

- Lyons, J. (2011) A casa da sabedoria: como a valorização do conhecimento pelos árabes transformou a civilização ocidental. Trad. Pedro Maia Soares. Jorge Zahar Ed., Rio de Janeiro, 294.
- Mendes, I. A. (2009a). Investigação histórica no ensino da Matemática. Ed. Ciência Moderna, Rio de Janeiro, 256.
- Romão, F. (2013) Matemática védica no ensino das quatro operações. 144 f Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 144.
- Tirthaji, K. (1992) Vedic Mathematics. General editor V. S. Agrawala, revised edition, Motilal Banarsidass, Delhi , India, 355.



A IMPORTÂNCIA DA SEQUÊNCIA FEDATHI NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE GERADORES EM ÁLGEBRA LINEAR

Francisca Cláudia Fernandes Fontenelle,
Hermínio Borges Neto,
Francisco Edisom Eugenio de Sousa
Universidade Federal do Ceará
claudia@multimeios.ufc.br,
herminio@multimeios.ufc.br,
edisom@multimeios.ufc.br

Resumo

Este trabalho descreve uma experiência de ensino vivenciada numa disciplina de Álgebra Linear, na qual o conceito de geradores é construído por meio da mediação docente delineada de acordo com os pressupostos da Sequência Fedathi. Com base em observação direta descrevemos e analisamos os caminhos percorridos pelo professor para construção dessa noção abstrata, que costuma ser abordada

com ênfase quase que exclusiva às suas dimensões algorítmicas, que verificam conjuntos geradores por meio da resolução de sistemas de equações. O diferencial dessa proposta consistiu na forma como o processo foi conduzido e nos recursos utilizados, que visavam a promoção da abstração reflexionante dos alunos sobre os conteúdos abordados. Os resultados mostraram que é possível trabalhar em Álgebra Linear, o conteúdo de geradores com ênfase na construção conceitual a partir da ação para a reflexão do aluno.

Palavras-chave: Fedathi, Álgebra Linear, Geradores.

O ensino da Álgebra Linear

A Álgebra Linear é um ramo da matemática que cada vez mais se destaca no âmbito acadêmico, devido às diversas possibilidades de aplicações em diferentes áreas do conhecimento científico, inclusive dentro da própria matemática, sendo uma disciplina comum na grade curricular da maioria dos cursos da área das Ciências Exatas e afins.

No entanto, seus conceitos e definições possuem um caráter complexo e abstrato que aliados a outros fatores, contribuem para o surgimento de problemas no ensino que comprometem a aprendizagem dos estudantes e consequente uso em seus respectivos campos de atuação profissional.

Dentre os problemas detectados por pesquisadores na área, (Dorier, 2000; Rogalski, 1994), estão os obstáculos históricos, didáticos e epistemológicos, que incluem também as dificuldades oriundas de posturas tradicionalistas de ensino que norteiam as ações docentes em sala de aula. Desse modo, sentimos a necessidade de abordar o tema com um olhar voltado para a postura e mediação do professor em sala de aula: seus métodos, suas estratégias, forma de interagir com a turma e com o saber ensinado.

Quando nos referimos à postura docente nos reportamos ao desenvolvimento de ações capazes de romper com paradigmas educacionais que restringem o ensino da matemática a mera repetição de técnicas que limitam a exploração de conceitos e

significados e tende a estimular a ocorrência do que D'Amore (2007) chamou de fraude epistemológica, quando o aluno encontra a solução correta para um problema, simplesmente por reproduzir algo já feito pelo professor, mas não necessariamente por "ter entendido a sua necessidade matemática ou lógica a partir do enunciado, não porque tenha 'compreendido e resolvido o problema', não porque tenha aprendido um objeto matemático" (p. 10).

Partindo dessa concepção, analisamos aulas de um professor que utiliza a Sequência Fedathi (Sousa et al., 2013) para elaborar e conduzir suas aulas, uma vez que esta defende a perspectiva de um ensino que proporcione meios para que o aluno seja motivado a agir como um matemático, trabalhando por descobertas e construção de conceitos sob a devida mediação e assistência docente.

Desse modo apresentamos a SF como uma proposta alternativa para o ensino da Álgebra Linear, que contempla o estímulo ao aprendizado por reflexão e construção dos conceitos.

A Sequência Fedathi (SF)

A Sequência Fedathi traz uma proposta teórico metodológica de ensino que em sua essência visa oportunizar a ação do estudante em sala de aula mediante a exploração de situações de ensino desafiadoras que possam desencadear discussões, descobertas e reflexões que visam chegar a um delineamento do saber em questão, que mais tarde, conforme for sendo trabalhado em novos contextos, poderá assumir o *status* de conhecimento.

Para tanto, uma aula de matemática ao ser elaborada segundo seus pressupostos sempre abordará quatro momentos: *tomada de posição, maturação, solução e prova* que poderão aparecer uma única vez, ou várias vezes, dependendo do seu planejamento. Essas fases visam tornar o ambiente da aula propício para que as ações discentes sejam direcionadas à construção do conhecimento, mediada pelo professor.

A abordagem adequada dessas fases trazem mudanças em sala de aula, tanto no que se refere à postura do professor quanto à postura do aluno, de modo que este último deverá ser um participante ativo durante toda a aula, seja resolvendo as atividades, discutindo as soluções encontradas ou verificando a formalização do conteúdo realizada pelo professor.

Quanto à postura do professor, resumidamente podemos dizer que na *tomada de posição* o docente apresenta uma situação desafiadora que esteja no nível dos alunos. Na *maturação*, deixa os alunos pensarem sobre a situação proposta, intervindo quando necessário, caso o aluno não consiga avançar. Na *solução* chama os alunos à lousa para apresentarem suas resoluções. Na fase da *prova* formaliza os resultados matematicamente.

Segundo análise de Santos (2007) o conjunto das etapas da SF trazem implicitamente os pressupostos teóricos do construtivismo de Jean Piaget. A autora verificou que as ações dos alunos podem resultar em aprendizado mediante as sucessivas assimilações e acomodações que uma atividade/problema cuidadosamente preparada e aplicada pelo professor pode proporcionar.

Além disso, a SF ao orientar a ação do professor evitando que este seja apenas um transmissor de conteúdos e de uma matemática pronta e acabada, está implicitamente favorecendo a ocorrência da abstração reflexionante (Piaget, 1995) responsável pela compreensão conceitual e a aquisição de novos conhecimentos nas estruturas internas dos alunos. Essa orientação visa propiciar um ambiente favorável à reflexão.

A abordagem do conceito de geradores segundo os pressupostos da Sequência Fedathi

Na sessão didática observada, os tópicos abordados foram: o que são conjuntos geradores; como verificar se um conjunto gera um espaço/subespaço vetorial e como encontrar vetores geradores. O professor iniciou relembrando conceitos e exemplos vistos na aula anterior, caracterizando assim o diagnóstico e nivelamento do *plateau* da turma, que na SF diz

respeito ao nível cognitivo dos alunos em relação aos conteúdos que se pretende ensinar.

Em seguida na *tomada de posição* o professor trouxe a seguinte questão: Dados $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, 0, 0)$ e $v_3 = (2, 0, 1)$. O que vai dar o subespaço gerado por $[v_1, v_2]$ e por $[v_1, v_2, v_3]$, pensando no espaço V como o próprio \mathbb{R}^3 ?

Na fase de *maturação*, após analisar os dados da questão, um aluno observou que $v_3 = v_1 + v_2$. Nesse caso, o professor esperou até que alguém percebesse a relação entre os vetores, para só então mostrar, com ajuda dos alunos, que ambos eram iguais, embora fossem gerados por um número distinto de vetores. Assim, foi introduzida a ideia de conjunto gerador. No entanto, a turma ainda não conseguiu responder completamente o que foi pedido, então o professor prosseguiu fazendo novas perguntas. Vejamos a seguir no diálogo entre professor e alunos.

Professor: O que é $[v_1, v_2]$? O que vocês acham que vai dar $[v_1, v_2]$? Fazendo conta ou sem fazer as contas. *Aluno:* Um plano. *Professor:* Um plano. Por que dá um plano? *Aluno:* ...

Ao perceber que apesar do aluno ter respondido que se tratava de um plano, mas nem ele, nem nenhum outro discente conseguiram justificar essa resposta, o professor teve que redirecionar o diálogo para esclarecer as condições de geração de planos, em que para isso recorreu a novas perguntas e ao uso de gestos, conforme mostra a Figura. 1, ajudando-os a pensar um pouco mais.



Figura 1: Expressões gestuais usadas pelo docente para visualização das condições de geração de planos.

Na Figura 1 temos o professor questionando se as suas mãos posicionadas conforme (i) formam um plano. Em (ii) questiona se retas paralelas podem gerar um plano. Em (iii) esclarece que para gerar o plano elas devem ser concorrentes e se encontrar na origem.

O professor tentou mostrar intuitivamente a representação geométrica do subespaço gerado por $[v_1, v_2]$ para que os alunos o compreendessem como um plano gerado por retas, que devem ser concorrentes e se encontrar na origem. Mas, ao invés de dizer isso diretamente (como aconteceria se fosse numa aula tradicional), preferiu fazer com que os alunos enxergassem isso por sua própria visualização e reflexão, suas próprias ações mentais sobre o objeto abstrato apresentado.

Percebemos que diante das dificuldades esboçadas pela turma, foi necessário auxiliá-los nesse momento, no qual o docente fez uso de perguntas para que os alunos refletissem sobre como proceder para chegar numa solução. Essas perguntas intercalavam dicas e esclarecimentos trazendo as noções necessárias à compreensão do conteúdo abordado.

Após essa abordagem o professor explicou que era preciso encontrar a representação desse plano; no caso, encontrar sua equação paramétrica. No entanto, na fase de *solução*, nenhum aluno se sentiu à vontade para apresentar sua solução na lousa e, dessa forma, o próprio professor, com base nas orientações da turma chegou ao conjunto $\{(x + y, 0, x); x, y \in \mathbb{R}\}$, a partir do qual pôde realizar a fase de *prova* da SF, formalizando o resultado obtido. Um dos obstáculos no momento da fase de solução é ainda o paradigma da educação tradicional em que o aluno vai para a sala de aula não para construir conhecimento, mas para ser receptor

Essa abordagem durou cerca de 60 minutos, confirmando que na SF o que determina o tempo da exploração de um conteúdo é o desempenho do aluno. O professor sempre respeitou esse tempo. Numa aula tradicional esse problema teria sido resolvido em cerca de 15 minutos, uma vez que nesse caso o professor forneceria logo no início o “passo a passo” para a

resolução da questão proposta. Os alunos apenas observariam sem serem instigados a maiores reflexões, apenas aceitando as explicações dadas.

Desse modo, verificamos que com essa postura e mediação, o professor: buscava proporcionar situações que motivassem o “pensar” constante sobre o conteúdo abordado; tinha paciência e bom senso para esperar/respeitar o “tempo de maturação do aluno”; se mantinha atento em gerenciar quando prosseguir ou reorganizar as estratégias de ensino conforme a necessidade; estimulava o aprendizado por descobertas; mobilizava reflexões sobre os assuntos abordados; evitava fornecer o “passo a passo” para resolução das atividades propostas; valorizava as soluções apresentadas pelos alunos – aproveitando as soluções certas/erradas/incompletas para prosseguir fazendo-os pensar; dava ênfase na participação e reflexão do aluno; tinha foco no ensino para construção do conhecimento.

Considerações Finais

De acordo com a análise dos dados obtidos podemos dizer que a importância da SF na construção do conceito de geradores em Álgebra Linear reside principalmente na forma como o professor faz a mediação desse processo. Percebemos que a postura e mediação descritas rompem com os paradigmas tradicionais do ensino de matemática à medida que proporcionam oportunidades de ação dos estudantes motivada por situações desafiadoras que convidam o aluno a estabelecer com o professor um acordo didático que requer a interação de ambos.

O discurso do professor foi marcado pelo uso de perguntas, como forma de realizar a mediação do conteúdo mantendo a atenção dos alunos e estimulando reflexões sobre os assuntos abordados. O porquê dos procedimentos e relações conceituais era sempre questionado. Além disso, o docente sempre recorria a estratégias e recursos didáticos que traziam metacconhecimentos matemáticos, com o intuito de auxiliar a mediação e favorecer a ocorrência da abstração reflexionante,

mediante as sucessivas reflexões as quais os alunos eram motivados a realizar.

Os aspectos conceituais dos conteúdos foram valorizados, de modo que foram explorados com ênfase nos significados envolvidos. Propriedades e definições eram constantemente rebuscadas, exercitando sempre a prática do estabelecimento de relações entre conceito e manipulações, de modo que o lado “mecânico” dos conteúdos fosse suavizado. Talvez esta seja uma forma de evitar a “perda de sentido” apontada por Rogalski (1994) como um dos principais problemas do ensino da Álgebra Linear.

Desse modo, o diferencial dessa proposta consistiu na forma como o processo foi conduzido e nos recursos utilizados, que visavam a promoção da abstração reflexionante dos alunos sobre os conteúdos abordados, cujos resultados mostraram que é possível trabalhar em Álgebra Linear, o conteúdo de geradores com ênfase na construção conceitual a partir da ação para a reflexão do aluno.

Referências

- D'amore, B. (2007). Epistemologia, didática da matemática e práticas de ensino. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, 20(28), 179-205. Recuperado el 22 de Abril de 2013, en <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221871010>
- Dorier, J. L. (Ed.). (2000). *On the teaching of Linear Algebra*. Kluwer Academic Publishers, vol.23, Grenoble, France, 288 p.
- Piaget, J. (1995). *Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais*. Artes Médicas, Porto Alegre, Brasil, 292 p.
- Rogalski, M. (1994). “L'enseignement de l'algebre lineaire en premiere annee de DEUG A”. *Gazette Des Mathématiciens*, (60), 1-18.

Santos, M. J. C. (2007) Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, BR.

Sousa, F. E. E. et al. (2013). Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática. Edições UFC, Fortaleza, Brasil, 184 p.



UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA BASEADA NA SEQUÊNCIA FEDATHI

Ana Cláudia Mendonça Pinheiro,
Hermínio Borges Neto
Universidade Federal do Ceará-UFC
anaclaudia@multimeios.ufc.br,
herminio@multimeios.ufc.br

Resumo

O objetivo desse estudo é discutir uma proposta metodológica de ensino de equação do 2º grau baseada na Sequência Fedathi. A relevância do ensino de equações quadráticas na educação básica é destacada pela limitação com que os professores exploram o conteúdo imprimindo destaque a formalização dos resultados em detrimento a construção do conceito. As equações quadráticas apareceram na matemática aproximadamente 1700 anos antes de Cristo nas tabuletas de argila da Suméria: a presença de situações práticas fez com que se desenvolvessem métodos cada vez mais rápidos para sua resolução. A adoção do método lógico-dedutivo predominou durante muitos séculos no ensino da matemática, mas começou a ser questionado no início do século XX, com o movimento de reformulação do ensino da matemática. Recentemente, estudos têm sugerido a estratégia de resolução