

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DALTON DE ARAÚJO HONÓRIO

# CONTROLE DE POSIÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO POR MODOS DESLIZANTES, UMA ANÁLISE COMPARATIVA

FORTALEZA 2013

## DALTON DE ARAÚJO HONÓRIO

## CONTROLE DE POSIÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO POR MODOS DESLIZANTES, UMA ANÁLISE COMPARATIVA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Eletrônica de Potência e Acionamentos de Máquinas

Orientador: Prof<sup>*a*</sup>. Dr<sup>*a*</sup>. Laurinda Lúcia Nogueira dos Reis

Co-Orientador: Prof. Dr. Luiz Henrique Silva Colado Barreto

A Deus, Ao meu irmão, Paulo, Aos meus pais, Paulo e Liduina, A minha amada, Adayla Suellen, A todos meus amigos e familiares.

Nem tão longe que eu não possa ver, Nem tão perto que eu possa tocar, Nem tão longe que eu não possa crer que um dia chego lá. (Humberto Gessinger)

#### AGRADECIMENTOS

A Universidade Federal do Ceará, particularmente ao Departamento de Engenharia Elétrica, pela a oportunidade que me concederam de desenvolver este projeto e cursar o mestrado em Engenharia Elétrica.

Ao professor Dr. Luiz Henrique Silva Colado Barreto, pela sua acolhida como coorientador, onde sempre me apoiou, incentivando e ajudando nas resoluções dos problemas e superação das dificuldades.

A minha orientadora, Prof<sup>*a*</sup>. Dr<sup>*a*</sup>. Laurinda Lúcia Nogueira dos Reis, pela confiança em mim depositada, pela transmissão de novos conhecimentos e pela competência com a qual orientou todo o desenvolvimento desta dissertação.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica, pelo ensinamento e ajuda repassados que de forma valiosa contribuíram no desenvolvimento deste trabalho, pelos momentos de descontração e amizade.

Ao amigo Dr. Tobias Rafael Fernandes Neto pelas valorosas contribuições a esse trabalho.

Aos meus pais Paulo Honório Ferreira e Liduina de Araújo Honório, a meu irmão Paulo Honório Filho e a minha namorada Adayla Suellen Gonçalves Rocha, pelo ajuda e compreensão.

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo suporte financeiro.

Aos amigos, que fizeram parte desta história: Eber Diniz, Venicios Soares, Davi Nunes, Fernando Sobreira, Samuel Jó, Socorro, Édina, Mário Sérgio, Rafael Gomes, Rafael Oliveira, Rodrigo Paulino, Hermínio, Danilo Nobre, Janaína Almada, Ronny Cacau, Cesar Orellana, Rômulo Nunes, Wilkley Bezerra, Samuel Vieira, Adson Bezerra, Sérgio Lima, Juliano Pacheco, Marcos Antônio, Bruno Almeida, Francisco Júnior, Wellington Assunção, André (Emprésas), Jéssica (Elemento);

A todos os que contribuíram direta ou indiretamente para a realização desse trabalho e que eu tenha, por algum motivo, esquecido de citar.

Ah! Ao "COLEGA DE TRABALHO" Me. Eng. Antônio Barbosa de Souza Júnior pelo convívio, amizade, conselhos, bons e maus exemplos e toda a ajuda durante o período de mestrado.

#### **RESUMO**

Modernos processos industriais requerem rigorosos requisitos, tais como, eficiência, desempenho dinâmico, características de funcionamento flexíveis, facilidade de diagnóstico e comunicação com um computador principal. Com a evolução da micro-eletrônica e dos dispositivos de potência notou-se uma tendência no uso de controladores digitais a fim se obter as características supracitadas. Nestes processos, a utilização da conversão eletromecânica da energia dar-se de forma intensa, assim é comum a utilização de motores elétricos em diversos tipos de acionamentos. O presente trabalho utiliza uma metodologia de controle do motor de indução trifásico do tipo "gaiola de esquilo" com a técnica de controle por modos deslizantes. Aplicou-se, então, a metodologia para controle de posição do motor. O trabalho propõe, ainda, um comparativo da técnica proposta com outra já implementada em trabalhos precursores, sendo uma teoria clássica para acionamentos desse tipo de motor denominado de controle por orientação de campo. Programou-se ambas as técnicas em um Digital Signal Controller (DSC) e aplicou-o no posicionamento do motor de indução. Com a realização do comparativo observou-se o destaque do Slide Mode Control (SMC) em relação ao controle por orientação de campo nos ensaios feitos na planta de aplicação. Tanto em desempenho computacional quanto no controle das posições do motor, a técnica de controle deslizante se mostrou mais eficiente e robusta, apresentando uma redução nos erros de corrente do motor, bem como um melhor rastreio da posição de referência.

**Palavras-chave**: Modo de controle deslizante. Motor de indução. DSC. Acionamento de máquinas. Controle por orientação de campo.

#### ABSTRACT

Modern industrial processes require stringent requirements, such as efficiency, performance dynamic, flexible operating characteristics, diagnostics facilities and communication with a main computer. With the development of micro-electronics and power devices there has been a trend in the use of digital controllers to obtain the characteristics mentioned above. In those processes, the use of eletromechanical energy conversion are shown in many type of driver's machine. Thus it is common to find electric motors in this aplications. Then, this work uses a methodology of control for a three phase induction motor of type "squirrel cage" using the technique Sliding Mode Control (SMC). After that, It was applied the methodology for position control of the motor. This work, also proposes a comparison of the proposed technique with other classical technique for this type of aplications. The name of the classical technique is Field Oriented Control (FOC). Therefore, a Digital Signal Controller (DSC) was programmed for both techniques and applied in the positioning of the induction motor. After the comparative analyse, it's noted that SMC technique was better than FOC technique. Both in computational performance as in the control of motor positions the Slide Mode Control technique has been shown more efficient and robust. Also a reduction in errors of the motor's current and a better tracking of the reference position was obtained with this technique.

**Keywords**: Sliding Mode Control. Induction Motor. DSC. Drive machine. Field Oriented Control.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- CA Corrente Alternada
- CC Corrente Contínua
- CSI Current Source Inverter
- DSC Digital Signal Controller
- FOC Field Oriented Control
- GPAR Grupo de Pesquisa em Automação e Robótica
- ISMC Integral Slide Mode Control
- MIT Motor de Indução Trifásico
- MRAC Model Reference Adaptive Control
- NI National Instruments
- PI Proporcional e Integral
- PID Proporcional, Integral e Derivativo
- PSO Particle Swarm Optimization
- RBF Radial Basis Function
- SMC Slide Mode Control
- SVPWM Space Vector Pulse Width Modulation
- VSC Variable Structure Control
- USB Universal Serial Bus

# LISTA DE SÍMBOLOS

$e_{\theta}$	erro de posição;
$e_{\omega}$	erro de velocidade;
F <sub>mma</sub>	Força Magnetomotriz no eixo $S_a$ ;
F <sub>mmb</sub>	Força Magnetomotriz no eixo $S_b$ ;
F <sub>mmc</sub>	Força Magnetomotriz no eixo $S_c$ ;
$F_{mm\alpha}$	Força Magnetomotriz no eixo $S_{\alpha}$ ;
$F_{mm\beta}$	Força Magnetomotriz no eixo $S_{\beta}$ ;
$G_{C1}(s)$	controlador de posição;
$G_{C2}(s)$	controlador de velocidade;
$i_a$	corrente na fase <i>a</i> ;
$i_a^*$	sinal de comando de corrente da fase <i>a</i> ;
i <sub>b</sub>	corrente na fase <i>b</i> ;
$i_b^*$	sinal de comando de corrente da fase <i>b</i> ;
<i>i</i> <sub>c</sub>	corrente na fase c;
$i_c^*$	sinal de comando de corrente da fase c;
$i^s_{ds}$	corrente do estator de eixo direto com referencial síncrono;
$i_{ds}^{s*}$	sinal de comando de corrente do estator de eixo direto com referencial síncrono;
$i_{dr}^s$	corrente do rotor de eixo direto com referencial síncrono;
$i_{qs}^s$	corrente do estator de eixo em quadratura com referencial síncrono;
$i_{qs}^{s*}$	sinal de comando de corrente do estator de eixo em quadratura com referencial síncrono;
$i_{qr}^s$	corrente do rotor de eixo em quadratura com referencial síncrono;
$i^e_{\alpha s}$	corrente do estator de eixo $\alpha$ com referencial estacionário;
$i^{e*}_{\alpha s}$	sinal de comando de corrente do estator de eixo $\alpha$ com referencial estacionário;
$i^e_{\beta s}$	corrente do estator de eixo $\beta$ com referencial estacionário;
$i^{e*}_{\beta s}$	sinal de comando de corrente do estator de eixo $\beta$ com referencial estacionário;
i <sub>Sa</sub>	corrente no eixo $S_a$ ;
i <sub>Sb</sub>	corrente no eixo $S_b$ ;
i <sub>Sc</sub>	corrente no eixo $S_c$ ;
i <sub>Sd</sub>	corrente no eixo $S_d$ ;
$i_{Sq}$	corrente no eixo $S_q$ ;

- $i_{S\alpha}$  corrente no eixo  $S_{\beta}$ ;
- $i_{S\beta}$  corrente no eixo  $S_{\alpha}$ ;
- J momento de inércia do motor;
- $L_{lr}$  indutância de dispersão do rotor;
- $L_m$  indutância de magnetização;
- $L_r$  indutância própria do rotor;
- *L<sub>s</sub>* indutância própria do estator;
- $n_2$  número de espiras no sistema com dois eixos ortogonais;
- $n_3$  número de espiras no sistema com três eixos simétricos;
- $r_r$  resistência do rotor;
- $r_s$  resistência do estator;
- *p* operador derivada temporal;
- *P* número de polos;
- *Sa* fase a ou função de chaveamento do braço *a* do CSI;
- *Sb* fase b ou função de chaveamento do braço *b* do CSI;
- *Sc* fase c ou função de chaveamento do braço *c* do CSI;
- $T_e$  torque desenvolvido;
- $T_e^*$  sinal de comando de torque desenvolvido;
- $T_L$  torque de garga do motor;
- $v_{as}^s$  tensão do estator no eixo direto com referencial síncrono;
- $v_{ds}^s$  tensão do estator no eixo em quadratura com referencial síncrono;
- $v_{das}^{s*}$  vetor de sinal de comando de tensão do estator no eixo em quadratura;
- $\lambda_{dr}^{s}$  fluxo de dispersão do rotor no eixo direto com referencial síncrono;
- $\lambda_{dr}^*$  sinal de comando de fluxo de dispersão do rotor no eixo direto;
- $\lambda_{ds}^{s}$  fluxo de dispersão do estator no eixo direto com referencial síncrono;
- $\lambda_{ar}^{s}$  fluxo de dispersão do rotor no eixo em quadratura com referencial síncrono;
- $\lambda_{as}^{s}$  fluxo de dispersão do estator no eixo em quadratura com referencial síncrono;
- $\lambda_r$  vetor fluxo de dispersão do rotor;
- $\omega_e$  velocidade elétrica (síncrona) da rede;
- $\omega_m$  velocidade mecânica no eixo do rotor;
- $\omega_r$  velocidade elétrica do rotor;
- $\omega_r^*$  sinal de referência da velocidade elétrica do rotor;
- $\omega_{sl}$  velocidade de escorregamento do motor;
- $\theta_e$  angulo elétrico (síncrono);
- $\theta_m$  angulo mecânico no eixo do rotor;
- $\theta_m^*$  sinal de referência do angulo mecânico no eixo do rotor;

$\theta_r$	angulo elétrico da posição do rotor;
$\Theta_{sl}$	angulo de escorregamento do motor;
$\tau_r$	constante de tempo elétrica do rotor;
$ au_r^*$	sinal de comando da constante de tempo elétrica do rotor;
$a-b-c  ightarrow dq_e$	Transformada de Clarke;
$dq_s  ightarrow dq_e$	Transformada inversa de Park;
$dq_e  ightarrow dq_s$	Transformada de Park;
$dq_e \rightarrow a - b - c$	Transformada inversa de Clarke;

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Manipulador com três braços acionados por MITs.	18
Figura 2.1	Princípio do controle por orientação de campo com a máquina no modelo $dq_s$ .	24
Figura 2.2	Diagrama de blocos ilustrativo de uma implementação básica do controle de ve- locidade por orientação indireta do fluxo de rotor. Adaptado de (BIN, 2009).	27
Figura 2.3	Diagrama de blocos representando o posicionamento do motor de indução por orientação de campo.	28
Figura 2.4	Correntes do estator do MIT na condição à vazio.	29
Figura 2.5	Controle de seguimento de referência por modos deslizantes	31
Figura 2.6	Plano de espaços de estado de uma superfície s(x).	33
Figura 2.7	Controle de posição de um motor de indução utilizando SMC	38
Figura 3.1	Diagrama de blocos do servoposicionador modelado no <i>Simulink</i> <sup>®</sup> utilizando controle vetorial.	44
Figura 3.2	Diagrama para o cálculo do comando de corrente de eixo em quadratura, <i>Co-mando de Torque</i> .	45
Figura 3.3	Diagrama para o cálculo do comando de corrente de eixo direto, <i>Comando de Fluxo</i> .	46

Figura 3.4	Diagrama para o cálculo do comando do ângulo elétrico, <i>Cálculo do ângulo elétrico</i> .	46
Figura 3.5	Transformação de comando de corrente para comando de tensão	47
Figura 3.6	Diagrama de blocos para transformar comandos de corrente em comandos de tensão, com malha de controle de corrente.	48
Figura 3.7	Posição do eixo do motor e sinal de controle, a partir de simulação, com a técnica FOC.	49
Figura 3.8	Velocidade do eixo do motor e o sinal de controle, a partir de simulação, com a técnica FOC.	50
Figura 3.9	Sinal de erro da corrente de eixo direto, a partir de simulação, com a técnica FOC.	51
Figura 3.10	Sinal de erro de corrente de eixo em quadratura, a partir de simulação, com a técnica FOC.	52
Figura 3.11	Diagrama de blocos do servoposicionador modelado no <i>Simulink</i> <sup>®</sup> utilizando controle por modos deslizantes.	53
Figura 3.12	Diagrama de blocos do controlador por modos deslizantes	54
Figura 3.13	Diagrama de blocos da lei de controle Vds.	55
Figura 3.14	Diagrama de blocos da lei de controle Vqs.	55
Figura 3.15	Diagrama de blocos para $m_4$ .	56

Figura 3.16	Posição do eixo do motor e sinal de controle, a partir de simulação, com a técnica SMC.	57
Figura 3.17	Velocidade do eixo do motor e sinal de controle, a partir de simulação, com a técnica SMC.	58
Figura 3.18	Sinal de erro da corrente de eixo direto, a partir de simulação, com a técnica SMC.	58
Figura 3.19	Sinal de erro da corrente de eixo em quadratura, a partir de simulação, com a técnica SMC.	59
Figura 4.1	Posição do eixo do motor e sinal de controle, a partir de ensaio experimental com a técnica FOC.	62
Figura 4.2	Posição do eixo do motor e sinal de controle, a partir de ensaio experimental com a técnica SMC.	62
Figura 4.3	Velocidade do eixo do motor e sinal de controle, a partir de ensaio experimental com a técnica FOC.	63
Figura 4.4	Velocidade do eixo do motor e sinal de controle, a partir de ensaio experimental com a técnica SMC.	64
Figura 4.5	Sinal de erro da corrente de eixo direto, a partir de ensaio experimental com a técnica FOC.	65
Figura 4.6	Sinal de erro da corrente de eixo direto, a partir de ensaio experimental com a técnica SMC.	65

Figura 4.7 Sinal de erro da corrente de eixo em quadratura, a partir de ensaio experimental

	com a técnica FOC.	66
Figura 4.8	Sinal de erro da corrente de eixo em quadratura, a partir de ensaio experimental com a técnica SMC.	66
Figura A.1	Planta de teste do servo-posicionamento do motor de indução	73
Figura A.2	Retificador trifásico de ponte completa.	74
Figura A.3	Inversor de três níveis modelo SKS 18G B6Cl 11 V12.	74
Figura A.4	Esquemático da placa de condicionamento de sinal	75
Figura A.5	Placa de condicionamento de sinais do sistemas.	76
Figura A.6	Fonte auxiliar CC.	76
Figura A.7	Motor de indução utilizado na planta.	77
Figura A.8	Placa de desenvolvimento DSC da TEXAS INSTRUMENTS® ezdsp2812®.	78
Figura B.1	Transformação física de uma máquina simétrica trifásica em uma máquina bifásica. Adaptado de (BARBI, 1985).	79
Figura B.2	Sistemas de eixos representando a transformada de Park.	81

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Ganhos estáticos dos	controladores (SOUZA, 2010).	 29
Tabela A.1	Parâmetros do MIT.		 77

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Motivação	17
1.2	Objetivos	17
1.2.1	Objetivo Geral	17
1.2.2	Objetivos Específicos	18
1.3	Revisão Bibliográfica	18
1.4	Estrutura da Dissertação	22
2	ASPECTOS TEÓRICOS DOS CONTROLADORES E PROJETO DO SMC .	23
2.1	Princípios do controle por campo orientado	23
2.1.1	Controle por orientação de campo indireto	25
2.1.2	Parâmetros dos controladores por orientação de campo indireta	29
2.2	Princípios do controle por modos deslizantes	30
2.2.1	Características do controle por modos deslizantes	32
2.2.2	Superfícies de deslizamento	32
2.2.3	Metodologia para o controle por modos deslizantes	33
2.2.4	Existência e alcançabilidade do modo deslizante	34
2.2.5	Desenvolvimento da lei geral de controle	35
2.2.6	Desenvolvimento da lei de controle aplicado ao motor de indução	37
2.3	Considerações finais	41
3	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DOS CONTROLA- DORES	43
3.1	Controle de posição de um motor de indução com controle por orientação	
	de campo	43

3.1.1	Resultados obtidos com controle por orientação de campo	49
3.2	Controle de posição de um motor de indução com controle por modos desli- zantes	52
3.2.1	Resultados obtidos com controle por modos deslizantes	56
3.3	Considerações finais	59
4	ANÁLISE COMPARATIVA DOS CONTROLADORES A PARTIR DE RE-	
	SULTADOS EXPERIMENTAIS	61
4.1	Análise comparativa	61
4.2	Considerações finais	67
5	CONCLUSÃO	68
5.1	Conclusão geral	68
5.2	Proposta para trabalhos futuros	69
Refer	ências	70
Apênc	lice A – BANCADA DE TESTE	73
Apênd	lice B – Transformadas Clake e Park	79

## 1 INTRODUÇÃO

Não é de hoje que a manipulação controlada da energia, esteja ela em suas diversas formas, seja uma preocupação acentuada da espécie humana. Dentre estas formas de energia, a que se destaca atualmente é a elétrica, assumindo um papel de fundamental importância. Tal importância pode ser percebida pela relação entre o consumo de energia elétrica e a evolução do PIB de um país. Além disso, grande parte dessa energia consumida esta vinculada a conversão eletromecânica de energia realizada, principalmente, através de motores elétricos.

Anteriormente, a aplicação de motores de corrente contínua (CC) era a solução encontrada, quando se tratava de acionamento elétrico de sistemas com bom desempenho no controle de posição ou velocidade. Devida às características inerentes da máquina CC, como por exemplo, o desacoplamento entre o fluxo magnético da máquina e a corrente de armadura (NOVOTNY; LIPO, 1997), simplifica-se o controle do torque eletromagnético, da posição ou da velocidade da máquina. Apesar da facilidade da modelagem e do controle deste tipo de máquina (KRAUSE, 1986), sua manutenção é dispendiosa devido ao grande número de componentes e ao contato mecânico de suas partes (KOSOW, 2000). Esta também apresenta como desvantagem, a relação massa/potência maior quando comparada a motores de corrente alternada (CA) (KUBOTA; MAT-SUSE, 1994).

Os avanços na teoria de controle, associados à evolução tecnológica nos campos da microeletrônica e da eletrônica de potência, permitiram o uso eficiente do motor elétrico no acionamento das mais variadas cargas industriais, permitindo o uso dos motores CA nas aplicações de alto desempenho dinâmico, do ponto de vista do controle, em substituição ao motor CC. Com isso o motor CA tornou-se largamente utilizado na indústria por ser uma máquina robusta, de baixo custo de fabricação, sem contatos deslizantes e a disposição de trabalhar em largas faixas de conjugado e velocidade (BIN, 2009). Em particular o motor de indução trifásico do tipo "gaiola de esquilo" tem menor custo de construção e fácil manutenção, deixando-o como preferência na utilização industrial.

Assim, neste trabalho foi desenvolvida uma análise comparativa entre o desempenho

de duas técnicas de controle de posição aplicado ao motor de indução trifásico. A primeira técnica é conhecida como controle vetorial ou controle por orientação de campo (NOVOTNY; LIPO, 1997). Uma aplicação dessa técnica é apresentada em (SOUZA, 2010) que fez o controle robusto de posição em um servomotor CA. A segunda técnica, denominada controle por modos deslizantes, do ingles, *slide mode control*, é oriunda de uma teoria de controle denominada de controle a estrutura variável (*variable structure control*). Ambas as técnicas serão apresentadas posteriormente.

#### 1.1 Motivação

O Grupo de Pesquisa em Controle e Automação e Robótica (GPAR) do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará possui uma linha de pesquisa em controle de posição do MIT. Diante disso decidiu-se elaborar um trabalho em nível de mestrado sobre esse tipo de acionamento, dando continuidade a trabalhos já existentes no grupo. Como exemplo desses trabalhos pode-se citar: (DINIZ et al., 2007), (SOUZA et al., 2008) e (SOUZA, 2010).

A ideia principal do trabalho seria elaborar um estudo sobre controle de posição do motor de indução trifásico a fim de contribuir nas soluções já existentes no grupo para esse tipo de acionamento. Com isso, alcançar um ganho final, em aplicações posteriores, na redução no custo de plantas motrizes com o mesmo tipo de acionamento, como exemplo a Figura 1.1.

#### 1.2 Objetivos

O objetivo principal desta dissertação é contribuir para a melhoria da solução do controle de posição de um MIT.

#### 1.2.1 Objetivo Geral

Apresentar uma análise comparativa sobre o controle de posição de um motor de indução trifásico do tipo "gaiola de esquilo" utilizando as técnicas de controle por orientação de campo indireta e controle por modos deslizantes. Além disso, deve-se ressaltar nesta análise o desempenho dos controladores e também suas vantagens e desvantagens na aplicação.



Figura 1.1: Manipulador com três braços acionados por MITs.

Fonte: (DINIZ et al., 2012)

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Elaborar a simulação do controle vetorial aplicado ao MIT com controladores apresentados por (SOUZA, 2010);
- Programar o algoritmo em um controlador digital de sinal, do inglês, *Digital Signal Controller* embarcado na planta de teste, adquirindo resultados experimentais;
- Projetar e elaborar a simulação do controle por modos deslizantes aplicado ao MIT;
- Embarcar a técnica no DSC e realizar os mesmos ensaios realizados com o controle vetorial na planta de teste;
- Por fim elaborar uma comparação entre o desempenho do motor com o controle feito por ambas as técnicas.

## 1.3 Revisão Bibliográfica

Com o surgimento da teoria do controle vetorial, inicialmente com os trabalhos (HASSE, 1969), (BLASCHKE, 1971) e (BLASCHKE, 1973), a utilização do motor de indução em aplicações que exigem uma maior complexidade de controle foi possível de ser obtida. O controle vetorial possui essa denominação em virtude de controlar tanto amplitude quanto fase de uma excitação

CA, diferente do controle escalar onde existe uma relação direta entre essas duas variáveis, ou seja, são dependentes uma da outra (NOVOTNY; LIPO, 1997). O termo orientação de campo também é utilizado para denominar essa teoria, pois o controle das tensões e correntes resulta no controle da orientação espacial dos campos eletromagnéticos na máquina de indução. Essa técnica baseia-se em uma transformação de coordenadas que promove o desacoplamento entre o controle do fluxo e o controle do conjugado da máquina. Maiores detalhes da técnica serão apresentados nos capítulos seguintes.

A fim de melhorar o desempenho do controle, muitos trabalhos foram feitos com o intuito de facilitar a implementação em tempo real e obtenção de melhores rendimentos. Como exemplo pode ser citado (FARASAT; KARAMAN, 2011) que apresenta um novo controlador do tipo *loss-model-based* para determinar um nível de fluxo ideal para a otimização da eficiência de um controle hibrido por orientação de campo e controle direto de torque. Cita-se também, (BANERJEE et al., 2010) que expõe um método por PSO para determinar os parâmetros do controlador PI e PID de uma malha de velocidade com controle de campo orientado.

A implementação do controle por orientação de campo é dependente do conhecimento preciso dos parâmetros elétricos da máquina, principalmente da constante de tempo rotórica. A solução mais utilizada para contornar essa desvantagem é a aplicação de abordagens de controle robusto e/ou adaptativos. Em (JIANG; XIAOLI; FANRONG, 2010) aplica-se o controle robusto de norma infinita para lidar com as perturbações e distúrbios externos nos parâmetros de um motor de indução com controle de campo orientado ao fluxo do rotor. Pode ser citado também (SOUZA et al., 2008) que apresenta um controle de posição em um MIT "gaiola de esquilo", utilizando orientação de campo e modulação vetorial.

Outra forma de contornar essa dependência paramétrica da técnica de controle é o estudo de observadores de estado. Uma aplicação comum desses observadores é estimar fluxo do motor, evitando a medição direta dessa variável através de sensores. Isso resulta uma economia de recursos ao projeto, pois tais sensores são onerosos, além de serem difíceis de instalar e calibrar. Em (REED; HOFMANN, 2010) é realizado um observador adaptativo para obtenção do valor da resistência rotórica e em seguida projeta-se um estimador de fluxo de dispersão. Ambos os estimadores são incorporados ao projeto de um controlador por orientação de campo indireta e analisa-se a eficácia deles perante a variação dos parâmetros da maquina de indução.

Atualmente, essa linha de pesquisa é combinada com teorias de algoritmos inteligentes, aumentando o desempenho e robustez do modelo e, consequentemente, os resultados obtidos. O trabalho (UDDIN et al., 2011) pode ser citado como exemplo, onde os autores propõem um observador do tipo MRAC do fluxo baseado em um controlador híbrido do tipo neuro-fuzzy. Foi aplicado em um motor de indução de 1 HP e o controlador foi embarcado em um DSC com uma malha de velocidade, resultando em um controle em tempo real com resultados satisfatório o suficiente para aplicações de alto desempenho em acionamentos de máquinas. Um novo método de observação que usa redes neurais do tipo RBF, o qual é utilizado no fluxo estatórico de um motor de indução é apresentado em (ZHANG; LIU, 2011).

O avanço da teoria do controle não linear tem proporcionado a aplicação de novas técnicas no controle de máquinas elétricas. Com isso pesquisas de estimadores robustos em relação a erros na parametrização do modelo estimado vem sendo alvo intenso de aplicações e investigações, destacando-se a utilização do estimador por modos deslizantes.

A técnica de controle por modos deslizantes está contida dentro da teoria de controle não linear denominada Sistemas de Estruturas Variável (EMELYANOV, 1967), (EMELYANOV, 1970), (UTKIN, 1999) e surgiu no final da década de 1970, pelo trabalho (UTKIN, 1978). Essa técnica considera em suas estruturas as incertezas do modelo e a lei de controle é determinada de forma que as trajetórias do sistema "deslizem" sobre uma determinada superfície no espaço de estados e ali permanecendo definidamente.

Esse movimento em torno da superfície projetada proporciona as características essenciais do controle em modos deslizantes, ou seja, a robustez às incertezas paramétricas, e aos distúrbios externos. Essa abordagem não-linear elimina os problemas de linearização encontrados nos controladores lineares, assim como torna bastante intuitivo e simples o processo de ajuste dos parâmetros da malha de realimentação, como poderá ser notado no projeto do controlador. Com isso, desde sua elaboração, intensos estudos foram elaborados em aplicações que vão desde controle de processos até controle de orientação e navegação (UTKIN, 1999).

Em tais aplicações, as trajetórias de deslizamento ficam confinadas em uma região de vizinhança da superfície de deslizamento projetada, isso pode ser ligado as imperfeições dos dispositivos de chaveamento (interruptores de potência dos conversores), tais como: pequenos atrasos, zonas mortas e o efeito de histerese (efeito memória), causando uma oscilação de alta-frequência no seguimento da trajetória de estados (UTKIN, 1999). Esse fenômeno é denominado, no inglês, de *chattering*, ou trepidação, tornando-se um grande obstáculo no uso da técnica de modos deslizantes em sistemas de controle. Com isso gerou-se uma nova linha de pesquisa, almejando a suavização desse fenômeno de trepidação (KACHROO; TOMIZUKA, 1996), (KACHROO; TOMIZUKA, 1992).

Um caminho promissor para pesquisa em modelos deslizantes é a elaboração de algoritmos de controle sem a necessidade de malhas realimentadas por intermédio de sensores, ou seja, o controle é classificado como *sensorless*. Muito se pesquisa a fim de desenvolver novas técnicas de observação e estimação baseadas em modos deslizantes, (CHANG et al., 2011) aplica um observador de fluxo com ordem fracionária baseado em *integral slide motion*. Essa técnica tem como vantagem sobre o modo deslizante convencional, sua maior confiabilidade perante a atratibilidade do sistema controlado, ou seja, a capacidade do controlador conduzir o sistema à região de deslizamento projetada, independentemente do seu estado inicial, se torna mais eficaz. Além de prover uma redução no chattering. Na mesma linha destaca-se (COMANESCU, 2011) e (HONGYU; YONG, 2011).

No âmbito do controle por modos deslizantes aplicados a sistemas eletromecânicos, os trabalhos (UTKIN, 1993), (YOUNG; UTKIN; OZGUNER, 1996) e (UTKIN, 1999) são referências. Diversos estudos foram realizados, recentemente, nesse campo de pesquisa, dentre os quais, em se tratando de motores de indução, podemos citar: (ZHANG et al., 2010). Nesse trabalho é apresentado um controlador baseado em modos deslizantes de segunda ordem sendo empregado para se obter desacoplamento entre o fluxo estatórico e o torque magnético do motor. São projetadas superfícies independentes para cada variável, e com elas, se obtêm os resultados a níveis de simulação para a constatação da robustez do controlador em relação a variação dos parâmetros do motor. Seguindo o mesmo pensamento, (CASTILLO-TOLEDO et al., 2010) propõe um controlador em tempo discreto por modos deslizantes para realizar um seguimento (referência) de torque e fluxo rotórico em uma malha de velocidade.

No que tange controle de posição de motores de indução, o controle vetorial e o controle por modos deslizantes são aplicáveis. Alguns trabalhos foram realizados encima dessa área de atuação. Em (LAID; DIANGUO; JINGZHUO, 2001), os autores realizam o modelamento vetorial de um servo mecanismo aplicando um controlador PI para evitar as incertezas e para os distúrbios de cargas externas foi proposto uma rede neural, atuando em conjunto com o controlador. Em (MINGYUAN et al., 2010) é apresentado um controle de posição em um motor de indução linear, usando as teorias do controle vetorial com resultados de 1% de erro em relação a velocidade e posição. Já em relação ao SMC, (BARAMBONES; ALKORTA; SEN, 2011) obtêm o controle através de uma técnica adaptativa, projetou-se estimadores para o fluxo e correntes e ao fim efetuou-se uma analise na estabilidade do sistema quanto as incertezas do modelo. E (DUNNIGAN et al., 1998) demonstra que um sistema regulador invariante e um sistema servo de alto desempenho pode ser obtido, comparado a controladores de ganho fixo. Para tanto é utilizado uma técnica de modos deslizante denominada de método de *Slotine*, a qual baseia-se no SMC convencional porém apresenta um técnica para a redução da trepidação.

#### 1.4 Estrutura da Dissertação

Este trabalho esta organizado de forma a apresentar uma introdução geral, destacandose a motivação para realização do estudo e as pesquisas realizadas na sua área de atuação. O capítulo 2 apresenta os aspectos teóricos dos controladores utilizados, além de expor o projeto de controle da técnica de SMC. Os diagramas das simulações são discutidos no capítulo 3, seguido da apresentação dos resultados adquiridos a partir deles. No capítulo 4, é apresentado os resultados experimentais obtidos a partir dos ensaios elaborados na planta de teste e com eles é redigida análise comparação dos resultados obtidos, e organizada uma conclusão a cerca das implicações observadas. No capítulo 5 realiza-se um conclusão geral a cerca dos trabalho resultante.

## 2 ASPECTOS TEÓRICOS DOS CONTROLADORES E PROJETO DO SMC

### 2.1 Princípios do controle por campo orientado

Uma analogia interessante à ideia do controle de campo orientado é a compreensão da humanidade sobre os movimentos dos planetas em torno do Sol. Antes do aparecimento de Nicolau Copérnico<sup>1</sup> no século XVI, o Sistema Solar era visto como um sistema onde a Terra era o centro de tudo (Geocentrismo), ou seja, as trajetórias dos planetas e do Sol eram descritas em termos de suas movimentações em relação ao planeta Terra. Tais trajetórias eram bastante complicadas, vista por esse eixo de referência, uma vez que os planetas se moviam para frente e para traz no vácuo do espaço e o Sol parecia dar a volta completa na Terra. Copérnico percebeu que ao olhar o sistema do ponto de vista da posição solar as trajetórias dos planetas seriam simplificadas drasticamente, seria o mesmo que adotar um novo sistema de coordenadas onde o Sol é a origem estacionária. Portanto, os movimentos complexos dos planetas com a Terra como o centro do sistema, tornam-se simples trajetórias elípticas ao redor do Sol com ele em um dos focos da elipse (CHIASSON, 2005).

Assim, uma das características do controle por orientação de campo é a representação da dinâmica da máquina em outro sistema de coordenadas, simplificando o equacionamento do modelo, suficientemente, para facilitar projetos de controle.

Dentre os sistemas de referências que podem ser adotados no modelo do motor de indução, três são destacados: sistema com orientação pelo fluxo estatórico; sistema com orientação pelo fluxo rotórico e sistema com orientação pelo fluxo do entreferro. Nesse capítulo será dado ênfase ao segundo sistema por ser o utilizado no trabalho. (KRAUSE, 1986).

Os fundamentos da implementação dessa técnica de controle podem ser explicado com a ajuda da figura 2.1, onde o modelo da máquina está representado em um referencial rotacional síncrono. Para fins didáticos, o inversor, localizado no terminal do motor, é considerado com ganho unitário de corrente. Com isso pode ser omitido na ilustração e, ademais, as correntes das três fases do motor  $i_a, i_b, i_c$  são ditadas pelos respectivos comandos,  $i_a^*, i_b^*, i_c^*$  do controlador.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Astrônomo e matemático polaco que desenvolveu a teoria heliocêntrica do Sistema Solar.

No lado direito, o lado da máquina, localiza-se o modelo do motor. A obtenção desse modelo parte da transformação das correntes  $i_a, i_b, i_c$  em  $i_{ds}^s, i_{qs}^s$  através de transformações lineares.





Da Álgebra Linear, a transformação linear é uma função entre dois espaços vetoriais que preserva as operações lineares de multiplicação escalar e adição vetorial, tendo ainda uma função inversa distinta relacionada a cada transformação criada, ou seja, uma anti-transformada ou transformada inversa (BOLDRINI, 1986).

As transformações lineares utilizadas para simplificação do modelo do motor são denominadas de transformada de Clarke e transformada de Park, sendo apresentadas no apêndice B.

Com a aplicação dessas transformadas no lado do Controle na figura 2.1 os sinais de comando de corrente  $i_{ds}^{s*}$ ,  $i_{qs}^{s*}$  são transformados nos sinais de comando  $i_{\alpha s}^{e*}$ ,  $i_{\beta s}^{e*}$  através da transformada inversa de Park com os componentes  $\cos \theta_e$  e  $\sin \theta_e$ , a obtenção de  $\theta_e$  será apresentada na próxima seção. Em seguida estes sinais de correntes são utilizados na transformada inversa de Clarke tendo como resultado os sinais de comando de corrente trifásico  $i_a^*$ ,  $i_b^*$  e  $i_c^*$ .

Nesse ponto, o sistema de acionamento do motor, o qual o inversor faz parte, tem o papel de transformar os comandos de correntes em valores reais nos terminais do motor. Esses sinais são aferidos e transformados, por intermédio da transformada de Clarke, resultando em  $i_{\alpha s}^{e}, i_{\beta s}^{e}$ . Por fim, aplicando a transformada de Park, obtém-se os sinais  $i_{ds}^{s}, i_{qs}^{s}$  aplicados no

Fonte: Próprio Autor

modelo do motor. Essa sequência de instruções são executadas a casa ciclo de trabalho do algoritmo de controle. Nota-se, então, que o controle por campo orientado e seus sinais de realimentação são complexos e o uso de microcomputares ou DSC's são requisitados nesse tipo de aplicação, principalmente se o foco for técnicas *sensorless*.

### 2.1.1 Controle por orientação de campo indireto

Para um melhor entendimento desse tipo de controle será adotado o seguinte modelo do motor de indução com rotor em curto, na referência síncrona (NOVOTNY; LIPO, 1997).

$$v_{qs}^{s} = r_{s}i_{qs}^{s} + \frac{d\lambda_{qs}^{s}}{dt} + \omega_{e}\lambda_{ds}^{s}$$

$$(2.1)$$

$$v_{ds}^{s} = r_{s}i_{ds}^{s} + \frac{d\lambda_{ds}^{s}}{dt} - \omega_{e}\lambda_{qs}^{s}$$

$$(2.2)$$

$$0 = r_r i_{qr}^s + \frac{d\lambda_{qr}^s}{dt} + (\omega_e - \omega_r)\lambda_{dr}^s$$
(2.3)

$$0 = r_r i_{dr}^s + \frac{d\lambda_{dr}^s}{dt} - (\omega_e - \omega_r)\lambda_{qr}^s$$
(2.4)

$$T_e = \frac{3P}{2} \frac{L_m}{L_r} \left( \lambda_{dr}^s i_{qs}^s - \lambda_{qr}^s i_{ds}^s \right)$$
(2.5)

com,

$$\lambda_{ds}^s = L_{ls}i_{ds}^s + L_m(i_{ds}^s + i_{dr}^s) \tag{2.6}$$

$$\lambda_{qs}^s = L_{ls}i_{qs}^s + L_m\left(i_{qs}^s + i_{qr}^s\right) \tag{2.7}$$

$$\lambda_{dr}^{s} = L_{lr} i_{dr}^{s} + L_{m} \left( i_{ds}^{s} + i_{dr}^{s} \right)$$
(2.8)

$$\lambda_{qr}^s = L_{lr} i_{qr}^s + L_m \left( i_{qs}^s + i_{qr}^s \right) \tag{2.9}$$

Se o sistema de referência de coordenadas dq é escolhido tal que o seu eixo direto coincida com o vetor fluxo do rotor, em qualquer instante, não se tem a componente do eixo em quadratura do fluxo do rotor ( $\lambda_{qr}^s = 0$ ). Assim, o fluxo rotórico é somente o fluxo de eixo direto ( $\lambda_{dr}^s$ ). Com essa condição, o motor está operando com orientação de acordo com o fluxo de rotor e a velocidade do sistema de coordenadas dq é a velocidade do campo girante do fluxo rotórico, sendo equivalente a velocidade síncrona (BOSE, 2001).

Simplificando as equações (2.3) e (2.4) das tensões rotóricas no modelo com as condições  $(\lambda_{qr}^s = 0)$  e  $(\frac{d\lambda_{qr}^s}{dt} = 0)$ , obtém-se:

$$0 = r_r i_{qr}^s + (\omega_e - \omega_r) \lambda_{dr}^s \tag{2.10}$$

$$0 = r_r \dot{i}_{dr}^s + \frac{d\lambda_{dr}^s}{dt}$$
(2.11)

Colocando-se a equação (2.8) em função de  $i_{dr}^s$  e substituindo-a na equação (2.11), obtém-se a equação (2.12) para na condição de regime permanente  $\lambda_{dr}^s$  constante.

$$\lambda_{dr}^s = L_m i_{ds}^s \tag{2.12}$$

Da equação (2.9) obtém-se a relação entre as correntes  $i_{qs}^s e i_{qr}^s$  apresentada na equação abaixo:

$$i_{qr}^s = -\frac{L_m}{L_r} i_{qs}^s \tag{2.13}$$

Substituindo a equação (2.13) na equação (2.10) obtém-se a frequência de escorregamento utilizada para o cálculo do angulo do fluxo do rotor. Dado pela equação:

$$\omega_{sl} = \frac{L_m r_r i_{qs}^s}{L_r \lambda_{dr}^s} = \frac{r_r i_{qs}^s}{L_r i_{ds}^s} = \frac{i_{qs}^s}{\tau_r i_{ds}^s}$$
(2.14)

Por fim obtém-se a equação do torque desenvolvido, apresentado logo abaixo:

$$T_e = \frac{3P}{4} \frac{L_m^2}{L_r} i_{qs}^s i_{ds}^s$$
(2.15)

Para se manter sempre o fluxo de rotor fixo no eixo direto e com isso garantir as relações supracitadas pode ser obtido o angulo do fluxo do rotor  $\theta_e$ , conhecendo a posição do campo girante dele, a qual é determinada a partir do conhecimento da posição do fluxo em relação à estrutura física do rotor,  $\theta_r$  e da posição de escorregamento do motor  $\theta_{sl}$ , resultando em:

$$\theta_e = \int_0^t \omega_e dt = \int_0^t (\omega_r + \omega_{sl}) dt = \theta_r + \theta_{sl}$$
(2.16)

O ângulo  $\theta_r$  pode ser obtido através de medição no eixo do motor e  $\theta_{sl}$  através da equação (2.14). Essa forma de obtenção da posição espacial do fluxo de rotor é denominada de indireta e o controle por orientação de campo baseada por ela é dito controle por orientação de campo indireto.

Na teoria do controle por orientação de campo o projeto do controlador pode ser realizado de forma direta ou indireta. Na forma direta a obtenção do angulo do fluxo do rotor dar-se diretamente através da aferição do fluxo rotórico por intermédio de um sensor de fluxo. Esse método torna-se pouco utilizado pelo complexidade e oneração que o sensor agrega ao sistema de acionamento do MIT. Já a forma indireta, dispensa a utilização do sensor de fluxo, pois a obtenção do fluxo rotórico é dada através da soma da posição elétrica do eixo do motor com o angulo de escorregamento, ou seja, a obtenção de  $\theta_e$  através das equações (2.14) e (2.16).

A Figura 2.2 ilustra um diagrama de blocos típico desse método aplicado ao controle de velocidade com inversor controlado por corrente. No lado do controle são implementados as rotinas de controle por orientação de campo do fluxo do rotor e são gerados as funções de chaveamento dos braços do inversor do conversor CC-CA,  $S_a$ ,  $S_b$ ,  $S_c$ . A referência de velocidade, juntamente com sua realimentação geram o erro para o controlador, que, por seguinte, gera um dos comandos de corrente. O outro comando de corrente é especificado como entrada, juntamente, com a constante de tempo rotórica  $\tau_r^*$ , podendo ser configurada pelo projetista ou serem a saída de um estimador.

O bloco de potência é composto pelo motor de indução trifásico, pelo sistema conversor de potência CC-CA, pelos circuitos de aquisição das correntes e o sensor de velocidade. As correntes da fase do motor são medidas através de sensores, e em seguida são aplicadas a inversa de Clarke. Esse sinal chega ao regulador de corrente que gera as funções de comutação para o inversor através da análise dos comandos de controle.





Fonte: Próprio Autor

Para a obtenção do controle de posição do motor de indução pode-se tomar como

partida o diagrama da Figura 2.2. O comando de velocidade se torna a saída do controlador de posição, e projeta-se um novo comando de referência para a posição do eixo do rotor, como é apresentado na Figura 2.3. O método de aquisição da posição do rotor é similar ao apresentado a pouco, o transdutor tem como saída a posição. Essa posição é utilizada para a realimentação do sistema e obtenção do ângulo do fluxo do rotor.

O bloco  $G_{C1}(s)$  consiste em um controlador de ganho fixo que processa o erro gerado pela realimentação da posição, resultando em uma referência de velocidade para o próximo controlador ( $G_{C2}(s)$ ), cascateado com o primeiro. A saída desse último controlador gera um dos comandos de corrente do modelo vetorial escolhido. O outro comando é obtido através de uma entrada de controle fluxo do rotor.

Com a especificação de ambos os sinais de comando de corrente é realizada uma mudança na variáveis de controle, os comandos de corrente são convertidos para comandos de tensão, utilizando o modelo do motor com orientação de campo pelo fluxo rotórico. Maiores detalhes e o completo funcionamento dessa aplicação serão apresentados nos capítulos posteriores.





Fonte: Próprio Autor

O valor do comando  $\lambda_{dr}^{s*}$  é especificado através do ensaio do motor a vazio, onde se

coleta as correntes do estator do motor, apresentada na Figura 2.4. Mede-se o valor de pico e utilizando a equação 2.12, determina-se o valor do comando de fluxo através da Figura 2.4.





Fonte: Próprio Autor

## 2.1.2 Parâmetros dos controladores por orientação de campo indireta

Os parâmetros dos controladores utilizados na técnica do controle por orientação de campo, foram obtidos dos trabalhos (SOUZA et al., 2008), (SOUZA, 2010) onde empregou-se o método do relé para encontrar o diagrama de Nysquist do sistema, e em seguida os parâmetros do controlador PI da malha interna (malha de velocidade), o controlador PID da malha externa (malha de posição) e por fim, o controlador da malha de corrente, interno ao bloco "Conversão corrente/tensão" na Figura 2.3. Os valores dos parâmetros são apresentados na tabela 2.1.

Ganho	Posição	Velocidade	Corrente
Proporcional	0.4787	40,30	0,20
Integral	0.03923	10,00	0,60
Derivativo	1.4552	0	0

Tabela 2.1: Ganhos estáticos dos controladores (SOUZA, 2010).

Fonte: Próprio Autor

### 2.2 Princípios do controle por modos deslizantes

O fenômeno de modos deslizantes pode ocorrer em sistemas governados por equações diferenciais ordinárias com o lado direito da igualdade descontínuo (NOVOTNY; LIPO, 1997). Entretanto é preciso, primeiramente, entender o que é um modo deslizante. Um exemplo simples de um sistema de rastreamento com representação por espaços de estado, dado pela equação (2.17) e controlador do tipo *on-off*, podem ajudar nessa percepção.

$$\dot{x} = f(x) + u \tag{2.17}$$

A variável de estado é regida por uma função limitada f(x), com  $|f(x)| < f_0 = constante$ e uma lei de controle em função do erro de rastreio (e = r(t) - x) dada pela equação (2.18), com r(t) sendo a entrada de referência.

$$u = \begin{cases} u_0 \quad se \ e > 0 \\ -u_0 \ se \ e < 0 \end{cases}$$
(2.18)

A lei de controle pode ser reescrita com a ajuda da função *sinal*, definida na equação (2.19), resultando em  $u = u_0 sinal(e)$ , com  $u_0 = constante$ .

$$sinal(k) = \begin{cases} 1 \ se \ k > 0 \\ -1 \ se \ k < 0 \end{cases}$$
(2.19)

Em seguida, analisa-se o sinal do erro de seguimento e sua derivada temporal. Se e e  $\frac{de}{dt}$  tiverem sinais diferentes, então pode-se afirma que em algum momento e irá anular-se, como exposto na Figura 2.5.

Isso significa que o erro de seguimento altera-se a uma taxa finita e esse erro será nulo após um tempo finito *T*, como mostra a Figura 2.5(a), para e < 0 e Figura 2.5(c), para e > 0. Com *e* nulo, o sinal x(t) se iguala a r(t), ou seja, o modelo de espaços de estado segue a função de referência, caracterizando o rastreamento, como apresentado na Figura 2.5(b), para e < 0 e Figura 2.5(d) para e > 0.

O movimento para t > T é denominado de modo deslizante. Diz-se, então, que o sistema encontra-se em condição de deslizamento. Portanto, deve-se criar condições para garantir que os sinais de *e* e  $\frac{de}{dt}$  sejam opostos, a fim do modo deslizante ocorrer.

A equação (2.20) apresenta a derivada temporal do erro de seguimento da Figura 2.5 e



Figura 2.5: Controle de seguimento de referência por modos deslizantes.

Fonte: Próprio Autor

pode ser reescrita com o auxilio da equação (2.17) e (2.18), resultando na equação (2.21).

$$\frac{de}{dt} = \dot{e} = \dot{r} - \dot{x} \tag{2.20}$$

$$\dot{e} = \dot{r} - f(x) - u_0 sinal(e) \tag{2.21}$$

Supondo *e* positivo, então *sinal*(*e*) será +1, logo a equação (2.21) se torna a equação (2.22). Sendo e > 0 e  $-f_0 < f(x) < f_0$ , então, necessariamente,  $\dot{e} < 0$ .

$$\dot{e} = \dot{r} - f(x) - u_0 < 0$$
  

$$\dot{r} + f_0 - u_0 < 0$$
  

$$\dot{r} < u_0 - f_0$$
(2.22)

Sendo e < 0, então  $\dot{e} > 0$ , a equação 2.21 torna-se:

$$\dot{e} = \dot{r} - f(x) - u_0 > 0$$
  

$$\dot{r} - f_0 - u_0 > 0$$
  

$$\dot{r} > -(u_0 - f_0)$$
(2.23)

Das equações (2.22) e (2.23) obtém-se que  $|\dot{r}| < u_0 - f_0$  ou  $u_0 > |\dot{r}| + f_0$  é a condição suficiente e necessária para que o sistema de rastreamento entre em modo deslizante após um intervalo finito de tempo *T*. Uma das funções do controlador por modos deslizantes é garantir

que essa condição seja satisfeita, mantendo o sistema em deslizamento.

#### 2.2.1 Características do controle por modos deslizantes

A teoria do controle por modos deslizantes oferece vantagens se comparada aos esquemas de controle contínuo, tais como baixa sensibilidade para variações dos parâmetros da planta e distúrbios, com isso não é necessário um modelamento exato da planta. A ordem das equações diferenciais que descrevem o movimento deslizante são reduzidas para (n - m), onde né a ordem do sistema em espaço de estados e m é a dimensão do vetor lei de controle. Assim, o problema de controle original é decomposto em dois subproblemas de dimensão menor no processo do projeto, são eles:

- escolher uma superfície de tal modo que a trajetória do sistema se comporte de maneira desejada quando estiver sob esta superfície.
- determinar a lei de controle com dimensão *m* que force o modo deslizante na superfície escolhida.

No exemplo apresentado no início do capítulo, foi resolvido com a sistemática a seguir: primeiro se especificou a superfície de deslizamento, s = e = r(t) - x(t) e em seguida especificou-se a condição para a lei de controle forçar o modo deslizante em s = 0, necessariamente, com  $u_0 > |\dot{r}| + f_0$ .

#### 2.2.2 Superfícies de deslizamento

Em sistemas controlados, onde a realimentação tem uma alta velocidade de chaveamento, resultando um modo deslizante, os ganhos de cada realimentação alteram entre dois valores de acordo com a regra de controle (por exemplo equação (2.18)), dependendo do valor do estado a cada instante de tempo, gerando uma trajetória de espaços de estado, como é apresentado na Figura 2.6.

O propósito da lei de controle por modos deslizantes é levar a essa trajetória da planta não linear a uma superfície preestabelecida pelo projetista e mantê-la nessa superfície. Quando a trajetória de espaços da planta está abaixo da superfície projetada, a realimentação tem um ganho e quando ela estiver acima, a realimentação terá outro. Essa superfície define a regra para uma mudança adequada desses ganhos. Tal região também pode ser chamada de superfície de comutação ou de chaveamento. Idealmente, uma vez que a superfície é interceptada, o con-




Fonte: Próprio Autor

trolador mantém a trajetória de estados da planta na superfície por todo o tempo subsequente. Com isso a trajetória de estados da planta desliza sobre a superfície de comutação.

# 2.2.3 Metodologia para o controle por modos deslizantes

Considere o sistema dinâmico não-linear descrito por: (2.24).

$$\dot{x}(t) = f(x,t) + B(x,t)u(t)$$
(2.24)

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_{1}(t) \\ x_{2}(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_{n}(t) \end{bmatrix}$$
(2.25)  
$$u(t) = \begin{bmatrix} u_{1}(t) \\ u_{2}(t) \\ \vdots \\ u_{m-1}(t) \\ u_{m}(t) \end{bmatrix}$$
(2.26)

Com x(t) e u(t) sendo o vetor de estados dado pela equação (2.25) e a entrada de controle dada pela equação (2.26), respectivamente. Assume-se que as funções f(x,t) e B(x,t) são geralmente não lineares no tempo e no espaço de estados, não sendo exatamente conhecidas.

Todavia, suas imprecisões são delimitadas por uma função conhecida e continua em x, como no exemplo apresentado onde  $|f(x)| < f_0 = constante$  e B(x,t) uma matriz identidade.

O projetista deve escolher uma função de chaveamento  $\mathbf{s} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$  que representa o distanciamento os quais as variáveis de estado da equação (2.24) terão na direção da superfície deslizante. Quando um estado estiver fora da superfície deslizante a função s(x) terá valor diferente de zero e quando s(x) estiver na superfície deslizante, este valor será igual a zero. A lei de controle chaveia de um estado para o outro baseado no sinal da função de chaveamento.

Deste modo o controle atua de modo a direcionar a trajetória na direção da superfície deslizante, fazendo assim que a superfície de chaveamento tenda a zero. As trajetórias desejáveis das variáveis de estado tenderão a alcançar a superfície deslizante, pois a lei de controle não é contínua e, portanto, a superfície será alcançada em um tempo finito. Uma vez que a trajetória chega a superfície esta irá deslizar ao longo desta e deve direcionar as variáveis de estado de modo que seus valores finais tendam a zero, ou à origem.

Assim, a principal característica a ser alcançada pela lei de controle em um sistema por modos deslizantes é fazer com que a superfície deslizante, isto é, a superfície dada por s(x) = 0, exista e seja alcançável ao longo da trajetória do sistema.

De modo a forçar os estados do sistema a satisfazer a condição de s(x) = 0, devese validar para qualquer estado inicial, que a lei de controle é capaz de levar o sistema para a superfície deslizante. Após ter alcançado essa condição, a lei de controle deverá ser capaz de mantê-lo dentro da superfície deslizante. Para tanto, precisa-se projetar as condições de existência e alcançabilidade do sistema.

# 2.2.4 Existência e alcançabilidade do modo deslizante

Para assegurar que o sistema de estados permaneça no modo deslizante após atingi-lo, a condição de existência dada pela equação (2.27) deverá ser satisfeita (UTKIN, 1999).

$$\lim_{s(x)\to 0^+} \dot{s}(x) < 0 \ e \ \lim_{s(x)\to 0^-} \dot{s}(x) > 0 \tag{2.27}$$

Para garantir que a superfície seja atingida passado um intervalo finito de tempo e independente das condições iniciais do sistema, em adição a equação (2.27) a condição suficiente de alcance, dada pela equação (2.28), necessita ser respeitada.

$$s\dot{s} < 0, \forall s \neq 0 \tag{2.28}$$

Em termos da teoria de Lyapunov (SLOTINE, 1991) a condição de existência e alcançabilidade para sistemas deslizantes pode ser resumida na equação (2.29), se existir essa função de Lyapunov V(s) e se a condição da equação (2.30) for satisfeita, com uma constante  $\varepsilon \ge 0$ .

$$V(s) \in \mathbb{R}^+ : \begin{cases} V(s) = 0 \text{ para } s = 0\\ V(s) > 0 \text{ para } s \neq 0 \end{cases}$$

$$(2.29)$$

$$\dot{V}(s) \le -\varepsilon\sqrt{V} \tag{2.30}$$

Com isso o modo deslizante existirá na superfície s = 0 e é alcançado em um tempo finito após começar a partir de qualquer ponto inicial. A condição da equação (2.30) garante um transitório finito. Se somente  $\dot{V}(s) < 0$  for garantida para todo  $s \neq 0$  mas  $lim\dot{V}(s)_{s\to 0} =$ 0, os pontos de atração definidos por s = 0 só seriam assintoticamente estáveis e não sendo alcançados em um período finito de tempo.

A condição de alcançabilidade provê uma regra para o projeto do controlador por modos deslizantes. A regra utilizada nesse trabalho foi a "Método da Lei de Alcançabilidade" (*Reaching Law Method*) apresentado em (GAO; HUNG, 1993).

#### 2.2.5 Desenvolvimento da lei geral de controle

O principal requisito para o desenvolvimento da lei de controle é que esta satisfaça a condição de alcançabilidade, que por sua vez garante a existência do modo deslizante na superfície de chaveamento. Rápida alcançabilidade e baixa vibração são outras características desejáveis ao sistema. Para um sistema de múltiplas entradas possuindo *m* funções de chaveamento, a especificação de um esquema para a ordem de chaveamento também faz parte do desenvolvimento da lei de controle.

O *Reaching Law Method* para o desenvolvimento do controlador por modos deslizantes utiliza uma equação diferencial que especifica as dinâmicas da função de chaveamento s(x). Pela escolha dos parâmetros, pode-se controlar a trajetória da função até que essa alcance a superfície deslizante, garantindo as dinâmicas do sistema desejadas no deslizamento.

Tais dinâmicas, geralmente encontram uma rápida e estável resposta sem erro de regime e sobressinal. Para o método de alcance utilizado, a resposta típica desejada é alcançar a região de comutação (função de chaveamento) dado pela equação (2.31) em um tempo finito de tempo com um pequeno sobressinal em relação a superfície de deslizamento.

$$s(x) = c^T x = 0 \tag{2.31}$$

A forma escolhida para a lei de alcançabilidade é dada pela equação (2.32).

$$\dot{s} = -Qsinal(s) - Ks \tag{2.32}$$

onde,

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & q_m \end{bmatrix};$$
(2.33)

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & k_m \end{bmatrix};$$
(2.34)

$$sinal(s) = [sinal(s_1), \cdots, sinal(s_m)]^T;$$

$$(2.35)$$

$$s = [s_1, \cdots, s_m]^T; \tag{2.36}$$

O termo proporcional -Ks força a aproximação das superfícies deslizantes tão rápido quanto *s* seja larga (GAO; HUNG, 1993).

Tendo sido escolhida a equação da lei de alcançabilidade, a lei de controle pode ser determinada. Na superfície de chaveamento dada pela equação (2.31), a derivada temporal é dada por:

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial x}f(x,t) + \frac{\partial s}{\partial x}B(x,t)u(t) = 0$$
(2.37)

Igualando as equações (2.32) e (2.37) resulta a equação (2.38) e uma solução para a essa igualdade pode ser vista na equação (2.39), desde que a matriz  $\frac{\partial s}{\partial x}B(x,t)$  seja não singular.

$$\frac{\partial s}{\partial x}f(x,t) + \frac{\partial s}{\partial x}B(x,t)u(t) = -Qsinal(s) - Ks$$
(2.38)

A lei de controle, equação (2.39) não contempla perturbações nem distúrbios o que, em plantas reais, pode causar erros em regime permanente ou mesmo levar o sistema a instabilidade.

$$u(t) = -\left[\frac{\partial s}{\partial x}B(x,t)\right]^{-1}\left[\frac{\partial s}{\partial x}f(x,t) + Qsinal(s) + Ks\right]$$
(2.39)

Deste modo, dependendo da planta a ser estudada, a lei de controle deverá contemplar estas perturbações e distúrbios no equacionamento, o que geralmente é feito através da adição de um elemento conservativo que garanta a condição de alcançabilidade.

## 2.2.6 Desenvolvimento da lei de controle aplicado ao motor de indução

Para ser elaborada a lei de controle aplicada ao motor, primeiro deve-se escolher o modelo por espaço de estados que irá representá-lo. Dentre os existentes (KRAUSE, 1986), foi escolhido o modelo em relação as correntes do estator e o fluxo rotórico igual ao utilizado na modelagem do controle por orientação de fluxo.

A partir das equações (2.1) a (2.9), foi obtido o modelo de espaços de estado apresentado na equação (2.40) e (2.41).

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_s \\ \dot{\lambda}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} v_s$$
(2.40)

$$T_e = k_T i_s^T J_2 \lambda_r \tag{2.41}$$

com,

$$A_{11} = -\frac{1}{L_{\sigma}} \left( R_s + \frac{L_m^2}{\tau_r L_r} \right) I_2 - \omega_e J_2$$

$$A_{12} = \frac{L_m}{\tau_r L_{\sigma} L_r} I_2 - \frac{L_m}{L_{\sigma} L_r} \omega_r J_2$$

$$A_{21} = \frac{L_m}{\tau_r} I_2$$

$$A_{22} = -\frac{1}{\tau_r} I_2 - (\omega_e - \omega_r) J_2$$

$$B_1 = \frac{1}{L_\sigma} I_2, k_T = \frac{3PL_m}{4L_r},$$

$$L_{\sigma} = L_s - \frac{L_m^2}{L_r}, \tau_r = \frac{L_r}{r_r}$$

$$v_s = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}, i_s = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}, \lambda_r = \begin{bmatrix} \lambda_{dr} \\ \lambda_{qr} \end{bmatrix}$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, J_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{P}{2J} (T_e - T_L)$$
(2.43)

$$\dot{\theta}_m = \frac{2\omega_r}{P} \tag{2.44}$$

Apesar do sistema ser não linear isto não afetará o desempenho do controlador pois as dinâmicas do modo deslizante dependem da superfície de deslizamento e não da lei de controle. (UTKIN, 1999). Sistemas com modos deslizantes podem ter a ordem do sistema reduzida e ao ocorrer o modo deslizante o sistema pode reduzir a sensibilidade as variações paramétricas e

distúrbios.

Simplificando a notação do modelo obtém-se que quando o eixo direto coincidir com o vetor de fluxo rotórico tem-se  $\lambda_{qr} = 0$  e assumindo que  $\lambda_r = \lambda_{dr}$ . Assim, encontra-se a equação (2.45) e a equação (2.14).

$$T_e = k_T i_{qs} \lambda_r \tag{2.45}$$

Substituindo-se as equações obtidas com o modelo adotado, equações (2.40) e (2.41), encontra-se (2.46), (2.47), (2.48), (2.49) e (2.50).

$$\dot{i}_{ds} = \overbrace{-\frac{1}{L_{\sigma}} \left( R_s + \frac{L_m^2}{\tau_r L_r} \right) i_{ds} + \frac{L_m}{\tau_r \lambda_r} i_{qs}^2 + \omega_r i_{qs} + \frac{L_m}{\tau_r L_{\sigma} L_r} \lambda_r}^{m_1} + \frac{1}{L_{\sigma}} v_{ds}^*$$
(2.46)

$$\dot{i}_{qs} = \overbrace{-\frac{1}{L_{\sigma}} \left( R_s + \frac{L_m^2}{\tau_r L_r} \right) i_{qs} - \frac{L_m}{\tau_r \lambda_r} i_{ds} i_{qs} - \omega_r i_{ds} - \frac{L_m}{L_{\sigma} L_r} \lambda_r \omega_r} + \frac{1}{L_{\sigma}} v_{qs}^*$$
(2.47)

$$\dot{\lambda}_r = -\frac{1}{\tau_r} \lambda_r + \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds}$$
(2.48)

$$\dot{\omega}_r = \frac{Pk_T}{J} i_{qs} \lambda_r - \frac{P}{J} T_L \tag{2.49}$$

$$\dot{\theta}_m = \frac{\omega_r}{P} \tag{2.50}$$

Considere o diagrama de blocos simplificado do acionamento do motor de indução usando modos deslizantes apresentado na Figura 2.7. Com o SMC implementado na malha interna, utilizou-se dois controladores, um Proporcional (P) e outro Proporcional-Integral (PI) nas malhas mais externas, de posição e de velocidade respectivamente, desprezando-se a dinâmica da malha de corrente interna, por apresentar uma dinâmica muito mais rápida. Obtendo-se, assim, os sinais de comando para o controle do sistema.

## Figura 2.7: Controle de posição de um motor de indução utilizando SMC.



Fonte: Próprio Autor

A utilização de uma controlador do tipo P para o controle da posição justifica-se pela malha de posição ter uma característica integradora, pois o sinal de realimentação é obtido através da integral da velocidade do rotor. Assim, pode-se optar pelo controlador P. Optando-se por um controlador do tipo PI nota-se a utilização de ganhos para o integrador de magnitude pequenas.

Assim, pela Figura 2.7 obtêm-se a equação (2.51) da velocidade do rotor de referência e a equação (2.53) do torque de referência. Com  $k_{p1}$ ,  $k_{p2}$  e  $k_{i2}$ , sendo os ganhos dos controladores de posição e velocidade, respectivamente.

$$\omega_r^* = k_{p1}(\theta_{ref}^*(t) - \theta_m(t))$$
(2.51)

$$T_{e}^{*} = k_{p2}(\omega_{r}^{*} - \omega_{r}) + k_{i2} \int_{0}^{t} [\omega_{r}^{*}(\tau) - \omega_{r}(\tau)] d\tau$$
(2.52)

A derivada temporal da equação (2.52) é dada por:

$$\dot{T}_{e}^{*} = \overbrace{-\frac{k_{T}k_{p2}P}{J}i_{qs}\lambda_{r} - \left(\frac{k_{p1}k_{p2}}{P} + k_{i2}\right)\omega_{r} - k_{p1}k_{i2}\theta_{m}}^{m_{3}} + \frac{k_{p2}P}{J}T_{L} + k_{p1}k_{p2}\dot{\theta}_{ref} + k_{p1}k_{i2}\theta_{ref}}$$
(2.53)

Assim, projeta-se o vetor das superfícies deslizantes, equação (2.36), como:

$$s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ds} - i_{ds}^* \\ i_{qs} - i_{qs}^* \end{bmatrix}$$
(2.54)

Para se obter os sinais de comando de corrente  $i_{ds}^*$  e  $i_{qs}^*$  pode-se usar as relações de regime permanente dadas pela equação (2.55).

$$\begin{bmatrix} i_{ds}^* \\ i_{qs}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_r}{L_m} \\ \frac{T_e^*}{k_T \lambda_r} \end{bmatrix}$$
(2.55)

Após determinar os sinais de comando, deve-se obter a lei de controle que satisfaça a equação (2.28). Será necessário encontrar a superfície deslizante em termos dos parâmetros do modelo do motor. A derivada temporal de *s* é apresentada nas equações (2.56), (2.57) e (2.60), sendo  $\dot{s}_1$ ,  $\dot{s}_2$  e  $\dot{s}$ , respectivamente. Foram utilizadas as equações (2.46), (2.47), (2.55) e a derivada temporal da equação (2.53).

$$\dot{s}_1 = \dot{i}_{ds} - \dot{i}^*_{ds} = m_1 + \frac{1}{L_{\sigma}} v^*_{ds}$$
(2.56)

$$\dot{s}_{2} = \dot{i}_{qs} - \dot{i}_{qs}^{*} = \left(m_{2} + \frac{1}{L_{\sigma}}v_{qs}^{*}\right) - \left(\frac{\dot{T}_{e}^{*}}{k_{T}\lambda_{r}}\right)$$
$$= \underbrace{\overbrace{m_{2} - \frac{1}{k_{T}\lambda_{r}}m_{3} - \frac{k_{p2}P}{k_{T}\lambda_{r}J}}_{m_{3} - \frac{k_{p2}P}{k_{T}\lambda_{r}J}} T_{L} - \underbrace{\overbrace{k_{p1}k_{p2}}^{p_{2}}}_{k_{T}\lambda_{r}} \dot{\theta}_{ref} - \underbrace{\overbrace{k_{p1}k_{i2}}^{p_{3}}}_{k_{T}\lambda_{r}} \theta_{ref} + \frac{1}{L_{\sigma}}v_{qs}$$
$$= m_{4} + p_{1}T_{L} + p_{2}\dot{\theta}_{ref} + p_{3}\theta_{ref} + \frac{1}{L_{\sigma}}v_{qs}^{*}$$
(2.57)

Assim, a derivada temporal da equação (2.54) pode ser reescrita como na equação (2.58).

$$\dot{s} = \begin{bmatrix} \dot{s}_{1} \\ \dot{s}_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{1} + 0 + 0 + \frac{1}{L_{\sigma}} v_{ds}^{*} \\ m_{4} + p_{1}T_{L} + p_{2}\dot{\theta}_{ref} + p_{3}\theta_{ref} + \frac{1}{L_{\sigma}} v_{qs}^{*} \end{bmatrix}$$
$$= M + P_{1}T_{L} + P_{2}\dot{\theta}_{ref} + P_{3}\theta_{ref} + \frac{1}{L_{\sigma}}u$$
(2.58)

Com,

$$M = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_4 \end{bmatrix}; P_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ p_1 \end{bmatrix}; P_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ p_2 \end{bmatrix}; P_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ p_3 \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ds}^* \\ v_{qs}^* \end{bmatrix};$$

A lei de controle para um sistema de rastreio de corrente por modos deslizantes pode ser estabelecida, considerando a superfície de deslizamento  $s = [s_1 s_2]^T = 0$ , definida na equação (2.54) com a lei de controle dada pela equação (2.39) do *Reaching Law Method*, sendo apresentada na equação (2.59).

$$u = -L_{\sigma}(M + P_2\dot{\theta}_{ref} + P_3\theta_{ref} + Qsinal(s) + Ks)$$
(2.59)

onde,

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 + |p_1 T_L|_{\max} \end{bmatrix}; K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix};$$

.

Assim, os sinais de controle  $v_{ds}$  e  $v_{qs}$  podem ser obtidos pelas equações (2.60) e (2.61).

$$v_{ds}^* = -\frac{1}{L_{\sigma}}m_1 + q_1 sinal(s_1) + k_1 s_1$$
(2.60)

$$v_{qs}^{*} = -\frac{1}{L_{\sigma}}m_{4} + p_{2}\dot{\theta}_{ref} + p_{3}\theta_{ref} + (q_{2} + |p_{1}T_{L}|_{\max})sinal(s_{2}) + k_{2}s_{2}$$
(2.61)

A seguir projeta-se as condições para o sistema se tornar globalmente atrativo e in-

variante em ralação a superfície projetada. Da seção 2.2.5 temos que, se existir uma função candidata de Lyapunov (2.29) satisfazendo as condições (2.30), o sistema terá as características desejadas. Assim, considere a função escalar candidata de Lyapunov dada pela equação (2.62)

$$V(s) = \frac{1}{2}s^{T}s = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} s_{1} & s_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{1} \\ s_{2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(s_{1}^{2} + s_{2}^{2})$$
(2.62)

Sua derivada temporal é apresentada pela equação (2.63).

$$\dot{V}(s) = s_1 \dot{s}_1 + s_2 \dot{s}_2 \tag{2.63}$$

Com a substituição da equação (2.59) na equação (2.58) a nova forma da derivada temporal da superfície de deslizamento encontrada é aplicada na equação (2.62), resultando na equação (2.64).

$$\dot{V}(s) = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & -q_1 sinal(s_1) & -k_1 s_1 \\ m_4 & p_1 T_L & -(q_2 + |p_1 T_L|_{\max}) sinal(s_2) & -k_2 s_2 \end{bmatrix}$$
(2.64)

Aplicando a condição (2.30) para um  $\varepsilon = 0$  (UTKIN, 1999), obtém-se a equação (2.65).

$$\dot{V}(s) = (|m_1| - q_1)|s_1| + (|m_4| - q_2)|s_2| + (p_1T_L - |p_1T_L|_{\max})|s_2| - (k_1s_1^2 + k_2s_2^2) \le 0 \quad (2.65)$$

Da equação (2.65) tem-se, as seguintes condições, com  $k_1$  e  $k_2$  positivos:

- $q_1 > |m_1|;$
- $q_2 + |p_1T_L|_{\max} \ge |m_4| + p_1T_L;$

# 2.3 Considerações finais

Nesse capítulo foi apresentado as modelagens e projetos das técnicas proposta para comparação. Pôde-se obter os diagramas de controle referente a técnica de controle vetorial bem com os ganhos dos controladores presentes nesse diagrama. Para a técnica do SMC, foi desenvolvida a metodologia da formação da lei de controle por modos deslizantes.

O resultado dessa metodologia foi a lei de controle que manterá as superfícies de chaveamento na posição projetada levando o sistema a desempenhar a dinâmica especificada no controlador.

Ao final dessa abordagem, as condições necessárias para a correta parametrização e

-

sintonia dos controladores foram obtidas. A partir disso será então realizada a modelagem computacional do sistema para a obtenção dos modelos de simulação. O que será descrito no capítulo seguinte.

# **3 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DOS CONTROLADORES**

Neste capítulo, são avaliados os resultados de simulações computacionais necessárias para o desenvolvimento do controle de posição do motor de indução, proposto no trabalho, para ambas as técnicas. Para tanto, elaborou-se modelos computacionais para validar o modelo dos controladores utilizados e a fim de testar suas sintonias. Serão apresentados os diagramas de blocos das simulações realizadas, juntamente com a explicação do funcionamento dos mesmos com base na modelagem matemática desenvolvida no capítulo 2.

Com o objetivo de se obter um sistema de pequeno porte foi utilizado um motor de indução com potência de 0,25 cv da WEG<sup>®</sup>. Os parâmetros do motor foram obtidos a partir dos ensaios de rotor bloqueado e à vazio (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2006). Os parâmetros coeficiente de atrito viscoso e momento de inércia foram obtidos diretamente do catálogo cedido pela WEG<sup>®</sup> (WEG, 2009). Os parâmetros obtidos através dos ensaios do motor são apresentados na tabela A.1 do apêndice A onde é mostrada a bancada de testes experimentais.

De posse desses dados foram elaboradas duas simulações do controle de posição de um motor de indução trifásico do tipo "gaiola de esquilo". A primeira contempla a estratégia do controle por orientação de campo com controladores clássicos do tipo PID e PI aplicados nas malhas de posição, velocidade e corrente. A segunda utiliza a modelagem do controle por orientação de campo, porém o controlador de corrente é projetado pela estratégia de controle por modos deslizantes.

## 3.1 Controle de posição de um motor de indução com controle por orientação de campo

O diagrama representando o servoposicionador com controle por orientação de campo indireta foi apresentado na Figura 2.3. Desse modelo foi elaborada o diagrama para a simulação.

O modelo foi produzido no ambiente de simulação do programa *Matlab*<sup>®</sup>, chamado de *Simulink*<sup>®</sup> resultando no diagrama de blocos da Figura 3.1. Adiante será detalhadas as funcionalidades dos principais blocos do diagrama do modelo do acionamento do motor.



Figura 3.1: Diagrama de blocos do servoposicionador modelado no *Simulink*<sup>®</sup> utilizando controle vetorial.

O diagrama da Figura 3.1 modela o controle de posição do motor de indução pelo controle por orientação de campo indireta. A parte de potência do sistema é constituída pelo conjunto motor, inversor e fonte de tensão em corrente contínua, a esquerda no diagrama.

As saídas do modelo do motor, utilizadas para o controle, são a corrente em eixo direto e em quadratura estatóricas, com referencial estacionário e a posição mecânica do eixo do rotor. O sinal de posição é utilizado como entrada para o erro do controlador de posição juntamente com as entradas de referência *Teta\_Ref1*, *Teta\_Ref2* e *Teta\_Ref3* e a saída é cascateada com o controlador de velocidade, sendo utilizado como sinal de referência para esse controlador.

O diagrama da Figura 3.1 modela o controle de posição do motor de indução pelo controle vetorial indireto. A parte de potência do sistema é constituída pelo conjunto motor, inversor e fonte de tensão em corrente contínua, a esquerda no diagrama.

As saídas do modelo do motor, utilizadas para o controle, são a corrente em eixo direto e em quadratura estatóricas, com referencial estacionário e a posição mecânica do eixo do rotor. O sinal de posição é utilizado como entrada para o erro do controlador de posição juntamente com as entradas de referência *Teta\_Ref1*, *Teta\_Ref2* e *Teta\_Ref3* e a saída é cascateada com o controlador de velocidade, sendo utilizado como sinal de referência para esse controlador.

No modelo proposto existem três blocos centrais, o bloco *Comando de Torque*, o bloco *Comando de Fluxo*, que juntos geram os sinais de referência para o PI na malha interna de corrente e o bloco *Cálculo do ângulo elétrico*, que obtém o ângulo do campo fluxo rotórico.

Figura 3.2: Diagrama para o cálculo do comando de corrente de eixo em quadratura, Comando de Torque.



Fonte: Próprio Autor

O primeiro bloco (de cima para baixo) resulta no cálculo do primeiro sinal de referência de corrente  $I_{as}^*$ . Sua disposição é apresentado na Figura 3.2.

Os sinais de entrada são, a saída do controlador de velocidade,  $Te^*$  e o comando de fluxo, dado por *Phir\_dr*<sup>\*</sup>, os quais são combinados com a equação do torque eletromagnético

produzido no motor dado pela equação (2.15).

Figura 3.3: Diagrama para o cálculo do comando de corrente de eixo direto, Comando de Fluxo.



Fonte: Próprio Autor

O bloco de posição mediana, denominado de *Comando de Fluxo* é apresentado na Figura 3.3, tendo como sinal de entrada somente o sinal *Phir\_dr*<sup>\*</sup> que aplicado nas equações (2.4) e (2.6) resulta no segundo comando de corrente,  $I_{ds}^*$ .

O sinal  $I_{ds}^*$  é responsável pela magnetização do motor enquanto o sinal  $I_{qs}^*$  corresponde a produção de torque para uma determinada posição. O valor da variável comando de fluxo (*Phir\_dr*<sup>\*</sup>) foi obtida a partir das correntes trifásicas de estator apresentadas na Figura 2.4.

A corrente necessária para o motor na condição de vazio, é a corrente de magnetização. Logo, obtendo o valor de pico da corrente na condição a vazio e dividindo pela indutância de magnetização encontra-se o valor de  $I_{ds}^*$  apresentado na Figura 3.1.

Figura 3.4: Diagrama para o cálculo do comando do ângulo elétrico, Cálculo do ângulo elétrico.



Fonte: Próprio Autor

O último dos três blocos citados, o Cálculo do ângulo elétrico aplica as equações (2.16)

e (2.14) para a obtenção do ângulo do fluxo do rotor, através da posição mecânica do eixo do motor e o ângulo de escorregamento, como pode ser visto na Figura 3.4.

Os sinais de entrada  $I_{qs}^*$ , gerado pelo bloco *Comando de Torque*, e *Phir\_dr*<sup>\*</sup> são utilizados na equação (2.14), obtendo a velocidade elétrica do rotor  $\omega_r$  em *rad/s*. Assim, essa velocidade é transformada para *rpm* e somada a  $\omega_m$ , que após a integração resulta em *Teta\_e*, equação (2.16).

Existe uma necessidade de se transformar os comandos de corrente obtidos através da teoria de controle vetorial para comandos de tensão, pelo fato do DSC utilizado na planta de teste utilizar somente comandos de tensão para execução da rotina de acionamento do inversor. A Figura 3.5 apresenta uma forma de se obter essa transformação (NOVOTNY; LIPO, 1997).

Figura 3.5: Transformação de comando de corrente para comando de tensão.



Fonte: Próprio Autor

Primeiramente, as correntes do motor em um referencial estacionário são transformadas para um referencial síncrono e em seguida tornam-se sinais de tensão. Após isso, os sinais de tensão são transformados novamente em sinais com referência estacionária, adequada a rotina do DSC. Assim, a lei de controle final pode ser dada em termos das tensões do modelo adotado do motor. Com isso, um bloco foi criado no simulador para efetuar tal mudança. No mesmo bloco foram alocados os controladores da malha de corrente, sendo apresentado na Figura 3.1 como *Conversão corrente/tensão* e sua estrutura interna é apresentado na Figura 3.6.

Os controladores de corrente se encontram a esquerda. Os sinais de comando  $I_{ds}^* e I_{qs}^*$ , gerados pelos blocos centrais descritos a pouco, são utilizados como referencias dos controladores. O erro de corrente é obtido através da diferença entre os sinais de comando e as correntes do motor,  $I_{de}$  e  $I_{qe}$ , para tanto deve-se direcioná-las para um referencial síncrono, resultando em  $I_{ds}$  e  $I_{qs}$ . Isso é adquirido nos blocos situados na posição superior direita do diagrama.





A parte central é constituída da teoria que transforma corrente em tensão, da Figura 3.5. Por fim, os sinais de tensão  $v_{ds}^* e v_{qs}^*$ , obtidos da transformação, são referenciados em um eixo estático, gerando  $v_{de}^* e v_{qe}^*$  e, por consequência o sinal de saída  $v_{dae}^*$ .

O sinal  $v_{dqe}^*$ , juntamente com o ângulo elétrico, *Teta\_e* são utilizados no último bloco do diagrama da Figura 3.1, denominado de *Gerador de pulsos SVPWM*. Tal bloco utiliza a teoria de modulação por largura de pulsos com vetores espaciais, no inglês (*Space Vector Pulse Width Modulation - SVPWM*), (WU, 2006). Foi utilizado originalmente o bloco de SVPWM do próprio *Simulink*<sup>®</sup>, todavia com adaptações para os sinais de controle adquiridos da teoria apresentada.

#### 3.1.1 Resultados obtidos com controle por orientação de campo

Com o sistema computacional completo, pôde-se efetuar a simulação do desempenho dos controladores e da modelagem adotada no motor para o controle de posição. O ensaio é iniciado por um degrau ascendente de cinco radianos na referência de posição e passado-se cerca de quatro segundos é dado um degrau descendente de cinco radianos, voltando a posição inicial de um radiano. Isso significa que o eixo do motor gira quase uma volta completa, esses valores foram escolhidos para atestar o desempenho do controle em toda a faixa de operação especificada. O tempo total do ensaio de simulação é de 7 segundos.





Fonte: Próprio Autor

A Figura 3.7 expõe o resultado obtido em ambiente de simulação para posicionamento do motor de indução do tipo "gaiola de esquilo". Percebe-se que o modelo segue a referência de posição adequadamente, saindo de uma posição inicial de um radiano, indo a seis radiamos e retornando a posição inicial de um radiano. O tempo de estabilização do degrau ascendente é em torno de 1,64 segundos e o tempo do degrau descendente é em torno de 1,95 segundos.

Para o sinal do controlador percebe-se um reflexo do comportamento da posição, tendo uma alteração dos valores para as mudanças de referência de posição e uma estabilização em zero nos demais instantes do ensaio.

Figura 3.8: Velocidade do eixo do motor e o sinal de controle, a partir de simulação, com a técnica FOC.



Fonte: Próprio Autor

O próximo resultado é apresentado na Figura 3.8, onde nota-se a velocidade no eixo do motor durante a simulação. Verifica-se que os resultados encontram-se condizentes com os obtidos para a posição do motor, pois no gráfico da simulação as velocidades máximas são, 13,31 rad/s e -14,90 rad/s para o primeiro degrau e o segundo degrau, respectivamente.

Na saída do controlador de velocidade percebe-se o sinal bastante oscilatório com níveis de saturação. Nos destaques dessa curva pode ser observado um intervalo maior de permanência nos valores de limites estabelecido para esse sinal. Isso ocorre por causa da mudança de referência no controlador de posição.

Com isso o controlador de velocidade manda um sinal de referência de torque positiva para o motor rotacionar da posição de um radianos para seis radianos. Para a volta da posição percebe-se um comportamento oposto, o que era esperado.



Figura 3.9: Sinal de erro da corrente de eixo direto, a partir de simulação, com a técnica FOC.

Fonte: Próprio Autor

Na Figura 3.9 é exposto o erro de corrente em eixo direto obtida a partir da simulação do modelo. Nota-se que o comportamento é bastante oscilatório diferindo do valor nulo, ideal para sinais dessa natureza. Isso pode ser correlacionado a forma do sinal de referência para o controlador de corrente, bastante oscilatório dificultando o controlador a obter correta atuação. Outro fator, pode ser os valores dos parâmetros do controlador de corrente, podendo não ter uma sintonia satisfatória.

Percebe-se valores máximos de 1,4 A no transitório de referência da posição. No destaque da curva observa-se um sinal bastante oscilatório, sendo refletido em toda a curva de erro.

A Figura 3.10 revela o comportamento do sinal de erro da corrente de eixo em quadratura do modelo computacional no *Simulink*<sup>®</sup>. Observa-se a mesma oscilação apresentada nos resultados para o sinal de erro da corrente de eixo direto, porém há oscilação do erro entorno de zero todavia com magnitudes variando entre 3 e -3 A. No detalhe da curva percebe-se a dinâmica oscilatória do sinal.



Figura 3.10: Sinal de erro de corrente de eixo em quadratura, a partir de simulação, com a técnica FOC.

Fonte: Próprio Autor

# 3.2 Controle de posição de um motor de indução com controle por modos deslizantes

O controlador por modos deslizantes foi projetado para ser aplicado na malha de corrente, como pôde ser visto no capítulo 2.

Utilizando a modelagem do motor disponível no projeto do controle por orientação de campo, juntamente com a obtenção dos comandos de controle dados pelas equações (2.60) e (2.61), elaborou-se um modelo computacional no ambiente *Simulink*<sup>®</sup> a fim de se analisar o comportamento do sistema proposto, baseado na Figura 3.1.

Como a lei de controle é dada em função das tensões, não foi necessário a utilização do diagrama da Figura 3.5. Com isso o novo modelo computacional é obtido substituindo o bloco denominado *Conversão corrente/tensão* na Figura 3.1 pelo bloco *SMC* na Figura 3.11.

Alguns controladores existentes no diagrama do controle por orientação de campo foram alterados para se adequar ao projeto do SMC. O controlador de posição, que anteriormente era do tipo PID foi substituído por um do tipo P, sendo preservado a magnitude do ganho proporcional e o controlador de velocidade foi reaproveitado.

A malha da posição é realimentada através do sinal de posição mecânica do eixo do rotor, oriundo da velocidade do eixo. Integrando essa velocidade obtêm-se a posição de realimentação.



Figura 3.11: Diagrama de blocos do servoposicionador modelado no *Simulink®* utilizando controle por modos deslizantes.

Fonte: Próprio Autor

Desta forma a malha de posição possui uma característica integradora com isso optouse pela utilização do controlador mais simples do tipo proporcional. Para o controlador de velocidade procurou-se manter as características da dinâmica de velocidade para o projeto anterior, para a futura comparação dos resultados. Assim, preservou-se o controlador de velocidade.



Figura 3.12: Diagrama de blocos do controlador por modos deslizantes.

Fonte: Próprio Autor

O bloco do controle por modos deslizantes é apresentado na Figura 3.12, semelhante ao exibido na Figura 3.6.

A lei do controle é obtido através dos blocos Vds e Vqs, a saída resultante desses blocos são referenciadas a um sistema de coordenadas síncrono com a rede. Como fora explicado anteriormente, esses sinais devem ser referenciados a um sistema de coordenas estacionárias.

Assim os blocos que garantem essa transformação na Figura 3.6 foram preservados, juntamente com os blocos que transformam os sinais de corrente do modelo do motor,  $I_{de} \in I_{qe}$ , em sinais com referência síncrona,  $I_{ds} \in I_{qs}$ . As superfícies de comutação pode ser monitoradas através do bloco *scope* designado para tal fim, localizado na parte central do diagrama.

A configuração interna do bloco *Vds* pode ser visualizada na Figura 3.13, a organização dos blocos segue a equação (2.60). Primeiramente monta-se as estruturas responsáveis pelo termo  $m_1$ , dadas pelos blocos com designações m1.i onde *i* é a parcela que compõe  $m_1$ . Em

seguida, é gerada a superfície de deslizamento  $s_1$ , bem como sua função *sinal*, obtendo assim, as parcelas restantes da lei Vds.



Figura 3.13: Diagrama de blocos da lei de controle Vds.

Fonte: Próprio Autor



Figura 3.14: Diagrama de blocos da lei de controle Vqs.

Fonte: Próprio Autor

Na parte superior direita foi montado uma estrutura de blocos que permite visualizar se

a condição de atratividade do sistema,  $q_1 \ge |m_1|$ , é satisfeita após a configuração dos parâmetros do controlador.

A Figura 3.14 apresenta estruturação da lei de controle para o sinal de tensão Vqs. Analogamente à lei Vds, os blocos representam a equação (2.61). Cria-se, assim, as estruturas referentes as parcelas que constituem essa equação, começando com  $m_4$ . Em seguida elabora-se a superfície de deslizamento  $s_2$ , e a função *sinal* dessa superfície. Com isso o sinal *vqs* pode ser gerado. Na parte superior é alocado blocos que representam a segunda lei de atratividade,  $q_2 + |p_1T_L|_{max} \ge |m_4| + p_1T_L$ , do controle por modos deslizantes.

A configuração interna do bloco  $m_4$  pode ser visualizada na Figura 3.15.



Figura 3.15: Diagrama de blocos para  $m_4$ .

### 3.2.1 Resultados obtidos com controle por modos deslizantes

Com o diagrama de blocos completo pôde-se adquirir resultados de simulação da técnica de modos deslizantes para o controle de posição do motor de indução. Os ensaios seguem a mesma metodologia aplicada na técnica do controle por orientação de campo com controladores clássicos. O tempo de ensaio foi mantido o mesmo bem como as referencias de

Fonte: Próprio Autor

controle utilizadas. Os parâmetros do controlador para esse ensaio, foram:  $q_1 = 300$ ,  $q_2 = 8000$ ,  $k_1 = 85$ ,  $k_2 = 55$ , e  $|p_1T_L|_{\text{max}} = 2000$ .

A Figura 3.16 apresenta o resultado da posição do motor em ambiente de simulação. Percebe-se que a posição do rotor segue as alterações da referência de posição, não havendo sobressinal nos degraus de subida e de descida.

Figura 3.16: Posição do eixo do motor e sinal de controle, a partir de simulação, com a técnica SMC.



Fonte: Próprio Autor

O tempo de acomodação da mudança de posição de um radiano para seis radianos é em torno de 0,78 segundo e para a transição de referência que retorna para posição inicial, observa-se um tempo de 0,98 segundo.

A saída do controlador de posição apresenta um comportamento satisfatório, pois reflete o comportamento do rastreio da posição sem apresentar pontos de saturação do controlador e ruídos oriundos da realimentação.

O próximo resultado a ser apresentado será a velocidade no eixo do motor, sendo apresentado na Figura 3.17. Nota-se que existem picos de velocidade quando houve a mudança na posição, o que era aguardado acontecer. Para a primeira transição observou-se uma velocidade máxima de 20 rad/s e para a segunda, uma máxima de -18,3 rad/s.

Para o sinal de controle é notado uma oscilação bastante intensa entre as magnitudes de 5 e -5 N.m. Tal fato ocorre pelo mesmo motivo exposto anteriormente, a oscilação da velocidade do motor em torno de zero.



Figura 3.17: Velocidade do eixo do motor e sinal de controle, a partir de simulação, com a técnica SMC.

Fonte: Próprio Autor

Nos detalhes da curva do sinal de controle percebe-se que nas mudanças de referência da posição ocorre a saturação do sinal,mantendo-se assim durante o transitório dos degraus. O valor positivo de torque faz com que o motor rotacione no sentido anti-horário, atingindo a posição de seis radianos. Para a volta da posição acontece o processo inverso.

Figura 3.18: Sinal de erro da corrente de eixo direto, a partir de simulação, com a técnica SMC.



Fonte: Próprio Autor

Na Figura 3.18 é visualizado o sinal de erro da corrente de eixo direto obtida a partir da simulação do modelo computacional. Nota-se um comportamento semelhante ao apresentado

no resultado da primeira técnica de controle, porém com uma magnitude menor. A oscilação pode ser provida pela mesma razão dita anteriormente, a oscilação da velocidade do rotor. No detalhe da curva do erro pode ser percebida a dinâmica da oscilação do sinal.

Figura 3.19: Sinal de erro da corrente de eixo em quadratura, a partir de simulação, com a técnica SMC.



Fonte: Próprio Autor

A Figura 3.19 revela o comportamento do sinal de erro da corrente de eixo em quadratura do modelo computacional. Observa-se a mesma oscilação apresentada nos resultados para o sinal de erro da corrente de eixo direto, porém há oscilação do erro entorno de zero todavia com magnitudes variando entre 3 e -3 A.

No detalhe da curva percebe a dinâmica oscilatória do sinal. Nos transitórios de posição observa-se uma redução na oscilação em alta frequência. Para o controle por modos deslizante aplicado na corrente, pelo capítulo 2, obtêm-se que as curvas do erro das correntes de eixo direto e em quadratura reapresentam o oposto das respectivas superfícies de deslizamento.

# 3.3 Considerações finais

A partir dos resultados apresentados pôde-se perceber que a técnica de controle por campo orientado com os controladores convencionais apresentam um bom rastreio da referência de posição, porém o sinal de velocidade extraído do eixo do motor é bastante oscilatório (Figura 3.8) gerando um sinal de referência não ideal para o controlador de corrente que somado a condição de sintonia dos parâmetros desse controlador acarreta em níveis de corrente não sendo os mais indicados para o motor nesse tipo de aplicação.

Obteve-se um melhor resultado no rastreio da posição com a técnica de controle por modos deslizantes. O resultado da velocidade continuou oscilatório acarretando em uma inadequada referência para o controlador de corrente, justificando o comportamento apresentado nos sinais de erros do controlador.

# 4 ANÁLISE COMPARATIVA DOS CONTROLADORES A PARTIR DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesse capítulo será apresentada uma análise comparativa entre os desempenhos dos controladores projetados com as técnicas propostas no capítulo 2. No capítulo 3 foi visualizado os resultados do modelo computacional e bem como a dinâmica dos controladores. Para a análise comparativa será apresentado os resultados aferidos nos ensaios experimentais a fim de auxiliarem tal análise.

Para a obtenção de tais gráficos foi necessário o aumento da taxa de amostragem para uma melhor visualização dos comportamentos das curvas aferidas. O valor da frequência de amostragem dos dados obtidos são de 0,002 segundo enquanto que a taxa utilizada nos gráficos foi de 0.08 segundo.

### 4.1 Análise comparativa

Os dados que serão exibidos são a posição do rotor, a velocidade rotórica, o sinal de erro da corrente de eixo em quadratura e o sinal de erro da corrente de eixo direto do estator do motor de indução com referencial síncrono. Será realizada a discussão de cada dado separadamente, sendo apresentado o respectivo resultado experimental, oriundo do ensaio da planta com cada técnica, para o dado em discussão.

O primeiro resultado apresentado é a posição do rotor, sendo exibida na Figura 4.1 para o ensaio com controle por orientação de campo. Verifica-se que o rotor segue as referências de posição adequadamente, apresentando pequenas oscilações enquanto é mantido o rastreio. Observa-se os tempos de acomodação do sistema em torno 0,86 segundo para a primeira alteração da referência da posição do eixo do rotor e um tempo em torno de 0,95 segundo para a segunda alteração de referência.

O sinal de controle apresenta-se bastante oscilatório, com diversos pontos de saturação, porém apresenta-se coerente com a dinâmica imposta pela referência de posição. Percebe-se que para o primeiro transitório o controlador tenta manter na saída um sinal com magnitude positiva, todavia os ruídos presentes no sinal da realimentação de posição prejudicam tal ação.

Figura 4.1: Posição do eixo do motor e sinal de controle, a partir de ensaio experimental com a técnica FOC.



Fonte: Próprio Autor

Para o segundo transitório é possível ver que o controlador consegue manter a saída com um valor que levará novamente o sistema a posição inicial de rastreio. O resultado do rastreio da posição do eixo do motor com a técnica de controle por modos deslizantes é apresentado na Figura 4.2.

Figura 4.2: Posição do eixo do motor e sinal de controle, a partir de ensaio experimental com a técnica SMC.



Fonte: Próprio Autor

Observa-se o correto seguimento da referência de posição e os transitórios não apresentam sobressinal. Observa-se um tempo de assentamento, para o primeiro de grau de posição, de cerca de 0,88 segundo e para o segundo degrau cerca de 1,12 segundos.

O sinal de controle apresenta-se bastante ruidoso quanto o sinal encontrado para a primeira técnica de controle, todavia percebe-se que o controlador consegue gerar a referência necessária para que ocorra o rastreio de posição. Para o primeiro transitório observa-se uma saturação do sinal em 50 rad/s levando o sistema a posição de seis radianos, o efeito contrário é visualizado para o segundo degrau.

Figura 4.3: Velocidade do eixo do motor e sinal de controle, a partir de ensaio experimental com a técnica FOC.



Fonte: Próprio Autor

Na Figura 4.3 é apresentado a velocidade rotórica durante o ensaio com controle por orientação de campo. Pode-se perceber que a velocidade apresenta uma dinâmica condizente com o resultado exposto na Figura 4.1. Porém o sinal obtido apresenta-se bastante ruidoso.

O mesmo é observado para a velocidade obtida no experimento com a técnica de controle por modos deslizantes, apresentado na Figura 4.4, todavia apresentando uma menor oscilação se comparada a encontrada na Figura 4.3.

Isto de fato pode ser observado pela inspeção visual ao eixo do motor durante os ensaios de ambas as técnicas que para a técnica FOC apresenta-se uma maior variação no rastreio da posição.

Os sinais de controle saturam nos intervalos dos transitórios para o sistema obter o

seguimento de referência. Ambos os sinais apresentam ruídos deixando os controladores com atuação em momentos desnecessários para o sistema como por exemplo quando a velocidade varia em torno de zero e os sinais de referência continuam bem severos.

Figura 4.4: Velocidade do eixo do motor e sinal de controle, a partir de ensaio experimental com a técnica SMC.



Fonte: Próprio Autor

Observa-se valores de picos de 8,59 rad/s para o primeiro transitório da Figura 4.3 e para o segundo transitório de posição, um pico negativo de -12,27 rad/s. Para o resultado apresentado na figua 4.4 percebe-se um pico de 12,67 rad/s e um negativo de -15,13 rad/s.

O próximo resultado a ser apresentado são a curvas dos erros de corrente de eixo direto estatórica para ambas as técnicas de controle. Na Figura 4.5 é visualizado o comportamento da curva do erro para o experimento com a técnica de controle por orientação de campo. Percebese um comportamento bastante variável causado pelo ruído do sistema. Durante o ensaio são atingidos valores em torno de -2 A. No detalhe da curva pode ser observado o comportamento da variação desse ruído.

Nos momentos das transições de posição é observado uma menor variação, pois a velocidade do rotor apresenta uma maior variação, porém uma menor oscilação. Com isso o sinal de realimentação da posição torna-se menos ruidoso, injetando,assim, menos ruído no sistema.

Na Figura 4.6 é apresentado o resultado do experimento com a técnica SMC. Percebese uma menor variação do erro em termos de magnitude, todavia observa-se um aumento na oscilação do sinal, característica desse tipo de controlador. Os valores atingidos durante o



Figura 4.5: Sinal de erro da corrente de eixo direto, a partir de ensaio experimental com a técnica FOC.

Fonte: Próprio Autor

ensaio são em torno de 1,5 A.

No detalhe da curva pode ser melhor visualizada a oscilação do sinal em relação ao da técnica FOC.

Figura 4.6: Sinal de erro da corrente de eixo direto, a partir de ensaio experimental com a técnica SMC.



Fonte: Próprio Autor

A Figura 4.7 apresenta o resultado da corrente de eixo em quadratura do ensaio com a técnica FOC. O sinal apresenta-se bastante ruidoso com oscilações entre 4 A e -4 A, com intervalos atingindo 5,5 A e -6 A.



Figura 4.7: Sinal de erro da corrente de eixo em quadratura, a partir de ensaio experimental com a técnica FOC.

Fonte: Próprio Autor

Da mesma forma que nos resultados com a corrente de eixo direto, é possível observar uma redução na variação do erro durante os transitórios. No detalhe da curva de erro pode-se ver como o ruído é bastante atuante no sinal.

Figura 4.8: Sinal de erro da corrente de eixo em quadratura, a partir de ensaio experimental com a técnica SMC.



Fonte: Próprio Autor

Na Figura 4.8 é apresentada a curva do erro da corrente de eixo em quadratura para o ensaio com a técnica de controle por modos deslizantes. Nota-se uma oscilação maior se

comparada a outra técnica de controle, como também foi observado para o resultado com a corrente de eixo direto.

Os valores variam em torno de 3,5 A e -3,5 A, sendo que durante o rastreio da posição, quando o sistema atinge a posição de referência esses valores variam entre 2 A e -3,5 para a posição de um radiano e entre 2,8 A e -3,5 A para a posição de seis radianos.

No detalhe da Figura 4.8 é possível observar o comportamento do ruído no erro da corrente.

# 4.2 Considerações finais

Neste capítulo foi apresentado uma análise comparativa dos controladores propostos no trabalho. A partir das discussões de resultados de ambas as técnicas submetidas a um mesmo ensaio experimental, foi possível verificar diversos comportamentos das variáveis monitoradas.

O experimento que continha o controlador com controle por modos deslizantes demonstrou ser mais eficiente a aplicação, pois apresentou menor variação na posição do eixo do rotor e obteve o rastreio da referência com magnitudes do sinal de erros das correntes inferiores as obtidas do ensaio com a outra técnica, mesmo apresentando uma resposta mais lenta na escala de milissegundos.

O ensaio com o controlador SMC na malha de corrente proporcionou uma melhor atuação do sistema no rastreio da posição do motor mesmo apresentando ruído tal como nos ensaios da técnica de controle por orientação de campo. Isso pôde ser alcançado devida a característica de invariância do controlador por modos deslizantes, ou seja, o controlador é mais robusto em relação às incertezas do modelo e possíveis distúrbios ocorridos nos experimentos.

# 5 CONCLUSÃO

# 5.1 Conclusão geral

O acionamento do motor de indução trifásico é um tema que desperta grande interesse tanto do ponto de vista do estudo da teoria do controle quanto das suas numerosas aplicações industriais. Diversas técnicas vem sendo desenvolvidas no decorrer dos anos a fim de obter melhores desempenhos no controle desse tipo de máquina. Com o objetivo de se obter um análise comparativa entre duas técnicas de acionamento desse tipo de motor, esse trabalho propôs a modelagem e o projeto de controladores para obtenção do servoposicionamento do eixo do rotor, baseado no controle por orientação de campo e no controle por modos deslizantes na malha de corrente.

Inicialmente, foi realizado um estudo a respeito da aplicação e motivação para a elaboração desse trabalho. Notou-se que nos últimos anos passou-se a intensificar as pesquisas acerca da teoria de controle por modos deslizantes aplicados a máquinas elétricas. Dentre as aplicabilidades do SMC no motor de indução, escolheu-se para a elaboração do estudo, o projeto de controle para malha de corrente de eixo direto e em quadratura do estator da máquina.

Para os projetos dos controladores é percebido que a técnica de controle por modos deslizante apresenta uma metodologia mais complexa em relação aos controladores clássicos utilizados. A sintonia, todavia, demonstrou-se ser bastante intuitiva, pois a escolha dos parâmetros de ponderação do controlador é regida pelas duas condições apresentadas nas inequações do seu projeto.

De posse dos dados obtidos na simulação foi possível constatar a utilização dessas técnicas para esse tipo de aplicação, além de obter o comportamento esperado dos componentes do sistema de controle da planta experimental.

Com o resultados obtidos através dos ensaios realizados na planta de teste foi possível verificar os desempenhos de ambas as técnicas para os diferentes resultados extraídos do experimento.
Para o posicionamento do rotor foi notado uma melhora na variação da posição com a utilização do algoritmo com controle por modos deslizantes. Em relação ao tempo de reposta, todavia, foi verificado uma piora na acomodação dos degraus realizados no ensaio experimental, em relação a técnica FOC. Porém as diferenças encontradas foram da ordem milissegundos.

A velocidade manteve os resultados obtidos para a posição, sendo mais variável com o algoritmo de controle por orientação de campo, porém com um valor médio de velocidade maior, durante o transitório, do que o resultados da técnica do SMC.

Nas correntes foram encontrados os resultados mais significantes da análise comparativa. Para a corrente do estator do motor em eixo direto pôde ser verificado uma redução no erro de corrente, porém com uma maior oscilação no sinal. Na corrente de eixo em quadratura, também foi verificado a redução do sinal do erro. Para a variação da corrente em relação ao comando de referência foi verificado uma alteração maior para os resultados obtidos com o algoritmo com controle por orientação de campo do que para o da outra técnica.

Diante das considerações expostas percebe-se de fato que o controle de posição do motor de indução trifásico do tipo "gaiola de esquilo" apresenta melhores resultados, se for utilizada a técnica de controle por modos deslizantes aplicada na malha de corrente do motor devido a sua característica de poder ser insensível as variações paramétricas da planta e distúrbios.

## 5.2 Proposta para trabalhos futuros

Como trabalhos futuros a aplicação de técnicas de minimização da trepidação (*chatte-ring*) do sinal das superfícies de chaveamentos projetadas pode ser dado como sugestão. Sugerese também a aplicação do acionamento proposto em uma planta mecânica real, como por exemplo um manipulador robótico, com as técnicas de controle apresentadas nesse trabalho.

Pode-se incluir também como trabalho a ser desenvolvido o projeto de observadores de fluxo para auxiliarem no algoritmo de controle, deixando o sistema mais robusto. Prover controladores com características de rejeição a distúrbios, também pode ser dado como sugestão.

Outra sugestão, poderia ser a utilização da técnicas de controle *sensorless* através da estimação dos parâmetros do sistema. Por fim a utilização de técnicas de filtragem para a mitigação dos ruídos encontrados nos sinais aferidos nos ensaios experimentais é fortemente recomendada.

## REFERÊNCIAS

BANERJEE, T. et al. Off-line optimization of pi and pid controller for a vector controlled induction motor drive using pso. In: *Electrical and Computer Engineering (ICECE), 2010 International Conference on.* [S.l.: s.n.], 2010. p. 74–77.

BARAMBONES, O.; ALKORTA, P.; SEN, M. D. L. An adaptive sliding mode position control for induction motor drives. In: *EUROCON - International Conference on Computer as a Tool* (*EUROCON*), 2011 IEEE. [S.1.: s.n.], 2011. p. 1–4.

BARBI, I. Teoria Fundamental do Motor de Indução, Ed. UFSC, Florianópolis. [S.l.]: Ed. UFSC, 1985.

BIN, E. Máquinas elétricas e acionamento. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.

BLASCHKE, F. The principle of field orientation: the basics for the transvector control of three-phase machines. *Siemens Revista*, v. 45, n. 10, p. 757 – 760, 1971.

BLASCHKE, F. *Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung der Drehfeldmaschine*. Tese (Doutorado) — Universidade de Braunschweig, 1973.

BOLDRINI, J. L. Álgebra linear. [S.l.]: Ed. Harbra, 1986.

BOSE, B. K. Modern Power Electronics and AC Drives. Knoxville: Prentice Hall, 2001.

CASTILLO-TOLEDO, B. et al. Indirect discrete-time sliding mode torque control of induction motors. In: *Electrical Machines (ICEM)*, 2010 XIX International Conference on. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–6.

CHANG, Y.-H. et al. Fractional-order integral sliding-mode flux observer for sensorless vector-controlled induction motors. In: *American Control Conference (ACC), 2011*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 190–195. ISSN 0743-1619.

CHIASSON, J. Modeling and high-performance control of electric machines. [S.l.]: Pretice Hall PTR, 2005.

COMANESCU, M. Design and analysis of a sensorless sliding mode flux observer for induction motor drives. In: *Electric Machines Drives Conference (IEMDC)*, 2011 IEEE International. [S.l.: s.n.], 2011. p. 569–574.

DINIZ, E. de C. et al. An elbow planar manipulator driven by induction motors using sliding mode control for current loop. *Control and Cybernetics*, 2012.

DINIZ, E. de C. et al. Dsp-based position control applied to squirrel-cage induction motor using vector control and space vector pwm modulation. *Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência (COBEP)*, p. 8, 2007.

DUNNIGAN, M. et al. Position control of a vector controlled induction machine using slotine's sliding mode control approach. *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, v. 145, n. 3, p. 231–238, may 1998. ISSN 1350-2352.

EMELYANOV, e. a. S. V. Theory of Variable-Structure Systems. Moskow: Nauka, 1970.

EMELYANOV, S. V. Variable-Structure Control Systems. Moskow: Nauka, 1967.

FARASAT, M.; KARAMAN, E. Efficiency-optimized hybrid field oriented and direct torque control of induction motor drive. In: *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on.* [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–4.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C.; UMANS, S. D. *Máquinas Elétricas*. São Paulo: Bookman, 2006.

GAO, W.; HUNG, J. Variable structure control of nonlinear systems: a new approach. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 40, n. 1, p. 45–55, feb 1993. ISSN 0278-0046.

HASSE, K. Zur Dynamik Grehzahlgeregelter Antriebe Mit Stromrichter gespeiten Asynchron Kuzschlublaufermaschinen. Tese (Doutorado) — Universidade Tecnológica de Darmstadt, 1969.

HONGYU, S.; YONG, F. A hybrid sliding mode flux observer for induction motor drive. In: *Control Conference (CCC), 2011 30th Chinese.* [S.l.: s.n.], 2011. p. 762 –767. ISSN 1934-1768.

JIANG, Y.; XIAOLI, D.; FANRONG, M. Robust control for induction motor with rotor field oriented. In: *Advanced Computer Control (ICACC), 2010 2nd International Conference on.* [S.l.: s.n.], 2010. v. 3, p. 227 –231.

KACHROO, P.; TOMIZUKA, M. Integral action for chattering reduction and error convergence in sliding mode control. In: *American Control Conference*, *1992*. [S.l.: s.n.], 1992. p. 867–870.

KACHROO, P.; TOMIZUKA, M. Chattering reduction and error convergence in the sliding-mode control of a class of nonlinear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 41, n. 7, p. 1063–1068, jul 1996. ISSN 0018-9286.

KOSOW, I. L. Máquinas elétricas e transformadores. [S.1.]: Globo, 2000.

KRAUSE, P. C. Analysis of electric machinery. Oxford: McGraw-Hill, 1986.

KUBOTA, H.; MATSUSE, K. Speed sensorless field-oriented control of induction motor with rotor resistance adaptation. *IEEE trans. on Industry Application*, v. 30, n. 5, p. 1219–1224, 1994.

LAID, K.; DIANGUO, X.; JINGZHUO, S. Vector control of hybrid stepping motor position servo system using neural network control. In: *Industrial Electronics Society, 2001. IECON* '01. The 27th Annual Conference of the IEEE. [S.1.: s.n.], 2001. v. 2, p. 1504–1508 vol.2.

MINGYUAN, Z. et al. Vector control for the linear induction motor based on the position closed-loop. In: *Electrical and Control Engineering (ICECE), 2010 International Conference on.* [S.I.: s.n.], 2010. p. 2515–2518.

NOVOTNY, D. W.; LIPO, T. A. Vector Control and Dynamics of AC Drivers. Oxford: Clarendon Press, 1997.

REED, D.; HOFMANN, H. Direct field-oriented control of an induction machine using an adaptive rotor resistance estimator. In: *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, 2010 IEEE. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1158–1165.

SLOTINE, W. L. J. J. Applied nolinear control. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991.

SOUZA, A. B. de et al. Dsp-based position control applied to squirrel-cage induction motor using vector control and space-vector pwm modulation. *XVII Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, p. 8, 2008.

SOUZA, A. B. J. *Servoposicionador utilizando motor de indução trifásico*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.

UDDIN, M. et al. Experimental performance of a model reference adaptive flux observer based nfc for im drive. In: *Industry Applications Society Annual Meeting (IAS), 2011 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–8. ISSN 0197-2618.

UTKIN, J. G. e. J. S. V. *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. Philadelphia: Taylor & Francis, 1999.

UTKIN, V. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 40, n. 1, p. 23–36, feb 1993. ISSN 0278-0046.

UTKIN, V. I. Sliding mode and their application to variable structures systems. *MIR Publishers*, 1978.

WEG. Motores Elétricos. [S.l.], 2009.

WU, B. *High-Power Converters ans AC Drives*. Hoboken, New Jersey: Inc. John Wiley e Sons, 2006.

YOUNG, K.; UTKIN, V.; OZGUNER, U. A control engineer's guide to sliding mode control. In: *Variable Structure Systems, 1996. VSS '96. Proceedings., 1996 IEEE International Workshop on.* [S.1.: s.n.], 1996. p. 1–14.

ZHANG, D. L.; LIU, G. R. A study of induction motor stator flux observer based on radial basis function network. In: *Computer Science and Automation Engineering (CSAE)*, 2011 *IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2011. v. 4, p. 340–344.

ZHANG, Z. et al. Second order sliding mode control of flux and torque for induction motor. In: *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), 2010 Asia-Pacific.* [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–4.

## **APÊNDICE A - BANCADA DE TESTE**

A bancada de teste é apresentada na Figura A.1. Os equipamentos que a constitui são: retificador trifásico de ponte completa, filtro *LC* de saída do retificador, auto-transformador, inversor trifásico três níveis, motor de indução trifásico, potenciômetro, placa de concentração e condicionamento de sinal, placa de aquisição e DSC.



Figura A.1: Planta de teste do servo-posicionamento do motor de indução.

Fonte: Próprio Autor

O conversor AC/CC é utilizado para a retificação do sinal alternado atenuado pelo auto-transformador. O sinal retificado é filtrado pelo Circuito *LC* na saída do retificador. A saída filtrada em CC é colocada no barramento de entrada do inversor de frequência. A Figura A.2 apresenta o protótipo do retificador trifásico de ponte completa.



Figura A.2: Retificador trifásico de ponte completa.

Fonte: Próprio Autor

O inversor utilizado foi o modelo *SKS 18G B6Cl 11 V12* da *SEMIKRON*<sup>®</sup>, sendo apresentado na Figura A.3.



Figura A.3: Inversor de três níveis modelo SKS 18G B6Cl 11 V12.

Fonte: Próprio Autor

A placa projetada para concentrar os sensores, sinais das chaves do inversor e a interface com placa de aquisição e com o DSC é apresentada na Figura A.5. Os sensores de corrente são do tipo LA-25np da LEM<sup>®</sup>. Na saída dos sensores foi projetado um circuito com amplificador operacional para a adequação do sinal medido ao nível de tensão do DSC de 0 a 3,3 V.





75

Fonte: Próprio Autor

Na Figura A.4 é apresentado o esquemático elaborado para a prototipagem da placa de circuito impresso visualizada na Figura A.5.



Figura A.5: Placa de condicionamento de sinais do sistemas.

Fonte: Próprio Autor

Na mesma placa é alocado os sinais de acionamento dos interruptores do inversor, sendo alterado o sinal de 0 a 3,3 V oriundo do DSC para 0 a 15 V por intermédio de transistores em coletor aberto.

Figura A.6: Fonte auxiliar CC.



Fonte: Próprio Autor

Para o correto funcionamento dos dispositivos que compõem a planta foi projetada uma fonte de alimentação em corrente contínua, tendo como saída as magnitudes de +5 V, +15V, -15 V e +18 V de tensão. Seu protótipo é apresentado na Figura A.6. O motor utilizado para os ensaios experimentais foi o modelo W21 *standard* de 1/4 cv de potência nominal da WEG<sup>®</sup>, apresentado na Figura A.7, juntamento com o potenciômetro usado para a medição indireta da posição do rotor. O fabricante do potenciômetro é a empresa *BOURNS*<sup>®</sup> e sua resistência é 100 ohm.

Figura A.7: Motor de indução utilizado na planta.



Fonte: Próprio Autor

Os parâmetros do motor da máquina de indução utilizados para os ensaios experimentais e os ensaios em ambiente de simulação computacional são apresentados na tabela A.1, abaixo:

Potência nominal	0,18 kW	Resistência do rotor	$R_r = 87,44 \text{ ohms}$
Número de pólos	4	Indutância do estator	$L_s = 0,16 \text{ H}$
Velocidade nominal	1710 rpm	Indutância do rotor	$L_r = 0,16 \text{ H}$
Tensão nominal	220 V	Indutância mútua estator-rotor	$L_m = 0,884 \text{ H}$
Corrente nominal	0,66 A	Momento de inércia	0,00045 Kg.m <sup>2</sup>
Resistência do estator	$R_s = 35,58 \text{ ohms}$	Coeficiente de atrito viscoso	0,0001 N.m.s

Fonte: Próprio Autor

O ezdsp2812<sup>®</sup> foi utilizado para embarcar toda a estratégia de controle projetada. Para ambas as técnicas apresentadas nesse trabalho foi gerado diferentes projetos para o DSC. A utilização desse tipo de controlador foi motivada pela alta eficiência que ele apresenta em realizar cálculos precisos e pelo seu espaço de memória.

Figura A.8: Placa de desenvolvimento DSC da TEXAS INSTRUMENTS® ezdsp2812<sup>®</sup>.



Fonte: Próprio Autor

## **APÊNDICE B – TRANSFORMADAS CLAKE E PARK**

A transformada de Clarke ou transformada  $\alpha\beta0$  reduz um sistema de três dimensões em um sistema representado por duas dimensões, sendo possível haver a correlação entre as grandezas de ambos os sistemas. Aplicando essa propriedade em uma motor simétrico trifásico como na Figura B.1(*a*) pode-se obter uma representação desse motor a partir de dois eixos estacionários e ortogonais entre si, Figura B.1(*b*), através da decomposição dos vetores simétricos  $S_a$ ,  $S_b$  e  $S_c$  nos vetores ortogonais  $S_{\alpha}$  e  $S_{\beta}$ .

Figura B.1: Transformação física de uma máquina simétrica trifásica em uma máquina bifásica. Adaptado de (BARBI, 1985).



Fonte: Próprio Autor

As decomposições das forças magnetomotrizes para cada fase em cada eixo ortogonal são apresentadas nas equações B.1 e B.2 para eixo $-\alpha$  e eixo $-\beta$ , respectivamente.

$$F_{mm\alpha} = F_{mma} cos(0^{o}) + F_{mmb} cos(120^{o}) + F_{mmc} cos(240^{o})$$
(B.1)

$$F_{mm\beta} = F_{mma}sen(0^{\circ}) + F_{mmb}sen(120^{\circ}) + F_{mmc}sen(240^{\circ})$$
(B.2)

A representação matricial das equações B.1 e B.2 é apresentada na equação B.3.

$$\begin{bmatrix} F_{mm\alpha} \\ F_{mm\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{mm1} \\ F_{mm2} \\ F_{mm3} \end{bmatrix}$$
(B.3)

A matriz apresentada na equação B.4 é extraída da equação B.3 é denominada de matriz de transformação do sistema trifásico para o sistema bifásico.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$
(B.4)

Em termos das correntes do motor pode-se obter as relações apresentadas nas equações B.5 e B.6, tanto para a transformação do sistema trifásico para o sistema  $\alpha\beta$ , quanto para a transformação inversa ou anti-transformada.

$$\begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} n_3 \\ n_2 \end{pmatrix} \mathbf{A} \begin{bmatrix} i_{Sa} \\ i_{Sb} \\ i_{Sc} \end{bmatrix}$$
(B.5)
$$\begin{bmatrix} i_{Sa} \\ i_{Sb} \\ i_{Sc} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} n_3 \\ n_2 \end{pmatrix} \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix}$$
(B.6)

O termo  $\left(\frac{n_3}{n_2}\right)$  representa a relação de espiras de ambos os sistemas e é dada por  $\left(\frac{n_3}{n_2}\right) = \sqrt{\frac{2}{3}}$  para que se obtenha a invariância da potência independente da representação utilizada (BARBI, 1985).

A transformada de Park ou transformada dq0 possui grande importância no estudo de controle por campo orientado, pois com sua aplicação as grandezas representadas tornam-se constantes no tempo, simplificando o modelo a qual elas pertencem.

Após a transformação de Clarke, obtêm-se a representação do sistema com duas dimensões e esse sistema é referenciado a um eixo estacionário. Na transformada dq0 esse eixo torna-se girante com uma determinada frequência, como pode ser visto na Figura B.2. Os novos eixos de referência são o eixo direto, eixo-d e o eixo em quadratura a eixo-q.

As decomposições dos eixos oriundos da transformada de Clarke nos eixos girantes da

transformada de Park são regidas pelas equações B.7 e B.8.

$$i_{rd} = i_{S\alpha} \cos \theta - i_{r\beta} sen\theta \tag{B.7}$$

$$i_{rq} = i_{S\alpha} sen\theta + i_{r\beta} \cos\theta \tag{B.8}$$





Fonte: Próprio Autor

Na forma matricial as decomposições podem ser representadas como na equação B.9.

$$\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -sen \theta \\ sen \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(B.9)

Análogo a transformada  $\alpha\beta0$ , extraí-se da equação B.9 a matriz de transformação de Park, apresentada na equação B.10.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sen\theta \\ sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(B.10)

Assim as correlações de ambas as transformadas podem ser obtidas através das equações B.11 e B.12.

$$\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(B.11)

$$\begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{-1} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$
(B.12)