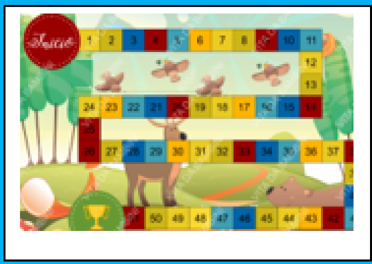

PRODUTO EDUCACIONAL

JOGO DA TRILHA DOS PROPORCIONAIS

MANUAL DO JOGO

VITOR HUGO BONFIM LACERDA

FORTALEZA – CE

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO CIÊNCIAS E MATEMÁTICA-ENCIMA

VITOR HUGO BONFIM LACERDA

O JOGO DA TRILHA DOS PROPORCIONAIS: MATERIAL DIDÁTICO UTILIZADO NAS AULAS DE MATEMÁTICA A PARITR DOS CONCEITOS DE PROPORCIONALIDADE

FORTALEZA – CE
2019

VITOR HUGO BONFIM LACERDA

O JOGO DA TRILHA DOS PROPORCIONAIS: MATERIAL DIDÁTICO UTILIZADO NAS AULAS DE MATEMÁTICA A PARITR DOS CONCEITOS DE PROPORCIONALIDADE

Produto de Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-graduação profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira

FORTALEZA – CE

2019

APRESENTAÇÃO

Será desenvolvido um material didático, que é um jogo de tabuleiro com o propósito do professor trabalhar com os alunos na sala de aula, de uma forma diferente na qual eles possam compreender melhor os conceitos matemáticos, e tenham maior interação nas aulas. Esse produto educacional é parte desenvolvida pela pesquisa da dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Ceará. Esse material será utilizado ao professor, como forma de ele utilizar nas aulas de matemática com os alunos, trabalhando com o conteúdo de proporcionalidade.

O produto educacional será desenvolvido como apostila, explicando passo-a-passo, como o professor poderá aplicar na sala de aula, como também irá apresentar as suas regras. O material descreve todo o material contido no jogo, quais as regras do jogo podem ser utilizadas, como também os conteúdos que serão abordados.

O material didático poderá auxiliar professores na estratégias pedagógicas interdisciplinares e contextualizadas, como a que foi aplicada durante a pesquisa, como também despertar o interesse dos docentes para a criação de novos jogos e novas estratégias que facilitem o processo ensino-aprendizagem e tornem as aulas mais prazerosas, ao facilitar também uma relação professor/aluno menos arbitraria e menos impositiva, uma vez que o professor ocupará o papel de facilitador nessa nova estratégia pedagógica.

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. CONFECÇÃO DO JOGO DE TABULEIRO

O tabuleiro é um tipo de jogo desenvolvido a partir de um espaço plano retangular, no qual inclui figuras ou formas, de acordo com o tema, ou tipo que o mesmo oferece. Existem vários tipos com esse formato como: Trilha, Ludo, Dama, Hex., etc. O tabuleiro com formato de um caminho com casas descreve o jogo como forma, no qual o jogador precisa iniciar do ponto de partida, caminhando até o fim, onde pode ter vários obstáculos (PEREIRA, FUSINATO e NEVES, 2009).

Dessa forma, o jogo de tabuleiro no produto educacional chamado de “jogo da trilha dos proporcionais” foi confeccionado por um caminho que possui 38 casas, do ponto de partida até o de chegada, onde cada jogador precisará caminhar até o fim para vencer a partida. Nele também contém, há casas com formato de ponto de interrogação, no qual cada um deles chegar nesse ponto, terá que responder à uma pergunta, além de ter casas como frases “avance 2 casas”, avance 3 casas” e “volte 2 casas”.

1.1. Componentes do jogo

- Um tabuleiro com formato PVC retangular, com 38 casas, do ponto de partida até o de chegada.
- 39 cartões-pergunta na forma retangular, referente ao conteúdo sobre proporcionalidade.
- Uma ampulheta.
- 8 pinos das cores vermelha, laranja, amarela, verde, azul, rosa, lilás e preto.
- Um dado.

1.2. Materiais para reprodução do jogo

- Um papel retangular (50 cm x 40 cm) do tipo Policloreto de Polivinila (PVC).
- Papel de plástico para os cartões-resposta.
- Tesoura, no qual será cortado os cartões na forma retangular.

O jogo de tabuleiro foi inicialmente desenhado em um computador, no formato de um retângulo, fazendo um caminho que contem casas do tipo quadradas, e em seguida impresso por um papel o tipo Policloreto de polivinila (PVC), com o formato retangular. Também foram feitos cartões–pergunta, impresso por um papel de plástico de tamanho menor, no momento que o jogador ficar numa casa com o formato com o ponto de interrogação, ele terá que responder o problema contido nesses cartões. O mesmo contem problemas relacionados os conteúdos de proporcionalidade como: razão e proporção, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, regra de três e porcentagem.

2. CONTEÚDOS DE PROPORCIONALIDADE ABORDADOS NA APLICAÇÃO DO JOGO

Para este capítulo, serão abordados todo o conteúdo relacionado aos conceitos de proporcionalidade, incluídos no jogo. Para que o professor possa aplicar, ele precisa rever a definição do conceito de proporcionalidade, e assim compreender os problemas que estarão nesse recurso didático. Os conceitos relacionados ao conteúdo de proporcionalidade são: razão e proporção, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, regras de três e porcentagem.

2.1. Razão e proporção

O conceito de razão resulta de uma divisão de dois números, tais representados por duas situações diferentes, podendo ser uma fração do tipo a/b, tal que a e b são dois números representados por essas situações e $b \neq 0$. Quando a mesma representa a/b, podemos dizer que “a está para b”, tal que o valor de a é chamado de antecedente e o b subsequente (SILVEIRA, 2015).

O mesmo autor, citado anteriormente, afirma que na proporção, a razão do tipo a/b, tal que $b \neq 0$ estiver relacionada a outra do tipo c/d, tal que $d \neq 0$, será feita pela a seguinte aplicação $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, resultando em um valor chamado de constante de proporcionalidade.

Segundo Almeida (2015), o conceito de razão e proporção está presente em todas as situações vistas na realidade do aluno, o qual pode ser trabalhado na geometria, com o conceito de escalas cartográficas, que trabalha a relação entre mapas e distâncias reais, preços de produtos, medidas de velocidade e tempo, entre outros.

Dessa forma, o conceito da razão e proporção estará presente em todo cotidiano vivido pelo aluno e assim ele terá meios de utilizar esse meio para fazer os cálculos, ou mesmo apresentando problemas. A partir do conceito de razão e proporção, terá outros conceitos que possam abranger o assunto da proporcionalidade, ou seja, poderá ser utilizado a partir do assunto inicial em sala de aula.

2.2. Grandezas diretamente e inversamente proporcionais

A grandeza proporcional é utilizada a partir dos conceitos de razão e proporção, no qual todo elemento pode ser medido ou contado, ou seja, o mesmo pode ser dividido em partes proporcionais, que dará certa quantidade, proporcional a quantidade em que a partir do problema for apresentado.

A grandeza pode ser diretamente ou inversamente proporcionais, se torna diretamente a partir de uma certa grandeza que será correspondente a outra grandeza, ou seja, pode ser representada por a/b = k, onde o k é o fator de proporcionalidade e os valores de a e b serão representados por essas grandezas, e torna inversamente a partir do momento em que duas grandezas não são correspondidas, e com isso representa pela formula matemática de a·b = k (IEZZI e HAZZAN, 2004).

Para o cálculo de grandezas, Tinoco (2016) descreve que se o problema relacionar aos valores diretamente proporcionais, o aluno poderá utilizar a seguinte aplicação de $a_1/b_1 = a_2/b_2 = a_3/b_3 = \ldots\ldots\ldots a_n/b_n = k$, tal que ao fazer a divisão em partes proporcionais, poderá fazer como $\frac{a1+a2+a3+\cdots+an}{b1+b2+b3+\cdots+bn} = k$, e encontrando a constante k, multiplica tal valor pelas as partes de b e assim encontrar a. Já com os valores inversamente proporcionais, utiliza-se $a_1 \cdot b_1 = a_2 \cdot b_2 = a_3 \cdot b_3 = \ldots\ldots\ldots a_n \cdot b_n = k$, e assim, pode ser feita a divisão na aplicação de $\frac{a1+a2+a3+\cdots+an}{\frac{1}{b1}+\frac{1}{b2}+\frac{1}{b3}+\cdots+\frac{1}{bn}} = k$, e com isso, dividir k por b, para encontrar o valor de a.

Com o método das grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, o professor precisa apresentar um problema da realidade em que o aluno vive que se refere a esse conteúdo, em seguida mostrar o passo a passo para que ele possa resolver e então, chegar à conclusão do problema, sem sentir alguma dificuldade.

2.3. Regra de três

O conceito da regra de três se baseia na continuação do uso da proporcionalidade, no qual pode ser feito uma relação entre grandezas, apresentando problemas que envolvam situações do dia a dia. Se o mesmo conseguir compreender o conceito de razão e proporção, conseguira resolver uma boa parte de problemas que são associados ao uso da regra de três, tanto simples como composta.

A regra de três pode ser usada a partir de duas ou mais situações envolvidas e assim fazer uma comparação, pois se utilizarmos a –> b e c –> d, e usar a = b·k e c = d·k, tal que o k é o fator de proporcionalidade, e então podemos usar a seguinte relação de $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, dependendo do que o problema for citado. Também, a regra de três pode ser classificada em simples, se houver apenas duas situações ou composta, para três ou mais, e suas proporções podem ser diretamente ou inversamente proporcionais (SOUZA, 2015).

A regra de três, do tipo simples ou mesmo composta, costuma ter resoluções envolvendo situações do dia a dia, e então é preciso fazer uma comparação entre grandezas que serão envolvidas no problema proposta, e usando o conceito utilizado em razão e proporção do tipo $\frac{x}{b} = \frac{c}{a}$, o aluno poderá resolver tal problema, mas é preciso que ele faça a relação com as grandezas corretamente.

2.4. Porcentagem

O conceito de porcentagem é utilizado a partir do uso de razão e proporção, relacionado a uma divisão por 100, ou seja, um valor expresso pelo valor a% = a/100, sendo o elemento % é dito "por cento", no qual se refere ao encontrar uma parte de certo número. O professor pode explicar o conceito ao aluno dizendo que "por cento" corresponde "por cem", e daí ele conseguira compreender o valor (ANDRINI e VASCONCELLOS, 2012).

A porcentagem também é utilizada em conceitos que envolvam a parte financeira, como usar em descontos e acréscimos, relacionados a produtos, como também no uso de juros simples ou compostos a partir de certa taxa, referente algum valor em dinheiro, também aparece muito em gráficos e tabelas que mostram informações, ou até mesmo uma relação aos cálculos com a probabilidade (PAST, 2013).

Então, o conceito pode ser usado a partir de uma situação-problema, por meio das questões do dia a dia, no ambiente em que vive. É importante fazer uma comparação de uma grandeza, pois é assim que pode ser trabalhado o uso da porcentagem, pois, por meio de questões matemáticas, o aluno vai poder adquirir e entender mais a situação e conseguir melhorar a aprendizagem com o uso desse conceito.

Então, a utilização de porcentagem, no cotidiano e pelos conceitos básicos de proporcionalidade na sala de aula possa incentivar o aluno para buscar uma melhor aprendizagem, superando suas dificuldades com esse conteúdo, e terá por objetivo fazer com que eles aprendam mais, criando assim uma nova rotina em sala de aula para despertar o interesse dos alunos.

3. REALIZAÇÃO DA APLICAÇÃO DO JOGO

Para este capítulo, será apresentado toda a descrição do jogo de tabuleiro, como o professor poderá usar com os alunos nas aulas de matemática, mostrando passo-a-passo de toda a aplicação. O quadro 1 a seguir relata o roteiro da atividade usado a partir desse recurso didático.

Quadro 1 – Roteiro da atividade

EIXO TEMÁTICO	JOGO DE TABULEIRO
TEMA	Proporcionalidade
TÓPICO	Razão e Proporção, Grandezas, Regra de três e Porcentagem
TURMA	1º ano do Ensino Médio
DURAÇÃO	2 horas/aula

Fonte: Arquivo pessoal do autor (2019).

3.1. Objetivos

- Revisar com os alunos os conceitos relacionados ao ~~conteúdo~~ de proporcionalidade;
- Desenvolver uma atividade que possa atrair o interesse dos alunos nas aulas de matemática;
- Favorecer a interação entre os estudantes, o desafio cognitivo, a cooperação e a motivação para aprender;

3.2. Regras do jogo

Antes que se inicie a partida, o professor precisa formar equipes, dos quais cada uma será representado por pinos de cor diferente, podendo ser equipes de quatro ou até mais alunos, dependendo da quantidade de turmas. A partir da formação, o professor terá uma noção em saber quantos pinos irão participar, ou seja, quantas equipes, chegando a ser até oito pinos, de cores diferentes e citadas anteriormente.

Em seguida, após a formação das equipes, o professor precisará fazer um sorteio para definir qual equipe será a primeira que irá jogar, depois a segunda, terceira e assim por diante, dependendo de quantas vão participar.

Antes de começar a partida, o professor tem que explicar as seguintes regras para as equipes, sobre o desenvolvimento ao jogo, para que eles não tenham dúvida durante a atividade na qual será aplicada. Dentre as regras a seguir estão:

- Assim que a equipe lançar o dado e avançar de acordo com o valor do mesmo, terá que responder o problema sorteado pelo professor.
- Antes de falar a resposta, terá que mostrar a resolução do problema.
- Pode ter auxílio de material didático na hora da resolução.
- É proibido pedir ajuda de outra equipe.
- Se acertar a questão, mostrando a resolução, a equipe poderá avançar mais duas casas.
- Se errar a questão, terá que voltar uma casa.
- A equipe vencedora vai precisar acertar uma última questão.

Dessa forma, todas as equipes sabendo das regras do jogo, poderão participar da aplicação, até que chegue a um vencedor, o professor também poderá dar algum brinde ou nota maior para essa equipe, na qual completará todas as casas.

3.3. Desenvolvimento do jogo de tabuleiro

Ao iniciar a partida. A primeira equipe lança o dado, e de acordo com o número que sair, vai avançando nas casas, um exemplo, se sair no dado o número três, ele avançara três casas.

Depois que chegar em tal casa, o professor irá selecionar o problema situado no cartão–pergunta para resolver, no caso de representar por equipe, eles podem se reunir para resolver, que é interessante porque podem trabalhar em equipe, na questão do entrosamento e da resolução do problema.

O jogador ou a equipe terá um tempo, marcado na ampulheta para resolver o problema e antes disso, terá que mostrar a resolução em uma folha, com os cálculos, no qual foi resolvida. Se a equipe acertar na resolução, terão direito de avançar mais duas casas, se errar terá que voltar uma casa.

Também a equipe poderá em não responder o problema caso algum componente não saiba e nesse caso, a equipe não correrá o risco de voltar, ou seja, ficará na mesma casa, já que optou em não falar, por não saber a resolução.

A rodada constitui quando todos os pinos de cores diferentes já tiverem jogado a sua vez na partida, e então após o último jogador iniciar a sua partida, dará o início para a próxima, e continuará assim até concluir todo o jogo.

Se ao jogar o dado e parar na casa onde tem a seguinte frase “avance 1 casa”, o jogador poderá pular mais uma e daí responder o problema selecionado, caso ele acerte, vai avançar mais duas casas, ou seja, terá uma vantagem maior em avançar três casas. Acontece o mesmo se chegar na casa com frases “avance 2 casas” ou “avance 3 casas”.

Se no certo momento, o jogador chegar na casa com a frase “volte 1 casa” ou “volte 2 casas”, então terão que voltar e depois responder a seguinte pergunta. Pode acontecer em certo momento com a equipe que chegar numa casa e acertar a questão, avançar duas casas e parar em casas onde terá “avance 1, 2 ou 3 casas”, poderá caminhar mais, ou seja, a equipe terá maior vantagem em estar mais na frente.

Isso vai acontecer durante todo o momento até que uma das equipes consiga chegar na casa antes do ponto de chegada, e vença o jogo. A primeira equipe que chegará nas ultimas casas, poderá ter a chance de ser o vencedor do jogo, caso acerte a última questão no qual o professor for selecionar, um exemplo, se o pino estiver numa casa, no qual faltaria mais quatro para chegar até a linha de chegada, caso tire cinco no dado, venceria o jogo, mas isso não acontece, pois não avançaria cinco casas e sim, ficaria na última casa, pois a equipe precisaria acertar a última questão.

Se a equipe estiver na última casa, mas errar a questão, volta uma casa, dando a vez para a próxima equipe, e só voltaria a tentar outra vez em outra rodada, e vai sendo assim até finalmente acertar a questão, e daí chegaria no ponto de chegada, dando como vencedor do jogo de tabuleiro.

Com isso, o professor pode completar o desenvolvimento do jogo, dando as outras colocações para outras equipes, dependendo da posição na casa que eles estiverem, ou também se o professor quiser, pode dar continuidade a atividade, para saber quem ficará em segundo lugar, ou até terceiro e assim por diante.

4. PROBLEMAS APRESENTADOS NOS CARTÕES-PROBLEMA

O professor aplicador que desenvolveu o jogo de tabuleiro, também apresentou vários problemas citados nos cartões-problemas, no quais os alunos terão que responder durante a aplicação do jogo. Os cartões-problema apresentam conteúdos referentes a Proporcionalidade que são: Razão e Proporção, Grandezas diretamente e inversamente proporcionais, Regra de três e Porcentagem.

Esse capítulo apresentará os problemas no jogo e também a resolução de cada, com o total de 39 cartões-problema, referente ao conteúdo, pois assim ajudará ao professor a ver qual será o resultado e passar para o aluno se ele acertou ou não.

<u>Pergunta 1:</u> "Numa partida de basquete, Francis fez 15 arremessos, acertando 9 deles. Qual a razão do número de acertos para o número total de arremessos de Francis? "
<u>Assunto:</u> Razão e Proporção.

Para resolver o seguinte problema, basta encontrar a razão do número de acertos que Francis fez, no caso 9, pelo total de arremessos que foi de 15, logo a razão é igual a 9/15.

<u>Pergunta 2:</u> "Um veículo desenvolve a velocidade média de 75 m/s durante 3 horas. Quantos quilômetros o veículo percorrerá? "
<u>Assunto:</u> Cinemática com o uso da Razão e Proporção.

A partir do problema citado anteriormente, pode ser usado os cálculos de razão e proporção na física. Primeiramente, a unidade da velocidade é de m/s e como o tempo está em horas, então é preciso que transforme para segundos, e como 1 hora = 60 minutos·60 segundos = 3600 segundos, logo 3·3600 = 10800 segundos. Em seguida, a medida da velocidade representa uma razão entre metros e segundos, que dá igual a velocidade, então temos que 75 = x/10800, onde x representa a distância que o veículo percorrerá. Dessa forma, fazendo a proporção de $\frac{75}{1} = \frac{x}{10800}$, temos 75 irá multiplicar por 10800, que terá o resultado igual a 810000 metros. O problema pede o valor da distância em quilómetros, mas sabemos que 1 km = 1000 metros, então fazendo a razão de 810000/1000 = 810 quilômetros que é a distância percorrida pelo veículo.

<u>Pergunta 3:</u> "Na prova de Matemática de Samara, a razão do número de questões certas para o total foi de 3 para 4. Quantas questões Samara acertou? "

Assunto: Razão e Proporção.

Pelo problema citado anteriormente, a razão entre o número de questões que Samara acertou e o total delas é de 3 para 4, que dará 3/4, logo ela acertou 3 questões na prova de Matemática.

Pergunta 4: "Para fazer um refresco, misturamos suco com água na razão de 3 para 5. Quantos copos de água devem ser misturados se colocar 9 copos de suco? "

Assunto: Razão e Proporção e Regra de três

A partir do problema anterior, temos que a razão é 3/5, tal que o número 3 refere a quantidade de copos de suco e o número 5 a quantidade de copos de água. Em seguida, foi colocado 9 copos de suco, logo temos que $\frac{3}{5} = \frac{9}{x}$, já que 3 se refere a 9 copos de suco e 5 se refere a x copos de água. Fazendo o produto dos meios, temos que 3x = 9·5, fazendo primeiro a multiplicação de 9 por 5, será igual a 45 e em seguida dividindo por 3, dará o resultado em 15 copos de água.

Pergunta 5: "Uma maquete foi construída na razão de 1:40. Se a altura de um edifício na maquete for de 90 cm, qual é a altura real desse prédio? "

Assunto: Escala cartográfica, Razão e Proporção.

A escala cartográfica é a razão entre a distância medida no papel pela distância real, e como na questão deu a escala de 1:40, então temos que a razão é 1/40, tal que 1 representa a distância na maquete e 40 representa a distância real. A altura do edifício na maquete é de 90 cm, então fazemos pela proporção de $\frac{1}{40} = \frac{90}{x}$, já que 1 se refere a 90 cm e 40 se refere a x, que será a altura real do prédio, então façamos x = 90·40, logo x = 3600 cm, e para saber esse valor em metros, só dividir por 100 e então temos a resultado igual a 36 metros.

Pergunta 6: "A soma de dois números é 24 e eles são proporcionais a 7 e 5. Quais são estes números? "

Assunto: Grandezas diretamente proporcionais.

Atribuirmos esses dois números de a e b, e como são diretamente proporcionais a 7 e 5, respectivamente, então façamos por $\frac{a}{7} = \frac{b}{5} = k$, tal que k é o fator de proporcionalidade. Primeiramente soma os dois números a + b e depois divide por 7 + 5, assim $\frac{a+b}{7+5}$ = k. Como a soma de dois números é 24, então a + b = 24 e 7 + 5 = 12, logo 24/12 = k, no qual esse valor será 2. Por fim, multiplica $2 \cdot 5 = 10$ e $2 \cdot 7 = 14$, que serão os números pedidos.

Pergunta 7: "Numa receita de bolo, está escrito que são necessários 2 ovos para cada 0,5 kg de farinha utilizados. Quantos ovos serão necessários utilizados para 2 kg de farinha? "
Assunto: Regra de três simples.

Pelo enunciado anterior, temos que 2 está relacionado a 0,5 kg e x, que será a quantidade de ovos, relacionado a 2 kg, logo usamos a relação de $\frac{2}{x} = \frac{0,5}{2}$, em seguida, utilizando o produto dos meios, temos que $0,5x = 2 \cdot 2$, sendo que multiplicando 2 por 2 dará 4 e em seguida dividindo por 0,5, temos que x = 8 ovos.

Pergunta 8: "Em um mapa com escala de 1:25000000, a distância, em linha reta, entre as cidades de Araçatuba e Campinas é 1,5 cm. Qual a distância real? "
Assunto: Escala cartográfica, razão e proporção.

Temos que a escala é de 1:25000000, tal que 1 representa a distância no mapa e 25000000 a distância real, logo a razão é de 1/25000000. Sabendo que 1,5 cm é a distância no mapa, temos que $\frac{1}{25000000} = \frac{1,5}{x}$, tal que 1 está relacionado a 1,5 cm e x será a distância real. Fazendo o produto dos meios, temos que $x = 25000000 \cdot 1,5$, que será igual a 37500000 cm, mas se transformar em km, basta fazer 37500000/100000, onde x = 375 km.

Pergunta 9: "Sabendo que 45% de um número equivale a 36, que número é esse? "
Assunto: Razão e proporção e porcentagem.

Temos que 45% = 45/100, e como essa porcentagem equivale a 36, então 45 equivale a 36, logo teremos a seguinte proporção $\frac{45}{100} = \frac{36}{x}$, onde x será o número pedido. Em seguida, fazendo pelo produto dos meios, então $45x = 36 \cdot 100$, então façamos a multiplicação de 36 por 100 que dará 3600 e depois divide por 45, logo temos que x = 80.

Pergunta 10: "Uma margarina light de 150 g possui 3 % de proteína. Quantas gramas de proteína essa margarina possui? "
Assunto: Porcentagem.

Para encontrar a quantidade de gramas relacionado a 3 % de proteínas, façamos 3 % de 150, que é calculado como 150 · $\frac{3}{100}$, onde 150 x 3 = 450 e em seguida 450/100 dará 4,5 gramas, tal que o peso corresponde a proteína da margarina.

<u>Pergunta 11:</u> "Uma televisão que custava R$ 900,00 teve um aumento de R$ 50,00. Qual foi o percentual de aumento? "

<u>Assunto:</u> Razão e proporção, porcentagem e acréscimos.

Temos que a televisão passou a ter um aumento de R$ 50,00 no preço, então fazendo 900 + 50, o preço passou a custar a R$ 950,00. Como o preço era R$ 900,00, então esse valor se refere a 100%, então para descobrir a porcentagem do aumento, usamos a proporção $\frac{900}{950} = \frac{100}{a}$, onde o a será a porcentagem relacionada ao aumento. Em seguida, multiplicar 950 por 100 que resultará no valor de 95000, e depois divide por 900, e então a = 105,5%, e em seguida subtrai esse valor por 100%, que logo a porcentagem de aumento será de 5,5%.

<u>Pergunta 12:</u> "Para produzir 120 blocos de cimento, uma fábrica consome 420 kg de material. Quantos quilogramas seriam consumidos para produzir 1000 blocos? "

<u>Assunto:</u> Regra de três.

Para encontrar a quantidade de quilogramas que produzirá 1000 blocos, chamamos esse valor de x, tal que x –> 1000, também temos que 420 kg relaciona com 120 blocos, 420 –> 120, então temos que $\frac{x}{420} = \frac{1000}{120}$. Fazendo o produto dos meios, temos que 120x = 420·100, onde a multiplicação de 420 por 100 dará 42000, e depois divide por 120. Logo o valor de x = 3500 kg.

<u>Pergunta 13:</u> "Um pacote contém 35 chocolates. Qual é o total de chocolates contidos em 4 pacotes? "

<u>Assunto:</u> Regra de três.

O problema pede a quantidade de chocolates em 4 pacotes, se cada pacote contém 35 chocolates, então só multiplicar 35x4 = 140 chocolates.

<u>Pergunta 14:</u> "As medidas dos três ângulos de um triângulo são proporcionais a 4, 7 e 9. Sabendo que a soma dos três ângulos é 180º, quanto vale o maior ângulo? "

<u>Assunto:</u> Grandezas diretamente proporcionais.

Primeiro chamamos x, y e z, os ângulos desse triângulo, e como são diretamente proporcionais a 4, 7 e 9, respectivamente, então teremos que $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9}$. Fazendo a soma dos valores que estão no numerador e denominador, logo será $\frac{x+y+z}{4+7+9}$, e como a soma dos ângulos do triângulo é 180 graus, teremos a divisão de 180/20 = 9. Como pede o maior ângulo, então será o proporcional a 9, no caso o ângulo z = 9·9 = 81 graus.

Pergunta 15: "Um aparelho de Blu-Ray custou R$ 500,00 e foi vendido com prejuízo de 15 % do preço de custo. Quanto foi o prejuízo do Blu-Ray? "
Assunto: Porcentagem.

Para descobrir o valor do prejuízo do Blu-Ray, basta encontrar os 15 % de 500, logo é feito pelo seguinte cálculo de 500·15 %, e como 15 % = 15/100, então será 500·$\frac{15}{100}$ = R$ 75,00, que é o prejuízo sobre o Blu-Ray.

Pergunta 16: "A distância real entre São Paulo e Maceió é de 2000 km e a distância no mapa cartográfico é de 8 cm. Quanto representa a escala cartográfica desse mapa? "
Assunto: Escala cartográfica, Razão e proporção.

Para encontrar tal escala, basta fazer a razão entre a distância representada pelo mapa e a distância real. Primeiro transformar km em cm, onde 1 km = 100000 cm, logo temos que 2000 km·100000 = 200000000 cm, que é a distância real. Então transformar na razão 8/200000000 = 1/25000000, e assim a escala cartográfica fica 1:25000000.

Pergunta 17: "Uma loja de eletrodomésticos dá 10 % de desconto para pagamentos à vista. Nesse caso, quanto se paga à vista por uma geladeira, cujo preço original é R$ 1200,00? "
Assunto: Descontos.

Temos que se pagar à vista pela geladeira, consegue um desconto de 10 %, ou seja, pagaria menos de 1200. Primeiramente encontrar 10 % de 1200, logo faz o produto de 1200·$\frac{10}{100}$, tal que 1200 vezes 10 é 12000 e dividindo por 100 será igual a R$ 120,00. Dessa forma, o desconto será de 120 reais, logo ele pagará 1200 – 120 = R$ 1080,00.

Pergunta 18: "`Para pintar 48 m² de parede de sua casa, João gastou R$ 90,00 em uma lata de tinta. Se ele quiser pintar 240 m², quantos reais ele terá que arranjar para conseguir pintar? "
Assunto: Regra de três simples.

Temos que 48 m² pintados de sua casa, foi gasto R$ 90,00, então 240 m² pintados será gasto x reais, logo temos que 48 –> 90 e 240 –> x, e com isso, fazemos a proporção $\frac{48}{240} = \frac{90}{x}$. Em seguida, é preciso encontrar o valor de x, a partir do produto dos meios, tal que 48x = 90·240, sendo que na multiplicação, o valor será de 21600, e depois dividindo esse valor por 48, teremos x = R$ 450,00. Como João já gastou R$ 90,00, nesse caso faltaria 450 – 90 = R$ 360,00.

<u>Pergunta 19:</u> "Num teste de 20 questões, Roberta acertou 16. Qual é a razão do número de acertos de Roberta para o número total de questões? "
<u>Assunto:</u> Razão e proporção.

Como a Roberta acertou 16 questões num total de 20, a razão do número de acertos é de 16/20, podendo simplificar a fração, dividindo 16 por 4 e também 20 por 4, logo teremos 4/5.

<u>Pergunta 20:</u> "Se repartimos 420 reais em três parcelas, diretamente proporcionais a 3, 4 e 7, quais seriam as três parcelas? "
<u>Assunto:</u> Grandezas diretamente proporcionais.

Chamamos as três parcelas de a, b e c, tais que são diretamente proporcionais aos números 3, 4 e 7, respectivamente, com isso, temos que $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$ = k. Primeiramente, será feito a divisão de 420 pelo valor da soma de 3 + 4 + 7 = 14, fazendo então 420/14 = 30, sendo o valor de k. Dessa forma, encontrando o valor do fator de proporcionalidade, multiplica esse valor por 3, 4 e 7, logo a = 30·3 = 90, b = 30·4 = 120 e c = 30·7 = 210, que serão as três parcelas.

<u>Pergunta 21:</u> "Samara e David formaram uma sociedade. Samara entra com R$ 3000,00 e David com R$ 2000,00. Conseguiram R$ 6000,00 de lucro, quanto receberá cada um? "
<u>Assunto:</u> Grandezas diretamente proporcionais.

Sejam a e b os valores do lucros obtidos pela Samara e David, respectivamente, então a será proporcional a 3000 e b proporcional a 2000, logo $\frac{a}{3000} = \frac{b}{2000}$ = k. Sabendo que o lucro total é R$ 6000,00, temos que a + b = 6000, e com isso pode ser feito como $\frac{6000}{3000+2000}$ = k, e então k = 6000/5000 = 1,2. Com isso, Samara receberá 3000·1,2 = R$ 3600,00 de lucro e David receberá 2000·1,2 = R$ 2400,00 de lucro.

<u>Pergunta 22:</u> “Vamos repartir 380 em parcelas inversamente proporcionais aos números 2, 4 e 5. Quais serão as parcelas? ”

<u>Assunto:</u> Grandezas inversamente proporcionais.

Tome a, b e c, o valor das parcelas, nos quais serão inversamente proporcionais aos números 2, 4 e 5, respectivamente, então pode ser feito pela relação $\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{4}} = \frac{c}{\frac{1}{5}}$ = k. Com será dividido o 380, temos que a + b + c = 380, então poderá ser feito também $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$, onde fazemos o mínimo múltiplo comum de 2,4 e 5, que serão primos entre si, e dessa forma pode ser multiplicado pelos três valores: 2·4·5 = 40 e depois divide esse resultado pelo denominador e multiplica pelo numerado de cada fração, ficando $\frac{20+10+8}{40}$, logo temos a razão de 38/40. Depois tem a razão entre 380 e 38/40, ficando como $\frac{380}{38/40}$, onde calcula a partir de 380·$\frac{40}{38}$, e então multiplicaria 380·40 = 15200, e depois dividir esse valor por 38, no qual 15200/38 = 400. Para finalizar a questão, como são parcelas inversamente proporcionais, divide o fator pelos valores de 2, 4 e 5, logo a = 400/2 = 200, b = 400/4 = 100 e c = 400/5 = 80.

<u>Pergunta 23:</u> “Seis metros de um certo tecido custam R$ 75,00. Qual o preço de 24 metros desse mesmo tecido? ”

<u>Assunto:</u> Regra de três simples.

Sabendo que seis metros de um certo tecido custam R$ 75,00, temos que 6 –> 75, e no problema pede o valor do preço de 24 metros, então podemos chamar esse preço de x, logo 24 –> x. A partir daí, pode ser feito a seguinte proporção $\frac{6}{24} = \frac{75}{x}$, e fazendo o produto do meios, temos que 6x = 75·24, com isso, multiplica 75 por 24, que dará 1800, e em seguida faz a seguinte divisão, para encontrar o x, tal que x = 1800/6, logo x = R$ 300,00. Outra solução desse problema, é se perceber que de 6 metros para 24 metros, houve um aumento de quatro vezes, ou seja 6·4 = 24, e quanto maior o comprimento de um tecido, maior ser o valor do preço, então pode ser feito pela multiplicação de 75·4 = R$ 300,00.

<u>Pergunta 24:</u> “Em uma turma de 40 alunos, 45 % são meninos. Quantos meninos e meninas tem a turma? ”

<u>Assunto:</u> Porcentagem.

Como na turma temos o total de 40 alunos, então é preciso encontrar 45 % de 40, para encontrar a quantidade dos meninos, logo fazemos $40 \cdot \frac{45}{100}$, e então faz a multiplicação de $40 \cdot 45 = 180$ e em seguida divide esse valor por 100, e então temos 18 meninos. Por fim, encontrando o número de meninas, basta subtrair 40 – 18 = 22 meninas.

Pergunta 25: "Uma senhora consome duas caixas reumatix a cada 45 dias. Quantas caixas ela consome por ano? "

Assunto: Regra de três simples.

Temos que em 45 dias, uma senhora consome duas caixas, e como a questão quer saber quanto ela consumiria se fosse em um ano, então pode-se afirmar que quanto maior o tempo, ela consumirá mais caixas. Podemos dizer também que um ano tem 365 dias, então divide 365/45, que dará aproximadamente 8 dias, já que e a quantidade de dias pertence aos números naturais[1], e encontrando esse valor, multiplica por 2 caixas, logo $2 \cdot 8 = 16$ caixas por ano.

Pergunta 26: "Na bandeira brasileira, o comprimento e a largura são proporcionais a 7 e 10. Carla que fazer uma bandeira com 2 m de comprimento. Quanto medirá a largura? "

Assunto: Grandezas inversamente proporcionais.

Atribuindo a e b, valores relacionados ao comprimento e a largura, temos que a –> 7 e b –> 10. Mas, o comprimento e a largura são inversamente proporcionais, pois, a área é calculada pelo comprimento x largura, então temos que $a \cdot 7 = b \cdot 10$. Sabendo que Carla quer fazer 2 m de comprimento na bandeira, temos que a = 2, logo $2 \cdot 7 = b \cdot 10$, e com isso, multiplica 2 por 7, que dará 14 e então encontrará o valor de b, tal que b = 14/10 = 1,4 m de largura.

Pergunta 27: "No aniversário de João em 2019, uma pessoa perguntou a sua idade e ele respondeu que se não contasse os sábados e os domingos, ele teria 40 anos. Em que ano João nasceu? "

Assunto: Razão e proporção.

Sabemos que uma semana tem 7 dias, incluindo o sábado e o domingo, mas se excluirmos os dois dias, então teríamos apenas 5 dias, logo será relacionado 5 com 40 anos e 7 com x anos e então será representado por $\frac{5}{7} = \frac{40}{x}$. Em seguida, faz-se com o uso do produto

[1] Conjunto formado pelos números {0,1,2,3,4,.................}.

dos meios, e com isso terá $5x = 7 \cdot 40$, tal que 7 vezes 40 é igual a 280, e em seguida dividindo esse resultado por 5, temos que $x = 56$ anos, a idade de João. Como o ano atual é 2019, logo 2019 – 56 = 1963, que se refere ao ano em que João nasceu.

Pergunta 28: "Se numa conta de luz mensal, o custo de 1 kWh é de R$ 0,50, quanto custará em um mês se o valor for relacionado a 250 kWh? "

Assunto: Regra de três simples.

Analisando o problema, podemos concluir que quanto maior for a medida de energia elétrica, maior será o custo mensal, logo 250·0,50 = R$ 125,00.

Pergunta 29: "A razão entre as idades de um filho e seu pai é de 2 para 5. Se o filho tem 24 anos, qual é a idade do pai? "

Assunto: Razão e proporção.

Como a razão entre as idades do pai e seu filho é de 2 para 5, então temos que 2/5. Temos também que o filho tem 24 anos, logo 2 –> 24 e chamado de x a idade do pai, logo 5 –> x, e então faz-se a proporção $\frac{2}{5} = \frac{24}{x}$. Em seguida usa o produto dos meios e será relacionado a $2x = 24 \cdot 5$, e então multiplica 24 por 5 que será igual a 120, e depois divide esse valor por 2, tal que $x = 60$ anos, que é a idade do pai.

Pergunta 30: "Uma secretária digitou 48 laudas em 10 horas. Em quanto tempo ela consegue digitar 72 laudas? "

Assunto: Regra de três simples.

Temos que a secretária digitou 48 laudas em 10 horas, ou seja, 48 –> 10, mas ela quer saber quanto tempo levaria se aumentasse o número de laudas para 72. Podemos analisar que se ela digitar mais laudas, terminará em mais tempo, ou seja, quanto mais laudas, maior será o tempo, logo de 48 laudas para 72, ela digitou 3 vezes mais, pois 24·3 = 72, e então o tempo será 3 vezes maior, portanto 10·3 = 30 horas, o tempo em que a secretária terminará.

Pergunta 31: "Um avião com velocidade de 600 km/h gasta 20 min da cidade A até B. Se outro avião voasse com 800 km/h, em quanto tempo chegaria da cidade A até B? "

Assunto: Regra de três simples.

Primeiramente, podemos analisar a partir da situação, que quanto maior for a velocidade do avião, menor será o tempo de chegada de uma cidade para outra, ou seja, se trata de uma grandeza inversamente proporcional. Em seguida, o primeiro avião percorreu 600 km/h e o segundo percorreu 800 km/h, com isso podemos fazer a razão de 800/600 = 4/3, e podemos perceber que o segundo avião percorreu 4/3 vezes mais que o primeiro, e então o seu tempo de chegada será de 4/3 vezes menor, dessa forma, divisão será $\frac{20}{4/3}$, onde calcula com a multiplicação entre o primeiro pelo inverso do segundo, e ficará $20 \cdot \frac{3}{4}$, daí multiplica 20 por 3, que dará 60, e divide esse valor por 4, portanto o outro avião chegara em 15 minutos.

<u>Pergunta 32:</u> "Vinte e quatro operários fazem uma obra em cinco dias. Em quanto tempo quarenta operários, igualmente capacitado, fariam a mesma obra? "

<u>Assunto:</u> Regra de três simples.

Temos que 24 operários –> 5 dias, e como quer saber se fosse com quarenta, então analisamos que será o número maior de operários. Sabemos também que quanto maior for a quantidade deles, terminaria a obra mais rápido, ou seja, o tempo seria menor, logo a resolução será inversamente proporcional. Chamando x o tempo em relação aos 40, ou seja, 40 –> x, temos que $\frac{40}{24} = \frac{5}{x}$. Por fim, fazemos o produto dos meios e então temos que 40x = 24·5, multiplicando 24 por 5, o resultado será 120, e depois dividindo esse valor por 40, logo o tempo será x = 3 dias.

<u>Pergunta 33:</u> "Com 5 litros de gasolina, um automóvel percorre a distância de 40 km. Quantos quilômetros percorrerá o mesmo automóvel com 20 litros de gasolina? "

<u>Assunto:</u> Regra de três simples.

Sabendo que 5 litros de gasolina, o carro poderá percorrer 40 km de distância. Como a questão pede a quilometragem de um carro que abasteceu 20 litros de gasolina, temos que 20 é 4 vezes mais que 5, pois 20/5 = 4, e também quanto maior for a gasolina, maior será a distância que o carro poderá percorrer, então a distância será 4 vezes maior, logo 40·4 = 160 km. Logo o automóvel percorre 160 km com 20 litros de gasolina.

<u>Pergunta 34:</u> "O pai de José ganha R$ 4000,00 por mês e gasta 20 % do seu salário para pagar a escola de José, todo mês. Quanto que o pai de José por mês a sua escola? "

<u>Assunto:</u> Porcentagem.

Como no problema citado, pede o valor referente a 20 % de seu salário para pagar a escola do filho, então só precisa fazer o seguinte cálculo em 20 % de 4000, logo temos que

$4000 \cdot \frac{20}{100}$, tal que a multiplicação de 4000 por 20 é 80000, e depois dividindo esse valor por 100, dará 800. Portanto o pais de José paga a sua escola no valor de R$ 800,00 por mês.

Pergunta 35: "Coloquei 50 litros de combustível no tanque do meu carro, gastando R$ 120,00. Quanto teria gastado se tivesse colocado 35 litros de combustível? "
Assunto: Regra de três simples.

Para descobrir o valor pago para 35 litros, chamamos de x, e daí x reais –> 35 litros. Como 120 reais –> 50 litros e quanto maior for o preço do combustível, maior será a quantidade, em litros, então será diretamente proporcional, e portanto $\frac{x}{120} = \frac{35}{50}$. A partir daí, só aplicar o produto dos meios, e com isso teremos $50x = 120 \cdot 35$, tal que a multiplicação resulta no valor igual a 4200, e depois com a divisão desse valor por 50, teremos que x = R$ 84,00.

Pergunta 36: "A distância da cidade A para B é de 45 km. Se no mapa que mostra essas cidades tem escala de 1:300000, qual será a distância entre essas cidades no mapa, em cm? "
Assunto: Escala cartográfica, Razão e proporção.

Pela escala no qual foi dada, temos que a razão será 1/300000, onde 1 equivale a distância no mapa e 300000 a distância real. O valor da distância real entre as cidades A e B, é de 45 km, e como pede a distância pelo mapa, em cm, então podemos transformar de km para cm, tal que 1 km = 100000 cm, logo 45 km = 4500000 cm. Dessa forma, podemos fazer a proporção, tal que $\frac{1}{300000} = \frac{x}{4500000}$, onde x representa a distância no mapa, em cm. Para finalizar, aplica o produto dos meios, e então fica $300000x = 4500000$, e com isso basta dividir para encontrar o x, tal que $x = 4500000/300000$, logo a distância representada no mapa será de x = 15 cm.

Pergunta 37: "A água do mar contem 2,5 % do seu peso em sal. Quantas gramas de sal terá em 8 kg de água? "
Assunto: Porcentagem.

Como o peso da água equivalente ao sal corresponde a 2,5 %, e o peso da água é de 8 kg, então basta encontrar 2,5 % de 8, logo calculamos $8 \cdot \frac{2,5}{100}$. Dessa forma, multiplica 8 por 2,5 que será igual a 20, e depois divide esse valor por 100, portanto o peso da água em sal é de 0,2 kg, e como 1 kg = 1000 g, então o peso em gramas será de $0,2 \cdot 1000 = 200$ gramas.

Pergunta 38: “Se em um mapa cartográfico, a distância entre o Rio Grande e Taquacetuba é de 4 cm e sua distância real é de 2 km, qual é o valor da escala cartográfica? ”

Assunto: Escala cartográfica, Razão e proporção.

Para encontrar a escala, é preciso que suas distâncias, representadas no mapa e a real estejam com a mesma unidade, caso contrário, é preciso transformar. Como 1 km = 100000 cm, logo podemos dizer que 2 km = 200000 cm, em seguida, basta colocar em uma razão entre a distância do mapa e a distância real, logo 4/200000, e simplificando os valores em cima e em baixo pela divisão por 4, teremos 1/50000. Portanto a escala cartográfica será de 1:50000.

Pergunta 39: “Se em uma prova de 8 questões de Matemática vale 10 pontos, quantos pontos vale cada questão? ”

Assunto: Razão e proporção e regra de três simples.

Como a prova possui 8 questões e acertando todas elas ganha 10 pontos, logo para cada questão valera 10/8 = 1,25 pontos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática deve ser trabalhada de uma forma a efetivo na participação do aluno nas suas aulas e também na sua compreensão de aprendizagem, em relação aos conteúdos que lhe forem apresentados. Acredita-se que as escolas podem ajuda-los em algum meio que facilitem a melhoria do ensino dessa disciplina, trabalhando questões no seu cotidiano. Dessa forma, as utilizações de recursos didáticos possam favorecer aos estudantes na revisão de conteúdos matemáticos, e também para o entendimento dos mesmos.

O jogo de tabuleiro aplicado com o uso dos conceitos de proporcionalidade, despertaram nos alunos a vontade de participar em suas aulas, além de auxiliar na revisão desses conceitos, como também havendo maior interação entre eles durante a atividade na qual foi aplicada. Para isso, foi desenvolvido esse produto, com a inclusão dos problemas matemáticos, decorrentes a esse conteúdo, assim o professor pode trabalha-los com os estudantes, reforçando mais para que eles possam compreender melhor.

O Produto Educacional tem por intenção, apresentar ao professor, no qual ele possa utilizar como material didático nas aulas de matemática, de forma que o aluno possa se envolver mais com a disciplina, participando mais nas atividades propostas no conteúdo, como também revisando a partir da resolução de problemas matemáticos, assim, eles poderão aprofundar seus conhecimentos a partir desse material. Também serve para que possa haver uma interação entre eles, assim como a motivação, durante a aplicação, e o trabalho em equipe entre os estudantes.

Espera-se que esse material didático possa contribuir aos professores, para realizar um bom trabalho durante as aulas, como uma ajuda na qual possa melhorar a aprendizagem dos alunos sobre os conteúdos sobre proporcionalidade, que também pode incluir a outros conceitos matemáticos, de uma forma mais contextualizada e cotidiana, também favorecer ao docente, tal que sua aula seja mais prazerosa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Ricardo Guimarães. **Razão e Proporção para além da sala de aula.** 2015. 58 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELOS, Maria Jose. **Praticando Matemática, 7**, 3º ed, renovada – São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de Matemática Elementar, vol 11.** São Paulo, Atual, 2004.

PAST, Delma de Oliveira. **Ensino e aprendizagem de porcentagem via resolução de problemas do cotidiano.** Programa de desenvolvimento educacional – PDE – Produções Didáticos Pedagógicas, Universidade Estadual de Londrina. Londrina – PR, 2013.

PEREIRA, Ricardo Francisco; FUSINATO, Polônia Altoé; NEVES, Marcos Cesar Danhoni. **Desenvolvendo um jogo de tabuleiro para o ensino de Física.** In: VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianopolis, 2009.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática: compreensão e prática, 7º ano.** 3ª ed. São Paulo: Moderna, 2015.

SOUSA, Heliton Maia. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino de matemática.** 2015. 57 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará. Santarém, 2015.

TINOCO, Dayane Cristina Rocha. **Uma abordagem ecológica envolvendo proporcionalidade na educação básica.** 2016. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora – MG, 2016.

APENDICE A – O JOGO DE TABULEIRO TRILHA DOS PROPORCIONAIS