

CAPÍTULO 08

# O ENSINO DE FRAÇÕES NO CURSO DE PEDAGOGIA: DESCONSTRUINDO "FRAUDES EPISTEMOLÓGICAS"

Maria José Costa dos Santos

Maria Margarida Pimentel de Souza

Haiani Larissa de Souza Mendes

## 1 INTRODUÇÃO

Os estudos acerca dos problemas que envolvem os processos de ensino e de aprendizagem de frações têm sido realizados em vários contextos, porém é fato que este conteúdo ainda aflige professor (ensino) e aluno (aprendizagem), seja nos anos iniciais da Educação Básica ou no Ensino Superior (Pedagogia). (SANTOS, 2007).

Por conseguinte, é preciso alertar os educadores para considerarem fatores preponderantes para a assimilação desse conteúdo. Dentre estes, o carro-chefe é o estágio psicológico do sujeito, no que se refere ao desenvolvimento psicocognitivo, ou seja, é preciso verificar se ele constrói conceitos por meio de organizações lógicas e esquemas próprios, ou seja, se ele é conservativo de quantidades e/ou área. Piaget, em sua teoria da aprendizagem, diz que o conceito de fração é mais complexo que a construção do número natural, e exige certa maturidade e acúmulo de conhecimentos matemáticos prévios.

Nesse mesmo entendimento, D'Augustine (1976), ressalta que a ideia de números fracionários é um conceito sofisticado, que requer do sujeito mais maturidade e maior base Matemática do que o conceito de número natural. Para o referido autor, enquanto um número natural é a propriedade de um determinado conjunto, um número fracionário pode ser associado à partilha de um determinado conjunto; à razão das propriedades numéricas de dois conjuntos; a um número associado à partilha de um conjunto contínuo e a um número que representa o quociente de dois números naturais (sendo o divisor diferente de zero).

Por considerarmos também o conceito de fração complexo em sua formulação, por entender que os sujeitos são levados a pensar que desenvolveram esse conceito, sendo que mais tarde percebem que de fato não aprenderam, que na verdade foram

vítimas de uma *fraude epistemológica*<sup>15</sup>, é que achamos necessário trabalhar, na formação inicial, os conhecimentos prévios.

Não pretendemos aqui aprofundar e detalhar a teoria psicogenética de Piaget, mas apenas explanar os pontos que nos foram úteis para justificar porque nos apoiamos nesse teórico para explicar os processos de ensino e de aprendizagem do conceito de frações.

## 2 A PRÁXIS E AS FRAÇÕES: FUNDAMENTOS DA TEORIA

Segundo Piaget (1976) o desenvolvimento é um continuum coerente, pois cada sujeito evolui de acordo com os estágios de desenvolvimento, e os mesmos são sucessivos e evolui a partir do que o antecedeu e contribui para o que o sucederá, pois, embora as pessoas amadureçam antes ou depois de outras, o processo não se altera. Essa evolução humana é caracterizada por aquilo que os indivíduos vão realizando em escalas mais complexas, durante as mudanças de fases, ou estágios, quando o indivíduo vai cada vez mais evoluindo.

Essa evolução ocorre em parte das ações advindas dos três tipos de conhecimentos, o físico, social e o lógico-matemático. O conhecimento físico e o lógico-matemático são para Piaget os dois tipos de conhecimentos mais importantes. O conhecimento físico dá-se do contato, da interação da criança com o meio, da ação da criança sobre o objeto, da experiência física e empírica, fator que possibilita o desenvolvimento cognitivo.

Melhor explicando, segundo Kamii e Declark

(...) o conhecimento físico é o conhecimento dos objetos na realidade externa. A cor e o peso de uma ficha são exemplos de propriedades físicas que fazem parte dos objetos e podem ser notadas pela observação. Saber que uma ficha cairá quando a jogarmos no ar é um exemplo de conhecimento físico. (1996, p. 28-29).

O conhecimento lógico-matemático é a relação que o sujeito estabelece dentre os objetos que manipula, envolvendo relações também com os objetos que estão na mente dele e consiste das relações feitas por ele. Deste modo, essa construção acontece na eliminação de técnicas incorretas e regras arbitrárias para produzir um conhecimento adequado, proporcionando-o pensar por si mesmo, ensejando confiança em seu raciocínio. Por

15 Compreenda aqui, como fraude epistemológica, a reprodução de modelos impostos nos livros, e ensinados na escola, a partir de uma concepção de ensino pautado na "transmissão de saberes". (friso da autora)

outro lado, o conhecimento lógico-matemático, constitui-se de relações realizadas por cada sujeito. Assim, de acordo com Kamii e Declark (1996) quando nos mostram uma ficha vermelha e uma azul e notamos que elas são diferentes, essa diferença é um exemplo do fundamento do conhecimento lógico-matemático.

No conhecimento lógico-matemático, a relação é criada pelo sujeito, mentalmente ele faz uma relação entre dois objetos, a qual pode ser de semelhanças ou diferenças, dependendo do ponto de vista dele, e de acordo com Piaget.

Nos dizeres de Kamii e Declark (1996) o sujeito vai construir estruturas mentais e adquirir modos de funcionamento dessas estruturas em função de sua tentativa incessante de entender o mundo ao seu redor, compreender seus eventos e sistematizar suas ideias num todo coerente.

Com isso, conclui-se que o processo de equilíbrio<sup>16</sup> é um dos mais importantes no desenvolvimento cognitivo, pois é fator determinante para o indivíduo neste continuum de adaptação ao meio em que vive, porque também ajuda a regular os outros fatores e faz surgirem estados progressivos de equilíbrio necessários ao organismo, pois funciona de maneira a alcançar e depois manter uma condição de equilíbrio interno que possibilita a nossa sobrevivência no meio em que vivemos.

Para Rangel (1992) o processo de equilíbrio viabiliza o ajustamento interno e a modificação das estruturas de conhecimento, adaptando-se aos objetos na busca da sua assimilação. No caso de desequilíbrios, usa-se o processo autorregulador de equilíbrio, o qual é a essência do funcionamento da adaptação<sup>17</sup> e está presente em todos os níveis do desenvolvimento, mesmo que os estados de equilíbrios, em cada nível, sejam quantitativamente diferentes de um estágio para outro numa evolução.

O sujeito que desenvolve com qualidade as habilidades necessárias que envolvem o raciocínio lógico-matemático, significa dizer que o mesmo desenvolveu as competências para o trabalho com as frações, e assim, podemos inferir que ele superou a fraude epistemológica. (D'AMORE, 2007).

16 Organização mental do indivíduo das estruturas cognitivas (RAPPAPORT et al, 1981, p. 61).

17 No sentido piagetiano, adaptação é a ação de um sujeito ativo, capaz de transformar a realidade e construir seus conhecimentos, com sua própria inteligência. (RANGEL, 1992).

## 2 AS RELAÇÕES HISTÓRICAS E COTIDIANAS SOBRE AS FRAÇÕES

As antigas civilizações necessitaram da expressão numérica de medição, pois as terras que margeavam os rios, relevantes para a sobrevivência daquele povo, eram propriedades do Estado que, para ajudar as famílias, arrendava áreas e cobrava desta forma impostos proporcionais. Quando os rios enchiam, no entanto, as famílias perdiam parte de suas áreas de terra, e continuavam a pagar pela área inicial. Assim, foi sentida a necessidade de criar uma medida que superasse a impossibilidade do número inteiro e desta maneira o homem cria outro instrumento numérico, institui os números fracionários, e, desta forma, ele consegue medir uma grandeza, tomando a unidade e as frações desta unidade. Historicamente, podemos acentuar que isso aconteceu por volta de 3000 a.C. com as civilizações Egípcia e Mesopotâmica. (IFRAH, 2005)

Foram essas civilizações que desenvolveram uma notação especial para alguns tipos de frações com a necessidade de se medir grandezas, que eram maiores ou menores do que o todo, pois, como já expresso, os números inteiros já não eram suficientes para responder à pergunta “quanto mede?”. Segundo Centurión (2002), o homem se depara com situações desse tipo há milhares de anos. Por isso teve necessidade de criar um novo tipo de número: os números fracionários, que indicam parte de um todo.

Considerando o contexto histórico em que surgem as frações, percebemos que muitos problemas encontrados no ensino e na aprendizagem deste segmento se dão pelo fator histórico, pois geralmente o conceito de fração é ensinada inicialmente pela grandeza contínua (área, comprimento), por conta do percurso histórico. No entanto, como já vimos, se o sujeito não for conservativo, ele não compreenderá esse conceito. Com isso, indicamos que se deve iniciar pela grandeza discreta, pois a maioria dos sujeitos começam desde cedo a “brincar” com coleções diversas.

Considerando o que já falamos sobre a teoria piagetiana, para iniciar as frações, é exigível que o responsável por esse ensino conheça e domine as seguintes dimensões: metodológicas, psicológicas e cognitivas.

Ao rememorar a história da Antiguidade, presenciamos sempre o homem fazendo Matemática no intuito de estabelecer melhorias de vida para ampliar seus bens de consumo. Fazemos Matemática quotidianamente, por exemplo, ao irmos ao supermercado fazer compras, quando fazemos as contas do nosso orçamento mensal, entre outros. Os números governam nosso horário, determinam nossa idade, nosso salário etc. Portanto, é preciso perceber no dia a dia a importância de compreendê-la, de perceber a relação dos conteúdos com a realidade.

Neste sentido, Machado (1994, p. 95) diz que "(...) há um aparente interesse em que se divulgue aos quatro ventos que as características intrínsecas da matéria (Matemática) tornam-na um assunto para indivíduos "eleitos", com especial talento ou tendências inatas.

Apesar de este mito permear prejudicando o ensino e a aprendizagem de Matemática, queremos aqui contribuir para a quebra desse paradigma e afirmar que todos podem aprender esta Ciência, apesar de que nem todos precisem dominá-la e produzi-la em sua plenitude, assim, como nem todos somos produtores de música, pois temos sempre nossos dons individuais, dentre as "Múltiplas Inteligências", temos nossas preferências pessoais, no entanto, nossas escolhas não devem nos rotular, devemos entender que em nosso dia-a-dia fazemos Matemática a todo o momento, porque precisamos realizar operações constantemente.

### 3 CAMINHOS DA PESQUISA

Em nossa pesquisa, tomamos como referencial o estágio das operações concretas, que vai dos sete aos 11-12 anos, pois de acordo com Piaget é nesta fase que o sujeito é capaz de efetuar as quatro operações matemáticas, de construir conceito de frações, mas seu raciocínio é ainda limitado por suas experiências concretas, pois ainda não é capaz, nesse momento, de fazer abstrações puras. Portanto, é preciso considerar essas limitações no planejamento curricular, mas já nesse período o pensamento do sujeito liberta-se do físico para atingir em pouco tempo a reversibilidade, extremamente relevante para as operações lógico-matemáticas.

Antes de o sujeito atingir o estágio das operações concretas, ele não dispõe de estruturas mentais lógicas, capaz de conservação e reversibilidade, portanto não consegue aprender

certos conteúdos matemáticos, cabendo assim ao futuro-professor, responsável por essa fase da educação, trabalhar de acordo com as estruturas mentais desse sujeito, pois, se insistir em acelerar, cometerá sério engano.

Na idade das operações concretas, o sujeito raciocina logicamente, organiza pensamentos em estruturas coerentes e seleciona-os de forma hierárquica ou sequencial. O conceito de conservação é construído pelo sujeito internamente, a maturidade é atributo importante nessa construção, mas é de grande relevância a participação de fatores externos estimulantes ao seu redor. No favorecimento da elaboração do conceito de conservação, Piaget (1976), por meio de classes de objetos, realizou vários experimentos para detectar as dificuldades que os sujeitos sentiam, ao fazer a classificação<sup>18</sup>.

O sujeito pode elaborar as relações entre os objetos que vê ao seu redor, mas ainda não consegue pensar em todos os tipos possíveis de relações, que sejam reais ou hipotéticos. Para ampliar e/ou modificar as estruturas cognitivas do sujeito, Piaget (1976) propõe que se provoquem discordâncias ou conflitos cognitivos que representem desequilíbrios a partir dos quais, mediante atividades, ele consiga se reequilibrar, superando os conflitos e reconstruindo o conhecimento.

É preciso considerar um conjunto de princípios de conservação, que são aquisições do estágio das operações concretas, condições básicas para a organização de um sistema de noções que contribui para, conseqüentemente, se chegar ao conceito de fração. Desta forma, no estágio das operações concretas, o sujeito é capaz de interiorizar ações, realizar operações mentalmente, adquirir a capacidade de reversibilidade que será feita durante este estágio e continua no estágio das operações formais.

Pesquisas como a de Lima (1992) sobre a gênese do conceito de fração confirmam que as formas de organização cognitivas necessárias para o desenvolvimento desse conceito são encontradas no estágio das operações concretas, pois neste período, os sujeitos já são conservativos de área. Então, o estudo de fração poderá ser feito tomando como base a área das figuras geométricas simples e conhecidas dos sujeitos e facilmente ela percebe que a divisão em partes iguais de algo tomado como unidade não altera a totalidade.

18 Ação de selecionar objetos, pessoas ou ideias em categorias, mediante as suas características, notadas por meio de semelhanças ou diferenças.

A conservação de quantidade é um elemento básico para a compreensão do conceito de fração, mas, para os sujeitos não conservativos, é muito difícil pensar ao mesmo tempo na mudança do número de partes e na variação de tamanho destas partes para assegurar a inalterabilidade do todo.

Nunes (1997) enfatiza que a Matemática do dia-a-dia é um mecanismo que precisa ser explorado como ponto inicial voltado para a compreensão do conceito de frações, e o professor, em nosso caso, os pedagogos, precisam conhecer e fazer uso dessas diversas matemáticas no intuito de proporcionar uma ampliação do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e, assim, elaborar novos esquemas mentais.

Consideramos que é preciso que os sujeitos compreendam o conceito de frações pelas frações equivalentes, e entender que são elas que representam a mesma parte de um todo, ou seja, que a metade de uma determinada grandeza equivale (é igual a) a dois quartos desta mesma grandeza. No caso da simplificação das frações, é indispensável, sempre que for possível, dividir o numerador e o denominador de uma fração por um número natural maior do que 1 e, desta forma, obter uma fração equivalente, na forma simplificada, com numerador e denominador menores.

A comparação de frações serve para que se identifique quando uma é menor ou maior do que a outra, é comum o sujeito errar. Para Bittar e Freitas (2005, p. 170) “A necessidade de se conhecer um algoritmo para a comparação de duas frações deve ser sentida pelos alunos, conforme o nível dos questionamentos que vão sendo propostos pelo professor”.

Nesse sentido, é preciso, durante a comparação de frações, observar alguns aspectos importantes, que são: a) as frações de mesmo denominador - maior a que tiver maior numerador; b) as frações com denominadores diferentes - maior é a que tiver menor denominador; e, c) as frações com numeradores e denominadores diferentes - neste caso, devemos ter mais atenção e fazer a comparação por meio da equivalência entre as frações. Devemos, então, ressaltar a importância de trabalhar com as frações equivalentes, pois é comum as frações dos tipos impróprias, próprias, mistas ou aparentes serem esquecidas com o passar do tempo.

O professor que vai ensinar esse conteúdo deve estar preparado (dominar conteúdo e metodologia), relacionando teoria e prática

(práxis), colaborando para que o sujeito passe da abstração empírica à abstração reflexionante, e supere a fraude epistemológica.

Advertimos os educadores em geral para noção de que, para se obter sucesso na construção do algoritmo das frações, é preciso considerar se o sujeito em ação tem nas estruturas lógicas-matemáticas os conhecimentos prévios necessários para a construção desse conceito.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O professor deve deixar que todo trabalho com frações seja realizado pelo sujeito, por exemplo, se lhe for pedido que divida um triângulo em partes iguais, ele fará a divisão, fará as superposições para comprovar a igualdade das partes, e também ela mesma deve demonstrar a equivalência de áreas, dentre outros atributos. E ainda, antes de iniciar o ensino de fração, pela grandeza discreta, ou seja, tomando como grandeza coleções, deverá ser feita uma análise preliminar, para verificar se o sujeito conserva esse nível de conhecimento, pois sabemos que, pelo fato de eles estarem em contato com conjuntos, coleções, por dominarem a contagem, a correspondência, em geral, eles atingem primeiro a conservação da grandeza discreta, para mais tarde conservar a grandeza contínua.

Para Schliemann (1992), a idade não é critério para se definir o nível cognitivo do sujeito, mas o professor precisa perceber se o sujeito é conservativo, para iniciar todo o processo de formulação do conceito de frações. Lima (1992, p. 94) diz "... que as habilidades envolvidas no estudo de fração, envolvendo quantidade discreta, estavam um estágio na frente das habilidades envolvidas no conceito de fração com quantidade contínua (área).

A autora continua sobre a ideia da quantidade contínua, e reforça "... a sequência destes desempenhos tem-se mantido constante, mesmo quando variam as culturas e os níveis socioeconômico aos quais têm sido aplicadas as várias tarefas".

Verificamos que, para o sujeito iniciar o estudo das frações pela grandeza discreta, é mais acessível pelo fato de trabalharem em seu dia-a-dia com coleções. No caso da grandeza contínua, o sujeito tem muitas dificuldades próprias (maturação) do conceito de fração, que se adicionam às referentes ao conteúdo no qual está sendo trabalhado o conceito.

O problema é que, geralmente, não se considera o desenvolvimento mental do sujeito para escolher de forma adequada estratégias para o ensino de fração e trabalha-se as frações por meio de técnicas e fórmulas, levando a segundo plano os aspectos psicológicos da sujeito.

Concordamos, de acordo com Lima (1994), que o critério psicológico é o mais apropriado para ser considerado ao iniciar o ensino de frações, por se apoiar nas estruturas cognitivas do sujeito ao longo do seu desenvolvimento das organizações psicocognitivas.

Na formação inicial, a noção de que é preciso considerar todos esses fatores psicológicos, e se o sujeito não é conservativo, eles devem aguardar que ele atinja a conservação de área e, então, iniciar o estudo de fração a partir de área de figuras geométricas; ou iniciar esse estudo a partir de coleção, haja vista que o sujeito atinge a conservação de quantidade discreta mais cedo do que a conservação de quantidade contínua.

Apesar de muitos estudos com essa mesma temática terem sido realizados, ainda é fato que o conteúdo de fração é uma problemática que envolve professor e aluno. Com efeito, queremos alertar os educadores para que não desprezem o fator preponderante, que é o estágio psicológico do sujeito no que concerne ao desenvolvimento cognitivo, ou seja, permitindo que o sujeito elabore, por meio de organizações lógicas, os próprios conceitos e não se torne mais um “fracassado”.

Para a melhoria do ensino e da aprendizagem de frações, é preciso que o professor contemple em sua ação didática os conceitos matemáticos que envolvem as operações concretas, um estágio fundamental na aquisição do entendimento do conceito de frações, passando para os alunos futuros-professores a noção de que o sujeito precisa estar num nível de desenvolvimento capaz de entender que, para existir frações, segundo Piaget, citado por Lima (1992), é preciso que ele consiga perceber sete condições importantes e essenciais na proposição desse conceito: a) a existência de uma totalidade divisível; b) existência de um número determinado de partes; c) esgotamento do todo; d) relação entre número de partes e o número de cortes; e) igualização das partes; f) conceitualização de cada fração como parte de um todo em si, susceptível de novas divisões, e ainda; g) atendimento ao princípio da invariância - a soma das frações constituídas é igual ao todo inicial.

Desta forma, vale dizer que a construção do conceito de fração é o resultado, segundo Lima (1992), destas condições, e que, portanto, precisam ser bem compreendidas durante a formação inicial para que o professor possa ir para o ambiente da sala de aula exercer com dignidade sua profissão, respeitando, acima de tudo, o nível cognitivo dos sujeitos.

## REFERÊNCIAS

- BITAR, Marilena, FREITAS, José Luis Magalhães de. *Fundamentos e metodologia de Matemática para ciclos iniciais do ensino fundamental*. 2. ed. Campo Grande: Ed. UFMS, 2005.
- BORGES NETO, Hermínio. SANTANA, José Rogério. A Teoria de Fedathi e sua relação com intuição e a lógica do descobrimento matemático do ensino. XV EPENN – Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste, 2001.
- CENTURIÓN, Marília. *Números e operações*. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2002.
- COLL, C. As Contribuições da Psicologia para a Educação: teoria genética e aprendizagem escolar. In: LEITE, L. B. (Org.). *Piaget e a escola de Genebra*. São Paulo: Cortez, 1992. p. 164-197.
- D'Amore B. (2007). Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*. Vol. 20, nº 28, 1179-205. ISSN: 0103-636X.
- D'AUGUSTINE, Charles H. *Métodos para o ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Livro Técnico, 1976.
- KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Tradução Elenisa Curt, Marina Célia M. Dias, Maria do Carmo D. Mendonça. Campinas: Papirus, 1996.

LIMA, José Maurício de Figueiredo. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. In: CARRAHER, Terezinha Nunes (Org.). *Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a Educação*. Petrópolis: Vozes, 1990. p. ?

MACHADO, N. J. *Matemática e realidade*. 32. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, Jean. *A equilibração das estruturas cognitivas*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

RANGEL, Ana Cristina Souza. *Educação Matemática e a Construção do Número pela Criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

SCHLIEMANN, Ana Lúcia Dias. As Operações concretas e a resolução de problemas de Matemática. In: CARRAHER, Terezinha Nunes (Org.). *Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a Educação*. Petrópolis: Vozes, 1990. p. ?