

PRODUTO EDUCACIONAL  
PRODUTO EDUCACIONAL: AS AVENTURAS DE DREAMMER NO MUNDO  
DA TRIGONOMETRIA



## APRESENTAÇÃO

“As Aventuras de Dreammer no mundo trigonométrico” destina-se aos professores de Matemática que desejam ensinar de uma forma descontraída e divertida a Trigonometria através do uso de tirinhas. Dois pontos importantes norteiam este trabalho: as diferentes formas de se trabalhar com tiras e as séries de exercícios que encadeiam formalização de conceitos e questões que envolvem problemas relacionados às narrativas contadas nas tiras.

Através da sequência de conteúdos estabelecidos e os procedimentos utilizados, as aulas de Trigonometria serão mais atrativas, a fim de que os estudantes possam entender a importância da trigonometria em suas vivências, além de compreender exemplificações e assimilar conceitos básicos de forma sistematizada, motivadora e lúdica. Portanto, o professor de Matemática ou de área afim que pretende ensinar estes assuntos terá um bom material didático.

O material didático é um instrumento facilitador, pois apresenta informações complexas de maneira clara, simplificada e envolvente visualmente de um ramo da matemática ainda não explorado pelas tirinhas, a trigonometria. Além de ajudar no processo de aprendizagem do aluno, o professor terá em mãos uma seleção de tirinhas voltadas para o ensino específico da Trigonometria, fato esse que reduzirá o tempo de procura e leitura dos materiais a serem utilizados na sala de aula para o ensino dessa matéria.

A sequência em que os assuntos estão apresentados é nossa sugestão, mas, se preferir, o professor poderá fazer suas intervenções. Cada atividade proposta constitui no processo de compreensão da tira, como também do conteúdo trigonométrico inserido. No final de cada atividade proposta estará uma possível solução das questões, embora muitas delas podem ser pessoais devido ao modo de interpretação própria da tira, como a de ordem trigonométrica que envolvem problemas matemáticos da historinha.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos que me apoiaram durante a elaboração deste produto educacional, especialmente a minha orientadora Ana Carolina da Costa Pereira e minha irmã Silviane da Silva Rocha, pelas críticas apresentadas e pela fantástica colaboração na confecção das tiras e modelos de planos e atividades. Agradeço também a minha família, meus pais, Bruno da Rocha Miranda e Raimunda da Silva Rocha, e os meus irmãos, Roberta da Rocha Miranda e Bruno da Rocha Miranda Filho.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Definição de ângulos.....	11
Figura 2 – Tipos de ângulos.....	11
Figura 3 – Elementos de um triângulo retângulo.....	12
Figura 4 – Teorema.....	13
Figura 5 – Teorema de Pitágoras.....	14
Figura 6 – Aplicação do Teorema de Pitágoras.....	15
Figura 7 – Razões possíveis no triângulo retângulo.....	15
Figura 8 – Definição de seno de um ângulo agudo.....	15
Figura 9 – Definição de cosseno de um ângulo agudo.....	16
Figura 10 – Definição de tangente de um ângulo agudo.....	16
Figura 11 – Racionalizando o denominador da razão tangente de $30^\circ$ .....	18
Figura 12 – Ângulos Notáveis.....	22
Figura 13 – Seno, cosseno e tangente de $45^\circ$ .....	22
Figura 14 – Seno, cosseno e tangente de $30^\circ$ e $60^\circ$ .....	24
Figura 15 – Exterminador da ignorância trigonométrica.....	27
Figura 16 – Tabela de Razões Trigonômicas.....	30
Figura 17 – Cálculo de distâncias inacessíveis.....	33
Figura 18 – Distância de Dreammer à Lua.....	36
Figura 19 – Cálculo da distância da Terra à Lua.....	36
Figura 20 – Matemáticos que desenvolveram a Trigonometria.....	39
Figura 21 – A Trigonometria por trás das rampas de acessibilidade.....	40
Figura 22 – $\pi$ (pi).....	43
Figura 23 – Comprimento da circunferência.....	43
Figura 24 – Pokémon Radianos.....	45
Figura 25 – Conversão de um radiano em graus.....	46
Figura 26 – Conversão de $\pi$ radianos para graus.....	47
Figura 27 – Relação Fundamental da Trigonometria.....	50
Figura 28 – Identidades Trigonômicas.....	52
Figura 29 – Identidades Trigonômicas.....	53
Figura 30 – Tangente.....	54

Figura 31 – Quadrantes onde o seno e cosseno são positivos.....	56
Figura 32 – Representação geométrica do seno e cosseno de $60^\circ$ na circunferência trigonométrica.....	58
Figura 33 – Arco simétrico a $60^\circ$ no II quadrante.....	59
Figura 34 – Arco simétrico a $60^\circ$ no II quadrante é $120^\circ$ .....	60
Figura 35 – O seno $120^\circ$ encontrado na construção geométrica.....	6
Figura 36 – Arcos simétricos a $60^\circ$ na circunferência trigonométrica.....	6
Figura 37 – Arcos Congruentes.....	63
Figura 38 – Voto consciente.....	66
Figura 39 – Voto consciente.....	66
Figura 40 – Voto consciente.....	67
Figura 41 – Voto consciente.....	67
Figura 42 – Voto consciente.....	68
Figura 43 – Voto consciente.....	68
Figura 44 – Estações do Ano por meio das medições da sombra de uma estaca.....	69
Figura 45 – Relógio do Sol.....	69
Figura 46 – Estações do ano.....	70
Figura 47 – Partes do relógio de Sol.....	71
Figura 48 – Partes do relógio de Sol.....	71
Figura 49 – Criação do Gnômon.....	72
Figura 50 – Pulseira.....	73
Figura 51 – Relógio de Sol.....	73

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>07</b>
<b>2</b>	<b>SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1: Trigonometria no Triângulo Retângulo....</b>	<b>10</b>
<b>2.1</b>	<b>Atividade 1.....</b>	<b>10</b>
<b>2.2</b>	<b>Atividade 2.....</b>	<b>18</b>
<b>2.3</b>	<b>Atividade 3.....</b>	<b>21</b>
<b>2.4</b>	<b>Atividade 4.....</b>	<b>26</b>
<b>2.5</b>	<b>Atividade 5.....</b>	<b>29</b>
<b>2.6</b>	<b>Atividade 6.....</b>	<b>32</b>
<b>2.7</b>	<b>Atividade 7.....</b>	<b>35</b>
<b>2.8</b>	<b>Atividade 8 .....</b>	<b>38</b>
<b>2.9</b>	<b>Atividade 9.....</b>	<b>40</b>
<b>3</b>	<b>SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2: Trigonometria na Circunferência .....</b>	<b>42</b>
<b>3.1</b>	<b>Atividade 1.....</b>	<b>42</b>
<b>3.2</b>	<b>Atividade 2.....</b>	<b>45</b>
<b>3.3</b>	<b>Atividade 3.....</b>	<b>47</b>
<b>3.4</b>	<b>Atividade 4.....</b>	<b>49</b>
<b>3.5</b>	<b>Atividade 5.....</b>	<b>52</b>
<b>3.6</b>	<b>Atividade 6.....</b>	<b>56</b>
<b>3.7</b>	<b>Atividade 7.....</b>	<b>63</b>
<b>3.8</b>	<b>Atividade 8.....</b>	<b>65</b>
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>74</b>

## 1.INTRODUÇÃO

Esse produto educacional é resultado de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo buscar estratégias de ensino da matemática referente aos conteúdos de trigonometria. Compreendemos que ao longo da história, o ensino da matemática tem sido um grande desafio para a educação do país. Consideramos que crianças e jovens não gostam ou não entendem a matemática que é ensinada. Além de não compreender a utilização desses conteúdos em seu cotidiano.

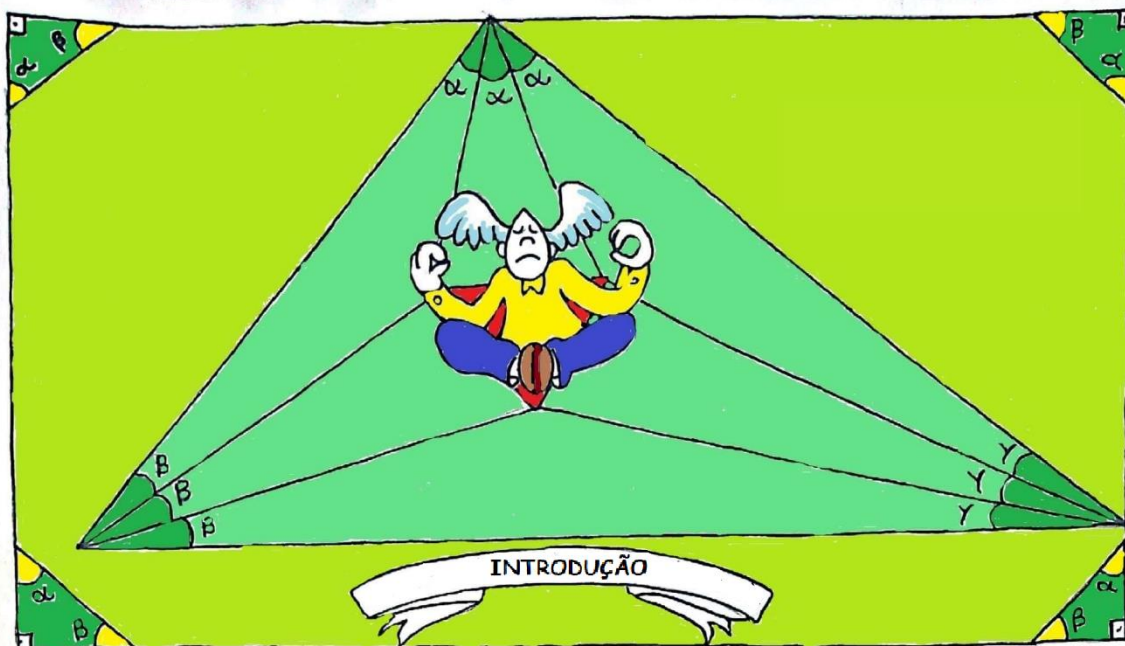
Nesse sentido, os professores são desafiados a contornar essa situação buscando estudar novas técnicas de ensino para superar os obstáculos que impedem o processo de aprendizado por parte do aluno. Assim, nosso intuito é contribuir com os professores, oferecendo estratégias de ensino atrativo ao aluno e de fácil acesso material, diante das dificuldades de recursos oferecidos aos professores de escolas públicas.

Portanto, o principal objetivo da pesquisa é buscar novas técnicas a serem utilizadas para despertar o interesse dos alunos pelo ensino da matemática utilizando histórias em quadrinhos.

As histórias em quadrinhos podem ser utilizadas de forma interdisciplinar, não se restringindo, somente, a língua portuguesa. Desse modo, existem diferentes modos de utilizar as histórias em quadrinhos para proporcionar a aprendizagem. Cabe ao professor, de forma criativa, definir os objetivos didáticos.

Dos recursos didáticos apresentados, optou-se pelas Histórias em Quadrinhos no formato de tiras, por serem histórias curtas, de leitura simples, que se podem trabalhar uma maior quantidade de assuntos, ser um material de baixo custo e facilmente utilizada em exercícios, além de discussões em diferentes temáticas na sala de aula.

A seguir, serão apresentados diferentes tiras que podem ser utilizadas para o ensino da trigonometria e sugestão de atividades que podem ser desenvolvidas a partir delas.





ESTUDAR MATEMÁTICA AS VEZES É UM DESAFIO E ENSINAR COM CERTEZA TAMBÉM É UM DOS ASSUNTOS QUE MEUS AMIGOS TINHAM MAIS DIFICULDADES E TRIGONOMETRIA

O SEGREDO É SEMPRE PRATICAR, PRATICAR, PRATICAR!!

SINTO QUE DEVE SER FEITO ALGO PARA QUE ESSAS DIFICULDADES NÃO VENHAM AFASTAR OS ESTUDANTES DA TRIGONOMETRIA E ATÉ MESMO DA MATEMÁTICA

E QUANDO OS ESTUDANTES NÃO SE ESFORÇAM PARA ATINGIREM BOAS NOTAS

POR QUE VOCE NÃO SE ESFORÇA?

E QUANDO O PROFESSOR É CONTEUDISTA E NÃO CONTEXTUALIZA O ASSUNTO COM AS VIVÊNCIAS DO ESTUDANTE

O QUE A TRIGONOMETRIA VAI AJUDAR NA MINHA VIDA?

...MAS...

NÃO PRECISA SER ASSIM!!

DEVEMOS ESTAR ABERTOS PARA O CONHECIMENTO, ASSIM PODERIAMOS INVALIDAR ESSES ESTEREÓTIPOS

ONDE COLOCA A TRIGONOMETRIA COMO UM BICHO PAPÃO, ASSIM QUEREMOS MOSTRAR O VERDADEIRO POTENCIAL DA TRIGONOMETRIA

$\sqrt{3}/2$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\sec \alpha$ ,  $1$ ,  $1/2$ ,  $\sqrt{3}/2$ ,  $-1$ ,  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ,  $-1$ ,  $1$

É ASSIM QUE COMEÇAMOS A MOSTRAR NOSSA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

## SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1: Trigonometria no Triângulo Retângulo

### Atividade 1

Competências e Habilidades do Enem	C2 H7/H8/H9
<b>TEMA:</b>	Trigonometria no Triângulo Retângulo
<b>TÓPICO:</b>	<b>Relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo</b>
<b>ANO:</b>	2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	4 horas/aulas

#### Objetivos do roteiro de atividade:

- Classificar e definir ângulos.
- Apresentar as relações métricas no triângulo retângulo, assim como o teorema de Pitágoras e sua aplicação.
- Definir o conceito de seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo a partir do triângulo retângulo.
- Resolver problemas envolvendo as relações trigonométricas no triângulo retângulo.

#### Providências para a realização de atividade:

A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um Datashow, computador, calculadora, régua e cópia das tiras, assim como o roteiro de atividades no qual serão trabalhados com os alunos.

#### Pré-requisitos:

- Nenhum.

#### Descrição dos procedimentos:

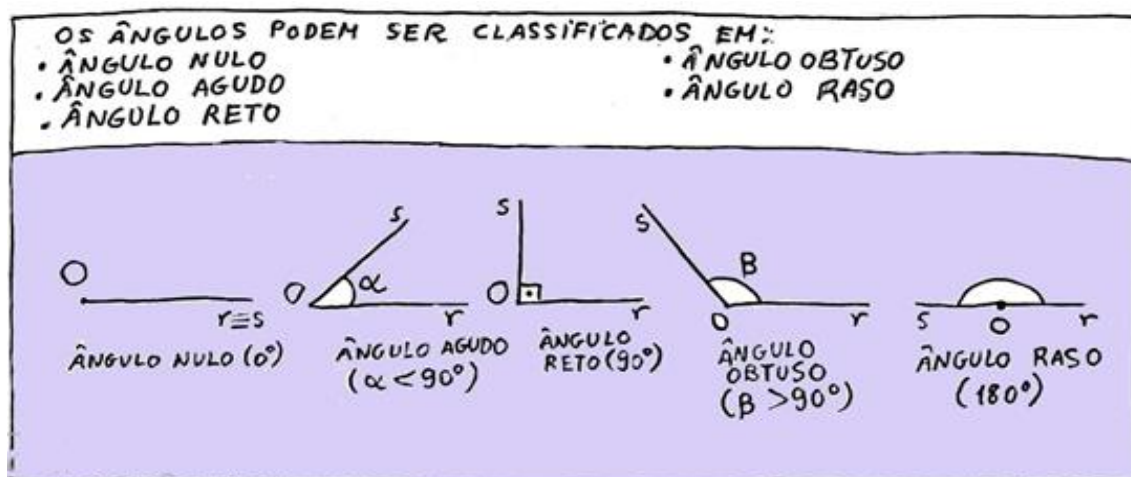
O professor iniciará a aula distribuindo as tiras e realizando uma breve apresentação do material. Após a realização da leitura, os alunos responderão alguns questionamentos, individualmente, acerca da tirinha apresentada. Em seguida, os alunos formarão grupos de três alunos, em que serão discutidas as respostas elaboradas para incentivar o pensamento lógico e matemático apresentado pela tirinha.

Figura 01: Definição de ângulo



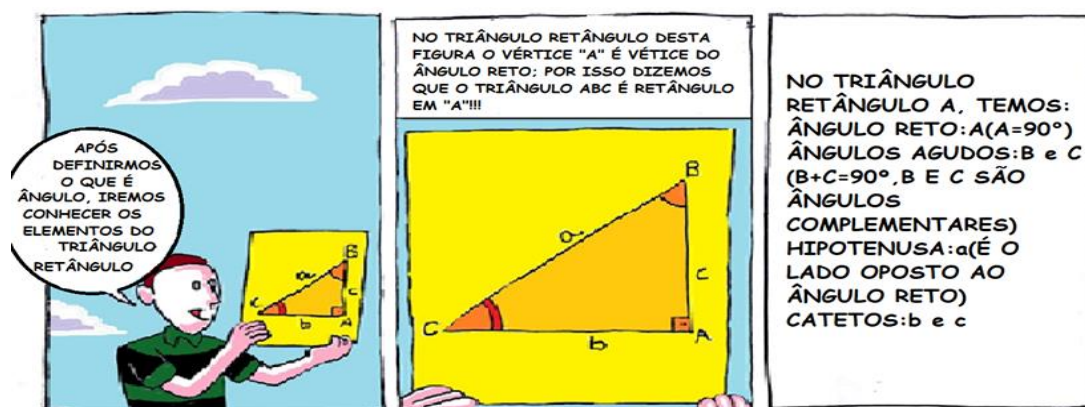
Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 02: Tipos de ângulos



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 03: Elementos de um triângulo retângulo



Fonte: Próprio Autor (2018)

A partir das tiras da Figura 01,02 e 03, responda as questões abaixo:

**01-** Defina a partir da sequência de tirinhas Razões trigonométricas no triângulo retângulo, o que é um ângulo? Qual sua classificação? Que parâmetro foi utilizado para se efetuar essa classificação?

**02-** Que elementos constituem o triângulo retângulo?





Fonte: Próprio Autor (2018)

**03-**O que quer dizer a tira da figura 04? Que teorema está inserido nesta tira?

**04-**As três caixas formam um triângulo retângulo, qual relação que existe entre essas dimensões?

**05-**Sabendo que as caixas possuem a mesma altura, isso é suficiente para dizer que a soma dos volumes das duas menores onde estão os gatinhos catetos 1 e 2 é igual ao volume da caixa da gata Hipotenusa?

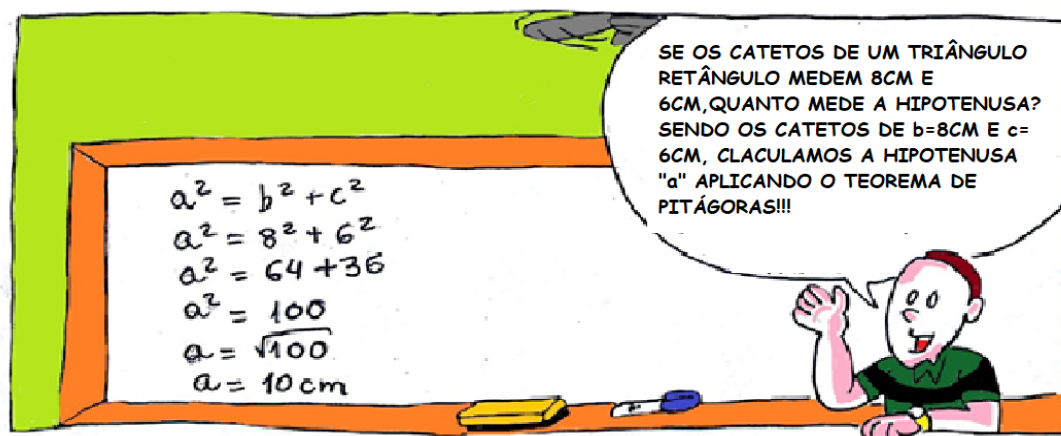
Depois da compreensão do Teorema serão explicitados a definição do teorema e sua aplicação.

Figura 05: Teorema de Pitágoras



Fonte: Próprio Autor (2018)

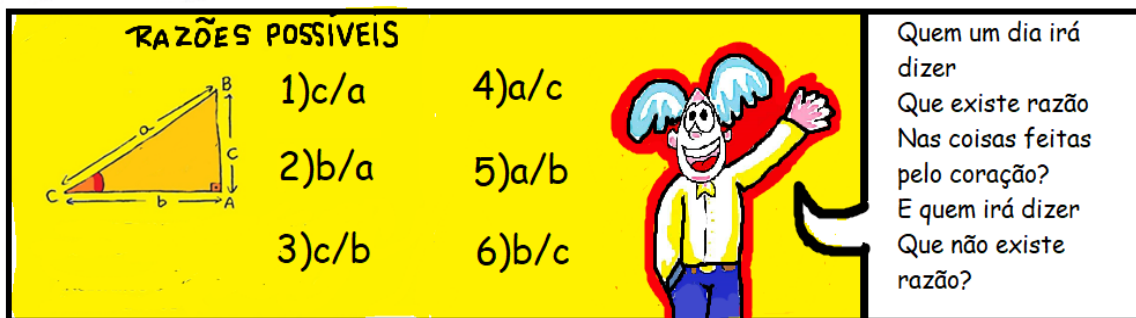
Figura 06: Aplicação do teorema de Pitágoras



Fonte: Próprio Autor (2018)

**06-**De acordo com a tira da figura 05 e 06, responda as questões. O que diz o Teorema de Pitágoras? O exemplo dado pelo personagem Alfredo é bastante claro em relação a aplicação deste Teorema? Caso responda sim, determine a hipotenusa de um triângulo retângulo que possuem catetos, respectivamente, iguais a 5cm e 12cm. Caso responda não, justifique o porquê não entendeu a aplicação do Teorema de Pitágoras.

Figura 07: Razões possíveis no triângulo retângulo



Fonte: Próprio Autor (2018)

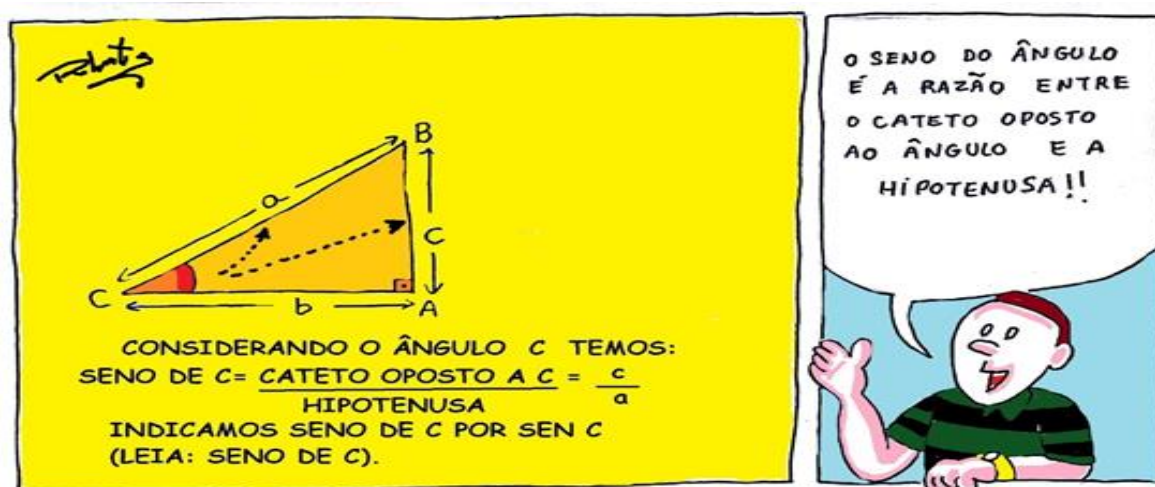
07-O que mostra a tira da figura 07?

08-O que é uma razão?

09-Dreammer ao ver as razões do triângulo retângulo fica emocionado e canta um trecho da música Eduardo e Mônica como um trocadilho ao atribuir outro sentido a palavra da razão da música relacionando com as razões do triângulo retângulo no quadro. Explícite qual a diferença do sentido da palavra razão nos dois contextos, tanto na música como no triângulo?

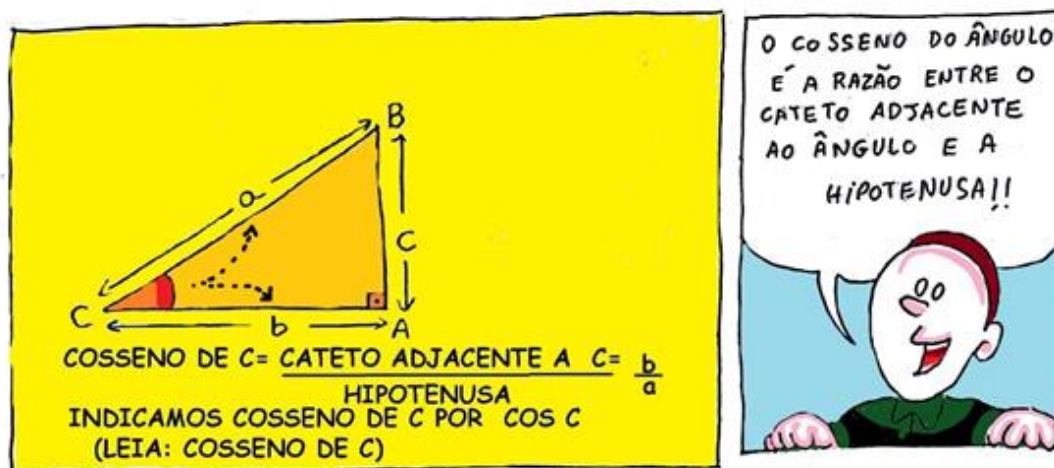
Depois da compreensão do conceito de razões no triângulo retângulo o professor deverá mostrar por meio de novas tiras aos estudantes a definição 1,2 e 3 razões e as outras 4,5 e 6 são seus desdobramentos.

Figura 08: Definição de seno de um ângulo agudo



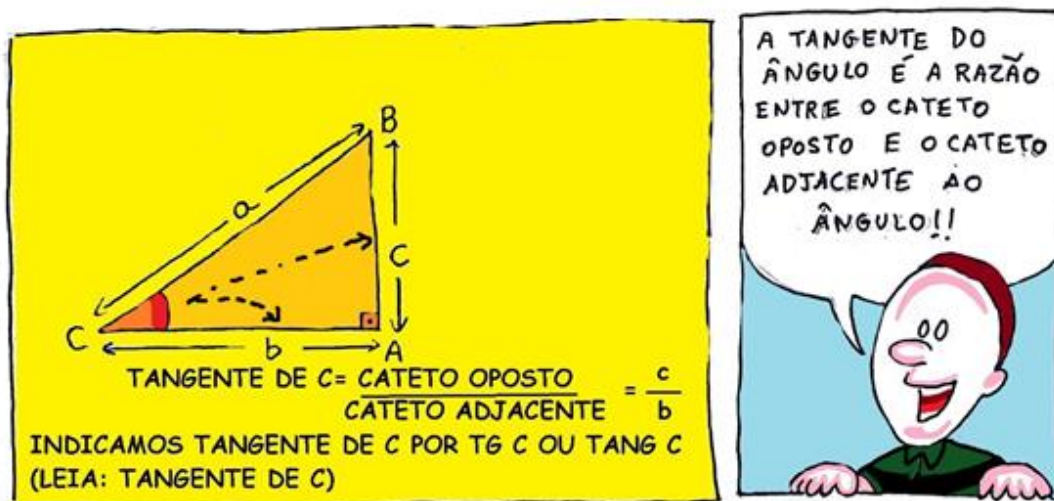
Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 09: Definição de cosseno de um ângulo agudo



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 10: Definição de tangente de um ângulo agudo



Fonte: Próprio Autor (2018)

A razão 4 é o inverso do seno, no qual chamamos de cossecante, a razão 5 é o inverso do cosseno, no qual chamamos de secante e por fim temos a razão 6 é o inverso da tangente que chamamos de cotangente. A palavra inverso deve ser esclarecida aos estudantes, se temos  $\text{sen } C = c/a$  a  $\text{cossec } C = a/c$ , pois cossecante é o inverso do seno, percebe-se a troca dos termos o que era numerador vira denominador e denominador vira numerador.



**10-** Defina o que é seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo, a partir das tiras da figura 08, 09 e 10.

**11-** É importante que o conceito seja compreendido para se resolver esta questão! A partir da definição de seno, cosseno e tangente das tiras, calcule o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos  $\beta$  e  $\alpha$  da rampa de skate no primeiro quadro. Para tanto é necessário a utilização de uma régua, para o cálculo das dimensões do triângulo, e calculadora para efetuar as divisões.

Para término da aula será feito um momento de socialização das respostas encontradas pelos estudantes, a fim do surgimento de questionamentos dos resultados e reformulação ou manutenção das ideias iniciais.

**Recomendação:** É interessante que o professor possa dividir, essas aulas em dois momentos, onde cada um possua duas aulas geminadas (2h/a).

**Material utilizado:** Datashow, computador, calculadora, tiras e régua.

## Atividade 2

Competências e Habilidades do Enem	C2 H7/H8/H9
<b>TEMA:</b>	Trigonometria no Triângulo Retângulo
<b>TÓPICO:</b>	Racionalização
<b>ANO:</b>	1º Ano e 2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

### Objetivos do roteiro de atividade:

- Apresentar técnicas de racionalização de denominadores.
- Compreender o porquê de racionalizar denominadores.

### Providências para a realização de atividade:

A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um Datashow, computador e cópia das tiras no qual serão trabalhados com os alunos.

### Pré-requisitos:

- Operações com números irracionais.

Figura 11: Racionalizando o denominador da razão tangente de 30°



O professor iniciará a aula distribuindo as tiras da figura 11, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Que tipo de dificuldade Alfredo teve ao calcular a tangente de  $30^\circ$ ? Alfredo continua com uma dúvida, que dúvida é esta? Você consegue explicar com suas palavras o porquê devemos racionalizar denominadores? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor a necessidade de racionalizar.

Para que os alunos compreendam esta necessidade, o professor deverá fazer o seguinte questionamento, é mais fácil dividir manualmente  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  ou  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , admitindo que  $\sqrt{2}$  aproximadamente a 1,41421. Ao tentarem resolver a divisão irão perceber que a segunda razão é bem mais fácil de se calcular, razão está racionalizada.

Assim o processo de racionalização de denominadores facilita operações manuais, em uma época que não existia calculadoras científicas. Hoje temos acesso a diversas ferramentas que podem calcular estas razões. Mesmo tendo acesso a esses recursos, é preciso aprender a racionalização de denominadores? Mesmo estando em uma geração tecnológica onde essas razões são facilmente calculadas, não existe a menor necessidade de racionalizar denominadores, embora se tem tornado hábito na comunidade científica esta prática e também nos materiais didáticos espalhados pelo mundo, então conhecer a racionalização de denominadores se faz necessário e deve ser aprendido pelos estudantes.

Os alunos compreenderam a importância da racionalização para realização de cálculos manuais, o professor deverá mostrar as técnicas para racionalizar denominadores, a primeira foi mostrada na tira. O número  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  é a tangente de  $30^\circ$ . Nesses casos, o professor deve ilustrar que o processo de racionalização do denominador foi feito utilizando uma fração equivalente, bastando multiplicar o numerador e o denominador pelo radical no denominador, já que o valor numérico difere de zero. Assim temos a primeira técnica:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Essa técnica consiste em transformar o denominador irracional em um número racional, sem alterar o valor numérico da fração.

Para racionalizar um denominador que possua um número irracional composto, devemos multiplicar pelo seu conjugado. O professor deve mostrar algum exemplo que facilite a compreensão dos alunos

Como o exemplo a seguir:

$$\frac{7}{\sqrt{5}+1} = \frac{7}{(\sqrt{5}+1)} * \frac{(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}-1)} = \frac{7(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{7(\sqrt{5}-1)}{4}$$

Os alunos deverão fazer a seu modo uma tira solução para o questionamento de Alfredo e por fim mostrar um exemplo utilizando a nova técnica utilizada por eles para racionalização de denominadores que possuem irracional composto. O professor deve deixar livre para que os estudantes possam usar sua criatividade na elaboração das tirinhas e depois serão socializados pelos estudantes na sala.

### Atividade 3

Competências e Habilidades do Enem	C2 H7/H8/H9
<b>TEMA:</b>	Trigonometria no Triângulo Retângulo
<b>TÓPICO:</b>	Ângulos notáveis: <b>Seno, cosseno e tangente de 30°, 45° e 60°</b>
<b>ANO:</b>	9º Ano e 2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

#### Objetivos do roteiro de atividade:

- Apresentar o porquê os ângulos de 30°, 45° e 60° serem chamados de ângulos notáveis.
- Calcular o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos 30°, 45° e 60°, e compreender que estas razões trigonométricas são constantes independentemente do tamanho do triângulo.

#### Providências para a realização de atividade:

A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um Datashow, computador e cópia da biografia do texto sobre a importância da Matemática e da Trigonometria para o nosso cotidiano, no qual serão trabalhados com os alunos.

#### Pré-requisitos:

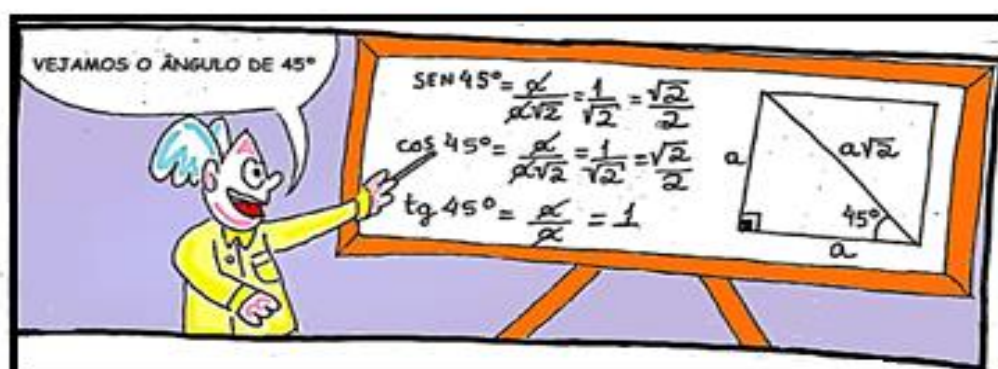
- Definição de seno, cosseno e tangente de um ângulo.

Figura 12: Ângulos Notáveis



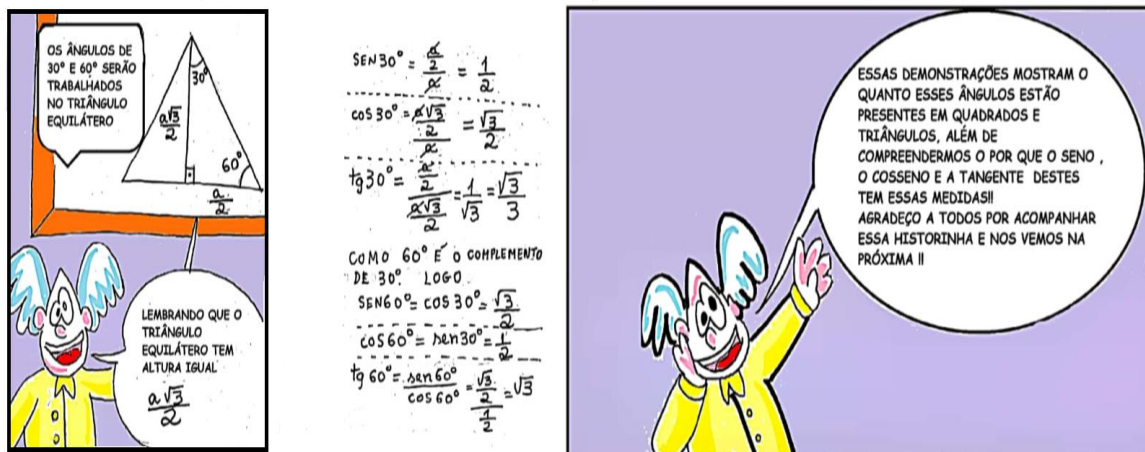
Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 13: Seno, cosseno e tangente de 45°



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 14: Seno, cosseno e tangente de 30° e 60°



Fonte: Próprio Autor (2018)

### Descrição dos procedimentos:

Quando mostramos os ângulos notáveis devemos compreender o porquê esses ângulos possuem esta definição. Antes de elaborarmos uma razão para que os ângulos de 30°, 45° e 60° serem definidos com ângulos notáveis, é sugerido uma atividade em que instigue o estudante a compreender a importância de encontrarmos as razões trigonométricas destes ângulos, e que independentemente do tamanho do triângulo, as razões permanecem constantes, então inicialmente é discutido sobre a tira da figura 2. Dessa forma, essa atividade é necessária que o aluno possua alguns pré-requisitos como o cálculo das razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente de um ângulo. Esta aula deverá ser realizada em 2 horas/aulas e tem por objetivos, discutir como foi calculado o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos 30°, 45° e 60° a importância desses ângulos na Trigonometria, fazer uma interpretação da tira, aplicar os conceitos das principais razões trigonométricas no triângulo retângulo, como compreender o porquê do seno, cosseno e tangente desses ângulos possuírem esses valores numéricos expressos nas tiras das figuras 12, 13 e 14.

Para essa atividade será necessário a reserva do Datashow e computador da escola, transferidor, régua, assim como algumas cópias da tira e das figuras (quadrado e triângulo equilátero) no qual serão o estudados pelos alunos.

Inicialmente o docente irá fazer alguns questionamentos, como: Quais são os ângulos notáveis? Alguém sabe o porquê eles se chamam assim? Entenderam a demonstração que o personagem Dreammer fez? Será que os valores de seno, cosseno e

tangente de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  sempre serão estas constantes que estão na tira? Que impressões iniciais vocês tiveram ao se deparar com essa tira? A partir dessa discussão, o professor pode apresentar uma seguinte aula prática, onde os estudantes irão averiguar a partir de suas medições o que Dreammer concluiu em suas demonstrações a fim de que os estudantes encontrem os valores aproximados das razões trigonométricas dos ângulos notáveis.

O professor iniciará a aula perguntando aos alunos quais são os ângulos notáveis e porque são chamados assim, depois irá distribuir a tira, serão feitos alguns questionamentos sobre a tira exposto pelo Datashow. Em seguida, é dividido a turma em grupos de 4 alunos e distribuído duas figuras para cada grupo: uma equipe ficará com um quadrado de lado 4cm, a outra com 5cm e a última com 6cm, caso a turma seja numerosa faça três cópias de cada figura e distribua, da mesma forma irá ser distribuído um triângulo equilátero de lado 5cm, a outra equipe com um de 10cm lado e por fim uma 13cm de lado, caso a turma seja numerosa faça o mesmo processo de cópias destes triângulos para equipes formadas, o importante é que cada equipe possua um quadrado e um triângulo equilátero.

A primeira tarefa que estudantes farão é traçar a diagonal do quadrado com a régua, com o transferidor irão calcular a medida do ângulo, conferindo se é equivalente a  $45^\circ$ , após isso novamente com a régua deverá ser medido o lado do quadrado (é importante frisar que mesmo você professor saiba que a medida é de 4cm, 5cm ou 6cm, esta informação não será dita aos estudantes), para medir a distância da diagonal, os estudantes irão fazer uma nova medição na régua (é importante perceber se os estudantes utilizarão o teorema de Pitágoras neste momento). Os estudantes ao fazerem essas medições, irão calcular as razões trigonométricas de seno, cosseno e tangente do ângulo de  $45^\circ$ .

Ao término desta tarefa, e registro da mesma, iremos nos voltar a segunda figura que é o triângulo equilátero, eles farão a medição dos três lados deste triângulo para averiguar se ele é realmente equilátero, depois eles traçarão uma reta que parte em qualquer um dos vértices até o ponto médio do lado, no caso a altura relativa ao lado que escolher. Ao efetuar este trabalho, os estudantes perceberão a construção de dois triângulos retângulos, é importante que os estudantes confirmem se os ângulos referentes a estes triângulos são respectivamente a:  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ . Dando sequência a atividade, os estudantes farão a medição da altura relativa que criaram e calcularão as razões trigonométricas de acordo com o que o professor Dreammer fez na tira. O intuito é que cada grupo socialize os resultados obtidos e perceberão que os valores permanecem constantes e que os valores encontrados por Dreammer são valores expressos em números irracionais, então é necessário que você professor dê os valores aproximados referentes



a  $\sqrt{2}$  e  $\sqrt{3}$  afim de que os estudantes efetivem os cálculos e encontrem valores similares ao que eles encontraram. Assim eles possam compreender a importância do conhecimento que foi inserido na tira, e aprender que independentemente do tamanho do triângulo feito, os valores das razões trigonométricas permanecem constantes.

**Material utilizado:** Datashow; computador, tira, régua, transferidor, quadrados e triângulos equiláteros.

#### Atividade 4

<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria no Triângulo Retângulo
<b>TÓPICO:</b>	Cálculo das razões trigonométricas dos ângulos : $0^\circ$ , $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ e $90^\circ$
<b>ANO:</b>	2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas geminadas

**Objetivos do roteiro de atividade:**

- Resolver questões sobre a tira
- Calcular inicialmente o seno e o cosseno dos ângulos de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ .
- Calcular as demais razões trigonométricas dos ângulos  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$  a partir do seno e cosseno efetuados anteriormente.

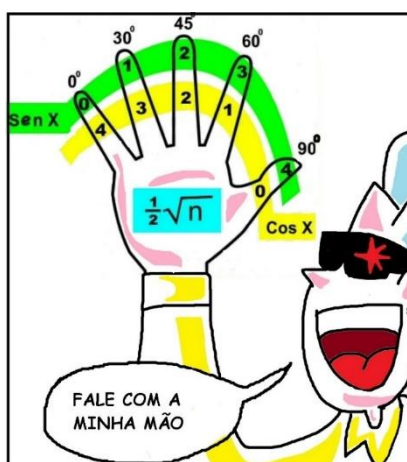
**Providências para a realização de atividade:**

A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um Datashow, computador e cópia da tirinha no qual serão trabalhados com os alunos.

**Pré-requisitos:**

- Operações com números irracionais, racionalização de denominadores.

Figura 15: Exterminador da ignorância trigonométrica



Fonte: Próprio Autor (2018)

### Descrição dos procedimentos:

Existem vários métodos para se calcular o seno e cosseno dos ângulos  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  e  $90^\circ$ , mas primeiramente iremos iniciar nossa aula com a exposição de uma tira (Figura 15). Inicialmente os estudantes irão resolver um questionário até a questão 3, é importante que neste momento o professor possa sempre orientar a fim de que todos compreendam corretamente a estratégia desenvolvida por Dreammer.

Feito isso o professor seguirá uma nova etapa onde dará algumas fórmulas aos estudantes, para que eles preencham uma nova tabela contendo as outras razões trigonométricas como: tangente, secante, cossecante, cotangente.

O registro das tabelas será registrado no caderno, para que no final sejam socializadas, as dificuldades e as contribuições que está atividade proporcionou para o aprendizado dos valores numéricos destas razões que são bastante utilizadas em nossa Matemática e nas ciências (Química, Biologia e Física).

**Material utilizado:** Datashow; computador, tira.

### I-Questionário para os alunos responderem de acordo com a tira:

O quadrinho mostra Dreammer (o personagem principal), fazendo referência ao filme Exterminador do Futuro.

1- Qual formato de HQ, segundo as classificações de Daniel Brandão, se configura esse Quadrinho? Justifique.

- 2- Qual conceito matemático que está atrelado ao quadrinho apresentado?
- 3- O personagem Dreamer, faz uma brincadeira utilizando uma das falas do filme “Fale com a minha mão” para mostrar alguma estratégia de memorização. Que estratégia é essa?
- 4- É possível preencher a tabela abaixo utilizando esse método?

A	Sen $\alpha$	Cos $\alpha$
0 graus		
30 graus		
45 graus		
60 graus		
90 graus		

- 4- Sabendo que  $\sec\alpha=1/\cos\alpha$ ,  $\csc\alpha=1/\sin\alpha$ ,  $\tan\alpha=\sin\alpha/\cos\alpha$ ,  $\cot\alpha=\cos\alpha/\sin\alpha$ , é possível preencher esta nova tabela? Se possível, preencha com os dados correspondentes.

A	Seca	Cosseca	tga	cotga
0 graus				
30 graus				
45 graus				
60 graus				
90 graus				

- 5- Você utilizaria esse quadrinho nas aulas de Trigonometria? Justifique.

### Atividade 5

Competências e Habilidades do Enem	C2 H7/H8/H9
<b>TEMA:</b>	Trigonometria no Triângulo Retângulo
<b>TÓPICO:</b>	<b>Tabela das Razões Trigonométricas</b>
<b>ANO:</b>	2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

**Objetivos do roteiro de atividade:**

- Apresentar a tabela das razões trigonométricas.
- Resolução de problemas que envolvam o uso da tabela de Razões Trigonométricas.

**Providências para a realização de atividade:**

A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um Datashow, computador e cópia da tira ou disponibilizar virtualmente para que o aluno possa visualizar os valores que estão presentes na tira que podem ser inviabilizados na questão do material xerocado que serão utilizados pelos alunos.

**Pré-requisitos:**

- Noções básicas do conceito das razões trigonométricas.

Figura 16: Tabela de Razões Trigonométricas

Tabela de razões trigonométricas

Ângulo	sen	cos	tg	Ângulo	sen	cos	tg
1°	0,017	1,000	0,017	46°	0,719	0,695	1,036
2°	0,035	0,999	0,035	47°	0,731	0,682	1,072
3°	0,052	0,999	0,052	48°	0,743	0,669	1,111
4°	0,070	0,998	0,070	49°	0,755	0,656	1,150
5°	0,087	0,996	0,087	50°	0,766	0,643	1,192
6°	0,105	0,995	0,105	51°	0,777	0,629	1,235
7°	0,122	0,993	0,123	52°	0,788	0,616	1,280
8°	0,139	0,990	0,141	53°	0,799	0,602	1,327
9°	0,156	0,988	0,158	54°	0,809	0,588	1,376
10°	0,174	0,985	0,176	55°	0,819	0,574	1,428
11°	0,191	0,982	0,194	56°	0,829	0,559	1,483
12°	0,208	0,978	0,213	57°	0,839	0,545	1,540
13°	0,225	0,974	0,231	58°	0,848	0,530	1,600
14°	0,242	0,970	0,249	59°	0,857	0,515	1,664
15°	0,259	0,966	0,268	60°	0,866	0,500	1,732
16°	0,276	0,961	0,287	61°	0,875	0,485	1,804
17°	0,292	0,956	0,306	62°	0,883	0,469	1,881
18°	0,309	0,951	0,325	63°	0,891	0,454	1,963
19°	0,326	0,946	0,344	64°	0,899	0,438	2,050
20°	0,342	0,940	0,364	65°	0,906	0,423	2,145
21°	0,358	0,934	0,384	66°	0,914	0,407	2,246
22°	0,375	0,927	0,404	67°	0,921	0,391	2,356
23°	0,391	0,921	0,424	68°	0,927	0,375	2,475
24°	0,407	0,914	0,445	69°	0,934	0,358	2,605
25°	0,423	0,906	0,466	70°	0,940	0,342	2,747
26°	0,438	0,899	0,488	71°	0,946	0,326	2,904
27°	0,454	0,891	0,510	72°	0,951	0,309	3,078
28°	0,469	0,883	0,532	73°	0,956	0,292	3,271
29°	0,485	0,875	0,554	74°	0,961	0,276	3,487
30°	0,500	0,866	0,577	75°	0,966	0,259	3,732
31°	0,515	0,857	0,601	76°	0,970	0,242	4,011
32°	0,530	0,848	0,625	77°	0,974	0,225	4,332
33°	0,545	0,839	0,649	78°	0,978	0,208	4,705
34°	0,559	0,829	0,675	79°	0,982	0,191	5,145
35°	0,574	0,819	0,700	80°	0,985	0,174	5,671
36°	0,588	0,809	0,727	81°	0,988	0,156	6,314
37°	0,602	0,799	0,754	82°	0,990	0,139	7,115
38°	0,616	0,788	0,781	83°	0,993	0,122	8,144
39°	0,629	0,777	0,810	84°	0,995	0,105	9,514
40°	0,643	0,766	0,839	85°	0,996	0,087	11,430
41°	0,656	0,755	0,869	86°	0,998	0,070	14,301
42°	0,669	0,743	0,900	87°	0,999	0,052	19,081
43°	0,682	0,731	0,933	88°	0,999	0,035	28,636
44°	0,695	0,719	0,966	89°	1,000	0,017	57,290
45°	0,707	0,707	1,000				

AS RAZÕES  
TRIGONOMÉTRICAS  
FORAM  
CALCULADAS E  
TABELADAS, MAS  
NOSSOS ALUNOS  
SABEM UTILIZA-  
LAS DE MANEIRA  
CORRETA??

O QUE  
É ISSO  
?????



Fonte: Próprio Autor (2018)

Descrição dos procedimentos:

O professor iniciará a aula distribuindo a tira da figura 16 para os alunos, pode ser um material xerocado ou virtualmente por um grupo criado no *WhatsApp*. Os estudantes irão responder questões sobre a tira e problemas que possam trabalhar a utilização da tabela de razões trigonométricas.

**Material utilizado:** Datashow; computador, celular, compasso, régua, lápis, tesoura, tira.

### Questões:

- 1- Dreammer mostra uma tabela, que tabela é essa? Para que ela é utilizada?
- 2-Por que Dreammer enfatiza que os seus alunos não utilizam os dados da tabela de maneira correta, por quê?
- 3-Aparece um estudante que aparece atrás da tabela das razões trigonométricas. Este estudante sabe utilizar essa tabela? A fala de Dreammer constata a realidade negativa de aprendizado dos seus alunos, este menino é um desses alunos? Que tipo de dificuldades o aluno possui ao utilizar os dados da tabela.
- 4-Num triângulo retângulo em A são dados  $B=37^\circ$  e  $AB=5\text{cm}$ . Calcule os lados AC e BC.
- 5- Calcule os catetos de um triângulo cuja hipotenusa mede 12cm e onde um dos ângulos é de  $76^\circ$ . Aproxime o resultado (em cm) por uma casa decimal.
- 6-Uma árvore, partida pelo vento, mantém seu tronco perpendicular ao solo formando com ele um triângulo retângulo. Se a parte quebrada faz um ângulo de  $50^\circ$  com o solo e se o topo da árvore está agora distanciando 3,6m da base, qual era a altura da árvore?

(Recomendável que o estudante procure na tabela os valores aproximados dos ângulos referentes em cada questão para que possa efetivamente resolver os problemas)

<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria no Triângulo Retângulo
<b>TÓPICO:</b>	<b>Cálculo de altura de monumentos</b>
<b>ANO:</b>	9º Ano e 2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

#### **Objetivos do roteiro de atividade:**

- Calcular a altura da Torre de Pisa (adaptado na tira da figura 17) por meio das razões trigonométricas básicas (seno, cosseno e tangente).
- Achar a inclinação da Torre de Pisa no ano de 1370 e 1990 por meio da tabela trigonométrica.
- Comparar os resultados encontrados do comprimento da altura da Torre de Pisa no de 1370 e no ano de 1990.

#### **Providências para a realização de atividade:**

A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um Datashow, computador e cópia da tira, papel ofício, régua, tabela trigonométrica, compasso no qual serão utilizados pelos alunos.

#### **Pré-requisitos:**

- Razões Trigonométricas (seno, cosseno e tangente).
- Utilizar a Tabela Trigonométrica.

Figura 17: Cálculo de distâncias inacessíveis





Fonte: Próprio Autor (2018)

### Descrição dos procedimentos:

O professor iniciará a aula perguntando como calculamos a altura de monumentos, montanhas, depois irá distribuir a tira da figura 17, serão feitos alguns questionamentos sobre a tira. A Torre de Pisa ficou mais inclinada em relação aos anos de 1370 e 1990? Ao analisarem a tira o que podemos perceber? Pela tira, é possível encontrar a medida da Torre de Pisa? Por que no primeiro quadrinho está preto e branco enquanto o próximo está colorido? Que personagens estão na Tira? Que impressões iniciais vocês tiveram ao se deparar com essa tira? Logo depois serão feitas uma separação de grupos, onde cada grupo compõe entre 3 a 4 integrantes, assim serão utilizadas as réguas para que os alunos possam efetuar o cálculo das razões trigonométricas de seno, cosseno e tangente do ângulo de inclinação com o solo.

Inicialmente os estudantes pegarão as réguas e farão as medições na própria tira, preenchendo cuidadosamente essa tabela:

	Torre de Pisa (1370)	Torre de Pisa(1990)
Seno		
Cosseno		
Tangente		

Depois será utilizado a tabela trigonométrica para encontrar um valor aproximado do ângulo de inclinação da torre no ano de 1370 e 1990.

Para cálculo da altura da Torre nos diferentes anos, utilize a tabela construída, sabendo apenas a medição da altura original (caso a Torre fosse perpendicular ao solo) fosse de  $h$  cm.

Os estudantes devem responder o último questionamento: O que aconteceu com as alturas em relação ao solo? Aumentou ou diminuiu?

Por fim, sabendo o comprimento das alturas, a inclinação das Torres no ano de 1370 e 1990, as razões trigonométricas.

As perguntas, e respostas dos questionamentos provocados pelo docente deverá ser totalmente documentado nos cadernos dos estudantes, a fim de que o professor possa no momento de discussão, mandarem ler suas respostas para compreender as percepções, dificuldades e desafios, além de exporem as motivações que a tira proporcionou aos alunos para calcular alturas inacessíveis por meio da Trigonometria.

**Material utilizado:** Datashow, computador, pulseiras coloridas, compasso, régua, lápis, tesoura, tira.

## Atividade 7

<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria no Triângulo Retângulo
<b>TÓPICO:</b>	<b>Cálculo de distâncias de dois astros</b>
<b>ANO:</b>	2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	4 horas/aulas

**Objetivos do roteiro de atividade:**

- Compreender uma das aplicações da Trigonometria: Cálculo de distância de dois astros.
- Calcular a distância da Terra à Lua.
- Conhecer o Observatório mais próximo de sua localidade para observação da Lua.

**Providências para a realização de atividade:**

A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um Datashow, computador e cópia das tiras, assim como o roteiro de atividades no qual serão trabalhados com os alunos.

**Pré-requisitos:**

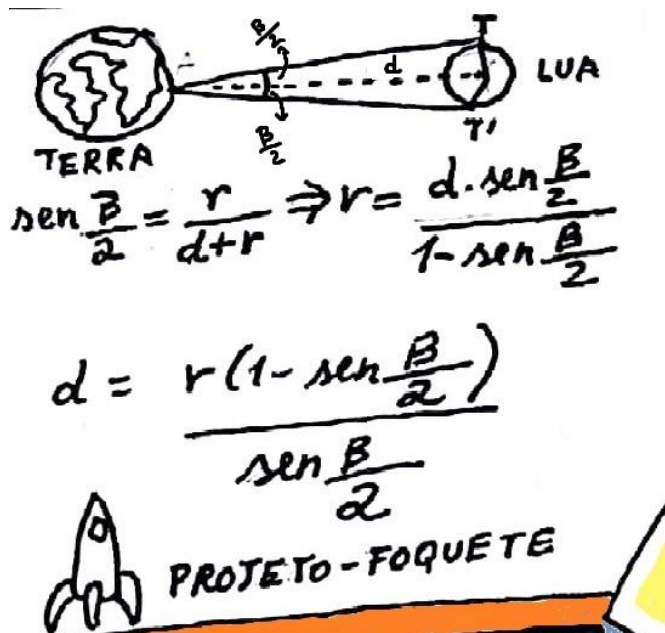
- Seno de um ângulo agudo.

Figura 18: Distância de Dreammer à Lua



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 19: Cálculo da distância da Terra à Lua



Fonte: Próprio Autor (2018)

### Descrição dos procedimentos:

O professor iniciará a aula perguntando aos alunos como os matemáticos calcularam a distância entre a Terra e a Lua? depois irá distribuir a tira, serão feitos alguns questionamentos sobre a tira que será exposta pelo Datashow, como: O que a tira da figura 18 quer mostrar? Dreammer faz um projeto-foguete esquematizado, representado na figura 19, como este esquema ajudará Dreammer a chegar à Lua? Que dados serão necessários para se calcular a distância da Terra à Lua?

Em seguida, o professor dividirá a sala em equipes farão uma pesquisa detalhada sobre como se calcula a distância da Terra à Lua, a ideia é que os estudantes compreendam uma das aplicações da Trigonometria, assim a partir deste estudo as equipes farão pequenas apresentações mostrando como calcularam a distância da Terra à Lua, é importante o apoio do professor com as equipes no qual ele irá intervir a fim de que os alunos não possuam dificuldades das realizações dos cálculos.

Por fim será uma aula de campo no qual os alunos irão conhecer o observatório para verem a Lua com mais precisão, promovendo uma aula mais dinâmica, no qual os estudantes terão maior sensibilidade das contribuições que este ramo da Matemática proporcionou e ainda proporciona a nossa sociedade.

**Material utilizado:** Datashow, computador, tira.

## Atividade 8

<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria no Triângulo Retângulo
<b>TÓPICO:</b>	<b>Matemáticos do ramo da Trigonometria</b>
<b>ANO:</b>	9º Ano e 2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	4 horas/aulas

**Objetivos do roteiro de atividade:**

- Apresentar os principais matemáticos do ramo da Trigonometria: Cláudio Ptolomeu, Hiparco de Nicéia e Johann Muller mostrando sua vida e obra.
- Compreender quais foram as contribuições que os matemáticos Cláudio Ptolomeu, Hiparco de Nicéia e Johann Muller no ramo da Trigonometria.

**Providências para a realização de atividade:**

Será elaborado um sorteio para dividir a turma em três grupos, no qual cada grupo ficará com um matemático, ao término desta divisão os alunos irão em casa pesquisar sobre a vida e obra de cada um, a fim de compreender suas principais contribuições para o ramo da Trigonometria.

**Pré-requisitos:**

- Nenhum pré-requisito para a execução da tarefa.

Figura 20: Matemáticos que desenvolveram a Trigonometria



Fonte: Próprio Autor (2018)

### Descrição dos procedimentos:

O professor iniciará a aula perguntando aos alunos quais os principais matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento do ramo da Trigonometria hoje? depois irá distribuir a tira, representada na figura 20, serão feitos alguns questionamentos sobre a tira que será exposta pelo Datashow, como: O que a tira quer mostrar? Quais os matemáticos são ilustrados na tira? Em seguida, as equipes farão uma pesquisa detalhada sobre a vida e a obra de um dos matemáticos em questão Cláudio Ptolomeu, Hiparco de Nicéia e Johann Muller, cada equipe ficará com um desses matemáticos.

Depois da leitura da tira, e o estudo realizado, o professor deve estimular as equipes criarem outras produções como uma HQ que conte de forma bem simples as contribuições deste matemático para solução de problemas atuais, podendo se for possível resolver problemas do cotidiano vivenciados pelos estudantes, ao terminá-las os grupos tirarão duas cópias de suas produções para que distribua as outras equipes a fim de socializar o trabalho realizado por eles e por fim cada equipe fará um relatório sobre as HQs , até mesmo sobre a sua, explicitando as principais contribuições destes matemáticos, sua vida e obra, além de relatar as dificuldades ao criar uma HQ a partir de pesquisas e o impacto dessas descobertas para os dias atuais.

**Material utilizado:** Datashow, computador, tira.

## Atividade 9

<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria no Triângulo Retângulo
<b>TÓPICO:</b>	<b>Acessibilidade e inclinação de uma rampa</b>
<b>ANO:</b>	9º Ano e 2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	4 horas/aulas

### Objetivos do roteiro de atividade:

- Apresentar a aplicação das razões trigonométricas em nosso cotidiano.
- Resolver alguns problemas a partir da tira.

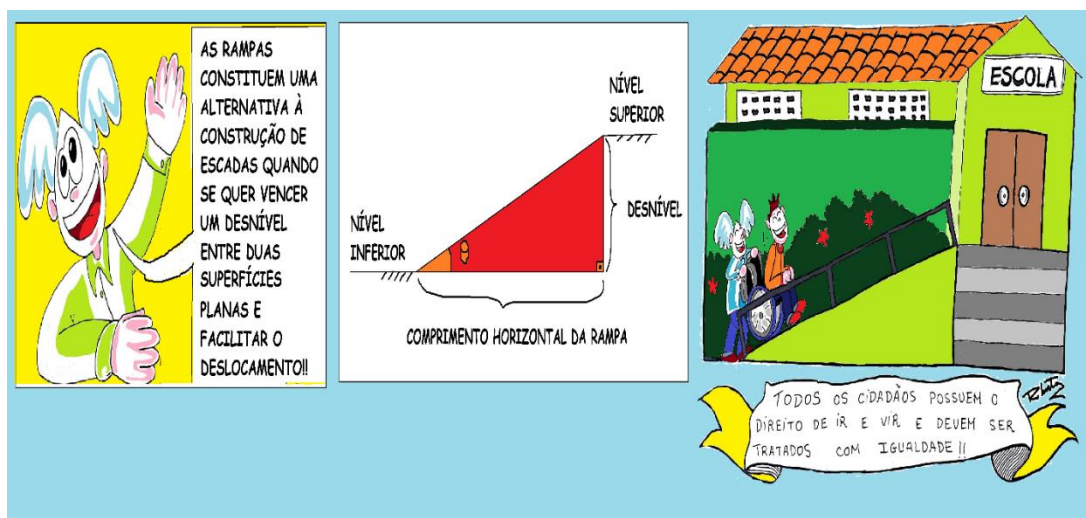
### Providências para a realização de atividade:

A atividade terá que ser realizada em sala de aula e no ambiente escolar, utilizaremos Datashow, computador, cópia das tiras, assim como régua, fita métrica, roteiro de questões no qual serão trabalhados com os estudantes.

### Pré-requisitos:

- Razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Figura 21: A Trigonometria por trás das rampas de acessibilidade



Fonte: Próprio Autor (2018)

### Descrição dos procedimentos:



O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representada na figura 21, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Na escola existem rampas para facilitar a acessibilidade? As escolas públicas estão preparadas com adaptações para livre acesso? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor por que é necessária a criação de rampas para que uma pessoa com mobilidade reduzida (pessoa com deficiência, idosa, obesa, gestante e entre outros). Enfatizar que a substituição de degraus por rampas de baixa inclinação, a implantação de sinalização horizontal (piso tátil), vertical (sinalização em braile) e sonorizada, além de remoções de barreiras em geral são intervenções que contribuem para que o acesso de pessoas com mobilidade reduzida.

Depois desse momento, o docente irá para roteiro de questões de ordem trigonométrica no qual os alunos irão se deparar com questões sobre o tema da tira. É importante que o professor possa introduzir o conceito de declividade de uma rampa, sendo a razão entre o desnível a ser vencido e o comprimento horizontal da rampa. Essas ideias apresentadas na tira motivam a utilização das razões trigonométricas, e permite um momento de revisão do conteúdo para que os alunos consigam resolver as questões.

### **Roteiro de questões**

As normas de acessibilidade de determinada cidade estabelecem que a declividade (razão entre o deslocamento vertical e o deslocamento horizontal) máxima aceitável para uma rampa é de 0,0833 ou 8,33%.

- 1- Em uma escola pública deverá ser construído uma rampa que deve vencer 3,3m entre dois pisos. Qual deverá ser o comprimento mínimo dessa rampa de acordo com as normas acima? observação: Para facilitar os cálculos, use a aproximação de  $1/12=0,0833$
- 2- De acordo com o esboço da rampa desenhada na tira, determine:
  - a) O valor aproximado do desnível entre os dois pisos.
  - b) O valor da  $\text{tg}\theta$ ; indique se a rampa é ou não acessível de acordo com as normas.

**Material utilizado:** Datashow, computador, tira.

## **SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2: Trigonometria na Circunferência**

### Atividade 1

<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria na circunferência
<b>TÓPICO:</b>	$\Pi$ (pi)
<b>ANO:</b>	9º Ano e 2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

#### Objetivos do roteiro de atividade:

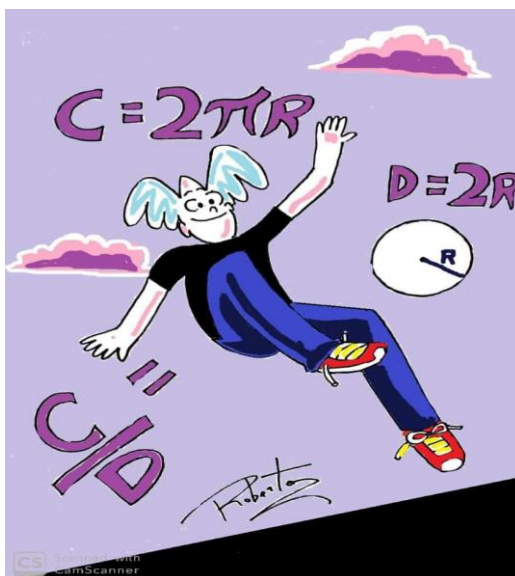
- Apresentar a  $\pi$  (pi).
- Compreender que o pi é uma constante a partir da razão do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.

#### Providências para a realização de atividade:

A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um Datashow, computador e cópia da tira, pulseiras coloridas de tamanhos diferentes, papel ofício, tesoura, régua, compasso no qual serão utilizados pelos alunos.

#### Pré-requisitos:

- Diâmetro de uma circunferência.
- Comprimento de uma circunferência.



Fonte: Próprio Autor

Figura 23: Comprimento da circunferência



Fonte: Próprio Autor

### Descrição dos procedimentos:

Antes de definirmos o valor aproximado de pi, é sugerido uma atividade em que é discutido sobre a tira da figura 22. O aluno deverá fazer uma interpretação da tira, conceituar os elementos que estão presentes na tira, o que seria o C, o D, é importante que o estudante perceba que independentemente do tamanho da circunferência, a razão entre o seu comprimento pelo seu diâmetro consistirá sempre em uma constante que denominamos pi, para que isso ocorra iremos utilizar uma aula prática.

Para essa atividade será necessário a reserva do *Datashow* e computador da escola, assim como algumas cópias da tira, no qual serão estudados pelos alunos.

Inicialmente o docente irá fazer alguns questionamentos, como: O pi é um número irracional, como é encontrado o seu valor aproximado? Através da tira, é possível

encontrar o valor de pi? O que representa a letra C e a letra D da tira? O que o personagem Dreamer está fazendo? Que impressões iniciais vocês tiveram ao se deparar com essa tira? A partir dessa discussão, o professor pode apresentar uma atividade prática sobre a tira direcionado para que os estudantes respondam.

Logo depois serão feitas uma separação de grupos, onde cada grupo compõe entre três a quatro integrantes, assim serão distribuídas algumas pulseiras coloridas de tamanhos diferentes, onde cada equipe receberá duas.

Inicialmente os estudantes colocarão a pulseira em um papel e desenhará uma circunferência, que será corrigida através do compasso, depois de efetuado o desenho, eles calcularão o raio de cada uma das duas circunferências desenhadas por meio de uma régua. O próximo passo será cortar a pulseira e estica-la, como é feito na tira 23, para que o aluno marque o seu comprimento por meio de um lápis e possa ser medido através da régua.

Após feito a medida dos raios das duas circunferências e seus respectivos comprimentos, o processo passo é multiplicar a medida de cada raio por 2, para se achar o diâmetro de cada circunferência de cada grupo.

Por fim, sabendo o comprimento e o diâmetro de cada uma das circunferências, assim eles efetuarão a razão entre as duas respectivamente, a fim de encontrarem uma constante, é importante que eles percebam isso!

As perguntas, e respostas dos questionamentos provocados pelo docente deverá ser totalmente documentado nos cadernos dos estudantes, a fim de que o professor possa no momento de discussão, mandarem ler suas respostas para compreender as percepções que os alunos tiveram acerca da tira e dos cálculos efetuados.

**Material utilizado:** Datashow, computador, pulseiras coloridas, compasso, régua, lápis, tesoura, tira.

## Atividade 2

Competências e Habilidades do Enem	C2 H7/H8/H9
TEMA:	Trigonometria na circunferência
TÓPICO:	Definição de radianos e sua conversão para graus
ANO:	9º Ano e 2º Ano do Ensino Médio
DURAÇÃO:	2 horas/aulas

### Objetivos do roteiro de atividade:

- Conhecer a definição de radianos.
- Converter radianos para graus.

### Providências para a realização de atividade:

A atividade terá que ser realizada em sala de aula, utilizaremos *data show*, computador, cópia das tiras, roteiro de questões no qual serão trabalhados com os estudantes.

### Pré-requisitos:

- Nenhum.

Figura 24: Pokémon Radianos



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 25: Conversão de um radiano em graus



Fonte: Próprio Autor (2018)

### Descrição dos procedimentos:

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representadas nas figuras 24 e 25, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Defina o que é radianos? Quanto é o valor aproximado de 1 radianos em graus? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor o processo de conversão do radianos em graus e também propiciar o desenvolvimento da conversão de graus em radianos, para isso o professor deve contar que o aluno compreenda a definição na tira inicial e em seguida a dedução lógica desenvolvida por Dreammer para chegar no valor em graus de 1 radiano.

Depois desse momento, o docente irá perguntar aos estudantes, por que  $\pi$  radianos é  $180^\circ$ ?

A ideia é provocar uma inquietação importante para eles darem significado aos conhecimentos trigonométricos aprendidos na aula, o professor guiará na intuição lógica de que  $\pi$  radianos nada mais é que  $3,14 \times 57,32^\circ = 179,9848$ , mas isso é por que consideramos  $\pi$  como aproximadamente a 3,14, então concluímos que por aproximação  $\pi$  radianos é equivalente a  $180^\circ$ .

**Material utilizado:** Datashow, computador, tira.

### Atividade 3

<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria na circunferência
<b>TÓPICO:</b>	<b>Conversão de radianos para graus</b>
<b>ANO:</b>	1º Ano e 2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

### Objetivos do roteiro de atividade:

- Conhecer as principais unidades de medida de um ângulo.
- Converter radianos para graus e graus para radianos.

### Providências para a realização de atividade:

A atividade terá que ser realizada em sala de aula, utilizaremos Datashow, computador, cópia das tiras, roteiro de questões no qual serão trabalhados com os estudantes.

### Pré-requisitos:

- Regra de três simples.

Figura 26: Conversão de  $\pi$  radianos para graus



**Descrição dos procedimentos:**

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representada na figura 26, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? O  $\pi$  radianos se converte para que medidas em graus? Caso fosse o seu amigo  $\pi/2$  qual seria sua conversão em graus? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor o processo de conversão dos radianos em graus e propiciar o desenvolvimento da conversão de graus em radianos, para isso o professor deve contar que o aluno possua um dos pré-requisitos importantes para conversão que é a regra de três simples.

Depois desse momento, o docente irá para roteiro de questões de ordem trigonométrica no qual os alunos irão se deparar com questões sobre o tema da tira. É importante que o professor possa interferir no momento que eles sentem dificuldades na execução dos exercícios.

**Roteiro de questões**

Na tira foi explicitado que  $\pi$  radianos equivale  $180^\circ$ , assim o estudante deverá resolver a seguintes questões a partir deste conteúdo que está na tirinha.

**1-**Converta em graus a medida dos ângulos de:

- a)  $5\pi/2$                       b)  $7\pi/6$                       d)  $\pi/2$ .

**2-**Converta, em radianos a medida dos ângulos:

- a)  $30^\circ$                       c)  $120^\circ$                       e)  $210^\circ$   
b)  $60^\circ$                       d)  $150^\circ$                       f)  $240^\circ$

**Material utilizado:** Datashow, computador, tira.



<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria na circunferência
<b>TÓPICO:</b>	<b>Relação fundamental da Trigonometria</b>
<b>ANO:</b>	2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

**Objetivos do roteiro de atividade:**

- Conhecer a relação fundamental da Trigonometria.
- Resolver problemas que use a relação fundamental da Trigonometria.

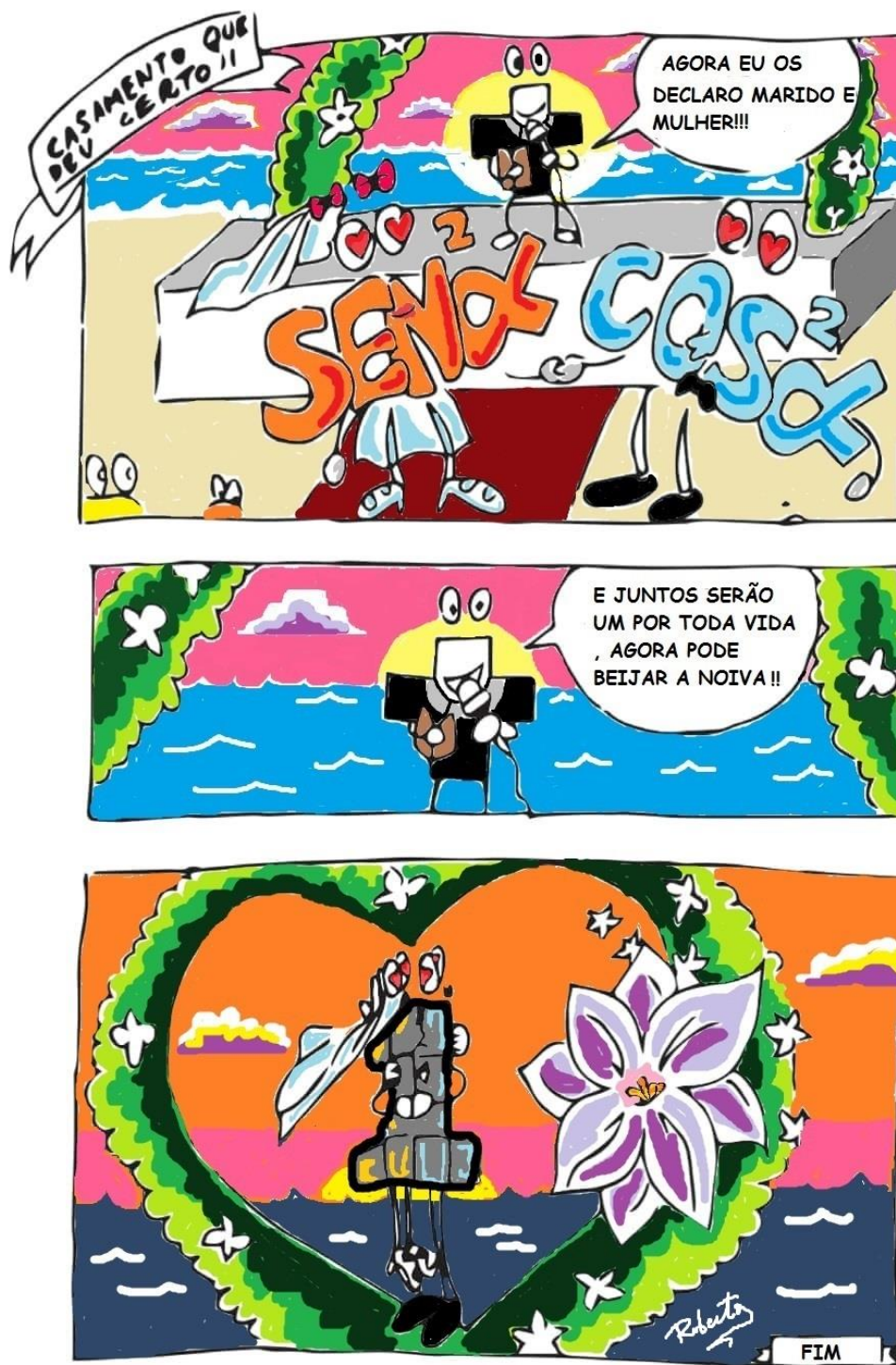
**Providências para a realização de atividade:**

A atividade terá que ser realizada em sala de aula, utilizaremos Datashow, computador, cópia das tiras, roteiro de questões no qual serão trabalhados com os estudantes.

**Pré-requisitos:**

- Seno e cosseno de um ângulo.
- Conhecer a tabela trigonométrica o seno, o cosseno e a tangente de:  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  e  $90^\circ$
- Operações básicas com números irracionais.

Figura 27: Relação Fundamental da Trigonometria



Fonte: Próprio Autor (2018)

Descrição dos procedimentos:

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representada na figura 27, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Que fórmula está implícita na tira? Como podemos resolver essa fórmula para resolver problemas? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor como eles estão interpretando a tira, e fazer quando necessário algumas intervenções para guiá-los a conclusões coerentes aos objetivos propostos, assim terá um momento onde os alunos irão testar a aplicação da fórmula implícita na tira, para isso ele fará uma pequena tabela com o seno, cosseno dos ângulos de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ , caso eles possuam dificuldades de lembrar retome um pouco da aula para lembrá-los dos desses valores numéricos e testar a eficácia da fórmula.

Esse momento de teste pode existir dúvidas em relação a operações com os números irracionais, o professor deve mostrar exemplos para que os cálculos cheguem ao esperado.

Se testarmos para o ângulo de  $90^\circ$ , perceberemos que dará certo pois  $\sin^2 90^\circ + \cos^2 90^\circ = (1)^2 + (0)^2 = 1$ , os alunos devem compreender que a fórmula pode ser usada para achar o cos de um ângulo, caso ele tenha o seno deste mesmo ângulo e vice versa.

Finalize com a pergunta, É possível achar o ângulo  $\alpha$  que satisfaz a condição no qual  $\sin\alpha = 0,8$  e  $\cos\alpha = 0,4$ ?

Resposta: Não, pois  $(0,8)^2 + (0,4)^2 = 0,64 + 0,16 = 0,8 \neq 1$ , no caso não satisfaz o princípio fundamental da trigonometria, então não existirá esse  $\alpha$ .

**Material utilizado:** Datashow, computador, tira.

## Atividade 5

Competências e Habilidades do Enem	C2 H7/H8/H9
<b>TEMA:</b>	Trigonometria na circunferência
<b>TÓPICO:</b>	<b>Identidades Trigonométricas</b>
<b>ANO:</b>	2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

### Objetivos do roteiro de atividade:

- Conhecer as principais identidades trigonométricas.
- Conhecer as restrições das identidades trigonométricas.

### Providências para a realização de atividade:

A atividade terá que ser realizada em sala de aula, utilizaremos *data show*, computador, cópia das tiras, registro dos questionamentos levantados pelo professor.

### Pré-requisitos:

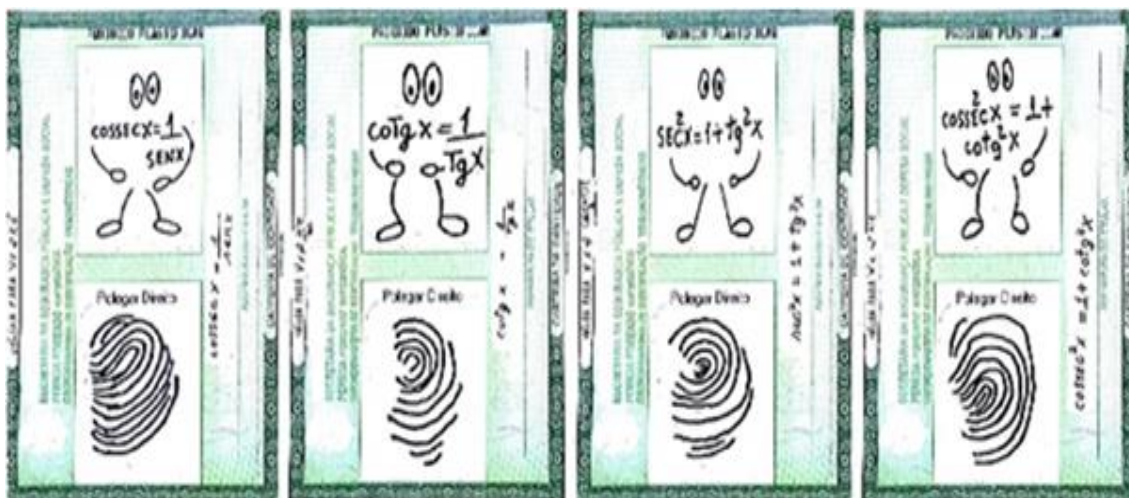
- Seno e cosseno de um ângulo.

Figura 28: Identidades Trigonométricas



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 29: Identidades Trigonométricas



Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representadas nas figuras 28 e 29, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Que trocadilho foi utilizado pelo quadrinista para explicitar as principais identidades trigonométricas? Como achar essas razões trigonométricas? A partir da primeira identidade trigonométrica da tira 55, podemos chegar as conclusões da terceira e quartas identidades da tira 56? A dedução lógica a seguir ajuda a compreender as identidades decorrentes de outras. Por exemplo dividindo ambos os membros da relação fundamental da trigonometria  $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$  (no primeiro quadro da tira 55) e empregando as relações do segundo  $\text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$  e quarto quadro  $\text{sec} x = \frac{1}{\text{cos} x}$  da mesma tira obtemos;

$$\frac{\text{sen}^2 x}{\text{cos}^2 x} + \frac{\text{cos}^2 x}{\text{cos}^2 x} = \frac{1}{\text{cos}^2 x} \Rightarrow \text{tg}^2 x + 1 = \text{sec}^2 x;$$

Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor como eles estão interpretando a tira, e fazer quando necessário algumas intervenções para guia-los a conclusões coerentes aos objetivos propostos, para que isso ocorra os alunos terão que examinar alguns detalhes da tira, por isso é importante que eles recebam a tira digitalmente também, para ver detalhes



minuciosos da carteira de identidades e depois coletar esses dados , fazerem observações e deixarem documentados no seus cadernos.

Figura 30: Tangente



Fonte: Próprio Autor (2018)

Vejamos que na figura 30 temos uma simbologia matemática ,mostrando que a identidade trigonométrica só é válida para alguns valores de  $x$ , isso quer dizer que não é qualquer ângulo que poderá ser satisfeita a identidade , é importante que o professor possa frisar que a divisão por zero não existe, então como o  $\cos x$  é o denominador, basta sabermos os ângulos que o  $\cos x$  é 0 para que a tangente não exista , logo o  $x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}$ .

Para que o aluno compreenda que  $x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}$ , professor deve mostrar alguns exemplos onde o cosseno de um ângulo é 0, no qual destacamos os cossenos de  $90^\circ$  e  $270^\circ$ , que na representação em radianos são respectivamente  $\frac{1\pi}{2}$  e  $\frac{3\pi}{2}$ , observe que são números ímpares e todo número ímpar está representado na forma  $(2k+1)$ , então concluímos que vai ser

sempre um número ímpar multiplicado por  $\frac{\pi}{2}$  para que o cosseno seja zero, assim generalizamos para que exista uma tangente de  $x$ , o  $x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}$ .

Assim ele estimulará os estudantes a compreenderem o porquê certas identidades não existem para certos ângulos, e esta informação foi sucintamente implantada dentro da tira.

<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria na circunferência
<b>TÓPICO:</b>	<b>Quadrantes onde o seno e cosseno são positivos</b>
<b>ANO:</b>	1º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

### Objetivos do roteiro de atividade:

- Conhecer quais os quadrantes onde o seno e o cosseno são positivos.
- Compreender a circunferência trigonométrica.

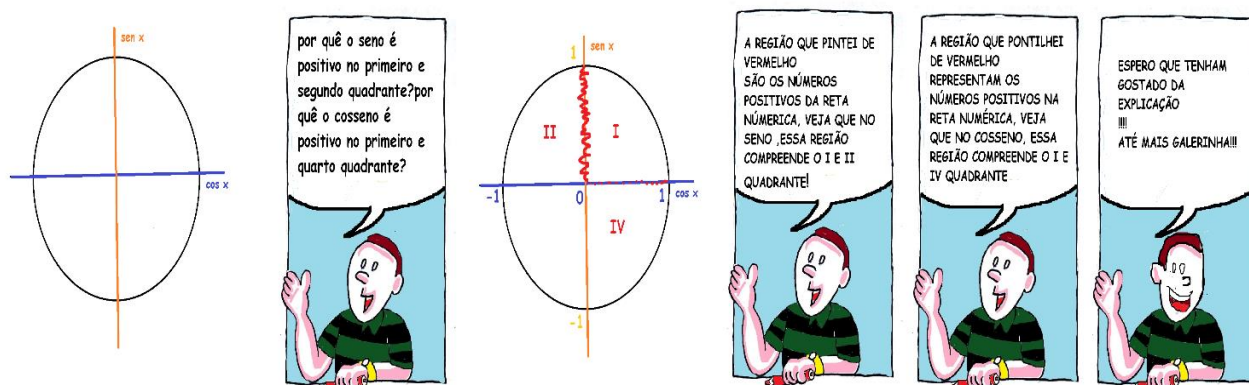
### Providências para a realização de atividade:

A atividade terá que ser realizada em sala de aula, utilizaremos *data show*, computador, cópia das tiras, roteiro de questões no qual serão trabalhados com os estudantes.

### Pré-requisitos:

- Plano cartesiano.

Figura 31: Quadrantes onde o seno e cosseno são positivos



Fonte: Próprio Autor (2018)

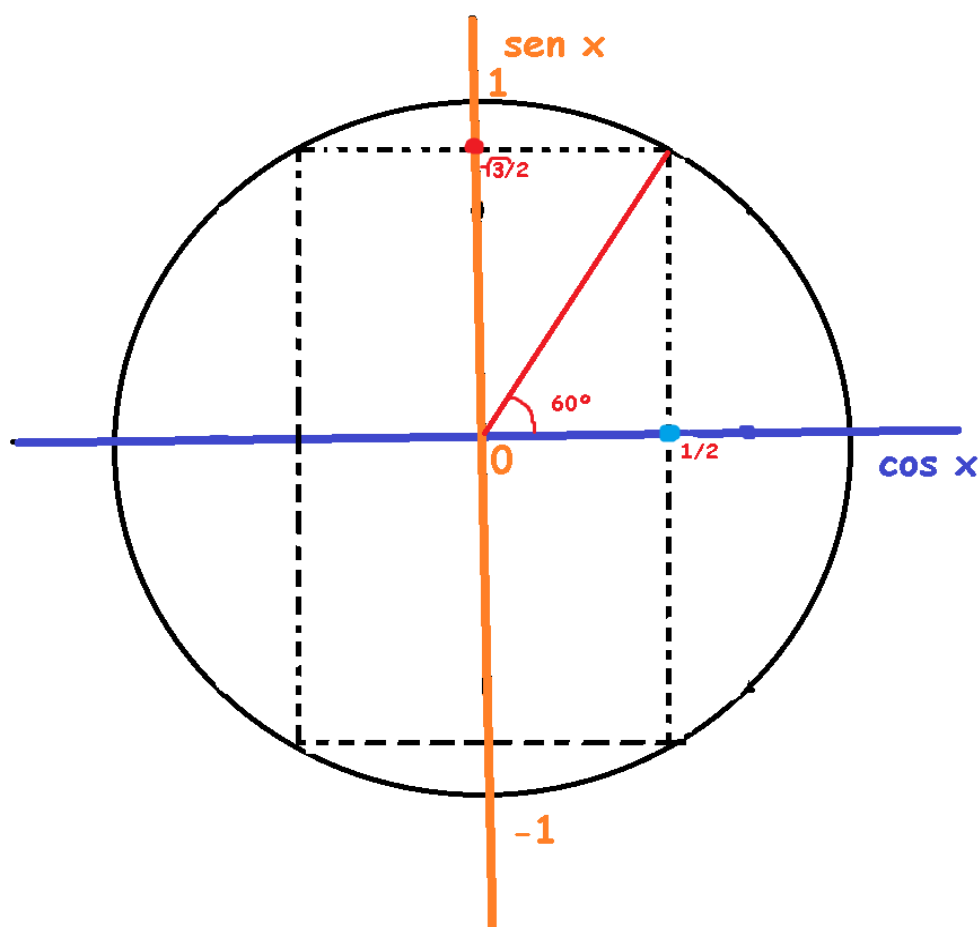
### Descrição dos procedimentos:



O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representada na figura 31, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Qual a dedução lógica que foi elaborada por Alfredo para encontrar os quadrantes onde os senos e o cossenos são positivos? A dedução lógica ajuda a compreender a circunferência trigonométrica? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor como eles estão interpretando a tira, e fazer quando necessário algumas intervenções para guiá-los a conclusões coerentes aos objetivos propostos, assim terá um momento onde os alunos examinar se o que o personagem Alfredo enfatiza é realmente satisfatório, para isso o professor deverá propor uma atividade para que os alunos mobilizem os conhecimentos trigonométricos inseridos na tira.

Exemplo que o professor deve ilustrar no *Datashow* para que o aluno possa compreender como é usada a representação no círculo, ele deve enfatizar que o triângulo retângulo está agora implícito, mas não deixa de existir, isso fará com que o aluno expanda sua compreensão sobre Trigonometria articulando os conhecimentos trigonométricos do triângulo retângulo para a trigonometria no círculo.

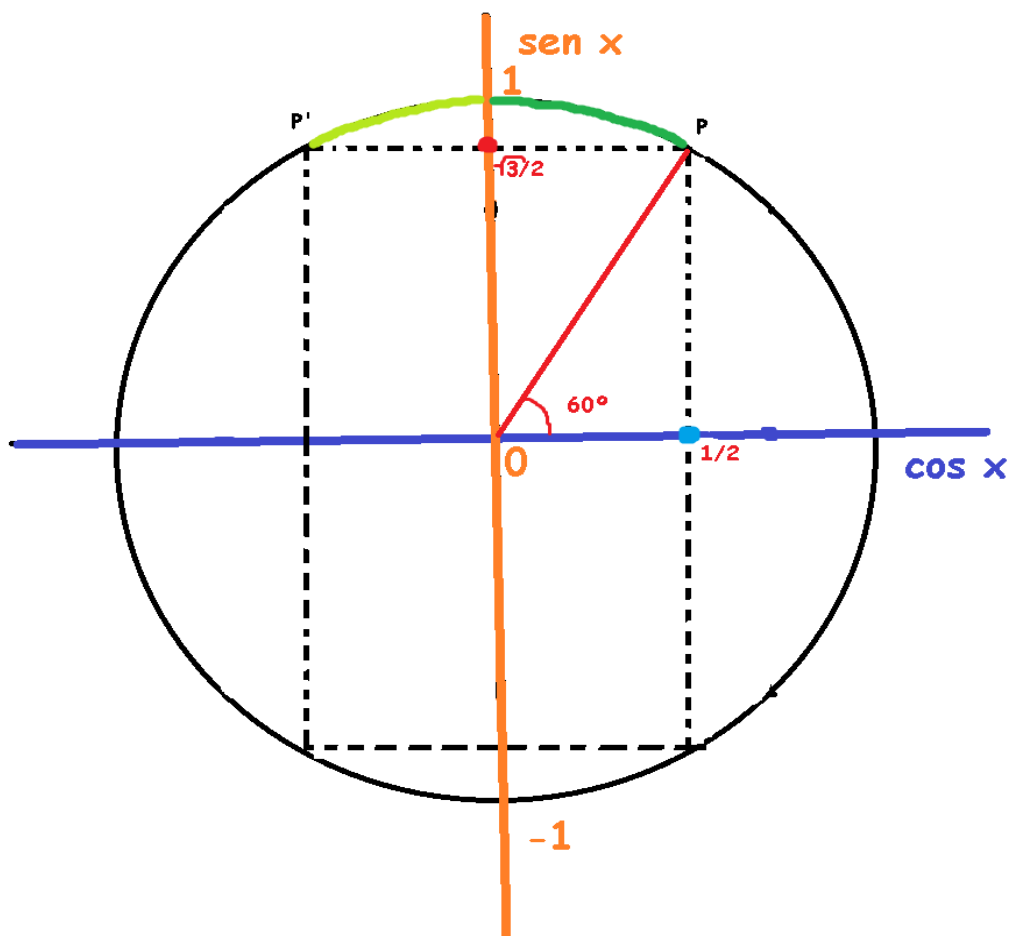
Figura 32: Representação geométrica do seno e cosseno de  $60^\circ$  na circunferência trigonométrica



Fonte: Próprio Autor (2018)

A partir da figura 33, podemos ter uma ideia da representação geométrica do seno e cosseno  $60^\circ$ , as linhas de referência pontilhadas podem nos guiar para encontrarmos alguns ângulos que possuem valores parecidos com o seno e cosseno de  $60^\circ$ , mas que variam o sinal de acordo com o quadrante. Para ilustrar isso seguimos com a dedução lógica.

Figura 33: Arco simétrico a  $60^\circ$  no II quadrante

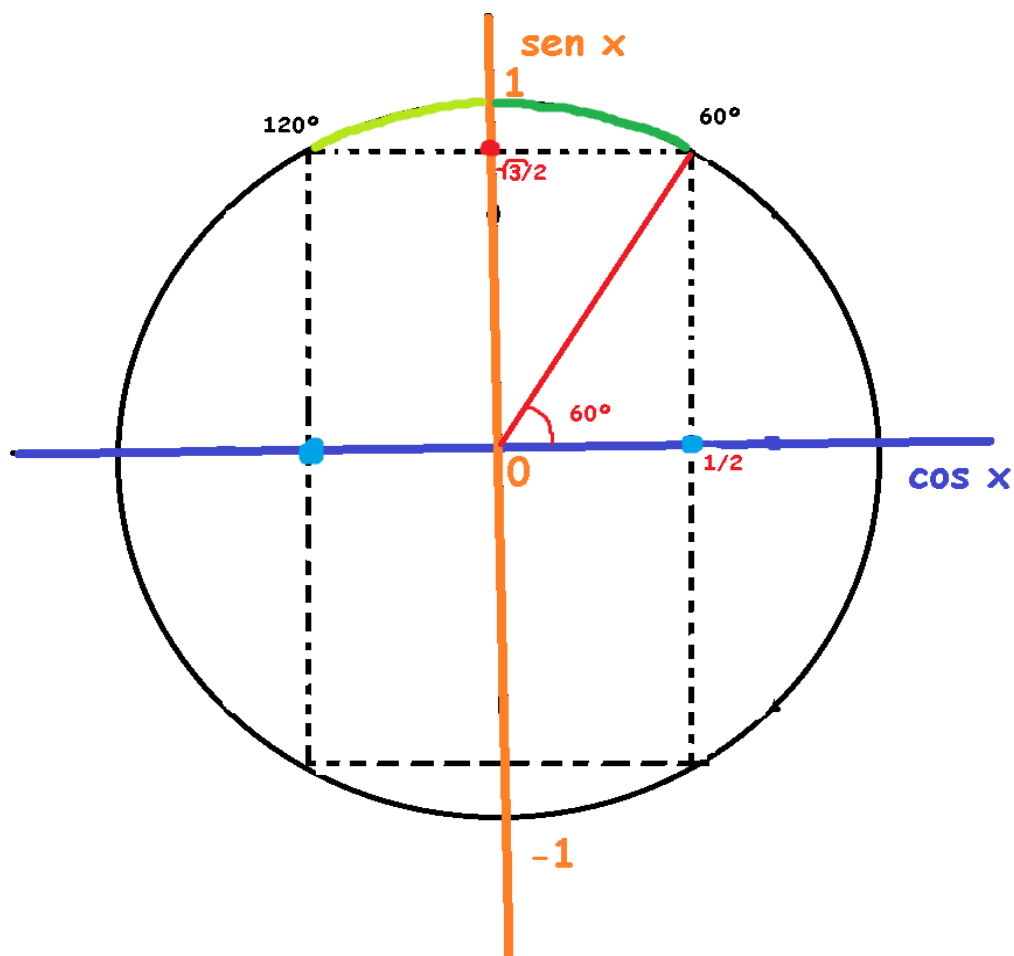


Fonte: Próprio Autor (2018).

A região verde-escura corresponde a uma distância angular de  $30^\circ$  equivalente a região verde-clara pois  $P'$  é o simétrico de  $P$  caso adotarmos o eixo  $\text{sen } x$  como o de simetria.

Então se o aluno está no ponto  $P$  que é equivalente a uma distância angular de  $60^\circ$  ele anda o caminho verde de  $30^\circ$ , então parará em  $90^\circ$  posteriormente se ele andar o caminho verde claro saindo de  $90^\circ$  e andando mais  $30^\circ$ , o ponto  $P'$  é equivalente a uma distância angular de  $120^\circ$ . Representado na figura abaixo:

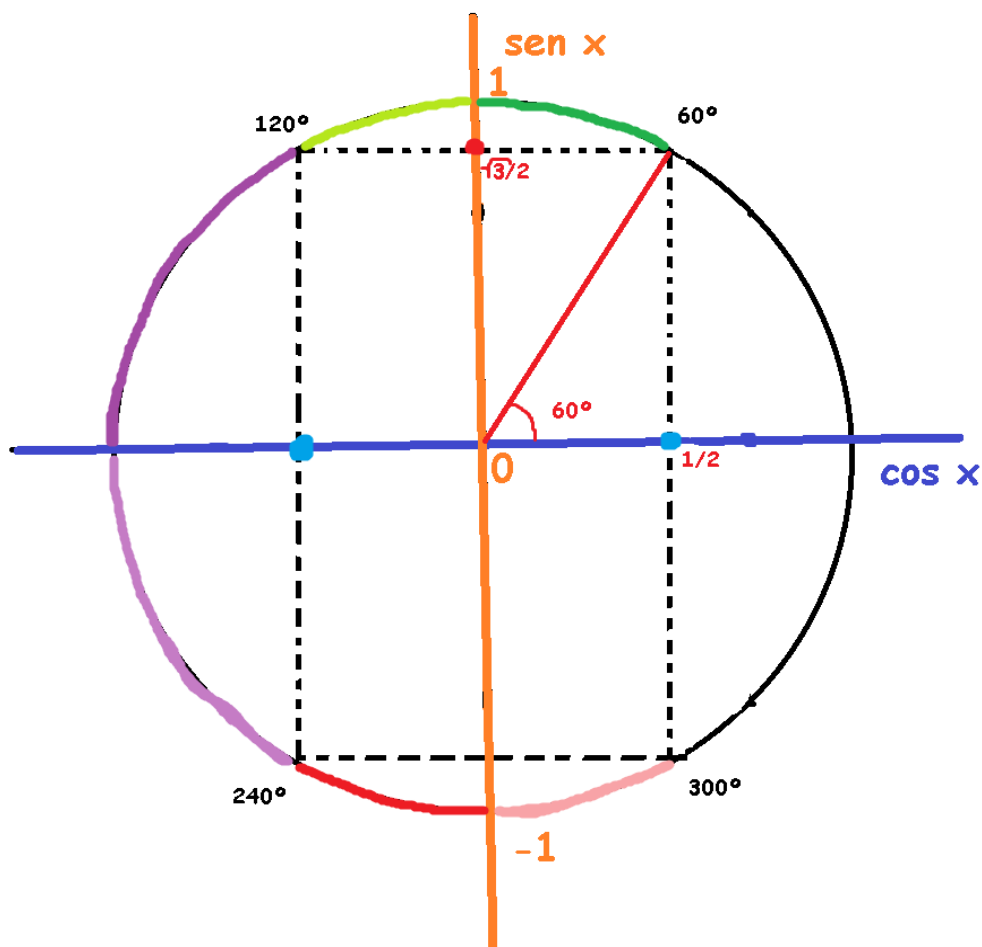
Figura 34: Arco simétrico a  $60^\circ$  no II quadrante é  $120^\circ$



Fonte: Próprio Autor (2018)

O aluno sem perceber já encontrou o valor do seno de  $120^\circ$ , veja a figura 34 a linha pontilhada aponta para  $\sqrt{3}/2$ , mas falta saber o cosseno de  $120^\circ$  então o professor deve chamar a atenção do aluno para voltar a dizer que  $60^\circ$  e  $120^\circ$  são simétricos em relação ao eixo  $\text{sen } x$ , então se o cosseno de  $60^\circ$  é  $1/2$  então o de  $120^\circ$  é  $-1/2$ . Essas deduções continuam, o professor deve acompanhar o processo para ele chegar em todos os 3 pontos simétricos de acordo com os eixos  $\text{sen } x$  e  $\text{cos } x$  indicados pelas linhas pontilhadas. Chegando a solução abaixo:

Figura 35: O seno  $120^\circ$  é encontrado na construção geométrica

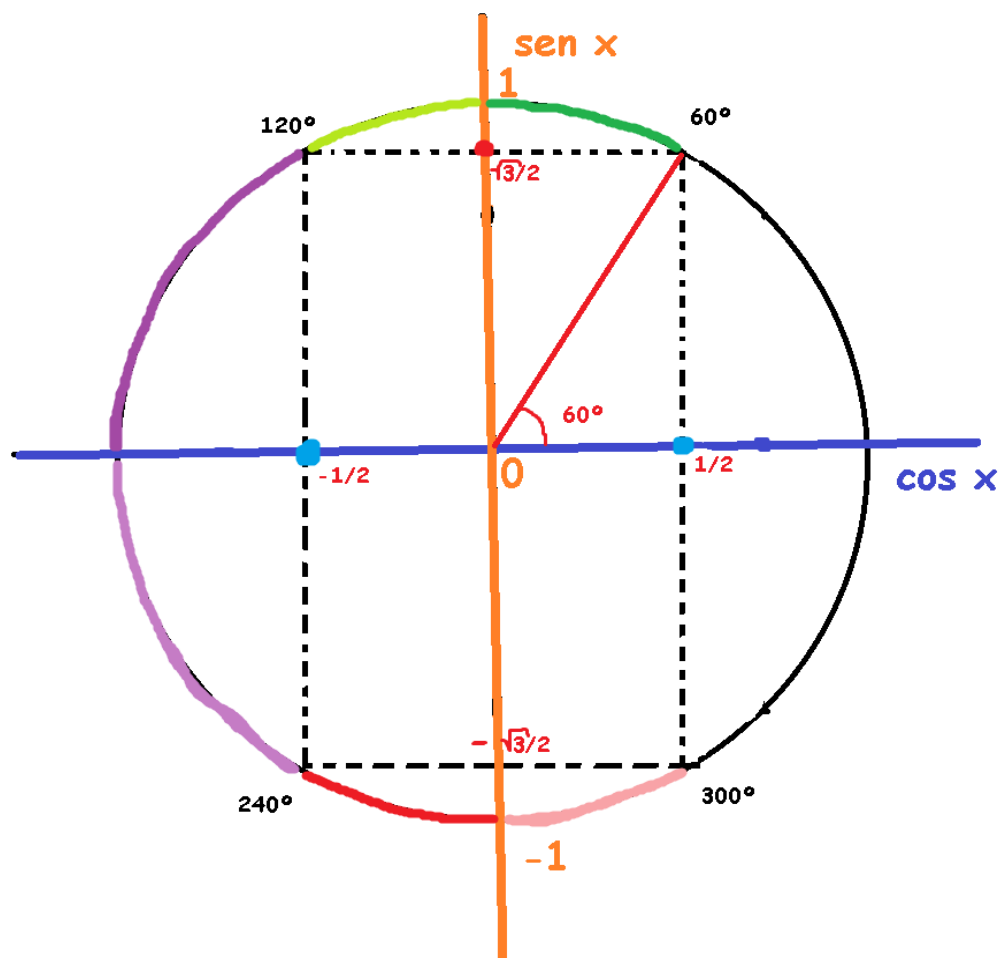


Fonte: Próprio Autor (2018)

Veja na figura 35, que a dedução continua sendo a mesma, de  $120^\circ$  se anda o caminho roxo escuro que corresponde uma distância angular de  $60^\circ$  chegando no ângulo de  $180^\circ$ , adotando o eixo de simetria o eixo dos cossenos percebemos que o caminho roxo claro também terá uma distância de  $60^\circ$ , como o aluno partirá de  $180^\circ$  mais  $60^\circ$ , ele chegará no  $240^\circ$  e assim segue para os caminhos vermelho escuro e claro que andam uma distância angular de  $30^\circ$ .

Marcados os pontos, por fim será calculado o seno e cosseno deles, usando o mesmo princípio de simetria, chegamos a essa figura 36:

Figura 36: Arcos simétricos a  $60^\circ$  na circunferência trigonométrica



Fonte: Próprio Autor (2018)

Concluimos com êxito este trabalho, e o aluno perceberá que além de encontrar o seno e cosseno de ângulos desconhecidos, irão perceber que Alfredo estava com a razão pois os ângulos de  $60^\circ$  e  $120^\circ$  estão respectivamente nos quadrantes I e II possuem seno positivo, e pela mesma razão os ângulos de  $60^\circ$  e  $300^\circ$  estão respectivamente nos quadrantes I e IV possuindo cosseno positivo.

Esse momento poderá ser uma provocação para que ele possa fazer com todos os ângulos notáveis que faltam, no caso o  $30^\circ$  e  $45^\circ$ . O professor deve propor aos estudantes, este estudo por meio de uma atividade ou até mesmo uma possível apresentação de seminário.

**Material utilizado:** Datashow, computador, tira.

### Atividade 7

<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria na circunferência
<b>TÓPICO:</b>	<b>Arcos congruentes ou cômruos</b>
<b>ANO:</b>	2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	2 horas/aulas

### Objetivos do roteiro de atividade:

- Conhecer a definição de arcos congruentes ou cômruos.
- Identificá-los na circunferência trigonométrica.

### Providências para a realização de atividade:

A atividade terá que ser realizada em sala de aula, utilizaremos Datashow, computador, cópia das tiras, roteiro de questões no qual serão trabalhados com os estudantes.

### Pré-requisitos:

- Nenhum.

Figura 37: Arcos Congruentes



Fonte: Próprio Autor (2018)

### Descrição dos procedimentos:

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representada na figura 37, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Defina o que são arcos congruentes? Dreamer está perdido e no último percebe que parou no mesmo lugar? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor o que ângulo congruente.

Depois desse momento, o docente irá perguntar ao estudante se Dreamer inicialmente está parado no ângulo de  $60^\circ$  e deu uma volta completa parando no mesmo local então ele andou uma distância angular de ( $60^\circ + 360^\circ = 420^\circ$ ). Logo  $420^\circ$  é congruente a  $60^\circ$ ! Mas se o ângulo for  $2030^\circ$ ? Para que o aluno possa achar o número de voltas pela circunferência trigonométrica ele dividirá o ângulo por  $360^\circ$  e o resto será o ângulo congruente a ele.

Isso constata-se no exemplo anterior, vejamos  $420 \div 360 = 1$  e resto  $60^\circ$ , logo  $420^\circ$  é congruente a  $60^\circ$ , pois ocupam o mesmo ponto na circunferência.

O novo exemplo  $2030 \div 360 = 5$  e resto  $230^\circ$ , logo  $2030^\circ$  é congruente a  $230^\circ$  ocupando o mesmo ponto na circunferência.

A ideia é provocar uma inquietação importante para eles darem significado aos conhecimentos trigonométricos aprendidos na aula, o professor guiará na intuição lógica para propor novas atividades, até que os estudantes possam assimilar o conhecimento.

#### Questões

01- Determine os arcos congruentes dos ângulos abaixo:

- a)  $1800^\circ$
- b)  $3600^\circ$
- c)  $-210^\circ$  (o sentido de orientação na circunferência é mudado por isso é negativo, adotamos o sentido horário)

A partir da resolução das atividades, o professor deverá examinar os cadernos e averiguar se os resultados foram assimilados para que possam seguir para novas atividades posteriormente.

**Material utilizado:** Datashow, computador, tira.

### Atividade 8



<b>Competências e Habilidades do Enem</b>	<b>C2 H7/H8/H9</b>
<b>TEMA:</b>	Trigonometria na circunferência
<b>TÓPICO:</b>	<b>Relógio do Sol</b>
<b>ANO:</b>	9º Ano e 2º Ano do Ensino Médio
<b>DURAÇÃO:</b>	6 horas/aulas

**Objetivos do roteiro de atividade:**

- Discutir os temas que estão presentes na tira.
- Confeccionar um relógio do Sol.

**Providências para a realização de atividade:**

A atividade terá que ser realizada em sala de aula, utilizaremos Datashow, computador, caixa de som, um pen drive, cópia das tiras, cartolina, cola, tesoura, garrafa pet e roteiro de questões no qual serão trabalhados com os estudantes.

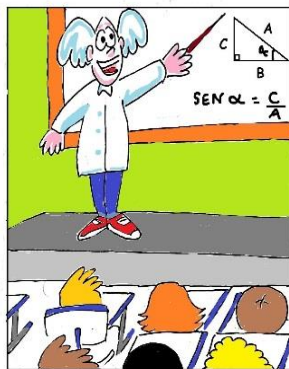
**Pré-requisitos:**

- Nenhum.

SEGUINDO EM FRENTE COM  
FÉ E ATENÇÃO



CONTINUO NA MISSÃO, CONTINUO POR  
VOCÊ E POR MIM



POR QUE QUANDO A CASA CAI  
NÃO DA PRA FRAQUEJAR



QUEM É GUERREIRO TÁ  
LIGADO QUE GUERREIRO É  
ASSIM



E UM DIA A GENTE APRENDE



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 39: Voto consciente

HOJE EU SEI REALMENTE O QUE  
FAZ A MINHA MENTE



EU VI O TEMPO PASSAR E POUCA COISA  
MUDAR



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 40: Voto consciente



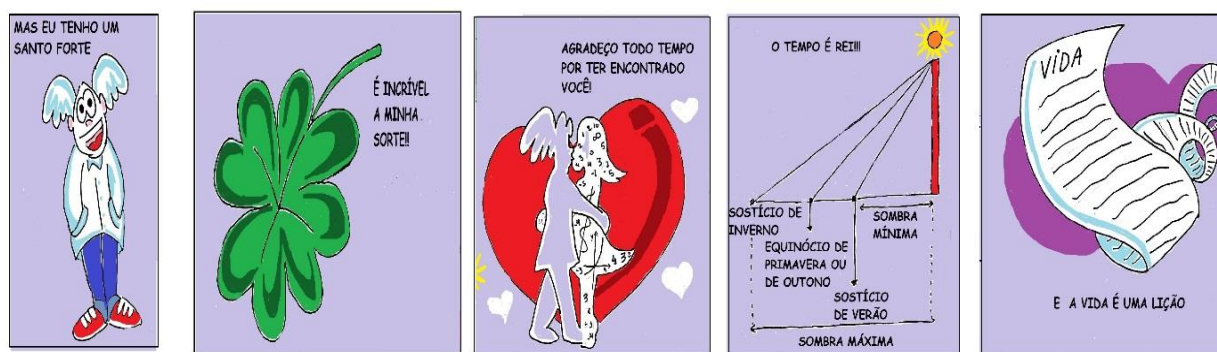
Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 41: Voto consciente



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 42: Voto consciente



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 43: Voto consciente



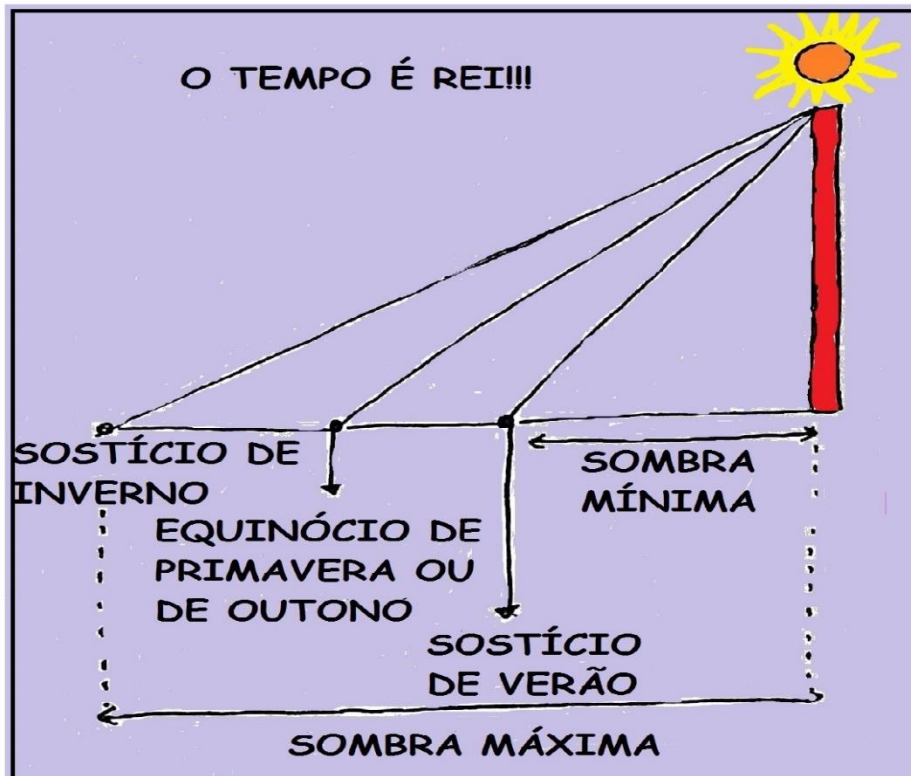
Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representadas pelas figuras 38 a 43, irá ligar a caixa de som e usará o pen drive com a música: O senhor do Tempo, de Charlie Brown Jr, para que eles ouçam e depois eles possam fazer a leitura da tira interpretando tanto as imagens como as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Que elementos temáticos aparecem na tira? Para você é importante votar consciente? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante o professor analisar dois quadros que parecem estar fora do seu tempo, pois utilizam a noção do tempo como a cronologia desenvolvida a partir da



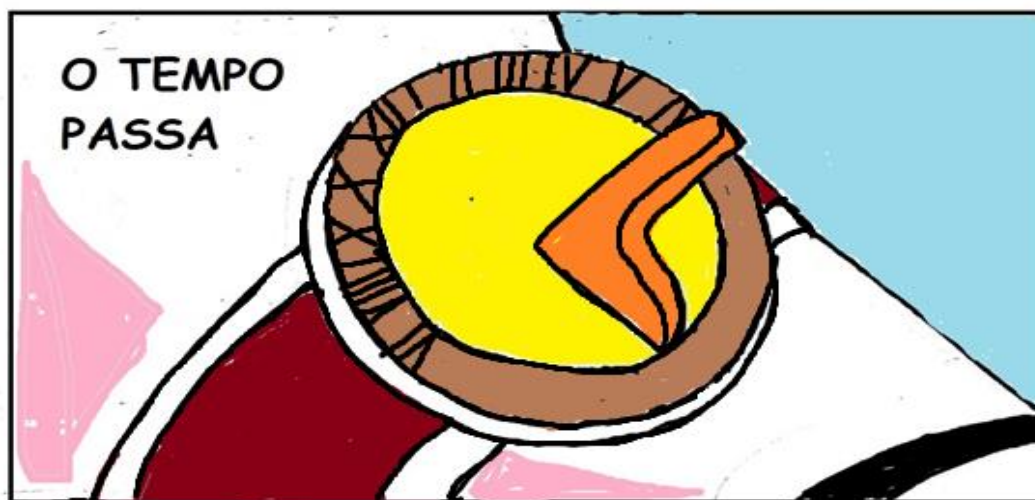
movimentação, o professor deve colocar em destaque e expor para os alunos de forma ampliada no quadro, veja as figuras 44 e 45:

Figura 44: Estações do Ano por meio das medições da sombra de uma estaca



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 45: Relógio de Sol



Fonte: Próprio Autor (2018)

A figura 44, mostra uma vareta fincada no chão, no qual a posição da sombra determina as posições que determinam especificamente cada estação do ano. Mas poderá ser explicada com uma nova tira, representada na figura 46, que ilustra Dreammer aproveitando as estações do ano, a posição da Terra é comparada a um pião por Alfredo segundo a sua movimentação.

Figura 46: Estações do ano



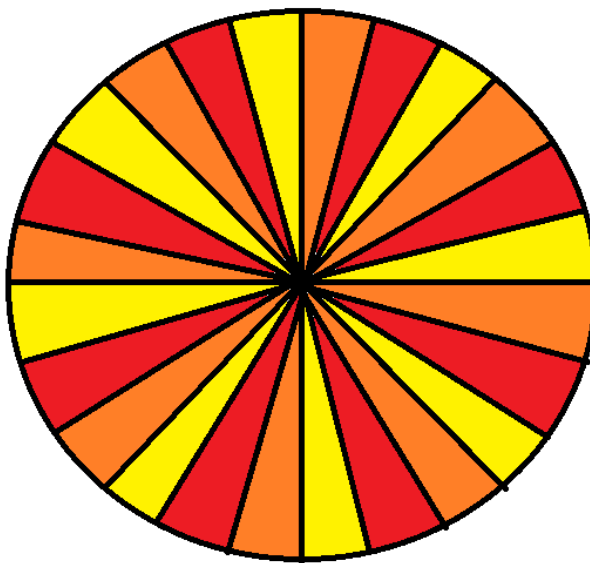
Fonte: Próprio Autor (2018)

A figura 45, proporcionará a prática que todos farão, a criação de um relógio de Sol usado por Dreammer para ver o tempo passar. A ideia é provocar uma inquietação no qual eles farão trabalhos na confecção de um relógio de Sol, de acordo com suas pesquisas que os alunos deverão fazer, a ideia que pesquisem e confeccionem relógios de Sol de diversos modelos e por fim haverá a socialização desses materiais além de compreender através de várias pesquisas como a inclinação da Terra pode definir as estações do ano .

### Proposta de como fazer um relógio de Sol

Inicialmente os alunos farão um círculo e dividirão em 24 setores, podemos ver na figura 47, o esquema montado e colorido. O professor deve prestar atenção o tamanho do raio que os estudantes devem adotar 2cm é o ideal.

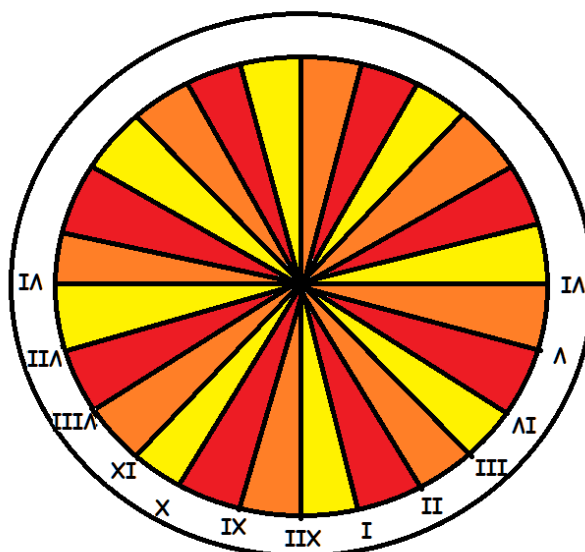
Figura 47: Partes do relógio de Sol



Fonte: Próprio Autor (2018)

Depois será feito os números, escolhemos a numeração romana, a ideia é que seja feita um círculo maior em uma cartolina e colar a menor, é importante que os números sejam dispostos da forma que se mostra na figura 48.

Figura 48: Partes do relógio de Sol



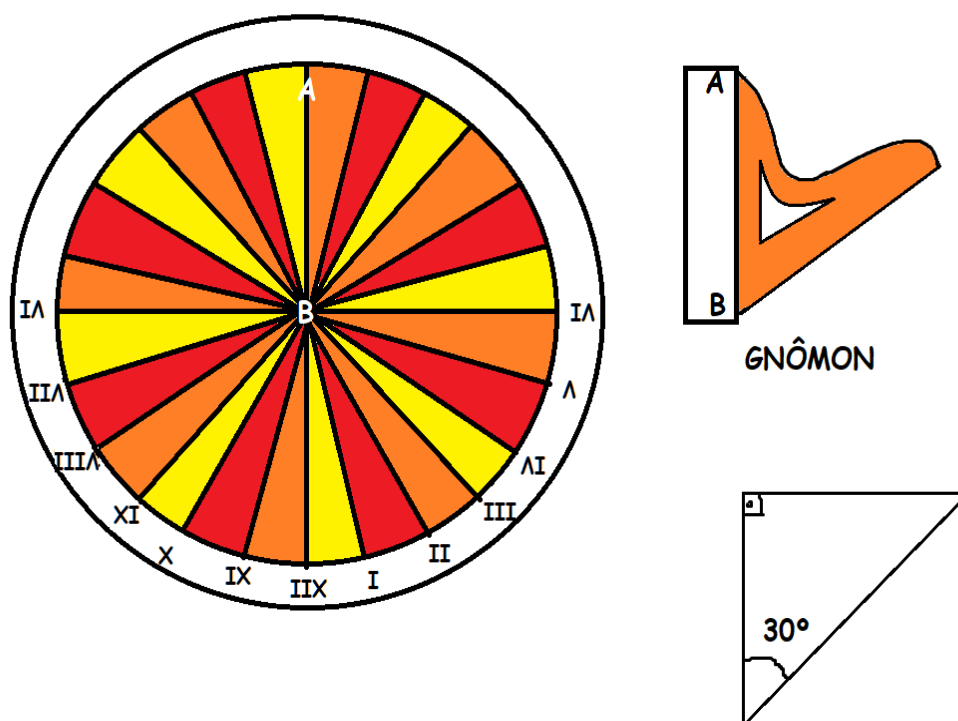
Fonte: Próprio Autor (2018)



Para fazer a haste, na figura 49, no qual marcará as horas de acordo com a projeção da sua sombra no relógio, adotamos um triângulo retângulo, de ângulos agudos  $30^\circ$  e  $60^\circ$ .

Veja o molde, que escolhemos, mas o estudante pode fazer diferente. O comprimento do segmento AB é igual ao raio do círculo feito. O retângulo branco feito é para efetuar a colagem, ficando um relógio similar ao da tira, no qual Dreammer o utiliza.

Figura 49: Criação do Gnômon



Fonte: Próprio Autor (2018)

A pulseira, representada na figura 50, poderá ser feita de garrafa pet, é um material fácil de manusear e não quebra facilmente.

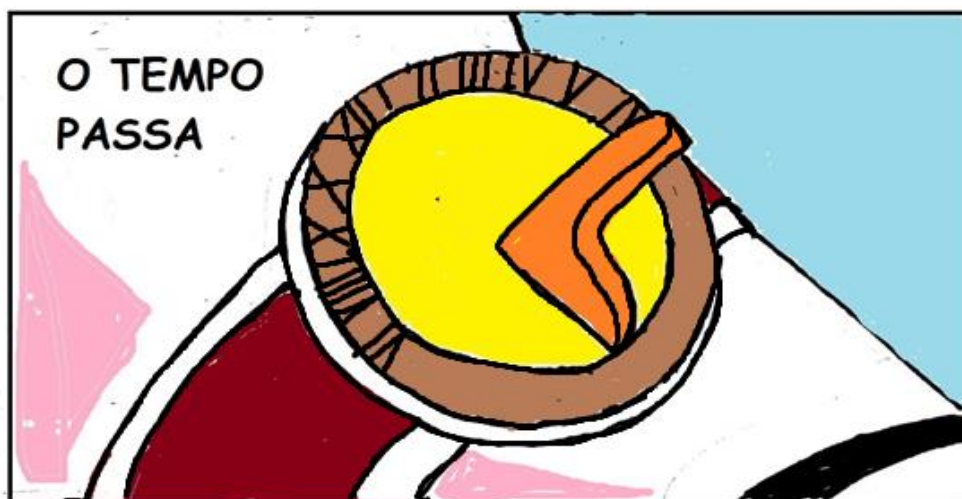
Figura 50: Pulseira



Fonte: Próprio Autor (2018)

Assim, efetuando a colagens das partes teremos o produto, o relógio de Sol, no qual Dreammer o usa para saber o horário.

Figura 51: Relógio de Sol



Fonte: Próprio Autor (2018)

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esperamos, com esse material didático, contribuir para o auxílio do trabalho dos professores, de forma que os também incentive a criar metodologias de ensino capazes de estimular a curiosidade e o interesse dos alunos pelo estudo da matemática. Para que isso ocorra, é necessário se apropriar das mídias e recursos didáticos que proporcionem a melhoria do aprendizado, estimulem, motivem os estudantes a refletirem, criticarem, discutindo, dando significado e relacionando seu aprendizado com suas vivências.

Concluimos que as HQs são um recurso didático-pedagógico de inúmeras potencialidades que contribuem para que a aula de Matemática possa ser dinâmica e motivadora, além fomentar a leitura, empreendendo discussões com certo rigor científico a partir de situações que envolvem elementos da vida diária que proporcionam a resolução de problemas; as experiências de pesquisas com as HQs mostram o êxito da utilização destes recursos para retenção e assimilação de saberes matemáticos, o que mostra que a utilização de imagens podem ajudar na aprendizagem, podendo prender a atenção por conter informações complementares ao texto verbal, o que mostra o potencial dos textos visuais na era de avanços tecnológicos no qual cercam em todos os contextos sociais; Neste contexto, as HQs devem ser lidas, selecionadas a partir da temática, desmistificando a ideia de qualquer HQ pode ser trabalhada em sala de aula, onde o professor fará com o que os estudantes leiam, interpretem a imagem relacionada com o texto verbal a fim de que eles possam resolver problemas, discutir sobre o conhecimento matemático aprendido e socializando seus achados com toda a sala de aula.

Para que o professor possa obter êxito em seus trabalhos com HQs, deve-se ter planejamento e tempo para seleção de um bom material; O docente ao confeccionar sua HQ deve tomar cuidado ao inserir o conhecimento matemático a fim de que não perca a atratividade do estudante pela sua leitura; O professor deve fomentar a criação de espaços na escola que estimulem a leitura de HQs, através de políticas públicas percebemos a inclusão de livros paradidáticos de literatura com adaptações quadrinizadas, assim o professor pode ler, compreender e incrementar suas práticas pedagógicas por meio de projetos; O não saber desenhar pode ser superado utilizando softwares para criação de HQs, ou o processo de colagem figuras que são estratégias que podem contornar este obstáculo; A importância do professor possa se sensibilizar, apropriar para que se possa utilizar diversas mídias potencializando o ensino e instigando os alunos ao aprendizado agregando um currículo cultural.

**Mais sugestões de tirinhas, visite-nos:**

- [https://instagram.com/trigonometria\\_tirinhas?igshid=vp18qefn8ocm](https://instagram.com/trigonometria_tirinhas?igshid=vp18qefn8ocm)
- <https://rrtirinhas.wixsite.com/meusite>