



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ENCIMA

JOÃO EVANGELISTA DE OLIVEIRA NETO

**PRODUTO EDUCACIONAL: SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS
APLICADAS A PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA DA OLIMPÍADA
BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP)**

FORTALEZA
2019

JOÃO EVANGELISTA DE OLIVEIRA NETO

PRODUTO EDUCACIONAL: SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS
APLICADAS A PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA DA OLIMPIÁDA
BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP)

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de Concentração: Matemática. Linha de Pesquisa: Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis
Vieira Alves.

FORTALEZA

2019

SUMÁRIO

1	O PRODUTO EDUCACIONAL NO MESTRADO PROFISSIONAL.....	5
2	APRESENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL.....	6
3	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA I	7
3.1	Conteúdos Prévios.....	7
3.2	Problema Olímpico	7
3.3	Dialética da Ação.....	7
3.4	Dialética da Formulação	10
3.5	Dialética da Validação	10
3.6	Dialética da Institucionalização	10
3.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	10
4	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA II.....	12
4.1	Conteúdos Prévios.....	12
4.2	Problema Olímpico	12
4.3	Dialética da Ação.....	12
4.4	Dialética da Formulação	13
4.5	Dialética da Validação	14
4.6	Dialética da Institucionalização	15
4.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	15
5	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA III	16
5.1	Conteúdos Prévios.....	16
5.2	Problema Olímpico	16
5.3	Dialética da Ação.....	16
5.4	Dialética da Formulação	17
5.5	Dialética da Validação	18
5.6	Dialética da Institucionalização	18
5.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	19
6	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA IV	21
6.1	Conteúdos Prévios.....	21
6.2	Problema Olímpico	21
6.3	Dialética da Ação.....	21
6.4	Dialética da Formulação	22
6.5	Dialética da Validação	23

6.6	Dialética da Institucionalização	23
6.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	24
7	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA V	26
7.1	Conteúdos Prévios.....	26
7.2	Problema Olímpico	26
7.3	Dialética da Ação.....	26
7.4	Dialética da Formulação	27
7.5	Dialética da Validação	28
7.6	Dialética da Institucionalização	28
7.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	29
8	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA VI	30
8.1	Conteúdos Prévios.....	30
8.2	Problema Olímpico	30
8.3	Dialética da Ação.....	30
8.4	Dialética da Formulação	31
8.5	Dialética da Validação	31
8.6	Dialética da Institucionalização	32
8.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	32
9	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA VII	33
9.1	Conteúdos Prévios.....	33
9.2	Problema Olímpico	33
9.3	Dialética da Ação.....	33
9.4	Dialética da Formulação	34
9.5	Dialética da Validação	37
9.6	Dialética da Institucionalização	37
9.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	38
10	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA VIII	40
10.1	Conteúdos Prévios.....	40
10.2	Problema Olímpico	40
10.3	Dialética da Ação.....	40
10.4	Dialética da Formulação	41
10.5	Dialética da Validação	43
10.6	Dialética da Institucionalização	43
10.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	44

11	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA IX	46
11.1	Conteúdos Prévios.....	46
11.2	Problema Olímpico	46
11.3	Dialética da Ação.....	46
11.4	Dialética da Formulação	47
11.5	Dialética da Validação	49
11.6	Dialética da Institucionalização	49
11.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	50
12.	SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA X.....	51
12.1	Conteúdos Prévios.....	51
12.2	Problema Olímpico	51
12.3	Dialética da Ação.....	51
12.4	Dialética da Formulação	53
12.5	Dialética da Validação	53
12.6	Dialética da Institucionalização	53
12.7	Protocolo de Construção no Geogebra.....	53
13	REPOSITÓRIO DAS SDOS NA WEB	56
	REFERÊNCIAS	59

1 O PRODUTO EDUCACIONAL NO MESTRADO PROFISSIONAL.

O Mestrado Profissional (MP) em Ensino de Ciências e Matemática é uma forma de pós-graduação *stricto sensu*. É aberto a professores de Física, Química, Biologia e Matemática, ou afins. A natureza do trabalho de conclusão do mestrado profissional é distinta da do mestrado acadêmico, e é denominada de Produto Educacional (PE).

O Produto Educacional consiste do relato de uma experiência de implementação de estratégias ou produtos de natureza educacional, visando à melhoria do ensino em uma área específica de Ciências ou Matemática. O mestrando deve desenvolver uma nova metodologia ou uma estratégia de ensino de ensino voltada para determinados conteúdos, podendo desenvolver ou fazer uso de aplicativos, implementado e relatando os resultados dessa experiência em condições reais de sala de aula. Segundo Moreira (2004):

[...] o trabalho de conclusão deve, necessariamente, gerar um produto educacional que possa ser disseminado, analisado e utilizado por outros professores. Este produto pode ter a forma de um texto sobre uma sequência didática, um aplicativo, [...] enfim, algo identificável e independente da dissertação. Quer dizer, a “dissertação” é sobre esse produto, sobre sua geração e implementação, mas o mesmo deve ter identidade própria.

Na questão da pesquisa: o foco do mestrado profissional em ensino deve estar na aplicação do conhecimento, não na sua produção, ou seja, no desenvolvimento, na pesquisa aplicada, não na pesquisa básica. Segundo Moreira (2004):

O mestrando deve aprender sobre pesquisa, deve ser familiarizado com artigos e periódicos de pesquisa, mas não precisa ter cursos de metodologia da pesquisa educacional e seu trabalho de conclusão não deve ser pensado como uma pesquisa, mas sim como o relato de um projeto de desenvolvimento.

A pesquisa deve estar subjacente ao mestrado profissional, mas não como objetivo. Segundo (Alves, 2018, p. 317) o MP, consubstancia-se a partir de um discurso e de orientações menos rígidas e técnicas flexíveis, posto que não assume, como o meio, uma investigação sistemática e circunstanciada, agregada ao escopo da veiculação dos resultados finais perante uma determinada comunidade acadêmica. O que se espera do mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática são profissionais bem qualificados para atuar na sala de aula e no sistema de ensino, não pesquisadores.

No capítulo a seguir apresentar-se-á o PE dessa dissertação.

2 APRESENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional (PE) a ser apresentado é resultado de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) da Universidade Federal Ceará (UFC) com apoio da Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC-CE) e tem o propósito de apresentar uma recente proposta metodológica de ensino, direcionada às Olimpíadas de Matemática visando ampliar o campo de ação docente e consequentemente tornar a matemática mais atrativa aos alunos das escolas públicas.

A Situação Didática Olímpica (SDO) é uma proposta metodológica de ensino, que apesar de recente na literatura, se fundamenta na didática matemática francesa que surgiu no final da década de 60, de maneira mais específica, está alicerçada na metodologia de pesquisa que é a Engenharia Didática (ED) de Michèle Artigue em completude com a das Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. Dessa forma, a proposta deste trabalho consiste em aplicar a SDO a dez problemas de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Nesse PE, cada SDO está estruturada da seguinte forma: primeiro são mostrados os conteúdos prévios necessários ao Problema Olímpico (PO) que será apresentado na sequência. Em seguida serão detalhadas as dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização instrumentalizadas com as respectivas construções no *software* Geogebra que assume papel fundamental nessa transposição didática, e por último, será exibido o protocolo de construção do PO resolvido no *software* Geogebra. Vale enfatizar que no final deste trabalho estarão disponíveis os endereços eletrônicos das construções utilizadas em cada SDO.

3 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA I

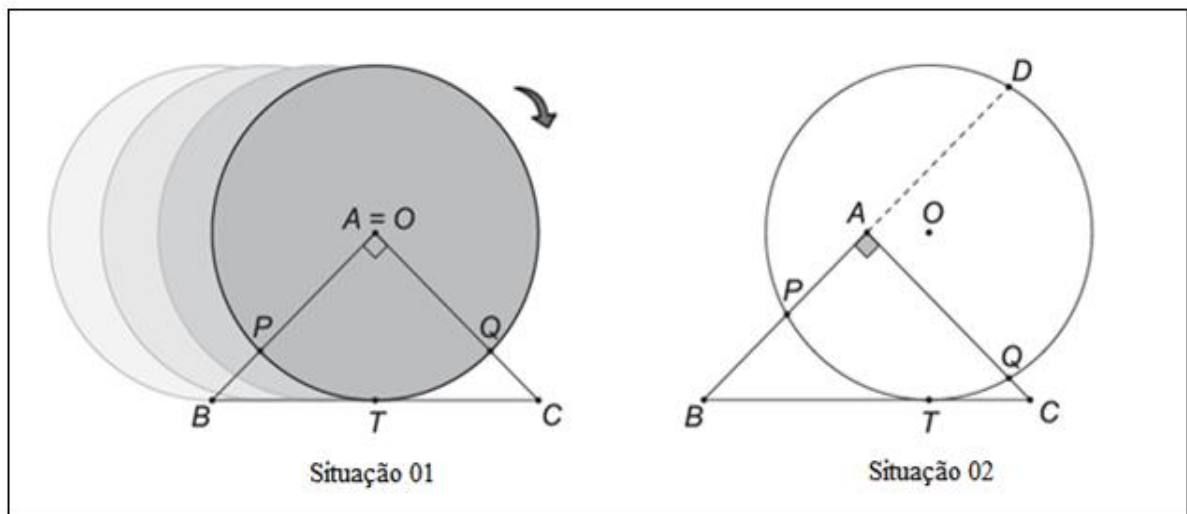
3.1 Conteúdos Prévios

Triângulo retângulo, Circunferência, Arcos de circunferência e suas medidas.

3.2 Problema Olímpico

(Problema da OBMEP 2015 – 2ª fase – Nível 3 - questão 05- item a). Nas figuras, ABC é um triângulo isósceles, retângulo em A. A altura do triângulo em relação à base BC mede 1 e a circunferência de centro O tem raio 1. A circunferência gira, sem deslizar, pela base do triângulo. Ao girar, o ponto de tangência T (da circunferência com a base BC) move-se ao longo do lado BC. Na figura 1, situação 01, ilustra a situação em que T é o ponto médio de BC. Na figura 1, situação 02, ilustra uma posição genérica do ponto T. Em ambas as figuras, P e Q são os pontos de interseção dos lados AB e AC, respectivamente, com a circunferência.

Figura 1 – Problema OBMEP 2015 – 2ª fase – Nível 3 - questão 05- item a



Fonte: OBMEP

Na situação da figura 1, quantos graus mede o arco determinado pelos pontos P e Q que contém o ponto T?

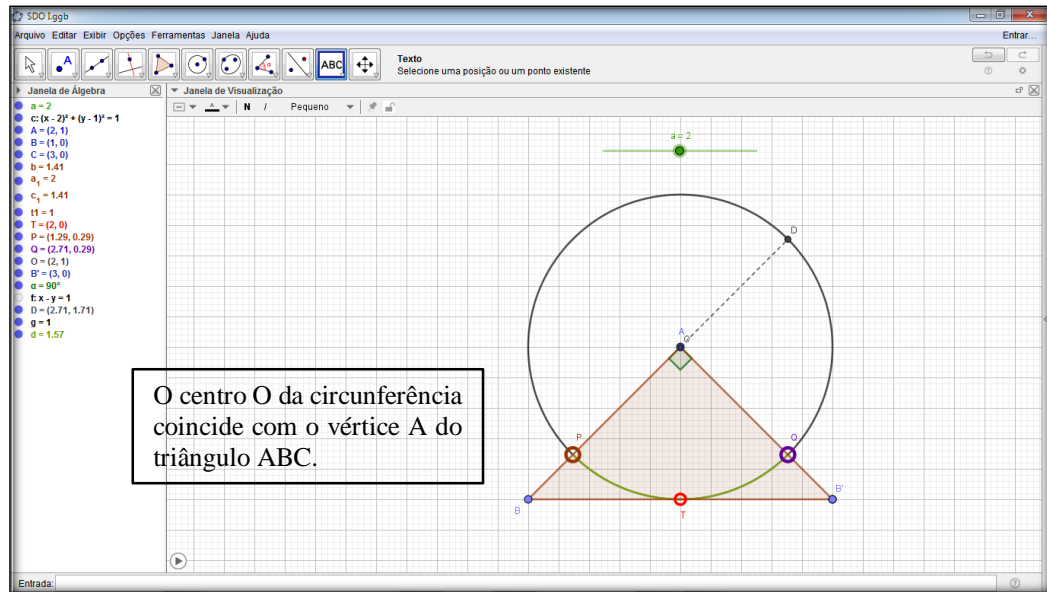
3.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. Espera-se que os alunos utilizando os conteúdos prévios de medida de arco na

circunferência posicionem o vértice A do triângulo no centro ou em um ponto da circunferência. O Geogebra poderá facilitar essa ação através do controle deslizante. O aluno deverá perceber três situações ilustradas nas figuras 2, 3, 4 e 5.

Na figura 2 o aluno, através do controle deslizante, estará coincidindo o centro O da circunferência com o vértice A do triângulo ABC.

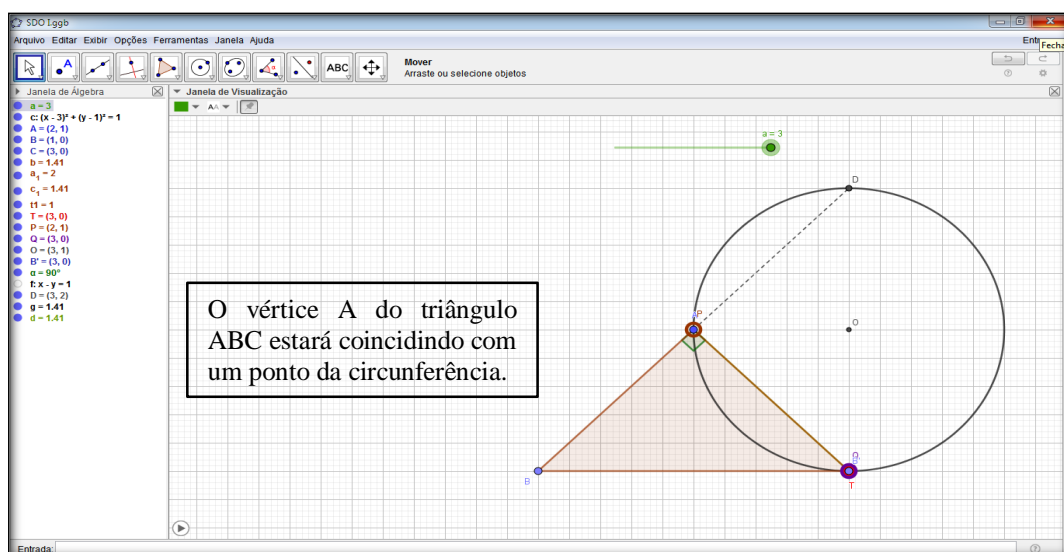
Figura 2 – Modelagem Geogebra SDO I



Fonte: elaborado pelos autores.

Na figura 3 o aluno, através do controle deslizante, estará coincidindo o vértice A do triângulo com um ponto na circunferência.

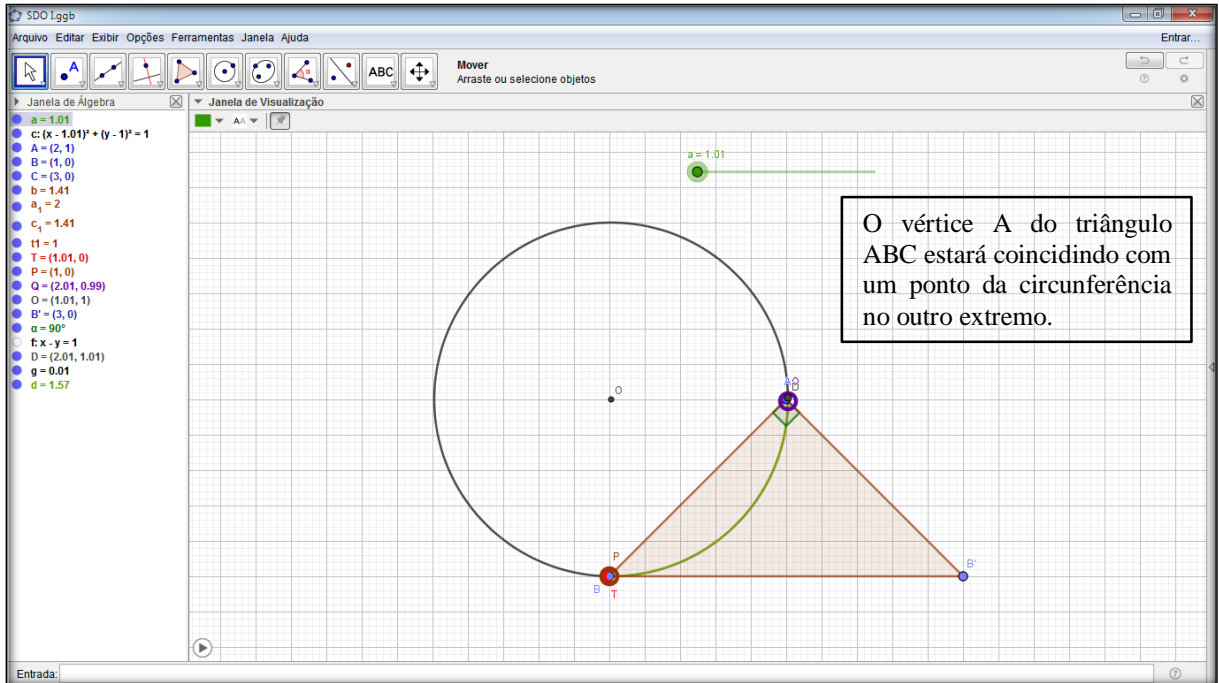
Figura 3 – Modelagem Geogebra SDO I



Fonte: elaborado pelos autores.

Na figura 4 o aluno, através do controle deslizante, estará coincidindo o vértice A do triângulo com um ponto na circunferência no outro extremo.

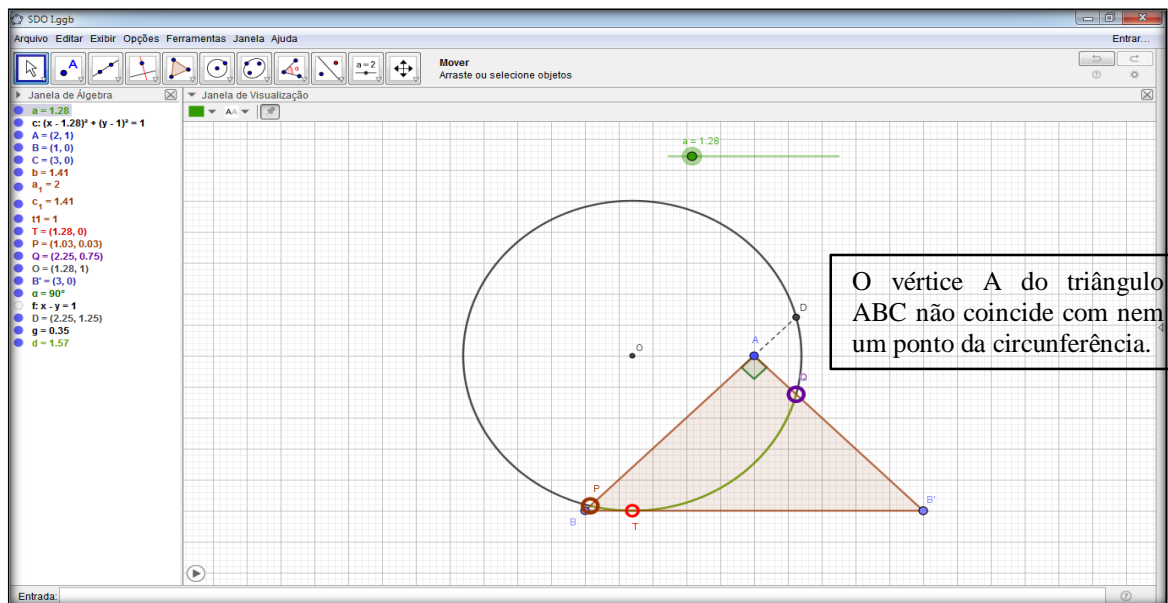
Figura 4 – Modelagem Geogebra SDO I



Fonte: elaborado pelos autores.

Na figura 5 o aluno, através do controle deslizante, estará posicionando o vértice A do triângulo, porém sem coincidir com nem um ponto.

Figura 5 - Modelagem Geogebra SDO I



Fonte: elaborado pelos autores.

3.4 Dialética da Formulação

Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. Os alunos poderão perceber duas situações possíveis de se determinar a medida do arco PQ. Estando o vértice A do triângulo sobre o centro O do círculo concluirá que a medida do arco será igual a medida do ângulo reto do triângulo. Estando o vértice A do triângulo na circunferência perceberá que o arco PQ corresponde a um quarto da circunferência, portanto 90° .

3.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática (relativa à eficácia do texto)”. A validação poderá ocorrer por qualquer uma das soluções propostas na dialética de formulação.











3.6 Dialética da Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o professor fixa, convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber”. Assim, ele poderá confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, fazendo um fechamento das ideias e explicita para os alunos que a atividade envolveu um problema olímpico. O professor deve nessa fase mostrar as duas soluções encontradas podendo então fazer as demonstrações algébricas.

3.7 Protocolo de Construção no Geogebra





O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Tem-se o protocolo de construção da SDO I, figura 6 e 7.

Figura 6 - Protocolo de construção no Geogebra SDO I

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
1	Número a			
2	Círculo c		$(a - x)^2 + (1 - y)^2 = 1$	$(a - x)^2 + (1 - y)^2 = 1$
3	Ponto A			
4	Ponto B		Ponto sobre EixoX	Ponto(EixoX)
5	Ponto C		Ponto sobre EixoX	Ponto(EixoX)
6	Triângul...		Polígono A, B, C	Polígono(A, B, C)
6	Segmento c_1		Segmento A, B	Segmento(A, B, t1)
6	Segmento a_1		Segmento B, C	Segmento(B, C, t1)
6	Segmen...		Segmento C, A	Segmento(C, A, t1)
7	Ponto T		Interseção de c, a_1	Interseção(c, a_1 , 1)
8	Ponto P		Interseção de c, c_1	Interseção(c, c_1 , 1)
9	Ponto Q		Interseção de c, b	Interseção(c, b, 1)
10	Ponto O		(a, 1)	(a, 1)
11	Ponto B'		Rotação de B pelo ângulo 90°	Girar(B, 90° , A)
12	Ângulo α		Ângulo entre B, A, B'	Ângulo(B, A, B')

Fonte: elaborado pelos autores.

Figura 7 - Protocolo de construção no Geogebra SDO I

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
13	Reta f		Reta A, B	Reta(A, B)
14	Ponto D		Interseção de c, f	Interseção(c, f, 1)
15	Segmen...		Segmento A, D	Segmento(A, D)
16	Arco d		ArcoCircuncircula T, Q)	ArcoCircuncircula T, Q)

Fonte: elaborado pelos autores.

4 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA II

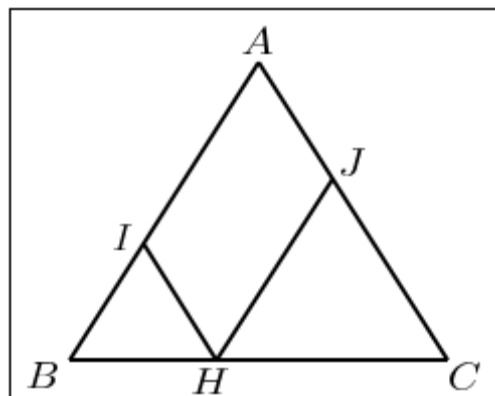
4.1 Conteúdos Prévios

Perímetro de figuras planas, retas e segmentos paralelos.

4.2 Problema Olímpico

(Banco de questões OBMEP 2013 – Nível 3 – Questão 7). O triângulo ABC abaixo, figura 8, é equilátero, ou seja, tem seus três lados de mesmo comprimento e todos seus ângulos iguais a 60° . O senhor Simas marca um ponto H qualquer no lado BC do triângulo. Em seguida, ele traça um segmento paralelo ao lado AC , começando em H e terminando no ponto I sobre o lado AB . Em seguida, traça um segmento paralelo ao lado AB , começando em H e terminando no ponto J sobre o lado AC .

Figura 8– Problema OBMEP 2013 - banco de questões - nível 3 - questão 7.



Fonte: elaborado pelos autores.

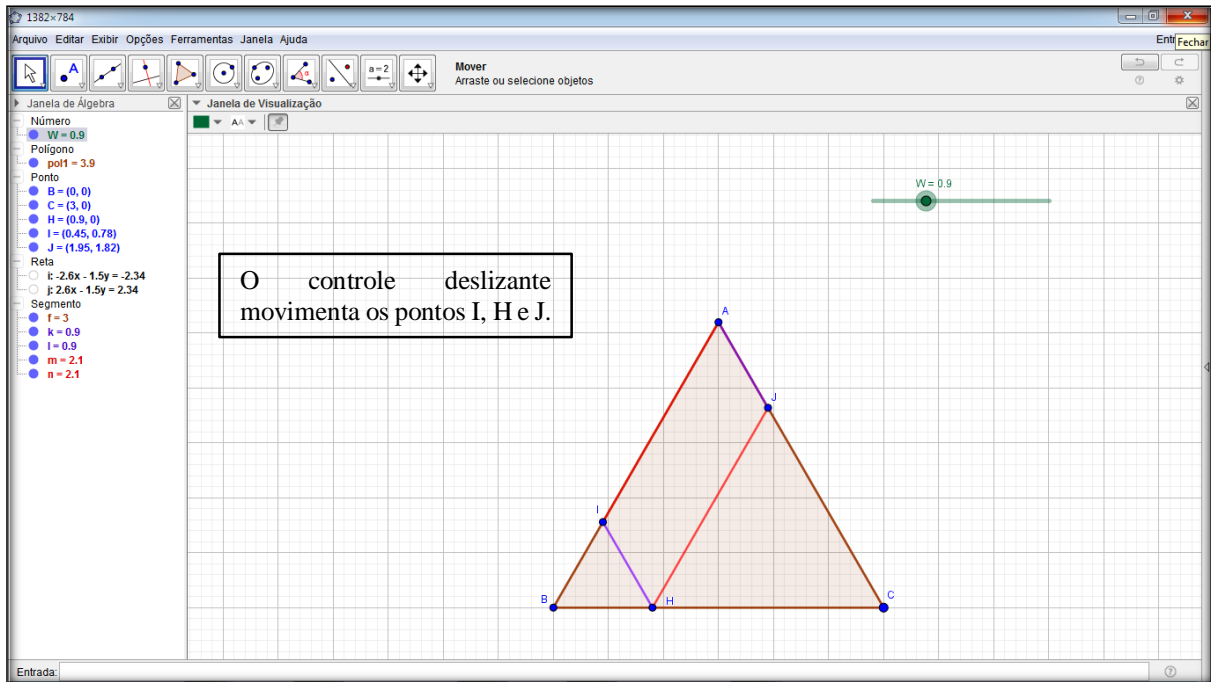
Sabendo que o lado AB tem comprimento igual a 1, calcule o perímetro do quadrilátero $AIHJ$.

4.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. Espera-se que os alunos, nesta fase, a partir dos conteúdos prévios de perímetro, possam chegar à conclusão que o perímetro do quadrilátero será a soma dos segmentos $HI + HJ + AI + AJ$. O Geogebra facilitará a visualização dos segmentos pelas cores, figura 9. O

aluno deverá checar a relação de paralelismo entre os pares de segmentos (AI, HJ) e (AJ, HI) através do controle deslizante assim como também perceber que $AI = HJ$ e $AJ = HI$.

Figura 9– Modelagem Geogebra SDO II

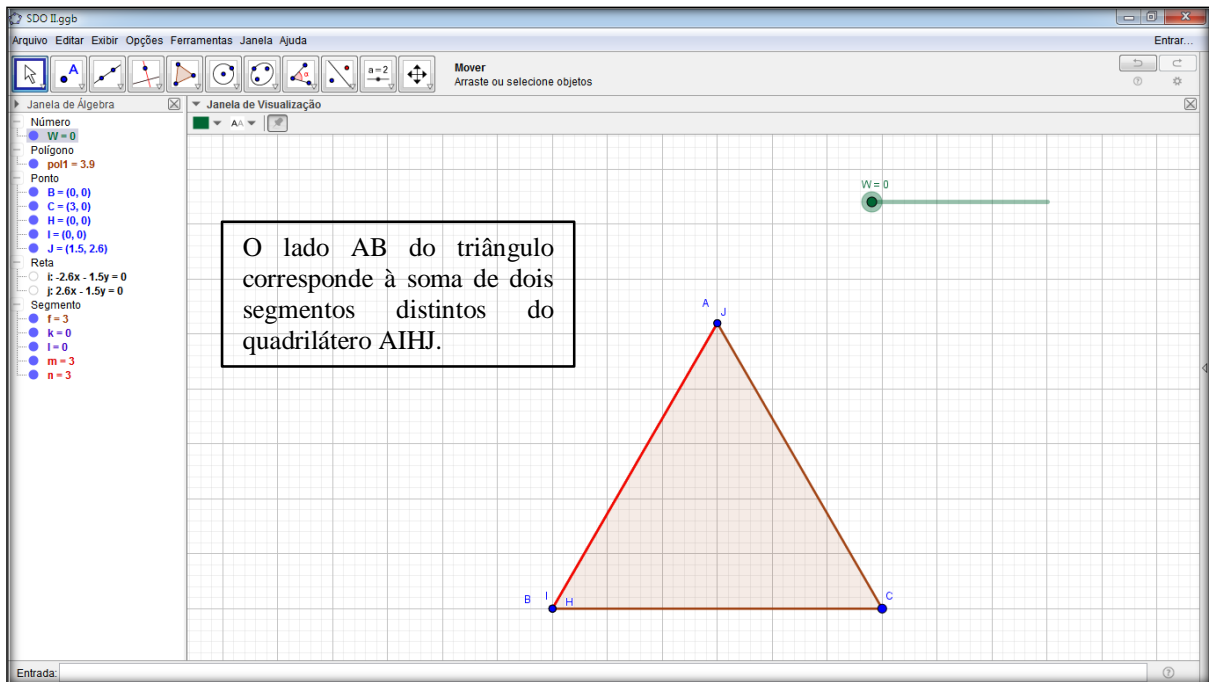


Fonte: elaborado pelos autores.

4.4 Dialética da Formulação

Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. A partir da organização dos dados na etapa anterior e solução para o problema e do uso do controle deslizante, os alunos deverão perceber através das cores como ilustra a figura 10 que o lado do triângulo corresponde à soma de dois segmentos distintos do quadrilátero também pelas cores deverão perceber que o perímetro do quadrilátero corresponderá ao dobro da soma desses segmentos, ou seja, o dobro do lado triângulo.

Figura 10– Modelagem Geogebra SDO II



Fonte: elaborado pelos autores.

4.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo referir-se a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática (relativa à eficácia do texto)”. Diante das conjecturas feitas na dialética de ação e formulação o aluno deve organizar os argumentos para apresentar a solução do problema, Dialética da Institucionalização.

Solução:

Como o segmento IH é paralelo ao segmento AJ, e o segmento AI é paralelo ao segmento JH, temos que $IH = AJ$ e $AI = JH$.

Como o lado do triângulo ABC mede 1, tem-se que

$$1 = AB = AI + IB = AI + IH.$$

Logo, o perímetro do quadrilátero é dado por

$$AI + IH + HJ + JA = 2(AI + IH) = 2$$

4.6 Dialética da Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o professor fixa, convencionalmente e explicitamente, o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, o professor deve argumentar que o resultado independe da variação do controle deslizante e por fim confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, fazendo um fechamento das ideias e explicitar para os alunos que a atividade envolveu um PO.

4.7 Protocolo de Construção no Geogebra

O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Tem-se o protocolo de construção da SDO II, figura 11.

Figura 11 - Protocolo de Construção no Geogebra SDO II

N.	Nome	Ícone...	Descrição	Definição
1	Ponto B		Interseção de EixoX, EixoY	Interseção(EixoX, EixoY)
2	Ponto C		Ponto sobre EixoX	Ponto(EixoX)
3	Polígono pol1		Polígono(B, C, 3)	Polígono(B, C, 3)
3	Segmento f		Segmento B, C	Segmento(B, C, pol1)
3	Segmento g		Segmento C, A	Segmento(C, A, pol1)
3	Ponto A		Polígono(B, C, 3)	Polígono(B, C, 3)
3	Segmento h		Segmento A, B	Segmento(A, B, pol1)
4	Número W			
5	Ponto H		(W, 0)	(W, 0)
6	Reta i		Reta passando por H e paralela a g	Reta(H, g)
7	Reta j		Reta passando por H e paralela a h	Reta(H, h)
8	Ponto I		Interseção de i, h	Interseção(i, h)
9	Ponto J		Interseção de j, g	Interseção(j, g)
10	Segmento k		Segmento I, H	Segmento(I, H)
11	Segmento l		Segmento J, A	Segmento(J, A)
12	Segmento m		Segmento I, A	Segmento(I, A)
13	Segmento n		Segmento H, J	Segmento(H, J)

Fonte: elaborado pelos autores.

5 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA III

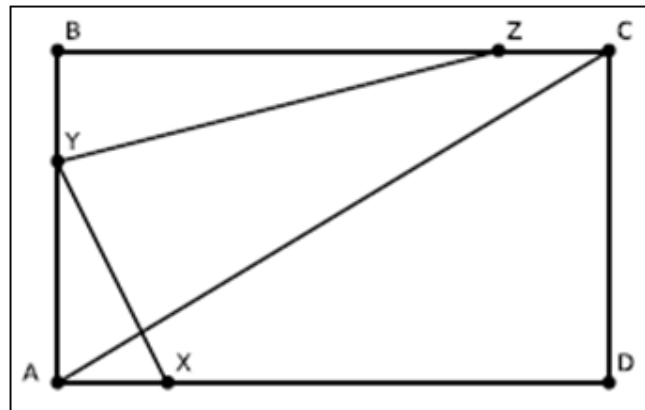
5.1 Conteúdos Prévios

Desigualdade triangular, quadriláteros, inequações.

5.2 Problema Olímpico

(Banco de questões OBMEP 2017 – Nível 3 – Questão 7). Os pontos X, Y e Z estão marcados nos lados AD, AB e BC do retângulo ABCD, respectivamente, figura 12. Dado que $AX = CZ$, mostre que $XY + YZ \geq AC$.

Figura 12 – Retângulo ABCD

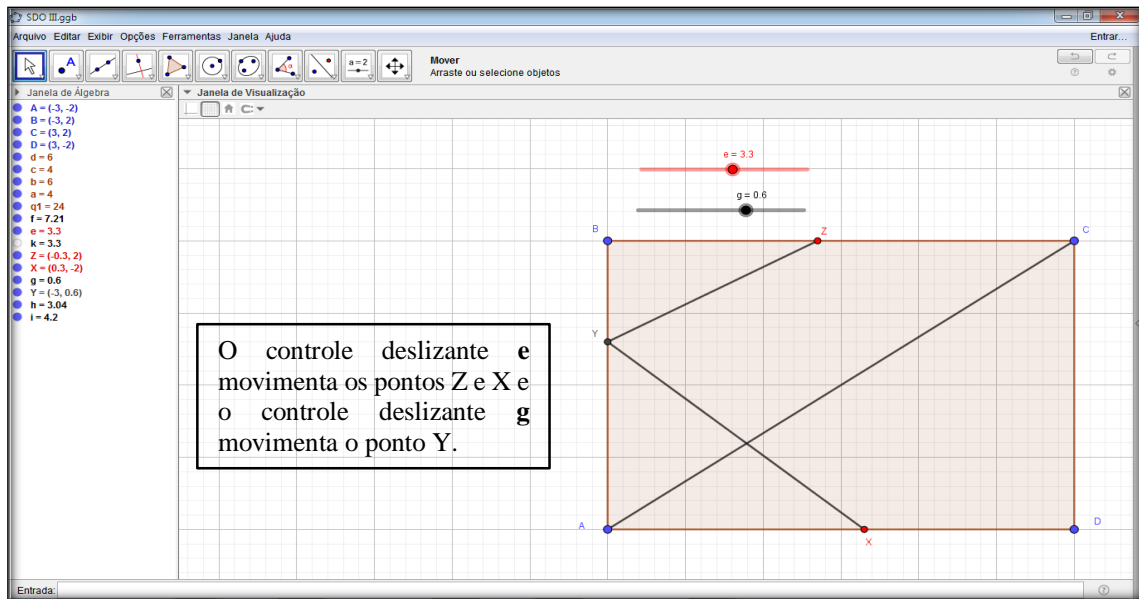


Fonte – OBMEP.

5.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. Espera-se que os alunos, nesta fase a partir dos conteúdos prévios e das informações do problema entenda que ele precisa provar duas condições: a primeira que $XY + YZ = AC$, a segunda que $XY + YZ > AC$ e que dependerá do posicionamento dos pontos X, Y e Z e para isso a construção no *software* Geogebra trará dois controles deslizantes, figura 13: o primeiro moverá os pontos X e Z simultaneamente, o segundo moverá o ponto Y. Essa fase é de conhecimento do problema e manipulação das variáveis.

Figura 13 – Modelagem Geogebra SDO III

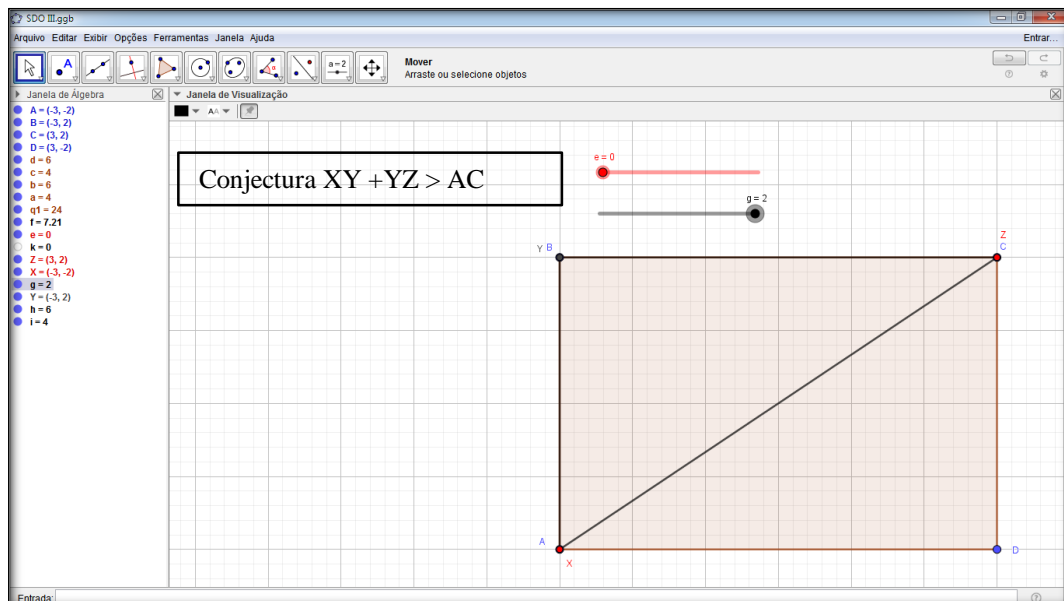


Fonte – elaborado pelos autores.

5.4 Dialética da Formulação

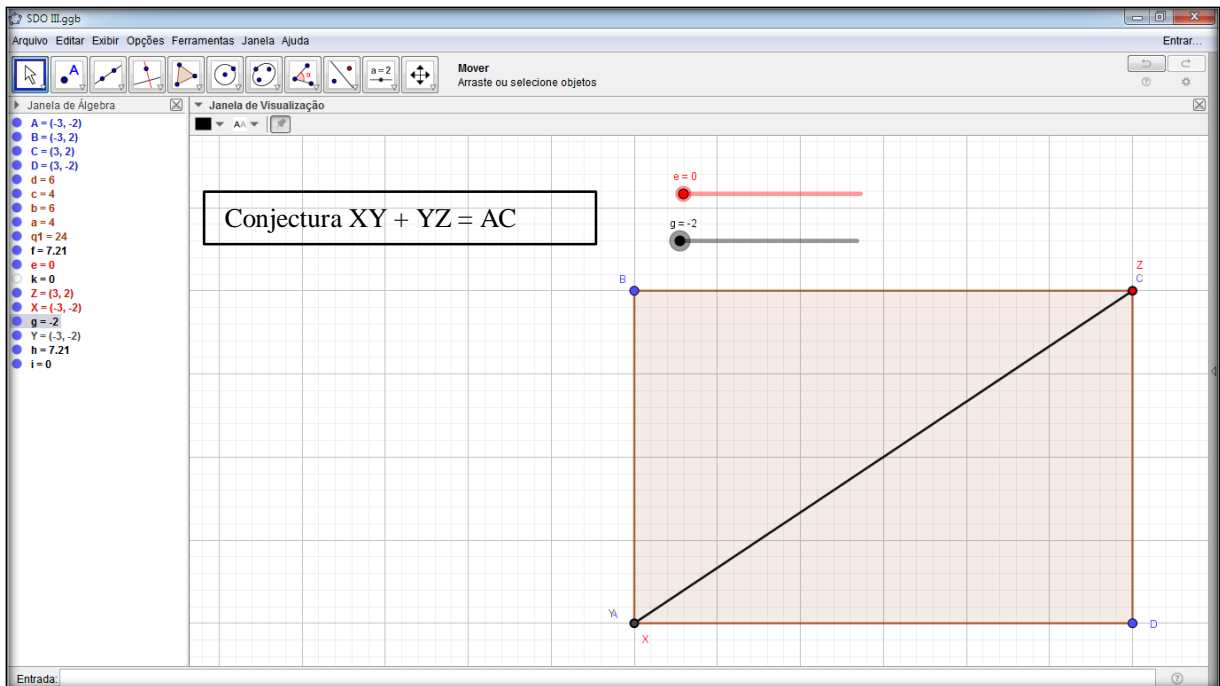
Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. A partir do conhecimento das variáveis na etapa anterior espera-se que o aluno ao manipular os controles deslizantes chegue as duas situações ilustradas pelas figuras 14 e 15.

Figura 14 - Modelagem Geogebra SDO III



Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 15- Modelagem Geogebra SDO III



Fonte – elaborado pelos autores.

5.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática, relativa à eficácia do texto”. Diante das conjecturas feitas na dialética de formulação o aluno deve pela figura 14 chegar à conclusão que $XY + YZ > AC$ e pela figura 15 chegar à conclusão que $XY + YZ = AC$, logo $XY + YZ \geq AC$. Espera-se que o aluno use a desigualdade triangular para mostrar a validade da conjectura da figura 14 e mostre que a figura 15 é um caso de triângulo degenerado.

5.6 Dialética da Institucionalização





Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o professor fixa, convencionalmente e explicitamente, o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, o professor deve argumentar que o resultado independe da variação do

controle deslizante e por fim confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, fazendo um fechamento das ideias e explicitar para os alunos que a atividade envolveu um PO.

5.7 Protocolo de Construção no Geogebra



O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Tem-se o protocolo de construção da SDO III, figura 16.

Figura 16 - Protocolo de Construção no Geogebra SDO III

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
1	Ponto A			
2	Ponto B			
3	Ponto C			
4	Ponto D			
5	Quadrilát...		Polígono A, B, C, D	Polígono(A, B, C, D)
5	Segment...		Segmento A, B	Segmento(A, B, q1)
5	Segment...		Segmento B, C	Segmento(B, C, q1)
5	Segment...		Segmento C, D	Segmento(C, D, q1)
5	Segment...		Segmento D, A	Segmento(D, A, q1)
6	Segment...		Segmento A, C	Segmento(A, C)
7	Número e			
8	Número k		e	e
9	Ponto Z		$(x(C) - k, 2)$	$(x(C) - k, 2)$
10	Ponto X		$(x(A) + k, -2)$	$(x(A) + k, -2)$
11	Número g			

Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 17 - Protocolo de Construção no Geogebra SDO III

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
12	Ponto Y		$(-3, g)$	$(-3, g)$
13	Segment...		Segmento Y, Z	Segmento(Y, Z)
14	Segmento i		Segmento Y, X	Segmento(Y, X)

Fonte – elaborado pelos autores.

6 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA IV

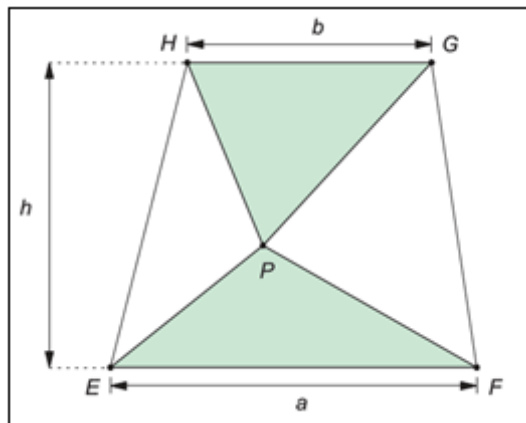
6.1 Conteúdos Prévios

Áreas de polígonos e equações do 1º grau.

6.2 Problema Olímpico

(Problema da OBMEP 2016 – 2ª fase – Nível 2 - questão 06, item b). Ana desenhou um trapézio $EFGH$, de bases $EF = a$ e $GH = b$, com $a > b$ e altura h , figura 18. Em seguida, ela escolheu um ponto P tal que os triângulos PEF e PGH tivessem a mesma área. Expresse a área desses triângulos em termos de a , b e h .

Figura 18 – Problema OBMEP

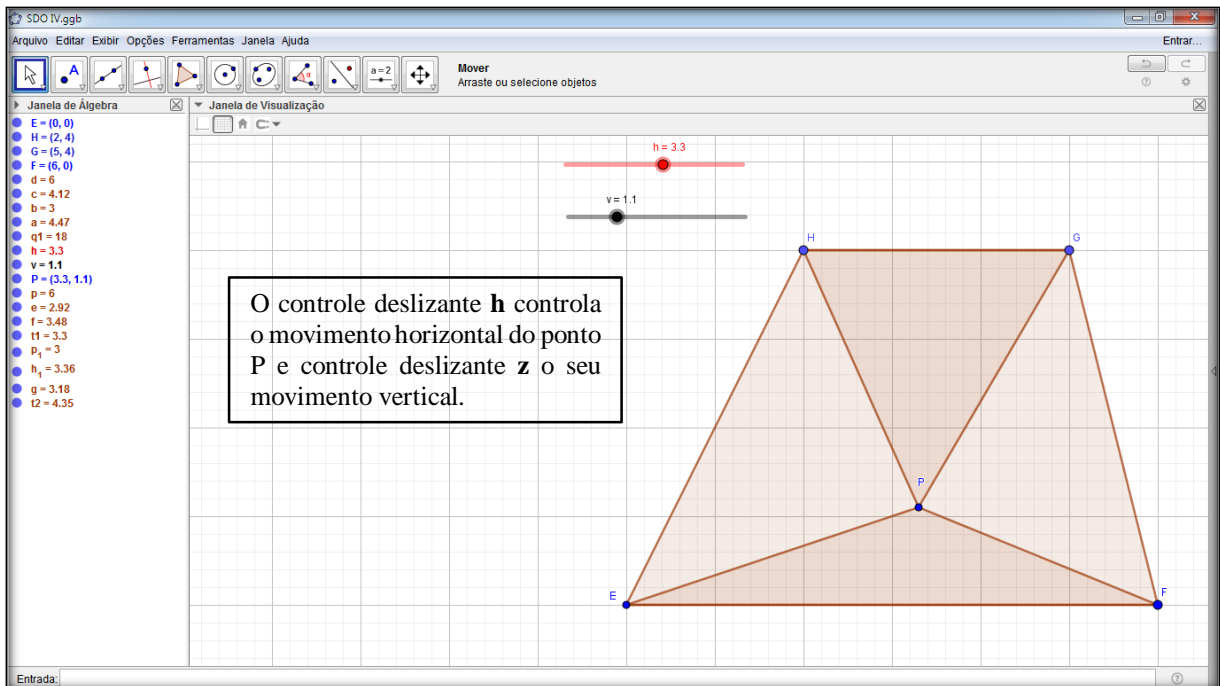


Fonte – OBMEP.

6.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. Esperamos que os alunos, nesta fase a partir dos conteúdos prévios identifiquem as variáveis do problema a fim de determinar as áreas dos triângulos PEF e PGH e identifiquem também que a posição do ponto P , vértice comum aos triângulos, é controlada pelo controle deslizante, figura 19.

Figura 19 - Modelagem Geogebra SDO IV

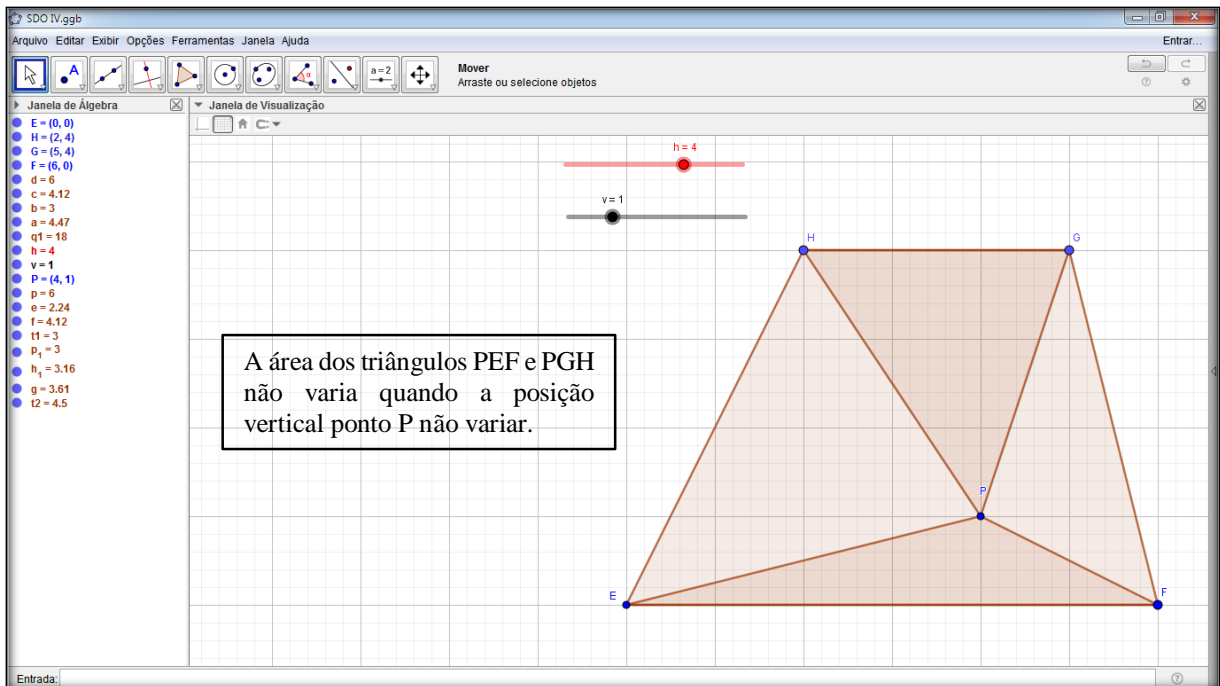


Fonte – elaborado pelos autores.

6.4 Dialética da Formulação

Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. A partir da organização dos dados na etapa anterior espera-se que o aluno utilize os controles deslizantes que controlam a posição horizontal e vertical do vértice P e perceba que a área dos triângulos não varia, quando a posição vertical ponto P não variar conforme ilustra a figura 20.

Figura 20- Modelagem Geogebra SDO IV



Fonte – elaborado pelos autores.

A partir dessa análise espera-se que o aluno atribua a variável x à altura de um dos triângulos e conseqüentemente à altura de $(h - x)$ ao outro triângulo para poder então montar a equação $\frac{b \cdot x}{2} = \frac{a \cdot (h - x)}{2}$ e chegar ao valor da altura x , em função das constantes a e b que é $x = \frac{a \cdot h}{a + b}$.

6.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática relativa à eficácia do texto”. Diante das conjecturas feitas na dialética de ação e formulação o aluno deverá calcular a área dos triângulos PEF e PGH da seguinte forma: Área do triângulo $PGH = \text{Área do triângulo } PEF = \frac{b \cdot \frac{a \cdot h}{a + b}}{2}$.

6.6 Dialética da Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o

professor fixa, convencionalmente e explicitamente, o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, o professor deve argumentar que o resultado independe da variação do controle deslizante na horizontal, mas que se houver variação na vertical, ocorrerá variação na altura e conseqüentemente na área de ambos os triângulos e explicitar para os alunos que a atividade envolveu um PO.

6.7 Protocolo de Construção no Geogebra

O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Tem-se o protocolo de construção da SDO IV, figura 21 e 22.

Figura 21 - Protocolo de construção no Geogebra SDO IV

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
1	Ponto E		Interseção de EixoX, EixoY	Interseção(EixoX, EixoY)
2	Ponto H			
3	Ponto G			
4	Ponto F		Ponto sobre EixoX	Ponto(EixoX)
5	Quadrilát...		Polígono E, H, G, F	Polígono(E, H, G, F)
5	Segment...		Segmento E, H	Segmento(E, H, q1)
5	Segment...		Segmento H, G	Segmento(H, G, q1)
5	Segment...		Segmento G, F	Segmento(G, F, q1)
5	Segment...		Segmento F, E	Segmento(F, E, q1)
6	Número h			
7	Número v			
8	Ponto P		(h, v)	(h, v)
9	Triângulo...		Polígono E, P, F	Polígono(E, P, F)
9	Segmento f		Segmento E, P	Segmento(E, P, t1)
9	Segment...		Segmento P, F	Segmento(P, F, t1)

Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 22 - Protocolo de construção no Geogebra SDO IV

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
9	Segment...		Segmento F, E	Segmento(F, E, t1)
10	Triângulo...		Polígono H, P, G	Polígono(H, P, G)
10	Segment...		Segmento H, P	Segmento(H, P, t2)
10	Segmento h_1		Segmento P, G	Segmento(P, G, t2)
10	Segmento p_1		Segmento G, H	Segmento(G, H, t2)

Fonte – elaborado pelos autores.

7 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA V

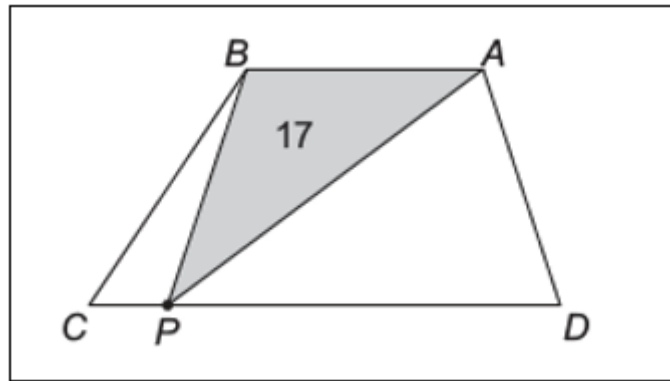
7.1 Conteúdos Prévios

Área de polígonos.

7.2 Problema Olímpico

(Problema da OBMEP 2018 – 1ª fase – Nível 2 - questão 11). No trapézio $ABCD$ da, figura 23, os lados AB e CD são paralelos e o comprimento de CD é o dobro do comprimento de AB . O ponto P está sobre o lado CD e determina um triângulo ABP com área igual a 17. Qual é a área do trapézio $ABCD$?

Figura 23 – Problema OBMEP

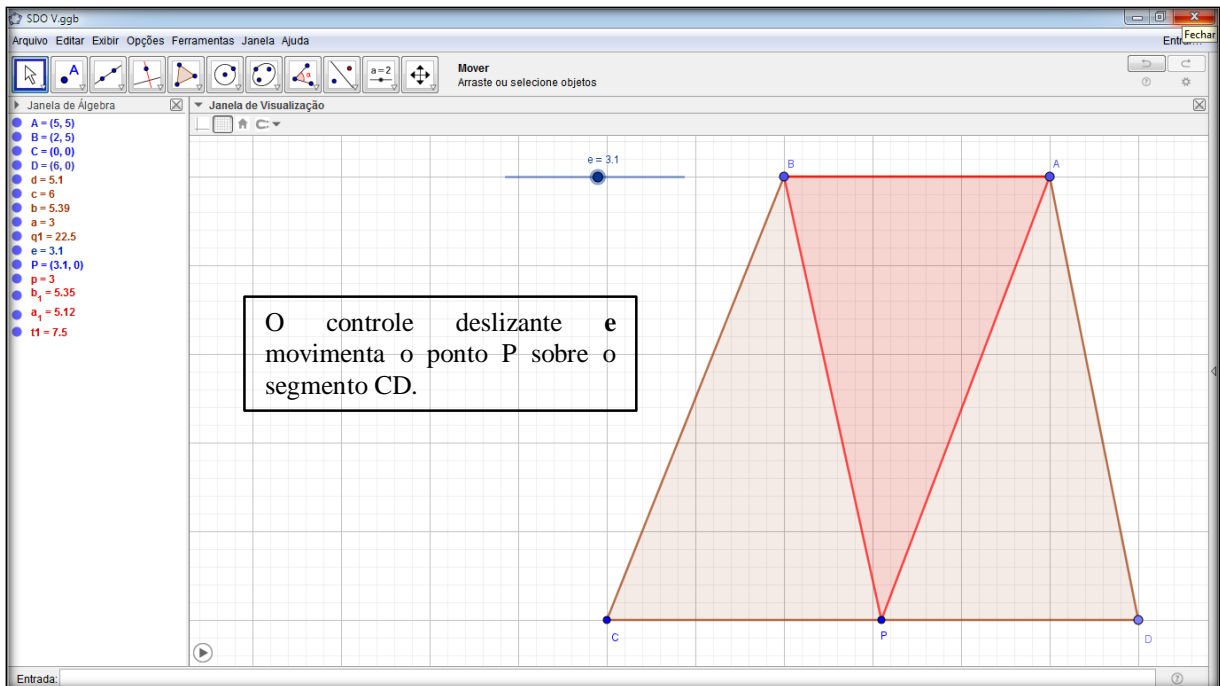


Fonte – OBMEP.

7.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. Espera-se que os alunos, nesta fase a partir dos conteúdos prévios e utilizando o controle deslizante do *software* Geogebra, figura 24, identifiquem as possíveis variáveis que irão utilizar na fase de formulação.

Figura 24- Modelagem Geogebra SDO V

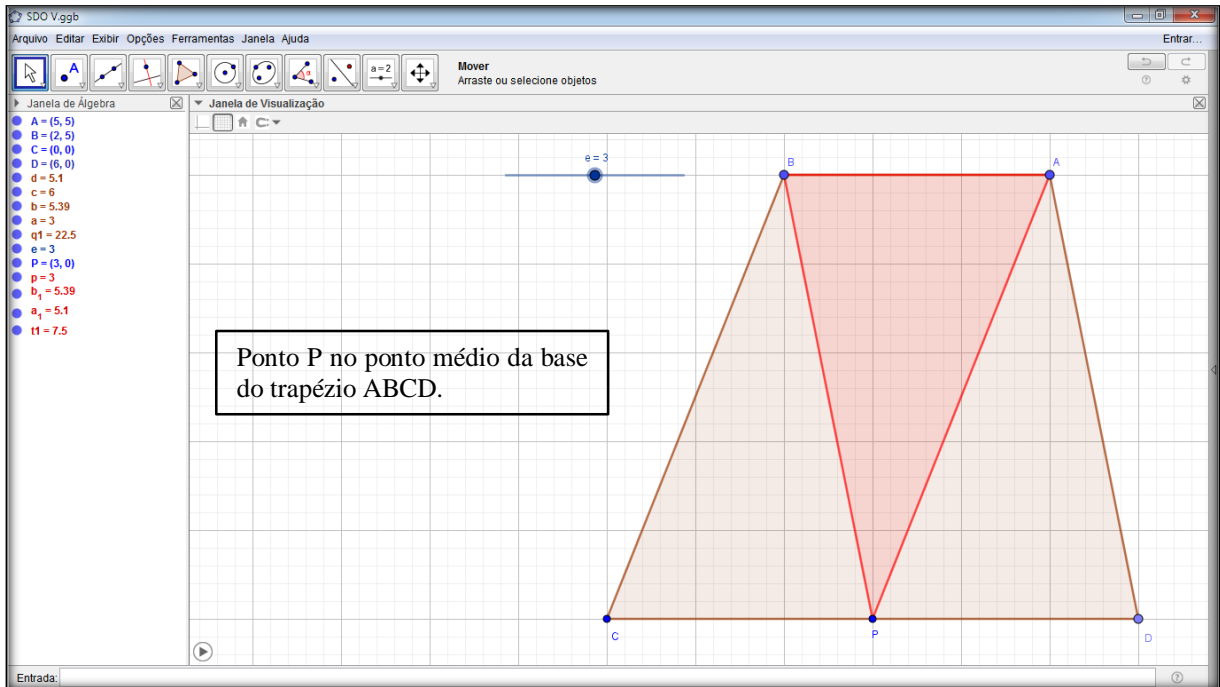


Fonte – elaborado pelos autores.

7.4 Dialética da Formulação

Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. Identificadas as possíveis variáveis espera-se que o aluno utilizando o controle deslizante perceba que ao posicionar o ponto P no ponto médio base do trapézio ABCD, como mostra a figura 25, ele obterá mais dois triângulos com a mesma base e mesma altura do triângulo ABP, uma vez que a base maior AB do trapézio ABCD é o dobro de sua base menor. Dessa forma o aluno poderá concluir que a área do trapézio ABCD é o triplo da área do triângulo ABP.

Figura 25 - Modelagem Geogebra SDO V



Fonte – elaborado pelos autores.

7.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática, relativa à eficácia do texto”. Diante das conjecturas feitas na dialética de ação e formulação o aluno deve apresentar a solução:

Área do trapézio ABCD é igual a três vezes a área do triângulo ABP, portanto igual a três vezes dezessete que é igual a cinquenta e um.

7.6 Dialética da Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o professor fixa, convencionalmente e explicitamente, o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, o professor deve argumentar que o resultado independe da variação do controle deslizante e por fim confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, fazendo um fechamento das ideias e explicitar para os alunos que a atividade envolveu um PO.

7.7 Protocolo de Construção no Geogebra

O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Tem-se o protocolo de construção da SDO V, figura 26.

Figura 26 - Protocolo de Construção no Geogebra SDO V

N.	Nome	Ícone da ...	Descrição	Definição
1	Ponto A			
2	Ponto B			
3	Ponto C		Interseção de EixoX, EixoY	Interseção(EixoX, EixoY)
4	Ponto D		Ponto sobre EixoX	Ponto(EixoX)
5	Quadrilátero q1		Polígono A, B, C, D	Polígono(A, B, C, D)
5	Segmento a		Segmento A, B	Segmento(A, B, q1)
5	Segmento b		Segmento B, C	Segmento(B, C, q1)
5	Segmento c		Segmento C, D	Segmento(C, D, q1)
5	Segmento d		Segmento D, A	Segmento(D, A, q1)
6	Número e			
7	Ponto P		(e, 0)	(e, 0)
8	Triângulo t1		Polígono B, P, A	Polígono(B, P, A)
8	Segmento a ₁		Segmento B, P	Segmento(B, P, t1)
8	Segmento b ₁		Segmento P, A	Segmento(P, A, t1)
8	Segmento p		Segmento A, B	Segmento(A, B, t1)

Fonte – elaborado pelos autores.

8 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA VI

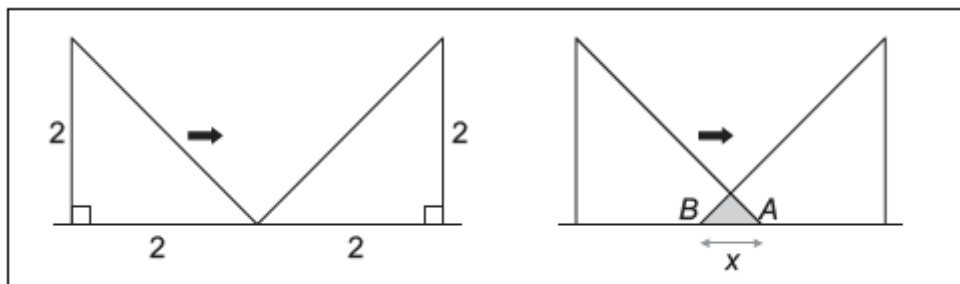
8.1 Conteúdos Prévios

Área de polígonos

8.2 Problema Olímpico

(Problema da OBMEP 2009 – 2ª fase – Nível 3 - questão 05) (Adaptada). Dois triângulos retângulos isósceles com catetos de medida 2 são posicionados como mostra a figura 27. A seguir, o triângulo da esquerda é deslocado para a direita. Na figura 27, x indica a distância entre os vértices A e B dos dois triângulos. Quando x for igual a 2 qual o valor da área sombreada?

Figura 27 – Questão OBMEP

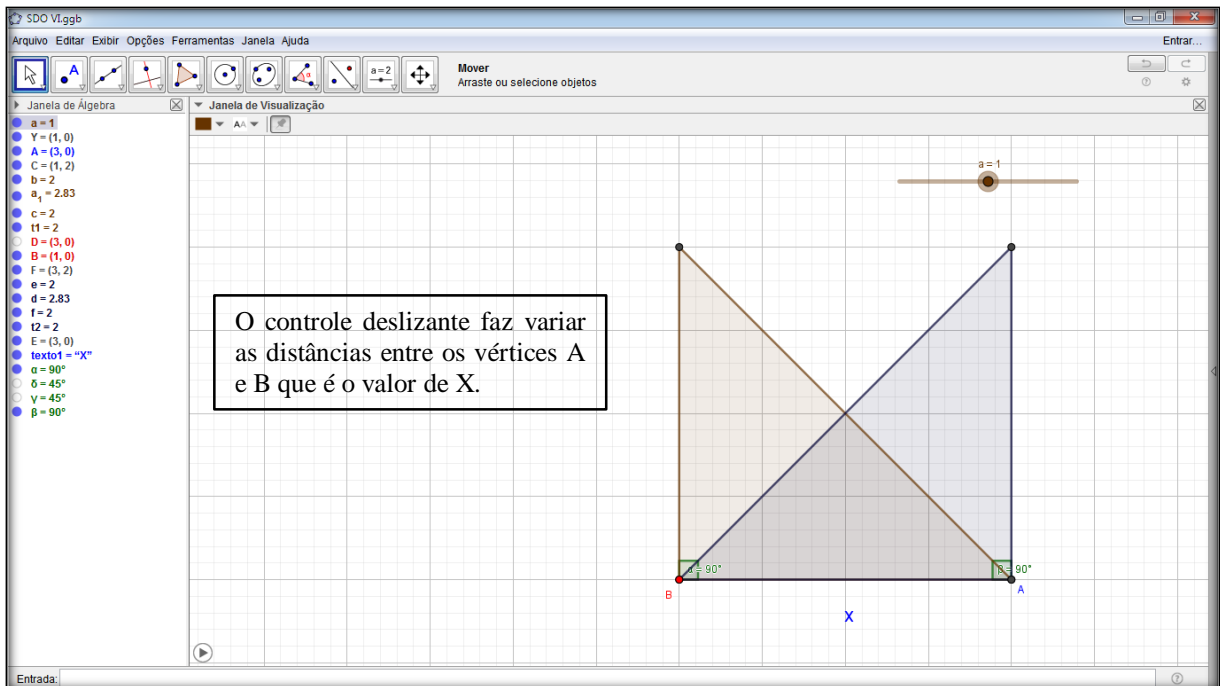


Fonte – OBMEP.

8.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. Espera-se que os alunos, nesta fase, a partir dos conteúdos prévios, identifiquem quais variáveis do problema deverão usar para o cálculo da área da figura 27. A construção no *software* Geogebra deve auxiliá-los através do uso do controle deslizante conforme ilustrado, figura 28.

Figura 28 - Modelagem Geogebra SDO VI



Fonte – elaborado pelos autores

8.4 Dialética da Formulação

Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. A partir da organização dos dados na etapa anterior. Espera-se que o aluno observe que: quando $x = 2$ visualize três triângulos congruentes e que a área procurada corresponde a quarta parte de um quadrado de lado igual a dois.

8.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática, relativa à eficácia do texto”. Diante das conjecturas feitas na dialética de ação e formulação o aluno. Os alunos deverão concluir que a área procurada corresponde a quarta parte de um quadrado de lado igual a dois. Portanto quando $x = 2$, a área será igual a um.



8.6 Dialética da Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o professor fixa, convencionalmente e explicitamente, o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, o professor deve argumentar que o resultado independe da variação do controle deslizante e por fim confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, fazendo um fechamento das ideias e explicitar para os alunos que a atividade envolveu um PO.

8.7 Protocolo de Construção no Geogebra

O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Tem-se o protocolo de construção da SDO VI, figura 29.

Figura 29 - Protocolo de Construção no Geogebra SDO VI

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
1	Número a			
2	Ponto A		$(a, 0)$	$(a, 0)$
3	Ponto B		$(a + 2, 0)$	$(a + 2, 0)$
4	Ponto C		$(a, 2)$	$(a, 2)$
5	Triângulo...		Polígono A, B, C	Polígono(A, B, C)
5	Segment...		Segmento A, B	Segmento(A, B, t1)
5	Segmento a ₁		Segmento B, C	Segmento(B, C, t1)
5	Segment...		Segmento C, A	Segmento(C, A, t1)
6	Ponto D		$(4 - a, 0)$	$(4 - a, 0)$
7	Ponto E		$(2 - a, 0)$	$(2 - a, 0)$
8	Ponto F		$(4 - a, 2)$	$(4 - a, 2)$
9	Triângulo...		Polígono D, E, F	Polígono(D, E, F)
9	Segmento f		Segmento D, E	Segmento(D, E, t2)
9	Segment...		Segmento E, F	Segmento(E, F, t2)
9	Segment...		Segmento F, D	Segmento(F, D, t2)

Fonte – elaborado pelos autores.

9 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA VII

9.1 Conteúdos Prévios

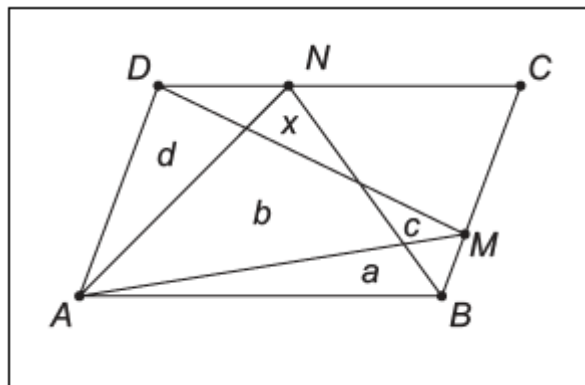
Área de polígonos, equação do 1º grau.

9.2 Problema Olímpico

(Problema da OBMEP 2019 – 1ª fase – Nível 3 - questão 09). No paralelogramo $ABCD$ da figura 30, os pontos M e N são pontos dos lados BC e CD , respectivamente. As áreas a, b, c e d são conhecidas. Qual é o valor da área x ?

A) $c + d - a$ B) $a + c + d - b$ C) $a + c + d - 2b$ D) $a + d - b$ E) $a + c - d$

Figura 30 – Questão OBMEP

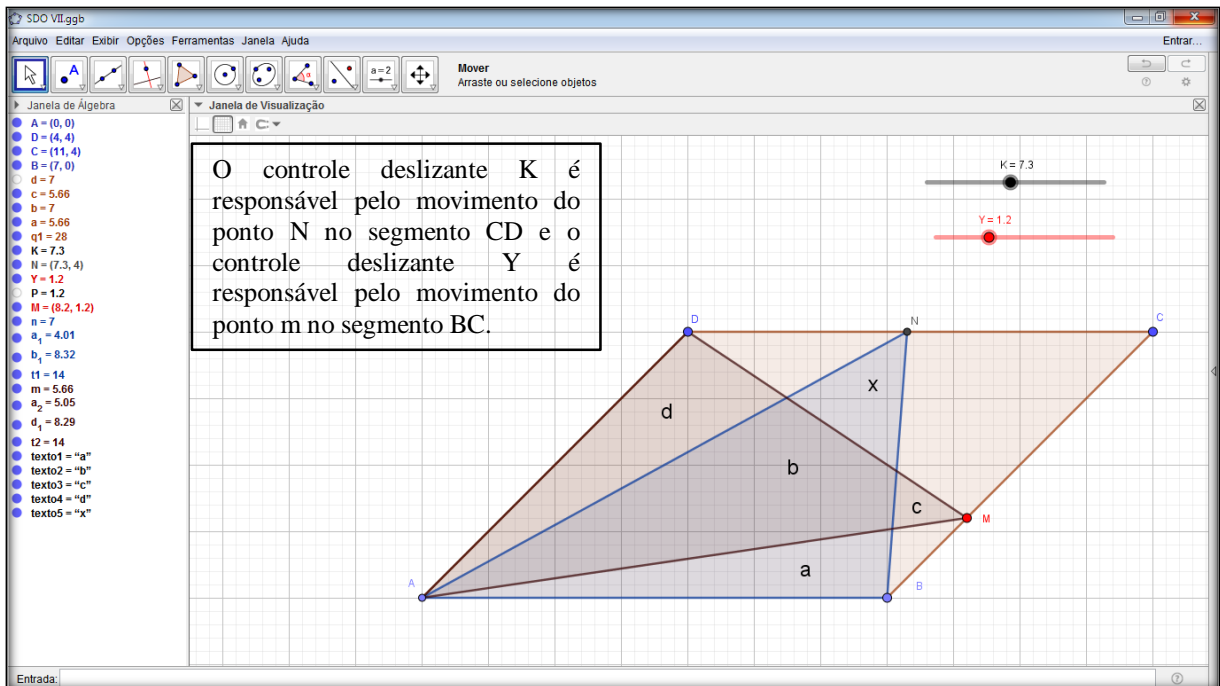


Fonte – OBMEP.

9.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. Espera-se que os alunos, nesta fase a partir dos conteúdos prévios identifiquem as variáveis do problema a fim de determinar o valor de x , assim como verificar como funcionarão os controles deslizante na construção no Geogebra proposta pela SDO, figura 31.

Figura 31 - Modelagem Geogebra SDO VII

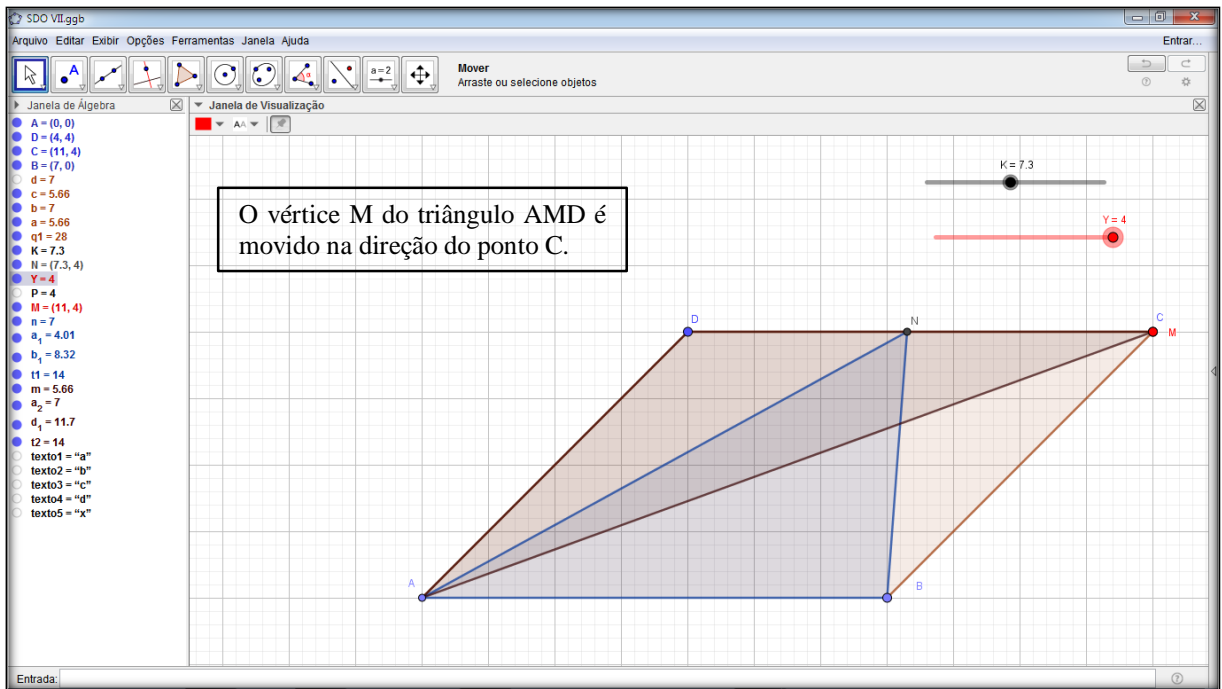


Fonte – elaborado pelos autores.

9.4 Dialética da Formulação

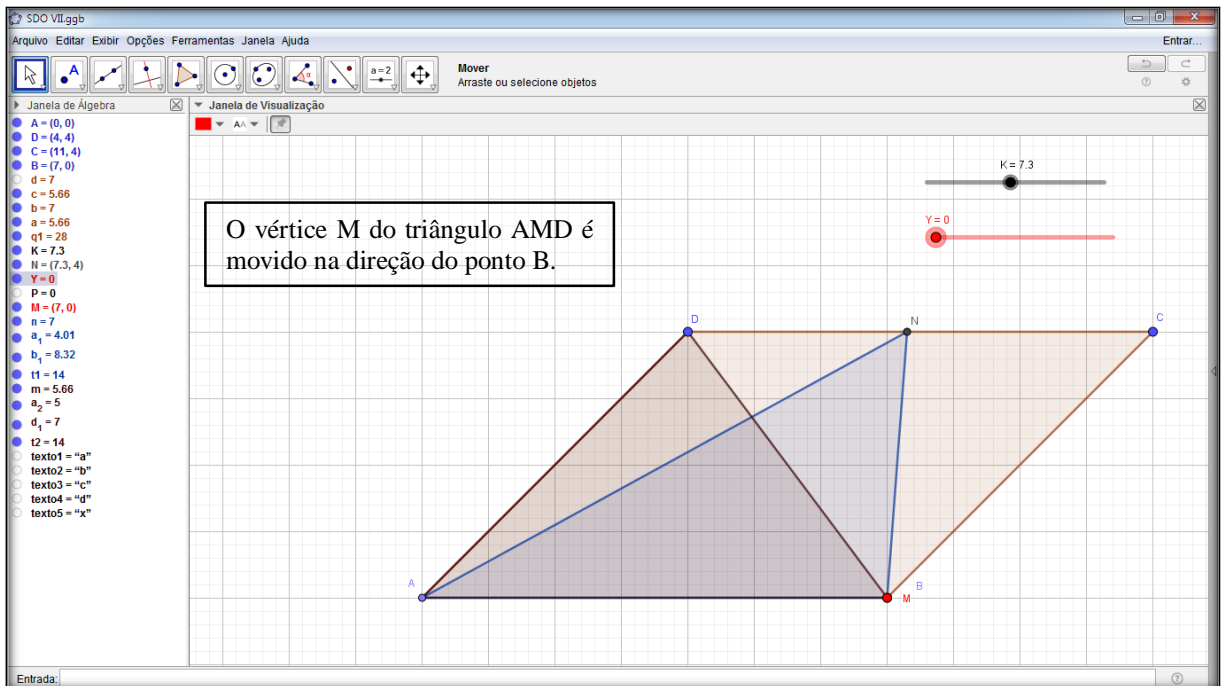
Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. A partir do reconhecimento das variáveis e da função dos controles deslizantes na etapa anterior, espera-se que o aluno mova o ponto M do triângulo AMD na direção do vértice B ou vértice C do paralelogramo $ABCD$, de forma que um dos lados do triângulo AMD passe a coincidir com a diagonal BD ou AC do paralelogramo como ilustram as figuras 32 e 33.

Figura 32 - Modelagem Geogebra SDO VII



Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 33 - Modelagem Geogebra SDO VII

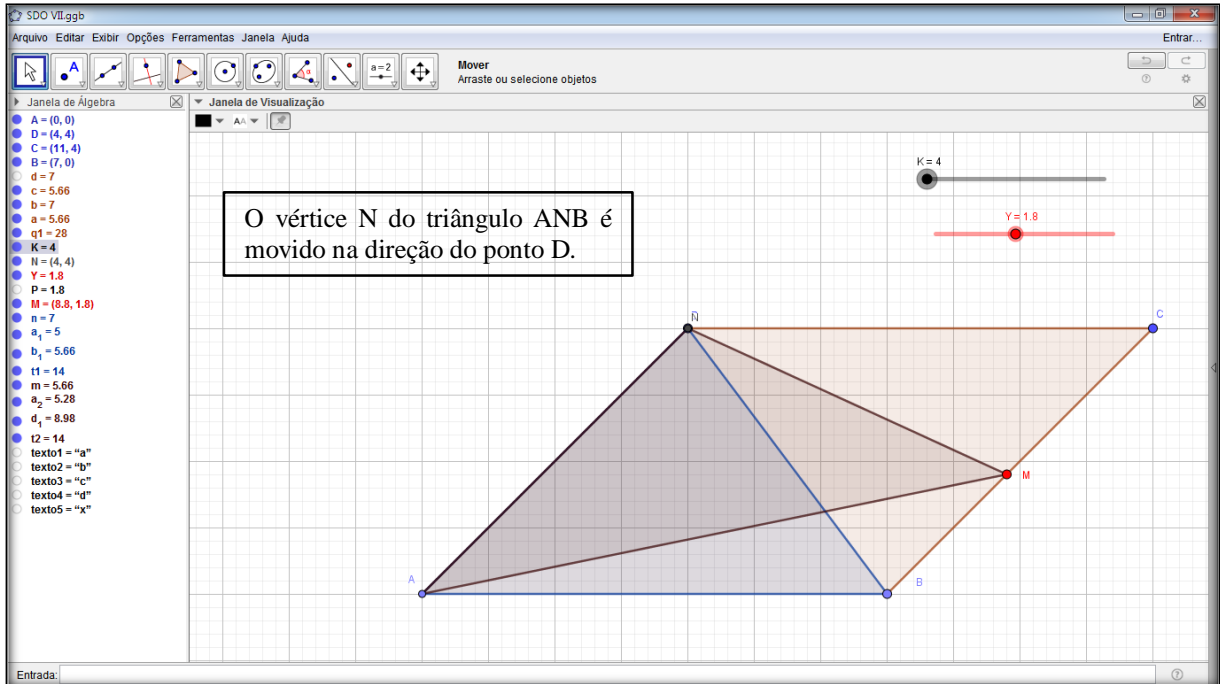


Fonte – elaborado pelos autores.

Dessa forma os alunos devem chegar à conclusão que a área do triângulo AMD é metade da área do paralelogramo ABCD.

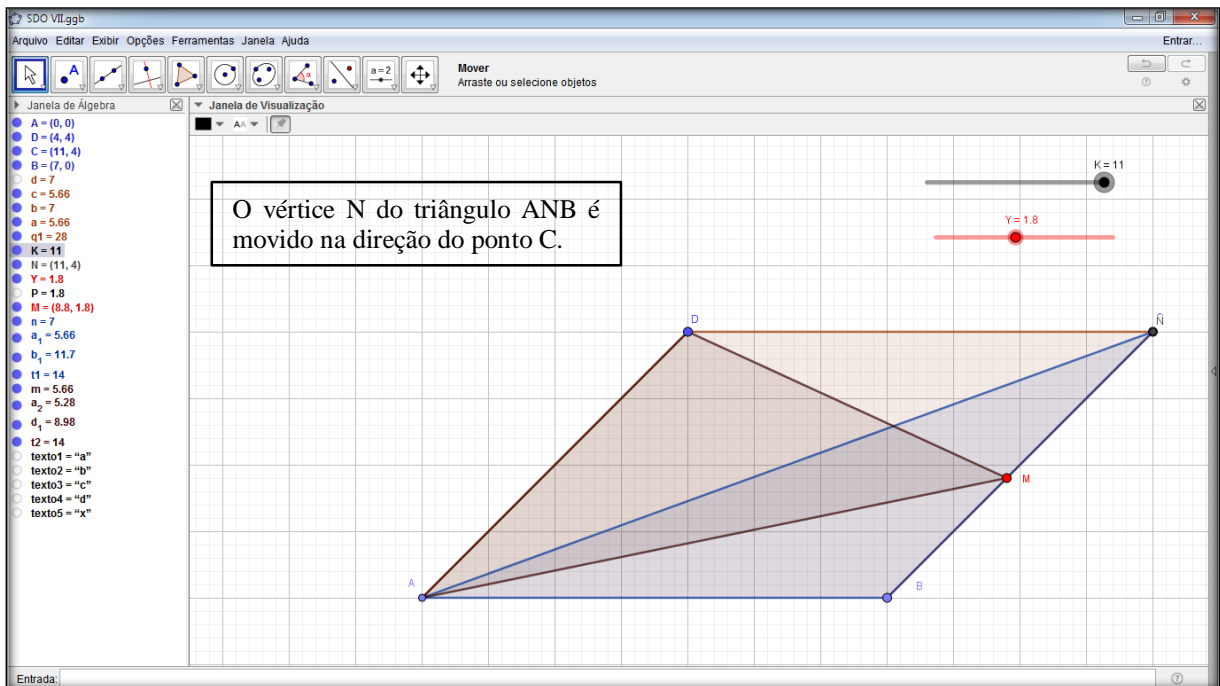
O mesmo raciocínio deve ser repetido para o triângulo ANB utilizando o outro controle deslizante como mostram as figuras 34 e 35.

Figura 34 - Modelagem Geogebra SDO VII



Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 35 - Modelagem Geogebra SDO VII



Fonte – elaborado pelos autores.

Os alunos devem concluir também que a área do triângulo ANB é a metade da área do paralelogramo ABCD.

9.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática relativa à eficácia do texto”. Diante das conjecturas feitas na dialética de formulação os alunos devem chegar à conclusão que a Área do triângulo AMD é igual Área do triângulo ANB e, portanto, obtemos a seguinte equação: $x + b + a = c + b + d \rightarrow x = c + d - a$, logo a resposta é a alternativa A.









9.6 Dialética da Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o professor fixa, convencionalmente e explicitamente, o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, o professor deve argumentar que os dois triângulos citados possuem a mesma base e altura, portanto suas áreas iguais independentemente da variação do controle deslizante sendo essa a condição para se estabelecer uma relação entre as variáveis. Após confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, far-se-á o fechamento das ideias explicitando aos alunos que a atividade envolveu um PO.

9.7 Protocolo de Construção no Geogebra

O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Tem-se o protocolo de construção da SDO VII, figuras 36 e 37.

Figura 36 - Protocolo de construção no Geogebra SDO VII

N.	Nome	Ícon...	Descrição	Definição
1	Ponto A		Interseção de EixoX, EixoY	Interseção(EixoX, EixoY)
2	Ponto D			
3	Ponto C			
4	Ponto B		Ponto sobre EixoX	Ponto(EixoX)
5	Quadriláter...		Polígono A, D, C, B	Polígono(A, D, C, B)
5	Segmento a		Segmento A, D	Segmento(A, D, q1)
5	Segmento b		Segmento D, C	Segmento(D, C, q1)
5	Segmento c		Segmento C, B	Segmento(C, B, q1)
5	Segmento d		Segmento B, A	Segmento(B, A, q1)
6	Número K			
7	Ponto N		(K, 4)	(K, 4)
8	Número Y			
9	Número P		Y	Y
10	Ponto M		(7 + P, 0 + P)	(7 + P, 0 + P)
11	Triângulo t1		Polígono A, N, B	Polígono(A, N, B)
11	Segmento b ₁		Segmento A, N	Segmento(A, N, t1)

Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 37 - Protocolo de construção no Geogebra SDO VII

N.	Nome	Icon...	Descrição	Definição
11	Segmento a_1		Segmento N, B	Segmento(N, B, t1)
11	Segmento n		Segmento B, A	Segmento(B, A, t1)
12	Triângulo t2		Polígono A, M, D	Polígono(A, M, D)
12	Segmento d_1		Segmento A, M	Segmento(A, M, t2)
12	Segmento a_2		Segmento M, D	Segmento(M, D, t2)
12	Segmento m		Segmento D, A	Segmento(D, A, t2)
13	Texto texto1	ABC		
14	Texto texto2	ABC		
15	Texto texto3	ABC		
16	Texto texto4	ABC		
17	Texto texto5	ABC		

Fonte – elaborado pelos autores.

10 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA VIII

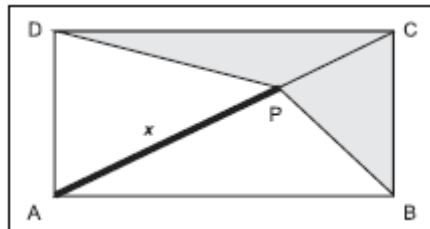
10.1 Conteúdos Prévios

Área de polígonos e função linear.

10.2 Problema Olímpico

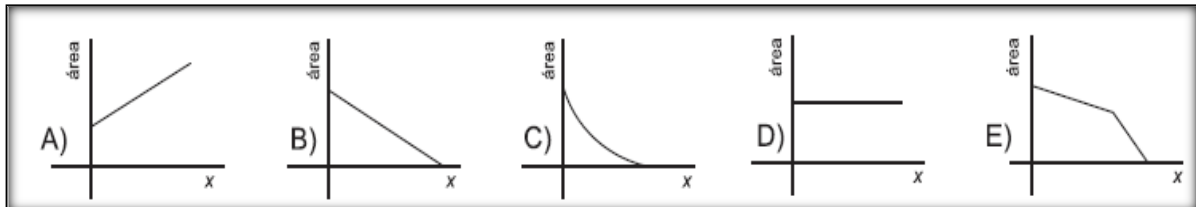
(Problema da OBMEP 2007 – 1ª fase – Nível 3 - questão 18). Qual dos gráficos abaixo descreve a variação da área do polígono BCDP, figura 38, em função da distância $x = AP$?

Figura 38 – Questão OBMEP



Fonte – OBMEP.

Figura 39 - Opções do problema



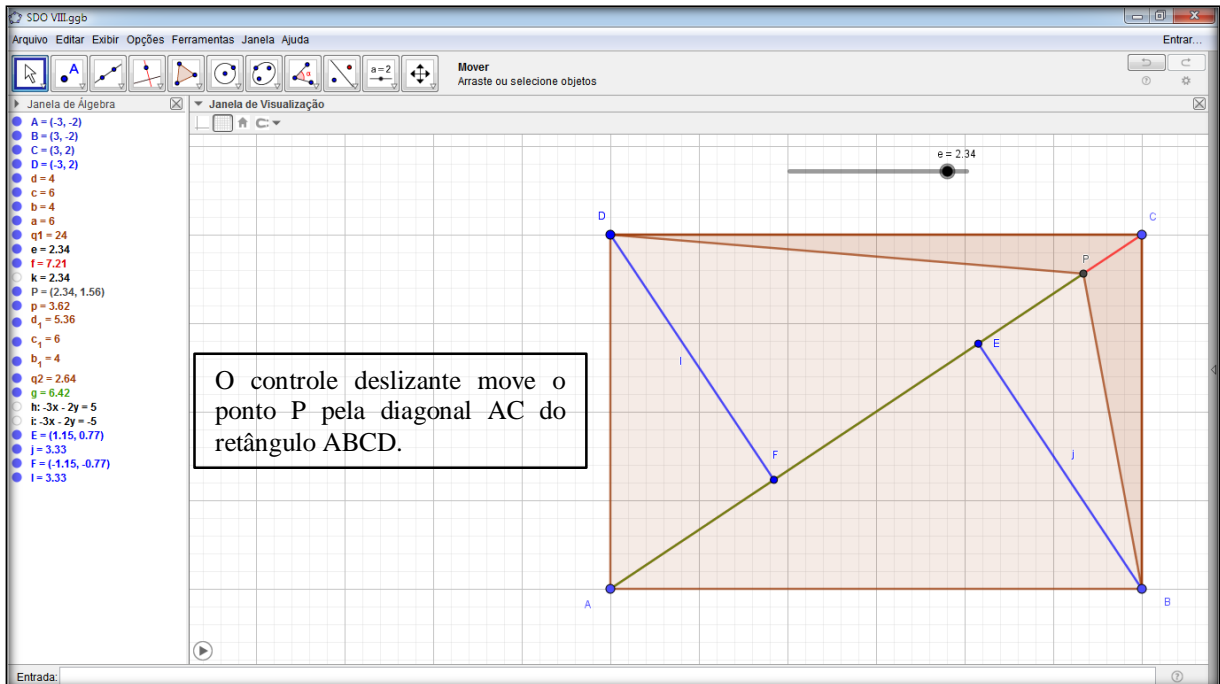
Fonte – OBMEP.

10.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. Espera-se que os alunos, nesta fase a partir dos conteúdos prévios identifiquem as variáveis envolvidas no problema que são: o segmento $AP = x$, e o valor da área do polígono BCDP que já estão explícitas no enunciado. Através da construção que transpõe a questão para o Geogebra, os alunos devem observar que o controle deslizante move o ponto P, além dos

segmentos DF e BE que representam a altura de todos os triângulos que tem a base sobre a diagonal do quadrilátero, como mostra a figura 40.

Figura 40 - Modelagem Geogebra SDO VIII

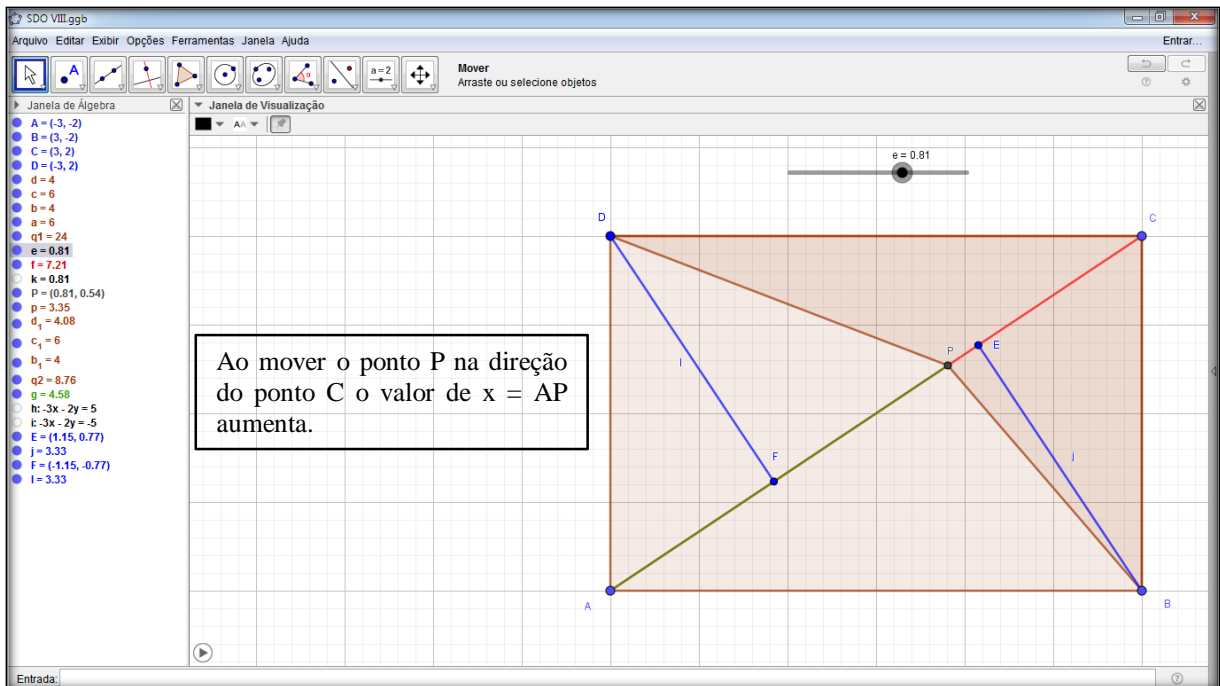


Fonte – elaborado pelos autores.

10.4 Dialética da Formulação

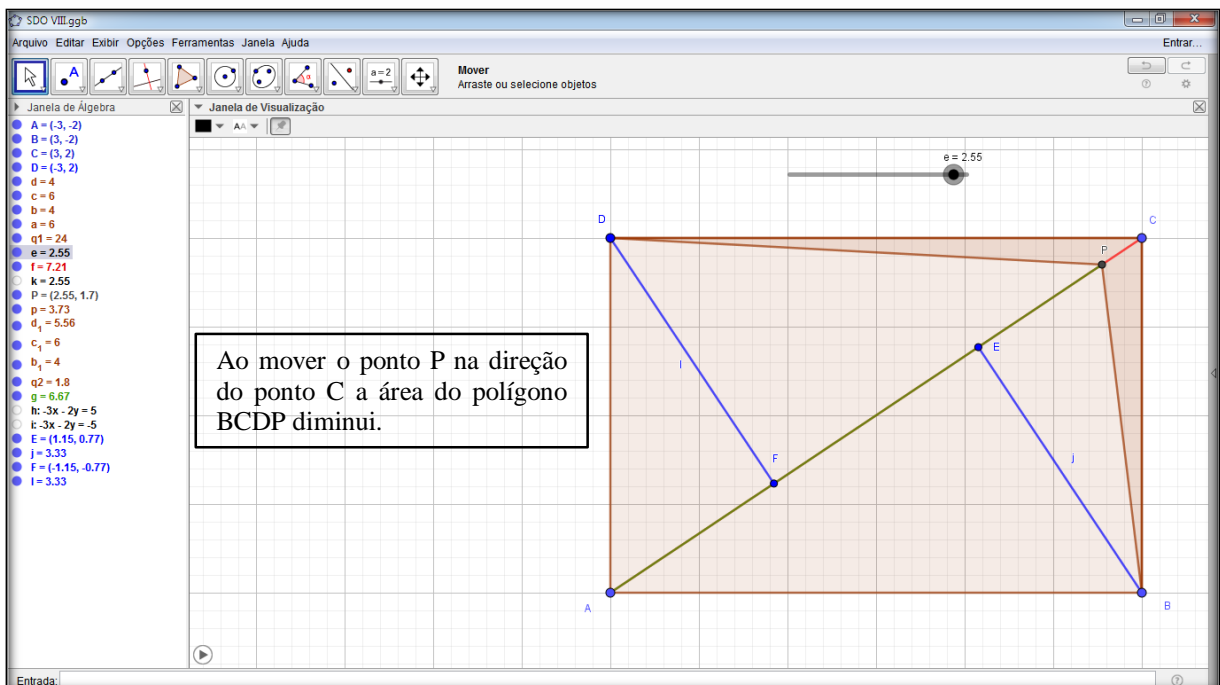
Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. A partir das observações da dialética de ação, devem observar que ao mover o ponto P na direção do ponto C, o valor de x aumenta enquanto a área do polígono BCDP diminui conforme ilustram as figuras 41 e 42.

Figura 41 - Modelagem Geogebra SDO VIII



Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 42 - Modelagem Geogebra SDO VIII



Fonte – elaborado pelos autores.

Outra observação é que a área do polígono BCDP é a soma das áreas dos triângulos ACD e ACB que possuem, por sua vez, a mesma área, já que suas alturas DF e BE são iguais,

portanto $DF = BE = h$. Também que os triângulos BCP e DCP tem áreas iguais pois tem a mesma base CP e a mesma altura h. Podem formular então as seguintes equações: área (BCP) = área (DCP) = $\frac{CP \cdot h}{2}$; área (BCDP) = área (BCP) + área (DCP) = $CP \cdot h$ denotando o comprimento da diagonal AC pôr a, temos que $CP = a - x$ e área (BCDP) = $(a - x)h = ax - ah$

10.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática, relativa à eficácia do texto”. Diante das conjecturas feitas na dialética de formulação os alunos podem chegar as seguintes conclusões que a função é decrescente pois a medida que x cresce a área (BCDP) decresce, logo as alternativas A e D são eliminadas. Como na, área (BCDP) = $ax - ah$, temos ah e a constantes, a área (BCDP) é função linear de x, isso elimina as alternativas C e, portanto, a alternativa correta é a letra B.









10.6 Dialética da Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o professor fixa, convencionalmente e explicitamente, o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, o professor deve argumentar que o resultado independe da variação do controle deslizante e por fim confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, fazendo um fechamento das ideias e explicitar para os alunos que a atividade envolveu um PO.

10.7 Protocolo de Construção no Geogebra

O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Tem-se o protocolo de construção da SDO VIII, figuras 43 e 44.

Figura 43 -Protocolo de Construção no Geogebra SDO VIII

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
1	Ponto A			
2	Ponto B			
3	Ponto C			
4	Ponto D			
5	Quadriláte...		Polígono A, B, C, D	Polígono(A, B, C, D)
5	Segmento a		Segmento A, B	Segmento(A, B, q1)
5	Segmento b		Segmento B, C	Segmento(B, C, q1)
5	Segmento c		Segmento C, D	Segmento(C, D, q1)
5	Segmento d		Segmento D, A	Segmento(D, A, q1)
6	Número e			
7	Segmento f		Segmento A, C	Segmento(A, C)
8	Número k		e	e
9	Ponto P		(k, 2 / 3 k)	(k, 2 / 3 k)
10	Quadriláte...		Polígono B, C, D, P	Polígono(B, C, D, P)
10	Segmento b ₁		Segmento B, C	Segmento(B, C, q2)

Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 44 - Protocolo de Construção no Geogebra SDO VIII

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
10	Segmento c_1		Segmento C, D	Segmento(C, D, q2)
10	Segmento d_1		Segmento D, P	Segmento(D, P, q2)
10	Segmento p		Segmento P, B	Segmento(P, B, q2)
11	Segmento g		Segmento A, P	Segmento(A, P)
12	Reta h		Reta passando por D e perpendicular a f	Perpendicular(D, f)
13	Reta i		Reta passando por B e perpendicular a f	Perpendicular(B, f)
14	Ponto E		Interseção de i, f	Interseção(i, f)
15	Segmento j		Segmento B, E	Segmento(B, E)
16	Ponto F		Interseção de h, f	Interseção(h, f)
17	Segmento l		Segmento D, F	Segmento(D, F)

Fonte – elaborado pelos autores.

11 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA IX

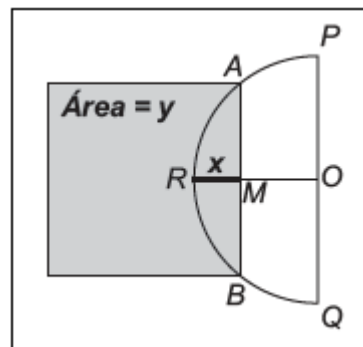
11.1 Conteúdos Prévios

Teorema de Pitágoras, Função Quadrática. Área de polígonos.

11.2 Problema Olímpico

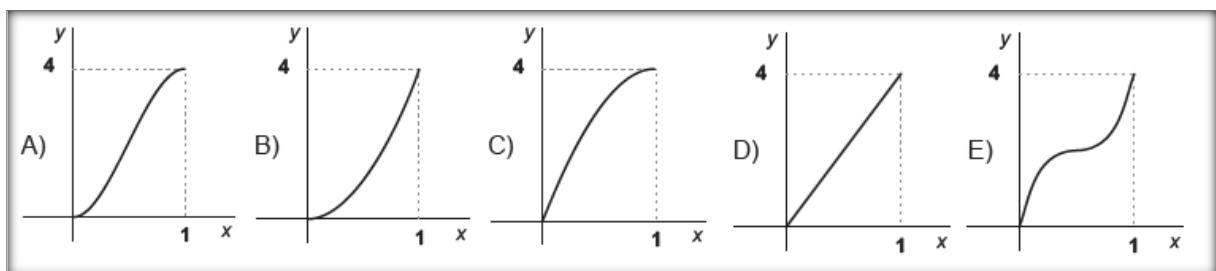
(Problema da OBMEP 2009 – 1ª fase – Nível 3 - questão 19). O semicírculo (figura 45) tem centro O e diâmetro $PQ = 2$ cm. O raio OR é perpendicular a PQ . Por um ponto qualquer M de OR traçasse a corda AB perpendicular a OR . Sejam x o comprimento de RM , em cm, e y a área do quadrado de lado AB , em cm^2 . Qual dos gráficos abaixo, figura 45, expressa a relação entre x e y ?

Figura 45 – Questão OBMEP



Fonte – OBMEP.

Figura 46 – Opções de resposta do PO



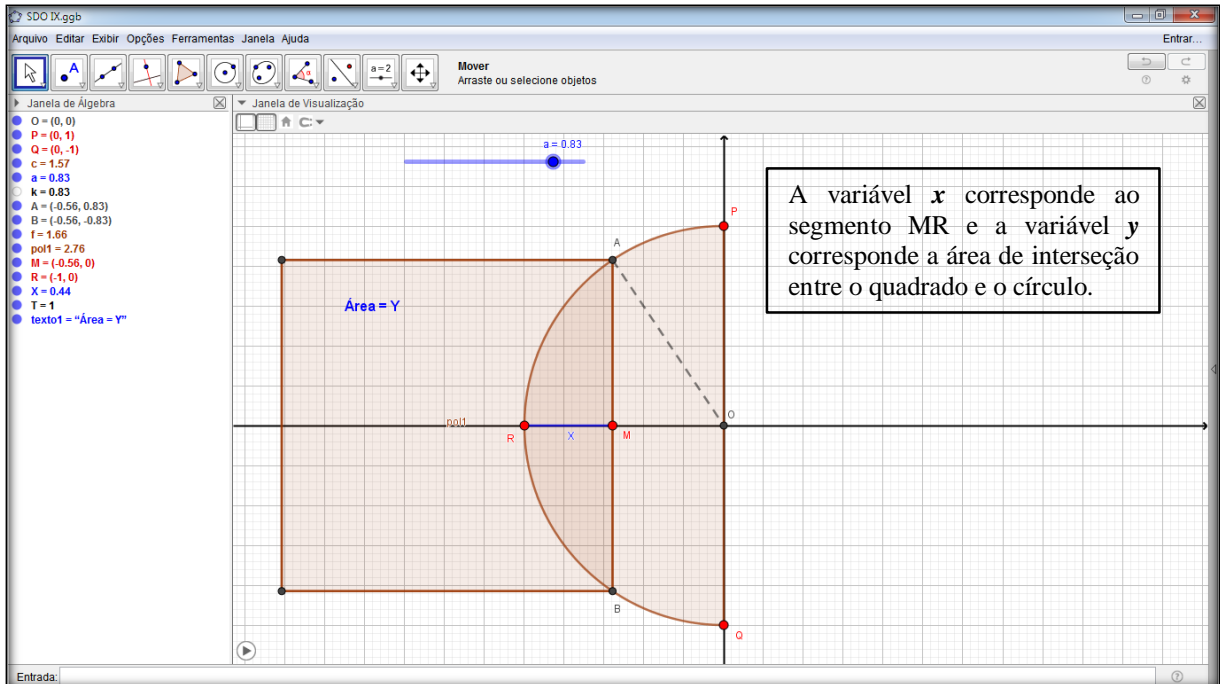
Fonte – OBMEP.

11.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma

solução. Espera-se que os alunos, nesta fase a partir dos conteúdos prévios identificar a variável x que corresponde ao segmento MR e a variável y que corresponde a área do quadrado. Identificar também que o controle deslizante faz variar a área y em função de x conforme figura 47.

Figura 47 - Modelagem Geogebra SDO IX

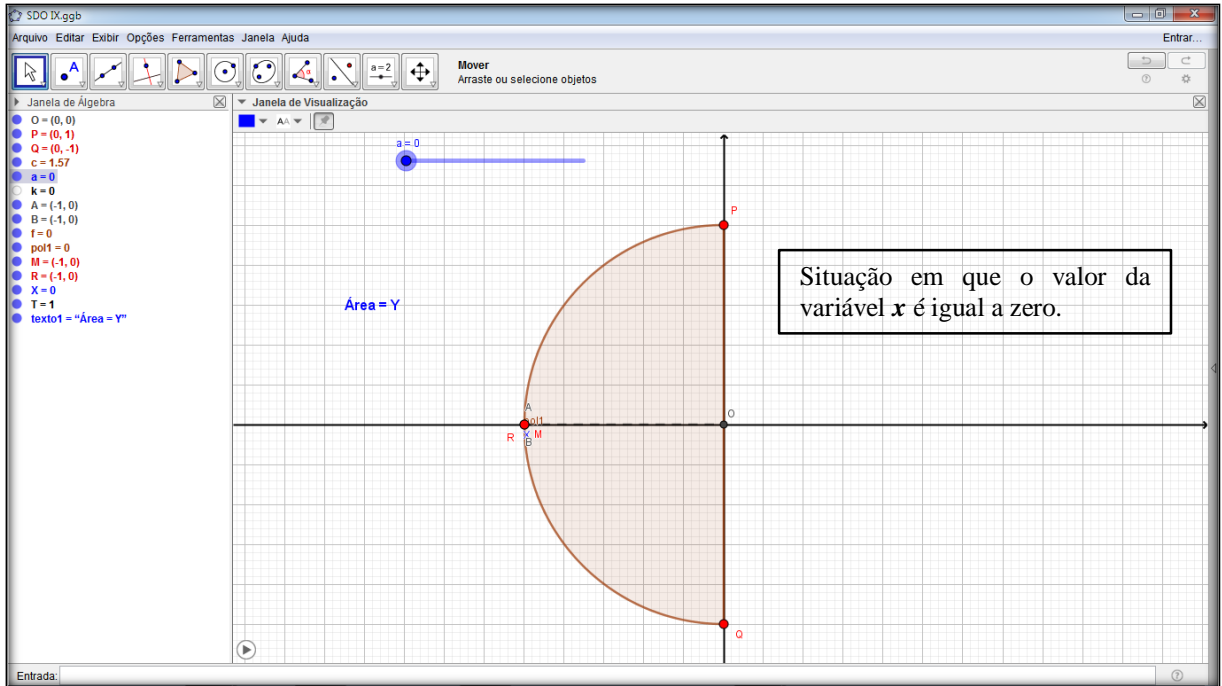


Fonte – elaborado pelos autores.

11.4 Dialética da Formulação

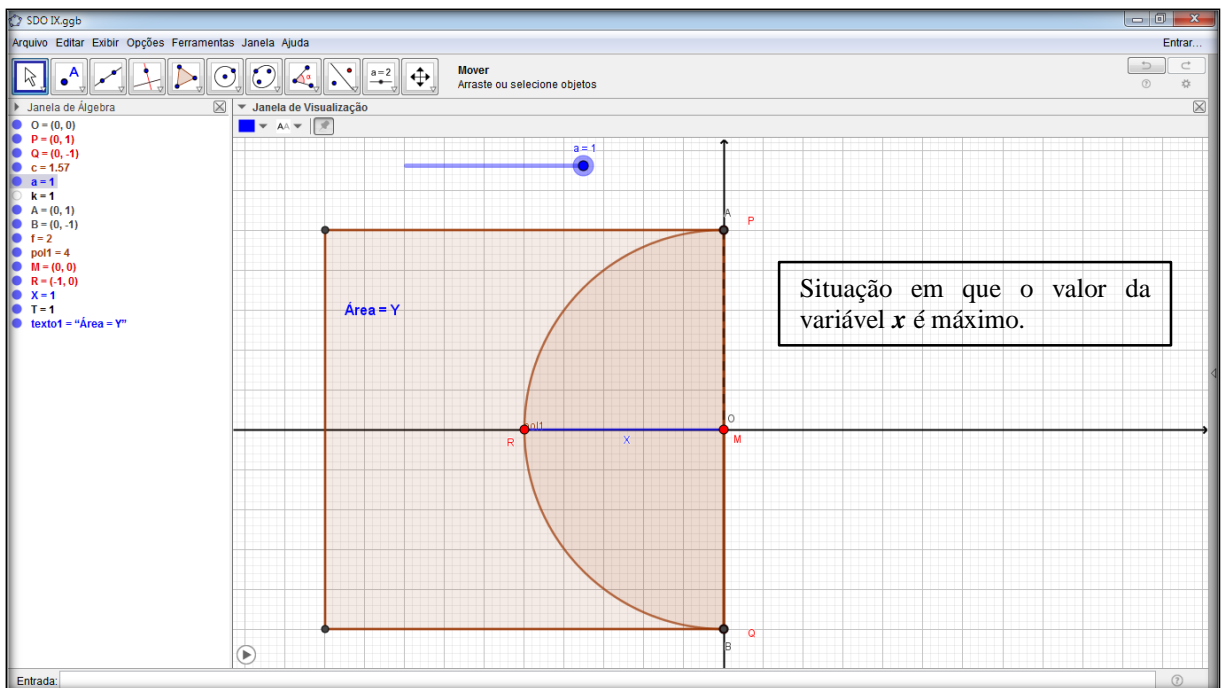
Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. A partir da organização na etapa anterior, os alunos a partir do controle deslizante devem definir os intervalos de variação de x , $0 \leq x \leq 1$, e y , $0 \leq y \leq 4$, estas variações estão ilustradas nas figuras 48 e 49. Devem também encontrar uma fórmula de relacionar y com x . Da seguinte forma: temos o diâmetro do círculo igual a 2, logo seu raio é 1. Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo OMA , obtemos $AM^2 = 1^2 - (1-x)^2 = 2x - x^2$. Esta é a área de um quadrado de lado $2AM = AB$: a área do quadrado de lado AB é então $y = 4(2x - x^2) = 8x - 4x^2$. Nota-se que como x varia em OR , temos $0 \leq x \leq 1$; para $x = 0$ temos $y = 0$ e para $x = 1$ temos $y = 4$. O gráfico de $y = 8x - 4x^2$

Figura 48 - Modelagem Geogebra SDO IX



Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 49 - Modelagem Geogebra SDO IX



Fonte – elaborado pelos autores.

11.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática, relativa à eficácia do texto”. Diante das conjecturas feitas na dialética de ação e formulação o aluno diante da função $y = 8x - 4x^2$ deverá concluir que esta função é uma parábola com concavidade para baixo, pois o coeficiente de x^2 é negativo; portanto este gráfico está representado na alternativa C.

11.6 Dialética da Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o professor fixa, convencionalmente e explicitamente, o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, o professor deve argumentar que o resultado independe da variação do controle deslizante e por fim confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, fazendo um fechamento das ideias e explicitar para os alunos que a atividade envolveu um PO.

11.7 Protocolo de Construção no Geogebra






O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Tem-se o protocolo de construção da SDO IX figuras 50 e 51.

Figura 50 - Protocolo de construção no Geogebra SDO IX

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
1	Ponto O		Interseção de EixoX, EixoY	Interseção(EixoX, EixoY)
2	Ponto P		Ponto sobre EixoY	Ponto(EixoY)
3	Ponto Q		Ponto sobre EixoY	Ponto(EixoY)
4	Setor c		SetorCircular(O, P, Q)	SetorCircular(O, P, Q)
5	Número a			
6	Número k		a	a
7	Ponto A		$(-\sqrt{1 - k^2}, a)$	$(-\sqrt{1 - k^2}, a)$
8	Ponto B		$(x(A), -y(A))$	$(x(A), -y(A))$
9	Polígono p...		Polígono(B, A, 4)	Polígono(B, A, 4)
9	Segmento f		Segmento B, A	Segmento(B, A, pol1)
9	Segmento g		Segmento A, F	Segmento(A, F, pol1)
9	Ponto F		Polígono(B, A, 4)	Polígono(B, A, 4)
9	Ponto G		Polígono(B, A, 4)	Polígono(B, A, 4)
9	Segmento h		Segmento F, G	Segmento(F, G, pol1)
9	Segmento i		Segmento G, B	Segmento(G, B, pol1)

Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 51 - Protocolo de construção no Geogebra SDO IX

N.	Nome	Íco...	Descrição	Definição
10	Ponto M		Ponto sobre pol1	Ponto(pol1)
11	Ponto R		Ponto sobre c	Ponto(c)
12	Segmento X		Segmento R, M	Segmento(R, M)
13	Segmento T		Segmento A, O	Segmento(A, O)
14	Texto texto1			

Fonte – elaborado pelos autores.

12 SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA X

A Olimpíada brasileira de Matemática (OBM) tem a participação dos medalhistas da OBMEP sendo uma terceira fase desta, dessa forma utilizaremos uma questão da OBM nesta última SDO.

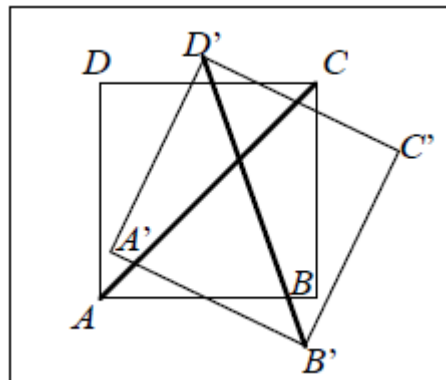
12.1 Conteúdos Prévios

Ponto médio, Ângulos.

12.2 Problema Olímpico

(Problema da OBM 2009 – 1ª fase – Nível 3 - questão 04). O quadrado $A'B'C'D'$ foi obtido a partir de uma rotação no sentido horário do quadrado $ABCD$ de 25 graus em torno do ponto médio de AB , figura 52. Qual é o ângulo agudo, em graus, entre as retas AC e $B'D'$?

Figura 52 – Questão OBM



Fonte – OBM.

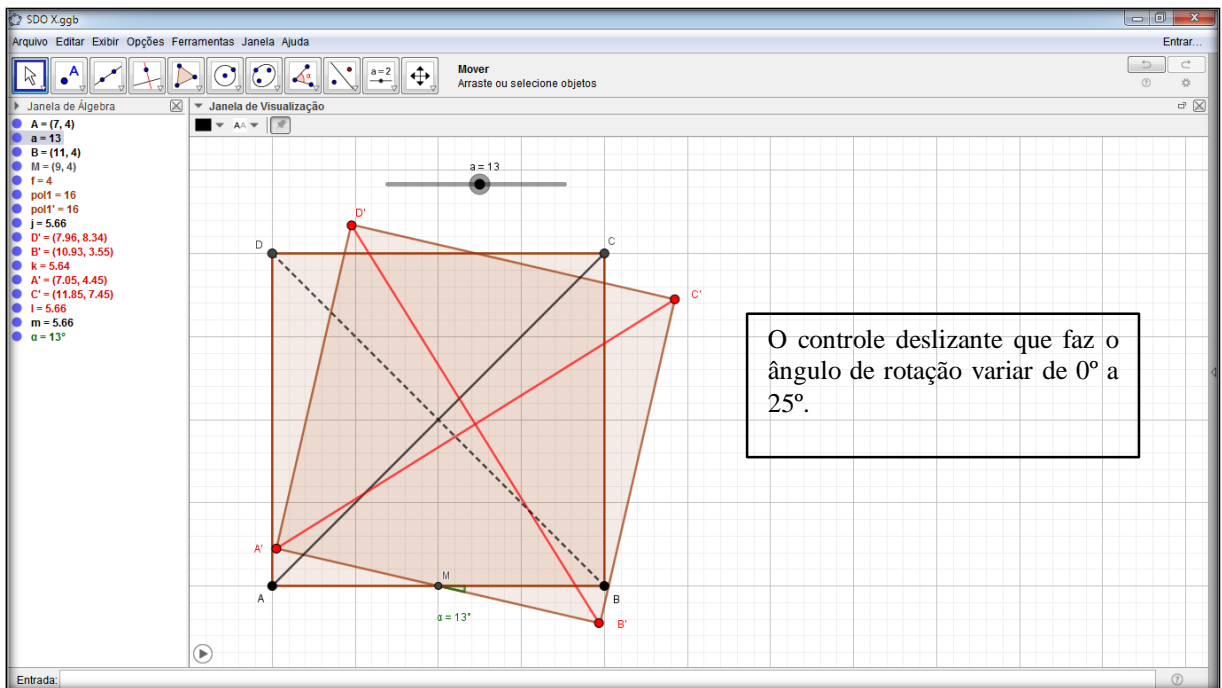
- A) 5 B) 25 C) 45 D) 65 E) 85

12.3 Dialética da Ação

Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), “as interações estão centralizadas na tomada de decisões”. Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. Espera-se que os alunos, nesta fase a partir dos conteúdos prévios, identificar o ponto médio onde ocorre a rotação e seu valor, como também o ângulo pedido no problema após a rotação, para isso deverá utilizar o controle deslizante da construção no Geogebra que fará o ângulo de rotação variar de 0 a 25° conforme ilustra a modelagem figuras 53 e 54.

Posição inicial variação de zero graus, figura 53.

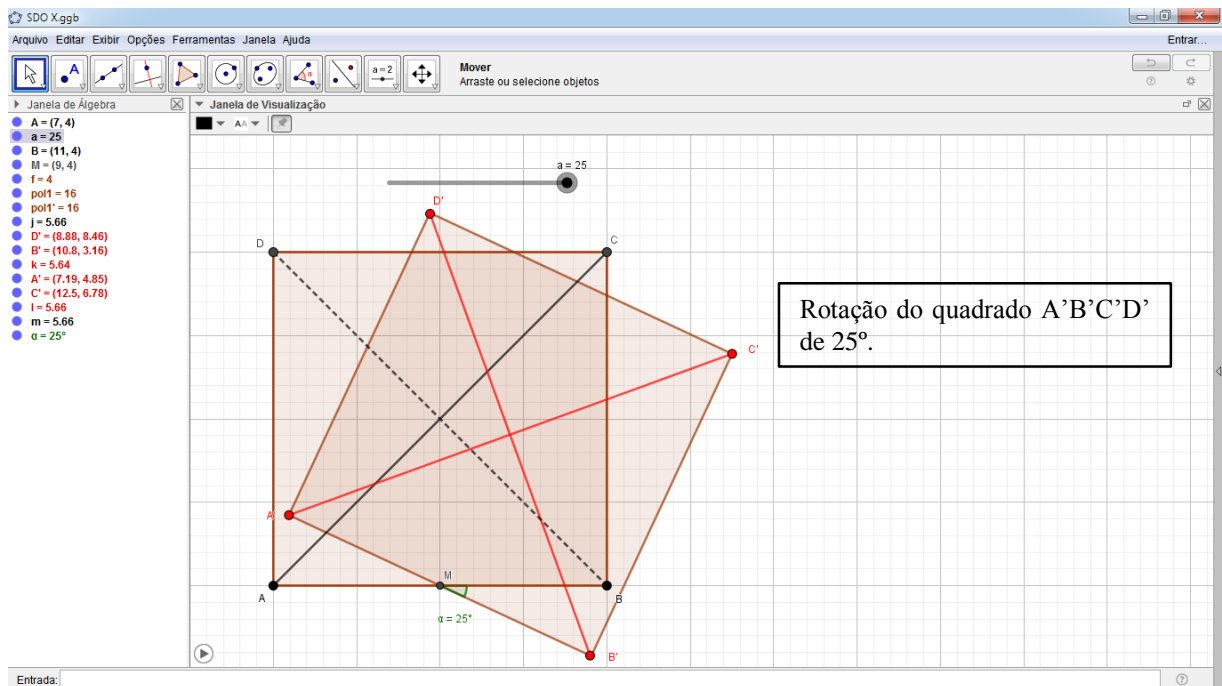
Figura 53 - Modelagem Geogebra SDO X



Fonte – elaborado pelos autores.

Varição de vinte e cinco graus, através do controle deslizante, figura 54.

Figura 54 - Modelagem Geogebra SDO X



Fonte – elaborado pelos autores.

12.4 Dialética da Formulação

Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. A partir da organização dos dados na etapa anterior os alunos devem perceber que o ângulo entre as retas AC e BD é 90 graus e que B'D' foi obtido a partir de uma rotação de 25 graus de BD.

12.5 Dialética da Validação

Espera-se nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é “a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática, relativa à eficácia do texto”. Diante das conjecturas feitas na dialética de ação e formulação os alunos deverão concluir que o ângulo entre as AC e B'D' é 25 graus menor, sendo igual a $90 - 25 = 65$ graus, portanto, a resposta é a alternativa D.





12.6 Dialética da Institucionalização

Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que “o professor fixa, convencionalmente e explicitamente, o estatuto cognitivo do saber”. Para finalizar o problema, o professor deve argumentar que o resultado independe da variação do controle deslizante e por fim confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, fazendo um fechamento das ideias e explicitar para os alunos que a atividade envolveu um PO.

12.7 Protocolo de Construção no Geogebra






O Protocolo de Construção é uma tabela que mostra todos os passos da construção. Permite-lhe refazer passo a passo uma construção já preparada, usando a Barra de Navegação situada na base da Zona Gráfica. Temos o protocolo de construção da SDO IX, figura 55 e 56.

Figura 55 - Protocolo de Construção no Geogebra SDO X

N.	Nome	Ícon...	Descrição	Definição
1	Ponto A			
2	Número a			
3	Ponto B			
4	Ponto M		Ponto médio de AB	PontoMédio(A, B)
5	Polígono pol1		Polígono(A, B, 4)	Polígono(A, B, 4)
5	Segmento f		Segmento A, B	Segmento(A, B, pol1)
5	Segmento g		Segmento B, C	Segmento(B, C, pol1)
5	Ponto C		Polígono(A, B, 4)	Polígono(A, B, 4)
5	Ponto D		Polígono(A, B, 4)	Polígono(A, B, 4)
5	Segmento h		Segmento C, D	Segmento(C, D, pol1)
5	Segmento i		Segmento D, A	Segmento(D, A, pol1)
6	Polígono pol1'		Rotação de pol1 pelo ângulo $(-a)^\circ$	Girar(pol1, $(-a)^\circ$, M)
7	Segmento j		Segmento A, C	Segmento(A, C)
8	Ponto D'		Ponto em pol1'	PontoEm(pol1')
9	Ponto B'		Ponto em pol1'	PontoEm(pol1')
10	Segmento k		Segmento D', B'	Segmento(D', B')

Fonte – elaborado pelos autores.

Figura 56 - Protocolo de Construção no Geogebra SDO X

N.	Nome	Ícon...	Descrição	Definição
11	Ponto A'		Ponto em pol1'	PontoEm(pol1')
12	Ponto C'		Ponto em pol1'	PontoEm(pol1')
13	Segmento l		Segmento A', C'	Segmento(A', C')
14	Segmento m		Segmento D, B	Segmento(D, B)
15	Ângulo α		Ângulo entre B', M, B	Ângulo(B', M, B)

Fonte – elaborado pelos autores.

13 REPOSITÓRIO DAS SDOs NA WEB

Seguem abaixo os endereços eletrônicos das SDOs elaboradas neste trabalho

SDO I

<https://www.Geogebra.org/m/jmwr4xgr>



SDO II

<https://www.Geogebra.org/m/dqxp8r92>



SDO III

<https://www.Geogebra.org/m/qz8jgyxc>



SDO IV

<https://www.Geogebra.org/m/rwzqjzwu>



SDO V

<https://www.Geogebra.org/m/v2msac4p>



SDO VI

<https://www.Geogebra.org/m/ktxmr4zg>



SDO VII

<https://www.Geogebra.org/m/nyt7aym3>



SDO VIII

<https://www.Geogebra.org/m/k2ypzem2>



SDO IX

<https://www.Geogebra.org/m/tns4ysgm>



SDO X

<https://www.Geogebra.org/m/f2kg9gww>



Profile João Evangelista de Oliveira Neto

<https://www.Geogebra.org/u/jo%C3%A3oneto>



REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Editora UFPR. São Paulo: Brasil. 2007.

ALVES, F. R. Mestrado (Acadêmico) em Ensino de Ciências e Matemática: a proposta do Instituto Federal do Ceará (IFCE). **Revista Contexto & Educação**, 33(105), 305-340.

ALVES, F. R. V. Didática da matemática. **Revista Interfaces da Educação**, v.6, n. 4, p.13-28, 2016. Paranaíba, 2016a.

ALVES, F. R. V. **Didática de matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva**. Revista Interfaces da educação, v.7, n.21, p. 131-150, Paranaíba, 2016a.

ALVES, F. R. V. **et al. Didática das ciências e matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica e cognitiva**. Revista Interfaces da Educação, v. 8, n.22, p.36-45, 2017.

MOREIRA, Marco Antônio. O mestrado (profissional) em ensino. **Revista Brasileira de Pós-Graduação**, v. 1, n. 1, 2004.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

RIBEIRO, R. J. O mestrado profissional na política atual da CAPES. **Revista Brasileira de Pós-Graduação**, v.2, n.4, p. 8-15, 2005.