

SEQUÊNCIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: RETROSPECTIVA HISTÓRICA DE DEWEY A FEDATHI¹

Maria José de Araújo Souza

O Que é uma Sequência Didática?

Nos estudos que vimos realizando, observamos que os termos **sequência didática**, **situação didática** e **sequência de ensino** aparecem com muita frequência nos trabalhos relacionados à Didática da Matemática, e, algumas vezes são empregados com sentidos tão próximos, que chegam a confundir quanto aos seus significados. Por esta razão, achamos importante diferenciá-los, para ensinar mais compreensão sobre sua significação e seus contextos de aplicação.

A expressão *sequência didática* é empregada desde a década de 1980, nas pesquisas em Didática da Matemática que incluem pesquisa experimental. É amplamente utilizada pelos pesquisadores e estudiosos da Didática da Matemática francesa. Por estar relacionado a uma *Sequência de experimentos*, é bastante aplicado nos trabalhos baseados na *Engenharia Didática*. Artigo (1996 *apud* PAIS, 2001, p.157) assim a define:

Sequência Didática é um conjunto de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática [...] tal como acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento durante as sessões ao maior número de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigado.

1

Já a expressão *situação didática* é mais aplicada quando faz referência a situações de ensino. Geralmente aparece no contexto de trabalhos ligados a Teoria das Situações Didáticas, modelo teórico desenvolvido por Brousseau, na França, em 1986. Esta teoria representa uma referência para a compreensão da aprendizagem matemática na sala de aula.

Quanto aos vocábulos **sequência de ensino**, não encontramos uma definição formal, pelo fato de ser uma expressão desagregada de modelos teóricos e utilizada em diversas áreas e situações educativas, principalmente quando estas se referem à organização do ensino. Geralmente são empregados em contextos que se referem à forma de organização do ensino de uma determinada área, em etapas sequenciadas, a fim de se obter a aprendizagem de um conteúdo específico.

Buscando clarificar e diferenciar os três conceitos, apresentamos uma síntese de cada um deles no quadro abaixo:

Quadro 1 – Síntese das Definições e Objetivos Acerca de Sequência Didática, Situação Didática e Sequência de Ensino

	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	SITUAÇÃO DIDÁTICA	SEQUÊNCIA DE ENSINO
Definição	Refere-se à organização de uma sequência de aulas, geralmente planejadas para <i>pesquisas</i> relacionadas à Didática, podendo ser também uma produção para o próprio ensino.	Refere-se ao conjunto das relações estabelecidas entre professor, aluno e saber, dentro de uma situação organizada para um fim específico de ensino.	Refere-se à organização de um determinado saber, em etapas sequenciais, como forma de produzir um conhecimento específico.

Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> - Desenvolver pesquisas - Organizar e orientar produções voltadas para o ensino 	<ul style="list-style-type: none"> - Caracterizar processos de ensino-aprendizagem - Estabelecer situações reprodutíveis para fins específicos de ensino e de pesquisa 	<ul style="list-style-type: none"> - Organizar, em etapas sequenciais, produções específicas de ensino
------------------	--	--	---

Com esta tentativa de estabelecer diferença entre os conceitos ora explicitados, pudemos perceber que eles se referem basicamente a dois contextos: o *ensino* e a *pesquisa*. Apesar de possuírem uma inter-relação e por estarem associados a contextos educacionais, podem ser trabalhados separadamente ou de forma conjunta, de acordo com os objetivos da proposta em que estiverem inseridos.

Tivemos a preocupação de buscar a compreensão dos termos a pouco mencionados, a fim de propiciar uma melhor compreensão do desenvolvimento deste trabalho, que tem como objetivo principal trazer algumas seqüências ligadas a contextos de pesquisa e de ensino, e mesmo de criação do pensamento, buscando, mediante essas propostas, fundamentar elementos da Sequência Fedathi.

Seqüências de Ensino e de Pesquisa: de John Dewey a Fedathi

No intuito de contribuir com o desenvolvimento dos processos de ensino e pesquisa, estudiosos e pesquisadores da Educação e do ensino de Matemática desenvolveram recursos teóricos por meio de seqüências e modelos preestabelecidos, com a finalidade de *investigar, interpretar, delinear e dire-*

cionar as ações relacionadas e implicadas nos atos de ensinar e de aprender.

Buscando reconhecer os principais elementos e pontos em comum de algumas destas sequências e modelos teóricos, realizamos um levantamento com base em autores como Barnnet Rich (1971), Nérici (1973), Polya (1978), Crowley (1994), Borges Neto et al (2001), Machado (2002), Huete e Bravo (2006) e Brousseau (2008), com apoio nos quais selecionamos e apresentamos algumas propostas teóricas já conhecidas no universo da Didática da Matemática, como a Engenharia Didática, a Teoria das Situações Didáticas, o Modelo van Hiele, o modelo de Resolução de Problemas de Polya, juntamente com outras sequências menos conhecidas. Iniciaremos este apanhado histórico com a sequência apresentada por Dewey em 1910, perpassando por várias outras, até a Sequência Fedathi, proposta por Borges Neto em 1998.

- **Dewey - 1910** (HUETE e BRAVO, 2006, p.159):

John Dewey oferece-nos a primeira análise lógica dos atos do pensamento. O fato de apresentar o *pensamento* como um *processo* vai abrir portas para sucessivos estudos, separando as diferentes potencialidades. Ele descreve cinco níveis para o desenvolvimento do pensamento:

- 1) *o encontro com uma dificuldade;*
- 2) *ter consciência de que existe;*
- 3) *localização e precisão dela;*
- 4) *apresentação de uma possível solução; e*
- 5) *desenvolvimento lógico das consequências derivadas.*

- **Graham Wallas – 1926** (HUETE e BRAVO, 2006, p.160):

Em 1926, Wallas sugeriu quatro etapas no processo criador do ser humano:

- 1) *preparação* – coleta de informações e tentativas preliminares de solução;
- 2) *incubação* – deixar o problema de lado para realizar outras atividades ou dormir;
- 3) *iluminação* - aparece a chave para a solução (aqui é onde se produz o estalo, o *insight*, o eureka); e
- 4) *verificação* - comprova-se a solução para estar seguro de que “funciona”.

- **Joseph Rossman** (HUETE e BRAVO, 1931, p.160):

Em 1931, Joseph Rossman considerou algumas fases que caracterizam a invenção. É uma proposição particular da criatividade, organizada sobre o processo do pensamento racional. Aponta sete fases:

- 1) observa-se uma dificuldade ou sente-se uma necessidade;
- 2) análise de dita dificuldade ou necessidade;
- 3) formula-se o problema;
- 4) busca e coleta da informação necessária;
- 5) adiantam-se possíveis soluções;
- 6) realiza-se um exame crítico das soluções propostas com suas vantagens e desvantagens; e
- 7) expõem-se novas ideias - invenção.

- **Duncker - 1945** (HUETE e BRAVO, 2006, p.161):

Duncker, como Polya e outros psicólogos da Gestalt, observou fenômenos básicos no processo de resolução de problemas, entre os quais enfatizou:

- 1) *solução funcional ou valor* – os elementos do problema devem ser considerados conforme sua utilidade geral ou funcional no problema, e as soluções gerais ou funcionais precedem às soluções específicas.
- 2) *reformulação ou reorganização* – a solução do problema inclui estádios sucessivos de reformulação ou reestruturação do problema, e com cada solução parcial se cria outro problema mais específico;
- 3) *sugestão de cima* – reformular o objetivo para torná-lo o mais próximo dos dados; e
- 4) *sugestão de baixo* – reformular os dados de modo que estejam mais estreitamente relacionados com o objetivo, sendo o restante da exploração similar à proposta de Polya.

- **George Polya - 1954** (POLYA, 1978, p.4):

George Polya introduziu quatro passos na resolução de problemas baseados em observações que realizou como professor de Matemática:

- 1) *compreensão do problema* – aquele que deve resolver o problema reúne informação acerca do problema e pergunta: “o que quer (ou o que é que se desconhece)? O que há (ou quais são os dados e condições)?”.
- 2) *elaboração de um plano* – o sujeito tenta utilizar a experiência para encontrar um método de solução, e pergunta: “conheço um problema relacionado? Posso reformular o objetivo de uma nova forma utilizando minha experiência passada (trabalhando para trás) ou posso reordenar os dados de uma nova forma que se relacione com minha experiência passada (trabalhando para a frente)?” (É aqui que surge o *insight*).

- 3) *colocando o plano em ação* – o sujeito põe em prática seu plano de solução, comprovando cada passo; e
- 4) *reflexão* – o sujeito tenta comprovar o resultado utilizando outro método ou vendo como tudo se encaixa, e se pergunta: “posso utilizar este resultado ou este método para resolver outros problemas?”. Ensaio e erro, analogia, semelhança, redução ao absurdo. Desenvolvimento da estratégia. Aplicação da estratégia selecionada. Revisão do processo. Como chegamos à solução? Por que não a alcançamos? Podemos obter outros resultados pelo mesmo método?

- **Dina e Pierre: Modelo van Hiele – 1957 (CROWLEY, 1994, p.6):**

O modelo considera “fases de aprendizagem” as etapas na graduação e na organização das atividades que um estudante deve realizar, a fim de adquirir as experiências que o levem a um nível superior de raciocínio, com relação a um assunto bem determinado. Ao longo dessas fases, o professor deve fazer com que os seus alunos estabeleçam a rede mental de relações do nível de raciocínio que devem atingir, criando, em primeiro lugar, os nós da rede (os “objetos”) e depois as conexões entre eles. Dito de outra maneira, é necessário conseguir, em primeiro lugar, que os estudantes adquiram, de maneira, significativa, os conceitos básicos necessários (novos conceitos, propriedades, termos etc.) com os quais deverão trabalhar, de modo que possam depois concentrar sua atividade em aprender a utilizá-los e combiná-los entre si.

As fases da aprendizagem propostas por van Hiele são cinco:

Fase 1 – informação – trata-se de uma fase de contato inicial. O professor deve informar seus alunos sobre o campo de estudo no qual começarão a trabalhar, que tipos de problemas serão colocados, que material será utilizado etc;

Fase 2 – orientação rígida – nessa fase, os estudantes começam a explorar o campo de estudos por meio de investigações baseadas no material proposto;

Fase 3 – explicitação – uma das principais finalidades da terceira fase é a de fazer com que os estudantes troquem as próprias experiências, comentem as regularidades que observaram e expliquem como enfrentaram a atividade;

Fase 4 – orientação livre – agora que os alunos devem aplicar os conhecimentos e a linguagem que estão adquirindo em outras investigações, diferentes das anteriores. O campo de estudo é, nesse momento, em grande parte conhecido pelos alunos, mas eles ainda devem aperfeiçoar os próprios conhecimentos sobre ele; e

Fase 5 – integração – ao longo das fases 1, 2, 3 e 4, os estudantes adquiriram novos conhecimentos e habilidades, mas devem ainda atingir uma visão geral dos conteúdos e métodos que têm à disposição, com relação aos novos conhecimentos em outros campos que estudaram anteriormente.

- **Barnett Rich – 1971** (RICH, 1971, p.216):

Barnett Rich, em seu livro *Álgebra Elementar*, segue a mesma tendência dos autores anteriores, propondo para a resolução de problemas quatro etapas básicas, sendo elas:

- 1) *representação* das incógnitas por letras;
- 2) *tradução* das inter-relações pertinentes às incógnitas em equações;

- 3) *solução* das equações para achar o valor das incógnitas; e
- 4) *verificação ou prova* com os valores encontrados, a fim de saber se estes satisfazem o problema original.

- **Nérici – 1973** (NÉRICI, 1973, p.190):

Para Nérici, os métodos de ensino precisam acompanhar o desenvolvimento de um ciclo docente, que compreende fundamentalmente três fases: planejamento, execução e avaliação.

- 1) *planejamento* - a fase do planejamento pode estar ligada ao professor, ao professor e educandos e, em momento mais avançado, aos educandos.
- 2) *execução* - esta fase pode apresentar três subfases:
 - *apresentação*, em que a matéria a ser estudada é apresentada de forma motivadora a classe e as normas de estudo são esclarecidas;
 - *elaboração*, em que se estuda sistematicamente o tema em foco, com exercícios, aplicações etc., em função do próprio tema tratado; e
 - *síntese* em que são tiradas conclusões, feitas aplicações ou esquematizados conjuntos, em função, também, do tema tratado.
- 3) *avaliação* - esta fase consta de provas de verificação ou de outros quaisquer recursos que forneçam dados ao professor para propiciar uma avaliação do estudo efetuado pela classe e pelos educandos separadamente, a fim de providenciar, sempre que necessário, retificação ou recuperação da aprendizagem.

- **Schoenfeld - 1985** (HUETE e BRAVO, 2006, p.162):

Schoenfeld entende que o processo de resolução de problemas não é linear, como propõe Polya; supõe caminhos em

zigzague, com andanças para trás e para frente. Propõe quatro fases para a resolução de problemas:

- 1) *análise* – examinar casos particulares, simplificar o problema;
- 2) *exploração* – substituir as condições, introduzir elementos auxiliares, considerar o raciocínio por contradição, examinar problemas modificados;
- 3) *execução* – aplicar a estratégia escolhida; e
- 4) *comprovação* – utiliza todos os dados pertinentes? Está de acordo com previsões ou estimativas razoáveis? É possível obter a mesma solução por outro método?

- **Brousseau: Teoria das Situações Didáticas – 1988** (FREITAS, 2008, p.24):

Brousseau distingue quatro tipos de situações nos processos didáticos que organiza: 1) situações de ação, 2) situações de formulação, 3) situações de validação e 4) situações de institucionalização.

- 1) *Situação de ação*: determinado contexto de aprendizagem é uma situação de ação quando o aluno, que se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema, realiza determinadas ações mais imediatas, que resultam na produção de um conhecimento de natureza mais operacional.
- 2) *Situação de formulação*: o aluno já utiliza, na solução do problema estudado, alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos, além de mostrar um evidente trabalho com informações teóricas de uma forma bem mais elaborada, podendo ainda usar uma linguagem mais apropriada para viabilizar esse uso da teoria.

- 3) *Situação de Validação*: aquelas em que o aluno já emprega mecanismos de prova e onde o saber é usado com esta finalidade. Essas situações estão relacionadas ao plano da racionalidade e diretamente voltadas para o problema da verdade.
- 4) *Situações de institucionalização*: visam a estabelecer o caráter de objetividade e universalidade do conhecimento. O saber tem assim uma função de referência cultural que extrapola o contexto pessoal e localizado; o professor seleciona questões essenciais para a apropriação de um saber formal a ser incorporado como patrimônio cultural.

- **Michele Artigue - 1988** (MACHADO, 1988, p. 201-208):

A *engenharia didática* se faz pela execução de quatro fases consecutivas:

- 1) *análises prévias ou preliminares* – deve-se proceder à descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino.
- 2) *concepção e análise a priori* – comporta uma parte de descrição e outra de previsão, está centrada nas características de uma situação a-didática que se quis criar e que se quer aplicar aos alunos visados pela experimentação.
- 3) *experimentação* – e a fase da engenharia com uma certa população de alunos. Ela se inicia no momento em que se dá o contato pesquisador / professor / observador com a população de alunos-objeto da investigação

4) *análise a posteriori e validação* – refere-se ao tratamento das informações obtidas quando da aplicação da sequência didática, que é da parte efetivamente experimental da pesquisa. O importante é que essa análise atinja a realidade da produção dos alunos, quando possível, desvelando seus procedimentos de raciocínio.

- **Gusmán - 1991** (HUETE e BRAVO, 2006, p.162):

Gusmán sugere que a resolução de problemas passe por quatro fases.

- 1) *Familiarização com o problema.* Compreender o problema: de que se trata? Quais são os dados? Os dados têm relação em si?
- 2) *Busca de estratégias.* Simplificação, particularização, ensaio e erro, analogia, semelhança, redução ao absurdo.
- 3) *Desenvolvimento da estratégia.* Aplicação da estratégia selecionada.
- 4) *Revisão do processo.* Como chegamos à solução? Por que não a alcançamos? Podemos obter outros resultados pelo mesmo método? O mesmo resultado por outros métodos?

- **Borges Neto: Sequência Fedathi - 1996** (BORGES NETO *et al*, 1998, p.7):

Borges Neto propõe uma sequência metodológica para o ensino e pesquisa em Matemática, denominada Sequência Fedathi. O modelo pressupõe a realização de quatro fases sequenciais e interdependentes, denominadas:

- 1) *Tomada de Posição* – Apresentação do problema. A abordagem do problema poderá ser feita de variadas formas.
- 2) *Maturação* – Compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema. Esta etapa é destinada à discussão entre o professor e o aluno a respeito do problema em questão.
- 3) *Solução* – Representação e organização de esquemas/modelos que visem a solução do problema. Os alunos deverão organizar e apresentar modelos.
- 4) *Prova* – Apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado. O professor precisará fazer uma conexão entre os modelos apresentados pelos alunos e o modelo matemático científico; deverá introduzir o novo saber através de sua notação simbólica em linguagem matemática.

A Sequência Fedathi vem sendo estudada e experimentada por estudantes e pesquisadores, principalmente da área do ensino da Matemática.

Pontos de Convergência das Sequências

Buscando os principais pontos de convergência das sequências apresentadas, corroboramos a ideia de Huet e Bravo (2006, p.158), quando ressaltam que, dentro de uma recopilação histórica, elementos comuns são encontrados entre a maioria das sequências, inclusive na Sequência Fedathi, podendo estes pontos ser resumidos nos cinco itens seguintes:

Quadro 2 – Pontos de Convergência das Sequências

1. A COMPREENSÃO DO ENUNCIADO (Tomada de Posição)
Versão da linguagem verbal para a linguagem matemática.
2. A COMPREENSÃO DO PROBLEMA (Tomada de Posição)
Consciência das relações lógicas conceituais e matemáticas que intervêm.
3. A BUSCA DE VÁRIAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO (Maturação)
4. A APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS (Solução)
5. A REVISÃO E A COMPROVAÇÃO DO PROCESSO SEGUIDO (Prova)

Apesar das sequências apresentadas terem sido constituídas com objetivos distintos e, em diferentes lugares, tempos e contextos educacionais, elas possuem vários pontos comuns (Quadro 2). Estas intersecções das sequências são “a espinha dorsal”, o sustentáculo de seus arcabouços teóricos, elementos essenciais a serem considerados em suas aplicações.

Os pontos de convergência apresentados estão intensivamente expressos na Sequência Fedathi, vindo reforçar seu potencial teórico e de aplicação junto ao ensino de Matemática. Além de contemplar estes elementos na constituição do pensamento e do raciocínio matemático, a Sequência Fedathi apresenta importantes categorias relacionadas à atuação do professor durante a aula.

O levantamento histórico apresentado proporcionou-nos uma visão mais ampla dos esforços já empreendidos por vários estudiosos, na busca de compreender, interpretar e direcionar os processos de ensino e de aprendizagem, mediante elaboração de sequências e etapas que facilita-

sem e possibilitassem o desvelamento das ações relacionadas ao ensino.

O *status* científico alcançado pelas sequências apresentadas mostrou-nos que, independentemente do contexto histórico e social onde foram concebidas, encontram-se fortemente alicerçadas em argumentos sólidos e atuais, cumprindo o seu papel de grandes contribuições para o melhoramento e aperfeiçoamento dos sistemas de ensino em vigor.

Referências

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**. v. 9/3, 281-308, Grenoble, La Pensée Sauvage Editions, 1988.

BORGES NETO et all. O ensino de matemática assistido por computador nos Cursos de Pedagogia. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE, 13, Volume 19 – Organizador John A. Fossa. Natal: EDUFRN – Editora da UFRN, 1998. (Coleção EPEN).

CROWLEY, M.L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do Pensamento Geométrico. In: APRENDENDO E ENSINANDO GEOMETRIA. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

FREITAS, J.L.M. Situações Didáticas. In: MACHADO, S.D.A. (Org.). **Educação matemática**: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 65-87.

HUETE, J. C. S. e BRAVO, J.A.F. **O ensino de matemática**: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

MACHADO, S.P.A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S.P.A. (Org.). **Educação matemática**: uma introdução. São Paulo: EDUC, 2002. p.197-208.

NÉRICI, I.G. **Didática geral dinâmica**. 4. ed. São Paulo: Editora Fundo de Cultura, 1973. 314p.

PAIS, L.C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2^a. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

RICH, Barnett. **Álgebra elementar**. Tradução de Orlando Agueda. Rio de Janeiro: Editora McGraw-Hill do Brasil, LTDA, 1971. (Coleção Schaum).

