ADAPTAÇÕES MATEMÁTICAS PARA PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL E DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Jorge Brandão
Dyarlenya Brandão
Denize Silveira
Elisângela Magalhães

EDITORA CRV

ADAPTAÇÕES MATEMÁTICAS PARA PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL E DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Um desafio desta obra é funcionar como pós-tese Matemática e deficiência visual (BRANDÃO, 2010). Pois bem, certa vez ao contar a história do "patinho feio" para um grupo de crianças, uma delas ficou admirada: "como um cisne (o patinho feio) nasce de uma pata?" e não parou por aí: "o lobo mau da chapeuzinho vermelho é o mesmo dos três porquinhos?". Se até as historinhas precisam ser modificadas, o que dizer da forma de ensinar... Desta feita, esta obra, de maneira resumida, apresenta estratégias que podem ser usadas contemplando pessoas com e sem deficiência visual incluídas na escola regular.

EDITORA CRV

ADAPTAÇÕES MATEMÁTICAS PARA PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL E DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Jorge Brandão
Dyarlenya Brandão
Denize Silveira
Elisângela Magalhães

EDITORA CRV

Jorge Brandão
Dyarlenya Brandão
Denize Silveira
Elisângela Magalhães

ADAPTAÇÕES MATEMÁTICAS PARA PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL E DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM...

EDITORA CRV
Curitiba - Brasil
2016

Editor-chefe: Railson Moura
Diagramação e Capa: Editora CRV
Revisão: Os Autores

CIP-BRASIL. CATALOGAÇÃO-NA-FONTE
SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ

A176

Adaptações matemáticas para pessoas com deficiência visual e dificuldades de aprendizagem.../ organização Jorge Brandão ... [et. al.]. - 1. ed. - Curitiba, PR: CRV, 2016.
80 p.

Inclui bibliografia
ISBN 978-85-444-0665-6

1. Deficientes visuais - Educação. 2. Matemática - Estudo e ensino. I. Brandão, Jorge.

15-27800 CDD: 371.911
CDU: 376.33

2016
Foi feito o depósito legal conf. Lei 10.994 de 14/12/2004

Editora CRV
Tel.: (41) 3039-6418
www.editoracrv.com.br
E-mail: sac@editoracrv.com.br

APRESENTAÇÃO

Caríssimo leitor e prezada leitora, ler pode ser perigoso, com efeito, quando se lê um livro, uma revista, entre outros meios escritos, na verdade repetem-se os processos mentais de quem escreveu. Assim sendo, quando é que a leitura passa a ser algo construtivo para o(a) leitor(a)?

Quando aquilo que se lê não é ponto de chegada e sim ponto de partida para o ato de pensar, haja vista a leitura dos pensamentos dos outros servir de base para o(a) leitor(a) conseguir ter os próprios pensamentos (COSTA, CASCINO; SAVIANI, 2000). A leitura feita com os olhos pode apreciar e associar gravuras ao texto, o que nem sempre ocorre com aqueles que leem com o tato.

Este livro é uma organização de artigos bem como uma reescrita da tese de doutorado – matemática e deficiência visual – visando uma leitura para o contexto escolar. Pois, não adianta o docente em sala de aula se preocupar em transmitir conteúdos se o discente não sabe localizar-se dentro do ambiente.

Diante de leitores que não trabalham em escolas especiais, vale ressaltar que, em relação à postura pedagógica do(a) professor(a), não é necessário que o(a) mesmo(a) saiba Braille para ter uma comunicação ativa com discente cego (ou libras para se comunicar com estudante surdo). "Só" é preciso que a pessoa a qual irá ministrar uma aula em salas regulares, onde estão incluídos alunos com algumas necessidades especiais, tenha domínio de seu conteúdo.

Com efeito, de que modo é possível adaptar material concreto para compreender soma de frações, tirando o m.m.c., se, enquanto docente, não sei o que significa m.m.c. (e você, caríssimo(a) leitor(a), lembra o significado do m.m.c.?). Outro exemplo, de que forma um(a) professor(a) pode querer fazer uma experiência na área de Ciências da Natureza, contemplando cegos e videntes, se não conhece os princípios envolvidos no dito experimento?

Ainda em relação à postura pedagógica, não obstante o *domínio do conteúdo*, espera-se que o(a) docente seja uma pessoa que consiga transmitir os conhecimentos de forma compreensível. Independentemente de estratégias utilizadas, a maneira como o(a) professor(a) *fala* cria, no estudante, uma sensação de confiança naquilo o qual é comunicado pelo(a) docente.

Assim sendo, falar com linguagem isenta de erros e vícios, utilizar linguagem clara, objetiva e de fácil compreensão e variar a intensidade de voz durante as explicações, são algumas atitudes positivas. Atitudes que facilitam a aprendizagem, independentemente do tipo de aprendiz (com ou sem deficiência visual).

Por fim, e não menos importante, a comunicação do(a) professor(a) com os alunos deve respeitar os limites dos discentes, valorizando e estimulando suas potencialidades.

Verificar se, em ocorrendo uma conversa entre dois ou mais estudantes, o motivo da conversa é ou não o conteúdo visto. Pois, muitas vezes os alunos compreendem (melhor) determinado assunto transmitido pelo(a) professor(a) através da linguagem de seus pares (colegas).

Em relação à Matemática, adiante serão apresentadas algumas estratégias que contemplem alunos cegos e alunos videntes. Vale ressaltar, todavia, que não adianta adaptar se não se sabe a "essência" do conteúdo.

Essa obra trata de várias aplicações e estudos de casos tanto com pessoas com deficiência visual quanto com pessoas que apresentam dificuldades de aprendizagem em matemática.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Um desafio desta obra é funcionar como pós-tese *Matemática e deficiência visual* (BRANDÃO, 2010). Pois bem, certa vez ao contar a história do "patinho feio" para um grupo de crianças, uma delas ficou admirada: "como um cisne (o patinho feio) nasce de uma pata?" e não parou por aí: "o lobo mau da chapeuzinho vermelho é o mesmo dos três porquinhos?". Se até as historinhas precisam ser modificadas, o que dizer da forma de ensinar...

Desta feita, durante muito tempo confundiu-se "ensinar" com "transmitir" e, nesse contexto, o aluno era um agente passivo da aprendizagem e o professor um simples transmissor nem sempre presente nas necessidades dos alunos. Acreditava-se que se aprendia pela repetição e que os alunos que não aprendiam eram os responsáveis por essa deficiência e, portanto mereciam o castigo da reprovação (POLYA, 1995).

Os educadores muitas vezes se perdem e não conseguem mais atrair a atenção de seus alunos e motivá-los. Se o educando mudou, o educador deve mudar também. A ideia de um ensino despertado pelo interesse do aluno acabou transformando o sentido do que se entende por material pedagógico e cada estudante, independentemente de sua idade, passou a ser um desafio à competência do professor.

Esta parte do livro visa apresentar algumas atividades estimulantes, úteis para discentes com e sem deficiência visual. Após cada atividade (ou conjunto de atividades), serão apresentadas questões com comentários das seleções do Colégio Militar de Fortaleza (CMF) - para ingresso no 6º ano. Um dos motivos das escolhas das questões do CMF são o grau de dificuldade.

1. Jogos Matemáticos

É no contexto de motivar os educandos que o jogo ganha um espaço como ferramenta ideal para a aprendizagem, na medida em que se propõe estímulo ao interesse do aluno. O jogo irá ajudá-lo a construir suas novas descobertas, desenvolver e enriquecer sua personalidade, além de ser, para o professor, um instrumento pedagógico que o leva à condição de condutor, estimulador e avaliador de uma aprendizagem realmente significativa para seu aluno (BICUDO, 1999).

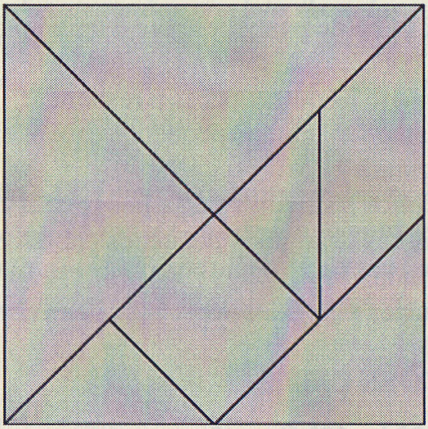
O TANGRAN (de 7 peças)

Criado na China há milhares de anos, esse jogo ultrapassa os limites de um quebra-cabeça tradicional, pois enquanto nos comuns o jogador inúmeras vezes a mesma figura, no tangran são inúmeras as figuras a serem construídas. Cerca de 1700 entre animais, plantas, figuras humanas, objetos, números e figuras geométricas.

Nas aulas de matemática, o Tangran constitui-se um rico material de apoio ao trabalho de alguns conteúdos específicos do currículo, tais como frações, áreas e polígonos, bem como no desenvolvimento de habilidades do pensamento como ver, trocar, desenhar, escrever sobre, interpretar esquemas, fazer, modificar, criar objetos e formas, imaginar etc.

As regras desse jogo consistem em usar as sete peças (cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo) em qualquer montagem, colocando-as lado a lado sem sobreposição, ou pelo menos encontradas pelo vértice. Partindo dessa construção e da criatividade mergulha-se no encantador mundo do conhecimento. Enfim, a magia milenar do Tangran é um exercício de geometria e imaginação...

Figura 1 – tangram de sete peças



ATIVIDADES

A) Silhuetas

Monte silhuetas (figuras) usando as sete peças do tangran. Que figuras você formou? Forme outras figuras

B) Construindo polígonos

i. Identifique cada um dos sete polígonos que formam o Tangran.
ii. Com o seu tangran forme um quadrado usando: (1) duas peças; (2) três peças; (3) quatro peças (compare sua solução com a de seus colegas. Todos usaram as mesmas peças?); (4) cinco peças; (5) sete peças.
iii. Construa um triângulo com: (1) duas peças; (2) três peças; (3) quatro peças (compare com seus colegas); (4) cinco peças; (5) Sete peças.
iv. Com relação ao trapézio, com quantas peças é possível construí-lo?
v. Construa um hexágono com sete peças

C) Trabalhando frações e áreas

Em uma folha de papel desenhe o tangran construído (ou usar material concreto) e, tomando como base o triângulo menor, sobreponha-o às outras peças e responda:

a) Quantos triângulos pequenos cabem em um triângulo grande?
b) Quantos triângulos pequenos cabem em um médio?
c) Quantos triângulos pequenos cabem em um paralelogramo?
d) Quantos triângulos pequenos cabem em um quadrado?

QUESTÕES CMF:

Prova 2004 – 19ª Questão

Um pedreiro ganha R$ 8,00 por metro quadrado de parede que constrói. Cada tijolo possui 20 cm de comprimento por 20 cm de altura. Na construção de uma parede com 30 tijolos no comprimento e 20 tijolos na altura, este pedreiro vai ganhar...

SOLUÇÃO

O problema está dividido nas seguintes partes:

- Primeira: encontrar a área. No caso, em cm^2.
- Segunda: encontrar a área, em metros quadrados, da parede.
- Terceira: multiplicar o resultado por 8,00.

Sendo 30 tijolos no comprimento e 20 tijolos na altura, serão utilizados 30 x 20 = 600 tijolos. Como cada tijolo mede 20 cm por 20 cm, sua área é de 20 x 20 = 400 centímetros quadrados (cm^2).

Daí, a área é 600 x 400 (quantidade de tijolos multiplicada pela área de cada tijolo), totalizando 240.000 cm^2. Todavia, o ganho do pedreiro é em metro quadrado (m^2). Dado que 1 m = 100 cm, segue-se que $1m^2 = (1m) \times (1m) = (100\ cm) \times (100\ cm) = 10.000\ cm^2$.

Por conseguinte, 240.000 cm^2 correspondem a 24 m^2 (valor obtido pela divisão de 240.000 por 10.000). Por fim, o ganho do pedreiro é: 24 x 8 = 192 **(R$ 192,00).**

Comentários:

- *Erro frequente é o produto de todos os valores envolvidos desconsiderando as unidades.*
- *Outra dificuldade observada é considerar $1m^2$ como $100\ cm^2$. Justificativa: $100 = 10 \times 10$.*

Prova 2008 – 18ª Questão (adaptada: *descrição das figuras*)

Há dois quadrados. O quadrado menor tem perímetro igual a 16 dm, o que corresponde a ¼ do perímetro do quadrado de maior lado. Qual a área, em cm^2, do quadrado de maior lado?

SOLUÇÃO

O problema está dividido nas seguintes partes:

- Primeira: significado de perímetro.
- Segunda: determinar lado do quadrado maior.
- Terceira: área do quadrado maior, em cm^2.

Da relação entre os perímetros, fornecida no enunciado, segue-se que o perímetro do quadrado maior é o quadruplo do perímetro do quadrado menor. Assim, perímetro quadrado maior é igual a 4 x (16 dm) = 64 dm.

Como 1dm = 10 cm, segue-se que o perímetro é igual a 640 cm.

Perímetro *grosso modo* é o contorno. No caso, como o quadrado possui os quatro lados iguais, segue-se que a medida do lado é a quarta parte do perímetro. Ou seja: 640/4 = 160 cm.

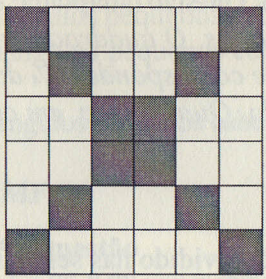
Por conseguinte, área = (160 cm) x (160 cm) = 25.600 cm^2.

Comentários:

- *Erro frequente é o produto de todos os valores envolvidos desconsiderando as unidades.*
- *Outra dificuldade observada é considerar $1m^2$ como $100\ cm^2$. Justificativa: $100 = 10 \times 10$.*

Prova 2009 – 4ª Questão (adaptada: *descrição e confecção da figura em EVA, indicando as partes em negro com fitas adesivas*)

Em um tabuleiro, formado por 36 quadradinhos de lado 1 cm, a área e o perímetro correspondente a parte sombreada valem...



SOLUÇÃO

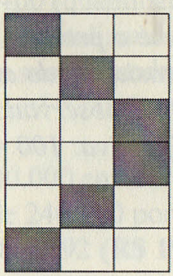
O problema está dividido nas seguintes partes:

- Primeira: área sombreada via contagem.
- Segunda: significado de perímetro. Determinar ou via contagem ou por partes (simetria).

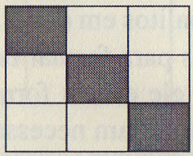
Por contagem direta, percebemos que há 12 quadradinhos. Como cada quadradinho tem lado 1 cm, a área é igual a (1 cm) x (1 cm) = 1 cm^2. Por conseguinte, **12 cm^2** é a área.

Detalhe: um discente percebeu que a figura é simétrica. De que forma? Ele dobrou ao meio tanto na altura quanto em relação à base o papel sombreado. Vide etapas abaixo:

Dobrando ao meio em relação à base:



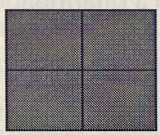
Dobrando ao meio em relação à altura:



Portanto, basta realizar contagem e multiplicar resultado por quatro. Desta feita, o perímetro da região é 3 (quantidade de quadradinhos) x 4 (perímetro de cada pequeno quadrado) = 12 cm. Sendo quatro regiões: 4 x (12 cm) = **48 cm.**

Comentários:

- *Erro frequentemente observado foi contagem das arestas da região central. Com efeito, é o perímetro de um quadrado de lado 2 cm:*



2. Jogando com palitos e outras atividades (relato de experimento com discentes cegos)

Utilizamos varetas do material dourado e uma mesa com bordas grossas, de modo que facilitasse o uso das peças.

1). Formar quadrados com palitos...

Inicialmente confeccionamos alguns quadrados e fomos fazendo observações:

- Com <u>um</u> palito em cada lado são necessários <u>quatro</u> palitos para formar um quadrado;
- Com <u>dois</u> palitos em cada lado são necessários <u>oito</u> palitos para formar um quadrado;

Foi solicitado que o aluno fizesse quadrados com lados três palitos e depois com lados de medida quatro palitos. O aluno observou que:

- Com <u>três</u> palitos em cada lado são necessários <u>doze</u> palitos para formar um quadrado;
- Com <u>quatro</u> palitos em cada lado são necessários <u>dezesseis</u> palitos para formar um quadrado;

Com base no que ele estava formando, solicitamos que dissesse quantos palitos seriam necessários para confeccionar um quadrado com lado cinco, ele respondeu, rapidamente, que seriam necessários vinte palitos.

Em seguida, mesma pergunta anterior, caso os lados tivessem como medida seis palitos. Rapidamente respondeu vinte e quatro.

Evitando uma sequência aditiva, perguntamos caso o quadrado tivesse lado oito palitos, quantos palitos seriam necessários. Cerca de dez segundos, ele respondeu quarenta.

Indagamos como ele estava realizando tais contas e respondeu que, "como o quadrado tem os quatro lados iguais, então multiplico por quatro a quantidade de palitos que eu quero colocar nos lados".

2). Formar triângulos equiláteros com palitos...

Assim como na atividade de confecção de quadrados, fizemos as duas primeiras construções, com lado um e depois com lado dois palitos. Todavia, desta vez não fizemos observações iniciais.

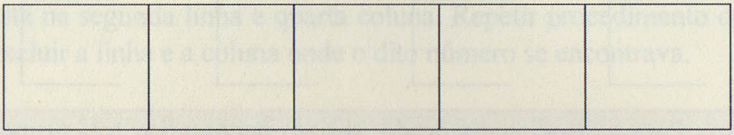
Foi solicitada a construção de um triângulo equilátero de lado três palitos, depois de lado quatro palitos. Em seguida, fazendo só contas de cabeça, triângulos do mesmo tipo com lados... cinco, sete e dez palitos.

Respondeu: "como o triângulo equilátero tem os três lados iguais, então multiplico por três a quantidade de palitos que eu quero colocar nos lados".

3). Formar fileira de quadrados com palitos...

Fizemos um quadrado com um palito de lado. Em seguida, acrescentamos mais três palitos para formar um segundo quadrado. Solicitamos que o aluno X fizesse o mesmo...

Figura 2 – fileira de quadrados



Pedimos que ele dissesse quantos palitos foram utilizados para compor a fileira com três quadrados, depois com quatro e depois com cinco. Ele contou e respondeu, respectivamente, 10, 13 e 16 palitos.

Solicitamos que fornecesse a quantidade de palitos para formar seis, sete e dez quadrados. Para os dois primeiros não demorou em responder: 19 e 22. Mas, para dez quadrados enfileirados, não soube responder.

Indagamos como havia encontrado os valores 19 e 22. Segundo ele "basta somar três palitos, pois estou colocando três palitos".

Solicitamos que desconstruísse a figura e refizesse observando outra maneira de formar a figura. Desta vez ele conseguiu responder a quantidade de palitos para formar dez quadrados enfileirados, para tanto, foi fazendo contas com os dedos e dizendo em voz baixa com quantos quadrados ele estava:

- Com cinco quadrados eu tenho 16 palitos;
- Com seis quadrados, tenho 16 mais três que dá 19;
- Para sete quadrados... 19 mais três dá 22;
- Para ter oito quadrados... 22 mais três que dá 25;
- 25 mais três dá 28, e eu fico com nove quadrados;
- 31 palitos é a resposta, pois é 28 mais três.

Fizemos uma intervenção... segurando nas mãos dele separamos o primeiro quadrado como sendo um palito mais três palitos. Para o segundo quadrado, colocávamos mais três palitos, assim, para formar o segundo quadrado nós precisávamos de um palito mais dois grupos de três palitos.

Figura 3 – construção da fileira de quadrados

Para o terceiro quadrado, seriam necessários três grupos de três palitos e um palito que se encontrava no canto da mesa. Perguntamos se ele estava entendendo o que estávamos fazendo. Ele respondeu que sim.

Por sua vez, quando solicitado para dizer como seria a construção para o próximo quadrado, ele ficou calado.

Neste exemplo, a ideia prática é escrever o número de palitos, y, como sendo a expressão $y = 1 + 3n$, onde n é o número de quadrados.

2.3. Segredo das Matrizes

Considere a matriz quadrada[1] (dada em forma de tabela)

2	4	5	6
4	6	7	8
5	7	8	9
12	14	15	16

Escolha um número qualquer. Digamos o sete. Qual? O da terceira linha e segunda coluna.

Vamos anotar de lado este número e excluir a linha e a coluna correspondente (podem ser cobertas com tiras de papel, no caso de discentes cegos, eles podem colocar uma linha por cima).

2		5	6
4		7	8
12		15	16

1 Matriz quadrada é a que tem o mesmo número de linhas e de colunas.

Agora, escolha outro número. Considere o número oito que está na segunda linha e quarta coluna. Repetir procedimento de excluir a linha e a coluna onde o dito número se encontrava.

2	5
12	15

Temos agora quatro números. Vamos escolher o 15. Como ele se encontra na quarta linha e terceira coluna, vamos excluí-las.

2

Sobrou o número dois, que é escolhido por falta de opções.

Quais foram os números selecionados? Foram 7, 8, 15 e 2, cuja soma é 32.

E o que há de interessante nisto? O interessante é que, independente da escolha feita, a soma será SEMPRE 32. Verifique!

E qual é o segredo?

Independentemente do tamanho da tabela, que tem que ser uma matriz quadrada, você escolhe números aleatoriamente, colocando fora da tabela, mas preservando sua posição (linha e coluna). Os elementos da tabela são obtidos pela soma dos elementos das linhas e colunas (de fora).

Neste exemplo, 2, 4, 5 e 6 ficaram para formar as colunas e 0, 2, 3 e 10 para formar as linhas, nesta ordem.

Em outras palavras, se a tabela que queremos formar é 4 x 4, imaginamos uma 5 x 5

Observe:

	2	4	5	6
0	0 + 2 = 2	0 + 4 = 4	0 + 5 = 5	0 + 6 = 6
2	2 + 2 = 4	2 + 4 = 6	2 + 5 = 7	2 + 6 = 8
3	3 + 2 = 5	3 + 4 = 7	3 + 5 = 8	3 + 6 = 9
10	10 + 2 = 12	10 + 4 = 14	10 + 5 = 15	10 + 6 = 16

Outro exemplo: Suponha que um(a) amigo(a) seu vá fazer aniversário. Considere que ele(a) esteja comemorando seu 27º aniversário.

Vamos fazer uma tabela 3 x 3. Para tanto, devemos imaginar seis números cuja soma seja 27. Um exemplo é: 3 + 5 + 6 + 8 + 4 + 1 (obs.: a quantidade de números é 2n, sendo n a ordem – número de linhas ou colunas – da matriz).

Como queremos uma tabela 3 x 3, vamos construir uma "geratriz" de 4 x 4. Os números escolhidos são distribuídos aleatoriamente. Repare que não colocamos nenhum número na primeira linha e primeira coluna.

	3	5	6
8	8 + 3 = 11	8 + 5 = 13	8 + 6 = 14
4	4 + 3 = 7	4 + 5 = 9	4 + 6 = 10
1	1 + 3 = 4	1 + 5 = 6	1 + 6 = 7

Assim, a tabela que deve ser apresentada é:

11	13	14
7	9	10
4	6	7

Vamos testar que a soma é 27?

Inicialmente vamos escolher o número quatro. Onde ele está? Está na terceira linha e primeira coluna. Vamos excluí-las:

	13	14
	9	10

Agora, vamos escolher o número <u>nove</u>. Ele está na segunda linha e segunda coluna.

14

Sobrou o 14.
Qual é a soma dos escolhidos? A soma é $4 + 9 + 14 = 27$.

Segredo das matrizes II

As tabelas, ou matrizes, que serão apresentadas, indicam um jogo. Antes, vale ressaltar que todo e qualquer número natural pode ser decomposto como somas de potências do número 2.

- Lembremos que:
  $1 = 2^0$;
  $2 = 2^1$;
  $4 = 2^2$;
  $8 = 2^3$;
  $16 = 2^4$.

E, generalizando, $2^n = 2 \times 2 \times \ldots \times 2$ (produto do 2 por ele mesmo n-vezes, sendo n um número natural).

- Assim, para escrever um número natural qualquer como soma de potências de base 2, basta inicialmente observar qual a potência mais próxima do número, sendo menor que este. Acompanhe os exemplos:
  - Número 9, como $9 > 8$, vamos retirar este número. Assim, $9 - \underline{8} = 1$. Sendo $1 = 2^0$, segue-se que $9 = 1 + 8$ (ou seja, $2^0 + 2^3$).
  - Número 23. Temos que $2^5 = 32 > 23$. Como $2^4 = 16 < 23$, fazemos a diferença entre 23 e 16. $23 - \underline{16} = 7$. Agora, temos o número 7. Percebemos que $7 < 8$ $(= 2^3)$,

e $7 > 4$ (= 2^2). Daí, fazendo a diferença, $7 - \underline{4} = 3$. Notemos que $3 > 2$ (= 2^1). Realizamos a diferença entre 3 e 2, $3 - 2 = 1$. Assim, $23 = 16 + 4 + 2 + 1$ (soma dos números retirados).

Exemplos gerais:

a) 81 $\Rightarrow$ $81 - 64 = 17$ $\Rightarrow$ $17 - 16 = 1$
$\Rightarrow$ $81 = \mathit{64} + \mathit{16} + \mathit{1}$.

b) 62 $\Rightarrow$ $62 - 32 = 30$ $\Rightarrow$ $30 - 16 = 14$
$\Rightarrow$ $14 - 8 = 6$ $\Rightarrow$ $6 - 4 = 2$
$\Rightarrow$ $62 = \mathit{32} + \mathit{16} + \mathit{8} + \mathit{4} + \mathit{2}$.

Como podemos "explorar" matematicamente o segredo das matrizes II?

- Potências de base dois. Você, caro leitor ou prezada leitora, pode dar uma folha de papel para uma criança (ou pessoa) e pedir que dobre a folha ao meio. Vale lembrar que dobrar é igual a multiplicar. Realizando três dobras, por exemplo, teremos 2 x 2 x 2 = 8 retângulos.

Continue seguindo a "lei de formação". Para a terceira dobra, deixe o papel dobrado no tamanho do menor retângulo e dobre-o ao meio. Abrir e contar para verificar que existem oito retângulos. Observe que a área de cada retângulo pequeno é igual a área do papel (retângulo grande) dividida por $W = 2^n$, onde n é o número de dobras.

- Outra utilidade matemática desta brincadeira: *figuras semelhantes*. Perceba uma situação-problema: quantas cerâmicas de 20cm por 30cm são necessárias para cobrir um piso de 8m por 12m?
- Neste exemplo, o piso é como se fosse o papel. As cerâmicas podem ser comparadas às dobras. Assim, quantas dobras são necessárias?

- Da observação anterior, Área Papel (Área Piso) = Área retângulo pequeno (cerâmica) x W(número de cerâmicas). Logo,

- Número de cerâmicas =

$$\frac{área \quad piso}{área \quad cerâmica} = \frac{800x1200}{20x30} = 1600.$$

- Lembre-se que 1 m = 100 cm... daí, 8m = 800cm e 12m = 1.200cm

Agora, observe as seguintes tabelas:

01	05	09
15	Tabela A	07
13	11	03

02	14	15
07	Tabela B	03
10	11	06

05	04	06
13	Tabela C	07
14	12	15

09	08	15
10	Tabela D	11
13	14	12

Vamos adivinhar números pensados? Nas tabelas acima estão dispostos números de 01 a 15. Escolha um número de, 01 a 15, e escreva em um pedaço de papel à parte (para garantir credibilidade!). Em quais tabelas se encontra o número? Observe atentamente...

Caso você diga que o número está nas tabelas C e D, o número em questão é o número 12. Caso esteja apenas em B, o número é o 02.

Qual o segredo?

Você lembra que todo e qualquer número natural pode ser decomposto em uma soma de potências de base dois... pois bem, neste caso, o maior número é 15 e 15 = 1 + 2 + 4 + 8 (quatro números e quatro tabelas).

01	05	09
15	Tabela A	07
13	11	03

02	14	15
07	Tabela B	03
10	11	06

04	05	06
13	Tabela C	07
14	12	15

08	09	15
10	Tabela D	11
13	14	12

Repare que estes números foram colocados no canto superior esquerdo de cada tabela. Mas você pode colocar em qualquer posição de sua preferência. Como é que as tabelas foram sendo completadas? Com raciocínio inverso às atividades anteriores...

- Número 1, fica na tabela A;
- Número 2, fica na tabela B;
- Número 3 = 1 + 2, fica nas tabelas A e B;
- Número 4, fica na tabela C;
- Número 5 = 1 + 4, fica nas tabelas A e C;

- Número 6 = 2 + 4, fica nas tabelas B e C;
- ...
- Número 8, fica na tabela D;
- Número 16, fica na tabela E;
- Número 18 = 2 + 16, fica nas tabelas B e E;
- Número 21 = 1 + 4 + 16, fica nas tabelas A, C e E.

Está clara a ideia?

Em quais tabelas devemos colocar o número 13? Como 13 é igual a 1 + 4 +8, deve ser colocado nas tabelas A, C e D.

Caso queiramos números maiores, como devemos proceder? Bem, a próxima potência de base dois maior que 8 é 16, a próxima maior que 16 é 32, e assim sucessivamente. No caso de querermos seis tabelas, como 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63. Fazemos seis tabelas e o número a ser escolhido deve estar entre 01 e 63.

Quantas linhas e colunas devemos ter? Bem, na tabela A devem ser colocados todos os números ímpares...

- Entre 01 e 31, incluindo os extremos, há 16 números. Daí optamos, por estética, em quatro linhas e quatro colunas. Podiam ter sido duas linhas e oito colunas (compare com jogo dos pontinhos para saber número de linhas e de colunas).
- Entre 01 e 63, incluindo os extremos, há quantos números? São eles, 01, 03, 05, ..., 59, 61 e 63. Logo, são 32 os números. Podemos formar tabelas com quatro linhas e oito colunas (ou uma escolha sua, tente...)

Assim, formamos "aleatoriamente"

Tabela A

01	13	23	19	43	35	49	33
05	07	15	03	51	57	45	55
27	09	21	17	63	37	59	53
11	29	31	25	39	61	47	41

Tabela B

02	03	27	15	46	55	35	54
11	10	22	31	58	38	50	59
30	26	23	19	42	62	51	34
14	07	06	18	63	47	39	43

Tabela C

04	15	23	14	36	45	55	52
29	12	05	28	37	61	38	60
07	30	06	22	62	53	44	54
21	20	31	13	47	63	39	46

Tabela D

08	29	24	14	40	44	45	46
27	25	11	12	41	58	59	47
10	31	28	26	42	62	60	56
30	15	13	09	43	63	61	57

Tabela E

16	27	22	25	48	55	56	63
24	20	30	21	49	54	57	62
31	28	18	29	50	53	58	61
19	23	26	17	51	52	59	60

Tabela F

32	35	40	38	33	45	42	41
37	34	44	39	46	43	47	36
50	51	54	55	58	59	61	62
49	52	53	56	57	60	48	63

Já não construiremos tabelas para uma escolha entre 01 e 123, incluindo os extremos. Todavia, ao fazer as sete tabelas, se uma pessoa disser que o número escolhido está nas tabelas A, C e G, garanto que o número em questão é 69. Com efeito...

- $A \Rightarrow 1 = 2^0$;
- $B \Rightarrow 2 = 2^1$;
- $C \Rightarrow 4 = 2^2$;

- D $\Rightarrow 8 = 2^3$;
- E $\Rightarrow 16 = 2^4$;
- F $\Rightarrow 32 = 2^5$;
- G $\Rightarrow 64 = 2^6$;

"Basta" somar... A (1) + C (4) + G (64) = 69.

Adaptações: ***Considerando 04 tabelas, os números de 01 a 15 podem ser associados as 15 primeiras letras do alfabeto. Daí, em vez de números usar cidades ou animais ou frutas.***

Ex.: Estou pensando em uma cidade a qual está nas tabelas A, B e D. Que cidade é esta?

A

Aracati	Goiânia	Kaloré	Eusébio
Cuiabá	Manaus	Itapipoca	Olinda

B

Beberibe	Natal	Juazeiro	Florianópolis
Olinda	Cuiabá	Goiânia	Kaloré

C

Diamantina	Manaus	Natal	Florianópolis
Eusébio	Limoeiro	Goiânia	Olinda

D

Hortolândia	Manaus	Juazeiro	Olinda
Itapipoca	Limoeiro	Kaloré	Natal

Resposta: Kaloré

Cidade do Estado do Paraná. Lembrar: $A = 1$, $B = 2$ e $D = 8$. Soma $= 1 + 2 + 8 = 11$.

Notar que podemos explorar assuntos atrelados à cidade: clima, população etc.

1.4. Sudoku

A tabela abaixo indica um "sudoku"

3	1	2		9	5		7	6
5		9	1		7		8	2
4		7	2	6	3	5		
9			7			2	4	
	2	8		1			9	3
	3		9	8	2		5	7
	4	5	6				3	1
1	7		3	5	8	9		4
8		3	4	2		7		5

Descrição: Preencha a grelha com os números de 1 a 9 em cada fila, coluna e quadrado 3x3.

Manual Sudoku Original: Preencha a grelha com os números de 1 a 9 de modo a que estes apareçam apenas uma única vez em cada fila, coluna e quadrado 3x3.

Adaptação: pode ser utilizado um quadro com quatro linhas e quatro colunas e usar figuras, tais como: ♥, ♠, ♦ e ♣ (ou figuras geométricas, como triângulos, retângulos etc.)

♥			
	♠		♣
	♦		

O aluno pode tentar completar aleatoriamente ou pode, o qual é o objetivo do jogo, estabelecer estratégias.

Resolvendo...

Vamos iniciar com o "coração". Como ele está na primeira linha e primeira coluna[2], os possíveis locais são os indicados com X:

2 Preparando linguajar do discente para o assunto matrizes, o qual é apresentado no segundo ano do ensino médio.

♥			
	♠	X	♣
	X	X	X
	♦	X	X

Perceba que são seis possíveis locais. Vamos "tentar" colocar na segunda linha e terceira coluna o ♥. Por quê? Porque, via observação da tabela, se o referido símbolo for colocado na terceira linha e terceira coluna chegaremos em uma incoerência, observe:

♥			
	♠		♣
		♥	
	♦		

Ficamos sem escolha, pois não podemos ter símbolos iguais em quadrados de mesma cor (ou minigrelhas).

Assim,

♥			
	♠	♥	♣
	♦		

Agora, com base na escolha anterior, as escolhas restringem-se a:

♥			
	♠	♥	♣
	X		X
	♦		X

Vamos optar pela terceira linha e segunda coluna:

♥			
	♠	♥	♣
	♥		
	♦		

Assim, a última escolha é:

♥			
	♠	♥	♣
	♥		
	♦		♥

Repare que os outros símbolos saem "naturalmente". Na segunda linha, está faltando o ♦. Na segunda coluna, está faltando o ♣.

♥	♣		
♦	♠	♥	♣
	♥		
	♦		♥

Voltamos às escolhas. Para o ♦, as opções são:

♥	♣	X	X
♦	♠	♥	♣
	♥	X	X
	♦		♥

Daí, considere escolhida a posição da terceira linha e terceira coluna:

♥	♣		
♦	♠	♥	♣
	♥	♦	
	♦		♥

Logo, resta a posição: primeira linha e quarta coluna.

♥	♣		♦
♦	♠	♥	♣
	♥	♦	
	♦		♥

Assim como argumentado anteriormente, a quarta coluna pode ser completada, já que há uma única opção para o preenchimento com o símbolo:

♥	♣		♦
♦	♠	♥	♣
	♥	♦	♠
	♦		♥

Daí, concluímos que a terceira linha fica completa com o símbolo ♣ e a primeira com ♠:

♥	♣	♠	♦
♦	♠	♥	♣
♣	♥	♦	♠
	♦		♥

Agora, é só completar com os símbolos que faltam:
♠ na primeira coluna e
♣ na terceira coluna:

♥	♣	♠	♦
♦	♠	♥	♣
♣	♥	♦	♠
♠	♦	♣	♥

Logo:

3	1	2	8	9	5	4	7	6
5	6	9	1	4	7	3	8	2
4	8	7	2	6	3	5	1	9
9	5	1	7	3	6	2	4	8
7	2	8	5	1	4	6	9	3
6	3	4	9	8	2	1	5	7
2	4	5	6	7	9	8	3	1
1	7	6	3	5	8	9	2	4
8	9	3	4	2	1	7	6	5

QUESTÕES CMF:

Prova 2002 – 11ª Questão

A quinta parte de 5^{555} é...

SOLUÇÃO

A ideia básica é trabalhar potências. A quinta parte é:

$$\frac{5^{555}}{5^{1}} = 5^{555-1} = 5^{554}$$

Comentários:

- *Erros frequentemente observados: (1) dividir o expoente por 5, obtendo 5^{111}; (2) subtrair 5 do expoente: $5^{555-5} = 5^{550}$*

Prova 2005 – 1ª Questão (adaptação: *utilizamos papel 60 kg – pode ser cartolina – e colamos barbantes tanto na horizontal quanto na vertical para indicar as "casas". Os valores foram indicados por cubinhos do material dourado)*

Na tabela abaixo, disponha em cada quadrado vazio um número de 0 a 8 de modo que a soma dos três números em cada fileira horizontal e em cada fileira vertical seja sempre igual a 9. Desse modo, qual a soma de todos os números que foram utilizados para completar a tabela?

		5
	3	
1		4

Solução

Temos duas estratégias: A primeira é a ideia básica de completar a partir da fileira que faltam menos números.

Iniciando com a terceira fileira da horizontal (ou 3ª linha) – pode ser a terceira fileira da vertical (ou 3ª coluna) – temos: 1 + 4 = 5. Como a soma é 9, segue-se que o número procurado é 4:

		5
	3	
1	4	4

Na 3ª coluna, a soma já é 9. Por conseguinte, o número procurado é 0:

		5
	3	0
1	4	4

Na 2ª coluna, a soma é 7. Assim sendo, o número procurado é 2:

	2	5
	3	0
1	4	4

Continuando com as ideias:

2	2	5
6	3	0
1	4	4

Logo, a soma é: 2 + 2 + 6 + 0 + 4 = **14**

A segunda estratégia: como cada fileira na horizontal ou na vertical tem soma 9, segue-se que nas três, ou na vertical ou na horizontal, a soma é 27. Já temos os números a, 3, 4 e 5, cuja soma é 13. Logo, a soma dos elementos restantes é igual a diferença entre 27 e 13. Ou seja: 27 – 13 = 14.

Comentários:

Praticamente não ocorreu erro. Alguns demoraram para resolver. Só um discente utilizou a segunda estratégia.

Prova 2006 – 11ª Questão (adaptação: ***utilizamos cartolina e colamos barbantes tanto na horizontal quanto na vertical para indicar as "casas". Os valores foram indicados por cubinhos do material dourado).***

Há uma tabela de adição com quatro linhas e quatro colunas. Três números naturais estão representados por a, b e c. Cada um dos valores que estão na primeira linha são somados aos valores que estão na primeira coluna. Os números 7, 9 e 14 são alguns desses resultados obtidos (vide tabela). Determine a + b + c.

+	.a	.b	.c
.a			7
.b		14	9
.c	7	9	

Solução

Seguir a ideia apresentada. Isto é, com base na confecção da tabela, percebemos que a soma de b com ele mesmo é igual a 14. Desta feita, b é igual a 7.

A soma de c com b é igual a 9. Sendo b = 7, segue-se que c = 2.

Por fim, da soma de a com c ser 7, concluímos que a = 5. Logo, a + b + c = 5 + 7 + 2 = **14.**

Comentário: *Questão teve como principal dificuldade a sua interpretação.*

Prova 2008 – 12ª Questão (adaptação: ***mesma anterior).***

A tabela abaixo deve ser completada utilizando somente os números 1, 2, 3 e 4, de tal modo que não haja números repetidos em uma fileira horizontal ou em uma fileira vertical. A soma dos números que faltam para preencher a tabela é...

1			3
	2	4	
	1	3	
2			4

Solução

Temos duas estratégias: A primeira é a ideia básica de completar a partir da fileira que faltam menos números, utilizando o número que mais se repete. Compare com sudoku.

Escolhendo o número 1, completaremos com X onde ele não pode ser colocado, conforme instruções (no caso de estudantes com deficiência visual, a tabela era coberta com tira de papel):

1	X	X	3
X	2	4	
X	1	3	X
2	X		4

Ficamos com duas opções. Que são justamente os locais a serem preenchidos:

1			3
	2	4	1
	1	3	
2		1	4

Agora, notamos que tanto a segunda linha, quanto as colunas "3" e "4" possuem três elementos cada uma. Falta um "3" na segunda linha, um "2" na terceira coluna e um "2" na quarta coluna:

1		2	3
3	2	4	1
	1	3	2
2		1	4

Seguindo ideia, basta completar os espaços em branco com os números que faltam:

1	4	2	3
3	2	4	1
4	1	3	2
2	3	1	4

Logo a soma é: 4 + 2 (1ª linha) + 3 + 1 (2ª linha) + 4 + 2 (3ª linha) + 3 + 1 (4ª linha) = **20**

Uma segunda estratégia é observar que a soma dos elementos de cada linha é 10. Logo, nas quatro linhas a soma é 40. A soma dos números que já estão dispostos é: 1 + 3 + 2 + 4 + 1 + 3 + 2 + 4 = 20. Logo, 40 – 20 = 20.

***Comentário:** Questão não dificuldade, nem em sua interpretação. A maioria utilizou a segunda estratégia.*

Prova 2008 – 16ª Questão (adaptação: *mesma anterior*).

Os números naturais de 1 até 102 estão distribuídos em tabelas, conforme figura (descrição: tabelas conforme celas Braille tendo três linhas e duas colunas). Onde está localizado o número 83?

Tabela 1		*Tabela 2*		*Tabela 3*		*Tabela ?*	
1	*2*	*7*	*8*	*13*	*14*	*97*	*98*
3	*4*	*9*	*10*	*15*	*16*	*99*	*100*
5	*6*	*11*	*12*	*17*	*18*	*101*	*102*

***Continuando descrição:

- *1ª linha e 1ª coluna: 1 na tabela "1"; 7 na tabela "2"; 13 na tabela "3"...*
- *1ª linha e 2ª coluna: 2 na tabela "1"; 8 na tabela "2"; 14 na tabela "3"...*
- *2ª linha e 1ª coluna: 3 na tabela "1"; 9 na tabela "2"; 15 na tabela "3"...*
- *2ª linha e 2ª coluna: 4 na tabela "1"; 10 na tabela "2"; 16 na tabela "3"...*
- *3ª linha e 1ª coluna: 5 na tabela "1"; 11 na tabela "2"; 17 na tabela "3"...*
- *3ª linha e 2ª coluna: 6 na tabela "1"; 12 na tabela "2"; 18 na tabela "3"...*

Solução

Inicialmente, observar a lei de (in)formação:

- *1ª linha e 1ª coluna: 7 = 6 + 1; 13 = 2x6 + 1...*
- *1ª linha e 2ª coluna: 8 = 6 + 2; 14 = 2x6 + 2...*

Não precisamos ver todas as posições. Pois, tendo como base a tabela "1", a posição de cada número é indicada pelo resto da divisão de qualquer número natural dado (maior que 6 e menor ou igual a 102) por 6.

Desta feita, 83 dividido por 6 tem quociente 13 resto 5 (isto é, 6 x 13 + 5 = 78 + 5 = 83). Logo, o 83 está na 3ª linha e 1ª coluna.

Comentário: *Só três discentes fizeram esta questão (dos nove que tentaram). Dois seguindo a ideia aqui apresentada e um por "construção" – fez todos os números!*

Prova 2012 – 12ª Questão (adaptação: *enunciado, excluindo tabela contemplando descrição)*

Os 1320 candidatos de um concurso foram distribuídos em salas com 30 candidatos cada uma. Essa distribuição foi feita seguindo a ordem crescente dos números de inscrição dos candidatos.

- *Sala 01 – candidatos de inscrição 0001 a 0030;*
- *Sala 02 – candidatos de inscrição 0031 a 0060;*
- *Sala 03 – candidatos de inscrição 0061 a 0090.*

Em qual sala está Jorge se seu número de inscrição foi 1023?

Solução

Percebemos que vamos dividir 1023 por 30. Motivo: quantidade de pessoas por sala. A sala onde se localiza Jorge é obtida adicionando 1 ao quociente.

Não está clara a ideia? Tentativas e erros:

- Inscrição 27 está na sala 1;
- Inscrição 52 está na sala 2, pois 52 = **1** x 30 + 22
- 78 está na sala 3, pois 78 = **2** x 30 + 18

Assim, realizando a divisão de 1023 por 32, temos 1023 = **34** x 30 + 3. Logo: sala 35.

Comentários: *discentes não apresentaram dificuldades em resolver a questão.*

1.5. O jogo dos quatro-quatro...

Podemos escrever de 0 a 9 usando quatro números 4 e os sinais:

- Da adição: +
- Da subtração: -
- Da multiplicação: *
- Da divisão: / e
- Parênteses: ( ).

Por exemplo,

0 = 4 + 4 – 4 – 4 ou (4 – 4)/(4 + 4) ou também (4 – 4)*4/4.
Perceba que a mais de uma maneira de escrever um número inteiro dado (entre zero e nove, incluindo extremos).

A importância deste jogo está no uso coerente dos parênteses e das operações. Por exemplo, 4 + 4/4 não é o mesmo que (4 + 4)/4.

No primeiro caso, inicialmente calculamos a divisão de 4 por 4 e o resultado é acrescentado de 4, perceba uso dos parênteses

(4 + 4/4 = 4 + 1 = 5).

No segundo caso, resolvemos primeiro os parênteses, 4 + 4 = 8. O resultado é dividido por 4. Neste caso, a resposta é dois.

Antes de olhar *uma* resposta dada, quebre um pouco a cabeça...

- ❖ 1 = (4 + 4)/(4 + 4)
- ❖ 2 = 4*4/(4 + 4)
- ❖ 3 = (4 + 4 + 4)/4
- ❖ 4 = 4 + (4 – 4)/4
- ❖ 5 = (4*4 + 4)/4

- $6 = (4 + 4)/4 + 4$
- $7 = 4 + 4 - 4/4$
- $8 = 4*4/4 + 4$
- $9 = 4 + 4 + 4/4$

Caríssimo leitor e prezada leitora, vocês podem fornecer de outra maneira os valores indicados?

1.6. Trabalhando Com Papéis

Com auxílio de papéis queremos argumentar...

- $a/b + c/d = (ad + bc)/cd$;
- $a^2 + b^2 = c^2$.

Material necessário:

- 02 folhas de papel A4 ou ofício, limpo ou rabiscado.
- 01 régua e
- 01 lápis ou 01 caneta.

Faremos uso de uma linguagem mais popular. Pegando uma folha de papel, que tem o formato de um retângulo, vamos transformá-la em um quadrado.

Vamos seguir as seguintes instruções:

(a) Sejam A, B, C e D os quatro vértices, sendo AB e CD os lados menores e BC e AD os lados maiores.
(b) Pegar o vértice D e levar para o lado BC de modo que o lado DC fique sobre o lado BC.
(c) Seja E em BC tal que CE = CD.
(d) Pegar o vértice C e levar para o lado AD de modo que o lado DC fique sobre o lado AD.
(e) Seja F em AD tal que DF = CD.
(f) Com a régua alinhada passando pelos pontos E e F, cortar o papel.
(g) FECD é um quadrado (por quê?).

Agora, vamos pegar o retângulo ABEF e vamos dividí-lo ao meio em relação ao lado BE.

Repare que os dois retângulos são idênticos.

<u>a/b + c/d = (ad + bc)/bd:</u>

Vamos tentar assimilar tal resultado via exemplos: ½ + 1/3.

(a) Pegar a primeira tira e dobrá-la ao meio (em relação ao maior lado).

(b) Pegar a outra tira e dobrá-la em três partes iguais (em relação ao maior lado).

(c) Note que as tiras estão de tamanhos diferentes.

(d) Abrindo a primeira tira, vamos hachurear[3] uma das duas partes para caracterizar 1 de 2, isto é, identificar ½.

(e) Abrindo a outra tira, vamos hachurear uma das três partes para caracterizar 1 de 3, isto é, identificar 1/3.

(f) Voltar ambas as tiras para as dobras iniciais, isto é dobrar a primeira ao meio e a segunda em três partes iguais.

(g) Para que elas voltem a ficar do mesmo tamanho, aquela que foi dobrada ao meio será dobrada em três partes iguais e a que foi dobrada em três partes iguais será dobrada ao meio (sempre em relação ao maior lado).

(h) Note que estão do mesmo tamanho. Abrindo ambas percebemos que em cada uma existem 6 dobras e que:

(i) Onde tínhamos ½ agora temos 3 de 6, 3/6;

(j) Onde tínhamos 1/3 agora temos 2 de 6, 2/6.

(k) Colocando as tiras de costas uma para a outra reparamos que, em um lado temos 3 e no outro temos 2, assim, temos 5 retângulos marcados de 6. Conclusão: ½ + 1/3 = 5/6.

Exemplo 2: ¾ + 1/5.

3 *No caso de alunos cegos, podem usar fitas adesivas ou indicar com pontos em Braille.*

Pegar duas tiras idênticas e:

(a) Pegar a primeira tira e dobrá-la em quatro partes iguais (em relação ao maior lado).
(b) Pegar a outra tira e dobrá-la em cinco partes iguais (em relação ao maior lado).
(c) Note que as tiras estão de tamanhos diferentes.
(d) Abrindo a primeira tira, vamos hachurear três das quatro partes para caracterizar 3 de 4, isto é, identificar 3/4.
(e) Abrindo a outra tira, vamos hachurear uma das cinco partes para caracterizar 1 de 5, isto é, identificar1/5.
(f) Voltar ambas as tiras para as dobras iniciais, isto é dobrar a primeira quatro partes e a segunda em cinco partes iguais.
(g) Para que elas voltem a ficar do mesmo tamanho, aquela que foi dobrada em quatro partes será dobrada em cinco partes iguais e a que foi dobrada em cincos partes iguais será dobrada em quatro partes iguais (sempre em relação ao maior lado).
(h) Note que estão do mesmo tamanho. Abrindo ambas percebemos que em cada uma existem 20 dobras e que:
(i) Onde tínhamos 3/4 agora temos 15 de 20, 15/20;
(j) Onde tínhamos 1/5 agora temos 4 de 20, 4/20.
(k) Colocando as tiras de costas uma para a outra reparamos que, em um lado temos 15 e no outro temos 4, assim, temos 19 retângulos marcados de 20. Conclusão: ¾ + 1/5 = 19/20.

Quais conclusões podem ser tiradas de tais procedimentos? Coincidem ou não com a soma de frações? (Deixar que os alunos cheguem com suas respectivas conclusões!)[4]

$$\underline{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

4 Dobrar é o mesmo que multiplicar

Com o auxílio de papel no formato de um quadrado, medir três dedos (ou dois) de cima para baixo (ou de baixo para cima, que é a mesma coisa!) E mesma medida da esquerda para a direita (ou da direita para a esquerda).

Marcando estas medidas e cortando o papel ficamos com quatro pedaços de papel: um pequeno quadrado, um quadrado grande e dois retângulos idênticos.

Se considerarmos a como a medida dos dedos e b como a medida que sobrou, reparamos que o quadrado, antes de ser cortado tem lados de medida a + b e a área, a qual é o produto da base pela altura (não custa lembrar!), é $(a + b)^2$.

Ora, como ela é a junção dos quatro pedaços de áreas:

- Quadrado pequeno de lado a: área a^2;
- Quadrado grande de lado b: área b^2 e
- Retângulos de lados a e b: área ab, daí, 2ab (pois são dois).

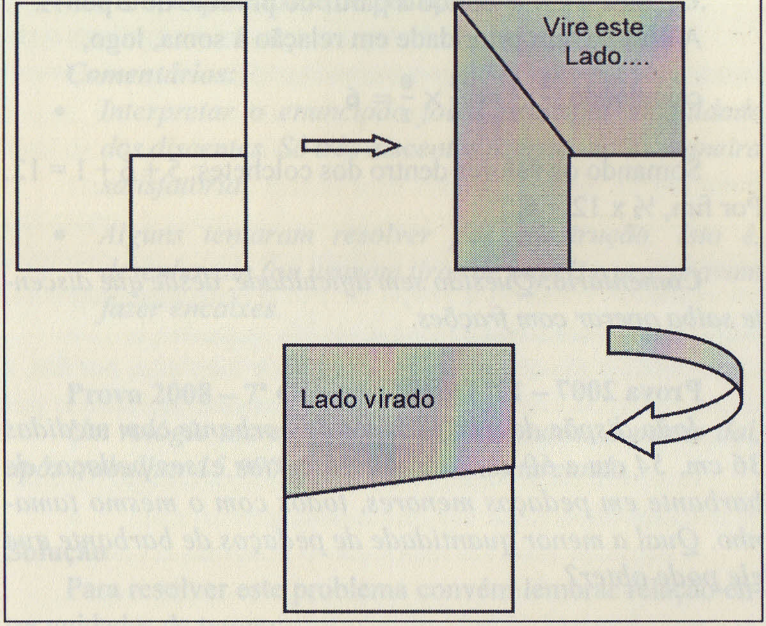
Assim, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Procedimentos para justificar resultado de $a^2 - b^2$.

Façamos a leitura seguinte: quadrado de lado a menos quadrado de lado b (diferença entre os quadrados de a e de b). Desenhe um quadrado de lado a. Dentro deste, desenhe um quadrado de lado b (é claro que a > b). Recorte o quadrado de lado b. temos algo parecido com um "L". Dobre e recorte, conforme indicado na segunda figura. Vire uma delas e faça a junção no lado recortado.

Temos, então, um retângulo. Um dos lados tem medida a – b. O outro, por ser uma junção e juntar é igual a somar, tem medida a + b. Lembrando que há outras maneiras de se apresentar o resultado... Assim, a área do retângulo é dada por $(a – b)(a + b)$.

Por conseguinte, temos $a^2 - b^2 = (a – b)(a + b)$.



Um exemplo numérico do uso da expressão... Calcular o produto de 58 por 62. Ora, 58 = 60 – 2 e 62 = 60 + 2, daí, 58 x 62 = (60 – 2)(60 + 2) = 60^2 - 2^2 = 3600 – 4 = 3596.

QUESTÕES CMF

Prova 2007 – 2ª Questão

Simplificar a expressão $\frac{1}{2}\left[5+\frac{3}{4}:\frac{1}{8}+2\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]$

Solução

se adequa o jogo dos 4-4. Isto é, seguir sequência: resolver inicialmente os parênteses:

$$1-\frac{1}{2}=\frac{1\times 2-1}{2}=\frac{1}{2}$$

Assim, $\frac{1}{2}\left[5+\frac{3}{4}:\frac{1}{8}+2\times\frac{1}{2}\right]=\frac{1}{2}\left[5+\frac{3}{4}:\frac{1}{8}+1\right]$

Onde o “1” é obtido a partir do produto de 2 por ½.

A divisão tem prioridade em relação à soma, logo, calculando $\frac{3}{4}:\frac{1}{8} = \frac{3}{4}\times\frac{8}{1} = 6$

Somando os valores dentro dos colchetes: 5 + 6 + 1 = 12. Por fim, ½ x 12 = **6.**

Comentário: *Questão sem dificuldade, desde que discente saiba operar com frações.*

Prova 2007 – 12ª Questão

João dispõe de três pedaços de barbante com medidas 36 cm, 54 cm e 60 cm. Ele deseja cortar esses pedaços de barbante em pedaços menores, todos com o mesmo tamanho. Qual a menor quantidade de pedaços de barbante que ele pode obter?

Solução

Interpretar a questão a partir das informações. Pedaços menores com mesmo tamanho, isto é, menores valores comuns aos números dados. Ou seja, divisores naturais de 36, 54 e 60.

Assim, uma ideia é descrever os divisores:

- Divisores 36 = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}
- Divisores 54 = {1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54}
- Divisores 60 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60}

Deste modo, o maior divisor comum é: **6**.

Por conseguinte, a quantidade de pedaços é:

- Barbante com 36 cm → 36/6 = 6 pedaços.
- Barbante com 54 cm → 54/6 = 9 pedaços.
- Barbante com 60 cm → 60/6 = 10 pedaços.

Por fim, a quantidade de pedaços é: 6 + 9 + 10 = **25.**

Comentários:

- *Interpretar o enunciado foi a principal dificuldade dos discentes. Só três discentes fizeram-no de maneira satisfatória.*
- *Alguns tentaram resolver por construção. Isto é, desenhavam (ou usavam tiras de papel) e procuravam fazer encaixes.*

Prova 2008 – 7ª Questão

Um relógio marca 7 horas e 20 minutos. A partir daí, após trabalhar 15.600 segundos, estará marcando...

Solução

Para resolver este problema convém lembrar relação entre unidades de tempo:

- Uma hora equivale a 60 minutos.
- Um minuto equivale a 60 segundos.

Desta feita, 15.600 segundos correspondem a quantas horas e a quantos minutos?

Inicialmente, transformar em minutos. Por conseguinte, dividir 15.600 por 60. Assim, **260** minutos.

Todavia, da relação entre hora e minuto, dividir 260 por 60 (observe que não teremos uma divisão exata). O resto corresponde aos minutos. Efetuando a divisão, notamos que 260 = 4 x 60 + 20.

Ou seja, 4 horas e 20 minutos. Por fim, acrescentando este tempo às horas marcadas, temos: **11 horas e 40 minutos.**

***Comentários:** discentes conseguiram resolver esta questão. A interpretação foi satisfatória.*

Prova 2009 – 9ª Questão

Ana pensou em um número, somou 2 e multiplicou o resultado por 5. Se o total encontrado foi de 30, qual número pensado por Ana?

Solução

Temos duas linhas de raciocínio. A primeira é pensar "ao contrário". Ou seja, quando vestimos uma farda, por exemplo, inicialmente vestimos a roupa de baixo (cueca ou calcinha) para depois vestir uma calça.

Qual é o ato contrário? Primeiro tirar a calça e, por fim, a roupa de baixo. Desta feita, o segundo ato foi multiplicar por 5 para obter 30. Assim, $30/5 = 6$.

Inicialmente somou 2. Portanto, $6 - 2 = 4$. Logo o número pensado foi **4**.

A segunda linha de raciocínio é imaginar Δ como o número procurado. Assim:

- Somar 2: $\Delta + 2$;
- Multiplicar por 5: $5 \times (\Delta + 2)$;
- Resultado 30: $5 \times (\Delta + 2) = 30$.

Deste modo: $(\Delta + 2) = 30/5 = 6 \therefore \Delta = 6 - 2 = 4$

Comentários: *a segunda solução foi a mais utilizada. Todavia, houve quem errasse ao fazer, na multiplicação,* $5 \times \Delta + 2$. *Argumentavam que problema estava errado, pois 28 não é divisível por 5 (lembrar: números naturais!). Dois discentes fizeram a primeira estratégia.*

Prova 2009 – 19ª Questão

Um determinado remédio deve ser administrado (dado) três vezes ao dia, em doses de 5 ml cada vez, durante 20 dias. Se cada frasco contém 100 cm³ de remédio, quantos frascos são necessários?

Solução

Convém observar a relação: 1 cm^3 = 1 ml.

O remédio é dado três vezes ao dia. Por conseguinte, diariamente, são consumidos 15 ml. Sendo 20 a quantidade de dias, o total de ml que devem ser consumidos é: 20 x 15 = 300 ml.

Dado que cada frasco tem 100 ml, o total de frascos é 300/100 = 3.

Comentários:

- *A principal dificuldade foi lembrar a relação entre ml e cm^3. Como consequência, houve que multiplicasse o resultado final por 1.000.*
- *Dois desconsideraram as unidades e realizaram a conta seguinte: 100/(5 + 20) = 100/25 = 4.*
- *Dois fizeram completamente certa a questão.*

Prova 2010 – 4ª Questão

O Sr. Francisco adquiriu um sítio de 120.000 m^2 de área e reservou 1/5 dessa área para a construção de sua casa e jardim. No restante da área do sítio, plantou milho, feijão e mandioca. A distribuição de terra para o plantio deu-se da seguinte maneira: 1/3 foi reservada para a plantação de milho e ½ para a plantação de feijão. Qual área (em m^2) foi destinada à plantação de mandioca?

Solução

Um erro frequentemente observado foi somar as frações envolvidas: $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{6+10+15}{30} = \frac{31}{30}$. Daí, usaram 1/30 para o cálculo. Isto é: 120.000 x 1/30 = 4.000 m^2.

Por qual motivo o raciocínio está errado? Inicialmente, temos uma fração imprópria. Em seguida, pelo próprio enunciado: "no restante"...

Assim, restante indica 4/5 de 120.000 m^2 = 96.000 m^2. Como a resposta é solicitada em m^2, podemos obtê-la da seguinte maneira:

- $1/3$ de 96.000 m^2 = 32.000 m^2 (para milho);
- ½ de 96.000 m^2 = 48.000 m^2 (para feijão).

Já tem em uso 80.000 m^2. Logo, ainda há **16.000** metros quadrados para plantação de mandioca.

Comentários:

- *Principal dificuldade apresentada por discentes foi a interpretação do enunciado.*
- *Alguns interpretaram as frações (1/3 e ½) em termos de 120.000 e não de 96.000.*

Prova 2010 – 5ª Questão

Dona Salete comprou lâmpadas decorativas para o Natal. Ao ligar sua árvore de Natal observou que a lâmpada azul piscava de 8 em 8 segundos, enquanto que a lâmpada vermelha piscava de 10 em 10 segundos. Sabendo-se que elas piscaram juntas às 18 horas, 00 minuto e 00 segundo, determine quantas vezes elas piscaram no mesmo momento, no período das 17 horas, 59 minutos e 50 segundos às 21 horas, 00 minuto e 10 segundos, inclusive, dessa mesma noite. Suponha que tudo ocorreu dentro da normalidade e, portanto, não houve interrupção, queda ou pico de energia e nem a queima das lâmpadas.

Solução

Estratégias para este problema:

- Determinar intervalo de tempo em segundos, pois a variação entre as piscadas está em segundos.
- Interpretar o significado de piscarem juntas e, por conseguinte, resolver o problema.

Como piscaram juntas às 18 horas, 00 minuto e 00 segundo, então, em segundos, a variação do tempo até 21 horas, 00 minuto e 10 segundos é: 3 horas, 00 minuto e 10 segundos.

Já que uma hora corresponde a 60 minutos, as três horas correspondem a 180 minutos. Como cada minuto vale 60 segundos, temos, por conseguinte, 180 x 60 + 10 = 10.810 segundos.

Piscar juntos significa analisar os múltiplos comuns entre 8 e 10. Lembrando que:

- Múltiplos naturais de 8 = {0, 8, 16, 24, ...}
- Múltiplos naturais de 10 = {0, 10, 20, 30, ...}
- Múltiplos naturais comuns entre 8 e 10 = {0, 40, 80, 120, ...}

Desta feita, quantos múltiplos comuns de 8 e 10 estão de 0 e 10.810?

Dividindo 10.810 por 40, segue-se que 10.810 = 40 x **270** + 10.

Logo, piscaram juntas, no intervalo dado, **271** vezes.

Comentários:

- Discentes não apresentaram dificuldades na compreensão do problema. Sabiam que deveriam trabalhar com múltiplos comuns de 8 e de 10.
- Todavia, a maioria argumentou que a resposta era 270. Esquecendo-se que há a piscada inicial.

Prova 2010 – 9ª Questão

Determinado elevador tem capacidade para transportar 12 adultos ou então 18 crianças (desacompanhadas). Em um determinado dia, este elevador parou em um andar com 8 adultos em seu interior. Sabendo-se que, no andar, várias crianças o aguardavam para descer e que nenhum dos adultos saltou no referido andar, o número máximo de crianças que ainda podem entrar no elevador é...

Solução

Temos um problema que envolve proporcionalidade. 12 adultos correspondem a 18 crianças. Por conseguinte, 4 adultos (quantidade de adultos que faltam para lotar elevador) corresponde a quantidade de crianças.

Sendo 4 a terça parte de 12, segue-se que 6 é a terça parte de 18. Logo, ainda podem entrar **6** crianças.

Comentários:

- *Principal dificuldade foi realizar a proporção corretamente. Ou seja, a maioria dos discentes usou a proporção correspondente a 8 adultos, ou seja, 12 crianças.*
- *Exceto um, que argumentou conforme raciocínio descrito na solução, demais que acertaram usaram a relação matemática:* $\frac{12}{18} = \frac{4}{\Delta} \therefore \Delta = 12$. *Sendo 18 o total de crianças, a resposta é 18 – 12 = 6.*

Prova 2010 – 13ª Questão (ada*ptação: leitura detalhada para melhor interpretação)*

Qual o valor da expressão abaixo?

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}+\frac{5}{8}$$

Solução

Iniciar da "última" fração. Com efeito, determinação de denominador. Em seguida repetir procedimento.

Assim,

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}}+\frac{5}{8}$$

Divisão de fração: 1/(3/2) = 1 x 2/3 = 2/3

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{2}{3}}}+\frac{5}{8}$$

Calculando 1 + 2/3,

$$\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{5}{3}}}+\frac{5}{8}$$

Dividindo 1 por 5/3,

$$\frac{1}{1+\frac{3}{5}}+\frac{5}{8}$$

Calculando 1 + 3/5,

$$\frac{1}{\frac{8}{5}}+\frac{5}{8}$$

Dividindo 1 por 8/5,

$$\frac{5}{8}+\frac{5}{8}$$

Por fim, somando,

$$\frac{5}{8}+\frac{5}{8}=\frac{10}{8}=1{,}25$$

Comentário: *a principal dificuldade da questão é sua escrita em Braille, pois fica muito extensa. Por conseguinte, a adaptação é leitura detalhada. Discentes a resolveram sem dificuldades nas manipulações envolvendo frações.*

Prova 2011 – 9ª Questão

Augusto comprou um álbum de figurinhas de jogadores que participaram de um torneio. O valor do álbum, sem nenhuma figurinha, foi R$ 5,00. O álbum tinha 600 figurinhas, sendo que 2/3 delas ele adquiriu gastando R$ 120,00. Como estava ficando difícil completar o álbum, ele resolveu solicitar as figurinhas restantes diretamente da editora que o publicou. A editora enviou pelos Correios todas as figurinhas solicitadas sem nenhuma repetição. Elas foram enviadas em pacotes com cinco unidades e, por cada pacote, foi cobrado R$ 1,75. Desse modo, quanto Augusto gastou desde a compra do álbum até completa-lo?

Solução

Quando o enunciado é muito longo, é interessante subdividir a solução, a partir das informações:

- Inicialmente: já gastou 5 reais. Logo tal valor deve ser acrescido.
- Já adquiriu 2/3 das 600 figurinhas. Ou seja, já tem 600 x 2/3 = 400 figurinhas. Pelas 400 figurinhas pagou 120. Juntando com álbum, já gastou 125 reais.
- Faltam 600 – 400 = 200 figurinhas. Serão mandadas pelos Correios em embalagens com cinco unidades. Logo serão 200/5 = 40 pacotes.
- Cada pacote custa R$ 1, 75. Logo, pelos 40 pacotes, 1,75 x 40 = 70 reais.
- Por fim: 70 + 125 = **195** reais.

Comentário: *principal dificuldade da questão está no tamanho de seu enunciado. Todos discentes lograram êxito, embora tenham feito com um tempo médio de seis minutos.*

Prova 2011 – 11ª Questão

Na escola que Alfredo estuda, o aluno tem que alcançar nota final maior ou igual a 6,0 para ser aprovado sem recuperação final. Essa nota final é a média aritmética das notas dos quatro bimestres. A média aritmética das notas de Alfredo dos três primeiros bimestre é 5,8. Para ser aprovado, sem a recuperação final, a nota de Alfredo no 4ª. Bimestre deve ser maior ou igual a...

Solução

Um erro frequente nessa questão foi o cálculo 2 x 6 – 5,8 = 12 – 5,8 = 6,2. Por qual motivo? Sendo 6 a média de aprovação e tendo duas notas – a média e a prova do 4º. Bimestre – segue-se que discentes multiplicaram a média por dois e subtraíram da nota que Alfredo tinha.

Os poucos que a acertaram seguiram a seguinte ideia:

$$media = \frac{1^o Bimestre + 2^o Bimestre + 3^o Bimestre + 4^o Bimestre}{4}$$

Ou seja, nota 4º.bimestre = 4 x 6 – 3 x 5,8 – isto é, média 6 em quatro bimestres, implica 4 x 6, média 5,8 em três bimestres, implica 3 x 5,8.

Enfim, 24,0 – 17,4 = **6,6**.

Comentário: *principal dificuldade da questão está na interpretação de seu enunciado. Só dois discentes conseguiram resolver satisfatoriamente.*

Prova 2011 – 18ª Questão

No jardim da casa do professor Romualdo, uma torneira com defeito deixa pingar 40 gotas de água por minuto. O professor Bernardo dispôs-se a calcular a quantidade de água *desperdiçada pela torneira em exatos cinco dias. Sabendo que cada gota de água equivale a 0,05 mililitros, qual a quantidade de água desperdiçada em litros durante os cinco dias?*

Solução

Uma curiosidade natural das crianças com deficiência visual é saber como determinar o volume de uma gota. Uma estratégia foi contar a quantidade de gotas que caíram em um copo milimetrado, em Braille. Daí, bastou dividir o volume estabelecido pela quantidade de gotas. Cálculo foi repetido duas vezes para melhor exatidão.

Em relação ao problema, inicialmente determinar a quantidade de gotas em um dia. Como um dia tem 24 horas, e uma hora tem 60 minutos, segue-se que em um dia caem 24 x 60 x 40 = 57.600 gotas.

Assim, em 5 dias caem 57.600 x 5 = 28.800 gotas. Dado que cada gota tem 0,05 ml, em ml, são gatos: 28.800 x 0,05 = 14.400 ml. Ou seja, **14,4** litros.

Comentário: *principal dificuldade da questão está no tamanho de seu enunciado. (cerca de 12 linhas em Braille). Todos discentes conseguiram êxito.*

Prova 2012 – 2ª Questão

Um grupo de amigos dispunha inicialmente de R$ 18,00 para comprar o material a ser utilizado em um trabalho escolar. No entanto, para comprar todo o material, eles precisavam de R$ 42,00. Eles dividiram igualmente a quantia que faltava, concluindo que cada um precisava dar mais R$ 6,00. Qual a quantidade de amigos do grupo?

Solução

Um erro observado foi a divisão de 42 por 6, totalizando 7 (que era uma das opções!). Todavia, desconsideraram os 18 reais bem como a palavra "faltava". Ou seja, eles tinham 18 reais e precisavam de 42 – 18 = 24.

Deste modo, 24/6 = 4.

Comentário: *a não leitura atenta do enunciado implicou no erro indicado. Em matemática, todas as informações dadas devem ser utilizadas.*

Prova 2012 – 14ª Questão

Um jardineiro, durante quatro dias, irá plantar grama em um jardim. Ele pretende plantar a grama da seguinte maneira: metade da área do jardim no primeiro dia. ¼ da área no segundo dia. 1/8 da área no terceiro dia e 1/16 da área no quarto dia. Ao final dos quatro dias, qual fração do jardim corresponde a área plantada com grama?

Solução

Problema sem dificuldades. Soma direta de frações,

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}=\frac{8+4+2+1}{16}=\frac{15}{16}$$

Comentários: *um discente errou porque entendeu que o enunciado queria a área não plantada. Não obstante, demais acertaram.*

Obs.: Lembrando que questões eram apresentadas após uso de material concreto. Duas questões eram resolvidas por encontro. A questão que apresentasse mais dificuldade era novamente abordada no encontro seguinte. Encontros semanais: dois dias com 90 minutos cada um.

Os três discentes que apresentaram desempenho superior a 75%, fizeram três questões da seleção de 2012 do nível do 1º ano do Ensino Médio. Todas elas foram realizadas no mesmo dia, após explicar produtos notáveis e relações métricas em um paralelepípedo retângulo.

2ª. QUESTÃO

A diferença entre os quadrados de dois números ímpares consecutivos é sempre divisível por...

Solução

Números ímpares possuem a "característica" $2n + 1$, com os naturais sendo $\{0, 1, 2, ...\}$. Logo, o próximo ímpar é $2n + 3$. Com efeito, se $n = 0$, temos 1 e 3. Sendo $n = 12$, temos 25 e 27.

Assim, a diferença entre os quadrados é: $(2n + 3)^2 - (2n + 1)^2$.

Desenvolvendo: $[(2n)^2 + 2.(2n).3 + 3^2] - [(2n)^2 + 2.(2n).1 + 1^2]$

Organizando: $4n^2 + 12n + 9 - 4n^2 - 4n - 1 = 8n + 8 = 8(n + 1)$

O qual é múltiplo de 8.

Comentários:

- *A primeira dificuldade apresentada por um dos discentes foi conceber os ímpares consecutivos de maneira algébrica. Com efeito, ele forneceu três pares de números ímpares consecutivos, desenvolveu a diferença entre os quadrados e concluiu que deve ser múltiplo de 8 (todavia, exemplo não é demonstração... serve de norte!)*
- *Outro entendeu os números $2n - 1$ e $2n + 1$ – considerou naturais iniciando de 1 – todavia, errou nas manipulações:* $(2n - 1)^2 - (2n + 1)^2 = 2n^2 - 4n + 1 - 2n^2 - 4n - 1 = 8n$ *(omitiu o sinal "-").*
- *Só um resolveu de maneira coerente. Iniciou com exemplos numéricos para, em seguida, usar notação algébrica.*

11ª. QUESTÃO

Área de um retângulo é 48 m². Sua diagonal mede 10 m. Qual seu perímetro?

Solução

Pelos conhecimentos prévios dos discentes, sejam x e y as medidas do retângulo. Como queremos o perímetro, vamos determinar $2x + 2y = 2(x + y)$.

Área = 48 → $xy = 48$

Diagonal = 10 → $(\text{diagonal})^2 = 10^2$ → $x^2 + y^2 = 100$

Organizando sistema,

$$\begin{cases} xy = 48 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$$

Todos isolaram $y = 48/x$ e substituíram em $x^2 + y^2 = 100$. Não conseguiram resolver a equação biquadrada resultante.

Todavia, questões de concursos procuram otimizar o tempo. Ou seja, realizar alguma manipulação para lograr êxito mais rapidamente.

No caso, queremos $2(x + y)$ sabemos, dos produtos notáveis, que $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. Desta feita, podemos rever o sistema... $\begin{cases} 2xy = 96 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$

Somando membro a membro: $x^2 + 2xy + y^2 = 196$ → $(x + y)^2 = 196$.: (sendo medidas, não podem ser negativos!). Logo $x + y = 14$ e $2(x + y) =$ **28** metros.

14ª. QUESTÃO

As dimensões de um paralelepípedo retângulo são, em centímetros, 2, x + 2 e x – 2. Se seu volume é 64 cm³, qual a soma de todas as áreas de todas as faces?

Solução

Volume = $2(x - 2)(x + 2) = 64$

Desenvolvendo, $x^2 - 4 = 32$.: $x^2 = 36$.: $x = 6$.

Logo, as medidas são: 2, 4 e 8.

Áreas:

- Duas faces de 2 cm x 4 cm → 2 x (2 cm x 4 cm) = 16 cm²;
- Duas faces de 2 cm x 8 cm → 2 x (2 cm x 8 cm) = 32 cm²;
- Duas faces de 8 cm x 4 cm → 2 x (8 cm x 4 cm) = 64 cm².
- Logo, área total = 112 cm².

Comentários: *todos discentes resolveram conforme indicado acima.*

REFERÊNCIAS

BICUDO, M. A. V. **Educação Matemática.** São Paulo: Moraes, 1999.

BRANDÃO, J. GEUmetria = EU + Geometria. In: **Revista Benjamim Constant.** Rio de Janeiro. 28 ed. Agosto, 2004. <http://www.ibc.gov.br/?catid=4&itemid=70>. Acessado em 24/01/2014.

_____ **Matemática e deficiência visual.** Fortaleza: EdUFC, 2010 (tese de doutorado)

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de janeiro: Interciência, 1995.

APÊNDICE

O AMBIENTE VIRTUAL DA UFC- SOLAR E A SEQUÊNCIA FEDATHI: mediando uma aluna deficiente visual da licenciatura em Matemática na disciplina da EAD[5]

RESUMO

O texto retrata o trabalho realizado com uma aluna deficiente visual em uma disciplina de matemática na modalidade semipresencial. O principal objetivo foi responder: como adaptar conteúdos matemáticos da Álgebra Linear para pessoas com deficiência visual? Como saber se as adequações on line, desenvolvidas por sujeitos com boa visão, são satisfatórias e favoráveis ao entendimento de pessoas com limitação visual? . Durante um semestre observamos uma graduanda em Matemática, na modalidade à distância, a disciplina cursada de Álgebra Linear. Como aporte metodológico utilizou a Sequência Fedathi. Os autores Lira e Brandão (2013), Souza (2013), Brandão (2014), formam a base teórica do trabalho. Para elaboração dessa pesquisa elaboramos sessões didáticas de acordo com os pressupostos da metodologia em questão. A pesquisa adotou a estratégia de coleta de dados, através da observação direta e de entrevistas com a aluna deficiência visual e adaptações de materiais para ministrar as aulas. Nesse artigo apresentaremos um recorte de um estudo mais amplo, do

5 Adaptação de artigo publicado no www.escavador.com/pessoas/589852 - XXII Encontro de Pesquisadores em Educação do Norte e Nordeste (*EPENN*).

qual se trata a adaptação de todas as aulas on line da referida disciplina tornando-a acessível para discentes com deficiência visual bem como a dificuldades de aprendizagem neste campo do saber. A partir da nossa avaliação no decorrer da pesquisa consideramos que a utilização da metodologia Sequência Fedathi por docentes oportunizou aos deficientes visuais a possibilidade de elaboração dos conhecimentos com significado. Por fim apresentaremos Como conclusões, mesmo que parciais, nota-se que a Sequência Fedathi serviu de norte tanto para as adaptações, feitas pelos docentes, quanto pela participação mais ativa dos discentes, tornando-os sujeitos conscientes de suas ações, como deveria ser a função da educação.

Palavras-chave: Educação à distância, deficiência visual, Ensino da Matemática.

1. Introdução

Uma das questões mais marcantes para desenvolvimento dessa pesquisa foi o questionamento: Como adaptar conteúdos matemáticos da Álgebra Linear para pessoas com deficiência visual? Motivo desta pergunta é a presença de Ana Maria, nome fictício de uma discente com baixa visão que cursou a Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Ceará (UFC) na modalidade semipresencial ou educação a distância (EaD). Desde 2007 a UFC, em parceria com a Universidade Aberta do Brasil (UAB), oferece cursos nessa modalidade. Ana Maria ingressou em 2011. Sendo a primeira discente com deficiência visual em um curso de Matemática da UFC (tanto presencial quanto a distância).

Após a sansão da LDB em dezembro de 1996, que prevê em seu Artigo 58, § 1° e § 2°, o atendimento aos "portadores de NEE", preferencialmente nas classes regulares da rede de ensino, onde devem ser oferecidos, quando necessários, serviços de apoio especializado para atender às peculiaridades do alunado. O atendimento em classes, escolas ou serviços especializados só deverá ser oferecido quando não for possível a integração desses alunos em classes regulares, devido às suas condições específicas.

A LDB favoreceu a inclusão desse alunado garantindo sua permanência nas escolas, ainda assim encontrar discentes com deficiência visual em cursos universitários nas áreas de Exatas é um caso raro, já que as adaptações[6] e acompanhamento por parte dos docentes ainda é um fato distante no processo. Ana Maria despertou nosso interesse por estar conseguindo aprovação em todas as disciplinas cursadas, embora apresentando dificuldades. Assim sendo, resolvemos observar seu desempenho na disciplina Álgebra Linear e Geometria Analítica II.

Faz-se necessário entendermos quem é a pessoa deficiente visual Para Gil (2000) define a deficiência visual como uma deficiência do tipo sensorial e abrange desde a cegueira total, em que não há percepção da luz, até a baixa visão (visão subnormal). Cegueira pode ser a perda total da visão e as pessoas acometidas dessa deficiência precisam se utilizar dos sentidos remanescentes para aprender sobre o mundo que as cerca.

A baixa visão é a incapacidade de enxergar com clareza, mas trata-se de uma pessoa que ainda possui resíduos visuais, mas, mesmo com o auxílio de óculos ou lupas, a visão se mostra turva, diminuída ou prejudicada de algum modo. Há casos em que cores claras não são percebidas, como acontece com Esperança. Mais adiante abordaremos sobre as formas de interagir com pessoas com deficiência visual.

A ementa da referida disciplina trabalhada contempla: Matriz e Determinante; Os conjuntos R^2 e R^3 como Modelos Aritméticos do Plano Euclidiano e do Espaço Euclidiano; Distância; Ponto Médio; O Espaço Vetorial R^n; Vetor e Projeção; Bases do R^n; Combinação Linear e Sistema Linear; Produto Interno no R^n: Produtos Vetorial, Misto e Triplo Vetorial; Equações de Reta e Planos; Superfícies Cilíndrica,

6 O professor deverá fazer adaptações concretas ao conteúdo trabalhado, a fim de favorecer ao deficiente visual a apropriação do conceito através do tato.

de Revolução e Quádricas; Curva no Espaço; História da Matemática relacionada aos Conteúdos.

A matemática é considerada uma disciplina que muitos não a compreendem porque não entendem sua essência, conforme Lira e Brandão (2013), que trazem uma discussão de quanto mais próximo do contexto social da pessoa (com ou sem deficiência visual) estiver o conteúdo, melhor se dá a aprendizagem de conceitos. Assim, o uso de material concreto, mesmo que de maneira informal, serve de base para a abstração.

Embora tenhamos contribuições de matemáticos cegos enquanto jovens, tais como Lev Semenovich Pontryagin (nas Equações Diferenciais), Nicholas Saunderson (na Óptica), Bernard Morin (na famosa eversão da esfera, da Topologia), de acordo com Lira e Brandão (2013), ainda não tínhamos vivenciado uma situação com uma discente com deficiência visual na EAD.

O ambiente virtual da UFC é o Sistema On line de Aprendizagem (SOLAR). O SOLAR foi desenvolvido pelo Instituto UFC Virtual, da Universidade Federal do Ceará. Ele é dirigido ao professor e ao aluno, permitindo o desenvolvimento de cursos e o intercâmbio com os mesmos. Nele é possível ampliar o tamanho da fonte das letras, todavia (ainda) não está preparado para fazer descrição de figuras ou imagens (áudio-descrição).

Eis nosso desafio: usar a Sequência Fedathi para ministrar o conteúdo Superfícies Cilíndrica, de Revolução e Quádricas. Superfície de revolução é aquela obtida pela rotação de uma dada curva C em torno de um eixo fixo, denominado *eixo de rotação*. Portanto, uma *superfície cônica de revolução* é aquela gerada pela rotação parcial de duas retas concorrentes em torno de uma das bissetrizes; uma *superfície esférica* é obtida pela rotação completa de um semicírculo em torno do diâmetro. Cumpre ressaltar que o eixo de rotação não deve ter, necessariamente, pontos comuns com a curva C; uma *superfície cilíndrica de revolução* por exemplo, não intercepta seu eixo de rotação.

Delimitando nossa vivência (estudo de caso), apresentamos aqui apenas as atividades realizadas para conceituar. Superfícies Cilíndrica de Revolução.

É necessário destacar que a participação dos discentes no SOLAR se dá por meio de fóruns, onde expõem opiniões sobre determinados conteúdos e comentam postagens de pares e tutores, e por portfólios, resolução de atividades ou exercícios propostos. Os portfólios são individuais, por conseguinte, são mais fáceis de perceber as dúvidas dos estudantes em relação à articulação de ideias. Também tivemos webconferências, onde ocorreu uma troca de conhecimentos de maneira síncrona. Visitas ao polo foram realizadas. Chats eram utilizados quando solicitados pelos discentes.

Desta forma, o objetivo principal deste trabalho é apresentar a adaptação de material concreto e a utilização da Sequência Fedathi em aulas da disciplina de Álgebra Linear para pessoas com deficiência visual. Como objetivos específicos, destacamos: investigar se discentes (com e sem deficiência visual) sabem conceituar as situações de superfície cilíndrica de revolução em aplicação. Analisar se os referidos sujeitos conseguem a partir do material adaptado solucionar situações problemas No próximo tópico, apresentamos a conceituação da Sequência Fedathi.

2. Sequência Fedathi

Trata-se de uma proposta metodológica que oferece uma prática pedagógica onde o professor não está na posição de ditar regras e repassar conteúdos, nem detentor do saber, mas assume uma postura que favorece ao educando construir significativamente os ~~de~~ conceitos através da sua mediação. A Sequência Fedathi é uma metodologia para o ensino de Matemática e Ciências, desenvolvida e pensada por Borges Neto (BORGES NETO et al, 2013).

> é uma proposta pedagógica de ensino onde o docente utiliza uma postura diferenciada: a sala de aula se transforma em um grande laboratório de pesquisa, os discentes compõem o papel de investigador e de elaboradores de seus conhecimentos, e os docentes de colaboradores, que irão fazer mediações necessárias, dependendo da necessidade do grupo (MAGALHÃES, 2015 p. 45).

Para o desenvolvimento e a intervenção dessa metodologia, são propostas quatro etapas: (1) Tomada de posição, (2) Maturação, (3) Solução e (4) Prova Durante sua aplicação, após as quatro etapas, enseja que o estudante elabore e construa seu conhecimento significativamente De forma resumida apresentaremos as etapas da sequência.

Tomada de posição: o professor nesse momento estabelece algumas regras com objetivo de propor os trabalhos dos educandos, os quais passam a fazer parte do grupo que busca desenvolver ações reflexivas e questionadoras. É nesta fase onde o professor propõe uma situação desafiadora onde os discentes se sintam motivados a apresentar possíveis soluções ao problema apresentado. Estas podem ser apresentadas e representadas de forma verbal, desenhos, jogos, ou escrita, tendo a opção de propor soluções individual ou coletivamente.

Maturação: os discentes e o docente apresentam a discussão num debate mais elaborado, onde todos trocam experiência sobre a situação problema que foi apresentada, os estudantes buscam compreender os problemas e as prováveis intervenções que auxiliem a sua solução. O professor poderá intervir através de perguntas estimuladoras, onde o educando terá condições de levantar hipóteses pertinentes a situação a ser solucionada.

Solução: nesse momento os estudantes organizam suas hipóteses a fim de que possam chegar a solucionar o problema, procuram entender e compreende-lo. É necessário salientar a importância da liberdade dos estudantes em demonstrar suas hipóteses, sejam por gráficos, tabelas, cálculos, ou verbalmente sendo importante que o professor analise com o estudante as formas que foram apresentadas.

Prova: nessa etapa os estudantes têm possibilidade de comparar ou avaliar os dados coletados ao longo do trabalho e aos modelos científicos. Essa fase o professor apresenta as hipóteses apresentadas pelos alunos e faz uma relação dessas hipóteses aos conceitos matemáticos que deverão ser trabalhos. A fase onde padrão ou modelo deverá ser observado pelo discente e avaliado se o processo utilizado por ele para encontrar o resultado foi correto.

Para Magalhães (2015),

> Na Sequência FEDATHI, pode-se observar a relação de professor com o aluno, com base na intervenção assinada na mediação para o desenvolvimento da elaboração do conhecimento, no momento em que o professor conduz o desenvolvimento do raciocínio por intermédio dos questionamentos feitos pelos estudantes.

A Sequência FEDATHI por ser uma metodologia voltada a postura do professor onde o discente participa com autonomia do processo de aprendizagem, fazendo parte "busca diferenciar-se positivamente em relação ao ensino tradicional, valorizando igualmente as ações do professor e do aluno durante o ensino" (SOUZA 2013, p. 38). A autora ainda traz considerações sobre a Sequência FEDATHI que sé dá pela apropriação de um modelo de ensino em que docentes e discentes se achem valorizados e engajados nas situações de aprendizagem. Desta forma, transpondo esta discussão para o ensino da matemática para deficientes visuais, entendemos que esta traz especificidades que causam preocupações a todos os professores, principalmente, aquelas de ordem metodológica ao conduzir conteúdos. Por esse motivo nossa inquietação em utilizar essa metodologia para auxiliar os deficientes visuais durante sua aprendizagem.

Abordamos a seguir o ensino de matemática adaptado para pessoas com deficiência visual.

3. A deficiência visual e o ensino da matemática

Ensinar matemática ao deficiente visual não é uma ação fácil. No entanto Magalhães (2015, p. 47) traz considerações sobre a mudança de paradigma dessa situação:

> Pressupomos que a Matemática, com seus cálculos, algoritmos, gráficos etc., não é mais uma disciplina inacessível aos deficientes visuais. Existem hoje muitos materiais manipuláveis para ensino dessa ciência, que favorecem a aprendizagem, tanto das crianças de boa visão como para as cegas, como também metodologias didáticas que favorecem o aprendizado de tais estudantes.

Os materiais manipuláveis para o ensino da matemática, serão bem utilizados e bem aproveitados dependendo do interesse e boa vontade do docente, o professor precisa repensar sua metodologia, seu modo de avaliar, necessitando de criar e/ ou utilizar recursos concretos que auxiliem os cegos na abstração de conceitos. Brandão (2014, p.16) enfatiza que "durante muito tempo confundiu-se ensinar com transmitir" e nesse contexto o aluno era um agente passivo da aprendizagem e o professor um simples transmissor nem sempre presente na necessidade dos alunos. Existe a necessidade dos docentes se desprenderem da função só de transmitir o conteúdo, o docente tem que se dispor em procurar uma metodologia e materiais que auxiliem na sua prática docente. Como citado anteriormente, a deficiência visual é do tipo sensorial que abrange desde a cegueira total, em que não há percepção da luz, até a baixa visão (visão subnormal). Cegueira pode ser a perda total da visão e as pessoas acometidas dessa deficiência precisam se utilizar dos sentidos remanescentes para aprender sobre o mundo que as cerca. Gil (2000) nos diz que a baixa visão é a incapacidade de enxergar com clareza, mas trata-se de uma pessoa que ainda possui, de alguma forma, sua capacidade visual, que, apesar do auxílio de óculos ou lupas, a visão se mostra baça, diminuída ou prejudicada de algum modo.

A aprendizagem de discentes cegos apresentam algumas características específicas. No seu desenvolvimento cognitivo por completo, observa-se que a falta de visão faz com que seus primeiros anos de vida não tenham apropriação de habilidades, por falta de estímulos sensoriais por não possuírem estímulos visuais e consequentemente não terem a motivação da imitação que em muitas crianças se faz notória no momento da aprendizagem.

> O aluno com deficiência visual tem as mesmas condições de um vidente para aprender Matemática, acompanhando idênticos conteúdos. No entanto, se faz necessário adaptar as representações gráficas e os recursos didáticos. Com frequência, ao criar recursos didáticos especiais para o aprendizado de alunos com necessidades especiais, o professor acaba beneficiando toda a classe, pois recorre a materiais concretos, facilitando para toda a compreensão dos conceitos (GIL, 2000, p. 47).

Vidente é aquela pessoa sem deficiência visual. Para que determinado material seja adaptado é interessante que o próprio sujeito com deficiência visual seja consultado pelo docente. Exemplificando: uma parábola, gráfico da função polinomial do segundo grau, pode ser comparada com uma tiara (ou gigolet). A partir deste objeto concreto, o geoplano pode ser utilizado.

Para a efetivação da aprendizagem desses educando é exigida uma postura diferenciada do professor, um trabalho diferenciado para adequar métodos e materiais, favorecerá a aprendizagem e possibilitará a esse aluno uma melhor condição de apropriação do conhecimento, entretanto o discente cego não fica preso a esse material oferecido pelo professor, terá condição de dispensar material manipulável e concreto no momento que se efetiva a abstração do conceito.

> O verdadeiro conceito é a imagem de uma coisa objetiva em sua complexidade. Apenas quando chegamos a conhecer o objeto em todos os seus nexos e relações, apenas quando sintetizamos verbalmente essa diversidade em uma imagem total mediante múltiplas definições, surge em nós o conceito (VYGOTSKY, 1996, p. 78).

O mesmo autor afirma ainda que se o objeto a ser adaptado fizer parte do contexto social do sujeito com deficiência visual, o conceito será melhor apreendido. Por exemplo: atividades de Orientação e Mobilidade ou locomoção, independente de pessoas com deficiência visual, são de grande valia para a aprendizagem das Geometrias (Plana, Espacial e Analítica), conforme Lira e Brandão (2013).

De acordo com Ormelezzi (2000) em sua pesquisa com deficientes visuais, constatou que a formação de imagens e conceitos dos participantes se dava pelas experiências de tipo tátil, auditiva e olfativa, inter-relacionadas com a linguagem das pessoas com quem interagiam. Para Silva (2010, p. 20) afirma que, "[...] entendo que os estudantes com deficiência precisam de condições efetivas e especiais para atender às suas necessidades educativas e que devam estar na escola para aprender e não apenas para se socializar".

O fundamental é que os discentes com deficiência visual tenham garantido o acesso à informação por meios onde tenham condições de explorar materiais concretos, não somente através de explicações pela audição e sim pelo manuseio e exploração de materiais adaptados, confeccionados com intuito de facilitar a aprendizagem do deficiente visual.

> Buscar os recursos mais adequados para trabalhar com alunos portadores de deficiência visual é tarefa que exige do professor enxergar além da deficiência, lembrando que há peculiaridades no desenvolvimento de todas as crianças, tendo elas deficiência ou não. [...] O trabalho voltado para a criatividade auxilia muito o processo ensino-aprendizagem de Geometria (BARBOSA, 2003, p. 19).

No caso das metodologias utilizamos a Sequência Fedathi com a finalidade de tornar mais ativa a participação a produção e elaboração do conhecimento.

4. Sequência Fedathi como mediaçção do ensino a uma discente de baixa visão na licenciatura

Como proposta pedagógica foi utilizada a Sequência Fedathi para trabalharmos com a discente denominada Ana Maria[7] Inicialmente, a partir de sua participação em fóruns, chats e resolução de exercícios em portfólios, foi relacionada seus conhecimentos prévios, apreendidos por meio de tempestades de ideias, por web conferências e aulas presenciais. Como conhecimentos prévios, Ana Maria, define o conceito Superfícies Cilíndrica de Revolução. No entanto não tem nenhuma noção desse material no concreto. Com efeito, a sua participação em fóruns e a resolução de atividades confirmam tal hipótese.

Na fase de TOMADA DE POSIÇÃO estabelecemos o contrato didático[8] onde se desenvolveu o acordo de comprometimento da discente para acompanhar todos os conteúdos desenvolvidos pelo professor via internet, e desenvolver atividades propostas nos encontros presenciais.

---

7 Nome fictício

8 Conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor, as regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas, sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro. " (BROUSSEAU, 1986, APUD SILVA, 2008, p.50)

Nessa etapa também incidiu na resolução da situação problema abaixo (*ressaltando que para as pessoas sem deficiência visual, foi indicada uma figura após a resolução).* Não obstante, também foi realizada web conferências e visitas presenciais ao polo onde a discente estudava.

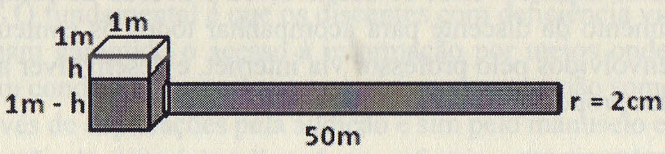
A seguir a descrição de uma atividade norteada pela Sequência Fedathi.

Na TOMADA DE POSIÇÃO sugerimos o seguinte problema: Como medir o volume de uma caixa d'água de forma cúbica com 1m de lado está acoplado um cano cilíndrico com 4 cm de diâmetro e 50 cm de comprimento?

Num certo instante, a caixa está cheia de água e o cano vazio. A água é solta pelo cano até que fique cheio. Qual o valor aproximado de altura da água na caixa no instante em que o cano ficou cheio?

Esta questão foi apresentada para ser debatida em um fórum. Em um primeiro momento, no entanto Ana Maria não entenderam bem o enunciado.

Alguns dos discentes argumentaram que precisavam de uma figura para resolver. Fizemos um "acordo" para não mandar figuras antes do solicitado, para não influenciar demais. Então solicitamos que tentassem desenhar a figura que eles estavam entendendo (depois *escaneassem* e disponibilizassem para os demais). E como Ana não tinha esse recurso, adaptamos a figura para que no encontro presencial ela tivesse a oportunidade de manusear o desenho.



Em relação à Ana Maria, nossa discente com baixa visão, ela não sabia responder os questionamentos que surgiam durante os discursos. A partir daqui de agora começamos a utilização da Sequência Fedathi. À parte, ficamos nos comunicando via *chat*.

A licencianda pesquisada foi indagada se em sua vida escolar e no ensino superior ela se deparou com o estudo de superfícies cilíndrica. Na ciência matemática, estas consistem em (explicar no texto o que são essas superfícies). A aluna afirmou que na escola pública de ensino médio que ela não estudou esse conteúdo e que os professores não contextualizavam os conteúdos.

Na etapa MATURAÇÃO foi sugerido que ela procurar (procurasse) vídeos no *youtube* que abordassem o conteúdo estudo de superfícies cilíndrica e que procurasse compará-lo com o conteúdo da aula a situação problema que foi lançada no fórum que foi medir o volume da caixa d'água, e que procurasse fazer *questionamentos*.

Indicamos que relesse o problema. Comparasse os dados do problema com as possíveis soluções. Continuamos indagando-a pedindo que ela comparasse com situações que ela já tivesse vivenciado e que se era capaz de apresentar outros contextos.

A SOLUÇÃO consiste na representação e organização dos esquemas/modelos que visem à solução do problema. Com efeito, a primeira pergunta "Como medir o volume de uma caixa d'água de forma cúbica com 1m de lado está acoplado um cano cilíndrico com 4 cm de diâmetro e 50 cm de comprimento?" E a segunda "Qual o valor aproximado de altura da água na caixa no instante em que o cano ficou cheio?"

Ana Maria respondeu usando o artifício de que o cubo do problema pode ser como uma caixa (recipiente plástico) de sorvete XYZ[9] com mesmas dimensões sendo inserida uma pequena mangueira. Percebemos que Ana Maria tem um bom

9 Omitimos o nome do sorvete citado por ela.

linguajar matemático (fizemos pequenas correções gramaticais no texto aqui reproduzido).

Por fim, chegamos a fase da PROVA. Será que Ana Maria conseguiria estender seu raciocínio para qualquer situação para conceituar e realizar problemas envolvendo Superfícies Cilíndrica de Revolução?

Ela relacionou a situação inicial com várias outras envolvendo cones e esferas. Demonstrando entendimento do conteúdo.

A Segunda atividade envolvendo Sequência Fedathi foi com quádricas. Mais precisamente elipsoide. A TOMADA DE POSIÇÃO consistiu na resolução da seguinte situação problema: *A Terra não é perfeitamente esférica. Por causa dos movimentos de rotação e translação ela é um pouco achatada nos polos. O "Raio Equador" mede cerca de 6.780.000 metros e o "Raio Polar" aproximadamente 6.358.000 metros.*

Indicando o eixo z como o eixo que liga os polos Sul e Norte e estando contido no plano xy o Equador, como é denominado e como fica uma equação canônica para o sólido assim caracterizado?

Esta questão foi apresentada para ser debatida em um fórum. Novamente, tanto Ana Maria quanto os demais discentes não entenderam bem o enunciado. De novo, solicitamos que tentassem desenhar a figura que eles estavam entendendo (depois *escaneassem* e disponibilizassem para os demais). Fizemos um "acordo" para não mandar figuras antes do solicitado, para não influenciar demais. Por isso outros detalhes, como figuras e descrição de objetos concretos foram completados nos fóruns após o envio dos desenhos.

Via chat tivemos um maior contato com Ana Maria (e outros colegas, cada um de maneira particular) para dialogar as etapas da construção e interpretação do desenho. Ela, por iniciativa própria, usou um globo terrestre para tentar fortalecer seus argumentos.

A etapa MATURAÇÃO também consistiu em ela procurar vídeos no *youtube* o qual abordassem o assunto quádrica.

Comparasse com o conteúdo da aula fazendo *questionamentos*, a saber: dentre as quádricas, qual se parece com uma esfera? É só uma aparência visual ou as propriedades também são semelhantes? Em que diferenciam?

Indicamos que relesse o problema. Comparasse os dados do problema com os entes das quádricas. Após uns 15 minutos ela argumentou que a quádrica do problema era uma elipsoide.

Continuamos questionando: seria uma elipsoide uma esfera achatada? Ela afirmou que não. Pois a definição de elipsoide é diferente da definição de esfera. Indicou ainda na equação canônica da elipsoide, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, dois dos denominadores eram iguais.

Vale ressaltar que já estamos na fase da SOLUÇÃO. Com efeito, ela consiste na representação e organização dos esquemas/modelos que visem à solução do problema. A situação proposta está quase resolvida!

Enfim, a fase da PROVA. Comparando com o que vivenciou na situação problema da elipse, relacionou o "Raio Equador" com os valores de "a" e "b" (pois estão no plano xy, disse ela) e o "c" fez associação com o "Raio Polar".

Enfim, em relação a essas duas experiências, o conhecimento prévio dos discentes é de grande valia na resolução de problemas. Todavia, não adianta muito se eles não sabem como utilizar. Aí está a grande importância da Sequência Fedathi: estimular que cada sujeito potencialize suas capacidades.

Considerações finais

O ensino da matemática é considerado por muitos professores uma prática difícil, trabalhar com matemática para deficientes visuais, tornam-se uma tarefa árdua e complicada, nesse artigo demonstramos a contribuição da Sequência Fedathi como uma metodologia que visa nortear professores a uma mudança de paradigmas possibilitando ao docente trabalhar com a disciplina num caráter dinâmico investigativo de maneira prazerosa, estimulando os estudantes a experimentar a elaboração do conhecimento de uma maneira mais simples.

A sequência Fedathi oferece uma proposta de uma nova interpretação para nossa prática docente. Fedathi oferece tanto ao docente quanto ao discente a oportunidade de estarem ligados diretamente, caminhando juntos com o objetivo da elaboração do novo conhecimento.

Por ser uma ciência presente no nosso dia a dia e na escola a matemática ainda é considerada como disciplina difícil, expressa a necessidade de um olhar diferenciado pelo docente, onde ele tenha a preocupação de tratar todo esse conhecimento e conteúdo de uma maneira única, e acessível onde o aluno se aproprie significativamente dela.

Durante as intervenções feitas utilizando a Sequência Fedathi podemos observar que a metodologia propiciou e oportunizou que esse professor oferecesse a seus alunos condições necessárias para dominar conceitos pretendidos em sala de aula, instigando interesse, vontade de aprender e elaborando e construindo seus conhecimentos de forma significativa.

O que apresentamos nesse trabalho foram condições de se fazer uma apreciação e uma interpretação diferenciada sobre o ensino da matemática, na perspectiva de uma nova postura docente, uma nova metodologia e de um novo pensar sobre o ensino de matemática para os deficientes visuais.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, P. M. O Estudo da Geometria, **Revista Benjamin Constant**, edição 25 p. 18-24, agosto 2003.

BORGES NETO. Hermínio et al. **Sequência Fedathi:** uma proposta pedagógica para o ensino de matemática e de ciências. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

BRANDÃO, J. C **Antes de P E B escrevemos... introdução ao raciocínio lógico- matemático adaptado/** Jorge Brandão, Elisângela Magalhães, Ivanice Bastos- 1 ed.- Curitiba, PR: CRV. 2014

BROUSSEAU, Guy. **O não dito é essencial.** Revista Nova Escola. Edição 264, 2013.

GIL, Marta (org.). Secretaria de Educação a Distância, BRASIL MEC. Deficiência visual, 2000.

LIRA, A. K.; BRANDÃO, J. **Matemática e deficiência visual**. Fortaleza: Editora da UFC, 2013.

MAGALHÃES, E. B. **A sequência FEDATHI na deficiência Visual.** Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Ceará, UFC- Faculdade de Educação.2015

ORMELEZZI, E. M. **Os caminhos da aquisição do conhecimento e a cegueira**: Do universo do corpo ao universo simbólico. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação da USP, São Paulo, 2000.

SILVA, Lessandra Marcelly Sousa. **As histórias em quadrinhos adaptadas como Recurso para ensinar matemática para Alunos cegos e videntes.** Dissertação. Universidade estadual paulista "Instituto de geociências e ciências exatas". Rio Claro-SP. 2010.

VYGOTSKY, L. S. **Obras escogidas, IV.** Psicología infantil. (L. Kuper, Trad.). Madrid: Visor, 1996.

SOBRE OS AUTORES

Denize Silveira

Mestranda em Educação pela UFC. Graduada em Letras, trabalhando atualmente na relação entre a matemática e a língua portuguesa relacionando situações problemas tanto para pessoas com cegueira congênita quanto para videntes.

Dyarlenya Brandão

Especialista em Educação Especial pela UVA, trabalha formas de ensino e de aprendizagem, bem como estratégias de avaliação de crianças na Educação Infantil.

Elisângela Magalhães

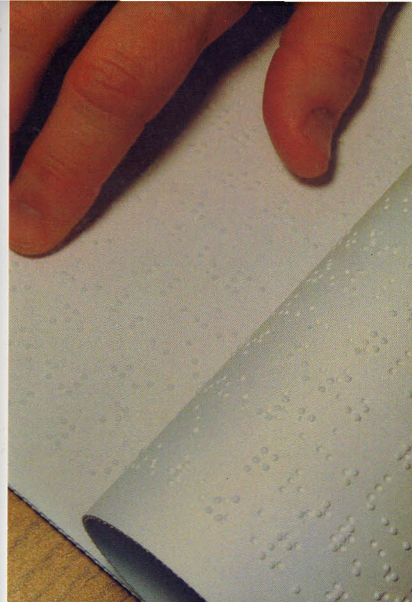
Doutoranda em Educação pela UFC. Psicopedagoga e professora de pessoas com deficiência visual a cerca de 20 anos. Pesquisa formas de ensino e de aprendizagem de matemática para pessoas com deficiência visual nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Jorge Brandão

Dr. em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC); Licenciado em Matemática (UFC) e Professor de Matemática para Engenharias da UFC. Realização capacitações atrelando conteúdos matemáticos com as técnicas de Orientação e Mobilidade. Pesquisa dificuldades de aprendizagem em matemática com estudantes dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior.

SOBRE O LIVRO

Tiragem:	1000
Formato:	14 x 21 cm
Mancha:	10 X 17 cm
Tipologia:	Times New Roman 11,5/12/16/18
	Arial 8/8,5/9
Papel:	Pólen 80 g (miolo)
	Royal Supremo 250 g (capa)



EDITORA CRV

ADAPTAÇÕES MATEMÁTICAS PARA PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL E DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Antes de P e B escrevemos... Caríssimo(a) leitor(a), se sua resposta for M, motivada por uma "regra" que indica que "antes de P e B escrevemos M..." então, a frase "Rebeca não aprova este raciocínio" deve ficar "ReMbeca não aMprova [...]" Onde está a falha? A "falha" está no uso incorreto da regra: "antes de P e B escrevemos M se tiver a necessidade de nasalização ou antes de P e B não se escreve N".

Assim sendo, o que argumentar no tocante à matemática? Por que é considerada uma disciplina de alto grau de dificuldade? Esta obra não pretende responder estes questionamentos, visa funcionar como pós-tese Matemática e deficiência visual (BRANDÃO, 2010). Pois bem, certa vez ao contar a história do "patinho feio" para um grupo de crianças, uma delas ficou admirada: "como um cisne (o patinho feio) nasce de uma pata?" e não parou por aí: "o lobo mau da chapeuzinho vermelho é o mesmo dos três porquinhos?". Se até as historinhas precisam ser modificadas, o que dizer da forma de ensinar... Desta feita, esta obra, de maneira resumida, apresenta estratégias que podem ser usadas contemplando pessoas com e sem deficiência visual incluídas na escola regular. O foco é o Ensino Fundamental.

ISBN 978-85-444-0665-6

9 788544 406656

EDITORA CRV