



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS CRATEÚS**  
**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**JOSÉ JERÔNIMO DE CARVALHO NETO**

**ANÁLISE DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À FLEXO-  
COMPRESSÃO RETA E OBLIQUA**

**CRATEÚS**

**2019**

JOSÉ JERÔNIMO DE CARVALHO NETO

ANÁLISE DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDOS A FLEXO-  
COMPRESSÃO RETA E OBLIQUA

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, Campus Crateús, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me Leandro Soares Moreira.

CRATEÚS

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- 
- C324a Carvalho Neto, José Jerônimo de.  
Análise de seções de concreto armado submetidos a flexo-compressão reta e oblíqua / José Jerônimo de Carvalho Neto. – 2019.  
80 f. : il.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Crateús, Curso de Engenharia Civil, Crateús, 2019.  
Orientação: Prof. Me. Leandro Soares Moreira.
1. seção de concreto armado. 2. verificação. 3. flexo-compressão oblíqua. I. Título.

CDD 620

---

JOSÉ JERÔNIMO DE CARVALHO NETO

**ANÁLISE DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDOS A FLEXO-  
COMPRESSÃO RETA E OBLIQUA**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, Campus Crateús, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Aprovada em \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Leandro Soares Moreira, Ms.(Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Carlos David Rodrigues de Melo, Ms.  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Pedro Sanderson Bastos Barros, Ms.  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

À Deus.

Aos meus pais, Carlos e Solange.

As minhas irmãs, Patrícia e Letícia.

Ao meu querido mestre/orientador  
Leandro.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, por me presentear com a disposição de concluir este trabalho como também o curso de Engenharia Civil na UFC Campus Crateús.

Agradeço aos meus pais, que estiveram sempre presentes em minha formação e investiram mais que financeiramente mais também com muita fé em minhas capacidades.

Aos meus amigos de caminhada Wesley Nathan, Hian Melo e Daniel Anjos que se mantiveram firmes ao meu lado em minha caminhada acadêmica com todo o apoio.

Agradeço ao meu orientador, Professor Leandro Soares Moreira, que teve papel fundamental para realização desse trabalho, e que sempre manteve minha autonomia e limites.

"Ao vir de antiga terra, disse-me um viajante:  
Duas pernas de pedra, enormes e sem corpo,  
Acham-se no deserto. E jaz, pouco distante,  
Afundando na areia, um rosto já quebrado,  
De lábio desdenhoso, olhar frio e arrogante:  
Mostra esse aspecto que o escultor bem conhecia  
Quantas paixões lá sobrevivem, nos fragmentos,  
À mão que as imitava e ao peito que as nutria  
No pedestal estas palavras notareis:  
"Meu nome é Ozymandias, e sou Rei dos Reis:  
Desesperai, ó Grandes, vendo as minhas obras!"  
Nada subsiste ali. Em torno à derrocada  
Da ruína colossal, a areia ilimitada  
Se estende ao longe, rasa, nua, abandonada.  
(Percy Bysshe Shelley)

## RESUMO

O pilar de concreto armado é um elemento estrutural no qual representa a última instância de recepção de carga antes de direcioná-las As fundações, logo o seu correto dimensionamento implica em se ter uma estrutura com boa conformidade. Este trabalho busca compreender as variantes de esforços e a verificação da armadura resistente do pilar de concreto armado medianamente esbelto, deste a flexão composta reta a flexão composta oblíqua analisado por meio de um algoritmo produzido pelas partes colaborantes do presente trabalho. Primeiro tem-se a descrição dos materiais envolvidos na estrutura, apresentando características de resistência e arranjo dos mesmos no interior da seção, os efeitos que nele interferem, tais como efeitos locais, localizados e efeitos de segunda ordem, demonstrando como estes estão a interferir no cálculo do dimensionamento da quantidade de aço resistente para esforços de flexão, que é uma característica de arranjo deste na estrutura como também de suas dimensões, é exposto os métodos aproximados segundo a NBR 6118:2014: Método do pilar padrão com rigidez  $K$  aproximada e método do pilar padrão com curvatura aproximada. São apresentadas as excentricidades de primeira e segunda ordem, como também as excentricidades a depender da posição estudada do pilar. Em fim a metodologia de dimensionamento a flexo compressão é exemplificada, tendo a base teórica em ARAÚJO (2010). Com todos os dados teóricos demonstrados no decorrer do corpo do trabalho o programa de verificação da seção resistente é concebido. Com isso é chegado em uma metodologia de verificação dos momentos resistentes em relação aos solicitantes em perfis de pilares de concreto armado com seção retangular e com barras alocadas em cada canto, com uma posterior análise paramétrica do problema.

**Palavras-chave:** seção de concreto armado, verificação, flexo-compressão oblíqua.

## ABSTRACT

The reinforced concrete pillar is a structural element in which it represents the last instance of load reception before directing them. The foundations, therefore its correct dimensioning implies to have a structure with good conformity. This work aims to understand the effort variants and the verification of the resistant reinforcement of the medium-slender reinforced concrete pillar, from this straight composite flexion to oblique composite flexion analyzed by an algorithm produced by the collaborating parts of the present work. First is the description of the materials involved in the structure, presenting strength characteristics and arrangement within the section, the effects that interfere in it, such as local effects, localized and second order effects, demonstrating how they are interfering in the structure. Calculation of the design of the amount of bending stress resistant steel, which is a characteristic of its arrangement in the structure as well as its dimensions, is presented the approximate methods according to NBR 6118: 2014: Approximate K-stiffness standard abutment method and method of the standard abutment with approximate curvature. The first and second order eccentricities are presented, as well as the eccentricities depending on the studied position of the pillar. Finally the flexural compression sizing methodology is exemplified, having the theoretical basis in ARAÚJO (2010). With all the theoretical data demonstrated throughout the body of work the rugged section verification program is designed. Thus, it is arrived at a methodology of verification of the resistant moments in relation to the applicants in profiles of reinforced concrete pillars with rectangular section and bars allocated in each corner, with a later parametric analysis of the problem.

**Keywords:** reinforced concrete section, verification, oblique flexion compression.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Classes de resistência de concretos estruturais II .....	20
Figura 2: Quadro de classes de resistência de concretos estruturais II.....	21
Figura 3- Diagrama tensão deformação idealizado .....	23
Figura 4: Quadro de propriedades mecânicas exigíveis de barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado.....	24
Figura 5 - Diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva.....	25
Figura 6 - Linha elástica de uma viga submetida a uma solicitação .....	26
Figura 7 - Elemento de barra de comprimento elementar $dx$ .....	28
Figura 8 - Comportamento de pórtico sob efeito de cargas de vento e verticais.....	30
Figura 9 - Esforços Locais de 2º ordem. ....	31
Figura 10 - Efeitos de 2º ordem localizados .....	32
Figura 11: Quadro - Valores do coeficiente adicional $\gamma_m$ para pilares e pilares-parede .....	35
Figura 12: Quadro - Classe de agressividade ambiental.....	36
Figura 13: Quadro - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10\text{mm}$ . ....	36
Figura 14: Aproximação em apoios extremos.....	39
Figura 15: Imperfeições geométricas globais.....	41
Figura 16: Imperfeições geométricas locais. ....	42
Figura 17: Comprimento equivalente. ....	45
Figura 18: Domínios de estado-limite último de uma seção transversal.....	48
Figura 19: Caracterização da seção transversal.....	49
Figura 20: Área comprimida na seção .....	50
Figura 21: Inclinação do vetor momento solicitante .....	51
Figura 22: Inclinação dos vetores dos momentos solicitantes e resistentes .....	53
Figura 23: Disposição das variáveis na seção .....	56

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados para verificação da seção, ex 01 .....	56
Tabela 2: Proporção de impacto da área de aço na resistência a FCO .....	58
Tabela 3: Influência da área de seção de concreto na resistência a FCO .....	60
Tabela 4: Influência do $f_{ck}$ na resistência da seção a FCO .....	61
Tabela 5: Proporção de impacto da área de aço na resistência a FCR .....	62
Tabela 6: Influência da dimensão bc da seção de concreto na resistência a FCR .....	64
Tabela 7: Influência do $f_{ck}$ na resistência da seção a FCR .....	65

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1:Influência da área de aço na resistência da seção a FCO .....	59
Gráfico 2: Relação do ganho de resistência com o custo da elevação da área de aço na seção	59
Gráfico 3:Influência da área de seção de concreto na resistência a FCO .....	60
Gráfico 4: Relação do ganho de resistência com o custo dado pelo aumento da seção .....	61
Gráfico 5: Influência do fck na resistência da seção a FCO.....	62
Gráfico 6:Proporção de impacto da área de aço na resistência a FCR .....	63
Gráfico 7: Relação do ganho de resistência a FCR com a elevação do custo do incremento de armadura .....	64
Gráfico 8:Influência da área de seção de concreto na resistência a FCR .....	65
Gráfico 9: Relação do ganho de resistência a FCR como aumento do custo com o aumento da seção na direção de bc. ....	65
Gráfico 10:Influência do fck na resistência da seção a FCR.....	66
Gráfico 11:Influência da área de seção de concreto na resistência a FCR .....	67
Gráfico 12: Relação do ganho de resistência a FCR com o custo de aumentar a seção de concreto na direção de hc. ....	67

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
1.1	Justificativa.....	15
1.2	Objetivos .....	16
1.3	Estrutura do trabalho.....	16
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>18</b>
<b>3</b>	<b>CÁLCULO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO .....</b>	<b>20</b>
3.1	Materiais .....	20
3.1.1	<i>Concreto .....</i>	<i>20</i>
3.1.1.1	<i>Resistência de cálculo à compressão e tração .....</i>	<i>21</i>
3.1.1.2	<i>Módulo de elasticidade .....</i>	<i>22</i>
3.1.1.3	<i>Diagrama tensão-deformação .....</i>	<i>22</i>
3.1.2	<i>Aço .....</i>	<i>24</i>
3.1.2.1	<i>Módulo de elasticidade .....</i>	<i>24</i>
3.1.2.2	<i>Diagrama tensão-deformação .....</i>	<i>25</i>
3.2	Equação diferencial do pilar .....	25
3.3	Efeitos de 2ª ordem .....	29
3.3.1	<i>Efeitos globais .....</i>	<i>30</i>
3.3.2	<i>Efeitos locais .....</i>	<i>31</i>
3.3.3	<i>Efeitos localizados .....</i>	<i>31</i>
3.4	Elementos isolados .....	32
3.5	Pilar-padrão .....	32
3.5.1	<i>Método do pilar-padrão com curvatura aproximada .....</i>	<i>32</i>
3.5.2	<i>Método do pilar-padrão com rigidez <math>\kappa</math> aproximada .....</i>	<i>33</i>
3.6	Aspectos construtivos .....	34
3.6.1	Dimensões limites .....	34
3.6.2	Cobrimento.....	35
<b>4</b>	<b>EXCENTRICIDADES SEGUNDO A NBR 6118 (2014).....</b>	<b>38</b>
4.1	Excentricidade inicial .....	38
4.2	Excentricidade de 1ª ordem .....	40
4.3	Excentricidade mínima e momento mínimo.....	40
4.4	Excentricidade acidental .....	40
4.4.1	<i>Imperfeições globais .....</i>	<i>41</i>

4.4.2	<i>Imperfeições Locais</i> .....	42
4.5	Excentricidade de 2ª ordem .....	43
5	<b>DIMENSIONAMENTO À FLEXO COMPRESSÃO OBLÍQUA</b> .....	47
5.1	Hipóteses básicas do dimensionamento .....	47
5.2	Domínios de dimensionamento .....	47
5.3	Equações de equilíbrio.....	49
5.3.1	<i>Determinação da inclinação da linha neutra</i> .....	51
5.3.2	<i>Cálculo da área de aço</i> .....	54
5.4	Análise a flexo compressão oblíqua.....	55
6	<b>RESULTADOS</b> .....	56
6.1	Validação do modelo.....	56
6.2	Análise paramétrica.....	58
7	<b>CONCLUSÃO</b> .....	69
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	70
	<b>ANEXO</b> .....	72
	<b>ANEXO A - Tabela A2.1 para dimensionamento à flexo-compressão oblíqua</b> .....	72
	<b>ANEXO B - Composições de custo utilizadas nas tabelas e gráficos da seção 8.2</b> .....	73
	<b>APENDICE A – Dados utilizados para a concepção das tabelas e gráficos da seção 8.2</b>	75
	<b>APÊNDICE B – Estrutura do algoritimo</b> .....	79

## 1. INTRODUÇÃO

O concreto é um material frágil que apresenta boa resistência à compressão, mas baixa resistência à tração, que é cerca de 10% da sua resistência à compressão. Baseado nesse fato, a fim de combater as tensões de tração, presentes nos esforços de flexão, surgiu a ideia de inserir barras de aço no interior das estruturas de concreto, nas regiões onde o concreto apresentasse tensões de tração, sendo essa associação possível devido às forças de aderência entre as superfícies de ambos os materiais e seus comportamentos semelhantes diante de dilatações quando expostas a temperaturas não muito elevadas. A esse conjunto concreto e aço, devidamente solidarizado, dá-se o nome de concreto armado.

O concreto armado é um sistema construtivo largamente utilizado no mundo, sendo aplicado na construção civil, em geral obras de saneamento e infraestrutura. Os principais motivos que tornam atraente esse emprego são: ampla disponibilidade dos seus insumos de fabricação, boa resistência à compressão e facilidade de execução de estruturas monolíticas (sem juntas) no caso de concreto moldado in loco, que conferem maior estabilidade global para uma estrutura.

O pilar é um dos elementos estruturais de maior relevância no sistema estrutural, pois, por meio dele, todo o peso da superestrutura e as ações acidentais que nela atuam, é transmitido à infraestrutura (ou fundação). Além disso, a ruína de um pilar pode levar ao colapso progressivo de toda a estrutura.

O dimensionamento do pilar de concreto armado é um processo que leva em conta desde a posição dele na estrutura, como suas dimensões, cargas atuantes e efeitos de segunda ordem, sendo este último um parâmetro de grande importância, pois os esforços solicitantes obtidos na configuração deformada podem ser bem maiores que aqueles determinados na configuração indeformada.

Apesar da importância de uma boa concepção estrutural mostrado em MOARAES; POLETO.(2018), o processo de dimensionamento dos pilares como de toda a estrutura não é tão empregado nas residências brasileiras, de pequenas e médias residências a pequenos edifícios, pesquisa feita pelo Conselho de Arquitetura e Urbanismo, o CAU/BR e o Instituto Datafolha em junho de 2015 mostrou que impressionantes 85% da população economicamente ativa reformou/construiu sem a utilização de serviços de um profissional habilitado. Mostrando assim que essas edificações estão expostas a colapso e/ou eminente falha estrutural.

Logo uma forma de analisar a segurança de uma edificação é verificar o elemento estrutural que apresenta de maior impacto na estabilidade da mesma, o pilar.

## 1.1 Justificativa

Em uma breve observação do ambiente construído das diversas cidades do Brasil, nota-se uma crescente verticalização, com grande presença de estruturas reticuladas de concreto armado, compostas de pilares e vigas, além das lajes, usualmente apoiadas nestas.

A construção civil, sendo um setor majoritário da economia moderna, demanda de mais tecnologias que imponham menor consumo de materiais e respostas rápidas para tal demanda. Sendo assim, a proposição de uma metodologia que verifique diversas soluções estruturais possíveis, na tentativa de buscar a melhor em termos de custos e execução, é coerente com essa demanda.

Embora o aumento da capacidade de processamento dos computadores, associada a automatização dos processos de verificação dos pilares da armadura, tenha possibilitado o projeto de estruturas de concreto armado, através de modelos realistas e complexos, em geral, esses projetos seguem a metodologia tradicional de tentativa e erro.

O projeto tradicional, no entanto, devido às inúmeras quantidades possíveis de projetos, não é capaz de garantir a escolha de um projeto ótimo, pois o procedimento tradicional consome muito tempo de processamento. São várias as possibilidades de locação e dimensões dos elementos estruturais, resistências dos materiais, disposição das armaduras e diâmetro de cada uma delas.

Apesar da gradativa redução das seções dos pilares com a utilização de concretos de alta resistência, os vãos entre os pilares também aumentaram, ainda assim na maioria dos casos, os pilares dos edifícios se enquadram em pilares curtos e medianamente esbeltos, onde os efeitos de 2ª ordem podem ser avaliados por meio de métodos simplificados, para consideração das não linearidades (física e geométrica).

Nesse caso como foi mostrado anteriormente devido a inúmeras possibilidades de projetos, a metodologia tradicional de dimensionamento e posterior verificação é uma alternativa bastante viável, pois essa metodologia de análise se demonstra capaz de nos propor resultados confiáveis para aferir a segurança de estruturas de concreto armado, tendo em foco o pilar de concreto armado submetido a flexo-compressão.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral desse trabalho é apresentar a análise de sensibilidade de pilares de concreto armado submetido a flexo-compressão oblíqua e flexo-compressão reta segundo a NBR 6118:2014.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- a) Revisão bibliográfica da metodologia de obtenção dos momentos de segunda ordem;
- b) Apresentar o método de verificação da seção de concreto armado, submetida à flexo-compressão normal e oblíqua para posterior concepção do algoritmo de verificação
- c) Apresentar uma análise comparativa da resistência e custo da seção de concreto armado para diferentes proporções de área de aço, área da seção de concreto e  $f_{ck}$ ;

## 1.3 Estrutura do trabalho

Este trabalho foi dividido em diferentes seções:

A seção 1 é destinada a parte introdutória, em que são descritos o tema a ser discutido, um panorama do cenário do que trata o texto, os objetivos e a metodologia adotada no presente trabalho.

A seção 2 apresenta de que maneira o trabalho foi concebido e que proposta foi utilizada para ser concluído.

A seção 3 apresenta o referencial teórico, nela se reporta ao tema e discute a bibliografia encontrada sobre o mesmo, discutindo-se o que já foi estudado sobre o dimensionamento de pilares de concreto armado e as diferentes abordagens acerca do tema.

A seção 4 trata do cálculo de pilares de concreto armado, onde faz-se a fundamentação teórica da análise do elemento pilar, apresentando o comportamento dos materiais nele presentes como também sua metodologia de dimensionamento.

A seção 5 apresenta as excentricidades segundo a NBR 6118:2014. Nessa seção apresenta a complementação do que foi discutido na seção anterior, e mostrando assim a partir da literatura estudada a metodologia de obtenção das excentricidades de 1º e 2º ordem, em caráter informacional.

A seção 6 trata do dimensionamento à flexo-compressão reta, que consiste na metodologia do dimensionamento da área de aço, que será usada como base para a análise da seção submetida a esse tipo de solicitação, e que devido a sua base metodológica servirá também para a obtenção de parâmetros da seção 7.

A seção 7 trata do dimensionamento à flexo-compressão oblíqua, que consiste na metodologia do dimensionamento da área de aço, que será usada como base para a análise da seção submetida a esse tipo de solicitação.

A seção 8 apresenta a validação para a rotina desenvolvida como também para o desenvolvimento de uma análise paramétrica do problema.

Por fim no capítulo 9 chega-se a conclusão do presente trabalho apresentando qual foi a relevância e importância do desenvolvimento do mesmo.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

BORGES, A. C. L. (1999) faz o estudo do pilar de concreto armado esbelto submetido a flexo compressão oblíqua, apresentando desde os conceitos básicos que são inerentes ao seu caráter de dimensionamento tratando de conceitos de linearidade em sua estrutura como seu comportamento. Apresentando também a análise de alguns aspectos que interferem no estudo de sua estabilidade com o uso de uma abordagem teórica e prática na execução de exemplos.

O uso dos métodos simplificados para o dimensionamento de pilares é possível devido a consideração de que os efeitos de 2º ordem não irão implicar em grandes deformações e elevações de esforços no interior na estrutura. No início de seu trabalho ARAUJO (2001), faz a exposição e deixa bem claro como esse tipo de análise é feita para assim serem construídas as posteriores considerações de cálculo para o correto dimensionamento do pilar, implicando ou não em um maior gasto com tempo de cálculo ou não.

SCADELAI (2004), apresenta através do estudo da NBR 6118:2003 o dimensionamento do pilar de concreto armado de acordo com essa nova formulação, apresentando um resumo da mesma, servindo assim para o presente trabalho para embasar a a teoria na qual se manteve inalterada com a nova formulação da NBR em 2014.

ARAUJO (2010), em seu 3º volume analisa tanto o pilar de concreto armado para uma solicitação de flexo compressão quanto flexo-compressão normal, para isso ele expõe toda a metodologia de cálculo no qual fara com que seja possível esse estudo, de acordo com a nova formulação da NBR 6118:2014. O autor ainda exemplifica a utilização de softwares para possibilitar a quantidade de aço, pois devido a esse tipo de solicitação a posição da linha neutra se torna uma incógnita, e só é possível encontra-la a partir de interação, que torna inviável a execução por método manual. E no caso da compressão oblíqua a inclinação da linha neutra também se torna uma incógnita no problema.

A NBR 7480 (2007) trata do aço destinado a armaduras em estruturas de concreto armado, que nela é apresentado tabelas na quais relacionam limites de resistência a bitola como também o tipo de configuração da armadura.

A NBR 6118:2014 vem como referência para a base teórica de dimensionamento de estruturas de concreto armado, que são foco deste trabalho, os pilares de concreto armado medianamente esbeltos, tendo toda a base de cálculo e teórico para tal quesito citado, nela tem-se todas as relações que contribuem para o dimensionamento, que serve de base para grande parte dos trabalhos que se tratam de dimensionamento de estruturas de concreto armado usando a norma brasileira.

A NBR 8953:2015 classifica o concreto de acordo com a sua resistência característica, apresentado tabelas com relação de abatimento e resistências.

A utilização da envoltória de esforços solicitantes e resistentes para a análise de pilares de concreto armado, visando a segurança e a viabilidade econômica é a abordagem que PINTO(2017) explora em seu trabalho, trazendo um condensado resumo das metodologias de consideração dos efeitos de segunda ordem e todo o aparato teórico em que esses métodos se baseiam.

MOARAES; POLETO (2018) faz uma breve explicação sobre a importância de um planejamento estrutural para a concepção de uma edificação no qual cumpra com seu papel estrutural sem a causa de inconveniências, porém fala também que isso não é seguido em lugares como o Brasil, e que essa informação é confirmada pela CAU/BR e o Instituto Datafolha em junho de 2015, que mostra que apenas 14,6% dos entrevistados recorreram a um arquiteto ou engenheiro para a execução de uma construção/reforma de edificações.

### 3 CÁLCULO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

#### 3.1 Materiais

##### 3.1.1 Concreto

Se tratando de concreto estruturais os grupos I e II do item 4 da NBR 8953:2015, classificam esse material de acordo com a sua resistência característica a compressão ( $f_{ck}$ ), essas classes estão expostas no Figura 1.

O abatimento do concreto é um parâmetro de elevada importância quando se trata de trabalhabilidade do concreto e no item 5 da NBR 8953(2015) referenciada no paragrafo anterior é exposto na Figura 2. quais as aplicações comuns para cada grau de abatimento.

Figura 1: Classes de resistência de concretos estruturais II

Classe de resistência Grupo I	Resistência característica à compressão MPa	Classe de resistência Grupo II	Resistência característica à compressão MPa
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: NBR 8953(2015, p.2)

Figura 2: Quadro de classes de resistência de concretos estruturais II.

Classe	Abatimento mm	Aplicações típicas
S10	$10 \leq A < 50$	Concreto extrusado, vibroprensado ou centrifugado
S50	$50 \leq A < 100$	Alguns tipos de pavimentos e de elementos de fundações
S100	$100 \leq A < 160$	Elementos estruturais, com lançamento convencional do concreto
S160	$160 \leq A < 220$	Elementos estruturais com lançamento bombeado do concreto
S220	$\geq 220$	Elementos estruturais esbeltos ou com alta densidade de armaduras
<p>NOTA 1 De comum acordo entre as partes, podem ser criadas classes especiais de consistência, explicitando a respectiva faixa de variação do abatimento.</p> <p>NOTA 2 Os exemplos desta Tabela são ilustrativos e não abrangem todos os tipos de aplicações.</p>		

Fonte: NBR 8953(2015, p.3)

### 3.1.1.1 Resistência de cálculo à compressão e tração

Segundo o item 12.3.3 da ABNT NBR 6118:2014 a resistência do concreto à compressão de cálculo ( $f_{cd}$ ) é dada por:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad 1)$$

Onde  $f_{ck}$  é a resistência característica do concreto e  $\gamma_c$  é o coeficiente de minoração do material concreto.

Para ser válido o exposto o controle de resistência a compressão dever ser testado aos 28 dias a fim de confirmar o valor de  $f_{ck}$  adotado em projeto.

A partir da análise que será levada em consideração deste trabalho o coeficiente de minoração da resistência do material concreto ( $\gamma_c$ ) que leva em conta a variação da resistência do concreto será de 1,4, para combinação normal do Estado Limite Ultimo (ELU).

Ademais, no dimensionamento no ELU, a resistência à tração do concreto será desconsiderada, devida capacidade insignificante resistente a tração.

### 3.1.1.2 Módulo de elasticidade

Segundo o item 8.2.8 presente na NBR 6118:2014 o módulo de elasticidade pode ser estimado através do  $f_{ck}$ , quando não for possível realizar o ensaio para medição do módulo de elasticidade. a partir das seguintes expressões:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 20 MPa a 50 MPa;} \quad 2)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{3}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 55 MPa a 90 MPa;} \quad 3)$$

Sendo que nessas equações a norma dispõe os seguintes valores para  $\alpha_E$  :

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$  para calcário

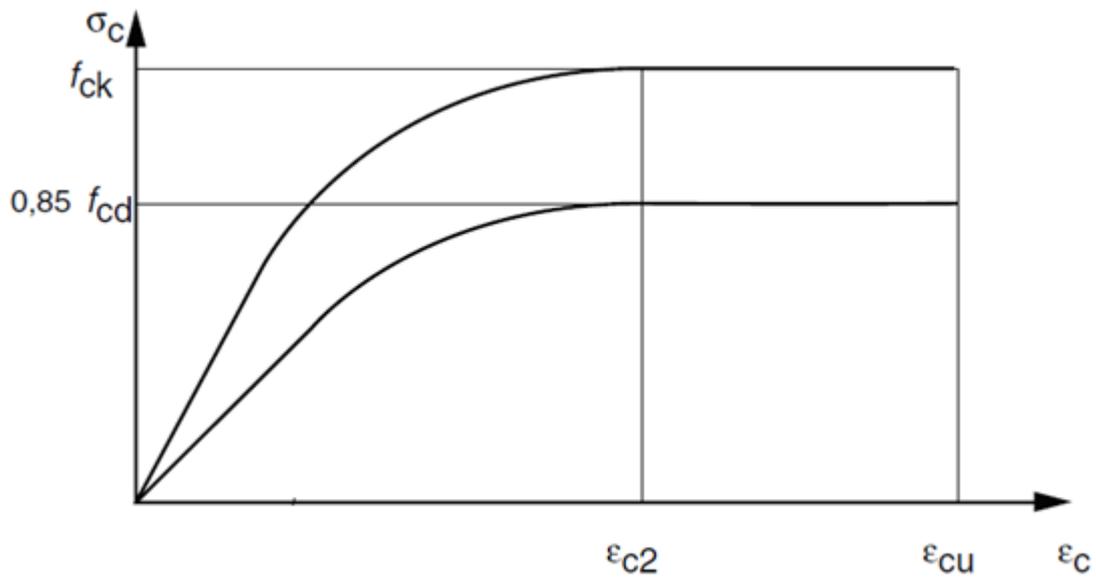
$\alpha_E = 0,7$  para arenito

Tendo  $E_{ci}$  e  $f_{ck}$  são dados em megapascal (MPa).

### 3.1.1.3 Diagrama tensão-deformação

Será utilizado neste trabalho o diagrama tensão-deformação mostrado a seguir e disposto no item 8.2.10.1 da ABNT NBR 6118:2014, apenas para esforços de compressão, pois já como foi disposto anteriormente, será desprezada a resistência à tração do concreto.

Figura 3- Diagrama tensão deformação idealizado



Fonte: NBR 6118 (2014, p.26)

A tensão no concreto ( $\sigma_c$ ) é dada por:

$$\sigma_c = 0,85 * f_{cd} * \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (4)$$

sendo que,

para  $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$ :  $n=2$

Para  $f_{ck} > 50\text{MPa}$ :  $n = 1,4 + 23,4 \cdot \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4$

Os parâmetros  $\epsilon_{cu}$  e  $\epsilon_{c2}$  são definidos como:

Para concretos de classe até C50:

$$\epsilon_{c2} = 0,20\%$$

$$\epsilon_{cu} = 0,35\%$$

Para concretos de classes C55 até C90:

$$\epsilon_{c2} = 0,20\% + 0,0085\% \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (5)$$

$$\epsilon_{cu} = 0,26\% + 0,35\% \cdot \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (6)$$

### 3.1.2 Aço

Barras e fios de aço que tem destino de armar estruturas de concreto devem apresentar homogeneidade quanto as suas características geométricas de acordo com a sua categoria, NBR 7480 (2007). Sendo que a principal forma de classificação desse material é pela sua resistência característica ao escoamento ( $f_{yk}$ ), como é exposto na Figura 4, sendo que o aço que a categoria que será usada como exemplo para o presente trabalho será o CA-50.

Figura 4: Quadro de propriedades mecânicas exigíveis de barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado.

Cate- goria	Ensaio de tração (valores mínimos)			Ensaio de dobra- mento a 180°		Coeficien- te de con- formação superficial mínimo para $\varnothing \geq$ 10 mm $\eta$
	Resistência caracterís- tica de es- coamento $f_y$ (MPa)	Limite de re- sistência $f_{st}$ (MPa)	Alonga- mento em 10 $\varnothing$ (%)	Diâmetro de pino (mm)		
				$\varnothing < 20$	$\varnothing \geq 20$	
CA-25	250	$1,20f_Y$	18	2 $\varnothing$	4 $\varnothing$	1,0
CA-50	500	$1,10f_Y$	8	4 $\varnothing$	6 $\varnothing$	1,5
CA-60	600	$1,05f_Y^*$	5	5 $\varnothing$	-	1,5

Fonte: NBR 7480(2007, p.12)

#### 3.1.2.1 Módulo de elasticidade

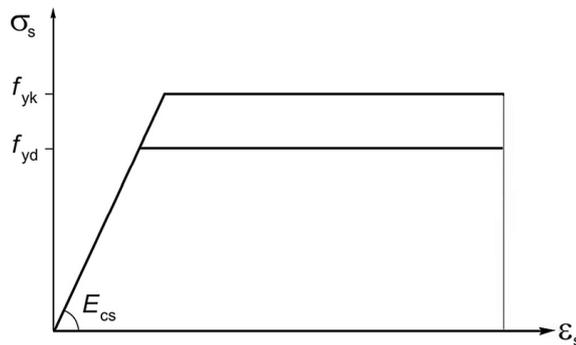
De acordo com o item 8.3.5 da ABNT NBR 6118:2014 “Na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, o módulo de elasticidade do aço pode ser admitido igual a 210 GPa”.

Como observa ARAÚJO (2010), embora o CEB, ACI e o Eurocode 2 utilizem  $E_s = 200$  GPa a norma brasileira já citada, utiliza o valor de 210 GPa sem nenhuma explicação aparente, ademais essa diferença de 5% no valor do módulo de elasticidade não exprime uma consequência significativa no dimensionamento nos elementos de concreto armado.

### 3.1.2.2 Diagrama tensão-deformação

A NBR 6118:2014 admite a utilização do diagrama tensão-deformação elasto-plástico perfeito, como mostrado na figura 5 a seguir. Tal diagrama é recomendado para verificação dos estados-limites de serviço e último, para aços com ou sem patamar de escoamento, válido para tração e compressão.

Figura 5 - Diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva



Fonte: NBR 6118 (2014, p.29)

Onde  $f_{yk}$  é a resistência característica ao escoamento do aço de armadura passiva e  $f_{yd}$  é a resistência ao escoamento do aço de cálculo, sendo dado no item 12.3.1 da ABNT NBR 6118:2014 por:

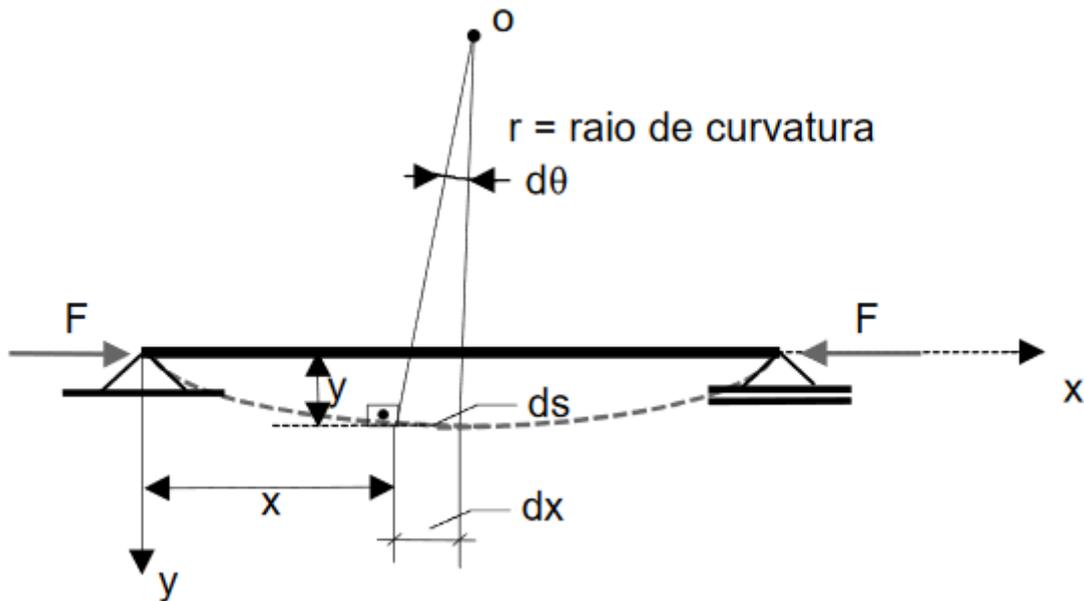
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (7)$$

Sendo que  $\gamma_s$  é o coeficiente de minoração do material aço

## 3.2 Equação diferencial do pilar

A configuração deformada de uma barra é denominada linha elástica quando está alcança uma situação de equilíbrio após solicitações impostas a ela. A partir disso e considerando as hipóteses de cálculo que se despreza as deformações axiais e considerando-se a hipótese da manutenção das seções planas tem-se a Figura 6.

Figura 6 - Linha elástica de uma viga submetida a uma solicitação



Fonte: SCADELAI ( 2004, p.14)

Toma-se a viga da Figura 6 de vão  $l$  que pela ação da carga  $F$  está fletida, representada pela linha tracejada. A equação  $y = f(x)$  que descreve essa deformação pode ser obtida pela análise das seções transversais que distam  $dx$  entre si e apresentam uma rotação relativa  $d\theta$ .

Considerando-se que o material obedece a Lei de Hooke, a curvatura em uma seção genérica é dada pela expressão:

$$\frac{1}{r} = -\frac{M}{EI} \quad (8)$$

Onde:

$1/r$  é a curvatura da barra na configuração deformada.

$M$  é o momento na seção transversal

$EI$  é a rigidez da viga

Tendo que  $M$  varia ao longo da barra, a linha elástica terá uma curvatura variável. Por fim tem-se que ajustar uma relação entre os deslocamentos  $y$  e o valor do momento  $M$  através da dedução do valor da curvatura  $1/r$ .

Da análise da Figura 6:

$$ds = r.d\varphi \quad (9)$$

Recombinando com (8)

$$\frac{1}{r} = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{d\varphi}{dx} \cdot \frac{dx}{ds} \quad (10)$$

Porém:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{dy}{dx} \rightarrow \varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{dy}{dx}\right) \quad (11)$$

Derivando (11), pela regra da cadeia, tem-se:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) \quad (12)$$

Como  $ds$  é muito pequeno pode-se tomar o arco como uma reta, logo conclui-se que:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (13)$$

Ocasionalmente em:

$$\frac{ds}{dx} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

Logo, substituindo (11) e (14) em (10) tem-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{M}{EI} \quad (15)$$

A Equação (15) é a equação diferencial completa da linha elástica.

Algumas simplificações podem ser feitas devida a parcela  $[(1+dy/dx)^2]^{2/3}$  ser considerada muito pequena, obtendo-se a equação da linha elástica da seguinte forma:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (16)$$

Outra forma de se obter essa equação simplificada é considerar rotações muito pequenas, com grande aproximação, se tenha:

$$ds \cong dx \text{ e } \theta \cong \text{tg } \theta \text{ tal que } \theta \cong dy/dx$$

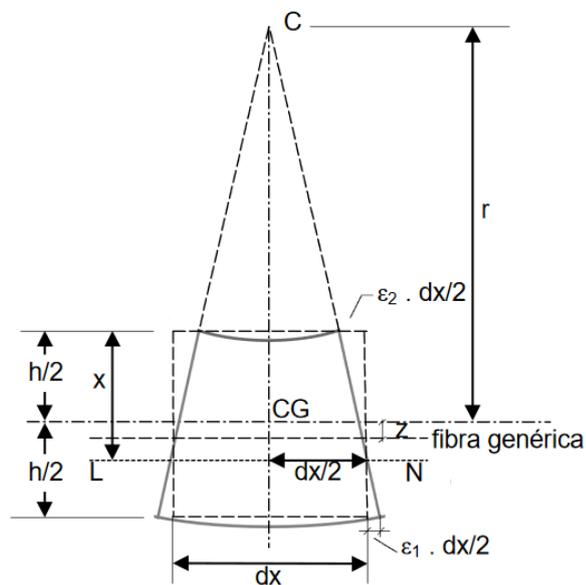
e logo assim:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad 17)$$

Para barras com pequenas deformações, essas simplificações podem ser efetivadas pois  $dy/dx$ , e em ênfase o seu quadrado, são praticamente desprezíveis, podendo ser desconsideradas sem que haja diferenças que comprometam os resultados obtidos.

Outra forma de se obter a curvatura é através das deformações. Para isso, considera-se um elemento de barra de comprimento  $dx$ , e admitindo que a mesma esteja em equilíbrio após a deformação e que  $\varepsilon$  seja a deformação relativa de uma fibra genérica distante  $z$  do eixo que passa pelo Centro de Gravidade (CG) da seção.

Figura 7 - Elemento de barra de comprimento elementar  $dx$



Fonte: SCADELAI (2004, p.16)

Da condição de permanência das seções planas, tem-se:

$$\frac{-\varepsilon_1 \cdot \frac{dx}{2}}{h-x} = \frac{\varepsilon_2 \cdot \frac{dx}{2}}{x} = \frac{\frac{dx}{2} \cdot (1-\varepsilon)}{r+z} \quad (18)$$

Ou:

$$\frac{-\varepsilon_1}{h-x} = \frac{\varepsilon_2}{x} = \frac{1-\varepsilon}{r+z} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{h} \quad (19)$$

As expressões anteriores podem ser simplificadas, pelo fato de que  $\varepsilon \ll 1$  e  $z \ll r$ , ou seja, pode-se admitir que:

$$\frac{1-\varepsilon}{r+z} = \frac{1}{r} \quad (20)$$

Com essa simplificação, pode-se reescrever a equação anterior, da seguinte forma:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{h} \quad (21)$$

No caso de uma viga de concreto armado, com deformações extremas  $\varepsilon_c$  no concreto comprimido e  $\varepsilon_s$  na armadura de tração, resulta:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_s}{d} \quad (22)$$

A Equação (22) é uma expressão geral da curva, escrita em função das deformações, válida para casos de flexão composta com a linha neutra não só dentro como fora da seção, exigindo para a dedução apenas a validade da Lei de Bernoulli que considera que leva em conta que as seções planas permanecem planas após a flexão da peça.

### 3.3 Efeitos de 2ª ordem

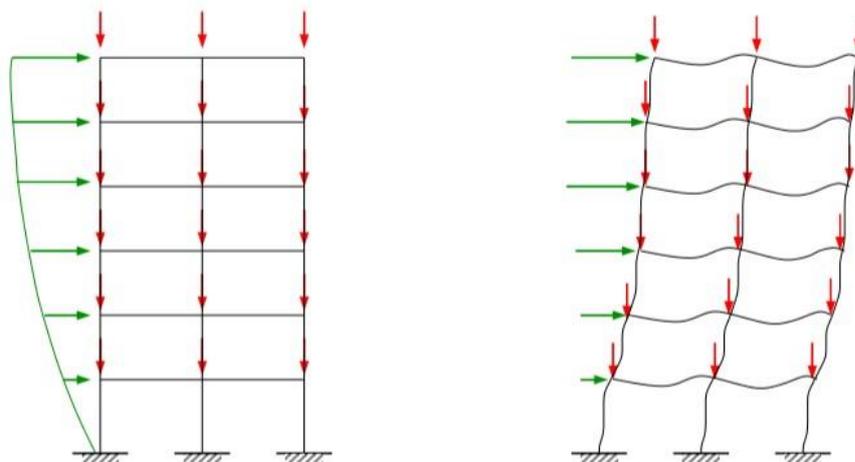
Quando uma estrutura é submetida a forças horizontais, por exemplo, a ação do vento provocam deslocamento horizontal, que devido a flexibilidade da mesma podem ocasionar efeitos adicionais à aqueles determinados em uma análise de 1º ordem. Esses efeitos são denominados de efeitos de 2º ordem, tendo que ser observado através das não linearidades envolvidas (não linearidade física e geométrica) no comportamento estrutural, sendo observada em uma configuração deformada, PINTO (2017).

Se tratando de estruturas medianamente esbeltas os pilares podem apresentar os efeitos de 2º ordem, já citados no parágrafo anterior, em que para o seu estudo é necessário analisá-lo em sua configuração deformada, assim surgindo termos não lineares na equação de equilíbrio. Porém, como o presente trabalho se trata de pilares medianamente esbeltos essas equações podem ser consideradas de maneira aproximada. Devido esse comportamento essa não linearidade se denomina, não linearidade geométrica (ARAÚJO, 2011).

### 3.3.1 Efeitos globais

De acordo com o item 15.4.1 da NBR 6118:2014 ao sofrer a ação de cargas verticais e horizontais, os nós de uma estrutura deslocam-se horizontalmente. Os esforços gerados em virtude desses deslocamentos são denominados efeitos globais de 2º ordem. De acordo como é mostrado na Figura 8 - Comportamento de pórtico sob efeito de cargas de vento e verticais. os esforços gerados são transferidos para os nós e estes se propagam por toda a estrutura aporticada. As estruturas de nós móveis são aquelas que os deslocamentos horizontais dos nós não são pequenos e, assim os efeitos globais de 2º ordem são representativos para o problema (são superiores a 10% dos respectivos esforços de 1º ordem), devendo-se assim, nessas estruturas, considerar necessariamente tanto os esforços de 2º ordem globais e locais.

Figura 8 - Comportamento de pórtico sob efeito de cargas de vento e verticais.



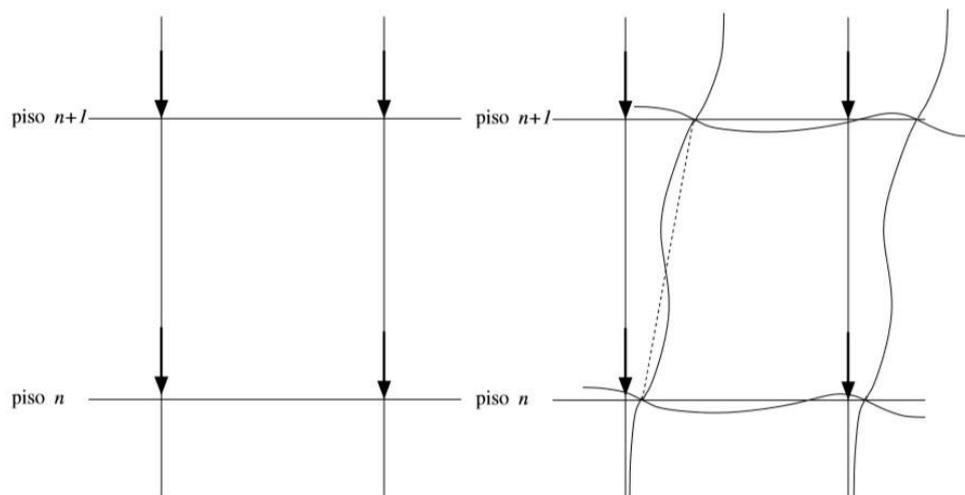
Fonte: Notas de aula Prof. João Batista (2014)

### 3.3.2 Efeitos locais

Como é exposto no item 15.4.4. da NBR 6118:2014, quando analisa-se o pilar como um elemento isolado da estrutura, devido às cargas aplicadas e imperfeições geométricas, o eixo do pilar não se mantém retilíneo, surgindo então os efeitos locais de 2º ordem, como mostra a Figura 9.

De acordo com o item 15.8.3 da referente norma, o cálculo dos efeitos locais pode ser feitos pelo método geral ou por métodos aproximados, a depender da esbelteza do pilar.

Figura 9 - Esforços Locais de 2º ordem.

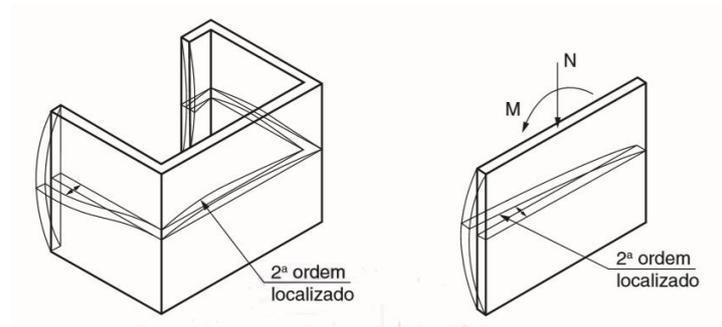


Fonte: Notas de aula Prof. João Batista (2014)

### 3.3.3 Efeitos localizados

A NBR 6118:2014 no item 15.4.1 define os efeitos de 2ª ordem localizados a partir da análise de pilares parede, onde pode haver uma região de não retilineidaacentuada. Nessa região surgem efeitos de 2º ordem com maiores intensidades, sendo denominados efeitos localizados de 2º ordem. Essa descrição esta mostrada na Figura 10.

Figura 10 - Efeitos de 2º ordem localizados



Fonte: NBR 6118 (2014, p..103)

### 3.4 Elementos isolados

Em consonância com o item 15.4.4 da NBR 6118:2014, podem ser considerados elementos isolados:

- a) Os elementos estruturais isostáticos;
- b) Os elementos contraventados;
- c) Os elementos das estruturas de contraventamento de nós fixos;
- d) Os elementos das subestruturas de contraventamento de nós móveis, desde que, aos esforços nas extremidades, obtidos de uma análise de 1º ordem, sejam acrescentados os determinados por análise global de 2º ordem.

### 3.5 Pilar-padrão

Para Borges (1999), o método do pilar padrão deriva de um conceito simplificado que é empregado em barras de seção transversal constante, incluindo a armadura ao longo de todo o seu comprimento. Tendo como suposição que a linha elástica da barra seja senoidal, resultando em linha elástica e curvas proporcionais.

#### 3.5.1 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

Esse método é permitido para pilares de seção constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo e tendo esbeltez  $\lambda \leq 90$ . A não linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que haja uma deformação com configuração

senoidal. A não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura da seção crítica. Nessa abordagem a excentricidade de segunda ordem  $e_2$  é dada pela equação:

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \quad (23)$$

Sendo  $1/r$  a curvatura na seção crítica, dada pela expressão:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (24)$$

Tendo  $h$  como a altura da seção considerada;

$v$  sendo a força normal adimensional, com

$$v = \frac{N_{sd}}{A_c * f_{cd}} \quad (25)$$

Dessa forma o momento total do pilar é dado por:

$$M_{d,tot} = \left( \alpha_b M_{Id,A} + N_d \cdot \frac{l_e}{10} \frac{1}{r} \right) \geq M_{Id,A} \geq M_{Id,Mín} \quad (26)$$

### 3.5.2 Método do pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada

Pode ser empregado para o cálculo de pilares com seção retangular constante, e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo e com índice de esbeltes  $\lambda \leq 90$ , segundo o item 18.3.3.3 da NBR 6118:2014. Sendo que a não linearidade geométrica deve ser considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não linearidade física deve ser considerada através de uma expressão aproximada da rigidez.

O momento total máximo no pilar de acordo com o método apresentado é dado por:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{Id,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120\kappa/v}} \geq M_{Id,A} \quad (27)$$

$K$  é o valor da rigidez adimensional, dado aproximadamente por:

$$\kappa = 32 \left( 1 + 5 \cdot \frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d} \right) \cdot v \quad 28)$$

$h$  é a altura da seção na direção considerada;

$v = N_{sd}/(A_c f_{cd})$  sendo a força nominal adimensional

$M_{1d} \geq M_{1d,mín}$ , tendo  $M_{1d,mín}$  dado no item 5.3.

$N_d$  é a força normal solicitante de cálculo

$\alpha_b$  esta descrito em 5.5

$\lambda$  é o índice de esbeltez do pilar na seção considerada;

### 3.6 Aspectos construtivos

Os aspectos construtivos dos pilares é uma questão de grande relevância para o projeto de estruturas. Dessa forma a NBR 6118:2014 apresenta aspectos básicos para o dimensionamento de tal componente estrutural, que busca o desenvolvimento de projetos que cumpram com os requisitos de durabilidade e usabilidade impostas pelo projetista.

#### 3.6.1 Dimensões limites

No item 13.2.3 da NBR 6118:2014 permite dimensões de pilares iguais ou acima de 19 cm, porém em casos especiais, é permitido a consideração de seções entre 19 cm e 14 cm, contanto que os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento sejam majorados por um coeficiente adicional  $\gamma_n$ , conforme mostrado no Figura 11, além deque em qualquer caso, não permite-se pilar com seção transversal inferior a 360 cm<sup>2</sup>.

Figura 11: Quadro - Valores do coeficiente adicional  $\gamma_n$  para pilares e pilares-parede

$b$ cm	$\geq 19$	18	17	16	15	14
$\gamma_n$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

onde

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 b;$$

$b$  é a menor dimensão da seção transversal, expressa em centímetros (cm).

NOTA O coeficiente  $\gamma_n$  deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.

Fonte: NBR 6118 (2014, p.73)

### 3.6.2 Cobrimento

O cobrimento das armaduras é um fator preponderante para a durabilidade da estrutura, devido este mecanismo de proteção evita que os agentes agressivos do ambiente externo danifiquem a armadura. Em conformidade dessa situação o item 7.4.7 da NBR 6118:2014 prescreve cobrimentos mínimos a depender da classe de agressividade ambiental Figura 12 e controle de execução da estrutura, a Figura 13 expõe para o caso de que haja o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução ( $\Delta c$ ). Ainda de acordo com o item da referida norma caso o controle de qualidade seja rigoroso e/ou para classes de resistência de concreto superior a exigida os cobrimentos definido podem ser reduzidos em 5 mm.

Figura 12: Quadro - Classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>a, b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup>	Grande
		Industrial <sup>a, b</sup>	
IV	Muito forte	Industrial <sup>a, c</sup>	Elevado
		Respingos de maré	

<sup>a</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>b</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

<sup>c</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118 (2014, p.17)

Figura 13: Quadro - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para  $\Delta c = 10\text{mm}$ .

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV <sup>c</sup>
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje <sup>b</sup>	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo <sup>d</sup>	30		40	50
Concreto protendido <sup>a</sup>	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

<sup>a</sup> Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

<sup>b</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal  $\geq 15\text{ mm}$ .

<sup>c</sup> Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

<sup>d</sup> No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal  $\geq 45\text{ mm}$ .

Fonte: NBR 6118(2014, p.20)

## 4 EXCENTRICIDADES SEGUNDO A NBR 6118 (2014)

A depender da sua posição em planta tal como de canto, central ou nas laterais, e das cargas horizontais, os pilares podem estar submetidos a diferentes tipos de esforços. Sendo estes advindos de uma análise global da estrutura submetidas a esforços horizontais, tal como vento. Para consideração das cargas verticais, a análise pode ser feita de forma simplificada, através do modelo clássico de viga contínua, simplesmente apoiada nos pilares.

Assim, a partir das combinações de cálculo esforços obtidas pode-se realizar o dimensionamento de área de aço, de modo que as equações de equilíbrio sejam satisfeitas no estado limite último, garantindo com isso a segurança do pilar.

### 4.1 Excentricidade inicial

Para a obtenção das solicitações iniciais nos pilares devido às cargas verticais, sem a consideração da ação do vento, no item 14.6.6.1, a NBR 6118:2014 utiliza do modelo clássico de viga contínua, simplesmente apoiada nos pilares. Para utilização desse modelo, faz-se necessário a adoção de algumas correções adicionais, listadas adiante:

- Não podem ser considerados momentos fletores positivos menores que os que se obteriam se houvesse engastamento perfeito da viga nos apoios internos;
- Quando a viga for solidária com o pilar intermediário e a largura do apoio, medida na direção do eixo da viga, for maior que a quarta parte da altura do pilar, não pode ser considerado o momento fletor negativo de valor absoluto menor que o de engastamento perfeito nesse apoio;
- Quando não for realizado o cálculo exato da influência da solidariedade dos pilares com a viga, deve ser considerado, nos apoios extremos, momento fletor igual ao momento fletor de engastamento perfeito multiplicado pelos coeficientes estabelecidos nas seguintes relações:

— Na viga:

$$\frac{\Gamma_{\text{inf}} + \Gamma_{\text{sup}}}{\Gamma_{\text{vig}} + \Gamma_{\text{inf}} + \Gamma_{\text{sup}}} \quad (29)$$

— No tramo superior do pilar:

$$\frac{r_{\text{sup}}}{r_{\text{vig}} + r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}}} \quad (30)$$

— No tramo inferior do pilar:

$$\frac{r_{\text{inf}}}{r_{\text{vig}} + r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}}} \quad (31)$$

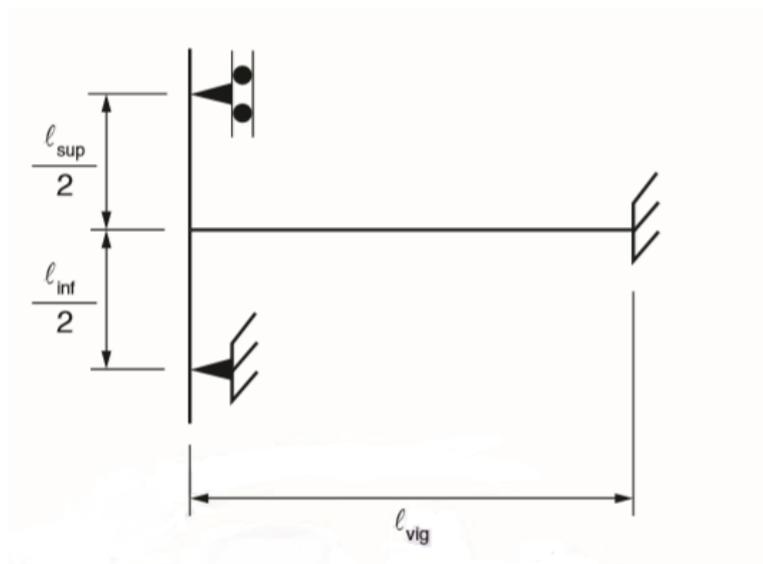
sendo:

$$r_i = \frac{I_i}{l_i} \quad (32)$$

em que  $r_i$  é a rigidez do elemento  $i$  no nó considerado, avaliada de acordo com a

Figura 14:

Figura 14: Aproximação em apoios extremos.



Fonte: NBR 6118 (2014, p.94)

Temos que a excentricidade inicial é obtida através da relação entre o momento fletor em cada direção e a força normal atuante na peça.

$$e_i = \frac{M_{Sd}}{N_{Sd}} \quad (33)$$

Para uma correta determinação das dimensões de um pilar e definir alguns parâmetros é necessário gerar uma excentricidade máxima. Assim, dá-se  $e_{iA}$  na equação 34, como sendo uma excentricidade inicial devida ao maior momento fletor em valor absoluto,

que atua em uma das extremidades da peça. Considerando  $M_{ad}$  como o maior momento fletor em valor absoluto atuante em uma das extremidades:

$$e_{iA} = \frac{M_{Ad}}{N_d} \quad (34)$$

## 4.2 Excentricidade de 1ª ordem

Segundo a NBR 6118:2014 as excentricidades de primeira ordem são a soma das excentricidades iniciais e acidentais. Logo como tratamos de pilares neste trabalho, teremos na direção x e y e representados respectivamente a seguir:

$$e_{1x} = e_{iAx} + e_{ax} \quad (35)$$

$$e_{1y} = e_{iAy} + e_{ay} \quad (36)$$

## 4.3 Excentricidade mínima e momento mínimo

A implicação das imperfeições locais nos pilares pode ser substituída pela consideração do momento mínimo de 1º ordem, dado por:

$$M_{1d,mín} = N_d \cdot (0,015 + 0,03h) \quad (37)$$

Em que,

$N_d$  é a força normal de cálculo;

$h$  é a altura total da seção transversal na direção considerada, em metros.

A partir da obtenção do momento mínimo, pode-se determinar uma excentricidade mínima, dada por:

$$e_{1,mín} = \frac{M_{1d,mín}}{N_d} \quad (38)$$

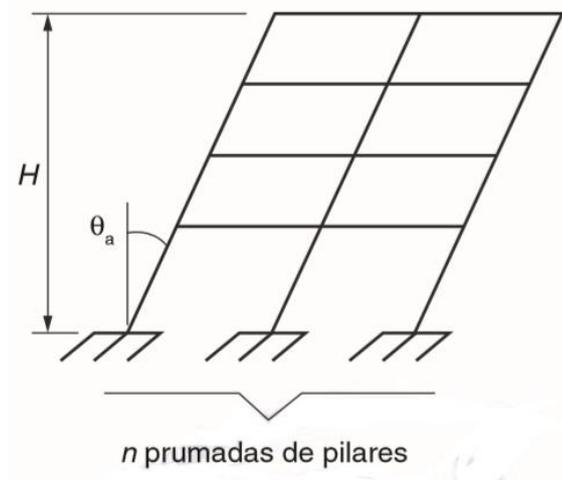
## 4.4 Excentricidade acidental

Excentricidade acidental é causada pelas imperfeições da construção do pilar em concreto, responsável por gerar desencontro dos eixos de simetria e causar uma desordem na estabilidade da estrutura. podendo ser dividida em imperfeições locais e globais.

#### 4.4.1 Imperfeições globais

As imperfeições globais levadas em consideração no cálculo global da estrutura, através de critérios globais como também os efeitos de segunda ordem, e são avaliados na modelagem global. Estas imperfeições são causadas pela ação do vento e pela desvio do prumo do edifício como representado na figura 15, sendo mostrado adiante o cálculo dessas discontinuidades do mesmo.

Figura 15: Imperfeições geométricas globais



Fonte: Adaptado NBR 6118 (2014, p.59)

Sendo que o valor de  $\theta$  é:

$$\theta_a = \frac{\theta_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}}}{2} \quad (39)$$

Sendo que  $\theta_1$  é,

$$\theta_1 = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{H}} \quad (40)$$

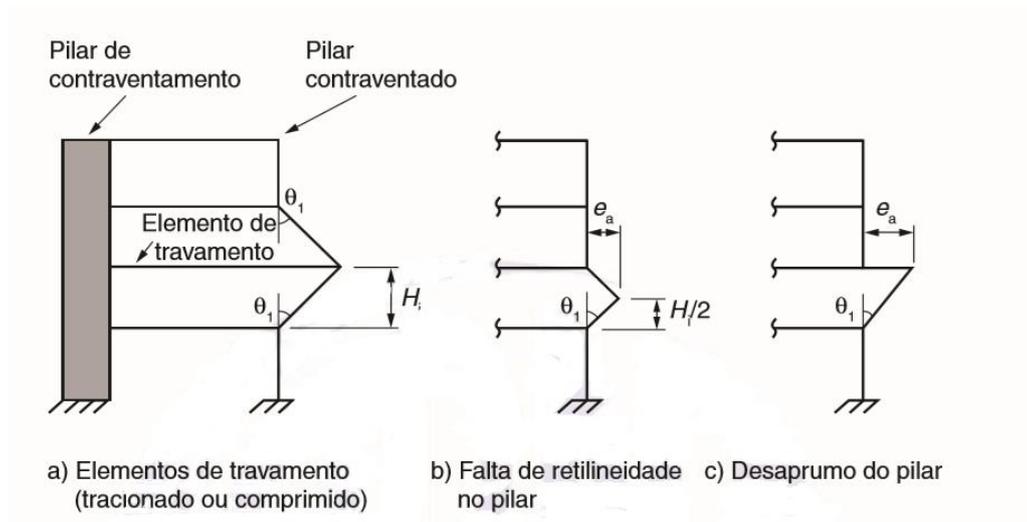
Tendo os seguintes parâmetros para  $\theta_1$ :

- $\theta_{1\text{mín}}=1/300$ : para estruturas reticuladas e imperfeições locais;
- $\theta_{1\text{máx}}=1/200$ ;
- H: altura total da edificação em metros;
- n: número de prumadas de pilares no pórtico plano, de acordo como o mostrado na Figura 15.

#### 4.4.2 Imperfeições Locais

As imperfeições locais de pilares podem ser causadas pela falta de retilidade no pilar ou pelo desaprumo do mesmo, mostrados na Figura 16 logo abaixo:

Figura 16: Imperfeições geométricas locais.



Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014, p.60)

É possível inferir que a partir da análise da Figura 16 que a excentricidade accidental apresenta valores diferentes segundo a análise feita no pilar, sendo no centro (falta de retilidade do pilar) ou no topo e base (desaprumo do pilar) do lance do pilar. A partir do exposto, tem-se a excentricidade accidental, apresentado abaixo:

Excentricidade accidental por falta de retilidade (centro):

$$e_a = \theta_1 \cdot \left(\frac{l_e}{2}\right)$$

41)

Excentricidade accidental por desaprumo do pilar (topo e base)

$$e_a = \theta_1 \cdot l_e \quad (42)$$

Sendo:

$l_e$ : comprimento equivalente na direção analisada, sendo que nas imagens esta representada por  $H_i$ .

$\theta_1$ : desaprumo do elemento vertical, dado por:

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{l_e}} \quad (43)$$

De forma que:

$$\theta_{1\text{mín}} \leq \theta_1 \leq \theta_{1\text{máx}} \quad (44)$$

Os valores mínimo e máximo são dados por:

$$\theta_{1\text{mín}} = \frac{1}{300} \quad (45)$$

$$\theta_{1\text{máx}} = \frac{1}{200} \quad (46)$$

Caso o pilar analisado esteja em balanço, deve-se adotar  $\theta_1=1/200$ .

#### 4.5 Excentricidade de 2ª ordem

A excentricidade de 2º ordem é advinda da análise do equilíbrio da estrutura em estado deformado, no qual são somados os efeitos das excentricidades de 1º ordem (excentricidade inicial), sendo que os esforços oriundos de tal solicitação são denominados de efeitos globais de 2º ordem (SCADELAI, 2004).

A ABNT NBR 6118:2014 permite algumas simplificações para a avaliação de esforços nesse elemento, em particular os esforços de segunda ordem (ARAÚJO, 2011). Dessa forma segundo o mesmo autor, é usual classificar os pilares em três grupos de acordo com a gravidade dos esforços:

- a) Pilares curtos: são aqueles que se podem desconsiderar os efeitos de segunda ordem e os efeitos da fluência do concreto;

- b) Pilares moderadamente esbeltos: as consequências da fluência e os efeitos segunda ordem podem ser considerados por métodos simplificados;
- c) Pilares esbeltos: os efeitos de segunda ordem e fluência devem ser rigorosamente avaliados segundo métodos numéricos complexos.

Sendo que os efeitos desse tipo de excentricidade só serão computados quando a análise da peça ocorre em configuração deformada. Como já citado no parágrafo anterior para a obtenção da excentricidade de 2º ordem, os efeitos da excentricidade de 1º ordem é somado ao efeitos gerados por essa deformação, sendo que em barras submetidas a flexo-compressão normal, podem ser feitas pelo método geral ou pelos métodos aproximados.

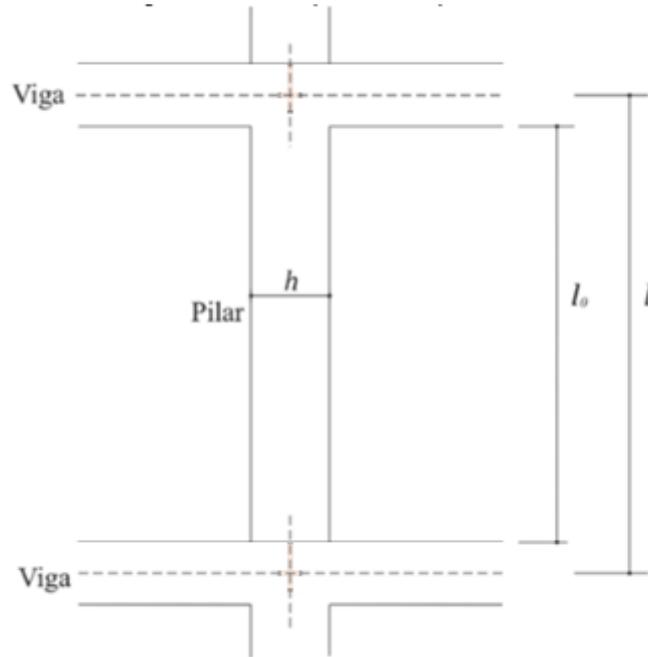
Os efeitos de tal fenômeno podem ser desprezados conforme a representatividade em perspectiva do efeito de 1º ordem, em que o efeito de 2º ordem não represente acréscimo superior a 10% dos efeitos de 1º ordem. Além disso, quando se trata de elementos isolados, que representa a situação de estudo do presente trabalho, os efeitos de 2ª ordem podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor do que o valor de esbeltez limite ( $\lambda \leq \lambda_1$ ).

Sendo  $\lambda$  o índice de esbeltez calculado segundo a NBR 6118:2014, dado por:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad 47)$$

$l_e$  é o parâmetro de comprimento equivalente, sendo igual a  $2 \cdot l$  no caso de pilar engastado na base e livre no topo; já nos casos em que essa equivalência não pode ser adotada toma-se a situação da Figura 17 e da expressão a seguir:

Figura 17: Comprimento equivalente.



Fonte: PINTO (2017, p.57) adaptado.

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases} \quad (48)$$

- $l_0$  é a distância entre as faces internas dos elementos estruturais, sendo essa a distância do topo da viga inferior à base da viga superior;
- $h$  é a dimensão da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura estudada;
- $l$  é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado, sendo a distância do eixo da viga inferior ao eixo da viga superior.

$i$  é o raio de giração da seção transversal de concreto, que é dado pela expressão:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (49)$$

- $I$  é o momento de inércia na direção analisada;
- $A$  é a área da seção transversal.
- $\lambda$  é o índice de esbeltez demonstrado a seguir

Para analisar pilares de seção retangular a expressão que representa é:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} = \frac{l_e}{\sqrt{\frac{b \cdot h^3}{12 \cdot b \cdot h}}} = \frac{l_e \cdot \sqrt{12}}{h} \quad 50)$$

$\lambda_1$  é o índice de esbeltez limite, sendo calculado de acordo com NBR 6119:2014 por:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad 51)$$

Sendo:

- $35 \leq \lambda_1 \leq 90$ ;

E que o valor de  $\alpha_b$  deve ser obtido a partir das seguintes condições:

1) Para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \cdot \frac{M_{Bd}}{M_{Ad}} \quad 52)$$

- $0,4 \leq \alpha_b \leq 1,0$ ;
- Sendo que  $M_{Ad}$  e  $M_{Bd}$  são os momentos de 1º ordem obtidos em uma análise de 1ª ordem no caso de estruturas de nós fixos e quando se tratando de nós móveis serão considerados os momentos totais, 1º ordem + 2º ordem global.  $M_A$  o maior valor absoluto ao longo do pilar bi apoiado e para  $M_B$  o sinal positivo, se tracionar a mesma face que  $M_A$ , e negativo, em caso contrário.

2) Para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1,0 \quad 53)$$

3) para pilares em balanço;

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \cdot \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85 \quad 54)$$

Sendo,

- $1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85$
- $M_A$  é o momento de 1º ordem no engaste e  $M_C$  é o momento de 1º ordem no meio do pilar em balanço.

4) para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo:

$$\alpha_b = 1,0$$

55)

## 5 DIMENSIONAMENTO À FLEXO COMPRESSÃO OBLÍQUA

A flexo-compressão oblíqua é a solicitação composta por um esforço normal de compressão atuando fora dos eixos de simetria da seção transversal, podendo ocorrer desde o mal posicionamento das barras de aço na seção transversal, como também a própria seção transversal não apresentar um eixo de simetria, ou ocorrer a atuação de dois momentos fletores mutuamente perpendiculares.

Dessa forma se tratando do último caso, tanto a profundidade da linha neutra, quanto a sua orientação são desconhecidas. Desta forma dificilmente o plano de ação do momento fletor é perpendicular a linha neutra, sendo esse mais uma incógnita no problema.

### 5.1 Hipóteses básicas do dimensionamento

Para a ocorrência do dimensionamento verificado em métodos teóricos, são feitas hipóteses na seção de concreto armado, sendo as seguintes:

1) Hipótese das seções planas:

Considera-se que a seção do elemento inicialmente plana, permanece plana após as deformações no elemento. Com isso, temos uma distribuição linear das deformações normais ao longo da altura das seções transversais, assim fica fatídico que a deformação em fibra qualquer da seção é diretamente proporcional à sua distância até a linha neutra.

2) Aderência perfeita:

Leva-se como hipótese que o concreto e o aço apresentem aderência perfeita. Consequentemente o concreto e o aço estarão expostos as mesmas deformações. Logo o estudo da deformação em um ponto qualquer da seção transversal não é impossibilitado devido não importar se esse ponto há uma barra de aço.

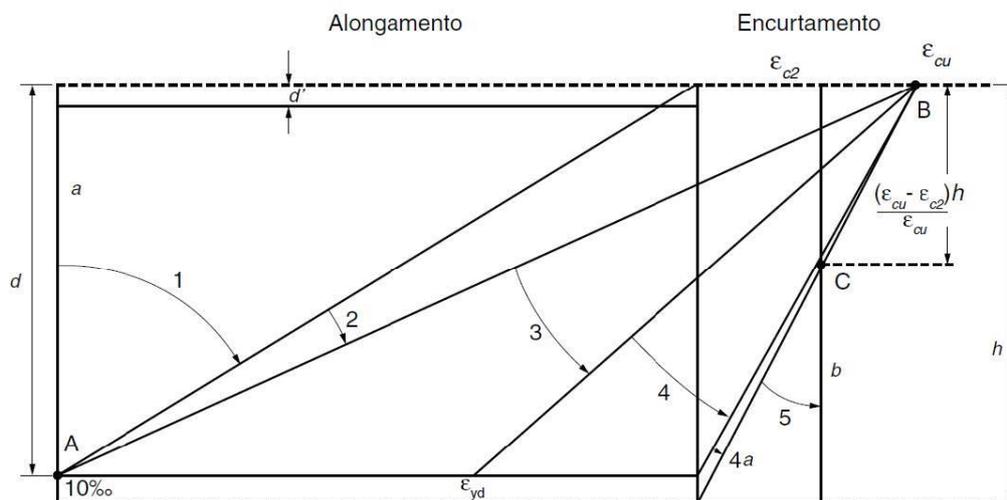
3) Concreto em tração:

Despreza-se totalmente a resistência a tração do concreto

### 5.2 Domínios de dimensionamento

De acordo com a prescrição da NBR 6118:2014, o estado-limite ultimo é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertence a um dos domínios definidos na Figura 18:

Figura 18: Domínios de estado-limite último de uma seção transversal



Fonte: NBR 6118 (2014, p.122)

Temos para ruptura convencional por deformação plástica excessiva:

- Reta a: Tração uniforme;
- Domínio 1: Tração não uniforme sem compressão;
- Domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto e máximo alongamento da armadura, a deformação nas armaduras da camada 1 é igual a 10‰;

Domínios para ruptura por encurtamento-limite do concreto

- Domínio 3: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço.
  - Domínio 4: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e do aço tracionado sem escoamento;
  - Domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- Nos domínios 3, 4 e 4ª anteriores a deformação na borda superior da seção é igual a 3,5‰.
- Domínio 5: compressão não uniforme, sem tração. Tendo deformação na fibra situada a  $3.h/7$  da borda superior igual a 2‰;
  - Reta b: compressão uniforme.

### 5.3 Equações de equilíbrio

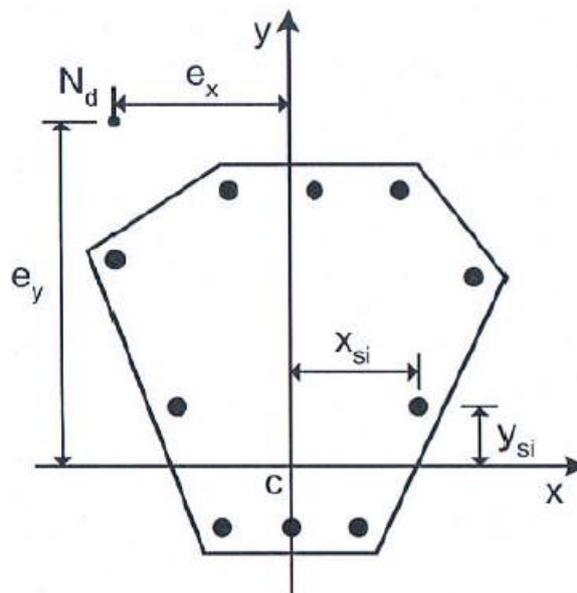
Como foi citado no texto inspirativo escrito no início deste capítulo, uma das situações de ocorrência da flexo-compressão oblíqua é quando a seção não apresenta um eixo de simetria, adiante é mostrada na Figura 19 uma seção poligonal qualquer de concreto armado submetido a um esforço normal de compressão  $N_d$ . O submetendo as excentricidades  $e_x$  e  $e_y$ . Para um melhor estudo, temos que o centro das coordenadas  $x$  e  $y$  está no centroide da seção de concreto. Temos que a sollicitação nessa situação é composta pelos termos  $N_d$ ,  $M_{xd}$  e  $M_{yd}$ , sendo,  $M_{xd} = N_d \cdot e_x$  e  $M_{yd} = N_d \cdot e_y$  tendo estes como os momentos sollicitantes de cálculo.

A seção transversal possui  $n$  barras de aço. Sendo que a coordenada adota para quaisquer barras aço é representada no sistema cartesiano  $x$ - $y$  por  $x_{si}$  e  $y_{si}$ . Considerando que todas as barras possuem o mesmo diâmetro, logo teremos que a área da seção de uma barra qualquer é dada por:

$$A_{si} = \frac{A_s}{n}; i = 1 a n \quad 56)$$

Sendo  $A_s$  é a área total de aço na seção transversal

Figura 19: Caracterização da seção transversal



Fonte: ARAÚJO (2010, p.53)

Para o prosseguimento da equação de equilíbrio, é interessante a representação da área de compressão da seção de concreto apresentada anteriormente, como já convencionado, a seção esta sendo submetida pelo bloco retangular de tensões na Figura 20, onde,

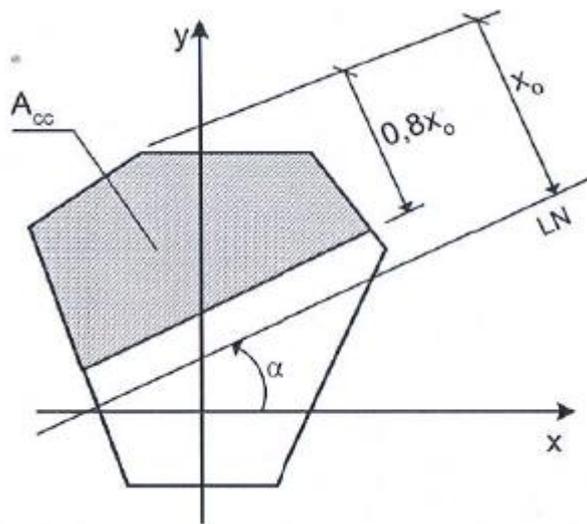
$A_{cc}$  é a área de concreto submetida a compressão, com tensão constante  $\sigma_{cd}$ .

sendo,

$\sigma_{cd} = 0,85.f_{cd}$ , quando a largura da seção em análise não diminuir a largura da seção ao passo que se aproxima da borda mais comprimida;

$\sigma_{cd} = 0,80.f_{cd}$ , caso contrário da proposição anterior.

Figura 20: Área comprimida na seção



Fonte: ARAÚJO ( 2010, p.53)

Para o caso da flexo compressão oblíqua o valor de  $\sigma_{cd}$  é adotado para  $\sigma_{cd} = 0,80.f_{cd}$  para qualquer situação para ser a favor da segurança, pois nesse tipo de análise é possível ocorrer os dois casos em uma mesma seção transversal.

Aplicando as equações de equilíbrio do problema, temos:

$$N_d = \int_{A_{cc}} \sigma_{cd} dA + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{sdi} \quad (57)$$

$$M_{xd} = \int_{A_{cc}} \sigma_{cd} x dA + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{sdi} x_{si} \quad (58)$$

$$M_{yd} = \int_{A_{cc}} \sigma_{cd} y dA + \sum_{i=1}^n A_{si} \sigma_{sdi} y_{si} \quad (59)$$

sendo  $\sigma_{si}$  é a tensão de cálculo na barra  $i$ .

Substituindo a relação (56) nas equações de equilíbrio, teremos:

$$N_d = A_{cc} \sigma_{cd} + \frac{A_s}{n} \sum_i^n \sigma_{sdi} \quad (60)$$

$$M_{xd} = S_{xc} \sigma_{cd} + \frac{A_s}{n} \sum_i^n \sigma_{sdi} x_{si} \quad (61)$$

$$M_{yd} = S_{yc} \sigma_{cd} + \frac{A_s}{n} \sum_i^n \sigma_{sdi} y_{si} \quad (62)$$

Tendo,

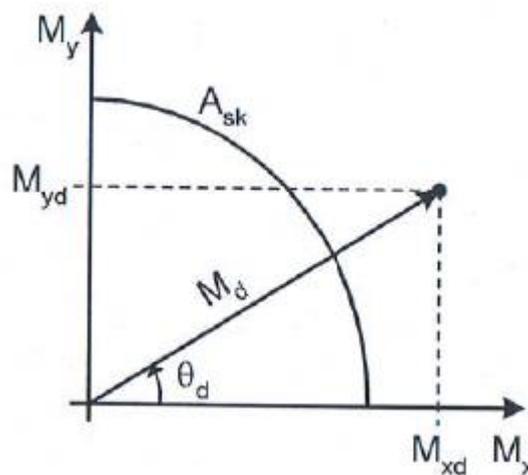
$$A_{cc} = \int_{A_{cc}} dA, S_{xc} = \int_{A_{cc}} x dA \text{ e } S_{yc} = \int_{A_{cc}} y dA \quad (63)$$

representando a área e os momentos estáticos da parte da seção que é comprimida com o bloco retangular de tensões.

### 5.3.1 Determinação da inclinação da linha neutra

Considerando uma seção transversal com dupla simetria e logicamente uma certa área de aço, isola-se um quadrante para se fazer a análise dos eixos, de forma que os momentos solicitantes  $M_{xd}$  e  $M_{yd}$  serão sempre positivos, como demonstrado na Figura 21.

Figura 21: Inclinação do vetor momento solicitante



Fonte: ARAÚJO (2010, p.72)

De acordo com a figura anterior pode-se observar que o ângulo  $\theta_d$  em relação ao eixo horizontal, sendo dado por:

$$\theta_d = \cos^{-1} \left( \frac{M_{xd}}{M_d} \right) \quad (64)$$

Tem-se que  $\theta_d = 0$  significa que  $M_{yd} = 0$ , logo, o problema se trata de flexo-compressão reta segundo o eixo x. Nesse caso já é sabido que a linha neutra será perpendicular ao eixo x. Portanto o ângulo  $\alpha$  será igual a  $-\pi/2$ . Ou  $\theta_d = \pi/2$  com  $M_{xd} = 0$  e a flexão se dá no eixo y, e a linha neutra é paralela ao eixo x e  $\alpha = 0$ .

Em que  $M_d$  é o comprimento do vetor, que pela relação trigonométrica é

$$M_d = \sqrt{(M_{xd}^2 + M_{yd}^2)} \quad (65)$$

A partir da análise desta equação pode-se inferir que há dois casos nos quais não representam flexo-compressão oblíqua quando  $\theta_d = 0$  e  $\theta_d = \pi/2$ .  $M_{yd}$  e  $M_{xd}$  apresentam valor 0 pois a linha neutra estará sobre seus respectivos eixos de simetria (x e y), tendo ângulo  $\alpha = \pi/2$  e 0, respectivamente com as situações levantadas.

Tem-se que nos demais casos, o ângulo  $\alpha$  é desconhecido e assim um processo iterativo é empregado para seu descobrimento.

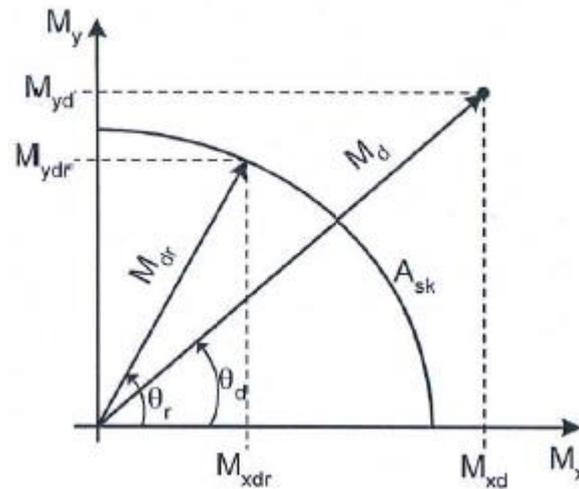
È conveniente adotar que a linha neutra esteja perpendicular ao vetor do momento solicitante, apesar de que o valor inicial para  $\alpha$  poder ser escolhido arbitrariamente no intervalo  $[-\pi/2, 0]$ , adota-se o valor inicial

$$\alpha_1 = \theta_d - \frac{\pi}{2} \quad (66)$$

A partir dessa angulação, e tendo  $A_{sk}$ , define-se os momentos resistentes ( $M_{xdr}$ ,  $M_{ydr}$ ) que, em conjunto com o esforço normal de cálculo  $N_d$ , encaminha a seção ao estado limite último.

Na figura a seguir está representado os pontos dos momentos resistentes e solicitantes citados e o diagrama de interação.

Figura 22: Inclinação dos vetores dos momentos solicitantes e resistentes



Fonte: ARAÚJO (2010, p.73)

A partir da Figura 22 é possível observar que o ângulo do momento resistente ( $\theta_r$ ) é diferente do momento solicitante ( $\theta_d$ ), isso é possível devido a linha neutra não ser perpendicular ao plano de aço do momento solicitante que é a situação mais recorrente. Devido a isso o valor da de  $\alpha_1$  na equação (66), é usada apenas como aproximação para se iniciar o encontro da inclinação  $\alpha$ .

Através de uma relação trigonométrica através da observação da Figura 22 ângulo  $\theta_r$  é obtido

$$\theta_r = \cos^{-1} \left( \frac{M_{xdr}}{M_{dr}} \right)$$

Tendo

68)

$$M_{dr} = \sqrt{(M_{xdr}^2 + M_{ydr}^2)} \quad 67)$$

A inclinação correta é concebida quando  $\theta_r \cong \theta_d$ , obtido iterativamente.

Em uma iteração  $j$ ,  $\alpha$  e  $\theta_r$  assumirão os valores  $\alpha_j$  e  $\theta_{rj}$ . Em uma seguinte iteração  $\alpha$  é obtido da forma:

$$\alpha_{j+1} = \left( \alpha_j + \frac{\pi}{2} \right) \frac{\theta_d}{\theta_{rj}} - \frac{\pi}{2}, \text{ se } \theta_{rj} > \theta_d \quad 69)$$

$$\alpha_{j+1} = \left( \frac{\pi/2 - \theta_d}{\pi/2 - \theta_j} \right) \alpha_j, \text{ se } \theta_j < \theta_d \quad (70)$$

Com o valor de  $\alpha_{j+1}$  obtido, repete-se o processo e determina-se o ângulo  $\theta_{ij+1}$  e assim, sucessivamente, até a convergência. A convergência é obtida quando a tolerância preestabelecida (tol) for alcançada

$$|\theta_{ij} - \theta_d| < \text{tol} \quad (71)$$

Com o processo descrito a inclinação da linha neutra é obtido de acordo com a solicitação dada.

### 5.3.2 Cálculo da área de aço

Para se determinar a área de aço é necessário aplicar um processo iterativo da bissecante. Sendo necessário definir um intervalo  $[A_{so}, A_{su}]$  que estará contida a solução.

$A_{so}$  é obtido a partir da seguinte equação, propondo o dimensionamento a compressão centrada

$$A_{so} = \frac{N_d - 0,80 \cdot A_c \cdot f_{cd}}{\sigma_{sd2\%}} \quad (72)$$

$A_c$  é a área da seção transversal de concreto

$\sigma_{sd2\%}$  é a tensão no aço relativo a uma deformação de 2‰

Para uma seção armada com uma área total de aço sendo  $A_{so}$ , faz-se a determinação da inclinação da linha neutra e cálculo dos momentos resistentes. Devido  $A_{so}$  não ser solução do problema, surgir um desequilíbrio entre os momentos, que será definido por:

$$\psi_o = \frac{M_{dro} - M_d}{M_d} \quad (73)$$

$M_{dro}$  advém da equação (67) e sendo relativa a área de aço  $A_{so}$ . Tendo  $A_{so}$  inferior à área de aço necessária,  $\psi_o$  toma valores negativos.

Para obtenção do outro extremo, adota-se um valor de  $A_{su}$  maior que  $A_{so}$ . Calcula-se o desequilíbrio  $\psi_u$  correspondente, e se  $\psi_u < 0$ , deve-se prosseguir aumentando a taxa de armadura. Quando  $\psi_u > 0$ , tem-se o valor adequado para  $A_{su}$ . Tendo assim, portanto a solução

no intervalo conhecido  $[A_{so}, A_{su}]$ . Concluindo assim que a armadura procurada é aquela que anula o desequilíbrio  $\psi$  entre os momentos solicitantes e resistentes.

#### 5.4 Análise a flexo compressão oblíqua

Através da metodologia dada no dimensionamento a análise fica por conta de utilização de dados em que essa etapa anterior nos trouxe. Sendo que é a partir do roteiro dados nessa seção, incluindo claramente a rotina de dimensionamento que foi concebido o algoritmo de verificação. Só que em (60) a incógnita da linha neutra, deve ser adquirida pela equação na qual  $f(x_0) = 0$ , sendo encontrada a partir do método da bisseção como mostrado na seção anterior

$$f(x_0) = N_d - A_{cc} * \sigma_{cd} - \frac{A_s}{n} * \sum_{i=1}^n \sigma_{sdi} \quad 74)$$

Variando o ângulo  $\alpha$  de 0 a  $2*\pi$  rad, determinam-se os números pares de momentos que levam a seção à ruína. Porém no caso encontrando o ângulo no qual o momento resistente fica na mesma direção do de cálculo, encontrando assim o correspondente.

Com os momentos resistentes obtidos com as equação (58) e (59) a partir dos dados de inclinação e profundidade da linha neutra. Obtém-se o momento resistente a partir da equação (67) e faz-se uma razão para a análise, da forma:

$$g = \frac{M_{dr}}{M_d} - 1 \quad 75)$$

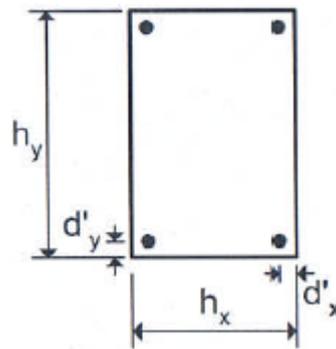
Se  $g$  apresentar uma valor maior que 0 então a seção estará verificada e segura, caso contrário ela não estará, logo necessitará que o usuário aumente a área de aço e a seção e prosseguir novamente com a análise. Sendo que todo a metodologia até aqui descrita foi colocada em linguagem e compilada no programa octave, com linguagem própria.

## 6 RESULTADOS

### 6.1 Validação do modelo

Na presente seção será comparada a resposta do algoritmo a Flexo-Compressão Obliqua (FCO) com a tabela A1.1 de FCO aço CA-50, com 4 barras de  $\varnothing$  10mm como dada na figura 23.

Figura 23: Disposição das variáveis na seção



Fonte: ARAUJO (2010, p.309)

Tabela 1: Dados para verificação da seção, ex 01

Dados:
$h_y = 0.3;$
$h_x = 0.3;$
$d'_x = d'_y = 0.035;$
$f_{ck} = 25 \cdot 10^6;$
$f_{yk} = 500 \cdot 10^6;$
$E_s = 210 \cdot 10^9;$
$N_d = 1000.0 \cdot 10^3;$
$M_{xd} = 45.00 \cdot 10^3;$
$M_{yd} = 45.0 \cdot 10^3;$
$ITMAX = 1000;$
$Tol = 10^{-5}$

Fonte: Próprio autor.

$h_x$  - Largura da seção de concreto (m)

$h_y$  - Altura da seção de concreto (m)

$d'_x$  e  $d'_y$  - distância do centro da camada à borda da seção (m)

$f_{ck}$  - Resistência característica do concreto à compressão (Pa)

$f_{yk}$  - Resistência característica do aço (Pa)

$E_s$  - Módulo de elasticidade do aço (Pa)

$N_d$  - Normal solicitante de cálculo (N)

$M_{xd}$  e  $M_{yd}$  - Momentos solicitantes de cálculo nos eixos x e y respectivamente (N)

ITMAX - Número máximo de iterações no método da bisseção

Tol - Tolerância para convergência no método da bisseção

Teremos pelos dados apresentados:

$$d'_x/h_x = d'_y/h_y \cong 0,1$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = 17.857,1 \text{ Kpa}; \sigma_{cd} = 0,80 * f_{cd} = 14.285,7 \text{ Kpa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 434.782,6 \text{ KPa}; h_x = h_y = 0,30 \text{ m}; A_c = 0,09 \text{ m}^2$$

$$N_d = 1.000,0 \text{ KN}; M_{xd} = 45,0 \text{ KN.m}; M_{yd} = 45 \text{ KN.m}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot \sigma_{cd}} = \frac{1000}{0,09 * 14.285,7} \cong 0,8$$

$$\mu_x = \mu_y = \frac{M_{xd}}{A_c * h_x * \sigma_{cd}} = \frac{45}{0,09 * 0,3 * 14.285,7} \cong 0,1$$

A partir dos dados expostos e pelo estudo da tabela A2.1 presente em anexo e por meio de interpolação, chega-se a:

$$\omega = 0,315$$

A área de aço fica sendo:

$$A_s = \frac{\omega * A_c * \sigma_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,315 * 0,09 * 14.285,7}{434.782,6} = 0,0009315 \text{ m}^2 = 9,315 \text{ cm}^2$$

Ao utilizar a rotina desenvolvida na qual recebe os dados iniciais expostos no início do problema e adicionando a área de aço encontrada como resultado anterior, ela verifica a capacidade resistente da seção exemplo, e caso a razão final exposta mostre um valor maior que 1, a seção estará verificada, caso contrário ela não estará. Em fim chega-se a seguinte análise:

$$\frac{M_{dr}}{M_d} = 1,0599$$

Demonstrando que o algoritmo foi capaz de mostrar que a seção esta resistente para a armadura dimensionada já que essa razão deu-se maior que 1. Validando a sua utilização.

## 6.2 Análise paramétrica

Em primeiro ponto varia-se somente a armadura enquanto que o restante das variáveis não tem os valores alterados, e para ter uma noção no impacto monetário, o custo por área dos matérias foi incluído na análise. Dessa forma foram obtidos os seguintes dados:

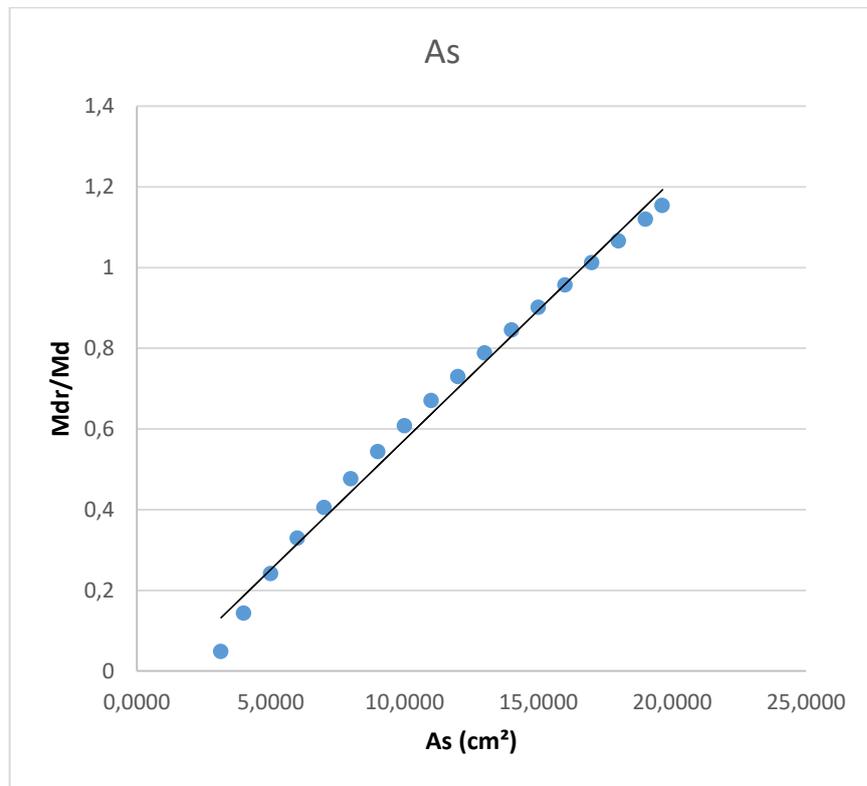
Tabela 2: Proporção de impacto da área de aço na resistência a FCO

<b>As (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>M<sub>dr</sub>/M<sub>d</sub></b>	<b>Custo por metro</b>
<b>3,1416</b>	0,048	21,88
<b>4</b>	0,1427	27,86
<b>5</b>	0,2412	34,82
<b>6</b>	0,3289	41,78
<b>7</b>	0,405	48,75
<b>8</b>	0,4761	55,71
<b>9</b>	0,5435	62,68
<b>10</b>	0,6078	69,64
<b>11</b>	0,6697	76,60
<b>12</b>	0,7296	83,57
<b>13</b>	0,788	90,53
<b>14</b>	0,8452	97,50
<b>15</b>	0,9014	104,46
<b>16</b>	0,9568	111,42
<b>17</b>	1,0116	118,39
<b>18</b>	1,0659	125,35
<b>19</b>	1,1198	132,32
<b>19,635</b>	1,1539	136,74

Fonte: Próprio autor

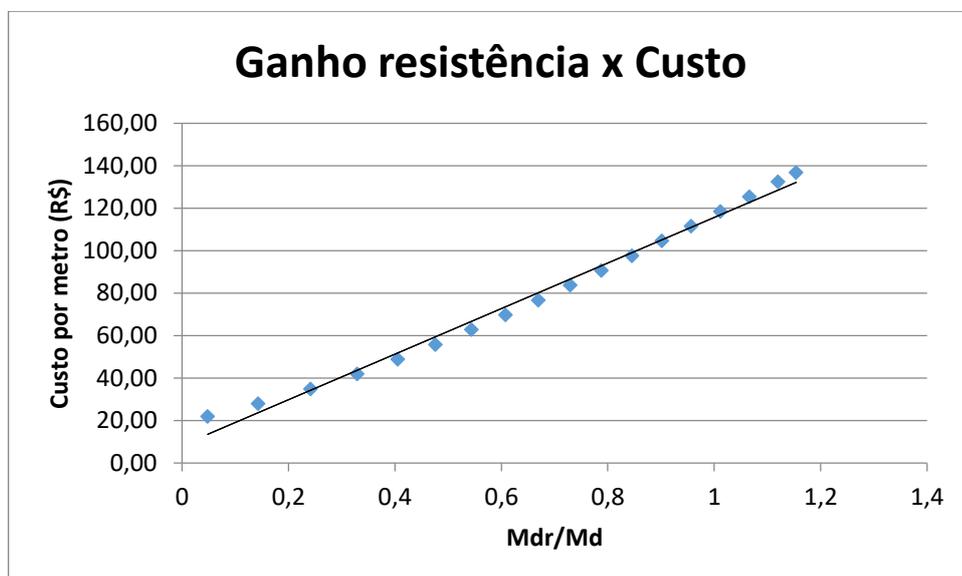
A partir dessa tabela foi concebido o seguinte gráfico:

Gráfico 1: Influência da área de aço na resistência da seção a FCO



Fonte: Próprio autor

Gráfico 2: Relação do ganho de resistência com o custo da elevação da área de aço na seção



Fonte: Próprio autor

Para prosseguir com tal análise, nesse momento varia-se a área da seção, porém as demais variáveis e esforços permanecem inalterados:

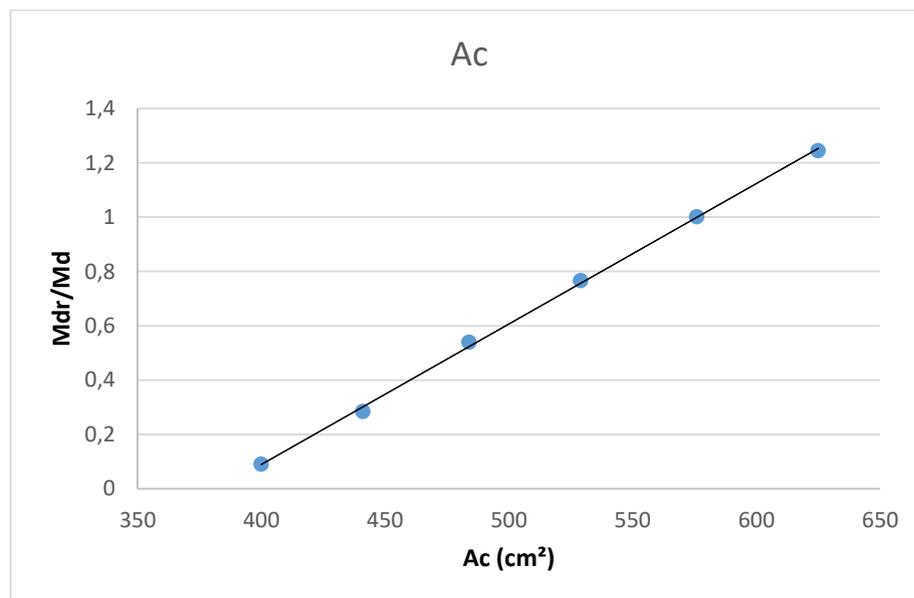
Tabela 3: Influência da área de seção de concreto na resistência a FCO

Seção	Ac (cm <sup>2</sup> )	M <sub>dr</sub> /M <sub>d</sub>	Custo por metro
<b>20x20</b>	400	0,0899	25,36
<b>21x21</b>	441	0,2842	27,9594
<b>22x22</b>	484	0,5395	30,6856
<b>23x23</b>	529	0,7661	33,5386
<b>24x24</b>	576	1,001	36,5184
<b>25x25</b>	625	1,2439	39,625

Fonte: Próprio autor

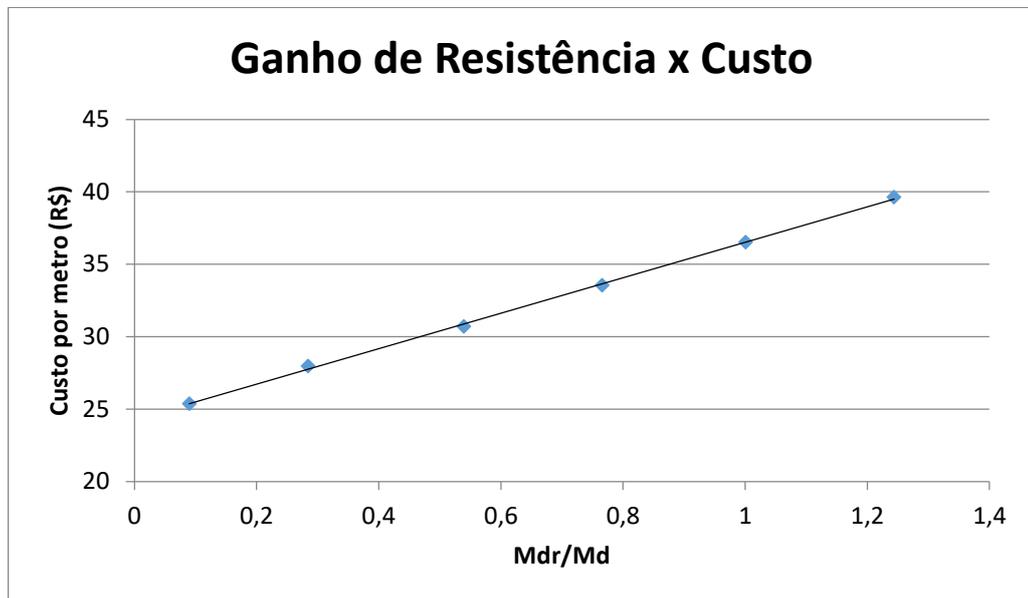
A partir da Tabela 3 foi concebido o seguinte gráfico:

Gráfico 3: Influência da área de seção de concreto na resistência a FCO



Fonte: Próprio autor

Gráfico 4: Relação do ganho de resistência com o custo dado pelo aumento da seção



Fonte: Próprio autor

Um outro fator de importante impacto é a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), utilizando da metodologia utilizada nas duas ultima análises, tem-se:

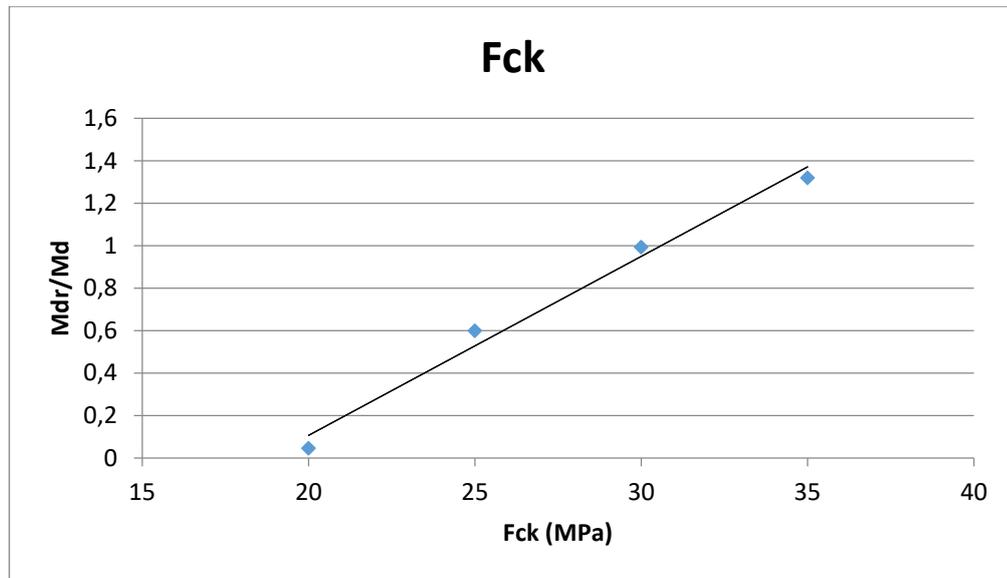
Tabela 4: Influência do  $f_{ck}$  na resistência da seção a FCO

$f_{ck}$	$M_{dr}/M_d$	custo por $m^3$
20	0,0445	360,4
25	0,5987	371,49
30	0,9927	396,28
35	1,3185	412,94

Fonte: Próprio autor

Como feito nos dois parâmetros anteriores:

Gráfico 5: Influência do fck na resistência da seção a FCO



Fonte: Próprio autor

A partir da visualização clara dos gráficos e tabelas desenvolvidas, percebe-se que dentre as três variáveis apresentadas o fck se mostrou como o mais influente em elevar a relação do momento resistente em relação ao de cálculo, em segundo fica a seção de concreto e por fim a área de aço.

Já em relação ao custo, temos que a partir do diagnóstico da Tabela 2 em relação a Tabela 3, temos que enquanto para a seção de concreto sair de uma situação de não resistência a FCO para a situação oposta, essa tem uma elevação de custo em 56%, enquanto que a seção de aço, para a mesma guinada de estado se eleva o custo em 525%. Mostrando que, além da maior influência sobre a resistência o aumento das dimensões da seção transversal se torna mais econômica.

Se tratando de Flexo-compressão reta (FCR), temos que a diferença para o estudo anterior é que o momento em y será anulado, tendo,  $M_{yd} = 0$ , e que para a variação da seção transversal, é interessante variar somente a seção na qual o momento em x estará sendo aplicado, que é a dimensão bc, apesar disso também será exposto o comportamento para a situação tendo  $M_{yd} = 0$  e variando somente hc. Sendo assim teremos os seguintes resultados:

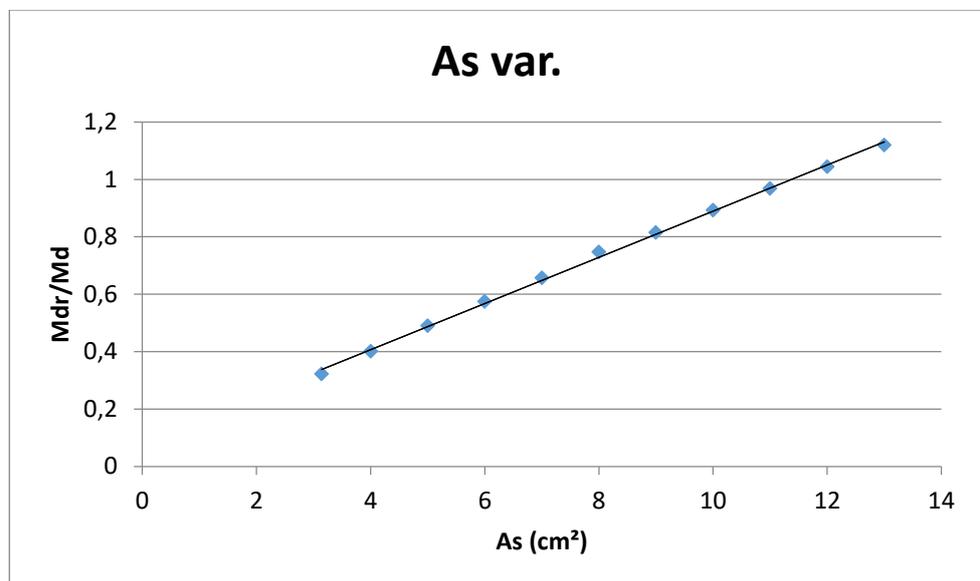
Tabela 5: Proporção de impacto da área de aço na resistência a FCR

As	$M_{dr}/M_d$	custo por metro
<b>3,1416</b>	0,3214	21,877
<b>4</b>	0,4006	27,855

<b>5</b>	0,4892	34,819
<b>6</b>	0,5742	41,783
<b>7</b>	0,6564	48,747
<b>8</b>	0,7464	55,711
<b>9</b>	0,8148	62,675
<b>10</b>	0,8919	69,639
<b>11</b>	0,9681	76,603
<b>12</b>	1,0437	83,567
<b>13</b>	1,1189	90,531

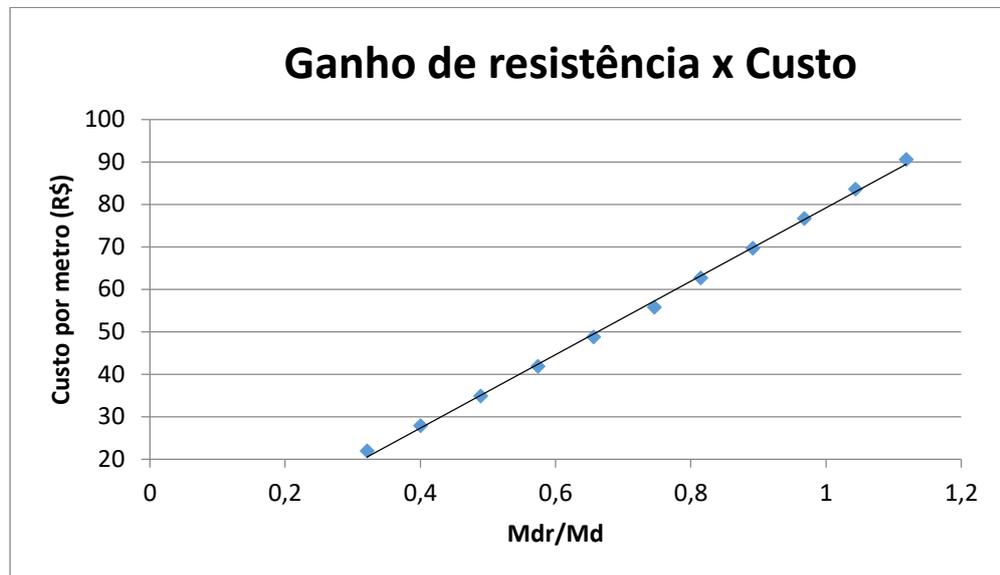
Fonte: Próprio autor

Gráfico 6: Proporção de impacto da área de aço na resistência a FCR



Fonte: Próprio autor

Gráfico 7: Relação do ganho de resistência a FCR com a elevação do custo do incremento de armadura



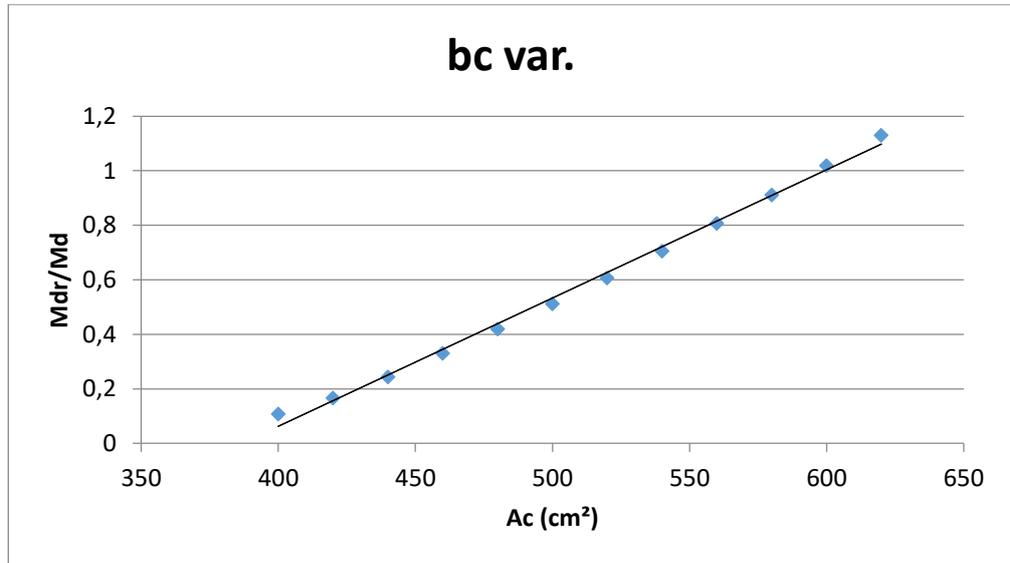
Fonte: Próprio autor

Tabela 6: Influência da dimensão bc da seção de concreto na resistência a FCR

Seção	Ac(cm <sup>2</sup> )	M <sub>dr</sub> /M <sub>d</sub>	custo por metro
20x20	400	0,108	25,36
20x21	420	0,1661	26,628
20x22	440	0,2436	27,896
20x23	460	0,33	29,164
20x24	480	0,4192	30,432
20x25	500	0,5115	31,7
20x26	520	0,60674	32,968
20x27	540	0,7049	34,236
20x28	560	0,8063	35,504
20x29	580	0,9108	36,772
20x30	600	1,0187	38,04
20x31	620	1,1298	39,308

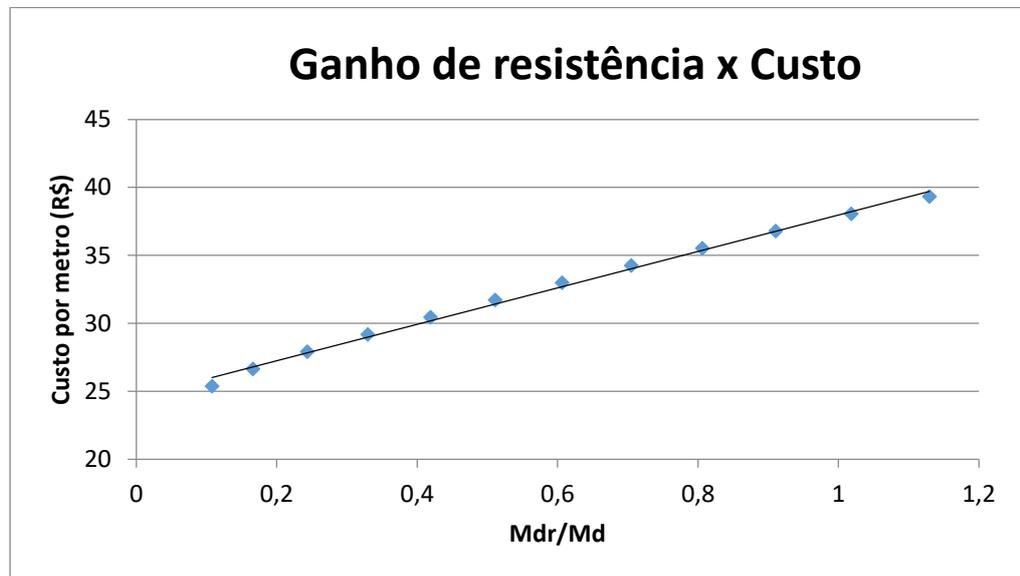
Fonte: Próprio autor

Gráfico 8: Influência da área de seção de concreto na resistência a FCR



Fonte: Próprio autor

Gráfico 9: Relação do ganho de resistência a FCR como aumento do custo com o aumento da seção na direção de bc.



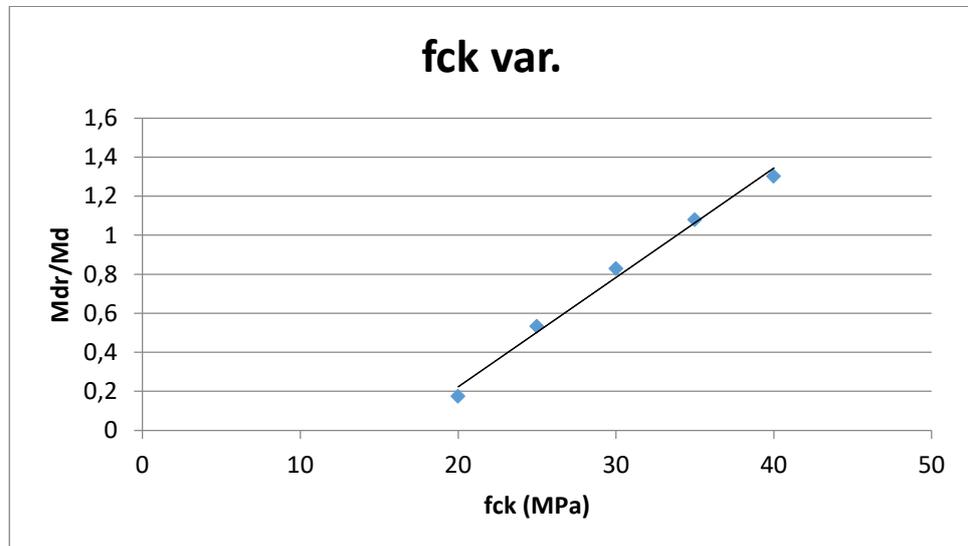
Fonte: Próprio autor

Tabela 7: Influência do fck na resistência da seção a FCR

fck	$M_{dr}/M_d$
20	0,1758
25	0,533
30	0,829
35	1,08
40	1,3031

Fonte: Próprio autor

Gráfico 10: Influência do fck na resistência da seção a FCR



Fonte: Próprio autor

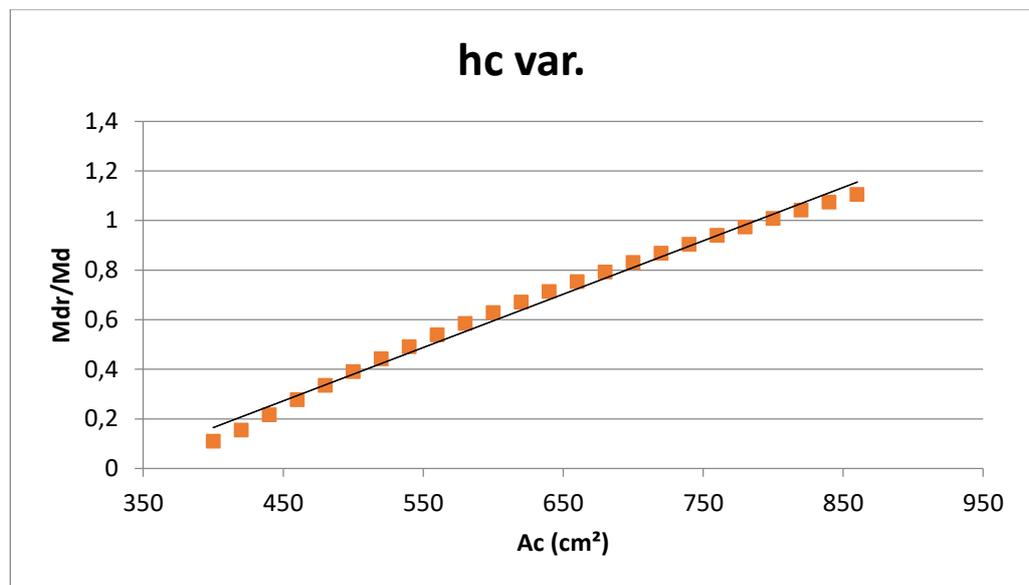
Devido a peculiaridade da flexo-compressão reta, no local de se variar o bc, será o hc, e tendo as mesmas variáveis fixas utilizadas.

Seção	Ac(cm <sup>2</sup> )	Mdr/Md	custo por metro
20x20	400	0,108	25,36
21x20	420	0,1542	26,628
22x20	440	0,215	27,896
23x20	460	0,2763	29,164
24x20	480	0,3341	30,432
25x20	500	0,3888	31,7
26x20	520	0,4407	32,968
27x20	540	0,4903	34,236
28x20	560	0,5378	35,504
29x20	580	0,5836	36,772
30x20	600	0,6279	38,04
31x20	620	0,6707	39,308
32x20	640	0,7122	40,576
33x20	660	0,7526	41,844
34x20	680	0,7917	43,112
35x20	700	0,8299	44,38
36x20	720	0,867	45,648
37x20	740	0,9033	46,916
38x20	760	0,9387	48,184

<b>39x20</b>	780	0,9733	49,452
<b>40x20</b>	800	1,0071	50,72
<b>41x20</b>	820	1,0403	51,988
<b>42x20</b>	840	1,0727	53,256
<b>43x20</b>	860	1,1045	54,524

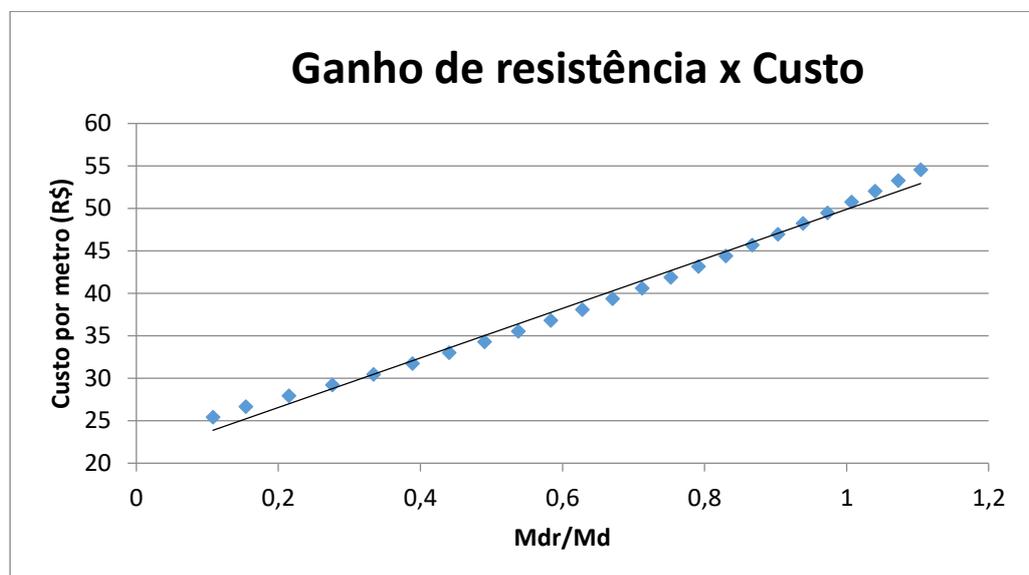
Fonte: Próprio autor

Gráfico 11: Influência da área de seção de concreto na resistência a FCR



Fonte: Próprio autor

Gráfico 12: Relação do ganho de resistência a FCR com o custo de aumentar a seção de concreto na direção de hc.



Fonte: Próprio autor

Dessa forma a partir da análise dos gráficos Gráfico 6, Gráfico 8 e Gráfico 10 temos o mesmo padrão de comportamento que foi observado para a solicitação da FCO, o que já era esperado, da mesma forma que a análise de custo pelos gráficos 7 e 9, é visto que o custo por metro do acréscimo de seção até uma relação confortável de  $M_{dr}/M_d$  o custo da mesma se eleva 55% enquanto que o custo por metro da área de aço implica em um acréscimo de 313%, além de que a curva dos referidos gráficos apresentam convergências diferentes em consequência dessa diferenciação de custo, enquanto que o gráfico 7 apresenta uma menor sensibilidade em contraponto do gráfico 9, demonstrando a viabilidade incontestável que em caso de necessidade de se elevar a resistência de uma seção para uma solicitação seja se FCO como FCR que se deve aumentar a seção de concreto, mantendo as demais variáveis estáticas, para a presente análise.

Temos ainda que ao compararmos a influência do aumento da seção na direção em que não está sendo aplicado o momento, no presente caso na direção de hc, os resultados mostram que há um maior custo para a convergência para se obter resistência suficiente, como é mostrado nos gráficos 12, 11 e 10. Que comparadas a Tabela 6, Gráfico 8 e Gráfico 9 que vem em contraponto, convergindo com mais sensibilidade para uma resistência segura e conseqüentemente com menor custo.

## 7 CONCLUSÃO

Inicialmente foi elucidada o aporte teórico no qual envolve os materiais presente na estrutura de concreto armado, que compões o pilar, que são levados em consideração para as formulações dos parâmetros de cálculo do mesmo.

Foi apresentado as metodologias de cálculo que quantificam a participação dos efeitos de 2° ordem no momento fletor, que a depender de sua intensidade podem tornar o cálculo dessa participação um processo bastante complexo, porém, sendo preferível tornar o elemento estudado para uma situação de cálculo em que essa participação do efeito de 2° ordem possa ser levada em consideração de uma maneira simplificada. Apesar dessa metodologia de cálculo não ter sido implementada na rotina desenvolvida, esta tem importância teórica para enriquecer o conhecimento e justificar a existência desse método para o leitor.

As metodologias de verificação a flexo-compressão normal e oblíqua serviram de base para a discretização de como se chega na mesma, desde o estudo do limite e deformação dos domínios, bem como as equações de equilíbrio, chegando em fim na análise do problema. A partir dele sendo possível desenvolver o algoritmo de verificação da seção.

Complementando a análise, o estudo paramétrico para a seção de concreto, área de aço e  $f_{ck}$ , fez mostrar qual a ponderação de importância de cada um desses citados, podendo assim focar o olhar do projetista para o parâmetro que mais influenciará, bem como o custo incorrido, presentes nas tabelas e gráficos presentes na seção anterior, demonstrado assim que a alteração na seção de concreto apresenta menor custo em relação ao ganho de resistência superior a elevação da área de aço.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J. M. DE. Pilares esbeltos de concreto armado Parte 1 : Um modelo não linear para análise e dimensionamento Reinforced concrete slender columns Part 1 : A nonlinear model for analysis and dimensioning. p. 81–93, 2011a.

ARAÚJO, J.M. Curso de concreto armado – Rio Grande: Dunas, 2010. V.3, 3.ed.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento projeto de controle estrutural -Procedimento. Rio de Janeiro, 2014a.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 7480. Aço destinado a armaduras de concreto armado - Especificação. Rio de Janeiro, 2007

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 8953. **Concreto para fins estruturais-Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência.** Rio de Janeiro, 2015a.

BATISTA, J. (2014). Concreto armado II – CIV217. Notas de aula. Estabilidade e Efeitos de 2º ordem, contraventamento de edifício. Dep. Eng. Civil – Escola de Minas. Universidade Federal de Ouro Preto.

BORGES, A.C.L. Análise de pilares esbeltos de concreto armado solicitados a flexo-compressão oblíqua. p.98, 1999.

CONSELHO DE ARQUITETURA E URBANISMO DO BRASIL. **Pesquisa CAU/BR datafolha:** o maior diagnóstico sobre Arquitetura e Urbanismo já feito no Brasil. Disponível em:  
<https://www.caubr.gov.br/pesquisa2015/objetivos-e-metodologia/>. Acesso em: 28 de jun. 2019.

GNU Octave, version 5.1.0 Copyright © 2019 John W. Eaton and others.

MORAES, L. G DE; POLETO, S. F. S. A importância de um planejamento estrutural para a construção de uma edificação . Rem: Revista Científica Semana Acadêmica.v.01,n. 01,p.2-19,2018.

PINTO, V. S. Dimensionamento de Pilares de Concreto com Seção Transversal Retangular usando Envoltórias de Momentos. p. 312, 2017.

SCADELAI, M.A. (2004). Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR 6118:2003. São Carlos, 2004. 124 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.

TABELA 026 –Sem desoneração. Disponível em:  
<https://sites.seinfra.ce.gov.br/siproce/onerada/html/tabela-seinfra.html>. Acesso: 01 de

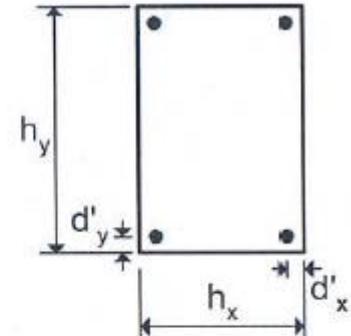
dezembro de 2019.

## ANEXO

## ANEXO A - Tabela A2.1 para dimensionamento à flexo-compressão oblíqua

$$d'_x/h_x = d'_y/h_y = 0,10 \quad \sigma_{cd} = 0,80f_{cd}$$

$$A_c = h_x h_y \quad \nu = \frac{N_d}{A_c \sigma_{cd}} \quad \mu_x = \frac{M_{xd}}{A_c h_x \sigma_{cd}}$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{A_c h_y \sigma_{cd}} \quad A_s = \frac{\omega A_c \sigma_{cd}}{f_{yd}}$$


Valores de  $\omega$  para  $\nu = 0,8$ 

		$\mu_x \downarrow$							
$\mu_y \downarrow$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
0,00	0,00	0,06	0,37	0,66	0,94	1,20	1,47	1,73	1,99
0,10	0,06	0,22	0,51	0,80	1,06	1,32	1,57	1,82	2,06
0,20	0,37	0,51	0,75	1,02	1,29	1,54	1,79	2,04	2,28
0,30	0,66	0,80	1,02	1,27	1,52	1,77	2,02	2,27	2,51
0,40	0,94	1,06	1,29	1,52	1,77	2,01	2,26	2,50	2,74
0,50	1,20	1,32	1,54	1,77	2,01	2,25	2,49	2,73	2,97
0,60	1,47	1,57	1,79	2,02	2,26	2,49	2,73	2,97	3,21
0,70	1,73	1,82	2,04	2,27	2,50	2,73	2,97	3,21	3,45
0,80	1,99	2,06	2,28	2,51	2,74	2,97	3,21	3,45	3,68

Fonte: ARAUJO (2010, p.309)

## ANEXO B - Composições de custo utilizadas nas tabelas e gráficos da seção 8.2

C4291 - CONCRETO MOLDADO "IN LOCO" FCK ACIMA DE 10 MPa, INCLUSIVE LANÇAMENTO E CURA					
Preço Adotado: 634,3700					Unid: M3
Código	Descrição	Unidade	Coefficiente	Preço	Total
EQUIPAMENTOS (CHORARIO)					
<a href="#">10788</a>	<a href="#">VIBRADOR DE IMERSÃO C/MOTOR ELÉTRICO (CHP)</a>	H	0,26	1,5738	0,4092
17487	CAMINHÃO BETONEIRA 5 M3	H	0,3	92	27,6
<b>TOTAL EQUIPAMENTOS (CHORARIO)</b>					<b>28,0092</b>
SERVIÇOS					
<a href="#">C0838</a>	<a href="#">CONCRETO P/VIBR., FCK 10 MPa COM LANÇAMENTO E APLICAÇÃO DE CONCRETOS/ ELEVAMENTO</a>	M3	1,05	326,0979	342,4027
<a href="#">C1604</a>	<a href="#">CONCRETO P/VIBR., FCK 10 MPa COM LANÇAMENTO E APLICAÇÃO DE CONCRETOS/ ELEVAMENTO</a>	M3	1,05	128,76	135,198
<b>TOTAL SERVIÇOS</b>					<b>477,6007</b>
MAO DE OBRA					
12391	PEDREIRO	H	2	20,1	40,2
12543	SERVENTE	H	6	14,76	88,56
<b>TOTAL MAO DE OBRA</b>					<b>128,76</b>
Total Simples					634,37
Encargos					INCLUSOS
BDI					0
<b>TOTAL GERAL</b>					<b>634,37</b>

Fonte: Seinfra-ce

C4151 - ARMADURA DE AÇO CA 50/60					
Preço Adotado: 8,8600					Unid: KG
Código	Descrição	Unidade	Coefficiente	Preço	Total
MATERIAIS					
10103	ARAME RECOZIDO N.18 BWG	KG	0,02	11,5	0,23
17952	AÇO CA-50/60	KG	1,05	4,54	4,767
<b>TOTAL MATERIAIS</b>					<b>4,997</b>
EQUIPAMENTOS (CHORARIO)					
<a href="#">10705</a>	<a href="#">CAMINHÃO COMERC. EQUIP. C/GUINDASTE (CHP)</a>	H	0,008	118,8375	0,9507
<b>TOTAL EQUIPAMENTOS (CHORARIO)</b>					<b>0,9507</b>
MAO DE OBRA					
10121	ARMADOR/FERREIRO	H	0,08	20,1	1,608
10040	AJUDANTE DE ARMADOR/FERREIRO	H	0,08	16,28	1,3024
<b>TOTAL MAO DE OBRA</b>					<b>2,9104</b>
Total Simples					8,86
Encargos					<i>INCLUSOS</i>
BDI					0
<b>TOTAL GERAL</b>					<b>8,86</b>

Fonte: Seinfra-ce

## APENDICE A – Dados utilizados para a concepção das tabelas e gráficos da seção 8.2

Dados utilizados para a concepção da tabela 2, gráficos 1 e 2.

---

<b>dados:</b>
<b>bc = 0.25;</b>
<b>hc = 0.25;</b>
<b>c = 0.035;</b>
<b>fck = 25*10<sup>6</sup>;</b>
<b>fyk =</b> <b>500*10<sup>6</sup>;</b>
<b>Es =</b> <b>200*10<sup>9</sup>;</b>
<b>Nd =</b> <b>1000*10<sup>3</sup>;</b>
<b>Mxd =</b> <b>35*10<sup>3</sup>;</b>
<b>Myd =</b> <b>35*10<sup>3</sup>;</b>
<b>As = VAR.;</b>
<b>ITMAX =</b> <b>1000;</b>
<b>Tol = 10<sup>-5</sup>;</b>

---

Dados utilizados para a conexão da tabela 3, gráficos 3 e 4.

---

<b>dados:</b>
<b>bc = var;</b>
<b>hc = var;</b>
<b>c = 0.035;</b>
<b>fck = 27*10<sup>6</sup>;</b>
<b>fyk =</b> <b>500*10<sup>6</sup>;</b>
<b>Es =</b> <b>200*10<sup>9</sup>;</b>
<b>Nd =</b> <b>1000*10<sup>3</sup>;</b>
<b>Mxd =</b> <b>20*10<sup>3</sup>;</b>
<b>Myd =</b> <b>20*10<sup>3</sup>;</b>
<b>As = 10;</b>
<b>ITMAX =</b> <b>1000;</b>
<b>Tol = 10<sup>-5</sup>;</b>

---

Dados utilizados para a conexão da tabela 4 e gráfico 5.

---

**dados:**

**hc = 23;**

**c = 0.035;**

**fck = var;**

**fyk =**  
**500\*10<sup>6</sup>;**

**Es =**  
**200\*10<sup>9</sup>;**

**Nd =**  
**1000\*10<sup>3</sup>;**

**Mxd =**  
**20\*10<sup>3</sup>;**

**Myd =**  
**20\*10<sup>3</sup>;**

**As = 10;**

**ITMAX =**  
**1000;**

**Tol = 10<sup>-5</sup>;**

---

Dados utilizados para a conexão da tabela 5 e gráficos 6 e 7.

---

**dados:**

**bc = 25;**

**hc = 0.25;**

**c = 0.035;**

**fck = 28\*10<sup>6</sup>;**

**fyk =**  
**500\*10<sup>6</sup>;**

**Es =**  
**200\*10<sup>9</sup>;**

**Nd =**  
**1000\*10<sup>3</sup>;**

**Mxd =**  
**45\*10<sup>3</sup>;**

**Myd = 0;**

**As = var;**

**ITMAX =**  
**1000;**

**Tol = 10<sup>-5</sup>;**

---

Dados utilizados para a conexão da tabela 6 e gráficos 8 e 9.

---

**dados:**

---

**bc = var;**

**hc = 0.20;**

**c = 0.035;**

**fck = 28\*10<sup>6</sup>;**

**fyk =**  
**500\*10<sup>6</sup>;**

**Es =**  
**200\*10<sup>9</sup>;**

**Nd =**  
**1000\*10<sup>3</sup>;**

**Mxd =**  
**45\*10<sup>3</sup>;**

**Myd = 0;**

**As = 10\*10<sup>-4</sup>;**

**ITMAX =**  
**1000;**

**Tol = 10<sup>-5</sup>;**

---

Dados utilizados para a conexão da tabela 7 e gráfico 10.

---

**dados:**

---

**bc = 2;**

**hc = 0.24;**

**c = 0.035;**

**fck = var;**

**fyk =**  
**500\*10<sup>6</sup>;**

**Es =**  
**200\*10<sup>9</sup>;**

**Nd =**  
**1000\*10<sup>3</sup>;**

**Mxd =**  
**45\*10<sup>3</sup>;**

**Myd = 0;**

**As = 10\*10<sup>-4</sup>;**

**ITMAX =**  
**1000;**

**Tol = 10<sup>-5</sup>;**

---

Dados utilizados para a conexão da tabela 8 e gráficos 11 e 12.

---

**dados:**

**bc = 0.20;**

**hc = var;**

**c = 0.035;**

**fck =  $28 \cdot 10^6$ ;**

**fyk =**

**$500 \cdot 10^6$ ;**

**Es =**

**$200 \cdot 10^9$ ;**

**Nd =**

**$1000 \cdot 10^3$ ;**

**Mxd =**

**$45 \cdot 10^3$ ;**

**Myd = 0;**

**As =  $10 \cdot 10^{-4}$ ;**

**ITMAX =**

**1000;**

**Tol =  $10^{-5}$ ;**

---

## APÊNDICE B – Estrutura do algoritmo

