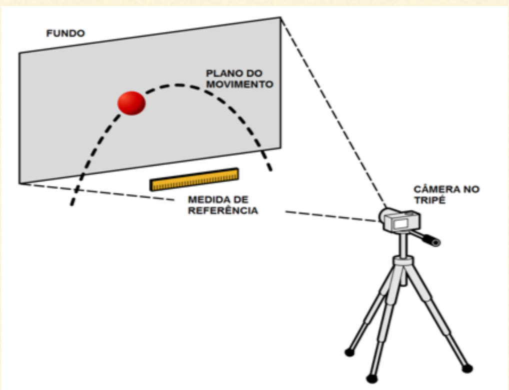
Videoanálise

A videoanálise foi utilizada pela primeira vez, no final do século XIX, por um fotógrafo inglês chamado Eadweard Muybridge. De acordo com Araújo (2018, p.32), este fotográfo "queria tirar uma dúvida que pairava na época sobre o galope de um cavalo. Havia dúvidas sobre se os cavalos levantavam todas as patas ao mesmo tempo durante um galope".

Durante o experimento, ele utilizou várias câmeras e obteve 24 fotografias em rápida sucessão e de diferentes momentos. Entre as fotos, ele capturou uma fotografia que comprovou que o cavalo realmente tirava as quatro patas do chão. (ARAÚJO, 2018, p.32)

A partir do ano de 2008, por meio do desenvolvimento do software Tracker e dos avanços das tecnologias digitais e móveis, a videoanálise passou a ganhar espaço na sala de aula, possibilitando a análise do movimento de um objeto, por meio de experimentos simples. No entanto, deve-se tomar alguns cuidados ao se gravar o vídeo.

Figura 3- Câmera perpendicular ao plano do movimento.



Fonte: Copyright Vernier Software &Technology LLC, 2019.

Primeiramente, o ambiente deve estar bem iluminado. Após escolhido o ambiente, a câmera (tablet/smartphone) deverá estar fixada e localizada em um plano perpendicular ao plano do movimento, como se pode observar na figura 3.

Outro cuidado que se deve tomar é em relação à distância da gravação. O vídeo deve ser gravado o mais próximo possível do movimento, porém toda a trajetória seguida pelo objeto deve estar contida nele, buscando-se sempre reduzir os efeitos de perspectiva e paralaxe.

Por fim, deverá existir algum objeto no experimento de tamanho conhecido, como por exemplo, uma régua, para tomar como referência. Este objeto deverá estar no mesmo plano do movimento.

Tomados todos os devidos cuidados, o experimento estará pronto para ser filmado.

3

O Aplicativo VidAnalysis

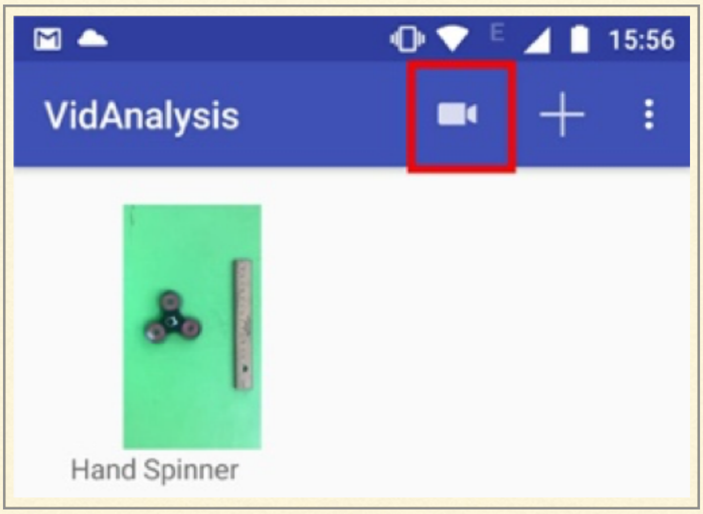
VidAnalysis é um aplicativo de videoanálise austríaco que permite a análise do movimento de um objeto. Ele foi desenvolvido no ano de 2014 por Richard Sadeck, que na época estava finalizando o Ensino Médio.

O aplicativo encontra-se disponível para *smartphones* com sistema operacional Android, em duas versões, um gratuito e outro pago.

Com sua interface gráfica simples e com poucas ferramentas, o aplicativo permite, de maneira fácil e rápida, realizar a videoanálise de um objeto em movimento, seguindo de maneira resumida os seguintes passos:

1. Filmar ou utilizar um vídeo já disponível em seu celular. Para filmar o movimento de um objeto através de seu celular, basta clicar no aplicativo e em seguida no ícone de uma câmera, situada no canto superior direito de sua tela.

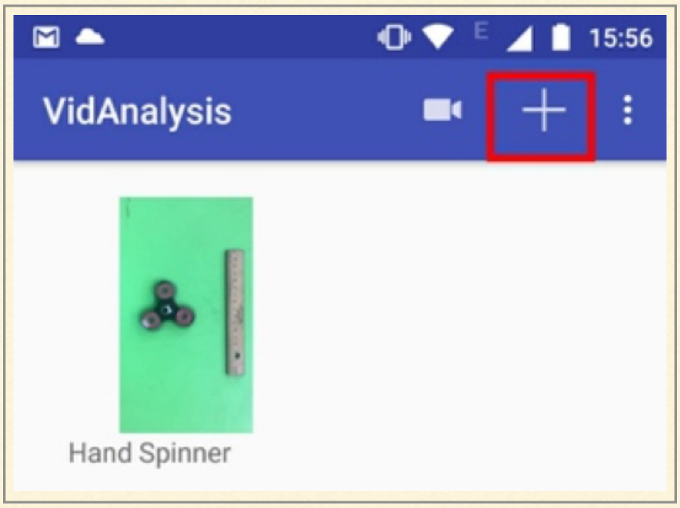
Figura 4 – Localização do ícone do acesso a câmera do celular através do aplicativo *VidAnalysis*



Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*

Para utilizar um vídeo já disponível no celular, basta clicar no ícone +, situado no canto superior direito da sua tela e selecionar o vídeo.

Figura 5 - Localização do ícone + através do aplicativo *VidAnalysis*



Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*

Observação 1: os vídeos adicionados/filmados serão exibidos na tela inicial do aplicativo. Para realizar a videoanálise de um desses vídeos, basta clicar no vídeo escolhido e em seguida na opção Start Analysis**.**

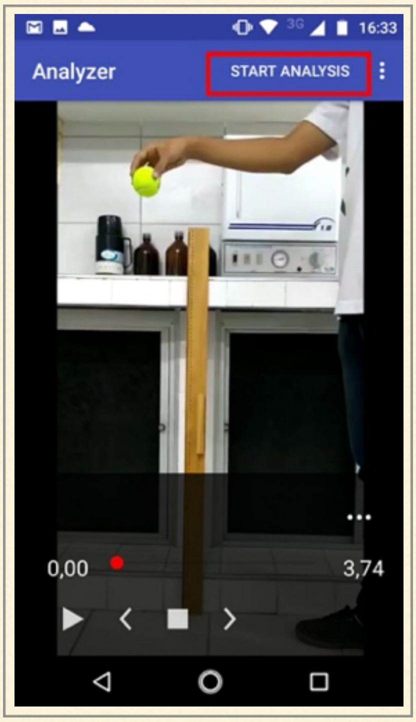
Observação 2: para entrar em contato com o suporte do aplicativo, basta clicar nos três pontos localizados no canto superior direito de sua tela, logo após o ícone +, em seguida na palavra help.

2. Definir um referencial. Após selecionar o vídeo que será utilizado para a videoanálise, deve-se clicar em START ANALYSIS, que aparece no canto superior direito da tela do smartphone, em seguida clicar nas extremidades do objeto de tamanho conhecido, que foi escolhido como referencial. Após essa marcação, deve-se inserir o tamanho real desse objeto em metros, como mostram nas figuras 6a e 6b.

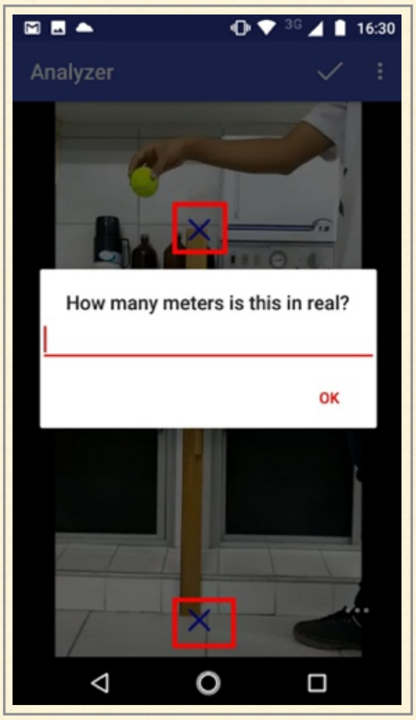
3. Escolher a origem do movimento. Após inserir o tamanho do referencial, surge na tela os eixos x e y, para que possa ser definida a origem do movimento do objeto. Definida a origem, deve-se clicar no ícone em destaque apresentado na figura 7a, e em seguida para que seja iniciado o processo de marcação dos pontos, deve-se clicar nos três pontos que aparecem no canto inferior direito da tela, como mostra a figura 7b.

Figura 6 - (a) Localização da frase START ANALYSIS (b) Marcação das extremidades do objeto conhecido e a indicação do seu tamanho real.

(a)



(b)

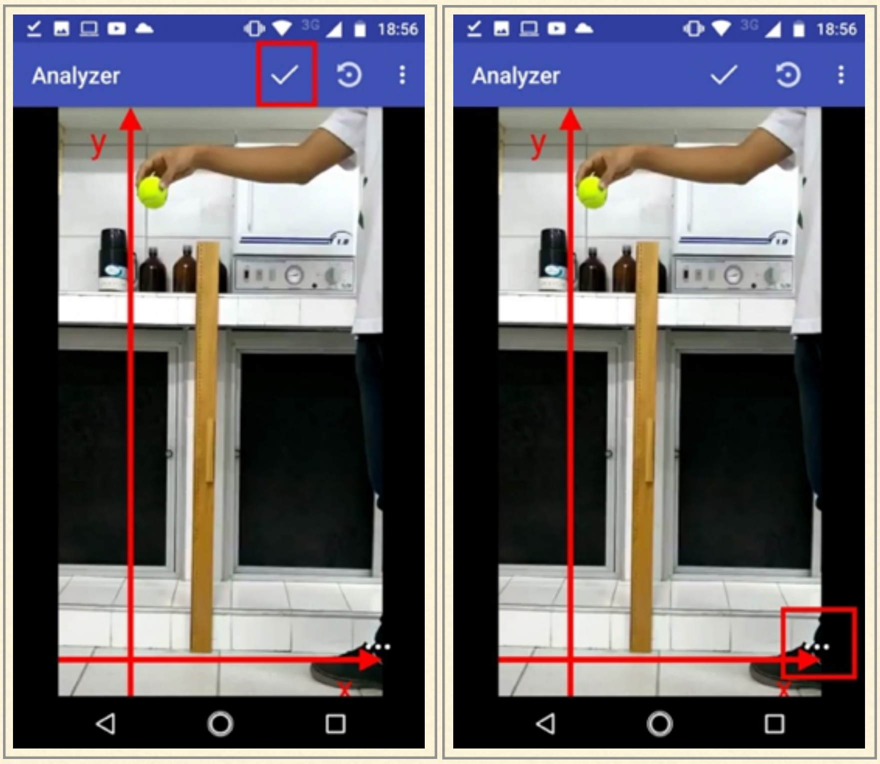


Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*

4. Marcar os pontos por onde o objeto passou. Para que os dados gerados, através do processo de videoanálise, representem o movimento real do objeto, é extremamente importante que os pontos marcados durante a trajetória da bola sejam marcados, o mais próximo possível, da posição do objeto no vídeo. Para ajudar na marcação desses pontos, o aplicativo permite que você pause o vídeo no momento em que o objeto inicia seu movimento, fazendo com que ele se movimente somente após a marcação de cada ponto (Figura 8).

Figura 7 - (a) Ícone de confirmação da escolha do eixo (b) Três pontos.

(a) (b)

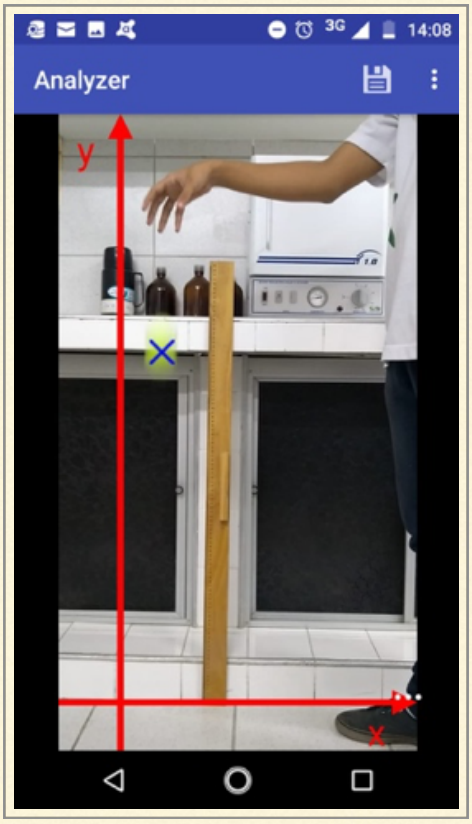


Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*

5. Diagramas e tabela. Após esse procedimento, o aplicativo fornecerá cinco diagramas: o diagrama do tempo em função da distância, o da velocidade em função do tempo para os eixos x e y; a distância em função do tempo também para cada eixo e uma tabela.

Com os pontos apresentados nos diagramas, é possível explorar o conceito de função. No caso desta pesquisa o conceito será explorado através de situações didáticas e o uso deste aplicativo.

Figura 8 - Marcação dos pontos por onde o objeto passou.



Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*

4

Função Linear

Objetivo: explorar funções lineares através do lançamento oblíquo de uma bola de tênis, além de translação vertical e horizontal de gráficos de funções lineares.

Conhecimentos prévios: definição, lei de formação, construção de um gráfico de funções lineares; o conceito de proporcionalidade, progressão aritmética e geométrica.

Vídeo sugerido: Uma bola de tênis sendo lançada obliquamente.

Uma bola de tênis ao ser lançada obliquamente, executa um movimento bidimensional, ou seja, ela estará voando tanto na horizontal quanto na vertical. Como a força gravitacional empurra a bola para baixo, a gravidade vai afetar apenas a velocidade em relação ao eixo y. A velocidade em relação ao eixo x vai permanecer constante, conforme a bola se move ao longo do trajeto.

Para as análises desse movimento, deve-se desprezar os efeitos da resistência do ar, dessa forma a bola fica sujeita apenas a aceleração da gravidade durante a queda.

Após essas observações e como requisito para o aplicativo fornecer os gráficos e a tabela, os estudantes deverão marcar os pontos por onde a bola passou e escolher a origem do eixo das coordenadas. Com base nos gráficos e na tabela gerados, propõe-se a seguinte situação didática.

ATIVIDADE 1 - A taxa de variação de uma função é um número que pode ser interpretado como uma forma de medir "quão rápido" a variável y está mudando à medida em que a variável x muda. Baseando-se no diagrama que descreve a posição da bola no eixo x em relação ao tempo, verifique se é possível encontrar a taxa de variação da função;

ATIVIDADE 2 - repita a ATIVIDADE 1, tomando como base o diagrama que descreve a velocidade no eixo y em função do tempo, buscando identificar o que mudou em relação a taxa de variação da atividade A e qual a função que melhor representa o gráfico.

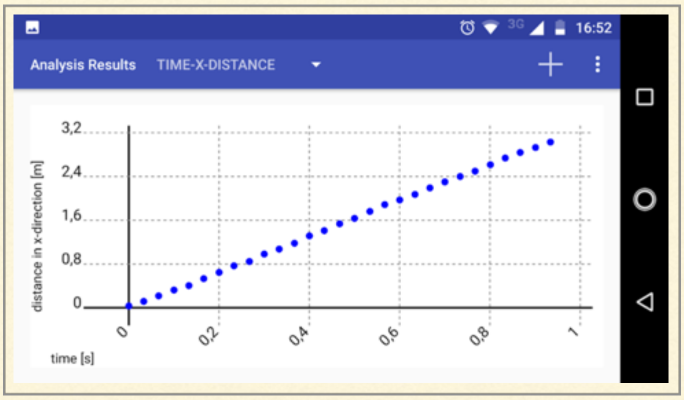
ATIVIDADE 3 - a partir do gráfico da ATIVIDADE 1, verifique se é possível encontrar a equação da curva após a translação do gráfico para o ponto (0,4;0). Se for possível, verifique o que mudou e o que permaneceu igual?

ATIVIDADE 4 - agora, partindo do gráfico da curva da ATIVIDADE 3, translade o gráfico para o ponto (0,4;1,2). Verifique o que mudou e o que permaneceu inalterado em relação a lei de formação da função encontrada na ATIVIDADE 1?

Situação de ação: Nessa fase o estudante deverá assumir a responsabilidade de resolver o problema proposto buscando, após a leitura do enunciado do problema, a videoanálise do movimento da bola e a análise dos gráficos e tabela gerados pelo aplicativo, solucionar cada item proposto. Sendo assim, a cada item, o aluno passará por uma situação de ação para avançar para a fase de formulação.

Na **ATIVIDADE 1** espera-se que o estudante perceba que o gráfico da posição da bola no eixo x pelo tempo representa uma função polinomial do 1° grau do tipo *f*(*x*) = *ax*, como mostra a Figura 9. Somando-se a essa identificação, ele deverá buscar informações na tabela/gráfico que o leve a encontrar o valor da taxa de variação da função.

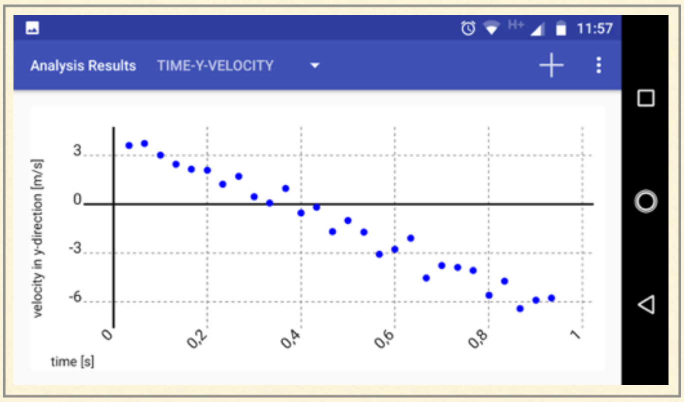
Figura 9 - Gráfico da posição versus tempo na direção x.



Fonte: Gerada pelo aplicativo VidAnalysis

Em relação a **ATIVIDADE 2**, o estudante em um primeiro momento, deverá perceber que o gráfico da velocidade no eixo y em função do tempo representa uma função polinomial do 1º grau do tipo *f*(*x*) = *ax* + b, como mostra a Figura 10, e identificar pontos para que possa encontrar a taxa de variação.

Figura 10 - Gráfico da posição versus tempo na direção *x*.



Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*

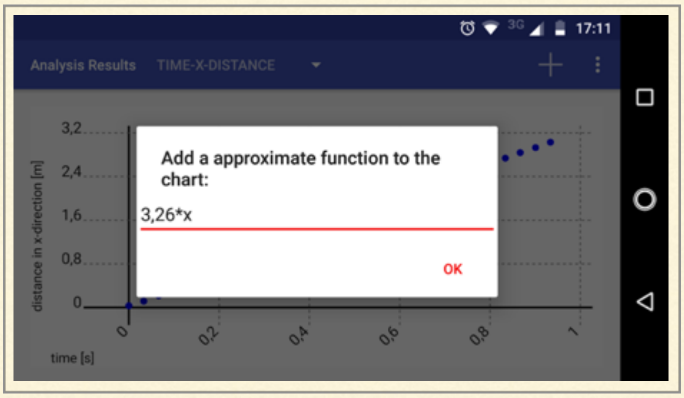
Na **ATIVIDADE 3**, espera-se que o estudante perceba que ao transladar o gráfico para o ponto (0,4;0), o gráfico irá se mover horizontalmente. O contrário ocorrerá na atividade D, em que ao transladar os eixos para o ponto (0,4;1,2), a partir da função encontrada na atividade C, o gráfico irá se mover na vertical. Como nessa fase, o estudante estará buscando entender o problema, suas decisões podem ser alteradas durante toda sua busca pela solução do problema.

Situação de formulação: Após a identificação na atividade A que o gráfico da posição na direção x versus tempo é uma reta que passa pela origem do sistema de coordenadas, o estudante poderá utilizar-se da tabela ou do gráfico, gerados durante a videoanálise do movimento da bola de tênis, para encontrar a taxa de variação média através da razão entre a taxa de variação de *y* e de *x*, em um determinado intervalo.

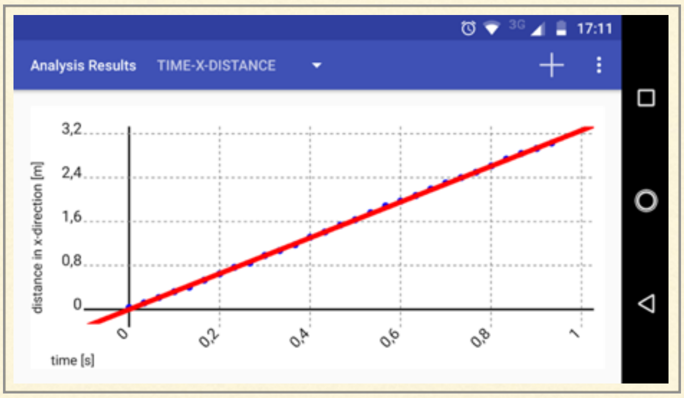
Após encontrar o valor da taxa de variação, o estudante deverá inserir a lei de formação da função no aplicativo para que possa visualizar se a curva gerada passará pelos pontos apresentados no diagrama da distância no eixo *x* pelo tempo, como mostra a figura 11.

Figura 11 - A figura (a) mostra a função adicionada ao aplicativo e a figura (b), o ajuste da função (linha vermelha) sobre os pontos do gráfico.

11(a)



11(b)

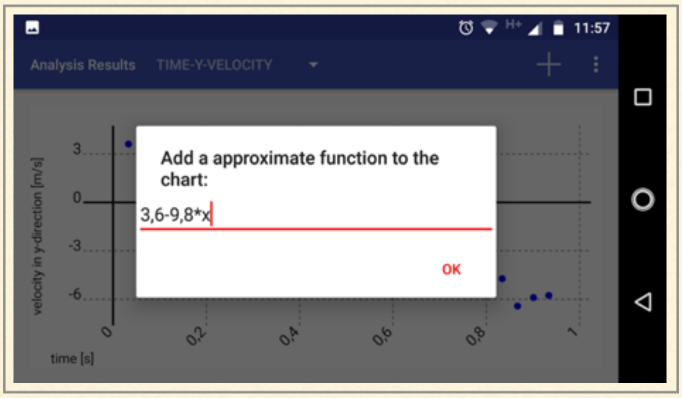


Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*

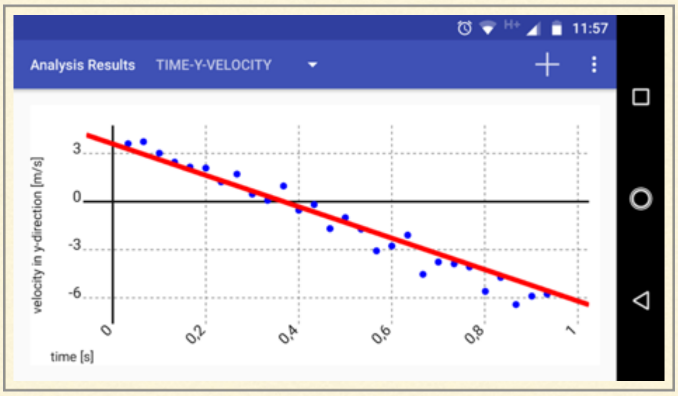
Em relação a **ATIVIDADE 2**, o estudante deverá perceber que, apenas encontrar a taxa de variação não será suficiente para descrever a curva do gráfico da velocidade pelo tempo em relação ao eixo y, como mostra a Figura 12. E que, após encontrar a taxa de variação, o gráfico $f(x) = -9{,}8x$, deverá ser transladado verticalmente para o ponto (0, 3,6). Para isso, eles deverão somar à função $f(x)$ o valor de 3,6, encontrando assim a função $h(x) = -9{,}8x + 3{,}6$.

Figura 12 - A figura (a) apresenta a função adicionada ao aplicativo e a figura (b), o ajuste da função (linha vermelha) sobre os pontos do gráfico.

12(a)



12(b)



Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*

Outro ponto que ele deverá observar é que, sendo a taxa de variação negativa, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $f(x)$ diminuem, diferentemente do gráfico da função da **ATIVIDADE 1**.

Na **ATIVIDADE 3**, espera-se que o estudante perceba que, ao transladar horizontalmente os eixos função f(x) = 3,6x, para o ponto (0,4;0), a raiz da função passará a ser . Sendo assim, para que o valor de $f(x) = 0$, ele deverá subtrair 3,6 da função $f(x) = 3{,}6x$, encontrando a função $h(x) = 3{,}6x – 3{,}6$.

Outra maneira de chegar à solução é subtraindo 1 unidade do valor de x, da seguinte maneira:

$$h(x) = f(x - 1) = 3{,}6\ (x - 1) = 3{,}6x – 3{,}6 \quad (2)$$

No item (d), para transladar a função encontrada no item (c) para o ponto (1,2), o estudante poderá, partindo da função encontrada no item (c) e com o apoio do aplicativo VidAnalysis, constatar que basta somar 2 unidades à função h(x), para encontrar a lei de formação dessa nova função, que será chamada de g(x).

$$g(x) = h(x) + 2 = 3{,}6x – 3{,}6 + 2 = 3{,}6x - 1{,}6 \quad (3)$$

Ao encontrar a lei de formação de uma função do tipo $f(x) = ax + b$, tanto da função transladada horizontalmente quanto verticalmente, o estudante deverá perceber que a taxa de variação não sofre alteração, apenas o valor de b.

Situação de Validação: Nesta fase espera-se que o estudante, ao dialogar com seus colegas de classe, consiga validar ou corrigir o percurso utilizado para chegar ao resultado do problema. Para tanto, ele deverá convencer, através de uma linguagem matemática apropriada, que suas respostas estão corretas.

Situação de institucionalização: Essa fase é mediada pelo professor que deverá deixar claro a sua intenção na situação proposta, apresentando em seguida, a formalização do saber construído pelos estudantes.

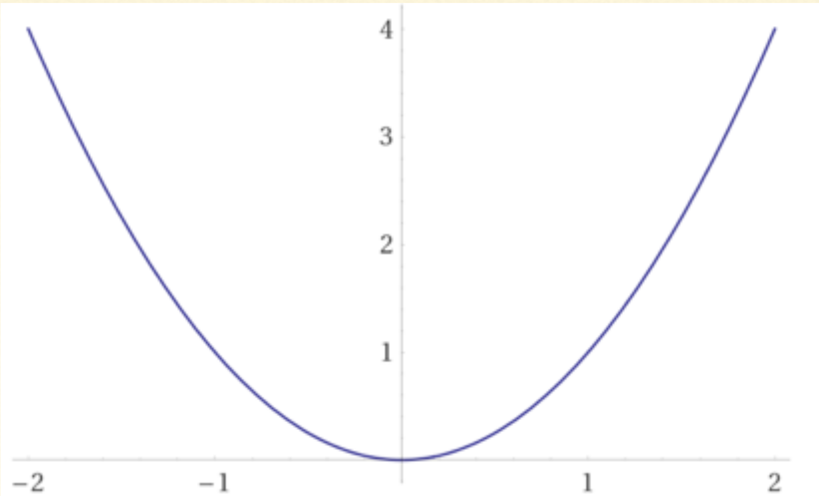
5

Função Quadrática

Neste capítulo será dada continuidade a análise do lançamento oblíquo de uma bola de tênis, através da análise do gráfico da distância pelo tempo em relação ao eixo y, gerado pelo aplicativo *VidAnalysis*. Para tanto, sugere-se a seguinte situação didática, composta pelas seguintes atividades:

ATIVIDADE 1 - Ao transladar o vértice do gráfico da função f(x) = x^2 para o ponto (0,-4), obtém-se o gráfico da função h(x). Com base nos gráficos, verifique se é possível descrever a lei de formação da função *h(x)*, partindo da função f(x).

Figura 13 - Gráfico da função f(x) = x^2



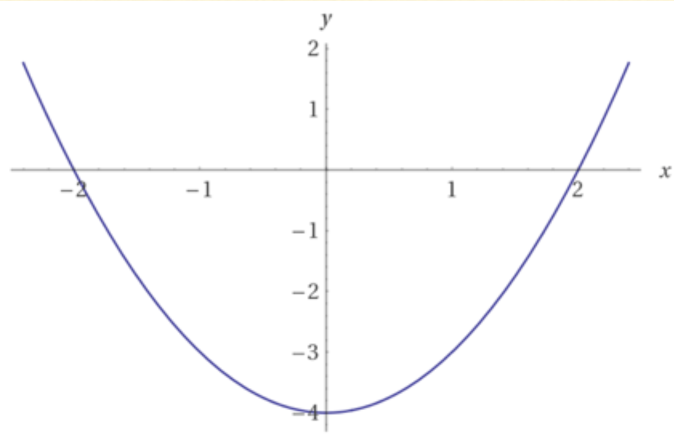
Fonte: Elaborado pela autora

Objetivo: explorar a forma canônica e a translação de gráficos de funções quadráticas.

Conhecimentos prévios: definição, lei de formação, construção de um gráfico de uma função quadrática; o conceito de proporcionalidade.

Vídeo sugerido: Uma bola de tênis sendo lançada obliquamente.

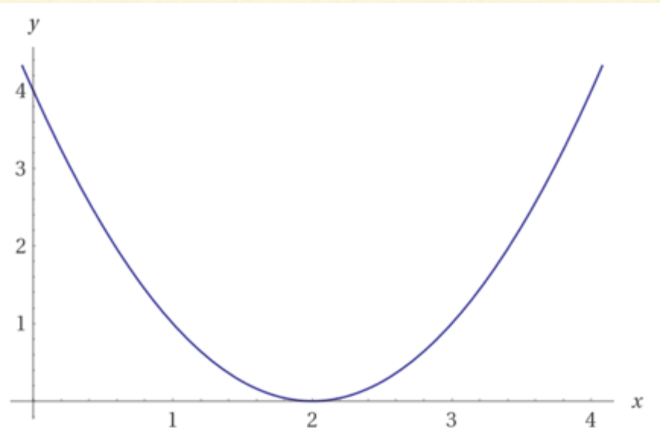
Figura 14 - Gráfico de uma função h(x) após a translação do gráfico da função f(x) = x2 para o ponto (0,-4).



Fonte: Elaborada pela autora

ATIVIDADE 2 - Se o vértice da função f(x) = x^2 fosse transladado para o ponto (2,0), qual seria a lei de formação dessa nova função?

Figura 15 - Gráfico de uma função g(x) após a translação do gráfico da função f(x) = x^2 para o ponto (2,0).



Fonte: Elaborada pela autora

ATIVIDADE 3 - Baseando-se nas atividades A e B, e desprezando os efeitos da resistência do ar, descreva, a partir da função f(x) = - 4,9. x^2 , a lei de formação do gráfico que representa a posição da bola de tênis no eixo y em relação ao tempo.

Situação de Ação: Com a leitura do enunciado do problema, espera-se que o estudante perceba na atividade A que o gráfico da função f(x) foi transladado para um ponto sobre o eixo y. Somando-se a essa identificação, ele deverá perceber que, o vértice da parábola que antes encontrava-se no ponto (0,0), encontra-se, após a translação, no ponto (0, -4), ou seja, ocorreu uma alteração apenas no eixo y no sentido negativo do eixo.

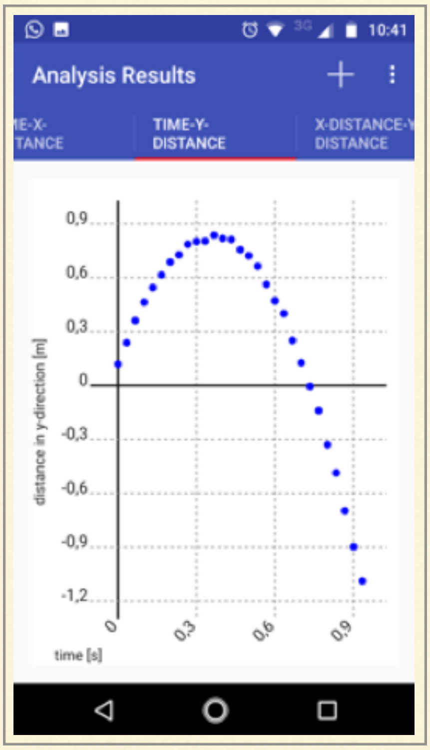
Já na **ATIVIDADE 2**, ele deverá perceber que o gráfico da função f(x) foi transladado para um ponto sobre o eixo x. Somando-se a essa identificação, ele deverá perceber que, o vértice da parábola que antes encontrava-se no ponto (0,0), encontra-se, após a translação, no ponto (2,0), ou seja, ocorreu uma alteração apenas no eixo x no sentido positivo do eixo.

Na fase de ação para a **ATIVIDADE 3**, o estudante deverá perceber que a curva da posição pelo tempo na direção é uma parábola, como mostra a figura 16. Deverá observar, também, que ocorreram duas translações no gráfico em relação a origem: uma na vertical, no sentido positivo do eixo das ordenadas; e a outra na horizontal, também no sentido positivo do eixo das abcissas.

Situação de Formulação: Passada a situação de ação na **ATIVIDADE 1,** espera-se que o estudante proponha que a nova função *h(x)* seja igual a *f(x)* + *k*, para todo $x \in R$. Neste caso, k assumirá o valor de - 4.

Já na **ATIVIDADE 2**, espera-se que o estudante proponha, inicialmente, que a nova função *h(x)* seja dada por f(x + k), para todo $x \in R$. Entretanto, enseja-se que ele constate, através da análise do gráfico, que apenas f(x–2) representará a função *h(x)*.

Figura 16 - Gráfico da distância pelo tempo em relação ao eixo y.



Fonte: Gerado pelo aplicativo VidAnalysis

Para a **ATIVIDADE 3**, o estudante, baseando-se nas observações iniciais e com o auxílio do gráfico e da tabela gerados pelo aplicativo, deverá encontrar o ponto que representa o vértice da parábola. Localizado o vértice da parábola, espera-se que eles, partindo da função *f(x)* = -4,9 x^2 , realizem as operações de translações

a) na vertical; e

f(x) = -4,9 x^2, transladado para o ponto (0 ; 0,837), para que seja encontrada a função h(x), ou seja, h(x) = -4,9 x^2 + 0,837.

b) na horizontal.

Partindo da função h(x), encontrar a função g(x), sabendo que g(x) = h(x – 0,3), ou seja, g(x) = -4,9 $(x - 0{,}367)^2$ +0,837.

Situação de Validação: Em busca da confirmação de sua hipótese na fase de formulação para a **ATIVIDADE 1**, ele poderá encontrar as raízes dessa nova função e verificar se coincidem com as apresentadas no gráfico.

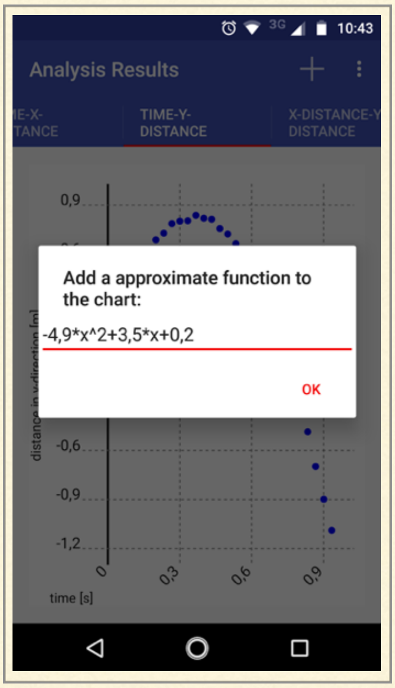
Para validar sua hipótese para a **ATIVIDADE 2**, o estudante poderá verificar, baseando-se no gráfico, as raízes e o valor de x para y = 0, que deverá ser igual a 2. Ele, também, deverá perceber que k representa a raiz da função.

Para validar a hipótese da **ATIVIDADE 3**, o estudante poderá adicionando a função encontrada no aplicativo para encontrar a curva de ajuste (vermelha) apresentada na figura 17 e verificar se ela se encaixa no conjunto de pontos gerados após a videoanálise.

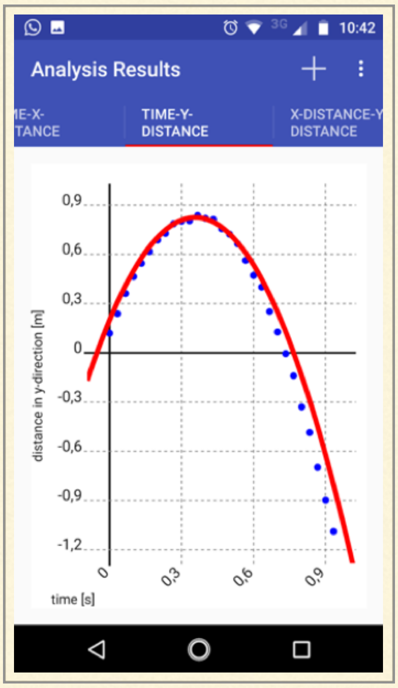
Situação de institucionalização: Para Silva e Almouloud (2006) esta fase representa a "passagem para um conhecimento de seu papel de meio de resolução de uma situação de ação, de formulação ou de prova, para um novo papel: aquele de referência para utilizações futuras, coletivas ou pessoais". Para tanto, é necessário que o professor, baseando-se nas produções de seus estudantes, faça a exposição do novo conhecimento de forma clara e explícita.

Figura 17 – A Figura 16(a) apresenta a lei de formação da posição do objeto em relação eixo pelo tempo e a figura 16(b), a curva que passa pelos pontos gerados durante a videoanálise.

16(a)



16(b)



Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*.

6

Função Exponencial

Objetivo: explorar o conceito de coeficiente de restituição, a translação de gráficos de funções e a lei de formação de uma função exponencial.

Conhecimentos prévios: o estudante deverá já ter estudado potenciação, radiciação e funções exponenciais.

Vídeo sugerido: Ressaltos de uma bola em queda livre.

As sucessivas alturas que uma bola atinge ao tocar o solo até o seu repouso, após ser abandonada de uma certa altura, são descritas por uma função exponencial. Desta maneira, para esta situação didática serão exploradas as funções exponenciais e logarítmicas, através da videoanálise, das alturas máximas alcançadas por uma bola, abandonada de uma altura de aproximadamente 1,3m sobre o solo até o seu repouso.

ATIVIDADE 1 - Quando uma bola é abandonada de uma certa altura na vertical, após colidir com o solo, ela ressalta. A altura máxima atingida após o ressalto não é a mesma em que a bola encontrava-se inicialmente pois, mesmo desprezando a resistência do ar, ocorre durante o impacto com o solo a deformação da própria bola, além da dissipação de energia na forma de calor e energia acústica. Desta maneira, sua altura inicial é reduzida, aproximadamente, por um mesmo fator, que é conhecido como coeficiente de restituição. O coeficiente de restituição é definido por:

$$e = \sqrt{(h_1/h_0)} = \sqrt{(h_2/h_1)} = \sqrt{(h_3/h_2)}\ldots\sqrt{(h_(n+1)/h_n)} \qquad (1)$$

Tomando como base o coeficiente de restituição e o gráfico da posição no eixo y pelo tempo, verifique se é possível estimar o valor do coeficiente de restituição das sucessivas colisões da bola com o solo;

ATIVIDADE 2 – Partindo da definição de coeficiente de restituição apresentada na atividade A, verifique se é possível descrever a lei de formação da função que representa a altura da bola de tênis em relação ao número de colisões?

ATIVIDADE 3 - Após transladar o gráfico da função exponencial encontrada no item (b) para o ponto (0,7;1,4), é possível descrever qual seria a lei de formação dessa nova função?

Situação de Ação: Nesta fase, para a **ATIVIDADE 1**, espera-se que o estudante, com o auxílio da tabela e do gráfico da posição pelo tempo em relação ao eixo y, identifique as alturas máximas atingidas pela bola a cada ressalto, como mostra a Figura 18.

Figura 18 – Gráfico do movimento do bola após cinco ressaltos.

Fonte: Gráfico gerado pelo aplicativo VidAnalysis e modificado pela autora.

Para a **ATIVIDADE 2**, o estudante deverá observar que, partindo do cálculo do coeficiente de restituição, é possível identificar a relação existente entre a altura da bola e o número de ressalto da bola.

Por fim, para a **ATIVIDADE 3**, o estudante deverá observar, através do gráfico apresentado na figura 17 e da função encontrada na **ATIVIDADE 2**, que a altura inicial da bola é de, aproximadamente, 1,314 m e que a bola sofrerá um deslocamento horizontal de 0,4 no sentido positivo do eixo x.

Situação de Formulação: Nesta fase, espera-se que o estudante, após ter identificado as alturas máximas atingidas pela bola a cada ressalto, utilize-se da expressão apresentada no enunciado da **ATIVIDADE 1** para encontrar o valor médio do coeficiente de restituição, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1 – Cálculo do valor médio do coeficiente de restituição.

Altura Máxima (m)	Coeficiente de restituição (e)	Valor médio do coeficiente de restituição (e)
$h_0 = 1{,}314$		0,74
$h_1 = 0{,}733$	$\sqrt{(h_1/h_0)} = 0{,}75$	
$h_2 = 0{,}439$	$\sqrt{(h_2/h_1)} = 0{,}77$	
$h_3 = 0{,}277$	$\sqrt{(h_3/h_2)} = 0{,}79$	
$h_4 = 0{,}128$	$\sqrt{(h_4/h_3)} = 0{,}67$	
$h_5 = 0{,}074$	$\sqrt{(h_5/h_4)} = 0{,}76$	

Fonte: Elaborada pela autora

Para encontrar a lei de formação da função que representa a altura da bola em relação ao número de colisões, o estudante deverá, partindo da expressão (1) apresentada na **ATIVIDADE 1**, realizar os seguintes cálculos.

$$\begin{gathered}
h_1 = e^2.h_0 \\
h_2 = e^2.h_1 \Longrightarrow h_2 = e^2.e^2.h_0 \Longrightarrow h_2 = e^4.h_0 \\
h_3 = e^2.h_2 \Longrightarrow h_3 = e^2.e^4.h_0 \Longrightarrow h_3 = e^6.h_0 \\
\vdots \\
h_n = e^{2n}.h_0
\end{gathered}$$

Substituindo o valor do coeficiente de restituição, encontrado na atividade A, e sabendo que o estudante conhece o valor da altura inicial da bola, devido os dados coletados na tabela e no gráfico para o cálculo do coeficiente de restituição, espera-se que ele encontre a seguinte função:

$$h_n = (0{,}74)^{2n}.1{,}314 \tag{2}$$

Para a atividade C, espera-se que, a partir das informações que foram obtidas nas fases anteriores, o estudante encontre a seguinte lei de formação:

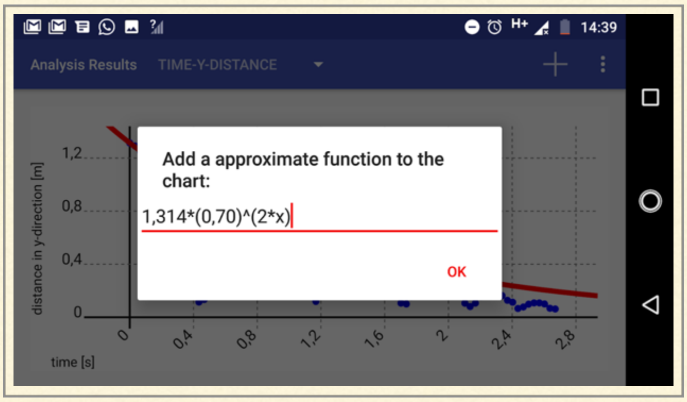
$$h_n = 0{,}74^{2n-1{,}4}.1{,}314 + 0{,}086. \tag{3}$$

Situação de Validação: Essa é a etapa que o aluno deve validar a solução encontrada para resolver o problema proposto. Neste sentido, ele deve, conforme Brousseau

(2009), "não só deve comunicar uma informação como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema determinado". Portanto, espera-se que o estudante exponha o caminho usado para os resultados encontrados e corrija-os ou valide-os após o debate com seus colegas.

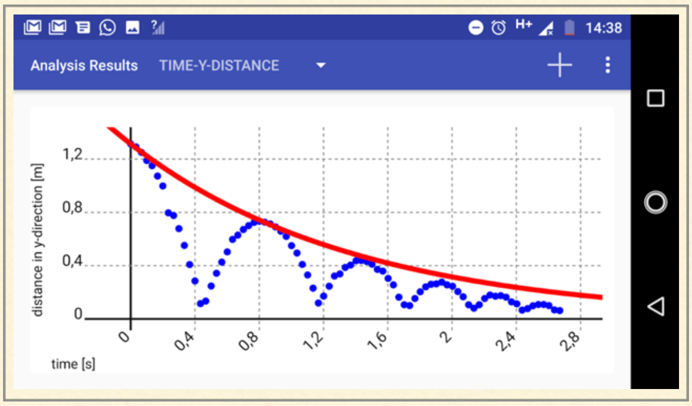
Dentre os recursos que ele poderá utilizar, para validar a solução encontrada para as **ATIVIDADES 1 e 3**, está o de inserir no aplicativo *VidAnalysis*, a função exponencial encontrada na **ATIVIDADE 2**, e verificar se a curva gerada pelo aplicativo passa pelos pontos referentes as alturas máximas atingidas pela bola a cada ressalto, como mostram as Figuras 19 e 20.

Figura 19 – Função exponencial encontrada para a solução da ATIVIDADE 1.



Fonte: Gerado pelo aplicativo *VidAnalysis* e modificado pela autora.

Figura 20 - Curva exponencial que passa pelas alturas máximas atingidas pela bola em cada ressalto.

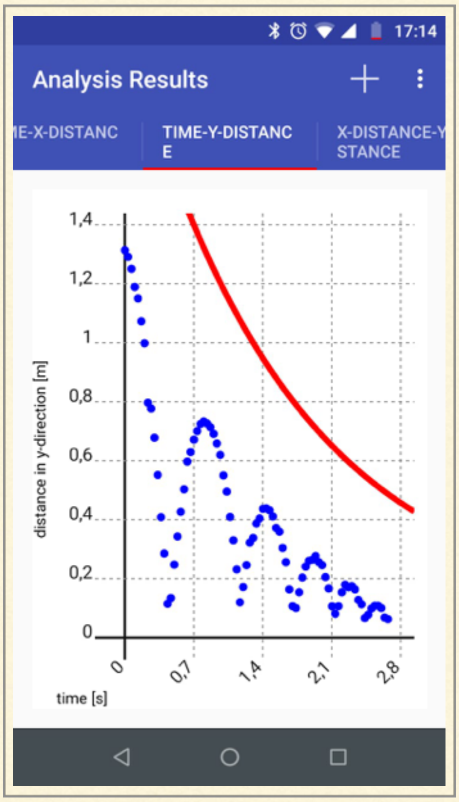


Fonte: Gráfico gerado pelo aplicativo *VidAnalysis* e modificado pela autora.

O mesmo procedimento poderá ser realizado para a **ATIVIDADE 3**.

A figura 21, mostra o gráfico da função (3).

Figura 21 - Curva exponencial da função $h(n) = 0,086 + 1,314.\ [\![0,74]\!]\ ^\wedge (2n-1,4)$



Fonte: Gráfico gerado pelo aplicativo *VidAnalysis* e modificado pela autora.

Situação de institucionalização: Esta fase representa o momento em que o professor expõe, de maneira sistemática, as ideias e ações realizadas previamente pelos estudantes, aproveitando para tirar possíveis dúvidas. Sendo assim, espera-se que o professor estabeleça e oficialize o conhecimento sobre a identificação da lei de formação e translação de gráficos de funções exponenciais.

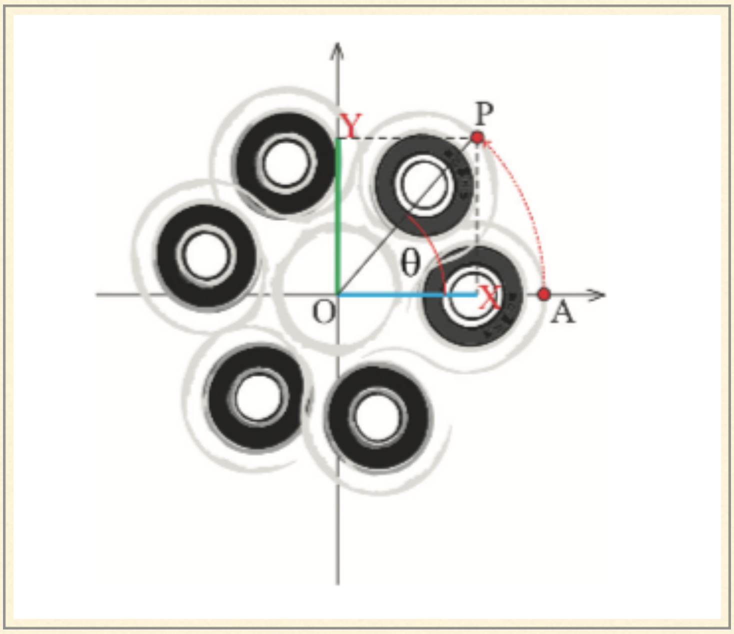
7

Função Trigonométrica

Hand spinner ou *Fidget spinner* é um brinquedo pequeno com três pontas redondas, feito normalmente de plástico e que tem como única função girar. Por meio do movimento deste brinquedo é possível explorar funções trigonométricas.

Para iniciar a videoanálise, deve-se marcar um ponto na borda de uma das pontas. Quando o *spinner* girar no sentido anti-horário, o ponto se deslocará ao longo de uma trajetória circular de raio R. No instante $t_0 = 0$, o ponto estará em A e no instante *t* estará em P, conforme mostrado na Figura 22.

Figura 22- As componentes x e y da posição do *hand spinner*



Fonte: Revista do Professor de Matemática, no 97, p.11, 2018.

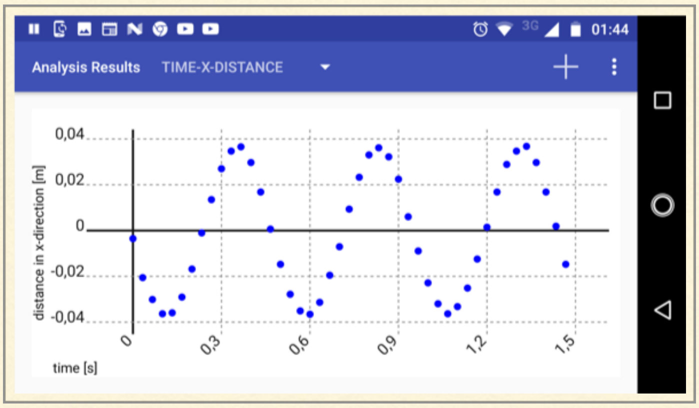
Objetivo: explorar funções trigonométricas do tipo y = a.cos (b.t + c) + d, por meio do movimento do brinquedo *Hand Spinner.*

Conhecimentos prévios: razões trigonométricas, o conceito de função, tais como definição, lei de formação, construção de um gráfico e função trigonométrica inversa, conceitos de amplitude, velocidade angular.

Vídeo sugerido: Movimento do *Hand Spinner*.

Depois de marcados todos os pontos, o aplicativo gerará várias imagens que possibilitam o estudo do movimento do ponto. Uma delas, vista na Figura 23, mostra as posições do ponto num sistema de coordenadas cartesianas em que no eixo das abscissas marca-se o tempo, em segundos (s), e no eixo das ordenadas marca-se a distância, em metros (m), da projeção do ponto no eixo vertical à origem.

Figura 23- As componentes x e y da posição do *hand spinner*.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Essas posições nos lembram os pontos dos gráficos das funções seno ou cosseno. Baseando-se então por esses gráficos e pela tabela, os estudantes buscarão responder a seguinte situação:

ATIVIDADE 1 - considerando que o brinquedo *hand spinner* se movimenta a uma velocidade constante, e que a velocidade angular é o quociente da variação de um determinado ângulo θ pelo intervalo de tempo em que ocorre essa variação, analise o movimento de um ponto P qualquer, marcado no *hand Spinner*, e verifique se é possível encontrar sua posição em relação aos eixos x e y em qualquer instante;

ATIVIDADE 2 - sabendo que a expressão da curva que passa pelos pontos apresentados no diagrama da posição (distância) pelo tempo, em relação ao eixo das abscissas, gerado pelo aplicativo *VidAnalysis* é do tipo $y = a.cos(b.t + c) + d$, verifique se é possível encontrar o que valor de cada coeficiente.

Situação de Ação: Nessa fase, ao deparar-se com os gráficos e tabela gerados pelo aplicativo, espera-se que o estudante perceba que o gráfico da posição pelo tempo gerado representa uma função senoidal. Somando-se a essa identificação, ele deve encontrar informações no texto que o leve a construção das expressões da posição de um ponto P qualquer em relação aos eixos x e y.

Situação de Formulação: Brousseau (2009) afirma que nessa fase, "o estudante retoma sua ação em outro nível e se apropria do conhecimento de maneira consciente". Dessa maneira, espera-se que o estudante, ao se deparar com o enunciado da **ATIVIDADE 1**, perceba que quando o *spinner* gira no sentido anti-horário, o ponto se desloca ao longo de uma trajetória circular de raio R e que no instante t_0 = 0, o ponto estará em A e no instante t estará em P, conforme mostra a Figura 21.

Com isso, espera-se que ele observe que a partir do triângulo POX, sendo PO o raio R da circunferência descrita pelo ponto, é possível calcular as posições x = XO e y = YO desse ponto em qualquer instante, utilizando-se das razões trigonométricas seno e cosseno:

$$x = R.cos\theta \qquad (4)$$

e

$$y = R.sen\theta \qquad (5)$$

Considerando-se ainda que como o brinquedo se movimenta a uma velocidade constante, o ângulo θ também muda a uma taxa constante. Essa mudança recebe o nome de velocidade angular. A velocidade angular, ω, é definida no enunciado da **ATIVIDADE 1**, como sendo o quociente da variação do ângulo θ pelo intervalo de tempo em que ocorre essa variação:

$$\omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0} \qquad (6)$$

Sendo θ o ângulo no instante t e θ_0 o ângulo no instante t_0 = 0. Dessa igualdade temos: $\theta = \omega t + \theta_0$.

Substituindo θ em (4) e (5), tem-se que:

$$x = R.cos(\omega t + \theta_0) \qquad (7)$$

e

$$y = R.sen(\omega t + \theta_0) \qquad (8),$$

Essas expressões possibilitarão ao estudante, na **ATIVIDADE 2**, encontrar os valores dos coeficientes da função que descreve a curva que passa pelos pontos apresentados na Figura 22.

Na **ATIVIDADE 2**, espera-se que o estudante perceba, ao analisar o gráfico da posição do ponto em relação ao tempo e a tabela gerada pelo aplicativo, que a constante R, representa a amplitude do movimento e que seu valor é de, aproximadamente, 0,038 m, caso ele escolha o centro do *hand spinner* como a origem do sistema de coordenadas.

Como a função é periódica, a distância entre dois pontos do gráfico que representam a mesma posição do ponto marcado no *hand spinner* está relacionada com o período T e com a velocidade angular, da seguinte maneira:

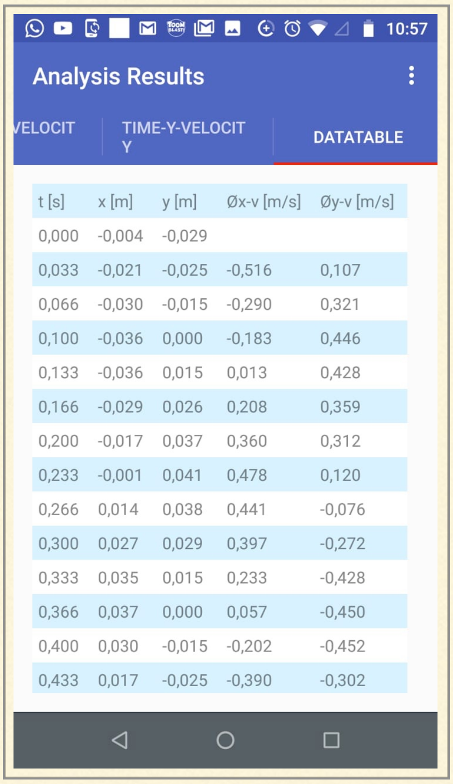
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{9}$$

Para encontrar o valor de T, o estudante deverá calcular a diferença entre duas abscissas, que representam a mesma posição do ponto, em instantes diferentes, utilizando-se da tabela ou do gráfico. Tem-se, então ω, aproximadamente igual a:

$$\omega = \frac{6{,}28}{0{,}467} = 13{,}44 \tag{10}$$

O ângulo θ_0, por sua vez, refere-se à defasagem do movimento, isto é, ao ângulo relacionado à posição do ponto quanto t = 0.

Tabela 2 - Dados dos pontos marcados durante a videoanálise.



t [s]	x [m]	y [m]	Øx-v [m/s]	Øy-v [m/s]
0,000	-0,004	-0,029		
0,033	-0,021	-0,025	-0,516	0,107
0,066	-0,030	-0,015	-0,290	0,321
0,100	-0,036	0,000	-0,183	0,446
0,133	-0,036	0,015	0,013	0,428
0,166	-0,029	0,026	0,208	0,359
0,200	-0,017	0,037	0,360	0,312
0,233	-0,001	0,041	0,478	0,120
0,266	0,014	0,038	0,441	-0,076
0,300	0,027	0,029	0,397	-0,272
0,333	0,035	0,015	0,233	-0,428
0,366	0,037	0,000	0,057	-0,450
0,400	0,030	-0,015	-0,202	-0,452
0,433	0,017	-0,025	-0,390	-0,302

Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*.

Na tabela, gerada pelo aplicativo, observa-se que a distância da projeção do ponto à origem é -0,004, para t = 0. Utilizando-se da expressão (5), tem-se que:

$$\theta_0 = \arccos\frac{-0{,}004}{0{,}038} = 1{,}67rad \tag{11}$$

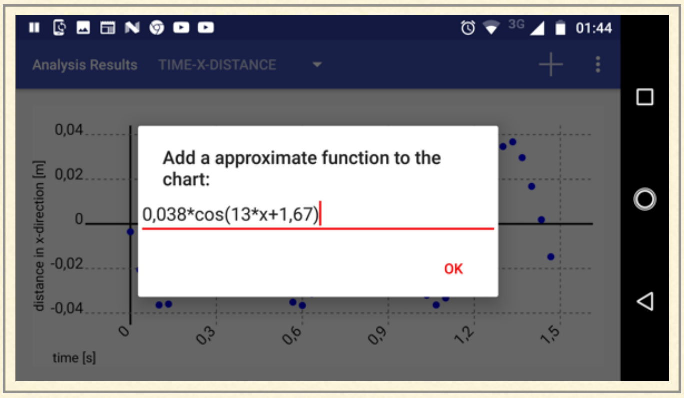
Inserindo esses valores no sistema e ajustando-os de modo a aproximar o melhor possível a curva dos pontos, obtém-se no aplicativo, a função

$$f(x) = 0{,}038.cos(13.x + 1{,}67) \tag{12}$$

Situação de Validação: Nesta fase espera-se que o estudante exponha o caminho percorrido para chegar aos resultados encontrados, corrigindo-os ou validando-os, após o debate com seus colegas.

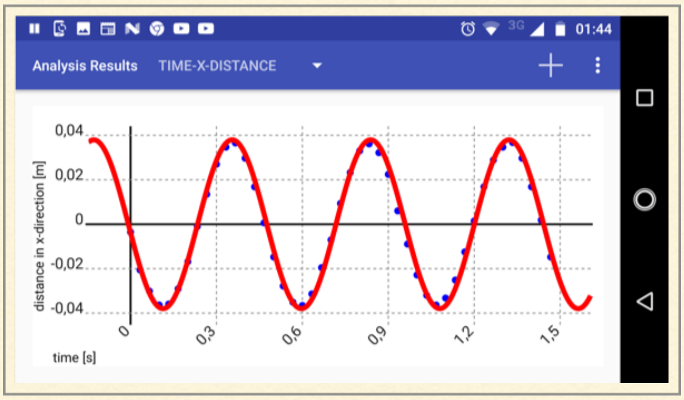
O uso do aplicativo *VidAnalysis* facilitará a visualização da solução, pois, ao inserir a função encontrada no aplicativo, é possível visualizar a curva que passará pelos pontos apresentados, validando assim, a função encontrada, como mostram as Figuras 24 e 25.

Figura 24 - Função encontrada após a análise do movimento do ponto.



Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*.

Figura 25 - Curva da posição do ponto em relação ao tempo



Fonte: Gerada pelo aplicativo *VidAnalysis*.

Situação de institucionalização: Nesta fase, o professor retoma a condução das atividades, buscando fazer uma correspondência entre as respostas dos estudantes e o saber matemático.

Observação:

Em alguns casos, aparecerá constante d, que representa a distância, em *m*, do eixo horizontal do sistema ao centro da circunferência descrita pelo ponto. Como buscou-se nessa explicação, situar a origem do sistema no centro da circunferência, temos d aproximadamente zero. É claro que há alguma subjetividade nesse ajuste, o que mostra que os cálculos estão corretos dentro de uma faixa de tolerância.

Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag; MANRIQUE, Ana Lucia; SILVA, Maria José Ferreira da; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e estudantes. 2004. Disponível em:< http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf > Acesso em: 06 de jun de 2018.

ALMOULOUD, Saddo Ag. Fundamentos da Didática da Matemática. Editora UFPR. São Paulo: Brasil. 2007.

ALMOULOUD, Saddo Ag. PCM debate Engenharia Didática de Segunda Geração, Jornal da UEM, Paraná, 2011. Jornal 102. Disponível em:< http://www.jornal.uem.br/2011/index.php/edicoes-2011/88-jornal-102-outubro-2011/781-pcm-debate-engenharia-didatica-de-segunda-geracao> Acesso em: 06 de jun de 2018.

ALVES, Francisco Régis Vieira. Situação Didática Olímpica (SDO): Aplicações da Teoria das Situações Didáticas para o ensino de olimpíadas. 2018. No prelo.

ALVES, Francisco Régis Vieira. Formação de professores de matemática: um contributo da engenharia didática (ED). 2017. Disponível em:< https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2017v12n2p192> Acesso em: 06 de jun de 2018.

ARAÚJO, Francisco Adeil Gomes. O Uso de Aplicativos de Smartphones no Ensino de Mecânica, UECE, 2018. Disponível em:< https://www.researchgate.net/publication/325530945_O_Uso_de_Aplicativos_de_Smartphones_no_Ensino_de_Mecanica> Acesso em: 06 de jun de 2019.

ARTIGUE, Michèle. Ingeniería Didáctica em Educación Matemática: Um esquema para la investigación y la innovación em la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El lugar de la didáctica em la formación de professores, 1.ed, Bogotá, 1995. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/12341268.pdf >. Acesso em: 06 de jun de 2018.

BROUSSEAU, Guy. "A cultura matemática é um instrumento para a cidadania", 2009, Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/545/guy-brousseau-a-cultura-matematica-e-um-instrumento-para-a-cidadania>. Acesso em: 13 de jan de 2019

BROUSSEAU, Guy. Des dispositifs Piagétiens... aux situations didactiques, 2012, Disponível em: <https://journals.openedition.org/educationdidactique/1475#tocto1n2>. Acesso em: 13 de jan de 2019.

LABORDE, Colette. Affronter la complexité des situations d´apprentissage des mathématiques en classe: Défis et tentatives. DIDASKALIA, Grenoble, v. 10, n. 1, p. 97- 112, 1997.

POMMER, Wagner Marcelo. A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares, São Paulo, 2013. Disponível em:<http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro%20Eng%C2%AA%20Did%C3%A1tica%202013.pdf > Acesso em: 06 de jun de 2018.

SILVA, Maria José Ferreira da; ALMOULOUD, Saddo Ag. Didática e Teoria das Situações Didáticas em Matemática. Disponível em: <http://www4.pucsp.br/pensamentomatematico/TSDMF4_Brousseau_2006.pdf>. Acesso em : 10 de jan de 2019.

TEIXEIRA. P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. Zetetiké – FE/Unicamp, v. 21, n. 39, p. 155-168, 2013. Disponível em: <8646602-Texto do artigo-20683-1-10-20160923.pdf> Acesso em : 10 de jan de 2019.

Este *e-book* aborda alguns conceitos sobre funções lineares, quadráticas, exponenciais e trigonométricas estudados no Ensino Médio. A teoria é apresentada através de sete situações didáticas, que ilustram variadas aplicações dos temas estudados a situações do cotidiano com o suporte do aplicativo de videoanálise, *VidAnalysis*.

Três, das quatro situações didáticas, foram validadas através de uma pesquisa de mestrado baseada na Engenharia Didática e aplicadas com 15 alunos de uma escola da rede pública estadual do Estado do Ceará.

UFC

GOVERNO DO ESTADO DO CEARÁ
Secretaria da Educação