



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO CENTRO DE CIÊNCIAS**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**ROBERTO DA ROCHA MIRANDA**

**UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA A PARTIR DO USO DE**  
**QUADRINHOS COMO RECURSO DIDÁTICO**

**FORTALEZA-CE**

**2019**

ROBERTO DA ROCHA MIRANDA

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA A PARTIR DO USO DE  
QUADRINHOS COMO RECURSO DIDÁTICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática Área de Concentração: Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira

FORTALEZA

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

M645p      Miranda, Roberto da Rocha.

Uma proposta para o ensino de trigonometria a partir do uso de quadrinhos como recurso didático / Roberto da Rocha Miranda. – 2019.

133 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2019.  
Orientação: Prof. Dra. Ana Carolina Costa Pereira.

1. Tiras. 2. Ensino de Trigonometria. 3. Sequências Didáticas. I. Título.

CDD 372

---

ROBERTO DA ROCHA MIRANDA

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA A PARTIR DO USO DE  
QUADRINHOS COMO RECURSO DIDÁTICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática Área de Concentração: Matemática.

Aprovada em: 07/10/2019.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Ana Carolina Costa Pereira (Orientadora)

Universidade Estadual do Ceará – UECE

---

Prof. Dr. Raphael Alves Feitosa

Universidade Federal do Ceará – UFC

---

Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Ana Cláudia Mendonça Pinheiro

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará- IFCE

A Deus.

À minha família.

Aos meus pais Raimunda Rocha e Bruno Miranda.

Aos meus irmãos Silviane Rocha, Roberta Miranda e  
Bruno Miranda.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por guiar-me sempre em bons caminhos, proteger-me e fortalecer-me a cada dia.

À minha família, em especial aos meus pais Raimunda da Silva Rocha e Bruno da Rocha Miranda, que apesar das dificuldades enfrentadas, proporcionaram uma excelente educação e sempre acreditaram em meu potencial, apoiando e incentivando. Aos meus irmãos Silviane da Silva Rocha, Roberta da Rocha Miranda e Bruno da Rocha Miranda, pelo apoio e ajuda na construção desta pesquisa, motivando a não desistir no percurso por causa dos percalços e pelos aspectos negativos que se constitui o concílio da dupla jornada de estudo e trabalho.

À professora orientadora Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Carolina Costa Pereira (orientadora) por me auxiliar em todas as etapas da realização deste trabalho, pela paciência em compartilhar o conhecimento e pela dedicação.

Aos alunos da Escola Estadual de Ensino Médio Tenente Mario Lima, que serviram de incentivo para meu aperfeiçoamento profissional e pessoal.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, pela oportunidade de ampliação do meu conhecimento e melhoria como professor.

“A matemática é o alfabeto com o qual Deus  
escreveu o universo.”

Galileu Galilei

## RESUMO

Os docentes de Matemática, ao longo de sua formação e atuação, possuem dificuldades no trabalho do conteúdo de Trigonometria, portanto existe a necessidade de utilizar recursos didáticos que facilitem o ensino, possibilitem interações professor-aluno e que tornem a aula interessante e motivadora. Sendo assim, a pesquisa objetivou apontar caminhos para o ensino de trigonometria através do produto educacional com base em tirinhas para o ensino de Trigonometria. Utilizamos um estudo bibliográfico como base para construção de nossa discussão teórica e na elaboração de nosso objeto de aprendizagem. Foi criada uma história em quadrinhos no formato de tiras denominada “As aventuras de Dreamer no mundo trigonométrico”. As tirinhas, que foram confeccionadas à mão livre, são embasadas em assuntos trigonométricos relacionando o uso deste conhecimento à sua aplicabilidade no cotidiano. A partir das tirinhas, foram desenvolvidas sequências didáticas que explicam ao professor como eles podem utilizar este recurso didático em sala de aula. Foram confeccionadas duas sequências didáticas: Trigonometria no Triângulo Retângulo e a Trigonometria na Circunferência com oito atividades cada sequência. Assim identificamos os autores referências do ensino com quadrinhos que é possível metodologias diferentes para o aprendizado de Trigonometria. Conclui-se que esse material tem potenciais didáticos que ajudam o professor de Matemática a incrementar sua prática didática com situações que esclarecem questionamentos, trazem curiosidades, tornando as aulas ainda mais dinâmicas e o aluno participativo, crítico e reflexivo nas aulas, socializando seus achados e compreendendo a aplicação e resolução de problemas por meio da mobilização dos conhecimentos trigonométricos através das atividades desencadeadas pelas tiras confeccionadas.

**Palavras-chave:** Tiras. Ensino de Trigonometria. Sequências Didáticas.



## ABSTRACT

Mathematics teachers, throughout their training and performance, have difficulties in working on trigonometry content therefore there is a need to use didactic resources that facilitate teaching, enable teacher-student interactions and make the class interesting and motivating. As such, the research aimed to point out ways for teaching trigonometry through the educational product based on comics for teaching trigonometry. We use a bibliographic study as a basis for the construction of our theoretical discussion and the elaboration of our learning object. A comic called “The Adventures of Dreamer in the Trigonometric World” was created. The comics, which were made by hand free, are based on trigonometric subjects relating the use of this knowledge to the applicability in daily life. From the comics, didactic sequences were developed that explain to the teacher how they can use this didactic resource in the classroom. Two didactic sequences were made: Triangle Rectangle Trigonometry and Circumference Trigonometry with eight activities in each sequence. Thus, we identified the authors references of teaching with comics that it is possible different methodologies for learning trigonometry. In conclusion, this material has didactic potentials that help the mathematics teacher to increment his didactic practice with situations that clarify questions, bring curiosities, making the classes even more dynamic and the participative, critical and reflective students in the classes, socializing their findings and understanding the application and problem solving through the mobilization of trigonometric knowledge through the activities triggered by the comics.

**Keywords:** Comics. Trigonometry teaching. Teaching sequences.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – O início.....	16
Figura 2 – A ideia.....	24
Figura 3 – História em Quadrinhos para o ensino de Matemática utilizando softwares...	29
Figura 4 – História em Quadrinhos adaptadas para cegos.....	30
Figura 5 – HQ/Tirinha de Calvin e Haroldo.....	31
Figura 6 – Parte da HQ para o ensino de Trigonometria.....	32
Figura 7 – Homenagem ao professor.....	36
Figura 8 – Representação geométrica do seno e cosseno do ângulo de $60^\circ$ .....	38
Figura 9 – Tira.....	45
Figura 10 – Página Dominical.....	45
Figura 11 – Funzines.....	46
Figura 12 – Tipos de balões.....	48
Figura 13 – Onomatopeias dentro dos balões.....	49
Figura 14 – Onomatopeias fora dos balões.....	49
Figura 15 – Metáforas visuais.....	50
Figura 16 – Ausência de requadro para amplificar uma ação.....	51
Figura 17 – Ausência de requadro como ponto de exclamação emocional ou reticência	51
Figura 18 – Ausência de requadro que serve como porta de entrada para o leitor.....	52
Figura 19 – Requadro de deslocamento temporal.....	53
Figura 20 – Requadro onívero.....	53
Figura 21 – Requadro como metalinguagem.....	54
Figura 22 – Tirinha de Calvin e Haroldo.....	57
Figura 23 – Tirinha do Hagar.....	58
Figura 24 – Tirinha do Hagar com potencial didático para uma aula de trigonometria...	60
Figura 25 – Modelo matemático da tira.....	61
Figura 26 – Tirinha: o casamento que deu certo!.....	62
Figura 27 – Tirinha: Identidades trigonométricas.....	63
Figura 28 – Surva Siddhanta.....	64
Figura 29 – Dreammer apaixonado pela Lua.....	64
Figura 30 – Semelhanças de Triângulos Trigonometria.....	65

Figura 31 – Tirinha: O $\pi$ é igual a $180^\circ$ ou 3,14?.....	66
Figura 32 – Tirinha: Transformando um radiano em graus.....	66
Figura 33 – Dia de Sol.....	68
Figura 34 – Grades.....	71
Figura 35 – Colocação dos diálogos.....	72
Figura 36 – Rascunho.....	73
Figura 37 – Arte Final.....	74
Figura 38 – Pintura.....	75
Figura 39 – Definição de ângulos.....	78
Figura 40 – Tipos de ângulos.....	78
Figura 41 – Elementos de um triângulo retângulo.....	78
Figura 42 – Teorema .....	79
Figura 43 – Teorema de Pitágoras.....	80
Figura 44 – Aplicação do Teorema de Pitágoras.....	80
Figura 45 – Razões possíveis no triângulo retângulo.....	81
Figura 46 – Definição de seno de um ângulo agudo.....	81
Figura 47 – Definição de cosseno de um ângulo agudo.....	82
Figura 48 – Definição de tangente de um ângulo agudo.....	82
Figura 49 – Racionalizando o denominador da razão tangente de $30^\circ$ .....	83
Figura 50 – Ângulos Notáveis.....	85
Figura 51 – Seno, cosseno e tangente $45^\circ$ .....	86
Figura 52 – Seno, cosseno e tangente de $30^\circ$ e $60^\circ$ .....	86
Figura 53 – Exterminador da ignorância trigonométrica.....	88
Figura 54 – Tabela de Razões Trigonométricas.....	90
Figura 55 – Cálculo de distâncias inacessíveis.....	92
Figura 56 – Distância de Dreammer à Lua.....	94
Figura 57 – Cálculo da distância da Terra à Lua.....	94
Figura 58 – A Trigonometria por trás das rampas de acessibilidade.....	96
Figura 59 – $\pi$ (pi).....	98
Figura 60 – Comprimento da circunferência.....	98
Figura 61 – Pokémon Radianos.....	100
Figura 62 – Conversão de um radiano em graus.....	100
Figura 63 – Conversão de $\pi$ radianos para graus.....	101

Figura 64 – Relação Fundamental da Trigonometria.....	103
Figura 65 – Identidades Trigonométricas.....	105
Figura 66 – Identidades Trigonométricas.....	105
Figura 67 – Tangente.....	106
Figura 68 – Quadrantes onde o seno e cosseno são positivos.....	108
Figura 69 – Representação geométrica do seno e do cosseno de $60^\circ$ .....	109
Figura 70 – Arco simétrico a $60^\circ$ no II quadrante.....	109
Figura 71 – Arco simétrico a $60^\circ$ no II quadrante é $120^\circ$ .....	110
Figura 72 – O seno $120^\circ$ encontrado na construção geométrica.....	111
Figura 73 – Arcos simétricos a $60^\circ$ na circunferência trigonométrica.....	112
Figura 74 – Arcos Congruentes.....	113
Figura 75 – Voto consciente.....	114
Figura 76 – Voto consciente.....	115
Figura 77 – Voto consciente.....	115
Figura 78 – Voto consciente.....	115
Figura 79 – Voto consciente.....	116
Figura 80 – Voto consciente.....	116
Figura 81 – Estações do Ano por meio das medições da sombra de uma estaca.....	117
Figura 82 – Relógio do Sol.....	117
Figura 83 – Estações do ano.....	118
Figura 84 – Partes do relógio de Sol.....	119
Figura 85 – Partes do relógio de Sol.....	119
Figura 86 – Criação do Gnômon.....	120
Figura 87 – Pulseira.....	120
Figura 88 – Relógio de Sol.....	121

## LISTA DE QUADRO

QUADRO 1– Dificuldades no ensino de Trigonometria que podem ser superadas com recurso didático pedagógico das HQs.....	43
--	----

## LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CMYK	Sistema de cores: Cian, Magenta, Yellow e Black
EaD	Educação a Distância
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FDR	Fundação Demócrito Rocha
GPEHM	Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática
HQs	Histórias em Quadrinhos
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
OBEDUC	Observatório da Educação
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNBE	Programa Nacional Biblioteca na Escola
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SPAECE	Sistema Permanente de Avaliação Básica do Ceará
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UANE	Universidade Aberta do Nordeste
UECE	Universidade Estadual do Ceará

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>A IDEIA: AS POSSIBILIDADES E OS DESAFIOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM O USO DE HISTÓRIAS QUADRINHOS.....</b>	<b>24</b>
<b>2.1</b>	<b>O porquê de utilizar as Histórias em Quadrinhos para o ensino de Matemática.....</b>	<b>25</b>
<b>2.2</b>	<b>Projetos com o uso de HQs para o ensino de Matemática na escola.....</b>	<b>34</b>
<b>3</b>	<b>DESAFIO: PRINCIPAIS DIFICULDADES E RECURSOS PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA.....</b>	<b>36</b>
<b>3.1</b>	<b>Dificuldades no ensino de Trigonometria.....</b>	<b>37</b>
<b>3.2</b>	<b>Recursos didáticos para o ensino de Trigonometria.....</b>	<b>39</b>
<b>3.3</b>	<b>Principais formatos e componentes de uma HQ.....</b>	<b>44</b>
<b>3.4</b>	<b>Conceituando e classificando as tirinhas.....</b>	<b>55</b>
<b>4</b>	<b>O SOL: RESULTADO.....</b>	<b>68</b>
<b>4.1</b>	<b>Confeccionando HQs no formato de tirinhas.....</b>	<b>69</b>
<b>4.2</b>	<b>Classificação segundo os conhecimentos trigonométricos das tiras.....</b>	<b>75</b>
<b>4.3</b>	<b>Propondo atividades didáticas com tiras para o ensino de Trigonometria.....</b>	<b>76</b>
<b>4.4</b>	<b>Sequência Didática 1: Trigonometria no triângulo retângulo.....</b>	<b>77</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>122</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>127</b>

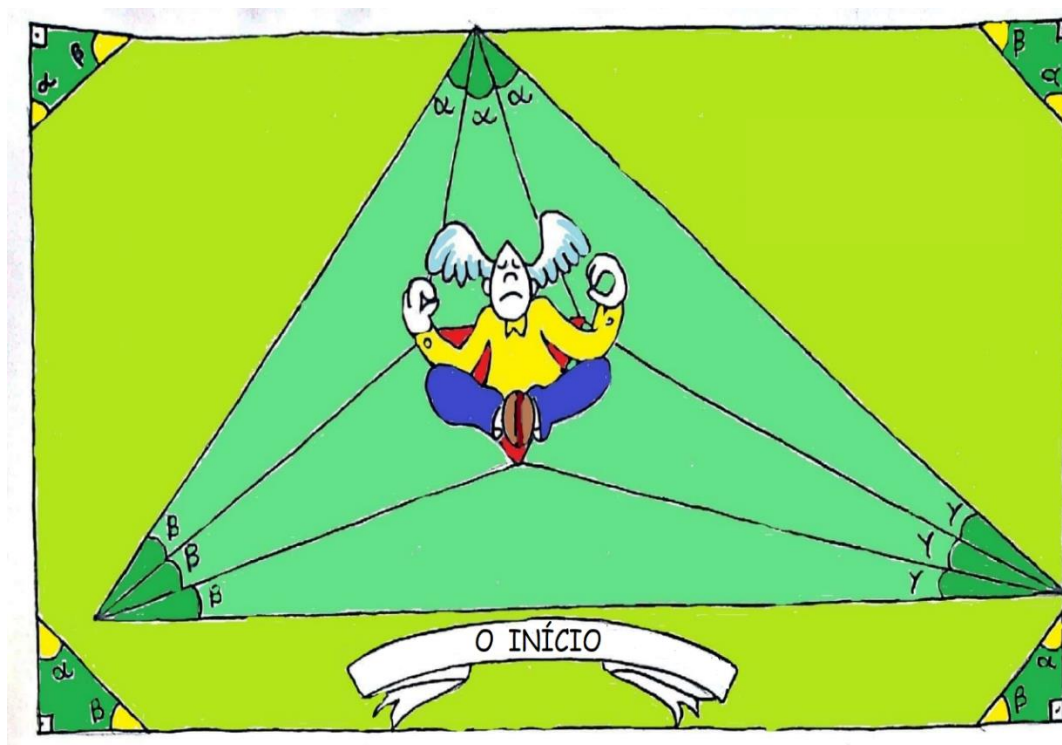
## 1 INTRODUÇÃO

Ao longo da história, analisamos que o ensino da matemática tem sido um grande desafio para a educação do país. Identificamos que crianças e jovens não gostam ou não entendem a matemática que é ensinada. Além de não compreender a utilização desses conteúdos que devem ser aprendidos. Dessa forma, os professores são desafiados a contornar essa situação buscando estudar novas técnicas de ensino para superar os obstáculos que impedem o processo de aprendizado por parte do aluno.

O objetivo desse estudo é buscar novas técnicas a serem utilizadas para despertar o interesse dos alunos pelo ensino da matemática. Com esse intuito, percebemos por meio de histórias em quadrinhos uma forma de chamar a atenção dos alunos para aprendizagem de um importante estudo da matemática, a trigonometria.

Nessa perspectiva de trabalhar a trigonometria aliada a histórias em quadrinhos, iniciamos, na Figura 1, o personagem Dreammer, que significa sonhador tradução do inglês para o português nos mostra equilíbrio, centralidade e calma dentro da realidade que se encontra o ensino de Trigonometria, buscando compreender e achar possibilidades que minimizem falhas que contornem o problema.

Figura 1- O início



Fonte: próprio autor.



O professor de Matemática deve proporcionar aos seus alunos o desenvolvimento de um raciocínio lógico, o estímulo do pensamento independente, a criatividade, a capacidade de interpretar e resolver problemas, além de procurar meios que motivem o aprendizado, o desenvolvimento da autoconfiança, a organização, a concentração, a atenção, o raciocínio lógico-dedutivo, o cooperativismo, desenvolvendo o processo de socialização e interações dos alunos - alunos, aluno-professor, aluno - conteúdo (GROENWALD E TIMM, 2006).

A experiência em salas de aula do Ensino Médio permite perceber o quanto os estudantes possuem dificuldades em assimilar e compreender aplicações da Matemática, em especial do conteúdo de Trigonometria, e associar esse conhecimento às suas vivências. No intuito de mudança o professor deve buscar práticas e abordagens diferentes de um mesmo assunto a fim de contornar essa situação.

Os alunos começam a estudar Trigonometria no 1º ano do Ensino Médio como último conteúdo do livro de Matemática, que frisa a trigonometria no triângulo retângulo, e dá continuidade no início 2º ano do Ensino Médio com a trigonometria na circunferência. Essa quebra cronológica pode ser prejudicial, sendo necessário que o professor busque recapitular aquele assunto no 2º ano do Ensino Médio para que os alunos compreendam a trigonometria na circunferência a partir dos conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo.

A trigonometria, vocábulo de origem grega que significa *trigōnon* (triângulo) e *metron* (medida), é o ramo da matemática interdisciplinar que nasceu a partir das necessidades práticas de efetuar medições. Iniciou-se com medições indiretas de objetos distantes, como morros, pirâmides ou pontes e posteriormente extrapolou-se o alcance, possibilitando a determinação das posições relativas de estrelas, que foi essencial para guiar embarcações nas navegações, além de melhorar a precisão dos calendários e as estações do ano. Nos dias de hoje, a trigonometria continua sendo fundamental para o progresso da Astronomia, Engenharia, Medicina, Agricultura, Física e entre outras (DANTE, 2013).

O processo de aprendizagem em trigonometria se constitui um desafio pedagógico, pois os alunos possuem resultados insatisfatórios e tendem a ter aversão pelo conteúdo, o que configura a origem do bloqueio desses alunos, tornando um obstáculo para assimilar novos saberes por meio do trabalho desenvolvido pelo docente (VAZQUEZ, 2010).

Segundo Frota (2010), para que o aluno possua êxito no aprendizado de saberes trigonométricos é necessário que ele consiga correlacionar seus conhecimentos prévios e os novos conhecimentos de forma gradual e sistêmica, assim ele terá que transitar desde conhecimentos básicos de semelhança de triângulo, definição de pi, Teorema de Pitágoras, as razões trigonométricas de um ângulo agudo até suas interpretações sobre o ciclo trigonométrico.

Compreendendo que o conhecimento dos conteúdos de trigonometria deve ser trabalhado de forma integrada, assim noções básicas aprendidas no Ensino Fundamental são revisadas e ampliadas no Ensino Médio, utilizando novas formas de abordagens e representação.

Com o intuito de contornar essa realidade, pesquisadores buscam solucionar, por meio de novas metodologias e recursos didático-pedagógicos, os problemas no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de Trigonometria, destacando-se: história da matemática, jogos, recursos tecnológicos como softwares, apps, práticas desenvolvidas em sala de aula e Histórias em Quadrinhos (HQs).

Dos recursos didáticos apresentados, optou-se pelas Histórias em Quadrinhos no formato de tiras, por serem histórias curtas, de leitura simples, que se podem trabalhar uma maior quantidade de assuntos, ser um material de baixo custo e facilmente utilizada em exercícios, além de discussões em diferentes temáticas na sala de aula.

De acordo com Ramos (2009), quadrinhos seriam um grande rótulo, um hipergênero, que agregaria diferentes outros gêneros, cada um com suas peculiaridades. Nesse sentido, o termo história em quadrinhos abrigaria os gêneros como charges, cartuns, tiras, graphic novels e os outros modos de produção que existem ou que venham a surgir. Além disso, é um gênero muito utilizado em vestibulares, concursos e no ENEM.

Conforme com Carvalho (2017), novos estudos sobre quadrinhos relacionados a educação tem mostrado que eles estão sendo utilizados em diferentes áreas, como geografia, história, matemática etc. O que não o limita, portanto, a língua portuguesa, podendo ser trabalhado de forma interdisciplinar. Desse modo, existem diferentes modos de utilizar as histórias em quadrinhos para proporcionar a aprendizagem. Cabe ao professor, de forma criativa, definir os objetivos didáticos.

Inicialmente, a ideia dessa pesquisa começou enquanto o pesquisador era aluno do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará – UECE, em Fortaleza, e, posteriormente, como professor de Matemática do Ensino Médio na rede pública do estado do Ceará-CE.

Dentre as experiências vivenciadas na universidade como estudante de graduação, destacou-se a oportunidade de participar de alguns cursos de extensão elaborados pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM). Nesses cursos, discutia-se o Quadrinho como recurso didático nas aulas de Matemática, em que muitas atividades eram voltadas às práticas docentes visando à melhoria na formação, seja ela inicial ou continuada. Assim, o licenciando era acompanhado por um professor experiente e organizador das atividades do curso, favorecendo a ampliação de experiências e aprendizagens.

As vivências nesses cursos foram provocativas possibilitando a formação de novos olhares e a construção de saberes ligados à docência, visto que se experimentaram novas metodologias voltadas para o contexto escolar e suas interfaces, visualizando como utilizar essas ferramentas a fim de contornar desafios presentes no magistério. A partir da participação nesses cursos, exalta-se o desejo de estudar e compreender as questões ligadas ao campo educacional.

Houve a participação no curso de extensão intitulado “Curso de Quadrinhos em sala de aula: estratégias e aplicações”, no qual o recurso de Quadrinhos em sala de aula é explorado de maneira aprofundada e permite que o exercício do magistério seja continuamente aprimorado. O curso foi elaborado pela Universidade Aberta do Nordeste (UANE), da Fundação Demócrito Rocha (FDR) em parceria com a Prefeitura Municipal de Fortaleza, com carga horária de 160 h/a, na modalidade de Educação a Distância (EaD), gratuito e aberto para todo o país para profissionais da educação, quadrinistas e pesquisadores. Esse curso nos fez compreender e fomentar a ampliação de conhecimentos dos principais elementos da linguagem, particularidades e recursos dos quadrinhos, podendo explorar adequadamente as suas possibilidades, introduzindo-os na prática didática, enriquecendo, inovando, dinamizando e otimizando o processo de ensino e aprendizagem.

As HQs podem democratizar o acesso a conteúdo que, por meios comuns, não seriam atraentes nem conquistariam outros públicos com menos fluência leitora, além de estimular o raciocínio crítico, a criatividade e a imaginação. Nesse sentido, os esforços neste estudo se voltam para confeccionar tiras para o ensino de trigonometria a fim de que possam colaborar, organizar e planejar os assuntos trigonométricos para que o professor possa utilizar esse recurso, apropriando e articulando o conhecimento matemático com as vivências dos estudantes da educação básica.

Dentre os estudos identificamos destacaram-se 4 (quatro) trabalhos que estão direcionados à temática da pesquisa. Eles foram encontrados no banco de teses e dissertações da Capes e em artigos no Google Acadêmico. A pesquisa foi realizada no período de agosto de 2017 a maio de 2019, observando principalmente o referencial teórico, a metodologia e os resultados alcançados pelas pesquisas.

Utilizamos como palavra-chave “quadrinhos”, “ensino de matemática” Martins e Pereira (2013), que trata do uso de tirinhas na disciplina de Matemática do Ensino Médio. Com o intuito de facilitar os conceitos, métodos e técnicas aprendidos em sala de aula, eles utilizaram as Histórias em Quadrinhos (tirinhas) atrelados aos conteúdos de análise combinatória e probabilidade, tendo como campo de estudo durante dois anos letivos seis turmas do 2º Ano do Ensino Médio, sendo três cada ano, totalizando 100 alunos em cada ano. O estudo mostra a

importância da utilização dessa ferramenta para a Matemática e que através dos seus bons resultados se justifica a escolha deste recurso didático-pedagógico neste trabalho. Foi mostrado o processo de criação das tirinhas por estudantes, os quais participaram de uma oficina de quadrinhos que por sua vez ensinava as noções básicas: construção dos quadros, enredo e perspectivas de confecção de HQ/tirinhas. Assim, os estudantes produziram narrativas quadrinizadas explicitando suas dificuldades e resolução de problemas do conteúdo em questão por meio de tiras, proporcionando uma melhoria significativa no desempenho e domínio de Análise Combinatória e Probabilidade.

Diferente da pesquisa anteriormente citada, o foco deste trabalho é o professor, tendo como visão corrigir, recapitular, planejar aulas e exercícios por meio de tiras voltadas para o ensino de trigonometria, proporcionando ao docente uma melhor abordagem dos assuntos trigonométricos alinhada de forma contextualizada a vivência dos estudantes.

O trabalho é o de Alcântara (2014), que trata de uma pesquisa bibliográfica que utiliza como referencial teórico a ideia de cultura defendida pelos Estudos Culturais Britânicos, da Universidade de Birmingham, que se preocuparam com produtos da cultura popular e média, expressando os sentidos que vêm adquirindo a cultura contemporânea. Além disso, utiliza os trabalhos desenvolvidos por Vergueiro (2006), Moya (1994), Eisner (2001), McCloud (1995) e Cirne (1990) a fim de compreender as histórias em quadrinhos e suas potencialidades na educação.

As HQs são um veículo de comunicação de massa de grande potencial didático-pedagógico, dotadas de um currículo cultural que permite a reflexão sobre valores, atitudes e riqueza histórico-cultural, promovendo a valorização da cultura nacional e local.

Cavalcante (2014) teve como objetivo compreender o sentido atribuído às Histórias em Quadrinhos, entendidas como mais um recurso metodológico que possibilite o trabalho pedagógico por docentes da matemática durante um curso de formação. A pesquisa fez parte de um projeto de pesquisa vinculado ao programa Observatório da Educação (OBEDUC – Núcleo Goiânia), um grupo que tem como foco o estudo de textos e elaboração de atividades que corroborem com as ideias da Teoria Histórico Cultural. Os dados coletados durante o curso possibilitaram o estabelecimento de três categorias de análise que expressam preocupações relativas às concepções sobre as habilidades necessárias para se construir uma HQ, à forma como o conhecimento matemático é tratado nas HQs e como organizar atividades de ensino que façam uso das HQs. A partir da análise dessas três unidades, puderam-se compreender melhor os sentidos que os professores atribuem às HQs. Percebeu-se ao longo desta investigação a importância de oferecer cursos de formação, oportunizando ao professor conhecimento,

sensibilização, apropriação e prática de produção de ferramentas pedagógicas.

Outro estudo relevante é a Silva (2017), que tem o intuito de compreender as HQs em contexto matemático para o ensino de triângulos à luz da teoria dos registros de representação semiótica. Nesse sentido, foi elaborado um produto educacional embasado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval, com foco o ensino de triângulos e aplicado com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. A autora utilizou questionários, aplicados a professores e alunos, a observação do participante e, ainda, as produções escritas dos alunos como instrumentos para coleta de dados. Dentre as conclusões, é discutido que as HQs na pesquisa estabelecem um diálogo entre a Matemática e a língua materna e favorece o desenvolvimento de práticas de leitura, escrita e fala nas aulas de Geometria, em particular no ensino de triângulos.

Por fim, Vasconcelos e Carvalho (2018), que investiga a utilização das histórias em quadrinhos (HQ) para o ensino de Trigonometria no triângulo retângulo, sobre o qual foi confeccionada uma HQ associada a uma proposta de sequência didática. Esse estudo sinaliza que é possível promover esse recurso didático como um material com potencialidades significativas para a construção do conceito de trigonometria, além de ser adequadamente didático aos processos de ensino e aprendizagem deste conteúdo.

É importante que este estudo trabalha com HQ no formato de revista em quadrinhos e que seu foco é voltado para o ensino de trigonometria no triângulo retângulo, diferente desta pesquisa, que usa o formato de tirinhas por serem histórias curtas e que pode contemplar diversos assuntos, facilmente aplicáveis nas sequências didáticas, além de conter a trigonometria do triângulo retângulo, também possui assuntos relacionados com a trigonometria na circunferência, tudo organizado de forma sequencial por nível de dificuldade dos assuntos, tornando um material rico que servirá como guia para implementação das aulas de Trigonometria.

Além das 4 (quatro) pesquisas supracitadas, outros 5 (cinco) estudos sobre a mesma temática contribuíram para a construção desta pesquisa: Ballares (2019), Sousa (2015), Souza (2015), Cavalcante (2014) e Silva (2010). Desta forma estes estudos ampararam o conhecimento das HQs, ensino de Matemática além de suas dificuldades e possibilidades.

Nessa direção, delimitou-se como objeto de investigação os contributos da quadrinização para o ensino de trigonometria no Ensino Médio. Este trabalho tem como pergunta diretriz: De que maneira as tirinhas podem ser utilizadas como recurso didático nas aulas de Trigonometria?

O estudo teve como objetivo geral conhecer o uso das HQs no ensino de

Trigonometria elaborar um produto educacional com base em tirinhas para o ensino da trigonometria a fim de diminuir as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. Para alcançar esse objetivo, foram estabelecidos alguns objetivos específicos: Identificar características e potencialidades do uso de HQs para o ensino de conceitos matemáticos; Conhecer o uso de HQs para o ensino de Trigonometria; Descrever sequências didáticas para o ensino de Trigonometria com o uso de HQs.

A metodologia de pesquisa bibliográfica, a revisão da literatura narrativa ou tradicional apresenta uma temática mais aberta; dificilmente parte de uma questão específica bem definida, não exigindo um protocolo rígido para sua confecção; a busca das fontes não é pré-determinada e específica, sendo frequentemente menos abrangente. A seleção dos artigos é arbitrária, provendo o autor de informações sujeitas a viés de seleção, com grande interferência da percepção subjetiva.

No banco de teses e dissertações da capes e no Google Acadêmico, foi realizada uma pesquisa por meio de palavras-chaves: recurso didático para trigonometria, quadrinhos para o ensino, dificuldades no ensino de Trigonometria nortearam esta pesquisa por meio dos achados, foram onze dissertações e uma tese que proporcionaram a escolha de recurso didático-pedagógico adequado às dificuldades pertinentes ao ensino de Trigonometria para confeccionar tiras e sequências didáticas que servirão como propostas para melhoria do ensino deste conteúdo, conforme será apresentada no próximo tópico a confecção das tiras.

No qual nos ajudou a compreender um pouco sobre as metodologias utilizadas hoje com a utilização das histórias em quadrinhos em sala de aula e adequar alguns métodos para criação de nossas sequências didáticas.

Nosso estudo se utiliza de alguns elementos que caracterizam a evolução da pesquisa. Na dissertação dividimos em seções que foram intituladas com palavras chaves que sintetiza de forma simplista a nossa caminhada no processo de pesquisa.  $\alpha$  é nossa primeira seção, que configura como a primeira letra do alfabeto grego, que seria o início de nossa investigação. A ideia seria nossa segunda seção que será o caminho que iremos seguir por meio seletivo. O desafio é a terceira seção que mostra que obstáculos enfrentamos e enfrentaremos diante da nossa problemática. A mudança seria nossa quarta seção que mostra como devemos seguir para que nossos objetivos sejam alcançados. O sol por fim seria uma forma de contornar o problema, projetando luz a novas pesquisas

Dessa forma, este trabalho é composto por cinco capítulos. A primeira seção,  $\alpha$  (o início), é a introdução, em que foi apresentada uma breve explanação do problema no contexto do ensino de trigonometria, mostrando os principais desafios e dificuldades e, assim, justificam-

se as tiras como recurso potencializador para o ensino matemática e trigonometria à luz de pesquisas encontradas nos portais acadêmicos.

A segunda seção, a ideia, irá investigar sobre o uso das HQs utilizadas para o ensino de Matemática, verificando as potencialidades e dificuldades da implementação deste recurso didático em sala de aula, com intenção de produzir um produto que explore de forma coerente o uso deste recurso destinado para o ensino de conhecimentos matemáticos para o público do Ensino Médio.

A terceira seção, desafio, irá expor as principais dificuldades pertinentes ao ensino de trigonometria e mostrar os principais recursos didáticos utilizados hoje enfatizando suas potencialidades e desvantagens, justificando a escolha das HQs em nesta pesquisa. Assim, o professor pode compreender que suas dificuldades podem ser superadas através da utilização deste recurso didático-pedagógico em suas aulas.

A quarta seção, a mudança, tem como objetivo mostrar os principais formatos de HQs, seus elementos (recordatórios, balões, onomatopeias, metáforas visuais, linhas cinéticas e entre outras) para que os professores possam se alfabetizar quadrinisticamente, além de poder justificar a escolha das tiras como produto educacional, salientando que foram utilizadas dentro de sequências didáticas. É de fundamental importância compreender sua definição, classificação, gêneros e suas aplicações na Matemática para que se possa nortear o desenvolvimento das sequências.

A quinta seção, o sol, abordará os resultados, que compõe a confecção das tiras e da descrição das propostas didáticas para o ensino de trigonometria.

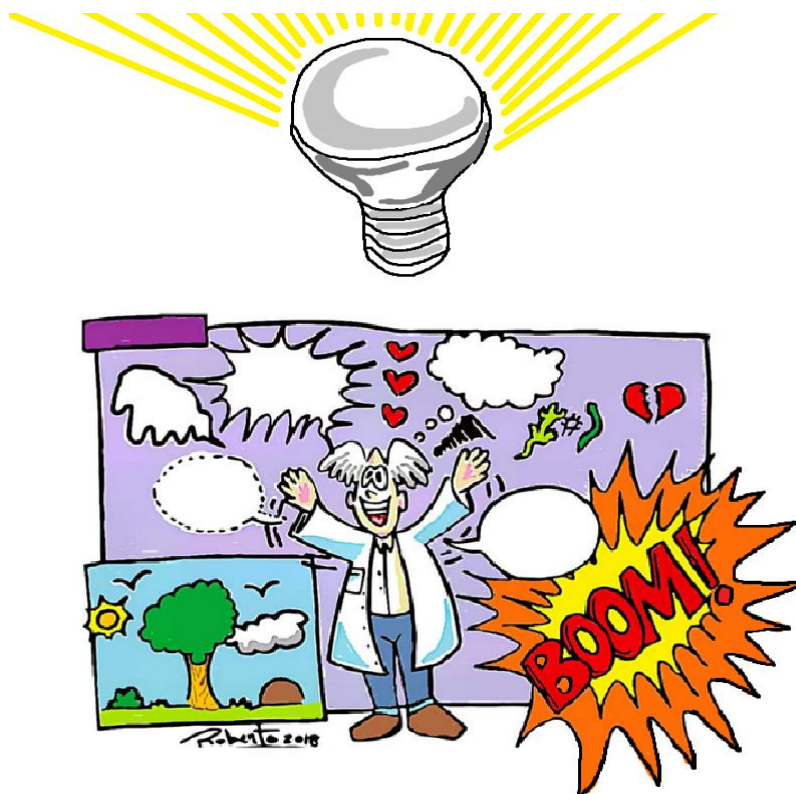
Nas considerações finais serão discutidos os resultados da pesquisa, bem como apontando caminhos possíveis para novas perspectivas de estudo. Espera-se que este recurso didático possa contribuir nas aulas de trigonometria e na formação dos professores de Matemática, despertando neles o interesse em criar tiras para outros conhecimentos matemáticos.

Espera-se também que o produto educacional possa servir de apoio para que o professor que possui um tempo corrido possa dispor de um material que oportunize diversas aplicações, seja na construção de questões contextualizadas, discussões, aprimoramento da leitura dos estudantes e entre outras, no qual terá autonomia de escolher em qual o momento irá aplicar essa sequência, como também explorar este recurso para que os alunos possam construir o conhecimento matemático no intuito de resolver problemas e relacionar o seu aprendizado com suas vivências.

## 2 A IDEIA: AS POSSIBILIDADES E OS DESAFIOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM O USO DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS

A ideia (Figura-2) vem para iluminar o caminho de Dreammer em sua jornada revelada por meio de sua investigação o que faz abrir caminhos e buscar novas possibilidades, enfrentando desafios na implementação das Histórias em Quadrinhos como recurso didático pedagógico para o ensino de Matemática e assim traçar novas perspectivas assim encarando futuramente novos desafios.

Figura 2 - A ideia



Fonte: próprio autor.

A ideia, irá investigar sobre o uso das HQs utilizadas para o ensino de Matemática, verificando as potencialidades e dificuldades da implementação deste recurso didático em sala de aula, com intenção de produzir um produto que explore de forma coerente o uso deste recurso destinado para o ensino de conhecimentos matemáticos para o público do Ensino Médio.



Esta seção tem como objetivo mostrar as principais potencialidades das HQs como recurso didático-pedagógico, assim como algumas práticas desenvolvidas em pesquisas, recomendações e projetos que podem ser implementados na escola.

Esta seção contribui para percebermos que as HQs devem ser apropriadas como recurso pedagógico que mobiliza a construção de diversos saberes: a leitura, o trabalho em equipe, a criatividade, a criticidade e a reflexão. Para que isso aconteça, o professor deve planejar sua aula incluindo as HQs para alcançar os objetivos descritos no plano de aula, explorando de forma adequada e desfrutando de suas potencialidades.

## **2.1 O porquê de utilizar as Histórias em Quadrinhos para o ensino de Matemática**

Segundo Vergueiro (2009), as Histórias em Quadrinhos possuem grandes potenciais educativos. Os alunos já gostam de ler HQs. A junção de palavras e imagens ensinam de forma mais efetiva, existe alto nível de informações presentes nas HQs, as possibilidades de comunicação são ampliadas por meio da familiaridade com as HQs, auxiliam no desenvolvimento da leitura, enriquecem o vocabulário dos estudantes, o caráter elíptico da linguagem quadrinhística obriga o leitor a pensar e imaginar, têm caráter globalizador, podem ser utilizados em qualquer nível escolar e com qualquer temática. Segundo Cirne (2000), as HQs são um recurso didático-pedagógico que reflete as ideias de uma sociedade em uma determinada época, além de possuir mensagens que podem informar, seduzir, divertir e persuadir.

Estudando elementos que corroboram para a utilização das histórias em quadrinhos em meio educacional, Silva (2010, p. 38) argumenta que:

A facilidade de acesso, aliada ao fato de tratar-se de uma leitura interessante, envolvente, questionadora, instigante, justifica o emprego de quadrinhos para mediar o ensino escolar, permitindo empreender discussões com certo rigor científico, a partir de elementos da vida diária.

As Histórias em Quadrinhos se popularizaram entre diferentes públicos, desde crianças, jovens e até mesmo adultos. Isso mostra que esse recurso didático foi naturalmente ganhando leitores por sua abordagem atrativa e motivadora, o que não representa uma invasão ou imposição de um material estranho a realidade por eles vivenciada.

Brandão (2018) enfatiza que dentre os potenciais do uso das HQs para o ensino está o fortalecimento do efeito mnemônico, técnica que facilita o processo de memorização nos alunos. As características imagéticas podem servir de suporte para promoção na mente dos estudantes de uma melhor assimilação e fixação do conteúdo.

De acordo com o mesmo autor, as HQs são uma forma de arte que promovem a interação e a criatividade.

Vergueiro (2009) mostra que desde 2006 existe um incentivo de inserir as Histórias em Quadrinhos na área do ensino. Assim, a partir de políticas públicas foram incluídos, na lista do Programa Nacional Biblioteca na Escola (PNBE), diferentes produções, adaptações de clássicos literários que são distribuídos nas escolas do ensino fundamental e médio de todo país.

O PNBE, do Ministério da Educação -MEC, abre espaço para o desenvolvimento de práticas voltadas à leitura no ambiente escolar, incorporando as HQs e jornais através de projetos educacionais de docentes e discentes (BRASIL, 1997).

O professor, mesmo tendo acesso ao acervo de HQs nas bibliotecas das escolas que lecionam, ainda possui obstáculos que devem ser superados: “dificuldade dos docentes em trabalhar com os acervos, falta de formação para transformar as obras em práticas pedagógicas e falta de tempo para os professores realizarem a própria leitura dos materiais” (VERGUEIRO, 2009). Além disso, o autor enfatiza que a dependência do professor ao livro didático como seu único e principal apoio para uso em sala de aula prejudica no desenvolvimento de novas práticas pedagógicas.

Nos documentos que tratam A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) enquadram as HQs como “formas contemporâneas de linguagem enquanto recurso didático-pedagógico”.

De acordo com Carvalho (2006), a utilização de HQs de forma planejada como ferramenta didática ou atividade multidisciplinar pode, mesmo que não seja frequente, aproximar alunos e professores e promover melhor performance na sala de aula.

Além de ser um material relativamente barato, de fácil manuseio, seu processo de criação é simples, o que permite que o professor de Matemática possa confeccionar HQs nas suas aulas, através de poucos recursos, como folhas de papel em branco, lápis, caneta, lápis de cor e canetinhas. Assim, o aluno terá como socializar discutindo e trocando ideias sobre suas produções.

O sucesso das práticas didáticas com o uso das HQs não está nelas em si, mas nos agentes do processo educativo: docente e aluno. Nesse âmbito, o professor deve utilizar sua criatividade para adequar o uso das HQs no ensino de Matemática. A criatividade está relacionada

à sua identificação, entusiasmo, motivação com a utilização do material didático com linguagem rica que irá auxiliar na construção de práticas didáticas.

Os professores devem não apenas se apropriar das HQs, mas também de outros tipos de mídias, tais como televisão, jornais, livros, revistas, vídeos, cinema, teatro, música, *internet* dentre outros, a fim de elaborar práticas educativas exitosas para o ensino (ALCÂNTARA, 2018).

Com a utilização dessas mídias pode-se proporcionar aos estudantes melhor autonomia, compromisso, motivação com a aula, além de estimular a criatividade em meio ao processo pedagógico (VIDAL, MAIA E SANTOS, 2002). A ideia de construção de conhecimento através de mídias nos revela a importância de um novo currículo específico para cada uma delas, segundo Alcântara (2014, p. 5-6) enfatiza:

Cada mídia possui um currículo específico, que denominamos Currículo Cultural, que possui a capacidade de ir além do caráter de lazer e entretenimento, transmitindo uma forma de ser, sentir, viver e se comportar no mundo. A proposta de currículo aqui empregada compreende todo o conhecimento, pois que compõe um sistema de significado cultural, o que abre a possibilidade para que possamos perceber quais instâncias culturais, como museus, cinema, televisão, histórias em quadrinhos, músicas, shows, entre outros, são capazes de formar identidade, subjetividade e produzir conhecimento.

Nesse âmbito, deve-se pensar no impacto desses recursos na escola, mostrando sua importância e instigar uma formação continuada para os professores a fim de que dominem essas ferramentas para melhoria do seu processo didático-pedagógico e no processo de ensinar e aprender dos seus estudantes, utilizando suas potencialidades de forma adequada para atender objetivos propostos em sala de aula.

Will Eisner (1999) corrobora com a visão de que as HQs podem ser uma excelente opção no auxílio das práticas pedagógicas e no processo de intervenção didática, basta que o professor se familiarize com esta linguagem e tente inseri-la em suas aulas.

Para Vergueiro (2009), compreender bem e utilizar o recurso como apoio ao seu fazer pedagógico pode contornar esses obstáculos. Para isso, o professor deve ter um comprometimento criativo com o uso de HQs no ensino, ajudando os alunos a interpretar as ideias presentes nas imagens e textos o que pode ampliar o horizonte educativo desse recurso, além de consolidar saberes.

É preciso desmistificar a ideia que a maioria dos professores tem de que a HQ é um recurso limitado e que não pode ser proposto para o ensino de Matemática. Segundo Alcântara (2018), ainda há ideias preconceituosas de que os quadrinhos são uma sub leitura ou uma arte

menor que atrapalha o aprendizado dos alunos, porém vários educadores e pesquisadores mostram o quanto as HQs podem ser consideradas um eficiente recurso didático.

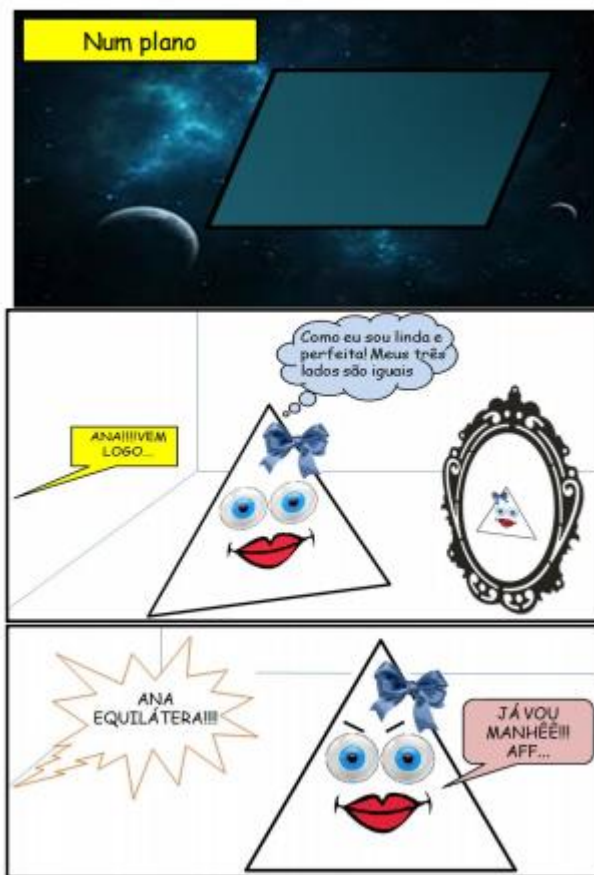
De acordo com Cavalcante (2014) e sua prática, o que nos chamou atenção foi a utilização de *softwares* didáticos para o desenvolvimento de HQs, o que envolve tanto professores como estudantes na confecção dos quadrinhos, suprimindo a dificuldade em desenhar.

Além disso, a pesquisa também aponta o dever que o professor tem em selecionar o material de HQs de forma adequada e que torne viável na busca de atingir o objetivo proposto para aula, fugindo do pensamento de que qualquer HQ pode ser trabalhada em sala de aula. Outro ponto importante é que no processo de construção de Histórias em Quadrinhos para o ensino se faz necessário o trabalho de um bom roteiro, personagens e definição de um contexto, no qual o conhecimento matemático pode ser utilizado.

Deve-se criar uma narrativa leve e que não exponha, explicitamente, o conhecimento matemático, a fim de que o estudante possa se empenhar em descobrir esses conhecimentos com os questionamentos proporcionados pelo professor, criando um ambiente de discussões e reflexão.

Vergueiro (2018) alerta que as HQs com conteúdos específicos podem ser confeccionadas, porém são necessários alguns cuidados para que o recurso das HQs não se torne uma ferramenta carregada de conteúdo, assim como um livro didático, desmotivando o leitor a seguir com sua leitura e inviabilizando as potencialidades deste recurso no processo educativo.

Figura 3 - História em Quadrinho para o ensino de Matemática utilizando softwares



Fonte: Cavalcante (2014, p. 173)

A figura 3 mostra um enxerto da HQ que o autor confeccionou com o *software* didático *Hagaquê* para ensinar geometria. É importante frisar que existem vários *softwares* educacionais voltados para criação de HQs, como o *Pixton* e *Toondoo*.

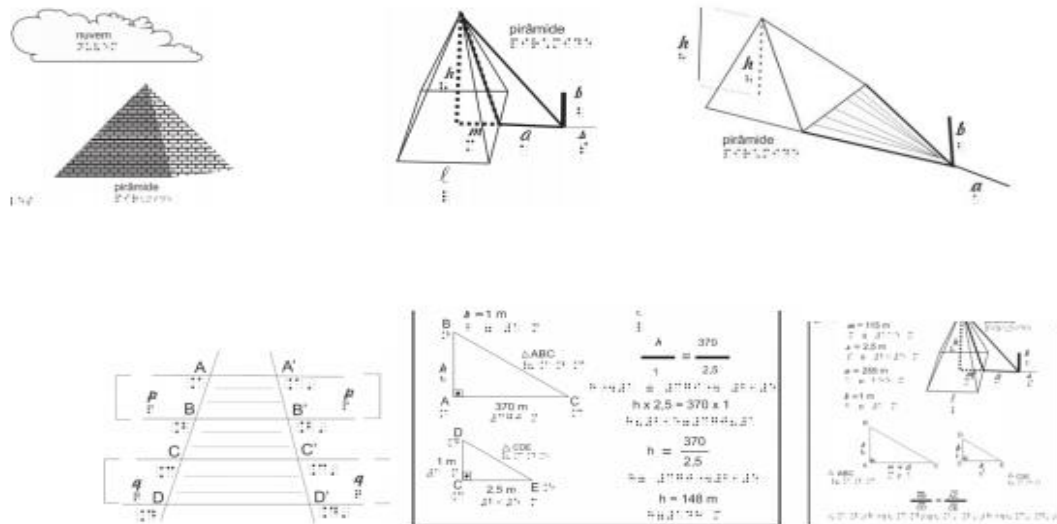
O professor deverá realizar um planejamento e, antes de aplicar qualquer prática com os alunos nos laboratórios de informática, conhecer um pouco sobre o *software* a ser utilizado na aula, objetivando guiar os alunos no desenvolvimento das etapas e, por fim, socializar as produções com a turma.

Outro trabalho interessante foi elaborado por Silva (2010), cujo objetivo foi o processo de construção e análise de adaptação de uma História em Quadrinhos sobre Matemática voltada para cegos e videntes, o que mostra a importância da acessibilidade ao material que possui adaptações para que as limitações dos leitores com deficiência ou de perda total da visão possam compreender a mensagem de uma HQ de cunho educativo.

A HQ construída pela pesquisa possui 76 páginas impressas em um papel A4 (140g)

adequado para escrita e leitura manual do sistema *Braille* e adaptada em relevo. Para as adaptações foram utilizadas uma máquina de escrever em *Braille* e uma carretilha de costura a fim de garantir uma leitura pelo tato e a ajuda de um jovem cego (SILVA, 2010).

Figura 4 - Histórias em Quadrinhos adaptadas para cegos



Fonte: Silva (2010, p. 130)

A figura 4 mostra parte da HQ construída para o ensino de Teorema de Tales, semelhança de triângulos e suas adaptações em *Braille* para alunos que possuem deficiência ou perda total da visão. A partir das experiências sobre a utilização dos quadrinhos por professores de Matemática que norteia práticas didáticas para que aqueles alunos que apresentam resistência à matéria em virtude das dificuldades trazidas pela abordagem dos conteúdos, a pesquisa de quadrinhos pelas mídias pode ser inserida como forma atrativa nas aulas.

Um formato bastante comum de HQ que pode ser utilizada facilmente em práticas pedagógicas são as tirinhas. Como existem autores que relacionam matemática na elaboração de suas histórias, o professor pode utilizar essas obras em várias situações e momentos de acordo com sua finalidade.

Pode-se observar a utilização da tira de Calvin e Haroldo, representada na figura 5, que pode ser usada para ensino de conteúdos básicos de Matemática. Percebe-se que as questões não abordam muito sobre os componentes da narrativa, como o conteúdo da tirinha e a interpretação da imagem articulada com o texto. Isso pode comprometer ou até mesmo empobrecer a maneira de abordagem deste recurso para sala de aula, embora não seja errado,

tudo dependerá dos objetivos pretendidos pelo professor para a execução da sua aula.

Figura 5 - HQ/Tirinha de Calvin e Haroldo



Fonte: Paraná (2016, p. 29)

As perguntas são de ordem matemática:

De acordo com a informação contida na História, são 7 livros de 127 páginas.

- Quantas páginas há ao todo nos 7 livros?
- Suponha que em cada página há 4 tirinhas, quantas serão as tirinhas nos 7 livros?
- Se os personagens foram criados em 1985, quantos anos têm esses personagens?

Na tirinha mencionada, as perguntas confeccionadas visam muito mais à Matemática do que a história que a tira mostra, portanto o professor deve dosar entre perguntas de conhecimento matemático e perguntas sobre a tira, e o aluno interpretará a palavra/imagem, alfabetizando-o e levando-o a instigar a novas leituras de quadrinhos.

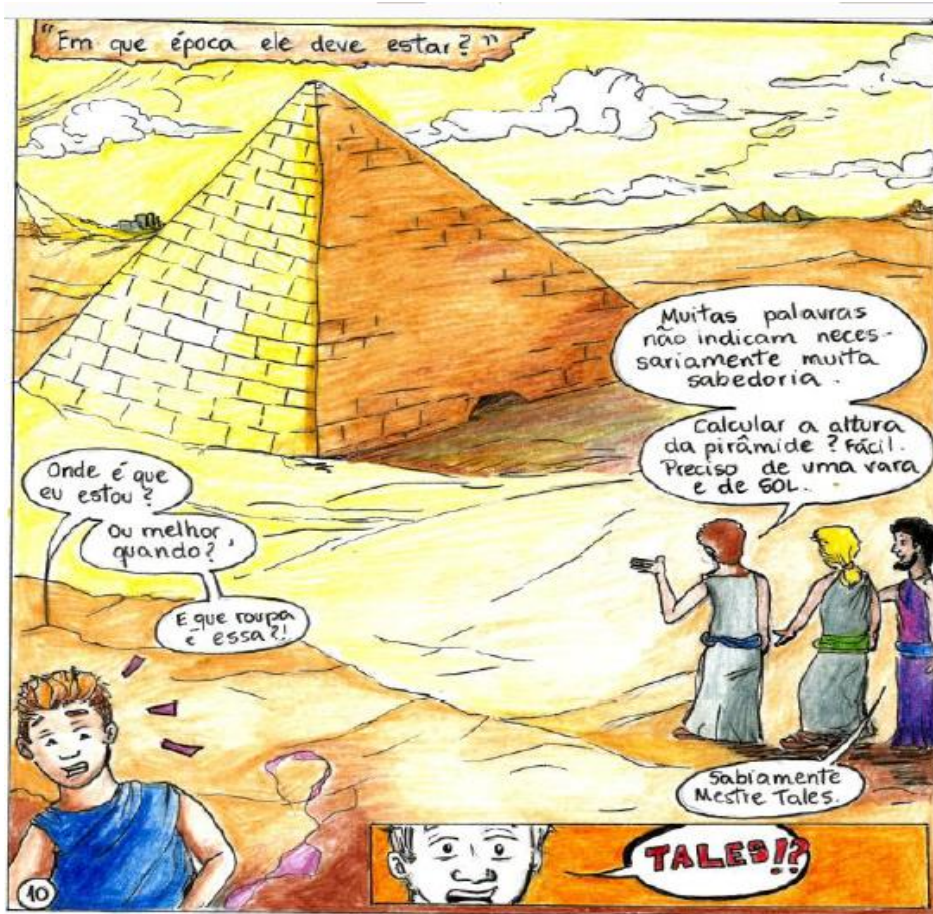
Nesse mesmo contexto, Carvalho (2006) exemplifica alguns conteúdos da Matemática que podem ser explorados na leitura das Histórias em Quadrinhos e destaca: ângulos, figuras geométricas, perspectivas, que costumam estar nos quadrinhos ou nos desenhos.

Quadrinhos publicados pela mídia nem sempre vão contemplar assuntos matemáticos variados, cabendo ao professor saber selecionar seu material e direcioná-lo a uma prática didática que proporcione um momento de aprendizado ao aluno. É importante que o professor torne as aulas mais compreensivas, habituando e auxiliando os estudantes à interpretação dos fatos que

estão nas entrelinhas deste recurso pedagógico.

Outra prática foi proposta pelo trabalho de Vasconcelos e Carvalho (2018), que investiga o uso das HQs para o ensino de trigonometria no triângulo retângulo. Assim foi confeccionada uma HQ associada a uma sequência didática. Os resultados satisfatórios demonstram um recurso potencialmente didático, além de apresentar critérios que comprovam a sua adequação didática no processo de ensino e aprendizagem da trigonometria.

Figura 6: parte da HQ para o ensino de Trigonometria.



Fonte: próprio autor.

Feita à mão livre, a figura 6 exemplifica de maneira sucinta como o conhecimento trigonométrico pode ser trabalhado em uma HQ. Foi utilizado o recurso de viagem no tempo onde o personagem se depara com um matemático da antiguidade chamado Tales de Mileto, um dos precursores do conhecimento trigonométrico. A ideia da pesquisa é que o estudante possa compreender e resolver problemas a partir da leitura completa da HQ direcionada para o estudo da Trigonometria no triângulo retângulo.



Para compreendermos a abordagem atrativa das HQs, é necessário seguir alguns procedimentos. O professor deve propor discussões explanando os conceitos, como também sugerir atividades relacionadas com a narrativa, assim o estudante será instigado e motivado a aprender. Esses procedimentos não devem ser consolidados como uma regra, mas como uma proposta de utilização das HQs nas aulas de Matemática (PEREIRA, 2014).

De acordo com Pereira (2014), várias possibilidades de utilização de tiras para o ensino de Matemática podem ser criadas. O primeiro procedimento é o contato com o material. Nesse momento, a HQ será entregue para os alunos, que farão sua primeira leitura identificando os elementos da narrativa (personagem, cenário, falas e recordatório, entre outros). O segundo procedimento são as discussões do conteúdo matemático da HQ, onde serão trabalhados questionamentos preparados pelo professor a serem posteriormente respondidos pela turma.

Algumas perguntas de forma geral podem ser utilizadas, tais como: Qual o conteúdo matemático está inserido na HQ que foi apresentada? O desenvolvimento de outras perguntas deve surgir a fim de atender aos interesses que o professor tem para que possa atingir os objetivos da aula. Como na HQ existem várias abordagens, personagens históricos e situações problemas, tudo pode ser frisado pelo professor para que os alunos possam entender o conceito e possa aplicá-lo para resolução de problemas.

O terceiro procedimento é resolver situações-problemas a partir das discussões, para formalizar o conhecimento matemático, direcionando o estudante a resolver vários problemas a partir da HQ (PEREIRA, 2014.).

Por fim, o quarto procedimento é a criação de uma HQ/tirinha, para que o aluno possa criar sua própria tira a partir de um texto motivador (geralmente possui o conteúdo que o professor pretende que ele aprenda). O aluno deve conhecer como se constrói uma tira, inserindo um conceito matemático e finalizando com as publicações feitas pela turma. O professor constrói um *fanzine* com a reunião de todas as produções elaboradas (tirinhas) pela turma. Assim, ele pode adaptar e utilizar essa proposta e direcionar suas atividades para cumprir os objetivos do seu plano de aula.

Para que isso aconteça, a aula deve ser planejada e, assim, será bem executada. Uma boa organização e seleção de HQs podem tornar o recurso dos quadrinhos em sala de aula, principalmente nas aulas de Matemática, potencialmente didático em que os professores se apropriam e os utilizam de maneira eficaz e dosada. Dentre a riqueza de assuntos matemáticos que podem ser trabalhados nas HQs, o próximo tópico disponibilizará alguns projetos que podem ser desenvolvidos nas escolas.

## 2.2 Projetos com o uso de HQs para o ensino de Matemática na escola

Neste tópico, serão abordadas três ideias de projetos que podem ser desenvolvidos na escola. É fundamental que estas propostas possam ser adaptadas de acordo com a realidade da comunidade escolar ou mesmo criar novas estratégias para potencializar o fazer pedagógico com os quadrinhos.

Inicialmente, temos o projeto HQ-Matemática no qual sugere que o professor transforme sua sala de aula em uma sala de leitura, a partir de um tema que pode ser escolhido democraticamente pelos alunos. O professor mobiliza a turma a partir do assunto escolhido e, assim, os alunos possam trazer revistas em quadrinhos com diversos formatos seja: em casa, biblioteca, amigos até mesmo através da *internet*.

O professor orienta os estudantes a interpretar as imagens/palavras para que compreendam as relações entre o tema escolhido e a história usada. Depois das leituras realizadas, o professor pode estimular os alunos a confeccionar HQs com problemas, situações diárias que podem usar este conteúdo, sempre socializando as produções dos estudantes por meio de apresentações (seminários, teatro) ou poderá criar alguns momentos de discussão, reflexão e explicar algumas dificuldades pertinentes na realização do trabalho.

O segundo projeto HQ-Curiosidades Matemáticas tem o objetivo de conhecer curiosidades matemáticas e quadrinizá-las. O professor deve trazer textos que tenham curiosidades sobre determinado conteúdo e o desafio é que os alunos façam HQs que tragam esse conteúdo dentro nas suas narrativas. Para obter resultados satisfatórios, o professor, em sala, deve expor exemplos construídos. Ao final, os alunos sintetizam os aprendizados em uma amostra das HQs confeccionadas que serão divulgadas na escola por meio de um jornal, redes sociais, *sites* e/ou *blogs*.

Por fim temos o terceiro projeto Gibiteca, que consta na construção de uma gibiteca. Esse projeto consiste em promover a arrecadação de HQs dos mais diferentes formatos pela comunidade escolar a fim de ampliar o acervo de quadrinhos na biblioteca.

Segundo Alcântara (2018), a introdução de uma gibiteca estimulará os alunos a procurarem quadrinhos para realização de atividades escolares, colaborando para a formação de leitores críticos e criativos.

A divulgação desse projeto Gibiteca na escola se faz necessária, pois ao criarmos um ambiente favorável que possua quadrinhos de diferentes formatos, estamos contribuindo indiretamente para que o professor se sensibilize e aceite este recurso didático como um dos apoios de potencial educativo para suas aulas.

Esses projetos citados podem ser facilmente implementados na escola no qual será naturalizado o contato dos estudantes com a leitura de histórias em quadrinho, como também o desenvolvimento de oficinas de criação que fomentam tanto a criatividade, a prática do desenho, criação de histórias , interpretação da imagem com o texto além de aprender de forma lúdica conhecimentos básicos de Matemática ou qualquer outra disciplina.

### 3 DESAFIO: PRINCIPAIS DIFICULDADES E RECURSOS PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA

No percurso existem surpresas, Dreammer se depara com o desafio, como o professor de matemática de hoje enfrenta as dificuldades dos alunos em compreender, assimilar e aplicar os conceitos trigonométricos, mas para isso é necessário preparo, recursos, planejamento, o tempo hábil, driblando tudo que impede que isso ocorra o professor encara essas barreiras e luta como um herói (Figura 7) que muitas não valorizado revela seu poder em transformar o mundo do seus alunos.

Figura 7 - Homenagem ao professor



Fonte: próprio autor

Nesta seção, serão enfatizadas as principais dificuldades enfrentadas pelos professores e alunos no processo de ensino de trigonometria no Ensino Médio, além de mostrar

metodologias e recursos utilizados que proporcionam melhorias nesse âmbito, contornando esses obstáculos.

### 3.1 Dificuldades no ensino de Trigonometria

A Trigonometria é um dos ramos da Matemática que nasceu das necessidades práticas de medição. Inicialmente proporcionando a medição indireta de objetos distantes, como morros, pirâmides, pontes e castelos. Depois, extrapolando seu alcance e possibilitando determinar posições relativas dos astros, o que melhorou na precisão de calendários, estações e as cartas náuticas no qual guiavam os navegantes em suas embarcações para que não se perdessem em mar aberto (DANTE, 2013).

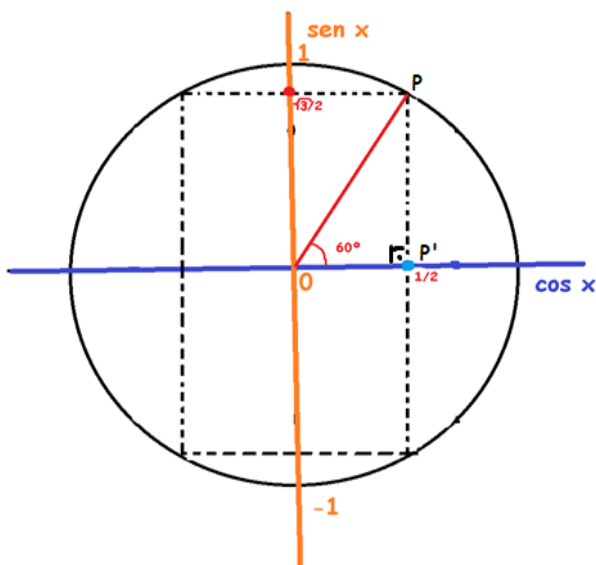
Segundo Pereira e Rêgo (2011), a trigonometria é um dos ramos mais antigos da Matemática e é até os dias de hoje fundamental para diversas áreas da ciência, como a Astronomia, a Engenharia, a Medicina, a Agricultura e a Física. Para esses autores, mesmo com diversas aplicações o ensino dessa disciplina ainda continua sem significado para o aluno.

Ribeiro (2011) enfatiza que o ensino de Trigonometria deve ser bem apresentado, com clareza, objetividade e planejamento, tornando-a acessível para o desenvolvimento e a construção dos saberes trigonométricos.

Quintaneiro (2010) acrescenta que existe uma desarticulação das ideias dos docentes sobre os assuntos de Trigonometria no triângulo retângulo, Trigonometria no círculo, gráfico de funções trigonométricas e por fim as definições formalizadas das noções fundamentais da trigonometria.

A ideia é que o professor possa utilizar elementos básicos aprendidos na trigonometria no triângulo retângulo para a trigonometria na circunferência. Um exemplo bastante comum que não é explorado pelo professor é a representação geométrica do seno e cosseno de um ângulo agudo na circunferência, representada na figura 8.

Figura 8 - Representação geométrica do seno e cosseno do ângulo de  $60^\circ$



Fonte: próprio autor

É de fundamental importância que o professor mostre a relação que existe entre os dois assuntos. Ao examinarmos a figura 4, podemos observar o triângulo retângulo  $OP'P$ , o seno  $60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , que seria a altura desse triângulo, enquanto a base do triângulo será o cosseno, onde  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ , porque a circunferência possui raio igual a 1 unidade de medida.

De acordo com Silva (2009), os professores possuem dificuldade em ministrar aulas sobre Trigonometria, pois ainda utilizam o livro didático como único recurso, destacando que os professores devem procurar outros meios e recursos didáticos para que haja uma ligação dos assuntos trigonométricos com a vivência dos estudantes.

Não apenas procurar um recurso, mas se familiarizar, compreender, apropriar-se para que o docente possa promover aulas diferenciadas e motivadoras. Assim, o próximo capítulo mostrará algumas metodologias e recursos que podem ser utilizados no ensino de Trigonometria.

### 3.2 Recursos didáticos para o ensino de Trigonometria

Apresentaremos os principais recursos didáticos utilizados na Trigonometria e a partir deles compreender, assim como justificar a escolha da História em Quadrinhos como nosso recurso didático que sobressai dentre os citados, no qual se utilizou para a criação de uma proposta pedagógica no qual o professor de Matemática possa utilizar nas suas aulas de Trigonometria.

A História da Matemática pode ser utilizada como recurso ao tratar o conteúdo de Trigonometria de maneira contextualizada, propõe-se um aproveitamento máximo das relações existentes entre os conteúdos trigonométricos e o contexto pessoal ou social do aluno, proporcionando uma significação ao que se aprende.

A contextualização auxilia a desenvolver no aluno a capacidade de relacionar o aprendido com o observado e a teoria com suas consequências e aplicações práticas, articulando a Matemática com os temas atuais da ciência e da tecnologia, bem como fazer conexões dentro da própria Matemática (DANTE, 2013).

O autor enfatiza que a História da Matemática é uma ferramenta de contextualização que enfoca a evolução e as crises pelas quais os conhecimentos matemáticos passaram ao longo da história.

De acordo com Oliveira (2009), dentre as potencialidades do uso da História da Matemática para o ensino de trigonometria, destacam-se algumas: construção e evolução dos conhecimentos trigonométricos ao longo da história; as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que impulsionaram o desenvolvimento das ideias trigonométricas; as conexões que existem entre a trigonometria e a filosofia, trigonometria e a religião e trigonometria e a lógica; a curiosidade que leva à generalização e extensão de ideias e teorias; as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto trigonométrico, os quais mudam e se desenvolvem com o tempo; a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.

Uma das principais dificuldades ao estudo da História da Trigonometria é o trabalho de encontrar documentos históricos ou instrumentos, conhecer o período histórico em que ele está inserido, sua aplicação e criar práticas pedagógicas viáveis para ensinar conhecimentos trigonométricos, fazendo uma transposição didática, o que torna a funcionalidade do documento e instrumentos para outros fins diferentes do que era destinado a serem aplicados, sem contar com as traduções e o tempo de confecção de instrumentos com materiais mais acessíveis, mas que não comprometa a sua funcionalidade.

Outro recurso é a tecnologia que está cada vez mais presente no cotidiano e o seu uso

é essencial. No ambiente escolar, esses recursos tecnológicos aos poucos estão ganhando espaço, seja nos laboratórios de informática ou nos *smartphones* para o ensino de Trigonometria, esses recursos possuem suas vantagens e desvantagens que se destacam, segundo algumas pesquisas, suas potencialidades e limitações dentre as vantagens, segundo Fernandes (2010), os recursos tecnológicos mobilizam conhecimentos trigonométricos, permitem que o aluno possua facilidade na construção e resoluções de problemas, embora se destaque que a falta de formação dos professores seja um dos maiores obstáculos para a implementação desse recurso a práticas pedagógicas em sala de aula.

De acordo com Lopes (2010), esses recursos permitem uma exploração visual de figuras, como triângulos, circunferências e gráficos, que não é possível com construções tradicionais com régua e compasso, dependendo do recurso poderá também facilitar na construção de figuras, podendo alterar ou não e sempre mantendo as características de construção, aumenta o poder de argumentação do estudante através do seu uso, proporciona testar diversas formas e representações com os entes trigonométricos, a facilidade e familiarização dos estudantes com estes recursos tornam-se rápidos devido sua cultura digital, no qual é constante o uso de equipamentos eletrônicos.

Lopes (2010) mostra que uma das desvantagens é a necessidade de laboratórios de informática bem estruturados, tanto quanto a quantidade de equipamentos disponíveis, bem como a existência de verbas para sua manutenção, além da necessidade de cursos de atualização para que os professores se familiarizem com os diferentes tipos de softwares, aplicativos disponíveis na Matemática que podem se trabalhar assuntos trigonométricos, que sejam acessíveis e gratuitos ou baratos.

Neto (2010) mostra que os recursos tecnológicos ajudam na manipulação de objetos abstratos, permitem realizar várias tarefas ao mesmo tempo, aumenta a dinamicidade de diferentes registros de representação semiótica. Dentre as dificuldades enfatizadas pelo autor, destaca-se o envolvimento dos estudantes na execução das atividades, pois eles precisam observar todos os detalhes disponíveis para resolver problemas. É necessário um bom suporte técnico e frisar algumas ideias errôneas que os aplicativos ou softwares transpassam para que o estudante não reproduza esse erro.

Podemos utilizar também os jogos educativos como recurso pedagógico que muitos professores de Matemática utilizam são os jogos, em uma tentativa de aproximar o conhecimento trigonométrico e o aluno. De acordo com Huizinga (1971), o jogo constitui uma atividade lúdica exercida de acordo com o tempo e espaço definidos por meio de regras consentidas pelos jogadores, onde as mesmas são obrigatórias no qual visam um determinado fim, motivando a



competição, alegria e motivação.

Segundo Grandó (2000), nas aulas de Trigonometria os jogos tem a função de: fixar conceitos, introduzir conceitos, mostrar estratégias de resolução de problemas, tomar decisões e avaliá-las, significação para conceitos incompreensíveis, propicia a interdisciplinaridade, a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento, a socialização por meio do trabalho em equipe, motivação para os alunos, resgata a criatividade, o senso crítico, a observação das várias formas de uso da linguagem trigonométrica, útil para se trabalhar com alunos de diferentes níveis, permitem ao professor identificar, diagnosticar erros frequentes de aprendizagem, as atitudes e os déficits dos alunos.

Grandó (2000) enfatiza que os jogos também possuem uma série de desvantagens, no qual se destaca a sua má utilização, podendo torná-lo apenas um atrativo em sala de aula, em que os alunos jogam apenas pela diversão, sem saber por que jogam.

O tempo é um fator importante para a utilização dos jogos didáticos em sala de aula, pois quando não se planeja direito sua execução, o professor pode extrapolar o tempo hábil da aplicação e comprometer o ensino de novos conteúdos importantes para os alunos. Outro fator que deve ser considerado são as falsas concepções de que o professor deve ensinar todos os conceitos trigonométricos através dos jogos, o que pode transformar as aulas em verdadeiros cassinos sem sentido algum para o aluno.

A perda da ludicidade do jogo pode acontecer através da constante interferência do professor na atividade, destruindo a essência da jogabilidade. Outro fator importantíssimo é a coerção do professor em exigir que o aluno jogue sem que ele queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo, e por fim temos a dificuldade de acesso, materiais e recursos sobre o uso de jogos para o ensino de Trigonometria que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Finalmente tem-se a aplicação de Histórias em Quadrinhos para o ensino de Trigonometria que serão utilizadas nesta pesquisa. Esse recurso didático possui inúmeras potencialidades que podem minimizar e até sanar algumas dificuldades pertinentes ao ensino de Trigonometria e é por esse motivo que além de confeccionar tiras, serão abordadas sequências didáticas de como o professor de Matemática poderá utilizar a fim de alinhar os conhecimentos trigonométricos com curiosidades, vivências, despertar a motivação e inspiração dos alunos para aprender o conteúdo.

Quadro 1 - Dificuldades no ensino de Trigonometria que podem ser superadas com recurso didático pedagógico das HQs

Dificuldades em Trigonometria	HQs para o ensino de Trigonometria
<b>Falta de compreensão dos conceitos</b>	Obras ricas em simbologia (REZENDE, 2009) (DUVAL, 2009)
<b>Antipatia e o desinteresse do aluno</b>	Aulas com utilização de recurso didático que atraem o aluno (VERGUEIRO, 2009)
	Leitura e a escrita (LUYTEN, 1985)
<b>Interpretação e resolução de problemas</b>	Linguagem dinâmica e fluida (LUYTEN, 1985)
<b>Aulas Tradicionais</b>	Aulas dinâmicas e motivadoras (ALCÂNTARA, 2018)
<b>Falta de interações</b>	Proporcionam ambientes de colaboração entre alunos e alunos, professor e aluno e aluno e conteúdo. (VERGUEIRO, 2018)
<b>Falta de contextualização do aprendizado em sala de aula com as suas aplicabilidades</b>	Relação com as vivências dos estudantes (SILVA, 2010)

Fonte: próprio autor

Falta de Compreensão dos conceitos: De acordo com Duval (2009), a compreensão do aluno dos conceitos trigonométricos podem ser mais bem captadas com a utilização de outras simbologias, assim o aluno consegue dar significado e aplicação ao que aprende, o que casa com a ideia de Rezende (2009) que o recurso didático das HQs apresentam uma riqueza de simbologias.

Essas simbologias podem ser vistas com objeto de lazer, estudo, investigação proporcionando por meio da junção de palavras e imagens com o poder de transmitir uma mensagem através da interação autor-leitor.

Antipatia e desinteresse do aluno para o conteúdo de Trigonometria: Uma forma bastante criativa de aproximar o estudante dos conhecimentos trigonométricos é fazê-los conhecer o conteúdo por meio de HQs. Sua leitura leve, concisa e de conteúdo humorístico ou não pode atrair o aluno a conhecer um pouco da Trigonometria e suas aplicações no cotidiano.

Outra forma de atrair os alunos é fazer oficinas de criação de HQs com temas definidos com um intuito que o aluno possa adaptar conhecimentos da Trigonometria, acontecimentos históricos, aplicações atuais entre outras, onde o aluno possa se apropriar e conhecer conceitos, aplicações e resolução de problemas por meio dessas práticas.

Interpretação e resolução de problemas: Para que haja interpretação é necessário leitura. A representação matemática é diferente da representação da disciplina de Língua Portuguesa, por exemplo. A matemática é uma linguagem que possui seus signos, então a leitura e a interpretação do problema exigem do aluno o contato com a leitura e esse contato pode ser ampliado com a implementação das HQs como um recurso didático. Embora não possa resolver o problema, o professor pode proporcionar não só uma boa interpretação dos problemas, mas a sua resolução. Neste material, pode-se ver que esse processo interpretativo da tira é importante para que o aluno não somente compreenda a história, mas que compreenda se o método que está inserido da narrativa é válido e pode resolver novos problemas, assim o professor de matemática habitua seu aluno a ler, interpretar e usar seus novos conhecimentos para resolver novos problemas.

Aulas tradicionais: Embora atualmente existem vários recursos didáticos e metodologias que o professor de matemática possa incrementar para a sua sala de aula, o que torna o momento mais dinâmico e motivador, ainda consiste majoritariamente no ensino de Trigonometria o professor ainda estar preso ao livro didático, fazendo aulas tradicionais, além do tempo para formação para que domine novas metodologias também pode ser um fator preocupante, o hábito de usar somente o livro didático como único meio de transmissão dos conhecimentos trigonométricos podem gerar novos problemas, é preciso que o professor utilize novas práticas motivadoras e o uso das HQs pode ser um meio promissor.

Falta de Interações: O uso das HQs pode ser um veículo de provocação ou transmissão de conhecimentos ampliando as interações e diálogo com professor/aluno, aluno/aluno e aluno/conteúdo.

Professor e aluno se baseiam nas intervenções durante atividades individuais diagnosticando suas dificuldades para compreensão e retenção dos conceitos trigonométricos. No processo de trabalhos em equipe os estudantes dividem tarefas entre eles, tiram dúvidas, expõe suas interpretações, registram os melhores argumentos de acordo com a equipe através de pequenos debates, assim selecionando os mais viáveis para que possam socializar posteriormente com outras equipes.

Falta de contextualização do aprendizado em sala de aula com as suas aplicabilidades: A contextualização pode ter um sentido amplo, principalmente para o aluno, mas

como nas HQs diversos temas podem ser elaborados, a ideia é usar assuntos que chamem a atenção dos alunos para que possam aprender trigonometria de forma lúdica, aliada às suas vivências, por isso existe a necessidade de que as HQs expliquem curiosidades, elementos da História da Trigonometria que compreendem o porquê dela se configurar assim nos dias de hoje, como a acessibilidade (construção de rampas podem ser um exemplo contextualizado das aplicações da trigonometria), trazer problemas que podem ser resolvidos através da leitura da HQ.

Dentre os recursos didáticos voltados para o ensino de Trigonometria, as HQs se sobressaem, pois de acordo com Vergueiro (2009) podem abordar diferentes temáticas, inclusive a História da Trigonometria, o uso de apps, softwares, jogos dentro de uma narrativa, além de deixar a linguagem mais acessível ao leitor, pois é muito mais interessante aos alunos uma linguagem mais clara do que a científica, trazendo uma riqueza em simbologia que atrai o aluno a aprender, representando na tabela 1 as dificuldades em trigonometria em paralelo às potencialidades das HQs, um recurso que exemplifica de maneira sucinta o uso de da trigonometria no cotidiano sem sobrecarregar de fórmulas e definições.

### 3.3 Principais formatos e componentes de uma HQ

As Histórias em Quadrinhos possuem diferentes formatos e os mais conhecidos são: tira, página dominical, fanzine, revista em quadrinhos, álbum ou novela gráfica (*graphic novel*), mangá, fotonovela, *webcomics*, cartum, charge.

A Tira: popularizou-se nos jornais. Geralmente em formato horizontal, com uma divisão entre dois a cinco quadros, o autor apresenta uma pequena história fechada (muitas vezes humorada) ou um capítulo de história seriada” (BRANDÃO, 2018).

A figura 10 mostra um exemplo de Tira, no qual o quadrinhista Daniel Brandão faz seu autorretrato. Esse formato é composto de quatro quadros, distribuídos de forma horizontal, mas podem ser também distribuídos de forma vertical, isso dependerá do autor e do espaço que ele terá para criação de sua tira.

Figura 9 – Tira



Fonte: Daniel Brandão (2019, p. 6)

A Página Dominical: espaço maior do que a tira diária. “Dominical” devido à tradição de ser publicada aos domingos em suplementos de jornais” (BRANDÃO, 2018).

Na figura 11 há uma página dominical, também criada por Daniel Brandão, que apresenta uma característica fundamental que é uma narrativa um pouco maior que uma tira e que se desenvolvem em um espaço de uma página inteira. A Página Dominical explicitada mostra a história que fala sobre a Vida de um texto de Miguel Felício baseado no texto de Henry David Thoreau, essa narrativa é uma adaptação quadrinística, com grande riqueza de detalhes e trabalha bastante a questão estética, com perspectivas e linhas cinéticas e usa como recordatório as folhas das árvores no último quadro.

Figura 10- Página Dominical



Fonte: Daniel Brandão (2019, p. 16)

O Fanzine: publicação artesanal e independente. Junção das palavras *fanatic* (fan) e *magazine*. Surgiu como publicações de fãs-clubes de ficção científica. Reproduzidos em fotocópias, muitas vezes sem fins lucrativos e com total liberdade editorial, abrange qualquer tema, inclusive HQs” (BRANDÃO, 2018).

Os fanzines são produções publicadas de maneira independente, conforme ilustradas na figura 12, com diferenciadas temáticas e que podem ser facilmente desenvolvida em sala de aula a fim de promover a criação de narrativas de cunho educativo, utilizando não necessariamente o desenho como principal atrativo, mas poderão ser feito colagens, e essas produções podem ser copiadas e distribuídas para socialização do material confeccionado.

Figura 11 – Fanzines



Fonte: Weaver Lima (2018, p. 37)

A Revista de Quadrinhos: os tamanhos conhecidos como formatinho (13x21cm), comic book (17x26cm) e magazine (20x26,5cm) são as mais comuns. As revistas em quadrinhos, os gibis, de super-heróis, humor e infantil são facilmente encontradas em bancas e revistarias e dominam este mercado” (BRANDÃO, 2018).

O Álbum ou Novela Gráfica (*Graphic Novel*): termo popularizado pelo quadrinista Will Eisner em sua obra *Um Contrato com Deus* (1978). Assemelha-se muito editorialmente (formato) de um livro (inclusive, com lombada quadrada). Com maior número de páginas do que uma revista em quadrinhos comum, comporta uma história mais densa e sofisticada, exigindo um público leitor mais eficiente (jovens e adultos, por exemplo).

O Mangá: o termo que designa as histórias em quadrinhos japonesas. Essas HQs são

muito populares em todo mundo. No ocidente, o uso desse termo foi ampliado para além dos quadrinhos em si, sendo aplicado para definir o estilo de traço baseado nos mangás, devido às características estéticas marcantes, com olhos grandes e expressivos, estrutura anatômica cartunizada, cabelos espetados com cores vibrantes etc.

A Fotonovela: até agora não foi utilizada a palavra desenho na definição de quadrinhos e sim imagem. Isso porque nem todas as HQs são produzidas com desenhos (embora a maioria o seja), mas com fotografias, pinturas, recortes e colagens, entre outros recursos. Por isso, caso não souberem desenhar, podem utilizar esse artifício para criar as suas HQs em sala de aula, ampliando as possibilidades pedagógicas, desde que mantenham os recursos particulares da linguagem, como o requadro, balão, onomatopeia etc.

*O Webcomics*: quadrinhos publicados na internet. Um meio muito eficiente e democrático de novos autores mostrarem seu trabalho e formarem público.

O Cartum: desenho humorístico, anedota gráfica. Em geral, uma única imagem que tem o objetivo de fazer rir, pensar ou até incomodar. Tem uma forte similaridade estética com a charge, mas possui um caráter mais universal e atemporal. Pode ou não ter palavras.

A Charge: pode ser considerada uma categoria jornalística e tem por finalidade satirizar, por meio de uma imagem, algum acontecimento atual. A palavra é de origem francesa e significa “carga”. A charge, geralmente, tem efeito regional e é atrelada a algum fato relevante do momento. Muitas vezes o chargista faz uso da caricatura e pode ou não usar palavras, assim como o cartum. (BRANDÃO, 2018)”.

As Histórias em Quadrinhos são a junção entre o texto e a imagem de forma indivisível, ou seja, não existe HQ sem texto. O que existem são quadrinhos mudos, sem balões, onomatopeias ou recordatórios, mas nunca sem o texto. Cabe ao leitor interpretar que o texto em alguns casos pode estar implícito. A história é quem guia as decisões narrativas e estéticas do autor e o leitor interpreta tirando suas conclusões.

Esse processo de alfabetização começa com a compreensão básica de alguns componentes: caixa de texto, balão, onomatopeia, metáforas visuais, linguagem do requadro, ausência do requadro, requadros de deslocamento temporal (*flashback* ou *flashforward*), requadros oníricos, requadros onomatopeicos e requadros com metalinguagem.

A Caixa de texto: também denominada caixa de narrativa ou recordatório, que acolhe o texto (fala) do narrador ou de um personagem onisciente. Muitos autores usam essa caixa de texto para substituir o balão de pensamento” (BRANDÃO, 2018).

O Balão: característica singular dos quadrinhos, pode ser fala, pensamento, grito, elétrico, unísono, sussurro e entre outras” (BRANDÃO, 2018).

Na figura 12 abaixo há alguns tipos de balões de acordo com determinadas situações.

Figura 12 - Tipos de balões



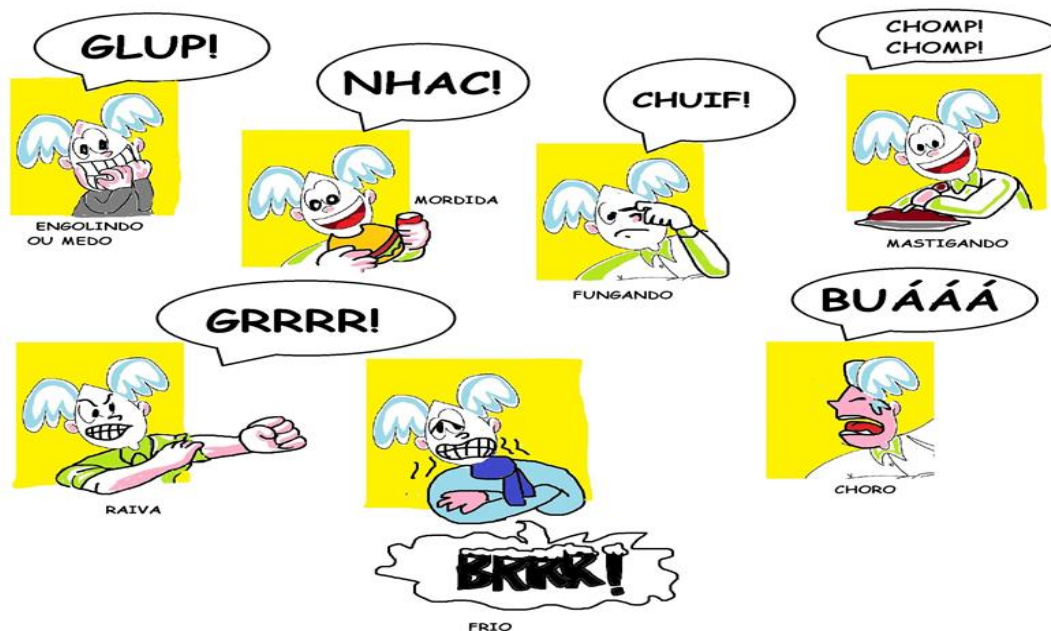
Fonte: próprio autor

A Onomatopeia: é a grafia dos sons a partir da imitação. Os efeitos sonoros dos quadrinhos. Sua utilização tem um forte apelo sensorial e enriquece a narrativa. A própria representação gráfica das letras e/ou de seu conjunto, influencia na interpretação e verossimilhança dos sons” (BRANDÃO, 2018).

A figura 13 apresenta algumas onomatopeias presentes nos balões, em que o personagem Dreammer expressa várias formas que alguns quadrinistas utilizam dentro de suas HQs.



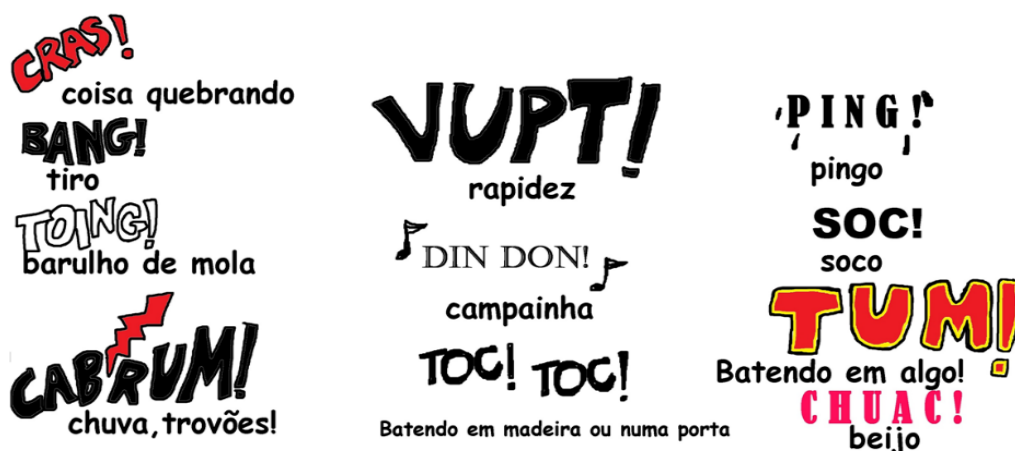
Figura 13 - Onomatopeias dentro dos balões



Fonte: próprio autor

É bastante comum o uso das onomatopeias fora dos balões para mostrar sons externos para traduzir como, por exemplo, um barulho de alguma coisa quebrando (CRAS!), quando algo se desloca com alta velocidade (VUPT!) e entre outros sons que são explicados na figura 14.

Figura 14 - Onomatopeias fora dos balões



Fonte: próprio autor

As Metáforas Visuais: referem-se a desenhos e/ou linhas que ajudam na informação de sentimento ou movimento nos quadrinhos. Fumaças saindo da cabeça quando os personagens estão com raiva, linhas cinéticas que transmitem a ideia de que os personagens estão em movimento, a lâmpada que simboliza que o personagem teve uma ideia, os coraçõezinhos saltando nos olhos ou em torno da cabeça, entre outras” (BRANDÃO, 2018).

Um exemplo de metáfora visual está na tira da figura 15, frisada no primeiro e último quadro, onde o personagem Dreammer está apaixonado pela Lua, cuja simbologia mostra corações no lugar dos olhos.

Figura 15 - Metáforas visuais



Fonte: próprio autor

A Linguagem do Requadro: o requadro é a moldura do quadro ou painel. Ele é uma fronteira que delimita o universo da história. Os formatos mais comuns são o retângulo e o quadrado, também chamados de *hard frames*” (BRANDÃO, 2018).

A Ausência do Requadro: amplificação da cena. Quebra a fronteira entre os universos do leitor e a história. Pode servir de porta de entrada para o leitor, amplificar uma ação, servir de “ponto de exclamação” emocional ou “reticências”, entre outros fins, dependendo da motivação do seu autor/roteirista (BRANDÃO, 2018).

Na Figura 16 tem-se uma representação de uma mulher dando um tapa no rosto de um homem. Daniel Brandão quis amplificar a cena expandindo a cena por toda a página retirando a limitação imposta pelo requadro.

Figura 16 - Ausência de requadro para amplificar uma ação.



Fonte: Daniel Brandão (2018, p. 43)

Na figura 17 tem-se outra forma de explorar o recurso da ausência de requadro, a cena reproduz um sentido emocional no qual o homem reflete sobre seu ato representado após o requadro dois.

Figura 17 - Ausência de requadro como ponto de exclamação emocional ou reticência.



Fonte: Daniel Brandão (2018, p. 43)

Outra forma de explorar o recurso da ausência do requadro é tornar a cena ampla

fazendo com que a dimensão do quadrinho se rompesse, tornando o leitor um participante da história e não apenas um observador representado pela figura 18, na sua primeira cena.

Figura 18 - Ausência de requadro que serve como porta de entrada para o leitor



**Ausência de requadro que serve como porta de entrada para o leitor.**

Fonte: Daniel Brandão (2018, p. 43)

Os Requadros de Deslocamento temporal (*Flashback* ou *flashforward*): não existe um padrão visual universal para o requadro de deslocamento temporal, que pode acontecer para o passado (*flashback*) ou para o futuro (*flashforward*), em histórias não necessariamente lineares” (BRANDÃO, 2018).

Na figura 19, tem-se um exemplo sucinto de deslocamento temporal no qual se pode ver a representação de um homem chorando imaginando uma mulher que sobe as escadas para ir ao seu banho. É válido observar que as cenas indicam uma sequência temporal, pois ao subir as escadas, a mulher chega ao banheiro, retira o roupão e deita em sua banheira cheia de espumas.

Figura 19 - Requadros de deslocamento temporal



Fonte: Daniel Brandão (2018, p. 43).

Os Requadros Oníricos: o mesmo que foi dito no tópico anterior serve para os requadros oníricos, ou seja, que se remetem a sonhos (BRANDÃO, 2018).

Na figura 20 tem-se um personagem que conta várias histórias, essa neblina mostra vários personagens ilustres da música mundial que dá uma noção ao leitor do que o personagem sentado em frente ao computador está pensando antes de digitar.

Figura 20 - Requadros Oníricos.



Fonte: Daniel Brandão (2018, p. 44).

Os Requadros Onomatopeicos: o desenho do efeito sonoro (onomatopeia) pode ser



usado como requadro (BRANDÃO, 2018).

Os Requadros como Metalinguagem: quando isso acontece, o leitor é lembrado de que está lendo uma história em quadrinhos (BRANDÃO, 2018).

Na figura 21 tem-se um personagem que quebra a lógica dos quadrinhos, ele interage com todos os elementos construídos pelo quadrinista quebrando até mesmo sua limitação de cena (o requadro) ganhando uma liberdade, interagindo com o leitor através dos seus pensamentos.

Figura 21 - Requadros como metalinguagem.



Fonte: Daniel Brandão (2018, p. 44)

É importante que o professor tenha conhecimento desses componentes para que ensine utilizando este recurso didático e faça com que muitos estudantes interpretem as situações que se passam com os personagens e como em atividades cujo fim é a produção de uma História em Quadrinho.

O tópico seguinte aborda alguns conceitos e classificação das tirinhas, em particular seus principais formatos e gêneros. Em seguida, é apresentada uma discussão sobre as tirinhas no ensino de Matemática, apontado alguns caminhos de utilização na sala de aula. Por fim, serão mostradas algumas tirinhas direcionadas ao ensino de trigonometria, tanto as já publicadas como as que foram confeccionadas para fim educacional.

### 3.4 Conceituando e classificando as tirinhas

A tirinha é uma linguagem gráfica bastante expressiva compactada em poucos quadros, porém possui um teor humorístico e sempre leva temas importantes que devem ser discutidos em sala de aula. Esse tipo de quadrinho tem características diferenciadas por possuir uma estrutura concisa, coerente e curta (pelo fato de possuir poucos quadros), além de conter sempre uma história cômica de final inesperado.

Segundo Carvalho (2006), elas foram precursoras do que conhecemos hoje como Histórias em Quadrinhos (HQs). O autor ressalta que “as tirinhas são a origem das histórias em quadrinhos (HQs), pois estas, afinal, são uma evolução das tiras. No começo, as HQs eram publicadas dessa forma nos jornais, depois foram ganhando mais espaço e puderam ser produzidas em sequências (e histórias) mais longas”. (CARVALHO, 2006, p. 19)

Um dos responsáveis por essa padronização que conhecemos hoje é Bud Fisher (1885-1954), que participou da inauguração de um novo modo de produção e distribuição das tiras nos Estados Unidos. A partir da criação de uma série de tirinhas chamada de Mutt e Jeff, para que pudesse vender seu trabalho a mais de um jornal, ele estabeleceu um tamanho fixo de tirinha e assim propôs a edição de tiras na forma horizontal e retangular. Embora essa estrutura ainda persista até os dias de hoje, temos uma maior flexibilização através da criação de novos quadrinistas (RAMOS, 2017).

Os principais gêneros das tirinhas são: cômicas, cômicas seriadas e livres. As tiras cômicas são aquelas que possuem um teor de humor, comparado até como piadas prontas, estas narrativas constantemente têm um final inesperado, assim é a surpresa que costuma dar graça ao final dessas pequenas histórias.

As tiras seriadas ou de aventura eram mais frequentes no Brasil nos anos XX. A ideia era construir histórias em capítulos apresentados ao leitor diariamente. Elas funcionavam como uma série de televisão, bastante comum hoje, assim ao final de cada capítulo dava sequência a um novo capítulo, daí formava grandes histórias que envolviam aventuras. Muitos heróis que conhecemos hoje vieram a partir desse tipo de gênero e até alguns se tornaram filmes como: Fantasma e Tarzan. As tiras livres têm como maior característica básica o não rigor, uma rigidez na utilização de composição de uma história, nem narrativa necessariamente pode ser como experimentações gráficas ou como produções literárias como poemas e microcontos.

A tirinha pode ser um recurso didático eficaz na educação, em geral. Isso é percebido quando elencamos vários motivos para que o professor possa utilizá-la em sala de aula. Vergueiro (2009) destaca dentre muitos: o interesse dos estudantes em ler quadrinhos; a relação entre

imagens e palavras, que ensinam com maior eficiência; a riqueza de informações que existe no quadrinho; incentivo à leitura; enriquecimento do vocabulário dos estudantes; despertamento do pensamento, e a criatividade pelo seu caráter elíptico; caráter globalizador e pode ser utilizado em qualquer nível escolar sobre qualquer temática.

A melhor maneira de promover consonância entre os quadrinhos e a educação é intensificar a prática docente a conhecer e a compreender a sua linguagem e suas particularidades e buscar capacitação para aplicações mais eficientes.

A inserção da tirinha em sala de aula pode ser efetivada de várias maneiras. Dentre elas podemos citar: iniciar um conceito, ilustrar entes matemáticos complexos, desenvolver discussões, concluir um assunto, relacionar assuntos de diferentes disciplinas, contextualizar exercícios e questões avaliativas.

Esse uso pode ser visto, por exemplo, em questões de vestibulares e avaliações como Prova Brasil, Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Sistema Permanente de Avaliação Básica do Ceará (SPAEB) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), além de diversos livros didáticos.

No ensino de Matemática, os quadrinhos e/ou as tirinhas chamam atenção por possuir potencialidades didáticas que vão desde a motivação dos estudantes em criar histórias baseadas em contextos históricos, descaracterizar a Matemática como uma disciplina difícil, à interpretação articulada da imagem e do texto, tornando os conteúdos contextualizados em suas vivências e sendo atraentes e divertidos.

Na Figura 22, observa-se a utilização de uma tirinha de Calvin e Haroldo para o ensino de Matemática, buscando trabalhar questões básicas sobre operações básicas e resolução de problemas. Percebe-se que a questão não aborda muito sobre os componentes da narrativa, como o conteúdo da tirinha e a interpretação da imagem articulada com as imagens. Isso pode empobrecer a maneira de abordagem do recurso para sala de aula, embora haja perguntas bem direcionadas ao ensino de Matemática.



Figura 22 - Tirinha de Calvin e Haroldo



Fonte: Paraná (2016, p. 29)

As perguntas são de ordem matemática:

De acordo com a informação contida na história, são 7 livros de 127 páginas.

- Quantas páginas há ao todo nos 7 livros?
- Suponha que em cada página há 4 tirinhas, quantas serão as tirinhas nos 7 livros?
- Se os personagens foram criados em 1985, quantos anos têm esses personagens?

Nesse mesmo contexto, Carvalho (2006) exemplifica alguns conteúdos da Matemática que podem ser explorados na leitura das Histórias em Quadrinhos e destaca: ângulos, figuras geométricas, perspectivas, que costumam estar nos quadrinhos ou pelo menos nos desenhos, além de geometria e assuntos como potenciação. Para o conteúdo de potenciação, Carvalho (2006) ressalta:

Em uma das histórias do Cebolinha, o cientista Franjinha deu a ele uma fórmula que fez com que o garoto ficasse gigantesco, maior do que árvores, casas e prédios. Vamos supor, para um exercício prático, que Cebolinha meça 1,20m, altura razoável para um menino de seis anos. Cebolinha, fofinho, pesa 25 quilos e tem força para levantar, além do próprio peso, uns 10 quilos. Com a máquina do Franjinha, o “Cebolão” resultante tem 12 metros de altura, ou seja, cresceu 10 vezes em relação ao tamanho original. Portanto, sua força cresceu ao quadrado do aumento ( $10 \times 10$ ). Ou seja, ele conseguia levantar 35 quilos, agora é superforte: consegue levantar 3,5 toneladas (3.500 quilos). O problema é que o peso do Cebolão também aumentou exponencialmente à razão do aumento (10 vezes) ao cubo. Ou seja:  $10 \times 10 \times 10$ , o que significa que ele está mil vezes mais pesado: 25 mil quilos. Portanto, o Cebolão não consegue sequer levantar do chão. Mostrando isso e sabendo que a lei funciona no caminho inverso, é possível elaborar problemas com personagens sendo aumentados e diminuídos de tamanho, sempre usando multiplicação e potenciação.

Carvalho (2006) ainda enfatiza que pode ser trabalhada também a questão da proporcionalidade. Ao serem examinados os quadrinhos de revistas e jornais, percebe-se o quanto são relativamente pequenos, mas ninguém desenha uma tira em um espaço tão pequeno. Os quadrinistas desenhavam em papéis e pranchas maiores e reduzem o desenho por meios eletrônicos. Um exemplo, as tiras de 28x87cm são reduzidas em 50%, ou seja, ficam com 14x4cm.

Nesse âmbito percebem-se as várias utilizações das tirinhas no contexto do ensino de Matemática. O professor deve pesquisar através das inúmeras tiras publicadas para um fim educacional e para isso fica a cargo dele relacioná-la com o conteúdo que será estudado em sala de aula. Na Figura 23, tem-se uma tirinha do Hagar em que o professor pode trabalhar o conteúdo de números fracionários e número misto.

Figura 23 - Tirinhas do Hagar



Fonte: Gonçalves (2016, p. 1)

Os quadrinhos publicados pela mídia nem sempre contemplam todas as áreas de

ensino, especificamente da Matemática. É importante que o professor torne as aulas mais compreensivas, habituando e auxiliando os estudantes na interpretação dos fatos que estão nas entrelinhas desse recurso pedagógico. Costuma-se dizer que tudo (ou quase tudo) pode ser ensinado através do auxílio dos quadrinhos, sejam eles direcionados ao conteúdo ou não. Isso também é válido para as tirinhas, a questão sempre será definir a proposta da utilização da tirinha para que fique claro o conteúdo que o professor abordará em sala de aula, para que os alunos questionem e desenvolvam argumentos pertinentes aos assuntos e objetivos pretendidos na aula com a abordagem atrativa das tiras.

Para compreendermos essa abordagem atrativa, precisamos seguir alguns procedimentos a fim de que o professor possa propor discussões ricas e uma melhoria na compreensão de conceitos, como também propor atividades relacionadas com a narrativa utilizada. Esses procedimentos não devem ser consolidados como uma regra, mas como uma proposta de utilização das tiras nas aulas de Matemática.

Segundo Pereira (2014), pode-se criar várias possibilidades de utilização de tiras para o ensino de matemática. O primeiro procedimento é o contato com o material. Nesse momento, a tira será entregue para os alunos, que farão sua primeira leitura identificando os elementos da narrativa (personagem, cenário, falas, recordatório e entre outros). O segundo procedimento são as discussões do conteúdo matemático da tira, em que serão trabalhados questionamentos que preparados pelo professor a serem posteriormente respondidos pela turma.

Algumas perguntas de forma geral podem ser utilizadas, tais como: Qual conteúdo matemático está inserido na tira que foi apresentada? O desenvolvimento de outras perguntas deve surgir a fim de atender os interesses que o professor tem para que possa atingir os objetivos da aula. Como na tirinha existem várias abordagens (personagens históricos e situações problemas), tudo pode ser frisado pelo professor para que os alunos possam entender o conceito e possam aplicá-lo na resolução de problemas.

O terceiro procedimento é resolver situações problemas a partir das discussões, para formalizar o conhecimento matemático, direcionando o estudante a resolver vários problemas a partir da tira.

Por fim, o quarto procedimento é a criação de uma tirinha para que o aluno possa criar sua própria tira, a partir de um texto motivador (geralmente possui o conteúdo que o professor pretende que ele aprenda). O aluno primeiramente deve conhecer como se constrói uma tira, assim com o texto motivador deve desenvolver sua própria tira, inserindo um conceito matemático e finalizando com as publicações feitas pela turma, o professor constrói um fanzine com a reunião de todas as produções elaboradas (as tirinhas) pela turma. Assim, o professor pode

adaptar e utilizar essa proposta, que possa direcionar suas atividades a fim de cumprir os objetivos do seu plano de aula.

Para que isso aconteça, o plano de aula deve ser planejado, e assim será bem executado. Uma boa organização e seleção de tiras pode tornar o recurso dos quadrinhos em sala de aula, principalmente nas aulas de Matemática, potencialmente didático em que os professores se apropriam e os utilizam de maneira eficaz e dosada.

Muitos conteúdos matemáticos que as tirinhas podem ser utilizadas, destacam-se a seguir algumas produções voltadas especificamente para o ensino de Trigonometria, foco desta pesquisa. Dentre os vários recursos que são disponibilizados ao professor para o ensino de trigonometria, estão as tirinhas. Muitas publicações nas mídias podem ser utilizadas no ensino, basta selecionar as adequadas aos temas e conteúdo e associá-las à realidade dos alunos e dos programas oficiais curriculares, de forma interdisciplinar ou não.

Uma primeira tirinha, já confeccionada como forma de exemplificar alguns conceitos trigonométricos, é do personagem Hagar. Na tirinha (Figura 24) encontramos Hagar derrubando uma árvore e podemos perceber que o conceito trigonométrico pode levar o personagem a não cometer o erro de destruição da sua própria casa. Nesse caso, o docente pode estudar os conceitos de seno, cosseno e tangente a partir do triângulo formado pela sombra feita pelos raios solares inclinados em relação ao solo.

Figura 24 – Tirinha de Hagar (tirinha com potencial didático para uma aula de trigonometria)



Fonte: Gonçalves (2016, p. 3)

Na figura 25 tem-se um modelo matemático representado através do triângulo

retângulo, assim através deste esquema o professor de Matemática poderá desenvolver atividades voltadas para o ensino de Trigonometria usando razões trigonométricas para que Hagar possa evitar a destruição de sua casa.

Figura 25 - Modelo matemático da Tira



modelo matemático



Fonte: Próprio autor (2018)

Outra maneira de inserir conceitos de trigonometria na educação básica é por meio da confecção das suas próprias tiras e para isso deve possuir um conhecimento técnico de quadrinhos, além do conhecimento do conteúdo trigonométrico que nela será incorporada. Não há necessidade de ter um bom traço para os desenhos, mas um bom roteiro é essencial, pois se sabe que uma boa história se compõe de um bom roteiro e compreensão dos seus elementos.

O processo criativo de uma tira requer dedicação e comprometimento, pois um bom roteiro deve ser sintético. A seguir, apresentaremos algumas tiras que foram construídas para o ensino de trigonometria.

A primeira tirinha (Figura 26) confeccionada tem por objetivo apresentar alguns conceitos trigonométricos relacionados à relação fundamental da trigonometria, ou seja,  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ , em que  $\alpha$  é o ângulo no círculo trigonométrico.

Figura 26 – Tirinha: O casamento que deu certo!



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

A tirinha mostra, de forma lúdica, o casamento do seno ao quadrado com o cosseno ao quadrado. É importante perceber que o sinal de soma é representado pelo padre, que durante os quadros, consagra a união dos dois formando uma só carne, o que é representado pelo número um. Quando o seno ao quadrado de alfa e o cosseno ao quadrado de alfa se beijam ao pôr do sol, estão enfim casados.

A segunda tirinha (Figura 27) foi criada com a intenção de estudar oito identidades trigonométricas de forma divertida. Na matemática, elas podem ser:

$$\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x = 1; \operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}; \operatorname{cot} x = \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x};$$

$$\operatorname{sec} x = \frac{1}{\operatorname{cos} x}; \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}; \operatorname{cot} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}; \operatorname{sec}^2 x = 1 + \operatorname{tg}^2 x; \operatorname{cosec}^2 x = 1 + \operatorname{cot}^2 x, \text{ em que } x \text{ é o}$$

ângulo no círculo trigonométrico.



Figura 27 - Identidades Trigonômicas



Fonte: Elaborada pelo autor (2018).

Nossa intenção com essa tirinha é termos um trocadilho com a palavra identidade, que na linguagem matemática significa igualdades, com a palavra identidade (documento oficial, cédula de identificação). Percebemos através de seus detalhes as oito identidades principais muito utilizadas na trigonometria, com a foto, digital e assinatura personalizada.

A terceira tirinha (Figura 28) foi confeccionada com o objetivo de apresentar um pouco sobre a história da trigonometria, em particular, a matemática indiana. Na tirinha, o personagem principal Dreammer está lendo um livro de Trigonometria e se depara com várias observações sem provas, o que segundo ele é questionável. Entretanto, o autor do livro intitulado “*Surya Siddhanta*” é um deus indiano, Deus Sol, no qual se irrita pela petulância de um mero mortal, pois Dreammer ousa desdenhar de seu potencial em trigonometria.

Figura 28 – Surya Siddhanta

### Quando um Deus indiano faz um livro de Trigonometria...



Fonte: próprio autor

Nessa tirinha pode-se diagnosticar que por mais simples que possa parecer, esse livro realmente existe. O professor pode pedir aos estudantes que façam uma pesquisa na internet ou em livros de história da Matemática sobre a existência dessa obra. Isso ocasionará uma rica história da Trigonometria e contribuição da Índia para o seu desenvolvimento. A quarta tirinha (Figura 29) foi criada com a intenção de apresentar aos estudantes aplicabilidade da trigonometria no cotidiano, nesse exemplo, o cálculo de distâncias inacessíveis dos astros.

Figura 29 - Dreammer apaixonado pela Lua



Fonte: próprio autor

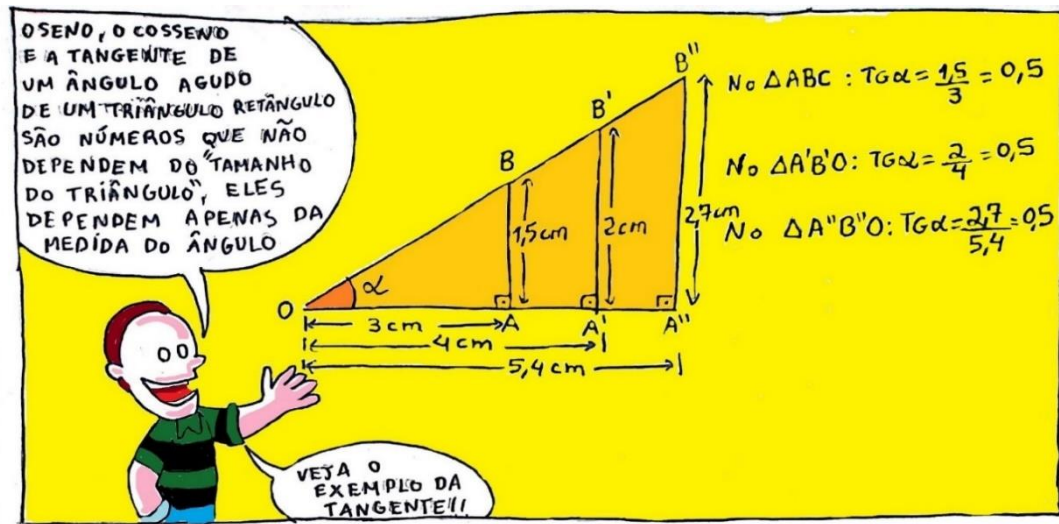
A Figura 29 mostra o personagem Dreammer admirando a Lua a ponto de se apaixonar, mas para quem está apaixonado, a distância não importa. Assim, Dreammer pretende um dia encontrá-la e projeta um foguete. No quadro, ele apresenta o cálculo para achar a fórmula da distância da Terra até a Lua. Para isso ele utiliza um conceito simples de Trigonometria no



triângulo retângulo.

A tirinha cinco (Figura 30) é bem direta e apresenta concepções que envolvem semelhança de triângulos para introduzir os conceitos trigonométricos. É importante ressaltar que essa tirinha não tem uma “pegada” cômica, mas pode ser uma ferramenta potencializadora para uma aula de matemática utilizando esse conteúdo.

Figura 30 - Semelhança de Triângulos e Trigonometria



Fonte: próprio autor

A tirinha mostra um menino falando sobre a importância da compreensão das razões trigonométricas, tais como o seno, o cosseno e a tangente, e como elas não variaram com o tamanho do triângulo, mas com a medida do ângulo. Percebemos também que a figura 30 apresenta vários triângulos semelhantes por possuírem os três ângulos iguais, mas com proporções diferentes. Essas observações mostram que as razões trigonométricas se mantêm inalteradas. Nossa personagem ainda explicita o cálculo da tangente de um ângulo alfa.

Outra forma de utilização da tirinha no ensino de Trigonometria é o seu uso por meio de tiras seriadas que podem trabalhar as dúvidas que os alunos possuem em relação a alguns conceitos, ou mesmo frisar esses questionamentos dentro da tirinha.

A tirinha seis tem esse objetivo. A figura 31 enfoca o professor Dreammer dando aula de Trigonometria, quando surge a dúvida de um aluno: o  $\pi$  (pi) é igual a 180 graus ou 3,14?

Figura 31 – Tirinha: O pi é igual a 180 graus ou 3,14?



Fonte: próprio autor

Inicialmente essa dúvida parece simples, entretanto pode gerar um enorme conhecimento sobre a unidade de medida que se adota para medir ângulos. É importante frisar que o professor usa o radiano aproximadamente a 57,32 graus, pois ao efetuar as contas ele conclua que  $\pi$  (pi) radianos é igual a 180 graus. Essa tirinha pode deixar bem explícita uma dúvida no ar: por que radianos em graus são 57,32? Essa nova pergunta pode ser respondida com uma nova tira que o professor poderá usar em sequência (Figura 32)

Figura 32 – Tirinha: Transformando um radiano em graus



Fonte: próprio autor.

A tirinha 32 é uma continuação da argumentação realizada por Dreamer para efetivar

cálculos e se concluir que radianos são de fato 57,32 graus. Para isso são necessários os conhecimentos sobre a definição de radianos e o comprimento da circunferência.

Outros exemplos de tirinhas direcionadas ao ensino de trigonometria podem ser confeccionados. Elas podem tornar um momento da aula mais dinâmico e construtivo, entretanto, deve-se ter atenção para que os estudantes compreendam o que leem e assim possam construir o conhecimento matemático. É importante que o professor possa sempre frisar a necessidade da articulação que os seus estudantes devem possuir entre a leitura e a compreensão de uma tira. Tornando-se hábito, fica cada vez mais automática e bem trabalhada a condução de uma criticidade e a uma boa reflexão.

O limite de uso das histórias em quadrinhos, como se vê, está na criatividade do professor. O material é riquíssimo de possibilidades didáticas a serem levadas aos alunos. E o humor de uma tira cômica ajuda a tornar menos árido o assunto trabalhado em sala de aula. (VERGUEIRO, 2009).

Ramos (2018) enfatiza que embora se possa fazer muita coisa com as tiras, elas não irão resolver todos os problemas relacionados ao ensino. Nem elas, nem os quadrinhos como um todo. Essas tarefas ainda estão nas mãos de quem conduz o processo de ensino-aprendizagem no país, que passa tanto pelos professores quanto pelas autoridades e responsáveis por materiais didáticos. O ponto é saber o que fazer com esse material. Pode-se fazer muito, desde que seja com inteligência, criatividade e é claro uma boa dose de bom-senso.

#### 4 O SOL: RESULTADOS

O Sol, a claridade chega aos olhos do pesquisador a ponto de vislumbrar perspectiva para um futuro não muito distante, os raios de um dia ensolarado norteiam a criação de uma resposta a problemática emblemática que permeia, mas é com novas abordagens dos recursos que possuímos que podemos resgatar o olhar de criança que guia seu pensamento matemático como uma pipa ao voar no céu representada na Figura 33.

Figura 33 - Dia de Sol



Fonte: próprio autor

Esta seção, o sol, abordará os resultados da nossa pesquisa, mostrando todo processo criativo realizado para confecção das tiras, no qual vai desde a criação do roteiro até a parte de pintura, como também como serão utilizadas estas tiras para o ensino de Trigonometria o que

mostra a descrição das propostas didáticas através de duas sequências didáticas que apoiarão o docente em suas práticas pedagógicas.

#### **4.1 Confeccionando HQs no formato de tirinhas**

O professor de Matemática se preocupa com o aprendizado dos seus alunos e é por isso que esse profissional deve se preocupar sempre na busca de qualificação e diversificação de recursos didáticos para o ensino da disciplina. Através das pesquisas realizadas, a HQ vem sendo um recurso didático com grandes potencialidades para o ensino de inúmeras disciplinas, inclusive de Matemática. Para isso, o professor deve ser alfabetizado quadrinisticamente, conhecendo a sua linguagem, classificação e componentes em que ele possa selecionar um apanhado de quadrinhos para o ensino de um determinado conteúdo.

Observando esse processo no qual o professor leva tempo, esse fator pode dificultar a utilização do quadrinho nas aulas de Matemática, assim foi criado um site e um perfil da rede social Instagram com quadrinhos dos mais diferentes formatos afins de que o professor possa utilizá-los a sua maneira com suas experiências e práticas pedagógicas para o ensino de Trigonometria. Esse acervo contém em média 90 quadrinhos que mostram os assuntos trigonométricos de duas maneiras: contextualizada ou explícita. Vale salientar que o professor tem a autonomia da utilização desse material para que possa utilizar os quadrinhos tanto como uma introdução do assunto, como revisão ou apenas um lembrete de uma fórmula ou informação sobre o assunto a fim de que o estudante possa desmistificar a ideia errônea de que o conteúdo de Trigonometria é “chato”, “é só decoreba de fórmulas” e “descontextualizado”.

Inicialmente serão mostrados os passos realizados para a construção desses quadrinhos. É de fundamental importância que o professor, caso queira fazer uma história em quadrinho, não precisa necessariamente desenhar, mas neste caso optou-se fazer a criação das HQs através de desenhos de criação do próprio autor, mas existem ferramentas didáticas computacionais, como o Hagakê, e até mesmo o processo de colagem onde se podem utilizar personagens existentes ou criá-los a partir de figuras de tiras pelas mídias ou até mesmo de fotografias de revistas antigas para o desenvolvimento de historinhas que se pretende fazer, o importante é usar a criatividade e desenvolver um bom roteiro.

É importante frisar que durante esta pesquisa todas as tarefas apresentadas a seguir para a construção das historinhas em quadrinhos foram executadas pelos autores, utilizando a metodologia de Carvalho (2006).

Tarefas: Artistas completos são fantásticos, mas trabalhar em conjunto é natural e

necessário em qualquer parte do mundo. No mercado de quadrinhos, isso é comum. A maioria das histórias tem uma pessoa como roteirista, outra como desenhista, outra para arte-final, outra pra letreirizar (fazer as letras dos balões etc.). É imprescindível a distribuição dessas tarefas aos participantes de sua equipe.

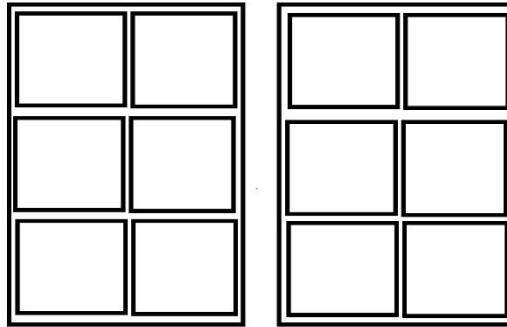
**Desenvolvimento da História:** É preciso pensar na história a ser criada, com começo, meio e fim. Para isso, cada equipe terá um texto motivador. Para escrever o enredo, devem-se utilizar informações do texto, pelo qual os membros da equipe dividirão a trama escolhida em quadros e saberão quantos são necessários para que ela se desenrole. Nos roteiros profissionais, os autores descrevem HQs quadro a quadro, em detalhe. A seguir, um exemplo.

#### Quadro I (quadro grande)

- O aluno está desistindo de resolver um problema de Trigonometria. Ele segura um livro de Matemática em cima de uma coluna intitulada “possível”, enquanto o outro constrói a solução do problema, criando seu caminho com degraus triangulares através dos rabiscos traçados pelo seu lápis para chegar à segunda coluna intitulada “impossível”.
- Há um espaço para o recordatório sobre a cena acima e um balão do primeiro aluno.
- Texto do recordatório: Algo só é impossível até que alguém duvide e prove o contrário!
- Texto do balão: Bom, é impossível chegar à solução desse problema!

**A Grade:** Ao compor uma história pela primeira vez, o aluno de modo geral faz um quadro, desenha e escreve dentro dele, depois faz outro, desenha e escreve dentro dele, depois outro. Dessa forma, o processo é desgastante e improdutivo. O ideal é utilizar uma grade (Figura 34). Cada equipe ganhará uma grade de modelo. Utilizando cliques, fixa-se uma folha branca sobre a grade. Como a folha é translúcida, é possível enxergar os quadros no papel e ter uma noção do espaço e dos limites dos quadros. Portanto, pode-se desenhar toda a página e só depois, com ajuda da caneta preta e da régua, copiar os quadros em volta do desenho. Observe que como os quadros não são fechados previamente, é possível criar quadros maiores ou menores ou, ainda, fazer o desenho vazar dos quadros.

Figura 34 - Grades



Fonte: Próprio Autor (2018)

É importante que na construção dessa grade modelo, caso queira fazer uma tira, você fará ou tiras nas verticais ou nas horizontais você possa utilizar a régua, e para fazer o contorno com um pincel de cor preta de preferência.

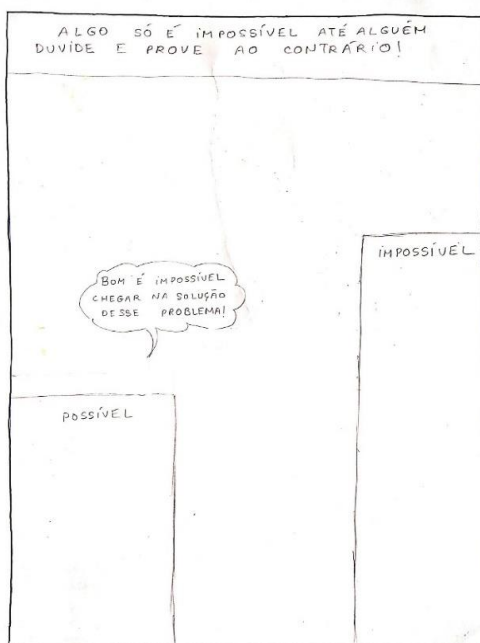
Desenhos: Às vezes, aparece o Picasso da sala, e isso é ótimo. Mas, geralmente, os desenhos são simples e não há nada demais nisso. Não se deve exigir demais do desenho. A ideia de uma boa HQ é a harmonia entre o desenho e o texto, um deve complementar o outro. Um dos maiores problemas dos iniciados nos quadrinhos é repetir o rosto do personagem que acabou de criar, fazer com que ele fique igualzinho. É claro que, com a repetição contínua de um personagem, é possível desenhá-lo até de olhos fechados, mas como fazer isso de primeira vez? Simples: colar de si mesmo. Fazer como no caso da grade: criar o personagem em uma folha separada, passar uma caneta preta mais forte sobre ele e, quando precisar repetir o desenho, colocar aquele molde embaixo da folha onde se está desenhando e copiar. Se precisar mudar de lado, virar a folha. Se precisar mudar a expressão, copiar do molde apenas os detalhes necessários e depois mudar a boca, as sobrancelhas etc. Assim, pode-se criar para o personagem irmãos, pai, mãe, acrescentando acessórios, bigodes, cabelos compridos, brincos e demais acessórios a fim de garantir a diversão.

A ordem das coisas: A ordem certa de fazer as coisas facilita tudo. No exemplo a seguir, é mostrado o passo a passo da confecção de um quadrinho simples. Esse quadrinho foi feito com apenas um quadro, com o auxílio de uma grade de 18,5cm x 28cm.

Colocação dos diálogos: Inicialmente o texto foi escrito (descrito já no item 2 desta seção) e representado na figura 35. Isso dá uma ideia do espaço que vai ser usado para o texto e quanto vai sobrar para o desenho, possibilitando um equilíbrio entre eles. Além disso, evita o problema mais típico na construção de HQ em sala de aula: os textos não caberem nos balões. Escrevem-se os textos a lápis, sem apertar muito, para que seja fácil de apagar depois.

Se o computador for usado para escanear e pintar, pode-se utilizar lápis azul, assim, não é preciso apagar o lápis manualmente (o computador faz isso depois). Nada de letra bonita nessa etapa: a ideia aqui é só marcar o espaço. E atenção à ordem dos textos: o balão de quem fala primeiro deve estar sempre acima e/ou à esquerda.

Figura 35 - Colocação dos diálogos

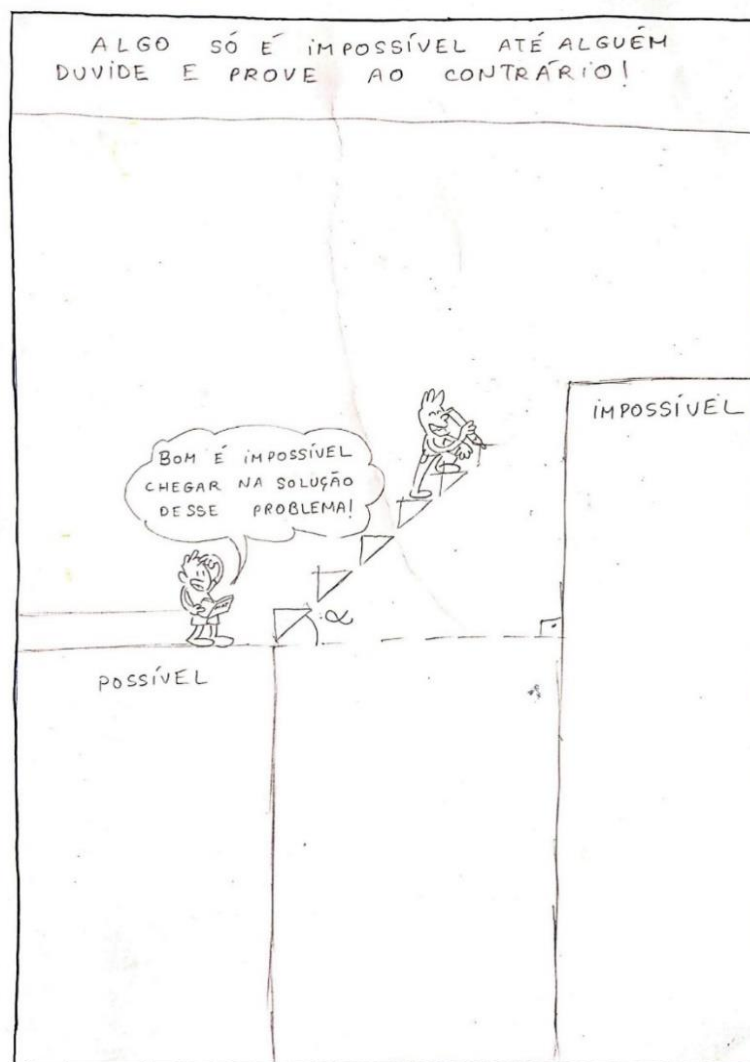


Fonte: próprio autor

Rascunho dos desenhos, dos balões e da divisão de quadros: Nesse momento, nada de quadros (Figura 36). Eles serão acrescentados posteriormente.



Figura 36 - Rascunho

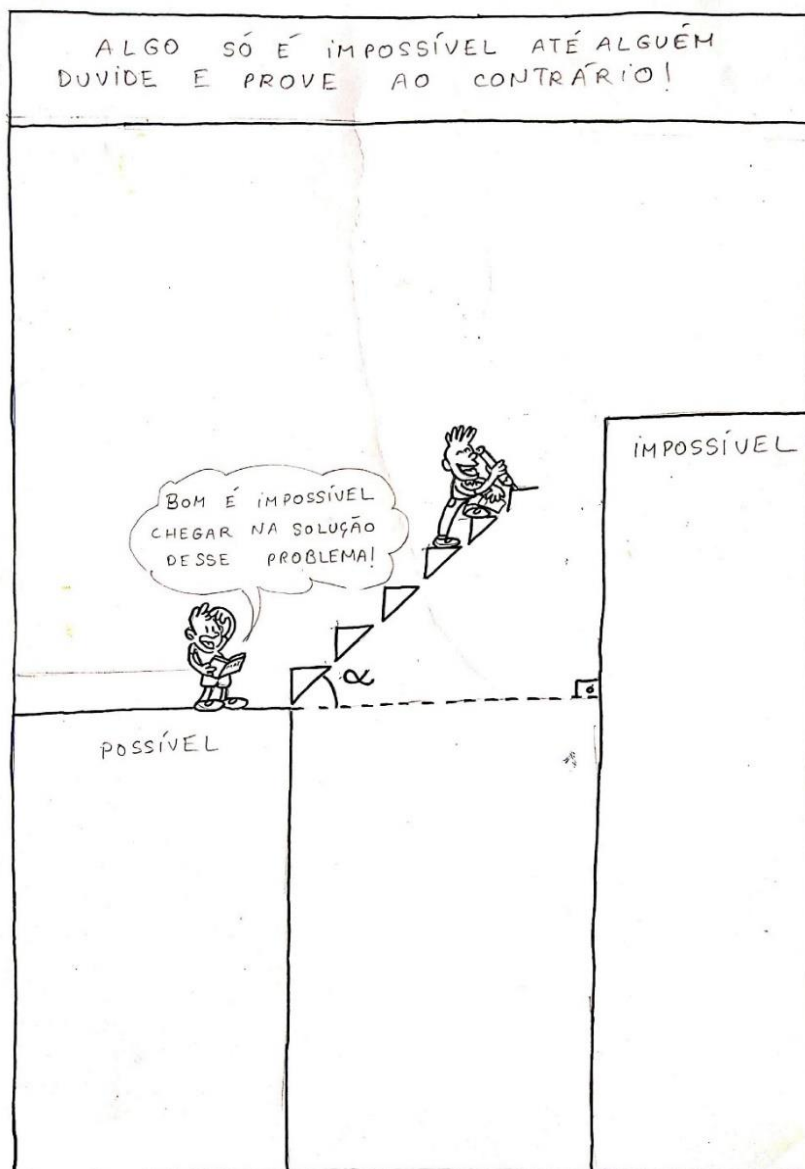


Fonte: próprio autor

Observação quadro a quadro: Nota-se a ausência de detalhes e o fato de que, no segundo quadro, há muito texto. Vê-se também que, nessa hora, é possível testar bocas e balões e corrigi-los (o rabicho do balão do último quadro, por exemplo).

Arte final: Essa é a hora de utilizar a caneta na tira. Com tinta, acrescentam-se detalhes, eliminam-se supérfluos. É preciso observar que o lápis ainda não é apagado na figura 37.

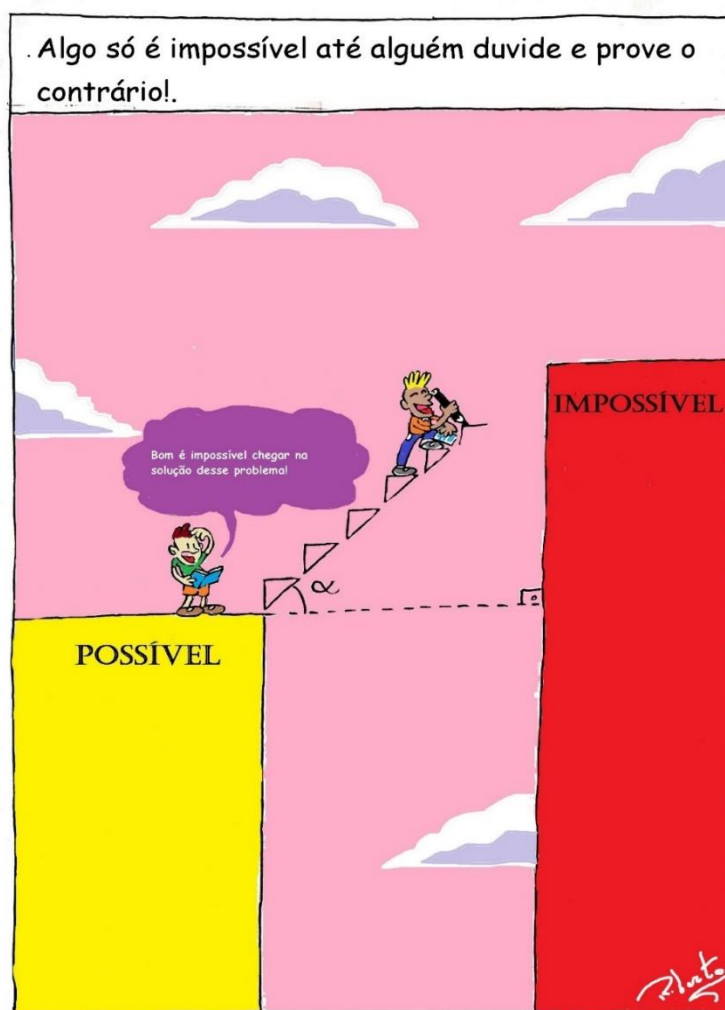
Figura 37 - Arte Final



Fonte: próprio autor

A Pintura: Se o computador for utilizado para pintar, a tira pode ser escaneada depois da arte final, após a cor azul ter sido “eliminada” no modo CMYK (sistema de cores- Cian, Magenta, Yellow, black). No caso do quadrinho abaixo, usamos o paint (Figura 38) para digitar o texto do balão e recordatório, pintamos e acrescentamos uma nuvem.

Figura 38 - Pintura



Fonte: próprio autor

Caso não se esteja usando o computador, deve-se letreirizar à mão, ou seja, substituir os garranchos por uma letra bonita à tinta. Feito isso, apaga-se o lápis de toda a história com uma borracha. Uma vez apagado o lápis, é hora de pintar.

#### 4.2 Classificação segundo os conhecimentos trigonométricos das tiras

O professor terá a possibilidade de possuir um grande acervo de Histórias em Quadrinhos, mas é importante classificá-las de acordo com o assunto trigonométrico inserido, para que se possa trabalhar problemas a partir da situação da tira, esses assuntos às vezes estão inseridos de duas formas: explícita, no caso a HQ poderá ser compreendida por pessoas que conhecem a Trigonometria ou estuda e as implícitas que estão de certa forma ocultadas dentro da situação que a narrativa se desenrola. É importante que o professor possa associar este

conhecimento de forma bem leve e que faça sentido dentro da situação criada pela história.

Vergueiro alerta que a má utilização do recurso dos quadrinhos na educação pode tornar o ensino cansativo, enfadonho, pois o recurso não está sendo explorado de forma lúdica, criativa e lúdica, perdendo assim sua dinamicidade e fazendo com que o estudante perca o gosto pela leitura de HQs. Um caso bastante comum é com o uso das tiras, que são muito utilizadas nos materiais didáticos escolares. Nos livros de Língua Portuguesa há muitas tiras de personagens como Mafalda, Hagar, Snop, Garfield, Recruta Zero e entre outros; o recurso é utilizado costumeiramente para extrair apenas os diálogos do personagem, deixando de lado a interpretação da imagem e da história como sua totalidade, isso cria certo prejuízo no processo de inserção do quadrinho na educação, embora esse tipo de abordagem não seja errado, mas gerará um hábito de prática de uso, limitando o processo de ensino com quadrinhos na educação.

Dentro do aporte teórico, vislumbrou-se as principais dificuldades no processo de aprendizado do conteúdo trigonométrico, a fim de que esta pesquisa contribua para minimizar problemas referentes, e utilizando o recurso do quadrinho como uma forma de abordagem motivadora, é orientado aos professores e estudantes a partir do acervo conhecer um material direcionado a determinados assuntos, onde serão explanadas contribuições, aplicações, fórmulas, resolução de problemas, contextualizações para tornar o ensino de Trigonometria menos exaustivo pela exigência de decorar fórmulas, e trazer uma abordagem mais ampla e dinâmica do conteúdo para que o estudante possa construir o seu conhecimento, refletindo e criticando, construindo e reconstruindo novas maneiras de resolver problemas a partir de quadrinhos voltados a conteúdos trigonométricos.

Dentre os assuntos, estão História da Trigonometria, ângulos, definição do pi, conversão de unidades de medidas de ângulos de radianos para graus e vice e versa, semelhança de triângulos, elementos do triângulo retângulo, definição: seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, principais razões trigonométricas dos ângulos notáveis, tabela das razões trigonométricas, seno e cosseno de ângulos complementares, fórmula trigonométrica da área, variação do seno e do cosseno, medidas na circunferência, ciclo trigonométrico: quadrantes, representação gráfica do seno e cosseno no ciclo trigonométrico, função seno, função cosseno, função tangente, arcos cômputos, identidades trigonométricas, adição de arcos. Esses assuntos correspondem a 60% dos conteúdos pertinentes ao ensino de Trigonometria.

### **4.3 Propondo atividades didáticas com tiras para o ensino de Trigonometria**

O professor, apesar de possuir um bom acervo de quadrinhos voltados ao tema que

lhe é de interesse, é importante que ele possa explorar este recurso de várias maneiras possíveis, por isso foram construídos planos de aulas e exercícios voltados aos quadrinhos confeccionados. Isso fará com que o professor possa ter um guia metodológico que pode ser alterado ou não, possibilitando que o estudante mobilize seus conhecimentos prévios, trabalhe com materiais complementares para resolução de problemas, exercícios, além de compreender definições e dando o real significado da importância da aplicação da Trigonometria. É de fundamental importância que o professor possa utilizar os quadrinhos de maneiras diferentes, seja como um desencadeador de questões, como recurso de fixação de conteúdo ou para motivar, fazer com que o aluno possa questionar, criticar, refletir e praticar os saberes trigonométricos para que se possa obter êxito no processo duplo de ensino e aprendizagem.

#### **4.4 Sequência Didática 1: Trigonometria no triângulo retângulo**

A primeira atividade tem como tópico relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo voltadas para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 4 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em dois momentos, onde cada momento possua duas aulas geminadas 2horas/aulas). A atividade será realizada em sala de aula com o uso de *datashow*, computador, calculadora, régua e cópia das tiras, assim como o roteiro de atividades que serão trabalhadas com os alunos. O professor iniciará a aula distribuindo as tiras e realizando uma breve apresentação do material no *datashow*. O objetivo dessa atividade é definir e classificar os ângulos, apresentar as relações métricas no triângulo retângulo, assim como o teorema de Pitágoras e sua aplicação, definir o conceito de seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo a partir do triângulo retângulo, resolver problemas envolvendo as relações trigonométricas no triângulo retângulo. Após a realização da leitura, os alunos responderão alguns questionamentos individualmente acerca das tirinhas seriadas, para isso precisarão da régua e calculadora, pois em algumas questões esse material será solicitado.

Figura 39- Definição de ângulo



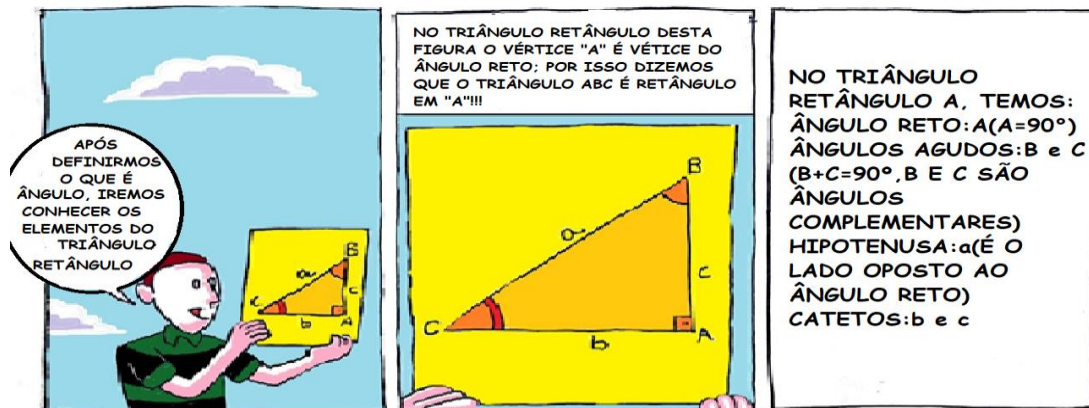
Fonte: próprio autor

Figura 40 - Tipos de ângulos



Fonte: próprio autor

Figura 41- Elementos de um triângulo retângulo



Fonte: próprio autor

A partir das tiras da Figura 39, 40 e 41 responda as questões abaixo.

- 1- Defina, a partir da sequência de tirinhas, razões trigonométricas no triângulo retângulo. O que é um ângulo? Qual sua classificação? Que parâmetro foi utilizado para se efetuar essa classificação?
- 2- Que elementos constituem o triângulo retângulo?

Figura 42 – Teorema



Fonte: próprio autor

- 3- O que quer dizer a tira 42? Que teorema está inserido nesta tira?
- 4- As três caixas formam um triângulo retângulo. Que relação existe entre essas dimensões?
- 5- Sabendo que as caixas possuem a mesma altura, isso é suficiente para dizer que a soma dos volumes das duas menores onde estão os gatinhos catetos 1 e 2 é igual ao volume da caixa da gata Hipotenusa?

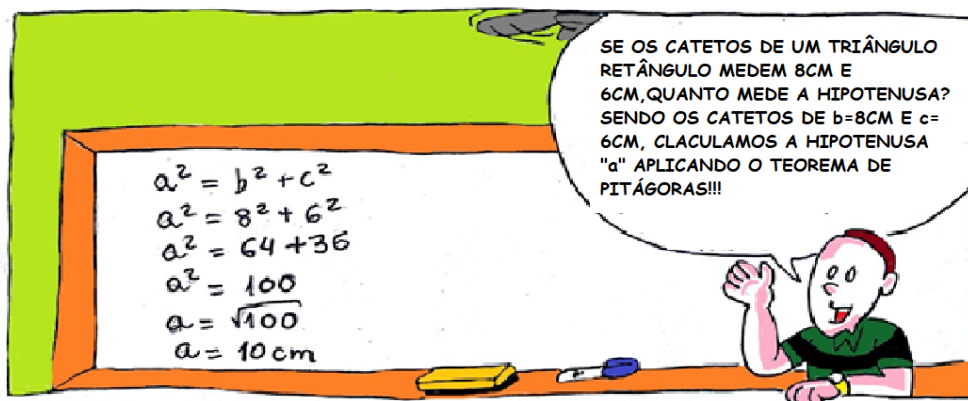
Depois da compreensão do teorema, serão explicitadas a definição do teorema e sua aplicação.

Figura 43: Teorema de Pitágoras



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 44: Aplicação do teorema de Pitágoras

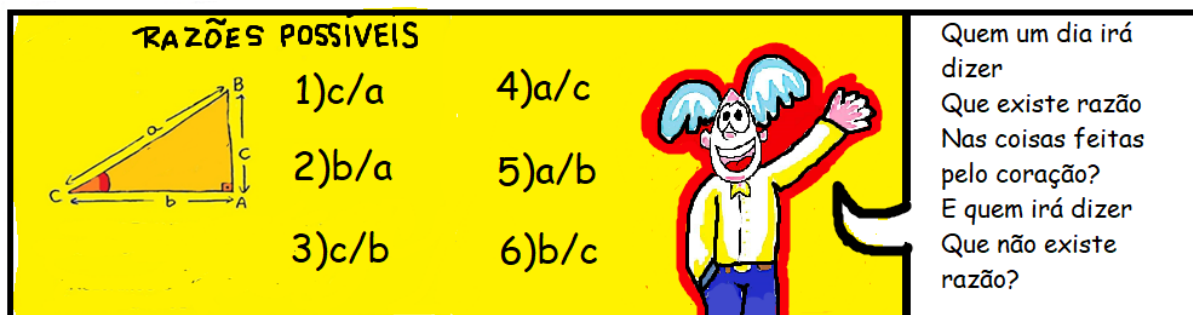


Fonte: Próprio Autor (2018)

- 6- De acordo com a tira das figuras 43 e 44, responda as questões: o que diz o Teorema de Pitágoras? O exemplo dado pelo personagem Alfredo é bastante claro em relação à aplicação deste teorema? Caso responda sim, determine a hipotenusa de um triângulo retângulo que possui catetos, respectivamente, iguais a 5 cm e 12 cm. Caso responda não, justifique por que não entendeu a aplicação do Teorema de Pitágoras.



Figura 45: Razões possíveis no triângulo retângulo

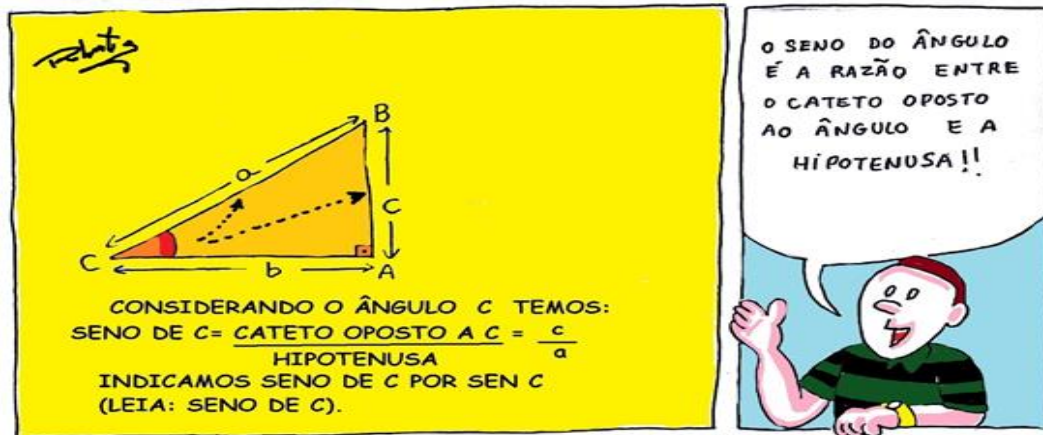


Fonte: Próprio Autor (2018)

- 7- O que mostra a tira 45?
- 8- O que é uma razão?
- 9- Dreammer, ao ver as razões do triângulo retângulo, fica emocionado e canta um trecho da música Eduardo e Mônica como um trocadilho ao atribuir outro sentido à palavra razão da música relacionando com as razões do triângulo retângulo no quadro. Explícite qual a diferença do sentido da palavra razão nos dois contextos, tanto na música como no triângulo.

Depois da compreensão do conceito de razões no triângulo retângulo, o professor deverá mostrar por meio de novas tiras aos estudantes a definição 1, 2 e 3 razões e as outras 4, 5 e 6 são seus desdobramentos.

Figura 46: Definição de seno de um ângulo agudo



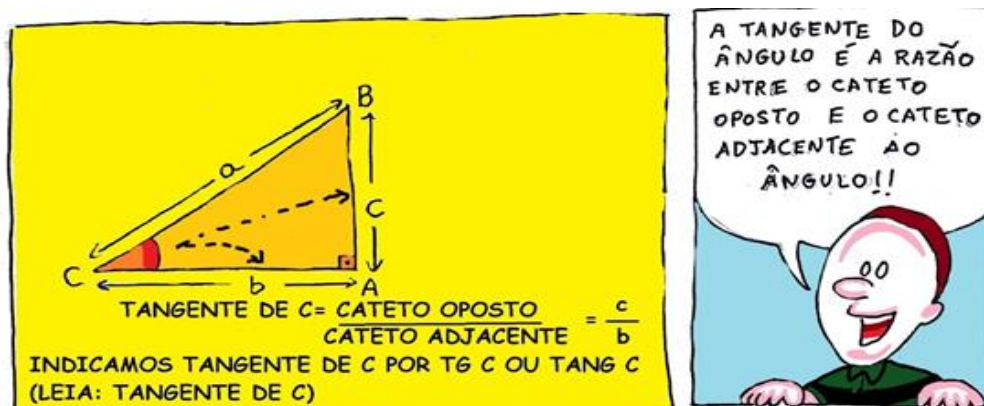
Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 47: Definição de cosseno de um ângulo agudo



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 48: Definição de tangente de um ângulo agudo



Fonte: Próprio Autor (2018)

A razão 4 é o inverso do seno, o qual chamou-se de cossecante. A razão 5 é o inverso do cosseno, chamada de secante e, por fim, tem-se a razão 6, que é o inverso da tangente, chamada de cotangente. A palavra inverso deve ser esclarecida aos estudantes, se  $\text{sen } C = c/a$  e  $\text{cossec } C = a/c$ , pois cossecante é o inverso do seno, percebe-se a troca dos termos o que era numerador vira denominador e denominador vira numerador.

**10-** Defina o que é seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo, a partir das tiras 46, 47 e 48.

**11-** É importante que o conceito seja compreendido para se resolver esta questão. A partir da definição de seno, cosseno e tangente das tiras, calcule o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos  $\beta$  e  $\alpha$  da rampa de skate no primeiro quadro. Para tanto, é necessária a utilização de uma régua para o cálculo das dimensões do triângulo e calculadora para efetuar as divisões.

Para o término da aula, será feito um momento de socialização das respostas encontradas pelos estudantes, a fim do surgimento de questionamentos dos resultados e reformulação ou manutenção das ideias iniciais.

A segunda atividade tem como tópico a racionalização voltada para as turmas de 1º e 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa realizar em duas aulas geminadas). A atividade será realizada em sala de aula com o uso de um *datashow*, computador, calculadora, régua e cópia das tiras, assim como o roteiro de atividades que serão trabalhadas com os alunos. A aula tem como objetivo apresentar técnicas de racionalização de denominadores e compreender o porquê de racionalizar denominadores. Um dos pré-requisitos para a realização da atividade é que o aluno saiba operar com números irracionais.

Figura 49: Racionalizando o denominador da razão tangente de 30°.



O professor iniciará a aula distribuindo cópias da tira representada na figura 49. Ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Que tipo de dificuldade Alfredo teve ao calcular a tangente de  $30^\circ$ ? Alfredo continua com uma dúvida, que dúvida é esta? Você consegue explicar por que se deve racionalizar denominadores?

Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos e suas observações sobre a tira. É importante esse momento de discussão para entender melhor a necessidade de racionalizar.

Para que os alunos compreendam essa necessidade, o professor deverá fazer o seguinte questionamento: é mais fácil dividir manualmente  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  ou  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , admitindo que  $\sqrt{3}$  aproximadamente seja 1,41421. Ao tentarem resolver a divisão, os alunos irão perceber que a segunda razão é bem mais fácil de calcular, pois a razão está racionalizada.

Assim, o processo de racionalização de denominadores facilita operações manuais, em uma época que não existiam calculadoras científicas. Hoje se tem acesso a diversas ferramentas que podem calcular essas razões. Mesmo com esses recursos, é preciso aprender a racionalização de denominadores? Mesmo estando em uma geração tecnológica onde essas razões são facilmente calculadas, não existe a menor necessidade de racionalizar denominadores, embora se tenha tornado hábito na comunidade científica esta prática e também nos materiais didáticos espalhados pelo mundo, então conhecer a racionalização de denominadores se faz necessário e deve ser aprendido pelos estudantes.

Quando os alunos compreenderem a importância da racionalização para realização de cálculos manuais, o professor deverá mostrar as técnicas para racionalizar denominadores, (a primeira foi mostrada na tira). O número  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  é a tangente de  $30^\circ$ . Nesses casos, o professor deve ilustrar que o processo de racionalização do denominador foi feito utilizando uma fração equivalente, bastando multiplicar o numerador e o denominador pelo radical no denominador, já que o valor numérico difere de zero. Assim tem-se a primeira técnica:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Essa técnica consiste em transformar o denominador irracional em um número racional, sem alterar o valor numérico da fração.

Para racionalizar um denominador que possua um número irracional composto, deve-se multiplicar pelo seu conjugado. O professor deve mostrar algum exemplo que facilite a

compreensão dos alunos.

Exemplo:

$$\frac{7}{\sqrt{5}+1} = \frac{7}{(\sqrt{5}+1)} * \frac{(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}-1)} = \frac{7(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{7(\sqrt{5}-1)}{4}$$

Os alunos deverão fazer a seu modo uma tira de solução para o questionamento de Alfredo e por fim mostrar um exemplo utilizando a nova técnica utilizada por eles para racionalização de denominadores que possuem irracional composto. O professor deve deixar livre para que os estudantes possam usar sua criatividade na elaboração das tirinhas e depois serão socializados pelos estudantes na sala.

A terceira atividade tem como tópico seno, cosseno e tangente de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em dois momentos, onde cada momento possua duas aulas geminadas 2 horas/aulas). A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um *datashow*, computador e cópia das tiras, no qual serão trabalhados com os alunos. O objetivo dessa atividade é apresentar o porquê dos ângulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  serem chamados de ângulos notáveis, calcular o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  e compreender que estas razões trigonométricas são constantes independentemente do tamanho do triângulo.

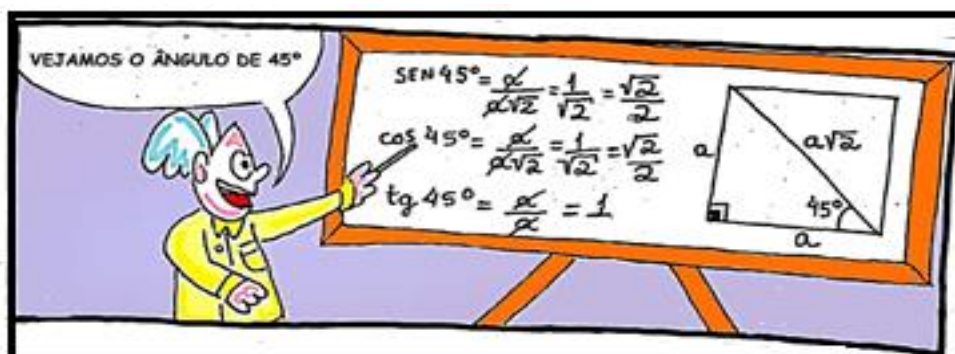
Figura 50: Ângulos notáveis



Fonte: Próprio Autor (2018)

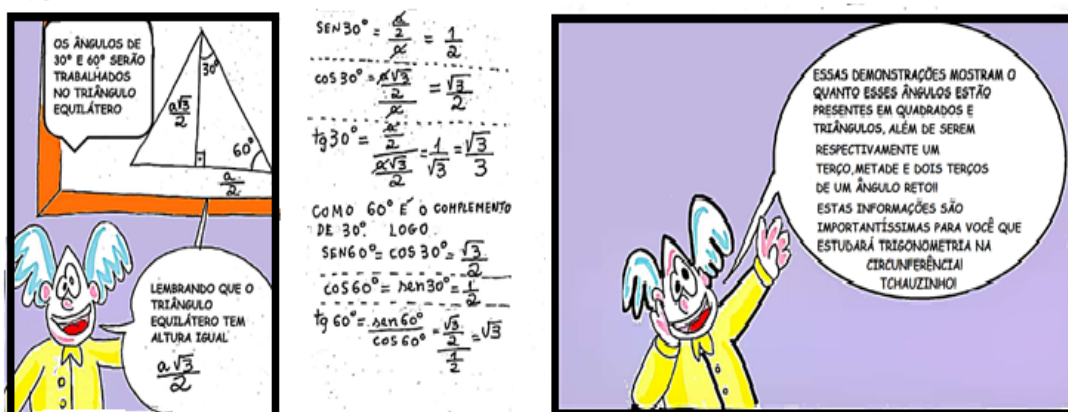


Figura 51: Seno, cosseno e tangente de 45°



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 52: Seno, cosseno e tangente de 30° e 60°



Fonte: Próprio Autor (2018)

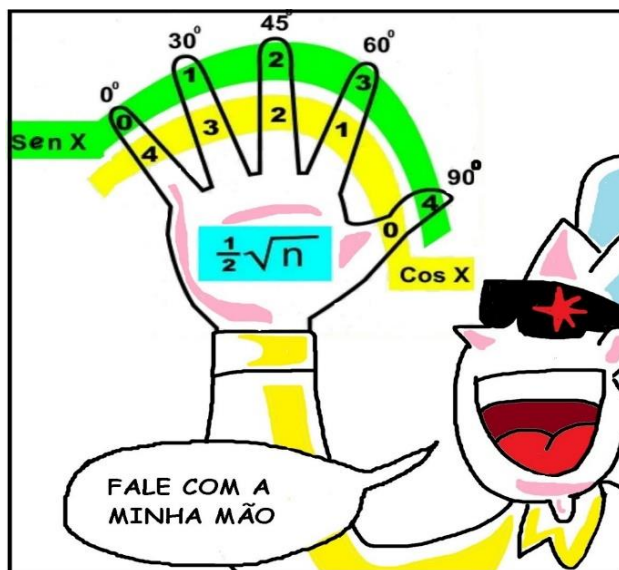
O professor iniciará a aula perguntando aos alunos quais são os ângulos notáveis e por que são chamados assim, depois irá distribuir a tira, representadas nas figuras 50, 51 e 52, serão feitos alguns questionamentos sobre a tira exposta pelo *datashow*. Em seguida, é dividida a turma em grupos de quatro alunos e distribuídas duas figuras para cada grupo: uma equipe ficará com um quadrado de lado 4 cm, a outra com 5 cm e a última com 6 cm. Caso a turma seja numerosa, é necessário fazer três cópias de cada figura e serem distribuídas, da mesma forma irá ser distribuído um triângulo equilátero de lado 5 cm, a outra equipe com um de 10 cm de lado e por fim uma de 13 cm de lado. É necessário fazer o mesmo processo de cópias desses triângulos para equipes formadas, o importante é que cada equipe possua um quadrado e um triângulo equilátero.

A primeira tarefa que os estudantes farão é traçar a diagonal do quadrado com a régua. Com o transferidor, irão calcular a medida do ângulo, conferindo se é equivalente a  $45^\circ$ , após isso novamente com a régua deverá ser medido o lado do quadrado (é importante frisar que mesmo que o professor saiba que a medida é de 4 cm, 5cm ou 6cm, essa informação não será dita aos estudantes). Para medir a distância da diagonal, os estudantes irão fazer uma nova medição na régua (é importante perceber se os estudantes utilizarão o teorema de Pitágoras neste momento). Os estudantes, ao fazerem essas medições, irão calcular as razões trigonométricas de seno, cosseno e tangente do ângulo de  $45^\circ$ .

Ao término desta tarefa e registro dela, os alunos farão a atividade referente à segunda figura, que é o triângulo equilátero. Eles farão a medição dos três lados deste triângulo para averiguar se ele é realmente equilátero, depois traçarão uma reta que parte em qualquer um dos vértices até o ponto médio do lado oposto, no caso a altura relativa ao lado que escolher. Ao efetuar esse trabalho, os estudantes perceberão a construção de dois triângulos retângulos, é importante que os estudantes confirmem se os ângulos referentes a esses triângulos são respectivamente  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ . Dando sequência a atividade, os estudantes farão a medição da altura relativa que criaram e calcularão as razões trigonométricas de acordo com o que o professor Dreammer fez na tira. O intuito é que cada grupo socialize os resultados obtidos e perceba que os valores permanecem constantes e que os valores encontrados por Dreammer são expressos em números irracionais, então é necessário que o professor dê os valores aproximados referentes a  $\sqrt{2}$  e  $\sqrt{3}$  a fim de que os estudantes efetivem os cálculos e encontrem valores similares ao que eles encontraram. Assim eles podem compreender a importância do conhecimento que foi inserido na tira e aprender que independentemente do tamanho do triângulo feito, os valores das razões trigonométricas permanecem constantes.

A quarta atividade tem como tópico seno, cosseno e tangente de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$  voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em dois momentos, onde cada momento possua duas aulas geminadas 2 horas/aulas). A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um *datashow*, computador e cópia das tiras, no qual serão trabalhados com os alunos. O objetivo dessa atividade é resolver questões sobre a tira, calcular inicialmente o seno e o cosseno dos ângulos de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ , calcular as demais razões trigonométricas dos ângulos  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$  a partir do seno e cosseno efetuados anteriormente. Terá como pré-requisitos: operações com números irracionais e racionalização de denominadores.

Figura 53: Exterminador da ignorância trigonométrica



Fonte: Próprio Autor (2018)

Existem vários métodos para se calcular o seno e cosseno dos ângulos  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ , mas a aula será iniciada com a exposição de uma tira (Figura 53). Primeiramente, os estudantes irão resolver um questionário (ANEXO 3) até a questão 3, é importante que neste momento o professor possa sempre orientar a fim de que todos compreendam corretamente a estratégia desenvolvida por Dreammer.

Feito isso, o professor seguirá uma nova etapa onde dará algumas fórmulas aos estudantes, para que eles preencham uma nova tabela contendo as outras razões trigonométricas, como tangente, secante, cossecante e cotangente.

O registro das tabelas será feito no caderno, para que no final sejam socializadas as dificuldades e as contribuições que essa atividade proporcionou para o aprendizado dos valores numéricos destas razões que são bastante utilizadas em Matemática.

(ANEXO -3) Questionário para os alunos responderem de acordo com a tira

O quadrinho mostra Dreamer (personagem principal) fazendo referência ao filme Exterminador do Futuro .

- 1- Qual formato de HQ, segundo as classificações de Daniel Brandão, se configura esse Quadrinho? Justifique.
- 2- Qual conceito matemático que está atrelado ao quadrinho apresentado?
- 3- O personagem Dreamer faz uma brincadeira utilizando uma das falas do filme (fale com a minha mão) para mostrar alguma estratégia de memorização. Que estratégia é essa?



4- É possível preencher a tabela abaixo utilizando esse método?

A	Sen $\alpha$	Cos $\alpha$
0 graus		
30 graus		
45 graus		
60 graus		
90 graus		

5- Sabendo que  $\text{seca} = 1/\text{cosa}$ ,  $\text{cosseca} = 1/\text{sena}$ ,  $\text{tga} = \text{sena}/\text{cosa}$ ,  $\text{cotga} = \text{cosa}/\text{sena}$ , é possível preencher esta nova tabela? Se possível, preencha com os dados correspondentes.

A	Seca	Cosseca	tga	Cotga
0 graus				
30 graus				
45 graus				
60 graus				
90 graus				

6- Você gostou da utilização desse quadrinho nas aulas de Trigonometria? Justifique.

A quinta atividade tem como tópico tabela das razões trigonométricas voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em dois momentos, onde cada momento possua 2 horas/aulas). A atividade será realizada em sala de aula e será necessário *datashow*, computador e cópia da tira ou disponibilizar virtualmente para que o aluno possa visualizar os valores que estão presentes na tira que podem ser inviabilizados na questão do material copiado que serão utilizados pelos alunos. Os objetivos da atividade são apresentar a tabela das razões trigonométricas e resolver problemas que envolvam o uso da tabela de Razões Trigonométricas. Como pré-requisito, os alunos deverão compreender as noções básicas do conceito das razões trigonométricas.

Figura 54: Tabela de Razões Trigonômétricas

**Tabela de razões trigonométricas**

Ângulo	sen	cos	tg	Ângulo	sen	cos	tg
1°	0,017	1,000	0,017	46°	0,719	0,695	1,036
2°	0,035	0,999	0,035	47°	0,731	0,682	1,072
3°	0,052	0,999	0,052	48°	0,743	0,669	1,111
4°	0,070	0,998	0,070	49°	0,755	0,656	1,150
5°	0,087	0,996	0,087	50°	0,766	0,643	1,192
6°	0,105	0,995	0,105	51°	0,777	0,629	1,235
7°	0,122	0,993	0,123	52°	0,788	0,616	1,280
8°	0,139	0,990	0,141	53°	0,799	0,602	1,327
9°	0,156	0,988	0,158	54°	0,809	0,588	1,376
10°	0,174	0,985	0,176	55°	0,819	0,574	1,428
11°	0,191	0,982	0,194	56°	0,829	0,559	1,483
12°	0,208	0,978	0,213	57°	0,839	0,545	1,540
13°	0,225	0,974	0,231	58°	0,848	0,530	1,600
14°	0,242	0,970	0,249	59°	0,857	0,515	1,664
15°	0,259	0,966	0,268	60°	0,866	0,500	1,732
16°	0,276	0,961	0,287	61°	0,875	0,485	1,804
17°	0,292	0,956	0,306	62°	0,883	0,469	1,881
18°	0,309	0,951	0,325	63°	0,891	0,454	1,963
19°	0,326	0,946	0,344	64°	0,899	0,438	2,050
20°	0,342	0,940	0,364	65°	0,906	0,423	2,145
21°	0,358	0,934	0,384	66°	0,914	0,407	2,246
22°	0,375	0,927	0,404	67°	0,921	0,391	2,356
23°	0,391	0,921	0,424	68°	0,927	0,375	2,475
24°	0,407	0,914	0,445	69°	0,934	0,358	2,605
25°	0,423	0,906	0,466	70°	0,940	0,342	2,747
26°	0,438	0,899	0,488	71°	0,946	0,326	2,904
27°	0,454	0,891	0,510	72°	0,951	0,309	3,078
28°	0,469	0,883	0,532	73°	0,956	0,292	3,271
29°	0,485	0,875	0,554	74°	0,961	0,276	3,487
30°	0,500	0,866	0,577	75°	0,966	0,259	3,732
31°	0,515	0,857	0,601	76°	0,970	0,242	4,011
32°	0,530	0,848	0,625	77°	0,974	0,225	4,332
33°	0,545	0,839	0,649	78°	0,978	0,208	4,705
34°	0,559	0,829	0,675	79°	0,982	0,191	5,145
35°	0,574	0,819	0,700	80°	0,985	0,174	5,671
36°	0,588	0,809	0,727	81°	0,988	0,156	6,314
37°	0,602	0,799	0,754	82°	0,990	0,139	7,115
38°	0,616	0,788	0,781	83°	0,993	0,122	8,144
39°	0,629	0,777	0,810	84°	0,995	0,105	9,514
40°	0,643	0,766	0,839	85°	0,996	0,087	11,430
41°	0,656	0,755	0,869	86°	0,998	0,070	14,301
42°	0,669	0,743	0,900	87°	0,999	0,052	19,081
43°	0,682	0,731	0,933	88°	0,999	0,035	28,636
44°	0,695	0,719	0,966	89°	1,000	0,017	57,290
45°	0,707	0,707	1,000				

**AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS FORAM CALCULADAS E TABELADAS, MAS NOSSOS ALUNOS SABEM UTILIZÁ-LAS DE MANEIRA CORRETA??**

O QUE É ISSO ?????



Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo a tira da figura 54 para os alunos, pode ser um material copiado ou virtualmente por um grupo criado no *WhatsApp*. Os estudantes irão responder questões sobre a tira e problemas que possam trabalhar a utilização da tabela de razões trigonométricas.

### Questões

- 1- Dreammer mostra uma tabela, que tabela é essa? Para que ela é utilizada?
- 2- Por que Dreammer enfatiza que os seus alunos não utilizam os dados da tabela de maneira correta, por quê?
- 3- Aparece um estudante atrás da tabela das razões trigonométricas. Este estudante sabe

utilizar essa tabela? A fala de Dreammer constata a realidade negativa de aprendizado dos seus alunos, este menino é um desses alunos? Que tipo de dificuldades o aluno possui ao utilizar os dados da tabela?

### Exercícios

- 4- Num triângulo retângulo em A são dados  $B = 37^\circ$  e  $AB = 5$  cm. Calcule os lados AC e BC.
- 5- Calcule os catetos de um triângulo cuja hipotenusa mede 12 cm e onde um dos ângulos é de  $76^\circ$ . Aproxime o resultado (em cm) por uma casa decimal.
- 6- Uma árvore, partida pelo vento, mantém seu tronco perpendicular ao solo formando com ele um triângulo retângulo. Se a parte quebrada faz um ângulo de  $50^\circ$  com o solo e se o topo da árvore está agora distanciando 3,6m da base, qual era a altura da árvore?

(Recomendável que o estudante procure na tabela os valores aproximados dos ângulos referentes em cada questão para que possa efetivamente resolver os problemas).

A sexta atividade tem como tópico o cálculo de altura de monumentos voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em dois momentos, onde cada momento possua duas aulas geminadas 2 horas/aulas). A atividade será realizada em sala de aula e será necessário *datashow*, computador e cópia da tira, papel ofício, régua, tabela trigonométrica e compasso, material que será utilizado pelos alunos. Os objetivos da atividade são: calcular a altura da Torre de Pisa (adaptado na tira) por meio das razões trigonométricas básicas (seno, cosseno e tangente), identificar a inclinação da Torre de Pisa no ano de 1370 e 1990 por meio da tabela trigonométrica, comparar os resultados encontrados do comprimento da altura da Torre de Pisa no ano de 1370 e no ano de 1990, além de calcular alturas de monumentos quaisquer. Como pré-requisitos, os alunos deverão compreender as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) e saber utilizar a Tabela Trigonométrica.

Figura 55: Cálculo de distâncias inacessíveis



Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula perguntando como calculamos a altura de monumentos e montanhas. Depois distribuirá a tira, representada na figura 55, sobre a qual serão feitos alguns questionamentos. A Torre de Pisa ficou mais inclinada em relação aos anos de 1370 e 1990? Ao analisarem a tira o que podemos perceber? Pela tira, é possível encontrar a medida da Torre de Pisa? Por que no primeiro quadrinho está preto e branco enquanto o próximo está colorido? Que personagens estão na Tira? Que impressões iniciais vocês tiveram ao se deparar com essa tira? Logo depois serão feitas uma separação de grupos, onde cada grupo compõe entre 3 a 4 integrantes, assim serão utilizadas as réguas para que os alunos possam efetuar o cálculo das razões trigonométricas de seno, cosseno e tangente do ângulo de inclinação com o solo. Inicialmente, os estudantes pegarão as réguas e farão as medições na própria tira, preenchendo cuidadosamente essa tabela:

	Torre de Pisa (1370)	Torre de Pisa (1990)
Seno		
Cosseno		
Tangente		

Depois será utilizada a tabela trigonométrica para encontrar um valor aproximado do

ângulo de inclinação da torre no ano de 1370 e 1990.

Para calcular a diferença de altura da Torre entre estes anos, utilize a tabela construída, sabendo apenas a medição da altura original (caso a Torre fosse perpendicular ao solo). Os estudantes devem responder o último questionamento: O que aconteceu com as alturas em relação ao solo? Aumentou ou diminuiu?

Por fim, sabendo o comprimento das alturas, a inclinação das Torres no ano de 1370 e 1990 e as razões trigonométricas, as perguntas e respostas dos questionamentos provocados pelo docente deverão ser totalmente documentadas nos cadernos dos estudantes, a fim de que o professor possa no momento de discussão, mandarem ler suas respostas para compreender as percepções, dificuldades e desafios, além de exporem as motivações que a tira proporcionou aos alunos para calcular alturas inacessíveis por meio da Trigonometria. O professor poderá instigar como finalização da atividade propor que os estudantes possam repetir o experimento para calcular alturas de monumentos presentes na sua cidade, os alunos deverão o ângulo e o tamanho da sombra e comparar os registros com os tamanhos originais registrados em sua inauguração, a ideia é complementar a ideia mobilizada pela tira associando ao meio e espaço que os estudantes vivem.

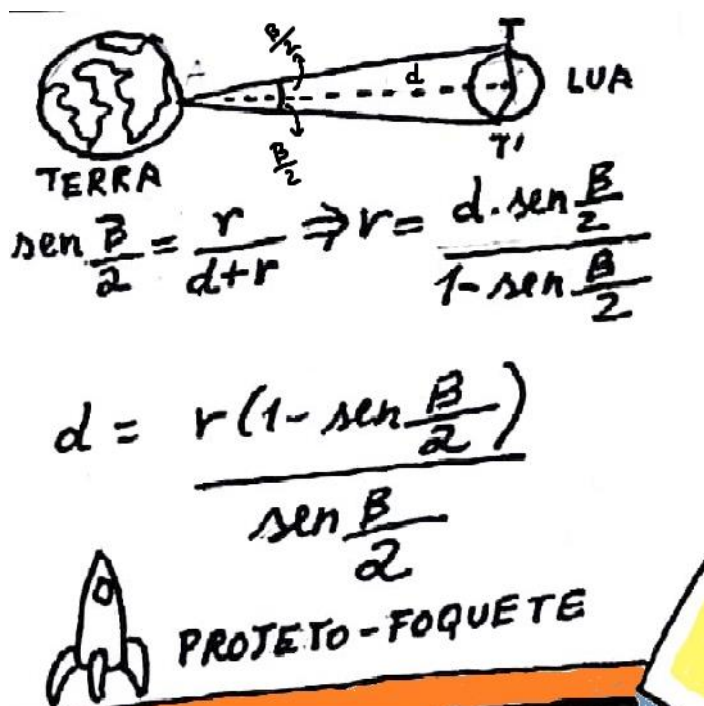
A sétima atividade tem como tópico o cálculo de distâncias de dois astros, voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 4 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir, essas aulas em dois momentos, onde cada momento possua duas aulas geminadas 2 horas/aulas). A atividade será realizada em sala de aula e será necessário um *datashow*, computador e cópia das tiras, assim como o roteiro de atividades no qual serão trabalhados com os alunos. Os objetivos da atividade são: compreender uma das aplicações da Trigonometria, calcular distância de dois astros, calcular a distância da Terra à Lua, conhecer o observatório mais próximo de sua localidade para observação da Lua, os alunos deverão ter conhecimentos básicos sobre seno de um ângulo agudo.

Figura 56: Distância de Dreammer à Lua.



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 57: Cálculo da distância da Terra à Lua



Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula perguntando aos alunos como os matemáticos calcularam a distância entre a Terra e a Lua? Depois irá distribuir a tira, representada na figura 56, serão feitos alguns questionamentos sobre a tira que será exposta pelo datashow, como: O que a tira quer mostrar? Dreammer faz um projeto-foguete esquematizado na figura 57, como um projeto que o ajudará Dreammer a chegar à Lua? Que dados serão necessários para se calcular a distância

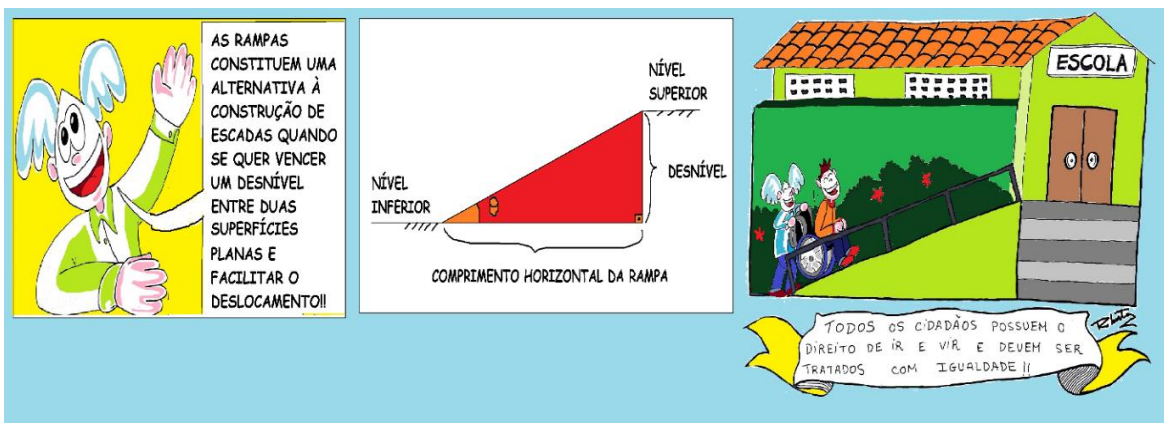
da Terra à Lua? Em seguida, o professor dividirá a sala em equipes farão uma pesquisa detalhada sobre como se calcula a distância da Terra à Lua, neste momento os alunos irão fazer pesquisas em suas casas para compreender através de pesquisas como se calcula a distância da Terra à Lua, a ideia é que os estudantes se deparem com vídeos que explicam tanto experiências antigas que ilustram como se calcula distâncias entre astros, assim compreendam uma das aplicações da Trigonometria, a partir deste estudo as equipes farão pequenas apresentações mostrando como calcularam a distância da Terra à Lua, é importante o apoio do professor com as equipes no qual ele irá intervir a fim de que os alunos não possuam dificuldades das realizações dos cálculos.

Para finalizar a experiência com os cálculos, será feita uma aula de campo no qual os alunos irão conhecer o observatório para verem a Lua com mais precisão, promovendo uma aula mais dinâmica, no qual os estudantes terão maior sensibilidade das contribuições que este ramo da Matemática proporcionou e ainda proporciona a nossa sociedade.

A oitava atividade tem como tópico a acessibilidade e inclinação de uma rampa voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 4 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em dois momentos, onde cada momento possua duas aulas geminadas 2 horas/aulas). A atividade terá que ser realizada em sala de aula e no ambiente escolar e serão utilizados *datashow*, computador, cópia das tiras, régua, fita métrica e roteiro de questões que serão trabalhadas com os estudantes. Os alunos deverão ter como pré-requisitos para execução da atividade uma noção básica de razões trigonométricas no triângulo retângulo. Os objetivos da atividade são: apresentar a aplicação das razões trigonométricas no cotidiano e resolver alguns problemas a partir da tira.



Figura 58: A Trigonometria por trás das rampas de acessibilidade



Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representadas na figura 58, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Na escola existem rampas para facilitar a acessibilidade? As escolas públicas estão preparadas com adaptações para livre acesso? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor por que é necessária a criação de rampas para que uma pessoa com mobilidade reduzida (pessoa com deficiência, idosa, obesa, gestante e entre outros). Enfatizar que a substituição de degraus por rampas de baixa inclinação, a implantação de sinalização horizontal (piso tátil), vertical (sinalização em braile) e sonorizada, além de remoções de barreiras em geral são intervenções que contribuem para que o acesso de pessoas com mobilidade reduzida.

Depois desse momento, o docente irá para roteiro de questões de ordem trigonométrica no qual os alunos irão se deparar com questões sobre o tema da tira. É importante que o professor possa introduzir o conceito de declividade de uma rampa, sendo a razão entre o desnível a ser vencido e o comprimento horizontal da rampa. Essas ideias apresentadas na tira motivam a utilização das razões trigonométricas e permitem um momento de revisão do conteúdo para que os alunos consigam resolver as questões.

### Roteiro de questões

As normas de acessibilidade de determinada cidade estabelecem que a declividade (razão entre o deslocamento vertical e o deslocamento horizontal) máxima aceitável para uma rampa é de 0,0833 ou 8,33%.

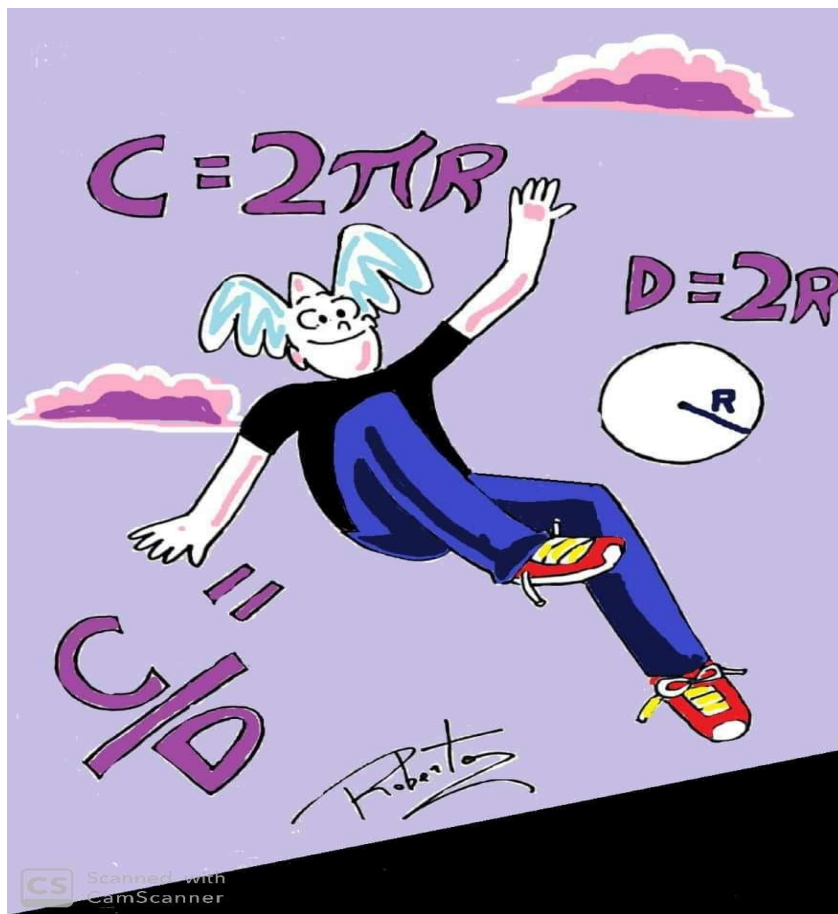


- 1- Em uma escola pública deverá ser construído uma rampa que deve vencer 3,3 m entre dois pisos. Qual deverá ser o comprimento mínimo dessa rampa de acordo com as normas acima? Observação: Para facilitar os cálculos, use a aproximação de  $1/12 = 0,0833$
- 2- De acordo com o esboço da rampa desenhada na tira, determine:
  - a) O valor aproximado do desnível entre os dois pisos.
  - b) O valor da  $\text{tg}\theta$ ; indique se a rampa é ou não acessível de acordo com as normas.

### **Sequência didática 2: trigonometria na circunferência**

A primeira atividade tem como tópico  $\pi$  (pi) voltada para as turmas de 1º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em um momento que possua duas aulas geminadas). A atividade será realizada em sala de aula e será necessário *datashow*, computador, cópia da tira, pulseiras coloridas de tamanhos diferentes, papel ofício, tesoura, régua e compasso, material que será utilizado pelos alunos. Os alunos deverão ter como pré-requisitos para execução da atividade a compreensão dos conceitos de diâmetro e comprimento de uma circunferência e uma noção básica de razões trigonométricas no triângulo retângulo. Os objetivos da atividade são: apresentar o  $\pi$  (pi) e compreender que pi é uma constante a partir da razão do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.

Figura 59: Pi



Fonte: Próprio Autor

Figura 60: Comprimento da circunferência



Fonte: Próprio Autor

Antes de definirmos o valor aproximado de pi, é sugerida uma atividade em que se discuta sobre a tira da figura 59. O aluno deverá fazer uma interpretação da tira, conceituar os elementos que estão presentes na tira, o que seria C, D, é importante que o estudante perceba que

independentemente do tamanho da circunferência, a razão entre o seu comprimento pelo seu diâmetro consistirá sempre em uma constante que denominamos pi, para que isso ocorra será utilizada uma aula prática.

Para essa atividade, será necessária a reserva do *datashow* e computador da escola, assim como algumas cópias da tira, que serão estudadas pelos alunos.

Inicialmente o docente irá fazer alguns questionamentos, como: O pi é um número irracional, como é encontrado o seu valor aproximado? Através da tira, é possível encontrar o valor de pi? O que representa a letra C e a letra D da tira? O que o personagem Dreammer está fazendo? Que impressões iniciais vocês tiveram ao se deparar com essa tira? A partir dessa discussão, o professor pode apresentar uma atividade prática sobre a tira direcionada para que os estudantes respondam.

Logo depois serão feitas uma separação de grupos, onde cada grupo compõe entre três e quatro integrantes, assim serão distribuídas algumas pulseiras coloridas de tamanhos diferentes, onde cada equipe receberá duas.

Inicialmente os estudantes colocarão a pulseira em um papel e desenharão uma circunferência, que será corrigida através do compasso, depois de efetuado o desenho, eles calcularão o raio de cada uma das duas circunferências desenhadas por meio de uma régua. O próximo passo será cortar a pulseira e esticá-la como na tira representada na figura 61, para que o aluno marque o seu comprimento por meio de um lápis e possa ser medido através da régua.

Depois de feita a medida dos raios das duas circunferências e seus respectivos comprimentos, o próximo passo é multiplicar a medida de cada raio por 2, para se achar o diâmetro de cada circunferência de cada grupo.

Por fim, sabendo o comprimento e o diâmetro de cada uma das circunferências, assim eles efetuarão a razão entre as duas respectivamente, a fim de encontrarem uma constante, é importante que eles percebam isso!

As perguntas, e respostas dos questionamentos provocados pelo docente deverá ser totalmente documentada nos cadernos dos estudantes, a fim de que o professor possa no momento de discussão, mandarem ler suas respostas para compreender as percepções que os alunos tiveram acerca da tira e dos cálculos efetuados.

A segunda atividade tem como tópico a definição de radianos e sua conversão para graus voltada às turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em um momento que possua duas aulas geminadas). A atividade terá que ser realizada em sala de aula e serão utilizados *datashow*, computador, cópia das tiras e roteiro de questões que serão trabalhadas com os

estudantes. Os objetivos da atividade são conhecer a definição de radianos e converter radianos para graus.

Figura 61: Pokémon Radianos



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 62: Conversão de um radiano em graus



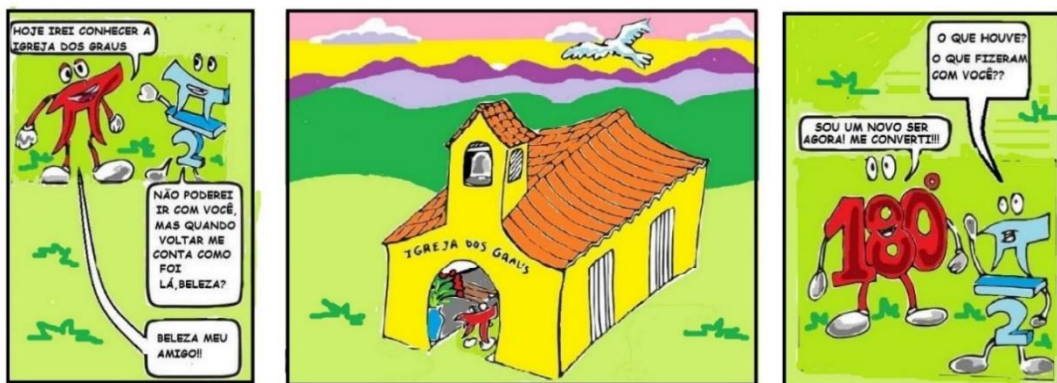
Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representada nas figuras 61 e 62. Ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Defina o que é radiano? Qual o valor aproximado de 1 radiano em graus? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos, bem como suas observações sobre a tira. É importante esse momento de discussão para entendermos melhor o processo de conversão do radiano em graus e também propiciar o desenvolvimento da conversão de graus em radianos. Para isso o professor deve contar que o aluno compreenda a definição na tira inicial e em seguida a dedução lógica desenvolvida por Dreammer para chegar ao valor em graus de 1 radiano.

Depois desse momento, o docente fará o seguinte questionamento aos estudantes: por que  $\pi$  radianos é  $180^\circ$ ? A ideia é provocar uma inquietação importante para eles darem significado aos conhecimentos trigonométricos aprendidos na aula, o professor guiará na intuição lógica de que  $\pi$  radianos nada mais é que  $3,14 \times 57,32^\circ = 179,9848$ , mas isso é porque considera-se  $\pi$  como aproximadamente 3,14, então conclui-se que por aproximação  $\pi$  radianos é equivalente a  $180^\circ$ .

A terceira atividade tem como tópico a conversão de radianos para graus, voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em um momento que possua duas aulas geminadas). A atividade terá que ser realizada em sala de aula e serão utilizados *datashow*, computador, cópia das tiras e roteiro de questões que serão trabalhadas com os estudantes. Os alunos deverão ter como pré-requisitos para execução da atividade aplicar regra de três simples. Os objetivos da atividade são conhecer as principais unidades de medida de um ângulo e converter radianos para graus e graus para radianos.

Figura 63: Conversão de  $\pi$  radianos para grau.



Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras e, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? O  $\pi$  radiano se converte para que medida em graus? Caso fosse o seu amigo  $\pi/2$ , qual seria sua conversão em graus? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante esse momento de discussão para se entender melhor o processo de conversão dos radianos em graus e propiciar o desenvolvimento da conversão de graus em radianos, para isso

o professor deve contar que o aluno possua um dos pré-requisitos importantes para conversão que é a regra de três simples.

Depois desse momento, o docente irá para roteiro de questões de ordem trigonométrica no qual os alunos irão se deparar com questões sobre o tema da tira. É importante que o professor possa interferir no momento que eles sentem dificuldades na execução dos exercícios.

### Roteiro de questões

Na tira foi explicitado que  $\pi$  radiano equivale a  $180^\circ$ , assim o estudante deverá resolver as seguintes questões a partir do conteúdo que está na tirinha.

1- Converta em graus a medida dos ângulos de:

- a)  $5\pi/2$                       b)  $7\pi/6$                       d)  $\pi/2$ .

2- Converta em radianos a medida dos ângulos:

- a)  $30^\circ$                       c)  $120^\circ$                       e)  $210^\circ$   
b)  $60^\circ$                       d)  $150^\circ$                       f)  $240^\circ$

A quarta atividade tem como tópico a conversão de radianos para graus, voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em um momento que possua duas aulas geminadas). A atividade terá que ser realizada em sala de aula e para isso serão utilizados *datashow*, *computador*, cópia das tiras e roteiro de questões que serão trabalhadas com os estudantes. Os alunos deverão ter como pré-requisitos para execução da atividade conhecer o seno e cosseno de um ângulo, conhecer a tabela trigonométrica, o seno, o cosseno e a tangente de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$  e operações básicas com números irracionais.

Os objetivos da atividade são conhecer e resolver problemas usando a relação fundamental da Trigonometria.



Figura 64: Relação Fundamental da Trigonometria



Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira da figura 64: Qual a ideia principal da tira? Que fórmula está implícita na tira? Como podemos resolver essa fórmula para resolver problemas? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entender melhor como eles estão interpretando a tira, e fazer quando necessário algumas intervenções para guiá-los a conclusões coerentes aos objetivos propostos, assim terá um momento onde os alunos irão testar a aplicação da fórmula implícita na tira, para isso ele fará uma pequena tabela com o seno, cosseno dos ângulos de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ , caso eles possuam dificuldades de lembrar retome um pouco da aula para lembra-los dos desses valores numéricos e testar a eficácia da fórmula.

Nesse momento de teste, podem existir dúvidas em relação a operações com os números irracionais, o professor deve mostrar exemplos para que os cálculos cheguem ao esperado.

Se testarmos para o ângulo de  $90^\circ$ , percebemos que dará certo pois  $\sin^2 90^\circ + \cos^2 90^\circ = (1)^2 + (0)^2 = 1$ , os alunos devem compreender que a fórmula pode ser usada para achar o cos de um ângulo, caso ele tenha o seno deste mesmo ângulo e vice versa.

Para finalizar, é necessário fazer a seguinte pergunta: é possível achar o ângulo  $\alpha$  que satisfaz a condição no qual  $\sin\alpha = 0,8$  e  $\cos\alpha = 0,4$ ?

Resposta: Não, pois  $(0,8)^2 + (0,4)^2 = 0,64 + 0,16 = 0,8 \neq 1$ , no caso não satisfaz o princípio fundamental da trigonometria, então não existirá esse  $\alpha$ .

A quinta atividade tem como tópico Identidades Trigonométricas, voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 4 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em dois momentos que possua duas aulas geminadas). A atividade terá que ser realizada em sala de aula e serão utilizados *datashow*, computador, cópia das tiras e roteiro de questões que serão trabalhadas com os estudantes. Os alunos deverão ter como pré-requisitos para execução da atividade conhecer o seno e cosseno de um ângulo. Os objetivos da atividade são conhecer as principais identidades trigonométricas e compreender suas restrições.



Figura 65: Identidades Trigonômicas



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 66: Identidades Trigonômicas



Fonte:

Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representadas nas figuras 65 e 66, ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Que trocadilho foi utilizado pelo quadrinista para explicitar as principais identidades trigonométricas? Como achar essas razões trigonométricas? A partir da primeira identidade trigonométrica da tira 55, pode-se chegar às conclusões da terceira e quarta identidades da tira 56? A dedução lógica a seguir ajuda a compreender as identidades decorrentes de outras. Por exemplo dividindo ambos os membros da relação fundamental da trigonometria  $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$  (no primeiro quadro da tira 66) e empregando as relações do segundo quadro  $\text{tg}x = \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x}$  e quarto quadro  $\text{sec}x = \frac{1}{\text{cos}x}$  da mesma tira obtém-se:

$$\frac{\text{sen}^2 x}{\text{cos}^2 x} + \frac{\text{cos}^2 x}{\text{cos}^2 x} = \frac{1}{\text{cos}^2 x} \Rightarrow \text{tg}^2 x + 1 = \text{sec}^2 x;$$

Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para se entender melhor como eles estão interpretando a tira e fazer, quando necessário, algumas intervenções para guiá-los a conclusões coerentes aos objetivos propostos. Para que isso ocorra, os alunos terão que examinar alguns detalhes da tira, por isso é importante que eles recebam a tira digitalmente também, para ver detalhes minuciosos da carteira de identidades e depois coletar esses dados, fazerem observações e deixarem documentados em seus cadernos.

Figura 67: Tangente



Fonte: Próprio Autor (2018)

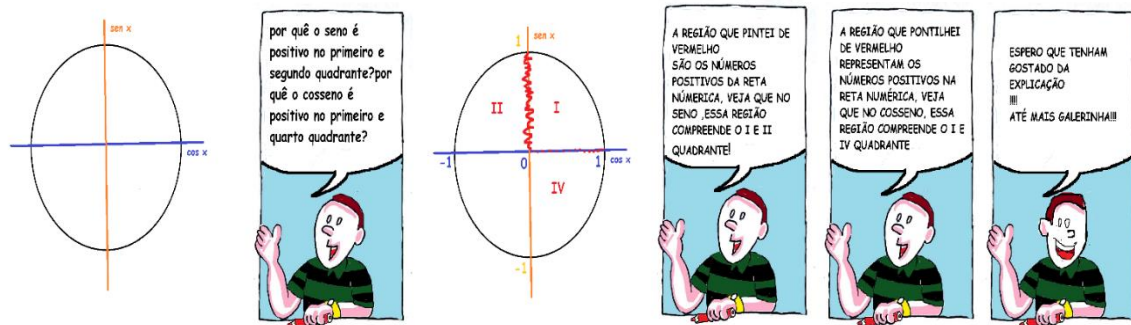
A figura 67 apresenta uma simbologia matemática mostrando que a identidade trigonométrica só é válida para alguns valores de  $x$ , isso quer dizer que não é qualquer ângulo que poderá ser satisfeita a identidade, é importante que o professor possa frisar que a divisão por zero não existe, então como o  $\cos x$  é o denominador desta razão trigonométrica denominada tangente, basta saber os ângulos que o  $\cos x$  é 0 para que a tangente não exista, logo o  $x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}$ .

Este conceito inicialmente não ficará claro para o aluno. Para que haja compreensão de que  $x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}$ , o professor deve mostrar alguns exemplos onde o cosseno de um ângulo é 0, no qual destacam-se os cossenos de  $90^\circ$  e  $270^\circ$ , que na representação em radianos são respectivamente  $\frac{1\pi}{2}$  e  $\frac{3\pi}{2}$ . Observa-se que são números ímpares nos numeradores e todo número ímpar está representado na forma  $(2k+1)$ , então se conclui que vai ser sempre um número ímpar multiplicado por  $\frac{\pi}{2}$  para que o cosseno seja zero, a demonstração nesse momento de generalização não deve ser mostrada pois foge do contexto e necessita de conhecimentos básicos de lógica e prova por indução que foge do currículo do ensino médio, assim generaliza-se para que exista uma tangente de  $x$ , onde  $x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}$ .

Assim o professor estimulará os estudantes a compreenderem por que certas identidades não existem para certos ângulos, e esta informação foi sucintamente implantada dentro da tira.

A sexta atividade tem como tópico os quadrantes onde o seno e cosseno são positivos, voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em um momento que possua duas aulas geminadas). A atividade terá que ser realizada em sala de aula e serão utilizados *datashow*, computador, cópia das tiras e roteiro de questões que serão trabalhadas com os estudantes. Os alunos deverão ter como pré-requisitos para execução da atividade conhecer o plano cartesiano. Os objetivos da atividade são conhecer quais os quadrantes onde o seno e o cosseno são positivos e compreender a circunferência trigonométrica.

Figura 68: Quadrantes onde o seno e cosseno são positivos

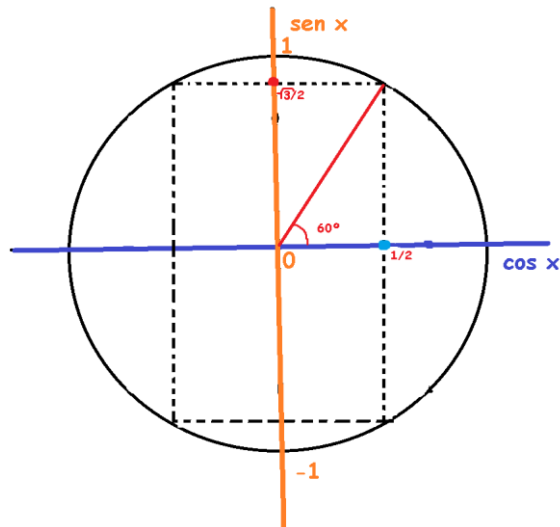


Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representada na figura 68. Ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Qual a dedução lógica que foi elaborada por Alfredo para encontrar os quadrantes onde os senos e o cossenos são positivos? A dedução lógica ajuda a compreender a circunferência trigonométrica? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante esse momento de discussão para se entender melhor como eles estão interpretando a tira e fazer, quando necessário, algumas intervenções para guiá-los a conclusões coerentes aos objetivos propostos, assim terá um momento onde os alunos examinar se o que o personagem Alfredo enfatiza é realmente satisfatório, para isso o professor deverá propor uma atividade para que os alunos mobilizem os conhecimentos trigonométricos inseridos na tira.

O professor deve ilustrar um exemplo no *datashow* para que o aluno possa compreender como é usada a representação no círculo. Para isso, ele deve enfatizar que o triângulo retângulo está agora implícito, mas não deixa de existir. Isso fará com que o aluno expanda sua compreensão sobre Trigonometria articulando os conhecimentos trigonométricos do triângulo retângulo para a trigonometria no círculo.

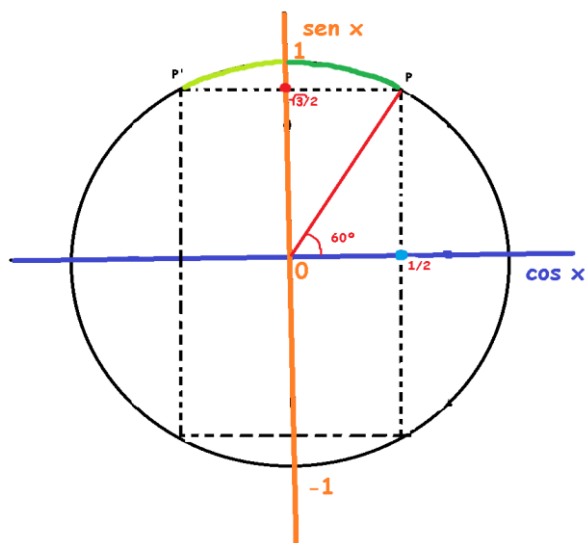
Figura 69: Representação geométrica do seno e cosseno de  $60^\circ$  na circunferência trigonométrica



Fonte: Próprio Autor (2018)

A partir da figura 69, pode-se ter uma ideia da representação geométrica do seno e cosseno  $60^\circ$ , as linhas de referência pontilhadas podem guiar para serem encontrados alguns ângulos que possuem valores parecidos com o seno e cosseno de  $60^\circ$ , mas que variam o sinal de acordo com o quadrante. Para ilustrar isso, a figura 70 representa a dedução lógica.

Figura 70: Arco simétrico a  $60^\circ$  no II quadrante.

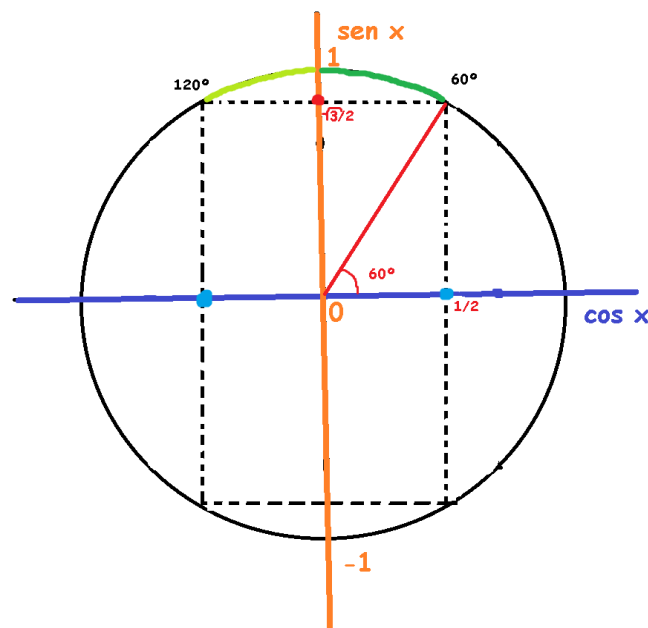


Fonte: Próprio Autor (2018)

A região verde-escuro corresponde a uma distância angular de  $30^\circ$  equivalente a

região verde-claro, pois  $P'$  é o simétrico de  $P$ , caso adote-se o eixo  $\text{sen } x$  como o de simetria. Então se o aluno está no ponto  $P$ , que é equivalente a uma distância angular de  $60^\circ$ , ele anda o caminho verde-escuro de  $30^\circ$ , então parará em  $90^\circ$ . Posteriormente, se ele andar o caminho verde-claro saindo de  $90^\circ$  e andando mais  $30^\circ$  até chegar ao ponto  $P'$ , é equivalente a uma distância angular de  $120^\circ$ , representado na figura 71 abaixo:

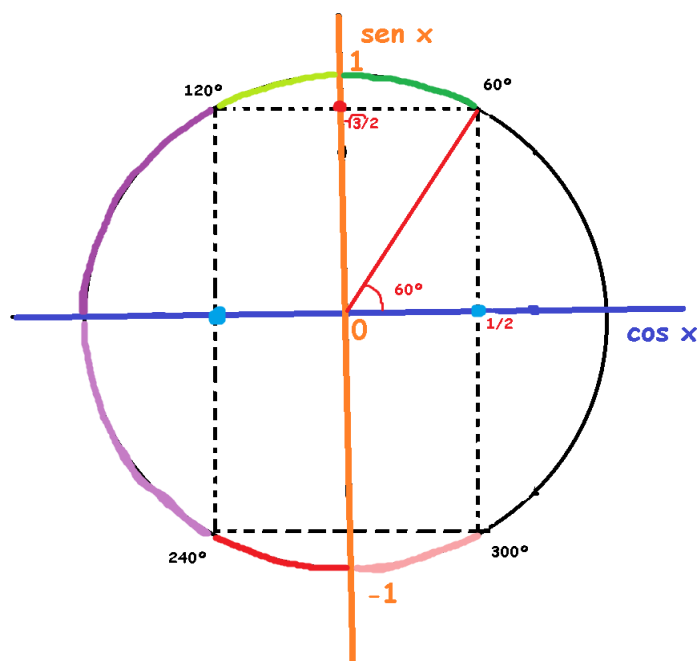
Figura 71: Arco simétrico a  $60^\circ$  no II quadrante é  $120^\circ$ .



Fonte: Próprio Autor (2018)

O aluno, sem perceber, já encontrou o valor do seno de  $120^\circ$ , conforme se pode observar na figura que a linha pontilhada aponta para  $\sqrt{3}/2$ , mas falta saber o cosseno de  $120^\circ$ , então o professor deve chamar a atenção do aluno para voltar a dizer que  $60^\circ$  e  $120^\circ$  são simétricos em relação ao eixo  $\text{sen } x$ , então se o cosseno de  $60^\circ$  é  $1/2$ , o de  $120^\circ$  é  $-1/2$ . Essas deduções continuam, e o professor deve acompanhar o processo para chegar em todos os 3 pontos simétricos de acordo com os eixos  $\text{sen } x$  e  $\text{cos } x$  indicados pelas linhas pontilhadas. Chegando a solução da figura 72 abaixo:

Figura 72: O seno  $120^\circ$  é encontrado na construção geométrica.

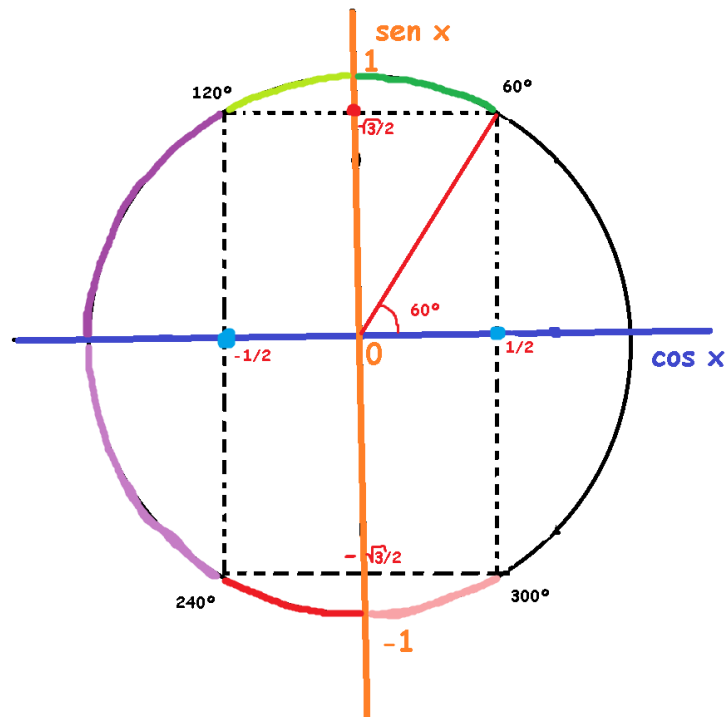


Fonte: Próprio Autor (2018)

É necessário observar que a dedução continua sendo a mesma, de  $120^\circ$  se anda o caminho roxo escuro que corresponde uma distância angular de  $60^\circ$  chegando ao ângulo de  $180^\circ$ , adotando o eixo de simetria o eixo dos cossenos percebe-se que o caminho roxo claro também terá uma distância de  $60^\circ$ , como o aluno partirá de  $180^\circ$  mais  $60^\circ$ , ele chegará no  $240^\circ$  e assim segue para os caminhos vermelho escuro e claro que andam uma distância angular de  $30^\circ$ .

Marcados os pontos, por fim será calculado o seno e cosseno deles, usando o mesmo princípio de simetria até chegar à figura 73.

Figura 73: Arcos simétricos a  $60^\circ$  na circunferência trigonométrica.



Fonte: Próprio Autor (2018)

Ao fim dessa atividade, o aluno perceberá que além de encontrar o seno e cosseno de ângulos desconhecidos, perceberá que Alfredo estava com a razão, pois os ângulos de  $60^\circ$  e  $120^\circ$  estão respectivamente nos quadrantes I e II possuem seno positivo, e pela mesma razão os ângulos de  $60^\circ$  e  $300^\circ$  estão respectivamente nos quadrantes I e IV possuindo cosseno positivo.

Esse momento poderá surgir uma provocação para que o aluno possa fazer com todos os ângulos notáveis que faltam, no caso  $30^\circ$  e  $45^\circ$ . O professor deve propor aos estudantes esse estudo por meio de uma atividade ou até mesmo uma possível apresentação de seminário.

A sétima atividade tem como tópico arcos congruentes ou côngruos, voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 2 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em um momento que possua duas aulas geminadas). A atividade terá que ser realizada em sala de aula e serão utilizados *datashow*, computador, cópia das tiras e roteiro de questões que serão trabalhadas com os estudantes. Os alunos deverão ter como pré-requisitos para execução da atividade conhecer o plano cartesiano. Os objetivos da atividade são conhecer quais os quadrantes onde o seno e o cosseno são positivos e compreender a circunferência trigonométrica.



Figura 74: Arcos Congruentes



Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representadas na figura 74. Ao fazer a leitura da imagem em conjunto com as palavras, serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Defina o que são arcos congruentes. Dreammer está perdido e no último percebe que parou no mesmo lugar. Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante este momento de discussão para entendermos melhor o que é ângulo congruente.

Depois desse momento, o docente irá perguntar ao estudante se Dreammer inicialmente está parado no ângulo de  $60^\circ$  e deu uma volta completa parando no mesmo local, então ele andou uma distância angular de  $(60^\circ + 360^\circ = 420^\circ)$ . Logo  $420^\circ$  é congruente a  $60^\circ$ ! Mas se o ângulo for  $2030^\circ$ ? Para que o aluno possa achar o número de voltas pela circunferência trigonométrica, dividirá o ângulo por  $360^\circ$  e o resto será o ângulo congruente a esse.

Isso se constata no exemplo anterior, como se pode ver que  $420 \div 360 = 1$  e resto  $60^\circ$ , logo  $420^\circ$  é congruente a  $60^\circ$ , pois ocupam o mesmo ponto na circunferência.

O novo exemplo  $2030 \div 360 = 5$  e resto  $230^\circ$ , logo  $2030^\circ$  é congruente a  $230^\circ$  ocupando o mesmo ponto na circunferência.

A ideia é provocar uma inquietação importante para eles darem significado aos conhecimentos trigonométricos aprendidos na aula, para isso o professor guiará na intuição lógica para propor novas atividades, até que os estudantes possam assimilar o conhecimento.

## Questões

1- Determine os arcos congruentes dos ângulos abaixo:

a)  $1800^\circ$

b)  $3600^\circ$

c)  $-210^\circ$  (o sentido de orientação na circunferência é mudado e por isso é negativo – foi adotado o sentido horário)

A partir da resolução das atividades, o professor deverá examinar os cadernos e averiguar se os resultados foram assimilados para que possam seguir para novas atividades posteriormente.

**Material utilizado:** Datashow, computador e tira.

A oitava atividade tem como tópico Relógio de Sol, voltada para as turmas de 2º ano do Ensino Médio, cuja duração será distribuída em 6 horas/aulas (é importante que o professor possa dividir essas aulas em três momentos que possuam duas aulas geminadas). A atividade terá que ser parcialmente realizada em sala de aula e a outra em casa e serão utilizados *datashow*, computador, cópia das tiras e roteiro de atividades que serão trabalhadas com os estudantes. Os alunos não deverão ter pré-requisitos. Os objetivos da atividade são discutir os temas que estão presentes na tira e confeccionar um relógio do Sol.

Figura 75: Voto consciente



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 76: Voto consciente



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 77: Voto consciente



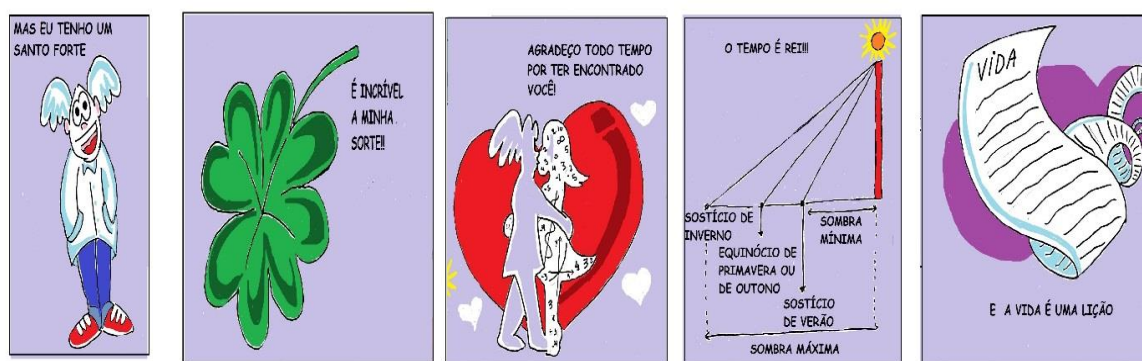
Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 78: Voto consciente

Fonte: Próprio Autor (2018)



Figura 79: Voto consciente



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 80: Voto consciente



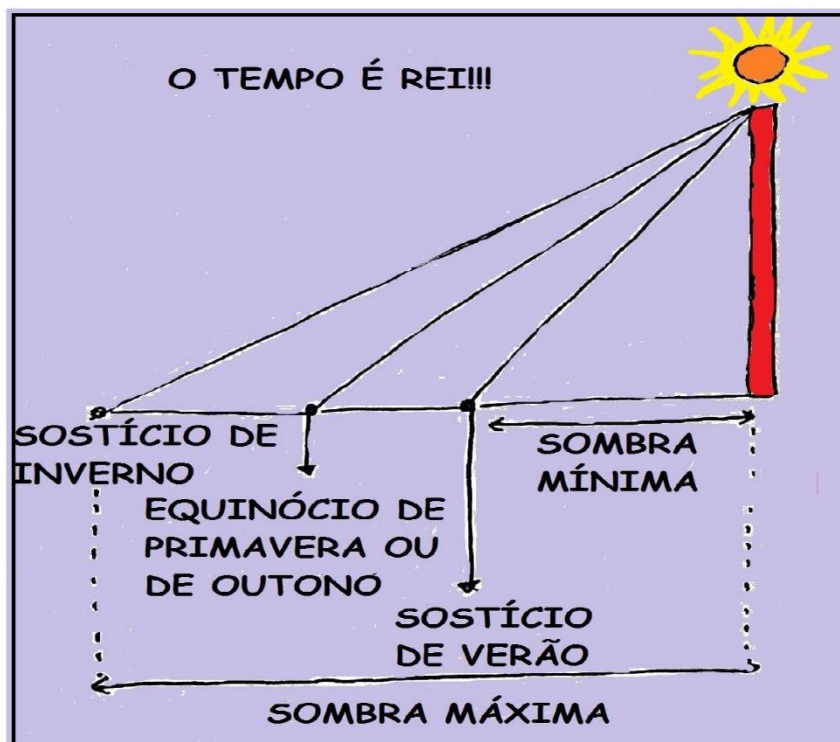
Fonte: Próprio Autor (2018)

O professor iniciará a aula distribuindo as tiras, representadas nas figuras 75 a 80. Em seguida, ligará a caixa de som e usará o pen drive com a música “O senhor do Tempo”, de Charlie Brown Jr, para que os alunos ouçam e depois possam fazer a leitura da tira interpretando tanto as imagens como as palavras. Serão feitos alguns questionamentos acerca da tira: Qual a ideia principal da tira? Que elementos temáticos aparecem na tira? Para você, é importante votar consciente? Após as discussões, o professor fará com que os alunos possam documentar todas as respostas dos questionamentos como suas observações sobre a tira. É importante o professor analisar dois quadros que parecem estar fora do seu tempo, pois utilizam a noção do tempo como a cronologia desenvolvida a partir da movimentação, o professor deve colocar em destaque e



expor para os alunos de forma ampliada no quadro, conforme as figuras 81 e 82:

Figura 81: Estações do ano por meio das medições da sombra de uma estaca.



Fonte: Próprio Autor (2018)

Figura 82: Relógio de Sol

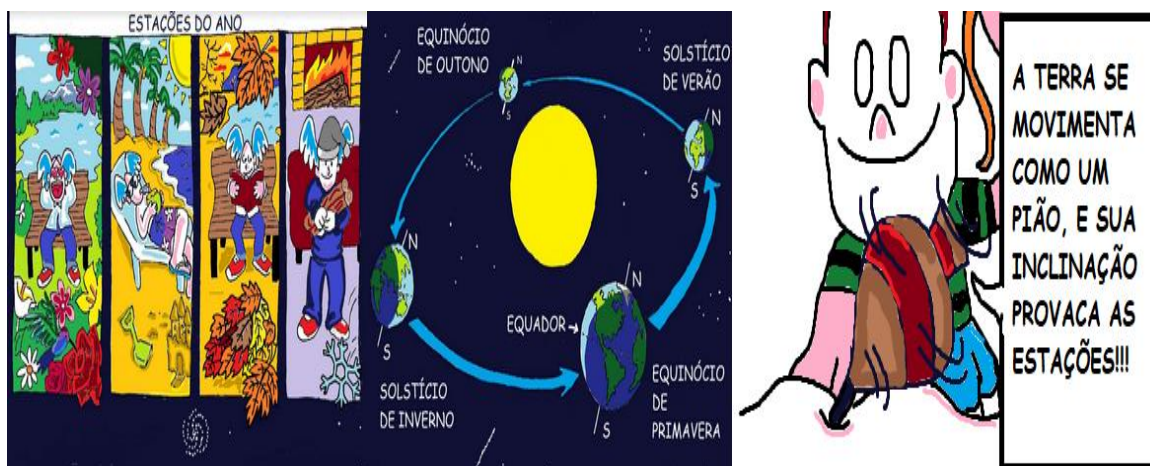


Fonte: Próprio Autor (2018)

A figura 81 mostra uma vareta fincada no chão. A posição da sombra determina as posições que determinam especificamente cada estação do ano. Mas poderá ser explicada com

uma nova tira da figura 83, que ilustra Dreammer aproveitando as estações do ano, a posição da Terra é comparada a um pião por Alfredo, segundo a sua movimentação.

Figura 83: Estações do ano



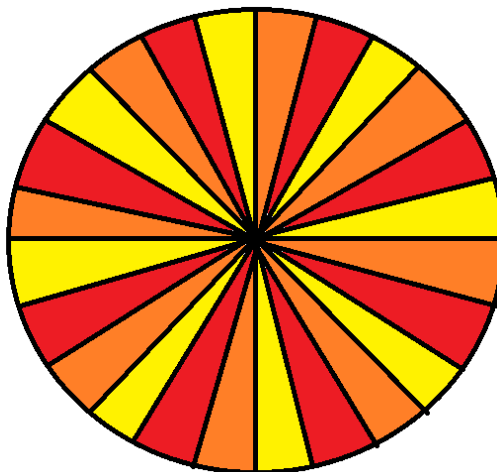
Fonte: Próprio Autor (2018)

A figura 83 proporcionará a prática que todos farão, a criação de um relógio de Sol usado por Dreammer para ver o tempo passar. A ideia é provocar uma inquietação no qual os alunos farão trabalhos na confecção de um relógio de Sol, de acordo com as pesquisas que os alunos deverão fazer, a ideia é que pesquisem e confeccionem relógios de Sol de diversos modelos. Por fim, haverá a socialização desses materiais, além de compreender através de várias pesquisas como a inclinação da Terra pode definir as estações do ano.

### Proposta de como fazer um relógio de Sol

Inicialmente os alunos farão um círculo e dividirão em 24 setores, conforme se pode ver na figura 84 o esquema montado e colorido. O professor deve prestar atenção ao tamanho do raio que os estudantes devem adotar (2 cm é o ideal).

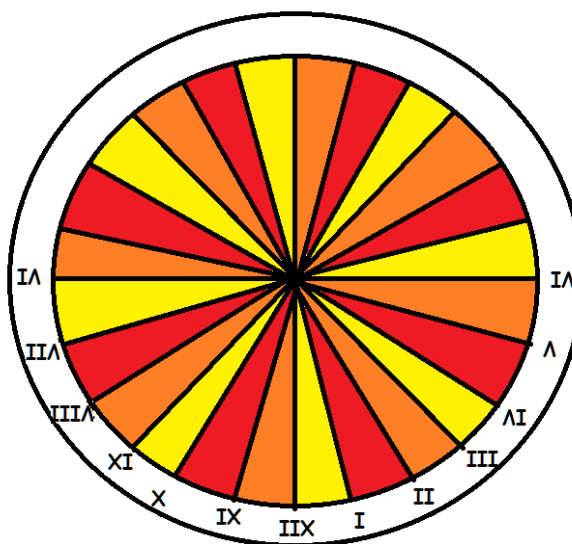
Figura 84: Partes do relógio de Sol



Fonte: Próprio Autor (2018)

Em seguida serão feitos os números (nesta atividade foi escolhida a numeração romana). A ideia é que seja feito um círculo maior em uma cartolina e colar a menor. É importante que os números sejam dispostos da forma que se mostra na figura 85.

Figura 85: Partes do relógio de Sol



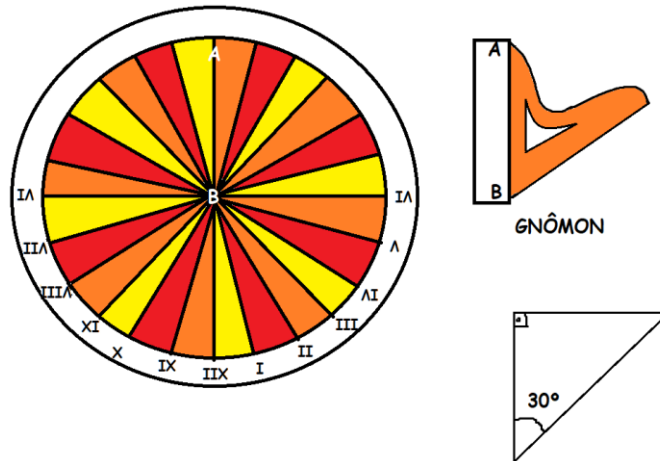
Fonte: Próprio Autor (2018)

Para fazer a haste que marcará as horas de acordo com a projeção da sua sombra no relógio, foi adotado o triângulo retângulo de ângulos agudos  $30^\circ$  e  $60^\circ$ .

É importante salientar que o aluno pode fazer um molde diferente do que foi escolhido nessa atividade. O comprimento do segmento AB é igual ao raio do círculo feito. O

retângulo branco feito é para efetuar a colagem, ficando um relógio similar ao da tira, no qual Dreammer o utiliza.

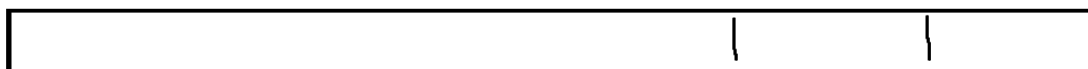
Figura 86: Criação do Gnômon



Fonte: Próprio Autor (2018)

A pulseira, representada na figura 87, poderá ser feita de garrafa pet, já que é um material fácil de manusear e não quebra facilmente.

Figura 87 - Pulseira



Fonte: Próprio Autor (2018)

Assim, efetuando as colagens das partes, tem-se o produto, o relógio de Sol, no qual Dreammer o usa para saber o horário, representado na figura 88.



Figura 88 - Relógio de Sol



Fonte: Próprio Autor (2018)

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da conjuntura da sociedade contemporânea, os professores de Matemática devem estar preparados para os desafios e obstáculos na sua atuação no magistério. Para que isso ocorra, é necessário se apropriar das mídias e recursos didáticos que proporcionem a melhoria do aprendizado, estimulem, motivem os estudantes a refletirem, criticarem, discutindo, dando significado e relacionando seu aprendizado com suas vivências.

Na busca de superar as deficiências no processo de ensino de Trigonometria, foi desenvolvido um material didático para que o professor articule os conhecimentos trigonométricos por meio das tiras. Para qualquer tipo de recurso didático que seja utilizado pelo docente, é necessário que ele passe pelo processo de sensibilização e aceitação a fim de que não recue ou rejeite essa nova possibilidade, buscando alinhá-la às suas práticas e trazendo resultados positivos.

Ao revelar as possibilidades e desafios no ensino de Matemática com o uso de HQs, pode-se concluir que: as HQs são um recurso didático-pedagógico de inúmeras potencialidades que contribuem para que a aula de Matemática possa ser dinâmica e motivadora, além fomentar a leitura, empreendendo discussões com certo rigor científico a partir de situações que envolvem elementos da vida diária que proporcionam a resolução de problemas; as experiências de pesquisas com as HQs mostram o êxito da utilização destes recursos para retenção e assimilação de saberes matemáticos, o que mostra que a utilização de imagens podem ajudar na aprendizagem, podendo prender a atenção por conter informações complementares ao texto verbal, o que mostra o potencial dos textos visuais na era de avanços tecnológicos no qual cercam em todos os contextos sociais; Neste contexto, as HQs devem ser lidas, selecionadas a partir da temática, desmistificando a ideia de qualquer HQ pode ser trabalhada em sala de aula, onde o professor fará com o que os estudantes leiam, interpretem a imagem relacionada com o texto verbal a fim de que eles possam resolver problemas, discutir sobre o conhecimento matemático aprendido e socializando seus achados com toda a sala de aula. Para que o professor possa obter êxito em seus trabalhos com HQs, deve-se ter planejamento e tempo para seleção de um bom material; O docente ao confeccionar sua HQ deve tomar cuidado ao inserir o conhecimento matemático a fim de que não perca a atratividade do estudante pela sua leitura; O professor deve fomentar a criação de espaços na escola que estimulem a leitura de HQs, através de políticas públicas percebemos a inclusão de livros paradidáticos de literatura com adaptações quadrinizadas, assim o professor pode ler, compreender e incrementar suas práticas pedagógicas por meio de projetos; O não saber desenhar pode ser superado utilizando softwares para criação

de HQs, ou o processo de colagem figuras que são estratégias que podem contornar este obstáculo; A importância do professor possa se sensibilizar, apropriar para que se possa utilizar diversas mídias potencializando o ensino e instigando os alunos ao aprendizado agregando um currículo cultural.

A partir destes achados de pesquisa, acerca da prática docente com as HQs para o ensino de Matemática, este estudo concorda com Vergueiro (2009 e 2006), Moya (1994), Eisner (2001), McCloud (1995), Cirne (1990) e Alcântara (2014 e 2018), que destacam as HQs como recurso didático-pedagógico que possuem enormes potenciais para o ensino e que cabe o professor conhecer e alimentar práticas didáticas com este recurso que colherá bons resultados, sendo trabalhadas de forma planejada e com bom senso. Assim pode-se perceber que a prática com quadrinhos pode ser incorporadas as aulas de matemática, como também desmistificar a ideia de subleitura para que assim haja a sensibilização e a familiarização com a linguagem, promovendo uma perspectiva formativa significativa na atuação do magistério no ensino de educação básica.

Dentre as dificuldades e recursos didáticos para o ensino de trigonometria destacamos: a desarticulação das ideias dos docentes sobre os conteúdos trigonométricos da Trigonometria no triângulo retângulo, trigonometria na circunferência e definições formalizadas das noções básicas de trigonometria que vão desde conhecimentos básicos, a dificuldade em ministrar aulas sobre trigonometria, por precisarem de uma atenção maior e recapitular algumas operações com números irracionais, além de uma interpretação geométrica o que evita muito o uso exaustivo de fórmulas, os docentes estarem presos ao livro didático evitando os desenvolver práticas pedagógicas e utilização de recursos didáticos, além do tempo muito curto para elaboração de atividades por meio de aulas dinâmicas que proporcionem situações diferenciadas durante as aulas.

Dentre os recursos didáticos para o ensino de Trigonometria tem-se: a história da matemática, jogos, recursos tecnológicos e histórias em quadrinhos, percebe-se que as HQs se sobressaem, pois além de elas podem estimular os estudantes a leitura, reflexão, trabalhar diferentes temas, pode fomentar aos professores, alunos e interessados pelo conteúdo conhecer por meio dela outros recursos didático-pedagógicos, assim as HQs podem ser um recurso de divulgação científica que leve o conhecimento matemático de forma leve, criativa e lúdica para a comunidade em que o aluno está inserido, assim o conhecimento pode ultrapassar as barreiras da universidade e conseguir chegar a todos, democratizando o conhecimento.

Iniciou-se este estudo a partir do questionamento: De que maneira as tirinhas podem ser utilizadas como recurso didático facilitador nas aulas de Trigonometria? Eis aqui os achados:

As práticas dos docentes podem ser enriquecidas com ampliação de interações entre aluno-professor, aluno-aluno e aluno-conteúdo trigonométrico alicerçadas por meio das sequências didáticas construídas que mobilizam saberes trazidos pelos alunos, o saber da troca de experiências, e o saber do docente que intervém quando é necessário guiando os estudantes quando se é necessário; A formação dos conhecimentos através de aulas práticas desencadeadas pelas tiras, o que propõe aos alunos como protagonistas da construção do seu conhecimento assim o docente dinamiza a aula por meio de problemáticas levantadas ao desenrolar da aula; Há ainda o destaque para as aprendizagens que os docentes devem possuir sobre a interpretação da imagem e dos elementos presentes nas tiras a fim de que o aluno possa compreender a ideia do conceito matemático inserido na tira;

A tira como forma de divulgação científica para que o professor possa compreender de forma sistematizada, conectada e gradual do conhecimento de trigonometria alguns porquês de estratégias esclarecendo dúvidas e proporcionando o desenvolvimento do aprendizado pelos estudantes de forma leve e lúdica. As tiras também fomentam a pesquisa em outros meios e mídias para que o aluno possa conhecer um pouco mais sobre personagens históricos, entes trigonométricos, resoluções de problemas, interpretações e abordagens diferenciadas de se resolver um mesmo problema. Além de evidenciar como metodologias de abordagem de ensino, como seminários, criação de tiras, construção de instrumentos históricos e aulas de campo.

As tiras foram escolhidas, dentre os formatos de HQs, como a que melhor se adaptam aos interesses desta pesquisa. Suas contribuições vêm a partir de serem narrativas curtas, que podem trabalhar diferentes assuntos e facilmente aplicáveis na construção de questões. As dificuldades pertinentes ao trabalho foram a elaboração das tiras, onde cada tira necessitava de um roteiro, um traço, uma pintura, isso custou bastante tempo, porém foi um trabalho gratificante e bem planejado, o que corrobora com Ramos (2017), que para se obter sucesso com o uso de tiras para o ensino está na mão de quem conduz o processo de ensino-aprendizagem, o que demonstra uma preocupação que o docente deve ter ao selecionar e construir tiras alinhando de forma organizada, planejada, criativa, inteligência e, claro, uma boa dose de bom senso.

É importante que o professor possa promover momentos pelos quais os estudantes possam conhecer personagens que são inseridos, já que a tira é uma narrativa curta, assim como conhecimento matemático, além de trabalhar oficinas de quadrinhos no qual o aluno aprenderá um pouco mais sobre seus formatos e elementos para construção de sua própria historinha, sabendo desenhar ou não, para aqueles que não sabem poderão usar colagens e softwares para criação das HQs.

O processo criativo da criação de tiras utilizando a metodologia de Carvalho (2006)

para o ensino de trigonometria vai desde a criação do personagem, do roteiro e de como deverá ser encaixado o conteúdo matemático. O professor deve explorar a criatividade a fim de alinhar os conhecimentos trigonométricos em uma narrativa coesa e caso isso não seja possível possa trabalhar com tiras seriadas, assim propicia aulas mais dinâmicas, participativas, sem o uso exaustivo de fórmula e exercícios resolvidos.

O professor perceberá, por meio das sequências didáticas criadas, a articulação sucinta que elas fazem com a realidade do estudante, onde elas trabalham de forma humorada e contextualizada os assuntos trigonométricos pertinentes ao currículo do Ensino Médio. Neste trabalho, percebeu-se a sua aplicação na construção de rampas para melhoria da acessibilidade, as estações do ano podendo ser definidas usando noções básicas de Trigonometria, a contribuição hindu para a Trigonometria de hoje, o uso de memes para atrair o aluno, a música para introduzir o conteúdo da tira, isso pôde ser encontrado dentro do produto educacional confeccionado.

Os questionamentos iniciais propostos sempre no início das atividades propõem ao professor uma possibilidade de conhecer o que os alunos aprenderam como eles interpretam esses conhecimentos e adequam em suas vivências.

O processo de repassar as respostas destes questionamentos que partem do professor e do contato inicial com a tira faz com que os alunos possam organizar suas ideias, criem argumentos, reflitam e dialoguem com o conteúdo das tiras.

Além de socializar estas interpretações a fim que haja pequenos debates no qual o professor irá intervir quando necessário. As tiras também facilitam para que os alunos pesquisem, sendo uma ótima forma de divulgação científica por adaptar uma linguagem científica em uma linguagem acessível não perdendo sua clareza e objetividade.

A pesquisa teve como resultados: um site (figura 90) que integra as tiras, historinhas confeccionadas, sequências didáticas e um perfil no Instagram, representado na figura 91 (como forma de divulgação das tiras nas redes sociais), todos voltados para o ensino de Trigonometria. Surgiu em demanda do mestrado, mas sobre o interesse de disponibilizar um bom material para incrementar a prática pedagógica de professores de Matemática na Educação Básica no ensino de Trigonometria.

Assim foi criado o personagem Dreammer, um professor de Matemática que desvenda o mundo da Trigonometria. Além dele, Alfredo, um quadrinista que gosta muito de Matemática e por fins educativos cria tiras para o ensino de Trigonometria pois a maioria dos seus amigos achavam o conteúdo chato e sem aplicação nenhuma para o cotidiano, por meio de desmitificar essas ideias errôneas sobre a Trigonometria, ele cria tiras no qual usa Dreammer para viver altas aventuras, e suas intervenções nas tiras explicitam dúvidas, definições e mostra de

maneira simples como a Trigonometria é importante para nossa sociedade.

O personagem tem a cabeça em formato de gota, que segundo Alfredo explicita que o que conhecemos é uma gota diante do que desconhecemos, fazendo referência a Newton, os cabelos são no formato de asas, que mostra o quanto sua imaginação pode voar para transmitir o seu saber, além das intervenções do próprio criador para definir, criar questões e respondê-las. Além de Alfredo criar personagens que são números, razões trigonométricas, até antes da matemática como fossem seres vivos, no qual interagem e transmitem ideias que possuem um intuito de transmitir um conhecimento trigonométrico.

Com esta melhoria, pretende-se minimizar as dificuldades do docente ao incorporar as HQ/tirinhas para sua prática pedagógica e trazer melhorias para que os alunos possam compreender os assuntos trigonométricos de forma lúdica, motivadora e que instigue ao aprendizado.

Constituem de produções sistematizadas que agregam a história da Trigonometria, aplicações no cotidiano, tira dúvidas, algumas histórias humoradas para fixação de fórmulas que por meio das sequências didáticas norteiam a implementação dessas tiras para o ensino de Trigonometria, as quais foram descritas as orientações para que o professor possa explorar de forma significativa o recurso das HQs (no formato de tiras), contendo o tempo destinado para realização de cada atividade, os pré-requisitos necessários para que o aluno possa ter êxito nas atividades desenvolvidas, além de conter questões relacionadas a interpretação da tira, no qual o aluno deverá discutir sobre temáticas diferentes e interpretar imagem/palavra em processo que Brandão (2018) enfatiza ser o processo de alfabetização quadrinizadora, no qual o professor irá intervir quando necessário para que ele possa compreender os elementos característicos das HQs presentes na tira.

O caminho percorrido nesta pesquisa deixa a satisfação de contribuir para o uso deste recurso na sala de aula e apontar novas perspectivas que possam auxiliar aos professores e formandos em suas pesquisas, debates e práticas.

## REFERÊNCIAS

ALCÂNTARA, Cláudia Sales de. **Didática e Prática de Ensino na relação com a Escola: Histórias em quadrinhos e educação: Inovando o currículo.** Fortaleza: Eduece - Livro 102559, 2014. 12 p. Disponível em: <https://vdocuments.site/historias-em-quadrinhos-e-educacao-em-quadrinhos-conquistem-1-doutora.html>. Acesso em: 09 nov. 2018

ALCÂNTARA, Cláudia Sales. **Coleção Quadrinhos em Sala de Aula: estratégias, instrumentos e aplicações.** Fundação Demócrito Rocha, caderno 2. Fortaleza, 2018.

BALLADARES, L.B.: **Malba Tahan, Matemática e Histórias em Quadrinhos: produção discente de HQ's em uma colônia de pescadores,** 2014, p.185. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

BRANDÃO, Daniel. **Coleção Quadrinhos em Sala de Aula: estratégias, instrumentos e aplicações,** caderno 3. Fortaleza, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Conselho Nacional de Educação. Câmara da Educação Básica. Exposição de motivo são encaminhamento das diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: CNE, 1997.

CARVALHO, DJota. **A educação está no gibi.** Campinas: Papirus, 2006.

CARVALHO, Guido. **Questões e quadrinhos: o uso de histórias em quadrinhos no Enem, em vestibulares e concursos.** Anais da VI Semana de Integração Inhumas: UEG, 2017, p. 677-687.

CAVALCANTE, O. A. L.: **No dia mais claro: um estudo sobre o sentido atribuído às histórias em quadrinhos por professores que ensinam matemática em formação,** 2014, p.212. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

CIRNE, Moacy. **História e crítica dos quadrinhos brasileiros.** Rio de Janeiro: FUNARTE, 1990.

CIRNE, M. **Quadrinhos, sedução e paixão.** Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática (Ensino médio)**, volume único. 1º ed. São Paulo: Ed. Ática,2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 2ed. São Paulo:Ática,2013.

DUVAL, Raymond. Semioses e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

EISNER, Will. **Quadrinhos e Arte Sequencial**. Martins Fontes, São Paulo,1999.

EISNER, Will. **Quadrinhos e Arte Sequencial**. Martins Fontes, São Paulo,2001.

FERNANDES, R.U. **Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência**.2010. 135f.Dissertação de Mestrado-Pontifca Universidade Católica de São Paulo, São Paulo,2010.

FROTA, M. C. R. **Perfis de Estilos de Aprendizagem Matemática de Estudantes Universitários. Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 12, n. 1, p. 89 -110. 2010. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2388/2180>>. Acesso em: 23 abr. 18

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GODOY, A. S. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. Revista de Administração de Empresas-ERA. São Paulo, v.35, n.2,p.57-63,mar./abr.1995

GONÇALVES, Amanda. **Tirinhas na Aula de Matemática**. Disponível em: <http://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/tirinhas-na-aula-matematica.html>.Imagem:<http://s2.static.brasilecola.uol.com.br/img/2014/10/peanuts.jpg>. Acesso em: 22ago. 2018.



GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**, 2000, 239p. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2000.

GROENWALD, C. L. O.; TIMM, U. T. *Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula*. Canoas: Ed. Ulbra, 2006. Disponível em <http://www.somatematica.com.br/artigos/a1/>. Acesso em 22 nov. 2018.

HUIZINGA, J. **Homo Iudens**. São Paulo: Perpectiva, Ed. da USP, p.22, 1971.

LOPES, M. M.: **Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de trigonometria usando software Geogebra**. 2010, 138p. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

MALHOTRA, N.; ROCHA, I.; LAUDISIO, M.C. **Introdução à Pesquisa de Marketing**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005.

MATTAR, F. N. Pesquisa de marketing. 3.ed. São Paulo: Atlas, 2001.

MARTINS, Eugenio Brito; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Ensino de análise combinatória utilizando história em quadrinhos: uma nova experiência. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba: Sbem, 2013. p. 1 - 10. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/1514244-O-ensino-de-analise-combinatoria-utilizando-historia-em-quadrinhos-uma-nova-experiencia.html>>. Acesso em: 11 out. 2018.

MCCLLOUD, Scott. **Desvendando os Quadrinhos**. São Paulo: M.Books, 1995.

MOYA, Álvaro. **História das histórias em quadrinhos**. São Paulo: Brasiliense, 1994.

NETO, J. R. D.: **Registros de representação semiótica e o GeoGebra**: Um ensaio para o ensino de funções trigonométricas. 2010, 130p. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

OLIVEIRA, R. L. **Aritmética e artefatos antigos**: uma proposta interdisciplinar. 2009. 217f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2009.

PEDROSO, L.W.: **Uma proposta de ensino de trigonometria com o uso do software**

**Geogebra**.2012, 271p.Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre,2012.

PEREIRA, C. S.; RÊGO, R. M. Aprendizagem em trigonometria contribuições da teoria da aprendizagem significativa. **Anais do XIII CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, 2011.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; ALCÂNTARA, Cláudia de Sales(org.). Histórias em quadrinhos: interdisciplinaridade e educação. São Paulo: Editora Reflexão,2017.

QUINTANEIRO, W., GIRALDO, V., FUSARO, M. **Funções Trigonométricas: Investigação Conceitual**. Ebrapem. Goiânia, 2010.

RAMOS, Paulo. **Tiras no ensino**. São Paulo: Parábola Editorial, 2017.

RAMOS, Paulo. **A leitura dos quadrinhos**. São Paulo: Contexto, 2009.

RAMOS, Paulo. **Coleção Quadrinhos em Sala de Aula: estratégias, instrumentos e aplicações**. Fundação Demócrito Rocha, caderno 6. Fortaleza,2018.

Revista do Colégio Brasileiro de Cirurgiões, Rio de Janeiro, v.34, n.6, nov. / Dec. 2007. Disponível em : [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0100-912007000600012&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0100-912007000600012&script=sci_arttext). Acessado em 27/10/2019

REZENDE, L. A. **Leitura e formação de leitores: vivências teórico-práticas**. Londrina: EdUEL, 2009.

RIBEIRO, E. C. **Material Concreto para o Ensino da Trigonometria**. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática para Professores do Ensino Básico) Universidade Federal de Minas Gerais-UFMG. Belo Horizonte -ES, 2011, p. 29. Disponível em: [http://www.mat.ufmg.br/~espec/Monografias\\_Noturna/Monografia\\_ErikaCRibeiro.pdf](http://www.mat.ufmg.br/~espec/Monografias_Noturna/Monografia_ErikaCRibeiro.pdf). > Acessado em 15/02/2016.7

SANTOS JUNIOR, Ney Trevas. **A influência das histórias em quadrinhos no ensino da matemática: um saberfazer que permite a comunhão do paradidático com o didático numa busca insólita pela mudança da relação tecida entre a criança e esta ciência exata**. 2011. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, programa de Pós-graduação em Educação,

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011. Disponível em: <[http://www.bdtd.uerj.br/tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=5403](http://www.bdtd.uerj.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=5403)>. Acesso em: 14 dez. 2018.

SILVA, L. C. F. **As Dificuldades em Aprender e Ensinar Matemática**. Licenciatura em Matemática, Universidade estadual de Goiás -UNEG Jussara-GO, 2009. Disponível [http://www.cdn.ueg.br/arquivos/jussara/conteudoN/1209/Monografia\\_As\\_Dificuldades\\_em\\_Aprender\\_e\\_Ensinar\\_Matematica.pdf](http://www.cdn.ueg.br/arquivos/jussara/conteudoN/1209/Monografia_As_Dificuldades_em_Aprender_e_Ensinar_Matematica.pdf) > Acessado em 10/03/2018

SILVA, L. C. F. **As Dificuldades em Aprender e Ensinar Matemática**. Licenciatura em Matemática, Universidade estadual de Goiás -UNEG Jussara-GO, 2009. Disponível em <[http://www.cdn.ueg.br/arquivos/jussara/conteudoN/1209/Monografia\\_As\\_Dificuldades\\_em\\_Aprender\\_e\\_Ensinar\\_Matematica.pdf](http://www.cdn.ueg.br/arquivos/jussara/conteudoN/1209/Monografia_As_Dificuldades_em_Aprender_e_Ensinar_Matematica.pdf)> Acesso em: 10 mar. 2016.

SILVA, M. F. da; FROTA, M. C. R. **Uma experiência com modelos da trigonometria associados a situações práticas**. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. [S.l.: s.n.], 2010.

SILVA, S. M. L. :. **As Histórias em Quadrinhos adaptadas como recurso para Ensinar Matemática para alunos cegos e videntes**, 2010, p.89. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2010.

SILVA, Pedro Henrique da. **Transformações geométricas no contexto escolar; uma experiência no 8º ano do ensino médio**. 2017. 158 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017. Disponível em: <[https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/8757/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O\\_Transforma%C3%A7%C3%B5esGeom%C3%A9tricasContexto.pdf](https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/8757/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O_Transforma%C3%A7%C3%B5esGeom%C3%A9tricasContexto.pdf)>. Acesso em: 26 jun. 2019.

SOUSA, Márcio Conceição Bessa de. **Construção de histórias em quadrinhos para o ensino de matemática com alunos do 2º ano do ensino médio**. 2015. 65 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto de Ciências e Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2015. Disponível em: <[https://sca.proformat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc3.php?id=1072](https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=1072)>. Acesso em: 11 jul. 2018.

SOUZA, E. H. de. **Construção de histórias em quadrinhos:** Possibilidades para professores de Matemática em formação. 2015. 144f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECM)- Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

VAZQUEZ, C. M. R. **Trigonometria no ensino médio:** a construção de alguns com ceitos. In.: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. [S.l.: s.n.], 2010

VERGUEIRO, Waldomiro; RAMA, Ângela (Orgs). **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula.** São Paulo:Contexto,2006.

VERGUEIRO, Waldomiro; RAMOS, Paulo (Org.). **Quadrinhos na educação:** da rejeição à prática. São Paulo: Contexto, 2009.

VERGUEIRO, Waldomiro. **A linguagem dos quadrinhos:** uma “alfabetização” necessária. In: RAMA, Ângela; VERGUEIRO, Waldomiro. (Orgs.). Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2010

VERGUEIRO, Waldomiro. **Coleção Quadrinhos em Sala de Aula:** estratégias, instrumentos e aplicações. Fundação Demócrito Rocha, caderno 1. Fortaleza,2018.

VIDAL, Eloísa Maia. et al. **Educação, informática e professores.** Fortaleza, CE: Fundação Demócrito Rocha, 2002.