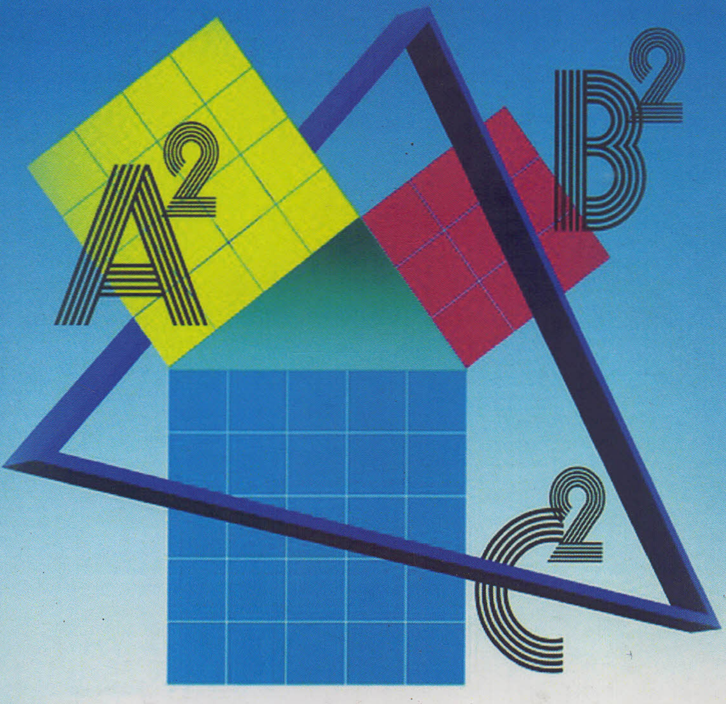
Organizadoras
Maria José Costa dos Santos
Fernanda Cíntia Costa Matos
Elisângela Bezerra Magalhães

AS DIMENSÕES EPISTEMOLÓGICAS DO SABER MATEMÁTICO:

ensino e aprendizagem



Editora CRV

Este livro apresenta a organização de textos fundamentados na prática, nas vivências em sala de aula, do professor que leciona Matemática na educação básica. Os autores preocuparam-se em destacar como pressuposto a prática docente. A partir de uma linguagem simples e clara, os autores discorrem sobre a formação docente, teorias e metodologias. Todos os textos tem como ponto de fulcro a comprovação dos resultados. Convidamos aos leitores, de forma entusiástica e persuasiva, para lerem todos os capítulos.

Editora CRV

Organizadoras
Maria José Costa dos Santos
Fernanda Cíntia Costa Matos
Elisângela Bezerra Magalhães

AS DIMENSÕES EPISTEMOLÓGICAS DO SABER MATEMÁTICO:

ensino e aprendizagem

Editora CRV

Prof da Faced

Maria José Costa dos Santos

Fernanda Cíntia Costa Matos — DOUTORANDA FACED

Elisângela Bezerra Magalhães — Doutora FACED

Organizadoras

AS DIMENSÕES EPISTEMOLÓGICAS DO SABER MATEMÁTICO:

ensino e aprendizagem

EDITORA CRV

Curitiba - Brasil

2016

Editor-chefe: Railson Moura
Diagramação e Capa: Editora CRV
Revisão: Os Autores

CIP-BRASIL. CATALOGAÇÃO-NA-FONTE
SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ

D582

As dimensões epistemológicas do saber matemático: ensino e aprendizagem. / Maria José Costa dos Santos, Fernanda Cíntia Costa Matos, Elisangela Bezerra Magalhães (organizadoras). – Curitiba: CRV, 2016.
184 p.

Bibliografia
ISBN 978-85-444-0989-3

1. Educação 2. Matemática - educação 3. Epistemologia I. Santos, Maria José Costa dos, org. II. Matos, Fernanda Cíntia Costa, org. III. Magalhães, Elisângela Bezerra, org. IV. Título V. Série.

CDD 510

Índice para catalogo sistemático
1. Educação: matemática 510

2016
Foi feito o depósito legal conf. Lei 10.994 de 14/12/2004

Editora CRV
Tel.: (41) 3039-6418
www.editoracrv.com.br
E-mail: sac@editoracrv.com.br

SUMÁRIO

PREFÁCIO

Este livro tem o propósito de promover ações voltadas, sobretudo, para provocar novas discussões e reflexões, sobre as dimensões epistemológicas do saber matemático: ensino e aprendizagem. Organizado por professores, para estudantes e professores é constituído por uma recolha de vários artigos, começando pela Função da Epistemologia na Formação de Professores de Matemática da Escola Secundária, do professor Bruno D'Amore, passando por Reflexões sobre a Formação Epistemológica no Ensino Superior dos Professores de Matemática, de Fernanda Cíntia Costa Matos e Daniel Brandão Menezes e, das Reflexões Dedutiva e Epistemológica sobre a Formação Matemática para o Ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, fechando um ciclo. Outros artigos exemplificam e discutem as experiências didáticas ocorridas em salas de aulas, ampliando nosso olhar sobre questões contemporâneas postas pelo intenso diálogo entre os autores. Eles por certo permitirão compreender as continuidades do pensamento crítico. Parafraseando Pedro Roberto Pontes Santos, em seu livro, somos professores e nosso objeto de trabalho é o conhecimento. Mas o que é o conhecimento? O que é conhecer? Como é que nós conhecemos? Não existem respostas fáceis para essas questões, e este livro para qual o tenho a honra de prefaciá-lo aponta caminhos e reinventa soluções. Os tempos que correm nos textos organizados por Maria José Costa dos Santos, Fernanda Cíntia Costa Matos e Elisângela Bezerra Magalhães sugerem que estamos apenas começando, mas ainda estamos bem longe do fim. Todo trabalho acadêmico é essencialmente coletivo e uma das qualidades da obra encontra-se no fato de permitir entrar rapidamente nas diferentes problemáticas do domínio, escolher os diferentes quadros teóricos que foram desenvolvidos pelos autores, e conhecer um consequente conjunto de resultados que a obra oferece num vasto campo. Colocado à disposição dos professores e estudantes dos cursos de graduação e pós-graduação, este livro sobre as dimensões epistemológicas do saber matemático: ensino e aprendizagem de práticas docentes dos professores de matemática, decorrentes das experiências e do trabalho desenvolvido por eles, certamente fornecerá subsídios necessários para ajudá-los a analisar as práticas cotidianas nas aulas e, sobretudo facilitar a construção de novas maneiras de ensinar considerando a linha metodológica das atividades realizadas com os estudantes de vários cursos, buscando construir pontes para os novos desafios que se configuram no atual cenário da educação: dinâmico, transformador e criativo.

É uma alegria imensa compartilhar com professores, amigos e estudantes o conhecimento construído nas várias atividades realizadas com os estudantes e com os nossos colegas, que estão presentes em cada reflexão, em cada debate, de modo permanente e que marcaram toda trajetória do caminho dessa obra, da longa jornada de nos tornarmos professores melhores. Se avaliarmos o nosso próprio crescimento pedagógico advindo do desafio diário de ser professor, simplesmente, assim como vários professores presentes nas escolas poderão avaliar do mesmo modo a qualidade do trabalho desenvolvido na comunidade educacional. É muito grato para nós, participar desse livro e colocar a disposição de vocês o conteúdo desta obra com a esperança de que o mesmo contribua para enriquecer o trabalho coletivo que realizam e despertar em vocês o desejo e a vontade de buscar, de inovar, de criar e, sobretudo, de seguir buscando cada vez mais, pois, somente assim estaremos preparados para contribuir de modo pleno e satisfatório no desenvolvimento dos nossos alunos, últimos destinatários de todos os nossos esforços.

Maria Auxiliadora Lisboa Moreno Pires
Salvador, janeiro de 2016.

FUNCIÓN DE LA EPISTEMOLOGÍA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA DE LA ESCUELA SECUNDARIA

Bruno D'Amore

1. Premisa

Hace algunos años, creo tal vez en 1991 o en 1990, el Departamento de Matemática de la Facultad de Educación de la Universidad de Tesalónico (por iniciativa de Athanasios Gagatsis, quien, en ese entonces, era profesor en dicha ciudad), nos propuso, a Francesco Speranza[1] y a mi, dictar un ciclo de conferencias; el día anterior al inicio del Seminario, el Instituto Cultural de Francia de esta ciudad, uno de los patrocinadores de la manifestación, nos pidió hacer un seminario a dos voces sobre temas generales de la Matemática para un público de no especialistas, obviamente en francés. En dicha ocasión el Profesor Speranza defendió el valor cultural de la competencia en Epistemología de la Matemática con palabras muy fuertes, palabras que me impresionaron; sostuvo radicalmente que para un profesor de Matemática conocer la epistemología es tan importante como conocer la misma Matemática; el sentido de esta afirmación esta en el hecho que conocer *sólo* la Matemática no es suficiente si no se tiene el sentido mismo de la evolución del pensamiento matemático. Le había cedido el seminario introductivo por obvios motivos

1 El matemático Francesco Speranza (Milano 1932 – Parma 1998) es una figura emblemática de primer nombre nacional (en Italia) en lo que concierne a la reflexión en Epistemología de la Matemática, estudio al que se dedicó sobre todo en los últimos años de su vida. Muchos de los actuales estudiosos italianos de Didáctica de la Matemática se formaron científicamente dentro de su escuela.

de importancia académica y fue así como me encontré desplazado dado que con estas palabras había anticipado parte de lo que había pensado decir, solo que yo hubiera usado, eso sí, un tono menos perentorio. Me vi obligado a cambiar el tema y tomé en consideración la necesidad que tiene el profesor de matemática de conocer la Epistemología por motivos profesionales, con el fin de disponer de un instrumento adecuado para la evaluación de las situaciones de aula, refiriéndome en particular de los llamados "obstáculos epistemológicos".

La noche (y las siguientes) la Embajada Italiana nos ofreció como alojamiento dos apartamentos adyacentes, únicos huéspedes de un enorme edificio silencioso y oscuro; pudimos entonces seguir discutiendo por largo tiempo de estas dos visiones, "cultural" y "profesional", que se integraban perfectamente; la ocasión fue ideal para delinear el sentido de esta doble dirección y nos prometimos encontrar un día para escribir las reflexiones que habían surgido.

Desafortunadamente ese día nunca llegó; en parte porque mis reflexiones epistemológicas tomaron otra dirección (hacia la semiótica y la noética) (D'AMORE, 2003b); pero, sobre todo, porque algunos años después él se ausentó definitivamente, ausencia que aún hoy es sentida por mi y por toda la comunidad científica italiana, para la cual era un punto de referencia excepcional.

Intentaré aquí retomar el hilo de aquella discusión, pero incluiré en esta ocasión algunas de mis nuevas reflexiones y experiencias de estudio y de investigación, delineando lo que para mi significa esta *doble dirección de sentido,* explicando la necesidad de una preparación fuerte en este tema *Epistemología de la Matemática* por parte de futuros docentes de Matemática (en mi opinión, no sólo de la escuela secundaria, pero aquí, me limitaré sólo a este nivel escolar).

Es posible, pero inútilmente fatigoso, hacer citaciones explícitas cada vez que se requiera de frases precisas que reportaría directa o implícitamente de los escritos de Francesco Speranza (SPERANZA, 1997), especialmente en el *primer* *sentido*, ya que él fue fuente de continua inspiración; es así como, para no tediar al lector con continuos reenvíos, prefiero citar de una vez por todas, esta importante referencia para todo el apartado 2. [Naturalmente, asumo personalmente la responsabilidad de cada una de las afirmaciones que haré, sin atrincherarme detrás de barricadas hechas por la falta de citaciones bibliográficas].

Existen por tanto, como lo expresé líneas arriba, dos motivaciones, a las que no se puede renunciar, que justifican la necesidad de una preparación cultural fuerte en Epistemología de la Matemática para los futuros docentes de la escuela secundaria; estas son:

- factores culturales (que trataré en los apartados 2. y 3.)
- factores didácticos o profesionales (que trataré en los apartados 4. y 5.)

2. Los factores culturales

El desarrollo de nuestra disciplina es el resultado no sólo de un progreso técnico y formal; por el contrario, estos dos aspectos son una consecuencia de la continua revisión del sentido y del significado que la Matemática busca al interno de sí misma. El rigor, por ejemplo, uno de los aspectos que más resiente el profano o el alumno, no es un hecho intrínseco ni una costumbre del profesor, es sólo una necesidad lingüística y filosófica (D'AMORE, PLAZZI, 1990), un filtro (a veces fatigoso) que el matemático da al propio instrumento lingüístico para evitar tergiversaciones (por tanto pluralidad de sentidos) y para dar un significado único a la comunicación. Es por esto que el rigor no es un hecho absoluto, es un hecho relativo a la época y al lugar, siempre en constante evolución.

De otra parte, el desarrollo de la Matemática, procede en diversas direcciones, pero no se puede negar que, en primera instancia y con gran fuerza, se asocie a la creación de conceptos;[2] ahora bien, no se pueden crear conceptos sin delinearlos epistemológicamente, por tanto, queriendo o sin querer, quien reflexiona sobre el desarrollo de la Matemática debe necesariamente plantearse el problema de la naturaleza de los conceptos (aquellos mismos que, en Matemática, generalmente se les llama *objetos*) (D'AMORE, 2001).

Como consecuencia encontramos que, olvidándonos del matemático de profesión que podría producir, y a veces produce, teoremas y/o teorías al interno de un determinado dominio sin salirse de este y sin estudiar el sentido general epistemológico, otra persona *cualquiera* que se ocupe de Matemática y de su desarrollo *debe* necesariamente ponerse el problema epistemológico como hecho cultural.

El profesor de Matemáticas no es un creador de teoremas ni de teorías, es un profesional, experto en Matemática, a quien la sociedad le propone de hacer sí que los jóvenes ciudadanos construyan y aprendan a usar competencias matemáticas.[3]

En primer lugar, él debe conocer la Matemática, no obstante sobre este punto se hayan presentado diversas posiciones, yo lo juzgo un punto de partida al que no se puede renunciar (D'AMORE, 1999a).

Pero el profesor tiene dos deberes principales que consisten en:

- efectuar una *transposición didáctica*; el profesor no puede limitarse banalmente a repetir la Matemática aprendida en la Universidad (su lugar de formación cultural, en lo que concierne a la Matemática); él *debe* transformar la Matemática (el saber matemático elaborado durante su formación académica) en un saber que sea adecuado a los alumnos que tiene bajo su cargo, es decir, él debe transformar el Saber

2 Evito cuidadosamente de decir *descubrimiento* y prefiero decir *creación;* la elección epistemológica de base es evidente (D'AMORE, 2003); de todas formas esta discusión no es hoy tan acremente debatida como lo fue en el pasado.

3 Uso el término *competencia* al puesto de *conocimiento* no por caso (D'AMORE, GODINO, ARRIGO, FANDIÑO PINILLA, 2003).

en un "saber de enseñar" (D'AMORE, 1999b); esta transformación no es un hecho banal, por el contrario, es ampliamente creativa y forma parte estrechamente de la profesionalidad del docente (FANDIÑO PINILLA, 2002);

- *comunicar la Matemática*; todos nosotros sabemos que, en una situación de aula, el carácter mediador del profesor es mucho más fuerte y que el estudiante casi nunca tiene acceso directo al Saber, limitando su propio empeño a la relación personal con el profesor y al aprendizaje de la Matemática que el profesor ha elegido para él (en forma más o menos consciente, más o menos vinculada); por tanto, el paso de la Matemática enseñada del docente al aprendiz se da en una situación comunicativa por demás fuerte, dominada por las complejas redes de la pragmática de la comunicación humana (WATZLAWICK, BEAVIN, JACKSON, 1976).

Tomando como base estos dos puntos, se ve claramente como el profesor no puede ignorar el *sentido* que tiene el desarrollo de la Matemática:

- de otra manera no podría cumplir aquel acto creativo que es la *transposición*; lo puede hacer, sí y sólo sí, está en grado de elegir críticamente al interno de un cuerpo sobre el cual tiene alguna legitimidad y capacidad de decisión; si, por ejemplo, retiene que la Matemática no ofrece alternativas epistemológicas, que el cuerpo de conocimientos es aquello que es, inmutable, eterno, indiscutible, aquello que él aprendió (al máximo antes del "paréntesis universitario"),[4] entonces no estará en grado de

4 Terminología de sólito atribuida a Felix Klein para indicar el período de estudio universitario de un futuro docente de Matemática; donde es implícito un juicio negativo de inutilidad en la formación dado que, faltando una preparación específica, el docente de Matemática, una vez como tal, replicará el modelo observado cuando era estudiante pre-universitario (LORIA, 1933).

hacer la transposición didáctica y por tanto su éxito como profesor estaría en duda;

- de otra manera no podría *comunicar* la Matemática; sólo se puede comunicar lo que se ha construido dentro, aquello que forma parte de la experiencia personal, vivida, es decir personalizada; si la Matemática es vista como algo de impersonal, de a-temporal, sólo una sucesión de resultados secuenciales obtenidos por seres humanos que, mientras producen, sólo piensan al interno de la teoría en la cual crean, entonces no se puede hablar de comunicación sino de repetición de resultados; en la pragmática de la comunicación humana es implícito un sentido de propiedad crítica, de capacidad y de disponibilidad en la elección personal; de otra parte, uno de los límites de la Matemática transmitida en la escuela, más de una vez denunciado por Brousseau (1986, por ejemplo) es precisamente el carácter impersonal y a-temporal, este querer esconder la rica historia del esfuerzo y de las dificultades que los seres humanos han encontrado en la construcción de la Matemática tal y como la conocemos hoy; el estudiante que ve en la Matemática sólo los resultados finales, limpios y cristalinos, libres de toda fatiga y de toda discusión, ordenados, obtenidos aparentemente como consecuencia de una deducción axiomática que parece caída del cielo, se le induce a pensar que la Matemática *deba* ser así por naturaleza; si este estudiante es un futuro profesor de Matemáticas, llevará con sí, en su historia profesional, esta concepción equivocada de la disciplina.

Son muchos los autores que puedo citar en defensa de esta visión que da gran importancia a la cultura en Epistemología de la Matemática por parte de los futuros docentes.

Ciertamente Speranza (1997) se empeñó personalmente en la propuesta de incluir oficialmente esta materia como objeto de estudio en los programas de Especialización (postgrado) para la enseñanza de la Matemática en la Escuela Secundaria (que actualmente en Italia habilita para la enseñanza en la Escuela Secundaria). En aquel mismo texto, en particular de la página 124 a la página 127, Speranza me dio la posibilidad de considerar también Enriques, un Enriques en esta misma óptica, con una multiplicidad de citaciones que aquí no reporto. Una confrontación ulterior vino de Vailati, por ejemplo cuando muestra la importancia que tiene la reflexión sobre actitudes relevadas erróneas en el pasado, en la construcción de conceptos matemáticos, incluso en actividades didácticas (VAILATI, 1896). Así como Bachelard, quien además es considerado por muchos como el promulgador de la idea de concebir el error en la ciencia como algo que tiene un valor intrínseco (BACHELARD, 1951), tanto que en este campo condicionó el pensamiento de Brousseau (1983, 1989), el creador de la moderna Didáctica de la Matemática.

3. Consecuencias directas de los factores culturales en el campo didáctico, metadidáctico y como factores "transversales"

Los aspectos delineados en 2. tienen consecuencias directas en campo didáctico; examinaré sólo algunos ejemplos, el primero en forma más profunda en el apartado 3.1., mientras que de los otros haré sólo un delineamiento en 3.2., pasaré después al apartado 3.3. donde trataré los aspectos metadidácticos y a 3.4. para aquellos "transversales".

3.1 El problema de los "elementos primarios"

Como lo he dicho en otras ocasiones (D'AMORE, 2000a), en el siglo XVIII apasionaba la pregunta: ¿qué significa "simple de entender"?. ¿Lo "simple" es un hecho absoluto o un hecho relativo?. ¿Lo "simple" es indiferentemente tanto para el científico como para el estudiante que esta aprendiendo las primeras bases?. O ¿Existe alguna diferencia?, si es así ¿cuál?.

Estas preguntas encontraron intentos de respuesta incluso en la *Encyclopédie* de Jean-Baptiste Le Rond d'Alembert [1717-1783] y Denis Diderot [1713-1784], en particular en los artículos *Análisis*, *Síntesis*, *Método*, *Elementos de ciencia.* [Se trata, según mi opinión, de un estudio específico de Didáctica que se diferencia de los estudios generales de la Pedagogía].

Podría ser interesante, sólo para tener una idea de la situación, ver como d'Alembert autor de la sección *Elementos de ciencias*, intenta hacer emanar ideas didácticas de la hipótesis cartesiana de síntesis, de lo simple a lo complejo, y de como se ve obligado él mismo a admitir que la situación se complica de inmediato.

Se de forzar las cosas, pero es como si se comenzara a admitir algo de moderno, que existe una profunda diferencia entre:

- la disciplina en sí, tal y como es conocida y practicada por los especialistas, por los científicos;
- la Didáctica general en sí, tal y como esta constituida, con sus acepciones generales aceptables y garantizadas por reflexiones significativas conducidas por expertos del sector;
- la Didáctica disciplinar en sí, que tiene parámetros, paradigmas y objetivos totalmente diferentes.
- El verdadero punto en discusión esta evidenciado cuando d'Alembert intenta ver que significa que un concepto *precede* a otro: ¿de cuál partir?; ¿cuál tomar como punto de partida?; ¿cuáles son los *conceptos primarios*?.

Por ejemplo, en Matemática, el científico toma como punto de partida ideas como espacio, plano, recta, punto, número, … y algunas "conexiones" entre estos; pero, ¿estamos totalmente seguros que en Didáctica de la Matemática esto sea lo más conveniente?. ¿Los elementos primarios del científico son o deben ser necesariamente los mismos elementos primarios del alumno?.

Más que aceptar los elementos primarios del científico, ¿no sería mejor recorrer la generación de ideas que han llevado a elegir estos objetos como primarios?.

No es aquí el caso de profundizar, pero es representativo el hecho que este debate, de carácter didáctico, lleve a d'Alembert a pasar de una posición del todo cartesiana a una posición lockiana y después ver como intenta de conciliar estas dos: «Las ideas simples pueden reducirse a dos tipos: uno son las ideas abstractas [...] el segundo tipo de ideas simples está encerrada en las ideas primitivas que adquirimos a través de nuestras sensaciones».

Pero: los elementos que los estudiantes, que se acercan por primera vez al estudio de la ciencia, están en grado de comprender, ¿son o no son los mismos elementos de la ciencia?; o: ¿son por lo menos de igual naturaleza?.

- Si se responde que sí, entonces el método didáctico es una reestructuración, una sistematización, una puesta en campo progresivo de los elementos de la ciencia, del saber de los científicos (KINTZLER, 1989);
- si se responde que no, ¿cómo se pasa de las competencias infantiles, de los elementos cognitivos que posee un estudiante al inicio de su recorrido escolar, al saber científicamente entendido?.

En todo caso, ¿qué relación existe entre los elementos primarios adquiribles por el estudiante y los elementos primarios de las ciencias académicamente entendidas (Saber o *Savoir savant*)?.

Para mi, es a partir de este debate que comienza finalmente a delinearse una terna de contenidos:

- los contenidos de la disciplina *d*, establecidos por esta, por su historia;
- los contenidos de la Didáctica de aquella disciplina: D_d; esta tiene como objeto de estudio la sistematización (en la óptica: enseñanza ⟶ aprendizaje eficaz) de los elementos de la disciplina *d*, pero los contenidos específicos de D_d no son sólo los contenidos de la disciplina *d*, son nuevos respecto a *d*;
- los contenidos de otra teoría, más general, que se podría identificar con aquella que evidencia el problema de como pasar, más allá del caso específico, de los contenidos de *d* a los contenidos de D_d, sea cual sea la disciplina *d*; se podría entonces comenzar a pensar en una especie de Didáctica general, entendida en este sentido.

Es gracias a una relación entre reflexión epistemológica y didáctica sobre la Matemática que se llega al debate sobre los *elementos primarios*, para entender el por qué no existe coincidencia entre los elementos primarios para un estudiante al inicio de su formación escolar y los elementos primarios de la Matemática. Sin esta posibilidad de reflexión crítica, el profesor se sentiría inclinado a pensar que esta coincidencia se presenta.

3.2 Las "fracciones", los racionales, el pasaje a los reales, la densidad, la continuidad

Sin una fuerte preparación en Epistemología de la Matemática, todos los temas citados en el título de este párrafo podrían ser fuente de equívoco: el profesor transmite un saber a los alumnos, después de una transposición didáctica que él juzga idónea. Pero, en un caso de no suceso, cuando los alumnos no construyen conocimiento (tanto menos competencia), la única alternativa que se tiene es pensar que los estudiantes no tienen la capacidad para afrontar este tipo de cuestiones, que no están a la altura. O, peor aún, pensar que él no es idóneo para ejercer la profesión docente.

Precisamente las competencias epistemológicas revelan, por el contrario, las increíbles incidías que se esconden detrás de estos temas. En Fandiño Pinilla (2002), por ejemplo, se estudia precisamente el caso ejemplar del debate didáctico/epistemológico entre "fracciones" (objĕto del saber escolar) y "racionales" (objeto del Saber).

Las increíbles convicciones que tienen algunos estudiantes maduros (alumnos que cursan los últimos años de la escuela superior, incluso después de haber seguido un curso de Análisis) sobre la densidad y la continuidad, propuestos en el aula como puros objetos matemáticos de aprender, sin ninguna atención epistemológica, están evidenciadas por gran número de autores que han hecho investigaciones didácticas en este campo.[5]

3.3 Factores "meta", determinantes para la didáctica

Además del problema delineado en 3.1. sobre qué son los elementos primarios, existen otros factores que llamamos meta-matemáticos; por ejemplo, qué son las definiciones, o, qué son las demostraciones.

Sobre la interpretación de estos dos términos, habría mucho que decir; sin una profunda competencia epistemológica, se corre el riesgo de tergiversar burdamente el *sentido* de estas dos componente fundamentales de la Matemática. Cuántas veces he visto estudiantes confundir estos dos términos, confirmando la ausencia de *sentido*. Desafortunadamente, en varias ocasiones, escuché profesores que corregían el enunciado de una definición dada por el estudiante con expresiones del tipo: «No se dice así, debes decir así…»; y pensar que, hablando precisamente de definiciones, escuché por primera vez a Francesco Speranza hablar de "la libertad de la Matemática"

5 Sobre este tema véase: D'Amore, Fandiño Pinilla (2004) y D'Amore (2005).

(lo que me impulsó a intervenir didácticamente sobre este tema: D'AMORE, 1986). Y ¿qué decir de las demostraciones repetidas a memoria?. ¿Cuántas veces nosotros, como profesores universitarios, hemos escuchado a más de un estudiante pronunciar la terrible frase: «Esta demostración no la recuerdo»?. También esto es señal de la tergiversación de base en lo que respecta al *sentido* de la demostración (y por tanto, más en general, de la Matemática y del conocimiento matemático).

¿Cómo se forman estas deletéreas convicciones en los estudiantes?. Ciertamente no por generación espontánea: estas son el resultado o de falaces enseñanzas directas o de interpretaciones inducidas por comportamientos repetidos y tal vez causados por el contrato didáctico.

Sólo una fuerte preparación de los docentes en Epistemología de la Matemática (y en Didáctica de la Matemática) puede, de una parte, fortalecer las convicciones positivas de los profesores sobre estos temas, y, de otra, hacerlos didácticamente activos.

Ya sea en las definiciones como en las demostraciones debe existir un amplio "grado de libertad", favorecido por el profesor, conquistado por el estudiante; es esto lo que nos enseña la Epistemología.

A propósito de demostración, deseo señalar el hecho de como tergiversaciones negativas lleva a casos aberrantes, como el señalado en D'Amore (1999b) en las páginas 358-360, relativo al comportamiento demostrativo de hechos absurdos por parte de un estudiante de 3° grado de la escuela superior (17 años) que escribía frases en secuencia sin ninguna relación lógica entre ellas, pero sintácticamente correctas, rica de gerundios, de conectores causales, con un formalismos preciso y exuberante. Intervenir en estos casos es casi imposible, pero lo que sí es posible es prevenirlos; sólo que para prevenir estas situaciones se necesita de una sólida competencia tanto en Epistemología como en Didáctica de la Matemática, no sólo en Matemática.

3.4. Factores "transversales"

Entre las numerosas conquistas culturales fuertes que derivan de la cultura epistemológica, doy un gran énfasis a las siguientes tres reflexiones:

- como esta hecho el lenguaje de la Matemática
- como se aprende la Matemática
- las fuertes relaciones que existen entre semiótica y noética

Me limitaré a breves consideraciones.

Son muchas las tergiversaciones que existen al rededor del lenguaje que usamos en Matemática; y tantas las convicciones que determinan misconcepciones. Sobre este tema trabajé por mucho tiempo (D'AMORE, 1993, 1996, 2000b; por ejemplo). Si la convicción (débil) del profesor es que el lenguaje que se usa en Matemática es unívoco y eternamente determinado a priori por la comunidad científica, no podrá esperar del alumno más que un uso ciego de este, sin vías personales; lo que lleva por lo general a una especie de intento de imitación a-crítica por parte del estudiante, una mala copia del lenguaje, vacía y estéril, que constituye para la clase un tipo espejismo al que nunca se llega; en D'Amore (1993) llamé "matematiquese" este lenguaje de aula, dando diferentes pruebas de su existencia y de su carácter negativo.

"Cómo" se aprende la Matemática no es sólo un problema psicológico, pedagógico o didáctico, como ingenuamente se podría pensar en un primer momento, porque el "cómo" está estrechamente ligado al "qué", el aprendizaje matemático es también un hecho que tiene que ver con la Epistemología; por ejemplo, hay quienes creen que el aprendizaje de nuestra disciplina puede reducirse únicamente a cálculos (en diversos niveles), como si este fuera el *sentido* de la Matemática; esta característica fuertemente intrínseca instrumental es mucho más común de cuanto se pueda imaginar: ¿cómo podemos pensar que un joven llegue a *construirse* conocimiento matemático?. En una visión epistemológica *realista*, esta posición podría incluso encontrar un puesto, dado que los conceptos matemáticos son el punto de llegada ideal; mientras que en una visión *pragmática* el concepto es la construcción personal obtenida en cada momento (D'AMORE, FANDIÑO PINILLA, 2001; D'AMORE, 2003a), en el paso de una relación personal con el saber, hacia una relación institucional, en una visión antropológica (CHEVALLARD, 1992).

Que el aprendizaje matemático este fuertemente ligado con la noética, entendida como aprendizaje conceptual, esta fuera de toda discusión; cae bajo la mirada de todos y es confirmado por varios autores (DUVAL, 1993, 1995). Precisamente sobre la base del impulso de Duval, en los últimos años, he dedicado mi energía de investigador a este tema; me limito a indicar D'Amore (2003a, b). Que la Matemática se vea obligada a servirse de representaciones al interno de registros semióticos es un hecho ya aceptado, es más, considerado obvio, después de los estudios pioneros de Duval. Que existe una paradoja cognitiva en el hecho que un estudiante deba construir conocimiento conceptual a través de representaciones semióticas (la "paradoja de Duval") (en sus tres características esenciales: representación, transformación de tratamiento y transformación de conversión) (DUVAL, 1993, 1995; D'AMORE 2003a, b) es también una idea ampliamente compartida, tanto que en D'Amore (2003a) inicié una operación de integración de las teorías didácticas de Brousseau y las observaciones de Duval, mostrando como elementos de una se pueden explicar por medio de la otra; en particular, mostré como a veces una situación a-didáctica no tiene suceso a causa, precisamente, de una falta de devolución que se centra en el hecho que el estudiante no alcanza la no ética a través de la acción sobre la semiótica. De todo esto se concluye con la máxima evidencia que un profesor no puede fingir e ignorar la cuestión, confundiendo, como sucede generalmente, no ética con semiótica:

él, adulto, culto, experto, *profesor*, cree de trabajar didácticamente sobre los conceptos, mientras el estudiante, joven, no culto, esta trabajando sobre las representaciones semióticas (al máximo sobre sistemas de representación semiótica). Ignorar este *hecho* comporta una separación entre las dos acciones (aquella del enseñar y aquella de aprender) que sólo puede producir un fracaso.

Existen, según mi forma de pensar, muchos otros factores que son de tipo "transversal" y que tienen en común la necesidad del estudio de la Epistemología de la Matemática; aquí quería mostrar, como ejemplo, sólo algunos de estos.

4. Los factores didácticos (o profesionales)

En 2. evidencié el por qué es necesaria la competencia en Epistemología de la Matemática en la preparación de futuros profesores de Matemática, haciendo referencia tanto a motivos culturales (que estudié con cualquier particularidad en 3.) como a motivos didácticos (o profesionales). En este apartado 4. afrontaré más detalladamente precisamente esta última motivación. Me reservo un (especie de) anexo en 5. donde desarrollaré ulteriormente este apartado 4., pero sin crear discontinuidad con lo ya afirmado en 3.

4.1 Obstáculos epistemológicos

Todos los investigadores en Didáctica de la Matemática conocen la "teoría de los obstáculos", teoría fundamental de Guy Brousseau (1983, 1986, 1989; véase también D'Amore 1999a, para un tratamiento al interno de una teoría compleja que involucra toda la didáctica de la Matemática). Por más distinciones que se puedan hacer, sigue siendo fundamental, para la gestión de la vida en aula y para el análisis de los errores (con todo lo que implica en el campo de la evaluación), la distinción en tres tipologías de obstáculos:

- ontogenéticos
- didácticos
- epistemológicos

Si tomamos el "triángulo de la didáctica" (CHEVALLARD, 1985) como modelo de la situación de aula (en particular para evidenciar la complejidad del sistema) (D'AMORE, FANDIÑO PINILLA, 2002), entonces se puede intentar como una primera aproximación que los obstáculos:

- ontogenéticos son asociables al vértice "alumno"
- didácticos son asociables al vértice "maestro"
- epistemológicos son asociables al vértice "Saber"

Esta forma de ver las cosas da una idea de unidad al interno de la Didáctica, como teoría clarificadora de las relaciones, que de otra forma se eludirían. En tal caso, pero, resulta obvio que este instrumento potencialmente excepcional produce resultados positivos en las manos del profesor sí y sólo sí él toma conciencia (conciencia que se logra gracias a los estudios de Didáctica); pero, por lo que respecta al tercer punto, él tiene necesidad de un conocimiento más, el de la Epistemología precisamente, para poder por lo menos reconocer, entre los inevitables errores de los estudiantes, aquellos que se pueden catalogar propiamente como los que tienen origen en un obstáculo epistemológico. En este caso, la Didáctica por sí sola no puede alcanzar y pide ayuda a las competencias epistemológicas.

4.2 Cambio de convicciones

Hoy sabemos muy bien que las competencias maduradas por los futuros profesores de Matemáticas producen en ellos cambios de convicciones y de hecho cambio de concepciones.[6] Dado que sobre este tema la bibliografía es vasta, reenviamos a D'Amore, Fandiño Pinilla (2004), artículo en el cual la bibliografía es fuertemente seleccionada. En este trabajo se presenta una investigación cuyo objetivo era el de evidenciar precisamente los cambios en las convicciones y en las concepciones que sobre la Matemática, la Didáctica de la Matemática y sobre el papel del docente de Matemática, se hayan presentado en los profesores de escuela secundaria en formación inicial, después de haber cursado (en Bologna) los 4 semestres del programa de Especialización para la enseñanza de la Matemática. El hecho tiene aquí, un particular intereses, dado que en Bologna dentro de esta especialización se deben cursar 2 cursos específicos de Epistemología / Historia de la Matemática, mientras que los 2 cursos de Didáctica de la Matemática tienen un fuerte contenido problemático y epistemológico, siguiendo la tradicional "escuela francesa" y se da gran énfasis a las cuestiones fundacionales (los cursos se basan en el estudio de diversos materiales, entre los cuales D'Amore, 1999a, que se discute oralmente en grupos, por dos semestres). Reenvío aún al texto D'Amore, Fandiño Pinilla (2004), para los detalles, pero resulta un hecho muy interesante cuando a declarar a propósito de sus cambios son precisamente los futuros profesores que siguen el programa de especialización: siempre se mezclan motivaciones didácticas con motivaciones epistemológicas, expresión del hecho que los estudiantes, dado que serán profesionales de la escuela en el futuro, tienden a evaluar sus nuevas competencias epistemológicas al interno de la acción didáctica.

6 La distinción entre estos dos términos, a primera vista sinónimos, es hoy ya aceptada en ambiente de investigación; se usa hacer una diferencia más o menos explícita como sigue (D'AMORE, FANDIÑO PINILLA, 2004): - convicción (belief) (o creencia): opinión, conjunto de juicios /expectativas, lo que se piensa a propósito de algo; - el conjunto de las convicciones de una persona (A) sobre un determinado hecho, argumento, cosa (T) determina la concepción (K) de A relativa a T; si A pertenece a un grupo social (S) y comparte con los otros integrante de S el mismo conjunto de convicciones relativas a T, entonces K es la concepción de S relativa a T. A veces, al puesto de "concepción de A relativa a T" se habla de la "imagen que A tiene de T".

Entre los cambios de convicciones que mayormente asombran a los mismos profesores en formación, emerge una diferencia entre una precedente imposibilidad de un uso impropio del lenguaje matemático y una nueva disponibilidad a escuchar el alumno que se empeña en una comunicación a sujeto matemático. Sobre este punto, gran influencia tienen las pruebas de práctica docente efectuadas concretamente en las aulas; quienes cursan el programa de especialización cambian radicalmente de convicciones sobre el *sentido* que debe tener al contenido matemático que los estudiantes expresan sobre la base de dos factores que han aprendido a reconocer en los cursos del programa de Especialización:

- si bien la comunicación del estudiante A al estudiante B sea incorrecta (del punto de vista del adulto), B entiende el sentido
- generalmente el uso del lenguaje es inapropiado (respecto a las expectativas del adulto) no por lagunas matemáticas sino por incomprensión en la base.

Un ejemplo de este segundo punto esta dado en el comportamiento de un estudiante que, a la solicitud de definir el paralelogramo responde: «Un paralelogramo es un cuadrilátero que tiene los lados dos a dos». Se tiene un disentimiento entre las expectativas: de una parte el profesor advierte la omisión de un adjetivo que "cierre" la frase ya que, dicha así, no tiene sentido; de otra parte, el estudiante juzga que haber repetido correctamente 12 palabras de 13 sea ya un muy buen resultado. Es verdad que juega un papel importante el contrato didáctico y las diversas concepciones que de la Matemática tienen los dos actores de la historia, pero también es verdad que existen expectativas epistemológicas diversas en lo que concierne al uso del lenguaje en Matemática.

4.3. Currículo y la centralidad del alumno

Las observaciones precedentes tienen notables repercusiones en el sentido del currículo; de un pesante fardel de respetar, el currículo se convierte en un instrumento de plasmar y de aprovechar en la situación verdadera de aula, móvil conductor de la historia de clase. De una lista más o menos comentada que viene impuesta en aula y que condiciona toda la actividad dentro de esta, el currículo se transforma en arma que se adaptada a hacer sí que cada estudiante sea puesto, con base en sus propias capacidades, en las mejores condiciones para construir competencias matemáticas; de un currículo normativo se pasa precisamente a un currículo que refleja puntos de vista epistemológicos (FANDIÑO PINILLA, 2002, p. 36 y segg.: «el punto de vista epistemológico en la construcción del currículo»).

Esto coloca al centro la figura del alumno, y deja de lado aquella secuencia curricular junto con los meros contenidos. Esto significa interpretar al revés aquello que en D'Amore (1999b) he llamado "epistemología del aprendizaje de la Matemática": el problema real de quien se ocupa de Didáctica de la Matemática, como investigación o como profesión, es el de entender los procesos de aprendizaje de la Matemática, no limitarse únicamente a crear ideales de enseñanza.

Sólo un ejemplo para clarificar este punto de vista.

Desde hace muchos años forma parte de las tareas de un estudiante de Matemática aprender a demostrar teoremas; el Saber decidió que el paradigma de respetar universalmente en lo concerniente a tal actividad esta en la lógica megárico – estoica y aquella aristotélica; razón por la cual, muchos consideran *preliminar*, a la actividad de demostrar, el aprendizaje de la Lógica, como un capítulo de la Matemática. Es por eso que los estudiantes aprenden las tablas de verdad semánticas, los conectivos, en particular la implicación material. Una vez hecho esto, comúnmente se confunde deducción (meta-lingüística) con la implicación (lingüística) y se pasa a la estructura de los teoremas y a sus demostraciones. Si el estudiante no logra el éxito, se le considera como no apto para la demostración o por lo menos no en grado de demostrar. Pero si se da particular atención a las propuestas demostrativas de los estudiantes, dando la vuelta al sentido de la experiencia, se pueden encontrar sorpresas interesantes. Me di cuenta del hecho que los estudiantes que no lograban llevar a buen término una demostración simplemente no sabían gestionar el instrumento meta-lógico propuesto y pensé que tal vez este era no adecuado. Fue entonces que me prometí observar a estos estudiantes para entender los diferentes tipos de errores que cometían. Así descubrí que muchos de ellos hacían referencia continuamente a ejemplos inapropiados, enunciando la tesis como si fuera hipótesis, intentando anclar las implicaciones materiales a ejemplos concretos. Recordé la lógica nyaya, desarrollada hace miles de años en India, en la cual el esquema de razonamiento típico estaba concebido en forma muy diversa de la forma de razonamiento aristotélico. Para conocer los detalles de este largo estudio, circunstanciado y corroborado con ejemplos tomados del aula, reenvío a D'Amore (2004a).

Me limito aquí a un ejemplo, el más representativo de esta lógica (exactamente como el silogismo de Sócrates es considerado como ejemplo prototípico de la lógica aristotélica):

1. el objeto A se mueve (afirmación)
2. porque se le aplicó una fuerza (razón)
3. cada vez que se le aplica una fuerza a un objeto este se mueve (proposición general); por ejemplo: si se amarran bueyes a una yunta, esta se mueve (ejemplo)
4. al objeto A se le aplicó una fuerza (aplicación) por tanto
5. el objeto A se mueve (conclusión).

Es bastante fácil escribir en forma moderna este razonamiento. Pero antes de dar una formulación en lenguaje moderno del ejemplo anterior, introduzcamos un simbolismo oportuno; sean:

A, B objetos dados, X un objeto genérico;

P(X): enunciado predicativo abierto "X se mueve"

F(X): enunciado predicativo abierto "a X se le aplicó una fuerza".

El enunciado abierto F(X) es verdadero si cada vez que, sustituida la variable X por una constante A, F(A) es experimentalmente verificable (en el sentido: su veracidad cae bajo el peso de los sentidos) (esta es, al menos, la interpretación empirista nyaya; es necesario hacer notar también que, para los lógicos nyaya, los sentidos son seis).

El razonamiento nyaya se puede ahora interpretar formalmente como sigue:

Afirmación:	1.	P(A)	afirmación (aún no probada)
Razón:	2.	F(A)	causa que actúa sobre P(A)
Tesis:	3.	(→X) [F(X) · P(X)] Por ejemplo: F(B) · P(B)	proposición general ejemplo
Aplicación:	4.	F(A)	del caso general se pasa al caso en examen: una fuerza ejerce una acción sobre A
Conclusión:	5.	P(A)	A se mueve

Ahora bien, algunos de los estudiantes entrevistados y considerados como no en grado de conducir con éxito una demostración, de hecho efectuaban demostraciones siguiendo la lógica nyaya y no siguiendo la lógica aristotélica o megárico–estoica. Sin informaciones de carácter epistemológico, no hubiera contado con los instrumentos epistemológicos para darme cuenta, como investigador, de este hecho. De igual forma, sin los instrumentos epistemológicos adecuados, el profesor se queda sin armas. En este caso, pude sugerir al profesor confrontar estos dos instrumentos demostrativos en aula, buscando analogías y deferencias.

Es obvia la importancia que en todo esto tiene una visión epistemológica del currículo que privilegia la visión central del alumno en aula.

4.4. La influencia sobre la evaluación

De los últimos párrafos, particularmente, emerge una visión compleja de la evaluación como proceso y no como fin, por tanto como instrumento didáctico. En Fandiño Pinilla (2002, p. 75 y segg.) se propone una evaluación que tiene diferentes objetivos: evaluación del currículo, autoevaluación de la eficacia del proceso de enseñanza, evaluar para dar información de lo que se considera importante, evaluar para tomar decisiones, evaluar para dar un juicio del alumno… En cuanto a los objetivos y a las técnicas de cada una de estas acepciones, la situación es complicada precisamente porque en muchas ocasiones, para tomar decisiones, se necesita hacer elecciones de carácter epistemológico (véase la evolución histórica-social de la idea de evaluación en los últimos 100 años, en las páginas 94-96 del texto citado líneas arriba; y el elenco de las funciones y de las características de la evaluación según el enfoque de diversos Autores, a partir de la elección epistemológica, en las páginas 97-98). Una innovación de la evaluación implica elección de criterios y es por esto que se llama "evaluación por criterios". A frenar estos específicos impulsos innovadores (que, en algunos Países, se han convertido normas de ley para la Escuela), están ciertamente las convicciones de los profesores y muchas de sus concepciones de escuela, sentido de la instrucción etc., en forma mucho más específica.

Pero, hemos visto como las convicciones epistemológicas, incluso cuando faltan o dan la idea de faltar (Speranza las llama: *implícitas*, 1997), marcan decididamente todas las otras, así que el círculo se cierra…

Entre las elecciones, no siempre implícitas, surgen, con un cierto porcentaje, aquellas actitudes que reflejan, más o menos, formas de interpretar la Matemática y que se identifican con escuelas epistemológicas:

- formalismo
- platonismo
- logicismo
- empirismo
- intuicionismo según Poincaré
- intuicionismo como construcción de actos de pensamiento
- …

y hoy, más en general, condensadas en dos grandes grupos (SPERANZA, 1997, D'AMORE, 1987):[7]

- realismo
- pragmatismo
- que las resumen (D'AMORE, 2003b).

Ahora bien, el uso de las convicciones maduradas con los estudios epistemológicos debe hacer pareja con una fuerte competencia en Didáctica de la Matemática porque sólo así se contribuye a formar aquella *herramienta*, aquellos instrumentos útiles, prácticos y teóricos, en la profesión docente,

7 Este trabajo de 1987 es (más o menos) el texto de una comunicación que hice en Valencia en el mismo año; también este viaje fue una ocasión de confronto muy fuerte con Francesco Speranza sobre temas epistemológicos; yo intentaba encontrar raíces de autoridad, de las "bases epistemológicas" dado que, en aquel momento, estábamos detallando los nuevos programas de matemática para la escuela italiana y, naturalmente, era para mi un gran conforto las discusiones y los debates con un gran Maestro.

para entender de esta forma la evolución de las situaciones de aula. A esto favorece ciertamente la valiosa contribución de Guy Brousseau quien, además de ser pionero y de haber determinado los primeros pasos de la Didáctica de la Matemática, proporciona aún hoy, en mi opinión, material de reflexión, en constante evolución y de gran profundidad. Ideas como el contrato didáctico, la teoría de los obstáculos, la teoría de las situaciones,... junto con los análisis críticos que han llevado a la desaparición de precedentes formas de interpretar la Didáctica de la Matemática, son aún hoy de analizar y de potenciar: son misterios que esperan ser aclarados.

5. Epistemología e Historia de la Matemática; la Historia como clave para entender la Epistemología; el uso de la Historia en la Didáctica de la Matemática

5.1. Epistemología e Historia de la Matemática

«La filosofía sin la historia es vacía, la historia sin la filosofía es ciega», afirmaba, y con razón, Kant (por ejemplo: SPERANZA, 1997, p. 145). Lakatos circunstanciaba: «La filosofía de la ciencia sin la historia es vacía, la historia de la ciencia sin la filosofía de la ciencia es ciega» (LAKATOS, 1971, p. 102).

Una vez aceptada la posición de estos gigantes, todo comentario es superfluo. Se concluye que, si la Epistemología estudia la evolución de los conceptos, no es posible pensar en escindir los estudios de Epistemología de la Matemática de aquellos de la Historia de la Matemática. Esto justifica la elección de llamar a los cursos del programa de Especialización con el nombre actual de Epistemología / Historia de la Matemática.

5.2. La Historia para entender la Epistemología

Así, parece obvio pensar la Historia como la referencia paradigmática por excelencia para entender la evolución de las ideas y las necesidades de adecuar el pensamiento. Por ejemplo, si nada se supiese de los orígenes aristotélicos de la geometría euclidiana, ni de las geometrías no euclidianas con su consecuente revolución sobre el concepto de verdad matemática, ni de la necesidad de un nuevo rigor que diese a los términos primarios y a los axiomas un *sentido* moderno, no se podría entender el por qué David Hilbert tuvo que escribir nuevos elementos de Geometría 22 siglos después de los de Euclides. Veo entonces en la Historia de la Matemática el aspecto clave para entender la Epistemología.

5.3. Uso de la Historia en la Didáctica

Si bien los dos puntos anteriores sean de excepcional relevancia, tanto de dar razón a quien impone cursos de Epistemología a los profesores en formación, existe un punto que emerge con gran fuerza en los últimos 30 años, un punto al cual tanto Francesco Speranza como yo dimos forma curando la edición de 3 libros, con diversos títulos, que recogen experiencias verdaderas de profesores de distintos niveles escolares, cuando esto aún no era común (D'AMORE, SPERANZA, 1989, 1992, 1995); se trata del uso de la Historia de la Matemática como instrumento didáctico en los cursos de Matemática.

Dado que este punto se relaciona estrechamente con las cuestiones epistemológicas, considero correcto hacer referencia a este hecho.[8] De otra parte, si se quiere usar la Historia de la Matemática en aula, se requiere conocer la Historia de la Matemática; por tanto tiene sentido el problema de la cuestión de la preparación en Historia de los futuros profesores de Matemática.

8 Agradezco al amigo y colega profesor Giorgio Bagni (Universidad de Roma "La Sapienza") por el material y los consejos que generosamente me ha dado para la redacción de este apartado.

5.4 La Historia de la Matemática en la formación de futuros profesor de Matemáticas

Según Freudenthal, aprender la matemática significa "re-inventarla" (se describe un proceso denominado "mathematising") (FREUDENTHAL, 1973): por tanto el papel de la componente histórica en la enseñanza justifica una profundización específica. Considerar un concepto matemático a través de su evolución histórica requiere la toma de posiciones epistemológicas no siempre fáciles: la misma selección de los datos históricos no es neutra (RADFORD, 1997) y problemas notables están relacionados con su interpretación, conducida inevitablemente a la luz de nuestros actuales paradigmas culturales, mediante los cuales se ponen en contacto culturas "diversas pero no inconmensurables" (RADFORD, BOERO, VASCO, 2000, pag. 165).

Hemos insistido mucho sobre el hecho que la enseñanza esta influenciada por las concepciones de los profesores a propósito de la naturaleza de los conocimientos científicos y de su evolución. Surge por tanto fundamental que un profesor se confronte directamente con la historia de la disciplina y que pueda llegar a explicar las referencias históricas consciente y coherentemente con las propias concepciones epistemológicas (THOMPSON, 1992; MORENO, WALDEGG, 1993; SPERANZA, GRUGNETTI, 1996).

En general, la Historia de la Matemática ofrece a la didáctica algunas posibilidades importantes (FURINGHETTI, SOMAGLIA, 1997):

- en primer lugar aquella de la aproximación anecdótica que, siendo en ocasiones considerada superficial, puede reforzar en términos significativos la motivación de quien aprende (D'AMORE, SPERANZA, 1989, 1992, 1995; RADFORD, 1997; D'AMORE, 1999a);

- la posibilidad de una reflexión metacognitiva;
- la posibilidad de un conocimiento orgánico de un periodo histórico y de la comprensión de las situaciones culturales que han determinado el nacimiento o la difusión de una idea matemática.

Refiriéndonos a aquel vértice del triángulo de la didáctica que llamamos Saber (CHEVALLARD, 1985), llamaremos "conocimiento institucionalizado" la última versión, desde un punto de vista cronológico, del saber en cuestión, es decir la forma más reciente que ha sido aceptada por la comunidad científica: de esto se desprende que la institucionalización a la cual hacemos referencia viene a ser contextualizada y correlacionada con los diversos ambientes socio-culturales (BAGNI, 2004b). A este punto entra en juego la componente histórica: es de hecho muy extraño (o tal vez imposible) que un conocimiento matemático nazca de una idea absolutamente nueva, sin ninguna conexión con las experiencias del pasado: por muchas razones un conocimiento incorpora en sí mismo las propias raíces históricas. ¿Qué relación existe entre el conocimiento institucionalizado y su propia historia?.

Tal problemática nos lleva a indagar con mayor profundidad en la estructura histórica de un conocimiento matemático que, como veremos, podría influenciar notablemente la didáctica. Siguiendo D'Amore (2001), podríamos, como ejemplo, preguntarnos: ¿el incremento progresivo del saber puede ser asociado a un proceso de inclusión (acumulación cuantitativa) o de sobre-posición (cualitativa)?. En otras palabras: ¿la reformulación de un objeto matemático incluye las viejas versiones o las reemplaza? (D'AMORE 2001).

La adopción de modelos de (pura) inclusión o de (pura) sobre-posición comporta problemas teóricos: dichos modelos sufrirían de una formulación descontextualizada. La concepción de evolución del saber K que prevé incluir un conocimiento K(m+1) al conocimiento K(m) no tiene en cuenta que

$K(m)$ tenía sentido en su contexto original $C(m)$, mientras el conocimiento $K(m+1)$ resiente del nuevo contexto sociocultural $C(m+1)$ que se ha creado (en Bagni, 2004a se examina, como ejemplo, el caso de los procedimientos infinitesimales). De otra parte, la sobre-posición de los conceptos conduciría a una continua re-fundación siempre nueva, mientras la (progresiva) variación del ambiente socio-cultural lleva a pensar en progresivas adaptaciones.

En un momento histórico (por ejemplo, en el momento actual) y en un contexto socio-cultural $C(n)$ determinado, podemos pensar en procesos en los cuales las versiones "históricas" del conocimiento en consideración vienen a formar parte del Saber en relación con los contextos socioculturales en los cuales se desarrollaron; por este motivo, el proceso se entiende como una continua evolución cronológica, un continuo devenir.

Volvamos ahora al aspecto didáctico: descrito el Saber específico de conocimiento K, es necesario proceder a su transposición didáctica, es decir en saber de enseñar. Hemos visto la importancia que reviste, en esta transformación, la Epistemología; y ahora nos preguntamos: ¿qué papel se le reconoce, en esta fase, a la Historia de K?. En particular, ¿cómo se diferencian las modalidades de la transposición del conocimiento $K(n)$ (institucionalizado en el momento en el cual se incluye en el proceso de enseñanza / aprendizaje) de aquellas de la transposición de las referencias que constituyen la "historia de K"?. El punto crucial está constituido por la transposición de la "historia de K" (GADAMER, 1975).

Indiquemos dos elecciones posibles:

- la transposición de $K(1)$, $K(2)$, …, $K(n\text{-}1)$ tomando como referencia el contexto $C(n)$ (*actualización*);
- la transposición de $K(1)$, $K(2)$, …, $K(n\text{-}1)$ tomando como referencia los respectivos contextos $C(1)$, $C(2)$, ..., $C(n–1)$ (*contextualización histórica de las referencias*).

Cada una de las opciones se basa evidentemente en una postura epistemológica fuerte que presenta, desde el punto de vista didáctico, aspectos delicados:

- una evolución histórica *propuesta didácticamente* desde un punto de vista moderno no sería tal vez radicalmente inaceptable (mientras que una interpretación platónica de la historia en sentido absoluto nos dejaría hoy escépticos y perplejos); dicha concepción permite, por ejemplo, mostrar a los alumnos los principales obstáculos epistemológicos y hacer precisiones sobre algunas posiciones históricas cuya debilidad epistemológica fue revelada sucesivamente (SFARD, 1991);
- pero una formulación que pretenda seguir el desarrollo cognitivo de un recorrido modelado sobre la evolución histórica (PIAGET, GARCIA, 1983) encontraría dificultades teóricas y alguna duda fundamental.

La presentación de elementos históricos con referencia al propio contexto socio-cultural (RADFORD, 2003) ofrece la posibilidad de una profundización orgánica e induce reflexiones fundamentales sobre la génesis de un concepto (RADFORD, BOERO, VASCO, 2000). La elección de una historia "interna", de un desarrollo insolado de la Matemática, aparece problemática (GRUGNETTI, ROGERS, 2000, pag. 40) y difícilmente sostenible desde un punto de vista epistemológico.

Esto, sólo para trazar un panorama reducido de la complejidad de la gestión de la Historia con fines didácticos; esta bien intentar una aproximación anecdótica para motivar, pero no es este el verdadero y propio reto cognitivo exitoso. En el momento que se intenta algo más significativo, vemos surgir problemas y desafíos de gran interés que pueden y deben ser afrontados por el docente de matemática con conciencia profunda.

En todo caso, Historia y Epistemología están estrictamente relacionadas entre ellas y su sistema lo es con la Didáctica de la Matemática. Tanto que se podría seguir la vía abierta de Kant y reforzada por Lakatos, acuñando una ulterior máxima:

La Didáctica de la Matemática sin relaciones con la Epistemología y la Historia es como un instrumento ágil y potente que ninguno sabe usar plenamente; la Epistemología y la Historia son medios culturales fuertes, abstractos y profundos, que la Didáctica de la Matemática hace concretos y útiles al progreso de la humanidad, a la construcción de competencias, a la conciencia del propio saber.

6. Una nota final

La formación docente tiene hoy un papel muy importante en contexto internacional, sin duda es una de las temáticas más estudiadas en todo el mundo, a nivel de investigación.

Por ejemplo, en ocasión del congreso internacional *Didáctica de la matemática. Una mirada epistemológica y empírica*, Santa Marta (Colombia), 9-11 septiembre 2015, organizado por Bruno D'Amore y Martha Isabel Fandiño Pinilla por la Universidad de La Sabana. Chía (Colombia), al cual participaron los conferencistas: Guy Brousseau, John Alexander Alba, Luís Carlos Arboleda, Ferdinando Arzarello, Giorgio Bolondi, Ricardo Cantoral, Bruno D'Amore, Raymond Duval, Martha Isabel Fandiño Pinilla, Vicenç Font, Athanasios Gagatsis, Juan Díaz Godino, Salvador Llinares, uno de los temas más debatidos fue precisamente este, no sólo en las conferencias generales, sino también en los coloquios públicos (véase: D'AMORE, FANDIÑO PINILLA, 2015).

Entre las temáticas de más concreción empírica de este congreso, señalo la propuesta de una fórmula para medir objetivamente la dificultad de los estudiantes en la comprensión de un texto matemático, con uso a fines evaluativos y didácticos (FANDIÑO PINILLA, D'AMORE, 2015). Y este tema tiene mucho que ver con la formación de los profesores de matemática de todos los niveles escolares.

Pero también hay mucha investigación de carácter epistemológico, también relacionada a temáticas didácticas específicas (D'AMORE, FANDIÑO PINILLA, IORI, MATTEUZZI, 2015); esto es una señal importante del hecho que aún necesitamos mucha investigación teórica de carácter epistemológico sobre la temática de la formación de los profesores de matemática.

REFERENCIAS

BACHELARD G. **L'activité rationaliste de la physique contemporaine**. París: PUF. 1951.

BAGNI G.T. Historical roots of limit notion. Development of its representative registers and cognitive development. **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education**. En curso de impresión. 2004a.

BAGNI G.T. Storia della matematica in classe: scelte epistemologiche e didattiche. **La matematica e la sua didattica.** En curso de impresión. 2004b.

BROUSSEAU G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. 4, 2, 165-198. 1983.

BROUSSEAU G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. 7, 2, 33-115. 1986.

BROUSSEAU. G. Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. En: Bednarz N., Garnier C. (eds.) **Constructions des savoirs, obstacles et conflits**. 41-64. Montreal: Agence d'Arc. 1989.

CHEVALLARD Y. **La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné.** Grenoble: La Penseé Sauvage. 1985.

CHEVALLARD Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche antropologique. **Recherches en didactique des mathématiques**. 12, 1, 73-112. 1992.

D'AMORE B. Il ruolo della definizione nella didattica della matematica. **Insegnare**. 6, 9-13. 1986.

D'AMORE B. Motivazioni epistemologiche che stanno alla base delle scelte didattiche operate nelle attività educative in Italia dalla scuola dell'infanzia al biennio superiore. En: **Actas del "II Congreso Internacional sobre investigación en didáctica de las Ciencias y de la Matemática"**. Valencia 1987, 323-324. 1987.

D'AMORE B. Esporre la matematica appresa: un problema didattico e linguistico. **La matematica e la sua didattica**. 3, 289-301. 1993.

D'AMORE B. Schülersprache beim Lösen mathematischer Probleme. **Journal für Mathematik Didaktik.** 17, 2, 81-97. 1996.

D'AMORE B. Il ruolo essenziale ed insostituibile delle didattiche disciplinari nella costruzione della conoscenza nell'educazione. **Pitagora Notizie**. 4, 2. 1999a.

D'AMORE B. **Elementi di didattica della matematica**. Bologna: Pitagora. [En curso de impresión por el Grupo Editorial Iberoamérica, México D.F., México]. 1999b.

D'AMORE B. La didáctica de la matemática a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses. **Educación Matemática.** México D.F., México. 12, 1, 239-50. 2000a.

D'AMORE B. Lingua, Matematica e Didattica. **La matematica e la sua didattica**. 1, 28-47. 2000b.

D'AMORE, B. Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica", La matematica e la sua didattica. 1, 4-30. [En francés: Une contribution au débat sur les concepts et les objets mathématiques. **Scientia Paedagogica Experimentalis**. Gent, Bélgica. XXXVIII, 1, 2001, 17-46]. [En español: Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos. *Uno*, Barcelona, España, 27, 2001, 51-76]. 2001.

D'AMORE B. La complexité de la noétique en mathématiques ou les raisons de la dévolution manquée. **For the learning of mathematics**. 23, 1, 47-51. [En español: La complejidad de la noética en matemáticas como causa de la falta de devolución, *TED*, Bogotà, Colombia, Università Pedagogica Nazionale, 11, 2002, 63-71]. 2003a.

D'AMORE B. **Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica**. Bologna: Pitagora. [En curso de impresión por el Grupo Editorial Iberoamérica, México D.F., México]. 2003b.

D'AMORE B. Young pupils' mathematical argumentation and Indian logic (Nyaya). En curso de impresión en idioma español en **Uno**, 2005. 2004a.

D'AMORE B. Il ruolo dell'Epistemologia nella formazione degli insegnanti di Matematica nella scuola secondaria. **La matematica e la sua didattica**. 4, 4-30. 2004b.

D'AMORE B., FANDIÑO PINILLA M.I. Concepts et objects mathématiques. En: Gagatsis A. (ed.) **Learning in Mathematics and Science and Educational Technology**. Nicosia (Chipre): Intercollege Press Ed. Actas del "Third Intensive Programme Socrates-Erasmus, Nicosia, Universidad de Chipre, 22 junio - 6 julio 2001. 111-130. 2001.

D'AMORE B., FANDIÑO PINILLA M.I. Un acercamiento analítico al "triángulo de la didáctica". **Educación Matemática**. México DF, México. 14, 1, 48-61. 2002.

D'AMORE B., FANDIÑO PINILLA M.I. Cambi di convinzioni in insegnanti di matematica di scuola secondaria superiore in formazione iniziale. La matematica e la sua didattica. 3, 27-50. En idioma español, en curso de impresión: **Epsilon**, 2005. 2004.

D'AMORE B., FANDIÑO PINILLA M. I. (Editors). **Didáctica de la matemática. Una mirada epistemológica y teórica.** Prologo de: Bruno D'Amore y Martha Isabel Fandiño Pinilla. Textos de: Guy Brousseau, John Alexander Alba, Luis Carlos Arboleda, Ferdinando Arzarello, Giorgio Bolondi, Ricardo Cantoral, Bruno D'Amore, Raymond Duval, Martha Isabel Fandiño Pinilla, Vicenç Font, Athanasios Gagatsis, Juan Diaz Godino, Salvador Llinares. Textos completos de las conferencias dictadas por lo conferencistas invitados al Congreso Internacional: Didáctica de la matemática. Una mirada epistemológica y empírica, Santa Marta (Colombia), 9-11 septiembre 2015, organizado por Bruno D'Amore y Martha Isabel Fandiño Pinilla por la Universidad de La Sabana. Chia (Colombia): Ediciones Universidad De La Sabana, 2015. ISBN: 978-958-12-0371-0. 2015.

D'AMORE, B., FANDIÑO PINILLA, M. I., IORI, M.; MATTEUZZI, M. Antecedentes ilustres de la paradoja cognitiva de Duval. En: B. D'AMORE; M. I. FANDIÑO PINILLA (Eds.), Didáctica de la matemática: Una mirada internacional, empírica y teórica. Textos completos de las conferencias dictadas por lo conferencistas invitados al Congreso Internacional: Didáctica de la matemática. Una mirada epistemológica y empírica, Santa Marta (Colombia), 9-11 septiembre 2015 (p. 133-158). Chia (Colombia): Ediciones Universidad De La Sabana, 2015. ISBN: 978-958-12-0371-0. [Este articulo es un resumen de: D'AMORE, B., FANDIÑO PINILLA, M. I., IORI, M.,; MATTEUZZI, M. (2015). Análisis de los antecedentes histórico-filosóficos de la "paradoja cognitiva de Duval". **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, 18(2), 177-212. ISSN: 1665-2436. <http://www.clame.org.mx/relime.htm>. doi: 10.12802/relime.13.1822]. 2015.

D'AMORE B., GODINO D.J., ARRIGO G., FANDIÑO PINILLA M.I. **Competenze in matematica**. Bologna: Pitagora. 2003.

D'AMORE B., PLAZZI P. Intuizione e rigore nella pratica e nei fondamenti della Matematica. **La matematica e la sua didattica**. 3,18-24. 1990.

D'AMORE B., SPERANZA B. (eds.). **Lo sviluppo storico della matematica - Spunti didattici.** Volumen I. Roma: A. Armando. 1989.

D'AMORE B., SPERANZA F. (eds.). **Lo sviluppo storico della matematica - Spunti didattici.** Volumen II. Roma: A. Armando. 1992.

D'AMORE B., SPERANZA F. (eds.). **La matematica e la sua storia. Alcuni esempi per spunti didattici.** Milán: Angeli ed. 1995.

DUVAL R. Registres de répresentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de didactique et de sciences cognitives.** 5, 37-65. 1993.

DUVAL R. **Sémiosis et pensée humaine:** régistres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang. [En español: Semiosis y pensamiento humano. Berne: Peter Lang – Cali: Universidad del Valle. 1999]. 1995.

FANDIÑO PINILLA M.I. **Curricolo e valutazione in matematica**. Bologna: Pitagora. 2002.

FANDIÑO PINILLA M. I., D'AMORE B. Una fórmula para medir objetivamente la dificultad de los estudiantes en la comprensión de un texto matemático. Uso con fines evaluativos didácticos. En: D'AMORE B., FANDIÑO PINILLA M. I. (Editors) (2015). Didáctica de la matemática. Una mirada internacional, empírica y teórica. Textos completos de las conferencias dictadas por lo conferencistas invitados al Congreso Internacional: Didáctica de la matemática. Una mirada epistemológica y empírica, Santa Marta (Colombia), 9-11 septiembre 2015. P. 183-214. Chia (Colombia): Ediciones Universidad De La Sabana, 2015. ISBN: 978-958-12-0371-0. [Este articulo es un resumen de: D'AMORE B., FANDIÑO PINILLA M. I. (2015). A formula for an objective measurement of students' understanding difficulties of a mathematical text. Evaluative and educational use. **Scientia Paedagogica Experimentalis** (Gent, Belgium)]. 2015.

FREUDENTHAL H. **Mathematics as an educational task**. Dodrecht: Riedel. 1973.

FURINGHETTI F., RADFORD L. Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from philogenesis and ontogenesis theory to classroom practice. En: English L. (ed.) (2002). **Handbook of International Research in Mathematics Education**. Hillsdale: Erlbaum. 631-654. 2002.

FURINGHETTI F., SOMAGLIA A. Storia della matematica in classe. **L'educazione matematica**. XVIII, V, 2, 1. 1997.

GADAMER H.G. **Truth and Method**. New York: Crossroad (2nd ed.: 1989). 1975.

GRUGNETTI L., ROGERS L. Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues. En: FAUVEL, J., van MAANEN J. (eds.). **History in Mathematics Education.** Dodrecht: Kluwer. 39-62. 2000.

KINTZLER C. ÉLÉMENTS. En: AA. VV. (eds.) (1989). **Écrits de Condorcet**. París, Edilig. 1989.

LAKATOS I. **History of science and its rational reconstructions**. Cambridge: Cambridge U.P. 1971.

LORIA G. Commission internationale de l'enseignement mathématique. La préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire dans les diverses pays. I. **Rapport général. L'enseignement mathématique**. XXXII, 5-20. 1933.

MORENO L., WALDEGG G. Costructivism and mathematical education. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**. 24, 5, 653-661. 1993.

PIAGET J., GARCIA R. **Psychogenèse et histoire des sciences**. París: Flammarion. 1983.

RADFORD L. On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. **For the Learning of Mathematics.** 17, 1, 26-33. 1997.

RADFORD L. On Culture and Mind. A post-Vygotskian Semiotic Perspective, with an Example from Greek Mathematical Thought. En: ANDERSON M. et Al. (eds.) (2003). **Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis:** From Thinking to Interpreting to Knowing. Ottawa: Legas. 49-79. 2003.

RADFORD L., BOERO P., VASCO C. Epistemological assumptions framing interpretations of students understanding of mathematics. En: FAUVEL J., VAN MAANEN J. (eds.) **History in Mathematics Education**. Dordrecht: Kluwer. 162-167. 2000.

SFARD A. On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coins. **Educational Studies in Mathematics**. 22, 1-36. 1991.

SPERANZA F. **Scritti di Epistemologia della Matematica**. Bologna: Pitagora. 1997.

SPERANZA F., GRUGNETTI L. History and epistemology in didactics of mathematics. En: MALARA N.A., MENGHINI M., REGGIANI M. (eds.). **Italian research in mathematics education**, Roma: CNR. 126-135. 1996.

THOMPSON A.G. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. London: D.A.N.Y. McMillan, 127-208. 1992.

VAILATI G. Sull'importanza delle ricerche relative alla storia della scienza. En: VAILATI G. (1911). **Scritti**. Firenze – Leipzig: Seeber-Barth. 1896.

WATZLAWICK W., BEAVIN J.H., JACKSON D.D. **Pragmatic of the human communication**. New York: W.W. Norton & C. 1967.

Traducción de Martha Isabel Fandiño Pinilla.

REFLEXÕES SOBRE A FORMAÇÃO EPISTEMOLÓGICA NO ENSINO SUPERIOR DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Fernanda Cíntia Costa Matos
Daniel Brandão Menezes

Introdução

O presente trabalho insere-se nas reflexões sobre a formação epistemológica dos professores de matemática tanto dos licenciados em matemática como em pedagogia.

O nosso objetivo com esse estudo/pesquisa é conhecer o processo formativos dos licenciados em matemática e pedagogia e identificar e analisar como a formação epistemológica desses licenciados tem contribuído para suas práticas em sala de aula.

Como problemática fomos movidos pela inquietude e pelo seguinte questionamento: A formação matemática dos professores que atuam na escola básica, sendo eles licenciados em pedagogia ou matemática, tem conseguido dar suporte teórico-metodológico a esses profissionais, tanto com relação aos conteúdos como as práticas pedagógicas?

Como aporte teórico para esse estudo buscou-se as considerações de Lima, Santos e Borges Neto (2010) que apontam um pouco da formação do pedagogo, licenciado em matemática e do matemático. Recorreu-se também a Curi (2004) que relata um pouco da formação do professor polivalente que no caso é papel desempenhado pelo pedagogo. Para referenciar acerca da formação do licenciado em matemática buscou-se apoio em Lorenzato (2003) e Becker (2009) e o clássico Piaget (1970) para amparar os modelos epistemológicos do Ensino e da Aprendizagem. Além disso, é relevante citar a utilização da LDBEN 9.394/96, que aponta a atuação do professor de matemática. Como metodologia de pesquisa foi optado em fazer um levantamento bibliográfico seguido de uma pesquisa nas ementas de alguns cursos de Licenciatura em Matemática de faculdades distintas e por fim aplicar um questionário com cinco professores licenciados em matemática e cinco professores licenciados em pedagogia, que continham cinco perguntas que abordavam qual a sua licenciatura, tempo de serviço, visão de docência para com o Ensino da Matemática, contribuição da formação para o desenvolvimento das práticas pedagógicas e a capacitação para a docência. Nos questionários os professores foram identificados somente com as inicias do nome e sobrenome de cada participante.

A seguir, apresentaremos relatos sobre como se dá formação tanto do licenciado em matemática, como a formação do licenciado em pedagogia e posteriormente será apresentado como se deu a pesquisa, relatando seus resultados conforme a fala de cada profissional e falaremos sobre as dificuldades que essa formação enfrenta relacionando com a prática em sala de aula. Por fim, serão apresentadas as considerações sobre o que revelou a pesquisa.

Formação Docente do Licenciado em Matemática

A formação acadêmica do licenciado em matemática admite uma vivência acadêmica técnica e pedagógica, na qual os graduandos participam de disciplinas voltadas para a matemática e outras voltadas para a educação, em que podemos identificar um distanciamento entre elas, pois ainda existe uma lacuna a ser completada em relação à Educação Matemática que é uma iminente necessidade quanto ao aspecto formativo do futuro licenciado. Não obstante a isso, é necessário cumprir uma carga de estágios em escolas juntamente com um profissional já formado com o intuito de aos poucos se adequar ao ambiente escolar seja em sala, ou na gestão escolar. Tardif (2002, p. 39) postula:

> "[...] os saberes são elementos constitutivos da prática docente. O professor deve conhecer sua matéria, sua

disciplina e seu programa, essas múltiplas articulações entre prática docente e os saberes fazem dos professores um grupo social e profissionais cuja existência depende, em grande parte, de sua capacidade de dominar integrar e mobilizar tais saberes."

O licenciado em matemática ao trabalhar com o ensino básico dispõe de uma série de recursos tecnológico que podem ser facilitadores no processo de ensino e aprendizagem, que vão desde trabalho com materiais manipuláveis até softwares mais elaborados, tais como o geogebra, cabri e o winplot. Diante disso, resta uma indagação: os graduandos possuem disciplinas específicas que trabalhem softwares matemáticos? A graduação oferece cursos extras para cumprir essa necessidade? Essas demandas devem ser retornadas ao ambiente acadêmico com o intuito de informar a precisão de uma mudança curricular, que mesmo em meio aos inúmeros progressos obtidos, ainda há o que adequar às necessidades de um profissional que atue com excelência no ensino básico.

Ao ser realizada uma pesquisa em algumas instituições de ensino superior no Brasil, verificou-se que algumas já admitem em seus componentes curriculares no curso de Licenciatura em Matemática disciplinas que suprem tais necessidades de acordo com o quadro 01.

Quadro 01 – IES que trabalham a Educação Matemática e o uso de tecnologias

IES	DISCIPLINA
Universidade Federal do Rio de Janeiro	Informática Aplicada ao Ensino
Universidade de São Paulo	Elementos de Modelagem
Universidade Federal de Santa Catarina	Estatística Aplicada à Educação Matemática
Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Educação Matemática e Tecnologia

Fonte: Autor próprio.

Outro relevante fator que deve ser apontado neste estudo está explícito segundo Hersh e Davis (1998) quando afirma que uma parcela da aula dos cursos universitários é destinada às demonstrações de Teoremas os quais muitas vezes os alunos sequer compreendem e isso ocasiona o que os autores denominam de "crise de compreensão". Alguns profissionais ao aprenderem (ou só aprenderem) tais técnicas de ensino adotadas transmitem de igual maneira para seus alunos do nível médio.

A quebra de paradigmas em apresentar uma aula somente expositiva e a crescente importância dada à modelagem matemática tem influenciado os professores a constantemente prepararem suas sequências didáticas de uma maneira mais técnica, contextualizando cada vez os conteúdos a serem ministrados. No entanto, essa é uma tendência que há tempos é suscitada pelo próprio aluno, pois há a necessidade de compreender onde verificar e aplicar aquele conhecimento matemático.

Segundo Viecili (2006, p. 24),

> "Na busca da intervenção ao ensino tradicional, surge a Modelagem Matemática – proposta de ensino em que o problema passa a ser o ponto de partida para a construção do modelo matemático, proporcionando o desenvolvimento da construção do conhecimento com muita motivação e envolvimento."

Sabe-se, contudo, que ter domínio em tecnologias e aliar o conteúdo dado em sala com o cotidiano requer uma formação sólida e continuada, porém alguns cursos de licenciatura insistem em não adotar medidas que favoreçam isso e continuam repassando apenas os ensinamentos de uma aula não dialogada e puramente expositiva.

A sala de aula, como um laboratório de ensino e aprendizagem, ainda é um local que muitos licenciados principiantes começam suas carreiras sem terem ainda uma experiência sozinhos com os alunos. Alguns cursos superiores oferecem disciplinas que introdutórias às técnicas de ensino tão necessárias aos futuros graduados, segundo o quadro 02:

Quadro 02 – IES que trabalham a Educação Matemática e o uso de tecnologias

IES	DISCIPLINA
Universidade Federal do Rio de Janeiro	Profissão Docente
Universidade de São Paulo	Elementos para o Ensino de Matemática
Universidade Federal de Santa Catarina	Metodologia do Ensino de Matemática
Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Laboratório de Prática e Ensino-aprendizagem em Matemática

Fonte: Autor próprio.

A academia deve propiciar a base para que o futuro licenciado em matemática se transforme em um coordenador de estudos em sala de aula organizando a independência entre os protagonistas, ou seja, o professor não é mais tido como o que ensina e o aluno, como meros sujeitos de aprendizagem (CHEVALLARD et al, 2001) e, além disso, que seja capaz de mostrar ao aluno sua obrigação de tomar a responsabilidade com o seu aprendizado. Portanto, tanto o uso dos recursos tecnológicos como a apresentação dos conteúdos matemáticos por meio da modelagem deve seguir esse padrão de responsabilidades entre discente e docente, porém quais estratégias devem ser seguidas para que isso possa funcionar?

Essa crise de compreensão presente no cotidiano do professor o fará repensar sempre sua prática pedagógica no tocante à metodologia adequada a ser utilizada em sala para que sejam alcançados os objetivos da sessão didática. Para que isso ocorra de forma mais concreta uma alternativa que será apresentada ao longo do artigo é a articulação entre o professor de matemática, que domina os conteúdos matemáticos com rigor, e o pedagogo, que trabalha com as mais variadas técnicas de ensino que podem auxiliar o trabalho em sala de aula.

Formação Docente do Pedagogo

O pedagogo em sua graduação é formado para atuar tanto na docência como na gestão, porém na docência ele lecionará como professor polivalente, isto é, trabalharão lecionando as disciplinas de português, matemática, história, geografia, ciências da natureza e até artes. Assim como está na LDBEN 9.394/96, em seus Art. 62º e 64º.

> "Art. 62º. A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal. (LDBEN 9.394/96, Art. 62º)."

Nesse artigo é perceptível que a partir dessa lei ficou garantida a obrigatoriedade da formação desse profissional, o que anteriormente não havia essa garantia e isso poderia apresentar déficit na educação, já que entendemos que o professor estar preparado para conduzir o processo de ensino e aprendizagem.

Fundamentamos também que o graduado em pedagogia não é apenas um formado voltado para a docência, pois ele pode atuar em outros campos que são apresentados no artigo 64º da LDBEN 9.394/96.

> "Art. 64º. A formação de profissionais de educação para administração, planejamento, inspeção, supervisão e orientação educacional para a educação básica, será feita em cursos de graduação em pedagogia ou em nível de pós-graduação, a critério da instituição de ensino, garantida, nesta formação, a base comum nacional. (LDBEN 9.394/96, Art. 64º)."

Por ter essa formação voltada para essas diversidades de áreas, o pedagogo torna-se um profissional com amplos conhecimentos, porém eles se apresentam de forma superficial pelo fato de não haver espaço e tempo dentro do currículo acadêmico para contemplar o aprofundamento desses conhecimentos.

Possuir conhecimentos aprofundados é algo imprescindível para um professor, já que ele será responsável em conduzir e abrir possibilidades para que os alunos tenham aprendizagem satisfatória em seus desempenhos escolares.

No caso do Ensino da matemática, foco desse estudo, o que se percebe é certa insegurança dos pedagogos no ensino dessa disciplina. Estudos realizados por Curi (2004) relatam que o ensino de matemática vem sendo pouco trabalhado nos cursos de formadores de professores polivalentes; afirma ainda a autora que desde as escolas normais, cursos que preparam professores para a Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental, e até mesmo o curso de graduação em pedagogia não se tem uma grande preocupação em aprofundar conhecimentos matemáticos do quais o professor necessita. "O conhecimento "de e sobre" Matemática é muito pouco enfatizado, mesmo no que se refere aos conteúdos previstos para serem ensinados aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, principalmente os relacionados a blocos como Grandezas e Medidas, Espaço e Forma e Tratamento da Informação." (CURI 2004, p.76).

Saber o que ensinar e como ensinar é algo importante ao docente uma vez que a segurança dos conteúdos apresentados aos alunos se torna importante no sentido das expectativas que os alunos esperam encontrar no professor. Lorenzato, (2003) relata que o professor de matemática além da metodologia da didática deve saber matemática!

O que motivou um repensar na relação do pedagogo com ensino de matemática como sendo muitas vezes um ensino superficial e com pouco aprofundamento foi consistência nas temáticas, já que são decorrentes de lacunas na formação desse profissional para tal ensino. O pedagogo em seu curso de graduação em geral possui poucas disciplinas voltadas para o ensino da matemática e a carga horária dessas disciplinas também não consegue suprir a diversidade de conteúdos que devem ser trabalhados.

Formar o pedagogo com um embasamento sólido para o ensino da matemática significa ter um profissional bem qualificado para enfrentar problemáticas históricas com essa disciplina, pois será o profissional que dará o sustentáculo inicial da matemática para esse público. A Educação Infantil e as séries iniciais do Ensino Fundamental representam uma fase em que os alunos estão construindo os alicerces que irão compor os novos conhecimentos que vão perdurar ao longo da vida escolar.

A epistemologia do ensino e aprendizagem para os pedagogos precisam ser observadas com olhares diferenciados, já que conforme mencionado anteriormente é um profissional que possui suas peculiaridades que vão desde a diversidade de atuação tanto na formação docente como em outras áreas.

Em seguida, faremos um paralelo entre as licenciaturas de matemática e pedagogia, observando como se dá a formação e suas necessidades epistemológicas de ensino e aprendizagem.

O Desafio de Ensinar Matemática

Esta parte é destinada à explanação da pesquisa e análise dos dados do presente estudo com a intenção de buscar compreender como se dá o processo de formação do licenciado em matemática e do pedagogo e como pode contribuir para a atuação docente em sua prática.

O *locus* da investigação da pesquisa se deu em duas escolas da rede pública de Fortaleza, onde foi aplicado um questionário com professores graduados nas licenciaturas de matemática e pedagogia. O questionário abordava o processo de formação e sua contribuição para as práticas em sala de aula.

As perguntas realizadas aos professores por meio do questionário são direcionadas às questões sobre a sua formação e sua viabilização para o desenvolvimento das aulas realizadas em suas práticas. O questionário tinha cinco perguntas elencadas logo a seguir:

1. Qual a sua formação (graduação)?
2. Quanto tempo de serviço em sala de aula?
3. Qual a sua visão sobre a docência no Ensino da Matemática?
4. Qual a contribuição de sua formação com relação às práticas pedagógicas a serem desenvolvidas em sala de aula?
5. Em sua opinião a sua formação lhe capacitou para docência na disciplina da matemática? Por quê?

Os dados obtidos por meio desse instrumento possibilitaram um diagnóstico que permitem visualizar informações sobre os docentes envolvidos com o ensino desta disciplina. Ressalta-se também que a pesquisa proporcionou fazer comparações entre as licenciaturas de matemática e pedagogia, trazendo informações para reflexões sobre suas diferenças e convergências, dando um norte nas direções futuras a serem tomadas dentro dessas formações.

A análise foi realizada através da aplicação de um questionário respondido por nove sujeitos, sendo cinco professores licenciados em matemática e quatro licenciados em pedagogia. Tais profissionais da rede pública foram escolhidos aleatoriamente de acordo com suas disponibilidades, porém um professor licenciado em pedagogia, por motivos não revelados ficou impossibilitado de responder o questionário.

Dos licenciados em matemática que responderam o questionário, foi apontado que o tempo de serviço varia entre dois a dezenove anos, o que evidencia experiências bem diversificadas por parte desses profissionais.

Respostas sobre a primeira pergunta que versa sobre a visão do próprio docente com relação ao ensino da matemática, em sua maioria indicaram que tal ensino precisa ser inovado, novas metodologia precisam ser levadas para sala de aula a fim de que melhorem o interesse dos alunos pela disciplina e assim consequentemente melhore os índices de avaliação sobre o aprendizado da matemática.

Com relação às repostas que abordam a formação em que receberam durante a graduação e se atendeu às necessidades em que o licenciado precisa para enfrentar a sala de aula, alguns responderam que, quanto à formação nas licenciaturas de matemática, as disciplinas são em sua maioria trabalhadas com conteúdos para a formação do matemático, que não são nada didáticos e práticos, ou seja, afastando os temas que possam trabalhar com os alunos de forma que eles percebam a matemática na vida prática. Essa formação voltada para o tecnicismo reduz a prática pedagógica, conforme é evidenciada nos seguintes depoimentos:

> Professor A.D.T.S. (Licenciado em Matemática)
> "Minha formação foi voltada para a matemática pura, o curso precisa mudar, precisamos ser bem mais preparados para as práticas em sala de aula, quase não tive durante meu curso de graduação disciplinas voltadas para a didática e metodologia.

As respostas colhidas pelos licenciados em pedagogia apresentaram dados bastante diferentes das respostas dos licenciados em matemática verificando inicialmente a diferença no tempo de serviço de 1 a 6 anos no máximo em sala de aula. Sobre a docência desses profissionais, relatam que a matemática é pouco trabalhada na academia e que reconhecem a necessidade de ser bem mais ativa para esse público, conforme o seguinte depoimento: Fala do Professor F.R.M. (Pedagogo)

> "Não me sinto bem preparada com relação aos conteúdos matemáticos, e a minha formação deixou muito a desejar, durante a graduação não tive muitas disciplinas voltadas para aprender os conteúdos matemáticos, acredito que deveria ter mais disciplina nesse de matemática".

Esse depoimento vai ao encontro com que Curi (2009) expõe em sua pesquisa que realizou em diversos currículos de cursos de pedagogia, em que relata essa falta de disciplinas mais direcionadas para o Ensino da Matemática.

Os relatos obtidos por meio dos questionários apontaram fatores relevantes com relação à formação dos licenciados em matemática e pedagogia, pois assim pode-se perceber que existem lacunas nas duas formações e diferenças tanto de ordem pedagógica como de aplicação dos conteúdos.

Assim, podemos considerar que a formação tanto do licenciado em matemática como o licenciado em pedagogia devem ser revistas, reorganizadas no sentido de dar mais ênfase na formação para a prática do cotidiano desses futuros professores, focando tanto nos conteúdos como nas práticas pedagógicas e tecnológicas.

Sabe-se, ainda, que outro elemento importante é a formação didática apropriada pelos pedagogos que viabiliza o trabalho com a matemática de forma lúdica e com materiais concretos, o que se percebe ser necessário para a prática da matemática de forma menos abstrata. Outro ponto importante ressaltado é o modo como a formação do pedagogo dinamiza o trabalho com a matemática de acordo com a realidade do aluno, e isso é importante para o aluno perceba a matemática no seu cotidiano. Entretanto, com relação aos conhecimentos dos conteúdos matemáticos, essa formação apresenta-se enfraquecida, tanto pelo próprio perfil do aluno do curso de pedagogia, por ser um aluno que já traz problemas com a matemática desde a escola básica, como também por conta da formação durante o curso de pedagogia, já que a oferta de disciplinas voltadas para matemática é bem pequena.

A formação do licenciado em matemática diferentemente do licenciado em pedagogia, possui a sua formação voltada para aos conteúdos, essa licenciatura deixa muito a desejar na formação didática e metodológica.

É imprescindível a necessidade de as licenciaturas tanto de matemática e de pedagogia interagirem, pois a colaboração e trocas de saberes e experiências apontam um enriquecimento para ambas as formações, conforme o que é preconizado nos estudos de Piaget (1970) sobre a epistemologia do conhecimento, no qual advoga o fato de o conhecimento ser adquirido pela interação com meio e trocas de saberes entre as pessoas.

Beck (2009) chama a atenção para as aulas que têm bons resultados, pois são frutos de atuações dos professores que precisam ter conhecimento não somente no sentido de aprender para repetir e sim de criar novas reflexões em cima dos conhecimentos, o que o autor chama de "epistemologia crítica" (BECK, 2009).

O desafio de ensinar matemática vai além dos conhecimentos adquiridos, sejam eles na escola básica ou durante a graduação e isso desafia o docente para uma reflexão critica tanto da teoria como no desenvolvimento de suas práticas em relação ao ensino.

Considerações Finais

A pesquisa teve como foco precípuo a intenção de analisar e compreender como se dá o processo de formação dos licenciados em matemática e pedagogia e sua contribuição para o desenvolvimento de suas práticas enquanto profissionais. O interesse nessa pesquisa foi motivado pelo fato de identificarmos as diferenças e convergências desses professores que são responsáveis pelo ensino de matemática na escola básica, sendo o pedagogo responsável pela Educação Infantil e as séries iniciais do Ensino Fundamental e o licenciado em matemática, séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Diante disso, o problema que moveu esse estudo foi assim formulado: a formação dos professores de matemática da escola básica sendo eles licenciados em pedagogia ou matemática enfrentam quais obstáculos epistemológicos? Tendo como objetivo conhecer o processo de formação dos licenciados em matemática e pedagogia e identificar e analisar como a formação epistemológica desses licenciados tem contribuído para suas práticas em sala de aula.

Entende-se que são muitos os problemas que envolvem o Ensino de Matemática, e dentre eles pode-se citar a dificuldade de aprender a disciplina, compreensão por parte dos alunos, pois muitas vezes esse ensino aparece de forma abstrata e que é justamente esse motivo que uma grande parcela de alunos matriculados na escola básica relata não gostar de matemática.

Os relatos coletados nos questionários apresentaram de forma muito peculiar algumas diferenças nessas formações e consequentemente em suas práticas; essas diferenças apontam que o pedagogo possui formação voltada para as práticas pedagógicas, porém pouquíssimos conteúdos matemáticos são trabalhados com esses futuros professores, já os licenciados em matemática pouco possuem formação para as práticas pedagógicas (didática e metodologia), mas sim um arcabouço teórico direcionado aos conteúdos matemáticos.

Dentre esses relatos também se pode observar a preocupação desses professores com a necessidade de uma formação que prepare melhor para os conteúdos, no caso do pedagogo, como do licenciado em matemática em desenvolver metodologias apropriadas para o ensino dos conteúdos matemáticos e que trabalhem de forma que os alunos possam entender a real necessidade da matemática em suas vidas.

REFERÊNCIAS

BECKER, F. **Epistemologia do professor:** o cotidiano da escola (14ª Edição). Petrópolis, RJ: Vozes. 2009.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio:** orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002. Disponível em: Acesso em: 22 fev. 2011.

CHEVALLARD, Y. et al. **Estudar Matemática**: o elo entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed. 2001.

CURI, Edda. **Formação de professores polivalentes:** uma análise do conhecimento para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004a. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação Matemática, PUCSP, São Paulo, 2004.

LIMA, Ivoneide Pinheiro de; SANTOS, Maria José Costa dos; BORGES NETO, Hermínio. O matemático, o licenciado em matemática e o pedagogo: três concepções diferentes na abordagem com a matemática. **REMATEC:** Revista de Matemática de Ensino e Cultura. Natal. Ano 5. n. 6. p. 42-52, 2010.

LORENZATO, L. Formação inicial e continuada do professor de matemática. **Jornal Folha de S. Paulo**, Suplemento Sinapse, 25/03/2003. Disponível em: <http://www.google.com.br/search?hl=ptR&q=sergio+lorenzato&start=10&sa=N>. Acessado em: 05/10/15.

PIAGET, Jean. **Epistemologia Genética**. Petrópolis: Vozes, 1970. (EG).

SOUSA, F. E. E. et al. (Org.). **Sequência Fedathi:** uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza, CE: Edições UFC, 2013.

A SEQUÊNCIA FEDATHI PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA FUNÇÃO AFIM:
uma proposta didática com o uso do software Geogebra

Antonio Marcos de Souza
José Rogério Santana
Maria José Costa dos Santos

Introdução

O cenário dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica torna-se a cada dia mais desafiador. Possivelmente por se ignorar o processo cognitivo envolvido na aprendizagem, não se compreende por que, as novas gerações de educandos que surgem, cada vez mais reagem tão negativamente ao modelo de escolaridade vertical. Observa-se ainda que, essa reação negativa é diretamente proporcional a multiplicação do acesso as novas tecnologias. Ou seja, quanto mais os alunos são imersos no ambiente tecnológico, mais resistentes eles ficam as metodologias ditas tradicionais, principalmente quando desassociadas aos recursos tecnológicos.

Neste sentido, supõe-se que os problemas de aprendizagem convergem no eixo metodologia *versus* recursos. Considerando que metodologia envolve também conhecimento teórico sobre educação, entende-se que o desconhecimento das teorias da educação (principalmente as cognitivas) por parte dos educadores compromete o aprimoramento de sua prática pedagógica.

Deste modo, o presente trabalho apresenta uma proposta de sessão didática visando uma Aprendizagem Significativa da Função Afim com o auxílio do *software* Geogebra, para os alunos do 1º ano do Ensino Médio, levando em consideração os conceitos da teoria da Aprendizagem Significativa e da metodologia Sequência Fedathi.

A proposta segue uma linha construtivista do ponto vista metodológico, e sugere que o professor elabore atividades, para que os alunos construam o conhecimento utilizando o material de aprendizagem, potencialmente significativo, através da interação com o software Geogebra, e o professor é o mediador, como sugere a Sequência Fedathi. Ressaltamos que as sessões foram aplicadas em uma turma de 36 alunos da 1ª série do ensino médio de uma escola pública da cidade de Capistrano, Ceará-Brasil.

A Sequência Fedathi e a Teoria da Aprendizagem Significativa

A Sequência Fedathi é uma proposta metodológica de ensino desenvolvida inicialmente para melhorar o ensino da Matemática. Ela é fruto do trabalho de professores, pesquisadores e alunos de pós-graduação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará (FACED). (SATANA, 2006, p.133).

A SF é constituída de quatro etapas sequenciais e interdependentes (SOUZA, 2013 p.18):

Tomada de posição, o professor propõe um problema ou uma situação desafiadora envolvendo o conteúdo função afim, por exemplo; foi proposto aos alunos inserir a função $f(x) = \mathrm{ax} + b$ no Geogebra. Em seguida, usar o controle deslizante para alterar o valor dos coeficientes ***a*** e ***b*** e observar o comportamento do gráfico da função afim.

Maturação, ocasião em que os alunos se debruçam sobre o problema ou situação desafiadora, que juntamente com o professor discutiram os possíveis caminhos que podem levar a solução.

Exemplo: Ao se deparar sobre a atividade o aluno expõe suas dúvidas através de questionamentos. O professor tira as dúvidas através de outros questionamentos como: O que acontece com o gráfico da função afim quando alteramos o valor do coeficiente ***a***? O que acontece com o gráfico da função afim quando o coeficiente ***a*** assume valores positivos? O que com o gráfico da função afim quando o coeficiente ***a*** assume valores negativos? O que acontece com o gráfico da função afim quando o coeficiente ***a*** assume valor nulo? O que se pode concluir a respeito do que o coeficiente ***a*** determina na função afim?

Solução, os alunos deverão organizar e apresentar modelos que possam conduzi-lo a encontrar o que está sendo solicitado (SOUZA, 2013 p.29).

Exemplo: Fazer um resumo das anotações observadas na etapa anterior usando linguagem Matemática.

Prova, a partir das soluções apresentadas pelos alunos, o professor apresenta o novo conhecimento mostrando os modelos matemáticos cientificamente aceitos. Assim, fundamentada nas etapas, a Sequência Fedathi pode ser aplicada através de sessões didáticas[9] visando uma Aprendizagem Significativa.

De modo geral a Sequência Fedathi sugere que o conteúdo não seja exposto ou apresentado diretamente ao aluno, sem que antes seja dada a este a oportunidade de pensar, raciocinar, refletir e propor soluções. O professor assume a postura denominada 'mão no bolso', em que se evita dar respostas prontas aos alunos. Assim sendo, o processo de construção do conhecimento é facilitado a partir de uma proposta não arbitrária,

9 Aulas estruturadas a partir de uma análise ambiental e teórica seguindo etapas e pressupostos da Sequência Fedathi.

(para ele), além de fazer considerações usando diferentes linguagens sobre os conceitos envolvendo função afim.

Quando a reprodução do conhecimento não acontece de forma substantiva a aprendizagem é dita mecânica, ou seja, o aluno reproduz o conhecimento de uma única maneira (o conceito tal qual o livro ou o professor lhe apresentou). Este tipo de aprendizagem é bastante comum e atende a objetivos imediatos como fazer uma prova.

No entanto, na Aprendizagem Mecânica o esquecimento é rápido e praticamente total, além da possibilidade de reaprendizagem ser quase inexistente, enquanto que na Aprendizagem Significativa o esquecimento é residual, ou seja, resta um pouco dele no subsunçor, bem como a possibilidade de reaprendizagem é bastante real. (MOREIRA, 2012).

Segue quadro que destaca algumas diferenças entre essas duas aprendizagens.

Quadro 1. Aprendizagem Mecânica x Aprendizagem Significativa

APRENDIZAGEM MECÂNICA	APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA
Esquecimento praticamente total	Esquecimento residual
Praticamente impossível a reaprendizagem	Possibilidade de reaprendizagem
Capacidade de lidar apenas com situações conhecidas e rotineiras	Capacidade de lidar com situações novas

Fonte: pesquisa direta.

Nesse sentido, na estrutura cognitiva do aprendiz o conhecimento é hierarquicamente organizado obedecendo um grau decrescente de generalização, abstração e inclusividade.

Essa teoria contempla os chamados princípios programáticos do conteúdo considerados facilitadores da Aprendizagem Significativa. São eles: **Diferenciação Progressiva**, os conceitos e ideias mais gerais e inclusivos são apresentados no início e vão se diferenciando progressivamente adquirindo um grau de especificidade maior. (MOREIRA, 1997 p. 18);

(para ele), além de fazer considerações usando diferentes linguagens sobre os conceitos envolvendo função afim.

Quando a reprodução do conhecimento não acontece de forma substantiva a aprendizagem é dita mecânica, ou seja, o aluno reproduz o conhecimento de uma única maneira (o conceito tal qual o livro ou o professor lhe apresentou). Este tipo de aprendizagem é bastante comum e atende a objetivos imediatos como fazer uma prova.

No entanto, na Aprendizagem Mecânica o esquecimento é rápido e praticamente total, além da possibilidade de reaprendizagem ser quase inexistente, enquanto que na Aprendizagem Significativa o esquecimento é residual, ou seja, resta um pouco dele no subsunçor, bem como a possibilidade de reaprendizagem é bastante real. (MOREIRA, 2012).

Segue quadro que destaca algumas diferenças entre essas duas aprendizagens.

Quadro 1. Aprendizagem Mecânica x Aprendizagem Significativa

APRENDIZAGEM MECÂNICA	APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA
Esquecimento praticamente total	Esquecimento residual
Praticamente impossível a reaprendizagem	Possibilidade de reaprendizagem
Capacidade de lidar apenas com situações conhecidas e rotineiras	Capacidade de lidar com situações novas

Fonte: pesquisa direta.

Nesse sentido, na estrutura cognitiva do aprendiz o conhecimento é hierarquicamente organizado obedecendo um grau decrescente de generalização, abstração e inclusividade.

Essa teoria contempla os chamados princípios programáticos do conteúdo considerados facilitadores da Aprendizagem Significativa. São eles: **Diferenciação Progressiva**, os conceitos e ideias mais gerais e inclusivos são apresentados no início e vão se diferenciando progressivamente adquirindo um grau de especificidade maior. (MOREIRA, 1997 p. 18);

Reconciliação Integrativa, relacionar ideias e conceitos apontando similaridades e diferenças. (MOREIRA, 1997 p. 19); **Organização Sequencial**, definir a ordem sequencial dos tópicos de estudo da maneira mais coerente possível, levando em conta os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa. (MOREIRA, 1997 p. 19); **Consolidação**, assegurar o domínio do conhecimento prévio antes da introdução do novo conhecimento. A sessão didática proposta neste trabalho segue estes princípios.

A construção dos conceitos Função Afim crescente, Função Afim decrescente e Função Afim constante na presente pesquisa foi desenvolvida seguindo estes princípios. O conceito geral e inclusivo Função Afim foi diferenciado progressivamente nestas três especificações, através de construções feitas pelos alunos, no ambiente do Geogebra, onde a partir da variação do coeficiente ***a*** foi analisado o comportamento da função e identificadas as condições em que ela era crescente, decrescente e constante.

Outro recurso considerado facilitador da Aprendizagem Significativa são os mapa conceituais, que consistem em uma técnica que, como sugere o próprio nome, enfatiza conceitos e relações entre conceitos à luz dos princípios da Diferenciação Progressiva e Reconciliação Integrativa. (MOREIRA, 1997 p. 20).

A Sessão Didática

Esta sessão tem como tema "Estudo do comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente ***a*** com o auxílio do software Geogebra" e serão utilizados os procedimentos metodológicos da Sequência Fedathi, para construção do conhecimento referente a Função Afim. Constata-se que percorrendo as etapas da SF, o aluno assume uma postura autônoma em relação ao seu processo de aprendizagem e possa reproduzir de forma mais substantiva o conhecimento explorado.

A preparação da sessão envolve uma análise **ambiental** e **teórica**.

Na **análise ambiental** são considerados:

Público-alvo – neste caso, alunos do Ensino Médio de uma escola pública do estado do Ceará-Brasil;

Objetivo a ser alcançado- compreender significativamente conteúdos que envolvem o estudo da função afim relacionado a: Comportamento da função a partir da variação coeficiente ***a***. Diferenciar o conceito geral e inclusivo função afim em crescente, decrescente e constante;

Materiais – necessários para o desenvolvimento da sessão didática: Caderno, lápis, borracha, caneta, quadro branco e pincel. Datashow e computador com o software Geogebra (versão 5.0) instalado ou ligado a internet para acessar o sítio <www.geogebra.org>. O navegador deve ter plug-ins do aplicativo java.

Análise teórica

O ensino da Função Afim, tanto quanto os das demais funções, constituem um grande desafio para os professores de Matemática. Talvez pelo fato de ser um conteúdo abrangente e que a medida que se aprofunda exige um grau mais elevado de abstração por parte do aprendente, ou pelo fato de suas construções serem um processo bastante laborioso. Construir um gráfico a partir de sua representação tabular é um exemplo claro disto. A começar pela necessidade de se fazer a estimativa de pontos que sejam apropriados para uma visualização gráfica adequada. É bem verdade que no futuro serão abordadas técnicas que possibilitarão uma construção mais rápida e objetiva dos gráficos. Porém, até lá, é bem provável que muitos estudantes percam a motivação e não estejam mais predispostos a estudar função.

Neste sentido, esta sessão didática propõe o uso do software Geogebra para auxiliar na construção do conhecimento sobre Função Afim. O Geogebra possibilita a representação de funções na sua forma algébrica e gráfica. Permite uma visualização rápida e precisa da representação gráfica da função uma vez que esta seja inserida na sua forma algébrica no campo entrada. Se forem inseridas várias funções afins e outras não afins, pode-se fazer a exploração da diferença nas representações gráficas entre as funções afins e as que não são afins, alterando o estilo e a cor. Pode-se definir um estilo e uma cor para todas as funções afins, e outro estilo e cor para as funções que não são afins. Assim pode-se destacar a diferença característica na representação gráfica da função afim que a distingue das demais funções.

É interessante que todo este processo seja vivenciado numa experiência de construção, onde os próprios alunos cheguem as conclusões. Para isto é necessário que a atividade proposta seja elaborada nesta perspectiva e que o professor assuma a postura denominada "mão no bolso", nunca dando respostas prontas aos alunos. Em vez disso, deve fazer perguntas estimuladoras, orientadoras e esclarecedoras, que os permita redirecionar o seus olhares sobre o problema e por si mesmos encontrarem a resposta. Esta é uma forma de desenvolver nos alunos uma postura autônoma no processo de aprendizagem.

Com esta sessão didática, pretende-se diferenciar o conceito geral e inclusivo Função Afim em: Função Afim crescente, Função Afim decrescente e Função Afim constante, a partir da variação do valor do coeficiente ***a***. Para tanto serão utilizadas as ferramentas do Geogebra em uma atividade criteriosamente elaborada para que os alunos, fazendo simulações e observações cheguem a construção destes conceitos.

Espera-se que, após esta experiência de construção a exploração algébrica destes conceitos através de exercícios seja facilitada e que a consolidação deste conteúdo seja concretizada de forma significativa.

O saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática deve convergir para:

Uma função $f : R \rightarrow R$ chama-se Função Afim quando existem dois números reais **a** e **b** tal que $f(x) = \text{ax} + b$, para todo **x** **R**.

Seja a função afim representada por $f(x) = \text{ax} + b$, com **a** e **b** reais, pode-se afirmar que:

A variação do coeficiente **a** (que representa a inclinação da reta) diferencia a função **f** em crescente ($a>0$), decrescente ($a<0$) e constante ($a=0$).

Aplicação e Análise da Sessão Didática

1ª etapa – Tomada de posição

Inicia-se a sessão apresentando o seguinte **acordo didático** aos alunos: O **professor** espera dos alunos que eles participem ativamente das ações didáticas em todos os momentos. O a**luno** espera que o professor os oriente na atividade, de forma didática que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas que os possibilite chegar a solução do problema proposto. Assim, fica evidente que pelo acordo didático, todos devem participar ativamente da atividade, todos serão protagonistas e a mediação do professor deve ajudar aos alunos a participarem ativamente das atividades.

Os alunos podem ser divididos em duplas para realização da atividade. No caso desta sessão foram formadas 18 duplas, número equivalente a quantidade de computadores em funcionamento no laboratório de informática. Como os alunos já tiveram no mínimo um primeiro contato com o software em uma sessão didática anterior, o professor já inicia esta sessão propondo a seguinte atividade:

Situação desafiadora: Inserir a função $f(x) = \text{ax} + b$ no Geogebra. Em seguida, usar o controle deslizante para alterar o valor dos coeficientes ***a*** e ***b*** e observar o comportamento do gráfico da Função Afim para responder as seguintes questões: O que acontece com o gráfico da Função Afim quando alteramos o valor do coeficiente ***a***? O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente ***a*** assume valores positivos? O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente ***a*** assume valores negativos? O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente ***a*** assume valor nulo? O que se pode concluir a respeito do que o coeficiente ***a*** determina na Função Afim? Faça um resumo das conclusões usando uma linguagem matemática (simbólica).

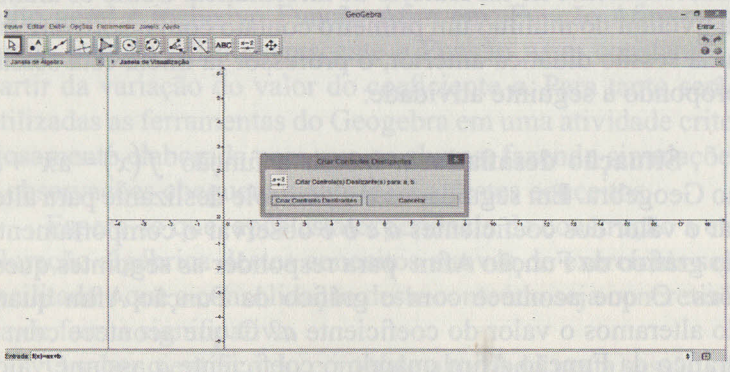
2ª etapa – Maturação

Os alunos se debruçaram sobre a atividade, contextualizando, pensando, questionando, procurando compreender. São estimulados a apresentar suas hipóteses. Também poderão expor suas dúvidas. Nesta etapa se inicia o uso da pergunta. O aluno pode manifestar suas dúvidas através de perguntas, aos colegas ou ao professor, numa interação multilateral.

Hipóteses

É possível que alguns ou todos os alunos tentem inserir diretamente a função na sua forma geral no Geogebra como fizerem com os exemplos da sessão anterior. Caso isto aconteça, o Geogebra abrirá uma janela apresentando este comando como inválido. Dependendo da versão, o próprio programa já sugere uma solução com a seguinte mensagem conforme a figura 1: "Criar controles deslizantes para **a** e **b**."

Figura 1: Interface do Geogebra criação de controles deslizantes



Fonte: Pesquisa direta

Caso a versão do programa seja mais antiga a mensagem é apenas acusando o comando inválido. Neste caso é provável que os alunos já iniciem os seus questionamentos. Exemplo desta pesquisa:

Aluno Cateto: Professor. Eu não consegui inserir a função. Por que o meu não deu certo?

O professor responde com outro questionamento.

Professor: Por que o programa considerou o comando inválido? O que há de diferente entre esta representação e as que foram usadas anteriormente?

Aluno Cateto: Por que as outras eram com números e esta é com letras?

Professor: E o que vocês acham que a gente deve fazer?

Aluno Cateto: Atribuir valores numéricos aos coeficientes ***a*** e ***b***?

Professor: Sim. Mas como a gente pode fazer isso sem perder a representação genérica?

A ideia é que essa sequencia de perguntas conduza o aluno a compreensão de que antes de inserir a função na forma $f(x) = \text{ax} + b$, deve-se inserir os coeficientes ***a*** e ***b*** atribuindo-lhes algum valor numérico.

3ª etapa – Solução

Os alunos nesse momento começam a fazer as simulações sugeridas nas perguntas da atividade e na interação com os colegas e o professor, organizam respostas e anotam os resultados. O professor continua assistindo ao aluno nas suas dificuldades, mas permanece com a postura 'mão no bolso'. Como as questões da atividade foram elaboradas seguindo o princípio da **Organização Sequencial,** de modo que cada uma contribua gradativamente para a construção dos conhecimentos, a ideia é que todas as duplas cheguem a uma solução satisfatória. A interação com o professor e os colegas deve proporcionar a **Consolidação**, ou seja, a segunda questão só pode ser iniciada pela dupla depois que a primeira for satisfatoriamente respondida e assim por diante, independente do tempo que isso levará e quantas vezes a dupla tiver que refazer a questão. Aqui está o caráter recursivo da proposta de ensino.

Nesta sessão, diante das respostas de algumas duplas, o professor achou necessário fazer intervenções com algumas perguntas orientadoras, como:

Professor: Vocês responderam que a reta gira ou faz um movimento de rotação, certo? Mas em torno de que?

Aluna Hipotenusa: Em torno do ponto 1, professor.

Professor: E o que o 1 representa na função?

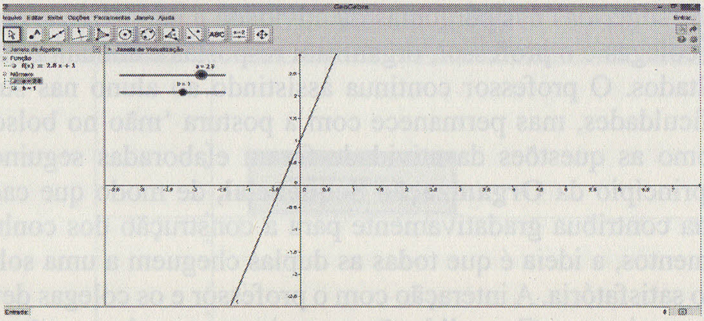
Aluno Ângulo Reto: O coeficiente b.

Professor: Então qual seria uma forma mais completa para descrever esta simulação?

A partir desta intervenção as duplas perceberam e anotaram que quando se movimenta o controle deslizante ***a***, a reta faz um movimento giratório em torno de um ponto do eixo y, correspondente ao coeficiente ***b***, que permanece fixo.

Para responder a segunda questão, os alunos movimentaram o controle deslizante ***a*** para direita do zero, a fim de que ele assumisse valores positivos e anotaram que, quando isto é feito, a reta faz um movimento giratório em torno de ***b***, no sentido anti-horário, assumindo uma posição ascendente, o que caracteriza uma Função Afim crescente.

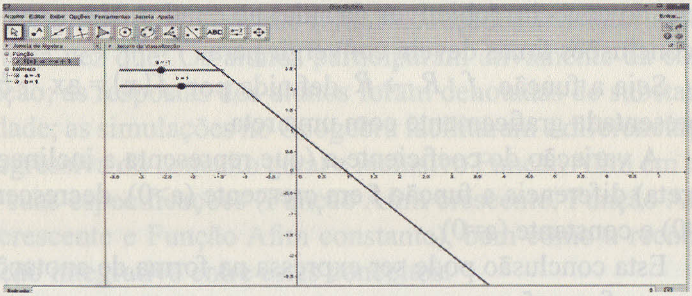
Figura 2: Simulação no Geogebra referente a questão 2 (atividade 2 no Geogebra) feita pela dupla Ponto Médio e Segmento de Reta



Fonte: Pesquisa direta

Semelhantemente, a terceira questão foi analisada e respondida após a simulação e os alunos predominantemente anotaram que quando o coeficiente ***a*** assume valores negativos, a reta correspondente ao gráfico da Função Afim, gira em torno de ***b***, no sentido horário, assumindo uma posição descendente, o que caracteriza uma Função Afim decrescente.

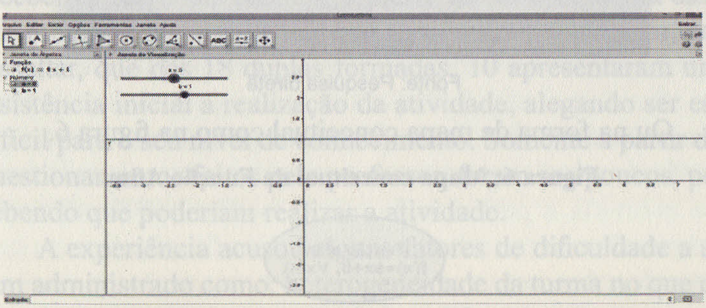
Figura 3: Simulação no Geogebra referente a questão 3 (atividade 2 no Geogebra) feita pela dupla Ângulo Reto e Hipotenusa



Fonte: Pesquisa direta

Com relação a quarta questão, ao realizarem a simulação, os alunos predominantemente anotaram que, quando o coeficiente ***a*** assume valor nulo, a reta correspondente ao gráfico da Função Afim, fica paralela ao eixo das abscissas, assumindo uma posição horizontal, o que caracteriza uma Função Afim constante.

Figura 4: Simulação no Geogebra referente a questão 4 (atividade 2 no Geogebra) feita pela dupla Ângulo Reto e Hipotenusa



Fonte: Pesquisa direta

4ª etapa – Prova

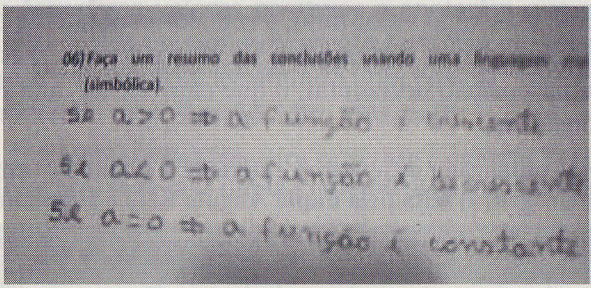
Como a atividade foi acompanhada passo a passo pelo professor, a solução encontrada por cada dupla deve ser satisfatória. Se as soluções encontradas pelas duplas forem diferenciadas (modelos e esquemas diferentes), sugere-se a socialização das mesmas com o uso do datashow. caso contrário, o professor apenas constrói junto com a turma a formalização do conceito (objetivos da aula) no quadro. Nesta sessão as conclusões finais devem convergir para:

Seja a função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = ax + b$ e representada graficamente com uma reta.

A variação do coeficiente **a** (que representa a inclinação da reta) diferencia a função **f** em crescente (a>0), decrescente (a<0) e constante (a=0).

Esta conclusão pode ser expressa na forma de anotações como na figura 5.

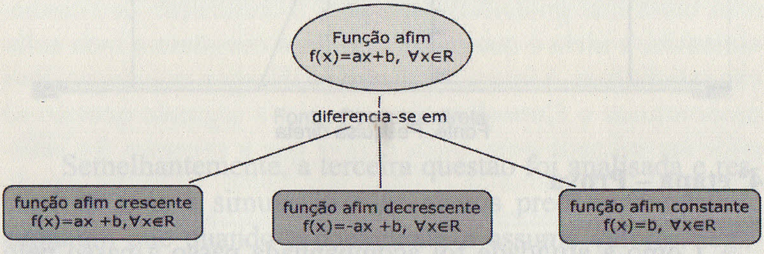
Figura 5: Solução da dupla Ponto Médio e Segmento de Reta referente à questão 5 (atividade 2 no Geogebra)



Fonte: Pesquisa direta

Ou na forma de mapa conceitual como na figura 6.

Figura 6: Mapa conceitual da Função Afim



Fonte: Pesquisa direta

Avaliação

Os objetivos da sessão foram alcançados satisfatoriamente uma vez que: Os alunos participaram ativamente da construção; as respostas dos alunos foram denotadas de substantividade; as simulações no Geogebra facilitaram a diferenciação progressiva do conceito geral e inclusivo Função Afim em três de suas especificações (Função Afim crescente, Função Afim decrescente e Função Afim constante), bem como a reconciliação integrativa entre estes conceitos.

Resultados e Considerações

A sessão foi aplicada em uma turma de 36 alunos da 1ª série do ensino médio de uma escola pública da cidade de Capistrano, Ceará-Brasil.

A proposta metodologia Sequência Fedathi com foco na postura 'mão no bolso' do professor durante a aula implica uma mudança de postura do aluno. Pelo fato de não mais receber as respostas prontas, o aluno se ver obrigado a assumir uma postura de sujeito de sua aprendizagem. Porém, vale ressaltar, que das 18 duplas formadas, 10 apresentaram uma resistência inicial a realização da atividade, alegando ser esta difícil para o seu nível de conhecimento. Somente a partir dos questionamentos feitos pelo professor, foram aos poucos, percebendo que poderiam realizar a atividade.

A experiência acusou alguns fatores de dificuldade a serem administrado como: heterogeneidade da turma no que diz respeito a ritmos de aprendizagem e dificuldade no manuseio do computador; realização da atividade em intervalos de tempo diferente para cada dupla; necessidade de um intervalo de tempo maior do que seria utilizado em uma aula expositiva para exploração de um conceito; dificuldade para atender a partir da postura 'mão no bolso' solicitação de assistência simultânea de várias duplas; ocorrência de ruídos resultantes da comunicação interativa simultânea.

Apesar destes fatores de dificuldade, há indicação de que vale apena a aplicação desta metodologia pelo fato de proporcionar uma participação ativa do aluno durante a construção do conhecimento.

No entanto, observou-se também que o ambiente criado na sala de aula em virtude desta participação do aluno e da comunicação interativa simultânea, é agitado e barulhento. Os alunos perguntam, o professor responde com outras perguntas, os alunos perguntam entre si, apresentam suas hipóteses, confrontam com as dos colegas, as vezes se aborrecem por não receber as respostas prontas do professor etc. Definitivamente, o ambiente 'disciplinado' e silencioso, da aula expositiva tradicional, onde o professor explica e os alunos calados escutam, não é a tônica desta proposta, pelo menos nas etapas de maturação e solução. Porém, pode-se no acordo didático apresentado na tomada de posição, definir que na etapa da prova, quando uma dupla ou o professor estiver socializando uma solução as demais escutem para analisá-la.

Quanto a associação da Sequência Fedathi ao uso do software Geogebra para o desenvolvimento das atividades, observa-se que: as ferramentas (do Geogebra) viabilizam a exploração dos conceitos referente ao comportamento da função afim de maneira dinâmica e atraente; constituindo portanto um elemento facilitador da construção dos conceitos através de simulações gradativas; exerce um efeito motivacional que estimula a participação ativa; facilita a **Diferenciação Progressiva** do conceito geral e inclusivo função afim em suas especificações, uma vez que permite a simulação do comportamento da função através dos controles deslizantes; permite a **Reconciliação Integrativa** entre os diversos conceitos aos quais a Função Afim se diferencia. Ou seja, a associação entre a metodologia e o recurso apresentou um resultado positivo. Não necessariamente, por ser o Geogebra. Poderia ser outro software, ou qualquer outro recurso tecnológico ou não. O Geogebra foi escolhido entre outras razões, por ser um software livre, gratuito e de fácil acesso.

Portanto, a proposta didática aqui apresentada consiste numa associação entre uma proposta metodológica de ensino (Sequência Fedathi), visando uma Aprendizagem Significativa da Função Afim, tendo como ferramenta um *software* educativo (Geogebra). Considera-se que ampliando essa proposta de sessão didática para os demais conteúdos que envolvem Função Afim, e aplicando intercaladamente em aulas na sala de aula (convencional) e no laboratório de informática (onde os próprios alunos poderão efetuar as explorações), seja possível concretizar uma Aprendizagem Significativa da Função Afim.

Constatou-se que, os benefícios evidenciados por esta proposta metodológica tem um preço: a necessidade do rompimento com o modelo de escolaridade vertical predominante no tradicionalismo. O professor que estiver preso a obsessão de manter seus alunos em todas as aulas calados para ouvir suas explicações, dificilmente terá sucesso neste novo cenário da educação. Essa geração, que é também a geração da tecnologia, exige ser protagonista do processo de aprendizagem. Caso contrário, protestam com sua indiferença. Medir forças com ela é uma batalha desigual onde ambas as partes se frustram.

Deste modo, sugere-se que o educador enriqueça e aprimore constantemente sua prática pedagógica a partir de: conhecimento teórico (teorias cognitivas de aprendizagem), diversificação metodológica e uso de tecnologias de forma integrada ao currículo.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

HOHENWARTER, M. e HOHENWARTER, J. **Ajuda Geogebra Manual oficial da versão 3.2**. Disponível em: <www.geogebra.org>.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. Em Moreira, M.A., Caballero, M.C. e Rodríguez, M.L. (orgs.) (1997). **Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo**. Burgos, España. p. 19-44.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal Aprendizagem significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2020. Aceito para publicação, *Qurriculum,* La Laguna, Espanha, 2012.

SANTANA, J. R. **Educação Matemática:** Favorecendo investigações matemáticas através do computador. Tese de Doutorado. UFC, 2006.

SOUZA M.J.A. *et al* **Sequência Fedath:** Uma proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática. 2013.

AVALIAÇÃO DO LABORATÓRIO GEOGEBRA (LABGG) COMO FERRAMENTA TIC PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: prática na escola de Ensino Médio Público em Fortaleza

Antonio Jorge Lima Barbosa
Francisco Régis Vieira Alves

Introdução

Uma das questões mais polêmica no contexto do sistema de ensino brasileiro diz respeito aos problemas de aprendizagem, esse tema toma uma dimensão mais significativa quando diz respeito ao ensino da matemática, onde tem ocasionado alguns problemas como repetição e evasão de alunos das salas de aula do ensino fundamental e médio. Na disciplina de Matemática para alguns professores e pesquisadores, quando se fala sobre o estudo das funções e elaboração de gráficos é perceptível e notório para estes que apontem a dificuldade na aprendizagem dos alunos. Tal fato gera um problema que é tornar o conteúdo inacessível ou incompreensível para a maioria dos alunos.

Segundo Nascimento (2012) as dificuldades apresentadas pelos alunos na esfera da referida disciplina curricular do ensino fundamental e médio, têm tomado uma expressiva conotação, causando alguns entraves fazendo com que muitos alunos venham a desistir de buscar técnicas e habilidades que possam favorecer a aprendizagem da matéria. Nos últimos tempos alguns estudos têm demonstrado que as dificuldades apresentadas pelos alunos na esfera de ensino da matemática podem ser notadas no assunto de geometria (plana, analítica e espacial), com aplicação de novas técnicas e a utilização da informática, seja possível fazer uso de raciocínios lógicos, exercícios interativos onde assim evidenciar o caráter prático que a disciplina possui.

O tradicionalismo e a limitação nos livros não são mais práticas satisfatórias para o ensino da matemática na atualidade. Os profissionais da área buscam soluções que visam melhorar a aprendizagem dos seus alunos através de estratégias de ensino, recursos didáticos e materiais de apoio que possam ser introduzidos em suas praticas pedagógicas tornando o conhecimento da matemática cada vez mais próximo e acessível. Nas últimas décadas, as Tecnologias da Informação e Comunicação também conhecidas por (TICs) tem sido uma proposta inovadora no desenvolvimento intelectual da humanidade. Dar-se ao fato por compor um importante e dinâmico segmento do setor da economia, responsável por integrar e desenvolver quase todas as atividades que envolvem o sistema social moderno inclusive a educação.

Nos dias atuais as crianças estão acostumadas com a informatização e aparelhos sofisticados, como celulares, televisões e outros. Isso pode facilitar muito o uso dos laboratórios de informática das escolas. Há alguns anos as escolas da rede pública não disponibilizavam desses recursos, mas hoje a maioria das escolas públicas possui laboratório de informática e os professores podem utilizá-los, e usar para suas aulas e possa também instalar nos computadores o software (programa computacional) que melhor lhe auxilie na disciplina ministrada no momento.

A importância do estudo das TICs no ensino da matemática dar-se por estabelecer a interdisciplinaridade podendo dinamizar o processo de ensino e aprendizagem, viabilizando potencialidades entre a atuação de um aluno protagonista na sociedade tecnologicamente vigente. Não só para disciplina da Matemática, mas como beneficio para toda área das Ciências da Natureza e suas Tecnologias a implementação de novas praticas pedagógicas principalmente pela utilização das TICs – Tecnologia, Informação e Conhecimentos ou NTICs – Nova

Tecnologias, Informação e Conhecimentos as práticas didáticas da matemática são fundamentalmente essenciais para atingir os alunos através sua atual linguagem: A Tecnologia. A utilização da TICs vem emergindo como uma nova proposta pedagógica contribuindo enormemente para educação que assim desenvolvera cada vez mais para grupos educacionais habilidades adequadas, na proposta de uma educação colaborativa tornando os temas matemáticos muito mais próximos da realidade da vida cotidiana dos alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs para o Ensino Fundamental e Médio expressam a importância dos recursos tecnológicos para a educação com vistas à melhoria da qualidade do ensino aprendizagem. Destacam que a informática na educação "permite criar ambientes de aprendizagem que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender" (BRASIL, 1998, p. 147). 13 Para o presente artigo foi utilizado a aplicação de um assunto matemático que foi utilizado em forma de módulos no Laboratório GeoGebra (LABGG), segundo Nascimento (2012a, 2012b) é o produto designado pela análise e aplicação do software livre de geometria dinâmica GeoGebra sob uma abordagem construtivista no processo de possibilidades de estudo e aprendizagem da matemática e estatística. O módulo escolhido foi a função do segundo grau ou função quadrática.

O estudo se firma numa metodologia de cunho qualiquantitativo, e seguindo os preceitos e normas da ética da científica, os alunos que colaboraram com a pesquisa de campo relatada nesse trabalho não são identificados. A junção das unidades teóricas com a parte prática que constitui a presente monografia favorece chegar à compreensão da técnica de ensino e aprendizagem e facilitar a complexidade que o assunto exposto possui.

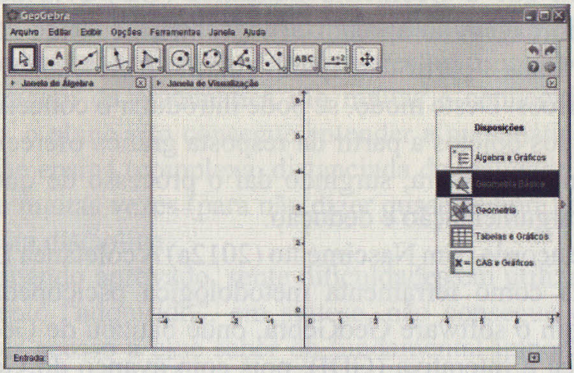
O GeoGebra

Criado por Markus Hohenwarter, Professor de educação matemática na Universidade Johannes Kepler, de Linz, na Áustria. GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário), criado para ser utilizado em ambiente de sala de aula. Iniciou o projeto em 2001 na University of Salzburg e tem continuado o desenvolvimento na Florida Atlantic University.

O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Além dos aspectos didáticos é uma excelente ferramenta para se criar ilustrações profissionais para serem usadas no Microsoft Word, no Open Office ou no LaTeX. Escrito em JAVA e disponível em português, o GeoGebra é multiplataforma e, portanto, ele pode ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS O GeoGebra é um software para o estudo da Matemática que tem como diferencial a possibilidade de representação de objetos, como por exemplo, pontos, retas, segmentos de retas, planos, polígonos e gráficos de funções, possibilitando a fluência entre as representações tanto algébricas quanto geométricas. Por ser um software livre, de distribuição gratuita e traduzido para vários idiomas, tem ganhando destaque e a atenção dos professores de Matemática que querem utilizar a tecnologia computacional nas suas atividades de exploração.

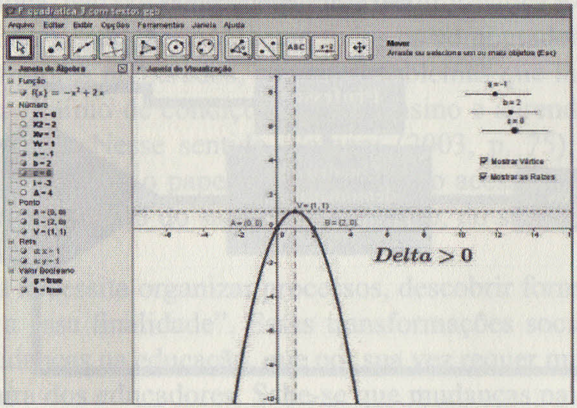
O Geogebra tem inúmeras ferramentas que possibilitam fácil produção de figuras por parte de professores e alunos, criação de applet para rodar na internet, execução de sequências didáticas para conteúdos de Matemática. Através das ferramentas de construção na barra de ferramentas é possível se realizar construções desejadas na área de trabalho com o mouse, paralelo às construções as coordenadas e equações correspondentes são mostradas na janela de álgebra. Pelo fato de apresentar uma interface simples, possibilita ao aluno explorar conceitos de forma dinâmica. Com essa possibilidade, o aluno pode inferir sobre outras situações não elaboradas pelo professor, permitindo a reflexão dos conceitos explorados.

Figura 1 - Tela principal do Geogebra



Com o GeoGebra também é possível inserir equações e coordenadas diretamente nos gráficos. Além disso, ele possibilita o estudo de vetores e pontos, o cálculo de derivadas e integrais, explorações sobre perímetros e áreas de polígonos, dentre outras possibilidades. É um programa voltado para diversos públicos, pois nele você pode tanto efetuar operações de matemática do ensino fundamental e médio, quanto do ensino superior. Vejamos um exemplo utilizado na Figura 2.

Figura 2 – Tela do Geogebra com funções e gráfico

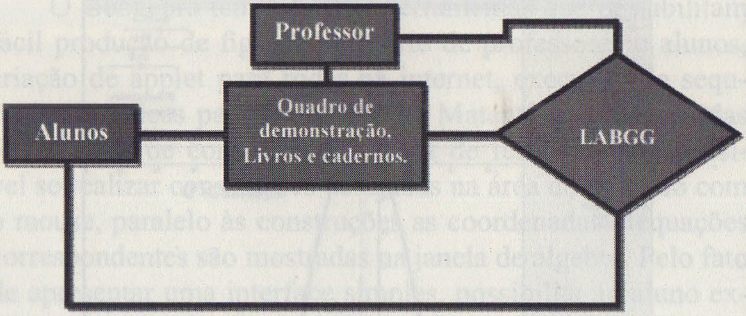


O que é o laboratório Geogebra (LABGG)?

Na matemática, Gravina (1998); Arcavi e Hadas (2000) explicam que a Geometria Dinâmica (GD) evidencia uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos. Deste modo, se pode introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo programa GeoGebra, surgindo daí o processo de questionamento, argumentação e dedução.

De acordo com Nascimento (2012a) A coletânea LABGG funciona como ferramenta metodológica pscicopedagógica junto com o software GeoGebra, onde batizou de Geometria Dinâmica e Interativa (GDI), pois com avanço do Geogebra pudesse interagir com as construções na forma geométrica, ou algébrica ou por programação. Usa-se o LABGG (Diagrama 1) para auxiliar as tecnologias, habitualmente utilizadas, tais como: quadro de demonstração da matéria, aulas expositivas e papel onde o Aluno poderá recorrer e/ou com auxilio do professor para utilização. Possibilitando ao também ao professor interagir e ter outra forma de ensino e um ambiente de caráter laboratorial, onde possibilitará a prática pretendida.

Diagrama 1 – Aplicação da Coletânea LABGG na estrutura educacional



O ensino da matemática com o computador

Atualmente uma das inquietações para a área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias ao se falar sobre Matemática é: como se dá a aprendizagem de Matemática? As dificuldades encontradas por alunos e professores no processo ensino aprendizagem da matemática são muitas e conhecidas. Por um lado, o aluno não consegue entender a matemática que a escola lhe ensina (complexa, distanciada da realidade, imaterial...), e muitas vezes (para não dizer quase sempre) é reprovado nesta disciplina.

E quando aprovado, sente dificuldades em utilizar o conhecimento "adquirido", em síntese, não consegue efetivamente ter acesso a esse saber de fundamental importância e aplicabilidade. O professor, por outro lado, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e tendo dificuldades de, por si só, repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico procura novos elementos – novas metodologias de como ensinar determinados conteúdos - que, acredita, possam melhorar esta situação.

Aliada a esta situação temos a escola, que não está preparada para orientar e solucionar tal problema. Não tem material didático suficiente para servir de apoio aos professores, não tem livros apropriados e direcionados para aplicação da matemática, não possuem laboratório de informática e quando tem muitas vezes não funcionam todos os computadores, não tem instrutores preparados, e outros problemas que inviabilizam um mínimo de condições para o ensino e aprendizagem de qualidade. Nesse sentido, Saviani (2003, p. 75), afirma que "a escola tem o papel de possibilitar o acesso das novas gerações ao mundo do saber sistematizado, do saber metódico, científico.

Ela necessita organizar processos, descobrir formas adequadas a essa finalidade". Essas transformações sociais exigem mudanças na educação, que por sua vez requer mudanças na postura dos educadores. Sabe-se que mudanças na postura dos educadores passam por programas bem elaborados de capacitação profissional. E é evidente que a disciplina de matemática se enquadra nesta situação. 19 Trabalhar Matemática com métodos inovadores sempre foi e será tema de discussões, fazendo com que os professores se atualizem e aperfeiçoem suas aulas. E hoje, com tanta tecnologia, o que também está facilitando o ensino da Matemática são os softwares.

Apesar de muitas discussões a respeito do uso de recursos que facilitem o ensino e o aprendizado da matemática é comum ver professores que defendem a ideia de que não é necessária a utilização de meios facilitadores para tal. Na concepção construtivista de ensino e aprendizagem se dá quando o indivíduo começa a relacionar novos conhecimentos com os conceitos e as proposições relevantes que já fazem parte da sua estrutura cognitiva. (BEZERRA E ASSIS, 2011). A utilização dessa nova ferramenta como por exemplo, o computador, deve ser feita por docentes que tenham o conhecimento necessário para utilizar e explanar o conteúdo, assim sendo, os professores devem se especializar, se atualizar a cerca do uso dessa máquina tão fascinante, que pode facilitar o entendimento e a compreensão. Apesar de as escolas possuírem laboratórios de informática, são poucos os que possuem todos os computadores funcionando e com quantidade suficiente para cada aluno. Isso significa que um computador será utilizado por mais de um aluno.

Uma alternativa para que a aula se torne construtiva seria de dividir a turma fazendo com que cada computador seja utilizado por um aluno apenas. Na escola com a chegada do computador, configura num benefício ao ensino de Matemática, mas para isso é necessário escolher programas adequados e uma metodologia que tire proveito das características positivas do computador, como boas representações gráficas, rapidez em cálculos e de fácil manuseio. Um bom exemplo deste benefício é a aplicação do GDI que encaixou no perfil do GeoGebra, que resumidamente pode ser entendida como a geometria da régua e compasso implementada no computador de forma dinâmica e interativa.

Aplicação laboratorial

A pesquisa de campo, desenvolvida na escola estadual de ensino e teve como propósito analisar as contribuições de um programa formativo em informática educativa para auxiliar no ensino e aprendizagem prática dos professores na utilização de software educativo livre no ensino de matemática. Assim foi realizada pesquisa quali-quantitativa de análise inicial da aplicação do software Geogebra no contexto de aprendizagem.

O assunto escolhido foi a função do segundo grau. Segundo Trivinos (1987), a pesquisa qualitativa, dentre suas possibilidades de intervenção, vai ao encontro de um dos objetivos deste estudo que é o de compreender o impacto do programa formativo na prática durante o ensino de funções e no aprendizado dos alunos. Vale ressaltar que a investigação faz uso de características qualitativas para descrever aspectos de aplicação do GeoGebra. Os estudantes utilizados na pesquisa foram num total de 20 alunos, escolhidos aleatoriamente de duas turmas e aplicados no contra turno para não modificar as atividades escolares.

O assunto foi mostrado em sala de aula e também foi mostrado vídeos coletados na internet sobre o assunto. A proposta é a avaliação do laboratório GeoGebra (LABGG) como ferramenta TIC para o ensino da matemática e verificar seu impacto com os alunos no tocante ao aprendizado. Será utilizado o livro didático de Geovanni Junior para estudo da função quadrática estudado no artigo de Nascimento (2013c). Segundo Giovanni J. (2009), chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função f de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais (chamadas de coeficientes) e $a \neq 0$. O gráfico é uma curva chamada parábola.

Essa definição foi demonstrada aos alunos em sala de aula e foi analisado e exercitado em sala, onde foi registrado em fotos abaixo:

Foto 1 – Aplicação de atividade para os alunos

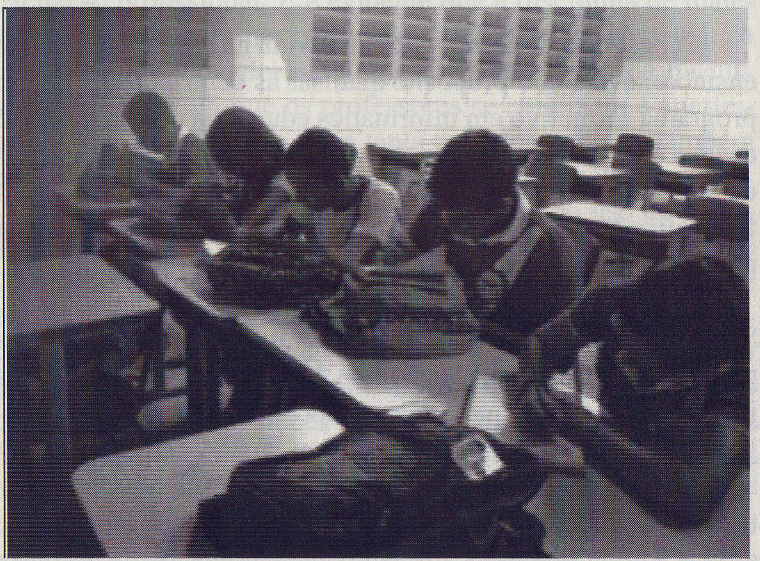
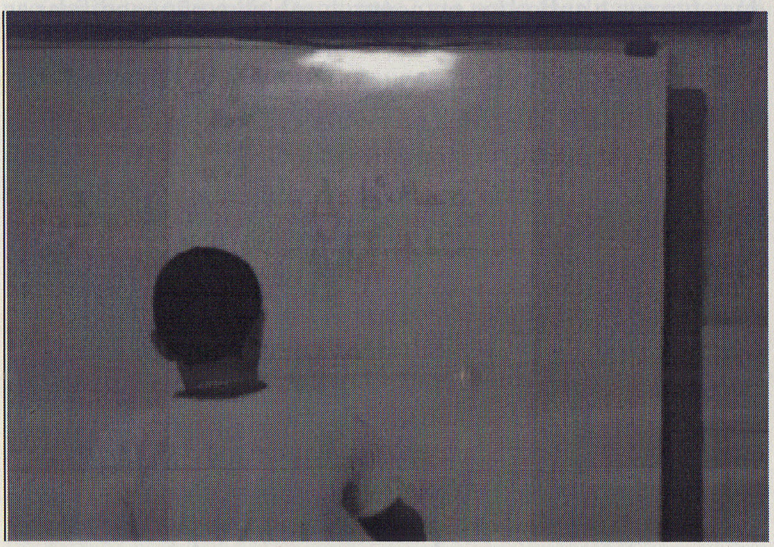


Foto 2 – Discussão da atividade no quadro branco



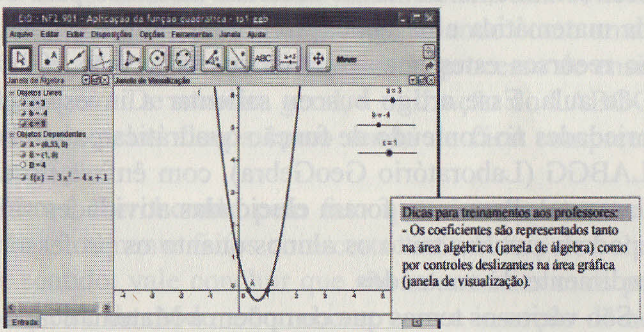
Após exercitarem nos cadernos e quadro branco (foto 1 e 2), foi apresentado a eles o GeoGebra e seus comandos. Usando o artigo de Nascimento (2012c) como forma de aplicação foi usado o exemplo:

$F(x) = 3x^2 - 4x + 1$.

Onde a = 3, b = - 4 e c = 1.

Vejamos agora no LABGG:

Figura 3 – Mostrando a função quadrática $F(x) = 3x^2 - 4x + 1$ no Geogebra



Análise dos dados da aplicação laboratorial

Concluímos com a pesquisa que a utilização do Geogebra e a análise das atividades e das falas dos alunos nos permitiram não somente identificarmos as dificuldades e os erros cometidos na construção de gráficos de funções do 2º grau, mas também compreender melhor seus raciocínios frente aos desafios, assim, o professor pode fazer as intervenções adequadas à construção dos conceitos. O uso do software foi importante para destacar os elementos que estavam sendo desconsiderados, tais como, zeros da função, coordenadas do vértice da parábola, pontos de máximo e mínimo, objetos que estavam sendo despercebidos na construção feita no esboço. Em resumo possibilitou-se visualizar uma mesma construção de diversas formas e com várias aplicações interativas, assim facilitando a compreensão do comportamento geométricos com maior visibilidade, onde poderiam passar desapercebidas numa representação estática. Com isso, o professor pode incentivar o espírito investigativo do aluno, solicitando ao final uma justificativa para as relações encontradas, ou seja, a prova matemática.

Considerações finais

Dentro deste contexto, o presente trabalho contribui para o desenvolvimento de novos recursos didáticos para o ensino da matemática e na aplicação do LABGG e o GeoGebra como recursos estes que facilitam sua utilização efetiva em sala de aula. Esse artigo buscou salientar a investigação de propriedades no conteúdo de função quadrática com o auxílio do LABGG (Laboratório GeoGebra), com ênfase no ensino fundamental. Para isso, foram elucidadas atividades simples, que podem auxiliar tanto os alunos quanto os professores no entendimento de conteúdos.

São vários os temas que compõem a Matemática, e o uso do software GeoGebra facilita a explanação desses, de modo que os professores possam adaptar diversos conteúdos da álgebra, geometria e estatística, estabelecendo uma melhor interação entre eles. O Software Geogebra é um programa de acesso livre, onde é permitido utilizar, copiar e distribuir o aplicativo para fins não comercias, podemos usar tanto no ambiente do WINDOWS (produzido pela microsoft) como nas distribuições LINUX.

A utilização do Software Geogebra como recurso didático no ensino da Matemática constitui um caminho que o professor pode seguir na perspectiva de chegar a uma maior satisfação em relação à aprendizagem e, por conseguinte o uso dessa aprendizagem no contexto de sua vida. Bem como a recepção dos alunos nesta nova forma de aprendizagem num contexto atual e moderno.

A questão ora referida motivou o desenvolvimento da pesquisa de campo, onde se expõe considerações sobre como se desenvolve o ressaltado programa de computador no seio da escola de ensino médio e seu impacto no contexto. O LABGG se trata de apenas um dos instrumentos que podem ser utilizados pelos professores e vem a estimular o interesse dos profissionais de educação pela utilização de novas técnicas, como da tecnologia a favor da educação em âmbito escolar. O LABGG surge como método inovador e dinâmico, de fácil utilização que auxilia no entendimento dos conteúdos pelos alunos. 31 O Uso de softwares educacionais tem se tornado uma realidade nos últimos anos e se titulando como uma real importância para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. De maneira geral, a utilização do LABGG foi considerada pelos alunos como sendo de fácil compreensão e assimilação.

Isso é corroborado pelo fato que os assuntos escolhidos são geralmente feitos com certa facilidade pelos alunos. Nesse sentido, vale concluir que são necessárias mais políticas públicas, de modo a corroborar com a inserção de novos instrumentos e treinamentos dos professores para o uso do LABGG, onde facilitem o ato de lecionar nesse contexto, para que as críticas positivas e o interesse dos alunos em relação à Matemática sejam mais incidentes.

REFERÊNCIAS

ARCAVI, A.; N. HADAS. Computer mediated learning: an example of an approach. **International Journal of Computers ofr Mathematical Learning** 5(1), 25–45. 2000.

BEZERRA, C.A; ASSIS, C.C. **Atividades com o GeoGebra:** possibilidades para o ensino e aprendizagem da Geometria no Fundamental. XIII Conferência interamericana de educação matemática. Recife: 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Terceiro e Quarto ciclos de Ensino Fundamental. Matemática. Brasília: MEC, SEF, 1997/1998.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; JUNIOR, J.R.G. **A Conquista da Matemática.** São Paulo: FTD, 1998.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica - uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, p. 1– 13, 1996.

NASCIMENTO, Eimard G. A. do. **Avaliação do software GeoGebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria.** 234f. Dissertação (Mestrado em Educação) Faculdade de Educação. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2012a.

______. **Proposta de uma nova aplicação como instrumento psicopedagogica na escola:** o LABGG (Laboratório GeoGebra). In: Conferencia Latinoamericana de GeoGebra (Uruguay), 2012, Montevideo – Uruguay. Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra, 2012. v. Unico. p. 448-455. ISSN 2301-0185, 2012b.

______. **Coletanêa LABGG Para Escolas e Universidades:** NF2.901 – Possibilidades de Estudo para a Função Quadrática. In: Conferencia Latinoamericana de GeoGebra (Uruguay), 2012, Montevideo – Uruguay. Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra, 2012. v. Unico. p. 141-148. ISSN 2301- 0185, 2012c.

A SEQUÊNCIA FEDATHI COMO PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PICK

Ana Paula Rodrigues Alves Santos

Introdução

Neste trabalho pretende-se relatar a abordagem do Teorema de Pick vivenciada por uma turma de alunos de uma escola privada, sendo o objetivo prepará-los para Olimpíada Brasileira de Matemática, nível 1 (alunos de 6º e 7º anos). Temos como objetivo treiná-los durante todo o ano para desenvolver habilidades na resolução de problemas matemáticos. Utilizar a metodologia de ensino Sequência Fedathi, como alternativa para ultrapassar alguns obstáculos, como a desistência e o desinteresse por parte de alguns alunos, por não se sentirem capazes e nem envolvidos durante o processo de ensino e aprendizagem, assim como também descobrir novos talentos na Matemática, pois o aluno participa ativamente da construção do novo saber matemático, vivenciando as etapas da Sequência Fedathi, as quais proporcionam a construção e a elaboração do novo conhecimento.

A escolha desse tema deve-se a dificuldade vivenciada na aplicação do teorema que aparenta ser algo simples, porém ao estuda-lo verificamos algumas sutilezas, suscitando questionamentos surpreendentes, como: a mesma fórmula pode ser usada para o cálculo de volume? Como podemos verificar? Representando uma oportunidade ímpar em mostrar aos alunos através da sua própria vivência, a beleza e a sutileza da Matemática. Pretendemos neste trabalho focalizar as dificuldades e descrever como foram ultrapassadas pelos alunos até demostrarem o Teorema de Pick. Buscamos artigos, livros, sites e problemas propostos em olimpíadas para auxiliarem na elaboração da referida sequência didática, direcionando os alunos a vivenciarem uma nova metodologia, a Sequência Fedathi.

Desse modo, o presente trabalho apresenta uma proposta pedagógica, composta por uma **sequência didática** constituída por quatro sessões didáticas, nas quais utilizamos a Sequência Fedathi (SF) como metodologia de ensino. A SF foi apresentada em 1996, na tese de pós-doutorado do Prof. Hermínio Borges Neto, UFC, na Universidade de paris VI. A partir daí, a SF vem sendo experimenta e aperfeiçoada com base nos estudos de Borges Neto, com a participação de professores e pesquisadores da Faculdade de Educação-FACED/UFC.

Referencial Teórico

A metodologia de Ensino Sequência Fedathi

A Sequência Fedathi é uma nova metodologia de ensino que segundo Borges Neto, propõe que o aluno ao se deparar com um problema, deve reproduzir os mesmos passos que um matemático realiza quando se debruça sobre a busca de um novo conhecimento: analisa os dados do problema proposto, experimenta vários caminhos que possam levar a solução, verifica possíveis erros, busca conhecimentos para constituir a solução, testa os resultados para saber se errou e onde errou, corrige-se e elabora um modelo geral. A Sequência Fedathi conduz o professor a levar os alunos a desenvolverem o raciocínio matemático, através da interpretação, compreensão e investigação de problemas matemáticos, levando-os a construírem suas aprendizagens a partir das experimentações e constatações feitas durante todo o processo de desenvolvimento da Sequência. .

A SF é composta por quatro etapas sequenciais e interdependentes: **Tomada de Posição, Maturação, Solução e**

Prova (SOUZA, 2013 p.18). Verificamos que é muito importante a vivência desse ambiente em sala de aula para que ocorra uma aprendizagem mais significativa e uma participação ativa de cada aluno na construção dos conceitos matemáticos.

Vivenciar a SF durante a realização da sequência didática auxilia-nos a superar as dificuldades encontradas em anos anteriores em que prevalecia o ensino tradicional, os alunos apresentavam grande dificuldade em assimilar e aplicar o Teorema de Pick. Vale ressaltar que esse conteúdo é trabalhado comumente na preparação dos alunos para Olimpíada Brasileira de Matemática, não pertencendo a grade curricular do ensino fundamental II, representando um conhecimento novo que não está presente nos livros didáticos. Porém, esse tema pode ser estudado por alunos do ensino fundamental II ou médio, desde que tenham os conhecimentos prévios necessários para a construção do novo conhecimento.

Análise ambiental e teórica: o plateau e o acordo didático

Propomos uma sequência didática composta por quatro sessões didáticas, assim denominadas: **Sessão 1**- Calculando áreas através da decomposição de Figuras. **Sessão 2** - Construindo o Teorema de Pick. **Sessão 3** - Aplicando o Teorema de Pick através do Software Geogebra. **Sessão 4** - O Teorema de Pick e outras realidades matemáticas.

Apresentaremos uma análise da **Sessão 2**, por representar maior relevância durante a construção do novo saber matemático, momento culminante durante o processo de ensino e aprendizagem.

Sessão Didática 2 - Nessa sessão didática, os alunos partiram de uma análise de certas figuras geométricas (polígonos) desenhados no plano cartesiano com vértices nos pontos de uma malha quadriculada, representados por pontos de coordenadas inteiras. Tendo essa referência, os alunos devem encontrar a área dessas figuras, obtendo uma fórmula que seja válida para todos os casos. Os alunos utilizaram o Software

Geogebra como ferramenta didática para desenhar os polígonos, seguindo a mediação do professor. O planejamento dessa sessão didática requer uma análise ambiental e teórica.

Análise Ambiental

Propomos uma sequência didática que foi planejada para superar as dificuldades dos alunos que estão a se preparar para a Olimpíada Brasileira de Matemática, nível 1. Os alunos participaram ativamente da construção do novo saber matemático. Tendo como **objetivo**: descobrir uma fórmula que seja válida para encontrar a área de figuras geométricas planas desenhadas no plano cartesiano com vértices nos pontos de uma malha retangular. Os alunos devem ter como **conhecimentos prévios**: a definição de polígonos, saber determinar as áreas de alguns polígonos, tais como a área do quadrado, do triângulo, do trapézio, do paralelogramo e do losango. Devem também, saber classificar os triângulos quantos aos lados e quanto aos ângulos e também saber classificar os quadriláteros, em especial, trapézios. Também, ter conhecimento em determinar a área de figuras planas através da decomposição de figuras **(Sessão Didática 1)** e resolver sistemas lineares. Nesse momento, verifica-se o **plateau**[10] dos alunos e estabelecemos o acordo didático. Segundo a Sequência Fedathi, o acordo didático enfatiza o desenvolvimento do trabalho do professor, a organização de estratégias metodológicas que possam ser pensadas durante a preparação de uma sessão didática, a postura que o professor deve assumir durante o processo de ensino e aprendizagem, que é a postura de mediador, ao observar as investigações dos estudantes, acompanhando-os durante a descoberta do novo saber, tornando-os mais investigativos, reflexivos, críticos, autônomos e colaborativos entre si.

O material necessário para a realização dessa sessão didática: lápis, caderno, projetor multimídia, tablet e o Software

10 De acordo com a Sequência Fedathi, o "plateau" faz parte do processo de diagnóstico realizado para compreender o nível cognitivo dos alunos (SOUZA, 2013 p.20).

Geogebra versão 5.0. O Software Geogebra será utilizado como ferramenta didática ampliando a visão espacial do aluno no momento de descobrir as estratégias para solucionar o problema proposto.

O Teorema de Pick

O Teorema de Pick afirma que, se um polígono no plano cartesiano tem apenas vértices de coordenadas inteiras. Então, sua área é dada pela fórmula

$$A=\frac{1}{2}f+i-1$$

Sendo ***f*** o número de pontos de coordenadas inteiras no contorno (pontos de fronteira) do polígono e ***i*** o número de pontos de coordenadas inteiras no interior do mesmo.

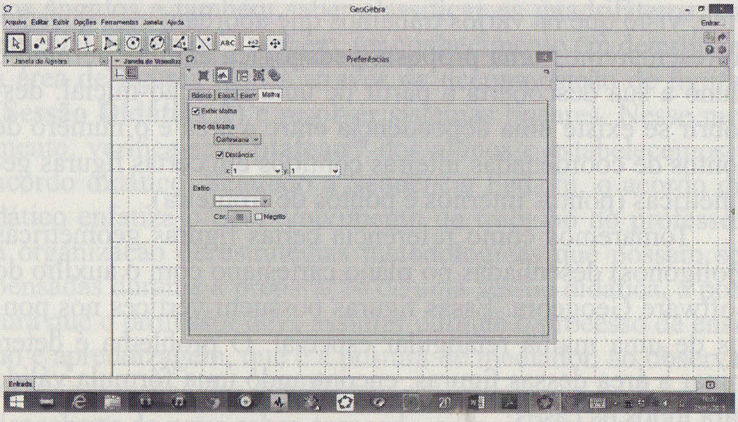
O objetivo dessa seção não é demostrar a fórmula de Pick, visto que há vários trabalhos que abordam essa questão. Apresentaremos uma proposta pedagógica em que permite o aluno a sua descoberta a partir de uma situação inicial: descobrir se existe uma dependência entre a área e o número de pontos de coordenadas inteiras contidos em certas figuras geométricas (pontos internos e pontos de fronteira).

Tomaremos como referência certas figuras geométricas (polígonos) desenhadas no plano cartesiano com o auxílio do Software Geogebra. Essas figuras possuem vértices nos pontos de uma malha retangular especial. O problema é determinar a área dessas figuras, encontrando uma fórmula válida para todos os casos.

Vivenciando a Sequência fedathi: Aplicação da Sessão Didática

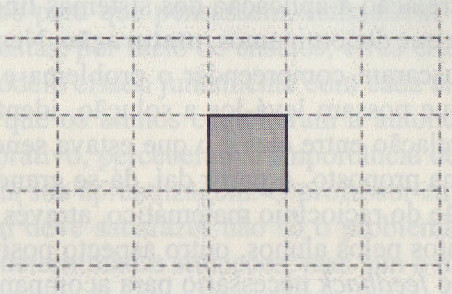
O problema foi proposto a turma, inicia-se a primeira etapa da Sequência Fedathi, a **tomada de posição**. Neste momento o professor promoveu a interação entre si e os alunos, propiciando um trabalho interativo, ou seja, o professor assumiu a postura de mediador, refletindo, ouvindo, indagando e levantando hipóteses acerca do novo saber, bem como suscitou questionamentos entre todos. O professor esclareceu que os pontos do plano cartesiano de coordenadas inteiras formam uma malha retangular, e as expressões pontos de coordenadas inteiras e pontos da malha retangular serão usadas daqui para frente. As figuras que serão trabalhadas sempre serão polígonos com vértices em pontos dessa malha. Vários questionamentos surgiram e o professor buscou sempre mediar o trabalho desenvolvido pelos alunos com outras perguntas que os conduzissem a encontrar uma estratégia para resolver o problema. O software Geogebra auxiliou-os na visualização e compreensão do problema. Primeiramente, os alunos prepararam o campo de visualização do Geogebra (figura 1).

Figura 1. Procedimento para ajustar a malha.



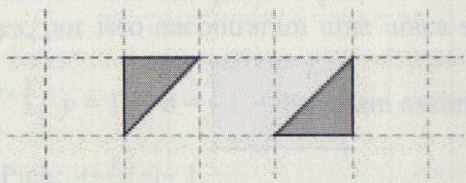
Esse ajuste feito na malha do software Geogebra, ajuda o aluno a compreender o conceito de padronização da unidade de área. Então, desenham o menor quadrado (quadrado que contém apenas 4 pontos da malha) de área 1 como padrão (figura 2). Indaga-se aos alunos: que polígono obteremos se dividirmos o quadrado ao meio? Qual a sua área?

Figura 2. Quadrado desenhado com o auxílio do software Geogebra



Pretende-se que os alunos compreendam que qualquer outro triângulo que tenha apenas três pontos da malha tem área $\frac{1}{2}$ (figura 3).

Figura 3. Triângulos desenhados com o auxílio do software Geogebra



Primeiramente, os alunos são instigados a encontrar uma relação entre os pontos da malha e a área de uma tal figura. Então, deve-se pensar se há influência entre o número de pontos da malha contidos na figura e o valor dessa área. Destaca-se alguns questionamentos:

Aluno: - Professora, devemos fazer uma equação?

Professora: - Há influência entre o número de pontos da malha que pertencem a figura com a sua área?

Aluno: - Professora, quanto maior a figura, maior o número de pontos. Correto?

Professora: - Observe que há pontos internos, pontos nos vértices e pontos que pertencem ao contorno (borda) da figura.

Alunos: - Devo relacionar todos eles?

Professora: - Estude a influência de cada um separadamente.

Neste momento, deve-se falar sobre a dependência linear e fazer uma relação à aplicação dos sistemas lineares, vivenciando a fase que denominamos, **maturação**. Neste momento, os alunos buscaram compreender o problema e formularam estratégias que possam levá-los a solução, identificaram dados, qual a relação entre eles e o que estava sendo solicitado pelo problema proposto. A partir daí, dá-se grande relevância na formulação do raciocínio matemático, através dos questionamentos feitos pelos alunos, outro aspecto positivo é o professor obter o *feedback* necessário para acompanhar o desenvolvimento do trabalho realizado. Os alunos se debruçaram sobre os dados do problema, originando reflexões e hipóteses que poderiam leva-los a solução em questão.

Então, cada aluno desenhou três figuras utilizando o software Geogebra (figuras 4, 5 e 6).

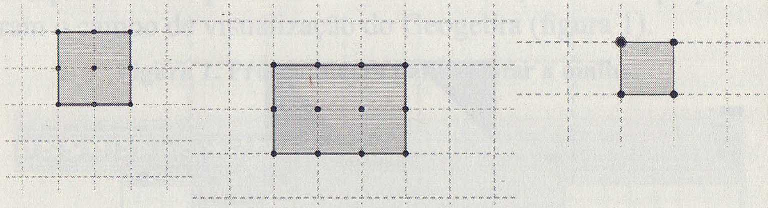


Figura 4 **Figura 5** **Figura 6**

Desde então, os alunos fizeram as relações existentes entre os pontos internos, os pontos de fronteira e os pontos dos vértices, obtendo as equações:

$$A = fx + iy + z$$

Sendo A área do polígono; f pontos de fronteira e i pontos internos.

Logo, obtiveram as equações:

$$1 = 4x + 4y + z \text{ (figura 4)}$$
$$4 = 8x + 1y + z \text{ (figura 5)}$$
$$6 = 10x + 2y + z \text{ (figura 6)}$$

A resolução do sistema linear acima, caracterizou a **solução**, a terceira fase da Sequência Fedathi em que os alunos

Neste momento, deve-se falar sobre a dependência linear e fazer uma relação à aplicação dos sistemas lineares, vivenciando a fase que denominamos, **maturação**. Neste momento, os alunos buscaram compreender o problema e formularam estratégias que possam levá-los a solução, identificaram dados, qual a relação entre eles e o que estava sendo solicitado pelo problema proposto. A partir daí, dá-se grande relevância na formulação do raciocínio matemático, através dos questionamentos feitos pelos alunos, outro aspecto positivo é o professor obter o *feedback* necessário para acompanhar o desenvolvimento do trabalho realizado. Os alunos se debruçaram sobre os dados do problema, originando reflexões e hipóteses que poderiam leva-los a solução em questão.

Então, cada aluno desenhou três figuras utilizando o software Geogebra (figuras 4, 5 e 6).

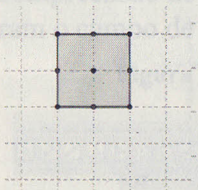


Figura 4

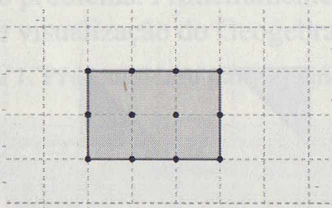


Figura 5

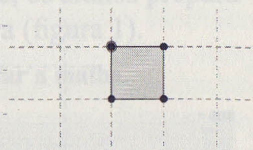


Figura 6

Desde então, os alunos fizeram as relações existentes entre os pontos internos, os pontos de fronteira e os pontos dos vértices, obtendo as equações:

$$A = fx + iy + z$$

Sendo A área do polígono; f pontos de fronteira e i pontos internos.

Logo, obtiveram as equações:

$$1 = 4x + 4y + z \text{ (figura 4)}$$
$$4 = 8x + 1y + z \text{ (figura 5)}$$
$$6 = 10x + 2y + z \text{ (figura 6)}$$

A resolução do sistema linear acima, caracterizou a **solução**, a terceira fase da Sequência Fedathi em que os alunos

Neste momento, o foco passou a ser a verificação da fórmula para todo o tipo de figura. O professor propôs que desenhassem no Geogebra um polígono qualquer e comparassem a área calculada através da fórmula com a exposta na janela algébrica do software Geogebra. O professor pediu que desenhassem uma figura composta pela junção de duas figuras. Houve mais uma conclusão, a fórmula também pode ser aplicada para a junção de figuras. Surpreendente, simples e bela Fórmula de Pick, os alunos tiveram a oportunidade de vivenciar a sua construção seguindo as fases da Sequência fedathi, metodologia que proporcionou a descoberta, a curiosidade e autonomia dos alunos. A partir daí, a turma está pronta para vivenciar situações práticas, como calcular valores aproximados de áreas vistas através de satélites, por exemplo, utilizando a fórmula de Pick, esse será o momento da **avaliação**.

Podemos pensar mais além para a fórmula de Pick?

Uma das perguntas mais intrigantes durante a vivência da construção da fórmula de Pick foi se era possível utilizá-la para o espaço tridimensional, ou seja, é possível com ela calcular volumes?

Vamos aplicar o mesmo raciocínio para o plano tridimensional, utilizaremos sólidos geométricos com vértices em pontos da malha tridimensional formada pelos pontos do espaço cartesiano tridimensional com coordenadas inteiras. Analogamente, adotaremos como referência o cubo com oito pontos da malha tridimensional, com volume 1 e o tetraedro de volume 1/6 com apenas 4 pontos da malha. Próximo passo, é verificar se a equação $V = fx + iy + z$ que usa o número de pontos da malha que estão na fronteira e os que estão no interior da figura (como no caso da área) vale para o cálculo do volume. Aplicamos ao cubo de volume 1 e ao tetraedro de volume 1/6, obtendo as equações (1) e (2).

$$1 = 8x + 0y + z \ (1)$$

$$1/6 = 4x + 0y + z \ (2)$$

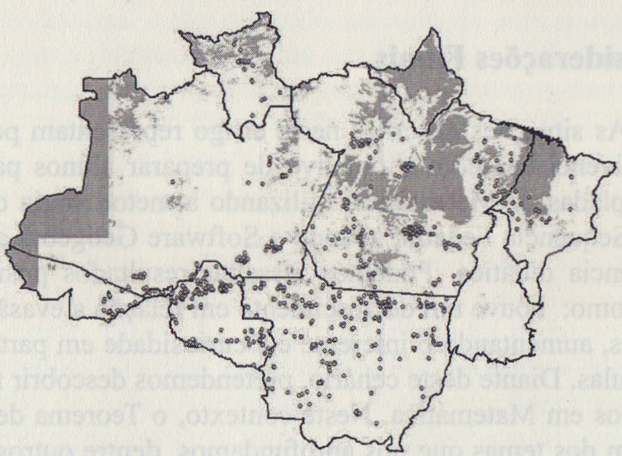
Encontramos para x = 5/24 e z = -16/24. Para verificarmos se estes valores podem ser usados para o cálculo do volume, utilizaremos a junção de dois cubos de volume 1, formando um paralelepípedo, obtemos 12.5/24 - 16/24 = 44/24, verificamos uma contradição, pois o volume do cubo é 2. Daí, conclui-se que a equação usada para obter a fórmula de Pick para áreas no plano não se adequa ao cálculo de volumes.

Em artigos, livros e revistas encontramos uma discussão sobre uma possível extensão adequada da Fórmula de Pick para o espaço Tridimensional, mas não encontramos um resultado que satisfaça tal condição.

Fazendo conexões: onde aplicar o Teorema de Pick?

Podemos aplicar a fórmula de Pick de forma bastante interessante, suscitando a curiosidade e a busca pela resolução de problemas. Apresentar uma imagem (figura 7) que representa o desmatamento na Amazônia divulgado pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe).

Figura 7. Mapa do Inpe mostra os focos de desmatamento detectados no mês de setembro. Em rosa, as áreas que ficaram encobertas por nuvens



Fonte: Inpe

Dando ênfase para determinar, através da fórmula de Pick, o estado mais prejudicado com a degradação da floresta Amazônica. Então, temos a possibilidade de determinar o cálculo da área aproximada de uma região irregular. Primeiramente, os alunos devem identificar a região da qual iremos determinar a área, analisando a figura 7. Vivenciamos uma aplicação na Engenharia Florestal, ainda podemos fazer uma conexão com a estatística, trabalhando gráficos e dados, comparando meses subsequentes. Podemos falar sobre o meio ambiente, cidadania e como a matemática auxilia o homem a solucionar e prever situações, promovendo o bem comum. Muito interessante para os alunos perceberem essas relações, vivenciando as recomendações dos PCN´S que estabelecem a importância dessas questões trabalhadas em sala quando mencionam:

> A compreensão das questões ambientais pressupõe um trabalho interdisciplinar em que a Matemática está inserida. A quantificação de aspectos envolvidos em problemas ambientais favorece uma visão mais clara deles, ajudando na tomada de decisões e permitindo intervenções necessárias (PCN/MEIO AMBIENTE p. 27).

Considerações Finais

As situações descritas neste artigo representam pesquisas vivenciadas com o objetivo de preparar alunos para as Olimpíadas de Matemática, utilizando a metodologia de ensino Sequência Fedathi, aliando o Software Geogebra a cada sequência didática. Podemos ressaltar resultados positivos, tais como: houve um decrescimento em relação a evasão dos alunos, aumentando o interesse e a curiosidade em participar das aulas. Diante deste cenário, pretendemos descobrir novos talentos em Matemática. Neste contexto, o Teorema de Pick foi um dos temas que nos aprofundamos, dentre outros relacionados a Geometria.

As sequências didáticas descritas fomentou a autonomia, a autoestima e a busca pelo saber matemático, constamos que é possível tornar a matemática atrativa para os nossos alunos.

REFERÊNCIAS

LIMA, E. L. **Meu Professor de Matemática e outras histórias.** Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro, RJ: Editora da SBM, 2004.

SOUSA, F. E. E. *et al.* **Sequência Fedathi** – Uma Proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática. Edições UFC, Fortaleza, 2013.

TAMARI, M. E. **O Teorema de Pick e Aplicações**. 2013. 43f. Dissertação-Universidade Federal do ABC, UFABC, Rio de Janeiro. 2001.

VERRI, A. F. G. **Uma apresentação didática do Teorema de Pick.** IME-USP. Disponível em: <http://cmup.fc.up.pt/cmup/pick/index.html>. Acessado em: 20/10/2015.

DISTANCIAMENTO EPISTEMOLÓGICO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA DISCENTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Elisângela B. Magalhães
Jorge Carvalho Brandão
Emília Lima da Costa

Introdução

Um grande distanciamento epistemológico apresenta-se entre o conhecimento que o professor adquiriu em seus cursos universitários e o que terá que ensinar no ensino básico e fundamental. Podemos observar que a maioria dos professores do ensino básico traz em sua prática pedagógica experiências desastrosas no que diz respeito à relação do conteúdo de ensino e a realidade vivida pelos alunos.

Professores estão entrando em sala de aula e deparando-se com a mudança continua e constante, a partir dos direitos humanos somos iguais na diferença e, portanto, receber as pessoas sem rótulos faz parte da evolução cultural, crianças, jovens, (adultos e idosos) têm o direito de conviver sem preconceitos e quando incluídas em ambiente educacional e social merecem respeito e atenção.

O Ministério da Educação e Cultura (MEC) tem desenvolvido muitos programas e tem investido nas políticas para favorecerem a inclusão, as medidas adotadas começam com as formações docentes, as adequações arquitetônicas das escolas, salas de AEE (Atendimento Educacional Especializado) um serviço que organiza recursos pedagógicos e de acessibilidade que elimine barreiras para plena participação dos alunos, materiais didáticos adaptados, formação de professores, no entanto essas ações necessitam de um tempo para adaptação das metodologias adequadas às necessidades desses alunos que são incluídos de forma tão discriminados na escola.

No entanto, com todos esses programas, os professores ainda encontram dificuldades ao adentrar em sala de aula, e se deparam com crianças com deficiência visual e/ou com qualquer outra deficiência e realizar suas atividades docentes.

O presente trabalho faz um convite para analisarmos as condições de formação docente bem como as posturas que os professores adotam para ensino da matemática observando as especificidades de atender discentes deficientes matriculados na escola fundamental.

A possibilidade de conduzir informações e abrir novos caminhos para o futuro são os encantos da profissão do professor, atualmente a sociedade expressa à necessidade de um novo modelo, marcado por diversidades, a escola convive com o desafio da inclusão, seja ela digital, social, profissional e/ou inclusão das pessoas com deficiências. Todas essas mudanças instigam ao professor um novo "olhar", uma roupagem diferenciada e oportunidades de mudanças de paradigmas que até então estavam enraizados na nossa cultura.

Com tudo, não se faz suficiente todos os programas governamentais, com intuito de integrar e/ou misturar o aluno deficiente visual numa sala regular só para dizer que a inclusão acontece na escola, é necessário ir além, professores, docentes e gestores carecem conhecer os materiais e recursos didáticos usados por esses estudantes no caso dos deficientes visuais, a metodologia Braille, os recursos adaptados para mapas, o soroban instrumento para ensino da matemática, os sistemas adaptados para integração das tecnologias.

No entanto, não basta só conhecer esses recursos, o docente deve ter a disponibilidade de ser mediador do conhecimento para esses estudantes. Um dos fatores importantes no processo de construção e elaboração do conhecimento é a postura do docente como mediador para que os alunos sejam capazes de dar significado ao que foi trabalhado na escola.

Sforni, (2004) considera que, quanto maior a complexidade da mediação com instrumentos, mais complexos serão os sistemas de mediação simbólica, o que para os deficientes visuais tem grande importância. Magalhães (2015) traz considerações sobre ensino de matemática para deficientes visuais. "O ensino da Matemática deve ser pautado na formação de significados pelos discentes, e esse processo deve ser ensejado pelo docente com suas estratégias que levem o aluno a pensar, refletir, criar, discordar, provar".

Para trabalhar respaldados em uma nova perspectiva, é necessário que professores estejam sempre refletindo sobre os saberes docentes apontados nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997) para o ensino da Matemática são eles: o saber científico, onde nos cabe conhecer as características e aplicações dessa ciência; o saber pedagógico, que implica em conhecer tanto metodologias de ensino quanto o contexto sociocultural vivenciado pelos nossos alunos; e o saber que se relaciona com nossas concepções sobre a Matemática, as experiências que tivemos ao longo de nossa formação escolar e acadêmica e que nos remetem sentimentos de aproximação ou distanciamento, que a meu modo de perceber, relaciona-se não apenas com as ciências exatas, mas com todas as áreas do conhecimento.

A docência de professores de matemática e a educação inclusiva

Nos cursos de formação de professores como também nas licenciaturas de matemática, nos cursos de pedagogia, observamos o distanciamento da formação desses estudantes no que diz respeito à formação docente que trabalhe com estudantes com deficiência.

O conceito de formação deriva da palavra latina *formatio*. Trata-se da ação e do efeito de formar ou de se formar (dar forma a/constituir algo ou, tratando-se de duas ou mais pessoas ou coisas, compor o todo do qual são partes).

A formação continuada do professor de matemática é um assunto que permeia a educação e traz muitas questões essenciais para a compreensão de como os estudantes dessas formações entendem os conteúdos e como irão ministrá-los em sala de aula. O referencial da formação do professor também contempla outros assuntos importantes e exige uma reflexão sobre a matemática "inclusiva". É necessário uma avaliação e um olhar mais cuidadoso sobre as possíveis transformações posturais e adaptativas dos professores de ensino fundamental e médio que recebem estudantes com deficiência visual em suas salas de aula.

A ampliação da capacidade do docente em resolver questões do habitual da sala de aula faz-se como um dos fatores mais importantes tanto do seu processo formativo quanto da aprendizagem dos estudantes com necessidades educativas especiais. No entanto, é imprescindível que cursos de formação alarguem a capacidade docente de adequação e articulação com a exercício de ensino e metodologia a fim de que eles tenham consciência do contexto real da sala de aula em que se encontram.

Pacheco (1995, p.61) enfatiza que,

> [...] quanto aos programas de formação, se formar professores implica debater questões conceituais e discutir critérios metodológicos, subsequentemente, o estudo dos processos cognitivos dos professores fornece diretrizes válidas para a implementação de novos currículos de formação, cuja filosofia baseia-se na concepção do professor como profissional que toma decisões. A tarefa mais importante consiste em se desenvolver a capacidade do professor para solucionar problemas. Para tal, será necessário adaptar os programas de formação às necessidades das decisões dos próprios docentes.

Sobre a formação de professores D'Ambrosio (2009, p. 87) sinaliza que a educação para a cidadania, que é um dos grandes objetivos da educação hoje, exige uma "apreciação" do conhecimento moderno, impregnado de ciência e tecnologia.

Assim, o papel do professor de matemática é particularmente importante para ajudar o estudante nessa apreciação, assim como para destacar alguns dos importantes princípios éticos a ela associados. A formação de professores de matemática é, portanto, um dos grandes desafios para o futuro.

Pensar na formação ideal do professor, deve-se observar se essa formação vai estar fundamentada na superação da racionalidade técnica (SCHÖN, 1998) e fundamentada em princípios de investigação e reflexão (SCHÖN, 1997), representa o fortalecimento da educação como um todo, pois viabiliza a confiança de que os próprios professores podem desenvolver novas alternativas e competências (NÓVOA, 1992), estando libertos do discurso que não lhes pertence, adquirindo, dessa maneira, autonomia e sua própria voz (BAKHTIN, 1981). E sob a ótica da educação inclusiva, nos deparamos com o ensino de ciências, os quais defenderam para todas as pessoas, independentemente da situação econômica, social, física ou cultural a que elas pertençam.

O docente de matemática depara-se um desafio a ser vencido, necessita estar atualizado com conteúdo a ministrar, deve conhecer as diversas metodologias que serão necessárias para o atendimento do aluno com deficiência principalmente o aluno cego, para que tenha sua prática ampliada com excelência. Tardif (2014) enfatiza que a prática docente não é apenas um objeto de saber das ciências da educação, ela é também uma atividade que mobiliza diversos saberes que são chamados de pedagógicos.

Na concepção de Zuffi, Jacomelli e Palombo (2011), "há um vasto campo em aberto para pesquisas e relatos de experiências que possam também colaborar como material de suporte e trocas para o professor de Matemática, que não é um educador especializado para o ensino desse público, mas que tem o desafio de incluí-lo em suas salas de aula". Trabalhar matemática com discentes cegos traz à tona a necessidade de um profissional acessível e preparado a mudanças, que tenha empenho de desenvolver um trabalho diferenciado e adaptado para esses estudantes.

No Brasil, a Formação de professores, ainda é orientada por um padrão tradicional, que hoje se torna indevido para abastecer as exigências em favor da educação inclusiva. É importante destacarmos que, dentre os cursos de Pedagogia e de Pedagogia com habilitação em Educação Especial, licenciatura em matemática, poucos são aqueles que apresentam disciplinas ou conteúdos voltados para a educação de pessoas com necessidades especiais.

Essa condição de carência no oferecimento de disciplinas e conteúdos vem ocorrendo apesar da exigência de um dispositivo legal pelo § 2.º do artigo 24 do Decreto n.º 3298, de 20 de dezembro de 1999. Ainda temos a favor Além o Decreto, a Portaria n.º 1793/94, que recomenda a inclusão da disciplina *"Aspectos ético-político-educacionais da normalização e integração da pessoa portadora de necessidades especiais"* prioritariamente em todos os cursos de licenciatura.

A matemática com o enfoque inclusivo

A Matemática é um importante instrumento para a humanidade, e, sem ela, o homem não teria tido a capacidade de libertar-se das cavernas, nem condição de tempos depois, inventar o computador e viajar pelo espaço sideral. Portanto, ensinar Matemática é ensinar a viver e capacitar o aluno para se perceber no espaço físico e social.

Essa ciência é percebida como uma forma de compreender e atuar no mundo. O conhecimento gerado nessa área do saber é fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. Esta visão se opõe àquela presente na sociedade e na escola, que considera a Matemática como um corpo de conhecimento imutável e verdadeiro, devendo ser assimilado pelo aluno (BRASIL, 1998).

A docência parte do principio da diversidade, assim como permanece uma necessidade de que esse profissional tenha uma visão individualizada de seus alunos e entendam que existem as especificidades onde temos que garantir a mínima estrutura para esse discente, refletindo que além de ajustar conteúdos para nossos alunos considerados "normais" devemos ressaltar a necessidade e o grande desafio atual que de aceitar, acolher e desenvolver um trabalho significativo com nossos alunos deficientes visuais, procurando adequar a melhor metodologia a esses estudantes.

O ensino da matemática para discentes cegos nos envia a especificidades muito intricadas. A utilização e desenvolvimento de estratégias de ensino necessita, também, levar em consideração as decorrências da cegueira como também as propriedades, especificidades e o funcionamento próprio de cada sentido: tato, olfato, audição, paladar; além de instrumentos e recursos didáticos disponíveis na atualidade, tais como: Sistema Braille, o Soroban para os cálculos matemáticos, livros falados, instrumentos adaptados, tecnologia adaptada, e dos esforços docentes dedicados a uma prática pedagógica reflexiva.

Na perspectiva de Brandão (2013, p.48), "o tato somente explora as superfícies situadas no limite que os braços alcançam [...] diferente da visão que é o sentido útil por excelência para perceber objetos e sua posição espacial a grandes distâncias." O tato permitirá o deficiente visual conhecer propriedades do objeto, como tamanho, peso e forma. Por esse motivo existe a necessidade que as adaptações feitas pelos docentes sejam de elaboradas de forma que sejam satisfatória para ministrar o conteúdo.

Faz-se importante salientar assim que deficientes visuais embora tenham suas especificidades para aprendizagem os mesmo têm condições de participarem das atividades na escola, na família, sociedade em nível de igualdade com os mesmos direitos e deveres com a mesma capacidade dos demais.

Observando a postura de estudantes que participaram de um curso de formação de professores para educação de deficientes visuais. Vislumbramos uma possível discussão a respeito da formação de docentes e do possível despertar para uma prática reflexiva e de adaptação.

A docência e a educação inclusiva: entre o lido e o vivido

A inclusão de alunos com necessidades especiais em nossas escolas passou dos projetos de lei à ser uma realidade, trazendo a necessidade de uma ressignificação sistêmica, conceitual e atitudinal, um novo paradigma para escola, profissionais da educação recebem um grande desafio, que é de receber em suas salas de aula estudantes com deficiência e incluí-los, um dos desafios da educação inclusiva a superação de práticas tradicionais, extraindo as barreiras nos processos de aprendizagem e valorizando a diferença no contexto pedagógico. O aluno deve estar no centro do processo pedagógico, quanto mais diverso forem suas características e manifestações, maiores serão as possibilidades de atitudes e ritmos de aprendizagens, motivações e interesses.

Figueiredo (2002, p. 68) sugere que a "Inclusão é pensar nessa nova escola que atende a todos indistintamente e que pode ser repensada em novas demandas da sociedade atual e das exigências desse novo alunado". Uma escola verdadeiramente inclusiva deverá ser pautada em um ambiente educativo onde todos os estudantes, docentes e gestores encontrem-se inclusos de maneira que todos participem de gestão compartilhada, todos possam elaborar e construírem conhecimento sem que haja distinção.

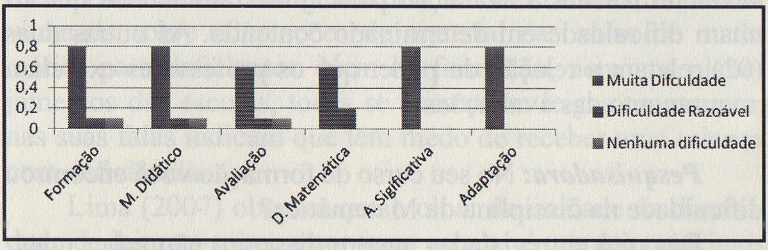
Nossa proposta de estudo foi realizada durante a disciplina metodologia do ensino da matemática de um curso de formação de professores na Área da inclusão em uma instituição particular de Fortaleza. A disciplina tinha como objetivo geral preparar professores para trabalhar a matemática essencialmente o soroban com alunos deficientes visuais. Para uma análise quantitativa, pesquisamos através de (entrevistas) 08 (oito) alunas do curso do curso de formação, onde dessa(s) somente 01 (uma) estava no nível médio, outras 07 (sete) alunas cursavam ou tinham concluído pedagogia na Universidade Vale do Acaraú.

O questionário estruturado abordou as seguintes perguntas: Sua formação inicial favoreceu a sua prática docente? Nas suas aulas de matemática durante a formação teve oportunidade de trabalhar com material concreto? Como foram as avaliações da disciplina durante sua formação, teve dificuldade? No seu curso de formação você encontrou dificuldade na disciplina da Matemática? Na sua formação as disciplinas de matemática favoreceu a adaptação de materiais, conteúdos para atender alunos com deficiência?

Apresentaremos nosso resultado partindo do pressuposto que: A necessidade da aprendizagem se dá por conta da grande diversidade de saberes, do avanço tecnológico, e as mudanças de paradigmas educacionais que não param, nesses casos há de se considerar a prioridade do trabalho pedagógico.

As falas e declarações das professoras na área da matemática foram respondidas de forma razoável, mas de forma geral preocupante a respeito de como esses conteúdos são abordados para esses professores e na qualidade e na apropriação das metodologias para ministrarem aulas de matemática. O gráfico a baixo mostra de forma estatística nosso resultado das entrevistas.

Figura 1: Gráfico com respostas das entrevistadas



Fonte: Dados da Pesquisa.

Análises das respostas

Pesquisadora: Sua formação inicial favoreceu a sua prática docente?

Das oito entrevistadas apenas seis relataram que se sentem preparadas para assumir uma sala de aula e ministrar a matemática, as outras duas tiveram sua fala com insegurança, relatam que não aprenderam o conteúdo e que não acreditam terem didática para ensinar a referida disciplina.

Pesquisadora: Nas suas aulas de matemática durante a formação tinha oportunidade de trabalhar com material concreto?

A maioria das alunas (seis) declaram suas dificuldades em trabalhar com materiais manipuláveis e concretos, por conta de não terem tido uma educação matemática pautadas nesses preceitos; não gostam de matemática, acham difícil, não sabem utilizar material concreto com conteúdos matemáticos. Algumas até enfatizaram que durante sua formação utilizou-se algum material concreto, mas os professores não relacionavam os conteúdos com suas práticas.

Pesquisadora: Como foram as avaliações da disciplina referida durante sua formação, Teve dificuldade?

Das entrevistadas Somente duas alunas do curso de pedagogia tiveram olhar diferenciado sobre e avaliação ressaltando, nas respostas, relataram que seus professores algumas vezes utilizavam a avaliação para ajudar aos alunos que tinham dificuldade em determinado conteúdo. As outras duas (02) relatam a relação do poder que os professores exerciam no momento das avaliações.

Pesquisadora: No seu curso de formação você encontrou dificuldade na disciplina da Matemática?

Das oito entrevistadas, quatro disseram não saber matemática e, por isso, faziam pedagogia por exigir pouca matemática durante o curso. Três alunas relataram que tinham uma razoável dificuldade e uma disse que gostava da disciplina

Pesquisadora: Na sua formação pode se dizer que sua aprendizagem foi significativa em relação à matemática?

Quanto questionadas sobre a aprendizagem significativa todas relataram que até hoje tinham dificuldade de entender as operações matemáticas, fórmulas, cálculos sempre foi difícil administrar esse conteúdo e sentem dificuldade em ensinar até as operações fundamentais, uma relatou que aprendeu e hoje sabe onde aplicar conhecimento.

Em relação a formação docente e a diversidade encontrada em nossas salas de aula.Lima (2007) observa que o olhar de unidade na diversidade de leituras sobre o contexto escolar é um dos principais instrumentos dos saberes pedagógicos da educação contemporânea, pois assim como o próprio o homem que se redescobre em cada etapa de sua existência, também o conhecimento de si e do mundo vai se desdobrando sobre distintas perspectivas, construindo-se e reconstruindo-se numa ação comunicativa dinâmica. Sendo assim, a formação do professor precisa estar pautada na aprendizagem significativa e na aprendizagem contínua, fazendo da educação um momento prazeroso de aprendizagem.

Pesquisadora: Na sua formação as disciplinas de matemática favoreceu a adaptação de materiais, conteúdos para atender alunos com deficiência?

Das oito entrevistas todas sentem muita dificuldade em receber um aluno com deficiência na sala de aula, nenhuma viu nada sobre adaptações de material das aulas de matemática para deficientes. Nem na formação, nem nos planejamentos das escolas, todas se encontram leigas no assunto, nas suas falas indicam que tem medo de receber uma criança com deficiência.

Lima (2007) observa que o olhar de unidade na diversidade de leituras sobre o contexto escolar é um dos principais instrumentos dos saberes pedagógicos da educação contemporânea, pois assim como o próprio o homem que se redescobre em cada etapa de sua existência, também o conhecimento de si e do mundo vai se desdobrando sobre distintas perspectivas, construindo-se e reconstruindo-se numa ação comunicativa dinâmica.

Sendo assim, a formação do professor precisa estar pautada na aprendizagem significativa e na aprendizagem contínua, fazendo da educação um momento prazeroso de aprendizagem. Fornecendo a oportunidade dos nossos docentes obterem informações suficientes para adquirirem condições de atenderem em suas salas de aula a diversidade que hoje recebemos na escola.

Considerações

Trabalhar com a matemática é considerado por muitos docentes uma prática difícil, e trabalhar com matemática adaptada para deficientes visuais, torna-se uma tarefa árdua e complicada, trouxemos nesse trabalho a importância de um olhar diferenciado para a formação docente que ainda passa por questões que necessitam uma maior reflexão desde a construção da identidade do docente as práticas e metodologias utilizadas para "repassar" conteúdos aos seus alunos. O que sabemos é que ainda hoje achamos em nossas escolas professores apenas "repassadores" de conteúdos e esse é um dos grandes gargalhos da educação.

A mudança de postura do professor ainda traz questões a ser trabalhada, a palavra mudança esta atrelada a uma metamorfose que muitos profissionais temem passar por essa situação sabe que a resistência de muitos docentes pode causar certo distanciamento no que diz respeito à aceitação de uma nova prática didática, fazendo com que muitas vezes venham sabotar um trabalho que se todos tivessem boa vontade, o resultado seria satisfatório.

Nossa proposta e que ao deixarmos velhos conceitos e aceitarmos investir no NOVO seja no ensino da matemática, ciências, história, língua portuguesa enfim a essa mudança trará para nossa prática a certeza que vale a pena investir, mudar, enfrentar obstáculos.

Temos a consciência das dificuldades que nós docentes encontramos em nossas escolas para atendermos as crianças com deficiência, por inúmeros motivos, falta de conhecimento na área, falta de recursos pedagógicos adaptados, por discriminação, preconceito enfim tantos impedimentos que muitas vezes acreditamos que não conseguiremos cumprir nossa missão de educadores. Contudo acreditamos que ao promover e dinamizam a prática docente, favorecemos uma educação pautada na elaboração e construção de um conhecimento significativo.

As considerações feitas como resultados das nossas entrevistadas nos apresentou um panorama do que ainda encontramos no meio educacional, docentes com verdadeira aversão a matemática, que estão ou irão lecionar em sala de ensino fundamental com crianças com e/ou sem deficiência que adentrarão no mundo dos números, dos gráficos, das operações e problemas. E que não sabem o que ensinar? Como ensinar? Para que ensinar matemática? Produzindo assim pessoas inseguras e sem saberem por que tiveram que aprender aqueles conteúdos.

REFERÊNCIAS

BAKHTIN, M. M. The dialogic imagination. Austin: University of Texas Press, 1981.

BRANDÃO, J. C **Matemática e deficiência visual**. São Paulo: Scortecci, 2006.

______ **Matemática e deficiência visual.** Tese. Fortaleza: UFC, 2009.

D'AMBROSIO. U. **Educação Matemática: Da teoria à prática.** Campinas – SP: Papirus, 2009.

D'AMBROSIO. U. **Educação Matemática: Da teoria à prática.** Campinas – SP: Papirus, 2009.

DIRETRIZES NACIONAIS PARA A EDUCAÇÃO ESPECIAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA. <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/diretrizes.pdf>. 2001.

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES / organizado por Andrea Tereza Brito Ferreira, Eliana Borges Correia de Albuquerque, Telma Ferraz Leal. — 1 ed., 2 reimp. — Belo Horizonte: Autêntica, 2007. MEC.

FIGUEIREDO, R.V. Políticas de Inclusão: escola-gestão de aprendizagem na diversidade. In: ROSA, D. E.G; SOUZA, V. C. (Org). **Políticas organizativas e curriculares, educação inclusiva e formação de professores**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002. P. 67-78.

LIRA, A. K., BRANDÃO, J. C. Deficiência Visual e o Ensino de Geometria. En: **Anais Encontro Nacional de Educação Matemática:** Educação Matemática Cultura e Diversidade, 10, Ilhéus, BA. 2010.

LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática**. Rio de Janeiro: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de professores).

MAGALHÃES, E. B. **Vivências e convivências coma deficiência visual: relatos e práticas de profissionais/** [organizador] Jorge Brandão São Paulo. Scortecci, 2011.

______________ **A Sequência Fedathi na Deficiência Visual.** Mestrado em Ensino da Matemática/Universidade Federal do Ceará, 2015.

MANTOAN, M. T. E. O direito de ser, sendo diferente, na escola. In: **Inclusão e Educação:** doze olhares sobre a educação inclusiva. David Rodrigues (org.). São Paulo, 2006. p. 184-2007

NÓVOA, A. Formação de professores e prática docente. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e sua formação.** 3. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 93-114.

PACHECO, J. A. e FLORES, M A. **Formação e avaliação de professores**. Porto Editora, 1995.

SCHÖN, D. A. **El profesional reflexivo**: como piensan los profesionales cuando actúan. Barcelona: Paidós, 1998.

______. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e sua formação.** Lisboa: Dom Quixote, 1997. p. 79-81.

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino:** contribuições da teoria da atividade. Araraquara: Junqueira & Marin, 2003.

______. **Aprendizagem conceitual e organização de ensino:** contribuições da teoria da atividade. Araraquara: JM Editora, 2004.

TARDIF, M. **Saberes Docente e Formação Profissional**, Petrópolis. RJ: Vozes, 2014.

TIBALLI, E. F. A. Estratégias de inclusão frente à diversidade social e cultural na escola. In: LISITA, V. M. S. S.; SOUSA, L. F. E. C. P. (Orgs.). **Políticas educacionais, práticas escolares e alternativas de inclusão escolar**. Rio de Janeiro: DP&A, 2003. p. 195-208.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

______. **Fundamentos de defectologia**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1989.

ZUFFI, E. M. JACOMELLI, C. V.. PALOMBO, R. D. Pesquisas sobre a inclusão de alunos com necessidades especiais no Brasil e a aprendizagem em Matemática. En **Conferência Interamericana de Educação Matemática**, 8, Recife, PE. 2011.

PRÁTICAS NO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA NA INSERÇÃO DA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

Joelma Nogueira dos Santos
Ana Carolina Costa Pereira
Eugeniano Brito Martins

Introdução

No decorrer da formação inicial e continuada do professor de matemática muitas teorias, conceitos, metodologias e recursos são apresentados como forma de ampliar o conhecimento e direcioná-los a uma aplicação em sala de aula.

Apesar do grande número de recurso e metodologias disponíveis para o ensino da matemática (jogos, modelagem matemática, resolução de problemas, etnomatemática, história da matemática e as tecnologias da informação) que são fornecidas ao professor de matemática, poucas são vislumbradas por ele como uma junção da teoria com a prática. E muitos não sabem ou tentam novas maneiras de como trabalhar uma matemática mais voltada para o cotidiano sem descaracterizá-la de seus aspectos científicos. Santos (2013, p. 13) ressalta que:

> Dentro do contexto do ensino e da aprendizagem, a matemática foi e ainda é discutida. Concepções sobre o que ensinar, quando ensinar e como ensinar, estão presentes no dia a dia da escola. Professores sempre buscam novas metodologias de trabalho para melhor aplicar os conceitos em sala de aula, questionam sua prática pedagógica e levam para a realidade do aluno atividades de ensino que buscam a continuação da aquisição de conhecimentos e uma maior abrangência no domínio da matemática no cotidiano desse aluno. Diante desse fato, precisamos destacar a relevância que há na conexão entre a matemática

escolar e a matemática cotidiana sem desconsiderar os aspectos epistemológicos envolvidos.

Dentre as disciplinas que promovem essa relação, uma delas possibilita trabalhar com conceitos estudados em disciplinas consideradas "teóricas" transpondo para confecção de recursos didáticos para o uso na sala de aula: laboratório de Matemática.

O Laboratório de Matemática e Ensino (LME), na formação inicial de professores é um local onde se realizam experiências com materiais didáticos, ocorrendo transformações não só acadêmicas, mas também na conduta como futuro profissional. Para a estruturação de um LME é necessário um espaço físico para realizar atividades que favoreçam experimentação utilizando aparatos educacionais, como jogos, recursos tecnológicos (calculadoras, computadores, etc.) e materiais manipulativos. Segundo Lorenzato (2006, p. 6) o LME

> [...] poderia ser um local para guardar materiais essenciais, tornando-os acessíveis para as aulas; nesse caso, é um deposito/arquivo de instrumentos, tais como: livros, materiais manipuláveis, transparências, filmes, entre outros, inclusive matérias-primas e instrumentos para confeccionar materiais didáticos. Ampliando essa concepção de LEM[11], ele é um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para os professores de matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, avaliações, entre outras, discutirem seus projetos, tendências e inovações; um local para criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica.

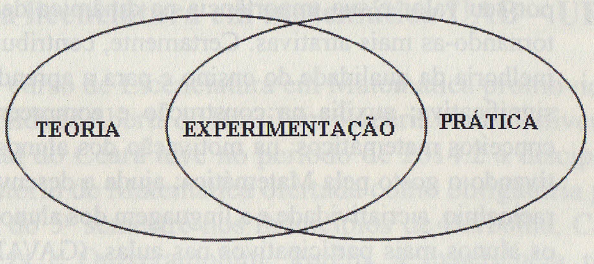
Percebemos que Lorenzato (2006) define várias atuações do Laboratório de Matemática e Ensino não restringindo

11 O autor se refere ao Laboratório de Ensino de Matemática (LORENZATO, 2006).

apenas como um lugar de realizar experimentação. Turrioni (2004), a partir do trabalho de Oliveira (1983), descreve os objetivos do laboratório de ensino da Matemática, quais sejam: desenvolver no licenciando a atitude de indagação; buscar o conhecimento; aprender a aprender; aprender a cooperar; e desenvolver a consciência crítica.; além de criar "situações e condições para levantar problemas, elaborar hipótese, analisar resultados e propor novas situações ou soluções para questões detectadas, provocando, assim, mudanças significativas na formação do professor de matemática (TURRIONI; PEREZ, 2006, p. 59).

O LME na formação inicial do professor de matemática atual contribui para o desenvolvimento profissional do licenciando introduzindo-o em atividades de pesquisa, discussões, o desenvolvimento de novos conhecimentos, renovação de métodos e técnicas, trabalho em grupo, estudo da teoria simultaneamente com a prática, enfim, ele permite uma complementação acadêmica promovendo mudanças significativa na sua prática em sala de aula. Corroborando com essa ideia, Turrioni e Perez (2006, p. 63) intensifica mais ainda a atuação do LME como um lugar de pesquisa justificando que: "[...] é com a participação do licenciando em um ambiente de pesquisa que se poderá promover alguma mudança significativa nessa área".

Figura 01 – Concepção do LME



Fonte: Elaborado pelos autores.

Outro ponto que é discutido são as desvantagens do LME. Pereira e Vasconcelos (2014) tratam alguns pontos que podem interferir nessa utilização, alertando aos docentes uma possível deficiência, por exemplo, o LME exige recursos materiais que muitas vezes as escolas não oferecem; não pode ser aplicado a todos os pontos do programa; exige grande habilidade, entusiasmo e dedicação do professor; pode levar o aluno a aceitar, como rigorosas, certas "demonstrações" experimentais grosseiras; acreditamos que o método de ensino de Matemática utilizando o laboratório pode oferecer várias vantagens. Dentre elas, podemos destacar: tornar o ensino vivo, eficiente e agradável; facilitar a tarefa do professor, no que se refere à compreensão do aluno; levar o aluno a fazer observações, descobertas, "demonstrações"; permite ao aluno visualizar certos resultados, auxiliando-os numa posterior abstração.

Dentre os recursos que podem ser estudados e utilizados no LME na formação inicial de professores são os materiais concretos ou materiais manipulativos que podem ser uteis nas relações conceituais de elevado grau de abstração. Muitos materiais podem ser confeccionados pelos alunos e professores utilizando recurso de fácil acesso e de baixo custo, tais como, caixas, cartolinas, tampas, palitos, etc, outros já foram confeccionados para uma determinado fim especifico conceitual matemática: *cuisenaire*, os blocos lógicos, os diversos tipos de ábacos, o material dourado, geoplano, tangram, a torre de *Hanoi* etc. Entretanto,

> O uso dos materiais concretos é justificado, sobretudo, por seu valor e sua importância na dinâmica das aulas, tornando-as mais atrativas. Certamente, contribui para a melhoria da qualidade do ensino e para a aprendizagem significativa; auxilia na construção e compreensão de conceitos matemáticos; na motivação dos alunos incentivando o gosto pela Matemática; ajuda a desenvolver o raciocínio, a criatividade e a linguagem dos alunos; torna os alunos mais participativos nas aulas. (GAVANSKI e LIMA, 2010, p, 106)

A maioria desses materiais é encontrada nas escolas públicas do Brasil, porém fica esquecida porque boa parte dos professores que ensinam matemática não sabe utilizá-los. Uma solução para esse problema é investir na formação inicial de professores nos cursos de Licenciaturas em Matemática por meio da disciplina de Laboratório Matemática e Ensino e em cursos de formação continuada específica para professores já licenciados que não tiveram a oportunidade de passar por essas experiências.

Ressaltamos ainda que existe uma necessidade de confecção de materiais concretos para conteúdos dos anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior. Poucos são aqueles que objetivam para uma prática nesses segmentos justamente pelo fato de não saberem como, por que e nem quando utilizar o material didático mesmo com as discussões sobre essa temática acontecendo há algum tempo. Nessa perspectiva, entendemos que tentar trabalhar o LME como uma metodologia de ensino é uma maneira que pode possibilitar um ensino inovador e eficaz

Dessa forma, esse artigo é uma contribuição atuando na formação inicial de professores de matemática, com diferencial, no ensino a distância, sobre a disciplina de Laboratório de Matemática da UECE/UAB, tomando como exemplo experiências desenvolvidas no Laboratório de Matemática e Ensino da UECE, itinerante.

Conhecendo a disciplina de laboratório de matemática na licenciatura em matemática UAB – UECE

O curso de Licenciatura em Matemática promovido pela Universidade Aberta do Brasil em parceria com a Universidade Estadual do Ceará teve no período de 2014.2 a disciplina de Laboratório de Matemática ofertada como obrigatória para os alunos do 5º semestre nos municípios de Barbalha, Caucaia, Fortaleza e Quixeramobim. Porém, a experiência relatada ocorreu com a turma do polo de Quixeramobim. Sua proposta curricular está estruturada nos seguintes eixos: Núcleo de Formação Matemática, Núcleo de Formação Pedagógica, Núcleo de Formação Geral e Trabalho de Conclusão de curso.

A disciplina de Laboratório de Matemática (LM) compõe o Núcleo de Formação Matemática no bloco de Formação Complementar. Possui apenas dois créditos, é ofertada com carga horária de 34 horas aulas e tem como pré-requisito a Matemática Elementar I, a Geometria Euclidiana Plana e a Geometria Euclidiana Espacial[12], fundamentais para subsidiar os conteúdos discutidos no curso visto que a ementa propõe trabalhar com práticas relacionadas à matemática escolar do ensino fundamental e médio (UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ, 2011b).

Dentre os resultados esperados com a disciplina, a LM busca capacitar o licenciando para uma possível reflexão sobre a natureza do conhecimento matemático; perceber o LME como um ambiente propício ao ensino e à aprendizagem da matemática; produzir materiais didáticos e roteiros de aulas práticas; fundamentar o conhecimento matemático por meio de demonstrações e verificações; compreender a importância da utilização do material didático nas experiências investigativas do LME, sendo estes manipuláveis ou não. Esses objetivos podem refletir na prática da seguinte forma:

> A partir da escolha e adequação de um tema relacionado ao conteúdo da disciplina, elaborar/confeccionar um produto de uso pedagógico para as séries terminais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio, que pode ser de natureza teórica ou prática como, por exemplo: minicursos, roteiros de experimentos, jogos educativos, seleção de textos de divulgação científica, animações, simulações e jogos para internet, produção ou seleção de vídeos educativos, oficinas temáticas, etc. (UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ, 2011a, p. 65).

Nessa perspectiva o aluno UAB teve a oportunidade de estudar a matemática como um sistema formal, percebendo suas regularidades, trabalhando com algoritmos e analisando teoremas ao mesmo tempo buscando estratégias para

12 Disciplinas que compõem o Núcleo de Formação Matemática do Bloco de Formação Básica.

transformar, a partir da visão de Chevallard, Bosh e Gáscon (2001), determinados conteúdos que são objetos a ensinar para objetos de ensino. Os assuntos explorados se deslocam entre os blocos de conteúdos do Ensino Fundamental (números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma, tratamento de informação) e os blocos de conteúdos do Ensino Médio (números e operações, funções, geometria, análise de dados e probabilidade).

Apresentando uma proposta de trabalho

Na UAB-UECE a disciplina de Laboratório de Matemática contempla mais de um momento de interação. Além dos encontros presenciais os fóruns são essenciais para acompanhar o desenvolvimento dos alunos assim como analisar o nível de compreensão de cada um.

A disciplina exigiu 02 (dois) encontros presenciais, um no início e outro no final. No primeiro encontro foi desenvolvida uma breve análise histórica da matemática e seu desenvolvimento como ciência. Assuntos como sistemas de numeração, teoremas, demonstrações, linguagem simbólica, o raciocínio dedutivo e indutivo foram apresentados e discutidos com os alunos. Esse primeiro momento foi necessário para que os futuros professores entendessem a matemática como ciência abstrata e não concreta, porém, aberta a discussões no intuito de obter subsídios para a sua compreensão.

Ainda no primeiro encontro a importância do laboratório de matemática foi questionada. Até que ponto é importante para a formação inicial do professor e também para a escola de Educação Básica. Essa discussão foi realizada mesmo antes dos alunos produzirem os materiais didáticos ou terem contato com os textos para aprofundarem o assunto. A ideia foi analisarmos o antes e o depois da vivência da disciplina. Com isso os alunos tiveram a oportunidade de analisar o tema 'Laboratório de Matemática' tanto na perspectiva do ensino como da aprendizagem.

Como no final da disciplina os alunos precisariam apresentar uma proposta de aula prática, a elaboração de roteiros de experiências também foi explorada nesse encontro assim como os conteúdos que seriam trabalhados e que material didático poderia ser desenvolvido. Após os alunos serem distribuídos em duplas, de imediato foi possível observar que as ideias giraram em torno de algumas dúvidas: levariam material já produzido comercialmente ou confeccionariam o mesmo? Caso fossem confeccionar, o que deveriam produzir e como seria? Como o livro didático poderia contribuir para a produção dos roteiros e do material que deveria ser apresentado? Esse momento foi de grande relevância para o desenvolvimento da disciplina, pois todos ficaram envolvidos na organização, deliberação de funções assim como nas especificações de algumas ações.

No segundo encontro a proposta apresentada foi uma análise de texto a partir da visão de Lopes e Araújo (2007) que discorre sobre as implicações do laboratório de matemática na formação do professor. Novamente, porém, dessa vez baseadas no texto, questões como por que a disciplina é importante para a formação inicial dos licenciandos; a importância do LME como um ambiente de aprendizagem da matemática na escola de Educação Básica; como o LME pode ser construído e quem participa; qual o perfil do professor para trabalhar no LME, qual a importância do material didático e quais as dificuldades/obstáculos que podem ser encontrados pelo professor do LME em sua prática docente foram mais uma vez instigadas. Ressaltamos aqui, que consideramos esses pontos fundamentais para uma reflexão sobre o laboratório de matemática, por esta razão enfatizamos também essas perguntas nos fóruns.

Os objetos virtuais de aprendizagem foram explorados como outra vertente de trabalho desenvolvido no Laboratório.

Discutindo os fóruns e as ações que exploram o pensamento do futuro professor

A participação dos alunos nos fóruns possibilitou uma análise mais detalhada de algumas discussões que surgiram durante os encontros presenciais e das atividades que os alunos enviaram ao ambiente virtual.

A primeira questão levantada nos fóruns foi em relação ao parecer CNE/CES nº 1.302/2001 sobre a formação do professor de matemática. O documento oficial traz algumas competências que o mesmo precisa desenvolver, dentre elas destacamos a análise, seleção e produção de material didático e o desenvolvimento de estratégias de ensino que promovam alunos mais criativos, autônomos e flexíveis no que se refere ao pensamento matemático. A relevância dessa questão levantada foi claramente percebida nas respostas dos licenciandos em relação ao uso do laboratório de matemática e as competências apontadas no parecer acima mencionado. Os alunos tiveram nomes fictícios para que suas identidades fossem preservadas.

Aluna alfa – o professor precisa entender que o conhecimento matemático deve estar acessível a todos e o laboratório possibilita isso.

Aluna beta – o laboratório de matemática é um forte aliado do professor. Ele pode desenvolver materiais que tornam a aula mais dinâmica auxiliando o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Aluno gama – o laboratório pode mostrar ao aluno o mundo da matemática de forma diferente, com situações e experiências que facilitem a compreensão do conteúdo.

Outra questão explorada foi sobre o material concreto no ensino de geometria. Os alunos responderam sobre suas percepções na contribuição do uso desses materiais na aprendizagem dos alunos da escola da Educação Básica.

Aluna delta – usar material concreto nas aulas de geometria é desejo de todo professor que intenciona aulas mais dinâmicas para que o aluno participe delas e não seja apenas um expectador como há tempo acontece.

Aluno épsilon[13] – tornar aulas mais fáceis para o aluno exige muito trabalho de nós professores, o uso de material concreto é um exemplo, mas pode render uma boa aprendizagem como também uma análise de nossa prática.

13 O aluno épsilon já é professor de matemática da escola pública da Educação Básica

Aluna dzeta – trabalhar com o material concreto permite que o aluno atue com mais liberdade, trabalhando de forma colaborativa e construindo seu conhecimento matemático.

Aluno eta – o material concreto é importante para o aluno compreender como utilizar as formas geométricas no cotidiano, utilizando formas concretas o aluno entende o assunto.

No terceiro fórum instigamos a ideia e a importância do material didático. Embora os alunos já tenham sido questionados sobre o material concreto no segundo fórum, trazemos essa discussão sobre recursos didáticos gerais, manipuláveis ou não, flexíveis ou não. Questionamos na visão dos futuros professores a relevância desses recursos na promoção da aprendizagem da matemática.

Aluna delta – em minha opinião são objetos que motivam o aluno e auxiliam na aprendizagem.

Aluno eta – o material didático é um apoio para o trabalho do professor. Além disso, pode auxiliar o aluno em alguma atividade ou dúvida que venha a surgir relacionada ao conteúdo.

Aluna alfa – o professor deve entender que o recurso didático funciona como um mediador entre ele, o aluno e o saber. Para isso é importante entender qual objetivo o professor quer atingir com o uso de um determinado recurso.

Aluno épsilon – o material didático auxilia o professor em sala de aula, desde instrumentos essenciais como o quadro branco, os pincéis, o livro didático até os complementares como vídeo aula, sólidos geométricos em acrílicos, computadores e outros.

Aluna dzeta – é importante que o professor utilize o material didático adequado para o conteúdo que vai ensinar. De nada vale o um material rico e sofisticado se não for empregado de forma adequada à situação de aprendizagem e ao seu objetivo.

Os fóruns ocorreram ao longo do semestre paralelamente ao período em que os alunos deveriam resolver as atividades propostas pelo ambiente virtual, porém nos encontros presenciais mais ideias eram colocadas em discussão. Baseadas em Lorenzato (2010), trabalhamos ainda as seguintes perguntas:

a) por que a disciplina de Laboratório de Matemática é importante no curso de formação inicial de professores de matemática? *porque vai ajudar o professor a trabalhar melhor os conceitos; porque o futuro professor vai aprimorar seus conhecimentos matemáticos e melhorar sua metodologia; porque o professor pode ensinar com o auxílio das aulas práticas; porque incentiva e valoriza pequenas descobertas dos alunos; porque dá um sentido ao conteúdo trabalhado.*

b) como interpretar a ideia de Lorenzato (2006, p. 6,7) sobre o "LEM ser o centro da vida matemática escolar"? *Relaciona a teoria com a prática; possibilita uma aprendizagem mais significativa; é uma fonte riquíssima que precisa ser explorada para o desenvolvimento da matemática escolar; torna a matemática mais palpável para o aluno.*

c) qual a relevância do LME para a escola de Educação Básica? *É um ambiente facilitador da aprendizagem da matemática, pois não só favorece a construção do conhecimento como também amplia os horizontes do ensino; por meio do laboratório o aluno pode criar gosto pela matemática; relaciona a matemática da escola com a matemática do cotidiano; nesse espaço o trabalho do professor está envolvido com o trabalho do aluno tornando a aprendizagem um processo mais dinâmico e eficaz.*

d) como pode ser construído e que estrutura você acha que o LME deve ter? *Precisa ter material concreto acessível ao aluno; deve ser uma sala reservada para as atividades práticas do ensino de matemática e materiais adequados como bancadas, jogos, computadores, projetores, e outros materiais manipulativos e também recicláveis; em sua construção a gestão juntamente com os professores e alunos poderão participar apoiando a ideia da existência do LME na escola.*

e) qual o perfil do professor para trabalhar no LME? *O professor deve ser motivador, criativo, estar atualizado nas novas metodologias de trabalho; ter domínio do conhecimento matemático como também dos recursos didáticos; estar disposto a trabalhar.*

f) quais as dificuldades e os obstáculos que podem ser encontrados pelo professor no LME? *Escolas sem recursos didáticos e financeiros; a falta de apoio da gestão e dos colegas professores da mesma disciplina ou de outras; falta de políticas educacionais para subsidiar o trabalho do professor no LME oriundas da Secretaria de Educação.*

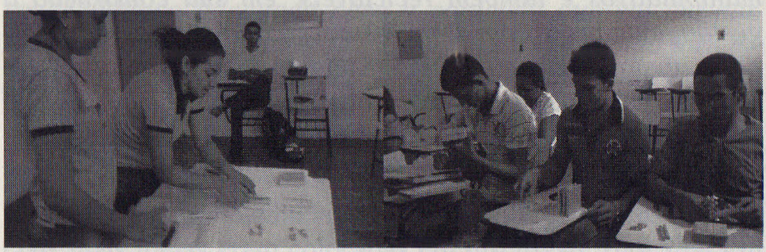
Os seminários

As discussões realizadas nos fóruns e nos encontros presenciais serviram de suporte para a realização dos seminários. A disciplina de Laboratório de Matemática ocorre no 5º semestre e paralelamente a ela os alunos cursam as disciplinas de Prática de Ensino de Matemática I e Estágio Supervisionado no Ensino Fundamental, o que facilitou na escolha dos assuntos. As orientações para os seminários consistiram em desenvolver, a partir de um conteúdo escolhido, um material didático e com ele um instrumental no qual deveria conter o assunto explorado, a descrição do material didático, uma análise conceitual do material, as competências e habilidades que potencialmente podem ser contempladas com o recurso e o funcionamento do mesmo. Os assuntos trabalhados nos seminários abrangeram dois blocos de conteúdos números e operações e grandezas e medidas.

1. Números e operações

1.1 material dourado

Figura 02 - Alunas dzeta e delta apresentando o material dourado e interagindo com a turma



Fonte: Elaborado pelos autores.

1.2 ábaco aberto e ábaco fechado

Figura 03 – alunos gama e sigma apresentando o ábaco aberto e o ábaco fechado

Fonte: Elaborado pelos autores.

1.3 frações

Figura 04 – alunas iota e sigma apresentando o material para trabalhar frações

Fonte: Elaborado pelos autores.

2. Grandezas e medidas

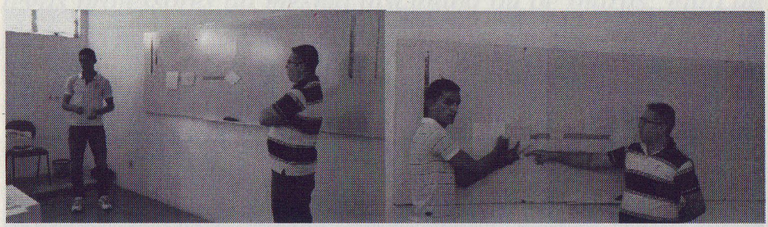
2.1 teorema de Pitágoras

Figura 05 – aluna alfa e capa demonstrando o teorema de Pitágoras geometricamente

Fonte: Elaborado pelos autores.

2.2 áreas de figuras planas

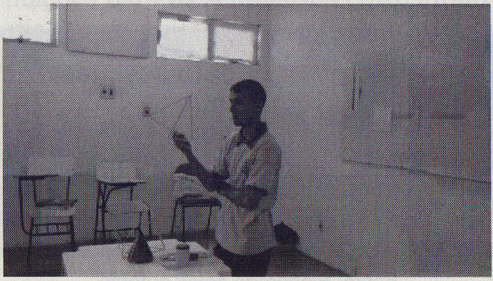
Figura 06 – alunos épsilon e teta apresentando material para áreas de figuras planas



Fonte: Elaborado pelos autores.

2.3 Sólidos geométricos

Figura 07 – aluno eta diferenciando sólidos de revolução de poliedros



Fonte: Elaborado pelos autores.

Considerações finais

A formação inicial e continuada do professor de matemática tem trabalhado com maneiras diferentes e inovadoras voltadas para o ensino. Porém, ainda percebemos uma distância considerável entre a teoria e a prática. E de acordo com alguns estudiosos apresentados nesse artigo, um dos caminhos que facilitam a aprendizagem da matemática é o laboratório e com essa pesquisa constatamos que este espaço é propício para trabalhar a teoria na prática. Nessa perspectiva, apresentamos o LME como uma metodologia de ensino que favorece o processo de ensino para a aprendizagem da matemática.

A experiência apresentada mostrou que a disciplina de Laboratório de Matemática (LM) é de fundamental importância para a formação inicial do professor. Partindo da ideia que a matemática da Educação Básica está voltada para o cotidiano e a escola é um dos espaços onde ocorrem sua produção e reprodução, observamos o quanto o licenciando consegue dialogar com o ensino fundamentando o conhecimento matemático escolar por meio de práticas investigativas e exploratórias que promovem ao aluno a descoberta do saber trabalhado em sala de aula.

A estrutura EAD foi suficiente para que as discussões ocorressem. Os fóruns e e-mails foram essenciais para a promoção dessas discussões. Neles, os futuros professores puderam observar a teoria e discutir a importância do laboratório nas aulas de matemática, qual perfil precisam ter para trabalhar nesse ambiente de aprendizagem e quais obstáculos e dificuldades o professor enfrenta quando decide trabalhar com o laboratório. Já nos seminários as discussões giraram em torno do material adequado para um conteúdo, dos erros conceituais que podem ser evitados e como o aluno pode aproveitar melhor a aula prática.

Os documentos oficiais que regulamentam a formação inicial do professor de matemática e que foram explorados nesse trabalho estabelecem um perfil diferenciado para esse profissional, pois o mesmo deverá ser capaz de analisar, selecionar e produzir material didático assim como desenvolver meios para que o aluno compreenda melhor o conteúdo. E mesmo com uma carga horária de 34 horas-aulas foi possível estruturar as práticas com roteiros e apresentação de material didático manipulável trabalhando dessa forma as competências do professor exigidas pela legislação. A questão mostrada aqui é uma prova de que ainda é possível produzir muita matemática na escola tornando-a mais palpável ao aluno sem desconsiderar seu valor como um sistema formal cheio de regularidades.

REFERÊNCIAS

CHEVALLARD, Y.; BOSH, M.; GÁSCON, J. **Estudar matemáticas:** o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

GAVANSKI, D.; LIMA, R. V.. Materiais concretos no ensino e na aprendizagem da matemática: reflexões e proposições. In: BURAK, D.; PACHECO, E. R.; KLÜBER, T. E. (Org.). **Educação Matemática:** reflexões e ações. Curitiba: CRV, 2010. p. 101-120.

LOPES, J. A.; ARAÚJO, E. A. O laboratório de ensino de matemática: implicações na formação de professores. **Zetetiké.** Campinas: CEMPEM, v. 15, n. 27, p. 57-69. 2007.

LORENZATO, S. A. Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sergio Apparecido (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-37. (Coleção formação de professores).

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática:** As razões de sua necessidade. Curitiba, PR. 1983. Dissertação de Mestrado, UFPR.

PEREIRA, A. C. C.; VASCONCELOS, C. B. Construindo uma proposta pedagógica por meio de materiais manipulativos: apresentando a fatoração algébrica estudada no LABMATEN/UECE. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa (Org.). **Educação Matemática no Ceará:** os caminhos trilhados e as perspectivas. Fortaleza: Premius, 2014. p. 28-39.

SANTOS, J. N. **A construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do ensino fundamental:** uma análise conceitual. Dissertação

(Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, Sergio Apparecido (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006. p. 57-76. (Coleção formação de professores).

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação Matemática na formação inicial de professores.** 2004, 175f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ. **Planos de disciplinas**. Fortaleza, 2011a.

______. **Projeto Pedagógico do Curso Graduação em Matemática Licenciatura a Distância**. Fortaleza, 2011b.

ASPECTOS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICOS ACERCA DA GEOMETRIA ESCOLAR

Francisco Alves Bezerra Neto
Maria Gilvanise de Oliveira Pontes
Mércia de Oliveira Pontes

Introdução

Tendo como ponto de largada um sobrevoo sobre a Matemática escolar, destacamos o ensino da Geometria Euclidiana a partir da última metade do Século XVIII, a relação estabelecida entre a Geometria escolar e o avanço da industrialização do Brasil e a relevância da Geometria na educação formal. Colocamos, pois, em relevo uma abordagem dos processos de ensino e de aprendizagem da Geometria sob uma visão histórico-epistemológica.

O Ensino de Matemática: uma breve retrospectiva

Não sendo nossa pretensão analisar com profundidade a contribuição que o ensino de Geometria pode dar à formação do aluno – dependendo, obviamente, do modo que é trabalhada –, e sim fazer um estudo, em grandes linhas, do desenvolvimento do ensino da Matemática e, em particular, o da Geometria, levando em conta as mudanças, que se efetivaram na sociedade e na Educação nos Séculos XIX e XX.

Ao nos debruçarmos sobre a História da Matemática no derradeiro século da Idade Moderna, evidenciamos que, tanto para o desenvolvimento da Matemática quanto para o seu ensino é de extrema importância a criação, na segunda metade do Século XVIII, das escolas e academias militares e a fundação da Escola Politécnica de Paris.

Em decorrência da Revolução Industrial, são estabelecidas excelentes condições para o desenvolvimento da Matemática na parte continental europeia, sendo de suma importância, sabermos que esta revolução teve como valiosos antecedentes a Revolução Francesa e o período napoleônico. É na França e na Alemanha – países em que a ruptura com o Antigo Regime e a preparação para a nova estrutura capitalista foi mais intensa – que são constatados os maiores progressos no âmbito da Matemática.

De acordo com Pavanello (1989), neste período de ebulição cresce o interesse pelos conhecimentos científicos e tecnológicos. Isto acarreta críticas e discussões acerca da reformulação e modernização das instituições de ensino superior, com destaque nos planos de estudos das várias vertentes da Matemática. Contudo, nas escolas preparatórias, frequentadas pela elite, o ensino de Matemática goza de pouquíssimo prestígio, muitas vezes nem mesmo sendo ofertado, restando aos interessados em estudos matemáticos recorrerem, via de regra, a aulas particulares.

O ensino de Matemática nessas escolas é introduzido somente no início do Século XIX. Segundo Pavanello (1989), igualmente as todas as disciplinas escolares, a Geometria é trabalhada em uma perspectiva inteiramente abstrata, sendo ensinada com base nos textos de Euclides.

No que concerne à classe proletária – gerada pela ascensão do modo de produção capitalista que efetivou a substituição dos ofícios pela implantação do sistema fabril –, até o final do Século XIX somente tinha acesso, grosso modo, à escola elementar. Nela, em termos de Matemática, eram ensinados somente os processos aritméticos (aprendizado das quatro operações fundamentais).

Em relação ao estudo de Geometria, o que é observado: nas escolas para a elite é dada ênfase aos processos dedutivos, oportunizando o desenvolvimento do raciocínio lógico. Já nas escolas para as classes mais desfavorecidas, os princípios geométricos são vinculados às questões práticas ligadas ao trabalho. Como já mencionamos, este quadro não sofre nenhuma alteração substancial, durante todo o Século XIX. Mas, motivada pelo desenvolvimento da indústria, emerge uma demanda por uma melhoria na educação técnico-científica "[...] o que implica numa maior ênfase em relação ao ensino de Matemática, dado que esta, sob a então crescente influência do positivismo, é vista cada vez mais como uma ferramenta para as outras ciências" (PAVANELLO, 1989, p. 88).

Próximo ao final do Século XIX, temos o surgimento de tendências pedagógicas que lançam críticas à escola e à educação tradicionais. Tais tendências recebem a denominação de Escola Nova cuja pedagogia tem como cerne "[...] o conhecimento da psicologia infantil e da psicologia da idade evolutiva, tanto da criança individual como da infância e da adolescência em geral, como idade que tem em si suas leis e sua razão de ser" (MANACORDA, 2006, p. 305).

Apesar de as ideias da "educação nova" terem dado relevo à importância da mudança nas metodologias aplicadas ao ensino, provocaram pequena alteração no que tange ao ensino de Matemática e, em particular, ao da Geometria.

O período de escolarização obrigatória tem sua duração aumentada, a partir do Século XX, nos países em que os avanços tecnológicos demandam uma melhor preparação de crianças e de jovens para sua futura inserção no mercado de trabalho. Notadamente, posteriormente à Segunda Guerra Mundial em uma grande parcela de países, o ensino secundário gratuito já é uma realidade, emergindo daí a necessidade de expansão do ensino superior.

Questionamentos acerca do ensino de Matemática são verificados ao longo das últimas décadas. Todavia, no início dos anos 1950, as críticas ao ensino de Matemática tornam-se mais contundentes.

> Concordava-se geralmente no princípio da década de 1950 e mesmo antes dessa data que o ensino de matemática malograra. As notas dos estudantes em matemática

> eram muito mais baixas que em outras matérias. A aversão e até mesmo o pavor do estudante pela matemática eram generalizadas. Adultos instruídos quase nada retinham da matéria que lhes fora ensinada [...]. De fato, essas pessoas não hesitavam dizer que nada obtiveram de seus cursos de matemática (KLINE, 1976, p. 32).

Muitos grupos estadunidenses – cabendo o pioneirismo à Comissão de Matemática Escolar da Universidade de Illinois, grupo formado em 1952 – dedicaram-se, no transcurso dos anos 1950 à criação de novos currículos de Matemática (tanto para a escola secundária quanto para a escola elementar).

Um ponto basilar da reforma curricular é a substituição de conteúdos tradicionais (desenvolvidos antes do Século XVIII) por tópicos pertencentes aos novos campos da Matemática (Álgebra Abstrata e Topologia, por exemplo). "A ênfase no novo (conteúdo e abordagem) faz com o movimento fique conhecido como 'matemática moderna'" (PAVANELLO, 1989, p. 94).

O Movimento da Matemática Moderna (MMM) não se restringe aos EUA. De acordo com um relato de Kline (1976), durante um encontro internacional na França, em 1959, a recomendação foi que os tópicos tradicionais da escola secundária fossem abandonados, inclusive a Geometria, e que os novos tópicos fossem ensinados em uma nova linguagem: a da teoria dos conjuntos.

> Quanto à geometria, seu estudo é reduzido justamente no momento em que a escola secundária se democratiza [décadas de 1950-1960] e privilegia-se, em seu lugar, a álgebra e a aritmética. Procura-se justificar essa nova orientação do ensino, como o fazem os autores de um manual de ensino (francês) 'não somente pelo campo de aplicação sempre mais vasto da aritmética à física, à química, à biologia, mas sobretudo pelo valor cultural do estudo do número em si mesmo' (NOT, 1981, p. 305-306 *apud* PAVANELLO, 1989, p. 95).

Diante do tom enfático da expressão "estudo do número por si mesmo", achamos totalmente pertinente nos reportarmos ao registro feito por Pontes (2009) ao destacar que, ao longo da História da Matemática, ela tem sido, em linhas gerais, classificada em Matemática Pura e Aplicada, porém ao revisitar as tendências de ensino da Matemática, em congressos, conferências e comissões internacionais, no período de 1966 a 1984, D'Ambrosio (2009) promoveu uma reclassificação. Segundo esse autor, há dois enfoques contemporâneos da Matemática: internalista e externalista.

A visão internalista assemelha-se à Matemática Pura. Nessa abordagem, o âmbito considerado é o da própria Matemática, ou seja, não recorre à reflexão sobre fatos do cotidiano, revelando-se "[...] desligada da vida, das coisas que nos rodeiam, das coisas que os homens fazem" (CARVALHO, 1988, p. 17 *apud* PONTES, 2003, p. 56). Em posição oposta, temos a visão externalista, na qual a Matemática é usada como meio, não visando um fim em si mesma, e sim oportunizando o estabelecimento de vínculos com o mundo tangível. "[...] podendo-se dizer que é uma Matemática a serviço da compreensão do mundo" (PONTES, 2009, p. 59).

Retomando ao MMM, argumentava-se que, pelo enfoque tradicional, os problemas desse ensino estavam ligados "[...] ao conhecimento do professor, aos métodos utilizados, ou ainda às dificuldades de se estabelecer uma ponte entre a Geometria prática preconizada para a escola elementar e a abordagem axiomática introduzida na secundária" (PAVANELLO, 1989, p. 95). Constata-se que os problemas como o ensino de Geometria aumentavam quando ela era trabalhada segundo a abordagem sugerida pelo MMM (transformações algébricas e teoria dos conjuntos). Reconhecidamente, até pelos próprios defensores da Matemática Moderna, os tópicos abordados não eram dominados pela esmagadora maioria dos professores em ação docente. Tudo isto tem uma implicação que consideramos bastante nefasta: a Geometria, via de regra, não seria ensinada sob nenhum enfoque nas décadas seguintes.

Sob o olhar de Pavanello (1989), enfatizar a Álgebra, tendência predominante no MMM, em detrimento da Geometria fez emergir uma questão de caráter essencialmente político.

> Se o trabalho, na álgebra, pode conduzir, de fato, à execução de operações mecanicamente – dado que as transformações algébricas são determinadas unicamente por um sistema de leis formais que dizem o que é ou não autorizado –, enquanto o realizado na geometria pode conduzir à análise de fatos e de relações, estabelecendo ligações entre eles e deduzindo, a partir daí, novos fatos e novas relações, a pergunta que se apresenta é: a quem interessa um indivíduo acostumado a operar sem questionamento sobre regras preestabelecidas, a quem basta saber que se pode fazer isto e não aquilo, sem questionar o que faz? (NOT, 1981, p. 312 *apud* PAVANELLO, 1989, p. 97).

Para a indagação acima, com certeza, não é do interesse do aluno pela seguinte razão: se o ensino de Geometria não lhe é ofertado, então não é dada a ele a possibilidade de desenvolver outros processos de pensamento. Assim, a questão de ensinar-se ou não Geometria não deve ser visto somente como de cunho pedagógico, mas também como um ato político, pois "[...] está relacionada com a possibilidade de proporcionar, ou não, iguais oportunidades – e condições – de acesso a esse ramo do conhecimento" (PAVANELLO, 1989, p. 98).

Nosso próximo passo é analisar a evolução do ensino da Geometria em nosso país, tendo como pano de fundo o seu desenvolvimento nos âmbitos político, social e econômico no fluxo do Século XX.

O Caso da Geometria no Ensino de Matemática no Brasil

Nossa análise incidirá sobre o ensino de Matemática e, particularmente, o de Geometria nas escolas brasileiras e a relação dele com o processo de industrialização desenvolvido no Brasil, do início do século XX. Na escola primária, que contemplava um baixo percentual da população, o conteúdo trabalhado de Matemática estava voltado para a aprendizagem das técnicas operatórias e o estudo de Geometria tinha um caráter também pragmático. Quanto ao nível secundário, a escola de referência era o Colégio Pedro II (Rio de Janeiro). Ele e alguns estabelecimentos mantidos pelos governos estaduais (por exemplo, o Colégio Liceu do Ceará) eram gratuitos e suas poucas vagas eram preenchidas mediante um rigoroso processo seletivo. Essas escolas eram uma exceção, pois quase a totalidade das instituições que ofereciam ensino secundário eram estabelecimentos particulares, logo, destinados às elites. A Geometria, assim como os demais ramos da Matemática, recebia na escola secundária, semelhantes às escolas da Europa, um tratamento puramente abstrato. No tocante ao nível superior, a Escola Militar e a Escola Politécnica de São Paulo, sob influência positivista, contribuíram de algum modo para o desenvolvimento e o ensino da Matemática.

Pela não existência de instituições formadoras de professores secundários – criadas somente na década de 1930 – os docentes de todas as disciplinas são "[...] quase todos autodidatas ou recrutados, como no Império, nos quadros das profissões liberais" (AZEVEDO, 1976, p. 135 *apud* PAVANELLO, 1989, p. 150). Engenheiros civis ou militares, em número reduzido, atuavam como professores de Matemática. Logo, por razões óbvias, eles não tinham formalmente nenhuma proximidade com a área pedagógica.

Tendo como referência o modelo estabelecido no Estatuto das Universidades Brasileiras (Reforma Francisco Campos, ocorrida em 1931), temos, em 1934, a fundação da Universidade de São Paulo. Nela é promovido, dentre outros cursos, o de Matemática para o magistério secundário. Conforme Pavanello (1989), apesar de, ao longo da década de 1930, terem surgido várias outras faculdades com este fim, a quantidade de professores secundaristas formados, com base na realidade do estado de São Paulo, não satisfaz à demanda por conta da grande expansão da rede pública que, em grande parte, é devida ao crescimento do polo industrial paulista.

Essa reforma, ao tratar da organização do Ensino Secundário, estabelece os conteúdos e sugere instruções pedagógicas às diversas disciplinas e, na tentativa de estabelecer conexões entre os três ramos da Matemática, determina que esta disciplina seja assumida, na mesma série, por um único professor. No texto das instruções pedagógicas é facilmente percebido, segundo Bicudo (1942 *apud* PAVANELLO, 1989), a influência da Escola Nova, quando enfatiza que o professor deve estar atento tanto ao grau de desenvolvimento mental do aluno, quanto aos seus interesses nos tópicos que apresenta maior inclinação e que o ensino se processe através da atividade constante do aluno, fazendo-o descobridor e não receptor passivo de conhecimentos.

Ainda inserido nessa reforma temos a orientação de um curso propedêutico de Geometria. De acordo com Pavanello (1989), a proposta é que a aquisição de conhecimentos geométricos seja iniciada pelas explorações intuitivas, por meio de atividades experimentais, e que, de modo progressivo, evolua até atingir uma sistematização. Em outras palavras, a ação professoral no ensino de Geometria deve ser desenvolvida, objetivando que os alunos efetuem a passagem do estudo intuitivo para o sistemático (estudo dedutivo).

Gustavo Capanema, no comando do Ministério da Educação, promove, em 1942, uma reforma que reestrutura o Ensino Secundário. Pavanello (1989) destaca que na Exposição de Motivos da Lei Orgânica do Ensino Secundário, contida nessa reforma, nota-se que a concepção dos processos de ensino e de aprendizagem na reforma Capanema (igualmente à Francisco Campos) sofre influência do movimento escolanovista. Vejamos este fragmento:

> No ensino científico [...] falhará sempre irremediavelmente o processo do erudito monologar docente, [...] os alunos terão que discutir e verificar, terão que ver e fazer. Entre eles e o professor é necessário estabelecer um regime de cooperação no trabalho, trabalho que

> deverá estar cheio de vida e que seja sempre, segundo o preceito deweyano, uma 'reconstrução da experiência' (PAVANELLO, 1989, p. 158).

No que tange à Geometria, a reforma Capanema preconiza que ela seja abordada em todo o curso ginasial (quatro anos de duração, atualmente, anos finais do Ensino Fundamental) e com bastante ênfase no curso científico que, juntamente com o curso clássico, compunham o Ensino Secundário (três anos de duração, atualmente denominado Ensino Médio).

Em nosso país, na fase inicial da década de 1960, temos a geração de uma grande quantidade de empregos em decorrência do desenvolvimento econômico à época. Isto vai repercutir na esfera educacional e, de forma especial, no ensino de Matemática no Ensino Secundário. Em conformidade com a nossa Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) nº 4024/61, nas três primeiras séries do curso ginasial o ensino de Matemática será fundamentalmente de natureza instrumental (em Geometria: desenvolver a intuição) e na 4ª série, Geometria dedutiva. No ciclo dois, não desprezando seu caráter utilitarista, busca estabelecer relações entre a Matemática e as demais disciplinas, prioritariamente com as Ciências Naturais.

No transcurso dos anos 1960, perdurando pela década de 1970, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) vai ter grande penetração no Brasil. Sob sua influência são lançados os primeiros livros didáticos (para o curso ginasial de autoria de Osvaldo Sangiorgi) e formados grupos de estudo para o ensino de Matemática.

Na tentativa de manter a coerência do MMM, ou seja, fazer uso da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos e das transformações algébricas ao ensino da Matemática, a proposta era ensinar Geometria do ponto de vista das estruturas, isto é, sob o enfoque das transformações algébricas. Como a grande maioria dos professores secundários não dominava tal assunto, essa orientação não foi seguida. Na verdade, um grande contingente de professores do primeiro e segundo graus (nomenclatura decorrente da reformulação da educação elementar e secundária pela LDBEN nº 5692/1971) deixou de ensinar Geometria sob qualquer abordagem. Assim, os professores passaram a trabalhar quase que exclusivamente a Álgebra e que de certo modo está alinhada com a ênfase dada pelo MMM a esse segmento da Matemática.

Neste contexto, a maioria dos alunos conclui as quatro primeiras séries do primeiro grau sem ter contato com a Geometria escolar. Também é fácil evidenciar, que nas quatro séries derradeiras desse nível de ensino o estudo de Geometria era bastante comprometido pois como, via de regra, os capítulos dedicados à Geometria eram os últimos do livro-didático, os professores alegavam que "não dava tempo" atingi-los. Assim, o estudo de Geometria passa a ser feito, quando o é, apenas no segundo grau. Na nossa trajetória de docentes, nos deparamos com alunos que tiveram os primeiros contatos com a Geometria, no curso de Licenciatura curta.

Este é o panorama do nosso setor educacional, quando a escola pública sofre expansão no Brasil no sentido que o número de escolas mantidas pelo governo e de alunos que nelas estudam dá um salto quantitativo. Aos professores se impõe a seguinte realidade: lidar com uma população maior de alunos sob novas e, quase sempre, piores condições de trabalho e de remuneração, além de ser pressionado pelo Estado ao lembrar-lhes o custo aluno por ano em uma escola.

> Começa, assim, um processo de deterioração – física e cognitiva – da escola pública, que passa a ser frequentada, agora, pelas camadas menos favorecidas da população, enquanto que as camadas mais privilegiadas vão para as escolas particulares. Nestas ainda ocorre o ensino de geometria, em que pesem as diferentes orientações

> e a influência dos livros didáticos – nos quais a álgebra continua sendo realçada, pelo simples fato de se apresentar a geometria sempre ao final das publicações (PAVANELLO, 1989, p. 165).

Não esquecendo que estamos nos referindo aos anos 1970, com ditadura militar em pleno vigor, Pavanello (1989) fala que nas academias militares, o estudo da Geometria e das matérias que com ela tem afinidade (Desenho Geométrico, por exemplo) permanece sendo enfatizado.

Partindo do princípio que a situação descrita é verdadeira, não são poucos os obstáculos a serem superados por parte de todos aqueles que são comprometidos com os processos de ensino e de aprendizagem. Mediante um quadro em que o conhecimento de Geometria dos alunos é praticamente nulo e, cientes da contribuição dada por esse ensino, no âmbito da educação formal, devemos colocá-lo no rol de prioridades para uma Educação de boa qualidade.

A bem da verdade, de alguns anos para cá, nas palavras de Lorenzato (2012), em locais diferentes do Brasil, o ensino de Geometria está passando por uma oxigenação, tendo uma (re)ativação em consequência de iniciativas pontuais de grupos de professores. Todavia, a pauta de questões a serem discutidas engloba perguntas tais como:

> O programa de geometria que consta de propostas curriculares e de livros didáticos contém o mínimo necessário para nossa atualidade? Onde deve ser colocado o ponto de equilíbrio dinâmico entre o intuitivo e o dedutivo, o concreto e o abstrato, o experimental e o textual, tendo em vista uma aprendizagem significativa da geometria? Como tornar presente o estudo da geometria nos cursos de formação de professores? Como ampliar a produção de publicações para professores e para alunos sobre resolução de problemas, história, recursos didáticos, curiosidades, quebra-cabeças, sofismas, ilusões de ótica e jogos direcionados para o ensino de geometria? Onde devem

> ser focalizadas as pesquisas sobre o ensino da geometria? Como investir fortemente na formação geométrica do professor em exercício? (LORENZATO, 2012, p. 28).

Assim, conforme esse autor, renovar ou ressurgir o ensino de Geometria é uma questão que extrapola os aspectos epistemológicos ou didático-pedagógicos. Por envolver Universidades e Secretarias de Educação, é uma questão também social. E mais, também se trata de uma questão de cunho político-administrativo, "[...] pois o professor, sendo aquele que deve exercer uma função de vital importância nos processos de transformação educacional, com sua atual remuneração não terá muitas condições para efetuar mudanças, a não ser de profissão" (LORENZATO, 2012, p. 29).

Salientamos, a seguir, a importância da Geometria escolar no contexto da educação formal e algumas possíveis contribuições da aquisição de saberes geométricos ao longo da vida.

Geometria: por que ensiná-la?

Sob nosso ponto de vista, não há espaço para dúvida, quando afirmamos que um dos grandes objetivos da Matemática escolar deve ser contribuir na tomada de consciência por parte do aluno da relevância de adquirir conhecimentos geométricos, levando-o a uma melhor compreensão da sociedade na qual está inserido. Ademais, perceber a utilização da Geometria nos mais diversos contextos que vivencia e, com isso, ter uma leitura de mundo construída a partir de um olhar mais reflexivo e crítico, em conformidade com a sugestão presente em Brasil (1998).

De acordo com Mendes (2006), com a passagem do homem da condição de nômade para a de fixar-se na terra, temos o advento da Matemática como um todo e, em especial, da Geometria. Nesse novo modo de vida, surgiu a necessidade de um melhor aproveitamento do solo ocupado, visando a plantação, comercialização e armazenamento do excedente da produção. Com "endereço" fixo, o homem construiu moradias estruturadas e passou a fazer observações dos movimentos das estrelas com o intuito de planejar plantações, colheitas e festas religiosas. Esses fatores elencados, dentre outros, favoreceram à evolução da Geometria.

No quadro dos atuais desafios da Educação Matemática, consta que, o ensino de Matemática, inclusive o de Geometria, aconteça de modo contextualizado. Com a mesma orientação, Brasil (1998) reforça a necessidade de o aluno ter um olhar que desvele o valor da Geometria em situações do seu mundo vivencial (nas artes, nas formas da natureza e nas construções feitas pelo homem). Isso está explicitado, quando afirmam que o aluno desenvolve um "[..] tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive" (BRASIL, 1998, p. 75).

Por outra vertente, enfocamos que o entendimento efetivo de Geometria contribui de modo substancial no decorrer da trajetória acadêmica de quem trilha caminhos ligados à Matemática Superior (sua desenvoltura na compreensão de conteúdos ligados ao cálculo diferencial e integral, à guisa de exemplo) ou até mesmo para solucionar questões de caráter estritamente pragmático (determinação da capacidade de armazenamento de uma caixa-d'água, por exemplo). Isso posto, consideramos não haver discordância quanto ao fato que excluir do currículo ou dar um tratamento inadequado à Geometria "[...] podem causar sérios prejuízos à formação dos indivíduos" (PAVANELLO, 1989, p. 181).

Não obstante a nossa atenção estar voltada para o ensino de Geometria, não corresponde à verdade que ressaltamos a Geometria em detrimento do papel da Álgebra. Pavanello (1989) destaca que ambas são essenciais à Educação Matemática e, portanto, devemos incentivar o desenvolvimento tanto do pensamento visual quanto do sequencial, preponderantes na Geometria e na Álgebra, nesta ordem.

Em nossa experiência como docentes em exercício da Educação Básica constatamos que ainda hoje há priorização do ensino da Álgebra. Isso, "[...] acabou por desenvolver somente um tipo de pensamento. É necessário, portanto, restabelecer o equilíbrio, retomando-se o ensino da Geometria" (PAVANELLO, 1989, p. 182).

É fundamental termos em mente que a possível grande contribuição a ser dada pela Geometria escolar, desde que trabalhada de modo adequado, para a formação do aluno, vai além do desenvolvimento da percepção espacial.

> A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da "capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível" – que é um dos objetivos da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados (PAVANELLO, 1989, p. 182).

Assim, a importância da Geometria reside no fato de o seu estudo desenvolver habilidades específicas de raciocinar, contribuindo para a formação das pessoas. Em outras palavras, "[...] ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de geometria" (LORENZATO, 2012, p. 29).

Sob qualquer abordagem, a Geometria mostra-se um tema extremamente fecundo. "Nenhum assunto presta-se mais à explicitação da impregnação entre a Matemática e a Língua Materna bem como a uma estruturação compatível da ação docente do que a Geometria" (MACHADO, 2001, p. 137).

Ademais, é possível que o aluno ao participar do processo de aprendizagem envolvendo Geometria, desenvolva um tipo peculiar de pensamento. "Ela permite o desenvolvimento da 'arte da especulação' traduzida na questão 'o que aconteceria se ...', que expressa o estilo hipotético-dedutivo do pensamento geométrico." (WHEELER, 1981, p. 352 *apud* PAVANELLO, 1989, p. 183). A marca desse tipo particular de pensamento é a busca por novas situações, formulação de indagações decorrentes dos choques visuais provocados por figuras geométricas.

Sob outro prisma, temos a defesa do ensino de Geometria através do seguinte argumento:

> [...] a geometria é um intermediário natural e possivelmente insubstituível entre a língua e o formalismo matemático, no qual cada objeto é reduzido a um símbolo e o grupo de equivalências é reduzido à identidade do símbolo escrito consigo mesmo. Deste ponto de vista, o estágio do pensamento geométrico pode ser um estágio impossível de omitir no desenvolvimento normal da atividade racional do homem (THOM, 1971, p. 698 *apud* PAVANELLO, 1989, p. 183).

Pavanello (1989) destaca que tais argumentos expostos por educadores matemáticos não dão conta de toda a discussão, envolvendo o valor educacional do ensino de Geometria, mas têm o mérito de apontarem para futuras pesquisas e para caminhos a serem palmilhados no tocante à escolha dos conteúdos e ao trabalho mais apropriados ao desenvolvimento de determinadas capacidades no aluno com vistas à sua formação integral.

Geometria Escolar: uma abordagem histórico-epistemológica

Alinhando-nos com o pensamento de Mendes (2006), e de outros autores, defendemos a ideia que os processos de ensino e de aprendizagem de Geometria tendem a ser melhores quando o professor desenvolve sua ação docente levando em conta tanto a visão histórico–epistemológica quanto as conexões que a Geometria mantém com a Álgebra e a Aritmética e também procura estabelecer ligações entre os conteúdos geométricos ministrados e o cotidiano do aluno.

Referente ao olhar histórico, Eves (1992) e Pavanello (1989) afirmam que é fundamental o professor ter clareza da relação existente entre os problemas enfrentados pela humanidade e a origem da Geometria, assim como da sua progressão, destacando que durante seu desenvolvimento este segmento da Matemática se mostrou dicotômico: a Geometria deve ter um caráter prático ou teórico?

Nesta visão macroscópica, citamos que Eves (1992) denominou a Geometria pré-histórica de Geometria subconsciente pois, grosso modo, foi restrita à noções de distância, forma, verticalidade e paralelismo. Considera-se que o homem primitivo concebeu as ideias de curvas, superfícies e sólidos a partir de observações do seu cotidiano, (por exemplo: contorno do Sol e da Lua, trajetória descrita por uma pedra arremessada, troncos de árvores, frutas e muros de pedra). Na Antiguidade, egípcios e babilônios e, provavelmente, hindus e chineses, usavam conhecimentos geométricos de forma pragmática. A título de exemplo, Eves (1992) e Pavanello (1989) pontuam que provavelmente o surgimento das noções de figuras geométricas e dos conceitos de área e de perímetro estão relacionados à necessidade prática de demarcação de terras após as inundações do rio Nilo, no Egito.

Por seu lado, os gregos criavam e desenvolviam a Geometria demonstrativa, pois advogavam a ideia que a Geometria deveria estar a serviço do aprimoramento intelectual. Com os gregos, passamos a ter uma Geometria de caráter teórico, axiomático e dedutivo. Pontuamos que

> Euclides produziu uma obra memorável, os *Elementos*, uma cadeia dedutiva única de 465 proposições compreendendo de maneira clara e harmoniosa geometria plana e espacial, a teoria dos números e a álgebra geométrica grega (EVES, 1992, p. 9).

Em "Os Elementos", Euclides de Alexandria (Século III a.C.) estabeleceu um sistema lógico-dedutivo fundamentado em axiomas (axioma é um fato matemático que contém evidência em si próprio e por isso não precisa ser demonstrado) e postulados (premissas básicas aceitas como verdadeiras), usados para aprovar os teoremas (afirmação matemática não óbvia mas passível de uma demonstração sustentada por axiomas, postulados e definições). A influência do trabalho de Euclides foi tão forte que o conjunto de conhecimentos geométricos por ele compilado recebeu o nome de Geometria Euclidiana.

Com o advento da Idade Média, em meados do Século XV, um problema é posto na ordem do dia para pintores e arquitetos renascentistas: como melhor representar e analisar objetos tridimensionais em perspectiva, ou seja, por meio de suas projeções em uma tela (espaço bidimensional)? Na busca pela solução desse problema, temos o estabelecimento e o desenvolvimento da Geometria Projetiva. Paralelo à progressão da Geometria Projetiva temos o surgimento das ideias da moderna Geometria Analítica. Eves (1992) salienta que existe uma diferença fundamental entre as Geometrias Projetiva e Analítica, enquanto a primeira é um ramo da Geometria, a segunda é um método de solucionar problemas de Geometria, usando a Álgebra.

Por conta do sistema axiomático da Geometria Euclidiana ser satisfatório somente em superfícies planas, temos no Século XIX a emersão de novas geometrias, aplicáveis a espaços curvos. É o caso da Geometria Esférica (relevante em situações que envolvem grandes deslocamentos na superfície da Terra, por exemplo) e da Geometria Hiperbólica (usada no âmbito da Teoria Geral da Relatividade, teoria gravitacional publicada por Albert Einstein em 1915).

No campo epistemológico, nós, docentes, devemos buscar entender o processo de construção do conhecimento geométrico. Conforme Pais (2000), a construção de saberes geométricos ocorrerá com maior dificuldade ou até mesmo não se efetivará se a prática educativa seguir, exclusivamente, ou a tendência epistemológica racionalista ou a empirista.

A visão racionalista, na sua vertente mais radical, defende que a razão é a fonte exclusiva de conhecimento. Em outras palavras, a aquisição de conhecimento é decorrente da razão, operando por si mesma, não havendo necessidade da realização de qualquer tipo de experiência sensível, que seja controlada pela razão. Na visão empirista, em sua concepção fundamental, o conhecimento é oriundo das atividades experimentais que estimulam nossos sentidos. Assim, para os empiristas, os conhecimentos são adquiridos, exclusivamente, por meio de experiências sensíveis, que controlam a razão. Levando isso em consideração, esse autor enfatiza que

> Nas atividades de ensino da geometria, envolvendo o uso de materiais, é preciso estar duplamente vigilante para que toda informação proveniente de uma manipulação esteja em sintonia com algum pressuposto racional e, ao mesmo tempo, que todo argumento dedutivo esteja associado a alguma dimensão experimental. Acreditamos que este é o primeiro passo para valorizar uma interpretação dialética para o uso dos materiais didáticos. Evitar uma racionalidade vazia desprovida de significado, assim como, evitar toda espécie de atividade empírica desconexa de um objetivo educacional previamente analisado [...] (PAIS, 2000, p. 13).

No âmbito das tendências epistemológicas, Hessen (1980 apud PAIS, 2000) faz referência ao intelectualismo e ao apriorismo. Conforme esse autor, essas correntes de pensamento são tentativas de harmonização entre as posições extremas do racionalismo e do empirismo. Em linhas gerais, para o intelectualismo "[...] a atividade experimental seria a fonte do conteúdo do conhecimento enquanto que a razão daria apenas sua forma final" (PAIS, 2000, p. 11). Em outras palavras, os conceitos formulados pela razão representariam o sentido último do conhecimento, onde este tem origem e é buscado na experiência. Pais (2000) acrescenta que os conceitos dependem da intuição, que pode ser de dois tipos: uma motivada pela experiência (intuição sensível) e a outra, animada pela razão (intuição racional). A síntese das intuições sensível e racional é o que definimos como o conceito.

Com relação ao apriorismo, "[...] o conhecimento apresenta elementos *a priori* independentes da experiência [...] que só se justifica [o conhecimento] quanto à forma originada na razão, mas o conteúdo receberia influência decisiva da experiência." (PAIS, 2000, p. 12). Esse autor destaca o seguinte princípio do apriorismo: conceitos não embasados na intuição mostram-se vazios, do mesmo modo que a intuição sem clareza conceitual perde sua força. Achamos não haver espaço para dúvidas que essa postura epistemológica deixa patente a pertinência de um eterno diálogo entre a razão e a experiência com a constante mediação da intuição.

Na esfera da epistemologia da Geometria, Pais (1996) anuncia que há quatro elementos que têm uma presença efetiva nos processos de ensino e de aprendizagem da Geometria, quais sejam: objeto, desenho, imagem mental e conceito. Nesse sentido, o autor em pauta alerta quanto à importância do uso de desenhos, de objetos materiais – isto é, de materiais didáticos manipuláveis –, e das imagens mentais como recursos didáticos de grande valia, tanto no processo de construção quanto nas formas de representação dos conceitos geométricos bi e tridimensionais.

Ao refletir sobre pesquisas realizadas com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental II (na época, séries finais do primeiro grau), Pais (1996) reconheceu uma possível correlação dos elementos mencionados anteriormente com os aspectos (ou formas) fundamentais de conhecimento geométrico, o intuitivo, o experimental e o teórico, distinguidos por Gonseth (1945 *apud* PAIS, 1996), ao desenvolver uma análise epistemológica da Geometria.

> A correlação levantada entre os elementos fundamentais à aprendizagem geométrica e a teoria epistemológica de Gonseth aponta para a necessidade de uma utilização racional dos materiais didáticos em determinados níveis da aprendizagem como recursos auxiliares, mas não como substitutivos à construção de conceitos. Ao mesmo tempo em que essa utilização é justificada, fica

> evidente que a marginalização do aspecto conceitual negaria a própria essência do conhecimento geométrico (PAIS, 1996, p. 73).

A construção teórica dos conceitos geométricos é percebida como um processo que, em função de sua complexidade, se efetiva gradativamente. Nesse sentido, esse autor salienta que os modos de representação mais simples dos conceitos geométricos são o objeto e o desenho. Didaticamente, o objeto é o primeiro modo de representação do conceito e corresponde, por assim dizer, a uma ideia geométrica materializada. Pais (1996) salienta que o objeto desempenha o importante papel de auxiliar na formação das ideias, porém não as substitui.

Por sua vez, o desenho é uma forma de representação amplamente usada no ensino e na aprendizagem da Geometria e é mais complexa do que a primeira por requerer do aluno uma interpretação de seu significado. Esse autor nos diz, ratificando o que presenciamos como docentes do Ensino Médio, que os desenhos de figuras tridimensionais geram grandes dificuldades nos alunos na identificação de propriedades geométricas, haja vista que os objetos originais estão projetados em um plano (na lousa e/ou no papel) pela técnica da perspectiva.

Entre os estudos no campo da Psicologia cognitiva que conduziram a inclusão das imagens mentais no contexto de uma epistemologia da Geometria, constam os realizados por Michel Denis (1979, 1989 *apud* PAIS, 1996), a saber: *Les Imagens Mentales* (1979) e *Image et Cognition* (1989). Em Pais (1996), temos uma análise da associação entre essas imagens e os conceitos geométricos. Esse autor nos diz que, enquanto o objeto e o desenho são recursos didáticos de natureza concreta e particular, as imagens mentais têm a subjetividade e a abstração como características fundamentais. Enquanto esta característica as relacionam com os conceitos, aquela a distancia da natureza do conhecimento formal. Todavia, enfatiza Pais (1996), que é imprescindível a passagem pela fase subjetiva da concepção individual do educando para a construção da objetividade

> Embora não seja fácil definir formalmente o que seja uma imagem mental, pode-se dizer que o indivíduo tem uma dessas imagens quando ele é capaz de enunciar, de uma forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos. Assim, como as noções geométricas são ideias abstratas e, portanto, estranhas à sensibilidade exterior do homem, a formação de imagens mentais é uma consequência quase exclusiva do trabalho com desenhos e objetos (PAIS, 1996, p. 70).

Com base na análise de Pais (1996, 2000), inferimos que, nos processos de ensino e de aprendizagem de Geometria, os objetos e os desenhos, em grande medida, incentivam à formação de boas imagens mentais. Neste quadro, elas fundam o terceiro modo de representação das noções geométricas. Esse autor prossegue, afirmando que, não obstante ser uma forma de representação mais complexa, em comparação aos objetos e desenhos, as imagens mentais possibilitam uma rapidez e eficiência em seu uso.

No ensino da Geometria, durante o processo de conceitualização – processo de elaboração dos conceitos geométricos ou processo de construção do conhecimento teórico da Geometria –, o aluno pode vir a enfrentar dificuldades de aprendizagem que se assemelham aos obstáculos constatados na própria evolução histórica do conceito. A nosso ver, isso está relacionado à natureza geral e abstrata dos conceitos geométricos. No curso do processo de conceitualização, o aluno faz uso, inicialmente, de objetos e desenhos como elementos recursivos à representação dos conceitos e, na sequência, esses conceitos serão representados por imagens mentais. Em sua análise, Pais (1996) supõe que a barreira mais forte a ser vencida pelo aluno no início do desenvolvimento de sua aprendizagem é a "[...] a transposição desta dupla correlação dialética, envolvendo o *particular* e o *geral*, o *concreto* e o *abstrato*" (PAIS, 1996, p. 71).

Conforme Pais (1996, 2000), um adepto da linha de pensamento que defende uma adequada e permanente intermediação da intuição no constante diálogo entre a razão e a experiência foi o filósofo e matemático suíço Ferdinand Gonseth (1890-1975). A obra de Gonseth, de acordo com esse autor, é uma das referências exponenciais no campo da epistemologia da Geometria no Século XX. Como foi anteriormente citado, Gonseth (1945 *apud* PAIS, 1996) fez a distinção de três aspectos (ou formas) básicas de conhecimento geométrico, quais sejam: a intuição, a experiência e a teoria (ou razão). No entendimento de Gonseth, segundo nossa percepção, é que para a compreensão da utilização dos materiais didáticos nos processos de ensino e de aprendizagem da Geometria é imprescindível a visão dialetizada dos três aspectos elencados.

> Portanto, parece ser conveniente estabelecer uma permanente estabelecer uma permanente interpretação dialética entre a materialidade do suporte didático com as ideias para quais volta-se a intencionalidade educativa. Assim, o conhecimento geométrico seria formado como o resultado de uma síntese das atividades da experimental e intuitiva coordenada pela razão. O conhecimento sensitivo seria a princípio caótico e à razão competiria a tarefa de ordenar esse caos (PAIS, 2000, p. 13).

Encontramos em Pais (1996) uma exposição acerca das três formas de conhecimento geométrico e sua interpendência com os elementos considerados basilares para o ensino de Geometria. A intuição corresponde a um tipo de conhecimento direto e diz respeito à subjetividade (dependente do cabedal de conhecimento do indivíduo), às nossas percepções do mundo e à racionalidade humana. Sua explicitação não requer um raciocínio (lógica) discursivo. "Os axiomas da Geometria Euclidiana podem ser aceitos com base nesta forma de conhecimento intuitivo. [...] axioma se define como 'um propriedade evidente por ele mesma' [...]." (PAIS, 1996, p. 72). Já um teorema, por exemplo, somente é evidenciado por meio de um raciocínio matemático chamado demonstração, mas não esqueçamos que as demonstrações estão ancoradas na admissão de algumas noções intuitivas, sequencia Pais (1996).

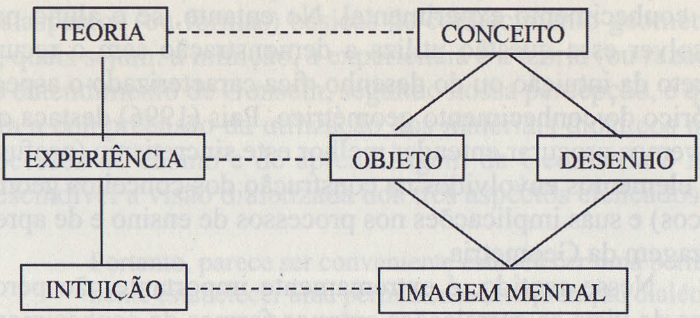
Assim, proposta uma situação envolvendo a Geometria Euclidiana, se o aluno chegar à resposta, por assim dizer, subitamente e sem lançar mão de recursos "externos" (objetos, por exemplo), o conhecimento por ele mostrado é na forma intuitiva. Por outro lado, se a resposta é encontrada pelo aluno por meio de um desenho, por exemplo, temos evidenciada a forma de conhecimento experimental. No entanto, se o aluno para resolver essa questão utiliza a demonstração sem o recurso direto da intuição ou do desenho, fica caracterizado o aspecto teórico do conhecimento geométrico. Pais (1996) destaca que devemos procurar entender melhor este sincretismo (profusão de elementos envolvidos na construção dos conceitos geométricos) e suas implicações nos processos de ensino e de aprendizagem da Geometria.

Nesse sentido, é extremamente importante não perdemos de vista as correlações entre as formas de conhecimento (intuitiva, experimental e teórica ou racional) e os recursos didáticos básicos usados no ensino da Geometria (objetos materiais, desenhos e imagens mentais) no decorrer do processo de construção de saberes geométricos. Reparemos que "[...] da mesma forma que há uma base intuitiva no método axiomático, o apelo à experiência acaba determinando uma forte influência na gênese das noções teóricas da geometria" (PAIS, 1996, p. 73). Vejamos também que a intuição e as imagens mentais guardam entre si pontos de aproximação, pois elas "apresentam não só uma certa disponibilidade de utilização como também a propriedade de serem essencialmente subjetivas" (PAIS, 1996, p. 73).

Nesse contexto, o autor em tela salienta que, não obstante o objeto e o desenho por si próprios não especificarem as noções geométricas, pelo fato de serem elementos materiais que contribuem para a construção de um conhecimento de caráter experimental. São eles, juntamente com os fundamentos intuitivos, que tornam possível a elaboração dos conceitos, implicando na efetivação da construção do conhecimento teórico da Geometria.

Com o intuito de ilustrar e mostrar condensadamente as correlações entre os elementos enfatizados como fundamentais ao ensino da Geometria e as três formas (ou aspectos) do conhecimento geométrico, Pais (1996) elaborou o seguinte esquema:

Correlações entre os aspectos do conhecimento geométrico e os elementos fundamentais ao ensino de Geometria



Fonte: Pais (1996, p. 72).

Sob a perspectiva da prática pedagógica, esse esquema ratifica a ideia da interdependência entre as modalidades de aquisição de saberes geométricos e os recursos didáticos usados para a representação dos conceitos da Geometria.

Considerações finais

Através de nosso olhar panorâmico, constatamos que tanto em importantes países europeus (França e Alemanha, por exemplo) como em nosso país, a Matemática escolar (em particular, a Geometria) foi impulsionada, em grande medida, pelo avanço científico-tecnológico que, por sua vez, foi reflexo da ampliação (no Brasil, da implantação) de parques industriais. Esse quadro implicou, nas condições já explicitadas neste trabalho, em uma demanda por trabalhadores mais bem qualificados.

Em termos de Brasil, pontuamos o abandono da Geometria nas escolas como um forte reflexo da adoção das ideias do Movimento da Matemática Moderna no que tange ao ensino da Geometria por meio de uma linguagem algébrica, conteúdo esse não dominado pela esmagadora maioria dos professores brasileiros da Educação Básica.

Consideramos que o enfoque histórico-epistemológico é de grande valia nos processos de ensino e de aprendizagem que levam à aquisição de conhecimentos geométricos, haja vista que ao tratarmos da visão histórica fica patente que o advento e o desenvolvimento da Geometria foram motivados, via de regra, pela necessidade de a humanidade fazer frente a questões de ordem prática. Sob o ângulo epistemológico, nós, docentes, devemos compreender a dinâmica da construção dos conceitos geométricos que, a nosso juízo, deve caminhar do concreto para o abstrato. Inserido nesse contexto, defendemos o pensamento que o professor em sua prática educativa opte por problemas geométricos que sejam pertinentes à realidade dos alunos e que as atividades desenvolvidas, por exemplo, sejam representadas por composição e decomposição de figuras bi ou tridimensionais.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/ SEF, 1998. 174 p.

EVES, H. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula**: geometria. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. 77 p.

KLINE, M. **O fracasso da Matemática Moderna**. Trad. Leonidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976. 211 p.

LORENZATO, S. Desafios do contemporâneo que não é novo. **Rev. Educação Matemática em Foco**, Campina Grande, v.1, n.2, ago/dez 2012, p. 9–32. Disponível em: <file:///C:/Users/Usuario/ Downloads/RevistaEducacaoMatematica24-04-2014%20(4).pdf>. Acesso em: 02/05 /2015.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez e Autores Associados, 2001.

MANACORDA, M. A. **História da educação**: da antiguidade aos nossos dias. Trad. Gaetano Lo Monaco. 12. ed. São Paulo: Cortez, 2006. 382 p.

MENDES, I. A. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, I A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Revista Zetetiké**, v. 4, n. 6, p. 65-74, jul/dez 1996.

______. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. 2000. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_ producoes/docs_23/analise_significado.pdf>. Acesso em: 02/11/2015.

PAVANELLO. M. R. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão histórica. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação/Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989. Disponível em: <http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls00004 5423_>. Acesso em: 03/04/2014.

PONTES, M. G. de O. **Medidas e proporcionalidade na escola e no mundo do trabalho**. João Pessoa: Ideia, 2009. 182 p.

POSFÁCIO

Decidimos por fazer esta obra sobre a Formação Matemática do professor que leciona na educação básica, por compreendermos a importância de uma reflexão sobre as questões que envolvem o ensino e a aprendizagem, nessa área. Assim, levamos em consideração a peculiaridade da pesquisa de cada autor para compor esta obra, a qual apresentamos com total harmonia teórica. Os autores enfatizaram as reflexões dedutiva e epistemológica do saber matemático, perpassando da teoria à prática, numa relação dialética com o saber. Com efeito, destacamos a importância da função epistemológica na formação matemática de professores da escola básica e do nível superior, refletimos sobre a importância da vivência, pelo professor, em sala de aula, de uma metodologia que fundamente sua prática docente e promova inquietações sobre a aprendizagem do aluno, visando a construção de interfaces epistemológicas que pense sobre questões como a deficiência visual; o laboratório de matemática, e a inserção da educação à distância, ressaltando a importância da formação docente. Por fim, esperamos que os profissionais da educação possam aproveitá-la da melhor forma.

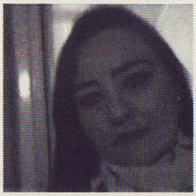
Maria José Costa dos Santos
Fortaleza, 25 de fevereiro de 2016.

SOBRE AS ORGANIZADORAS

Maria José Costa dos Santos

Foi coordenadora do curso de Graduação em Pedagogia - vespertino/noturno (2014-2015), orientadora, pesquisadora e professora Adjunta na graduação e pós-graduação, na Faculdade de Educação/FACED da Universidade Federal do Ceará/UFC. Professora e orientadora no programa de pós-graduação Mestrado profissional em ensino de Ciências e Matemática na UFC. Atua nas áreas de Educação, Educação Matemática, Formação matemática do Pedagogo e do licenciando em Matemática, Ensino de Matemática, Currículo, formação de professores, Integração das Tecnologias ao Currículo, Psicologia Educacional e do desenvolvimento cognitivo, Tecnologias, EaD e Informática Educativa. Artigo premiado, livro e capítulos de livros publicados nas áreas de Educação, Educação Matemática, envolvendo Ensino e Aprendizagem, Formação Inicial e continuada do professor de Matemática que leciona nos anos iniciais do Ensino Fundamental . Projeto de pesquisa CNPq/PIBIC sobre a relação da Pós-graduação com a Graduação, e o projeto PIBITI. Coordena o grupo de estudos que agrega a todos esses projetos, o Grupo Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem - G-TERCOA.

Fernanda Cíntia Costa Matos



Mestre em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Especialista em Gestão Escolar pela Universidade Federal do Ceará (UFC) em parceria com o Instituto UFC Virtual.

Elisângela B. Magalhães

Doutoranda em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará UFC com ênfase no ensino da Matemática - Mestre em Educação Brasileira pela UFC Com ênfase em Educação, Currículo e Ensino.Psicopedagoga Clinica e Institucional UVA-Possui graduação em Pedagogia pela Universidade Vale do Acarau (2001). Autora dos livros: Antes de P E B escrevemos.... e Adaptações na matemática na engenharia com breve analise de erro. Pesquisadora sobre matemática e a deficiência visual. (1) Metodologia FEDATHI e aprendizagem matemática pelos deficientes visuais, (2) O QVL como instrumento facilitador para aprendizagem do Soroban. Pesquisadora pela CAPES, participando de grupo de estudo pelo CNPQ.

SOBRE OS AUTORES

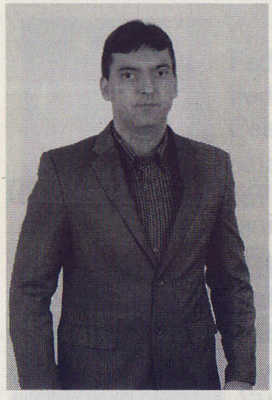
Bruno D'Amore

Bruno D'Amore nació en Bologna (Italia) y realizó todos sus estudios en la Universidad de Bologna; obtuvo, en primer lugar, el título de matemático, después de pedagogo y por último de filosofo; se perfeccionó en *Matemática elemental desde un punto de vista superior*; la Universidad *Filósofo Constantino* de Nitra (Eslovaquia) le otorgó el PhD en *Mathematics Education*, la Universidad de Chipre le confirió el PhD honoris causa en *Ciencias sociales y Educación* por la importancia internacional de sus investigaciones en Didáctica de la Matemática. B D'A es padre de Pier Luigi; está casado con Martha Isabel Fandiño Pinilla, mamá de José Leonardo y Oscar Humberto, su coautora en numerosas investigaciones y textos. Viven parte del año en Bogotá y parte en Lido Adriano (Ravenna, Italia).

Fernanda Cíntia Costa Matos

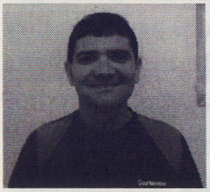
Mestre em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Especialista em Gestão Escolar pela Universidade Federal do Ceará (UFC) em parceria com o Instituto UFC Virtual.

Daniel Brandão Menezes



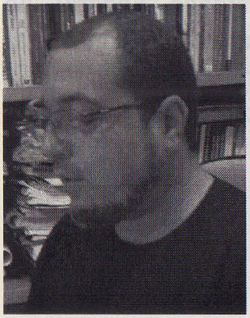
Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e Bacharelado em Segurança Pública pela Academia de Polícia Militar General Edgard Facó, Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC), Doutorando em Educação Brasileira na linha de pesquisa Educação, currículo e ensino no eixo ensino de matemática.

Antonio Marcos de Souza



Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela UFC-CE. Possui graduação em Ciências (com habilitação em Matemática e Física) pela UECE-CE e especialização em: Matemática e Física pela URCA-CE, em Gestão da Educação Pública pela UFJF-MG e em Gestão Escolar pela UESC-SC. É professor da rede pública de ensino do estado do Ceará.

José Rogério Santana



Possui graduação em pedagogia pela Universidade Federal do Ceará (UFC), com formação em Educação Matemática. Possui Pós-doutorado pela Universidade Federal da Paraíba, na linha de Pesquisa História da Educação. Mestre acadêmico e doutor em Educação com área de pesquisa em Educação Matemática e Tecnologias Digitais pela

Universidade Federal do Ceará (UFC). Também desenvolve trabalhos sobre a relação Imagem e Memória na perspectiva da Pedagogia das Imagens Culturais. Em 2010 iniciou estudos de graduação em Biomedicina pela Faculdade de Tecnologia Intensiva do Ceará. É participante e colaborador do Labicult/UECE (Universidade Estadual do Ceará) que trabalha com estudos em fisiologia do exercício. Além de realizar estudos sobre desenvolvimento em software educacional e práticas educativas digitais que envolve Educação Biomédica através de recursos digitais e Bioinformática. Participa do Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira da UFC (FACED/UFC), bem como, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA/UFC)

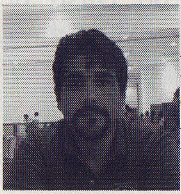
Maria José Costa dos Santos

Foi coordenadora do curso de Graduação em Pedagogia - vespertino/noturno (2014-2015), orientadora, pesquisadora e professora Adjunta na graduação e pós-graduação, na Faculdade de Educação/FACED da Universidade Federal do Ceará/UFC. Professora e orientadora no programa de pós-graduação Mestrado profissional em ensino de Ciências e Matemática na UFC. Atua nas áreas de Educação, Educação Matemática, Formação matemática do Pedagogo e do licenciando em Matemática, Ensino de Matemática, Currículo, formação de professores, Integração das Tecnologias ao Currículo, Psicologia Educacional e do desenvolvimento cognitivo, Tecnologias, EaD e Informática Educativa. Artigo premiado, livro e capítulos de livros publicados nas áreas de Educação, Educação Matemática, envolvendo Ensino e Aprendizagem, Formação Inicial e continuada do professor de Matemática que leciona nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Projeto de pesquisa CNPq/PIBIC sobre a relação da Pós-graduação com a Graduação, e o projeto PIBITI. Coordena o grupo de estudos que agrega a todos esses projetos, o Grupo Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem - G-TERCOA.

Antonio Jorge Lima Barbosa

Possui Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (2008) e Especialização em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2014) também é educador pertencente às redes de ensino Estadual e Particular do Ceará, com atuação em Fortaleza. Possui vínculo também com a UAB (Universidade Aberta do Brasil) - IFCE. Atuando como tutor à distância e também como professor formador.

Francisco Régis Vieira Alves



Possui graduação em Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1998), graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1997), mestrado em Matemática Pura pela Universidade Federal do Ceará (2001) e mestrado em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela Universidade Federal do Ceará (2002). Atualmente é professor do Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará / CE - 40h/a com DE, do curso de Licenciatura em Matemática. Tem experiência na área de Matemática e atuando principalmente nos seguintes temas: Didática da matemática, História da Matemática, Análise Real, Filosofia da Matemática e Tecnologias aplicadas ao ensino de matemática para o nível superior. Com pesquisa voltada ao ensino de Cálculo I, II, III, Análise Complexa, EDO, Teoria dos Números. E na Universidade Aberta do Brasil, com o ensino a distância de Matemática. Desenvolve pesquisa direcionada para o ensino do Cálculo a Várias Variáveis e sua transição interna. Atua também no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) - UFC. Revisor e parecerista ad hoc dos seguintes periódicos: Vydya Educação, Sinergia - IFSP, Rencima - Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Revista do Instituto Geogebra de São Paulo, Tear - Revista de Educação, Ciência e Tecnologia, Boletim Online de Educação Matemática - BoEM e revista REMAT: Revista Eletrônica da Matemática. Comitê editorial do Boletim Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM) e Coordenador do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MACIMAT/IFCE (acadêmico). Coordenador Institucional do projeto DINTER entre IFCE - UNIAN/SP em Educação Martemática 2015/2018

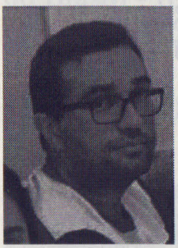
Ana Paula Rodrigues Alves Santos

Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (2005) e mestrado em Ensino da Matemática pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (2011). Professora de Matemática de escolas particulares, preparando alunos para as escolares militares e olimpíadas de Matemática. Trabalha na construção de objetos educacionais destinados ao ensino e aprendizagem em Matemática. Atualmente é integrante do grupo GEMM - Grupo de pesquisa em Educação Matemática do Laboratório de Pesquisa Multimeios (Faculdade de Educação-UFC).

Elisângela B. Magalhães

Doutoranda em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará UFC com ênfase no ensino da Matemática - Mestre em Educação Brasileira pela UFC Com ênfase em Educação, Currículo e Ensino.Psicopedagoga Clinica e Institucional UVA-Possui graduação em Pedagogia pela Universidade Vale do Acarau (2001). Autora dos livros: Antes de P E B escrevemos.... e Adaptações na matemática na engenharia com breve analise de erro. Pesquisadora sobre matemática e a deficiência visual. (1) Metodologia FEDATHI e aprendizagem matemática pelos deficientes visuais, (2) O QVL como instrumento facilitador para aprendizagem do Soroban. Pesquisadora pela CAPES, participando de grupo de estudo pelo CNPQ.

Jorge Carvalho Brandão



Doutor em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Possui graduação em Matemática pela UFC (1996), mestrado em Engenharia Civil (Recursos Hídricos) pela UFC (2001). Atualmente é professor de Matemática para Engenharias do Centro de Tecnologia (CT) da UFC. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática Inclusiva, atuando principalmente nos seguintes temas: (1) Matemática adaptada para pessoas com dificuldades de aprendizagem; (2) Geometria e Física (Ensino Médio) para pessoas com deficiência visual; (3) Avaliação de ensino e de aprendizagem; (4) Análise de Erros e (5) Tecnologias adaptadas para pessoas com deficiência visual. Participa do programa de pós-graduação da Faculdade de Educação da UFC e ministra aulas para os mestrados acadêmicos do CT. Coordena Grupo de estudos em métodos e técnicas de ensino de Matemática e Física para engenharias. A partir deste grupo, faz adaptações a partir de vivências tanto de conjuntos difusos quanto de fenômenos de transportes (conteúdos típicos das engenharias) para pessoas com deficiência visual. Com efeito, deve-se respeitar os limites de cada pessoa, todavia, pode-se explorar suas potencialidades.

Emília Lima da Costa

Possui graduação em Licenciatura em Química pela Universidade Federal de Campina Grande (2011). Tem experiência na área de Química, com ênfase em ENSINO DE QUIMICA, atuando principalmente nos seguintes temas: tecnologias digitais, multisseriação, informática, escolas do campo e classes multisseriadas.

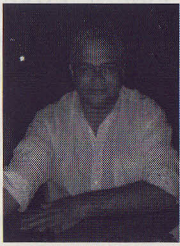
Joelma Nogueira dos Santos

É professora de Matemática do Instituto Federal do Ceará - IFCE, Campus Camocim. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Concluiu o mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) pela Universidade Federal do Ceará (UFC). É Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) cuja formação está direcionada para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática. É Especialista em Gestão e Avaliação da Educação Pública pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) a qual está voltada para a Gestão do Currículo. E-mail: joelma.santos@ifce.edu.br.

Ana Carolina Costa Pereira

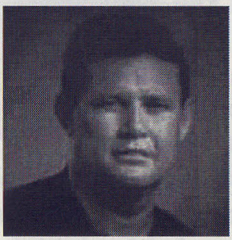
É licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2001) e doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2010). Atua na formação de professores de Matemática com ênfase na área de História da Matemática. E-mail: carolina.pereira@uece.br.

Eugeniano Brito Martins



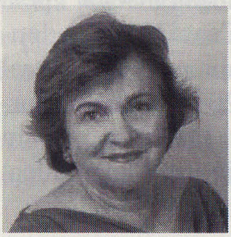
É graduado em Estatística (UFC), Licenciado em Matemática (UECE), Especialista em Ensino de Matemática (UECE) e Planejamento Educacional (UVA). Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE), Campus Jaguaribe. Orientador de bolsas IC-Junior. Com pesquisas voltadas para História da Matemática, Resolução de Problemas, Modelagem/ Simulação/Jogos Estratégicos e Histórias em Quadrinhos. E-mail: eugeniano.martins@ifce.edu.br.

Francisco Alves Bezerra Neto



Licenciado em Matemática e Física pela Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos (FAFIDAM)/UECE (2001), especialista em Ensino de Matemática pela Faculdade Integrada da Grande Fortaleza – FGF (2007), com mestrado em Educação e Ensino na linha Educação, Escola, Ensino e Formação Docente pelo Mestrado Acadêmico Intercampi em Educação e Ensino (MAIE)/UECE (2016). Professor da Educação Básica desde 1987, redes pública e privada. Atualmente é professor efetivo da rede pública estadual, lecionando no Colégio Estadual Governador Flávio Marcílio, em Russas/CE.

Maria Gilvanise de Oliveira Pontes



É professora da UECE, licenciada em Matemática (1975) e Pedagogia (1976) por esta universidade, com especialização em EAD pela UnB (2000), mestrado e doutorado em educação pela UFC (1986) e UNICAMP (1996), respectivamente. Atua em formação de professores, pela UECE, na área de Matemática, desde 1995. Na FAFIDAM, coordenou dois importantes projetos de investigação: Formação de grupos de pesquisa em Ciências e Matemática, com financiamento do SPEC/PADCT/CAPES e Integração entre a Matemática e a Língua Materna, com apoio do CNPq e da FUNCAP. Atuou na PROGRAD, como assessora técnico-pedagógica, coordenou várias turmas do Curso de Especialização em Ensino de Matemática e a área de Matemática no Programa de Formação de Professores do NECAD/CED/UECE, faz parte do corpo docente do Curso de Mestrado Acadêmico Intercampi em Educação FAFIDAM/ FECLESC da UECE e do Mestrado em Informática Educativa – MPCOMP. E-mail: gilvanisepontes@hotmail.com

Mércia de Oliveira Pontes

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará - UECE (2000), especialista em Ensino de Matemática - UECE (2002), com mestrado em Educação na linha de Ensino de Ciências e Matemática - UECE (2007) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN (2010), na linha de Educação Matemática. Experiência como professora formadora dos programas federais Gestar e Pró-letramento. Professora da Educação Básica por 19 anos. Atualmente é professora Adjunto do Centro de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN, com atuação nos Estágios Supervisionados dos Cursos de Matemática presencial e à distância - SEDIS. Coordenadora do Programa de Iniciação à Docência - PIBID de Matemática da UFRN. Professora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Professora colaboradora do OBEDUC 2012 (21053) intitulado Linguagem e desenvolvimento sustentável: integrando ciências, língua portuguesa e matemática. Coordenadora do Prodocência 2013. Atividades desenvolvidas na área de Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Formação de Professores, Ensino de Matemática, Laboratório de Ensino de Matemática e Leitura e Escrita em Matemática.

SOBRE O LIVRO
Tiragem: 1000
Formato: 14 x 21 cm
Mancha: 10 X 17 cm
Tipologia: Times New Roman 10,5/12/16/18
Arial 7,5/8/9
Papel: Pólen 80 g (miolo)
Royal Supremo 250 g (capa)

Editora CRV

AS DIMENSÕES EPISTEMOLÓGICAS DO SABER MATEMÁTICO:

ensino e aprendizagem

Essa obra é ofertada aos profissionais da educação e propõe auxiliá-los na reflexão e avaliação de suas habilidades e competências, visando instigá-los a discussão com seus pares sobre as reais condições de se ensinar e aprender Matemática na escola básica. Dessa forma, o conteúdo deste livro aponta para um modo de ver os processos de ensino e de aprendizagem, no contexto da formação docente, com muito mais clareza e satisfação. Aponta, ainda, caminhos simples e objetivos, dos quais somente um profissional crítico-reflexivo será capaz de compreender e ser protagonista, capaz de alterar, mudar, transformar sua práxis. Enfim... não mudaremos o mundo hoje, mas os textos ora apresentados provocam no leitor essa necessidade e afetam de forma significativa essa relação do professor com a prática. E nos lançam em um mar de questionamentos do tipo: Você está satisfeito com sua prática docente? O que você já fez hoje para mudar o futuro da educação? Então, tem aí um convite... vamos parar de falar e vamos fazer?!

Editora CRV

ISBN 978-85-444-0989-3

9 788544 409893