UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

FERNANDO HUGO MARTINS DA SILVA

O USO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM COMO INSTRUMENTO DIFERENCIADO PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

FORTALEZA
2013

FERNANDO HUGO MARTINS DA SILVA

O USO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM COMO INSTRUMENTO DIFERENCIADO PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jonatan Floriano da Silva

FORTALEZA

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca do Curso de Matemática

S58u Silva, Fernando Hugo Martins da
O uso de objetos de aprendizagem como instrumento diferenciado para o ensino de análise combinatória / Fernando Hugo Martins da Silva. – 2013.
53 f. : il. color., enc. ; 31 cm

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2013.
Área de Concentração: Ensino de Matemática.
Orientação: Prof. Dr. Jonatan Floriano da Silva.

1. Análise combinatória. 2. SPSS (Programa de computador). 3. Pesquisa- Acaraú. I. Título.

CDD 511.6

FERNANDO HUGO MARTINS DA SILVA

O USO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM COMO INSTRUMENTO DIFERENCIADO PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 13 / 04 / 2013.

BANCA EXAMINADORA

Jonatan Floriano da Silva

Prof. Dr. Jonatan Floriano da Silva (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Ms. David Carneiro de Souza
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

À minha filha, Catarina.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me dar força, coragem, determinação e inspiração não só na produção deste trabalho, mas também na árdua luta do decorrer deste mestrado.

À minha família, em especial meus pais, De Assis e Goretti que sempre me auxiliaram durante toda a vida estudantil, e minha esposa, Marília que tanto me incentivou desde a inscrição para o exame de acesso e me inspirou a produzir a dissertação.

Aos meus amigos e companheiros de estudo, Ricardo, Thiago, Eduvânio e Rafael que durante vários meses estudaram comigo para obtermos êxito nas avaliações.

Aos meus professores, pela contribuição em diferentes períodos, Luciano durante o Ensino Médio, Alberto no final da graduação e Sheila Dias durante a elaboração deste trabalho.

Ao meu orientador Professor Dr. Jonatan, pela dedicação na orientação de minha dissertação.

Ao núcleo gestor de minha escola, pela paciência e compreensão durante esses dois anos de estudo, nos quais em alguns momentos deixava a escola em segundo plano para dedicação quase que exclusiva ao mestrado.

Aos meus alunos que me motivam na busca pela formação continuada, em especial aqueles que participaram da atividade deste trabalho.

Aos idealizadores do PROFMAT, que diante de tanta preocupação com o ensino publico do país, contribuíram para a realização de um sonho de muitos docentes da rede pública.

“Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse, mas a aquisição, não é a presença, mas o ato de atingir a meta”. (GAUSS, 1777-1855).

RESUMO

Este estudo mostra a utilização de objetos de aprendizagem para o ensino de Análise Combinatória e como os mesmos podem contribuir de forma interativa para a aprendizagem dos alunos. Nessa medida, o objetivo deste trabalho é verificar se a utilização de objetos de aprendizagem nas aulas de Matemática favorece uma melhor assimilação dos conteúdos de análise combinatória. Para tanto, optou-se por um estudo experimental do qual participaram 18 alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Educação Profissional Marta Maria Giffoni de Sousa, situada em Acaraú, Ceará. Estes foram escolhidos e divididos aleatoriamente e igualmente em dois grupos (experimental e controle). Os instrumentos para coleta de dados foram: atividades do RIVED, questionário socioeconômico e teste composto de questões sobre permutação, arranjo e combinação. Os dados foram analisados através de um programa estatístico, o SPSS e Microsoft Excel. Os resultados apontam para um desempenho superior do grupo que obteve aula diferenciada (experimental) em relação ao grupo que recebeu aula tradicional (controle).

Palavras -chave: Análise Combinatória. Ensino Médio. Objetos de aprendizagem.

ABSTRACT

This paper shows the use of learning objects to the teaching of Combinatorial Analysis and how they can contribute to interactive way to the students learning. As such, the objective of this work is to verify if the use of learning objects in Mathematics classes promotes better assimilation of the combinatorial analysis. Therefore, we chose an experimental study in which 18 students participated at the 2nd year of Escola Estadual de Educação Professional (State School of Professional Education) Marta Maria Giffoni de Sousa, located in Acaraú, Ceará. These were chosen and divided randomly and equally into two groups (experimental and control). The instruments for data collection were: RIVED activities, socioeconomic questionnaire and test consisting of questions about permutation arrangement and combination. The data were analyzed using statistical programs, SPSS and Microsoft Excel. The results show to a superior performance of the group that was differentiated class (experimental) compared to the group that received traditional class (control).

Keywords: Combinatorial Analysis . High School. Learning Objects.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

São inúmeras as variáveis que interferem de forma definitiva, direta ou indiretamente, no processo de ensino-aprendizagem tais como: precária condição financeira, falta de acesso a internet, pouco incentivo familiar, baixa remuneração docente, entre outras.

Aliado a estes problemas, aparece com bastante frequência, nos debates educacionais, o discurso de que o tradicionalismo ainda presente em nossas salas de aula seja um dos principais responsáveis pela aversão que a maioria de nossos alunos sente com relação à disciplina Matemática.

Segundo Saviani (1991), o ensino tradicional se caracteriza pela transmissão dos conhecimentos. O professor é o centro do processo de ensino. É ele que organiza, sistematiza esses conhecimentos. O aluno é um sujeito passivo a quem cabe apenas a memorização. De acordo com Libâneo (1992, p.23) na escola tradicional os métodos "baseiam-se na exposição verbal da matéria e/ou demonstração. [...] A ênfase nos exercícios, na repetição de conceitos ou fórmulas e na memorização visa disciplinar a mente e formar hábitos".

Enquanto educador tenho observado que, ao incrementar com recursos didáticos diferenciados, que permitam os alunos assimilarem através de manipulações de elementos concretos, nas aulas que eram meramente expositivas clássicas, por eles é manifestado um maior interesse e, consequentemente uma aprendizagem mais significativa.

Tomando como ponto de partida um problema percebido no decorrer do 3º bimestre de 2012, no 2º ano do Ensino Médio (a grande maioria dos alunos não assimilou muito bem os assuntos relacionados à Análise Combinatória, especialmente permutação simples, arranjo simples e combinação simples), e também na tentativa de verificar se a utilização de objetos de aprendizagem nas aulas de Matemática favorece uma melhor assimilação dos conteúdos de Análise Combinatória, foi pensada uma atividade com objetos de aprendizagem, na qual são confrontadas duas formas diferentes de ministrar um mesmo conteúdo.

A atividade consistirá em ministrar uma aula de revisão e aplicar um teste com dois grupos escolhidos aleatoriamente. "A seleção da amostra, de forma aleatória, é essencial para a formação dos grupos experimental e de controle" (TRIVIÑOS, 2008, p.113). Com o primeiro grupo utilizarei apenas a maneira tradicional e com o segundo farei uso de uma metodologia diferenciada.

A forma tradicional, que será utilizada com o grupo de controle, consiste em levá-los para a sala de aula, revisar os assuntos de combinatória, utilizando apenas o pincel e o quadro, logo em seguida aplicar um teste em forma de avaliação objetiva.

A forma diferenciada, que será utilizada com o grupo experimental, consiste em levá-los ao laboratório de informática, revisar os assuntos de combinatória e aplicar um teste, através dos Objetos de Aprendizagem encontrados no RIVED (Rede Interativa Virtual de Educação).

Tanto os exemplos utilizados na aula de revisão quanto às questões utilizadas para testar os conhecimentos adquiridos foram os mesmos para os dois grupos. A intenção era não colocar questões diferentes para não interferir nos resultados do trabalho eliminando a possibilidade de algum grupo se beneficiar com questões mais simples ou exemplos mais eficientes. Com isso procurarei testar apenas a diferença entre as abordagens tradicional e diferenciada.

Seguindo a linha de raciocínio com que foram criados os três Objetos de Aprendizagem de análise combinatória utilizados na atividade, os assuntos foram trabalhados na seguinte ordem: arranjo, permutação e combinação, tanto no grupo experimental quanto no de controle.

Como citado anteriormente, mais da metade dos alunos do 2º ano mostraram, diante das avaliações mensais e bimestrais, uma imensa dificuldade em análise combinatória. Por conta disto, não espero que os alunos dos grupos experimental e de controle, mesmo escolhidos aleatoriamente, demonstrem no teste bons resultados. Acredito que cerca de 50% acertará menos da metade e que menos de 20% errará no máximo uma questão das 8 que compõem o teste.

De acordo com o objetivo desta atividade, creio que aqueles alunos que assistiram à aula com abordagem diferenciada, por meio de recursos computacionais, terão um resultado melhor diante do teste do que os alunos do grupo da abordagem tradicional.

Acredito que a maior dificuldade enfrentada pelos dois grupos será no que diz respeito à interpretação das questões e no uso do raciocínio lógico. Baseado em experiências anteriores pude notar que o aluno conhece a fórmula a ser utilizada na questão, diferencia bem se a questão envolve arranjo, permutação ou combinação, mas não interpreta os detalhes da mesma e usa a fórmula sem raciocinar a respeito de alguma restrição existente, o que distingue muito sua resposta da resposta correta.

> Embora a Análise Combinatória disponha de técnicas gerais que permitem atacar certos tipos de problemas, é verdade que a solução de um problema combinatório

> exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema (MORGADO, 2006, p.2).

Nesse sentido grande parte dos alunos sentirá dificuldade por não conseguir compreender detalhes implícitos nos problemas.

A pesquisa será feita através do estudo experimental com o intuito principal de verificar se os alunos do grupo experimental (grupo em que serão apresentados os objetos de aprendizagem - OA) obterão um resultado superior aos alunos do grupo de controle (grupo que será trabalhado de maneira convencional e que será usado como base de comparação com o grupo experimental), ou seja, se a abordagem diferenciada provoca melhores resultados no teste que a abordagem tradicional.

Estruturalmente, o trabalho terá a seguinte organização: capítulo 1, Introdução; capítulo 2, “Conhecendo o RIVED e objetos de aprendizagem”, no qual serão apresentados um histórico, definição e as metas do RIVED, bem como, uma breve explanação sobre os objetos de aprendizagem; neste ponto será feita uma apresentação de um dos objetos de aprendizagem utilizados: o OA de permutação.

O capítulo 3, “Um pouco sobre combinatória”, trará algumas informações sobre o ensino de Análise Combinatória, um breve histórico dessa temática e algumas demonstrações apoiados em contribuições de Hazzan (2004), Morgado (2006), Lima *et al* (2006), Eves (2008), Boyer (2008) entre outros.

No capítulo 4, “Material e métodos”, trataremos da metodologia apresentando o contexto, os participantes, a condução, bem como, os instrumentos e os métodos de coleta dos dados.

O capítulo 5, “Análise dos resultados”, trará o método de análise e os resultados que serão apresentados e discutidos.

Por fim, no capítulo 6, serão destacadas as conclusões e será feita uma avaliação geral deste estudo levando em consideração os objetivos, a análise e discussão dos resultados.

Espera-se que os resultados deste estudo sirvam como estímulo para que os professores “tradicionalistas” tornem-se adeptos dos recursos educacionais interativos para o ensino não somente de Análise Combinatória, como também de outros assuntos da Matemática.

2 CONHECENDO O RIVED E OBJETOS DE APRENDIZAGEM

2.1 Histórico do RIVED

É de grande importância para a utilização de objetos de aprendizagem, como recurso pedagógico, entender um pouco do processo de criação dessa forma interativa de aprendizagem, que tem como principal intuito propiciar ao aluno uma maneira de aprender mais facilmente conteúdos que ensinados de forma tradicional se tornariam mais difíceis de serem assimilados.

Segundo um breve histórico existente no site do RIVED[1], tudo começou com um acordo entre Brasil e Estados Unidos sobre o desenvolvimento da tecnologia para uso pedagógico, no ano de 1997. Já em 1999 a participação brasileira teve início por meio de uma parceria entre duas Secretarias: a de Ensino Médio e Tecnológica (atualmente Secretaria de Educação Básica - SEB) e a de Educação a Distância (SEED). Participaram do projeto, além do Brasil, dois países sul-americanos, Peru e Venezuela.

Diante da necessidade de alternativas pedagógicas que auxiliem o processo de ensino/aprendizagem de forma mais eficiente, no ano de 2001, o Ministério da Educação (MEC) criou o projeto Rede Interativa Virtual de Educação (RIVED) com o objetivo de criar materiais digitais e disponibilizá-los em um repositório on-line para serem utilizados pelos professores nas escolas públicas.

Até 2003, a equipe do RIVED, na SEED, foi responsável pela criação de 120 objetos de aprendizagem nas disciplinas de Matemática, Física, Química e Biologia, para o Ensino Médio.

Em 2004, houve uma transferência do processo de produção de objetos de aprendizagem da SEED para as universidades. Esta ação recebeu o nome de Fábrica Virtual. Com o propósito de produzir conteúdos pedagógicos digitais, na forma de Objetos de Aprendizagem para as diferentes áreas de conhecimento, no intuito de melhorar as condições de ensino/aprendizagem e incentivar a utilização de novas tecnologias nas escolas.

Além disso, quer criar, nos licenciandos envolvidos no projeto, uma postura ativa que os leve a abandonar aquela que os faz serem simples consumidores de tecnologia, trazendo assim um diferencial na sua formação acadêmica.

---

[1] http://rived.mec.gov.br

Através desta expansão do RIVED, para as universidades, foi previsto também a produção de conteúdos nas outras áreas de conhecimentos, além da área de Ciências da Natureza e Matemática, bem como para o Ensino Fundamental, Profissionalizante e para atendimento às necessidades educativas especiais.

Essa nova política rendeu ao RIVED uma mudança no significado de sua sigla, passando de Rede Internacional Virtual de Educação para Rede Interativa Virtual de Educação.

2.1.1 Definição e metas

O RIVED pode ser definido como "um programa da Secretaria de Educação a Distância - SEED, que tem por objetivo a produção de conteúdos pedagógicos digitais, na forma de objetos de aprendizagem" (RIVED, 13/12/2012), segundo a descrição retirada do próprio site.

Tais conteúdos primam por estimular o raciocínio e o pensamento crítico dos estudantes, associando o potencial da informática às novas abordagens pedagógicas. A meta que se pretende atingir disponibilizando esses conteúdos digitais é melhorar a aprendizagem das disciplinas da educação básica e a formação cidadã do aluno.

Além de promover a produção e publicar na web os conteúdos digitais para acesso gratuito, o RIVED realiza capacitações sobre a metodologia para produzir e utilizar os objetos de aprendizagem nas instituições de ensino superior e na rede pública de ensino.

Podemos pontuar as metas do RIVED do seguinte modo:

> - Produzir objetos de aprendizagem para as demais áreas de conhecimento da educação básica, profissionalizante e para atendimento às necessidades educativas especiais;
> - Capacitar professores multiplicadores atuantes nos NTEs[2] instalados em todos os estados para uso dos objetos de aprendizagem e, após a disseminação dessa capacitação, a todas as escolas públicas do país;
> - Capacitar as instituições de ensino para produção de objetos de aprendizagem seguindo a metodologia do RIVED; compartilhar e reutilizar, com a comunidade escolar, objetos de aprendizagem produzidos pelas instituições de ensino e equipe SEED, através do repositório RIVED (RIVED, 13/12/2012).

2.2 Objetos de Aprendizagem

[2] Núcleo de Tecnologia Educacional

Os objetos de aprendizagem são ferramentas que auxiliam o processo de ensino aprendizagem de forma interativa. São instrumentos diferenciados que o professor pode utilizar para aproximar a teoria da prática.

Os estudos sobre OA são recentes, de forma que não há um consenso universalmente aceito sobre sua definição. “Os OA podem ser criados em qualquer mídia ou formato, podendo ser simples como uma animação ou uma apresentação de slides ou complexos como uma simulação” (MACEDO *et al*, 2007, p.20).

Wiley (2000 *apud* SOUSA, YONEZAWA e SILVA, 2007) define os Objetos de Aprendizagem (OA) como meios capazes de proporcionar uma forma nova de transmissão dos conhecimentos alicerçada na ciência da computação. Para o autor, os Objetos são:

> Abstrações de entidades do mundo real. Tais representações podem ser implementadas usando-se a tecnologia de construção de software. No paradigma de orientação a objetos, objetos são componentes de software que podem ser reutilizados na construção de novos softwares. O objetivo principal do paradigma de orientação a objetos é facilitar a construção de software por meio do reuso de componentes. (2007, p.53).

Esse tipo de abordagem traz resultados favoráveis com relação à produtividade “uma vez que não é preciso a cada novo projeto recomeçar tudo do zero” (WILEY, 2000 *apud* SOUSA, YONEZAWA e SILVA, p.53).

Enquanto Wiley (2000 *apud* SOUSA, YONEZAWA e SILVA, 2007) considera os objetos de aprendizagem como componentes de software que podem ser reaproveitados na construção de novos softwares, como citado anteriormente, na plataforma do RIVED tem-se que:

> Um objeto de aprendizagem é qualquer recurso que possa ser reutilizado para dar suporte ao aprendizado. Sua principal idéia é "quebrar" o conteúdo educacional disciplinar em pequenos trechos que podem ser reutilizados em vários ambientes de aprendizagem. Qualquer material eletrônico que provém informações para a construção de conhecimento pode ser considerado um objeto de aprendizagem, seja essa informação em forma de uma imagem, uma página HTM, uma animação ou simulação (RIVED, 13/12/2013).

A ideia de suporte à aprendizagem trazida pelos objetos de aprendizagem, produzidos pelo RIVED, torna as aulas mais interativas, o que de certa forma atrai o professor. Por sua vez, as animações e simulações ali apresentadas despertam a curiosidade e interesse dos alunos.

> A possibilidade de testar diferentes caminhos, de acompanhar a evolução temporal das relações, causa e efeito, de visualizar conceitos de diferentes pontos de vista, de comprovar hipóteses, fazem das animações e simulações instrumentos poderosos

> para despertar novas idéias, para relacionar conceitos, para despertar a curiosidade e para resolver problemas (RIVED, 13/12/2012).

Os OA oferecem aos alunos as oportunidades de exploração de fenômenos científicos e conceitos, muitas vezes inviáveis ou inexistentes nas escolas, seja por questões econômicas ou de segurança, como por exemplo: experiências em laboratórios com substâncias químicas; experiências envolvendo conceitos de genética, velocidade, grandeza, medidas, força, dentre outras.

2.2.1 Apresentação do OA de permutação

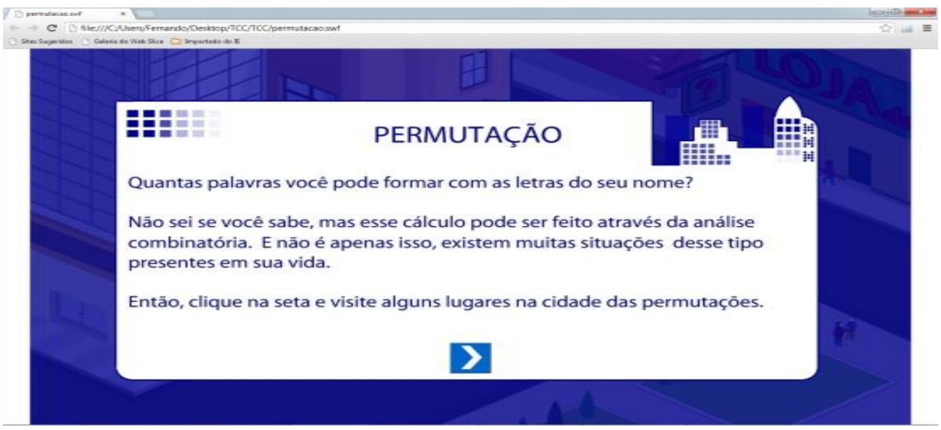
Os três objetos de aprendizagem utilizados na atividade possuem a mesma estrutura. Iniciam-se com uma pergunta sobre o tema, com o intuito de incentivar o aluno a visitar uma cidade virtual. É no passeio nessa cidade que os alunos fazem atividades para fixação e exercícios para verificação do assunto estudado, após adentrarem em locais como lanchonetes, lojas, universidades entre outros.

Devido à semelhança entre os OA utilizados, mostrarei apenas a estrutura de um deles para que se tenha uma noção de todos os objetos. As figuras a seguir foram Print Screens do OA sobre permutação.

Podemos ter uma idéia do OA de permutação, utilizado com o grupo experimental, através das imagens abaixo.

Na figura 1, podemos observar a primeira tela que temos contato quando abrimos o OA sobre permutação. Ela serve como uma espécie de convite para que o aluno demonstre interesse em passear pela “cidade das permutações”.

Figura 1- Tela inicial



Fonte: Plataforma RIVED

A figura 2 é dedicada aos responsáveis pela criação do OA. Nela podemos conhecer os alunos bolsistas e os professores orientadores.

Figura 2 - Créditos

Fonte: Plataforma RIVED

Na figura 3, podemos ver a estrutura da cidade com carros, ciclistas, banco, livraria entre outras coisas. Neste cenário estão presentes as atividades que os alunos utilizam como preparação para depois responderem as questões do teste.

Figura 3 - Cidade das permutações

Fonte: Plataforma RIVED

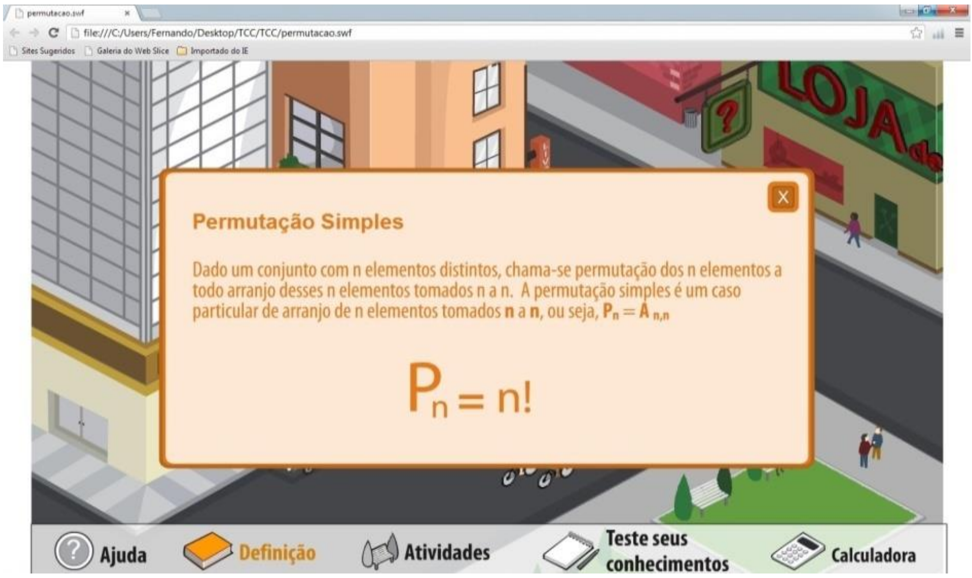
Quando clicamos na livraria, surge a tela que podemos observar na figura 4. Esta atividade de permutar as posições dos livros é a primeira forma de introduzir o conceito de permutação simples. Os alunos podem gerar várias sequências diferentes arrastando os livros que estão no espaço "exemplo" para o espaço "formar sua ordem" e clicando em "ok".

Figura 4 - Livraria

Fonte: Plataforma RIVED

A figura 5 mostra a tela que aparece quando clicamos no ícone "definição", situado na barra de ferramentas na parte inferior da imagem.

Figura 5 - Definição



Fonte: Plataforma RIVED

Na figura 6, podemos observar dois detalhes. O primeiro é a calculadora que poderia ser utilizada nas atividades e o segundo é a outra atividade de permutação que se resume em trocar as letras da palavra “pare”.

Figura 6 - Calculadora e atividade da placa pare

Fonte: Plataforma RIVED

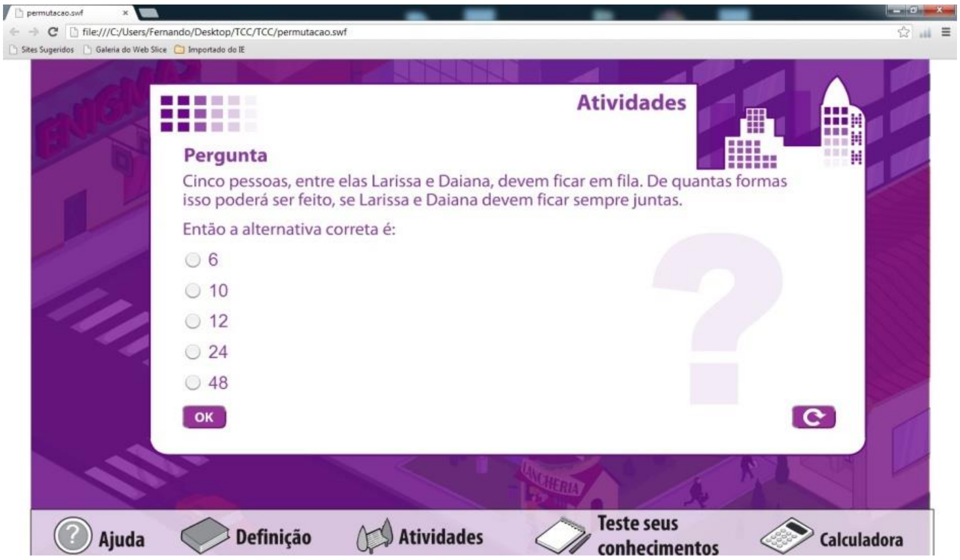
A figura 7 mostra a tela que aparece quando clicamos no ícone “Teste seus conhecimentos”, situado na barra de ferramentas ao lado do ícone “Calculadora”. Nessa cidade das permutações, a primeira parte (mostrada na figura 3) é dedicada às atividades e a segunda parte (mostrada na figura 7) ao teste.

Figura 7 - Teste seus conhecimentos

Fonte: Plataforma RIVED

Podemos ver, na figura 8, um exemplo de uma pergunta do teste. Para ser mais específico, quando clicamos na turma que se encontra na porta da universidade, é esta a pergunta que aparece.

Figura 8 - Exemplo de questão do teste



Fonte: Plataforma RIVED

São objetivos desse objeto de aprendizagem:

- Proporcionar uma maior interatividade, fazendo com que o aluno possa aprender de uma maneira diferente, interagindo com as figuras disponibilizadas na abordagem diferenciada;
- Interpretar o problema proposto reconhecendo que se trata de arranjo, permutação ou combinação;
- Resolver, através das fórmulas disponibilizadas ou de raciocínio lógico, as questões propostas no teste;
- Perceber as lacunas na aprendizagem obtidas pelo tradicionalismo das aulas;
- Ratificar a vantagem de dar aulas com a utilização de objetos de aprendizagem (RIVED, 2013).

3 UM POUCO SOBRE COMBINATÓRIA

Se questionarmos nossos alunos sobre o que eles entendem por Combinatória, quase que a totalidade resumiria no estudo das permutações, arranjos e combinações. Não se pode agir com surpresa diante desse fato, já que em nível de Ensino Básico tal assunto se limita geralmente ao estudo dessas três formas de contagem. Segundo Morgado (2006), ela trata de vários outros tipos de problemas e dispõe de várias outras técnicas como o princípio da inclusão-exclusão e o princípio das gavetas de Dirichlet.

Samuel Hazzan (2004, p.1), diz que "a Análise Combinatória visa desenvolver métodos que permitam contar o número de elementos de um conjunto, sendo estes elementos agrupamentos formados sob certas condições".

Podemos vê-la como a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas. Na Análise Combinatória, ocorrem com frequência dois tipos de problemas: o primeiro é demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito, dado, e que satisfazem certas condições; o segundo é contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito e que satisfazem certas condições dadas.

Se a aprendizagem deste assunto é feita mecanicamente, limitando-se em aplicar os conceitos em situações padronizadas, sem o intuito de habituar o aluno a analisar cuidadosamente cada problema, tem-se a impressão de que a Análise combinatória é somente um apanhado de fórmulas.

De acordo com Morgado (2006), três motivos principais privilegiam o estudo de arranjos, permutações e combinações em um curso inicial de Combinatória. São eles: dos vários "números para contagem" eles são os mais simples e de uso mais amplo; permitem resolver uma grande quantidade de problemas; e sua aplicabilidade a problemas de probabilidades finitas, um campo de aplicação importante da Análise Combinatória.

É importante que nós, enquanto professores de Matemática, tenhamos alguns cuidados ao ensinar Combinatória. No volume 2, do livro **A Matemática do Ensino Médio**, LIMA *et al* (2006) restringe a última seção do capítulo 4 em 5 dicas sobre o ensino de combinatória.

A seguir um resumo dessas sugestões para os professores que lecionam tal assunto:

- Não faça fórmulas demais ou casos particulares demais. Isso obscurece as ideias gerais e torna as coisas mais complicadas, em outras palavras, prefira o princípio básico da contagem a fórmulas de arranjos, permutações e combinações.

> - Aprenda, e faça com que os alunos aprendam, com os erros. É importante, diante de uma solução errada, analisar porque ela está errada.
> - Prefira que seus alunos aprendam a mostrar que você é bom. Procure um método que permita resolver muitos problemas e não um truque que resolva maravilhosamente um único problema. Não se deve mostrar o truque antes de mostrar os métodos.
> - Não dê preferência a raciocínios destrutivos, raciocínios do tipo contar a mais e depois descontar o que não servia e foi contado indevidamente. Os raciocínios que resolvem a maior parte dos problemas são necessariamente construtivos.
> - Um processo seguro de tornar as coisas complicadas é começar assim: esse é um problema de arranjos ou de combinações? Aliás, para que servem arranjos? (LIMA *et al*, 2006, p.137-138).

3.1 Breve histórico

Para entender como iniciou, na história da matemática, o gosto pelo estudo de Análise Combinatória, precisamos lembrar uma antiga paixão humana, os jogos de azar. Os homens sempre se encantaram com o fato de ter a possibilidade de ganhar mais dinheiro lançando sua sorte em dados, moedas, roletas, baralho entre outras coisas.

Os jogos foram a grande motivação para iniciar o estudo sobre probabilidades, hoje um campo de aplicação da Combinatória. Não se sabe ao certo quando tudo isso começou, embora tenhamos indícios que o triângulo aritmético surgiu na China, a mais de 600 anos antes de Pascal.

> Há muitas relações envolvendo os números do triangulo aritmético, várias delas desenvolvidas por Pascal. Pascal não foi o primeiro a mostrar o triângulo aritmético – vários séculos antes esse arranjo numérico foi antecipado por escritores chineses. Como Pascal foi por longo tempo (até 1935) o primeiro descobridor desse triângulo, este tornou-se conhecido como triângulo de Pascal. Uma das manifestações mais antigas aceitáveis do princípio de indução matemática aparece no tratado de Pascal sobre o triangulo (EVES, 2008, p. 365).

De acordo com Boyer (2008), enquanto o francês Blaise Pascal trabalhava com cônicas, seu amigo, o Chevalier de Méré, em 1654, propôs-lhe uma questão sobre como dividir uma aposta de um jogo de dados interrompido. Segundo o autor, Pascal escreveu a outro francês, Pierre de Fermat, e a correspondência entre eles foi o ponto de partida real da moderna teoria das probabilidades.

Segundo Eves (2008), antes disso, Cardano, além de matemático um jogador inveterado, escreveu um manual do jogador em que abordou algumas questões interessantes de probabilidade, mas em geral se concorda que a questão a qual está ligada a origem da ciência da probabilidade é este problema de Méré, conhecido como “Problema dos Pontos”.

De acordo com autor citado anteriormente, este problema causador do surgimento da probabilidade, ramo da combinatória, consiste no desenrolar da seguinte situação:

“Determine a divisão das apostas de um jogo de azar entre dois jogadores igualmente hábeis, supondo-se conhecido o marcador no momento da interrupção e o número de pontos necessários para ganhar o jogo” (PASCAL-FERMAT, *apud* EVES, 2008, p.393).

Os dois grandes matemáticos franceses envolvidos no problema, tanto Fermat quanto Pascal, conseguiram resolver o problema proposto por Méré, mas de formas diferentes. O primeiro através de combinações completas e o segundo fazendo uso das diagonais de seu famoso triângulo aritmético.

Vejamos como Fermat resolveu tal situação.

> [...] discutiu o caso em que o jogador *A* precisava de dois pontos para ganhar e o jogador *B* de 3. Eis a solução de Fermat para este caso particular. Como é claro que mais quatro partidas decidem o jogo, seja *a* uma partida ganha por *A* e seja *b* uma partida ganha por *B*; consideremos então os dezesseis arranjos completos, de ordem 4, das letras *a* e *b*:

aaaa	*aaab*	*abba*	*bbab*
baaa	*bbaa*	*abab*	*babb*
abaa	*baba*	*aabb*	*abbb*
aaba	*baab*	*bbba*	*bbbb*

> Os casos em que *a* aparece duas ou mais vezes são favoráveis a *A* e há onze deles. Os casos em que *b* aparece três vezes ou mais são favoráveis a *B* e há cinco deles. Portanto as apostas podem ser divididas na razão de 11:5. Para o caso geral, em que *A* precisa de *m* pontos para ganhar e *B* precisa de *n*, anotam-se os 2^{m+n-1} arranjos completos, de ordem *m*+*n*-1, das duas letras *a* e *b*. Procura-se o número α de casos em que *a* aparece *m* ou mais vezes e o número β de casos em que *b* aparece *n* ou mais vezes. As apostas devem ser divididas então na razão de α:β (EVES,2004, p. 393).

Pascal resolve diferente, utilizando o triângulo batizado com seu nome.

> Indicando por C(n,r) o número de combinações simples, de ordem r, de n objetos, pode-se facilmente mostrar que os números ao longo da quinta diagonal do “triângulo aritmético” são, respectivamente, C(4,4)=1, C(4,3)=4, C(4,2)=6, C(4,1)=4, C(4,0)=1. Retomando ao particular problema dos pontos considerado acima, como C(4,4) é o número de maneiras de obter quatro letras *a*, C(4,3) é o número de maneiras de obter três letras *a* e assim por diante, segue-se que a solução do problema é dada por
> [C(4,4)+C(4,3)+C(4,2)]:[C(4,1)+C(4,0)] = (1+4+6):(4+1) = 11:5.
> No caso geral, em que A precisa de m pontos para ganhar e B precisa de n, escolhe-se a (m+n)-ésima diagonal do triângulo de Pascal. Calculam-se então a soma α dos primeiros n números da diagonal considerada e a soma β de seus últimos m números. Então, devem-se dividir as opostas segundo a razão α:β (EVES, 2004, p.394).

O próximo matemático a dar sua contribuição na história da combinatória foi o gênio holandês Christiaan Huygens. Ele, segundo Eves (2008), em 1657 escreveu o primeiro tratado formal sobre probabilidades, baseando-se na correspondência Pascal-Fermat. Resolveu muitos problemas interessantes e instigantes e introduziu o importante conceito de “esperança matemática”.

Segundo Boyer (2008), o **De ratiociniis in ludo aleae** (Sobre o raciocínio em jogos de dados) de Huygens fora apenas uma breve introdução, sobre a teoria das probabilidades. O tratado de Huygens, na verdade, é reproduzido como a primeira das quatro partes da **Ars conjectandi** (Arte de conjeturar), junto com comentário de Bernoulli.

A família Bernoulli deu uma grande contribuição neste assunto. Em especial na pessoa de Jacques (ou Jakob) Bernoulli. Segundo Eves (2004), ele foi um dos primeiros a se ocupar da probabilidade matemática; seu livro sobre o assunto, **Arte de conjeturar**, foi publicado postumamente em 1713. Daniel Bernoulli, em probabilidade, criou o conceito de esperança moral.

> [...] Jacques Bernoulli escreveu um tratado clássico chamado Ars conjectandi (ou Arte de conjeturar), publicado em 1713, oito anos depois da morte do autor. Esse é o mais antigo volume substancial sobre a teoria das probabilidades, pois o De ludo aleae de Huygens fora apenas uma breve introdução. O tratado de Huygens, na verdade, é reproduzido como a primeira das quatro partes da Ars conjectandi, junto com comentário de Bernoulli. A segunda parte contém uma teoria geral de permutações e combinações, facilitada pelos teoremas binomial e multinomial. A terceira e a quarta parte são dedicadas principalmente a problemas que ilustram a teoria das probabilidades. A quarta e última parte contém o célebre teorema que hoje tem o nome do autor, e sobre o qual Bernoulli e Leibniz tinham trocado correspondência – chamado "Lei dos grandes números" (BOYER, 2008, p.288-289).

De acordo com Boyer (2008), muitos foram os devotos da teoria das probabilidades durante o começo do século XVIII, e desses um dos mais importantes foi o francês Abraham De Moivre. Em 1711, publicou em **Philosophical Transactions** um longo trabalho sobre as leis do acaso, expandindo-o em um célebre volume, a **Doctrine of Chances**, que só foi aparecer em 1718.

> [...] De Moivre deriva a teoria das permutações e combinações dos princípios de probabilidades, ao passo que agora se costuma fazer o contrário. Algumas de suas contribuições em probabilidades foram publicadas num outro volume, *Miscellanea analytica* de 1730 (BOYER, 2008, p.293).

Boyer (2008) escreve que a teoria das probabilidades deve mais a Laplace que a qualquer outro matemático. Em 1774, ele escreveu muitos artigos sobre o assunto, cujos resultados foram incorporados no clássico **Teoria analítica das probabilidades** de 1812. Considerou a teoria em todos os aspectos e em todos os níveis, e seu Ensaio filosófico de 1814 é uma exposição introdutória para o leitor comum.

Eves (2008, p.487) relata duas citações de Laplace. A primeira diz que "Todos os efeitos da natureza são apenas consequências matemáticas de um pequeno número de leis imutáveis" e "Em última instância, a teoria das probabilidades é apenas o senso comum expresso em números".

Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2010, p.216), “hoje em dia as ideias da probabilidade são aplicadas não só nos campos que eles sugeriram, mas em educação, negócios, medicina e muitas outras áreas”.

A teoria matemática das probabilidades é uma ciência desenvolvida pelos matemáticos com o intuito de controlar situações determinadas genuinamente pelo acaso utilizando leis racionais (EVES, 2008).

3.2 Algumas demonstrações

Esta parte do capítulo 3 foi construída através de algumas importantes demonstrações de resultados que contribuem para a compreensão do Princípio Fundamental da Contagem, bem como as fórmulas utilizadas para calcular arranjos, permutações e combinações.

Para maiores detalhes, veja o vol. 5 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, escrito por Samuel Hazzan. Neste livro ele divide o Princípio Fundamental da Contagem em duas partes (A e B) e antes de enunciar e demonstrar este princípio, dois lemas serão provados.

Lema 1:

Consideremos os conjuntos A={a_1, a_2, ..., a_m} e B={b_1, b_2, ..., b_n}. Podemos formar $m \cdot n$ pares ordenados (a_i, b_j) em que $a_i \in$ A e $b_j \in$ B.

Demonstração:

Fixemos o primeiro elemento do par e façamos variar o segundo. Desta forma teremos:

$(a_1, b_1), (a_1, b_2), ..., (a_1, b_n) \rightarrow n$ pares

$(a_2, b_1), (a_2, b_2), ..., (a_2, b_n) \rightarrow n$ pares

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

$(a_m, b_1), (a_m, b_2), ..., (a_m, b_n) \rightarrow n$ pares

O número de pares ordenados é então $\underbrace{n + n + n + \ldots + n}_{m \text{ vezes}} = m \cdot n$

Lema 2:

O número de pares ordenados (a_i, a_j) tais que $a_i \in$ A={a_1, a_2, ..., a_m}, $a_j \in$ A={a_1, a_2, ..., a_m} e $a_i \neq a_j$ (para $i \neq j$) é $m \cdot (m-1)$.

Demonstração:

Fixando o primeiro elemento do par e variando o segundo teremos:

(a_1, a_2), (a_1, a_3), ..., $(a_1, a_m) \rightarrow (m\text{-}1)$ pares

(a_2, a_1), (a_2, a_3), ..., $(a_2, a_m) \rightarrow (m\text{-}1)$ pares

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

(a_m, a_1), (a_m, a_2), ..., $(a_m, a_{m-1}) \rightarrow (m\text{-}1)$ pares

O número de pares é: $\underbrace{(m-1)+(m-1)+\ldots+(m-1)}_{m \text{ vezes}} = m\cdot(m\text{-}1)$.

Após as demonstrações desses dois lemas será demonstrada a primeira parte do Princípio Fundamental da Contagem.

Parte A

Consideremos r conjuntos:

A=$\{a_1, a_2, ..., a_{n_1}\}$ #A= n_1

B=$\{b_1, b_2, ..., b_{n_2}\}$ #B = n_2

$\vdots \qquad \vdots \quad \vdots$

Z=$\{z_1, z_2, ..., z_{n_r}\}$ #Z = n_r

Então, o número de r-uplas ordenadas (sequências de r elementos) do tipo $(a_i, b_j, ..., z_p)$ em que $a_i \in$ A, $b_j \in$ B ... $z_p \in$ Z é $n_1 \cdot n_2 \cdot ... \cdot n_r$.

Demonstração:

Se r = 2, é imediato, pois caímos no lema 1 já visto. Suponhamos que a fórmula seja válida para o inteiro (r-1) e provemos que ela também é válida para o inteiro r. Para (r-1), tomemos as sequências de (r-1) elementos $(a_i, b_j, ..., w_k)$. Por hipótese de indução, existem $n_1 \cdot n_2 \cdot ... \cdot n_{r-1}$ sequências e n_r elementos do conjunto Z. Cada sequência $(a_i, b_j, ..., w_k, z_p)$ consiste de uma sequência $(a_i, b_j, ..., w_k)$ e um elemento $z_p \in$ Z. Portanto pelo lema 1, o número de sequências do tipo $(a_i, b_j, ..., w_k, z_p)$ é $(n_1 \cdot n_2 \cdot ... \cdot n_{r-1})\cdot n_r = n_1 \cdot n_2 \cdot ... \cdot n_{r-1} \cdot n_r$. Decorre então que o teorema é válido $\forall\, r \in$ N e $r \geq 2$.

Parte B

Consideremos um conjunto A com m ($m \geq 2$) elementos. Então o número de r-uplas ordenadas formadas com elementos distintos dois a dois de A é: $m\cdot(m\text{-}1)\cdot(m\text{-}2)\cdot...\cdot[m\text{-}(r\text{-}1)]$. Ou seja, se A=$\{a_1, a_2, ..., a_m\}$, o número de sequências do tipo $(a_j, a_l, a_i, ..., a_k)$ com r elementos, com $a_i \in$ A $\forall\, i \in \{1, 2, ..., \mathrm{m}\}$ e $a_i \neq a_p$ para $i \neq p$ é $m\cdot(m\text{-}1)\cdot(m\text{-}2)\cdot...\cdot[m\text{-}(r\text{-}1)]$.

A demonstração da parte B pode ser feita por indução finita, de modo análogo à feita na parte A.

O principal motivo de demonstrarmos o Princípio Fundamental da Contagem é o fato de podermos ver as fórmulas dos três mecanismos de contagem deste trabalho, arranjos, permutações e combinações simples como conseqüências deste importante princípio da Análise Combinatória.

Uma das maneiras de definirmos Arranjos Simples é da seguinte forma: Seja M um conjunto com m elementos, isto é, M={a_1, a_2, ..., a_m}. Chamamos de arranjo dos m elementos tomados r a r ($1 \leq r \leq m$) a qualquer r-upla formada com elementos de M, todos distintos.

Podemos indicar por $A_{m,r}$ o número de arranjos dos m elementos tomados r a r. Cada arranjo é uma sequência de r elementos, em que cada elemento pertence a M, e são todos distintos. Pelo princípio fundamental da contagem (parte B), o número de arranjos $A_{m,r}$ será: $m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ... \cdot [m-(r-1)]$. Em particular, se $r=1$, é fácil perceber que $A_{m,1} = m$. Notemos ainda que, de acordo com a definição que demos de arranjo, temos necessariamente $1 \leq r \leq m$.

Já Permutações Simples podem ser definidas do seguinte modo: Seja M um conjunto com m elementos, isto é, M={a_1, a_2, ..., a_m}. Chamamos de permutação dos m elementos a todo arranjo em que $r = m$.

Indiquemos por P_m o número de permutações dos m elementos de M. Temos: $P_m = A_{m,m}$. Logo $P_m = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) ... [m-(m-1)] = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) ... 3 \cdot 2 \cdot 1$.

Como o principal intuito de simplificar as fórmulas do número de arranjos e do número de permutações, bem como outra que ainda iremos ver, combinações, vamos definir o símbolo fatorial. Seja m um número inteiro não negativo ($m \in$ N). Definimos fatorial de m (e indicamos por $m!$) por meio da relação:

$m! = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) ... 3 \cdot 2 \cdot 1$ para $m \geq 2$, $1!=1$ e $0!=1$.

Deste modo as fórmulas do número de arranjos e do número de permutações podem ser simplificadas com a notação de fatorial assim:

$P_m = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ... \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = m!$

$A_{m,r} = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ... \cdot [m-(r-1)] \cdot \frac{(m-r) \cdot (m-r-1) ..... 3 \cdot 2 \cdot 1}{(m-r) \cdot (m-r-1) ..... 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{m!}{(m-r)!}$

Uma das maneiras de definir Combinações Simples é da seguinte forma: Seja M um conjunto com m elementos, isto é, M={a_1, a_2, ..., a_m}. Chamamos de combinações dos m elementos, tomados r a r, aos subconjuntos de M constituídos de r elementos.

Podemos indicar por $C_{m,r}$ ou $\binom{m}{r}$ o número de combinações dos m elementos tomados r a r. A demonstração da fórmula do número de combinações pode ser feita do seguinte modo.

Tomemos uma combinação, digamos esta: $E_1=\{a_1, a_2, a_3, ..., a_r\}$. Se permutarmos os elementos de E_1, obteremos $r!$ arranjos. Se tomarmos outra combinação, digamos $E_2=\{a_2, a_3, ..., a_r, a_{r+1}\}$, permutando os elementos de E_2, obteremos outros $r!$ arranjos. Chamemos de x o número de combinações, isto é, $x = C_{m,r}$ e suponhamos formadas todas as combinações dos m elementos tomados r a r. São elas: E_1, E_2, E_3, ..., E_x. Cada combinação E_i dá origem a $r!$ arranjos. Chamemos de F_i o conjunto dos arranjos gerados pelos elementos de E_i.

Temos então a seguinte correspondência:

$$\begin{array}{ccc} E_1 & \rightarrow & F_1 \\ E_2 & \rightarrow & F_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ E_x & \rightarrow & F_x \end{array}$$

Verifiquemos que:

I. $F_i \cap F_j = \emptyset$ para i $\neq$ j

II. $F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x = F$, em que F é o número de arranjos dos m elementos de M tomados r a r.

Temos:

I. Se $F_i \cap F_j \neq \emptyset$ para $i \neq j$, então existiria um arranjo que pertenceria a F_i e F_j simultaneamente. Tomando os elementos desse arranjo obteríamos que coincidiria com E_i e E_j e, portanto, $E_i = E_j$. Isto é absurdo, pois quando construímos todas as combinações: $E_i \neq E_j$ para i $\neq$ j. Logo $F_i \cap F_j = \emptyset$.

II. Para provarmos que $F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x = F$, provemos: $F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x \subset F$ e $F \subset F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x$.

a) Seja a um arranjo tal que $a \in F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x$, então $a \in F_i$ (para algum $i \in \{1,2, ..., x\}$) e, evidentemente, $a \in F$; logo: $F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x \subset F$.

b) Seja agora a um arranjo tal que $a \in F$. Se tomarmos os elementos desse arranjo a, obteremos uma das combinações, digamos E_i. Ora, como E_i gera o conjunto dos arranjos F_i e, portanto, $a \in F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x$. Então: $F \subset F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x$.

De (a) e (b) resulta que: $F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x = F$.

Sabemos ainda que, se x conjuntos são disjuntos dois a dois, o número de elementos da união deles é a soma do número de elementos de cada um. Dessa forma temos que, $\#(F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup ... \cup F_x) = \#F \Rightarrow \#F_1 + \#F_2 + ... + \#F_x = \#F \Rightarrow r! + r! + ... + r! = \frac{m!}{(m-r)!}$ $\Rightarrow x.r! = \frac{m!}{(m-r)!}$ logo: $x = \frac{m!}{(m-r)!r!}$, como x indica $C_{m,r}$ ou $\binom{m}{r}$, a fórmula do número de combinações: $C_{m,r} = \frac{m!}{r!(m-r)!}$, $\forall\ m, r \in N^*$, com $r < m$.

4 MATERIAL E MÉTODO

4.1 Metodologia de aplicação

4.1.1 Contexto

A instituição de aplicação é uma escola de natureza estadual com aproximadamente 460 alunos, chamada Escola Estadual de Educação Profissional Marta Maria Giffoni de Sousa, localizada na Rua Campo de Aviação, S/N, no Bairro Campo de Aviação, Acaraú – Ceará.

A escola funciona em um regime integral e integrado. Integral por funcionar nos turnos manhã e tarde e integrado por fundir o ensino médio com o ensino técnico. A escola foi recentemente construída sobre o padrão MEC. Possui 11 turmas dos mais variados cursos técnicos como: Aquicultura, Enfermagem, Hospedagem, Eletromecânica, Agronegócio, Redes de computadores, Massoterapia e Informática.

4.1.2 Participantes

As tabelas seguintes apresentadas nesta parte do capítulo 4 são resultantes dos dados coletados no questionário socioeconômico.

Participaram da atividade 18 alunos com idades entre 15 e 19 anos, cursando o 2º ano C do Ensino Médio, da turma de Técnico em Informática.

A tabela 1 demonstra a idade dos participantes e o grupo no qual estão inseridos. É possível verificar que a maior concentração de alunos (N=15) está nas idades de 15 e 16 anos, 55,6% dos alunos têm 16 anos e 27,8% estão com 15 anos. Para os alunos menores de 18 anos foi enviado um termo de consentimento solicitando a permissão dos pais.

Tabela 1 - Cruzamento das variáveis Tipo de grupo x Idade

Tipo de grupo	**Idade**				**Total**
	15	**16**	**17**	**Mais de 18**	
Experimental	2	6	0	1	9
Controle	3	4	1	1	9
Total	5	10	1	2	18

Quanto à região onde moram, 13 (72,2%) se concentram na zona urbana e 5 (27,8%) na zona rural.

Observando a tabela 2, que ilustra a escolaridade dos pais dos participantes, percebemos: 38,9% dos pais estudaram entre a 1ª e a 5ª série do ensino fundamental; os que têm da 6ª à 9ª, Ensino Médio incompleto, Ensino Médio completo, Pós-graduação ou não estudou, representam 5,6%. 33,3% declararam não saber.

Tabela 2 - Escolaridade do pai

Nível de escolaridade	**Frequência**	**Percentuais (%)**
Da 1ª à 5ª EF	7	38,9
Da 6ª à 9ª EF	1	5,6
Ensino Médio incompleto	1	5,6
Ensino Médio completo	1	5,6
Pós-graduação	1	5,6
Não sei	6	33,3
Não estudou	1	5,6
Total	18	100,0

Na tabela seguinte, quanto à escolaridade das mães temos: 22,2% têm o ensino médio completo; 27,8% têm da 1ª a 5ª; 5,6% têm da 6ª a 9ª; as que têm ensino médio incompleto ou não souberam responder representam 16,7%; as que não estudaram correspondem a 11,1%.

Tabela 3 - Escolaridade da mãe

Nível de escolaridade	**Frequência**	**Percentuais (%)**
Da 1ª à 5ª EF	5	27,8
Da 6ª à 9ª EF	1	5,6
Ensino Médio incompleto	3	16,7
Ensino Médio completo	4	22,2
Não sei	3	16,7
Não estudou	2	11,1
Total	18	100,0

Com relação ao que fazem atualmente os participantes, temos que 88,9% apenas estudam; os que trabalham ou não quiseram responder representam 5,6%.

Na tabela 4, quanto à renda familiar, os participantes responderam: os que ganham de um a dois salários mínimos e os que não souberam informar representam 33,3%; os que têm renda acima de dois até cinco salários mínimos, os que ganham de cinco até dez correspondem a 5,6%; os que ganham menos de 1 salário mínimo correspondem a 22,2%.

Tabela 4 - Renda familiar

Renda	Frequência	Percentuais (%)
Menos de 1 salário mínimo	4	22,2
Acima de um até dois salários mínimos	6	33,3
Acima de dois até cinco salários mínimos	1	5,6
Acima de cinco até dez salários mínimos	1	5,6
Não sei informar	6	33,3
Total	18	100,0

Na tabela 5 estão expostos os resultados da questão "em que tipo de escola estudou"? Verificamos que: 55,6% estudaram apenas em escola pública; 27,8% estudaram a maior parte em escola pública; 16,7% estudaram a maior parte em escola particular.

Tabela 5 - Em que tipo de escola estudou

Tipo de escola	Frequência	Percentuais (%)
Somente em escola pública	10	55,6
Maior parte em escola pública	5	27,8
Maior parte em escola particular	3	16,7
Total	18	100,0

Quanto a terem repetido alguma série, 17 alunos (94,4%) nunca repetiram e apenas 1 aluno (5,6%) repetiu.

Com relação ao quesito "tem computador em casa" podemos ver que: os que têm um computador e os que não têm correspondem a 38,9%; os que têm dois ou mais computadores representam 22,2% (TABELA 6). É importante ressaltar que 10 alunos (55,6%) não possuem internet e 8 alunos (44,4%) possuem.

Tabela 6 - Número de computadores que tem em casa

Quantidade	Frequência	Percentuais (%)

Um	7	38,9
Dois ou mais	4	22,2
Nenhum	7	38,9
Total	18	100,0

Na tabela 7 temos o cruzamento das variáveis “conhecimento em Matemática” x “conhecimento em informática”. Podemos destacar que 10 alunos consideram como “bom” seus conhecimentos tanto em matemática quanto em informática (TABELA 8).

Tabela 7 - Cruzamento das variáveis sobre o conhecimento de matemática e informática

		Como classifica seu conhecimento em informática			**Total**
		Muito bom	**Bom**	**Ruim**	
Como classifica seu conhecimento em Matemática	Muito bom	1	1	0	2
	Bom	0	10	3	13
	Ruim	0	2	0	2
	Muito ruim	0	1	0	1
Total		1	14	3	18

Também devem ser ressaltadas duas importantes observações: a primeira que o único aluno que considera “ótimo” seus conhecimentos de matemática e de informática acertou 100% das questões do teste e a segunda que a aluna que considera muito ruim seu conhecimento de matemática acertou 75%.

4.1.3 Condução

A atividade foi conduzida em duas manhãs. Na primeira trabalhei com o grupo de controle, ou seja, com os alunos destinados a receber a abordagem tradicional de ensino.

Para fazer justiça ao tradicionalismo proposto, coloquei os 9 alunos em uma sala convencional, munido apenas com os recursos didáticos pincel e quadro branco.

Com o intuito de diferençar as duas abordagens apenas pelos recursos utilizados, tomei os cuidados suficientes para que as definições e os exemplos utilizados na abordagem tradicional fossem os mesmos que seriam utilizados na abordagem diferenciada por recursos de informática.

Iniciei a aula, sobre os assuntos da análise combinatória, com arranjo simples. Definindo-o, como está no OA sobre arranjo, da seguinte forma: “Dado um conjunto com **n** elementos distintos, chama-se arranjo dos **n** elementos, tomados p a p, a qualquer seqüência ordenada de p elementos distintos escolhidos entre os **n** existentes” (RIVED, 22/12/12). Em seguida fiz uso dos exemplos retirados do OA de arranjo, primeiramente o relacionado à senha do banco e posteriormente o das placas de carro. Resolvi estes exemplos junto com eles fazendo uso da fórmula e utilizando também o princípio fundamental da contagem (PFC).

Continuando a aula, falei sobre permutação simples usando a seguinte definição retirada do OA de permutação:

> Dado um conjunto com **n** elementos distintos, chama-se permutação dos **n** elementos a todo arranjo desses **n** elementos tomados **n** a **n**. A permutação simples é um caso particular de arranjo de **n** elementos tomados **n** a **n**, ou seja, $\mathbf{P_n = A_{n,n}}$ (RIVED, 22/12/12).

Logo após enfatizar o que foi dito na definição, que permutação pode ser visto como um caso particular de arranjo e que ambos resumem-se na utilização do PFC, resolvi junto com os alunos os dois exemplos também retirados do OA, o primeiro dos livros na estante e o segundo sobre as placas de pare.

Para finalizar a aula, faltava falar sobre o último assunto abordado tradicionalmente, combinações simples. Para não fugir dos moldes anteriores, fiz uma breve explanação sobre o assunto através da seguinte definição retirada do OA sobre combinação: "Dado um conjunto A com **n** elementos distintos, chama-se combinação dos **n** elementos de A, tomados p a p, a qualquer subconjunto de A formado por p elementos" (RIVED, 22/12/12). Após enfatizar que trabalhamos com conjuntos e não com sequências, ou seja, que permutar os elementos não gera outra combinação resolvemos juntos os exemplos dos ciclistas e da lotérica, ambos retirados do OA de combinação.

Após esta aula de revisão, que durou aproximadamente uma hora, sobre os três assuntos, apliquei um teste com oito questões objetivas, com cinco alternativas em cada uma delas. Tal teste possuía duas questões de permutação, três de arranjo e três de combinação. Para que os alunos deste grupo não ficassem em desvantagem em relação aos do grupo experimental, falei que assunto estava sendo exigido em cada questão.

Na abordagem utilizada com o grupo experimental eram respondidas as questões do teste logo após a explicação dos assuntos, permitindo assim que o aluno identificasse quase que imediatamente a estratégia de contagem que deveria ser utilizada na questão. O tempo cedido para que os alunos fizessem o teste foi de uma hora e trinta minutos.

Já com o grupo experimental foi bem distinto, até porque a proposta é que se trabalhe de uma maneira diferenciada, na qual a utilização do recurso computacional cause um efeito melhor do que a maneira tradicional.

Levei os alunos do grupo experimental para o laboratório de informática para que pudéssemos fazer a atividade. Lá tive o auxílio de mais três colegas de trabalho para a condução da aula. Para ser mais específico, a ajuda deles consistiu na fiscalização no uso do OA, nas respostas dadas às questões do teste e para garantir que eles não passariam as respostas para o colega ao lado.

Lá chegando, cada um dos alunos e eu ficamos em computadores diferentes. Sendo que para melhor orientá-los, estava sendo projetado através de um aparelho de multimídia tudo que eu estava fazendo em meu computador. Dessa forma fui fazendo junto com eles a atividade, que consistia em passear pelos objetos de aprendizagem do RIVED na seguinte ordem, primeiro arranjo, depois permutação e, por último, combinação, seguindo assim a mesma ordem da abordagem tradicional.

Ao adentrarmos na cidade das permutações, resolvemos o problema da senha do banco e depois o problema das placas de automóveis. Para a resolução dessas duas atividades clicamos no link definição e fizemos também uso da calculadora disponível no próprio OA.

Em seguida, pedi aos alunos que clicassem em teste seus conhecimentos para que resolvessem as três perguntas sobre arranjo, mas não respondessem no OA e sim registrando a resposta numa folha semelhante ao teste feito pelo grupo de controle.

Depois disso, passamos a visitar as cidades das permutações. Junto com os alunos fiz a atividade dos livros na estante e das placas com a palavra pare. Assim como na atividade sobre arranjos, clicamos no link definição para revisar permutação e utilizamos a calculadora. Em seguida, pedi aos alunos que resolvessem as questões clicando em “teste seus conhecimentos”, sem esquecerem de registrar no papel as respostas dadas às duas perguntas sobre permutação.

Para finalizar, fomos até a cidade das combinações, o último OA utilizado, e passeamos de forma semelhante às anteriores. Clicamos na definição de combinação, revisamos a fórmula e, para fixação do assunto, resolvemos as atividades exemplares dos ciclistas e da lotérica. Logo após, os alunos, ao meu comando, clicaram em “teste seus conhecimentos” para responder as últimas três questões sobre combinações, a dos sucos, a dos vereadores e a da comissão acadêmica.

Recolhi as folhas, nas quais foram registradas suas respostas, e terminei agradecendo pela voluntária participação. A atividade toda foi feita em aproximadamente duas horas.

4.1.4 Instrumentos de coleta de dados

Além da atividade em si, foi utilizado um questionário socioeconômico com o intuito de obter características importantes dos alunos, que poderiam interferir de alguma maneira no resultado do teste.

Outro instrumento complementar utilizado foi o teste de oito questões, sendo duas de permutação, três de arranjo e três de combinação.

4.1.5 Métodos de coleta de dados

A coleta de dados foi realizada por meio de questionários fechados. O primeiro aplicado da mesma forma aos dois grupos, para adquirir informações pessoais; já o segundo, que consiste no teste, tem diferentes utilizações para os grupos experimental e de controle.

Enquanto o grupo de controle fez uso do teste como uma avaliação objetiva tradicional, o grupo experimental utilizou-o apenas para registrar as respostas, uma vez que o objeto de aprendizagem não oferece a possibilidade de um resumo, do gabarito assinalado pelo aluno, na parte do "teste seus conhecimentos".

É importante ressaltar que, como o instrumento utilizado para a coleta dos dados foi o questionário, a atividade não foi gravada, mas apenas anotada manualmente.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1 Método de análise

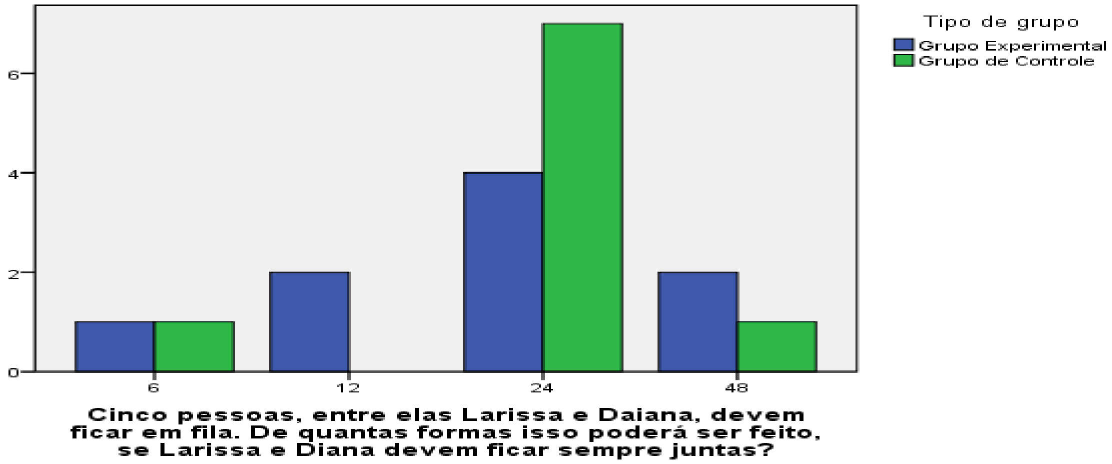
Para organizar os instrumentos, os métodos de coleta de dados e considerá-los para a análise dos resultados, fiz uso de um software estatístico, SPSS (*Statistical Package for the Social Sciences*), considerado um instrumento importante devido a sua capacidade de "realizar cálculos estatísticos complexos" (PEREIRA, 2006, p.15). Também foi utilizado o programa Microsoft Office Excel 2007. Estes programas me permitiram a construção de tabelas e gráficos sobre as informações coletadas.

5.2 Resultados

A primeira questão do teste tinha o seguinte enunciado: Cinco pessoas, entre elas Larissa e Daiana, devem ficar em fila. De quantas formas isso poderá ser feito, se Larissa e Daiana devem ficar sempre juntas?

Como se pode observar, é uma questão simples sobre permutação, porém exige que o aluno utilize muito mais do que a fórmula. Ele deve raciocinar sobre dois detalhes importantíssimos da questão. O primeiro é que Daiana e Larissa devem ser pensadas como um só elemento a ser permutado e o outro é que pode ser colocada Daiana e depois Larissa ou Larissa e depois Daiana. A maioria dos alunos respondeu 24, o que sugere que atentaram apenas para o primeiro detalhe. Apenas três alunos responderam corretamente 48, dois deles do grupo experimental. Podemos ver o desempenho no gráfico abaixo.

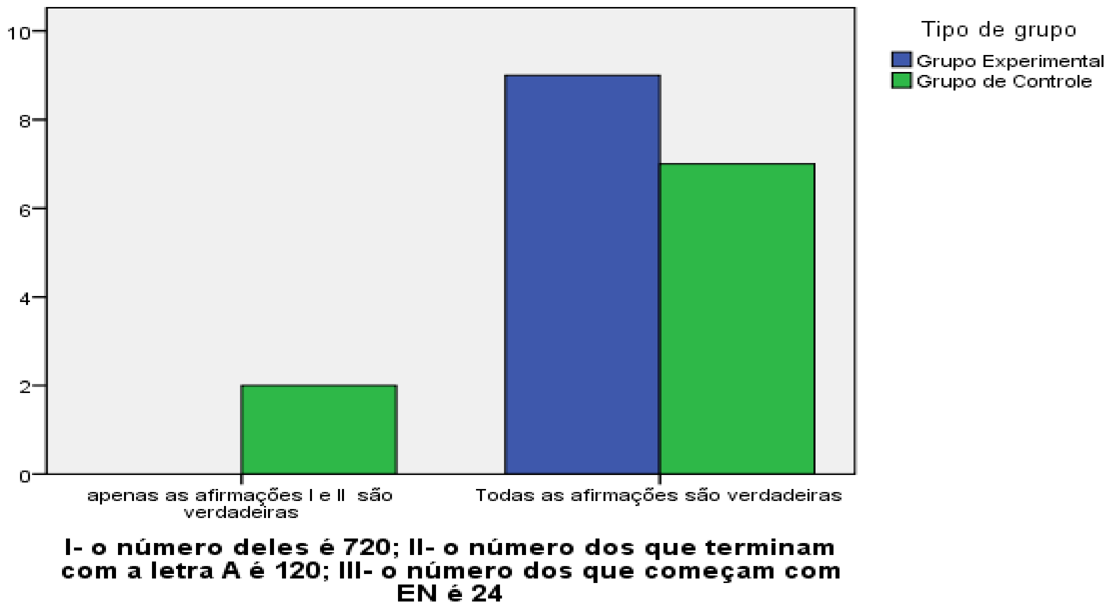
Gráfico 1 - Questão 1



A segunda questão do teste também fala sobre permutação: Em relação aos anagramas da palavra ENIGMA são feitas as seguintes afirmações: I. O número total deles é 720, II. O número dos que terminam com a letra A é 120 e III. O número dos que começam com EN é 24. A) apenas a afirmação I é verdadeira. B) apenas a afirmação II é verdadeira. C) apenas a afirmação III é verdadeira. D) apenas as afirmações I e II são verdadeiras. E) todas as afirmações são verdadeiras.

Para responder de maneira correta, o aluno deveria averiguar a veracidade de três sentenças sobre os anagramas da palavra enigma. Quase todos os alunos marcaram a alternativa correta, afirmando que todas são verdadeiras. Apenas duas alunas do grupo de controle marcaram uma alternativa errada, como podemos ver no gráfico abaixo.

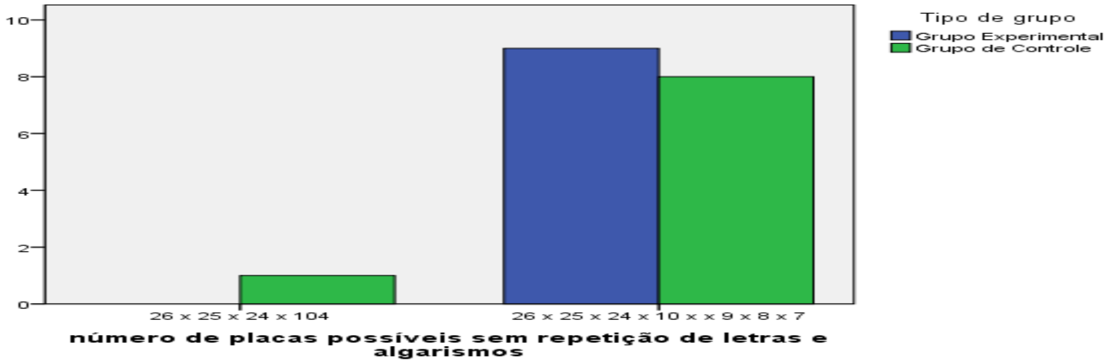
Gráfico 2 - Questão 2



A terceira questão é sobre arranjo: No Brasil, as placas dos automóveis são formadas por 3 letras e 4 algarismos. Considerando que nosso alfabeto tem 26 letras, qual o número de placas diferentes possíveis, sem que haja repetição de letras e de algarismos? A)263 x 104, B)26 x 25 x 24 x 104, C)3 x 26 x 4 x 10, D)26 x 25 x 24 x 10 x 9 x 8 x 7 e E)263 x 10 x 9 x 8 x 7.

Quase todos os alunos acertaram, assinalando o produto 26x25x24x10x9x8x7. O grande motivo de tal resultado deve-se ao fato que não era necessário realizar cálculos, mas apenas interpretar a questão e indicar qual produto deve ser feito para obter o número de placas diferentes com as restrições relatadas na questão. O gráfico abaixo mostra o desempenho diante de tal questão.

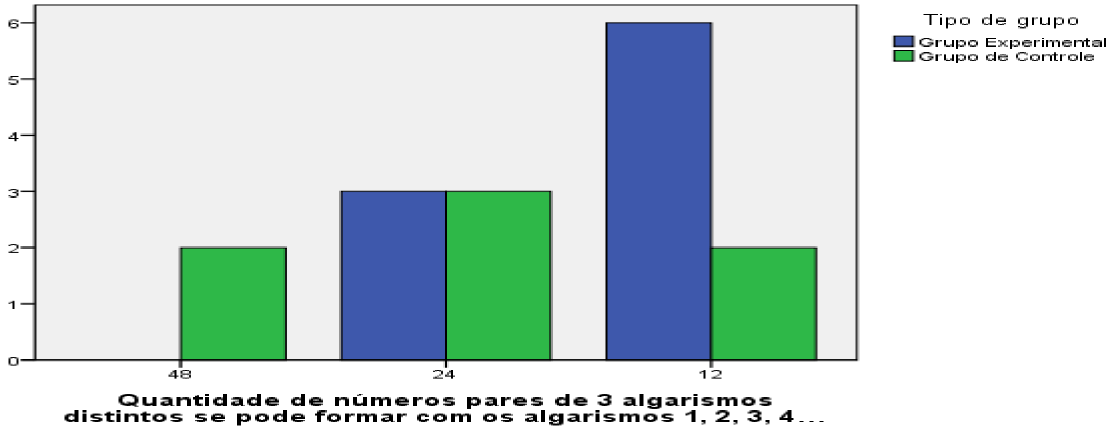
Gráfico 3 - Questão 3



A quarta questão é sobre arranjo, que melhor poderia ser resolvida através de PFC. Quantos números pares de 3 algarismos distintos, podemos formar com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5?

O aluno deveria atentar para o fato que o algarismo das unidades deve ser 2 ou 4, uma vez que o número deve ser um número par. Nessa questão houve um acerto de apenas 6 alunos. A maior parte não interpretou a questão, gerando um empate entre os alunos dos dois grupos, como mostra o gráfico.

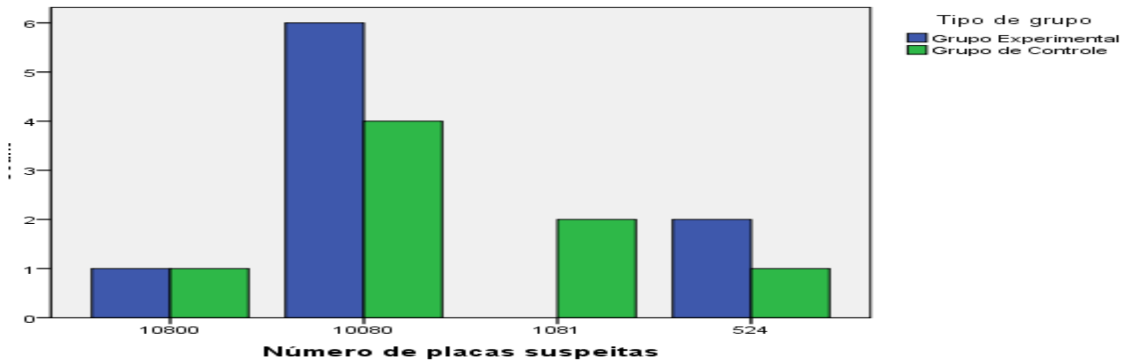
Gráfico 4 - Questão 4



A quinta questão do teste é de arranjo: Num acidente rodoviário, após ouvir várias testemunhas, conclui-se que o motorista culpado pelo acidente dirigia um carro cuja placa era constituída de 2 vogais distintas e quatro algarismos diferentes, sendo que o algarismo das unidades era o 5. Qual o número de placas suspeitas?

O aluno deveria prestar bastante atenção no fato das vogais serem distintas assim como os algarismos. Sem esquecer também da única possibilidade para o algarismo das unidades. Como podemos observar no gráfico, 10 alunos assinalaram a opção correta, sendo que o número de alunos do grupo experimental foi superior em 2 alunos.

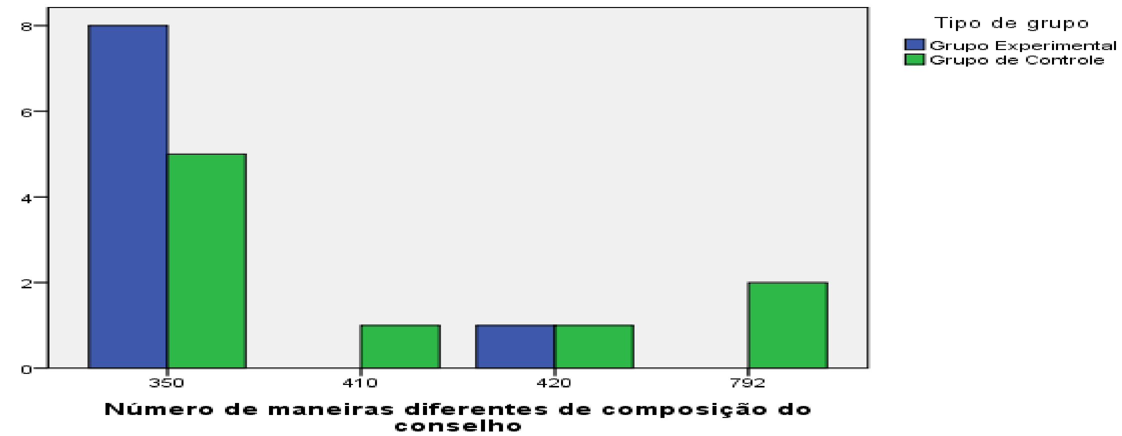
Gráfico 5 - Questão 5



A sexta questão trata de combinação: O conselho do Departamento de Matemática de uma universidade é composto por 3 professores e 2 alunos, sendo renovado por eleição, a cada 3 anos. Para a próxima eleição, candidataram-se 7 professores e 5 alunos. Qual o número de maneiras diferentes com que esse conselho pode ser composto?

O aluno deve perceber que após calcular duas combinações, uma para professores e outra para alunos, ainda deveria fazer o produto entre esses dois resultados. Treze dos dezoito alunos fizeram corretamente a questão, destacando mais uma vez a supremacia dos alunos que obtiveram a abordagem diferenciada através dos objetos de aprendizagem.

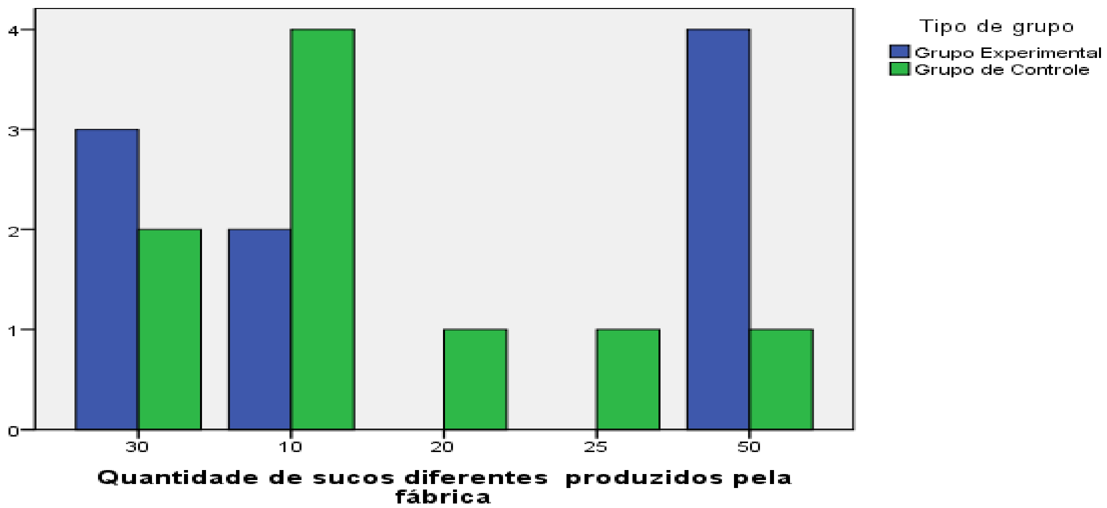
Gráfico 6 - Questão 6



A sétima questão aborda o conteúdo combinação: Uma fábrica de suco de frutas utiliza laranjas, uvas, maçãs, abacaxis e kiwis, para produzir seus produtos, que são sucos com um único tipo de fruta ou sucos com a mistura de dois tipos de frutas. Os sucos produzidos podem conter açúcar ou aspartame. Qual a quantidade de sucos diferentes que essa fábrica produz?

A questão proposta é uma das que mais exige raciocínio por parte dos alunos, uma vez que a simples utilização da fórmula ou a utilização indevida dos princípios aditivo ou multiplicativo influenciam na marcação de alternativas diferentes da resposta correta, que é 30. Os alunos que marcaram 10, calcularam apenas a combinação de 5 elementos tomados 2 a 2. Os que marcaram 50, multiplicaram 10 vezes 5 em vez de somar. Apenas 5 alunos, sendo 3 do grupo experimental, raciocinaram corretamente somando 10 com 5, depois multiplicando tal soma por 2, já que o suco poderia ser adoçado de duas maneiras. O gráfico abaixo mostra o resultado.

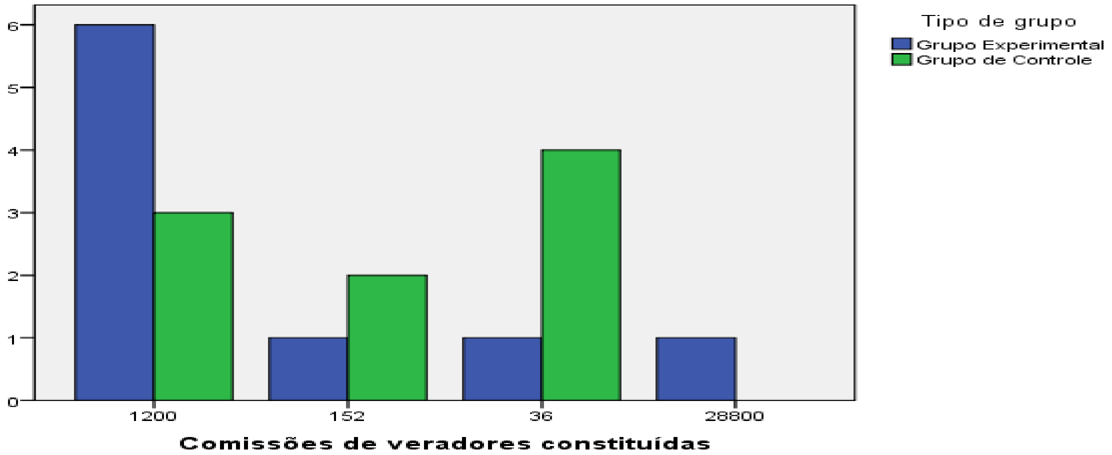
Gráfico 7 - Questão 7



A oitava questão é semelhante à sexta: Em uma Câmara de Vereadores, trabalham 6 vereadores do partido A, 5 vereadores do partido B e 4 vereadores do partido C. Quantas comissões de 7 vereadores podem ser formadas, sendo que cada comissão deve ser constituída de 3 vereadores do partido A, 2 vereadores do partido B e 2 vereadores do partido C?

A principal diferença na questão é que agora o aluno deve fazer o produto entre os resultados de 3 combinações. A metade dos alunos acertou a questão, assinalando 1200. Destaco que 5 alunos, sendo 1 do grupo experimental e 4 do grupo de controle, cometeram o equivoco de somar os resultados das três combinações (20+10+6), após resolver cada combinação de maneira correta (GRÁFICO 8).

Gráfico 8 - Questão 8



É importante ressaltar que destes, a quantidade do grupo experimental foi o dobro da quantidade do grupo de controle.

6 AVALIAÇÃO GERAL E CONCLUSÕES

Quando hipotetizei sobre os resultados do teste, somente poderia inspirar-me nas notas que meus alunos do 2º ano obtiveram diante da avaliação do 3º bimestre sobre análise combinatória.

A comparação dos resultados da análise com a avaliação prévia foi feita de duas maneiras: a primeira, no geral, tendo os 18 alunos como universo e a segunda por grupo.

No geral, pude perceber que 50% dos alunos acertaram menos que 4 questões e os que acertaram 7 ou 8 questões corresponderam a 16,6%. Tal resultado corresponde totalmente ao que era esperado por mim, uma vez que na avaliação prévia demonstrei uma expectativa de que cerca de 50% dos alunos não acertariam metade das questões e que não chegariam a 20% os alunos que acertariam todas ou errariam apenas uma questão. Este equilíbrio acontece graças à discrepância entre o desempenho dos grupos, como podemos ver na tabela abaixo.

Tabela 8 - Comparação dos resultados (avaliação prévia x análise dos resultados)

Quantidade de questões	Geral	Grupo experimental	Grupo de controle
Menos do que 4	50%	22,2%	77,7%
Mais do que 6	16,6%	22,2%	11,1%

Como já sugerido na avaliação prévia, o desempenho dos alunos do grupo experimental diante do teste foi realmente melhor do que o do grupo de controle. Apenas 2 alunos do grupo experimental acertaram menos que 4 questões, enquanto no grupo de controle temos um total de 7 alunos.

Pelo pequeno quantitativo de alunos, não foi possível constatar o quanto as características socioeconômicas poderiam estar relacionadas com o desempenho no teste aplicado. Embora, possa destacar que os 3 alunos (16,6%) que acertaram entre 7 e 8 questões possuem 16 anos e pelo menos um computador em casa.

Dessa forma, pode-se concluir que o objetivo deste trabalho foi alcançado, pois foi possível perceber uma superioridade no desempenho dos alunos do grupo experimental em relação ao desempenho do grupo de controle. Ou seja, os alunos que receberam uma aula diferenciada, com recursos tecnológicos interativos, foram melhores no teste do que os alunos que tiveram uma abordagem tradicional.

Com isso, acredito que, se eu tivesse feito uso desses objetos de aprendizagem do RIVED, o cenário das notas do 3º bimestre dos meus alunos do 2º ano seria melhor. Esta atividade serve como exemplo para mim e para outros professores que são tradicionais na metodologia utilizada nas aulas, já que é bastante significativa a melhoria dos alunos quando trabalhamos o conteúdo de uma forma mais criativa.

Para aqueles que aplicarão a atividade, tenho algumas sugestões a fazer. Em primeiro lugar não podemos esquecer de comentar um pequeno equívoco no OA de arranjos, para ser mais específico, na atividade das placas dos automóveis. A atividade consiste em fabricar placas a partir de uma placa fixa contendo os algarismos 1234, nesta ordem, respondendo logo após a questão: quantas placas você poderá formar utilizando os algarismos da placa dada? Por esta interrogação e pelo que a confecção de placas nos permite fazer, a resposta correta seria $A_{4,4}$ que é igual a 24. O que ocorre é que quando certamente respondemos assim, o que aparece é uma resolução de $A_{10,4}$ que é igual a 5040, como se pudéssemos utilizar os algarismos de 0 a 9.

Em segundo, sugiro que tal atividade seja aplicada com um número bem maior de alunos, para que se possa perceber se as características sociais exercem alguma influência no desempenho dos alunos. Além disso, seria interessante aplicá-la com alunos que estejam estudando combinatória pela primeira vez, ou seja, que a atividade fosse usada para o ensino inicial de combinatória e não como uma revisão.

Por outro, nos deparamos com algumas dificuldades ao tentarmos utilizar os OA como ferramenta diferenciadora de nossas aulas, entre elas podemos destacar: o fato do laboratório de informática não comportar uma turma inteira, com um computador para cada um (problema físico); a outra dificuldade é não estarmos pedagogicamente preparados para utilizar de forma correta as Tecnologias de Informação e Comunicação.

O presente estudo focou apenas o uso de objetos de aprendizagem para avaliar o desempenho de uma amostra restrita, o que apenas abre caminhos para investigações mais profundas, que possam oferecer maiores contribuições para um aprendizado eficaz na disciplina de Matemática.

REFERÊNCIAS

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. **A matemática através dos tempos**: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. 2.ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2008.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas, São Paulo: Unicamp, 2008.

HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de matemática elementar**: combinatória, probabilidade. 7. ed. São Paulo: Atual, 2004. v. 5

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública**: a pedagogia crítico-social dos conteúdos. São Paulo: Loyola, 1992.

LIMA, Elon Lages et al. **A matemática do ensino médio**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. v. 2

MACÊDO, Laécio Nobre de; CASTRO FILHO, José Aires de; MACÊDO, Ana Angélica Mathias. Desenvolvendo o pensamento proporcional com o uso de um objeto de aprendizagem. *In:* PRATA, Carmem Lúcia; NASCIMENTO, Anna Christina Aun de Azevedo. (Orgs). **Objetos de aprendizagem** : uma proposta de recurso pedagógico. Brasília: MEC/SEED, 2007. p. 17-26.

MORGADO, Augusto César de Oliveira et al. **Análise combinatória e probabilidade**. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PEREIRA, Alexandre. **Guia prático de utilização do SPSS**: análise de dados para ciências sociais e psicologia. 6. ed. Lisboa: Edições Sílabo, 2006.

RIVED. Disponível em: http://rived.mec.gov.br/site_objeto_lis.php Acesso em 13/12/2012 Às 19h35min.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia**. 24. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

SOUZA, Agnaldo Robinson de; YONEZAWA, Wilson Massashiro; SILVA, Paula Martins da. Desenvolvimento de habilidades em tecnologias da informação e comunicação (TIC) por meio de objetos de aprendizagem. *In:* PRATA, Carmem Lúcia; NASCIMENTO, Anna Christina Aun de Azevedo. (Orgs). **Objetos de aprendizagem**: uma proposta de recurso pedagógico. Brasília: MEC/SEED, 2007. p. 49-57.

TRIVIÑOS, Augusto Nibaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

APÊNDICE A – TESTE APLICADO COM OS ALUNOS

1- Cinco pessoas, entre elas Larissa e Daiana, devem ficar em fila. De quantas formas isso poderá ser feito, se Larissa e Daiana devem ficar sempre juntas.
Então a alternativa correta é:
A)6 B)10 C)12 D)24 E)48

2- Em relação aos anagramas da palavra ENIGMA são feitas as seguintes afirmações:
I. O número total deles é 720.
II. O número dos que terminam com a letra A é 120.
III. O número dos que começam com EN é 24.
A) apenas a afirmação I é verdadeira.
B) apenas a afirmação II é verdadeira.
C) apenas a afirmação III é verdadeira.
D) apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
E) todas as afirmações são verdadeiras.

3- No Brasil, as placas dos automóveis são formadas por 3 letras e 4 algarismos. Considerando que nosso alfabeto tem 26 letras, o número de placas diferentes possíveis, sem que haja repetição de letras e de algarismos é:
A)263 x 104
B)26 x 25 x 24 x 104
C)3 x 26 x 4 x 10
D)26 x 25 x 24 x 10 x 9 x 8 x 7
E)263 x 10 x 9 x 8 x 7

4- Quantos números pares de 3 algarismos distintos, podemos formar com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5?
A)48 B)36 C)24 D)18 E)12

5- Num acidente rodoviário, após ouvir várias testemunhas, conclui-se que o motorista culpado pelo acidente dirigia um carro cuja placa era constituída de 2 vogais distintas e quatro algarismos diferentes, sendo que o algarismo das unidades era o 5. Isso não facilitou o trabalho da polícia, pois o número de placas suspeitas é de:
A)10800 B)10080 C)8100 D)1081 E)524

6- O conselho do Departamento de Matemática de uma universidade é composto por 3 professores e 2 alunos, sendo renovado por eleição, a cada 3 anos. Para a próxima eleição, candidataram-se 7 professores e 5 alunos. O número de maneiras diferentes com que esse conselho pode ser composto é:
A)350 B)410 C)420 D)792 E)798

7- Uma fábrica de suco de frutas utiliza laranjas, uvas, maçãs, abacaxis e kiwis, para produzir seus produtos, que são sucos com um único tipo de fruta ou sucos com a mistura de dois tipos de frutas. Os sucos produzidos podem conter açúcar ou aspartame. A quantidade de sucos diferentes que essa fábrica produz é:

A)30 B)10 C)20 D)25 E)50

8- Em uma Câmara de Vereadores, trabalham 6 vereadores do partido A, 5 vereadores do partido B e 4 vereadores do partido C. Quantas comissões de 7 vereadores podem ser formadas, sendo que cada comissão deve ser constituída de 3 vereadores do partido A, 2 vereadores do partido B e 2 vereadores do partido C?

A)7 B)1200 C)152 D)36 E)28800

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SOCIOECONÔMICO

A seguir você preencherá um formulário sócio-econômico e um questionário com dados de interesse sobre cultura e sociedade;

Caso sinta-se incomodado em responder a alguma pergunta do questionário, marque as alternativas de não declaração, mas não deixe de responder;

Apenas pedimos que você preencha o questionário com sinceridade.

1. Sexo:
   (1) Masculino
   (2) Feminino

2. Idade (Anos completos)
   (1) 14
   (2) 15
   (3) 16
   (4) 17
   (5) 18
   (6) mais de 18

3. Em seu município de origem você morava na região:
   (1) Urbana (cidade)
   (2) Rural (fazenda, sítio, chácara, aldeia, vila agrícola, etc.)

4. Até quando seu pai estudou?
   (0) Não estudou.
   (1) Da 1ª à 5ª série do ensino fundamental (antigo primário).
   (2) Da 6ª à 9ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
   (3) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
   (4) Ensino médio completo.
   (5) Ensino superior incompleto.
   (6) Ensino superior completo.
   (7) Pós-graduação.
   (8) Não sei.

5. Até quando sua mãe estudou?
   (0) Não estudou.
   (1) Da 1ª à 5ª série do ensino fundamental (antigo primário).
   (2) Da 6ª à 9ª série do ensino fundamental (antigo ginásio).
   (3) Ensino médio (antigo 2º grau) incompleto.
   (4) Ensino médio completo.
   (5) Ensino superior incompleto.
   (6) Ensino superior completo.
   (7) Pós-graduação.

(8) Não sei.

6. Atualmente você:
   (1) Apenas estuda
   (2) Trabalha e estuda

7. Qual é a renda familiar mensal?
   (1) Menos de 1 salário mínimo (até R$678)
   (2) Acima de um até dois salários mínimos (entre R$679 e R$1.356)
   (3) Acima de dois até cinco salários mínimos (entre R$1.357 e R$3.390)
   (4) Acima de cinco até dez salários mínimos (entre R$3.391 e R$6.780)
   (5) Acima de dez salários mínimos (acima de R$6.780)
   (6) Não sei informar.

8. Em que tipo de escola você estudou?
   (1) Somente em escola pública.
   (2) Maior parte em escola pública.
   (3) Somente em escola particular.
   (4) Maior parte em escola particular.

9. Você já repetiu alguma série?
   (0) Não
   (1) Sim

10. Quantos computadores têm na sua casa?
    (0) Nenhum
    (1) um
    (2) dois ou mais

11. Você possui internet?
    (0) Não
    (1) Sim

12. Como você classifica o seu conhecimento de Informática?
    (1) Muito bom.
    (2) Bom.
    (3) Ruim.
    (4) Muito ruim.

13. Como você classifica o seu conhecimento de Matemática?
    (1) Muito bom.
    (2) Bom.
    (3) Ruim.
    (4) Muito ruim.

Agradeço a sua colaboração!

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O USO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM COMO INSTRUMENTO DIFERENCIADO PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Eu, ____ abaixo assinado, concordo em participar da presente pesquisa.

O pesquisador manterá sigilo absoluto sobre as informações aqui prestadas, assegurará o meu anonimato quando da publicação dos resultados da pesquisa, **além de me dar permissão de desistir**, em qualquer momento, sem que isto me ocasione qualquer prejuízo para a qualidade do atendimento que me é prestado, caso sinta qualquer constrangimento por alguma pergunta ou simplesmente me queira retirar dela.

A pesquisa será realizada pelo mestrando **Fernando Hugo Martins da Silva**, aluno do mestrado da Universidade Federal do Ceará e orientada pelo professor Doutor Jonatan Floriano da Silva.

Fui informado(a) que posso indagar o pesquisador se desejar fazer alguma pergunta sobre a pesquisa, pelo telefone: (88) 96710304, endereço: ***Av João Jaime Ferreira Gomes, 76 – Acaraú/Ceará*** e que, se por tal me interessar, posso receber os resultados da pesquisa quando esses forem publicados. O consentimento prévio dado pelo(a) colaborador(a) cujo nome e informações serão guardados pelo pesquisador e, em nenhuma circunstância, eles serão dados a conhecer a outras pessoas alheia ao estudo, a não ser que o(a) colaborador(a) o consinta, por escrito.

Assinatura do (a) participante: ____

Acaraú/Ceará, 02 de Janeiro de 2013

Fernando Hugo Martins da Silva Pesquisador Mestrando	Professor Doutor Jonatan Floriano da Silva Orientador Científico