ELIZABETH MATOS ROCHA

USO DE INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO NO ESTUDO DA GRANDEZA COMPRIMENTO A PARTIR DE SESSÕES DIDÁTICAS

FORTALEZA – CE
2006

ELIZABETH MATOS ROCHA

USO DE INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO NO ESTUDO DA GRANDEZA COMPRIMENTO A PARTIR DE SESSÕES DIDÁTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação Brasileira.

Área de Concentração: Educação, Currículo e Ensino

Orientador: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto

FORTALEZA – CE
2006

ELIZABETH MATOS ROCHA

USO DE INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO NO ESTUDO DA GRANDEZA COMPRIMENTO A PARTIR DE SESSÕES DIDÁTICAS

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação Brasileira, outorgado pela Universidade Federal do Ceará, e encontra-se à disposição dos interessados, na Biblioteca de Humanidades da referida Universidade. A citação de qualquer trecho da dissertação é permitida, desde que de acordo com as normas científicas.

Dissertação apresentada e aprovada em 02 de março de 2006

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Hermínio Borges Neto / UFC – Presidente

____

Prof. Dr. Júlio Wilson Ribeiro / UFC – Examinador

____

Prof. Dr. João Montenegro de Miranda / UECE - Examinador

Dedico este trabalho a todos os professores, que mesmo passado tanto tempo em sala de aula, não se deixam acomodar e buscam, diariamente, renovar seu dom de aprender para ensinar.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida, fé, saúde e determinação de vencer obstáculos.

Aos meus amados Milton, Rachel e Milena, pela compreensão dos diversos momentos em que deixei de compartilhar sua companhia, para produzir este trabalho.

Ao meu orientador, amigo e Professor Doutor Hermínio Borges Neto, pela indicação das pessoas e livros certos, pela compreensão nos momentos difíceis e pelo apoio na superação das dificuldades apresentadas no ensino-aprendizagem da Matemática.

À amiga Ivoneide, pelas diversas vezes que, ao solicitar sua ajuda, obtive apoio, compreensão, carinho e, sobretudo, ânimo para seguir em frente. Sua ética e equilíbrio sempre despertaram em mim um modelo a ser seguido.

A todos os componentes do Laboratório Multimeios da UFC, pelos momentos em que nos reunimos, trocando idéias e experiências nos muitos seminários que se tornaram enriquecedores na execução desta pesquisa. Em especial à amiga Janete, pelo desprendimento em ajudar a todos os que dela precisam. Seu carinho sempre foi um diferencial para mim.

Aos componentes do GEMM, em especial ao Edisom e à Mazzé, pelo carinho.

Às alunas do curso de Pedagogia da FACED/UFC e bolsistas do Laboratório Multimeios da UFC, Dina Mara e Renyelle, pelas excelentes observações e filmagens das sessões didáticas.

Aos meus Professores do Curso de Pós-Graduação da FACED/UFC, pelos ensinamentos.

Aos Professores Doutores Júlio Wilson e João Montenegro pela aceitação do convite para fazer parte da banca examinadora deste trabalho.

Aos Professores da EMEIF Monteiro de Moraes, do município de Fortaleza, por todo o apoio e compreensão, em especial na figura da Diretora Teresinha Pereira de Castro Sampaio e das Profª. Maria Jurandir Carneiro e Maria Rani de Freitas Monteiro.

Ao Prof. Dr. Aldir Chaves Brasil, que muito contribuiu para melhorar meu desempenho nos Espaços Métricos.

Aos meus alunos, todos, que são objeto central das minhas inquietações em fazê-los aprender Matemática.

Aos meus pais e irmãos, pela partilha na alegria e dor.

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazeres se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade. A vida só é possível reinventada.

Paulo Freire

RESUMO

O trabalho aborda o estudo da grandeza comprimento no ambiente real da sala de aula. De acordo com minhas pesquisas, autores como Miguel e Miorim (1986), Lima e Bellemain (2002) verificam posturas, por parte da comunidade escolar, que comprometem, seriamente, o ensino de Geometria, especialmente o das grandezas geométricas. Dentre essas posturas, cito a ênfase nos conteúdos voltados para a Aritmética, como problemas com as operações fundamentais e frações, enquanto os tópicos de Geometria são abordados superficialmente. A partir dessa constatação, elaborei e apliquei sessões didáticas cujo objetivo central consistiu em investigar o uso de instrumentos de medição como suporte para a aprendizagem da grandeza comprimento. Os referenciais teóricos norteadores do aspecto cognitivo estão vinculados aos processos de assimilação e acomodação de Piaget (1982), no processo de interação social de Vygotsky (1994) e em elementos da Educação Matemática. A pesquisa é de natureza qualitativa, na abordagem de um estudo de caso (LÜDKE & ANDRÉ, 1986) e teve uma prática pedagógica, por meio da intervenção de sessões didáticas, com alunos, na faixa etária de 11 a 15 anos, de uma escola pública municipal de Fortaleza. Como resultado, confirma-se que o trabalho, com instrumentos de medição, desenvolvido com os alunos se mostrou um recurso eficiente para o aumento do conhecimento do assunto proposto. Espero que a evidência deste fato possa ajudar a desconstruir o mau hábito, por parte do sistema escolar, da abordagem do estudo das grandezas, com os alunos, tomando como recurso didático, somente o livro texto adotado.

Palavras-chave: grandeza comprimento, sessões didáticas, instrumento de medição.

ABSTRACT

This work approaches a study of “largeness length” in a real environment of a classroom. According to my researches, authors such as Miguel and Miorim (1986), Duarte (2002), Lima e Bellemain (2002) verify some postures from the school community, which seriously compromise the Geometry teaching, especially in the study field of geometry largeness. Among these postures, I can cite the emphasis given to the contents directed toward to Arithmetic, such as basic Math operations and fractions, while some Geometry topics are superficially approached. From this evidence, I applied and elaborated didactic sessions which the central objective consisted of investigating the use of measurement instruments as a support for the learning of “largeness length”. The theoretical references that give direction to the cognitive aspect are tied with the Piaget’s assimilation and accommodation processes (1982), in the social interaction process of Vygotsky (1994) and also tied with some Math education elements. This research is of qualitative nature, and in its approach of study of case (LÜDKE & ANDRÉ, 1986) it had a pedagogical practice, through didactic intervention sessions with some students, ages from 11 to 15, in a public school of Fortaleza´s city. As a result, it was confirmed that the work using measurement instruments with students has showed itself as a very efficient resource for the knowledge growth of the considered subject. I hope the evidence of this fact, helps in the destruction of a bad habit created by the school system regarding the approach given to the Math study field “Geometry largeness”, and not to make students use the adopted textbook as the only didactic resource anymore.

Key-Words: largeness length, didactic sessions, instruments of measurement.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.. 11

LISTA DE TABELAS.. 14

LISTA DE ANEXOS.. 15

1 INTRODUÇÃO.. 16

Envolvimento com o tema.. 18

Pergunta da pesquisa... 19

Objetivo geral.. 20

Objetivos específicos... 20

Estrutura do trabalho.. 20

2 A GRANDEZA COMPRIMENTO.. 22

2.1 Como a Geometria teórica evoluiu a partir da mensuração.................................. 22

2.2 Qualidade e quantidade.. 23

2.3 A noção de grandeza.. 25

2.4 O que significa medir uma grandeza?.. 26

2.5 Em busca da formalização matemática da grandeza comprimento........................ 27

2.5.1 Aquisição da idéia da dimensão.. 27

2.5.2 A inevitável discretização do contínuo no estudo da grandeza comprimento........... 31

2.5.3 A modelagem matemática da grandeza comprimento.. 32

2.6 Uma conseqüência resultante da medida entre dois segmentos: a expansão numérica.. 34

2.7 Medidas de comprimento com unidades padronizadas, a partir do resgate histórico... 37

3 A COGNIÇÃO E A DIDÁTICA DA GRANDEZA COMPRIMENTO.................. 41

3.1 Em busca da compreensão do processo de aprendizagem...................................... 41

3.1.1 Aprendizagem cognitiva: produto da aprendizagem.. 42

3.1.2 Revisita à teoria de Piaget: em busca do aumento de conhecimento.................... 43

3.1.3 Revisita à teoria de Vygotsky: o instrumento, o signo e a interação social no desenvolvimento do aluno... 46

3.2 A influência das teorias de Piaget e de Vygotsky nesta pesquisa.......................... 47

3.3 Algumas noções teóricas da Educação Matemática como fundamentação para a aquisição do conceito de comprimento... 48

3.3.1 O Contrato Didático: pacto entre professor – aluno... 48

3.3.2 Situações Didáticas: aprendizagem matemática envolvendo professor, aluno e conhecimento matemático 49

3.3.3 A Dialética Ferramenta-objeto que subsidia o jogo de quadros da grandeza comprimento... 50

3.3.4 Campos conceituais.. 51

3.3.5 Como se encontra o tratamento das grandezas e medidas no contexto escolar brasileiro.. 52

4 DELINEAMENTO DA PESQUISA.. 55
4.1 Problemática.. 55
4.2 O que é uma sessão didática?... 57
4.3 Características da pesquisa... 57
4.4 Universo da pesquisa... 58
4.5 Procedimentos metodológicos... 64
4.5.1 Explanação da Engenharia Didática.. 64
4.5.2 Explanação da Seqüência Fedathi.. 66
4.6 Conteúdos abordados nas sessões didáticas.. 67

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.. 69

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS... 74

APÊNDICE 78

ANEXOS.. 208

LISTA DE FIGURAS

01 Comparação entre segmentos de reta.. 27

02 A unidade u cabe um número exato de vezes em AB... 35

03 A unidade u não cabe um número exato de vezes em AB... 35

04 A relação entre o lado e a diagonal do quadrado... 36

05 Segmentos colineares para medição – sugestões de atividade................................... 46

06 Figuras representativas de ponto, reta e plano.. 84

07 Figuras representativas de objeto plano ou não-plano... 85

08 Planos perpendiculares... 93

09 Cubo... 93

10 Figuras indicativas para classificação de dimensão numa primeira abordagem 94

11 Circunferência.. 98

12 Círculo.. 98

13 Cilindro.. 99

14 Figuras indicativas de linha, superfície e sólido.. 103

15 Figuras indicativas para classificação de dimensão na segunda abordagem 103

16 Segmentos colineares.. 107

17 Figura que relaciona objetos uni, bi e tridimensionais e sem dimensão.................. 112

18 Figura indicativa de linha aberta e fechada.. 112

19 Segmentos de reta, não colineares e colineares... 112

20 Figuras poligonais e não poligonais... 113

21 Partes do corpo humano utilizadas como unidade padrão de comprimento............ 120

22 Segmentos de reta: início da medição com régua graduada.................................... 125

23 Mais segmentos de reta para serem medidos... 127

24 Segmentos de reta, horizontais, para medições... 132

25 Retângulo 1 proposto para ser dividido em partes iguais... 132

26 Segmentos de reta para medição – identificação da autonomia com a régua graduada 135

27 Retângulo da ficha de avaliação para medição... 136

28 Segmentos consecutivos colineares e não colineares.. 140

29 Linha para ser dividida em partes iguais.. 141

30 Segmentos consecutivos e colineares – para medição.. 142

31 Segmentos consecutivos e não colineares - para medição.. 143

32 Segmentos não colineares para medição – identificação do nível de compreensão... 144

33 Segmentos colineares – medição e identificação.. 150

34 Segmentos não colineares para medição – transformação de unidades.................. 150

35 Segmentos para medição – percepção da autonomia na medição com a régua graduada e transformação de unidades... 153

36 Polígono 1 - Identificação dos lados para medição.. 154

37 Figura retirada do livro texto dos alunos............. 159

38 Triângulo eqüilátero, escaleno e isósceles... 159

39 Triângulos eqüilátero, escaleno e isósceles utilizados na ficha de atividade........... 163

40 Polígono do tipo quadrilátero a ter seus lados medidos e seus elementos identificados.. 167

41 Polígono do tipo pentágono a ter seus lados medidos e seus elementos identificados.. 168

42 Polígono do tipo triângulo a ter seus lados medidos e seus elementos identificados.. 169

43 Polígono do tipo hexágono a ter seus lados medidos e seus elementos identificados 171

44 Retângulo a ter seus lados medidos e seu perímetro calculado................................ 175

45 Retângulo a ter seus lados medidos e seu perímetro calculado em decímetro........... 175

46 Retângulo da ficha de atividade a ter seus lados medidos e seu perímetro calculado

em decímetro.. 178
47 Polígonos para identificação de retângulos.. 182
48 Identificação do quadrado.. 182
49 Identificação do tipo de quadrilátero da atividade 1.. 185
50 Identificação do tipo de quadrilátero da atividade 2.. 185
51 Identificação do hexágono.. 190
52 Análise da figura representativa da praça retangular... 192
53 Análise do perímetro do polígono no contexto *a priori*... 196
54 Análise do perímetro do polígono no contexto *a posteriori*.. 200
55 Polígono necessário à realização da atividade proposta... 204
56 Retângulo usado no pré-teste... 210
57 Linhas utilizadas no pós-teste... 213
58 Retângulo usado no pós-teste... 213
59 Pentágono usado no pós-teste.. 215
60 Figuras planas e não planas.. 215
61 Figuras planas poligonais e não poligonais... 216
62 Polígono para ter seus elementos identificados... 216
63 Quadriláteros utilizados no para casa da sessão didática 13.. 218
64 Figura representativa da sala de aula... 221

LISTA DE TABELAS

01 Pré-Teste – Comprimentos de medidas padronizadas e não-padronizadas.................. 59

02 Pós-Teste – Comprimentos e Geometria... 62

03 Índice de percepção de ponto, reta, plano, figuras planas e não planas................. 85

04 Índice de percepção de pontos, retas e planos.. 94

05 Índice de percepção da classificação de objetos em uni, bi e tridimensionais......... 104

06 Índice de percepção de objetos unidimensionais, classificação de curvas, segmento de reta e polígono... 113

07 Índice de percepção da grandeza comprimento nos objetos, da realização de medidas com unidades não padronizadas... 121

08 Índice de percepção da medida com a régua graduada... 128

09 Índice de percepção da medida com o preenchimento do quadro de ordens e conversão de frações decimais em números decimais... 136

10 Índice de percepção de segmentos colineares ou não colineares e as medidas relativas a cada caso.. 145

11 Índice de percepção da medida dos segmentos e da noção de perímetro................. 154

12 Índice de percepção da classificação de um triângulo, quanto aos lados e ângulos e cálculo do perímetro relativo aos lados do triângulo.. 164

13 Índice de percepção dos elementos de um polígono, cálculo do seu perímetro e transformações de unidades... 171

14 Índice de percepção das unidades de um retângulo, do cálculo do seu perímetro e transformações de unidades... 178

15 Índice de percepção do quadrilátero e do perímetro... 186

16 Índice de percepção das medidas a partir da indicação em termos do plano formal aritmético.. 193

17 Índice de percepção inicial das medidas no plano formal aritmético....................... 199

18 Índice de percepção das medidas no plano formal aritmético.................................. 206

LISTA DE ANEXOS

A - Pré-Teste.. 210

B - Pós-Teste.. 213

C - Para Casa – Sessão Didática 11.. 217

D - Para Casa – Sessão Didática 12.. 218

E - Para Casa – Sessão Didática 13.. 219

F - Para Casa – Sessão Didática 14.. 220

G - Para Casa – Sessão Didática 15.. 221

H - Lista de presença dos alunos da 5ª A – nas sessões didáticas.................................. 222

I - Ficha do observador.. 223

J - A história do sistema métrico decimal.. 224

INTRODUÇÃO

> Não é propósito meu ensinar aqui o método que cada um deveria seguir para bem orientar a sua razão, mas somente demonstrar de que modo procurei conduzir a minha.
>
> René Descartes

A aquisição do saber matemático, mesmo no século XXI, ainda que de forma elementar, é algo difícil de se conseguir junto aos alunos. Para mudar o quadro que se apresenta, o professor precisa desenvolver atividades no decorrer do ano letivo que trabalhem com o interesse e as necessidades do educando, estimulando sua autonomia, ocasionando respeito e empatia com a disciplina.

O significado da atividade matemática para o aluno é resultado direto das conexões estabelecidas entre os vários temas matemáticos. Quando relaciona idéias matemáticas entre si, o aluno é levado a reconhecer princípios gerais, como proporcionalidade, igualdade, composição, decomposição, além de estabelecer processos de analogias, indução e dedução, segundo Fetissov (1985, p.10), "presentes tanto no trabalho com números e operações, como nas tarefas com o espaço, forma e medidas".

A realidade que se observa, entretanto, é que essas relações pouco são exploradas pelos professores, na área de Geometria, pois há desconhecimento, por parte desses profissionais, da importância do seu ensino na formação e desenvolvimento cognitivo da criança e mesmo na concretização e compreensão de tópicos não geométricos. Dentre os diversos assuntos estudados em Geometria, um em especial chama a atenção, por não trabalhar de forma vivenciada os seus conteúdos: as grandezas e o manejo de suas medidas.

Apesar de fazer parte das propostas curriculares e livros didáticos, as grandezas geométricas, de acordo com Duarte (2002, p.10), "sofreram o abandono de que foi alvo esse campo da Geometria, além de se destacar como um dos tópicos que apresenta um baixo rendimento escolar". O ensino deste conteúdo, abordado sob o ponto de vista tradicional, caracterizou-se por apresentar fórmulas e procedimentos prontos, sem se preocupar com a compreensão dos porquês das regras e sistematizações.

Em 1997, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), as grandezas e medidas foram eleitas como um dos quatro grandes blocos de conteúdo que permeiam a formação escolar matemática no Ensino Fundamental. Os outros três blocos foram assim determinados: Números e operações, Espaço e forma e Tratamento de informação.

Mesmo que essa reorganização curricular proposta pelos Parâmetros tenha representado um avanço "de direito", por assim dizer, na tentativa de alavancar do segundo plano, nas salas de aula brasileiras, o estudo das grandezas, o que se observa "de fato", no dia-a-dia letivo, é que a compreensão do conceito de grandeza, por ser um dos mais elementares na cultura humana, de acordo com Lima & Bellemain (2002, p.8), "reveste-se de inevitáveis dificuldades", que ocasionam uma abordagem medíocre e superficial desse assunto nas aulas.

Especificamente, no trato das grandezas e suas medidas, estudos desenvolvidos na França, consoante Lima & Bellemain (2002, p.26), evidenciam que "tanto o obstáculo conceitual que permeia esse assunto quanto o desconhecimento, por grande parte da comunidade dos professores de Matemática, dessa realidade," tornam-se indicativos claros de que a abordagem desses assuntos é realizada, nas aulas, de forma incorreta.

Basicamente, nos dias de hoje, com relação às medidas, tem-se tudo pronto e acabado. As regras estão estabelecidas e são funcionais, mesmo que apenas uns poucos saibam realmente utilizá-las. Talvez, por isso, não se enxergue ou valorize devidamente sua importância. Trazendo esse questionamento para dentro dos muros da escola, parece-me que tanto a limitação dos professores no trato dessa questão, quanto a falta de pesquisa mais elaborada por parte dos autores de livros didáticos de Matemática, sobretudo os de primeiro ao sexto ano[1] do Ensino Fundamental, contribuem para a realidade do 'faz-de-conta-que-aprendeu'.

[1] Em fevereiro de 2006, foi sancionado o projeto que amplia o Ensino Fundamental obrigatório de oito para nove anos, com inserção das crianças de 6 anos de idade nessa etapa da educação básica. Essa mudança possibilita a equalização da educação básica aos padrões internacionais. Devido a este fato, irei me referir à turma de 5ª série, como 6º ano.

Envolvimento com o tema

Esse projeto nasceu da minha angústia em fazer uma abordagem sobre as grandezas, junto aos alunos, de forma medíocre. Há muito me incomodava o fato de explicar, ano após ano, o estudo das grandezas vinculadas às medidas-padrão, para alunos do sexto ano, quase de forma decorativa, utilizando apenas o livro-texto, quadro e giz, e observar que, logo passado o momento da avaliação, parecia que aquele conhecimento sumia de suas cabeças.

Nesse universo do Ensino Fundamental, elaborei e apliquei, projetos-piloto em 2002, 2003 e 2004 com turmas do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Município de Fortaleza, na qual trabalho como professora de Matemática do ensino fundamental. Nesses projetos-piloto, desenvolvi atividades voltadas para a aquisição da aprendizagem da grandeza comprimento que subsidiaram informações enriquecedoras que me permitiram elaborar, de maneira mais consciente, o experimento dessa pesquisa.

Participo desde 2002, do Grupo de Educação Matemática Multimeios – GEMM – que é ligado ao Laboratório de Pesquisa Multimeios da Universidade Federal do Ceará, sob coordenação do prof. Dr. Hermínio Borges Neto. Os estudos, na área de Matemática e Didática da Matemática, realizados nesse grupo, me possibilitaram vincular as teorias acadêmicas com a minha prática de sala de aula.

Essa parceria teoria/prática tem me reorientado no sentido de ministrar aulas de forma a apresentar o conteúdo em um contexto que seja significativo para os alunos, no qual se possa favorecer um aumento de conhecimento. Proponho, portanto, desenvolver uma pesquisa pautada na utilização de instrumentos de medição, que auxilie o professor na aquisição dos conhecimentos junto aos alunos, relativos ao entendimento da grandeza comprimento, do ato de medir e do sistema métrico decimal.

A pesquisa foi desenvolvida no ambiente real da sala de aula, no sentido de que os resultados obtidos pudessem ser submetidos a elementos comuns à maioria das salas de aula, como: barulhos, número excessivo de alunos por sala, dentre outros.

O empecilho em conseguir um professor de Matemática que me substituísse na escola municipal onde desenvolvi o experimento tornou-se fator relevante para que eu mesma ministrasse as sessões didáticas.

A análise da produção dos alunos, obtidas por meio das fichas de atividade, as anotações feitas nas observações de sala e as transcrições das fitas de vídeo, me permitiu discutir o entendimento do conteúdo e as estratégias de resolução dos alunos, bem como as suas dificuldades com a temática.

Pergunta da pesquisa

- A utilização de instrumentos de medição, como recurso didático, inserido num estudo previamente elaborado, estimula a aprendizagem do aluno na aquisição do conceito de comprimento, da abordagem do sistema métrico decimal e do ato de medir?

No sentido de responder a esse questionamento, levantei as seguintes hipóteses, norteadoras desse estudo, que tem como público-alvo alunos do sexto ano do Ensino Fundamental:

a) a utilização de instrumentos de medição facilita o entendimento do conceito de comprimento.

b) o emprego de instrumentos de medição melhora a aprendizagem do aluno em todo o contexto que envolve o ato de medir - a grandeza a ser medida, a unidade de medida e a medida (número).

c) a aplicação de instrumentos de medição favorece o entendimento do sistema métrico decimal por trabalhar de forma prática a abordagem só vista de forma teórica.

Essas hipóteses me levaram à formulação dos objetivos que nortearam o desenvolvimento da investigação.

Objetivo geral

- Investigar o uso de instrumentos de medição, em sessões didáticas, como suporte para a aprendizagem da grandeza comprimento no universo do sistema métrico decimal.

Objetivos específicos

✓ Perceber as possibilidades de aprendizagem quando se vinculam teoria e prática proporcionada pelos diversos instrumentos de medição relacionados à grandeza comprimento, nas aulas de Matemática;

✓ observar quais avanços são conseguidos no sentido de desmistificar o ensino da grandeza comprimento, mediante a organização e a execução de seqüências didáticas; e

✓ analisar que conceitos geométricos, relacionados à grandeza comprimento, podem ser trabalhados, por intermédio da abordagem com instrumentos de medição, de modo que contribuam para a sua autonomia em Geometria.

Estrutura do trabalho

Em relação à estruturação, a Dissertação é apresentada em cinco capítulos, que discutem conceitos relativos à grandeza comprimento, em uma proposta de aprendizagem deste assunto mediada pela utilização de instrumentos de medição.

O segundo capítulo, logo seguinte a esta Introdução, aborda a grandeza comprimento a partir do resgate histórico da medida, da análise das idéias sobre grandeza e dimensão, da sua formalização matemática, e enfoca a necessidade da expansão numérica sob o viés da comparação entre dois comprimentos.

O terceiro, analisa a cognição e didática da grandeza comprimento, procurando no primeiro momento, elucidar a questão da aprendizagem mediante as teorias cognitivas de Piaget e Vygotsky, para, em seguida, utilizar algumas noções teóricas da Educação Matemática como fundamentação teórica para a aquisição do conceito de comprimento.

O quarto, caracteriza o delineamento da pesquisa, abordando a problemática, o universo da busca e os procedimentos metodológicos.

O quinto e último segmento explicita as considerações finais e sugestões resultantes da análise do experimento deste trabalho. Consta, ainda, o apêndice dedicado à apresentação das sessões didáticas e nos anexos, o pré-teste, o pós-teste, o modelo da ficha de observações em sala de aula, evidentemente, após a lista da literatura que proveu de sustentação teórica a presente abordagem.

2 A GRANDEZA COMPRIMENTO

> Porei, como muitas vezes uso no trabalho, um par de paralelas, ou retas gêmeas de um comprimento, assim: === porque duas coisas não podem ser mais iguais.
>
> Robert Recorde

O comprimento é a primeira e a mais simples das medições e remete forçosamente ao estudo de termos correlatos, e de tal forma imbricados, que precisam ter suas funções bem definidas. Neste capítulo, o recurso histórico da Geometria, as idéias de dimensão, grandeza e medição, dentre outros, objetivam esclarecer a evolução do conhecimento em torno do entendimento desta grandeza. A formalização do comprimento do ponto de vista axiomático procura dar maior respaldo científico ao trabalho e, finalmente, a abordagem da expansão numérica se justifica como conseqüência direta decorrente do estudo do comprimento.

2.1 Como a Geometria evoluiu a partir da mensuração

Durante o período Neolítico[2], a humanidade evoluiu da condição de nômade para a capacidade de se fixar na terra pelo domínio da agricultura e domesticação de animais. Somente a partir de 3 000 a.C, houve o desenvolvimento de formas mais avançadas de sociedade, com comunidades efetivamente agrícolas e densamente povoadas, que de acordo com registros históricos, se estabeleceram ao longo de alguns dos grandes rios, como o Nilo, na África, o Tigre e o Eufrates, na Ásia.

Tornam-se difícil saber, entretanto, as verdadeiras origens da Geometria. Aristóteles, de acordo com Boyer (1974, p. 4), propunha que a existência, no Egito, de uma classe sacerdotal, que dispunha de tempo para o lazer, contribuiu para o desenvolvimento da Geometria. Heródoto, por sua vez, defendia a idéia de que o caráter utilitário da Geometria se originava no Egito, em razão da necessidade prática de drenar pântanos, controlar inundações e promover a irrigação de terras. Encontram-se referência a esse fato lendo Prado Jr. (1980, p.115), que assim esclarece:

---

[2] Os historiadores esquematizam a Idade da Pedra em três períodos: Paleolítico (c. 5 000 000 a 10 000 a.C.), Mesolítico (c. 10 000 a 7 000 a. C.) e Neolítico (c. 7 000 a 3 000 a. C.) (EVES, 1997, p.23).

> Disseram que este rei (Sesostris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios e que tinha dado a cada um uma porção igual e retangular de terra, com obrigação de pagar por ano certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra a fim de saber quanto ela estava diminuída, e de só fazer pagar o tributo conforme o que tivesse ficado da terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois passou aos gregos.

Esses relatos sugerem que a Matemática primitiva evoluiu em certas áreas do Oriente antigo, forçosamente como ciência prática, surgidas, de acordo com Machado (1987, p.11), "diretamente do empírico e que auxiliava na resolução de problemas ligados à agricultura e à Engenharia, que, por sua vez, necessitavam de um calendário utilizável", do desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas utilizado nas colheitas, e de práticas financeiras e comerciais. Esses avanços iniciais da Matemática ocorreram na Aritmética e na mensuração prática[3]. Segundo Eves (1997, p.57), "foi dessa maneira que a Álgebra evolveu ao fim da Aritmética e a Geometria teórica originou-se da mensuração".

2.2 Qualidade e quantidade

A breve incursão da abordagem da Geometria ligada à mensuração prática do tópico anterior objetiva situar o leitor na linha do tempo e fazê-lo perceber que a medida é quase tão antiga quanto a contagem e que em nenhum momento se trata de um tema nascido nas circunstâncias atuais. As palavras de Auden[4], de que "vivemos em sociedades para as quais o estudo daquilo que pode ser pesado e medido é uma paixão obsedante", tornam-se pois, nesse contexto, muito oportunas, como proposta de justificar o avanço da Ciência moderna, a partir da elaboração de uma "teia de leis quantitativas" (CARAÇA, 1984, p.124).

A busca pela quantificação parece inerente à natureza humana. Passagens desse fato podem ser encontradas tanto na escola pitagórica mediante a "afirmação bela e fecunda, da existência duma *ordenação matemática do Cosmos* – todas as coisas têm um número" (CARAÇA, 1984, p.72), como numa literatura mais atualizada, intitulada *A Mensuração da Realidade*, onde Crosby (1997) assinala que sua inquietação reside em explicar o espantoso

---

[3] Infere-se que os babilônicos do período 2000 a.C. a 1600 a.C. soubessem regras gerais da área do retângulo, triângulo (retângulo e isósceles) e trapézio retângulo. (EVES, 1997, p.60).

[4] W. H. Auden. *The English Auden*: Poems, Essays e Dramatic Writings, 1927-1939. London: Faber & Faber, 1986. p.292.

sucesso do imperialismo europeu. O livro sugere que a vantagem dos europeus, em relação a outros povos, estava na mudança de mentalidade, que *grosso modo* impunha "um modelo quantitativo em substituição ao antigo modelo qualitativo, ou seja, refletir sobre a realidade em termos quantitativos, em caráter mais sistemático do que qualquer outro membro de sua espécie" (CROSBY 1997, p.12-13).

Seja qual for a necessidade da citação cronológica, é preciso perceber que a noção de quantidade está intimamente relacionada à idéia de qualidade e que, no estudo das medidas, tornam-se elementos básicos do campo conceitual. Qual a distinção, porém, entre qualidade e quantidade? Eis duas definições de qualidade, segundo a visão de seus autores

1. (s.f.) Propriedade, atributo ou condição das coisas ou das pessoas capaz de distingui-las das outras e de lhes determinar a natureza. (Aurélio, 2000, p.1165).
2. Sejam A, B, ..., L componentes dum isolado (uma secção da realidade, nela recortada arbitrariamente); ao conjunto de todas as relações $A \rightarrow B$, ...$A \rightarrow L$ dá-se o nome de qualidades de A em relação a B, ... L. (Caraça, 1984, p.114).

Há qualidades, entretanto, não suscetíveis de medição. Não se pode dizer, por exemplo, que "uma circunferência é mais ou menos circular que outra" (CARAÇA, 1984, p.114). Com outras palavras, é possível apenas emitir um juízo de valor, como o caso de dizer, de duas pessoas nossas conhecidas, qual das duas é mais ou menos responsável do que a outra. Quanto à quantidade, eis o que encontramos em termos de sua definição

1. (s.f.) Número de unidades, ou medida, que determina um conjunto de coisas consideradas como equivalentes e suscetíveis de aumento ou diminuição. Grandeza expressa em número. (Aurélio, 2000, p.1165).
2. A quantidade é um atributo da qualidade e, como tal, só em relação a ela pode ser considerada. (Caraça, 1984, p.117).
3. Quantidade é a grandeza expressa em números. Assim, um monte de trigo constitui propriamente uma grandeza, e vinte alqueires de trigo constitui uma quantidade. (Lima & Bellemain, 2002, p.87) [5].

Aristóteles, de acordo com Crosby (1997, p.26) considerava a descrição e a análise mais úteis em termos qualitativos do que em matéria quantitativa, ao destacar que "o matemático só

---

[5] Essa definição encontrada em Lima & Bellemain (2002, p.86-87) trata-se, na verdade, de uma citação dos autores, retirada do *Tratado Elementar de Aritmética,* de José Aelino Serrasqueiro que, em sua 21ª edição, publicada em Coimbra, em 1921, continha o programa oficial para o ensino nos liceus e foi utilizado em escolas brasileiras, juntamente com manuais do mesmo autor versando sobre Geometria e Álgebra, até a década de 1950.

media as dimensões depois de retirar todas as qualidades sensíveis, como por exemplo, o peso e a leveza, a dureza e seu oposto, e também o calor e o frio e outros contrários sensíveis". Possivelmente por excesso de explicações qualitativas, Aristóteles tenha esquecido de observar quantitativamente o movimento dos corpos, quando afirmou que "os corpos caem com velocidades proporcionais ao seu peso". Essa afirmação foi posteriormente desmentida pela Física experimental de Galileo (1564-1642).

Talvez para evitar enganos dessa natureza, a ciência moderna (do Renascimento) tenha se preocupado em quantificar os fenômenos, mediante a observação e a experimentação. Nesse sentido, houve um realinhamento do pensamento científico e "o novo rumo da barca da Ciência está cheio de triunfos", como anota Caraça (1984, p.124), fazendo eclodir em todos os ramos do conhecimento uma tendência para a evolução quantitativa, por intermédio do estudo da medida.

A sistematização das leis quantitativas, entretanto, remete à ação de medir e, conseqüentemente, à necessidade do entendimento, mesmo que, em linhas gerais, de termos correlatos a esse campo de estudo: o conceito de grandeza e de medida. É importante esclarecer que o cerne da abordagem de medidas que se faz neste capítulo se volta tão-somente para o enfoque da grandeza comprimento e que, a partir daí, farei também uma explanação da expansão numérica, conseqüência imediata resultante do seu estudo. Este texto também esclarece a sistematização do sistema de medida como proposta de solução do entendimento das medidas entre os povos.

2.3 A noção de grandeza

Para se efetuar qualquer tipo de medição, é necessário saber qual a grandeza a ser medida. O que é grandeza? Eis algumas definições encontradas:

> Grandeza pode ser definida, resumidamente, como sendo o atributo físico de um corpo que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado. O termo "grandeza" pode referir-se a uma grandeza em sentido geral (comprimento, tempo, massa...) ou a uma grandeza específica (comprimento de uma barra de ferro,...)(www. ipem[6].sp.gov.br).

[6] Ipem.sp – Instituto de Pesos e Medidas do Estado de São Paulo.

> Esta é uma daquelas palavras que todo mundo acredita ter uma idéia clara e que, entretanto, é relativamente difícil de definir bem. Não seria porque a idéia que esta palavra recobre é mais simples que as idéias por meio das quais se pretende explicá-las? De qualquer forma, os matemáticos definem grandeza como o que é suscetível de aumento e diminuição... (D'ALLEMBERT, et al., 1785, p.148-149 in LIMA & BELLEMAIN, 2002, p. 81).

A complexidade do assunto, impõe que se faça uma abordagem superficial, mas necessária, para o melhor entendimento do capítulo. Dentre tantas grandezas, em particular, para compreendermos a grandeza comprimento, é necessário saber que sua abordagem tanto pode ser feita no "contexto dos objetos do mundo físico (perceptível pelos sentidos), quanto nos objetos matemáticos (através de raciocínios lógicos inter-relacionados)" (LIMA & BELLEMAIN, 2002, p.99).

2.4 O que significa medir uma grandeza?

As grandezas podem ser classificadas basicamente em dois tipos: as discretas e as contínuas. Uma grandeza é dita discreta quando "é formada por um número finito de elementos (conjunto contável) que não podem ser quebrados. Por exemplo: o conjunto das cartas de um baralho". Já uma grandeza contínua "é formada por um número infinito de elementos (pontos) e admite, teoricamente, divisibilidade infinita. Por exemplo: um pedaço de barbante, um segmento de reta" (MIGUEL & MIORIM, 1986, p.45).

De acordo com Lima (1991, p. 7), "comparar uma grandeza discreta com a unidade significa efetuar uma *contagem*; o resultado é sempre um número inteiro". Temos, pois, no conjunto dos números naturais, o modelo matemático para a *contagem*. Se, entretanto, a grandeza é contínua, compará-la com a unidade é *medi-la*; o resultado da comparação (medida) é um número real.

Ninguém duvida de que as operações de contar e de medir são exigências diárias e que são inúmeros os exemplos possíveis de encontrar nesse sentido. Especificamente a ação de medir consiste em comparar duas grandezas da mesma natureza (grandezas homogêneas), como por exemplo, dois comprimentos ou dois volumes. Tal comparação, entretanto, não pode ser feita de qualquer forma sob pena de não se conseguir uma medida adequada. A correta ação de medir, portanto, envolve três fases distintas: a escolha adequada da unidade de medida, que é uma grandeza através da qual se vão medir outras grandezas da mesma espécie; a adequada comparação entre a unidade de medida e a grandeza de mesma natureza a ser medida e o resultado desta comparação, expresso por um número. Caraça (1984, p. 30) esclarece essa questão da seguinte maneira, quando diz ser necessário

> 1º - Estabelecer um *estalão* único de comparação de todas as grandezas da mesma espécie; esse estalão chama-se *unidade* de medida da grandeza de que se trata – é, por exemplo o *centímetro* para os comprimentos, *o grama-peso* para os pesos, o *segundo* para os tempos, etc.
> 2º - Responder à pergunta – quantas vezes? – acima posta, o que se faz dando um número que exprima o resultado da comparação com a unidade.
> Este número chama-se *medida* da grandeza em relação a essa *unidade*. Por exemplo, na fig. 10, o resultado da comparação exprime-se dizendo que no segmento $\overline{CD}$ cabe *três* vezes a unidade $\overline{AB}$, ou que a *medida* de $\overline{CD}$ *tomando* $\overline{AB}$ como unidade, é *três*.

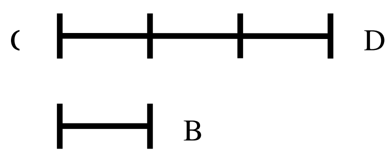


Figura 1 – Comparação entre segmentos de reta

É conveniente ressaltar, em princípio, que se pode escolher a unidade de medida de várias maneiras, ou seja, "uma mesma grandeza tem, portanto, tantas *medidas* quantas as *unidades* com que a medição se faça" (CARAÇA, 1984, p.31). Devem-se, contudo, levar em conta certos aspectos dessa escolha, pois não seria cômodo, por exemplo, medir o comprimento de uma sala, utilizando o quilômetro como unidade de medida.

2.5 Em busca da formalização da grandeza comprimento

2.5.1 Aquisição da idéia da dimensão

As noções de espaço e dimensão, analisadas como objetos físicos, são relativamente simples e intuitivas. Apesar dessa simplicidade, apenas há cinqüenta anos, a dimensão dispõe de uma teoria exata e satisfatória e que vem atingindo maior grau de perfeição à medida que o tempo passa. Para que se possa falar, porém, de maneira mais confortável sobre dimensão, a idéia de espaço se impõe. Neste caso, faz-se necessário mencionar o espaço real e o espaço geométrico.

De maneira ligeiramente simplificada, o espaço real é aquele em que vivemos. Sem uma tentativa da nossa parte em defini-lo, nos limitamos apenas a considerar que sua idéia está intimamente ligada ao grau de nossas experiências, bem como percepções, e que implica ser regido por propriedades não tão precisas. O espaço real não é perfeito.

Criado pela mente humana, o espaço geométrico, entretanto, é formado por elementos que possuem propriedades inteiramente exatas. Posso dizer, por exemplo, que a definição de triângulo antecede sua classificação. No espaço real, porém, por mais que tentemos, apenas nos aproximamos do que seja a definição de um triângulo eqüilátero[7]. Simplesmente é impossível à natureza humana construir tal triângulo no espaço real. O espaço perfeito só existe na Geometria porque faz parte do mundo da Matemática, que, por sua vez, é concebida na mente humana.

É inegável que o espaço geométrico se baseia no espaço real. Justificando essa afirmação, Oliveira & Silva (1970, p.141) comentam que "o espaço geométrico é uma construção lógica, cuja base é constituída pelos axiomas, isto é, convenções arbitrárias do ponto de vista lógico, mas inspiradas no real e, conseqüentemente, justificáveis".

Quantas e quais, entretanto, são as dimensões a que nosso espaço real está limitado? Tomemos quatro objetos do mundo real, com todas suas imperfeições: um minúsculo botão, uma fita de tecido de 15cm, uma folha de cartolina de 40cm x 40cm e uma caixa de papelão que caiba um televisor de 29 polegadas. Podemos colar o minúsculo botão na fita, mas o contrário não pode ocorrer. Podemos colar a fita na cartolina, mas o contrário é impossível. Podemos ainda, colocar a folha de cartolina dentro da caixa de papelão e mais uma vez a ação contrária é inviável; ou seja, é impossível encaixar um objeto em um espaço que tenha um número menor de dimensões.

Nos exemplos tomados como referência, o botão representa o ponto desprovido de dimensão (respeitando a limitação do espaço real, até porque é impossível conseguir, no mundo físico um objeto que não seja tridimensional); a fita representa a reta, que, por sua vez, é unidimensional, pois possui comprimento; a folha de cartolina é bidimensional por possuir

[7] Um triângulo é classificado em eqüilátero se, e somente se, têm os três lados congruentes. (DOLCE & POMPEO, 2004, p.37).

comprimento e largura; e, finalmente, a caixa de papelão é tridimensional, pois possui comprimento, largura e altura, o que responde à pergunta anteriormente feita.

A analogia da tridimensionalidade entre espaço real e o espaço geométrico acontece a partir da aceitação de que, neste, um ponto, para ser determinado, precisa de três coordenadas, representadas por números que indicam a distância desse ponto a três planos perpendiculares, dois a dois. Uma vez que se variam os três números, de maneira independente, obtêm-se todos os pontos do espaço. Espaço e matéria estão, entretanto, de certa forma, tão enredados que não há como determinar se o espaço físico é euclidiano, ou não.

Mas o que acontece, todavia, se não nos prendermos ao espaço real? De quantas dimensões poderemos dispor? A mente inquieta, rebelde e que não aceita imposições de grilhões, de muitos matemáticos, em séculos anteriores, não se deixou vencer pela limitação aparentemente definitiva e fisicamente inviolável do espaço real. "Voltemos", então, ao século XIX, considerado como o século da libertação da Geometria e também da Álgebra, em busca de respostas a essas perguntas.

Especificamente na Geometria, na primeira metade do século XIX, perto de 1829 houve "a descoberta, , de uma geometria autoconsistente, diferente da geometria usual de Euclides" (EVES, 1997, p.538). O calcanhar de Aquiles da Geometria euclidiana foi a dificuldade em desenvolver logicamente a teoria das paralelas[8]. As tentativas de provar o postulado das paralelas como um teorema a partir dos restantes nove "axiomas" e "postulados" ocuparam os geômetras por mais de 2000 anos e culminaram em alguns dos desenvolvimentos de maior alcance da Matemática moderna.

Boyer (1974, p.387) ensina que, "dentre todos os ramos da matemática, a geometria tem sido o mais sujeito a mudanças de gosto, de uma época para outra". Possivelmente não seja bem mudança de gosto, mas anseio dos matemáticos por ampliar o campo de estudo, a partir de teoremas e postulados pouco esclarecidos. Tanto é assim que, até o século XVIII, pensava-se que "os gregos haviam esgotado, bastante satisfatoriamente, a geometria sintética do triângulo e do círculo" (EVES, 1997, p.387). O século XIX, entretanto, se apresentou como a idade heróica na Geometria.

[8] Maiores explicações sobre os Elementos de Euclides são encontradas na seção 5, de Howard Eves (1997, p.166 - 181).

É fato que as perguntas anteriormente suscitadas buscam respostas que recaem nas tentativas mais relevantes de resolver os postulados das retas paralelas, que passaram pelas mãos de Girolano Sccheri, Johann Heninrich Lambert e Adrien-Marie Legendre. Os primeiros matemáticos, contudo, a suspeitarem que o postulado das paralelas é independente dos demais postulados, e por isso não pode ser deduzido a partir deles, foram Gauss, Janos Bolyai e Nicolai Ivanovitch Lobachevsky, segundo Eves (1997, p.541). Hoje se sabe que a Geometria desenvolvida a partir de uma coleção de axiomas compreendendo um conjunto básico acrescido da hipótese do ângulo agudo é tão consistente quanto a Geometria euclidiana desenvolvida a partir do mesmo conjunto básico acrescido da hipótese do ângulo reto.

Como Gauss nunca deixou nada escrito a esse respeito, então os méritos da descoberta de uma nova Geometria ficaram entre o húngaro Janos Bolyai (1802 - 1860) e o russo Nicolai Ivanovitch Lobachevsky (1793-1856). Ao organizar seus escritos, Bolyai comentou que “Do nada eu criei um universo novo e estranho” que ele chamou de “A ciência absoluta do espaço” (EVES, 1997, p. 543).

A Geometria não euclidiana não obteve aprovação de imediato na comunidade matemática, aliás, foram necessárias décadas até que esta pudesse absorver as novas idéias. A perfeita fundamentação sobre a Geometria não euclidiana foi feita pelo matemático Riemann (1826-1866) em 1854. Sua tese apresentava profunda e ampla visão de todo o domínio da geometria, pois propunha sair do caráter particular da Geometria euclidiana para uma visão mais global, com um estudo de variedades de qualquer número de dimensões em qualquer tipo de espaço.

O primeiro artigo que retratava a Geometria pontual de dimensão superior foi escrito, inicialmente, por Arthur Cayley (1821-1895) em 1843, e sem dúvida culminou na grande conferência probatória de Riemann em 1854, quando ele propôs sua noção de variedade *n*-dimensional e suas relações mensuradoras. De acordo com Eves (1997, p. 600),

> Estuda-se geometria *n*-dimensional analiticamente pela introdução de conceitos apropriados no espaço aritmético *n*-dimensional. O *espaço aritmético n-dimensional* é o conjunto dos *n*-uplos $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ de números reais, sendo cada um desses *n*-uplos chamado *ponto* do espaço. Definem-se as relações entre esses pontos por fórmulas análogas àquelas que se verificam para as relações correspondentes entre pontos, digamos do espaço cartesiano bi ou tridimensional. Assim, como a distância entre dois pontos (x_1, x_2) e (y_1, y_2) num espaço cartesiano retangular bidimensional é dada por $[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2]^{1/2}$, e a distância entre os pontos (x_1, x_2, x_3) e (y_1, y_2, y_3) num sistema cartesiano retangular tridimensional é $[(x_1 - y_1)^2 +$

> $(x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2]^{1/2}$, define-se a *distância* entre dois pontos $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ e $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$ de um espaço *n*-dimensional aritmético como $[(x_1 - y_1)^2 + ... + (x_n - y_n)^2]^{1/2}$.

Em 1865, o matemático Püncker expandiu num livro, sobre uma “Nova geometria do espaço”, o que ele já indicara há três anos. Sua fala é mencionada por Boyer (1974, p.399) da seguinte maneira

> Um espaço, ele dizia, não precisa ser pensado como uma totalidade de pontos; pode igualmente bem ser visualizado como composto de retas. Na verdade, cada figura que antes fora pensada como um lugar ou totalidade de pontos pode ser ela própria pensada como um *elemento* de um espaço, e a dimensionalidade do espaço corresponderá ao número de parâmetros que determinam esse elemento. Se nosso espaço ordinário a três dimensões é pensado como um “feixe de feno cósmico de palhas infinitamente finas e infinitamente longas” em vez de um “aglomerado de chumbo de matar passarinho infinitamente fino” ele será a quatro dimensões em vez de três.

Após essa abordagem da evolução do pensamento matemático, é possível chegar à conclusão de que as perguntas anteriormente formuladas estão plenamente respondidas. Nas palavras de George Cantor, “A essência da matemática está em sua liberdade” (EVES, 1997, p.545). É um fato, portanto, que o papel da Geometria euclidiana está em tentar interpretar o espaço real dentro dos limites do erro experimental.

Tanto a criação da Geometria analítica, no século XVII, quando o espaço passou a ser considerado uma coleção de pontos, como a criação das geometrias não euclidianas no século XIX, contribuíram para que os matemáticos aceitassem a realidade de que há mais do que uma geometria. Em 1906, Maurice Fréchet (1878-1973) iniciou o estudo dos espaços abstratos. Dessa forma, “o espaço tornou-se meramente um conjunto de objetos, comumente chamados *pontos*, juntamente com um conjunto de relações envolvendo esses pontos, e se chamou de geometria simplesmente a teoria desse espaço. O conjunto de relações às quais estão submetidos os pontos chama-se invariantes de um grupo de transformações” (EVES, 1997, p.660).

2.5.2 A inevitável discretização do contínuo no estudo da grandeza comprimento

As ações matemáticas de contar e medir estão intimamente ligadas, respectivamente, às grandezas discretas e contínuas. De acordo com Brolezzi (1996, p.5)

> Pode-se dizer que na Matemática há duas grandes correntes. Uma delas se refere mais diretamente ao discreto, pois lida com indução, recursão, combinatória, e em geral tudo o que se refere à aritmética dos números inteiros, de um ponto de vista algorítmico. É a Matemática Discreta. A corrente que se refere ao contínuo lida com a idéia de função, com a geometria, com derivadas e integrais.

Nesse sentido, o comprimento, por ser passível de medida, é uma grandeza contínua. Seu estudo é um dos muitos assuntos que compõe a Matemática elementar e incorre num problema pedagógico (BROLEZZI, 1996, p.5), justamente quando o professor, por não explorar a relação existente entre os aspectos discreto e contínuo, prefere optar ora por um ou outro aspecto.

Neste trabalho procurei minimizar esse obstáculo conceitual e didático ao buscar uma interação entre a idéia de continuidade presente no ato de medir diversas distâncias, com instrumentos de medição, e a necessidade de efetuar cálculos com as diversas quantidades obtidas dessas medições, o que ilustra o aspecto discreto do contínuo. Para administrar melhor esses dois aspectos – contínuo e discreto – desenvolvi o que chamo de quadro valor lugar das medidas de comprimento, ao utilizar o sistema métrico decimal, idéia inspirada no quadro valor de lugar utilizado no estudo do sistema de numeração decimal, já que ambos os sistemas utilizam a base dez.

2.5.3 A modelagem matemática da grandeza comprimento

Com este capítulo, não pretendo reinventar a roda, mas revisitar a grandeza comprimento, onde apresento uma pesquisa que se propõe relacionar as suas formas de abordagem, pois entendo que, apesar desse estudo já estar bem estruturado, muita coisa passa despercebida pelos professores ao transmitir as idéias de comprimento.

O comprimento pertence a uma classe particular das grandezas, denominadas geométricas. Para tornar mais compreensível, junto aos alunos, a grandeza com que se vai trabalhar, no caso, a grandeza comprimento, o professor deve, num primeiro momento, se utilizar da abordagem dos sentidos para explorar empiricamente sua presença nos diversos recursos materiais no alcance deles, alunos. Por exemplo, o comprimento horizontal e vertical do quadro de escrever, o comprimento da caneta, o comprimento da sala e outros.

Somente depois, o professor buscará o rigor matemático, compatível com o nível de maturidade dos alunos, para abordá-la como objeto matemático. Com o intuito de nortear como a grandeza comprimento é enfocada do ponto de vista da Matemática escolar, recorro a alguns autores, esclarecendo, de antemão, que está além dos meus objetivos, neste texto, fazer a explanação de uma estrutura axiomática para a grandeza comprimento.

É importante esclarecer que o comprimento é visto de forma mais aprofundada na quinta série do Ensino Fundamental, o que corresponde ao terceiro ciclo. A análise de alguns livros didáticos, em torno desse assunto, nos faz perceber que os autores limitaram sua abordagem apenas ao sistema métrico decimal. Apesar de alguns trazerem, para o professor, orientação metodológica, em páginas anexas dificilmente sugerem, no corpo do livro, propostas de exercícios que utilizem a régua graduada como suporte para o melhor entendimento dos submúltiplos do metro, por exemplo.

O estudo da grandeza comprimento, como objeto matemático, é vista na Geometria plana como sendo a medida de um segmento de reta, também reconhecida como distância métrica. Ao consultarmos uma literatura mais especializada, Lima (1991, p.1) define comprimento como sendo a medida de um segmento de reta, nesses termos

> Indicaremos com o símbolo $\overline{AB}$ a medida do segmento de reta AB. A medida, ou comprimento, $\overline{AB}$ é um número que deve exprimir quantas vezes o segmento AB contém um segmento u, fixado previamente, que se convencionou tomar como unidade de comprimento, ou como segmento unitário.

O autor assume, entretanto, a noção de que a explicação acima é vaga do ponto de vista matemático e propõe um desenvolvimento lógico em torno do raciocínio da definição de comprimento, de forma que discute todas as situações sobre a medida $\overline{AB}$ de um segmento de reta AB, onde relaciona essa medida a um número, que pode ser inteiro, fracionário ou irracional.

O comprimento pode ainda ser estudado no curso sobre Espaços Métricos, como introdução à Topologia, em que Lima (1977, p.2) assim explana

> A reta, ou seja, o conjunto | dos números reais é o exemplo mais importante de espaço métrico. A distância entre dois pontos x, y ϵ | é dada por d(x, y) =

> $\| x - y \|$. As condições[9] d1) a d4) resultam imediatamente das propriedades elementares do valor absoluto de números reais. Esta é a chamada “métrica usual” da reta.

De acordo com Barbosa (1995, p.12-13), o instrumento utilizado para medir comprimento de segmento é a régua graduada. O autor utiliza uma régua graduada para melhor exemplificar a distância obtida entre dois pontos e mostra, por meio do que intitula de axioma[10] III_2, “que os pontos de uma reta podem ser sempre colocados em correspondência biunívoca com os números reais, de modo que a diferença entre estes números meça a distância entre os pontos correspondentes”.

Pode-se concluir, dessa forma, que o comprimento é grandeza, pois goza da qualidade elementar das grandezas por ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado, é unidimensional, pois necessita apenas de dois pontos no plano para sua identificação, além de ser é contínuo, por ser passível de medida.

No tópico seguinte farei uma discussão da expansão numérica, a partir da comparação do comprimento de dois segmentos, onde os conjuntos numéricos começaram a ser definidos em termos de sua limitação.

2.6 Uma conseqüência resultante da medida entre dois comprimentos: a expansão numérica

O sugestivo lema da escola pitagórica “Tudo é número” sintetizava a obsessão dos seus componentes pelos números. Sem entrar no mérito do misticismo adotado por esta irmandade, o fato é que a Filosofia pitagórica se baseava na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria eram os números inteiros.

---

[9] Uma métrica num conjunto M é uma função d: M x M $\to$ | que associa a cada par ordenado de elementos x, y , M um número real d(x, y), chamado a distância de x a y, de modo que sejam satisfeitas as seguintes condições para quaisquer x, y, z $\in$ M : d1) d(x, x) = 0; d2) Se $x \neq y$ então d(x, y) > 0; d3) d(x, y) = d(y, x) e d4) d(x, z) $\leq$ d(x, y) + d(y, z), Lima (1977, p.1).

[10] Hoje, axiomas e postulados são designações das proposições admitidas sem demonstração. Constituem o ponto de partida de uma teoria dedutiva. (CASTRUCCI, 1978, p.2).

Conforme mencionamos antes, as medições de grandezas se fazem necessárias no cotidiano. Para medirmos, por exemplo, dois comprimentos, tomando um deles como unidade de medida, e o outro, o comprimento a ser medido, o mais provável que aconteça é que um não caiba um número exato de vezes no outro (LIMA, 1991, p.1-3). Para satisfazer esse raciocínio elementar das medições, são necessárias as frações. Os números racionais comportam uma interpretação geométrica fácil de representar essa situação.

Ao medirmos um segmento de reta AB fixando uma unidade **u** de medida 1 (segmento unitário ou unidade de comprimento), duas situações podem ocorrer:

Primeira situação: A unidade **u** cabe um número inteiro de vezes em AB:

Figura 2 – A unidade u cabe um número exatos de vezes em AB

Se **u** couber **n** vezes em AB, então a medida de $\overline{AB}$ = **n** unidades, portanto um número natural.

Segunda situação: A unidade **u** não cabe um número exato de vezes em AB:

Figura 3 – A unidade u não cabe um número exato de vezes em AB

Para resolver esse impasse é necessário procurar um segmento de reta menor **w**, que caiba **m** vezes no segmento unitário **u**. A medida de **w** será a fração $\frac{1}{m}$. Neste caso a medida de $\overline{AB}$ será **n** vezes $\frac{1}{m}$**,** o que resulta em $\frac{n}{m}$**,** portanto um número racional**.** O segmento **w** é, neste caso, um submúltiplo comum de AB e **u,** o que os torna comensuráveis entre si.

Livros da História da Matemática (EVES, 1997; BOYER, 1974) fazem menção ao possível conflito dos pitagóricos acerca da descoberta de que há pontos na reta que não correspondem a nenhum número racional. Os números racionais são insuficientes para medir todos os segmentos de reta. A situação para comprovar tal fato pode ter ocorrido, por exemplo, tanto para comparar a diagonal de um quadrado ou de um pentágono com seu lado. Não importa, pois a realidade, de certa forma insuportável para a convicção pitagórica, mostrava que os inteiros e suas razões eram insuficientes para resolver tal comparação, pois a diagonal e o lado do quadrado ou do pentágono não têm um submúltiplo comum, por mais que se diminua a unidade de medida.

Considerando, pois, um quadrado cujo lado seja **1.** O cálculo da sua diagonal **d** é encontrado utilizando-se o teorema de Pitágoras. Dessa forma tem-se: $d^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow d^2 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2}$. O cálculo de $\sqrt{2}$ = 1,4142135... que não é uma decimal exata, tão pouco periódica. É possível observar, pois, que não há um segmento **w** que caiba **m** vezes no lado unitário do quadrado e **n** vezes na diagonal, de modo que a medida da diagonal seja $\frac{n}{m}$. Já que não existe esse submúltiplo comum entre o lado do quadrado e sua diagonal, diz-se que são segmentos incomensuráveis.

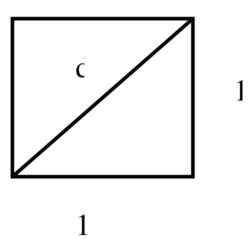


Figura 4 – A relação entre o lado e a diagonal do quadrado

Abaixo encontra-se a demonstração (PAIVA, 1995, p.58) de que $\sqrt{2}$ é um número irracional:

> Suponhamos que exista um número racional p/q, $p \in \mathbb{Z}$ e $q \in \mathbb{Z}^*$, tal que $(p/q)^2 = 2$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que p/q seja fração irredutível, isto é, o máximo divisor comum entre p e q é igual a 1. Temos duas, e apenas duas, possibilidades a considerar: p é par ou p é ímpar.
>
> Primeira possibilidade: admitamos que p é par, ou seja, $p = 2n$ ($n \in \mathbb{Z}$). Assim, temos: $(2n/q)^2 = 2 \Rightarrow 4n^2 = 2q^2 \therefore 2n^2 = q^2$.

> Note que q^2 é par , pois $2n^2$ é par. Ora, o quadrado de um número inteiro é par se, e somente se, esse inteiro for par; logo q é par.
>
> Essa conclusão é absurda, pois, sendo p e q números pares, a fração p/q não será irredutível. Logo a primeira possibilidade não pode ocorrer.
>
> Segunda possibilidade: admitamos que p é ímpar, $p = 2n + 1$ ($n \in \mathbb{Z}$). Assim, temos: $(2n + 1)^2/ q^2 = 2 \Rightarrow (2n + 1)^2 = 2q^2$.
>
> O quadrado de um número ímpar é sempre ímpar; logo $(2n + 1)^2$ é ímpar. Como $2q^2$ é par, temos que essa última igualdade é absurda. Logo, a segunda possibilidade não pode ocorrer.
>
> Ora, se não existe p inteiro, par ou ímpar, de modo que $(p/q)^2 = 2$, segue-se que não existe número racional cujo quadrado seja igual a 2.
>
> Surgiu assim a necessidade de novos números, que não pudessem ser representados como uma razão entre dois inteiros. Convencionou-se chamá-los de **números irracionais.**

Não é objetivo desta pesquisa entrar no mérito da discussão dos irracionais, entretanto é importante ressaltar o fato de que os números irracionais não são de caráter tão elementar como os racionais. Enquanto para se definir um racional são necessários dois inteiros (numerador e denominador não nulo), os irracionais são identificados como decimais infinitos e não-periódicos. É possível aprofundar os conhecimentos sobre os irracionais na leitura do Caraça (1984, p.48 - 63).

A obtenção do conjunto dos números reais é resultante da reunião do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais. Ou seja, se um número não é racional, então é irracional. Com isso, a cada número real corresponde um único ponto da reta e vice-versa, estabelecendo-se, desta forma, uma *correspondência biunívoca,* de forma que todos os segmentos de reta podem ser medidos. A reta real pode ser construída, desde que nela se escolha um ponto de origem a ele associado, no caso, o zero; um sentido de percurso e ainda uma unidade de comprimento.

2.7 Medidas de comprimento com unidades padronizadas, a partir do resgate histórico

O sistema métrico decimal foi desenvolvido na França durante o século XVIII. Segundo Boyer (1974, p.344), "teve a infelicidade de vir depois do dezesseis e antes do dezenove. Como poderia qualquer período que seguisse o 'Século do Gênio' e precedesse a 'Idade Áurea' da Matemática ser considerado como outra coisa senão um interlúdio?" Esse século foi marcado por turbulências e revoltas, tanto na Europa quanto na América. O motivo foi o surgimento da burguesia, que apareceu derrubando a antiga ordem aristocrática na Inglaterra, França e nos Estados Unidos.

Foi em meio a tantos tumultos de ordem ideológica e política, que houve a criação do sistema métrico decimal, planejado para substituir uma miscelânea caótica de sistemas de pesos e medidas não científicos por um apenas, sistemático, científico, preciso e simples (RESNICK & HALLIDAY, 1983). Nesses termos a medição de comprimentos, áreas, volumes e pesos desempenha um papel importante nas aplicações da Matemática. A unidade básica, entre todas é a de comprimento, pois, a partir dela, podem-se estabelecer facilmente unidades para as demais grandezas.

Uma comissão para elaborar um projeto de sistema aceitável foi criada em 1790, pela Academia de Ciências da França. Fizeram parte dessa comissão, dentre outros, os matemáticos Lagrange, Laplace, Legendre e Monge. Essa comissão considerou, para o comprimento básico do novo sistema de medida, "o metro que foi definido como a décima milionésima parte da distância entre o equador e o pólo" (BOYER, 1974, p.347). A adoção oficial do sistema decimal de pesos e medidas, na França, ocorreu em junho de 1799 e, a partir de 1837, seu uso se tornou obrigatório.

Não aceito nos Estados Unidos e Inglaterra, o sistema métrico decimal é hoje adotado em várias nações. Ocorreram várias modificações na definição do metro de acordo com a evolução tecnológica. Segundo Giovanni e Parente (1999, p.258), no ano de 1983, a 17ª Conferência Internacional de Pesos e Medidas, em Paris, definiu o padrão de metro baseado na velocidade da luz. Atualmente, na França, se localiza o Bureau Internacional de Pesos e Medidas, zona instituída neutra por esse país e que foi respeitada pelos nazistas durante a II Guerra Mundial. De acordo com Eves (1997, p.494),

> Em suas dependências estão o metro-padrão e o quilograma-padrão. O quilograma-padrão é constituído de uma liga de platina e irídio. Antes de 1960 o padrão para o metro era uma barra de platina e irídio, mas hoje se define o metro-padrão de uma maneira mais precisa como 1650763,73 comprimentos de onda da luz alaranjada emitida por um isótopo do criptônio-86, por uma descarga elétrica no vácuo.

De acordo com Dias (1998) antigas medidas portuguesas entraram em vigor no Brasil-colônia, cuja primeira tentativa de uniformização consta nas Ordenações Manuelinas, datadas de 1488, determinando que os detentores de "pesos e medidas" os aferissem duas vezes ao ano aos padrões conservados em Lisboa.

Em 1813, segundo Dias (1998), uma Comissão Central de Pesos e Medidas apresentou parecer para o plano de reformas do sistema de unidades, decidindo adotar o sistema decimal francês (sistema métrico decimal) mas conservando a nomenclatura das antigas unidades portuguesas. No ano seguinte, essa comissão determinou a confecção dos padrões os quais deveriam ter gravada as insígnias e armas reais e datas de fabricação. Em 1816, duas caixas contendo padrões foram recebidas na Corte do Rio de Janeiro, entretanto sua distribuição aos conselhos foi interrompida pelo advento da Independência. A Constituição do Brasil imperial inclui o estabelecimento de padrões metrológicos entre as atribuições ao Poder Legislativo. Em 1830, o deputado gaúcho Cândido Baptista de Oliveira, também professor da Academia Militar, apresentou projeto à Câmara dos Deputados para a adoção do sistema métrico francês, com ampla exposição sobre as vantagens desse sistema decimal, propondo inclusive a compra de padrões à França.

Apesar disso, o tema só voltou a ser discutido em 1833 por meio do parecer de uma comissão que, ao buscar não se distanciar dos costumes estabelecidos, tentava definir padrões nacionais unificados que servissem para o estabelecimento de tabelas de conversão adequadas à realidade do comércio internacional. Nessa tabela, aparecem unidades portuguesas ao lado de uma nova unidade de massa, o marco, confrontadas com as do sistema métrico, numa verdadeira "babel de medidas".

Em 1859, Cândido de Oliveira, a pedido do Ministro da Fazenda, publica no Jornal do Comércio uma análise da adoção de um sistema uniforme de unidades, destacando a existência de um movimento internacional visando à padronização dos sistemas de "pesos e medidas” comuns a “todos os países civilizados da Europa e da América” (DIAS, 1998), tendo por base uma unidade invariável subordinada ao princípio decimal de correlação.

Os integrantes de uma comissão enviada à Exposição Universal de Paris, em 1855, não mediram esforços para que o Brasil adotasse o sistema métrico, já que Portugal, com o qual nosso país mantinha fortes relações comerciais, já havia adotado o novo sistema de medidas.

Por volta de 1860 o novo Regulamento da Casa da Moeda passou a atribuir-lhe encargos de uma comissão de pesos e medidas e, dois anos depois, a decisão expressa na Lei 1.157, de 26 de março de 1862, substituía formalmente todo o sistema de unidades em uso no Império pelo sistema métrico francês. Ainda assim, a implementação do sistema métrico decimal seria lenta.

No Brasil, o Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial – INMETRO é o órgão responsável por verificar a aferição de balanças, bombas de gasolina, taxímetros e outros. Substitui, desde 1973, o então Instituto de Pesos e Medidas, e "busca ampliar sua atuação junto à sociedade brasileira fortalecendo empresas nacionais com o aumento da produtividade" (DIAS, 1998) mediante a adoção de mecanismos que possibilitem a melhoria da qualidade de produtos e serviços.

A explanação dos aspectos conceituais vinculados ao estudo do Comprimento ajuda perceber que não se trata de um tema simples, já que envolve termos que se fundem, por isso mesmo se confundem, por sua própria natureza – quantidade, qualidade, dimensão, espaço, grandeza, medida, a ação de medir, sistema de medidas. Essas questões ganham maior dimensão na sua complexidade, quando inseridas no contexto escolar, em que se objetiva o aspecto cognitivo em curso. Nesses termos, entender o processo de aprendizagem será o enfoque abordado no capítulo seguinte.

3 A COGNIÇÃO E A DIDÁTICA DA GRANDEZA COMPRIMENTO

> Na vida humana a aprendizagem se inicia com o, ou até antes, do nascimento e se prolonga até a morte.
>
> Dinah Martins de Souza Campos

Para abordar o aspecto da cognição relacionada à grandeza comprimento, farei breve incursão na análise dos processos cognitivos com base nos fundamentos teóricos psicológicos, de Piaget e Vygotsky. Em seguida, recorrerei à literatura especializada na área de Educação Matemática, como fundamentação teórica, no que concerne aos procedimentos didáticos que envolvem o estudo desta grandeza. Esse suporte teórico me orientou na elaboração do saber, dessa grandeza, junto aos alunos, por meio das sessões didáticas realizadas na parte experimental desta pesquisa.

3.1 Em busca da compreensão do processo de aprendizagem

Certamente uma preocupação constante do professor consiste em saber se o aluno compreendeu o que lhe foi ensinado durante o tempo relativo a cada aula. Como saber, senão perguntando ao próprio aluno? Responder a essa pergunta, entretanto, aparentemente tão simples e direta, pressupõe que este aluno, de acordo com Perraudeau (1996, p.119), "tenha espaço de manobra suficiente em relação ao saber em questão". Do professor, nesse processo, espera-se que ele saiba "objetivar a interrogação", "conduzir uma reflexão sobre o processo cognitivo em curso", além da capacidade de avaliação dos diversos aspectos relativos aos processos cognitivos.

Durante a fase experimental desta pesquisa me deparei com diversas situações onde precisei interrogar os alunos para perceber qual conhecimento já traziam sobre o que estava sendo ensinado e, posteriormente, para saber até onde tinham entendido. O que perguntar, como perguntar, quando perguntar são atitudes que o professor precisa saber fazer no sentido da condução do processo de reflexão. Abaixo um breve relato de situação ocorrida na sessão didática 06, no sentido de ilustrar essa fala:

> - Minha pergunta para vocês é: vocês conhecem alguns desses símbolos? (símbolos do sistema métrico decimal).
>
> Alunos: sim. O km, o m.

No quadro de escrever, da sala de aula, estavam escritos os símbolos: km, hm, dam, m, dm, cm e mm, respectivamente, quilômetro, hectômetro, decâmetro, metro, decímetro, centímetro e milímetro. Como percebi que os alunos só identificaram dois desses símbolos, ao invés de lhes responder, pedi para que pesquisassem em casa e que trouxessem na próxima sessão didática. Em nenhum momento forneci as respostas, mas precisava que adquirissem seu próprio juízo de valor sobre esses símbolos e seus significados.

De acordo com Campos (2001, p.31) 'a aprendizagem é uma modificação sistemática do comportamento ou da conduta, pelo exercício ou repetição, em função de condições ambientais e condições orgânicas'. Esta definição pressupõe que a aprendizagem envolve o uso e o desenvolvimento de todos os poderes, capacidades, potencialidades do homem, tanto físicas, quanto mentais e afetivas. Dentre os diversos métodos e técnicas de estudo da Psicologia da Aprendizagem de pesquisa empregados para a comprovação de hipóteses, este trabalho se utiliza do método da experimentação porque permite variar, de forma ampla, o fenômeno estudado e o rigor das observações.

A precisão e a exatidão tornam esse método digno de confiança por possibilitar o controle das variáveis envolvidas no fenômeno a ser investigado, apesar da sua complexidade, pois, para que os resultados sejam considerados válidos, faz-se necessária a descrição detalhada das circunstâncias em que se passa a pesquisa, que consiste da aparelhagem e instrumentos utilizados, incluindo as características da população envolvida (CAMPOS, 2001).

3.1.1 Aprendizagem cognitiva: produto da aprendizagem

Traçar figuras geométricas, ler um parágrafo, realizar um experimento científico são alguns exemplos utilizados por Perraudeau (1996) para ilustrar o fato de que é necessário levar em conta a idéia de que a resposta de um aluno passa por etapas complexas - juízo de valor, comparações, inferências e outros - para realizar qualquer das atividades propostas. Estas etapas do pensamento exigem que o professor fique atento aos diversos caminhos utilizados pelo funcionamento cognitivo do aluno. O conceito de cognição, todavia, de acordo com Flavell & Miller (1999, p.9), faz parte dos "conceitos realmente interessantes deste mundo que têm o péssimo hábito de evitar nossas tentativas mais obstinadas de defini-los".

Se a cognição não dispõe de uma definição exata por causa da diversidade de elementos envolvidos no processo de aprendizagem, fica a necessidade da busca por uma caracterização que ajude a entender a aprendizagem cognitiva, aquela cujo processamento inclui entidades psicológicas do tipo definido como "processos mentais superiores como o conhecimento, a consciência, a inteligência, o pensamento, a imaginação, a criatividade, a geração de planos e estratégias, o raciocínio, a memória, as inferências, a solução de problemas, a conceitualização, a classificação e a formação de relação e, talvez, a fantasia e os sonhos" (FLAVELL & MILLER, 1999, p.9).

A breve incursão, portanto, nos aspectos gerais relativos à cognição, visa a facilitar a compreensão do funcionamento cognitivo dos alunos, a partir da utilização das pesquisas de Piaget e Vygotsky, neste trabalho.

3.1.2 Revisita à teoria de Piaget: em busca do aumento de conhecimento

A teoria de Piaget prioriza o desenvolvimento cognitivo, no qual a aprendizagem é entendida como aumento de conhecimento, que só acontece quando o esquema de assimilação se converte em acomodação, dois aspectos indissociáveis do processo cognitivo. Nesse sentido, de acordo com Flavell & Miller (1999, p.11),

> A assimilação essencialmente significa aplicar o que já se sabe. Interpretamos e construímos os objetos e eventos externos em termos de nossos modos preferências e atualmente disponíveis de pensar sobre as coisas. A criança pequena que faz de conta que uma lasca de madeira é um barco está, nos termos de Piaget, "assimilando" a lasca de madeira a seu conceito mental de barco. Ela incorpora o objeto ao todo da estrutura de seu conhecimento dos barcos. A acomodação,

> grosso modo, significa ajustar o conhecimento em resposta às características especiais de um objeto ou evento.

O processo complementar, dialético, que combina esses dois lados (assimilação e acomodação), conduz à equilibração que "permite a evolução, ela guia a coordenação das ações", além de ser um processo "que tende para o equilíbrio: ela nunca está efectivamente estabilizada" (PERRAUDEAU, 1996, p.46). Nas palavras de Piaget (1982, p.15), esse contexto é assim esclarecido:

> Ora, assimilando assim os objetos, a ação e o pensamento são compelidos a se acomodarem a estes, isto é, a se reajustarem por ocasião de cada variação exterior. Pode-se chamar "adaptação" ao equilíbrio destas assimilações e acomodações.

A importância do entendimento do modelo de assimilação-acomodação está em fornecer ao pesquisador subsídios que possibilitem registrar de que maneira o sistema cognitivo do aluno pode evoluir a partir da experiência. Este trabalho encontra pontos de interseção com a teoria piagetiana, justamente nas incursões experimentais desta teoria no trato da aquisição de formas cognitivas, relacionadas sobretudo à aprendizagem da ação de medir comprimentos, com instrumento graduado ou não, evoluindo sistematicamente para outros conhecimentos a estes vinculados, como o estudo dos polígonos, seus elementos e seu perímetro, por exemplo.

Para analisar, mais claramente, os processos de assimilação e acomodação propostos por Piaget utilizarei o desenvolvimento do raciocínio matemático, proposto por Johannot (1947, p.25), que o entende como 'raciocínio que intervém quando da resolução do problema matemático, quer tenha ou não apelo ao simbolismo aritmético ou algébrico'.

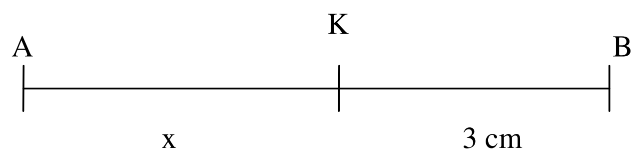
Johannot, como discípulo de Piaget, utilizou o "método clínico" que, a partir de um problema proposto a um aluno, analisa a busca da solução, sem a preocupação com a resposta. Essa experiência possibilitou a Johannot classificar o raciocínio dos alunos em quatro estádios: concreto, gráfico, aritmético e algébrico. Entenda-se como estádio, de acordo com a tradução de Johannot (1947, p.27-28) 'o nível intelectual resultante de aquisições anteriores e constituintes de um patamar necessário para chegar a novas conquistas'.

Este trabalho pretende utilizar os estádios de Johannot no sentido de esclarecer que os alunos se utilizaram dos instrumentos de medição e do quadro valor lugar das medidas de comprimento, para justificar a necessidade e importância de vivenciarem o estádio concreto. O uso da produção dos desenhos de quadriláteros, como o retângulo e quadrado, para o cálculo do perímetro, caracterizam o estádio gráfico de raciocínio dos alunos. Somente na última sessão didática, o formal aritmético foi parcialmente alcançado, quando foi solicitado aos alunos resolverem problemas sem a exigência do apoio visual. O estádio algébrico não foi alcançado neste trabalho pela limitação do tempo destinado a esta pesquisa. Utilizarei momentos acontecidos na fase experimental da pesquisa, para esclarecer os quatro estádios propostos por Johannot (1947):

- O primeiro estágio acontece através da solução do aluno utilizando o plano concreto, como suporte. Nas quatro primeiras sessões didáticas foi necessário recorrer diversas vezes a materiais concretos, como fitilhos e barbantes, para que os alunos percebessem melhor a idéia de curva.
- O segundo estágio, ocorre quando o plano de solução tem como suporte a representação gráfica. Nesta pesquisa, foi necessário recorrer a diversos exemplos gráficos para que os alunos internalizassem a idéia de polígono. Percebi que não adiantava explicitar, o polígono, do ponto de vista dos seus aspectos matemáticos, apenas, era realmente necessário que o aluno desenhasse a figura para melhor compreendê-la.
- No terceiro estágio a solução acontece sobre o plano formal aritmético, em que o apoio de materiais concretos e da representação gráfica não são mais necessários. Somente nas duas últimas sessões didáticas foi possível conseguir dos alunos este tipo de raciocínio, pois tiveram que resolver problemas que forneciam os dados, mas sem nenhum tipo de representação gráfica. Por exemplo, a atividade 2, da ficha de atividade da sessão didática 16: Pretendo cercar, com tela de arame, um canteiro que é quadrado e possui 4,40m de lado. Quantos metros de tela preciso comprar?
- O último estágio é aquele que contempla a solução apresentada pelo aluno, utilizando o plano formal algébrico. Devido à limitação do tempo, não foi possível chegar a esse

nível de raciocínio, mas deixo como sugestão que o professor proponha, para seus alunos, problemas do tipo: Sabendo-se que o segmento AB mede 15 cm, determine o valor de x em cada caso:

a)



b)

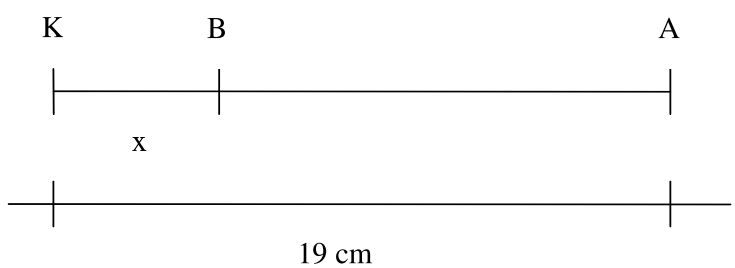


Figura 5 – Segmentos colineares para medição – sugestão de atividades

3.1.3 Revisita à teoria de Vygotsky: o instrumento, o signo e a interação social no desenvolvimento do aluno

Em linhas gerais, a teoria de Vygotsky (1994) vincula o desenvolvimento cognitivo diretamente ao contexto social, histórico e cultural em que acontece, uma vez que esta teoria concebe que os processos mentais superiores (pensamento, linguagem, comportamento voluntário) originam-se em processos sociais e que o desenvolvimento cognitivo é a conversão de relações sociais em funções mentais (MOREIRA, 1999). É a mediação por instrumentos e signos, contudo, que afirma a superioridade das relações sociais no desenvolvimento cognitivo, que nesses termos é assim esclarecido por Vygotsky (1994, p. 9-10)

> Os sistemas de signos (a linguagem, a escrita, o sistema de números), assim como o sistema de instrumentos, são criados pelas sociedades ao longo do curso da história humana e mudam a forma social e o nível de seu desenvolvimento cultural.

Para Vygotsky, o homem transforma-se de biológico em sócio-histórico, num processo em que a cultura é parte essencial da natureza humana. Os instrumentos auxiliam nas ações concretas, cujo objetivo é provocar mudanças e transformações nos objetos e na natureza. Os signos agem como instrumento da ação psicológica e são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo.

Dessa forma, no primeiro momento, a criança se utiliza dos instrumentos e signos para posteriormente deixar de necessitar de marcas externas e passa a empregar signos internos que são as representações mentais tendentes a substituir os objetos do mundo real. Na visão de Vygotsky, a criança só formula o seu sistema de signos mediante a experiência com o mundo objetivo e o contato com as formas culturalmente determinadas de organização do real; e isso vai depender basicamente do grupo cultural em que ela nasce e se desenvolve.

É nesse pensamento, onde interpreta a noção de que o desenvolvimento do conhecimento decorre do social para o individual, que Vygotsky (1994, p.109-113) desenvolve o conceito "zona do desenvolvimento proximal que estabelece a distância entre o que a criança domina sozinha e o que ela domina com ajuda".

3.2 A influência das teorias de Piaget e de Vygotsky nesta pesquisa

Com o intuito de elucidar com maior objetividade, junto ao leitor, os pontos de apoio da compreensão do processo de aprendizagem ou não, dos alunos, na parte experimental desta pesquisa, delinearei os aspectos mais relevantes encontrados em Piaget e Vygotsky:

- ✓ no que concerne aos procedimentos cognitivos que envolvem a medida, Piaget, Inhelder & Szeminska (1973) consideram que o estudo do desenvolvimento do referido tema apresenta um interesse excepcional, já que se apóia sobre um mecanismo operatório tão concreto, que suas origens podem ser encontradas na percepção (estimação visual de grandezas), e tão complexo, que se completa, somente, entre oito e onze anos de idade (dependendo se são abordados comprimentos simples de grandezas compostas);

- ✓ na visão vygotskiana, cabe ao professor o papel de interventor, desafiador, mediador e provocador de situações que levem o aluno a aprender a aprender. O trabalho didático deve, portanto, propiciar a elaboração do conhecimento pelo aluno. Aprender é, de certa forma, descobrir com seus próprios instrumentos de pensamento conhecimentos institucionalizados socialmente; *e*

- ✓ existem tarefas que o aluno não consegue realizar sem que alguém lhe dê instruções, forneça pistas ou lhe assista durante a realização dos trabalhos. Com essa intervenção, a criança alcança resultados mais avançados do que aqueles que conseguiria se realizasse a atividade sozinha. Essa intervenção é fundamental, na teoria de Vygotsky, para a criança aprender.

3.3 Algumas noções teóricas da Educação Matemática como fundamentação teórica para a aquisição do conceito de comprimento

O Brasil, nas últimas décadas, tem se beneficiado das reflexões – sobretudo de origem francesa – relativas à área de Educação Matemática, que permeiam aspectos inerentes ao "processo de ensino-aprendizagem do conhecimento matemático, nos diversos níveis de escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática" (PAIS, 2001, p.10). Dentre essas reflexões, este trabalho utiliza, para um desenvolvimento mais consistente na sua estrutura pedagógica, as noções de: Contrato Didático, Situações Didáticas, Dialética Ferramenta-Objeto e Campos Conceituais.

3.3.1 O Contrato Didático: um pacto entre professor-aluno

As idéias de Contrato Didático, aplicadas neste trabalho, estão vinculadas à definição de Brousseau (1996) na citação de Silva (1999, p.43):

> Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados

No presente trabalho, o emprego do contrato didático nas sessões didáticas foi amplamente praticado, como forma de esclarecer, junto aos alunos, que o exercício pedagógico a ser por eles vivenciado, buscava opções de mesclar os momentos expositivos da sessão, com a utilização de recursos didáticos, como textos, fichas de atividade e instrumentos de medição. Dos alunos, no cumprimento do contrato, eram esperados, durante cada sessão, atenção, participação e sobretudo que buscassem o esclarecimento dos assuntos não entendidos.

3.3.2 Situações Didáticas: aprendizagem matemática envolvendo professor, aluno e conhecimento matemático

A parte experimental deste trabalho, por intermédio de sessões didáticas, buscou abordar a grandeza comprimento dentro dos aspectos reais da sala de aula. Para isso pautou-se em elementos da teoria das situações didáticas, por encontrar elos de apoio nesse sistema, desenvolvido por Brousseau (1996), que "representa uma referência para o processo de aprendizagem matemática em sala de aula envolvendo professor, aluno e conhecimento matemático" (FREITAS, 1999, p.65).

Essa teoria esclarece que o saber matemático escolar para o aluno é fortemente influenciado pela forma didática com que o conteúdo lhe é apresentado e favorece investigar toda a problemática da aprendizagem matemática como um todo. Dessa maneira, pareceu-me coerente abordar a grandeza comprimento, junto aos alunos, subsidiada por elementos dessa teoria que me possibilitassem percorrer caminhos que evolvessem a aprendizagem. Nesse sentido, Brousseau (1986), citado por Freitas (1999, p. 67), esclarece que

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição...o trabalho do aluno

> deveria, em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes.

É importante ressaltar que, dentre os vários obstáculos, enfrentados na utilização dessa teoria, o mais difícil de superar foi encontrar o equilíbrio entre a quantidade de informações a ser passada aos alunos e o tempo de aprendizagem dessas informações por eles.

3.3.3 A Dialética Ferramenta-objeto que subsidia o jogo de quadros da grandeza comprimento

As pesquisas de Douady (1986,1987) trabalham com atividades que se referem às hipóteses cognitivas e didáticas, pois esclarece que o processo da decomposição e composição de figuras planas faz uso da "dialética ferramenta-objeto e jogo de quadros" (FACCO, 2003, p.33).

Há dois aspectos interessantes nas pesquisa de Douady que subsidiaram idéias importantes para a concepção da Engenharia Didática da parte experimental desta pesquisa. O primeiro é que ela 'toma como base as hipóteses piagetianas sobre a *formação de conhecimentos* em termos de *desequilíbio-reequilibração*', rejeitando a parte teórica do desenvolvimento cognitivo por estádios de desenvolvimento de Piaget (MARANHÃO, 1999, p.131). Entendo que fica mais acessível para o pesquisador estabelecer os momentos de aprendizagem do aluno sobre determinada abordagem pela assimilação/acomodação, sujeitos-em-ação, por se tornar mais próximo do momento real da aula.

O segundo aspecto diz respeito à noção de jogos de quadros desenvolvida por Douady (1986), em que busca esclarecer que um dos aspectos mais relevantes em Matemática consiste na mudança de ponto de vista, de tradução de um problema de um quadro para outro, com a finalidade específica de acessar outras ferramentas de resolução que as inicialmente previstas. Um quadro é constituído, segundo Douady, de ferramentas de uma parte da Matemática, de relações entre objetos, de suas formulações eventualmente diferentes e de imagens mentais associadas a essas ferramentas e relações.

Duarte (2002, p.27-28) menciona o jogo de quadros[11]de Douady (1986), referente à grandeza área, como parte integrante da sua pesquisa. Faço uma adaptação dessa modelização didática compatível com a grandeza comprimento, objeto de estudo deste trabalho:

- **o quadro geométrico,** constituído por figuras unidimensionais - como o segmento de reta e figuras bidimensionais - o triângulo, o quadrado e o retângulo;

- **o quadro numérico,** consistindo nas medidas dos comprimentos, que pertencem ao conjunto dos números reais não negativos;

- **o quadro das grandezas,** contexto próprio da noção de comprimento, que integra os dois primeiros.

3.3.4 Campos Conceituais

Segundo Vergnaud (1996), a teoria dos campos conceituais não foi criada para ser aplicada somente em estudos relativos a conceitos de Matemática, embora, inicialmente, tenha sido elaborada para explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espaço e da álgebra.

Nesse sentido, a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990), numa citação de Franchi (1999, p.157), ressalta que

> ... é uma teoria cognitivista que visa a fornecer a fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que revelam das ciências e das técnicas.

Com base nesses pressupostos, Duarte (2002, p.38) esclarece "que o saber construído na escola é intermediário entre o saber cotidiano e o saber científico, e, nesse sentido, a teoria dos campos conceituais possibilita atribuir aos conceitos um significado de natureza educacional, fornecendo uma estrutura à análise da aprendizagem."

[11] Para Douady (1989), um *quadro* é constituído por objetos da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa a um momento dado aos objetos e suas relações.

Nessa teoria, os processos cognitivos e as respostas dos sujeitos são funções das situações com as quais são confrontados e possibilitam compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, entendendo-se por "conhecimento" tanto as habilidades quanto as informações expressas por crianças e adolescentes na resolução de situações significativas.

A idéia de funcionamento cognitivo da criança, do adolescente ou de grupos de alunos em situação, está baseada no repertório de invariantes operatórios disponíveis e caracteriza o fato ideal da aprendizagem com sucesso, pois os acontecimentos anteriores são adicionados uns aos outros e incorporados a uma nova situação.

Vergnaud (1990) define, então, um campo conceitual como "o espaço de problemas ou situações problema cujo tratamento envolve os conceitos e processos de vários tipos de estreita conexão". Assim, a idéia de campo conceitual remete a preocupações sobre a aprendizagem, que geram desenvolvimentos cognitivos, e esses, por sua vez, promovem novas aprendizagens.

3.3.5 Como se encontra o tratamento das grandezas e medidas no contexto escolar brasileiro

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) elegem, no terceiro e quarto ciclos, as grandezas e medidas como um dos quatro grandes blocos de conteúdo que compõem a formação escolar matemática no Ensino Fundamental. Os outros três blocos foram assim determinados: Números e operações, Espaço e forma e Tratamento de informação.

Mesmo que essa reorganização curricular proposta pelos Parâmetros tenha representado um avanço "de direito", por assim dizer, na tentativa de alavancar do segundo plano, nas salas de aula brasileiras, o estudo das Grandezas, o que se observa "de fato" , no dia-a-dia letivo, é que a compreensão do conceito de grandeza, de acordo com Lima & Bellemain (2002, p.8), se reveste de inevitáveis dificuldades que ocasionam uma abordagem medíocre e superficial desse assunto nas aulas.

Essas dificuldades persistem, por estarem inseridas no campo conceitual[12] das Grandezas, onde surgem conceitos que, na linguagem comum, originam diversos "conflitos" conceituais, segundo Trompieri Filho & Barreto (2002, p.141), que remetem à necessidade de definição, por estarem intimamente ligados. São encontrados pontos de conexão em torno dessa dificuldade conceitual mediante a leitura de Lima & Bellemain (2002, p.79-80), que propõem questionamentos ilustradores da fala, quando da tentativa de responder à pergunta: O que é uma grandeza?

Meu questionamento reside justamente na postura de o professor em sala trabalhar o conteúdo relacionado à grandeza comprimento como se desconhecesse as abordagens até aqui discutidas desse modelo matemático, de forma mecânica, como se a grandeza comprimento reduzir-se a um número fosse algo bastante visível para o aluno.

Nesse sentido, o professor de Matemática precisa desenvolver o pensamento de que compreender deve ser o principal objetivo do ensino e que a compreensão do saber se torna muito mais forte quando é autogerada pelos alunos, a partir da relação que estes fazem com o objeto matemático a ser estudado, do que quando lhes é imposto pelo docente ou por um livro-texto; essa idéia é bem esclarecedora nas palavras de Onuchic (In BICUDO, 1999, p. 208):

> Em nossa visão a compreensão de matemática, por parte dos alunos, envolve a idéia de que entender é essencialmente relacionar. Esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando: o aluno é capaz de relacionar uma determinada idéia matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos; o aluno consegue relacionar um dado problema a um grande número de idéias matemáticas implícitas nele... À medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, sua habilidade em usar matemática aumenta consideravelmente

Ao discutir a relação entre professor e aluno, neste contexto, Freire (1997, p.24) mencionou que "a reflexão crítica sobre a prática se torna uma exigência da relação Teoria/Prática sem a qual a teoria pode ir virando bláblábá e a prática ativismo". O professor ministra o conteúdo, enquanto o aluno passivamente o recebe. No entanto, não se pode desconhecer que tais posturas estão perfeitamente coerentes com os cânones da "pedagogia

---

[12] A teoria dos campos conceituais proposta por Vergnaud é cognitivista e objetiva mostrar princípios de base para o estudo do desenvolvimento, da aprendizagem e do funcionamento de um conceito, considerando, ao mesmo tempo, o plano das situações, o dos invariantes operatórios e o das representações simbólicas.

tradicional" que, pode ser anacrônica, mas é autoconsistente. A postura do docente deveria, entretanto, ser a de desenvolver metodologias que deixassem aflorar os aspectos cognitivos do aluno. De acordo com o comportamento ideal e a responsabilidade do professor, Castillo (2001, p.106), após a realização de algumas experiências com professores, comenta que

> O professor foi um observador dos processos de aprendizagens de cada um dos sujeitos, objetivou estruturar metodologias que possibilitassem o surgimento das habilidades cognitivas em cada aluno, gerando nos mesmos processos de autonomia em seu processo de aprendizagem. Considerar o domínio do conhecimento como uma rede de relações e concepções exige orientar os estudantes na busca de informações e assim proporcionar um tipo de trabalho onde foi possível a contrastação, comparação e validação das idéias apresentadas na aula.

Quando o professor pretende, na sala de aula, que o aluno aprenda o que é o perímetro de um polígono, por exemplo, manipulando cálculos que envolvem medidas preestabelecidas por ele, professor, alguns conhecimentos deixam de ser vivenciados, senão vejamos: o aluno chega à soma das medidas dos lados da figura, sem ter a noção de que os lados dessa figura constituem, por assim dizer, a grandeza comprimento. As medidas dadas a cada lado do polígono são vistas pelos alunos sob o ponto de vista puramente numérico e aquelas unidades que acompanham esses números – cm, mm, m e outras – não dizem nada, por não saberem exatamente do que se trata. Quando da abordagem da grandeza área, o problema, então, ganha maiores proporções, pois aí já se manipulam duas grandezas – comprimento e área – e o aluno passa a confundi-las facilmente.

Especificamente, no trato das grandezas e suas medidas, em particular o comprimento, tanto o obstáculo conceitual que circunda esse assunto quanto o desconhecimento por grande parte da comunidade dos professores de Matemática, dessa realidade, tornam-se para mim indicativos claros de que a abordagem desses assuntos é realizada, nas aulas, de forma incorreta.

Essa realidade me inquieta e a resposta aos meus anseios está, possivelmente, na possibilidade de que as pesquisas realizadas nessa área abram espaços para a realização de cursos que estimulem o professor a melhorar seus conhecimentos sobre grandezas e, a partir, daí levá-lo a conscientizar-se da necessidade da mudança na sua postura em sala de aula.

4 DELINEAMENTO DA PESQUISA

> Antes de começar quero lavar-me da suspeita de ingratidão para com meus mestres. O ensino que critico é tanto o que ministrei como o que recebi.
>
> (REVUZ, p. 70)

Este capítulo explicita o problema que delimita a presente temática. Esclarece os procedimentos metodológicos que embasam a argumentação das análises a *priori* e a *posteriori* e que orientam a execução das sessões didáticas.

4.1 Problemática

No decorrer do ano letivo dos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, os professores de Matemática, quase sempre, tomam como referência para ministrar suas aulas, o livro didático adotado. A ênfase ocorre nos conteúdos voltados para a Aritmética, como problemas com as operações fundamentais e frações. Alguns tópicos de Geometria de posição, como ponto, reta, plano, figuras planas, não-planas, polígonos e outros são abordados superficialmente. Em geral, esses tópicos utilizam, em média, sete dos nove meses letivos. Os outros dois meses são dedicados à Geometria métrica, como comprimento, área, volume, capacidade e massa. É importante que se esclareça ser esta uma realidade muito presente nas escolas particulares, pois, nas públicas, o mais comum é que o aluno termine o sexto ano sem ter visto nenhum conteúdo envolvendo a Geometria métrica. É pertinente informar que os mesmos tópicos vistos nesta série são também vistos no quinto ano (4ª série) do Ensino Fundamental, de maneira mais superficial.

A abordagem da Geometria métrica, contudo, é feita de maneira inadequada pelos professores, que reduzem imediatamente esses conteúdos ao estudo do sistema métrico decimal, por meio do cálculo do perímetro, área e volume, utilizando fórmulas e transformações de unidades.

O resultado desse estudo é frustrante, tanto para os professores quanto para os alunos. Para o professor que sabe que o problema existe, mas que, em muitos casos, não tem idéia de como corrigi-lo. Para o aluno, a sensação é de estar estudando algo muito próximo do inatingível dentro da sua compreensão. Nessa fase do estudo, as notas caem acentuadamente.

Com o intuito de expressar, de forma prática, que determinadas posturas erradas, tomadas pelo professor, na condução do ensino das grandezas e suas medidas, em especial da grandeza comprimento, contribuem para o fracasso do alunado, exatamente por não haver o estímulo da relação entre o aluno e o objeto matemático, é que utilizo trechos da tese de doutorado de Pontes (1996, p.87-88), ao relatar a postura tradicional da professora:

> A professora Ana desenvolveu o estudo do Sistema Métrico Decimal...Na apresentação do conteúdo por Ana, o livro didático era seguido à risca, capítulo por capítulo, levando-nos a arriscar-nos a dizer que ela parecia acreditar que a seqüencialidade do conteúdo seria um componente facilitador e garantidor da aprendizagem.

Pontes (1996, p.90-91) reporta-se, ainda, a pequenos episódios retirados de observações da aula da professora em questão, para reforçar a idéia de que a sistemática de apresentação dos conteúdos dos diversos tipos de medidas, pela docente, seguia sempre a linha internalista passiva, e que, em nenhum momento, na apresentação de tal conteúdo, era proporcionada aos alunos a vivência de qualquer tipo de situação

> Professora: Vamos continuar estudando as Medidas de Comprimento. Abram o livro na página 169. (...) Pronto? Hoje, nós vamos ver a leitura das unidades de medidas, transformação dessas unidades em inferior ou superior e diferentes leituras. Vocês se lembram que estudaram números decimais, né? Números decimais (...) casas decimais (...) Pra ler as unidades de medidas, tem duas maneiras. Vocês usam a que acharem melhor. (Ana escreve) 1,56 km. Lê-se assim: um vírgula cinqüenta e seis quilômetros. É a coisa mais fácil que eu acho. Ou, um quilômetro e cinqüenta e seis...depois do quilômetro vem o quê?
>
> Aluno: decâmetro.
>
> Professora: (apontando) quilômetro, hectômetro, isso aqui, decâmetro. Você vai na ordem, né? Então você pode ler: um quilômetro e seis decâmetros.

Aulas de matemática, como a relatada, infelizmente, são regra, não representam exceção. O fato é que esse tipo de aula não desenvolve a autonomia do aluno por não relacioná-lo com o conteúdo ministrado, por não postá-lo diante de uma situação-problema, por não despertar, nele, seu eu investigativo.

Minha inquietação após essa breve discussão em torno das idéias relacionadas à grandeza comprimento é que o professor aborda esse assunto fixando-se somente no estudo de regras de transformação de unidades do sistema métrico decimal. Ele deixa de vivenciar com seus alunos momentos riquíssimos de resolução de problemas por meio de situações práticas com instrumentos de medição relacionados a esta grandeza.

4.2 O que é uma sessão didática?

A expressão **sessão didática**, nesses termos, não foi encontrada, nas consultas bibliográficas, durante o período relativo a essa pesquisa, entretanto, percebi familiaridade de propósitos com a idéia de **situação didática,** expressa por Pais (2001, p. 65) e que exprime bem o teor de cada sessão didática desenvolvida nesta pesquisa

> Uma situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico. Esses três elementos componentes de uma situação didática (professor, aluno, saber) constituem a parte necessária para caracterizar o espaço vivo de uma sala de aula.

Dessa maneira, cada sessão didática aconteceu, com seus três elementos - professor, aluno e saber – associados a outros elementos igualmente necessários, como objetivos, métodos, recursos didáticos, dentre outros. Todas as sessões didáticas estão estruturadas no apêndice deste trabalho.

4.3 Características da pesquisa

Para a fase de desenvolvimento, vali-me da pesquisa qualitativa na abordagem de um estudo de caso (LÜDKE & ANDRÉ, 1986), numa prática pedagógica, por meio da intervenção, com sessões didáticas, cujo propósito foi perceber como os alunos evoluem na aquisição do conhecimento relativo à grandeza comprimento no contexto escolar. Entendo que, de fato, as pessoas ou grupos implicados foram observados na realização de ações não triviais, que merecem investigação, pois há, da minha parte, o interesse não apenas de verificar dificuldades, mas também de transformá-las em soluções.

4. 4 Universo da pesquisa

A fase de experimentação foi realizada durante os meses de abril, maio e junho de 2005, numa escola municipal de Fortaleza, no turno da tarde, do sexto ano do ensino fundamental, iniciada com 33 alunos e concluída com a participação de 32. A lista de presença dos alunos durante as sessões didáticas encontra-se no **Anexo H.**

Essa escola dispunha de três turmas do sexto ano no turno da tarde respectivamente, A, B e C. O critério de escolha para realizar o experimento com uma das turmas estava intimamente ligado, inicialmente, à disponibilidade de tempo das pessoas que iam fazer a observação e filmagem das sessões didáticas, respectivamente. Dessa forma, a turma escolhida foi a do sexto ano A.

O período letivo dos alunos começou no dia 28 de fevereiro de 2005 e a sua carga horária de Matemática consistiu em quatro aulas por semana, de cinqüenta minutos, cada. A partir desta data, comecei a entrevistar cada aluno da turma escolhida, no sentido de esclarecer o teor da pesquisa e ao mesmo tempo lhes pedir permissão para realizar as sessões didáticas. Eles foram informados de que as sessões didáticas iriam ser todas filmadas e que, além da pessoa que iria filmar, haveria outra na sala, observando **(Anexo I)**. Esclareci, também, que participar desta pesquisa significava fazer um teste inicial, chamado de pré-teste, cujo objetivo era sondar o nível de conhecimentos em que se encontravam; realizar, durante todas as sessões didáticas, as fichas de atividade que me permitiam acompanhar o desempenho de cada aluno. Ao final do projeto, iriam fazer outro teste, que chamei de pós-teste, cujo objetivo era verificar o desempenho, em termos de aprendizagem, durante tudo o que foi visto nas sessões didáticas. Tanto individual, quanto coletivamente, os 33 alunos foram unânimes em aceitar participar desta pesquisa.

É importante relatar que a Direção da escola sempre se manifestou favorável às minhas idéias de inserir atividades que mobilizassem mais a atenção dos alunos para as aulas de Matemática. Essa postura estimulou a escola, com o apoio do Conselho Escolar, orçamentar recursos para a área de Matemática, por meio do PDE – Plano de Desenvolvimento Escolar. Com esse dinheiro, foi possível comprar, entre outras coisas, os instrumentos de medição como, réguas, fitas métricas e trenas. Dessa maneira, quando demonstrei interesse em desenvolver minha pesquisa na escola, a idéia foi acolhida, com naturalidade, pela Direção e colegas de trabalho.

O mês de março de 2005 transcorreu e nenhum professor veio para me substituir, já que, até então, era eu a professora titular de Matemática na escola. Paralelamente, entrevistei colegas de outras escolas municipais, mas senti resistência em realizar a pesquisa nesses locais. O que mais ouvia era que não ia dar certo porque os alunos eram muito fracos e desinteressados.

No início de abril de 2005, a direção da escola conseguiu que uma professora, da própria escola, formada em Pedagogia e com bom conteúdo matemático, me substituísse, enquanto a Prefeitura enviava um professor substituto de Matemática. A idéia era de que os alunos não perdessem aula. Conversei com a professora, que já sabia da minha intenção em realizar a pesquisa na escola, e o combinado foi que assumiria as suas aulas no sexto ano A, mas que ela deveria se manter presente, como ouvinte, no que ela concordou. No dia 04 de abril de 2005, realizei o pré-teste **(Anexo A)** com 33 alunos da turma escolhida. Esse pré-teste foi dividido em três partes, I, II e III. A primeira parte, formada por quatro questões, sondou os conhecimentos sobre as noções de comprimento e medidas não padronizadas.

A segunda, constituída de sete questões, sondou os conhecimentos dos alunos sobre unidades de medida padronizadas, ligadas à grandeza comprimento, em que abordou também noções de formas geométricas e de perímetro, todas no nível do quinto ano, cuja abordagem estava no formato do livro didático. A terceira continha uma questão subdividida em sete itens, onde sondava a capacidade do aluno se situar no tempo e espaço e noção do próprio corpo e da relação do aluno com a Matemática. O objetivo era saber que conhecimentos sobre a grandeza comprimento e noções de medida padronizadas os alunos traziam das séries anteriores. Os testes foram analisados e os dados mais relevantes, coletados. Os resultados podem ser encontrados na tabela 1:

Total de alunos que fizeram o pré-teste: 33
Duração do pré-teste: 100min
Todos os alunos possuíam o livro texto de Matemática e uma régua graduada de 30cm.
TABELA 1 – Pré-Teste: Comprimentos e medidas padronizadas e não-padronizadas

<table>
<tr><td colspan="4">PARTE I – MEDIDAS NÃO PADRONIZADAS DE COMPRIMENTO</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SITUAÇÃO ANALISADA</td><td colspan="3">Desempenho dos alunos</td></tr>
<tr><td>Respostas Satisfatórias</td><td>Respostas não satisfatórias</td><td>Não conseguiram manifestar opinião</td></tr>
<tr><td>Noção de comparação entre comprimentos</td><td>19</td><td>13</td><td>01</td></tr>
<tr><td>Noção de comprimento presente nos objetos</td><td>26</td><td>02</td><td>05</td></tr>
<tr><td>Noção de número resultante da medição</td><td>13</td><td>---</td><td>20</td></tr>
<tr><td colspan="4">PARTE II – MEDIDAS PADRONIZADAS DA GRANDEZA COMPRIMENTO</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SITUAÇÃO ANALISADA</td><td colspan="3">Desempenho dos Alunos</td></tr>
<tr><td>Respostas Satisfatórias</td><td>Respostas não satisfatórias</td><td>Não conseguiram manifestar opinião</td></tr>
<tr><td>Identificaram símbolos de unidades de medidas padrão</td><td>10</td><td>16</td><td>07</td></tr>
<tr><td>Transformação de unidades de medidas-padrão</td><td>03</td><td>10</td><td>20</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Leitura da régua graduada</td><td>Com a presença da unidade de medida</td><td>Sem a presença da unidade de medida</td><td>Não souberam fazer a leitura da régua graduada</td></tr>
<tr><td>12</td><td>14</td><td>07</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Noção de perímetro</td><td>Resolução da questão com noção de perímetro</td><td>Resolução da questão sem a noção de perímetro</td><td>Não souberam manifestar resposta</td></tr>
<tr><td>02</td><td>31</td><td>---</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">PARTE III – NOÇÃO DE ESPAÇO, TEMPO, PRÓPRIO CORPO E RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SITUAÇÃO ANALISADA</td><td colspan="2">Desempenho dos Alunos</td></tr>
<tr><td>Souberam informar</td><td>Não souberam informar</td></tr>
<tr><td>Altura</td><td>07</td><td>26</td></tr>
<tr><td>Peso</td><td>10</td><td>23</td></tr>
<tr><td>Data do nascimento</td><td>25</td><td>08</td></tr>
<tr><td>Descrever o caminho da casa à escola</td><td>19</td><td>14</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Relação com a Matemática</td><td>Gostam</td><td>Não gostam</td></tr>
<tr><td>22</td><td>11</td></tr>
</table>

FONTE: Pré-teste dos alunos.
NOTA: 33 alunos participaram do pré-teste.

Os pilotos que realizei nos anos de 2002, 2003 e 2004, anteriormente mencionados, subsidiaram muitas informações e experiências, que puderam ser aproveitadas no experimento proposto, dentre elas, o total de sessões didáticas limitadas em dezesseis.

A turma dispunha de quatro aulas de Matemática por semana: duas aulas geminadas na segunda-feira (100min), das 15h20min às 17h e duas geminadas na quarta-feira (100min), das 13h às 14h50min. No dia 27 de abril de 2005, tiveram início as sessões didáticas que serão apresentadas no quinto. É importante, contudo, esclarecer determinadas mudanças que ocorreram quando iniciadas as sessões didáticas:

1 no começo estava previsto que as sessões didáticas acontecessem uma vez por semana, às quartas-feiras, no horário das 13h às 14h50min. As aulas das segundas-feiras eram ministradas pela professora substituta, seguindo o calendário preestabelecido. Seguiram esse calendário as sessões dos dias 27/04; 04/05; 11/05 e 18/05;

2 em discussões de planejamento com meu orientador, manifestei preocupação com o fato de que, da forma como havia sido planejado, as últimas seis sessões didáticas ficariam somente para agosto de 2005 e que esta pesquisa poderia ser prejudicada por eventuais problemas que pudessem ocorrer, como greve dos professores da rede municipal, alunos da pesquisa que precisassem sair da escola, alunos novatos que chegassem à turma e a quebra do próprio ritmo das atividades. Das nossas conversas, chegamos à conclusão de que, se todos os alunos e a professora da turma concordassem, passaria a utilizar as aulas das segundas-feiras também. As auxiliares da filmagem e observação foram consultadas sobre as modificações dos horários e se prontificaram em me ajudar a superar o problema. Dessa forma, no dia 18/05, conversei com a turma e a professora e expliquei minhas preocupações. Ao serem consultados se poderia utilizar as segundas-feiras também para continuarmos a realizar as sessões didáticas, todos mais uma vez se mostraram muito compreensivos. A partir daí, as sessões didáticas foram realizadas nas segundas e quartas-feiras. Seguiram esse calendário as sessões didáticas dos dias 23/05; 25/05; 30/05; 01/06; 06/06; 08/06; 13/06; 15/06; 20/06;

3 no dia 13/06, fomos informadas pela Direção e colegas, de uma alteração interna do calendário escolar, pois a última semana de aula, de 27/06 a 01/07, seria destinada a

atividades festivas junto com os alunos. Mais uma vez, precisamos alterar os dias das sessões didáticas. Em conversas com colegas, manifestamos preocupação com a necessidade do tempo e alguns deles cederam seus horários de aulas na semana de 20/06 a 24/06. Conversamos, no dia 15/06, com os alunos e a professora, que novamente foram muito compreensivos e aceitaram o novo horário. Seguiram esse novo critério as sessões dos dias 21/06; 22/06 e 23/06;

4 a partir do dia 06 de junho de 2005, o aluno nº. 11 saiu da escola por motivos particulares. Dessa forma, as sessões didáticas iniciaram com 33 e findaram com 32 alunos.

O pós-teste foi realizado no dia 24/06, que teve início às 13h e término às 14h50min **(Anexo B)**. Participaram do pós-teste 32 alunos do sexto ano A e foi dividido em três partes. A parte I, formada por três questões, sondou a aprendizagem dos alunos, sobre noções de comprimento e medidas não padronizadas. A parte II, constituída de sete questões, sondou a aprendizagem dos alunos sobre unidades de medidas padronizadas, ligadas à grandeza comprimento, em que abordou também noções de formas geométricas e de perímetro. A parte III, compreendida por três questões, verificou a aprendizagem dos alunos sobre Geometria de posição. O objetivo consistiu em saber que conhecimentos sobre a grandeza comprimento e noções de medida padronizadas os alunos conseguiram aprender. O resultado foi o seguinte:

Total de alunos que fizeram o pós-teste: 32
Duração do pós-teste: 100min
Todos os alunos possuíam uma régua graduada de 30cm.

Os testes foram analisados e seus dados coletados. Os resultados podem ser encontrados na tabela 2.

TABELA 2 – Pós-Teste: Comprimentos e Geometria

PARTE I – MEDIDAS NÃO PADRONIZADAS DE COMPRIMENTO			
SITUAÇÃO ANALISADA	Desempenho dos alunos		
	Respostas satisfatórias	Respostas não Satisfatórias	Não conseguiram manifestar opinião
Percepção visual do maior arame	24	08	---
Explicação do processo de medir com o palmo	18	12	02
Identificação e utilização da unidade de medida **u** proposta para realizar a medida do comprimento da linha.	16	07	09

PARTE II – MEDIDAS PADRONIZADAS DE COMPRIMENTO			
SITUAÇÃO ANALISADA	Desempenho dos alunos		
	Respostas Satisfatórias	Respostas não Satisfatórias	Não conseguiram manifestar opinião
Percepção dos múltiplos e submúltiplos do metro	17	09	06
Justificativa da unidade de medida mais adequada para medir grandes e pequenos comprimentos	25	06	01
Leitura da régua graduada	Com a presença da unidade de medida	Sem a presença da unidade de medida	Não souberam fazer a leitura da régua graduada
	17	14	01
Noção de perímetro	Resolução da questão com noção de perímetro	Resolução da questão sem a noção de perímetro	Não souberam manifestar resposta
	28	02	02
Cálculo da quantidade total de metros percorridos após o cálculo do perímetro	Respostas satisfatórias	Respostas não Satisfatórias	Não souberam manifestar resposta
	09	17	06
Identificação da própria altura	Com unidade de medida	Sem a unidade de medida	Não conseguiram manifestar resposta
	13	17	02

PARTE III – GEOMETRIA DE POSIÇÃO			
SITUAÇÃO ANALISADA	Desempenho dos alunos		
	Respostas satisfatórias	Respostas não-satisfatórias	Não souberam manifestar resposta
Classificação das figuras em planas e não planas	26	05	01
Identificação de polígonos e seus elementos	19	13	----

FONTE: Pós-teste dos alunos.
NOTA: 32 alunos participaram do pré-teste.

4.5 Procedimentos metodológicos

Meu alicerce teórico-metodológico baseia-se na Engenharia Didática, que é uma metodologia de pesquisa desenvolvida por Artigue na década de 1980, e na Seqüência Fedathi[13], que também é uma metodologia de pesquisa, que possui o diferencial de ser uma produção de pesquisadores cearenses. Paralelamente às explicações referentes a cada tópico destas metodologias, farei uma inserção dos aspectos que se mantiveram constantes na pesquisa com o propósito de tornar a leitura mais esclarecedora.

4.5.1 Explanação da Engenharia Didática

A Engenharia Didática é largamente empregada nas pesquisas da Didática da Matemática. De acordo com Artigue (1996, p. 243) "é uma maneira de trabalho compatível com aquele desenvolvido por um engenheiro", que para fazer um projeto com o mínimo de falhas, busca suporte nos conhecimentos científicos na sua linha de atuação, além de submeter-se a um controle do tipo científico, para que possa enfrentar problemas que a ciência na leva em consideração, por não querer, ou não poder.

Nesta pesquisa utilizo bem este pensamento quando me submeto a raciocinar meios e estratégias de melhorar os conhecimentos dos alunos no estudo da grandeza comprimento. Para isso elaborei sessões didáticas com critérios amplos e variados, que pudessem favorecer a aprendizagem "para certa população de alunos" Douady (apud MACHADO et alii, 1999, p.198). Para a análise de outras abordagens deste tema há diversidade de literaturas (SOUZA, 2005; BORGES NETO, H. CUNHA, F. G. M. & LIMA, I. P, 2001).

As fases da Engenharia Didática são quatro:

FASE 1 - **ANÁLISES PRELIMINARES –** Servem, sobretudo, para embasar as concepções referentes aos conhecimentos didáticos que são continuamente retomados e aprofundados durante o período da pesquisa.

---

[13] A Seqüência Fedathi foi desenvolvida, na década de 1990, pelo Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, composto por professores da Universidade Federal do Ceará – UFC, Universidade Estadual do Ceará – UECE e alunos do curso de Mestrado e Doutorado da Faculdade de Educação – FACED/UFC.

ANÁLISE PRELIMINAR DA PESQUISA – A análise preliminar deste trabalho teve início a partir dos projetos pilotos, bem como com a pesquisa referente aos capítulos dois e três no sentido de analisar a grandeza comprimento do ponto de vista matemático, cognitivo e didático. Os aspectos referentes à análise preliminar de cada sessão didática, foram: justificativa, conteúdo, objetivos, saber científico do assunto em pauta, experiência prévia do grupo e análise dos entraves existentes nos jogos de quadros (geométrico, numérico, grandezas).

FASE 2 - CONCEPÇÃO E ANÁLISE *A PRIORI* – Esta fase se ocupa tanto da descrição do trabalho, como da previsão de situações didáticas que se deseja abordar junto aos alunos.

ANÁLISE *A PRIORI* DA PESQUISA – As hipóteses apresentadas na introdução deste trabalho, decorrentes da pergunta da pesquisa, juntamente com os dados obtidos na análise preliminar orientaram a elaboração das sessões didáticas, bem como a previsão de possíveis realinhamentos. Os aspectos referentes a análise *a priori* de cada sessão didática, foram: hipóteses locais, elaboração da Seqüência Fedathi, a ser esclarecida no item 4.5.2, e estabelecimento do contrato didático.

FASE 3 – EXPERIMENTAÇÃO – Fase que se inicia no momento em que se sucede o contato entre o pesquisador, o professor e os observadores com a população de alunos. Nesta fase, exprimem-se os objetivos e condições de realização da pesquisa, estabelecimento do contrato didático e registro de observações.

EXPERIMENTAÇÃO DA PESQUISA – Estão retratadas através da transcrição da fita de vídeo relativa a cada sessão didática. É necessário esclarecer que, por questão de objetividade do trabalho, foram transcritas as situações didáticas mais relevantes ao teor desta pesquisa.

FASE 4 - ANÁLISE *A POSTERIORI* E VALIDAÇÃO – Fase em que ocorre a confrontação entre o real e o ideal. Há a validação ou a refutação das hipóteses levantadas no início da Engenharia.

ANÁLISE *A POSTERIORI* LOCAL DA PESQUISA – A análise e tabulação das fichas de atividades (vede tabelas) para realizar a validação ou refutação entre as hipóteses estabelecidas (ideal) e aquilo que os alunos aprenderam de fato (real). O capítulo de conclusão está reconhecidamente incorporado nesta fase da engenharia.

4.5.2 Explanação da Seqüência Fedathi

A organização e articulação das sessões didáticas contaram com um controle local favorecido pela Seqüência Fedathi, que apesar de aparecer de forma mais evidente na segunda e terceira fase da Engenharia, manteve-se presente em outras fases também, sobretudo na análise *a* priori. Isso se justifica porque seu intuito maior consiste em buscar contribuições para elucidar o fato de que o professor deve ocupar cada vez menos o lugar dos alunos – mas, acima de tudo, estimular a promoção existencial destes no fazer matemático, como é o caso deste projeto. De acordo com Borges Neto et alii (2001, p.5) "reproduzir o trabalho do matemático significa abordar uma situação de ensino, levando em consideração as fases de trabalho vivenciadas por esse profissional no desenvolvimento de suas experimentações e produções."

A Seqüência Fedathi, também possui quatro fases.

I – Tomada de Posição - corresponde à apresentação de um problema para um aluno ou um grupo de alunos, de modo que seja possível relacionar a situação proposta com o saber que deve ser ensinado. O professor deve realizar um diagnóstico inicial, a fim de identificar o nível de conhecimento do grupo e esclarecer as regras implícitas e explícitas entre professor e alunos, fato que implica o estabelecimento do contrato didático para que sejam estruturados as posturas e o comportamento entre professor e aluno.

II – Maturação ou Debruçamento – nesta etapa, cabe ao professor iniciar as discussões com os alunos sobre o problema em foco; compete-lhe, ao longo da sessão, incentivar o desenvolvimento de raciocínios e argumentos matemáticos.

III – Solução - **apresentação e organização de esquemas/modelos que visem à solução do problema -** neste processo, impende ao professor propor aos alunos organizar, sistematizar e estruturar as suas respostas aos problemas em questão (modelos que podem ser escritos em linguagem matemática, ou simplesmente mediante desenhos, esquemas ou mesmo por meio de verbalizações), haja vista que as idéias propostas devem ser apresentadas ao grupo para que possam comparadas, rebatidas e discutidas entre os estudantes.

IV – Prova ou justificação - apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado - neste contexto, é apresentada a solução mais correta do problema para todos os alunos e, nesse momento, são estabelecidas as relações que envolvem o saber em questão e o processo de validação do saber. Na Matemática, é o momento em que são apresentadas as demonstrações rigorosas de um problema devidamente finalizado.

Quando falam sobre uma nova postura para o ensino de Matemática, Borges Neto & Dias (1999, p.6) explicam que o aluno "reproduz ativamente os estádios que a humanidade percorreu para compreender os ensinamentos matemáticos, sem que, para isso, necessite dos mesmos milênios que a história consumiu para chegar ao momento atual".

Dessa maneira, sempre que um aluno é colocado diante de uma situação-problema, ele utiliza o mesmo raciocínio que um matemático utiliza para a elaboração do conhecimento quando aborda os dados em questão, experimenta vários caminhos que possam levar à solução, analisa possíveis erros, faz uma transposição didática dos conhecimentos, testa os resultados encontrados para saber se errou e onde errou, corrige-se e monta um modelo. Em suma, mesmo que uma seqüência didática faça uso da Engenharia Didática, de nada valerá, se não ocorrer ao aluno, conforme a Seqüência Fedathi, viver sua experiência matemática.

4.6 Conteúdos abordados nas sessões didáticas

Os assuntos abordados, nos seus aspectos mais gerais, em cada sessão didática foram os seguintes:

- Sessão didática 01 – Figuras geométricas planas e não-planas;
- Sessão didática 02 – Classificação dos objetos em uni, bi e tridimensionais;
- Sessão didática 03 – Classificação dos objetos em uni, bi e tridimensionais – realinhamento da sessão didática 02;
- Sessão didática 04 – Segmento de reta e polígono;

- Sessão didática 05 – Identificação da grandeza comprimento nos objetos;
- Sessão didática 06 – A sistematização da grandeza comprimento;
- Sessão didática 07 – Estudo dos submúltiplos do metro com o uso da régua graduada;
- Sessão didática 08 – Medidas de segmentos consecutivos colineares e não colineares com o uso da régua graduada;
- Sessão didática 09 – O polígono e a noção de perímetro. Utilização da régua graduada;
- Sessão didática 10 – Cálculo do perímetro de um triângulo a partir das medidas dos seus lados. Utilização da régua graduada;
- Sessão didática 11 – Transformações de unidades de medida de comprimento (submúltiplos do metro);
- Sessão didática 12 – Estudo do retângulo a partir da utilização da régua graduada.
- Sessão didática 13 – Estudo do quadrado a partir da utilização da régua graduada. Utilização da fita métrica;
- Sessão didática 14 – Medição dos lados da sala de aula. Utilização da fita métrica O metro e seus submúltiplos.;
- Sessão didática 15 – Cálculo do perímetro de um polígono no operatório formal. Medidas do próprio corpo com a utilização da fita métrica.
- Sessão didática 16 – Resolução de problemas envolvendo perímetro.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

> Mesmo que o trabalho iniciado não dê resultado imediato, não desanime. O progresso lento é o mais seguro.
>
> B. Ribeiro

Para melhor compreensão das conclusões e sugestões que apresento nesta etapa final do trabalho, vou pontuar as situações que considero mais relevantes encontradas no pré-teste, na parte experimental e no pós-teste realizado com os alunos. É necessário dizer que as idéias aqui desenvolvidas não têm um caráter conclusivo, mas que pretendem motivar o surgimento de outras pesquisas, que a partir desta, possam ser realizadas no sentido de elucidar questões vinculadas à natureza do estudo das grandezas geométricas.

Na análise das respostas dos alunos no pré-teste, três aspectos ficaram evidenciados, do ponto de vista matemático: 1) 61% dos alunos não tinham noção da ação de medir, com ou sem a régua graduada; 2) 90% dos alunos não sabiam fazer transformação de unidades padrão; 3) 93% dos alunos desconheciam o cálculo do perímetro de um polígono.

Aliados a esse desconhecimento específico, várias questões, de caráter mais amplo, igualmente relevantes, foram sendo identificadas, durante a fase de entrevistas individuais, como a insegurança dos alunos e a falta de acompanhamento familiar na realização das tarefas de casa.

Na parte experimental, pude identificar com maior segurança os obstáculos epistemológicos, dos alunos, no tocante ao desenvolvimento conceitual relacionados à Geometria e à Aritmética, que em linhas gerais foram assim pontuados: 1) dificuldade na identificação de figuras planas e não-planas; 2) dificuldade na compreensão de figuras poligonais; 3) dificuldade de estabelecer ligação entre a fração decimal e o número decimal; 4) dificuldade de estabelecer ligação entre a grandeza a ser medida, a unidade de medida e o número resultante da medida; 4) dificuldades em compreender a noção da distância relativa a cada unidade de medida padrão; 5) dificuldade de fazer conversões entre as unidades de medida padrão.

O acentuado desconhecimento dos alunos com relação aos tópicos propostos no pré-teste e identificados na fase experimental evidencia o estudo mal feito realizado nas séries anteriores. Na leitura de Nunes & Bryant (1997), no capítulo relacionado aos sistemas de medida, é possível encontrar uma pesquisa, desenvolvida com crianças na faixa etária de 5 a 7 anos de uma escola primária em Oxford, que afirma a familiaridade destas tanto com centímetros, como com polegadas. Essa realidade remete à reflexão sobre que ação de ensino realizada na Inglaterra possibilita tamanha eficiência de conhecimento aos alunos. Sugiro, portanto, para pesquisas futuras, a necessidade de investigar de que maneira é possível tornar mais eficiente a ação do professor e do aluno no fazer matemático, nas séries que antecedem o sexto ano.

Através da análise das fichas de atividades dos alunos e das filmagens das sessões didáticas, pude confirmar a hipótese de que a utilização de instrumentos de medição facilita o entendimento do conceito de comprimento, estimula a aprendizagem do aluno em todo o contexto que envolve o ato de medir - a grandeza a ser medida, a unidade de medida e a medida (número) - e favorece o entendimento do sistema métrico decimal.

No decurso da aplicação das sessões didáticas, procurei trabalhar no plano concreto, utilizando ao mesmo tempo o instrumento de medição e o quadro-valor lugar das medidas (vede apêndice). Essa ação conjunta foi muito favorável à compreensão dos cálculos resultantes das medidas. Isso me permite perceber que o trabalho com materiais concretos, com alunos na faixa etária de 11 a 15 anos, pode e deve ser feito no sentido de facilitar a aprendizagem.

Sugiro, contudo, que o trabalho, em sala de aula, com instrumentos que favoreçam a ação de medir, deve ser iniciado em séries anteriores ao sexto ano, pelo fato dos alunos necessitarem do material concreto como apoio à compreensão do aspecto conceitual estudado. É necessário, considerar, contudo, que a formação do professor nesse contexto, passa forçosamente, pela aquisição das idéias matemáticas presentes nesse estudo.

Nesta abordagem o professor não pode deixar de fazer menção à unidade de medida e a noção da comparação existente no processo de medir. No trabalho com instrumentos de medição, como a utilização da régua graduada, é possível ao aluno perceber os submúltiplos do metro (decímetro, centímetro e milímetro).

Na utilização deste instrumento de medição possibilita-se ao aluno o trabalho concomitante com outros tópicos da Geometria, como o estudo dos polígonos, por exemplo. Em seguida, a fita métrica e a trena dão perfeita continuidade aos estudos, por abordarem o metro e, agora, seus múltiplos. Visitas devem ser encorajadas ao pátio da escola no sentido de medir esses espaços.

Nesse sentido, o professor sai da condição de repassador de conteúdo, para assumir uma postura mais atuante e reflexiva, como aquela em que percebe o ambiente da sala de aula como um constante laboratório de investigação. Tal percepção encontra apoio na fala de Souza (2005, p.17) quando defende que a "reflexão sobre como as experiências se realizam desempenha um papel fundamental para o desenvolvimento profissional do professor.".

Como ficou evidente, na análise do pré-teste, os alunos desconheciam a idéia de perímetro. Ao analisar o pós-teste, observei que essa realidade foi alterada, pois, de um total de 32 alunos, 28 responderam satisfatoriamente, 02 não deram uma resposta adequada e 02 não conseguiram manifestar uma resposta.

Minha conclusão sobre a aquisição desse conhecimento, é que as confusões entre perímetro e área, que geralmente ocorrem quando os alunos começam a estudar a área de determinada figura geométrica, possam ser dirimidas e o estudo da área se torne mais satisfatório.

As sessões didáticas se propuseram a trabalhar os assuntos abordados, inicialmente, de maneira concreta. Especificamente na Geometria métrica, foi utilizado o palmo como unidade de medida, visando a subsidiar o entendimento dos elementos necessários na medição: unidade de medida, grandeza a ser medida e número resultante da medida. Posteriormente, o instrumento de medida régua graduada foi amplamente trabalhado.

Essa proposta de trabalho permitiu o acompanhamento da aprendizagem do aluno, de acordo com Douady (1986) de verificar os sujeitos em ação, por se tornar mais próximo do momento real da aula.

Outro aspecto importante foi a utilização de jogos de quadros, também desenvolvido por Douady (1986), que se refere ao geométrico, com a utilização de segmentos de reta e polígonos, ao numérico consistindo nas medidas dos comprimentos e o quadro das grandezas**,** contexto próprio da noção de comprimento, o que viabilizou a compreensão do conceito de polígono e de perímetro.

À medida que os estudos avançaram, observei que os alunos assimilavam mais naturalmente o que lhes era proposto. Mesmo que a resposta ainda não fosse a correta, mas o procedimento de resolução da questão proposta era certo, e poucos foram os alunos que não conseguiram manifestar resposta naquilo que lhes era requisitado. Isso valida nossas hipóteses estruturadas no capítulo de introdução deste trabalho.

Apesar do trabalho ter conseguido resultados satisfatórios no aumento de conhecimento dos alunos, nessa área de estudo, proponho as seguintes sugestões:

- ✓ é fundamental o estudo da Geometria de posição, mas, para que sua aprendizagem seja mais satisfatória, sugiro que seja feita utilizando 06 sessões didáticas;

- ✓ a grandeza comprimento, para que possa ter sua abordagem, junto aos alunos, presente nos quatro estádios propostos por Johannot, necessita, em média, de 4 meses de estudo, levando em consideração o fato de que utilizar duas, das quatro aulas semanais; *e*

- ✓ é fundamental incentivar os alunos a manifestarem no quadro suas resoluções. É, sem dúvida, um momento enriquecedor na aula.

A viabilização dessas sugestões passa necessariamente pela alteração do atual tempo didático, estabelecido pela comunidade escolar, que propõe o estudo das grandezas geométricas, destinado a três meses letivos no sexto ano. Passa, também, pela devida fundamentação teórica e prática do professor para o trabalho com instrumentos de medição.

Outro aspecto importante consiste em reservar, semanalmente, o horário dos estudos destinados à Geometria.

Finalizo, portanto, ciente que esse trabalho é apenas um recorte dos muitos aspectos que precisam ser pesquisados na área de grandezas e medidas. A elaboração, realização e análise das sessões didáticas foi, sem dúvida, um trabalho exaustivo, mas gratificante, no sentido de que, através delas houve, de fato, um aumento de conhecimento, por parte dos alunos, e que delas pude retirar elementos de grande valia para dar continuidade a trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Álvaro & VASCONCELOS, Maria José. **Praticando Matemática.** 1 ed. São Paulo, SP: Editora Brasil, 2002.

ARTIGUE, M. "Ingénierie didactique". In BRONCKART, J. P. (dirigée). et alii. **Didactique des mathématiques –** Textes de base en pédagogie. Delachaux et Niestlé S. A.,Lausanne (Switzerland) Paris, 1996.

BARBOSA, J.L.M. **Geometria euclidiana plana**. Fortaleza-CE: SBM, 1995.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas 1 ed. São Paulo-SP: UNESP, 1999.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. 1ed. São Paulo-SP: Editora Edgard Blücher ltda, 1974.

BORGES NETO, H. CUNHA, F. G. M. & LIMA, I. P. **A seqüência Fedathi como proposta metodológica no ensino-aprendizagem de Matemática e sua aplicação no ensino de retas paralelas.** GT 19: Educação Matemática – EPENN. São Luís-MA, 2001.

BORGES NETO, H. e DIAS, A. M. I. Desenvolvimento do raciocínio lógico- matemático no 1º grau e na pré-escola. **Cadernos de Pós-Graduação em Educação**: Inteligência – enfoques construtivistas para o ensino da leitura e da matemática. v. 2 Fortaleza, CE: Imprensa Universitária/UFC, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, DF: MEC/SEESP, 1997.

BROLEZZI, A.C. **A Tensão entre o Discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática**. Tese de doutorado em Educação, Universidade de São Paulo-SP, 1996.

BRONCKART, J. P. (dirigée). et alii. **Didactique des mathématiques –** Textes de base en pédagogie. Delachaux et Niestlé S. A.,Lausanne (Switzerland) Paris, 1996.

BROUSSEAU, G. "Fondements et methodes de la didactique des mathématiques". In BRONCKART, J. P. (dirigée). et alli. **Didactique des mathématiques –** Textes de base en pédagogie. Delachaux et Niestlé S. A.,Lausanne (Switzerland) Paris, 1996.

CAMPOS, D.M.S. **Psicologia da aprendizagem**. 31 ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 2001.

CARAÇA, B.J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 1 ed. Lisboa-Portugal: Livraria Sá da Costa, 1984.

CASTILLO, N. O. D. et alii. **Construyendo la Autonomía en el Aprendizaje de la Matemática**. Primera Edición. Colombia: Grupo TECNICE, 2001.

CASTRUCCI, B. **Fundamentos da Geometria –** Estudo axiomático do plano euclidiano. 1 ed. Rio de Janeiro-RJ: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 1978.

COLE, M. **Desenvolvimento** cognitivo **e escolarização formal: a evidência** da pesquisa transcultural. Em L.C. MOLL (Org.) **Vygotsky e a educação**: implicações_pedagógicas da psicologia sócio-histórica. Porto Alegre-RS: Artmed, 1996.

CROSBY, A.W. **A mensuração da realidade –** A quantificação e a sociedade ocidental 1250-1600. 1 ed. São Paulo-SP: UNESP, 1997.

DIAS, J.L.deM. **Medida, normalização e qualidade; aspectos da história da metrologia no Brasil**. 1ed. Rio de Janeiro-RJ: Ilustrações, 1998.

DOLCE, O. & POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática elementar v. 9 –** Geometria plana. 7 ed. São Paulo-SP: Atual, 2004.

DOUADY, R. **Um exemple d'Ingéniere Didactique ou sont à l'oeuvre jeux cadres et dialectique outil-objet**. Seminaires de didactique de mathematiques, **Année**, IRMAR de Rennes 1, 1986.

________ Rapport enseigenement apprentissage: Dialectique outil-objet, jeux de cadres. **Cahier de didactique**, nº 3, 1987.

DUARTE, J. H. **Análise de Situações Didáticas para a Construção do Conceito de Área como Grandeza no Ensino Fundamental**. Dissertação de mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco-Pe, 2002.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. 2 ed. Campinas-SP: UNICAMP, 1997.

FACCO, S. R. **Conceito de área –** Uma proposta de ensino-aprendizagem. Dissertação de Mestrado, Pontífice Universidade de São Paulo-SP: 2003.

FERREIRA, A.B.de H. **Novo Aurélio – Século XXI**. 14 ed. São Paulo-SP: Nova Fronteira, 2000.

FETISSOV, A. **A Demonstração em Geometria**. Traduzido do Russo por LIMA, Pedro, Licenciado em Matemática. 1 ed. Impresso na U.R.S.S: MIR, 1985.

FLAVELL, J. H. & MILLER, P. H. **Desenvolvimento cognitivo**. 3 ed. Porto Alegre-RS: Artmed, 1999.

FRANCHI, A. "Considerações sobre a teoria dos campos conceituais". In FRANCHI., A, et alii. **Educação Matemática: Uma introdução.** 1 ed. São Paulo-SP: EDUC, 1999.

FREIRE, P**. Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 6. ed. São Paulo-SP: Paz e Terra, 1997.

FREITAS, J. L. M., "Situações Didáticas". In FRANCHI, A, et alii. **Educação Matemática:** Uma introdução**.** São Paulo-SP. EDUC, 1999.

GIOVANNI, J. R. e PARENTE, E. **Coleção Aprendendo Matemática** Obra em 4v. para alunos de 5ª a 8ªsérie. São Paulo-SP: FTD, 1999.

JOHANNOT, L. **Le raisonnement mathématique de l'adolescent**. Paris, Delachaux & Niestlé. 1947.

LIMA, Elon Lages. **Medida e Forma em Geometria** – Comprimento, Área, Volume e Semelhança. 1 ed. Rio de Janeiro-RJ: VITAE, 1991.

LIMA, E.L. **Espaços métricos**. 3 ed. Rio de Janeiro-RJ:IMPA, 1977.

LIMA, Paulo Figueiredo & BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental**. Série Textos de História da Matemática, v. 8. Rio Claro-SP: SBHMAT, 2002.

LÜDKE, M. & ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** Abordagens Qualitativas. 6 reimpressão. São Paulo-SP: E.P.U, 1986.

MACHADO, N.J. **Matemática e realidade**. 3 ed. São Paulo-SP: Cortez, 1987.

MACHADO, S. D. A. "Engenharia Didática". In FRANCHI., A, et alii. **Educação Matemática:** Uma introdução. 1 ed. São Paulo-SP. EDUC, 1999.

MARANHÃO, M.C.S.de A. "Dialética-Ferramenta-Objeto". In FRANCHI, A, et alii. **Educação Matemática:** Uma introdução. 1 ed. São Paulo-SP. EDUC, 1999.

MIGUEL, Antônio & MIORIM, Maria Ângela. **O Ensino de Matemática no Primeiro Grau**, 6 ed. São Paulo-SP: Atual, 1986.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa**. 1 ed. Brasília-DF: Universidade de Brasília, 1999.

NUNES, T. & BRIAN, P. **Crianças Fazendo Matemática.** 1 ed. Porto Alegre-RS, Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA & SILVA. **Curso de Matemática moderna**. 1 ed. São Paulo-SP: Lisa, 1970.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática:** Uma análise da influência francesa. 1 ed. Belo Horizonte-MG: Autêntica, 2001.

PAIS, L. C. "Transposição Didática". In FRANCHI., A, et alii. **Educação Matemática: Uma introdução.** 1 ed. São Paulo-SP: EDUC, 1999.

PAIVA, M.R. **Matemática 1**. 1 ed. São Paulo-SP: Moderna, 1995.

PERRAUDEAU, M. **Aprender de Outra Forma na Escola**. Tradução de Joana Chaves. 1 ed. Lisboa-Portugal: Armand Colin Éditeur, 1996.

PIAGET, J. **Seis estudos de Psicologia**. 11 ed. Rio de Janeiro-RJ: Forense Universitária Ltda, 1982.

PONTES, M. G. O. **Medidas e Proporcionalidades na Escola e no Mundo do Trabalho**. Tese de doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas-SP, 1996.

PRADO Jr.,C. **Dialética do conhecimento**. 2 ed. São Paulo-SP: Brasiliense, 1980.

RESNICK, R. & HALLIDAY, D. **Física 1**. 4 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 1983.

SILVA, B. A. "Contrato Didático". In FRANCHI, A, et alii. **Educação Matemática:** Uma introdução. 1 ed. São Paulo-SP: EDUC, 1999.

SILVEIRA, E. & MARQUES, C. **Matemática**. **5ª série**. 1 ed.São Paulo/SP: Moderna, 2000.

SOUZA, F. E. E. **Formação Contínua e Mediação Pedagógica no Ensino de Matemática**. Dissertação de mestrado em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará – CE, 2005.

TROMPIERI FILHO, N. e BARRETO, J.A.E. "Teoria da Mensuração: Inconveniente Necessário" In VASCONCELOS, J. G. et alii **Registros de Pesquisa na Educação**. 1 ed. Fortaleza, CE: LCR – UFC, 2002.

VERGNAUD, G. "La théorie des champs conceptuels". In BRONCKART, J. P. (dirigée). et alli. **Didactique des mathématiques –** Textes de base en pédagogie. Delachaux et Niestlé S. A.,Lausanne (Switzerland) Paris: 1996.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, RDM, 10 (2.3). Grenoble: 1990.

VYGOTSKY, L.S. **A Formação Social da Mente.** 5 ed. São Paulo-SP: Martins Fontes, 1994.

APÊNDICE

APÊNDICE – APRESENTAÇÃO DAS SESSÕES DIDÁTICAS

> Ora, se a vida não é mais que um tecido de experiências de toda sorte, se não podemos viver sem estar constantemente sofrendo e fazendo experiência, é que a vida é toda ela uma longa aprendizagem. Vida, experiência, aprendizagem – não se podem separar. Simultaneamente vivemos, experimentamos e aprendemos.
>
> John Dewey.

As sessões didáticas desenvolvidas a partir da Engenharia Didática e da Seqüência Fedathi

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 01 do Projeto de Mestrado

Assunto: Classificação de figuras geométricas em planas e não-planas.

Data: 27/04/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

A Geometria, no contexto escolar, encontra-se em posição desfavorável em relação a outras áreas de estudo da Matemática. Essa realidade é decorrente do tratamento inadequado na condução do seu ensino, mesmo que, contraditoriamente, nosso mundo seja naturalmente geométrico (MIGUEL & MIORIM, 1986, p.65). Basta olhar ao nosso redor para sejam encontradas formas geométricas variadas, tanto naturais, quanto criadas pelo homem.

A conseqüência desse estudo mal feito é possível de ser percebida quando os alunos deixam transparecer suas inseguranças ao serem solicitados que identifiquem se determinada figura geométrica é plana ou não-plana. Dirimir essas dúvidas torna-se objeto central desta sessão didática, que buscou desenvolver uma Engenharia Didática voltada para uma ensinagem que favoreça a aprendizagem deste conteúdo.

2 Conteúdo

- ✓ Trabalho com os conceitos primitivos como ponto, reta e plano.
- ✓ Reconhecimento de figuras planas e não-planas.

3 Objetivos

- **Geral –** classificar figuras geométricas em planas e não-planas.
- **Específicos**
  - ✓ Identificar ponto, reta e plano;
  - ✓ Identificar e diferenciar formas planas e não-planas.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

As noções geométricas de ponto, reta e plano abordadas nesta sessão didática são entes considerados primitivos e portanto, adotados sem definição, onde há um conhecimento intuitivo decorrente da experiência e da observação. O espaço é o conjunto de todos os pontos. As proposições consideradas primitivas ou postulados ou, ainda, axiomas são aceitos sem demonstração (DOLCE & POMPEO, 2000, p.2). Abaixo alguns postulados que relacionam ponto, reta e plano (DOLCE & POMPEO, 2000, p.2 - 4):

a) Postulado da existência

i. Numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos.

ii. Num plano há infinitos pontos.

b) Postulado da determinação

i. Da reta – Dois pontos distintos determinam uma única (uma, e uma só) reta que passa por eles.

ii. Do plano – Três pontos não colineares determinam um único plano que passa por eles.

c) Postulado da inclusão

Se uma reta tem dois pontos distintos num plano, então a reta está contida nesse mesmo plano.

Figura geométrica é todo conjunto não-vazio de pontos (PAIVA, 1997, p. 297). Com relação à sua classificação, toma-se como critério o conceito de planicidade, que pode ser aplicado tanto a superfícies, quanto a curvas. A planicidade relacionada às superfícies pode ser dividida em planas, quando todos os seus pontos pertencem a um mesmo plano, quanto a não-planas, seus pontos não pertencem a um mesmo plano (MIGUEL & MIORIM, 1986, p.76).

5 Experiência prévia da turma

Alguns alunos demonstraram, no pré-teste realizado no dia 04/04/2005 (vede Anexo A), algum conhecimento sobre o assunto abordado nesta sessão didática. É importante enfatizar, contudo, que a maioria dos alunos desta turma sente dificuldades acentuadas com relação ao entendimento de noções básicas de Geometria.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico –** está associada a dois aspectos distintos: a) dificuldade de entender que o ponto, a reta e o plano são entes geométricos primitivos e associá-los aos objetos do mundo real; b) dificuldade em representá-los na linguagem matemática.
- ✓ **Numérico –** não há relação nesse nível de estudo.
- ✓ **Das grandezas –** não há relação nesse nível de estudo.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se forem utilizados, na sessão didática, recursos didáticos como objetos feitos de isopor, fita e folha de cartolina, então os alunos identificarão, com mais facilidade, as figuras geométricas planas e não-planas;
- ✓ Se os alunos internalizarem o "teste da mesa", possivelmente identifiquem figuras plana e não-planas com facilidade.

8 Elaboração das tomadas de posição

Assunto 1: Ponto, reta e plano

Tomada de posição 1

Indagar os alunos sobre seus conhecimentos sobre ponto, reta e plano. Propor a seguinte situação: Ana é costureira. Estava fazendo uma colcha e precisou de botões, fitas e linhas para dar um bonito acabamento no seu trabalho. O que no trabalho de Ana lembra a noção de ponto, reta e plano?

Assunto 2: Investigação de formas planas e não planas

Tomada de posição 2

Propor que os alunos, previamente distribuídos em equipes, classifiquem alguns objetos (fitilhos, sólidos feitos de isopor, barbantes) em figuras geométricas planas e não-planas. Esses objetos serão deixados sobre a mesa da professora. O quadro deverá ser dividido em uma coluna com a palavra PLANA e outra coluna com a palavra NÃO-PLANA. Os alunos deverão colar os objetos, que estão sobre a mesa, na coluna que considerarem mais indicada.

9 Elaboração do contrato didático

Não se importar com a presença da filmadora e nem da observadora na sala e procurar ter sempre uma atitude bem natural; Perguntar sempre que não entender o que foi exposto na aula; Procurar participar sempre que for solicitado; Sugerir que os alunos proponham também suas condições; Todos receberão um caderno que se chamará caderno de geometria.

Fase 3: Experimentação - Realização da Seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 2

Tempo da fita	Comportamento e fala da professora-pesquisadora	Comportamento e fala dos(as) alunos(as)	Fases da Seqüência Fedathi
ff1h01min10s	Dividam-se em equipes. Depois observem os objetos que estão sobre a mesa da professora e discutam entre si , quais são aqueles que vocês acham que são planos e não-planos.	Alunos se distribuem em equipes	**Tomada de posição 2**
1h05min - 1h19min	Durante esse período de tempo, observo as equipes, e procuro estimular os alunos com perguntas	Alunos discutem entre si, trocam idéias e procuram mostrar suas idéias uns para os outros.	Esse período de tempo é relativo a fase de **maturação.**
1h22min09s	Equipe do aluno 12, porque vocês acham que esse objeto aqui é plano? . (o objeto em questão é um sólido do tipo prisma retangular).	Aluno 12: Sim. Porque ela é quadrado.	Essa é a fase de **solução** daquilo que foi proposto. Os alunos colaram no quadro os objetos de acordo com seus entendimentos. É importante lembrar que até este momento não falei sobre o que sejam figuras geométricas planas ou não. Estou utilizando os conhecimentos prévios dos alunos.
1h25min16s	Equipe do aluno 32, porque vocês acham que os objetos que colaram no quadro são planos? (fitilho e sólidos feitos de isopor).	Aluno 32: Tia, ... por que é reto. Aluno 07: Sei lá.	
1h30min25s	Equipe da aluna 04, porque vocês acham que os objetos que colaram são não planas? (círculo, e quadrilátero feitos de cartolina).	Aluna 04: Porque não são retas, nem quadradas.	Ao analisar esses diálogos observo que os alunos não sabem diferenciar uma figura plana de uma outra não- plana. Vários deles fizeram total confusão na realização dessa tarefa. É importante lembrar que essa foi a fase da tomada de posição, ou seja, eu ainda não havia explicado qual a diferença entre a figura plana
1h32min37s	Quem foi que colou esses objetos aqui em não planos? (fitilhos, polígonos irregulares feitos de	Aluno 21: Eu colei um e o aluno 05	

	cartolina).	colou os outros.	e não plana. Só a partir dessas intervenções foi que fiz o "teste da mesa" para ressaltar que uma figura plana é aquela que tem todos os seus pontos estão contidos no plano, enquanto o mesmo não acontece com as figuras não planas. Percebo que em diversos momentos os alunos têm medo de errar na realização da tarefa,
1h34min50s	A equipe de vocês entendeu que esses objetos são não planos. Por que vocês acham que esse objeto (fitilho) é não plano?	Aluno21: Você responde aluno 05. Aluno 05: Porque não tem uma forma de um quadrado.	
1h35min10s	Vamos fazer o teste da mesa. A mesa, pra gente funciona como um plano. A mesa é o que?	Alunos: Plana	
1h35min36s	Olhem bem o que vou fazer com esse círculo. Vou colá-lo em cima da mesa. Vejam bem a minha mão. Ela passa para lá e para cá em cima da figura. Não há obstáculo. Todos os seus pontos estão no plano. Veja o que acontece quando pego um sólido. Minha mão pode deslizar sobre ele para lá e para cá?	Alunos: Não.	A fase relativa às minhas explicações com relação ao teste da mesa corresponde a fase da **prova**.
1h38min13s	Isso acontece porque nem todos os pontos desse sólido estão no plano da mesa. Com relação aos objetos que vocês colaram no quadro está tudo correto? Então vão corrigir o que vocês acham que não está correto.	Alunos: Não. Alunos saem de suas carteiras e vão fazer as correções necessárias.	Percebo que os alunos ficam atentos à minha explicação. E que entenderam com facilidade o teste da mesa. Esse teste foi encontrado por mim na leitura de Miguel & Miorim (1986, p.76). É u m recurso didático muito rico e de fácil entendimento pelos alunos. Consiste em colocar um objeto sobre o tampo da mesa da professora e passar a mão sobre ele diversas vezes com o intuito de mostrar aos alunos que a mão não encontra obstáculos o que caracteriza que todos os pontos da figura estão contidos no plano. Caso contrário, a figura será não-plana.
1h40min05s	Realização da ficha de atividade	Alunos realizam a ficha de atividade.	

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 1

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 01

Escreva usando as palavras ponto, reta e plano nos espaços em branco, relativamente a cada item abaixo:

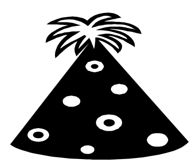
a) Assistindo a uma partida de futebol, Ana percebeu a linha de fundo do campo. Qual a idéia que esta linha de fundo representa para Ana?______________________________

b) Que idéia lhe dá um pequeno furo na parede?________________________________

c) Quando você olha a parede da sua sala de aula, qual a idéia que essa parede lhe dá?____

d) Olhando para o encontro de duas paredes da sua sala de aula que idéia esse encontro lhe dá?____

e) Observe cada figura abaixo e escreva ao lado de cada uma delas aquela que melhor dá a idéia de ponto, reta ou plano.

____________________ ____________________ ________________

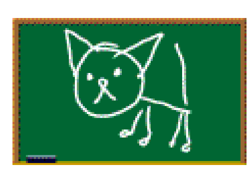
Figura 6 – Figuras representativas de ponto, reta e plano

Atividade 02:

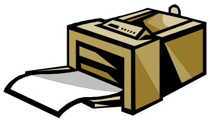
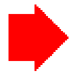
1. O mapa do estado do Ceará desenhado no livro de Geografia, dá a idéia de uma figura geométrica plana ou não plana?_______________________________________

2. O prédio de sua escola dá a idéia de uma figura geométrica plana ou não plana?____

3. Identifique como plana ou não plana a figura geométrica representada em cada uma das seguintes figuras:

a ) b)  c) 

_________________ __________________ ___________________

d)  e) 

____________________ __________________________

Figura 7 – Figuras representativas de objeto plano ou não-plano

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

1 Da coleta de dados

TABELA 03

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DE PONTO, RETA E PLANO E FIGURAS PLANAS E NÃO-PLANAS			
	Alunos		
SITUAÇÃO	Respostas Corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar opinião
Relacionaram a figura à idéia mais próxima de ponto, reta e plano.	27	05	-----
Perceberam que o encontro de duas paredes sugere à idéia de reta.	10	21	01
Relacionaram os objetos do mundo físico à idéia de figuras planas e não-planas.	26	05	01

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 01
NOTA: Participaram da sessão didática 32 alunos

2 Da transcrição da atividade 2

✓ A tomada de posição 2 foi analisada por se constituir objeto principal de conhecimentos prévios para posteriores abordagens e por esclarecer melhor a continuidade da experimentação;

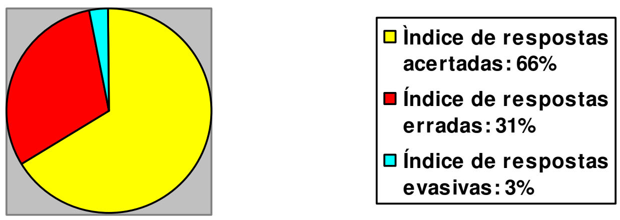
3 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

✓ A estrutura da sala que não tem uma ventilação adequada e sua posição com relação à escola, voltada para o Sol durante à tarde; A presença da câmera e dos observadores que os deixaram nervosos e tímidos nos primeiros momentos da sessão; A não compreensão do contrato didático, devido ter surgido perguntas repetitivas sobre o assunto.

4 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ Participação de alguns alunos no início da sessão possibilitou aos demais se sentirem a vontade para também contribuir no decorrer da aula; Atenção do grupo à professora-pesquisadora quando esta solicitava; Motivação dos alunos para participar das questões levantadas pela professora-pesquisadora e na realização das atividades individuais.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividade



6 Das conclusões locais – validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Relacionar o ponto, a reta e o plano com objetos do mundo físico, como o botão, a linha riscada no chão da sala e o próprio piso serviu para melhorar o entendimento dos alunos. Percebemos, contudo, limitação dos alunos quando apenas 31% destes identificaram que o encontro de duas paredes remetia à idéia de reta.
- ✓ O manuseio com os objetos feitos de isopor, fita e folha de cartolina, proporcionou aos alunos maior segurança para identificar figuras geométricas planas e não-planas.
- ✓ É necessário reforçar esse conteúdo na próxima sessão didática no sentido de dirimir possíveis dúvidas, dessa forma, o tempo didático não foi compatível com o tempo de aprendizagem;
- ✓ Os objetivos foram atingidos.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 02 do Projeto de Mestrado

Assunto: Classificação dos objetos em uni,bi e tridimensionais.
Data: 04/05/2005.

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

De acordo com Miguel & Miorim (1986, p. 71) o critério geométrico mais amplo para classificar objetos se fundamenta no conceito de dimensão. Quando o aluno reconhece com segurança a dimensão de um objeto pode classificá-lo em curva, superfície ou sólido o que servirá de pré-requisito para o melhor entendimento de reta, segmento de reta, áreas de figuras planas e volumes, respectivamente.

Para a elaboração desta sessão didática pesquisei meios que possibilitem esclarecer, junto aos alunos, o melhor entendimento de dimensão. Embora, num primeiro, momento os alunos vivenciem as três dimensões, o intuito é promover subsídios que facilitem o entendimento da grandeza comprimento no momento específico da sua abordagem.

2 Conteúdo

- ✓ Revisão dos conceitos primitivos: ponto, reta e plano.
- ✓ Revisão dos aspectos relativos a figuras planas e não planas.
- ✓ Reconhecimento de objetos uni, bi e tridimensionais.

3 Objetivo

- **Geral –** fazer o "corte" no objeto para classificá-lo em uni, bi ou tridimensional.
- **Específicos**
  2. Identificar e diferenciar objetos uni, bi e tridimensionais.
  3. Perceber que certas transformações a que submetemos os objetos uni e bidimensionais não alteram sua dimensão.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

De acordo com Oliveira & Silva (1970, p. 139) foi somente por volta de 1900, que Henri Poincaré, célebre matemático, revisitou “Os Elementos” de Euclides, com idéias mais abrangentes sobre a idéia de dimensão. Considero que este saber, dentro da limitação da pesquisa, já está devidamente esclarecido no item 2.5.1.

Um dos recursos didáticos que irei utilizar nesta sessão didática, para ajudar no entendimento de dimensão é chamado de “corte”. Foi na leitura de Oliveira & Silva (1970, p. 147) encontrei a citação de Menger & Urysohn sobre os tipos de dimensão encontrados no espaço real. Acho importante citá-la para a melhor fundamentação da idéia de “corte” no entendimento da dimensão com a qual se trabalha e que será usada, de forma intuitiva e experimental, com os alunos:

> Considera-se um ponto do contínuo em questão e uma vizinhança completa desse contínuo; tenta-se extrair a vizinhança do contínuo. Para isso é forçoso cortar ou rasgar o contínuo em certos pontos, chamados pontos da fronteira da vizinhança.
> Tratando-se de um contínuo a uma dimensão, consideremos uma curva ou um fio de ferro: basta cortá-lo em alguns pontos isolados (que não constituem eles próprios contínuo algum).
> Tratando-se de um contínuo a duas dimensões, consideremos uma superfície: Não basta cortá-la em alguns pontos isolados, deve-se cortá-la em alguns pontos isolados, deve-se cortá-la segundo uma curva (portanto, um contínuo a uma dimensão)
> Tratando-se de um contínuo a três dimensões, consideremos o espaço – nem pontos isolados, nem a curva bastam; a fronteira de uma vizinhança (por exemplo, de uma bola sólida) é constituída por uma superfície (portanto, um contínuo a duas dimensões), e assim por diante.
> Dir-se-á, portanto, que um contínuo é a **n** dimensões quando os pontos da fronteira de uma vizinhança constituem um contínuo a **n** – 1 dimensões.

5 Experiência prévia da turma

A primeira sessão didática possibilitou aos alunos vivenciarem a idéia de ponto, reta e plano, além da identificação de figuras planas e não-planas. Essas noções servem como pré-requisito para uma melhor compreensão da proposta de conteúdo dessa sessão didática.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico –** identificar a forma dos objetos, relacionando sua dimensão, como linha, superfície e volume.
- ✓ **Numérico –** não há relação nesse nível de estudo.
- ✓ **Das grandezas –** em sessões didáticas posteriores haverá a necessidade dos alunos identificarem que a grandeza comprimento é unidimensional e de que forma ela encontra-se presente nos objetos.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos aprenderem a identificar as diferenças e semelhanças dos três conjuntos de figuras geométricas (linhas, superfícies e sólidos), então servirá para que os alunos percebam a dimensão do objeto com que se trabalhará.

8 Elaboração das tomada de posição

Assunto 1: Abordagem dos tópicos da sessão didática anterior sobre figuras geométricas planas e não-planas

Tomada de posição 1

Indagar os alunos sobre o que, na sala, lhes lembra a idéia de ponto, reta e plano? Ouvir e anotar suas respostas.

Assunto 2: Classificação de figuras geométricas

Tomada de posição 2

No quadro de escrever serão colocados três conjuntos de figuras geométricas, com dimensão e formas diferentes. Primeiro conjunto: um triângulo "vazado" (linha poligonal fechada simples), uma superfície triangular e um prisma triangular. Segundo conjunto: um retângulo "vazado" (linha poligonal fechada simples), uma superfície retangular e um paralelepípedo. Terceiro conjunto: Uma circunferência, um círculo e um cilindro. Os alunos devem separá-las, no quadro, de acordo com suas semelhanças. Em seguida devem realizar seus desenhos no caderno de Geometria.

Assunto 3: Escolha de 3 objetos de dimensões diferentes para realização do "corte".

Tomada de posição 3

Serão realizados cortes em cada grupo de três figuras explicitado na tomada de posição 2 de forma que os alunos percebam seu caráter, uni, bi ou tridimensional.

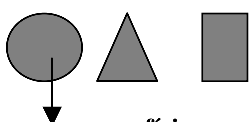
9 Elaboração do contrato didático

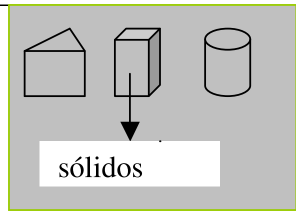
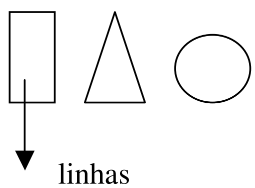
A ficha de atividade deve ser feita individualmente. Os trabalhos serão em duplas.

Fase 3: Experimentação – Realização da Seqüência Fedathi

10 Recorte das transcrições da tomada de posição 2.

Tempo da fita	**Comportamento e fala da professora-pesquisadora**	**Comportamento e fala dos(as) alunos(as)**	**Fases da Seqüência Fedathi**
9min23s	Colei algumas figuras geométricas no quadro e queria que vocês fizessem duas colunas no caderno de vocês: uma, o que essas figuras têm de parecido e na outra o que elas têm de diferente.		Nesse momento dou início a **tomada de posição 2**
9min45s	-O que elas (retângulo, triângulo e círculo) têm de parecido? -E o que elas têm de diferentes?	. Alunos: - São planas. Alunos: - As formas.	Fase correspondente à **maturação.** Por falta de habilidade da minha parte a fase 2 se fundiu com a fase 3, correspondente à **solução.**
10min59s	- Agora desenhem no caderno de vocês.		A partir dessa discussão percebo que os alunos já dominam bem o que são figuras geométricas planas e não planas. No prosseguimento do discurso, contudo, os alunos erram ao dar os nomes das figuras planas para as figuras não planas. A idéia central dessa intervenção foi mostrar, na prática, que as figuras podem ser formadas de curvas fechadas planas, por superfície planas e por sólidos, portanto, não planos, que tenham volumes. Ao fazer o aluno perceber essas diferenças é possível que o mesmo desenvolva com mais facilidade o cálculo do perímetro, área e volume, respectivamente, quando necessário.
19min10s	- O que elas (Um cilindro, um prisma de base triangular e paralelepípedo) têm de parecido, agora? - E o que elas têm de diferentes? -Que figura é essa? (aponto para o paralelepípedo). - E que figura é essa? (aponto para o cilindro). - E que figura é essa? (aponto para o prisma reto de base triangular) . Explico que se trata de um paralelepípedo, cilindro e prisma reto de base triangular.	Alunos: - São figuras não planas. Alunos: As formas. Alunos: Retângulo Alunos: Círculo. Alunos: Triângulo.	
29min43s	- Façam os desenhos.		
39min03s	-Agora esse conjunto de três figuras vazadas (circunferência, um triângulo e um retângulo), o que elas têm de parecido?	Aluno 20: São todas finas.	
39min25s	- Olha bem que isso que o aluno 20 falou é um dado interessante. Que mais que elas têm de parecido? - Muito bem. Mas será que alguém daria um nome	Aluna 09: São todas planas.	

	melhor para esse "todas finas" do aluno 20?	Aluno 12: São todas retas.	Esse meu comentário corresponde à fase 4: **prova**
	-Vocês acham que retas é a melhor palavra?	Aluno 21: Não. É assim...	
46min56s	- São todas?... Eu queria uma outra palavra que melhor substituíssem finas...elas são todas...	Alunos: retas, planas, finas, agudas...	A análise das falas dos alunos deixa transparecer o desconhecimento que eles têm sobre a identificação das figuras. É com muita naturalidade que chamam de triângulo o prisma de base triangular, ou a circunferência de círculo. Parece que o fato das figuras se apresentarem em dimensões diferentes não lhes chama a atenção para a possibilidade das mesmas terem seus nomes alterados.
	- Elas são todas...	Aluno 12: linhas	
	- Ótimo. - Os matemáticos também deram essa classificação para esse tipo de figuras. Podem também ser chamadas de curvas ou caminhos. Linhas, curvas ou caminhos.		
1h00min32s	- Agora desenhem colocando de um lado o que tem de parecido e o que tem de diferente. - Vamos organizar melhor todas as idéias.		Essa minha explicação também corresponde a fase 4: **prova**.
	 **superfície**		
	- Porque que a gente pintou aqui (dentro da figura)? Aqui vai receber um nome especial. Que nome é esse?	Alunos: pintura, plano, face,...	
1h08min40s	- Face não. A gente vai batizar a parte pintada de superfície.		
	-Quais são as formas dessas superfícies?	Alunos: cilindro, triângulo paralelepípedo, retângulo,...	Essa minha explicação também corresponde a fase 4: **prova**.
	Explico que se trata do círculo, triângulo e retângulo, respectivamente. - Agora vamos desenhar outro grupo de três figuras.		

1h17min18s	 -O que elas têm de diferentes?	Alunos: as formas	
	- Muito bem e quais são as formas delas?	Alunos: cilindro, reta triangular, triângulo, paralelepípedo.	Essa minha explicação também corresponde a fase 4 da tomada de posição 2: **prova**.
1h21min54s	Explico que são o prisma de base triangular, o paralelepípedo e o cilindro, respectivamente. A gente vai dizer também que eles são sólidos geométricos.		
	- Vamos fazer os últimos desenhos. Onde estão os meus caminhos? 		
1h27min10s	- O que essas figuras têm de diferentes?	Alunos: -As formas	
	- Quais são as formas que vocês estão vendo aí?	Alunos: É um cilindro, é uma curva redonda, é uma linha redonda, é um triângulo, retângulo	
	Explico que se trata de um retângulo, um triângulo e uma circunferência, respectivamente.		
	Ao final da aula pedi para que realizassem uma pesquisa sobre a definição de círculo e de circunferência.		
	Realização da ficha de atividade pelos alunos	Alunos realizam a ficha de atividades	

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 2

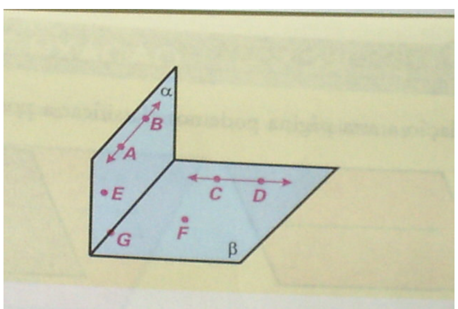
Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 01:

Veja a figura abaixo e escreva todos os pontos, retas e planos que você consegue identificar. Escreva suas respostas ao de cada palavra.

Pontos____

Planos____



Retas____

Figura 8 – Planos perpendiculares

Atividade 02

Procure desenhar ao lado a figura que você vê abaixo:

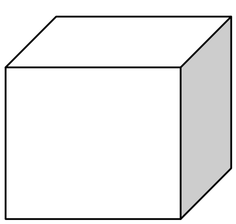
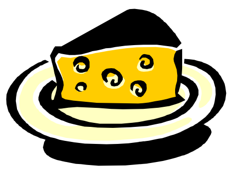


Figura 9 – Cubo

Atividade 03

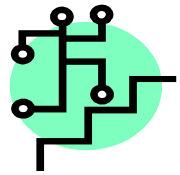
Abaixo há três figuras. Classifique-as em unidimensional, bidimensional ou tridimensional, de acordo com seus “cortes”:

a)



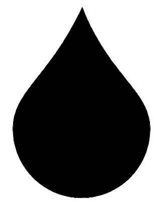
____

b)



____

c)



____

Figura 10 – Figuras indicativas para classificação de dimensão na primeira abordagem

Fase 4: Análise *a posteriori* local

1. Da coleta de dados

TABELA 04

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DE PONTOS, RETAS E PLANOS

SITUAÇÃO	Alunos		
	Respostas Corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar resposta
Identificação de **todos** os pontos, retas e planos presentes nos desenhos	09	20	01
Reprodução do desenho tridimensional	Souberam desenhar corretamente	Não souberam desenhar corretamente	Não conseguiram reproduzir o desenho
	24	01	05

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 02
NOTA: Participaram da sessão didática 30 alunos

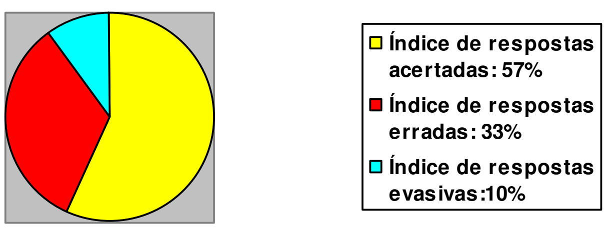
2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ A presença da câmera e dos observadores foram elementos que contribuíram ainda, nesta segunda sessão, para que os alunos, nos primeiros momentos da aula ficassem pouco a vontade, demonstrando gritinhos e gracejos nervosos; Os primeiros 10 min da sessão foram prejudicados por conta dos barulhos externos vindos do pátio da escola; Não segui o que estava pré-estabelecido na Engenharia Didática. Isso prejudicou a abordagem dos assuntos e requer um realinhamento dos objetivos para não comprometer o programa pré-estabelecido; Houve falta de organização da minha parte na realização da tomada de posição 1 e 2; Lentidão de alguns alunos para fazer as cópias dos conteúdos escritos no quadro no decorrer da aula, resultando em conversas paralelas daqueles que concluíram logo suas tarefas; Alguns alunos respondem sem pensar ao que está sendo proposto (chutam as respostas) demonstrando ansiedade em participar, outros, contudo, são muito calados.

3 Dos fatores que contribuem para o bom andamento da sessão didática

- ✓ O reforço do contrato didático; A retomada do conteúdo ministrado anteriormente através da participação dos alunos respondendo as questões; A orientação dos alunos para trabalharem em duplas na realização da atividade solicitada; Participação ativa de alguns alunos, ora dando exemplos ora respondendo o que era perguntado; Os alunos se sentiram motivados aos serem elogiados pela professora-pesquisadora.

4 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



5 Das conclusões locais - validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ A revisão feita dos assuntos vistos na sessão didática 01 contribuiu para que os alunos classificassem com mais autonomia as figuras planas e não planas. Eles, contudo, tiveram sérias dificuldades em identificar o ponto, a reta e o plano, na ficha de avaliação, por ter utilizado, na realização da atividade 01, a linguagem formal da Matemática;

- ✓ A classificação das figuras enfocando suas semelhanças e diferenças, sem dúvida, contribuiu muito para que os alunos se sentissem seguros em classificar a forma dos objetos e se eram ou não, planos. Uma falha sobre esse aspecto, entretanto, foi não ter respeitado o tempo pré-determinado e com isso ter comprometido a abordagem do caráter dimensional dos objetos a que se destinava esta sessão didática. Dessa maneira não foi possível realizar a tomada de posição 03. Isso resultou na impossibilidade dos alunos resolverem a questão 03 da ficha de atividade.

- ✓ A última questão da ficha de atividade não foi resolvida pelos alunos porque não deu tempo de abordar o conteúdo sobre dimensão. Apesar de ter planejado uma sessão didática para abordar a idéia de dimensão, é preciso perceber que será necessário um realinhamento, passando o assunto sobre dimensão para ser abordado na sessão didática 03.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 03 do Projeto de Mestrado

Assunto: Classificação de objetos em uni,bi e tridimensionais – Realinhamento da sessão didática 2**.**

Data: 11/05/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

Na sessão didática 02 os alunos estudaram a classificação de três conjuntos de figuras geométricas. Primeiro conjunto: um triângulo "vazado" (linha poligonal fechada simples), uma superfície triangular e um prisma triangular. Segundo conjunto: um retângulo "vazado" (linha poligonal fechada simples), uma superfície retangular e um paralelepípedo. Terceiro conjunto: Uma circunferência, um círculo e um cilindro.

Essa atividade gerou muita discussão e dúvidas entre os alunos não sendo possível realizar a tomada de posição 03, que era o tema central da sessão didática 02. Dessa forma esta sessão didática se propõe a realizar a classificação dos objetos em uni, bi e tridimensionais, além de relacionar cada dimensão à idéia de ponto, curva e a superfície, a partir de "cortes".

2 Conteúdo

- ✓ Reconhecimento de objetos uni, bi e tridimensionais.
- ✓ Reconhecimento da curva, superfície e sólido.

3 Objetivo

- **Geral –** classificar o objeto de acordo com sua dimensão (uni, bi ou tridimensional), a partir da idéia de "corte".
- **Específicos**
  - ✓ Identificar e diferenciar objetos uni, bi e tridimensionais.
  - ✓ Relacionar cada dimensão à idéia de ponto, curva ou superfície, a partir de "cortes" realizados nos objetos.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

Esta sessão didática fará algumas complementações necessárias ao esclarecimento de alguns conceitos matemáticos. Haverá, nesta sessão, uma rápida abordagem sobre a circunferência, círculo e cilindro com o intuito de despertar nos alunos a idéia de linha, superfície e sólido, respectivamente, antes do esclarecimento dos três tipos de dimensão. De acordo com Dolce & Pompeo (2000, p.147-149):

> Circunferência é um conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto dado é o centro e a distância dada é o raio da circunferência.
> Dados: um plano α, um ponto O de α e uma distância r, λ (O, r) = $\{P \in \alpha \,/\, d_{p,o} = r\}$ onde λ (O, r) representa a circunferência de centro O e raio r.

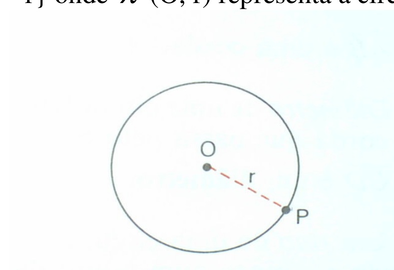


Figura 11 – Circunferência (extraída de DOLCE & POMPEO, 2000, p.147)

> Círculo (ou disco) é um conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é menor ou igual a uma distância (não nula) dada. Dados um plano α, um ponto O de α, e uma distância r, círculo de centro O e raio r = c(O, r) = $\{P \in \alpha \,/\, d_{p,o} \leq r\}$. O círculo é a reunião da circunferência com seu interior.

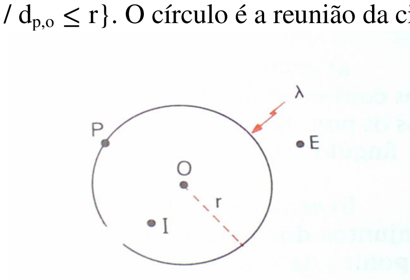


Figura 12 Círculo (extraída de DOLCE & POMPEO, 2000, p.147)

Com relação ao cilindro Dolce & Pompeo (2000, p.217) assim esclarece:

> Cilindro é a reunião da parte do cilindro circular ilimitado, compreendida entre os planos de suas secções circulares paralelas e distintas em relação a essas secções.

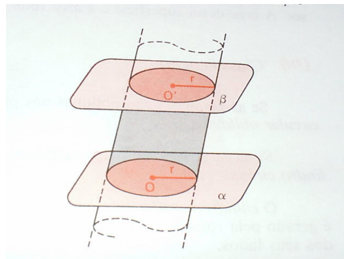


Figura 13– Cilindro (extraída de DOLCE & POMPEO, 2000, p.217)

Utilizarei, também nesta sessão didática, os termos paralelogramo e retângulo, nessa ordem temos, através de Dolce & Pompeo (2004, p.100 e 101):

> Um paralelogramo é um quadrilátero notável plano, convexo que possui os lados opostos paralelos.
> Um quadrilátero plano convexo é um retângulo se, e somente se, possui os quatro ângulos congruentes.

Quanto ao paralelepípedo, Dolce & Pompeo (2000, p.143) assim explicam:

> Paralelepípedo é um prisma cujas bases são paralelogramos. A superfície total de um paralelepípedo é a reunião de seis paralelogramos.

5 Experiência prévia do grupo

A sessão didática 02 serviu para que os alunos, ao desenhar os três conjuntos de figuras geométricas percebessem suas semelhanças e diferenças, e sobretudo, vivenciassem que, enquanto umas figuras são “vazadas”, como um dos alunos falou (veja a transcrição das falas mais relevantes da sessão didática 02), que são finas e outro completou que são linhas, outras figuras são fechadas, planas e outras ainda, são não-planas. As idéias de superfície e sólido foram discutidas de maneira informal na sessão didática 02.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – dificuldade em identificar os três conjuntos de figuras geométricas, citados na justificativa desta sessão didática.
- ✓ **Numérico** – não há relação nesse nível do estudo.
- ✓ **Das grandezas** – em outras sessões didáticas haverá a necessidade de esclarecer que a grandeza comprimento é unidimensional. É importante informar que quando os alunos estudarem área e volume, em estudos posteriores, será necessário que aos mesmos seja informado de que se trata de grandezas bi e tridimensional, respectivamente.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos perceberem, com facilidade, as três dimensões apresentadas através dos objetos, então será possível dar prosseguimento normal aos conteúdos da próxima sessão didática.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Análise da diferença entre circunferência, círculo e cilindro como subsídio para começar a discussão sobre linha, superfície e sólido.

Tomada de posição 1

Relembrar os principais momentos da sessão didática 02. Procurar saber quem trouxe a pesquisa sobre a definição de circunferência e de círculo. Então o que é circunferência? O que é círculo? Alguém identifica o cilindro aqui na sala?

Assunto 2: Análise dos conjuntos de figuras geométricas (linha, superfície e sólido)

Tomada de posição 2

Os alunos deverão desenhar no caderno de Geometria uma tabela, como a especificada abaixo. Em seguida desenhar as figuras que serão coladas no quadro de giz, na coluna que acharem mais adequadas para sua representação.

Linha	Superfície	Sólido
(deixar 4 linhas)		

Assunto 3: O trabalho com a palavra dimensão. Realização dos "cortes" nos objetos uni, bi e tridimensionais.

Tomada de posição 3

Realizarei cortes em cada objeto que foi utilizado na tomada de posição 02. A idéia é estimular aos alunos que percebam que a partir desses cortes irei conseguir ponto, linha ou superfície e que esse resultado está intimamente relacionado à dimensão do objeto cortado.

9 Elaboração do contrato didático

Perguntar sempre que não entender o que foi exposto na aula. Procurar participar sempre que for solicitado, mas calmamente. Sugerir que os alunos proponham também suas condições. A ficha de atividade deve ser feita individualmente. Os trabalhos, em sala, serão em duplas.

Fase 3: Experimentação – Realização da Seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 02 e 03.

<table>
<tr><th>Tempo da fita</th><th>Comportamento e fala da professora-pesquisadora</th><th>Comportamento e fala dos(as) alunos(as)</th><th>Fases da Seqüência Fedathi</th></tr>
<tr><td>20min37s</td><td>-Vamos construir a seguinte tabela no caderno de Geometria. Em seguida colocarei, no quadro de escrever, alguns conjuntos de figuras geométricas e gostaria que vocês desenhassem uma a uma na coluna da tabela que vocês acharem mais adequadas.
<table><tr><td>Linha</td><td>Superfície</td><td>Sólido</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td><td>Tomada de posição 02.</td></tr>
<tr><td>21min14s - 42min12s</td><td>Passo pelas carteiras dos alunos e vou indagando sobre o que percebem com relação às figuras apresentadas e se já as conheciam.

-Chegou um momento muito importante dessa aula. Eu queria toda a atenção possível.

-Aqui é o que? (seguro um retângulo vazado).</td><td>Alunos desenham a tabela e realizam o que é pedido na tomada de posição 02.

Alunos: linha</td><td>Maturação – desenho da tabela e figuras geométricas solicitadas.
A etapa de solução e prova não foram realizadas porque o propósito da atividade não exigia.

Tomada de posição 03</td></tr>
<tr><td></td><td>-Estou com uma tesoura e vou cortar a linha. Prestem atenção (corto a linha).

-Escrevam no caderno: quando corto a linha gero o .... vamos ver se vocês sabem o que a gente gera?</td><td>Alunos prestam atenção.</td><td>Maturação e solução</td></tr>
<tr><td>50min18s</td><td>-A palavra que eu quero que venha para cá (tabela) é uma palavra dentro da Geometria que a gente usou aqui na sala, logo no primeiro dia.

Alunos batem palmas pelo acerto do colega. Completamos o pensamento: quando corto uma linha gero um ponto.

-Agora prestem atenção o que vai acontecer quando eu corto uma superfície (corto um pedaço de cartolina).

-Muito bem. Vamos escrever isso. Quando corto a superfície gero uma linha.
-Isso aqui é uma linha superfície ou</td><td>Alunos dão palpites: o objeto, uma linha, o pedaço de linha,.., uma reta,...

Aluno 21: um ponto.</td><td>Ao mostrar, utilizando recursos materiais, que o corte da linha, da superfície e do sólido geram o ponto, a reta e a superfície, respectivamente, pretendo conseguir uma coerência para entrar no assunto da dimensão. Sei que é um assunto que requer um nível desenvolvido de abstração, por parte dos alunos, mas não penso que o professor não deve subestimar a capacidade dos alunos entenderem esse assunto.</td></tr>
</table>

1h00min18s	sólido? (aponto para o prisma de base retangular que estava sobre a mesa).		
	-Atenção! Quem quer dizer o que é que eu vou conseguir gerar, quando eu serrar esse sólido o que é que eu vou conseguir gerar, um ponto, linha ou superfície? -Gerei uma superfície. Então como fica?	Alunos: -Sólido	
	-Na opinião de vocês, utilizando a tabela, onde eu devo colar isso (mostro a circunferência, o círculo e o cilindro)?	Alunos: -Plano, superfície. Alunos: - Quando corto o sólido gero uma superfície.	
1h13min52s	-Eu vou agora falar de três palavras que eu acho que vocês nunca ouviram falar. Escrevo as palavras unidimensional, bidimensional e tridimensional. Se eu disser para vocês que essas três figuras (circunferência, círculo e cilindro) tem essas dimensões. Se eu disser que tem uma delas que é tridimensional. Qual é?	Alunos: - Na linha, na superfície e no sólido.	**Tomada de posição 4** Percebo que os alunos conseguem identificar, ainda com dificuldade, quais figuras são uni, bi ou tridimensionais. **A maturação, solução e o momento da prova ficaram confusos no sentido da sua identificação.**
	-Muito bem. Qual figura a gente colocaria como bidimensional?	Aluna 09: -É o sólido. O cilindro.	
	-Consequentemente, a linha é o que?	Alunos: -A superfície (no caso, o círculo).	
	-Pessoal vamos formar as filas para vocês realizarem, individualmente, as fichas de atividades. Alunos começam a resolver a ficha de atividade	Alunos: -Unidimensional (no caso a circunferência).	
1h22min			

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 3

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 01

Escreva o nome de algo que para você dê a idéia de:

a) Ponto____

b) Reta____

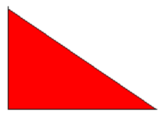
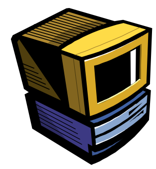
c) Plano____

Atividade 02

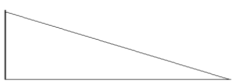
Qual é a idéia que o encontro de duas paredes da sua sala de aula lhe dá?____________

Atividade 03

Analise cada figura abaixo e relacione cada uma delas à idéia de linha, superfície e sólido, escrevendo abaixo de cada uma, a palavra **linha, superfície ou sólido**.

____________ ____________ ____________



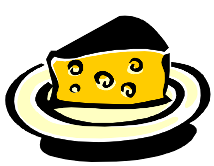
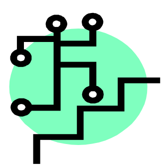
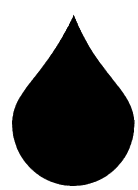
____________ ____________ ____________

Figura 14– Figuras indicativas de linha, superfície e sólido

Atividade 04

Abaixo tem três figuras. Passe um traço em cada uma delas, como se fosse um "corte". Classifique-as em unidimensional, bidimensional ou tridimensional de acordo com seus "cortes":

a) b) c)

____________ ____________ ____________

Figura 15 – Figuras indicativas para a classificação de dimensão na segunda abordagem

Fase 4: Análise *a posteriori* local

As fichas de atividade foram analisadas e tabuladas (vede tabela 05). Utilizei tanto esse material, quanto a análise da fita de vídeo, com seus principais recortes, para realizar a validação entre as hipóteses estabelecidas (ideal) e aquilo que os alunos aprenderam de fato (real). Para uma maior clareza desta fase da engenharia didática achei melhor expressar as questões centrais para, posteriormente, realizar os comentários que considere necessário.

1 Da coleta de dados

TABELA 05

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DA CLASSIFICANDO OBJETOS EM UNI,BI E TRIDIMENSIONAIS

SITUAÇÃO	Alunos		
	Respostas Corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar resposta
Exemplificação de ponto, reta e plano	21	07	03
Relacionar a figura à idéia de linha, superfície ou sólido, de acordo com o caso.	13	17	01
Percepção da dimensão através do desenho, em cada caso.	14	17	—

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 03
NOTA: Participaram da sessão didática 31 alunos

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ barulho externo (no pátio) e interno atrapalha os vinte e cinco primeiros minutos da aula;
- ✓ lentidão de alguns alunos para fazer as cópias dos conteúdos escritos no quadro no decorrer da aula, resultando em conversas paralelas por parte dos alunos que acabavam mais rápido;
- ✓ alunos respondem sem convicção a resposta (respondem de maneira impulsiva, sem reflexão);

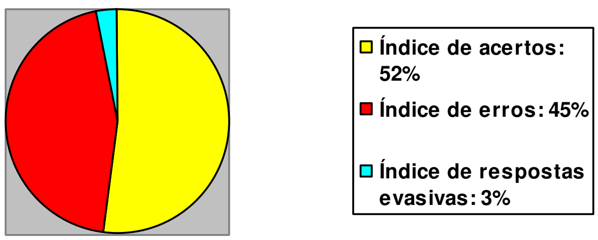
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ Alunos cooperam com a professora no momento da revisão dos conceitos;
- ✓ A recapitulação dos assuntos já abordados em sala de aula é favorável para o aprendizado do aluno;

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ A organização do quadro onde foi desenhado uma figura representativa da linha, superfície e volume facilitou muito a percepção dos "cortes" dados nas figuras. Quanto ao entendimento da dimensão percebo que é necessário realizar um pouco mais essa atividade, embora ache que não seja tema central desta pesquisa.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ A maioria dos alunos demonstrou autonomia de conhecimento ao exemplificarem corretamente exemplos de que objetos do mundo físico que dão idéia de ponto, reta ou plano;
- ✓ O formato do desenho tornou-se um obstáculo para o aluno identificar se o desenho retratava a situação de linha, superfície ou sólido;
- ✓ Os alunos ainda demonstram dificuldade de entender dimensão através de "cortes".
- ✓ Os objetivos foram parcialmente atingidos.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 04 do Projeto de Mestrado

Assunto: Segmento de reta e polígono.

Data: 18/05/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

A sessão didática 03 abordou-se a idéia de dimensão. Utilizou-se para isso a noção de "corte" da linha, da superfície e do sólido. O intento foi mostrar aos alunos que o ponto não tem dimensão, que a linha é unidimensional, que a superfície é bidimensional e que o sólido possui três dimensões, reconhecido, pois, como tridimensional.

A partir desta sessão didática, entretanto, todo o estudo se volta para retratar a grandeza comprimento. O que se quer é que os alunos percebam o comprimento enquanto grandeza unidimensional que pode ser encontrada tanto nos objetos do mundo físico como nos objetos matemáticos. Nos objetos do mundo físico o aluno deve ser capaz de olhar para determinado objeto, um lápis por exemplo, e perceber que dentre outras grandezas que o mesmo possui, uma delas é o comprimento.

2 Conteúdo

- ✓ Classificação de curvas;
- ✓ Classificação de segmentos;
- ✓ Identificação de polígonos;

3 Objetivos

- **Geral –** perceber que o comprimento é uma grandeza unidimensional e que pode ser encontrada tanto nos objetos do mundo físico quanto nos objetos matemáticos.
- **Específicos**
  - ✓ Identificar objetos unidimensionais.
  - ✓ Classificar segmentos de reta em consecutivos colineares e não-colineares.
  - ✓ Identificar polígonos.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

A idéia de dimensão foi fundamentada na sessão didática 02, e vivenciada na sessão didática 03. Esta sessão trabalhará essencialmente com as curvas, que é unidimensional. Entretanto alguns pontos precisam ser esclarecidos, como a classificação das curvas planas. De acordo com Miguel & Miorim (1986, p.78)

> Uma curva é plana quando existe pelo menos uma maneira de, sem deformá-la, colocar todos os seus pontos num mesmo plano.
> Uma curva é fechada quando, partindo de um de seus pontos, for possível percorre-la em toda sua extensão e retornar ao ponto de partida, podendo passar mais de uma vez por apenas um número finito de pontos. Se isso não for possível, a curva será aberta.
> Uma curva é chamada simples quando, ao ser percorrida em toda a sua extensão, não se passa mais de uma vez por um mesmo ponto, ou, em outras palavras, ela não se auto-interseciona. Caso contrário, a curva será não-simples.

A classificação das curvas e dos segmentos se aproxima cada vez mais do conceito de polígono. De acordo com Dolce & Pompeo (2000, p.7-8)

> A noção de *estar entre* é uma noção primitiva que obedece aos postulados (ou axiomas) que seguem:

Figura 16– Segmentos colineares

> Quaisquer que sejam os pontos A, B, e P.
> 1) Se P está entre A e B, então A, B e P são colineares;
> 2) Se P está entre A e B, então A, B e P são distintos dois a dois;
> 3) Se P está entre A e B, então A não está entre P e B nem B entre A e P;
> e ainda
> 4) Quaisquer que sejam os pontos A e B, se A é distinto de B, então existe um ponto P que está entre A e B.
> Segmento de reta – definição
> Dados dois pontos distintos, a reunião do conjunto desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles é um segmento de reta.

Segundo Dolce & Pompeo (2000, p.132)

> Dada uma seqüência de pontos de um plano ($A_1, A_2, ..., A_n$) com n 3, todos distintos, onde três pontos consecutivos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n, e A_1, assim como A_n, A_1 e A_2, chama-se polígono à reunião dos segmentos $\overline{A1A2}$, $\overline{A2A3}$,..., $\overline{An-1An}$, $\overline{AnA1}$.

5 Experiência prévia do grupo

Na sessão didática 03 os alunos tiveram oportunidade de presenciar o "corte" de alguns objetos (pedaços de fita, figuras planas feitas de cartolina e sólidos feitos de isopor) e com isso identificar a dimensão de cada um deles. Os alunos, doravante, irão trabalhar somente com elementos que possuem a grandeza comprimento, que é unidimensional.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – os alunos podem apresentar dificuldades em entender os tipos de curvas com suas várias denominações, além disso a identificação dos tipos de segmentos de reta e do polígono, pode se apresentar como fontes de muitas dúvidas e confusões, por parte dos alunos.
- ✓ **Numérico** – não há relação nesse nível do estudo.
- ✓ **Das grandezas** – todos os elementos que fazem parte dos objetivos desta sessão didática são de caráter unidimensional.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos tiverem dificuldades na classificação das curvas, então terão dificuldades no entendimento da idéia de polígono.
- ✓ Se os alunos demonstrarem dificuldades de entendimento das idéias relacionadas a segmento de reta, então terão dificuldades de classificarem as figuras que são polígonos.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Identificação de objetos unidimensionais

Tomada de posição 1

Pedir que os alunos identifiquem na sala objetos uni, bi e tridimensionais e justifiquem suas respostas.

Assunto 2: Identificação das curvas planas

Tomada de posição 2

Serão colados, no quadro branco, dois objetos: Um pedaço de fio elétrico retorcido e um pedaço de fita (fitilho) bem esticado. Indagar, junto aos alunos, do jeito como esses objetos se apresentam, qual dos dois pode ser considerado plano.

Assunto 3: Identificação dos segmentos de reta consecutivos.

Tomada de posição 3

Alguns desenhos serão feitos no quadro branco e a seguinte definição será escrita ao lado dos desenhos: Segmento de reta é um pedaço de reta. Tem começo e tem fim. Dois segmentos são consecutivos quando uma extremidade de um deles é também a extremidade do outro. Solicitar que os alunos, a partir dessas informações identifiquem os desenhos que podem ser classificados em segmentos de reta e segmentos de reta consecutivos.

Assunto 4: Identificação de polígonos

Tomada de posição 4

Alguns desenhos serão feitos no quadro branco. Pedir que os alunos identifiquem o polígono a partir da condição: O polígono é uma curva plana, fechada e simples. O polígono é formado apenas por segmentos de reta consecutivos e não-colineares.

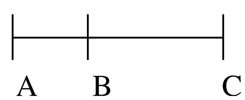
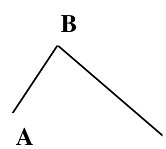
9 Estabelecimento do contrato didático:

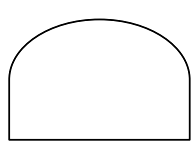
Explicação da nova condição de que as sessões didáticas, caso os alunos concordem, passarão a se realizar todas as segundas e quartas-feiras; Perguntar sempre que não entender o que foi exposto na aula; Procurar participar sempre que for solicitado, mas calmamente.

Fase 3: Experimentação – Realização da Seqüência Fedathi

Transcrição da tomada de posição 2, 3 e 4

Tempo da fita	Comportamento e fala da professora-pesquisadora	Comportamento e fala dos(as) alunos(as)	Fases da Seqüência Fedathi
40min44s	- Prendi no quadro dois objetos (fio retorcido e fita) e escrevi três palavras. O que está escrito?	Alunos: - Curva, linha, caminho.	**Tomada de posição 2**
	- O fio é plano?	Alunos: Não.	
	- A fita é plana?	Alunos: Sim.	
	- Por que o fio não é plano?	Aluna 09: Por não encosta todos os pontos no plano.	**Maturação e solução**
	- A fita está toda no plano. Ela é o que?	Alunos: Plana.	
48min34s	Desenho, no quadro, várias curvas, abertas e fechadas.		
	-Aluno 21 porque essa curva (aponto para uma curva) é aberta?	Aluno 21: -Porque as duas partes não se encontram.	
	- Essa curva (aponto para uma curva) é simples ou não?	Aluna 09: Simples.	
	- Por quê?	Aluna 09: Porque as linhas não se entrançam (no sentido de não se cruzar).	

	Demonstro admiração pela resposta correta da aluna. Explico os vários tipos de curva: aberta, fechada, simples e não simples. Desenho um traço no quadro. - Eu não sei se vocês já ouviram falar nessa palavrinha, mas nós vamos dar um nome especial a esse pedacinho da reta, que tem começo e que tem fim. Alguém sabe dizer qual nome recebe?		**Prova** Os alunos entenderam com facilidade a idéia do fio retorcido e da fita ser relacionadas a curvas planas e não planas **Tomada de posição 3**
1h07min53s	- Esse pedaço de reta se chama segmento de reta. Tem começo e tem fim.	Alunos: - Linha. Tem começo e tem fim. Segmento de uma extremidade.	
	- Eu vim de A para B e de B para C. Esses segmentos estão na mesma reta. Quando dois ou mais segmentos de reta estão na mesma reta eles são colineares. Vejam os desenhos:  Quantos segmentos vocês estão vendo aqui?		**Maturação** .
		Alunos: Três	**Solução**
	- Três? - Dois. De A para B e de B para C.	Aluna 09: Dois	**Prova**
	- Vocês acham que esses segmentos estão na mesma reta? - Esses segmentos são consecutivos, mas não são colineares, pois não estão na mesma reta.	Alunos: Não.	**Prova**
	- São palavras diferentes para vocês? - Vocês já ouviram falar nessas palavras? - É que a gente vai precisar	Alunos: Sim	

	por isso. - Agora quando é que dois segmentos são consecutivos?	Alunos: - Não	
	-São consecutivos, porque um segmento começa, quando termina o outro.	Alunos: Não manifestam opinião.	
1h12min44s	-Vocês já ouviram falar dessa palavra? (Escrevo no quadro a palavra POLÍGONO).		**Solução**
		Alunos: A maioria disse que já tinham ouvido falar, embora alguns afirmassem que não.	
	A aluna 20 levanta a mão e propõe a seguinte definição:		**Prova**
		Aluna 20: - É um plano que tem seis faces.	
	- Será que é isso?		**Tomada de posição 4**
		Alunos: Ficam indecisos. Alunos: É	
	Começo a formalizar a definição de polígono: O polígono é uma curva plana, fechada e simples. O polígono é formado apenas por segmentos de reta consecutivos e não-colineares.		**Maturação** **solução**
1h19min00s	A partir do momento em que foi feita a formalização da definição de polígono, passei a fazer diversas intervenções sobre idéias relativas a polígono. Até que fiz a seguinte proposta para os alunos: - Será que é um polígono? (desenhei a figura abaixo). 		**Prova** A abordagem dos vários tipos de curva se faz necessário como pré-requisito da idéia de segmento, que por sua vez antecede a idéia de polígono. Nas falas dos alunos percebo acentuado desconhecimento dos termos como: segmentos de reta, segmentos colineares e não colineares, segmentos consecutivos.
	- É fechado? É simples? Mas todos são segmentos? É polígono? - É uma figura geométrica qualquer, mas não é polígono. Faço outros desenhos e os alunos começam a perceber melhor a idéia de polígono.	Alunos respondem às perguntas, refletindo melhor: - É. - É. - Não. - Não.	Creio que não houve da minha parte a necessária justificativa do estudo dos tipos de curvas e segmentos. Os alunos demonstram muitas dificuldades no entendimento dos termos formais relativos a esse conteúdo. Observei, contudo, que o entendimento da idéia de polígono foi melhorando a cada novo desenho feito no quadro de escrever. Tenho consciência, no entanto, de que o polígono para ser

1h20min15s	Alunos realizam a ficha de atividade		realmente assimilado necessitará de outras intervenções.

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 4

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 1

Observe o desenho abaixo e diga qual a dimensão de cada figura.

0_____________________________

1_____________________________

2_____________________________

3_____________________________

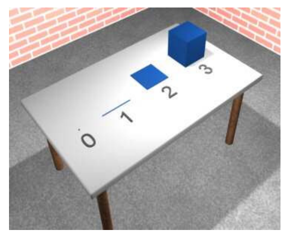
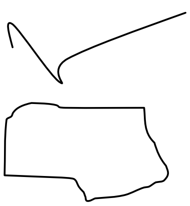


Figura 17– Figura que relaciona objetos uni, bi e tridimensionais e sem dimensão

Atividade 2

Classifique cada curva abaixo de acordo com o que foi estudado na aula.



____

____

Figura 18– Figura indicativa de linha aberta e fechada

Atividade 3

Classifique os segmentos abaixo em colineares e não colineares.

Figura 19– Segmentos de reta, não colineares e colineares

Atividade 4

Dentre as figuras abaixo marque um x naquelas que você acha que são polígonos.

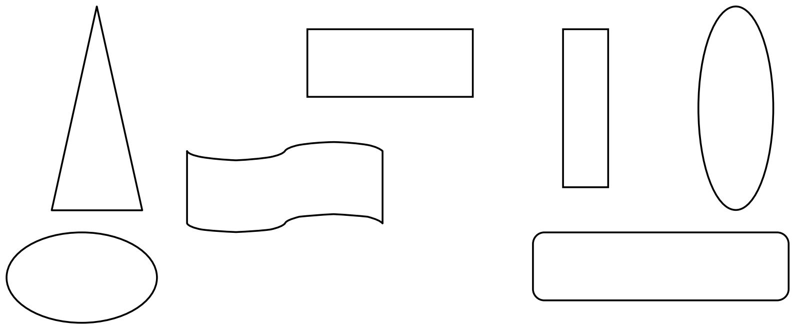


Figura 20 – Figuras poligonais e não poligonais

Fase 4 – Análise *a posteriori* local

As fichas de atividade foram analisadas e tabuladas (vede tabela 06) para realizar a validação entre as hipóteses estabelecidas (ideal) e aquilo que os alunos aprenderam de fato (real).

1 Da coleta de dados

TABELA 06

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DE OBJETOS UNIDIMENSIONAIS, CLASSIFICAÇÃO DE CURVAS, SEGMENTO DE RETA E POLÍGONO.			
	Alunos		
SITUAÇÃO	Respostas Corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar resposta
Relacionar o desenho à sua dimensão, em cada caso	20	07	03
Relacionar, pelo menos uma característica relativa a curvas	21	09	-----
Identificação de polígonos	15	14	01

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 04
NOTA: Participaram dessa sessão didática 30 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ O barulho externo proveniente do pátio atrapalham o início de todas as sessões didáticas. Em média, perde-se até 15 min para que o ambiente da sala de aula se torne favorável ao desenvolvimento de suas atividades;

- ✓ O tempo didático previsto para a realização da tomada de posição 01, foi excedido por conta da dificuldade de aprendizagem (tempo de aprendizagem) verificada a partir das respostas dadas pelos alunos;

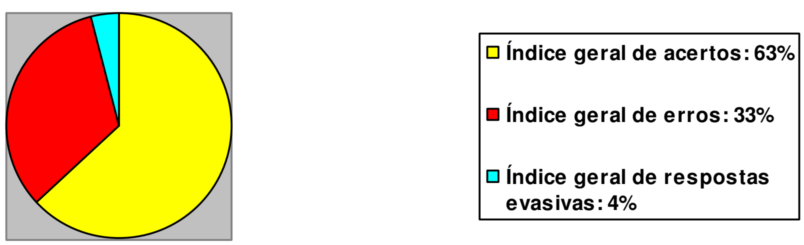
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ A participação dos alunos;
- ✓ O reforço do contrato didático;
- ✓ Os alunos estão mais conscientes de que a ficha de atividade deve ser feita individualmente.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ valida-se a necessidade dos alunos entenderem a classificação das curvas para a melhor aceitação da idéia de polígono, que é uma curva fechada e simples.
- ✓ é importante destacar que os alunos pouco internalizaram os conceitos formais originados dos tipos de segmentos e que isso pouco interferiu quando dos mesmos foi solicitados que classificassem essa ou aquela figura em polígono, ou não.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ Vários assuntos foram abordados numa única sessão didática. A conseqüência disso foi que a tomada de posição 03 e 04 não foram realizadas de acordo com o que estava previsto, pois o tempo foi insuficiente
- ✓ Os objetivos foram parcialmente atingidos, pois os alunos conseguem perceber com mais facilidade a dimensão dos objetos, os tipos de curvas, mas a noção de polígono ainda não foi suficientemente internalizada por eles.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 05 do Projeto de Mestrado

Assunto: Identificação da grandeza comprimento nos objetos.

Data: 23/05/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

O ensino da geometria, nas quatro primeiras sessões didáticas, cuidou em ajudar o aluno a lidar com a forma e a posição relativa dos objetos geométricos, como abstração preliminar do mundo real (**Geometria de Posição**). A partir dessa sessão didática os alunos estudarão a medição desses objetos, especialmente comprimentos de segmentos (**Geometria Métrica Plana**). A medição de ângulos não está prevista nesta pesquisa.

2 Conteúdo

- ✓ Reconhecimento de que a grandeza comprimento é unidimensional.
- ✓ Medição de diversos comprimentos com partes do próprio corpo.

3 Objetivos

- **Geral –** Identificar a grandeza comprimento nos objetos.
- **Específicos**
  - ✓ Diferenciar objetos uni, bi e tridimensionais;
  - ✓ Realizar algumas medidas de comprimento não padronizadas.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

O conceito de Geometria Métrica, de acordo com Simis (http://www.dm.ufscar.br/hp/hp591 - acesso em 24/03/2005), é “aquela dita sintética e elementar, que acontece no tratamento de congruência de figuras geométricas, que aborda medidas de ângulos e segmentos como propriedades intrínsecas ou como elementos de axiomatização.”

É relevante acrescentar que a Geometria Métrica pode ser estudada no plano e no espaço. Os assuntos inseridos na Geometria Métrica Plana são: Razões e proporções, teorema de Tales, triângulos (semelhantes, retângulo e qualquer), polígonos regulares, comprimento das circunferências, setores e áreas. A Geometria Métrica Espacial é constituída de: prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas.

Na leitura do artigo de Simis (2003) encontramos informações segundo as quais, a Geometria grega até Euclides, não era muito versada em teoremas sobre medição de objetos geométricos. O autor comenta, ainda, sobre a possibilidade de terem sido Arquimedes e Apolônio os grandes pioneiros da geometria métrica, propriamente dita.

Nesta pesquisa serão estudadas situações geométricas que são fundamentadas na Geometria Métrica Plana no seu aspecto unidimensional, pois estão vinculadas, apenas, às medidas de comprimentos.

5 Experiência prévia do grupo

Nas sessões didáticas anteriores os alunos estudaram assuntos que servem de suporte para o melhor entendimento da Geometria métrica plana, a saber: idéia de objetos uni, bi e tridimensionais, idéia de ponto, reta e plano e idéia de polígono.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – é possível que os alunos tenham dificuldades em entender a lógica do ato de medir.
- ✓ **Numérico** – é possível que os alunos sintam dificuldades em perceber que o ato da comparação da unidade de medida com o que se quer medir reulta em um número.
- ✓ **Das grandezas** – é possível que os alunos tenham dificuldades em perceber a grandeza comprimento presente no objeto a ser medido.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos entenderem o que significa a unidade de medida, no processo de medir é possível que compreendam o número resultante da medida.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Os objetos podem ter muitas grandezas, dentre elas a grandeza comprimento. É possível realizar medidas com o palmo

Tomada de posição 1

Os alunos deverão refletir sobre a seguinte situação: É preciso mandar o comprimento horizontal do quadro de escrever, da sala, para um marceneiro. Ele deverá colocar uma tira de madeira bem fina embaixo do quadro. Os alunos devem descobrir o comprimento do quadro, mas para isso devem utilizar como instrumento de medição o palmo. Os alunos devem decidir quem, dentre eles, tem o maior e o menor palmo. Devem realizar a medida do quadro com os dois palmos e enviar ao marceneiro a medida mais correta. A idéia é despertar nos alunos a unidade de medida, a identificação da quantidade de medida e a ação de medir comprimentos.

Assunto 2: Será que as nossas medidas serão entendidas por todas as pessoas?

Tomada de posição 2

Os alunos deverão responder ao seguinte questionamento: Será que ao mandarem as medidas dos palmos para o marceneiro ele irá conseguir realizar o pedido de colocar uma tábua fininha na base do quadro de escrever? Logo após será lido e interpretado um texto sobre a história do sistema métrico decimal **(Anexo J).**

9 Estabelecimento do contrato didático

Os alunos deverão trazer sempre o caderno de Geometria; As sessões didáticas, a partir desta, passam a acontecer duas vezes por semana. A justificativa para isso é evitar a "quebra" do ritmo do experimento;

Fase 3: Experimentação – Realização da Seqüência Fedathi

Transcrição da tomada de posição 1 e 2

Tempo da fita	Comportamento e fala da professora-pesquisadora	Comportamento e fala dos(as) alunos(as)	Fases da Seqüência Fedathi
38min13s	-Quero saber, aqui na sala, quem tem o maior palmo?	Alunos comparam, entre si quem tem o maior palmo. Descobriram que a aluna 04 tem o maior palmo de todos.	**Tomada de posição 1** **maturação**
	-Quem tem o menor palmo?	Alunos percebem que a aluna 01 tem o menor palmo de todos	
	-Temos um desafio. Tem um marceneiro para o qual enviaremos a medida do comprimento do quadro. É que vamos "colocar uma tirinha de madeira na base do quadro". Mas tem um problema: O marceneiro não vai poder vir na escola tirar a medida do comprimento do quadro. Vamos mandar duas medidas para ele. Uma medida com o palmo da aluna 04 e outra com o da aluna 01. Qual dessas duas medidas é a mais correta para ser enviada ao marceneiro?	As alunas medem o quadro. A aluna 04 obtém 25 palmos e 04 dedos (lado a lado). A aluna 01 obtém 30 palmos. Alunos pensam na solução do problema. Conversam entre si.	**Maturação**
51min16s	Aluno 18 Qual sua resposta.	Aluno 18: A da aluna 01. Outros alunos também, concordam com o aluno 18.	**Solução**
	Porque vocês acham que a medida mais correta é a da aluna 01?	Aluna 20: Porque "fecha" os palmos.	**Solução** A resposta dessa aluna deixa claro o quanto os alunos se prendem ao número e não conseguem ver o ato de medir. Ou seja, nenhum aluno desconfiou de que as duas medidas estavam corretas.
	Finalizando, portanto, esse problema é preciso perceber que as duas medidas são corretas. Alguém saberia dizer por quê?	Aluno 32: Porque uma é grande e a outra é pequena, como o homem vai saber a medida certa?	
	Todas duas medidas estão corretas. Vou pegar a discussão do aluno 32 que foi muito procedente, muito interessante. Na realidade todas duas estão corretas, porque as medidas com os palmos da aluna 04 e da aluna 01 estão corretas. É aí que entra uma discussão muito interessante. Antigamente os povos se utilizavam de partes do próprio corpo para realizar certas medidas.		**Prova**
	Presto atenção nos exemplos dos alunos sobre suas soluções para demarcar o campo de futebol (na areia).	Os alunos deram exemplos de suas brincadeiras em que utilizam partes do próprio corpo para demarcar o campo, garrafão, bandeirante, manchete e	**Prova**

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 5

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 1

Pense em alguma parte do seu corpo que pode ser utilizada como unidade padrão para medir:

a) o comprimento de uma cama ____

b) a altura de uma xícara____

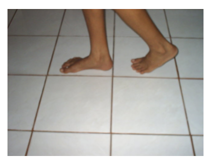
c) a largura de um automóvel____

d) a altura de um poste____

Atividade 2

Veja algumas partes do corpo humano que podem ser utilizadas como unidade padrão para medir comprimentos:






O palmo a polegada o passo o pé

Figura 21 – Partes do corpo humano utilizadas como unidade padrão de comprimento

Agora, responda:

a) Você acha adequado utilizar o palmo para medir o comprimento da calçada da sua escola? _____________________________

Justifique a resposta anterior>

____

____

b) Qual dessas unidades mostradas nas fotos você utilizaria para medir:

- ✓ um campo de futebol____________________________________
- ✓ a altura da mesa da professora_____________________________
- ✓ a altura de um copo _____________________________________

Atividade 3

De acordo com o que foi explicado na sala e lido no texto porque você acha que foi criado o Sistema Métrico Decimal?

____

____

Fase 4: Análise *a posteriori* local

As fichas de atividade foram analisadas e tabuladas (vede tabela 07).

1 Da coleta de dados

TABELA 07

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DA GRANDEZA COMPRIMENTO NOS OBJETOS, DA REALIZAÇÃO DE MEDIDAS COM UNIDADES NÃO PADRONIZADAS.

SITUAÇÃO	Alunos		
	Respostas Corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar resposta
Relacionar partes do corpo humano como unidade de medida mais adequada para medir determinados comprimentos.	20	06	----
Justificativa sobre a medição da calçada com a utilização do palmo como unidade de medida	19	07	----
Explicação sobre a necessidade da criação do Sistema Métrico Decimal, a partir das discussões do texto abordado nessa sessão didática.	11	15	----

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 05.
NOTA: Participaram desta sessão didática 26 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ Esquecimento do material didático, pelos alunos;
- ✓ Ansiedade dos alunos para participarem no que é solicitado na aula;
- ✓ Ausência da tarefa de casa para os alunos.

3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ Os alunos, nesta sessão didática, se mostraram mais calmos;
- ✓ Alunos se sentiram valorizados ao serem elogiados pela professora-pesquisadora.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Percebi, através da coleta de dados da ficha de avaliação que os alunos compreenderam que o palmo, o pé, o passo, a polegada podem ser tomadas como unidade de medidas. Não se valida, contudo, que os alunos a partir da identificação da unidade de medida, tenham percebido a idéia de número resultante da medida. Para que isso aconteça há a necessidade de outras intervenções.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades

6 Das conclusões locais

- ✓ Em algumas indagações feitas sobre as diversas grandezas percebi que os alunos confundem o perímetro com a área de um polígono;
- ✓ Os alunos demonstraram entendimento sobre a unidade de medida, utilizando partes do corpo humano, mais coerentes em cada caso proposto;
- ✓ Percebi que os alunos, talvez por ser a primeira vez em que são colocados frente à necessidade da criação do sistema métrico decimal, não entenderam bem o que é e para que serve esse sistema de medidas. Nas sessões didáticas posteriores há a necessidade do maior esclarecimento dessa questão;

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 06 do Projeto de Mestrado

Assunto: A sistematização da grandeza comprimento.

Data: 25/05/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

No capítulo 2, desta pesquisa, faço menção às dificuldades impostas pela ausência de medidas padrão que pudessem ser utilizadas entre os povos. Superada essa limitação, através do desenvolvimento e implantação de um sistema de medidas único, preciso e coerente, duas situações me chamam a atenção. Na primeira, percebo que a sociedade se utiliza facilmente dos seus recursos no cotidiano. Na segunda, é que no contexto escolar esse assunto tem se mostrado de difícil entendimento pelos alunos. Dessa forma proponho a utilização da régua graduada, como suporte de mediação no auxílio à aprendizagem dos submúltiplos do metro.

2 Conteúdo

- ✓ Conhecimento do sistema métrico decimal;
- ✓ Início do estudo dos submúltiplos do metro.

3 Objetivos

- **Geral –** vivenciar os submúltiplos do metro a partir da utilização da régua graduada.
- **Específicos**
  - ✓ Perceber que a grandeza comprimento é unidimensional;
  - ✓ Reconhecer a tabela do sistema métrico decimal relacionada à grandeza comprimento;

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

A análise do desenvolvimento do sistema de medidas já foi amplamente abordada item 2.7 desta pesquisa.

5 Experiência prévia do grupo

Na sessão didática 05 os alunos iniciaram seus estudos em relação às medidas de comprimento utilizando partes do seu próprio corpo. Essa experiência possibilitou a discussão em torno da necessidade da padronização das medidas. Para melhor se situarem no contexto das medidas, tiveram acesso a um texto sobre a história do sistema métrico decimal.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – há a possibilidade dos alunos terem dificuldades em realizar as medidas propostas na tomada de posição 03.
- ✓ **Numérico** – os alunos podem sentir dificuldades em relacionar o número encontrado na régua graduada com a unidade de medida utilizada.
- ✓ **Das grandezas** – é possível que os alunos, mesmo fazendo as medidas na tomada de posição 3, tenham dificuldade em identificar a grandeza comprimento presente neste objeto matemático.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos utilizarem a régua graduada para realizar medidas de comprimento, então aprenderão a identificar os submúltiplos do metro com mais facilidade.
- ✓ Se os alunos perceberem a lógica existente na formação de cada submúltiplo do metro é possível que entendam com mais facilidade as transformações entre essas unidades

(decímetro, centímetro e milímetro) que são obtidas por seguidas multiplicações ou divisões por 10.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Estudo do sistema métrico decimal da grandeza comprimento

Tomada de posição 1

Cada aluno irá receber a cópia de uma tabela contendo o metro, seus múltiplos e submúltiplos, que deve ser colada em seus cadernos de Geometria. Em seguida devem escrever o nome de cada símbolo. Caso os alunos não identifiquem todos os símbolos a atividade deve ser encaminhada como tarefa de casa.

Assunto 2: Leitura da régua graduada

Tomada de posição 2

Cada aluno irá receber uma régua graduada que deverá ser devolvida no final dessa sessão didática. Os alunos, devem trocar idéias entre si a cerca da identificação de: 1 milímetro, 1 centímetro e 1 decímetro.

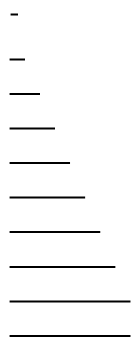
Assunto 3: Medição de comprimentos com a régua graduada

Tomada de posição 3

Os alunos receberão uma folha, de acordo com o modelo abaixo, na qual estarão impressos vários traços horizontais e uma tabela. Os traços devem ser medidos com a régua e as medidas encontradas devem escritas na tabela.

Universidade Federal do Ceará
Laboratório de Pesquisa Multimeios
Folha de medição de segmentos da Sessão Didática 06

Atividade única: Meça com sua régua cada segmentos de reta abaixo e coloque a medida na tabela de acordo com o valor correspondente encontrado.



dm	cm	mm

Figura 22 – Segmentos de reta: início da medição com régua graduada.

9 Elaboração do contrato didático

Todos os alunos receberão uma régua graduada que deverá ser devolvida. As tarefas desenvolvidas em sala deverão ser coladas no caderno.

Fase 3: Experimentação – Realização da seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 3.

Tempo da fita	Comportamento e fala da professora-pesquisadora	Comportamento e fala dos(as) alunos(as)	Fases da Seqüência Fedathi
38min23s	Agora vocês receberão uma folha e vão medir uns tracinhos horizontais que estão nela. Vão preencher a tabela de acordo com a medida do traço correspondente.	Alunos: Certo.	**Tomada de posição 3**
	Ando pela sala percebendo como os alunos estão desempenhando o que foi solicitado	Alunos me perguntam muito, pois eles tem bastante dúvidas na utilização da régua graduada.	**Maturação e solução**
1h07min2s	Vamos ver suas medidas. Tem um tracinho bem pequenininho aí na folha de vocês não tem?	Alunos:Tem.	**Prova**
	Pegue essa folha agora.Você vai pegar a sua régua, olha aqui como eu vou fazer. Não tem o menor tracinho aqui em cima?	Alunos: Tem.	
	Coloque a sua régua de forma que o zero esteja bem aqui no começo do tracinho,a gora veja quantos tracinhos dá nessa linha que tem ai.		
	Pessoal da um, viu? É um. Tem uma tabela ao lado, certo? mm significa o que? cm? dm?	Alunos:Milímetro,centímetro,decímetro.	
	Muito bem.Com relação a esse primeiro tracinho (menor espaço da régua) a gente vai colocar no dm, no cm ou no mm?	A maioria da classe:cm.	**Prova**
	No mm.Um milímetro.		
	Vamos para o segundo tracinho. Quem está enxergando três não está		

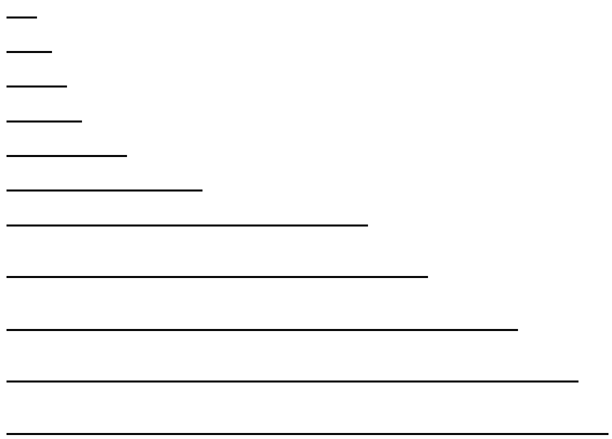
<table>
<tr><td></td><td>medindo direito.
Esse dois a gente vai preencher aonde? Alguém gostaria de ir lá?Na segunda linha.Vamos para a terceira linha.É quatro.</td><td>Um aluno:mm.Alunos:Dois.Três.No milímetro.
Aluna vai à lousa e preenche um dois no mm.
Alunos:Três.Quatro.Cinco.</td><td>Realizo outras medidas com os alunos, mas percebo a dificuldades que eles têm quando precisam fazer reagrupamentos de unidades. Desconfio de que não</td></tr>
<tr><td>1h15min29s</td><td>Outras medidas são realizadas e algumas precisam de reagrupamentos</td><td>Alunos sentem bastante dúvidas.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Aluno 12, quanto é que dá essa conta aí:63+49? Que número é esse que você achou?
Ele tem quantas centenas?
Quantas dezenas o número 112 tem?
Ele tem quantas unidades?</td><td>Aluno 12: 112.
Aluno 12: Três.
Aluno 12: Duas.
Aluno 12: Um.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Prestem atenção aqui no que foi que eu fiz com o aluno 12.
Vamos ver aqui o quadro de ordens bem rapidinho. Desenho o quadro de ordens.<table><tr><td>Centena</td><td>Dezena</td><td>Unidade</td></tr><tr><td></td><td>6</td><td>3</td></tr><tr><td></td><td>4</td><td>9</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>Então tenho doze unidades, vou deixar duas e vou levar quantas dezenas?
Uma dezena mais seis dezenas?
Sete dezenas mais quatro?
Então eu vou ter que criar aqui mais uma ordem. Qual seria essa ordem?
Aqui fica uma dezena e vai uma centena.</td><td>Alunos: Uma.
Alunos: Sete.
Alunos: Onze.
Alunos: Centena.</td><td>Desconfio de que não têm autonomia do quadro de ordens do sistema de numeração decimal. Por isso proponho que o aluno 12 calcule a adição 63 + 49 e percebo que minha hipótese é validada. O aluno têm sérias dúvidas sobre o sistema de numeração decimal. Não se trata de caso isolado, pois muitos alunos demonstram insegurança.</td></tr>
<tr><td>1h21min05s</td><td>Vamos realizar a ficha de atividade</td><td>Alunos se ajeitam para realizar a ficha de atividade</td><td></td></tr>
</table>

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 6

<table>
<tr><td colspan="2">Nome do(a) aluno(a):</td><td>Idade:</td></tr>
<tr><td>Escola:</td><td>Série:</td><td>Data:</td></tr>
</table>

Atividade 01

Abaixo estão alguns traços horizontais. Utilize sua régua e meça-os colocando o valor obtido na tabela ao lado



dm	cm	mm

Figura 23 – Mais segmentos de reta para serem medidos

Fase 4: Análise *a posteriori* local

As fichas de atividades dos alunos foram analisadas no sentido de avaliar se houve compreensão satisfatória dos conceitos estudados nesta sessão didática. Para isso as fichas foram analisadas e tabuladas (vede tabela 08) para realizar a validação entre as metas estabelecidas (ideal) e aquilo que os alunos aprenderam de fato (real).

1 Da coleta de dados

TABELA 08

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DA MEDIDA COM A RÉGUA GRADUADA.

SITUAÇÃO ANALISADA	Desempenho dos alunos				
	Medidas corretas				Não conseguiram realizar medidas
	15 linhas	14 a 8 linhas	7 a 5 linhas	4 a 1 linha	
Realização de medidas com a régua graduada.	02	17	03	05	01

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 06.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 28 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ A ansiedade presente em alguns alunos favorece um clima de inquietação no ambiente da sala de aula;
- ✓ O fato dos alunos ainda não dominarem completamente a estrutura aditiva dos naturais ocasiona morosidade na atividade de medir com a régua graduada.

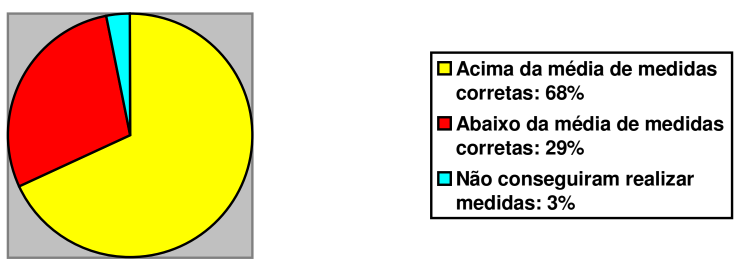
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ Os alunos demonstraram interesse em aprender a medir com a régua graduada;
- ✓ A maioria dos alunos desenvolveu com muita concentração a atividade de medir com a régua graduada.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Constatei que a utilização da régua graduada realmente favorece ao aluno vivenciar os submúltiplos do metro e a partir daí ter mais segurança na identificação dessas unidades de medida. É necessário esclarecer que a aprendizagem desse assunto está em fase inicial. A maioria dos alunos ainda não sabe operacionalizar de maneira autônoma com os submúltiplos do metro. Verifico a necessidade de mais intervenções, para que haja a aprendizagem.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ A ficha tarefa dispunha de 15 linhas horizontais de tamanhos diferentes. Percebi, na coleta de dados, que a maioria dos alunos mediu corretamente, levando em consideração que era a primeira vez que realizavam medidas padronizadas, desde que iniciaram as sessões didáticas.
- ✓ Assistindo a fita relativa a esta sessão didática observei que, neste primeiro contato
- ✓ com a régua graduada, muitos alunos não perceberam que ao contar de 0 até 10mm, formava 1cm;

- ✓ Um aluno da sala apresentou muita dificuldade em identificar a quantidade de centenas,dezenas e unidades que o número resultante da adição de 63 + 49 possuía. Esse mesmo aluno sentiu muita dificuldade em perceber que 1cm tem 10mm. Utilizo, paralelamente à realização das medidas, um quadro, no qual intitulo quadro valor lugar das medidas, inspirada no quadro valor lugar, já que essa atividade possibilita que a medida de comprimento deixe de ser vista, momentaneamente, como contínua para ser vista como discreta.
- ✓ As metas foram parcialmente atingidas, pois, apesar de já conseguir que alguns alunos realizassem corretamente a medição com a régua graduada, a maioria demonstrou muita insegurança neste processo de medição.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 07 do Projeto de Mestrado

Assunto: Estudo dos submúltiplos do metro com o uso da régua graduada.

Data: 30/05/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

Um dos resultados obtidos dos projetos pilotos já mencionados na introdução, foi a utilização do que chamo de quadro valor de ordem das medidas (QVLM), como forma de utilizar as relações de semelhança entre a lógica da estrutura do sistema de numeração decimal e do sistema métrico decimal. Será comum em algumas das atividades, a partir de agora, os alunos preencherem esses quadros de ordem ao realizarem medidas.

2 Conteúdo

- ✓ Medição dos submúltiplos do metro;
- ✓ Frações decimais;
- ✓ Números decimais.

3 Objetivos

- **Geral –** utilizar o quadro de ordem valor das medidas a partir das medidas realizadas em sala.
- **Específicos**
  - ✓ Perceber que uma fração é dita decimal porque possui denominador 10;
  - ✓ Saber que o número decimal se origina das frações decimais.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

A necessidade do número fracionário surge quando é preciso considerar uma ou mais partes iguais de um objeto, que representa a unidade. Segundo Silveira & Marques (2000, p.136)

> De maneira geral dois números **a** e **b** ($\mathbf{b} \neq 0$), quando são escritos na forma **a/b** representam uma fração, onde **b** (denominador): indica o número de partes iguais em que a unidade foi dividida e **a** (numerador): indica quantas dessas partes foram consideradas. O numerador e o denominador constituem os **termos da fração**.

Nesta sessão didática uso a idéia de que uma fração indica, também, a divisão entre o numerador e o denominador. Aliás deve-se encarar **a/b** como sendo um só número e não como dois números distintos. Outro aspecto importante é que as frações cujos denominadores são potências de 10 denominam-se frações decimais.

Pretendo, após a abordagem da idéia da fração decimal, junto aos alunos, apresentar a notação decimal, como uma outra forma de representar os números fracionários. O uso corrente dos números decimais é bem superior ao dos números fracionários e foi desenvolvido pelo matemático francês Viète (1540-1603) que no lugar das frações escrevia números com vírgula. Um método, sem dúvida, modernizado e largamente utilizado no cotidiano.

5 Experiência prévia do grupo

Os alunos, na sessão didática anterior, iniciaram as medidas dos submúltiplos do metro (decímetro, centímetro e milímetro). Nesse tipo de atividade é preciso considerar que cada unidade de comprimento é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior, ou seja, 1cm tem 10mm e que 1dm tem 10cm.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – O aluno pode sentir dificuldade em considerar uma ou mais partes iguais do objeto que representa a unidade. No caso específico da atividade 3, onde é pedido que o aluno divida o retângulo dado em 10 partes iguais a 1 cm de comprimento.
- ✓ **Numérico** – A identificação dos termos da fração e suas funções podem se constituir obstáculos a serem superados. A abordagem da fração neste estudo é superficial e pretende justificar o trabalho com os números decimais, por utilizar a idéia de que a fração indica, também, a divisão entre o numerador e o denominador.
- ✓ **Das grandezas** – É possível que os alunos sintam dificuldades em associar a grandeza comprimento à divisão do retângulo dado em 10 partes iguais de um centímetro .

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos realizarem, de maneira consciente, as medidas no objeto proposto (retângulo) então é possível que compreendam a idéia de fração decimal.
- ✓ Se houver compreensão da fração decimal, então é possível que os alunos entendam mais facilmente o número decimal que resulta da divisão entre o numerador e o denominador (potência de 10).

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Entendimento de que 1cm tem 10 mm. Entendimento de que 1 dm tem 10 cm e 100 mm

Tomada de posição 1

A partir da resolução da atividade 1, os alunos devem relatar suas conclusões.

Atividade 1

Meça cada linha e coloque o valor encontrado na tabela.

1. _
2. _____
3. ____

Figura 24 – Segmentos de reta, horizontais, para medições

dm	cm	mm	
			linha 1
			linha 2
			linha 3

Concluímos a partir das medições feitas que:

a) 1cm tem ________mm.
b) 1dm tem ________cm e _________mm.

Assunto 2: Obtenção das frações decimais e conversão para números decimais

Tomada de posição 2

Atividade 2

Os alunos deverão dividir o retângulo abaixo em 10 partes iguais de um centímetro de comprimento. Depois devem converter as frações decimais em números decimais.

Figura 25 – Retângulo 1 proposto para ser dividido em partes iguais

a) $\frac{1}{10}=$
b) $\frac{2}{10}=$
c) $\frac{3}{10}=$
d) $\frac{4}{10}=$
e) $\frac{5}{10}=$
f) $\frac{6}{10}=$
g) $\frac{7}{10}=$
h) $\frac{8}{10}=$
i) $\frac{9}{10}=$
j) $\frac{10}{10}=$

9 Estabelecimento do contrato didático

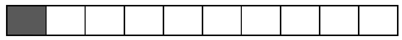
Procurar utilizar a régua graduada nas atividades. Realizar a atividade individualmente quando necessário.

Fase 3: Experimentação – Realização da Seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 2

Tempo da fita	Comportamento e fala da professora-pesquisadora	Comportamento e fala dos(as) alunos(as)	Fases da Seqüência Fedathi
46min10s	Realizem o que é solicitado na atividade 2 da folha que vocês receberam	Alunos fazem o que é solicitado	**Tomada de posição 2**
	Verifico o desempenho dos alunos	Alunos fazem algumas perguntas as quais	**Maturação**

		oriento para que consultem o colega do lado para saber sua opinião	
52min44s	Esse nosso retângulo foi dividido em quantas partes? São partes iguais ou com partes diferentes? São o que aluna 09? Iguais ou diferentes? Porque que você tem certeza que essas partes são iguais?	Alunos: Dez. Alunos: Iguais. Aluna 09: Iguais. Aluna 09: Porque cada um mede um centímetro.	**Solução**
	Cada um espaço vai medir um centímetro.Vocês chegaram a ver fração na quarta série? Na terceira? Vocês lembram que a fração,ela é formada por dois números:um em cima e um em baixo.O de cima se chama como,vocês lembram? Não,o de cima. Se chama o que? Numerador. Aqui em baixo nosso denominador seria o que? Dez. Ou seja, qual é a função do denominador?Dividir...não. Dividir o todo em partes iguais. Na realidade ele representa a quantidade em que o todo foi dividido.E o numerador?Ele representa o que? Quantas partes eu utilizei. Anote nessa folhinha que vocês têm aí.	Alunos: Sim. Alunos: Sim. Alunos: Denominador. Alunos: Numerador. Aluno 18: Dez. Aluno 18:Em dez partes. Aluno 18:é...numerado em partes iguais.	**Prova**
	Agora eu vou fazer uma pergunta para vocês:na letra a tem uma fração não tem? Qual é a fração que ta aí? Um sobre dez, como a aluna 09 leu? Um décimo. Vocês estão vendo várias frações ai não é?Em todas essas frações o denominador delas é o que? Essas frações são chamadas de frações decimais,porque o denominador é o que? Uma potência de dez.	Alunos:Tem. Aluno 09:Um décimo. Alunos:Dez. Aluna 09:É dez.	**Prova**
56min56s	Eu queria que vocês pintassem, se vocês tivessem que pintar na letra A, nesse desenho, quantos quadradinhos vocês iriam pintar para representar um décimo? Agora me diga uma coisa, toda fração na realidade ela representa também uma divisão, certo? Quando eu faço um sobre dez,eu quero dividir um por dez. Será que aqui na sala alguém sabe dividir um por dez? Quer ir lá no quadro dividir?	Alunos: Um. Aluno 21: Eu sei.Não. Aluno 21: Um dividido por dez dez.	**Prova**

59min10s	Tem condições de eu ter um tracinho desse para dividir por dez?  O que que a gente teria de fazer? A gente teria que arrumar alguma coisa aí. Então eu não consigo formar nenhuma parte inteira,eu tenho zero partes inteiras ai. Então eu já não tenho nenhuma unidade aí. A minha unidade é quanto? Zero. Agora raciocine aqui comigo, vocês já perceberam que tem alguns números escritos com vírgula? Será que tem alguém na sala que saberia representar matematicamente dez centavos? Todo mundo conhece a moeda de dez centavos? Quem é que poderia me dizer como é que eu escrevo dez centavos? Não,não é assim que eu quero.	Aluno:Não,tem que ser dez dividido por um. Alguns alunos:Não. Aluno 12: Zero dividido por um. Aluna 09: Zero. Alunos: Sim. Alunos: Sim A aluna 09 foi à lousa e escreveu: 10 centavos.	**Prova** **Prova**
1h05min57s	Isso aqui (R$ 1,00) representa quanto pra vocês? Eu posso ter isso aqui (R$12,00) também?Doze reais. Quanto é que eu tenho em dinheiro (R$2,50) agora? Eu tenho dois reais e cinqüenta o que? E a representação dos dez centavos? Agora eu tenho dez centavos. Dez centavos é a décima parte de um real, eu peguei meu um real e dividi em dez partes iguais.	Alunos: Um real. Alunos: Doze reais. Alunos:Dois e cinqüenta. Alunos:Centavos. Aluno 21: Eu sei,deixa eu dizer. Zero vírgula dez.	**Prova**
1h12min3s	A mesma coisa a gente ta fazendo aqui ó, no centímetro.Eu peguei meu centímetro e vou dividir em dez partes, ou seja, eu passo a não ter o que aqui? Parte inteira,não tem unidade. Mas eu passo a ter o décimo. Tem, olha lá no dinheiro, tá aqui o décimo. Quando eu fizer isso o que que acontece? Eu dividi o meu inteiro,o meu um centímetro em dez partes. Não é o décimo? Dividi em dez partes. Dez dividido por dez vai ser quanto? Pintei quantas partes?	Aluno 21:Unidade. Alunos:Uma.	**Prova** Percebo muitas dificuldades dos alunos em entenderem a idéia de fração vinculada à ação de medir. Essa dificuldade parece acentuada pelo fato das noções básicas de fração se mostrar como conhecimento ainda não internalizado pelos alunos do 6º ano.
1h24min17s	O que foi que a gente promoveu? Uma divisão.		

	Então,um décimo vai ser igual à quanto?Em termos de número decimal deu quanto lá?Não,zero vírgula um.Zero vírgula um o que?Centímetros.E representa quanto? Vamos realizar agora a ficha de atividade.	Alunos:Nove,um,onze. Alunos:Dez. Alunos:Centímetros. Alunos:Cinco milímetros,dez milímetros,zero,dez centímetros. Alunos arrumam as carteiras.	

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 7

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 01

Meça cada linha abaixo e coloque os resultados na tabela.
linha 1 -
linha 2 ____
linha 3 ____

Figura 26 – Segmentos de reta para medição – identificação da autonomia com a régua graduada

dm	cm	mm	
			linha 1
			linha 2
			linha 3

Dessa forma podemos dizer que:
a) 1cm =__________mm
b) 1dm =__________cm =__________mm

Atividade 2

Veja o retângulo abaixo e faça o que pede cada item:

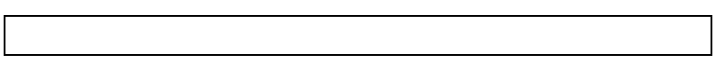


Figura 27 – Retângulo da ficha de avaliação para medição

a) Esse retângulo tem quantos centímetros de comprimento?
____

b) Divida esse retângulo em 10 partes iguais. A seguir converta cada fração abaixo em números decimais.

$\frac{2}{10} =$ $\frac{6}{10} =$ $\frac{7}{10} =$ $\frac{9}{10} =$

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

As fichas de atividades dos alunos foram analisadas e tabuladas (vede tabela 09) para realizar a validação entre as metas estabelecidas (ideal) e aquilo que os alunos aprenderam de fato (real).

1 Da coleta de Dados

TABELA 09

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DA MEDIDA COM O PREENCHIMENTO DO QUADRO DE ORDENS E CONVERSÃO DE FRAÇÕES DECIMAIS EM NÚMEROS DECIMAIS

SITUAÇÃO	Alunos		
	Procedimento correto	Procedimento errado	Não conseguiram realizar medidas
Preenchimento do quadro valor lugar das medidas a partir das medidas obtidas.	13	15	----
Percepção de que 1cm possui 10mm e de que 1dm possui 10cm e 100mm	21	07	----
Medição do retângulo proposto no exercício	24	04	----
Conversão da fração decimal em número decimal	24	04	----

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 07.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 28 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento desta sessão didática

- ✓ O atraso de 10 min por conta do barulho externo no pátio da escola;
- ✓ A dificuldade dos alunos em dominar o algoritmo da divisão.

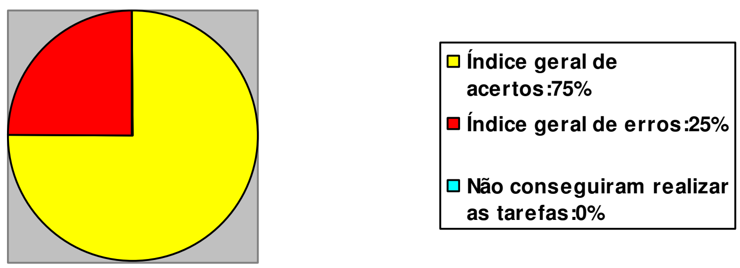
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento desta sessão didática

- ✓ Participação de outros alunos que nunca tinham ido ao quadro de escrever para resolução de atividades;
- ✓ A turma que desenvolveu a atividade em silêncio e concentrada;
- ✓ Bom comportamento na aplicação da ficha de atividade.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Os alunos entenderam parcialmente a idéia de fração decimal. Para que esse conteúdo seja compreendido de fato é necessário que haja outras intervenções;
- ✓ Os alunos tiveram muitas dificuldades em entender o número decimal proveniente da fração decimal, por não dominar o algoritmo da divisão e não necessariamente pelo fato de não saberem realizar a medida. Do resultado do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ Observei que muitos alunos, mesmo depois da realização das medidas com a régua, ainda não entendem o que um milímetro. Eles pensavam que cada tracinho da régua é um milímetro, ao invés de relacionar o milímetro ao comprimento entre um tracinho e outro;
- ✓ Foi necessário intervir nesse ponto explicando que o milímetro é o comprimento menor identificado na régua graduada;
- ✓ Ao abordar as frações decimais observei que os alunos traziam muitas dúvidas sobre esse assunto, como por exemplo não identificavam o numerador, o denominador e nem a função de cada um na idéia de fração;
- ✓ Muitos alunos não sabiam dividir 1 por 10, nem 1 por 100;
- ✓ Na ficha de atividade, a maioria dos alunos demonstrou domínio do entendimento da conversão de fração decimal em número decimal, entretanto pode se tratar apenas de uma aprendizagem ligada à memória de trabalho. Com o passar das

sessões é que poderei verificar se houve realmente compreensão a cerca da transformação de fração decimal em número decimal.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 08 do Projeto de Mestrado

Assunto: Medidas de segmentos consecutivos colineares e não colineares.
Data: 01/06/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

Os segmentos colineares e não colineares foram estudados na sessão didática 04, através da Geometria de posição. Esse assunto será retomado nesta sessão didática sob o enfoque da Geometria métrica. Estudar segmentos colineares e não colineares se impõe pela necessidade da abordagem que será feita dos polígonos e seus perímetros, em sessões didáticas posteriores.

2 Conteúdo

- ✓ A divisão de números decimais a partir das medidas e
- ✓ Segmentos de reta consecutivos colineares e não-colineares.

3 Objetivos

- **Geral –** trabalhar os números decimais a partir das medidas realizadas em segmentos de reta.
- **Específicos**
  - ✓ Identificar segmentos de reta;
  - ✓ Perceber os números decimais originados a partir das medidas dos submúltiplos do metro;
  - ✓ Realizar transformações de unidades dos submúltiplos do metro;

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

A definição de segmento de reta já foi feita na sessão didática 04. Esta sessão didática amplia esse estudo para o conceito de segmento colinear e não colinear.

Dessa forma, dois segmentos de reta são ditos colineares se, e somente se, estão numa mesma reta, caso isso não ocorra, então são ditos não colineares (DOLCE & POMPEO, 2000, p. 10). Os segmentos de reta podem ser consecutivos (uma extremidade de um segmento coincide com a extremidade do outro) ou não.

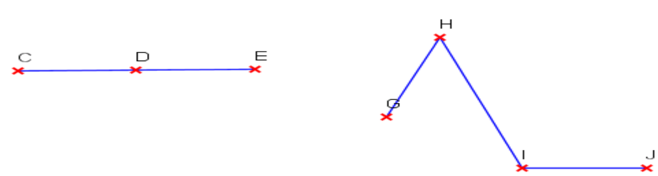


Figura 28 – Segmentos consecutivos colineares e não colineares

De acordo com o desenho os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$ são consecutivos colineares, por estarem na mesma reta, enquanto os segmentos $\overline{GH}$, $\overline{HI}$ e $\overline{IJ}$ são consecutivos e não colineares.

Como a abordagem dos segmentos, nesta sessão, será feita com base na Geometria métrica é importante esclarecer que a medida de um segmento de reta (não nulo) é um número real positivo associado ao segmento, de forma que se estabeleça, de acordo com Pompeo & Dolce (2000, p.13) as seguintes situações

> 1º) Segmentos *congruentes* têm medidas iguais e, reciprocamente, segmentos que têm medidas *iguais* são *congruentes*.
>
> $$\overline{AB} \equiv \overline{CD} \Leftrightarrow \mathrm{m}\left(\overline{AB}\right) = \mathrm{m}\left(\overline{CD}\right)$$
>
> 2º) Se um segmento é *maior* que outro, sua medida é *maior* que a deste outro.
>
> $$\overline{AB} > \overline{CD} \quad \Leftrightarrow \mathrm{m}\left(\overline{AB}\right) > \mathrm{m}\left(\overline{CD}\right)$$
>
> 3°) A um *segmento soma* está associada uma medida que é a *soma* das medidas dos segmentos parcelas.
>
> $$\overline{RS} = \overline{AB} + \overline{CD} \Leftrightarrow \mathrm{m}\left(\overline{RS}\right) = \mathrm{m}\left(\overline{AB}\right) + \mathrm{m}\left(\overline{CD}\right)$$

A medida de um segmento pode ser interpretada também como o comprimento desse segmento, que como já foi dito, é um número real e positivo associado a um segmento, onde se estabelece a razão (quociente) entre este e outro segmento a ser utilizado como unidade de medida.

5 Experiência prévia do grupo

O estudo dos segmentos consecutivos colineares e não colineares, feito na sessão didática 04 juntamente com o estudo das medidas dos submúltiplos do metro realizadas na sessão didática 06 e 07 serve de pré-requisitos para que os alunos realizem o que é pedido nesta sessão didática.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – os alunos podem sentir dificuldades, ainda, em identificar os segmentos.
- ✓ **Numérico** – a dificuldade neste campo pode se estabelecer na medida em que o aluno não conseguir relacionar o número resultante da medida do segmento ao seu comprimento.
- ✓ **Das grandezas** – é possível que os alunos não percebam a grandeza comprimento presente nos segmentos de reta.

Fase 2: Análise *a priori.*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos realizarem medidas nos segmentos de reta propostos, então identificarão mais facilmente os segmentos de reta nos desenhos fornecidos.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Conversão de frações decimais em números decimais.

Tomada de posição 1

A linha abaixo deve ser dividida em 10 partes iguais. Esses resultados devem ser utilizados na atividade 1 para responder ao que for solicitado em cada item.

Figura 29 – Linha para ser dividida em partes iguais

Atividade 1

Agora responda:

a) Qual o comprimento de cada pedaço obtido?

b) Quantas vezes um pedaço menor cabe no pedaço maior?

c) Qual a fração que pode ser representa por um pedaço menor em relação ao pedaço maior?

d) Relacione essa fração com o tamanho da linha toda.

e) Obtenha o número decimal que pode ser originado a partir dessa fração decimal.

f) Relacione esse número decimal com o tamanho da linha toda.

g) Preencha a tabela abaixo com o número decimal obtido no item f.

dm	cm	mm

h) Concluímos a partir da tabela preenchida no item g, que:

Assunto 2: Medidas de segmentos consecutivos colineares.

Tomada de posição 2

Os alunos receberão outra folha contendo duas atividades (1 e 2).

Atividade 01: Meça, com sua régua, cada segmento abaixo, apresentado nos desenhos e coloque a medida na tabela de acordo com o valor correspondente encontrado. Procure também responder o que é perguntado em cada item.

Segmentos	dm	cm	mm
Total			

Figura 30– Segmentos consecutivos e colineares – para medição

a) Quantos segmentos de reta você consegue identificar na figura anterior?____

b) Quais são esses segmentos?____________________________________

c) Escreva o total em milímetros__________________

em centímetros_________________

em decímetros_________________

Assunto 3: Medidas de segmentos consecutivos não-colineares.

Tomada de posição 3

Atividade 2

Após a realização do exercício referente ao desenho 1, faça o mesmo para o desenho 2.

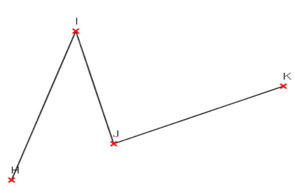


Figura 31 – Segmentos consecutivos e não colineares de reta – para medição

Segmentos	dm	cm	mm
Total			

a) Quantos segmentos de reta você consegue identificar na figura anterior?____

b) Quais são esses segmentos?____________________________________

c) Escreva o total em milímetros____________________

em centímetros____________________

em decímetros____________________

9 Estabelecimento do contrato didático

Chamar a atenção dos alunos para a importância de dar uma chance à aprendizagem, com o bom comportamento e maior atenção na hora da explicação. Esclarecer que, a partir desta sessão didática, será construída uma nota de zero a dez pela realização das atividades do para casa e pesquisa que os alunos realizarem.

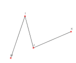
Fase 3: Experimentação – Realização da seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 3.

<table>
<tr><th>Tempo da fita</th><th>Comportamento e fala da professora-pesquisadora</th><th>Comportamento e fala dos(as) alunos(as)</th><th>Fases da Seqüência Fedathi</th></tr>
<tr><td>1h19min35s</td><td>Tentem fazer a atividade 2

Fico atenta à realização da atividade dos alunos e vejo que já fazem bem mais fácil</td><td>

Alunos realizam o que foi solicitado</td><td>Tomada de posição 3
Maturação</td></tr>
<tr><td>

1h24min01s</td><td>Deu para preencher tudo?
Quais foram os segmentos que vocês viram?

<table><tr><td>Segmentos</td><td>Dm</td><td>cm</td><td>mm</td></tr><tr><td>HI</td><td></td><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>IJ</td><td></td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>JK</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>Total</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr></table>
Errado quem respondeu HK (risos). Não posso falar de H até K porque os segmentos não estão na mesma reta.

Na letra a? Quantos segmentos?

Na letra b? Quais são eles?
Na letra c? Escreva em mm
Na letra d? Escreva em cm
Na letra e? Escreva em dm
Respondo que é 1,21dm e que surge a presença da vírgula em determinadas medições.</td><td>Alunos: Deu

Alunos: HI, IJ, JK e HK

Alunos: Quatro.
Alunos se corrigem: Três.

Alunos: HI,IJ,JK
Alunos: 121
Alunos: 12,1
Alunos: Não sabem direito.</td><td>

Solução

Prova

Prova

Percebo que muitos alunos apresentam sérias dificuldades nas transformações de unidades. Em parte isso acontece porque os alunos não dominam as operações que</td></tr>
</table>

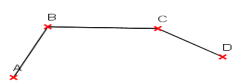
			envolvem números decimais.

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 8

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 01

Meça cada segmento abaixo e preencha a tabela valor de lugar das medidas. A seguir responda a cada item abaixo do desenho.



Segmentos	Dm	cm	mm
Total			

Figura 32 – Segmentos não colineares para medição - Identificação do nível de compreensão

a) Quantos segmentos de reta você consegue identificar na figura anterior?____

b) Quais são esses segmentos?__________________________________

c) Escreva o total em milímetros____________________

em centímetros____________________

em decímetros____________________

d) Desenhe o tamanho da linha total

Fase 4: Análise *a posteriori* local

As fichas de atividades dos alunos foram recolhidas no sentido de avaliar se houve compreensão dos conceitos abordados nesta sessão didática.

1 Da coleta de dados

TABELA 10

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DE SEGMENTOS COLINEARE OU NÃO COLINEARES E AS MEDIDAS RELATIVAS A CADA CASO.			
SITUAÇÃO	Alunos		
	Respostas corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar respostas
Percepção de todos os segmentos da figura	28	03	01
Medição de todos os segmentos da figura	22	10	---
Soma proposta no quadro de medidas	11	21	---
Identificação dos segmentos	20	10	02

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 08.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 32 alunos

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ O barulho no pátio que fica ao lado da sala, prejudicou, mais uma vez o início da aula;
- ✓ Conversas paralelas, dos alunos, no início da aula;
- ✓ A constante presença de pais e coordenação da escola, na porta, solicitando que alunos ou professora saíssem para resolver algo relacionado com o recadastramento das carteiras de estudante;
- ✓ O não cumprimento do prazo pré-estabelecido de 10 min para a realização da ficha de atividades dos alunos, o que pode comprometer a qualidade das respostas dos alunos.

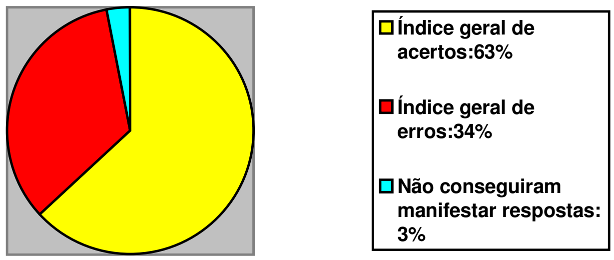
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ Durante o decorrer da sessão didática os alunos participaram atentos e comportados;
- ✓ O elogio que a professora-pesquisadora fez para os alunos dedicados;
- ✓ Os alunos participaram manifestando suas respostas em voz alta. A maioria respondeu corretamente as questões;
- ✓ Na aplicação da ficha de atividades os alunos permaneceram quietos e organizados.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Validou-se a hipótese de que os alunos identificaram os segmentos de reta propostos, além realizarem as medidas adequadamente. Houve, contudo, um índice acentuado de erros no cálculo do segmento soma proposto no quadro de medidas. Esses erros, de acordo com a análise das fichas de atividades dos alunos, mostrou que a maioria errou no algoritmo da adição.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ Na análise da fita de vídeo desta sessão didática, observei que a maioria dos alunos para calcular o tamanho total do segmento a ser medido, contava, ainda, milímetro a milímetro. Parece que o aluno, no início desse processo de medição com a régua graduada não consegue ver o todo, fica preso às partes, apenas;
- ✓ A proposta de falar das frações decimais nesse trabalho teve o intuito de justificar o surgimento dos decimais, números com os quais os alunos deverão trabalhar mais freqüentemente nesta fase do trabalho;
- ✓ Muitos alunos, nessa sessão didática ainda não dominam com segurança a leitura da régua graduada e ainda têm dificuldades com o algoritmo da adição.
- ✓ Ao invés de pedir, no QVLM, o total das medidas obtidas dos segmentos de reta, fica mais adequado pedir o comprimento total da linha.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 09 do Projeto de Mestrado

Assunto: O polígono e a noção de perímetro. Utilização da régua graduada.

Data: 06/06/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

O trabalho com os submúltiplos do metro continua a ser estudado nesta sessão didática porque os alunos não saíram da fase concreta pois precisam, ainda, do QVLV (quadro valor lugar das medidas) para realização da soma das medidas. Mesmo que a noção de polígono já tenha sido vista na sessão didática 04 percebo que retomar esse assunto sob o enfoque da geometria métrica reforça a definição de polígono, ao mesmo tempo em que viabiliza o aspecto das medições.

2 Conteúdo

- ✓ Trabalho dos conceitos de segmentos de reta colineares e não colineares.
- ✓ Identificação de polígono;
- ✓ Adição de decimais;
- ✓ A noção de perímetro de um polígono.

3 Objetivos

- **Geral –** trabalhar a adição de decimais a partir das medidas de segmentos de reta e do perímetro de um polígono.
- **Específicos**
  - ✓ Realizar a adição de números decimais através das medidas feitas;
  - ✓ Adquirir a idéia de perímetro;
  - ✓ Fazer transformações de unidades dos submúltiplos do metro.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

A definição do polígono já foi feita na sessão didática 04. O perímetro relativo a um polígono é a soma das medidas dos seus lados. De acordo com Dolce & Pompeo (2000, p.133)

> Um polígono de *n* vértices possui *n* lados e *n* ângulos. A soma dos lados é o *perímetro* do *polígono*.
> Perímetro de $A_1\ A_2\ A_3 ... A_{n-1}A_n = \overline{A_1A_2} + \overline{A_1A_2} + ... + \overline{A_{n-1}A_n} + \overline{A_nA_1}$

5 Experiência prévia do grupo

Os alunos, estudaram segmentos de reta colineares e não colineares nas sessões didáticas 04 e 08. O estudo do polígono foi rapidamente abordado na sessão didática 04. O estudo dos submúltiplos do metro vem sendo vivenciado, através de medidas realizadas em curvas, desde a sessão didática 06.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – há a dificuldade dos alunos não conseguirem perceber que os segmentos não colineares fornecem um comprimento total como soma de suas partes
- ✓ **Numérico** – os alunos podem sentir dificuldades em relacionar o número (soma dos segmentos) encontrado na medição com no comprimento total dos segmentos colineares ou não.

- ✓ **Das grandezas** – é possível que o aluno realize a atividade e não perceba a unidade de medida envolvida no processo de medição.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos realizarem as medidas dos segmentos de reta então facilitará sua identificação ao mesmo tempo em que proporcionará mais autonomia na transformação de unidades dos submúltiplos do metro.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Trabalho com as medidas de segmentos consecutivos colineares e não-colineares utilizando medidas com a régua graduada.

Tomada de posição 1

Os alunos receberão uma folha com uma atividade composta de duas partes: a parte I e a parte II.

Atividade 01: Meça, com sua régua, cada segmento abaixo, apresentado nas Partes I e II e coloque a medida na tabela de acordo com o valor correspondente encontrado. Procure também responder o que é perguntado em cada item.

PARTE I

Segmentos	dm	cm	mm
Comprimento total da linha			

Figura 33 – Segmentos colineares – medição e identificação

d) Quantos segmentos de reta você consegue identificar nessa figura?___________

e) Quais são esses segmentos?____

f) Escreva o total em milímetros_____________________

em centímetros_____________________

em decímetros_____________________

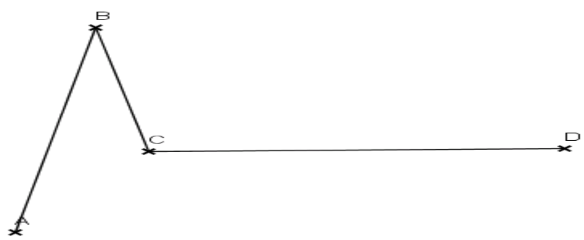
g) Marque a opção correta quanto a esses segmentos:

1. ( ) são consecutivos colineares 2. ( ) são consecutivos não-colineares

e) Justifique sua resposta:

____

PARTE II



Segmentos	dm	cm	mm
Comprimento total da linha			

Figura 34 – Segmentos não colineares para medição – transformação de unidades

a) Quantos segmentos de reta você consegue identificar nessa figura?_________

b) Quais são esses segmentos?____

c) Escreva o comprimento total dessa linha em milímetros____________________

em centímetros____________________

em decímetros____________________

d) Marque a opção correta quanto a esses segmentos:

1. ( ) são consecutivos colineares 2. ( ) são consecutivos não-colineares

e) Justifique sua resposta:

____

Assunto 2: entendimento do perímetro de um polígono.

Tomada de posição 2

Propor que algum aluno desenhe um polígono e a partir daí relembrar as noções de polígono.

Tomada de posição 3

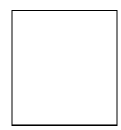
Supondo que uma formiga andasse, uma única vez, por todos os lados desse polígono seria possível calcular essa distância?

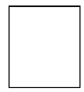
9 Estabelecimento do contrato didático

A tarefa desta sessão didática deverá ser feita, preferencialmente, em dupla.

Fase 3: Experimentação – Realização da Seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 2 e 3

Tempo da fita	**Comportamento e fala da professora-pesquisadora**	**Comportamento e fala dos(as) alunos(as)**	**Fases da Seqüência Fedathi**
1h4min45s	Eu gostaria que alguém viesse aqui no quadro, e tentasse desenhar aqui um polígono, lembram que a gente já falou sobre essa palavra? Será que o aluno 12 desenhou um polígono? Essa figura é plana ou espacial? Espacial.Todo mundo na sala concorda com o aluno12 ou alguém discorda?	Aluno 12 vai à lousa e desenha um cubo. Alunos:Espacial. Nenhum aluno responde.	**Tomada de posição 2** Aluno 12 demonstra que ainda não internalizou a idéia de polígono.
	E se eu disser que o polígono é uma figura plana, será que o aluno 12 consegue agora? Eu vou dar outra dica: o polígono ele é formado por segmentos de retas consecutivos, é uma linha poligonal fechada.	Aluna 01 vai à lousa e desenha uma figura aberta,e depois conserta fechando a figura. A aluna desenha um quadrilátero. 	**Maturação, solução e** **Prova**
	Pronto.E agora é um polígono? Tá vendo a diferença? A do aluno 12 é uma figura que representa algo que ta no espaço, tem três dimensões e um polígono ele tem duas ele está no plano.	Alunos: É.	
	Agora olha só, eu vou lançar o seguinte questionamento para vocês, eu vou aproveitar esse polígono, fingindo de conta que aqui é uma formiga gigante, a função desse bicho é sair do ponto A, ele só pode andar por cima da linha. A função dessa formiga vai ser contornar essa figura de A até chegar em A de novo. Passando por todas as linhas.Ela vai ter que ir de A pra B,B pra C,C pra D,D pra A.Primeira pergunta que eu faço pra vocês:Supondo que essa formiga ande uma única vez,ela só pode andar aqui em cima uma única vez por todos os lados.Seria possível calcular essa distância? E se eu quisesse saber, mas não pudesse usar o tamanho da formiga, mas que fosse um tamanho padrão, o que eu teria que utilizar?	Alguns alunos: Dá, eu acho que dá. Aluna 09 :Tia é ó botar formiga ate encher os lados. Alunos: A régua	**Tomada de posição 3** Acho interessante a resposta da aluna 09, por ela utilizar o tamanho da formiga como unidade de medida na resolução do que foi proposto.

1h12min6s	Peço para algum aluno medir todos os lados do quadrilátero que a aluna 01 desenhou. 	Aluno 13 foi à lousa e mediu todos os lados do polígono. Alunos:Arma o cálculo. O mesmo aluno vai à lousa e arma o cálculo em centímetro. 26 23 + 26,5 24 99,5 Alunos:Vinte e seis mais vinte e três mais vinte e seis vírgula cinco mais vinte e quatro.	**Solução** O aluno faz o cálculo, mas não tem percebe direito que está trabalhando com números inteiros e com números decimais.
	Noventa e nove vírgula o que? E qual é a unidade? Muito bem pessoal. Sabe o que vocês acabaram de calcular? O perímetro do polígono. O perímetro do polígono é a soma de todos os lados desse polígono. Quantos lados tem esse polígono? O que foi que a gente fez? Deu um tamanho para cada lado, calculou essa soma total, e essa soma total se chama o que? Do polígono.É bom perceber que esse perímetro não é só em centímetro não. Se você tiver calculando em centímetro vai ser centímetro,em milímetro vai ser	Alunos:Cinco. Alunos:Centímetro. Alunos: quatro Alunos:Perímetro do... Aluno:Do centímetro.	**Prova**
1h16min56s	Se o polígono tem 3 lados ele é um triângulo,se ele tem 4 lados ele é um quadri...? Ele não é quadrado, não é retângulo. Ele pode ser um quadrado? Pode.Pode ser um retângulo? Pode. Mas se eu não sei nenhuma propriedade desse quadrilátero,então inicialmente pra mim ele é um quadrilátero qualquer.	 Alunos:Látero. Aluna 09:Ele é um quadrilátero.	 **Prova**
1h17min52s	Façam a filinha de vocês aí.	Alunos se preparam para realizar a ficha de atividade	

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 9

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 01

Observe a linha poligonal abaixo, a seguir faça o que pede cada item:

Segmentos	dm	cm	mm
Comprimento total da linha			

Figura 35 – Segmentos para medição – percepção da autonomia na medição com a régua graduada e transformação de unidades

h) Quantos segmentos de reta você consegue identificar nessa linha? ___________

i) Quais são esses segmentos?____

j) Escreva o comprimento total dessa linha em milímetros____________________

em centímetros____________________

em decímetros____________________

k) Marque a opção correta quanto a esses segmentos:

1. ( ) são consecutivos colineares 2. ( ) são consecutivos não-colineares

e) Justifique sua resposta:

____

Atividade 2 Observe o desenho abaixo e faça o que é pedido em cada item.

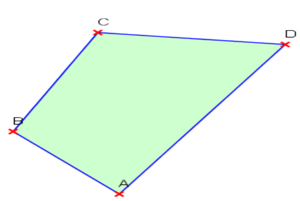


Figura 36 – Polígono 1 – Identificação dos lados para medição

a) Quantos segmentos de reta você consegue identificar nesse polígono?________

b) Quais são esses segmentos?____

c) Encontre o perímetro desse polígono.

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

As fichas de atividades dos alunos foram recolhidas no sentido de avaliar se houve entendimento dos conceitos abordados nesta sessão didática.

1 Da coleta de dados

TABELA 11

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DA MEDIDA DOS SEGMENTOS E DA NOÇÃO DE PERÍMETRO.

SITUAÇÃO	Alunos		
	Respostas corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar respostas
Identificação dos segmentos presentes na figura	22	01	---
Medição dos segmentos presentes na figura	16	07	---
Transformação do comprimento total da linha em mm, cm e dm	22	---	01
Cálculo do perímetro atendendo à idéia da soma de todos os lados do polígono.	17	01	05

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 09.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 23 alunos

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ Dois alunos precisaram ser retirados de sala por apresentarem comportamento inadequado;
- ✓ Alguns alunos têm dificuldade de concentração e se dispersam em conversas paralelas.

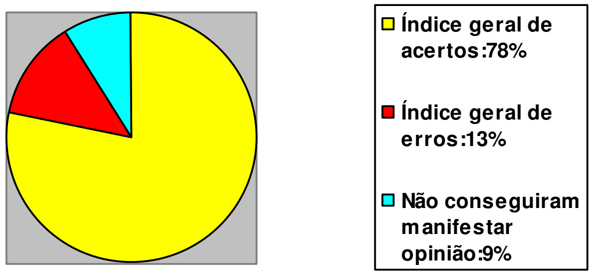
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ A maioria dos alunos foi muito participativa, tanto nas atividades das tomadas de posição, quanto na solicitação para ir ao quadro de escrever.
- ✓ O cumprimento do tempo pré-estabelecido para a realização das atividades.
- ✓ A solicitação, junto aos alunos, da tarefa de casa.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Valida-se a hipótese de que os alunos têm demonstrado uma melhora acentuada na compreensão do conteúdo proposto, através da realização das medidas. A realização das medidas, portanto, tem se mostrado um recurso didático eficiente para a apreensão de conteúdos relacionados à Geometria de posição como segmentos colineares e não colineares e polígono e também para a Geometria métrica como o perímetro.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ Os alunos precisaram de apoio para desenharem um polígono no quadro de escrever. Foram fornecidas as seguintes informações: a) polígono é uma figura plana. b) polígono é formado por segmentos de reta não colineares e que se encontram nas extremidades. Só a partir dessas informações uma aluna foi ao quadro e conseguiu desenhar um quadrilátero;
- ✓ Os alunos deram sugestões bem interessantes para a resolução da tomada de posição 03. Uma disse que era só desenhar o tamanho da formiga em toda a extensão do polígono e outra disse que uma régua graduada resolvia o problema para que todos entendessem o comprimento total que a formiga andou no polígono;
- ✓ Precisei dar uma régua simples de 30cm para os alunos que não conseguiram realizar suas tarefas em casa, pelo fato de que não possuíam régua graduada;
- ✓ Os alunos já demonstram muita familiaridade com a régua. Mesmo precisando utilizar o quadro valor lugar das medidas na ajuda dos cálculos, percebo que os alunos já têm mais autonomia na solicitação do que é pedido nas tarefas;
- ✓ Os alunos já terminam bem rápido e com maior autonomia as tarefas solicitadas.
- ✓ Foi passada a p. 156 do livro texto dos alunos (ANDRINI & VASCONCELOS, 2002) como tarefa de casa, por conter questões sobre perímetro de polígonos.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 10 do Projeto de Mestrado

Assunto: Cálculo do perímetro de um triângulo a partir das medidas de seus lados. Utilização da régua graduada.

Data: 08/06/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa:

Para que se possa fazer a classificação dos triângulos quanto aos lados é coerente que se identifique, inicialmente, os elementos de um polígono. O triângulo é o mais elementar dos polígonos e podem ser classificados segundo as medidas dos seus lados ou ângulos. Aproveitando o enfoque das medidas esta sessão didática abordará a classificação dos triângulos quanto à medida dos seus lados, para posteriormente propor o cálculo do perímetro relativo ao triângulo.

2 Conteúdo

- ✓ Classificação de triângulos quanto aos lados e ângulos.
- ✓ Cálculo do perímetro do triângulo;
- ✓ Realização de medidas maiores que um decímetro.

3 Objetivos

- **Geral –** reconhecer os elementos do triângulo como o polígono mais comum.
- **Específicos**
  - ✓ Realizar o cálculo do perímetro de triângulos;
  - ✓ Trabalhar medidas maiores que um decímetro;

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

Esta pesquisa limitar-se-á ao estudo dos polígonos convexos. Um polígono é reconhecido como convexo, se e somente se, a reta determinada por dois vértices consecutivos quaisquer deixa todos os demais (n – 2) vértices num mesmo semiplano dos dois que ela determina (DOLCE & POMPEO, 2000, p.134). Os elementos de um polígono, de acordo com Dolce & Pompeo (2000, p. 133) são assim definidos

> Considerando o polígono $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{n-1}, A_n$, temos: os pontos $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{n-1}, A_n$ são os *vértices* do polígono, os segmentos $\overline{A_1, A_2}, \overline{A_2A_3}, \ldots, \overline{A_{n-1}A_n}, \overline{A_nA_1}$ são os *lados* do polígono; e os ângulos $\hat{A}_1 = A_n\hat{A}_1A_2$, $\hat{A}_2 = A_1\hat{A}_2A_3, \ldots \hat{A}_n = A_{n-1}\hat{A}_nA_1$ são os *ângulos* do polígono.

Especificamente no caso do triângulo, de acordo com Dolce & Pompeo (2000, p.36)

> Dados três pontos *A, B* e *C* não colineares, à reunião dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ chama-se *triângulo* ABC. Indicação: triângulo $ABC = \Delta ABC$.

Quanto aos elementos o triângulo possui *vértices*, *lados* e *ângulos.* Todo triângulo possui interior e exterior, de forma que o interior de um triângulo é uma região convexa e seu exterior é uma região côncava. Desta forma a reunião do interior de um triângulo com seu exterior é reconhecida como superfície triangular.

Quanto à classificação dos lados, o triângulo pode ser reconhecido como:

- Eqüilátero se, e somente se, têm os três lados congruentes;
- Isósceles se, e somente se, têm dois lados congruentes;
- Escaleno, se e somente se, dois quaisquer lados não são congruentes.

Quanto à classificação dos ângulos, o triângulo pode ser reconhecido como:

- Retângulo se, e somente se, têm um ângulo reto ($\alpha = 90°$);
- Acutângulo se, e somente se, têm os três ângulos agudos (0°< α <90°);
- Obtusângulo se, e somente se, têm um ângulo obtuso (90°< α <180°).

5 Experiência prévia do grupo

Na sessão didática 09 os alunos estudaram o polígono de maneira mais ampla e iniciaram, inclusive, estudos relacionados ao cálculo do perímetro.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – é possível que os alunos sintam dificuldades em fazer a medição dos lados de cada triângulo e classifica-los de acordo com essas medidas.
- ✓ **Numérico** – os alunos podem sentir dificuldades em promover um arredondamento das medidas no momento em que for preciso classificar o triângulo como eqüilátero, já que sua existência pertence apenas ao mundo matemático.
- ✓ **Das grandezas** – é possível que os alunos ainda sintam dificuldades em relacionar o perímetro dos polígonos à grandeza comprimento.

Fase 2: Análise a priori

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

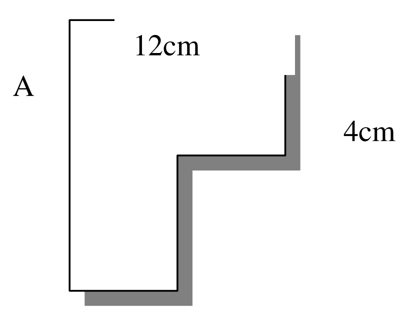
- ✓ Se os alunos realizarem as medidas dos lados dos triângulos, então poderão assimilar com mais facilidade a classificação dos triângulos quanto aos lados.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Resolução do problema da formiga

Tomada de posição 1

Os alunos deverão pensar sobre qual o menor trajeto que uma formiga deve fazer para ir de A até B usando o contorno da figura abaixo:



10cm

5 cm

Figura 37 – Figura retirada do livro texto dos alunos

Assunto 2: classificação dos triângulos quanto à medida dos seus lados.

Tomada de posição 2

Os alunos receberão uma folha com o desenho de vários triângulos e devem medir seus lados, colocando a medida correspondente a cada lado.

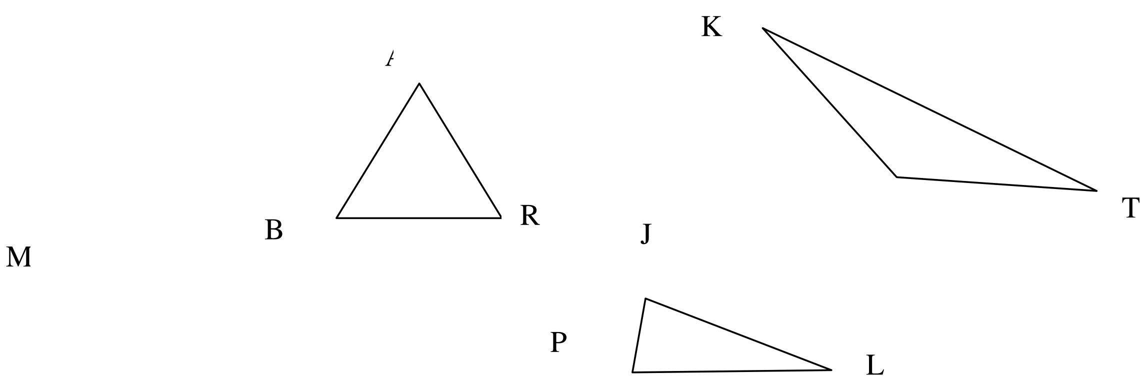


Figura 38 – Triângulo eqüilátero, escaleno e isósceles

Responda o que se pede em cada item:

a) Meça cada lado do triângulo ABR, em centímetros:

$\overline{AB} =$ ________________________

$\overline{AR} =$ ________________________

$\overline{BR} =$ ________________________

Calcule o perímetro desse triângulo:____

Classificação desse triângulo quanto aos lados:_______________________________________

b) Meça cada lado do triângulo KMT, em centímetros:

$\overline{KM} =$ ________________________

$\overline{MT} =$ ________________________

$\overline{KT} =$ ________________________

Calcule o perímetro desse triângulo:____

Classificação desse triângulo quanto aos lados____

c) Meça cada lado do triângulo JPL, em centímetros:

$\overline{JP}$ =________________________

$\overline{JL}$ =________________________

$\overline{PL}$ =________________________

Calcule o perímetro desse triângulo:____

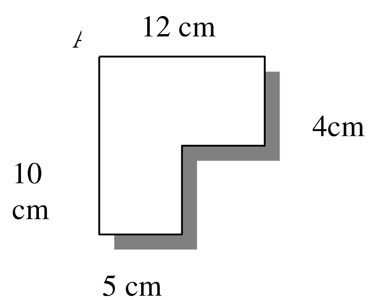
Classificação desse triângulo quanto aos lados:_______________________________________

9 Estabelecimento do contrato didático

Procurar se concentrar nas atividades da aula para que os resultados sejam os melhores. Os trabalhos devem ser realizados em duplas.

Fase 3: Experimentação – Realização da seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 1 e 2.

Tempo da fita	Comportamento e fala da professora-pesquisadora	Comportamento e fala dos(as) alunos(as)	Fases da Seqüência Fedathi
14min44s	Observe o desenho (feito no quadro) e diga qual o menor trajeto que uma formiga deve fazer para ir de A ate B usando o contorno da figura?  	Aluna 10: 18. Aluno 12: 18 e alguma coisa.	**Tomada de posição 01**
	A formiga precisa sair do ponto A desse vértice aqui, para vir aqui para o B. Qual		**Maturação**

	é o menor caminho? Agora presta atenção, esse lado aqui vale 10cm e esse outro lado vale 12cm, esse pedaço quatro e esse outro pedaço cinco centímetros. Faltaram duas medidas. Minha primeira pergunta: tem como descobrir as medidas que estão faltando? O que a gente tem que fazer? Eu pego esse dez menos esse cinco? Aí você acha que eu vou conseguir esse lado? O aluno 12 está fazendo a seguinte proposta: eu pego esse dez e tiro cinco, ai ele acha que a gente vai achar esse tamanho,vocês concordam?	Aluno 21:Tem. Aluno 12: Dez menos cinco. Alunos:Não.	
17min48s	Proponho que os alunos pensem quais foram as medidas fornecidas no desenho. Questiono, mas percebo muita dificuldade da parte deles em conseguir as medidas que estão faltando. Após algumas discussões a aluna 09 dá uma resposta. Seis o que? E esse outro horizontal como é que eu tenho que fazer? Vamos lá agora, pega doze e tira quem? Tira o cinco centímetros. Tenho doze no total tirei cinco fiquei com quanto?	Aluna 09: Eu tenho dez se eu tirar quatro eu vou ficar justamente sabendo quem está faltando, que é seis. Alunos:Centímetros. Aluno 18: A senhora pega 12 e tira 5. Alunos:Sete.	**Maturação** **Solução**
25min7s	E agora qual será o caminho mais curto para a formiga sair do A e chegar no B? Alguém poderia vir aqui no quadro e apontar quais são as possibilidades que a formiga tem? .Qual é o caminho mais curto que a formiga pode seguir? É indo por cima ou vindo por baixo? Vamos ver o total aqui por baixo. Dez mais cinco centímetros, dá quanto? Quinze mais seis? Indo por cima? Quem tem doze e soma quatro fica quanto? Quem tem dezesseis e soma sete? Vinte e três o que? Então o caminho mais curto da formiga é o que vem aqui por baixo.Em outro momento a gente segue melhor essa daí.	Aluno 12 vai à lousa e mostra os dois caminhos.. Alunos: por baixo. Alunos respondem ao que é perguntado e concluem que o caminho mais curto a ser seguido pela formiga é o que vai por baixo.	**Solução** **Prova**
43min17s	Eu gostaria que vocês formassem duplas Vocês ganharam folhas. Vamos ler: Meça os lados de cada triângulo		**Tomada de posição 2**

	desenhado colocando a medida correspondente a cada lado,a seguir responda o que é pedido em cada item.Vocês devem trabalhar em duplas.		
	Verifico o desempenho dos alunos. Alguém poderia vir fazer aqui a letra a?	Alunos fazem o que é proposto na folha de atividade. Aluno 12 vai à lousa e escreve suas medidas.	**Maturação** **Solução**
1h07min36s	Alguém gostaria de vir fazer esse perímetro? O aluno 6 vai fazer o perímetro. O que é o perímetro, em pessoal? Como é que a gente poderia definir o perímetro? Faz a continha. Olha o que o aluno 06 tá fazendo, ele ta fazendo uma adição, não é? Ele pegou 3+3+3 e deu nove centímetros. Então o que é o perímetro?	Aluno 06: vai ao quadro e faz 3cm + 3cm + 3cm = 9cm Alunos:.Somar todos os lados.	
1h11min14s	Eu queria que todos os lados fossem iguais porque eu gostaria de colocar uma palavra nova na folha de vocês, não sei se vocês já ouviram falar, eu queria que vocês anotassem também o que é um perímetro:é a soma de todos os lados do polígono. Continuo explicando que os triângulos recém as classificações de acordo com seus ângulos e lados. No caso desta tarefa, explico que os triângulos estão sendo classificados quanto aos lados e que podem ser eqüilátero, isósceles ou escaleno.		**Prova** **Prova** Explico cada caso, mas percebo muitas dúvidas nos alunos.

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 10

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 01 – Meça, com sua régua, o lado de cada triângulo abaixo, a seguir procure responder o que é pedido em cada coluna da tabela.

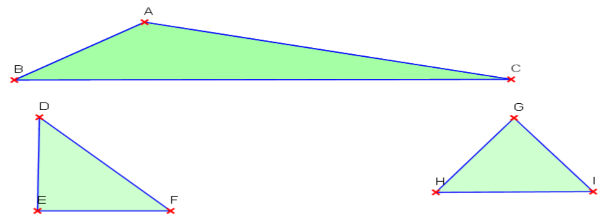


Figura 39 – Triângulo eqüilátero, escaleno e isósceles utilizados na ficha de atividade

Identifique: Os lados do triângulo ABC	Identifique: Os lados do triângulo DEF	Identifique: Os lados do triângulo GHI
Identifique: Os vértices do triângulo ABC	Identifique: Os vértices do triângulo DEF	Identifique: Os vértices do triângulo GHI
Calcule o perímetro do triângulo ABC, em cm	Calcule o perímetro do triângulo DEF, em cm	Calcule o perímetro do triângulo GHI, em cm

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

As fichas de atividade dos alunos foram analisadas e tabuladas (vede tabela 12) para realizar a validação entre as hipóteses estabelecidas (ideal) e aquilo que os alunos aprenderam de fato (real).

1 Da coleta de dados

TABELA 12

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DA CLASSIFICAÇÃO DE UM TRIÂNGULO, QUANTO AOS LADOS E ÂNGULOS E CÁLCULO DO PERÍMETRO RELATIVO AOS LADOS DO TRIÂNGULO.			
SITUAÇÃO	Alunos		
	Respostas corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar respostas
Identificação dos lados do triângulo	09	06	13
Identificação dos vértices do triângulo	06	07	15
Classificação do triângulo quanto aos lados	05	09	14
Cálculo do perímetro dos triângulos	15	03	10

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 10.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 28 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

✓ O desconhecimento que os alunos demonstraram sobre os elementos do polígono contribuiu para que o tempo destinado à tomada de posição 02 abaixo do que estava pré-estabelecido.

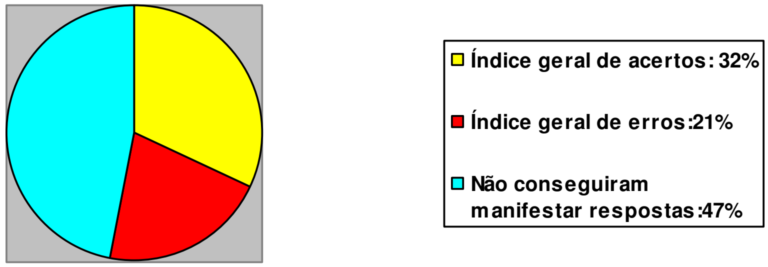
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

✓ A participação e interesse dos alunos nesta sessão didática.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

✓ Refuta-se a hipótese de que o caráter das medidas auxiliaram os alunos a entenderem que a diferença existente entre o triângulo eqüilátero, isósceles e escaleno. Esses nomes, contudo, se mostraram difíceis de serem assimilados por eles.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ A maioria dos alunos disse nunca ter ouvido falar da classificação dos triângulos. Conseguiram, entretanto, se sair bem na medição dos lados dos triângulos e no cálculo do seu perímetro. Isso nos faz perceber a importância da vivência do assunto abordado na sala, como auxiliar de relevância na aquisição da aprendizagem;

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 11 do Projeto de Mestrado

Assunto: Transformação de unidades de medida de comprimento.

Data: 13/06/2005

Primeira fase: Análise preliminar

1 Justificativa

Nesta sessão didática, trabalharei com polígonos. Essas abordagens possibilitam o trabalho com medidas e geometria, a partir do uso de instrumento de medição.

2 Conteúdo

- ✓ Calculo do perímetro do polígono.
- ✓ Trabalho com medidas maiores que um decímetro.

3 Objetivos

- **Geral –** identificar os elementos de um polígono e classificar um triângulo do tipo escaleno.
- **Específicos**
  - ✓ Transformar unidades de medidas dos submúltiplos do metro;
  - ✓ Justificar a transformação de unidades, a partir do posicionamento da vírgula em função da unidade de medida.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

O saber científico da sessão didática 10 cuidou em apresentar a definição matemática de um polígono, em especial o triângulo. Nesta sessão didática serão explicadas as transformações de unidades dos submúltiplos do metro.

5 Experiência prévia do grupo

Na sessão didática 10 os alunos reforçaram seus conhecimentos sobre o cálculo do perímetro de um triângulo, além da identificação dos seus elementos e da classificação desta figura geométrica, quanto aos lados.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – é possível que muitos alunos continuem ainda com dificuldades na identificação dos elementos de um triângulo, sobretudo na dificuldade em internalizar termos como escaleno, isósceles e eqüilátero..
- ✓ **Numérico** – os alunos podem encontrar dificuldades em calcular o perímetro do polígono em centímetro para posteriormente converter o valor encontrado para decímetro.
- ✓ **Das grandezas** – os alunos podem, ainda, sentir dificuldades em relacionar o perímetro dos polígonos à grandeza comprimento.

Fase 2: Análise *a priori.*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ É possível que os alunos ainda sintam dificuldades em assimilar a linguagem matemática utilizada para caracterizar os elementos do polígono.
- ✓ É possível que através do cálculo do perímetro os alunos possam perceber mais claramente a unidade de medida com a qual está sendo trabalhada na atividade.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Identificação dos elementos de um polígono. Nome do polígono. Medida dos lados do polígono no quadro valor lugar das medidas.

Tomada de posição 1 – os alunos irão receber uma folha com duas atividades. Nesta tomada de posição deverão resolver a atividade 1.

Atividade 1 – No polígono abaixo procure identificar os lados, os vértices e os ângulos:

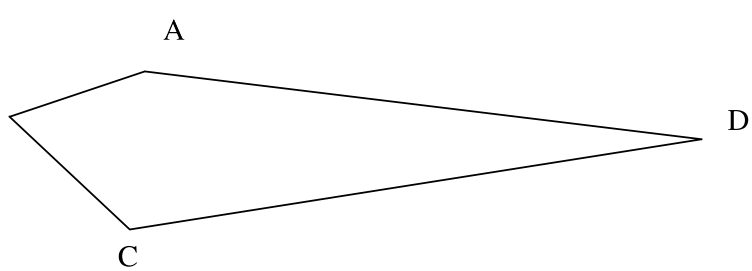


Figura 40 – Polígono do tipo quadrilátero a ter seus lados medidos e seus elementos identificados

Lados:____

Vértices:____

Ângulos:____

Essa figura é um ________________________ porque tem__________lados.

Lados	dm	cm	mm
Perímetro em cm			

Esse perímetro em decímetros fica representado assim:__________________________
Esse perímetro em milímetros fica representado assim:__________________________

Tomada de posição 02 – os alunos deverão resolver a atividade 02.

Atividade 2 – Identifique os elementos desse polígono, escreva a medida, em centímetros, de cada um dos seus lados, a seguir determine seu perímetro, também em centímetros.

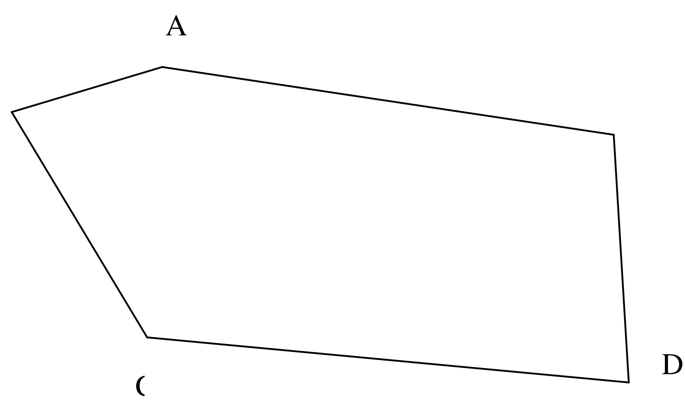


Figura 41 – Polígono do tipo pentágono a ter seus lados medidos e seus elementos identificados

Lados:____

Vértices:____

Ângulos:____

Esse polígono se chama ____________________ porque tem ____________ lados

Cálculo do perímetro, em centímetros:

Esse perímetro em decímetros fica representado assim:__________________________

Esse perímetro em milímetros fica representado assim:__________________________

Assunto 2: o triângulo escaleno

Tomada de posição 3 – realização da atividade 03

Atividade 03 – Observe o polígono abaixo, a seguir faça o que é pedido em cada item.

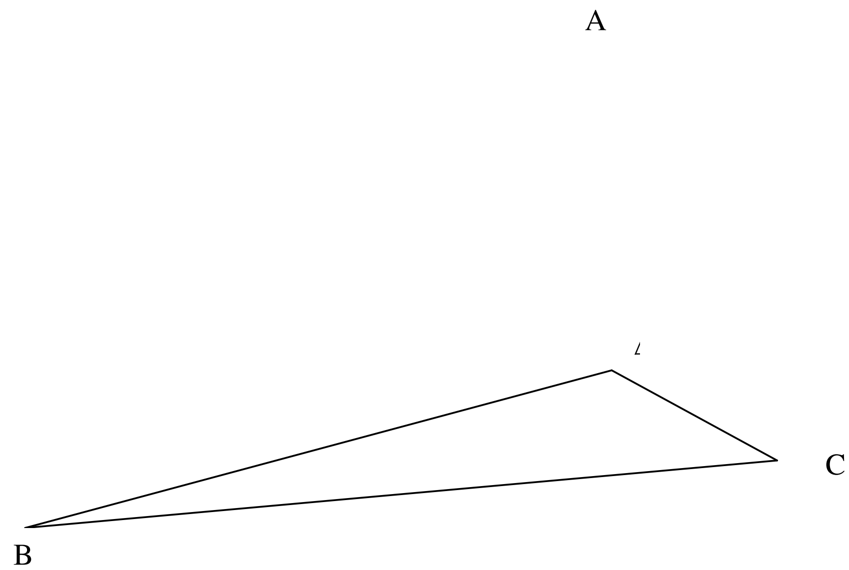


Figura 42 – Polígono do tipo triângulo a ter seus lados medidos e seus elementos identificados

Faça o que pede cada item:

a) Qual o nome desse polígono? ____

b) Justifique a resposta anterior____

c) Identifique os lados desse polígono___________________________________

d) Identifique os vértices desse polígono_________________________________

e) Meça cada lado desse polígono, em centímetros, e calcule seu perímetro.

f) Esse perímetro em decímetros fica representado assim:_________________________

g) Esse perímetro em milímetros fica representado assim:________________________

Observação: Quanto aos lados esse____________________ pode ser chamado de _____________________ por que todos seus lados são ___________________________.

9 Estabelecimento do contrato didático

Os alunos irão trabalhar em dupla. A partir desta sessão didática serão enviadas tarefas de casa, como tarefa avaliativa, pois é preciso construir nota para cada aluno, de acordo com as normas da escola. Os alunos receberão o para casa **(Anexo C).**

Fase 3: Experimentação – Realização da seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 3

Tempo da fita	Comportamento e fala da	Comportamento e fala dos(as)	Fases da Seqüência

	professora-pesquisadora	alunos(as)	Fedathi
1h7min11s	Entrego a folha contendo a atividade 03 e digo que os alunos têm cinco minutos para realizá-la.	Alunos começam a realizar a atividade 03.	**Tomada de posição 03**
	Percorro a sala e verifico como os alunos estão desenvolvendo as atividades.	Alunos comentam algumas idéias com seus colegas e eventualmente me chamam para tirar dúvidas.	**Maturação**
	Vocês sabem o nome desse polígono? Por quê? Alguém poderia vir fazer a letra c dessa atividade? Vamos identificar os lados do triângulo. Agora a letra d, identifique os vértices desse polígono, quais são os vértices? E a letra e, quem vem fazer? Em centímetros, viu? Bote a unidade do lado. Utilizando o exemplo da aluna 09 aqui, como é que fica essa medida do perímetro em decímetro? Alguém poderia vir fazer? Será que a aluna 09 fez certo? Percebi que a aluna se equivocou, respondendo em decímetro achando que estava respondendo em centímetro. Por isso solicitei que houvesse a correção desse item por outro aluno.	Alunos:Triângulo. Alunos:Porque ele tem três lados. Aluna 01 vai à lousa escrever os lados do triângulo: AB, BC e CA. A aluna 17 vai à lousa responder a letra d: A, B, C A aluna 09 vai à lousa responder a letra e: 0,85 + 0,40 1,27 2,52 cm (a aluna deu essa resposta como se fosse em centímetro) Aluno 13 vai à lousa responder a pergunta da professora, mas tem dificuldade devido à reposta (da sua colega) anterior, pois já estava em decímetro, mas acaba respondendo corretamente: 8,5 cm + 4,0 cm 12,7 cm 25,2 cm	**Solução e prova** Os alunos realizam com muita facilidade o que é proposto nesta atividade. Percebo que a compreensão dos elementos da geometria, como lados e vértices, melhora a cada atividade.
1h17min46s	Agora olha só,na letra f, eu perguntei assim:como é que fica esse perímetro em decímetro?	Aluno 12 vai no quadro e responde 2,52dm.	
	Na letra g, como fica esse perímetro em milímetro. Quem pode responder? O que a aluna 09 fez foi medir todos os lados em decímetro, quando ela somou já foi em decímetro. Só que tinha pedido em centímetro. Foi aí que ela se equivocou.	Aluno 18 vai ao quadro e responde: 252mm	**Prova**
1h19min27s	Vamos fazer a ficha de atividades.		

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 11

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 01 – Observe o polígono abaixo, a seguir faça o que pede cada item:

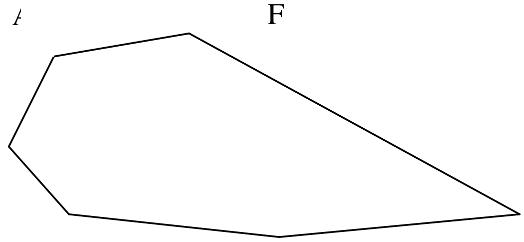


Figura 43 – Polígono do tipo hexágono a ter seus lados medidos e seus elementos identificados

Faça o que é pedido em cada item:
a) Quantos lados têm esse polígono?____________________________________

b) Quais são os lados desse polígono?____________________________________

c) Quais são os vértices desse polígono?__________________________________

d) Calcule, em centímetros, o perímetro desse polígono.

e) Esse perímetro em decímetros fica representado assim:______________________

f) Esse perímetro em milímetros fica representado assim:______________________

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

Recolhi as fichas de atividades dos alunos no sentido de avaliar se houve compreensão dos conceitos abordados nesta sessão didática.

1 Da coleta de dados

TABELA 13

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DOS ELEMENTOS DE UM POLÍGONO, CÁLCULO DO PERÍMETRO E TRANSFORMAÇÃO DE UNIDADES.

	Desempenho dos alunos

SITUAÇÃO ANALISADA	Respostas corretas	Respostas corretas	Respostas corretas
Identificação dos elementos de um polígono	25	05	----
Cálculo do perímetro o polígono	12	17	01
Transformação da unidade cm para dm	12	17	01
Transformação da unidade cm para mm	22	07	01

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 11.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 30 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

✓ Algumas conversas paralelas

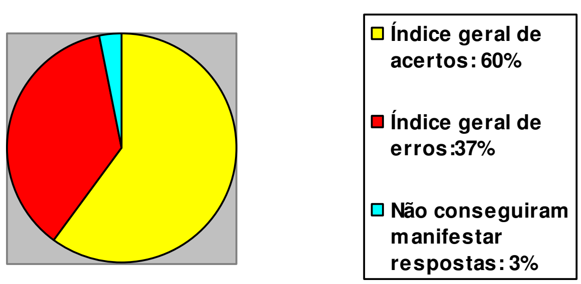
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

✓ A participação dos alunos para realizarem o que foi solicitado nas atividades

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

✓ É possível observar a partir da análise da fita de vídeo que muitos alunos conseguem identificar graficamente (a partir do desenho) os elementos do polígono. Mas constitui-se verdadeiro obstáculo para o aluno, quando, deste, solicita-se que o mesmo represente os elementos do polígono utilizando linguagem matemática, por exemplo: lado: AB; ângulo: BÂC; vértice: A.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

✓ Procurei verificar quantos alunos promoveram o cálculo do perímetro sem a utilização do quadro valor lugar das medidas (QVLM). O resultado foi o seguinte: 26 alunos não utilizaram o QVLM, 02 alunos não conseguiram calcular o perímetro e 02 fizeram a atividade de forma bastante equivocada;

- ✓ A partir dessa sessão didática os alunos estão sendo solicitados a realizarem o cálculo do perímetro sem a utilização do QVLM.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 12 do Projeto de Mestrado

Assunto: Estudo do retângulo a partir da utilização da régua graduada.
Data: 15/06/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

As sessões didáticas 10 e 11 forneceram subsídios para que os alunos compreendessem melhor um polígono, passando a identificar seus elementos, seus nomes e o cálculo do seu perímetro, a partir da medida dos seus lados com a régua graduada. Essa sessão didática vai abordar o estudo do retângulo.

2 Conteúdo

- ✓ Estudo do retângulo;
- ✓ Cálculo do perímetro do retângulo;
- ✓ Realização de medidas maiores que um decímetro;

3 Objetivos

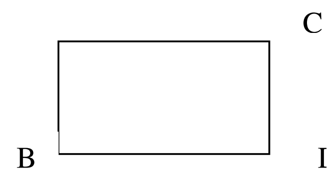
- **Geral –** reconhecer o retângulo, a partir do trabalho com medidas.
- **Específicos**
- ✓ Trabalhar medidas maiores que um decímetro;
- ✓ Transformar unidades de medidas dos submúltiplos do metro.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

Os retângulos, juntamente com os trapézios, paralelogramos, losangos e quadrados são quadriláteros considerados notáveis. O quadrilátero é um polígono simples e que possui quatro lados. De acordo com Dolce & Pompeo (2000: 100)

> Um quadrilátero plano convexo é um *retângulo* se, e somente se, possui os quatro *ângulos* congruentes.

ABCD é retângulo $\Leftrightarrow \hat{A} \equiv B \equiv C \equiv D$



5 Experiência prévia do grupo

Os estudos feitos na sessão didática 11 minimizaram, de acordo com a análise da ficha de atividade, as dificuldades que os alunos ainda traziam sobre a identificação dos elementos de um polígono. Constatou-se, também que os alunos desenvolveram com relativa facilidade o cálculo do perímetro sem a ajuda do QVLM.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – há a possibilidade dos alunos justificarem o retângulo a partir dos seus ângulos retos.
- ✓ **Numérico** – os alunos ainda poderão realizar erradamente o cálculo do perímetro por conta da insegurança que ainda têm com relação à unidade de medida utilizada. Outro aspecto que precisa ser lembrado é a dificuldade dos alunos trabalharem as operações com os decimais.
- ✓ **Das grandezas** – é possível que os alunos encontrem dificuldade em identificar a grandeza comprimento presente no retângulo.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos não identificarem o ângulo reto presente nos objetos do mundo físico, então é possível que tenham dificuldade de entender a definição matemática do retângulo;
- ✓ Se os alunos não dominarem bem o entendimento do decímetro presente na régua graduada, então cometeram erros de medição dos lados do retângulo e, possivelmente, errem a transformação de unidades, quando solicitado.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Estudo do retângulo

Tomada de posição 1

Pedir para que os alunos identifiquem retângulos presentes na sala de aula.

Assunto 2: pesquisa do retângulo no dicionário

Tomada de posição 2

Cada aluno deverá utilizar seu dicionário para pesquisar a palavra retângulo. A seguir escrever no caderno de geometria o que encontraram.

Assunto 3: percepção das características do retângulo

Tomada de posição 3

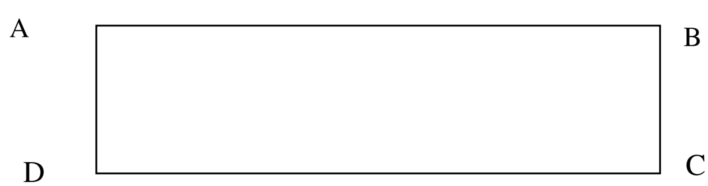
Solicitar que os alunos desenhem a mão livre, no caderno de Geometria, um retângulo. Depois devem citar algumas características percebidas no retângulo.

Assunto 4: reconhecimento do retângulo entre vários polígonos

Tomada de posição 4 – Realização da atividade 01.

Atividade 01

Meça os lados do retângulo abaixo, preencha a tabela, a seguir responda o que é pedido em cada item abaixo:



Lados	dm	cm	mm
Perímetro			

Figura 44 – Retângulo ater seus lados medidos e seu perímetro calculado

D

a) Quantos lados tem esse polígono?____

b) Quais são esses lados?____

c) Quais são os vértices desse polígono?____________________________________

D

d) Qual é o nome desse quadrilátero?_______________________________________

e) Justifique____

f) Qual o perímetro desse retângulo em dm?__________________________________

g) Qual o perímetro desse retângulo em cm?__________________________________

h) Qual o perímetro desse retângulo em mm?_________________________________

Assunto 5: trabalhando o perímetro de um retângulo em decímetro,

Tomada de posição 5 – realização da atividade 02

Atividade 2

Calcule, em decímetro, o perímetro do retângulo KLMN, abaixo:

Figura 45 – Retângulo a ter seus lados medidos e seu perímetro calculado em decímetro

9 Estabelecimento do contrato didático

Os alunos devem tirar todas as dúvidas que acontecerem durante a sessão didática. Os alunos receberão o para casa **(Anexo D)**.

Fase 3: Experimentação – Realização da seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 1 e 4.

Tempo da fita	**Comportamento e fala da professora-pesquisadora**	**Comportamento e fala dos(as) alunos(as)**	**Fases da Seqüência Fedathi**
36min23s	Vocês já ouviram falar do retângulo? O que vocês acham que é um retângulo? Vocês acham que na sala tem algum retângulo? Aonde é que no quadro tem um retângulo? Será que só essa partezinha verde ali,é um retângulo, o que tem de especial nos lados? Pois muito bem, é nela que eu queria que você me mostrasse quais são os dois lados que são iguais. Alguém gostaria de ajudar a aluna 17?	Alunos:Já. Aluna 09: É uma forma geométrica que tem só dois lados. Alunos:Tem. Alunos: O quadro,a lousa,a mesa. Aluno 18:Nele todo. Aluna 17: Pode ser só a parte branca ou só a parte verde ou todinha. Aluna 17:É. Aluna 17:É,eu acho que é. Aluna 17:Mas tia eu também tenho que coisar daqui pra cá (aluna aponte em cima e em baixo) é? A aluna 17 traça a parte de cima do quadro verde. Olha pensativa e depois diz que não sabe. A aluna 02 vai à lousa apontar os lados que são iguais (e aponta corretamente).	**Tomada de posição 01** **Maturação e solução** Nessa discussão é possível perceber que os alunos já ouviram falar de retângulo, mas que sentem dificuldade em perceber o paralelismo e a congruência existente entre os lados opostos da figura. É importante dizer que na correção feita da tarefa de casa foi discutida a idéia do ângulo reto. Os alunos, inclusive identificaram os ângulos retos presentes no quadro de escrever.

<table>
<tr><td>58min15s</td><td>Mas sabia que o retângulo ele é um quadrilátero notável,e ele é conhecido assim matematicamente, não é pela questão dos lados dele, mas a questão pelos ângulos dele, é o que mais caracteriza o retângulo. O retângulo, a característica dele é que ele tem os quatro ângulos do mesmo tamanho, ou seja,os quatro ângulos do retângulo,os quatro ângulos internos,medem quanto? Os lados opostos são iguais. Que é exatamente esse canto aqui do quadro.Um ângulo reto, então tem um ângulo reto aqui, outro aqui em cima, outro aqui em cima,e o outro aqui embaixo (os dois últimos à direita).</td><td>Alunos prestam atenção.</td><td>Prova</td></tr>
<tr><td>1h02min34s</td><td>Entrego uma folha com duas atividades para cada aluno e solicito que eles façam a atividade 01</td><td></td><td>Tomada de posição 04</td></tr>
<tr><td></td><td>Analiso como os alunos estão desenvolvendo a atividade e tiro eventuais dúvidas.</td><td>Alunos realizam o que é pedido na atividade 01 da folha.</td><td>Maturação</td></tr>
<tr><td>1h14min12s</td><td>Vamos, agora, responder aos itens:
Aluna 16, o que você colocou no item a?
Aluna 03, o que você colocou na letra b?
Peço para a aluna ir ao quadro responder.
Aluna 04, quais os vértices desse polígono?

Qual é o nome desse quadrilátero?
Por quê?</td><td>
Aluna 16: quatro lados.

Aluna 03: AB, BC, CD e DA.
Aluna 04 vai ao quadro e escreve: A, B, C e D.
Alunos: retângulo.
Alunos: porque tem os quatro ângulos retos e os lados opostos iguais.</td><td>Solução</td></tr>
<tr><td>1h16min05s</td><td>Vou aproveitar, desenhar um retângulo no quadro, e pedir que algum de vocês venha aqui para colocar as medidas encontradas.</td><td>Aluna 02 vai ao quadro e coloca as medidas relativas a cada lado. A aluna escolheu colocar as medidas em centímetros. AB= 7,3cm BC= 1,9cm</td><td>Solução
A aluna demonstra muita segurança no que está fazendo.</td></tr>
<tr><td></td><td>Pedi que a aluna 02 preenchesse a tabela do QVLM.</td><td>Aluna 02 preenche a tabela do QVLM

<table>
<tr><td>Lados</td><td>dm</td><td>cm</td><td>mm</td></tr>
<tr><td>AB</td><td></td><td>7</td><td>3</td></tr>
<tr><td>BC</td><td></td><td>1</td><td>9</td></tr>
<tr><td>CD</td><td></td><td>7</td><td>3</td></tr>
<tr><td>DA</td><td></td><td>1</td><td>9</td></tr>
<tr><td>perímetro</td><td>1</td><td>8</td><td>4</td></tr>
</table></td><td>Solução

A aluna, aqui, colocou todas as medidas em milímetro.</td></tr>
<tr><td></td><td>Como fica o perímetro desse retângulo em decímetro, centímetro e milímetro?</td><td>
Aluna 09 vai ao quadro e responde: 1,84dm
18,4cm e 184mm</td><td></td></tr>
<tr><td>1h19min15s</td><td>Quantas vezes o decímetro é maior que o centímetro?
Quantas vezes o decímetro e maior</td><td>
Alunos: 10 vezes</td><td>Prova
Os alunos entendem melhor, o</td></tr>
</table>

	que o milímetro? Muito bem, é por isso que a vírgula deslocou do decímetro para o centímetro uma casa que equivale a multiplicar por 10. Isso significa dizer que o decímetro é 10 vezes maior que o centímetro. Com relação ao milímetro, a vírgula, em relação ao decímetro, desloca duas vezes, isso significa dizer que equivale a multiplicar por 100. Isso quer dizer que o decímetro é 100 vezes maior que o milímetro, certo?	Alunos: 100 vezes	deslocamento da vírgula, nas transformações de unidades. Mas, verificando a ficha de atividade de cada alunos foi possível perceber que 54% dos alunos ainda não consegue realizar as transformações de unidades, com segurança do decímetro para o milímetro.

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 12

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 1

Dado o retângulo OPQR abaixo.

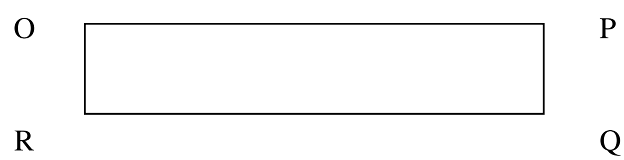


Figura 46 – Retângulo da ficha de atividade a ter seus lados medidos e seu perímetro calculado em decímetro

Faça o que se pede em cada item:

a) Calcule o perímetro desse retângulo **em decímetros.**

b) Qual a unidade de medida utilizada na unidade anterior?____________________

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

As fichas de atividades dos alunos foram recolhidas no sentido de avaliar se houve entendimento dos conceitos abordados nesta sessão didática.

1 Da coleta de dados

TABELA 14

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DAS MEDIDAS DE UM RETÂNGULO, DO CÁLCULO DO SEU PERÍMETRO E TRANSFORMAÇÃO DE UNIDADES.

SITUAÇÃO ANALISADA	Desempenho dos alunos		
	Respostas corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar respostas
Cálculo do perímetro do retângulo em decímetro	08	10	10
Transformação da unidade cm para dm	12	18	----

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 12.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 28 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ Algumas conversas paralelas;
- ✓ O esquecimento do material didático por parte de alguns alunos.

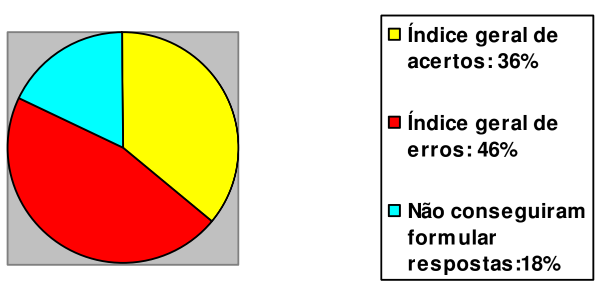
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ Participação dos alunos em todas as atividades solicitadas

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ A análise da ficha de atividade desta sessão didática me leva a validar a segunda hipótese levantada nesta sessão, onde a dificuldade, ainda presente, de identificar o decímetro levou a maioria dos alunos a errarem o cálculo do perímetro e da transformação de unidade. Quanto à primeira hipótese os alunos assimilaram bem a idéia de retângulo.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ Deveria ter inserido, na ficha de atividade dessa sessão didática, elementos que me fornecessem maiores detalhes do entendimento dos alunos sobre o retângulo.

Dessa forma os dados obtidos contemplaram o desenvolvimento dos alunos em termos do cálculo do perímetro e da transformação de unidades;

- ✓ Percebi que os alunos ainda demonstram muitas dificuldades em trabalhar a adição de decimais, pois não internalizaram o algoritmo que fundamenta a vírgula embaixo de vírgula;
- ✓ Apesar de cometerem muitos erros, no cálculo do perímetro, originados da dificuldade dos alunos entenderem o decímetro, os alunos já trabalham o cálculo do perímetro sem o uso do quadro valor lugar das medidas;
- ✓ Houve, durante a resolução da tomada de posição 4 uma revisão sobre o entendimento da unidade de medida;

Universidade Federal do Ceará
Laboratório de Pesquisa Multimeios
Engenharia Didática da Sessão Didática 13 do Projeto de Mestrado

Assunto: Cálculo do perímetro do quadrado. Utilização da fita métrica. O metro e seus submúltiplos.
Data: 20/06/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

A idéia do retângulo foi trabalhada na sessão didática 12. Nessa sessão didática trabalharei, também, a idéia do quadrado a partir das medidas, pois iremos medir os lados do quadrado e a partir daí os alunos calcularão seu perímetro.

2 Conteúdo

- ✓ Estudo do quadrado a partir das medidas.

3 Objetivos

- **Geral –** perceber a diferença entre o retângulo e o quadrado a partir das medidas utilizando a unidade de medida decímetro e o metro.
- **Específicos**
  - ✓ Identificar a diferença entre o retângulo o quadrado a partir das medidas dos seus lados;

- ✓ Calcular o perímetro do retângulo e do quadrado;
- ✓ Trabalhar com o metro.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta didática

Tal como o retângulo, como foi dito na sessão didática 12, o quadrado também faz parte dos quadriláteros notáveis, que segundo Dolce & Pompeo (2000, p.100)

> Um quadrilátero plano convexo é um *quadrado* se, e somente se, possui os quatro *ângulos* congruentes e os quatro *lados* congruentes.

5 Experiência prévia do grupo

Na sessão didática 12 os alunos estudaram o retângulo vivenciando suas características a partir da medida dos seus lados.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – há a possibilidade dos alunos terem dificuldades de identificar os ângulos retos por não terem feito estudos adequados sobre essa área de estudo.
- ✓ **Numérico** – os alunos podem apresentar, ainda, muitas dificuldades em trabalhar as operações elementares com os números decimais resultantes das medidas.
- ✓ **Das grandezas** – é possível que os alunos sintam dificuldades em realizar as transformações de unidades de centímetro para decímetro.

Fase 2: Análise *a priori*.

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

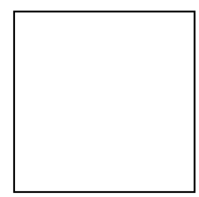
- ✓ Se os alunos realizarem medidas nos polígonos propostos nas atividades então é possível que percebam com mais facilidade as diferenças entre retângulo e quadrado.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: identificação do retângulo

Tomada de posição 1 – Os alunos devem realizar a atividade 1 da folha de exercícios que receberão.

Atividade 1 – Circule, dentre os polígonos abaixo, somente os que você acha que são retângulos, a seguir, justifique sua escolha.



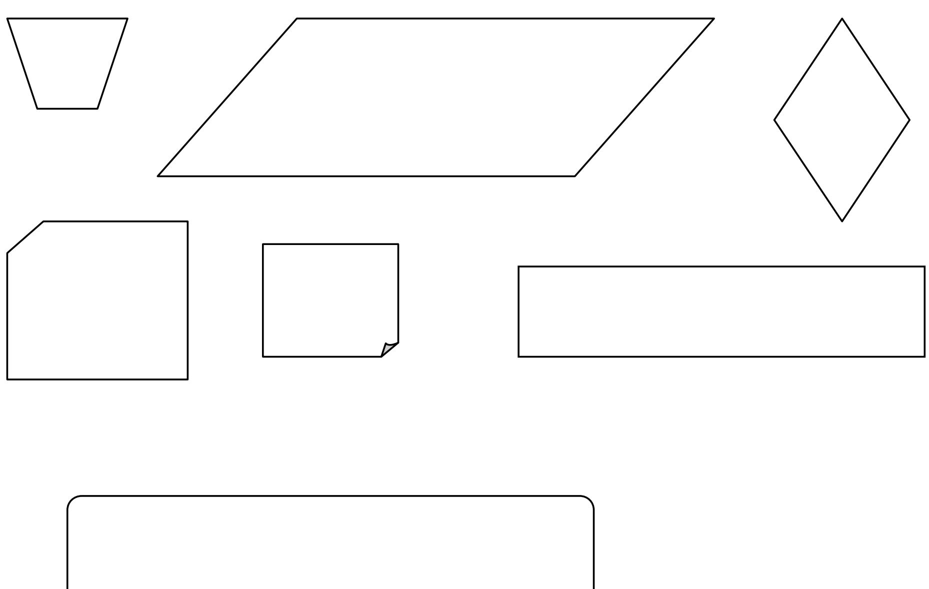


Figura 47 – Polígonos para identificação de retângulos

Justifique sua escolha____

Assunto 2: Cálculo do perímetro do retângulo em decímetro.

Tomada de posição 2 – Os alunos devem fazer a atividade 02 em duplas.

Atividade 2 – Calcule **em decímetros**, o perímetro do(s) retângulo(s) que você circulou na atividade 1.

Assunto 3: o quadrado

Tomada de posição 3 – Os alunos devem realizar a atividade 3, em duplas.

Atividade 3 – A figura abaixo tem os quatro ângulos retos, ou seja, de 90°.

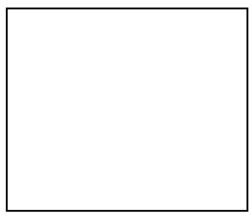


Figura 48 – Identificação do quadrado

Faça o que sugere cada item abaixo:

a) Meça cada lado dessa figura, a seguir calcule seu perímetro em **decímetros.**

b) Escreva o nome desse quadrilátero?

____

c) Justifique a resposta do item b.

____

Assunto 4: trabalhando com o metro

Tomada de posição 4 – Os alunos receberão uma fita métrica e a partir daí devem realizar a atividade 04.

Atividade 4 – Vocês receberão uma fita métrica. Analisem essa fita métrica e depois gostaria que vocês preenchessem cada item abaixo:

a) Quantos metros tem essa fita?______________________________

b) Quantos decímetros tem essa fita?___________________________

c) Quantos milímetros tem essa fita?___________________________

d) Quem é maior: você ou essa fita?___________________________

e) Meça sua altura com essa fita_______________________________

9 Estabelecimento do contrato didático

Houve uma mudança do calendário da escola. A proposta é que se tenha aula nessa semana na segunda (20/06), terça(21/06), quarta(22/06) e quinta(23/06) e sexta-feira(24/06) será o pós-teste. Os alunos devem receber o para casa (**Anexo E**).

Fase 3: Experimentação – Realização da Seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 03 e 04.

Tempo da fita	Comportamento e fala da professora-pesquisadora	Comportamento e fala dos alunos	Fases da Seqüência Fedathi
56min20s	Façam agora a atividade 03.		**Tomada de posição 03**
	Analiso como os alunos desenvolvem a atividade	Alunos realizam a atividade	**Maturação**
	Vamos agora, o que vocês conseguiram fazer. Qual as medidas que vocês encontram em decímetro? Como calculamos o perímetro desse polígono?	Alunos dizem que encontraram 0,59 decímetros. Aluno 06 vai ao quadro e faz assim: 0,59 dm + 0,59 dm 0,59 dm 0,59 dm 2,36 dm	**Solução**
1h04min38s	Alguém tem alguma idéia de qual é o nome desse quadrilátero? Por que?	Alunos: quadrado Alunos: porque ele tem os quatro lados iguais.	**Prova** Percebo que as palavras polígono, quadrilátero já são bem aceitas pelos alunos. A noção de perímetro também já está bem internalizada pela maioria deles.
	Muito bem. Além dos quatro lados iguais, ele também tem os quatro ângulos iguais. Será que tem outra maneira de calcular o perímetro sem utilizar a adição?	Aluno 18 vai ao quadro e faz assim: 0,59 X 4 2,36	**Prova.**
	Aluno 18 porque você teve a idéia de multiplicar por quatro? Lanço o questionamento para a	Aluno 18 responde por que tem quatro vezes o mesmo resultado.	

	turma e o aluno 09 se pronuncia.	Aluno 09: porque tem os quatro lados iguais.	
	Mostro uma fita métrica para os alunos e os alunos dizem que já conhecem esse instrumento de medição.		
1h0910s	Analisem a fita métrica e procurem realizar a atividade 04		**Tomada de posição 04**
	Procuro manter a calma diante da expectativa dos alunos, pois eles se levantam, se medem, falam entre si, fazem comparações com seus colegas. O barulho fica intenso. Dialogo com vários alunos, individualmente, ou em grupos.	Alunos ficam inquietos com o instrumento de medição. Demonstram ansiedade em descobrir quantos metros, decímetros, centímetros e milímetros a fita métrica possui.	**Maturação** Acho coerente a inquietação dos alunos, afinal há mais um desafio que precisa ser vencido.
1h19min45s	Quantos metros têm essa fita? A fita tem um metro completo.	Aluno 18: 1metro e 49 Aluno 18: errei.	**Solução**
	A fita tem quantos decímetros? Todo mundo acha isso?	Alunos: 150 Alunos refletem um pouco e refazem a resposta. Alunos: A fita tem 15 decímetros.	**Solução**
	Muito bem. A fita tem 15 decímetros. Quantos milímetros têm essa fita? E quantos centímetros têm? Trabalho com a fita métrica mostrando aos alunos a presença de todas essas unidades presentes nela	Aluno 12: 1500 Aluno 32: 150	**Prova**
1h23min	Convido os alunos para responderem a ficha de atividade		

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 13

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 1- Dado o polígono abaixo, faça o que pede cada item:

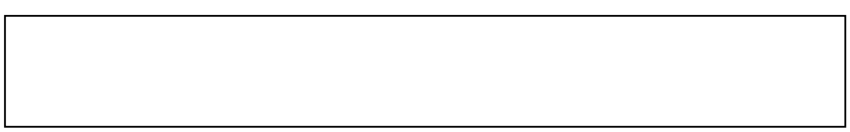


Figura 49 – Identificação do tipo de quadrilátero da atividade 1

a) Meça os lados desse quadrilátero, a seguir calcule seu perímetro, **em decímetro**.

b) Sabendo que todos os ângulos desse quadrilátero são de 90° (retos) qual o nome desse quadrilátero?____

Atividade 2 - Dado o polígono abaixo, faça o que pede cada item:

Figura 50 – Identificação do tipo de quadrilátero da atividade 2

a) Meça os lados desse quadrilátero, a seguir calcule seu perímetro, **em decímetro**.

b) Sabendo que todos os ângulos desse quadrilátero são de 90° (retos) qual o nome desse quadrilátero?____

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

As fichas de atividades dos alunos foram recolhidas no sentido de avaliar se houve entendimento dos conceitos abordados nesta sessão didática.

1 Da coleta de dados

TABELA 15

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DO QUADRILÁTERO E DO PERÍMETRO.			
SITUAÇÃO ANALISADA	Desempenho dos alunos		
	Respostas corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar respostas
Cálculo do perímetro dos quadriláteros em decímetro	23	08	----
Identificação dos quadriláteros – retângulo e quadrado.	24	02	05

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 13.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 31 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ Algumas conversas paralelas, por parte dos alunos.

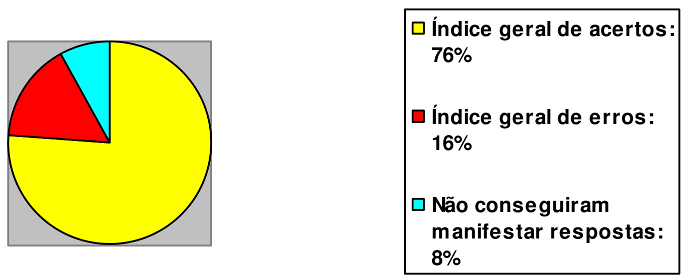
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ A participação e motivação dos alunos;
- ✓ A coerência entre as atividades propostas e o tempo previsto a cada uma delas.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Pela análise das fichas de atividades dos alunos valida-se a hipótese de que medir os lados dos quadriláteros propostos facilitou que os alunos os classificassem adequadamente de retângulo e de quadrado.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ Com relação a situação a-didática, para saber o que 0,34dm; 3,4cm e 34mm representam, verifiquei que muitos alunos disseram que representavam o submúltiplo do metro até que um aluno disse que representavam medidas. Os alunos afirmaram que eram medidas de comprimento. Com relação a qual delas era a maior, apesar de muitos responderem que era 0,34dm, por conta da unidade de medida, uma aluna demonstrou autonomia de conhecimento quando afirmou que as três eram do mesmo tamanho.
- ✓ Outro aspecto da situação a-didática para saber qual a medida era a medida maior se 1,2 dm ou 2,1 cm os alunos identificaram, com facilidade, que 1,2 dm é maior que 2,1 cm, por causa do número associado a unidade de medida.
- ✓ Analisando a fita referente a essa sessão didática, percebi que muitos alunos, quando da realização da tomada de posição 1, ainda não tinham internalizado, a

idéia de polígono, pois afirmaram que uma figura que possuía partes arredondadas era polígono. Foi necessário, da minha parte, relembrar as idéias necessárias à definição de polígono;

- ✓ Os alunos identificaram com segurança o tipo de quadrilátero com o qual estavam trabalhando a medida dos lados;
- ✓ Analisando as fichas de atividade percebi que a maioria mediu os lados dos quadriláteros em milímetro, promovendo a transformação somente na soma, ou seja, no perímetro;
- ✓ Constatei também que somente um aluno utilizou o Quadro Valor Lugar da medida de comprimento para calcular o perímetro dos quadriláteros. Chegando à resposta certa ou errada, todos os outros já estão trabalhando o algoritmo de maneira formal aritmética;
- ✓ As metas estabelecidas nesta sessão didática foram parcialmente atingidas, pois os alunos ainda encontram dificuldades nas transformações de unidades.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 14 do Projeto de Mestrado

Assunto: Medição dos lados da sala de aula. Utilização da fita métrica. O metro e seus submúltiplos.

Data: 21/06/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

Nesta sessão didática trabalharei com os alunos a medida dos lados da sala de aula. Para realizar esta atividade os alunos utilizarão a fita métrica. A partir do uso desse novo instrumento de medição os alunos podem vivenciar o comprimento do metro.

2 Conteúdo

- ✓ O metro e seus submúltiplos.

3 Objetivos

- **Geral –** estudar, de maneira formal aritmética, conceitos já aprendidos, como quadrilátero, perímetro e medidas.
- **Específicos**
  - ✓ Identificar que o formato da sala de aula é o mesmo de um quadrilátero;
  - ✓ Converter o formato da sala de aula para o papel, em forma de polígono;
  - ✓ Identificar qual tipo de quadrilátero à sala de aula está classificado a partir das medidas dos seus lados;
  - ✓ Realizar medidas utilizando o metro como unidade de medida.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

O levantamento histórico do Sistema Padrão de medidas foi realizado no capítulo 2 desta pesquisa.

5 Experiência prévia do grupo

Na sessão didática 05 foi abordada a história do Sistema Métrico Decimal, na forma de um texto que foi lido e interpretado, onde apresentava os pontos principais do desenvolvimento do sistema de medidas no mundo. Na sessão didática 13 os alunos reforçaram os estudos sobre o retângulo e ampliaram seus conhecimentos ao estudarem as características do quadrado.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – os alunos podem sentir dificuldades em perceber que para saber quantos metros uma pessoa pode dar ao redor de uma praça é necessário calcular seu perímetro e multiplicar pelo total de voltas que ela deu.

- ✓ **Numérico** – os alunos podem sentir dificuldade no trato do algoritmo que servirá para o cálculo do total de metros percorridos pela pessoa ao redor da praça que pode ser o da adição ou de multiplicação.
- ✓ **Das grandezas** – é possível que os alunos não percebam que o total de metros equivale ao comprimento relativo ao perímetro da praça multiplicado pelo total de voltas dados pela pessoa.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais – hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos tiverem conhecimento dos submúltiplos do metro é possível que tenham facilidade em trabalhar com a fita métrica.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: medição dos lados da sala de aula com a fita métrica

Tomada de posição 1 – Os alunos deverão ser distribuídos em grupos de três. Cada grupo receberá uma fita métrica, e uma folha contendo duas atividades. Inicialmente os alunos realizarão a atividade 1. A atividade 02 ficará para ser resolvida em casa.

Atividade 1 – Utilize a fita métrica e meça os lados da sala de aula. Com as medidas que vocês conseguirem devem fazer o que é pedido em cada item abaixo:

Faça o desenho da sala de aula e preencha a tabela com as medidas encontradas:

LADOS		m	dm	cm	mm
PERÍMETRO					

Agora responda cada item abaixo:

a) Qual o perímetro da sala em milímetro?_________________________________
b) Qual o perímetro da sala em centímetro?_________________________________
c) Qual o perímetro da sala em decímetro?__________________________________
d) Qual o perímetro da sala em metro?_____________________________________
e) Qual o nome desse quadrilátero?____

Atividade 2 – Dado o polígono abaixo, meça, com sua régua, os lados desse polígono e preencha a tabela:

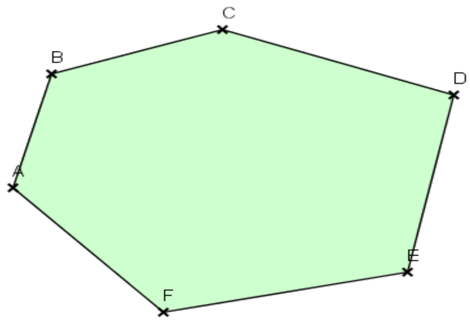


Figura 51 – Identificação do hexágono

Responda cada item abaixo:

a) Quantos lados tem esse polígono?______________________________

b) Quais são os lados desse polígono?_____________________________

c) Quais são os vértices desse polígono?___________________________

Lados	m	dm	cm	mm
Perímetro				

d) Qual o nome desse polígono?_________________________________

e) Qual o perímetro desse polígono em milímetros?__________________

f) Qual o perímetro desse polígono em centímetros?_________________

g) Qual o perímetro desse polígono em metros?_____________________

9 Estabelecimento do contrato didático

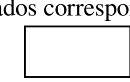
Explicar, novamente, a mudança do calendário escolar, e o processo de avaliação, através da tarefa que deve ser realizada em casa. Os alunos receberão o para casa **(Anexo F)**.

Fase 3: Experimentação – Realização da seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 01

Tempo da fita	**Comportamento e fala da professora-pesquisadora**	**Comportamento e fala dos alunos**	**Fases da Seqüência Fedathi**
29min12s	Na atividade de agora vocês serão distribuídos em grupos de três pessoas. Cada grupo vai receber uma fita métrica e uma folha com atividades. Vocês medirão, inicialmente, os lados da sala de aula.	Alunos se dividem em grupos.	**Tomada de posição 01**

<table>
<tr><td></td><td>Procuro organizar o trabalho dos alunos.</td><td>Alunos começam a medição solicitada e respondem, em seguida o que é proposto na atividade 1.</td><td>Maturação</td></tr>
<tr><td></td><td>Chamo a equipe da aluna 12 para mostrar as medidas do menor lado da sala.</td><td>A aluna 12 faz assim:
1,50
1,50
1,50
<u>1,31</u>
5,81metro</td><td>Solução</td></tr>
<tr><td></td><td>Chamo a equipe do aluno 23 para mostrar as medidas do maior lado da sala.</td><td>O aluno 05 faz assim:
1,50
1,50
1,50
1,50
1,50
<u>0,77</u>
8,27 metro</td><td>Solução

Essa passagem merece destaque: o aluno 05 estava colocando as medidas 1,50 no quadro, de acordo com o que era medido pelos alunos 12 e 23. A última medida realizada foi de 77cm. O aluno 12 disse para o aluno 05. “Ei coloca aí mais 77.” O aluno 05, então escreveu 0,77 convertendo automaticamente, para metro, que era a unidade de medida que o aluno 05 estava utilizando. Isso demonstra autonomia tanto na transformação de unidades, como no domínio da operação de adição de decimais.</td></tr>
<tr><td>47min22s</td><td>Vocês, agora, de posse dessas medidas tentem realizar o restante da atividade.</td><td>Os alunos fazem o que é solicitado</td><td>Solução</td></tr>
<tr><td></td><td>Solicito o auxílio de algum aluno para realizar no quadro o desenho da sala de aula.</td><td>O aluno 06 realiza o desenho da seguinte maneira e coloca as medidas 5,81m e 8,27m, nos lados correspondentes:
 5,81m

8,21m</td><td>Solução</td></tr>
<tr><td>1h02min32s</td><td>Desenho o QVLM ao lado do desenho do aluno 06 e pergunto quem pode preenchê-lo. Proponho, também que seja colocada uma letra em cada vértice do quadrilátero para facilitar o preenchimento do QVLM. Dessa forma fica assim: A,B,C e D.</td><td>A aluna 20 preenche o QVLM:
<table><tr><td>Lados</td><td></td><td>m</td><td>dm</td><td>cm</td><td>mm</td><td></td></tr><tr><td>AB</td><td></td><td>5,</td><td>8</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>BC</td><td></td><td>8,</td><td>2</td><td>7</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>CD</td><td></td><td>5,</td><td>8</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>DA</td><td></td><td>8,</td><td>2</td><td>7</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>Perímetro</td><td>2</td><td>8,</td><td>1</td><td>6</td><td>0</td><td></td></tr></table></td><td>Solução</td></tr>
<tr><td>1h05min20s</td><td>Pergunto quem sabe dizer qual é a unidade de medida que está faltando ser completada no</td><td>A aluna 20 diz que é o decâmetro.</td><td>Solução e prova, pois confirmo a resposta da aluna.</td></tr>
</table>

	QVLM. Quem pode responder a letra a? E a letra b? E a letra c? E a letra d?	O aluno 21 vai ao quadro e escreve: 28160mm. A aluna 09 escreve: 28,160cm. A aluna 20 corrige dizendo que o certo é 2816,0cm. O aluno 18 vai ao quadro e escreve: 281,60dm O aluno 12 vai ao quadro e escreve: 28,160m	**Solução e prova,** pois confirmo a resposta da aluna.
1h09min35s	E qual o nome desse quadrilátero?	Alunos: Retângulo.	**Prova** Justifico a presença dos quatro ângulos retos e dos lados opostos de mesma medida.

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 14

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 1 - O desenho abaixo representa uma praça retangular. As medidas dessa praça estão em cada um dos lados Analise o desenho e faça o que pede cada item:

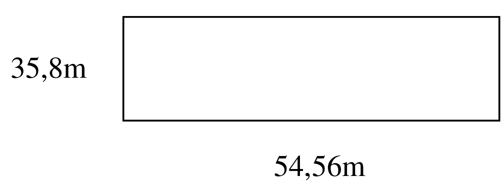


Figura 52 –Analise da figura representativa da praça retangular

a) Qual a forma dessa praça?____________________________________
b) Qual a unidade de medida em que está representado cada lado dessa praça?____________________________________
c) Calcule, abaixo, o perímetro dessa praça **em metros.**
d) Calcule, abaixo, o perímetro dessa praça **em centímetros.**

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

As fichas de atividades dos alunos foram analisadas e tabuladas (vede tabela 16) para realizar a validação entre as hipóteses levantadas (ideal) e aquilo que os alunos aprenderam de fato (real).

1 Da coleta de dados

TABELA 16

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DAS MEDIDAS A PARTIR DA INDICAÇÃO EM TERMOS DO ARITMÉTICO FORMAL			
SITUAÇÃO ANALISADA	Desempenho dos alunos		
	Respostas corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar respostas
Identificação do formato da praça	23	07	01
Identificação da unidade de medida representada no desenho	20	09	02
Cálculo do perímetro	21	10	---
Cálculo do comprimento total, em metros, que a pessoa andou	12	16	03
Transformação de unidades de metros para centímetros	03	23	05

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 14.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 31 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ A aula começou com um atraso de 25 min por conta de barulhos externos vindos do pátio da escola;
- ✓ Alguns alunos esqueceram o caderno de Geometria;
- ✓ Algumas conversas paralelas, por parte dos alunos.

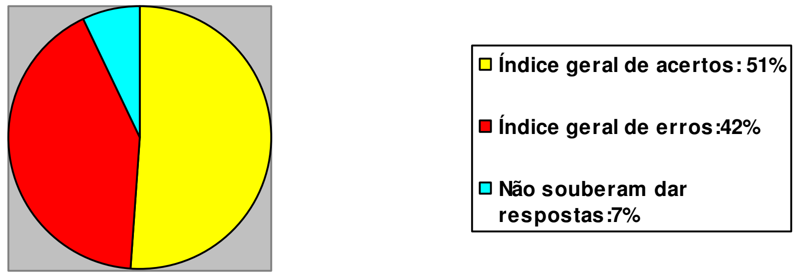
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ A participação dos alunos.
- ✓ A organização dos alunos na hora de realizar as medidas dos lados da sala de aula com a fita métrica.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Os alunos trabalharam sem maiores dificuldades com a fita métrica. Valida-se, desta forma, a hipótese de que seus conhecimentos sobre os submúltiplos do metro, até agora trabalhados em sala através da régua graduada, tenha contribuído para esta autonomia da maior parte dos alunos.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ Na análise da fita dessa sessão didática, quando da correção da atividade 1, do para casa da sessão didática 13, observei que a maior parte dos alunos já dominava o quadro do sistema métrico decimal identificando, com segurança, os múltiplos e submúltiplos do metro;
- ✓ A maior parte dos alunos identificou, com segurança, nas atividades, a unidade de medida, referente a cada medição realizada, contudo, há muita dificuldade na transformação de medidas. Os alunos demonstram, pela análise das fichas de atividades, que ainda não aprenderam o raciocínio da transformação de unidades;
- ✓ A maior parte dos alunos tem noção de perímetro, observei, contudo, que no item c da ficha de atividade muitos trabalham apenas com o semi-perímetro do retângulo;
- ✓ Os alunos trabalharam com a fita métrica ao medirem a sala de aula. Logo após identificar que a sala de aula se assemelha a um retângulo, os alunos foram solicitados a medir apenas os dois lados não paralelos. Após algumas indagações feitas por mim, os alunos chegaram a conclusão de que não era necessário medir os outros dois lados, por terem, suas medidas "iguais";

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 15 do Projeto de Mestrado

Assunto: Cálculo do perímetro de um polígono no operatório formal. Medidas do próprio corpo com a utilização da fita métrica.
Data: 22/06/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

No pré-teste constatei que a maioria dos alunos não sabia sua própria altura. Um dos alunos chegou a escrever que media 5 metros de altura. Entendo, portanto, que esse é um oportuno momento dos alunos perceberem a grandeza comprimento presente no próprio corpo ao realizarem medidas com um instrumento de medida socialmente estabelecido: a fita métrica.

2 Conteúdo

- ✓ Trabalho com o metro e seus submúltiplos.

3 Objetivos

- **Geral –** conhecer as medidas do próprio corpo.
- **Específicos**
  - ✓ Adquirir noção das medidas do próprio corpo;
  - ✓ Fazer transformações de unidades sem o apoio do QVLM;
  - ✓ Aprender a utilizar a trena.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

Os conteúdos abordados nesta sessão didática já tiveram seu saber científico esclarecido, em vários momentos da Engenharia Didática realizada nesta pesquisa. Fica necessário, entretanto, justificar alguns termos como panturrilha e bíceps que foram utilizados na tomada de posição 01. De acordo com o Aurélio (2000, p.1027) "panturrilha significa barriga da perna", enquanto o bíceps (AURÉLIO, 2000, p.203) é a "designação comum a alguns músculos que têm dois ligamentos ou cabeças na parte superior".

5 Experiência prévia do grupo

Na sessão didática 14 os alunos mediram a sala de aula utilizando a fita métrica como instrumento de medida. Tiveram relativa facilidade na realização desta atividade.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – dificuldade em relacionar o formato da figura com seu nome.
- ✓ **Numérico** – os alunos podem sentir ainda muitas dificuldades em realizar transformações de unidades.
- ✓ **Das grandezas** – os alunos podem ainda sentir dificuldades na realização das transformações de unidades.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais - hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos realizarem várias transformações de unidade é possível que evoluam seu desempenho nesta parte do conteúdo.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: Cálculo do perímetro no plano formal aritmético

Tomada de posição 1 – Os alunos devem calcular o perímetro do polígono abaixo.

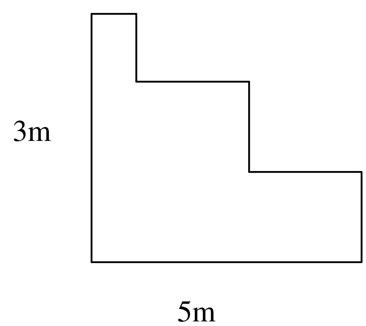


Figura 53 – Análise do polígono no contexto *a priori*

Assunto 2: Medindo o próprio corpo com a fita métrica

Tomada de posição 2 – Cada aluno receberá uma folha contendo a atividade 01 e 02. Os alunos, em duplas, devem realizar a atividade 01.

Atividade 1 – Utilize a fita métrica e encontre o que é pedido em cada item. Em seguida transforme cada medida para metro:

a) A medida da sua panturrilha____

b) A medida do seu bíceps____

c) A medida da sua cintura____

d) A medida da sua coxa____

e) O diâmetro da sua cabeça____

f) A medida do seu quadril____

g) A medida do seu busto____

h) A sua altura____

i) O tamanho do seu pé____

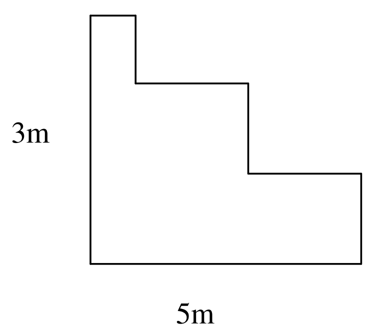
j) O tamanho da sua mão____

9 Estabelecimento do contrato didático

Lembrar aos alunos de que dia 23/06/2005 será a última sessão didática. Os alunos receberão o para casa **(Anexo G)**.

Fase 3: Experimentação – Realização da seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 01

Tempo da fita	**Comportamento e fala da professora-pesquisadora**	**Comportamento e fala dos alunos**	**Fases da Seqüência Fedathi**
05min12s	Peço para que os alunos calculem o perímetro desse polígono. 		**Tomada de posição 1**
	Incentivo os alunos a refletirem sobre o que está sendo proposto.	Alunos procuram calcular o perímetro da figura.	**Maturação**
	Insisto na presença de algum aluno para calcular o perímetro da figura e a aluna 20 se apresenta.	Aluna 20 vai ao quadro e escreve assim: 5m + 3m 8m	**Solução**
	Pergunto se todos concordam com a resposta da aluna 20.	Alguns alunos dizem que sim. Outros ficam calados	**Solução**
	Pergunto a aluna 20 porque ela somou 5m mais 3m. Insisto na idéia de perímetro, no que os alunos respondem que é a soma de todos os lados. Insisto que a aluna só utilizou dois lados, por quê?	Aluna 20 não se esclarece direito. A aluna 20 justifica que não tem número nos outros lados.	
14min22s	Ah! Não tem número nos outros. E agora?	A aluna 09 diz o seguinte: Os outros lados, também.,verticais têm 3metros, também.	**Solução** Reforço o que a aluna 09 explica.
	E o que mais?	A aluna 09 continua dizendo a	

<table>
<tr><td></td><td></td><td>mesma coisa acontece com os lados horizontais.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Digo que isso só é possível porque essa figura tem os lados opostos paralelos. E aí o que a aluna 20 fez está correto?</td><td>Alunos:
Não</td><td>Prova</td></tr>
<tr><td></td><td>Peço para a aluna 09 fazer a correção do perímetro.</td><td>Aluna vai 09 faz assim:
5m
3m
+ 5m
3m
16m</td><td>Prova</td></tr>
<tr><td>16min25s</td><td>Pergunto em seguida se algum aluno poderia calcular esse perímetro em decímetro.

Peço para que reflitam sobre a idéia de que a vírgula está onde está a unidade de medida. Utilizo o QVLM<table><tr><td>Dam</td><td>M</td><td>Dm</td><td>cm</td><td>mm</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td>0</td><td></td><td></td></tr></table>A partir daí os alunos percebem melhor. Afirmo que é o mesmo que multiplicar por 10. Se quisesse em dam, bastaria dividir por 10.</td><td>Alunos dizem diversas respostas erradas.

Alunos percebem isso e</td><td>Alunos indicam a dificuldade de perceber que a vírgula no 16m está à direita do 6 e isso dificulta a transformação de unidades.
A dificuldade dos alunos no trato dos decimais ainda é bastante acentuada.</td></tr>
<tr><td>16min40s em diante</td><td>Alunos realizam a tomada de posição 02 e em seguida realizam a ficha de atividade</td><td></td><td></td></tr>
</table>

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 15

<table>
<tr><td colspan="2">Nome do(a) aluno(a):</td><td>Idade:</td></tr>
<tr><td>Escola:</td><td>Série:</td><td>Data:</td></tr>
</table>

Atividade 01 – Tiago mede 1540mm, Pedro mede 154,4cm, André mede 15,44dm e Bruno mede 1,540m. Qual dos garotos é mais alto?____________________________

Justifique sua resposta:

____

____

____

Atividade 02 – Carmem gosta de fazer caminhada. Em frente à sua casa tem uma praça retangular que mede 87,5m de comprimento e 56,9m de largura. Faça o que pede cada item abaixo:

a) Desenhe essa praça colocando as medidas indicadas em cada lado.

b) Calcule o perímetro dessa praça em metros.

c) Quantos metros ela caminhou se deu 5 voltas ao redor dessa praça?

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

Recolhi as fichas de atividades dos alunos no sentido de avaliar se houve entendimento dos conceitos abordados nesta sessão didática.

1 Da coleta de dados

TABELA 17

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DAS MEDIDAS NO PLANO FORMAL ARITMÉTICO			
SITUAÇÃO ANALISADA	Desempenho dos alunos		
	Respostas corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar respostas
Percepção de que não há a pessoa mais alta, pois duas pessoas mais altas têm a mesma altura	04	27	----
Realização do desenho da praça retangular com indicação das medidas	28	03	----
Cálculo do perímetro em metros	20	11	----
Indicação da multiplicação do perímetro por 5 voltas	21	08	02

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 15.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 31 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ Uma solenidade ocorrida no pátio da escola nos primeiros 10 minutos desta sessão didática;
- ✓ Os alunos são muito ansiosos em responder e por vezes respondem a primeira coisa que lhes vem à mente.Isso gera muitas respostas erradas;
- ✓ Alguns alunos esqueceram o material didático.

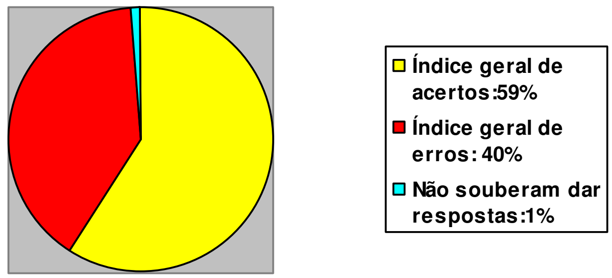
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ A participação motivada dos alunos.

4 Da validação ou refutação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Os alunos já entendem melhor a transformação de unidades, mas ainda precisam vivenciar mais esse conteúdo para que adquiram mais autoconfiança.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ Na análise da fita dessa sessão didática percebo que muitos alunos ainda não tem segurança quanto à idéia de perímetro. Cheguei a essa conclusão após pedir que os alunos calculassem o perímetro do octógono, considerando todos os seus ângulos retos e os lados opostos paralelos, abaixo e que a resposta dada, por uma aluna foi a soma de 3m + 5m, que é o semi-perímetro.

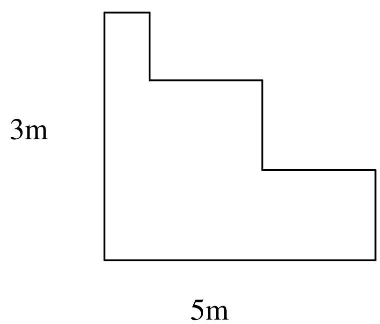


Figura 54 – Análise do perímetro do polígono no contexto *a posteriori*

- ✓ Após relembrar o que é o perímetro, onde os próprios alunos chegaram à conclusão de que é a soma de todos os lados, uma aluna disse que a resposta dada pela colega 3m + 5m estava errada e propôs a resposta correta, que consistia em prolongar, com tracejado os lados escalonados, para chegar à idéia de retângulo e fazer o cálculo do perímetro assim: 3m + 5m + 3m + 5m, resultando um total de 16m;
- ✓ Os alunos conseguem responder o nome do polígono adequadamente: octógono.
- ✓ Na análise das fichas de atividades percebi que os alunos ainda têm muitas dificuldades em fazer a comparação entre medidas por não levarem em

consideração o número e a unidade de medida. A maioria ainda se prende ao número;

- ✓ A idéia geral de perímetro foi assimilada pela maioria;
- ✓ A maioria percebeu que para saber o total de metros dados, por uma pessoa, em volta da praça, é necessário multiplicar o perímetro pelo número total de voltas;
- ✓ As metas foram parcialmente conseguidas pois os alunos sentem muitas dificuldades em realizar transformações de unidades.

Universidade Federal do Ceará

Laboratório de Pesquisa Multimeios

Engenharia Didática da Sessão Didática 16 do Projeto de Mestrado

Assunto: Resolução de problemas envolvendo perímetro.

Data: 23/06/2005

Fase 1: Análise preliminar

1 Justificativa

Esta sessão didática utiliza mais uma vez instrumentos de medição, no caso a trena. A idéia é a de mostrar que cada instrumento de medição tem uma função definida e coerente para ser usado de acordo com a necessidade.

2 Conteúdo

- ✓ Resolução de problemas decorrentes do perímetro.

3 Objetivos

- **Geral –** raciocinar, no plano formal aritmético, problemas decorrentes do perímetro.
- **Específicos**
  - ✓ Registrar medidas de comprimento usando unidades de medidas padronizadas ou não;
  - ✓ Registrar medidas de comprimento no sistema métrico decimal;
  - ✓ Fazer conversões entre as principais unidades de medida de comprimento do sistema métrico decimal.

4 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

Os conteúdos abordados nesta sessão didática já tiveram seus saberes científicos esclarecidos em sessões didáticas anteriores.

5 Experiência prévia do grupo

De uma forma ou de outra,todas as sessões didáticas estudadas até aqui, servem como experiência prévia para os alunos.

6 Análise dos principais entraves nos quadros

- ✓ **Geométrico** – dificuldade em perceber a diferença de resolução de problemas que envolvem retângulo e quadrado.
- ✓ **Numérico –** muitos alunos podem, ainda, demonstrar insegurança nas operações envolvendo os decimais.

- ✓ **Das grandezas –** alguns alunos ainda podem demonstrar dificuldade em perceber que para o cálculo do perímetro é necessário utilizar todos os lados do polígono trabalhado.

Fase 2: Análise *a priori*

7 Variáveis locais - hipóteses levantadas

- ✓ Se os alunos conseguirem interpretar os problemas propostos, então é possível que saibam utilizar o raciocínio matemático coerente com cada solução proposta.

8 Elaboração da Seqüência Fedathi

Assunto 1: utilização da trena.

Tomada de posição 1 – Dois alunos, voluntários, devem medir os lados da sala de aula com a trena. A partir desses dados os alunos devem calcular seu perímetro em metro.

Assunto 2 – Relação entre a unidade de medida e o instrumento de medição

Tomada de posição 2 – Proponho a seguinte situação: Supondo que o palmo do aluno 13 meça 18cm, como faço para saber como calcular o perímetro da sala.

Assunto 3: problemas com medidas previamente estabelecidas

Tomada de posição 3 – Cada aluno receberá uma folha contendo duas atividades. Propor aos alunos que tentem resolver o problema da atividade 1.

Atividade 1 - Uma praça tem a forma do polígono abaixo. Em cada lado há a medida correspondente, em metros. Analise o desenho e calcule seu perímetro, em metros.

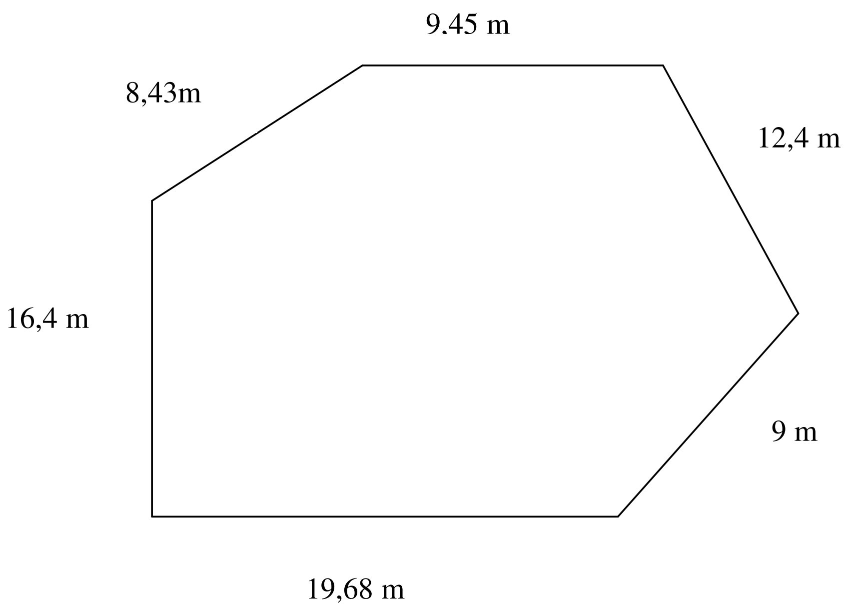


Figura 55 – Polígono necessário à realização da atividade proposta

Tomada de posição 04 – Os alunos devem resolver a atividade 02

Atividade 2 - Bia tem 1,57metro de altura. Lia é mais alta 8 centímetros que Bia. Carla é mais baixa 5 centímetros que Bia. Faça o que pede cada item abaixo:

a)Faça um desenho representando Bia, Lia e Carla.

b) Escreva, em centímetros, a medida da altura de Bia.

____

c) Escreva o nome das meninas, da mais baixa para a mais alta.

____

d) Qual é a altura de Lia, em metro?

____

e) Qual é a altura de Carla, em metro?

____

9 Estabelecimento do contrato didático

Lembrar aos alunos que, no dia seguinte, será realizado o pós-teste e que devem manter a tranqüilidade.

Fase 3: Experimentação – Aplicação da seqüência Fedathi

10 Transcrição da tomada de posição 02, atividade 02.

Tempo da fita	Comportamento e fala da professora-pesquisadora	Comportamento e fala dos alunos	Fases da Seqüência Fedathi
1h04min25s	Procurem resolver a atividade 02		**Tomada de posição 04**

	Incentivo o raciocínio dos alunos.	Alunos realizam o que está sendo solicitado	**Maturação**
	Peço que algum aluno venha resolver o item a.	Aluno 06 vem e desenha corretamente, respeitando diferenças de alturas fornecidas.	**Solução**
	O desenho do aluno 06 está ótimo. Completamente correto, de acordo com o que foi pedido na questão.		**Prova do item a.**
	O item b está pedindo para escrever em centímetros a idade da Bia. Quem poderia vir fazer? A letra c, vamos falar todos juntos, certo?	O aluno 13 vai ao quadro e propõe a seguinte solução: 157cm Alunos: Carla, Bia e Lia	**Solução** **Solução e prova**
1h14min04s	A letra d está dizendo assim: qual é a altura da Lia, em metros? Digo que a resposta da aluna 09 ainda não está boa e proponho uma reflexão, sobre a necessidade da transformação de unidades, pois 1,57 está em metro e 8 está em centímetro.	Aluna 09 vai ao quadro e escreve: 1,57m + 8 1,65	**Solução**
	Como ficam 8 centímetros transformados em metros? A partir da respostas dos alunos escrevo: 1,57m + 0,08m 1,65m	Alunos: Zero vírgula zero oito	**Prova**
1h16min02s	Qual é a altura da Carla em metro?	A aluna 22 responde, no quadro, assim: 1,57m - 0,05m 1,52m	**Solução e prova** Os alunos estão mais conscientes do que lhes é proposto. Demonstram mais auto-confiança, porque entendem a situação-problema. Penso que se houvesse uma continuidade desse ritmo de trabalho, em mais cinco sessões didáticas os alunos estariam aptos a trabalharem questões com raciocínio algébrico, do tipo proposto no capítulo 3 deste trabalho.

FICHA DE ATIVIDADE – SESSÃO DIDÁTICA 16

Nome do(a) aluno(a):		Idade:
Escola:	Série:	Data:

Atividade 1 – Sabendo que 1 quilômetro tem 1000 metros, resolva o problema:
Se Gustavo caminhou 4 quilômetros e 600 metros, quantos metros ele caminhou?

Atividade 2 – Pretendo cercar, com tela de arame, um canteiro que é quadrado e possui 4,40m de lado. Quantos metros de tela preciso comprar?

Atividade 3 – Carolina deu 5 voltas em torno de uma praça retangular que possui 18,85m de comprimento por 12,32 m de largura. Quantos metros, ao todo Carolina andou.?

Fase 4: Análise *a posteriori* local – Avaliação da sessão didática

Recolhi as fichas de atividades dos alunos no sentido de avaliar se houve entendimento dos conceitos abordados nesta sessão didática. Essas fichas foram analisadas e tabuladas (vede tabela 18) para realizar a validação entre as metas estabelecidas (ideal) e aquilo que os alunos aprenderam de fato (real).

1 Da coleta de dados

TABELA 18

ÍNDICE DE PERCEPÇÃO DAS MEDIDAS NO PLANO FORMAL ARITMÉTICO

SITUAÇÃO ANALISADA	Desempenho dos alunos		
	Respostas corretas	Respostas erradas	Não conseguiram manifestar respostas
Transformação de unidades de km para m	13	17	----
Noção de que a medida dada precisa ser multiplicada por 4 porque a figura e um quadrado	24	06	----
Noção de encontrar o perímetro e posteriormente multiplica-lo pelo número total de voltas	07	23	----

FONTE: Ficha de atividade – Sessão didática 16.
NOTA: Participaram dessa sessão didática 31 alunos.

2 Dos fatores que atrapalharam o bom andamento da sessão didática

- ✓ Alguns alunos esqueceram o material didático;

- ✓ Ansiedade de alguns alunos para resolver os problemas propostos sem maiores reflexões.

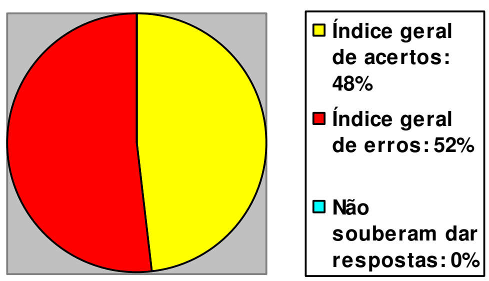
3 Dos fatores que contribuíram para o bom andamento da sessão didática

- ✓ Participação e boa vontade dos alunos;
- ✓ Cumprimento do tempo didático pré-estabelecido.

4 Da validação ou refutação das hipóteses levantadas

- ✓ Verifiquei a dificuldade de alguns alunos para interpretar o problema proposto. Dessa forma validade a hipótese de que se não houve a resposta mais adequada, por parte de alguns alunos, muito se deve à dificuldade de interpretação que alguns ainda têm que superar.

5 Do resultado gráfico do índice de percepção dos alunos, através da ficha de atividades



6 Das conclusões locais

- ✓ Observei que muitos alunos confundiram, na tarefa do para casa item 3 as unidades de medidas com instrumentos de medição. Achei importante levantar esse questionamento em sala;
- ✓ Ao realizarem o perímetro (8,40m + 8,40m + 5,90m + 5,90m) da sala solicitado na situação a-didática verifiquei que muitos alunos calcularam o semi-perímetro, ou seja, utilizaram apenas a soma do comprimento (8,40m) com a largura (5,90m) da sala. Outros alunos, contudo, resolveram, com facilidade, essa questão.
- ✓ Com relação à segunda situação a-didática foi escolhido um aluno cujo palmo media 18cm. Observei pelas respostas dos alunos que eles ficaram influenciados pela resposta encontrada na resolução da situação a-didática anterior. Certamente essa situação a-didática deveria ter sido resolvida primeiro. Os alunos conseguiram resolver parcialmente. Após muitas reflexões um aluno disse que pegaria o palmo

do aluno e mediria um palmo após o outro. Pegava o total de palmos e multiplicaria pelo tamanho do palmo encontrado.

- ✓ Os problemas apresentados nessa sessão didática encontram-se no formato dos livros didáticos e, portanto no formal aritmético, fase em que os alunos estão começando a alcançar. Observei que serão necessárias mais intervenções para que dominem com segurança o plano formal aritmético das medidas de comprimento;
- ✓ As transformações de unidades, apesar dos alunos estarem avançando no seu entendimento é perceptível que muitos ainda não sentem segurança neste conteúdo.
- ✓ As metas foram parcialmente atingidas, por conta da dificuldade de interpretação de alguns alunos.

ANEXOS

ANEXO A

PRÉ-TESTE

Nome do(a) aluno(a):			Idade:
Escola:	Série:	Turma:	Data:

OBS: Todos os alunos dispõem de régua de 30 cm e do livro de Matemática.

Parte I

1.A professora de André pediu que ele medisse o maior lado da sala de aula. Para realizar essa tarefa ele deveria escolher **um** dentre os quatro objetos oferecidos pela professora: **um cabo de vassoura, um lápis, uma folha de cartolina e um pedaço de fio.** Supondo que você estivesse no lugar de André, responda cada item abaixo:

a) Como você escolheria o maior lado da sala de aula?

b) Que objeto você escolheria para medir o maior lado da sala de aula?

c) Explique como você mediria o maior lado da sala com o objeto que você escolheu?

d) Que objeto você não utilizaria para realizar essa tarefa?

e) Explique por que você não utilizaria esse objeto?

2. O que você entende por comprimento?

3. Dê exemplo de algo que para você, tenha comprimento.

4. Ana desenhou **uma linha** em volta da sala de aula representada pela figura abaixo. Ela precisa dividir essa linha em partes iguais a **t**, como mostra o desenho. Tomando **t** como unidade de medida qual o comprimento total que Ana caminhou? Caso você sinta necessidade, use a régua para realizar essa tarefa.

t

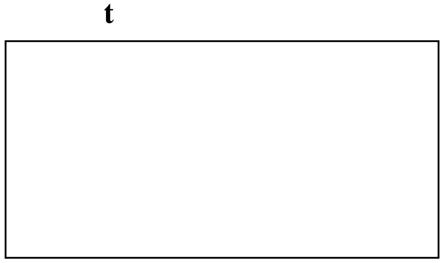


Figura 56 – Retângulo usado no pré-teste

Resposta____

Parte II

1. Escreva usando os **símbolos matemáticos** adequados a cada item:

a) cinco quilômetros ____________________ c) dez metros____________________

b) três centímetros ____________________ d) 5 milímetros____________________

2. Responda:

a) Você acha certo utilizar o quilômetro para medir sua sala de aula?

____

b) Por quê?

____

____

c) Qual a unidade de medida que você acha mais correta, então, para medir sua sala de aula?

____

d) Por quê?

____

____

3. Utilize sua régua e meça o **maior** e o **menor** lado do seu livro de matemática e coloque os valores obtidos nos espaços abaixo:

Maior lado____

Menor lado____

4. Se Gustavo caminhou 4quilômetros e 600metros, quantos metros ele caminhou?

Resposta____

5. Pedro tem um pedaço de fio de 6,5metros. João também tem um pedaço de fio, mas de 530 centímetros. De acordo com essas informações, responda a cada item abaixo:

a) Qual dos dois homens tem o pedaço maior de fio?

____

b) Quantos centímetros a mais?

Resposta____

6. José quer cercar, com tela de arame, um galinheiro retangular que tem as seguintes medidas: **Maior** lado: 5 metros. **Menor** lado: 4,40 metros. Agora faça o que pede cada item abaixo:

a) Desenhe o galinheiro.

b) Quantos metros de tela José precisa comprar para cercar o galinheiro?

7. Bia tem 1,57 metro de altura. Lia é mais alta 8 centímetros que Bia. Carla é mais baixa 5 centímetros que Bia. Faça o que pede cada item abaixo:

a) Faça um desenho representando Bia, Lia e Carla.

b) Escreva, em centímetros, a medida da altura de Bia.

c) Escreva o nome das meninas, da mais baixa para a mais alta.

d) Qual é a altura da Lia, em metro?

e) Qual é a altura da Carla, em metro?

Parte III

1. Preencha, adequadamente, o que lhe é perguntado em cada item abaixo:

a) Qual é sua altura?

b) Qual seu peso?

c) Você gasta quanto tempo para vir da sua casa até a escola?

d) Descreva o caminho da sua casa até a escola.

e) Qual seu meio de transporte até a escola?

f) Qual a data do seu nascimento?

g) Você gosta de Matemática? Por quê?

h) O que mais você gosta de estudar em Matemática? Por quê?

i) O que menos você gosta de estudar em Matemática? Por quê?

ANEXO B

PÓS-TESTE

Nome do(a) aluno(a):			Idade:
Escola:	Série:	Turma:	Data:

OBS: Todos os alunos dispõem de régua de 30 cm, lápis e borracha. Esse pós-teste está dividido em 3 partes.

Parte I

1. Ana possui um pedaço de arame, representado de acordo com o desenho 1 e Daniele tem um outro pedaço de arame, representado de acordo com o desenho 2.

Desenho 1

(arame de Ana)

Desenho 2

(arame de Daniele)

Figura 57 – Linhas utulisadas no pós-teste

Agora responda:

Qual das duas meninas tem o pedaço de arame maior?________________________________

Justifique sua resposta:

____

____

2. A mãe de Adriano pediu que ele medisse o maior lado da mesa de jantar da casa deles. Para realizar essa tarefa ele utilizou o palmo. Após realizar a medida, ele conseguiu 9 palmos. Supondo que você estivesse no lugar de André, responda cada item abaixo:

a) Como você escolheria o maior lado da mesa de jantar?

____

____

b) Explique como você mediria o maior lado dessa mesa com o seu palmo?

____

____

c) Supondo que o palmo de Adriano mede 18cm qual o comprimento da mesa?

3. Rodrigo desenhou **uma linha** em volta do pátio da escola representada pela figura abaixo. Ele precisa dividir essa linha em partes iguais a **u**, como mostra o desenho. Tomando **u** como unidade de medida qual o comprimento total que Rodrigo conseguiu? Caso você sinta necessidade, use a régua para realizar essa tarefa.

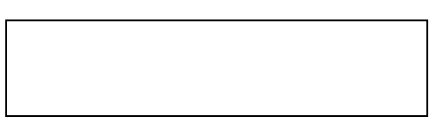


Figura 58 – Retângulo usado no pós-teste

Parte II
1. Responda o que é pedido em cada item abaixo:
a) Escreva o nome dos múltiplos do metro.
____
b) Escreva o nome dos submúltiplos do metro.
____
c) Qual unidade de medida você acha mais adequada para medir a distância da sua escola até a seis bocas?
____
d) Justifique a resposta do item c.
____
____
e) Qual unidade de medida você acha mais adequada para medir o tamanho do botão de uma blusa?
____
f) Justifique a resposta do item e.
____
____

2. Utilize sua régua graduada e meça o **maior** e o **menor** lado da folha de papel, onde está escrito o seu pós-teste.
Maior lado____
Menor lado____

3. Camila ganhou um pedaço de fita de 8,5m. Raquel também ganhou um pedaço de fita, mas de 976cm. De acordo com essas informações, responda a cada item abaixo:
c) Qual das duas meninas tem o pedaço maior de fita?
____
d) Descubra quantos centímetros há a mais no pedaço de fita maior em relação ao pedaço menor?

4. Pedro quer fazer um muro em um terreno retangular que tem as seguintes medidas:
Maior lado: 15,20 metros. **Menor** lado: 10,40 metros. Agora faça o que pede cada item abaixo:
b) Desenhe o terreno.
b) Quantos metros de muro Pedro precisa construir em todo o terreno?

Resposta_________________________________

5.Calcule o perímetro do polígono abaixo **em decímetros.**

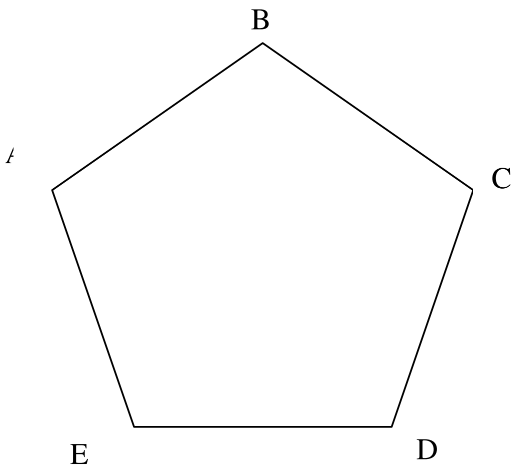


Figura 59 – Pentágono usado no pós-teste

6. Marcos resolveu fazer uma caminhada em torno de uma praça retangular que possui 196,78m de comprimento por 149,52m de largura. Ele deu 9 voltas em torno da praça. Quantos metros ele percorreu? Faça o desenho dessa praça.

7. Qual é sua altura?

____

Parte III

1. Classifique cada figura como plana ou não-plana. Escreva sua resposta na linha. embaixo de cada figura.

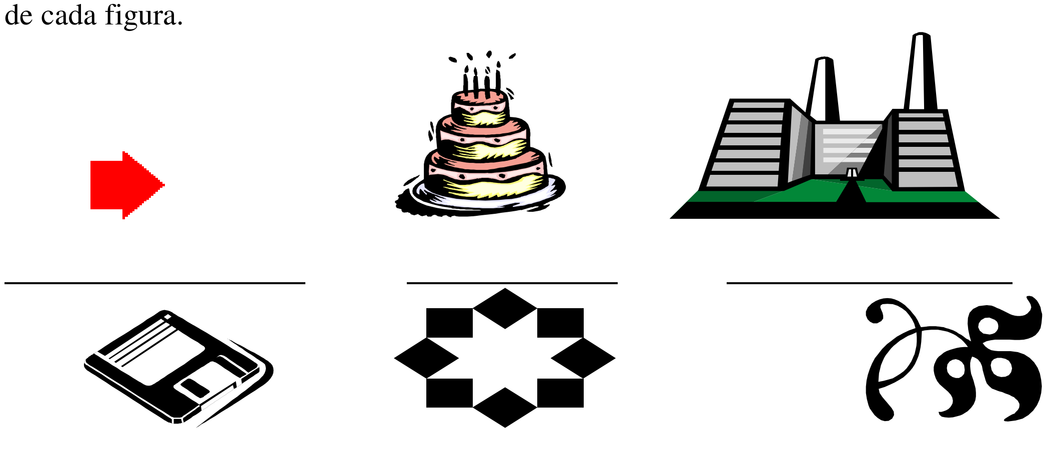


Figura 60 – Figuras planas e não-planas

2. Circule, dentre as figuras planas abaixo, somente aquelas que são polígonos.

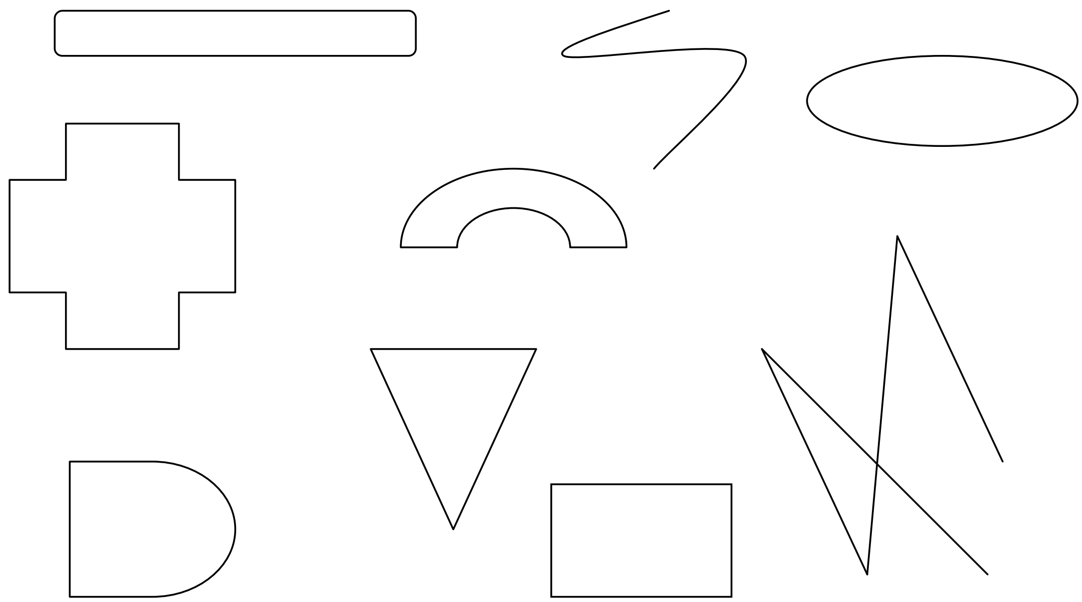


Figura 61 – Figuras planas poligonais e não poligonais

3. Analise o polígono, a seguir preencha todos os itens abaixo, de acordo com o que se pede:

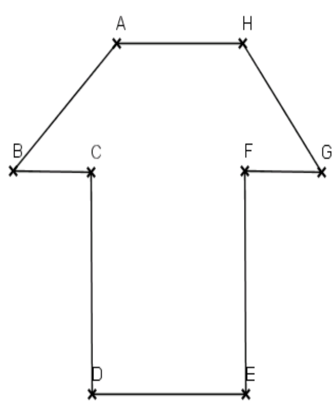


Figura 62 – Polígono para ter seus elementos identificados

a) Quantos lados esse polígono tem?________________________________
b) Quais são esses lados?____
c) Quantos vértices esses polígonos tem?___________________________
d) Quais são esses vértices?_______________________________________
e) Qual o nome desse polígono?____________________________________

ANEXO C

PARA CASA – SESSÃO DIDÁTICA 11
Aluno(a)____nº_______

1. Esboce o desenho e pesquise o nome dos polígonos que possuem:

Três lados_________________________Quatro lados_____________________________

Cinco lados________________________Seis lados_______________________________

Sete lados__________________________Oito lados______________________________

Nove lados_________________________Dez lados_______________________________

Onze lados_________________________Doze lados________________________________

Quinze lados_______________________Vinte lados_______________________________

2. Qual a classificação do triângulo que possui:

a) Os três lados com mesmo tamanho____
b) Os três lados com tamanhos diferentes_____________________________________
c) Dois lados do mesmo tamanho____

3. Escreva o que você entende por perímetro de um polígono.
____
____
____

4. Procure a definição de tipo de ângulo abaixo e a seguir tente desenhá-los:

ângulo reto___________________ ângulo agudo__________________________
____________________________ ______________________________________
____________________________ ______________________________________
____________________________ ______________________________________
Desenho Desenho

ângulo obtuso____
____

Desenho

ANEXO D

PARA CASA –SESSÃO DIDÁTICA 12

Aluno(a)____nº_______

Atividade 1 – Preencha o quadro do sistema métrico decimal com as unidades correspondentes:

Atividade 2 – Adriana tem um pedaço de fita que mede 1,68dm. Patrícia tem um pedaço de fita que mede 15,1cm. Qual das duas meninas possui um pedaço maior de fita? Explique sua resposta com os cálculos.

Atividade 3 – Uma praça tem a forma de um retângulo. Um lado mede 25,60m e o outro lado mede 20,45m. Calcule o perímetro dessa praça.

Atividade 4 – Meça cada quadrilátero abaixo e calcule o perímetro **em decímetro**.

Figura 63 – Quadriláteros utilizados no para casa da sessão didática 13

ANEXO E

PARA CASA – SESSÃO DIDÁTICA 13

Aluno(a)____**nº**_________

Atividade 1 – Uma pessoa deu 6 voltas em torno de uma praça retangular cujas medidas são: 87,98m de comprimento por 53,59m de largura. Quantos metros essa pessoa andou ao todo? Desenhe o formato dessa praça.

Atividade 2 - Escreva usando os **símbolos matemáticos** adequados a cada item:

c) cinco quilômetros ________________________ c) dez metros________________________
d) três centímetros ________________________ d) 5 milímetros______________________

Atividade 3 - Responda:

d) Você acha certo utilizar o quilômetro para medir sua sala de aula?
____
e) Por quê?
____
____
f) Qual a unidade de medida que você acha mais correta, então, para medir sua sala de aula?
____
d) Por quê?
____
____

Atividade 4 – Preencha o quadro com as unidades padrão do sistema métrico decimal

			Metro			
			m			

Atividade 5 – Responda adequadamente:

Em 1 km tem quantos metros?____________________________
Em 1hm tem quantos metros?____________________________
Em 1 dam tem quantos metros?___________________________

ANEXO F

PARA CASA – SESSÃO DIDÁTICA 14

Aluno(a)____nº_________

Atividade 1 - Se Gustavo caminhou 4quilômetros e 600metros, quantos metros ele caminhou?

Resposta____

Atividade 2 - Raimundo tem um pedaço de fio de 8,5metros. Breno também tem um pedaço de fio, mas de 630 centímetros. De acordo com essas informações, responda a cada item abaixo:

e) Qual dos dois meninos tem o pedaço maior de fio?

____

f) Quantos centímetros a mais?

Resposta____

Atividade 3 – Aline quer cercar, com tela de arame, um galinheiro retangular que tem as seguintes medidas: **Maior** lado: 9 metros. **Menor** lado: 5,40 metros. Agora faça o que pede cada item abaixo:

c) Desenhe o galinheiro.

b) Quantos metros de tela José precisa comprar para cercar o galinheiro?

Resposta________________________________

ANEXO G

PARA CASA – SESSÃO DIDÁTICA 15

Aluno(a)____nº_________

Atividade 1 - Se Willame caminhou 7quilômetros e 800metros, quantos metros ele caminhou?

Atividade 2 - Joel tem 1,57 metro de altura. Marcos é mais alto 18 centímetros que Joel. Bruno é mais baixo 15 centímetros que Joel. Faça o que pede cada item abaixo:

f) Faça um desenho representando Joel, Marcos e Bruno.

g) Escreva, em centímetros, a medida da altura de Joel.

____

h) Escreva o nome dos meninos, do mais baixo para a mais alto.

____

i) Qual é a altura da Marcos, em metro?

____

j) Qual é a altura da Bruno, em metro?

____

Atividade 3 - Ana desenhou **uma linha** em volta da sala de aula representada pela figura abaixo. Ela precisa dividir essa linha em partes iguais a **t**, como mostra o desenho. Tomando **t** como unidade de medida qual o comprimento total que Ana caminhou? Caso você sinta necessidade, use a régua para realizar essa tarefa.

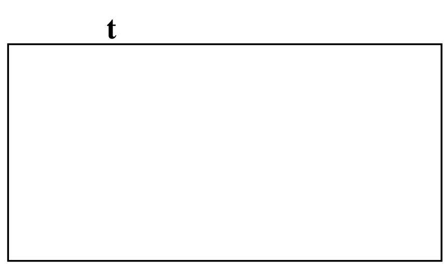


Figura 64 – Figura representativa da sala de aula

Resposta____

ANEXO H

LISTA DA PRESENÇA DOS ALUNOS DO 6º ANO A - NAS SESSÕES DIDÁTICAS

ALUNOS	04 do 04 Pré-teste	27 do 04 1	04 do 05 2	11 do 05 3	18 do 05 4	23 do 05 5	25 do 05 6	30 do 05 7	01 do 06 8	06 do 06 9	08 do 06 10	13 do 06 11	15 do 06 12	20 do 06 13	21 do 06 14	22 do 06 15	23 do 06 16	24 do 06 Pos-tes-te
Aluna 1 – 10 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P
Aluna 2 – 11 anos	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 3 – 11 anos	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 4 – 13 anos	P	P	F	P	F	P	F	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 5 – 13 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 6 – 11 anos	P	P	F	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 7 – 13 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 8 – 11 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 9 – 11 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 10 – 13 anos	P	P	P	P	P	F	F	F	P	F	F	F	P	P	P	P	P	P
Aluno saiu da escola	P	P	P	P	F	P	F	P	P	F	F	F	F	F	F	F	F	F
Aluno 12 – 14 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 13 – 12 anos	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 14 – 13 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 15 – 13 anos	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 16 – 12 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 17 – 13 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 18 – 13 anos	P	P	P	P	P	F	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 19 – 12 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 20 – 10 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 21 – 11 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P
Aluna 22 – 11 anos	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 23 – 15 anos	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 24 – 11 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 25 – 13 anos	P	P	P	P	P	F	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	F	P
Aluno 26 – 13 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 27 – 12 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 28 – 13 anos	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 29 – 14 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluno 30 – 12 anos	P	P	P	F	P	P	P	F	P	F	P	P	P	P	F	P	P	P
Aluna 31 – 12 anos	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P
Aluno 32 – 13 anos	P	P	F	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Aluna 33 – 13 anos	P	F	P	F	P	P	F	F	F	F	P	F	F	P	P	F	P	P

LEGENDA: P - presença
F - falta

ANEXO I

FICHA DO OBSERVADOR
Atividade:__________ Data da sessão didática:______________________

a) Descreva todos os recursos metodológicos utilizados nessa sessão.
b) Que variáveis são consideradas que atrapalham o bom andamento da sessão didática?
c) Que variáveis são consideradas que auxiliam o bom andamento da sessão didática?
d) Que atividade(s) realizada(s) nessa sessão didática proporcionou situações a-didáticas? Explique a circunstância.
e) Os alunos conseguiram se sair bem na atividade que gerou uma situação a-didática?
f) Em que momento houve aprendizagem por adaptação?
g) Em que momento houve aprendizagem do tipo formal?
h) Registre passagens interessante da sessão, comentários paralelos dos alunos, posturas da pesquisadora/professora que você considera positivas ou negativas e outras situações relevantes para uma melhor contribuição desta sessão.

ANEXO J

A HISTÓRIA DO SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Medir é uma atividade mais corriqueira do que parece. Ao comprar um litro de leite, um quilo de carne, marcar no hodômetro do carro a distância de um lugar ao outro, Ao olhar no relógio, por exemplo, estou vendo no mostrador o resultado de uma medição de tempo. Além do que, muitos profissionais estão intimamente ligados às medidas na realização de suas atividades, como por exemplo o engenheiro, o arquiteto e a costureira.

Entretanto a necessidade de realizar medições não é atual. Durante o período Neolítico[14] a humanidade evoluiu da condição de nômade para a capacidade de se fixar na terra através do domínio da agricultura e domesticação de animais. Somente a partir de 3 000 a.C. houve o desenvolvimento de novas e mais avançadas formas de sociedade, com comunidades efetivamente agrícolas e densamente povoadas, que de acordo com registros históricos, se estabeleceram ao longo de alguns dos grandes rios, como o Nilo na África, o Tigre e o Eufrates na Ásia.

Esses povos utilizaram sistemas de unidades diferentes. Por exemplo: O cúbito egípcio (2000 a. C), que era a distância do cotovelo até a ponta do dedo médio do Faraó. A jarda, que nos foi legada pelos anglo-saxônicos, e significa medida da cintura. A jarda inglesa (yard) que foi mais tarde definida como a distância da ponta do nariz do rei Henrique I até a ponta do indicador, com o braço esticado. A palavra *milha* vem do latim e significa *milias* passuum, que significava “medida romana de 1 000 passos”.

Contudo, essas diferentes representações de medidas traziam muita confusão por variarem bastante de um lugar para outro. Na Europa, enquanto o feudalismo declinava, havia a ascensão da burguesia. A ela interessava a abertura de mercados, com a formação de nações com reis mais fortes. Surge o Estado moderno e com ele as máquinas a vapor e o desenvolvimento da indústria. Há uma necessidade premente da padronização das unidades de medidas devido à intensificação do intercâmbio comercial entre várias nações.

Em 1790, foi criada uma comissão, pela Academia de Ciências de Paris, com o objetivo de criar um sistema simples de unidades de caráter universal. Surgiu assim o *metro* (do grego *métron* = medida). A distância do Equador ao pólo da Terra foi dividida em dez milhões de partes, onde cada uma ficou sendo o metro.

Aos poucos, a nova unidade foi sendo adotada em vários países. O Brasil foi uma das primeiras nações a fazê-lo. Para medir com maior precisão, houve várias mudanças no modo de definir o metro, sem alterar sensivelmente seu tamanho. Hoje é usado o comprimento de onda das radiações do criptônio-86.

[14] Os historiadores esquematizam a Idade da Pedra em três períodos: Paleolítico (c. 5 000 000 a 10 000 a.C.), Mesolítico (c. 10 000 a 7 000 a. C.) e Neolítico (c. 7 000 a 3 000 a. C.) Eves (1997, p.23).