Sequência Fedathi:

Uma Proposta Pedagógica para o Ensino de Matemática e Ciências

Francisco Edisom Eugenio de Sousa
Francisco Herbert Lima Vasconcelos
Hermínio Borges Neto
Ivoneide Pinheiro de Lima
Maria José Costa dos Santos
Viviane Silva de Andrade
(organizadores)

Sequência Fedathi:

Uma Proposta Pedagógica para o Ensino de Matemática e Ciências

Ana Izabela Elias de Souza
André Flávio Gonçalves Silva
Elizabeth Matos Rocha
Francisco Augusto Silva Nobre
Francisco Edisom Eugenio de Sousa
Francisco Herbert Lima Vasconcelos
Francisco Regis Vieira Alves
Hermínio Borges Neto
Ivoneide Pinheiro de Lima
José Rogério Santana
Maria José Araújo Souza
Maria José Costa dos Santos

Edições UFC
Fortaleza
2013

Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de matemática e ciências

Impresso no Brasil / Printed In Brazil

Editora da Universidade Federal do Ceará – UFC
Av. da Universidade, 2932 – Benfica – Fortaleza – Ceará
CEP: 60020-181 – Tel./Fax: (85) 3366.7766 (Diretoria)
3366.7499 (Distribuição) 3366.7439 (Livraria)
Internet: www.editora.ufc.br – E-mail: editora@ufc.br

Faculdade de Educação
Rua Waldery Uchoa, n. 1, Benfica – CEP: 60020-110
Telefones: (85) 3366.7663/3366.7665/3366.7667 – Fax: (85) 3366.7666
Distribuição: Fone (85) 3214.5129/ – E-mail: aurelio-fernandes@ig.com.br

Revisão e Leitura de Texto
Leonora Vale de Albuquerque

Normalização Bibliográfica
Perpetua Socorro Tavares Guimarães – CRB 3/801

Programação Visual e Diagramação
Luiz Carlos Azevedo

Capa
Valdianio Araújo Macedo

Catalogação na Fonte
Bibliotecária: Perpétua Socorro T. Guimarães CRB 3 801–98

Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática e ciências / Francisco Edisom Eugenio de Sousa, Francisco Herbert Lima Vasconcelos, Hermínio Borges Neto et al. [organizadores] – Fortaleza: Edições UFC, 2013.

184 p.: il.

Isbn: 978-85-7282-573-3

1. Proposta pedagógica 2. Educação I. Sousa, Francisco Edisom Eugenio de II. Vasconcelos, Francisco Herbert Lima III. Borges Neto, Hermínio IV. Título

CDD: 370.193

Editora Filiada à
Associação Brasileira das Editoras Universitárias

SOBRE OS AUTORES

Ana Izabela Elias de souza
Licenciada em Física pela Universidade Regional do Cariri - URCA. Mestranda em Física da Matéria Condensada no Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas - IF-UFAL. Possui experiência na área de Ensino de Física e Física da Matéria Condensada com ênfase em Física Teórica e Computacional
E-mail: aninha.izabela@gmail.com

André Flávio Gonçalves Silva
Tecnólogo em Eletromecânica pelo Instituto Centro de Ensino Tecnológico – CENTEC. Licenciado em Física pela Universidade Regional do Cariri – URCA. Mestrando em Física da Matéria Condensada no Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas - IF-UFAL. Professor Pleno I na disciplina de Física da Secretaria de Educação do Estado do Ceará - SEDUC-CE. Tem experiência na área de Ensino de Física e Física da Matéria Condensada com ênfase em Física Teórica e Computacional.
E-mail: andre.silva@fis.ufal.br

Elizabeth Matos Rocha
Habilitada em Matemática pela Universidade Castelo Branco, no Rio de Janeiro, com mestrado e doutorado em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará (FACED/UFC). Professora Adjunta da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), em Dourados/MS. Coordenadora UAB no ensino a distância da UFGD. Revisora ad hoc da Revista Brasileira de Educação (RBE) e da Revista Conexões: Ciência e Tecnologia do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE). Pesquisas e publicações na área de Educação a Distância e Tecnologias Digitais na Educação, com ênfase no ensino de Matemática.
E-mail: elizabeth.matosrocha@gmail.com

Francisco Augusto Silva Nobre
Bacharel e Mestre em Física pela Universidade Federal do Ceará - UFC. Doutor em Física pelo Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF. Realizou Pós-Doutoramento no Laboratório de Pesquisa Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará sob orientação do Professor Hermínio Borges. Professor da Universidade Regional

do Cariri - URCA desde 1994. Tem experiência na área de Ensino de Física e em Teoria de Campos aplicada a Física da Matéria Condensada.
E-mail: augusto.nobre@urca.br

Francisco Edisom Eugenio de Sousa
Doutorando e Mestre em Educação pela Universidade Federal do Ceará – UFC (2005). Especialista em Planejamento Educacional pela Universidade Salgado de Oliveira –UNIVERSO (1997) e licenciado em Pedagogia pela Universidade Estadual do Ceará –UECE, na Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central – FECLESC (1993). Professor no curso de Pedagogia da UECE/FECLESC e do Ensino Fundamental na cidade de Quixadá-CE. Pesquisador do FUNCAP e docente na área de Educação, principalmente em Educação Matemática, na formação inicial e continuada de pedagogos para o ensino de Matemática.
E-mail: edisom@multimeios.ufc.br

Francisco Herbert Lima Vasconcelos
Professor efetivo da Universidade Federal do Ceará (Instituto UFC Virtual), com formação em Telecomunicações (CEFET-CE), Graduação em Licenciatura em Física pela Universidade Federal do Ceará (UFC), Mestrado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e Doutorando em Engenharia de Teleinformática. Realiza trabalhos de pesquisa na área de Avaliação Educacional com Modelagem Matemática Computacional Multilinear, Educação a Distância e Informática Educativa. Consultor do Ministério da Educação - SEB/MEC
E-mail: herbert@virtual.ufc.br

Francisco Regis Vieira Alves
Possui formação inicial em Matemática Pura. Professor do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará. Doutor em Educação, com ênfase no ensino de Matemática em nível superior, sobretudo, no ensino de disciplinas específicas. Atua no laboratório Multimeios – UFC, no qual tem contribuído na produção acadêmica envolvendo estudos empíricos de aplicação da Sequência Fedathi. Possui atividades na Pós-Graduação vinculadas à UFC.
E-mail: fregis@ifce.edu.br

Hermínio Borges Neto
Mestre e Doutor em Matemática pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA e Pós-Doutorado em Educação Matemática pela Universidade de Paris VII. Pesquisador do CNPq. Professor Associado da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, UFC. Coordenador do Laboratório de Pesquisa Multimeios, atua nas áreas de Educação Matemática, Ensino assistido por computador e Tecnologia Educacional.
E-mail: herminio@multimeios.ufc.br

Ivoneide Pinheiro de Lima
Professora de Matemática do Centro de Educação, Ciências e Tecnologia da Região dos Inhamuns (CECITEC) da Universidade Estadual do Ceará – UECE. Doutora em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará – UFC. Professora do Mestrado Acadêmico em Educação e integrante do grupo de Pesquisa Matemática e Ensino, ambos da UECE. Atualmente é coordenadora do subprojeto Matemática CCT/Fortaleza do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBID da UECE e membro da coordenação do Programa de Licenciaturas Internacionais da UECE.
E-mail: ivoneide.lima@uece.com

José Rogério Santana
Graduado em Pedagogia (UFC), mestre e doutor em Educação Brasileira (UFC). Atualmente é professor adjunto da Universidade Federal do Ceará no Instituto UFC Virtual trabalhando com Educação a Distância (EaD). Integrante do Núcleo de Pesquisa História e Memória (UFC). Possui experiência na área de Educação, com ênfase em Tecnologia Educacional, Educação a Distância e Ensino de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Informática Educativa, Educação a Distância, Educação Matemática, Geometria Dinâmica e Formação de Professores. Também desenvolve trabalhos sobre a relação Imagem e Memória na perspectiva da Pedagogia das Imagens Culturais.
E-mail: rogerio@virtual.ufc.br

Maria José Araújo Souza
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA. Mestrado e Doutorado em Ensino da Matemática, com linha de pesquisa em Tecnologias Digitais na Educação, pela Universidade Federal do Ceará - UFC. Professora Adjunta e Coordenadora do Núcleo de Educação à Distância da Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA, em Sobral-Ceará. Área de Atuação: Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância.
E-mail: mazesobral@yahoo.com.br

Maria José Costa dos Santos
Professora Adjunta da Universidade Federal do Ceará-UFC/FACED. Atua na disciplina de Ensino de Matemática. Pesquisadora nas áreas de Educação Matemática com foco no pedagogo, Tecnologias digitais, Informática Educativa, Formação de professores para o ensino de Matemática.
E-mail: profamazze@ufc.br

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este livro descreve e sistematiza a Sequência Fedathi, uma proposta teórico-metodológica elaborada pelo Laboratório de Pesquisa Multimeios, na Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, sob a coordenação do professor Dr. Hermínio Borges Neto, a partir de experiências na educação básica e na educação superior, nos campos da Matemática e das Ciências.

A Sequência Fedathi recomenda que os conhecimentos matemáticos sejam ensinados com base no desenvolvimento do trabalho de investigação de um matemático, no sentido de proporcionar uma maior autonomia ao aluno em seu processo de aprendizagem, numa perspectiva transformadora.

As ideias tratadas nessa proposta visam indicar elementos que possam contribuir para o exercício docente que, devido às condições de formação e trabalho pedagógico, tende a configurar-se em uma atividade pouco dialogada entre professor e alunos.

Entretanto, essa metodologia não tem nenhuma pretensão de indicar-se como a melhor forma de o professor agir em sala de aula, mas apresentar subsídios que fortaleçam a prática pedagógica no contexto escolar. Nesse sentido, esta obra se destina aos professores, tanto em formação inicial como continuada, e a todos que se interessam pelo processo de ensino e de aprendizagem, esta numa perspectiva significativa para os estudantes.

O livro está organizado em duas partes. A primeira é constituída pelos dois primeiros capítulos, que se destinam a apresentação e caracterização da Sequência Fedathi.

O primeiro capítulo distingue cada uma das etapas que compõe a Sequência Fedathi – tomada de posição, maturação, solução e prova, estabelecendo uma comparação com elementos do modelo de ensino tradicional. Com o objetivo de ampliar a discussão, o segundo capítulo apresenta uma retrospectiva acerca de algumas sequências que foram pensadas ao longo da história da educação para o desenvolvimento do ensino escolar, estabelecendo uma convergência com a Sequência Fedathi.

A segunda parte é formada pelos seis últimos capítulos, que delineiam experiências que foram desenvolvidas com a aplicação da Sequência Fedathi em distintos contextos.

O terceiro capítulo expõe a experiência com três professores da escola pública na cidade de Quíxadá. O quarto capítulo discute a abordagem de números fracionários na formação inicial de professor em Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. O quinto capítulo apresenta uma reflexão sobre o ensino de Geometria na formação inicial do pedagogo. O sexto capítulo desenha a experiência no ensino de Física, focando o conteúdo de Termologia. O sétimo e último capítulo expõe a experiência no ensino superior a partir da discussão sobre a abordagem do ponto crítico e do ponto de inflexão no cálculo com várias variáveis.

Esperamos que este trabalho seja apenas o início de uma série de publicações acerca do que vem sendo desenvolvido no Ceará no campo da Educação Matemática, notadamente com a utilização da Sequência Fedathi, o que dependerá do incentivo à sistematização das experiências de pesquisa e de ensino vivenciadas por vários pesquisadores e educadores e das críticas que possam ser feitas para o aperfeiçoamento dessa proposta.

Os Organizadores

Parte 1

O que é a Sequência Fedathi?

SEQUÊNCIA FEDATHI: APRESENTAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO

Maria José Araújo Souza

Introdução

No intuito de melhorar o ensino de Matemática, profissionais ligados a esta área têm dedicado esforços para alcançarem maior compreensão sobre as problemáticas que envolvem o tema, bem como, os caminhos para superá-las. Esta busca se torna evidente no crescente número de eventos acadêmicos e publicações científicas produzidos nos últimos anos acerca da educação matemática.

Envolvidos com este contexto, como professores e pesquisadores, vimos desenvolvendo estudos sobre o ensino da matemática, explorando de modo específico a Sequência Fedathi, desde nosso trabalho de mestrado, culminando com o aporte ora apresentado, extraído de nossa tese de doutorado.

A pesquisa é resultante dos levantamentos que realizamos acerca de trabalhos já desenvolvidos sobre a Sequência Fedathi e, principalmente, das aplicações que vimos fazendo com a Sequência junto às disciplinas de Novas Tecnologias no Ensino da Matemática, Estágio e Prática de Ensino na Licenciatura em Matemática. Nestas explorações procuramos sempre observar e descrever elementos da Sequência que consideramos importantes e de grande contribuição para o ensino de matemática.

Objetivamos com este trabalho explicitar e descrever elementos da Sequência Fedathi, de forma que possam contribuir para uma melhor compreensão desta proposta de ensino e, conseqüentemente, para sua aplicação e aperfeiçoamento teórico junto a novos experimentos voltados para o ensino da matemática.

Origem da Sequência Fedathi

Para iniciar a apresentação da Sequência Fedathi sentimos a necessidade de falar sobre seu autor e seu significado. Iniciamos então o trabalho com alguns dados acerca do professor Hermínio Borges - matemático e pesquisador da área de educação matemática da Universidade Federal do Ceará - UFC, ao qual muito se deve em relação aos trabalhos desenvolvidos acerca do ensino da matemática no Ceará.

Prof. Hermínio Borges Neto
Precursor dos Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática no Ceará

Hermínio Borges Neto nasceu em Fortaleza-Ceará, em 8 de abril de 1948. Filho de oficial aviador da Força Aérea Brasileira e de uma professora, ficou órfão de pai com menos de dois anos de idade, em consequência de um desastre aéreo. Cursou os estudos da Educação Básica no Colégio Militar de Fortaleza, concluindo-os em 1966, quando foi selecionado para seguir carreira militar e optou graduar-se em Matemática, concluindo o bacharelado em 1970 pela Universidade Federal do Ceará-UFC. Lecionou Matemática e Física no Colégio Estadual Arminda de Araújo, em Fortaleza. Em 1971 foi aprovado em concurso público para professor do Departamento de Matemática da UFC, permanecendo até 1996. Junto ao Departamento, iniciou sua carreira de pesquisador do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico – CNPq. Em 1972 casou-se com Suzana Capelo, psicóloga e professora universitária, com quem teve três filhos:

FElipe, DAniel e THIago, os quais inspiraram a denominação para o ensino de Matemática, chamada "Sequência FEDATHI". Concluiu mestrado na UFC em 1973 e Doutorado em Matemática pelo IMPA em 1979. Em 1996, realizou Pós-Doutorado na Universite de Paris VII - Université Denis Diderot, U.P. VII, França, na área de Ensino de Matemática, formalizando a partir daí a "Sequência Fedathi". Desde 1997, é professor adjunto concursado da Faculdade de Educação – UFC, através da qual fundou e coordena o Laboratório de Pesquisa Multimeios e o Grupo de Pesquisa Fedathi. Recebeu 2(dois) prêmios em 2004 por Projetos ligados ao Ensino de Matemática e Inclusão Digital. Seus trabalhos centralizam-se nas áreas de Ensino de Matemática e Tecnologias Digitais na Educação. O professor Hermínio Borges oficializou, no Ceará, os estudos e pesquisas na área de Educação Matemática por meio do Programa de Pós-Graduação da FACED-UFC, formando profissionais, realizando pesquisas, propondo parcerias com outras instituições educacionais, orientando trabalhos e projetos na área de educação matemática, trajetória que, sem dúvida, lhe confere o status de Precursor da Didática da Matemática no Ceará.

Fonte: A biografia foi por nós estruturada, com dados obtidos do Curriculum Lattes, informações obtidas de amigos do professor Hermínio, por ele confirmadas e complementadas.

Etapas da Sequência Fedathi

Segundo Borges Neto, a Sequência Fedathi propõe que ao deparar um problema novo, o aluno deve reproduzir os passos que um matemático realiza quando se debruça sobre seus ensaios: aborda os dados da questão, experimenta vários caminhos que possam levar a solução, analisa possíveis erros, busca conhecimentos para constituir a solução, testa os resultados para saber se errou e onde errou, corrige-se e monta um modelo.

Tomando como referência as etapas do trabalho científico do matemático, a Sequência Fedathi foi composta por quatro etapas sequenciais e interdependentes, assim denominadas: Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova. Para Borges Neto e Dias (1999), o aluno reproduz ativamente os estádios que a humanidade percorreu para compreender os ensinamentos matemáticos, sem que, para isso, necessite dos mesmos milênios que a história consumiu para chegar ao momento atual.

Entendemos que a importância da reprodução desse ambiente na sala de aula ocorra pelo fato de possibilitar ao aluno a elaboração significativa de conceitos, mediante a solução de problemas, cujas produções serão o objeto sobre o qual o professor vai conduzir a mediação, a fim de levá-lo a constituir o conhecimento em jogo; nesse processo, o docente deve levar em conta as experiências vivenciadas pelos alunos e seus conhecimentos anteriores acerca das atividades desenvolvidas. Apresentamos na figura 1, uma síntese da relação professor-saber-aluno na formulação de um conhecimento em Fedathi.

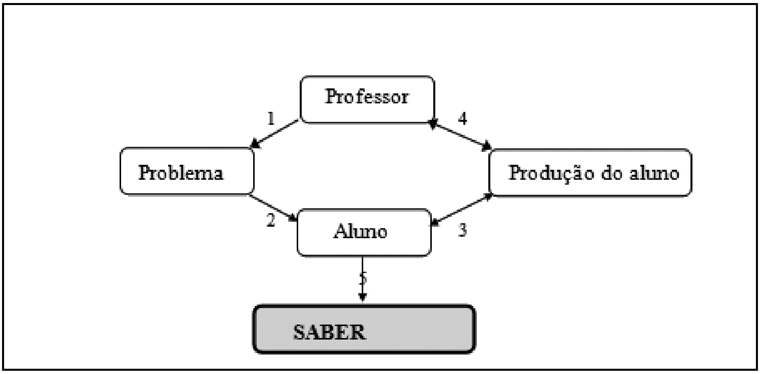


Figura 1 – Relação professor-aluno-saber na Sequência de Fedathi

Fonte: Borges Neto *et al* (2001).

De acordo com o esquema proposto na Figura 1, o ensino é iniciado pelo professor que deverá selecionar um problema relacionado ao conhecimento que pretende ensinar, podendo também ser começado por uma situação proposta pelo aluno (1); a seguir o professor deverá apresentar o problema aos alunos por intermédio de uma linguagem adequada (2); com o problema apresentado, os alunos irão explorá-lo na busca de uma solução (3); a solução encontrada deverá ser analisada pelo professor junto ao grupo (4). Os passos 3 e 4 acontecerão correspondem ao debate acerca da solução, visando à formulação do saber pelo aluno (5). Esse momento corresponde à mediação entre o professor-saber-aluno.

Apresentamos a Sequência Fedathi, de forma mais detalhada, em que ressaltamos categorias citadas pela primeira vez neste trabalho.

1ª - Tomada de posição: apresentação do problema

Nessa etapa, o professor exibe o problema para o aluno, partindo de uma situação generalizável, ou seja, de uma circunstância possível de ser abstraída de seu contexto particular, para um modelo matemático genérico.

A situação-problema deve ter relação com o conhecimento a ser ensinado e que deverá ser apreendido pelo aluno ao final do processo; é importante que o problema tenha como um dos meios de resolução a aplicação do saber em jogo. A abordagem do problema poderá ser feita de variadas formas, seja mediada por uma situação-problema escrita ou verbal, de um jogo, de uma pergunta, da manipulação de material concreto; de experimentações em algum *software*, podendo os alunos trabalhar sobre o problema de maneira individual e/ ou em grupo.

Antes de apresentar o problema, o docente há de realizar um **diagnóstico** acerca dos pré-requisitos que os alunos necessitam ter referente ao saber que pretende ensinar. O professor será um investigador de sua sala de aula, buscando reconhecer os pontos fortes e fracos de seus alunos. Neste sentido, destacamos que o diagnóstico pode ser realizado por meio de dois momentos, o primeiro em que o professor define quais conhecimentos prévios os alunos deveriam ter para a apreensão do novo conhecimento, e o segundo, a realização da investigação junto aos alunos a fim de averiguar se os estudantes são detentores destes conceitos. Os resultados obtidos através do diagnóstico são determinantes para a organização e processamento das realizações didáticas do professor.

Após o diagnóstico, o professor iniciará seu trabalho docente tendo consciência do nível de seus alunos e deverá planejar-se de acordo com esta realidade. Para começar sua proposta de ensino junto ao grupo, deverá fazer uma contextualização inicial acerca do problema a ser trabalhado, a fim de situar os alunos sobre o universo matemático que será explorado. Para isto, será necessário apresentar informações matemáticas iniciais, acerca do(s) conceito (s) relacionados ao problema e a partir daí, envolver a classe com o trabalho matemático que irão executar.

Na tomada de posição, o professor deverá estabelecer regras para nortear o trabalho dos alunos. Essas regras devem ir desde as realizações esperadas ante o problema proposto, como as interações desejadas entre alunos e professor, propiciando o desenvolvimento do trabalho interativo, integrando--se ao grupo, a fim de estabelecer uma ***interação multilateral*** (BORDANAVE, 1983), ou seja, aquela em que o professor, apesar de ser o detentor do conhecimento a ser apreendido pelos alunos, insere-se no grupo com as funções de refletir, ouvir, indagar e levantar hipóteses acerca deste conhecimento, bem como suscitar estes questionamentos entre os alunos.

A interação multilateral é um sério desafio a professores e alunos acostumados ao ensino tradicional, pois, se por um lado os alunos participam e problematizam o saber em jogo, o hábito de receber do professor saberes previamente elaborados pode levá-los a conceber os questionamentos, discussões e debates como uma perda de tempo. Inicialmente, o professor também ficará se indagando em relação a algumas questões como: – *De que modo as discussões ajudarão na estruturação e feitura dos conceitos? – Como resolver o problema da eventual indisciplina que venha surgir neste ambiente de liberdade? – O trabalho em grupo não tomará tempo excessivo para estudar um tema que mediante uma boa exposição oral seria coberto na metade do tempo?* Estas e outras indagações vão sendo respondidas à proporção que o professor se apropria da teoria e de sua aplicação como uma nova metodologia de trabalho. O planejamento será uma condição *sine qua non* para que se consiga produzir os resultados esperados nas próximas etapas da Sequência.

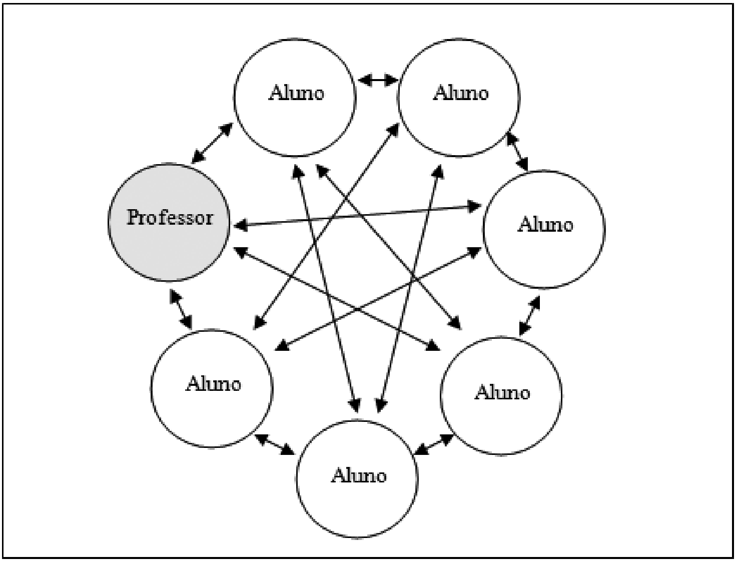


Figura 2 – Interação Multilateral entre professor e alunos

Fonte: Bordanave (1983).

A Figura 2 mostra como se relacionam professor e alunos na interação multilateral, neste momento o debate deixa de ser centrado no professor e a participação de todos passa a ter o mesmo status e importância durante a discussão.

Para ampliar a compreensão dos alunos, é importante que o professor adote uma linguagem acessível, sem deixar de lado as especificidades da comunicação matemática. Para alcançar seus objetivos de ensino, é tarefa docente preparar o ambiente, conquistar, orientar e preparar os alunos. Deste modo, reforçamos mais uma vez a importância do planejamento como um grande aliado para conduzir a gestão das aulas, que necessitarão ter flexibilidade para possíveis adaptações, a fim de garantir a participação da classe como um todo, de vez que o professor deve tentar elevar os alunos para o mesmo nível de conhecer.

2ª - Maturação: compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema

Esta etapa é destinada à discussão entre o professor e os alunos a respeito da situação-problema apresentada; os alunos devem buscar compreender o problema e tentar identificar os possíveis caminhos que possam levá-lo a uma solução. Feitas suas interpretações, deverão identificar quais os dados contidos no problema, qual a relação entre eles e o que está sendo solicitado pela atividade.

Na segunda etapa, destacamos que um dos momentos de grande relevância na formulação do raciocínio matemático são os ***questionamentos***, pois, além de promoverem o desenvolvimento intelectual dos alunos, proporcionam ao professor o *feedback* necessário para certificar se estes estão acompanhando-o no desenvolvimento dos conteúdos ensinados. Os questionamentos podem surgir dos alunos ou ser propostos pelo professor, de formas variadas. Em sua maioria, surgem por parte dos alunos no momento em que se debruçam sobre os dados do problema, originando-se a partir daí as reflexões, hipóteses e formulações, na busca de caminhos que conduzam à solução do problema. Os questionamentos também podem partir do professor através de perguntas estimuladoras, esclarecedoras e orientadoras.

Os questionamentos afloram de maneira natural entre os alunos, seja nas atividades individuais ou em grupo. Na busca de certificarem-se em relação às hipóteses levantadas, os alunos buscam o professor para validar o caminho que estão começando a percorrer. Este, por sua vez, deve aproveitar o momento dos questionamentos para potencializar e conduzir o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, apropriando-se deste momento para também fazer perguntas com diferentes objetivos, conforme estruturamos e apresentamos na Figura 3, a qual sintetiza alguns tipos de questionamentos que podem surgir durante a maturação do problema; logo a seguir os questionamentos serão exemplificados, com frases comuns às aulas de matemática.

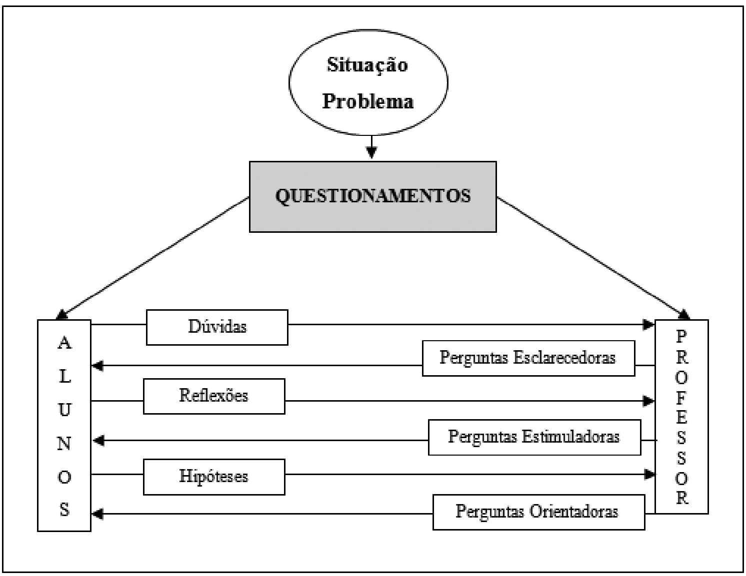


Figura 3 – Tipos de Questionamentos em Relação à Situação-Problema

Fonte: Elaborado pela autora.

- **Questionamentos dos alunos**

Dúvidas: manifestam-se por parte dos alunos, geralmente no início da resolução, acerca da definição sobre a forma de representação da resposta, ou dos conceitos aplicáveis à resolução do problema, ou mesmo a solicitação de que o professor aponte o caminho inicial da resolução ou resolva um problema similar. Exemplos:

- *Professor, eu posso resolver fazendo um desenho ou preciso usar fórmula?*
- *Professor, o problema pode ser resolvido usando a propriedade do ponto médio ou o senhor quer que faça de outro jeito?*
- *Professor, o senhor nunca passou um problema igual a este. Dá para resolver uma questão parecida?*
- *Professor, qual é a operação que eu uso para resolver este problema?*

Indagações deste tipo são muito comuns quando os alunos começam a buscar os caminhos que solucionem o problema. Para respondê-las, é preciso que o docente adote respostas por meio da postura, denominada por Borges Neto et alii (2001), de *mão-no-bolso*, ou seja, aquela em que o professor induz o aluno a pensar sobre a resposta, sem apresentar-lhe uma resposta direta sobre o questionamento. Exemplos.

- *Releia o problema com atenção e veja o que ele está solicitando.*
- *O seu desenho ajuda a chegar à resposta?*
- *Veja em seu caderno se já resolvemos alguma questão parecida.*
- *Por que utilizou este conceito na resolução?*

- *É isto mesmo que o problema está procurando?*

***Reflexões*:** as reflexões, na maioria das vezes, surgem quando os alunos já conseguiram elaborar algum tipo de solução e passam a indagar-se se esta está correta, se atende às condições propostas pelo problema, se existem outras formas de resolver a questão. Exemplos.

- *Professor, me diga se esta resposta está certa?*
- *Professor, resolvi do meu jeito. Era assim* mesmo*?*
- *Professor, existe outra forma de resolver o problema?*

Hipóteses: as hipóteses aparecem quando os alunos buscam os caminhos para constatar ou testar se suas respostas estão realmente corretas. Estas tentativas geralmente são feitas por intermédio da própria linguagem matemática ou de uma explicação, seja ela oral ou escrita em linguagem comum. Exemplos.

- *Professor, como faço para verificar se minha resposta está certa?*
- *Professor, medi os lados e eram todos iguais e os ângulos mediram 90º.. Então, está correto, não é?*
- *Professor, substituí o número e deu certo. Minha resposta está certa?*

- **Questionamentos dos professores.**

***Perguntas esclarecedoras*:** são as que têm por objetivo verificar o que e como os alunos estão entendendo sobre o que está sendo apresentado, levando os alunos a reformular o que estão aprendendo e a relacionar o assunto atual com outro já tratado; sua principal função é proporcionar *feed back* ao professor. Exemplos:

- *O que o problema está pedindo? Qual sua pergunta principal?*
- *Será que todo quadrilátero é quadrado?*
- *Quem se lembra das propriedades de soma das potências, estudadas na semana passada?*
- *Vocês ainda se recordam de alguma propriedade das construções geométricas?*

***Perguntas estimuladoras*:** têm como objetivo levar o aluno a fazer descobertas. Devem estimular o pensamento criativo, podendo suscitar uma cadeia de outros questionamentos, com suporte a partir de uma primeira pergunta, a fim de se conduzir a uma determinada conclusão. Exemplos.

- *Será que todo quadrado é um losango?*
- *Quais as propriedades do quadrado? E do losango?*
- *Como podemos representar geometricamente o Teorema de Pitágoras?*
- *Por que o sinal apareceu negativo do outro lado da igualdade?*

***Perguntas orientadoras*:** são aquelas que o professor leva o aluno a tentar estabelecer compreensões e relações entre o problema e o caminho a seguir para chegar à solução. Exemplos.

- *Será que o problema pode ser resolvido por meio da Aritmética?*
- *Será que fazer uma tabela com os dados do problema pode ajudar na solução?*
- *Aí vocês me perguntam: professor, e se eu fizesse assim... daria certo? (este é um estilo típico de pergunta de alguns professores, quando os alunos têm dificuldade de manifestar seus questionamentos).*

Conforme visualizamos há pouco, os questionamentos serão fundamentais para os alunos organizarem o pensamento e levantarem suas hipóteses, análises e reflexões acerca da solução. As perguntas e questionamentos do professor terão também papel essencial na orientação do raciocínio dos estudantes.

Durante a *maturação* do problema, *o professor deve estar atento aos alunos, observando e acompanhando seus comportamentos, interesses, medos, atitudes, raciocínios, opiniões e estratégias aplicadas na análise e busca da solução da atividade, bem como suas interpretações e modos de pensar, a fim de perceber quando e como mediar o trabalho que os alunos estão desenvolvendo.*

O trabalho do aluno na fase da maturação é imprescindível para o desenvolvimento de seu raciocínio e da aprendizagem final. Sem esta participação, eles absorverão apenas informações temporárias e passageiras, tendo, consequentemente, uma aprendizagem superficial e volátil. Alguns professores consideram as discussões como perda de tempo e atraso no cumprimento de seus planos de aula. No entanto, de nada adianta correr com a apresentação dos conteúdos, quando a aprendizagem da maioria dos alunos não foi desenvolvida. A maturação do problema requer um tempo significativo da aula para o trabalho dos alunos em relação ao problema. Apesar de os alunos possuírem ritmos diferentes no desenvolvimento de suas atividades, o professor deverá tentar ajustar a duração deste tempo de acordo com o tipo de problema estudado, ao rendimento dos alunos em relação à exploração do problema e ao que pretende realizar no tempo total da aula.

3ª Solução: representação e organização de esquemas/modelos que visem à solução do problema

Nessa etapa, os alunos deverão organizar e apresentar modelos que possam conduzi-los a encontrar o que está sendo solicitado pelo problema; esses modelos podem ser escritos em linguagem escrita / matemática, ou simplesmente por intermédio de desenhos, gráficos, esquemas e até mesmo de verbalizações.

É importante que, durante a realização dessa etapa, aconteçam as trocas de ideias, opiniões e discussões dos pontos de vista e modelos propostos entre os alunos. O professor deverá estimular e solicitar que estudantes expliquem seus modelos e justifiquem a escolha de determinados caminhos, indagando-os sobre a completude dos modelos criados, ou seja, se eles abrangem todas as variáveis do problema e se são suficientes para encaminhá-los à resposta procurada. Nesse momento, faz-se necessário dar tempo aos alunos para que pensem e reflitam acerca dessas realizações, avaliem suas respostas, por meio de ensaios, erros e tentativas, para, junto ao professor, validar os modelos criados. Esse é um importante momento para que os alunos exercitem a autonomia e percebam a importância da participação de cada um na elaboração de sua aprendizagem.

Na feitura da solução, é imprescindível que o professor analise junto aos alunos as diferentes formas de representação por eles apresentadas, para, com apoio nelas, buscar a constituição do novo conceito matemático implicado.

Na montagem do modelo por parte dos alunos, o professor tem papel fundamental como mediador, pois deverá discutir junto com o grupo as resoluções encontradas, a fim de juntos concluírem qual delas é mais adequada para representar e responder o problema proposto. É essencial que, nessas discussões, fique claro para o grupo quais são as lacunas e falhas dos modelos que não satisfizeram a solução. O status de atuação do professor durante o debate e a discussão da solução ocorre, então, mediante **interações bilaterais**, ou seja, o professor, em razão de ser o detentor do conhecimento, fica à frente da organização, discussão e análise das soluções, para conduzir a elaboração e apresentação da solução final, e, consequentemente, do saber em jogo.

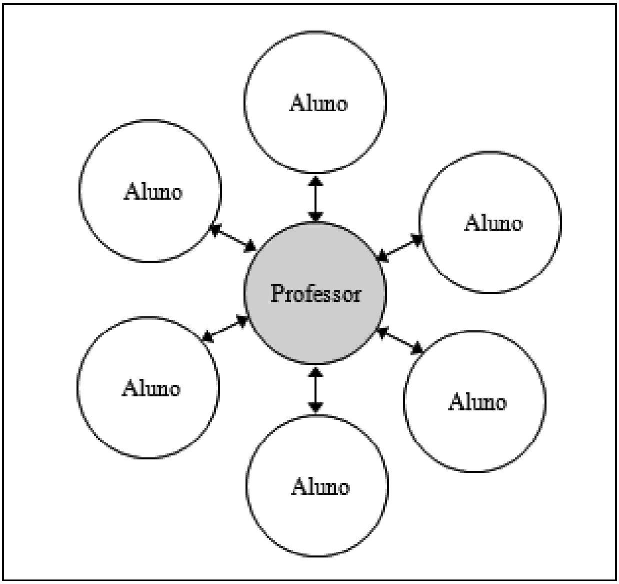


Figura 4 – Interação Bilateral entre Professor e Alunos Durante a Discussão e Análise das Soluções

Fonte: Bordanave, 1983

É importante que o professor motive os alunos a buscarem algumas formas de verificação dos resultados. A refutação dos modelos inadequados poderá ser realizada mediante verificações e contraexemplos. O professor deverá mostrar para os alunos que a solução ideal deve satisfazer não só o problema em questão ou somente determinadas situações, mas sim o número maior possível de situações que necessitem desse conhecimento com vistas a sua resolução. Assim, é interessante que se apresentem situações-problema diferentes da inicial para mostrar a limitação de modelos específicos, na resolução.

É normal que, nesse estádio, apenas alguns alunos, os mais afeitos à Matemática, cheguem a respostas corretas, mediante soluções variadas, utilizando muitas vezes modelos matemáticos incompletos em relação ao que se pretende ensinar, isto porque, se o objetivo da sequência é formular um conhecimento novo para o aluno, dificilmente este já fará uso deste saber, pois, na maioria das situações, este saber, em sua forma científica, ainda é desconhecido pelo grupo, e será nesse momento que o professor começará a delineá-lo para apresentação na etapa da prova.

Destacamos nesta fase a importância da discussão das soluções, para o aluno perceber as diferentes compreensões e representações do grupo em relação aos problemas matemáticos. O trabalho do professor, na identificação, interpretação e discussão das soluções e erros apresentados pelos alunos, é um momento determinante no estabelecimento da aprendizagem matemática, por possibilitar aos alunos a visualização e reflexão das várias soluções apresentadas pelo grupo e a validação de cada uma delas. *A análise das soluções e seus possíveis erros, permitem o aluno conhecer as diferentes formas de interpretação das questões trabalhadas, tornando-os conscientes da resolução correta, além de ajudar a não reincidirem em raciocínios equivocados na resolução de questões* *semelhantes, é também um momento decisivo para compreenderem e desenvolverem raciocínios matematicamente corretos.*

Podemos dizer que grande parte das dificuldades enfrentadas pelos alunos, decorre do fato das representações e lógicas cosntituídas em suas soluções não serem valorizadas e exploradas junto ao grupo e ao professor .

No que concerne em relação a atuação do professor na etapa de solução, frisamos que a ***competência didático-matemática*** docente é fundamental para a interpretação e discussão das representações dos alunos, para levá-los à constituição do novo saber. Esta competência resulta da formação do professor desde os conhecimentos inicialmente adquiridos na educação básica, até os saberes consolidados na educação superior pela formação inicial e continuada, experimentação e aperfeiçoamento destes saberes por intermédio do exercício da docência e da pesquisa. A competência didático-matemática é, neste contexto, *definida como o conjunto dos conhecimentos matemáticos e didáticos incorporados pelo professor e sua habilidade em acioná-los de forma conjunta durante as etapas do ensino, de modo a atingir os objetivos previamente definidos, em relação aos saberes matemáticos a serem construídos pelos alunos.*

É imprescindível que o professor seja detentor de uma base sólida acerca dos conceitos matemáticos que vai ensinar, como também de outros conceitos matemáticos a ele interligados. Paralelamente ao domínio matemático, o professor precisa dominar e aplicar em suas aulas elementos da Didática Geral e da Didática da Matemática, desde o planejamento, desenvolvimento e avaliação de todo o processo de ensino. Estes domínios são determinantes para a atenção, a compreensão e a participação dos alunos na estruturação das soluções, bem como, na motivação para participarem de forma ativa de toda aula.

4ª - Prova: apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado

Após as discussões realizadas a respeito das soluções dos alunos, o professor deverá apresentar o novo conhecimento como meio prático e otimizado para conduzir a resposta do problema. Nessa fase, a didática do professor será determinante para aquisição do conhecimento por parte dos alunos, pois, além de ter que manter a atenção e motivação do grupo, o professor precisará fazer uma conexão entre os modelos apresentados e o modelo matemático científico a ser apreendido; deverá introduzir o novo saber mediante sua notação simbólica em linguagem matemática, juntamente com as novas regras inerentes a esse conhecimento. É nessa etapa final que o novo saber deverá ser compreendido e assimilado pelo aluno, levando-o a perceber que, com base neste, será possível deduzir outros modelos simples e específicos. É importante que o aluno perceba a importância de se trabalhar com modelos gerais, pois estes irão instrumentar-lhe para a resolução de outros problemas e situações, contribuindo também para o desenvolvimento de seu raciocínio lógico-dedutivo, tipo de pensamento desejado e necessário para resolver, de maneira eficiente e lógica, problemas matemáticos do dia a dia, além de ser o tipo de raciocínio relevante para o desenvolvimento científico.

Na Sequência Fedathi, a Prova constitui finalização do processo, levando a aluno a elaborar o ***modelo geral*** do conhecimento em jogo. Podemos dizer que *o modelo geral* *refere-se ao conceito final, representação genérica ou fórmula a ser apreendido pelo aluno, a qual será um objeto de conhecimento tanto para a resolução do problema em questão, como para sua aplicação na resolução de outras situações-problema.*

Estruturamos a figura 5, mostrando o desenvolvimento da Sequência Fedathi, desde a *Tomada de Posição*, até a última etapa, a *Prova*.

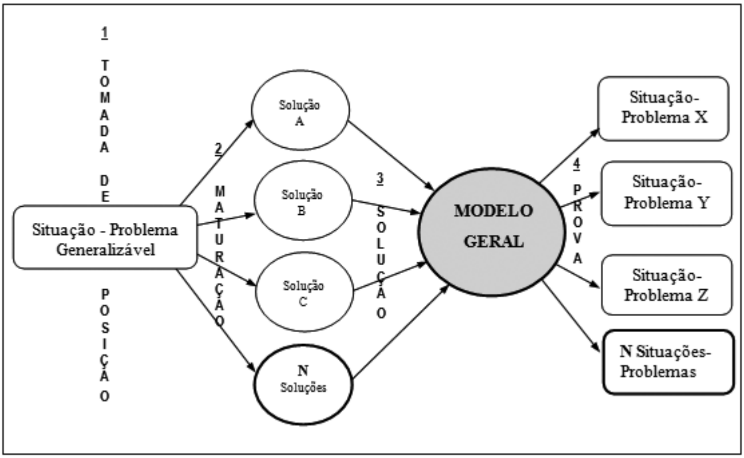


Figura 5 – Desenvolvimento da Sequência Fedathi

Fonte: Elaborado pela autora.

Até chegar à etapa final da Sequência Fedathi - *Prova,* o estudante já deve ter vivenciado as três fases anteriores, para que possa ter a clara compreensão acerca do desenvolvimento da prova. Na figura 5, podemos ter uma visão mais ampla da situação como um todo, observando que foi percorrido o seguinte caminho: (1) o professor apresenta a situação-problema generalizável; (2) os alunos se debruçam sobre a questão na busca de uma solução; (3) Professor e alunos discutem as n-soluções apresentadas, quando o professor identifica os erros e acertos para o encaminhamento da solução final; (4) Após as soluções discutidas, o professor exibirá a solução correta, enfatizando o conhecimento que planejou ensinar. Nesta fase, os alunos passam a conhecer o modelo geral (formal), aplicável à resolução desta e de outras situações-problema. O professor apresentará o novo conhecimento, suas propriedades e formas de verificação, enfatizando para os alunos a importância da aquisição dos modelos gerais da Matemática por instrumentalizá-los para a resolução de **n** situações-problema e por potencializar-lhes o desenvolvimento do raciocínio matemático.

A avaliação da aprendizagem do aluno deve ser realizada nesta última etapa, podendo ser realizada por vários meios (exercícios orais, escritos, no computador, jogos etc), desde que estes permitam o professor verificar se realmente houve a apreensão do modelo geral pelos alunos.

A Sequência Fedathi e o Ensino Tradicional

A Sequência Fedathi é uma teoria nova, tendo sido apresentada formalmente em 1996, na Tese de Pós-Doutorado do Prof. Dr. Hermínio Borges Neto, da UFC, na Universidade de Paris VI. Desde sua apresentação formal, a referida Sequência vem sendo experimentada e aperfeiçoada com base nos estudos de Borges Neto, juntamente com o Grupo Fedathi – FACED/UFC.

Borges Neto ressalta que uma das características importantes na aplicação da Sequência Fedathi é a realização, de forma sequencial, de todas as suas etapas, afirmando que só assim se pode produzir os resultados esperados na aprendizagem. O autor é crítico em relação ao modelo do ensino tradicional, por centralizar-se apenas em duas das etapas da Sequência, *a tomada de posição e a prova,* conforme mostramos na Figura 6.

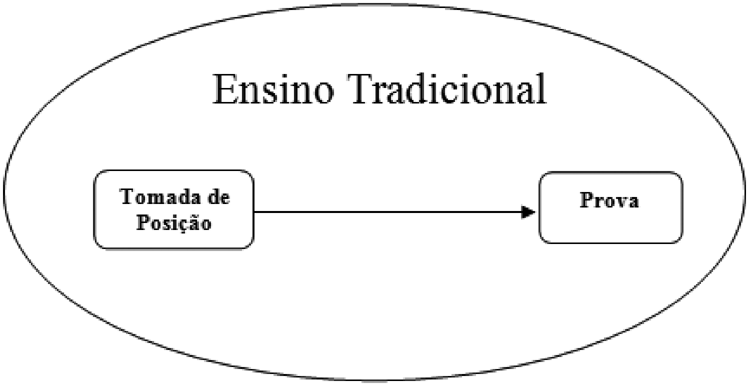


Figura 6 – Etapas de Desenvolvimento do Ensino Tradicional

No modelo de ensino tradicional, observa-se grande lacuna em relação à participação dos alunos na elaboração do conhecimento, diminuindo consideravelmente a chance destes desenvolverem suas capacidades de compreensão, interpretação, dedução e o próprio raciocínio matemático. Em consequência deste estilo de ensino, grande parte do trabalho nas aulas é realizado apenas pelo professor, prevalecendo o modelo de comunicação unilateral (Figura 7), ou seja, do professor para os alunos.

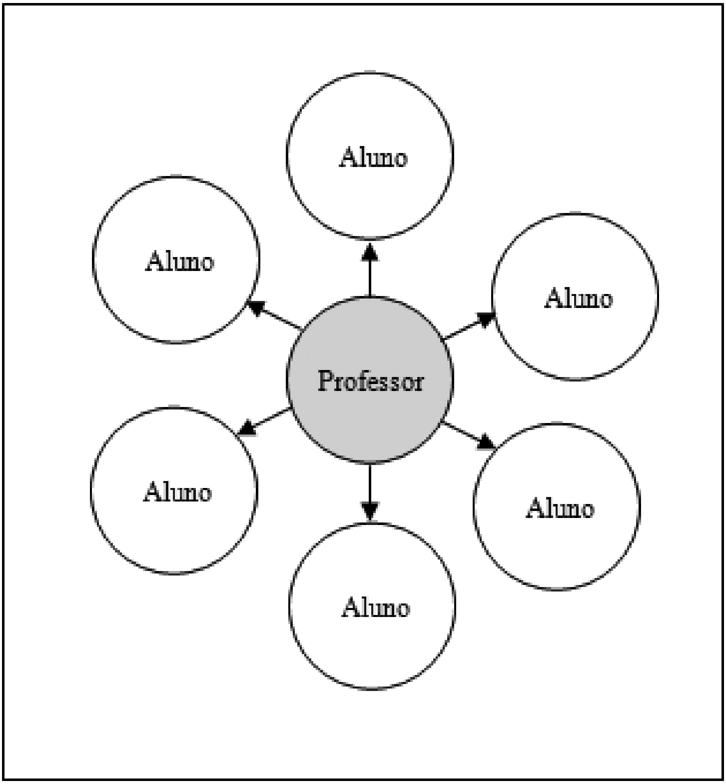


Figura 7 – Ensino Tradicional – Interação Unilateral do professor com os alunos

Fonte: Bordanave (1983).

O ensino tradicional, além de sobrecarregar o professor antes, durante e depois das aulas, subtrai do aluno a possibilidade de participar e contribuir com o desenvolvimento de sua aprendizagem e dos outros alunos, pois, ao ficar na condição de "mero espectador", deixará de expor suas dúvidas, reflexões e hipóteses, as quais poderiam ser de grande valia para todo grupo, no decorrer do assunto estudado.

A Sequência Fedathi busca diferenciar-se positivamente em relação ao ensino tradicional, valorizando igualmente as ações do professor e do aluno durante o ensino. Além desta valorização, ela quebra o mito, que ainda persiste na cabeça de muitos alunos, de que seus professores de matemática são verdadeiros gênios, com capacidades extremas e com um nível de conhecimento que eles jamais alcançarão, justificando, com essa ideia, que não aprendem Matemática por ela ser uma disciplina para poucos, por possuir capacidade intelectual inferior, pela falta de base de conhecimentos anteriores, gerando em si sentimentos de baixa autoestima em relação à disciplina e a capacidade de aprender, deixando marcas negativas em sua aprendizagem, muitas das quais perdurarão por sua vida inteira.

Paralelamente a esta visão de muitos alunos, alguns professores, com formações deficitárias, deixam muito a desejar em sua atuação docente, e pouco ou nada fazem para melhorá-la. Aproveitam-se deste modo de ver dos alunos para esconder seus medos, falhas formativas, dificuldades e acomodação, por trás de métodos de ensino tradicionais que pouco contribuem para o desenvolvimento do aluno, atribuindo os baixos resultados somente aos estudantes, os quais de forma passiva baixam a cabeça, dizendo apenas que precisam estudar mais, mesmo quando reconhecem que o professor pouco fez para que conseguissem aprender, reforçando o mito já relatado, com frases como:

- *Meu professor é um monstro, mas infelizmente não consigo aprender.*
- *Meu professor é um crânio, mas a turma é muito fraca.*

- *O professor é fera, mas nosso nível é muito baixo e a gente não consegue alcançá-lo.*
- *O professor explica bem, mas o problema é nosso, que não conseguimos entender, porque ele tem um nível muito elevado.*

Muitas vezes, professores e instituições formadoras deparam com obstáculos quando param para questionar e repensar os métodos de ensino da Matemática, principalmente por desconhecerem ou terem dificuldades para mudarem suas práticas de ensino. Deste modo, tendem a atribuir o baixo rendimento dos alunos a fatores como falta de material didático, baixa condição econômica, indisciplina, falta de participação da família, baixos salários, etc. Sabemos que tais fatores terem sua parcela de influência, mas não são apenas eles que efetivamente determinam a aprendizagem dos alunos, a competência do professor em relação aos conteúdos, métodos de ensino e contextos sociais em que estão inseridos, têm bem mais influência e determinação nos resultados finais.

A Sequência Fedathi contrapõe-se ao ensino tradicional, ensejando aos professores a apropriação de um modelo de ensino em que docente e discente se achem motivados e engajados nas situações de aprendizagem, e, ao final, ambos possam dizer que valeu a pena todo o esforço e a dedicação por sentirem em suas vidas o resultado das aprendizagens.

Borges Neto considera as segunda e terceira etapas da Sequência Fedathi, respectivamente, a *maturação* e a *solução* (Figura 8), como as mais importantes para a superação do modelo tradicional.

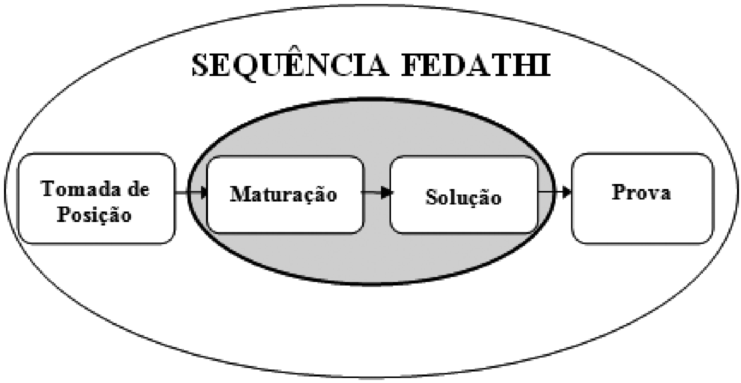


Figura 8 – Etapas de Desenvolvimento da Sequência Fedathi

Sabemos que é fora de propósito querer que os alunos passem a dominar o conhecimento matemático sem oferecer-lhes as condições necessárias. As ações e interações desenvolvidas entre professor e alunos, nas etapas da maturação e da solução em torno do saber a ser constituído são o grande diferencial em relação ao que ocorre na maioria das aulas de Matemática, que, além de não conseguirem fazer os alunos aprender, em pouco concorrem para o desenvolvimento intelectual e social do aluno, e, consequentemente, da própria Matemática.

Objetivos, Aspectos Fundamentais e Aplicações da Sequência Fedathi

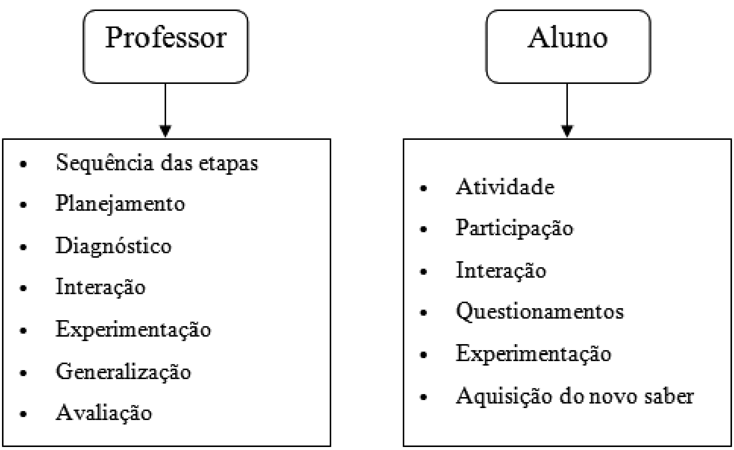
- **Objetivos**

  - Apresentar um modelo de ensino, que inclua a investigação científica como uma das etapas na elaboração do conhecimento;
  - Oferecer elementos que contribuam para as ações e intervenções do professor no processo de ensino da Matemática;

- Levar o professor a conduzir de maneira didática e eficaz a sua prática;
- Propiciar a participação ativa do aluno durante todo o processo de ensino;
- Contribuir para o desenvolvimento da autonomia do estudante durante a aprendizagem;
- Possibilitar aos alunos ampliarem sua rede de conhecimento pelas interações com o grupo e o professor;
- Contribuir com o desenvolvimento e aperfeiçoamento de métodos e técnicas de ensino e da pesquisa da Matemática e áreas afins.

- **Aspectos fundamentais na aplicação da Sequência Fedathi**

A eficácia nos resultados de aprendizagem, em decorrência da aplicação da Sequência Fedathi, requer em sua execução a vivência de aspectos fundamentais, pelo professor e pelo aluno, sendo os mais importantes:



- **Aplicações**

Apesar de a Sequência Fedathi ter sido concebida no âmbito de ensino da Matemática, professores e pesquisadores de outras áreas demonstram interesse em estudá-la, principalmente profissionais da área das ciências exatas, pela escassez de teorias que contribuam para o ensino-aprendizagem dessas disciplinas.

Logo abaixo, apresentamos alguns trabalhos que utilizaram a Sequência Fedathi, como apoio teórico e/ou metodológico. Em sua maioria, estão ligados ao ensino de Matemática e utilização de tecnologias digitais. Os trabalhos, além de apresentarem uma síntese da Sequência Fedathi, destacam importantes aspectos teóricos e metodológicos e suas relações com objeto pesquisado.

As teses e dissertações listadas a seguir, encontram-se disponíveis no *site* do Laboratório Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará -UFC, no endereço: <http://www.multimeios.ufc.br/teses.php>.

Tese: *Um modelo de ensino dos conceitos de cálculo para os cursos de Engenharia fundamentado em uma epistemologia histórica e baseado na metodologia da engenharia didática*: validação por meio do conceito de integral **Autora:** Natália Maria Cordeiro Barroso **Ano:** 2009 Instituição: UFC
Tese. T*ecnologias digitais e ensino de matemática*: compreender para realizar **Autora:** Elizabeth Matos Rocha **Ano:** 2008 **Instituição:** UFC
Tese: *A matemática na formação do pedagogo*: oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc na elaboração dos conceitos **Autora:** Ivoneide Pinheiro de Lima **Ano:** 2007 **Instituição:** UFC

Tese: *Análise do Nível de Raciocínio Matemático e da Conceitualização de Conteúdos Aritméticos e Algébricos no Ensino Fundamental*: Considerações Acerca de Alunos do Sistema Telensino Cearense. **Autora:** Marcília Chagas Barreto **Ano:** 2002 **Instituição:** UFC
Tese: *Educação Matemática*: favorecendo investigações matemáticas através do computador. **Autor:** Jose Rogério Santana **Ano:** 2006 **Instituição:** UFC
Dissertação: *Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas*: desafio para formação inicial **Autor:** Maria José Costa dos Santos **Ano:** 2007 **Instituição:** UFC
Dissertação: *Uso de instrumentos de medição no estudo da grandeza comprimento a partir de sessões didáticas* **Autor:** Elizabeth Matos Rocha **Ano:** 2006 **Instituição:** UFC
Dissertação: *O computador como ferramenta para mediação de atividades à distância de reforço escolar em matemática* **Autor:** Adelmir de Menezes Jucá **Ano:** 2004 **Instituição:** UFC
Dissertação: *Do Novo PC ao Velho PC* **Autor:** José Rogério Santana **Ano:** 2001 **Instituição:** UFC
Dissertação: *Informática na Educação Matemática*: estudo de geometria no ambiente do software Cabri-Géomètre **Autor:** Maria José Araújo Souza **Ano:** 2001 **Instituição:** UFC
Dissertação: *Cabri-Géomètre*: uma aventura epistemológica **Autor:** Márcia Oliveira Cavalcante Campos **Ano:** 1998 **Instituição:** UFC

Conclusões

Procuramos apresentar neste texto uma síntese do que é a Sequência Fedathi, ressaltando elementos que devem ser explorados em sua aplicação. É importante destacar que a Sequência Fedathi é um modelo ainda em construção, novos trabalhos de pesquisa que venham aplicá-la serão muito importantes para uma contínua análise e melhoramentos do que já foi constituído.

Podemos ressaltar que a essência da Sequência Fedathi está em o professor conduzir o processo de ensino de maneira a levar os alunos a desenvolverem o raciocínio matemático, através da exploração, compreensão e investigação de problemas matemáticos, levandos-os a construírem suas aprendizagens a partir das experimentações e constatações feitas durante todo o processo de desenvolvimento da Sequência, de modo a vivenciarem a mesma atmosfera do trabalho desenvolvido pelo matemático.

Referências

BORDANAVE, I. **Estratégias de aprendizagem.** São Paulo: Vozes, 1983.

BORGES NETO, H. et al. **A** Sequência de Fedathi como proposta metodológica no ensino-aprendizagem de matemática e sua aplicação no ensino de retas paralelas. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE. Educação – EPENN, 15, *Anais*... São Luís, 2001.

________. & DIAS, A.M I. Desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático no 1º Grau e Pré-Escola. **Cadernos da Pós-Graduação em Educação**: inteligência–enfoques construtivistas para o ensino da leitura e da matemática. Fortaleza, UFC, 1999, v. 2.

_______. e CAPELO, S.M.C. **O papel da informática educativa no desenvolvimento do raciocínio lógico.** Disponível em: <http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/pre-print/O_papel_da_Informatica.pdf>. Acesso em: 12 de abril de 2009.

_______. O ensino de matemática assistido por computador nos Cursos de Pedagogia. XIII ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE. Coleção EPEN – Volume 19 – Organizador John A. Fossa. Natal: EDUFRN – Editora da UFRN. pág. 149, 1998.

_______. **A informática na escola e o professor**. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO – ENDIPE, 9, 1998.

_______. Uma classificação sobre a utilização do computador pela escola. **Revista Educação em debate**, FACED-UFC. Fortaleza, ano 21, n. 37, p. 135-138. 1999.

_______. **Porque computador no ensino de matemática ?** Programa de Pós-Graduação em Educação - FACED - UFC. Sala Multimeios. Fortaleza (CE), [s.d.].

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas – conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

_______. **Os diferentes papéis do professor.** In: SAIZ, C.P.I. et al. Didática da matemática – reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 48-72.

CARVALHO, A.M.P. de. **Prática de ensino**. São Paulo: Enio Matheus Guazzelli e Cia LTDA, 1985, 106p.

COLL, C. S. **Psicologia do ensino**. Tradução Cristina Maria de Oliveira. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000, 408p.

COMÊNIO, J.A. **Didática Magna**. Tradução de Nair Fortes ABU-MERHY. Rio de Janeiro: Edição da Organização Simões, 1954. 417p.

LIBÂNEO, J.C. **Didática – Série Formação do Professor.** São Paulo: Cortez, 1994.

MACHADO, S.P.A. (Org.). **Educação matemática**: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

NÉRICI, I.G. **Didática – uma introdução**. São Paulo: Editora Atlas S.A., 1988. 310p.

_______. **Didática geral dinâmica**. 4. ed.. São Paulo: Editora Fundo de Cultura, 1973. 314P.

_______. **Metodologia de ensino** – uma introdução. São Paulo: Editora Atlas S.A., 1977. 579P.

Site: <http://www.multimeios.ufc.br/pre_print.php. Acesso em: 12 abr. 2009.

SOUZA, M.J.A. **Aplicações da sequência Fedathi no ensino e aprendizagem da geometria mediado por tecnologias digitais**. 2010. 216p. Tese de Doutorado. Curso de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2010.

_______. **Informática na educação matemática**: estudo de geometria no ambiente do software Cabri-Géomètre.

2001.187P. Dissertação (Mestrado). Curso de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2001.

________. Como ensinar matemática? Uma proposta didática através da Sequência Fedathi. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE – EPENN, 29, 2009, João Pessoa. *Anais*... 2009.

________. Aplicação de sequências didáticas no ensino de matemática com ênfase na sequência Fedathi. In: ENCONTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – Universidade Estadual Vale do Acaráu, 3, Sobral. *Anais*... 2008.

________. O bom professor de matemática: características essenciais à docência em matemática. In: JORNADA CEARENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, Fortaleza. *Anais*... 2008.

VEIGA, I.P.A. (Org.). **Técnicas de ensino**: novos tempos, novas configurações. Campinas-SP: Papirus, 2006 (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

SEQUÊNCIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: RETROSPECTIVA HISTÓRICA DE DEWEY A FEDATHI[1]

Maria José de Araújo Souza

O Que é uma Sequência Didática?

Nos estudos que vimos realizando, observamos que os termos ***sequência didática, situação didática*** e ***sequência de ensino*** aparecem com muita frequência nos trabalhos relacionados à Didática da Matemática, e, algumas vezes são empregados com sentidos tão próximos, que chegam a confundir quanto aos seus significados. Por esta razão, achamos importante diferenciá-los, para ensejar mais compreensão sobre sua significação e seus contextos de aplicação.

A expressão *sequência didática é* empregada desde a década de 1980, nas pesquisas em Didática da Matemática que incluem pesquisa experimental. É amplamente utilizada pelos pesquisadores e estudiosos da Didática da Matemática francesa. Por estar relacionado a uma *Sequência de experimentos,* é bastante aplicado nos trabalhos baseados na *Engenharia Didática*. Artigue (1996 *apud* PAIS, 2001, p.157) assim a define:

> Sequência Didática é um conjunto de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática [...] tal como acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento durante as sessões ao maior número de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigado.

1

Já a expressão *situação didática* é mais aplicada quando faz referência a situações de ensino. Geralmente aparece no contexto de trabalhos ligados a Teoria das Situações Didáticas, modelo teórico desenvolvido por Brousseau, na França, em 1986. Esta teoria representa uma referência para a compreensão da aprendizagem matemática na sala de aula.

Quanto aos vocábulos **sequência de ensino**, não encontramos uma definição formal, pelo fato de ser uma expressão desagregada de modelos teóricos e utilizada em diversas áreas e situações educativas, principalmente quando estas se referem à organização do ensino. Geralmente são empregados em contextos que se referem à forma de organização do ensino de uma determinada área, em etapas sequenciadas, a fim de se obter a aprendizagem de um conteúdo específico.

Buscando clarificar e diferenciar os três conceitos, apresentamos uma síntese de cada um deles no quadro abaixo:

Quadro 1 – Síntese das Definições e Objetivos Acerca de Sequência Didática, Situação Didática e Sequência de Ensino

	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	SITUAÇÃO DIDÁTICA	SEQUÊNCIA DE ENSINO
Definição	Refere-se à organização de uma sequência de aulas, geralmente planejadas para *pesquisas* relacionadas à Didática, podendo ser também uma produção para o próprio ensino.	Refere-se ao conjunto das relações estabelecidas entre professor, aluno e saber, dentro de uma situação organizada para um fim específico de ensino.	Refere-se à organização de um determinado saber, em etapas sequenciais, como forma de produzir um conhecimento específico.

continuação

Objetivos	- Desenvolver pesquisas - Organizar e orientar produções voltadas para o ensino	- Caracterizar processos de ensino-aprendizagem - Estabelecer situações reprodutíveis para fins específicos de ensino e de pesquisa	- Organizar, em etapas sequenciais, produções específicas de ensino

Com esta tentativa de estabelecer diferença entre os conceitos ora explicitados, pudemos perceber que eles se referem basicamente a dois contextos: o *ensino* e a *pesquisa*. Apesar de possuírem uma inter-relação e por estarem associados a contextos educacionais, podem ser trabalhados separadamente ou de forma conjunta, de acordo com os objetivos da proposta em que estiverem inseridos.

Tivemos a preocupação de buscar a compreensão dos termos a pouco mencionados, a fim de propiciar uma melhor compreensão do desenvolvimento deste trabalho, que tem como objetivo principal trazer algumas sequências ligadas a contextos de pesquisa e de ensino, e mesmo de criação do pensamento, buscando, mediante essas propostas, fundamentar elementos da Sequência Fedathi.

Sequências de Ensino e de Pesquisa: de John Dewey a Fedathi

No intuito de contribuir com o desenvolvimento dos processos de ensino e pesquisa, estudiosos e pesquisadores da Educação e do ensino de Matemática desenvolveram recursos teóricos por meio de sequências e modelos preestabelecidos, com a finalidade de *investigar, interpretar, delinear e dire-*

cionar as ações relacionadas e implicadas nos atos de ensinar e de aprender.

Buscando reconhecer os principais elementos e pontos em comum de algumas destas sequências e modelos teóricos, realizamos um levantamento com base em autores como Barnnet Rich (1971), Nérici (1973), Polya (1978), Crowley (1994), Borges Neto et al (2001), Machado (2002), Huete e Bravo (2006) e Brousseau (2008), com apoio nos quais selecionamos e apresentamos algumas propostas teóricas já conhecidas no universo da Didática da Matemática, como a Engenharia Didática, a Teoria das Situações Didáticas, o Modelo van Hiele, o modelo de Resolução de Problemas de Polya, juntamente com outras sequências menos conhecidas. Iniciaremos este apanhado histórico com a sequência apresentada por Dewey em 1910, perpassando por várias outras, até a Sequência Fedathi, proposta por Borges Neto em 1998.

- **Dewey - 1910** (HUETE e BRAVO, 2006, p.159):

John Dewey oferece-nos a primeira análise lógica dos atos do pensamento. O fato de apresentar o *pensamento* como um *processo* vai abrir portas para sucessivos estudos, separando as diferentes potencialidades. Ele descreve cinco níveis para o desenvolvimento do pensamento:

1) *o encontro com uma dificuldade;*
2) *ter consciência de que existe;*
3) *localização e precisão dela;*
4) *apresentação de uma possível solução; e*
5) *desenvolvimento lógico das consequências derivadas.*

- **Graham Wallas – 1926** (HUETE e BRAVO, 2006, p.160):

Em 1926, Wallas sugeriu quatro etapas no processo criador do ser humano:

1) *preparação* – coleta de informações e tentativas preliminares de solução;
2) *incubação* – deixar o problema de lado para realizar outras atividades ou dormir;
3) *iluminação* - aparece a chave para a solução (aqui é onde se produz o estalo, o *insight*, o eureka); e
4) *verificação* - comprova-se a solução para estar seguro de que "funciona".

- **Joseph Rossman** (HUETE e BRAVO, 1931, p.160):

Em 1931, Joseph Rossman considerou algumas fases que caracterizam a invenção. É uma proposição particular da criatividade, organizada sobre o processo do pensamento racional. Aponta sete fases:

1) observa-se uma dificuldade ou sente-se uma necessidade;
2) análise de dita dificuldade ou necessidade;
3) formula-se o problema;
4) busca e coleta da informação necessária;
5) adiantam-se possíveis soluções;
6) realiza-se um exame crítico das soluções propostas com suas vantagens e desvantagens; e
7) expõem-se novas ideias - invenção.

- **Duncker - 1945** (HUETE e BRAVO, 2006, p.161):

Duncker, como Polya e outros psicólogos da Gestalt, observou fenômenos básicos no processo de resolução de problemas, entre os quais enfatizou:

1) *solução funcional ou valor* – os elementos do problema devem ser considerados conforme sua utilidade geral ou funcional no problema, e as soluções gerais ou funcionais precedem às soluções específicas.
2) *reformulação ou reorganização* – a solução do problema inclui estádios sucessivos de reformulação ou reestruturação do problema, e com cada solução parcial se cria outro problema mais específico;
3) *sugestão de cima* – reformular o objetivo para torná-lo o mais próximo dos dados; e
4) *sugestão de baixo* – reformular os dados de modo que estejam mais estreitamente relacionados com o objetivo, sendo o restante da exploração similar à proposta de Polya.

- **George Polya - 1954** (POLYA, 1978, p.4)**:**

George Polya introduziu quatro passos na resolução de problemas baseados em observações que realizou como professor de Matemática:

1) *compreensão do problema* – aquele que deve resolver o problema reúne informação acerca do problema e pergunta: "o que quer (ou o que é que se desconhece)? O que há (ou quais são os dados e condições)?".
2) *elaboração de um plano* – o sujeito tenta utilizar a experiência para encontrar um método de solução, e pergunta: "conheço um problema relacionado? Posso reformular o objetivo de uma nova forma utilizando minha experiência passada (trabalhando para trás) ou posso reordenar os dados de uma nova forma que se relacione com minha experiência passada (trabalhando para a frente)?" (É aqui que surge o *insight*).

3) *colocando o plano em ação* – o sujeito põe em prática seu plano de solução, comprovando cada passo; e
4) *reflexão* – o sujeito tenta comprovar o resultado utilizando outro método ou vendo como tudo se encaixa, e se pergunta: "posso utilizar este resultado ou este método para resolver outros problemas?". Ensaio e erro, analogia, semelhança, redução ao absurdo. Desenvolvimento da estratégia. Aplicação da estratégia selecionada. Revisão do processo. Como chegamos à solução? Por que não a alcançamos? Podemos obter outros resultados pelo mesmo método?

- **Dina e Pierre: Modelo van Hiele – 1957** (CROWLEY, 1994, p.6):

O modelo considera "fases de aprendizagem" as etapas na graduação e na organização das atividades que um estudante deve realizar, a fim de adquirir as experiências que o levem a um nível superior de raciocínio, com relação a um assunto bem determinado. Ao longo dessas fases, o professor deve fazer com que os seus alunos estabeleçam a rede mental de relações do nível de raciocínio que devem atingir, criando, em primeiro lugar, os nós da rede (os "objetos") e depois as conexões entre eles. Dito de outra maneira, é necessário conseguir, em primeiro lugar, que os estudantes adquiram, de maneira, significativa, os conceitos básicos necessários (novos conceitos, propriedades, termos etc.) com os quais deverão trabalhar, de modo que possam depois concentrar sua atividade em aprender a utilizá-los e combiná-los entre si.

As fases da aprendizagem propostas por van Hiele são cinco:

Fase 1 – informação – trata-se de uma fase de contato inicial. O professor deve informar seus alunos sobre o campo de estudo no qual começarão a trabalhar, que tipos de problemas serão colocados, que material será utilizado etc;

Fase 2 – orientação rígida – nessa fase, os estudantes começam a explorar o campo de estudos por meio de investigações baseadas no material proposto;

Fase 3 – explicitação – uma das principais finalidades da terceira fase é a de fazer com que os estudantes troquem as próprias experiências, comentem as regularidades que observaram e expliquem como enfrentaram a atividade;

Fase 4 – orientação livre – agora que os alunos devem aplicar os conhecimentos e a linguagem que estão adquirindo em outras investigações, diferentes das anteriores. O campo de estudo é, nesse momento, em grande parte conhecido pelos alunos, mas eles ainda devem aperfeiçoar os próprios conhecimentos sobre ele; e

Fase 5 – integração – ao longo das fases 1, 2, 3 e 4, os estudantes adquiriram novos conhecimentos e habilidades, mas devem ainda atingir uma visão geral dos conteúdos e métodos que têm à disposição, com relação aos novos conhecimentos em outros campos que estudaram anteriormente.

- **Barnett Rich – 1971** (RICH, 1971, p.216):

Barnett Rich, em seu livro *Álgebra Elementar*, segue a mesma tendência dos autores anteriores, propondo para a resolução de problemas quatro etapas básicas, sendo elas:

1) *representação* das incógnitas por letras;
2) *tradução* das inter-relações pertinentes às incógnitas em equações;

3) *solução* das equações para achar o valor das incógnitas; e
4) *verificação ou prova* com os valores encontrados, a fim de saber se estes satisfazem o problema original.

- **Nérici – 1973** (NÉRICI, 1973, p.190):

Para Nérici, os métodos de ensino precisam acompanhar o desenvolvimento de um ciclo docente, que compreende fundamentalmente três fases: planejamento, execução e avaliação.

1) *planejamento* - a fase do planejamento pode estar ligada ao professor, ao professor e educandos e, em momento mais avançado, aos educandos.
2) *execução* - esta fase pode apresentar três subfases:
   – *apresentação,* em que a matéria a ser estudada é apresentada de forma motivadora a classe e as normas de estudo são esclarecidas;
   – *elaboração,* em que se estuda sistematicamente o tema em foco, com exercícios, aplicações etc., em função do próprio tema tratado; e
   – *síntese* em que são tiradas conclusões, feitas aplicações ou esquematizados conjuntos, em função, também, do tema tratado.
3) *avaliação* - esta fase consta de provas de verificação ou de outros quaisquer recursos que forneçam dados ao professor para propiciar uma avaliação do estudo efetuado pela classe e pelos educandos separadamente, a fim de providenciar, sempre que necessário, retificação ou recuperação da aprendizagem.

- **Schoenfeld - 1985** (HUETE e BRAVO, 2006, p.162):

Schoenfeld entende que o processo de resolução de problemas não é linear, como propõe Polya; supõe caminhos em ziguezague, com andanças para trás e para frente. Propõe quatro fases para a resolução de problemas:

1) *análise* – examinar casos particulares, simplificar o problema;
2) *exploração* – substituir as condições, introduzir elementos auxiliares, considerar o raciocínio por contradição, examinar problemas modificados;
3) *execução* – aplicar a estratégia escolhida; e
4) *comprovação* – utiliza todos os dados pertinentes? Está de acordo com previsões ou estimativas razoáveis? É possível obter a mesma solução por outro método?

- **Brousseau: Teoria das Situações Didáticas – 1988** (FREITAS, 2008, p.24):

Brousseau distingue quatro tipos de situações nos processos didáticos que organiza: 1) situações de ação, 2) situações de formulação, 3) situações de validação e 4) situações de institucionalização.

1) *Situação de ação*: determinado contexto de aprendizagem é uma situação de ação quando o aluno, que se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema, realiza determinadas ações mais imediatas, que resultam na produção de um conhecimento de natureza mais operacional.
2) *Situação de formulação*: o aluno já utiliza, na solução do problema estudado, alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos, além de mostrar um evidente trabalho com informações teóricas de uma forma bem mais elaborada, podendo ainda usar uma linguagem mais apropriada para viabilizar esse uso da teoria.

3) *Situação de Validação*: aquelas em que o aluno já emprega mecanismos de prova e onde o saber é usado com esta finalidade. Essas situações estão relacionadas ao plano da racionalidade e diretamente voltadas para o problema da verdade.
4) *Situações de institucionalização*: visam a estabelecer o caráter de objetividade e universalidade do conhecimento. O saber tem assim uma função de referência cultural que extrapola o contexto pessoal e localizado; o professor seleciona questões essenciais para a apropriação de um saber formal a ser incorporado como patrimônio cultural.

- **Michele Artigue - 1988** (MACHADO, 1988, p. 201-208):

A *engenharia didática* se faz pela execução de quatro fases consecutivas:

1) *análises prévias ou preliminares* – deve-se proceder à descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino.
2) *concepção e análise a priori* – comporta uma parte de descrição e outra de previsão, está centrada nas características de uma situação a-didática que se quis criar e que se quer aplicar aos alunos visados pela experimentação.
3) *experimentação* – e a fase da engenharia com uma certa população de alunos. Ela se inicia no momento em que se dá o contato pesquisador / professor / observador com a população de alunos-objeto da investigação

4) *análise a posteriori e validação* – refere-se ao tratamento das informações obtidas quando da aplicação da sequência didática, que é da parte efetivamente experimental da pesquisa. O importante é que essa análise atinja a realidade da produção dos alunos, quando possível, desvelando seus procedimentos de raciocínio.

- **Gusmán - 1991** (HUETE e BRAVO, 2006 , p.162):

Gusmán sugere que a resolução de problemas passe por quatro fases.

1) *Familiarização com o problema*. Compreender o problema: de que se trata? Quais são os dados? Os dados têm relação em si?
2) *Busca de estratégias*. Simplificação, particularização, ensaio e erro, analogia, semelhança, redução ao absurdo.
3) *Desenvolvimento da estratégia*. Aplicação da estratégia selecionada.
4) *Revisão do processo*. Como chegamos à solução? Por que não a alcançamos? Podemos obter outros resultados pelo mesmo método? O mesmo resultado por outros métodos?

- **Borges Neto: Sequência Fedathi - 1996** (BORGES NETO *et al*, 1998, p.7):

Borges Neto propõe uma sequência metodológica para o ensino e pesquisa em Matemática, denominada Sequência Fedathi. O modelo pressupõe a realização de quatro fases sequenciais e interdependentes, denominadas:

1) *Tomada de Posição* – Apresentação do problema. A abordagem do problema poderá ser feita de variadas formas.
2) *Maturação* – Compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema. Esta etapa é destinada à discussão entre o professor e o aluno a respeito do problema em questão.
3) *Solução* – Representação e organização de esquemas/modelos que visem a solução do problema. Os alunos deverão organizar e apresentar modelos.
4) *Prova* – Apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado. O professor precisará fazer uma conexão entre os modelos apresentados pelos alunos e o modelo matemático científico; deverá introduzir o novo saber através de sua notação simbólica em linguagem matemática.

A Sequência Fedathi vem sendo estudada e experimentada por estudantes e pesquisadores, principalmente da área do ensino da Matemática.

Pontos de Convergência das Sequências

Buscando os principais pontos de convergência das sequências apresentadas, corroboramos a ideia de Huet e Bravo (2006, p.158), quando ressaltam que, dentro de uma recopilação histórica, elementos comuns são encontrados entre a maioria das sequências, inclusive na Sequência Fedathi, podendo estes pontos ser resumidos nos cinco itens seguintes:

Quadro 2 – Pontos de Convergência das Sequências

1.	A COMPREENSÃO DO ENUNCIADO (Tomada de Posição) Versão da linguagem verbal para a linguagem matemática.
2.	A COMPREENSÃO DO PROBLEMA (Tomada de Posição) Consciência das relações lógicas conceituais e matemáticas que intervêm.
3.	A BUSCA DE VÁRIAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO (Maturação)
4.	A APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS (Solução)
5.	A REVISÃO E A COMPROVAÇÃO DO PROCESSO SEGUIDO (Prova)

Apesar das sequências apresentadas terem sido constituídas com objetivos distintos e, em diferentes lugares, tempos e contextos educacionais, elas possuem vários pontos comuns (Quadro 2). Estas intersecções das sequências são “a espinha dorsal”, o sustentáculo de seus arcabouços teóricos, elementos essenciais a serem considerados em suas aplicações.

Os pontos de convergência apresentados estão intensivamente expressos na Sequência Fedathi, vindo reforçar seu potencial teórico e de aplicação junto ao ensino de Matemática. Além de contemplar estes elementos na constituição do pensamento e do raciocínio matemático, a Sequência Fedathi apresenta importantes categorias relacionadas à atuação do professor durante a aula.

O levantamento histórico apresentado proporcionou-nos uma visão mais ampla dos esforços já empreendidos por vários estudiosos, na busca de compreender, interpretar e direcionar os processos de ensino e de aprendizagem, mediante elaboração de sequências e etapas que facilitassem e possibilitassem o desvelamento das ações relacionadas ao ensino.

O *status* científico alcançado pelas sequências apresentadas mostrou-nos que, independentemente do contexto histórico e social onde foram concebidas, encontram-se fortemente alicerçadas em argumentos sólidos e atuais, cumprindo o seu papel de grandes contribuições para o melhoramento e aperfeiçoamento dos sistemas de ensino em vigor.

Referências

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en didatique des mathématiuqes**. v. 9/3, 281-308, Grenoble, La Pensée Sauvage Editions, 1988.

BORGES NETO et all. O ensino de matemática assistido por computador nos Cursos de Pedagogia. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE, 13, Volume 19 – Organizador John A. Fossa. Natal: EDUFRN – Editora da UFRN, 1998. (Coleção EPEN).

CROWLEY, M.L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do Pensamento Geométrico. In: APRENDENDO E ENSINANDO GEOMETRIA. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

FREITAS, J.L.M. Situações Didáticas. In: MACHADO, S.D.A. (Org.). **Educação matemática**: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 65-87.

HUETE, J. C. S. e BRAVO, J.A.F. **O ensino de matemática**: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

MACHADO, S.P.A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S.P.A. (Org.). **Educação matemática**: uma introdução. São Paulo: EDUC, 2002. p.197-208.

NÉRICI, I.G. **Didática geral dinâmica**. 4. ed. São Paulo: Editora Fundo de Cultura, 1973. 314p.

PAIS, L.C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

RICH, Barnett. **Álgebra elementar**. Tradução de Orlando Agueda. Rio de Janeiro: Editora McGraw-Hill do Brasil, LTDA, 1971. (Coleção Schaum).

Parte 2

Sequência Fedathi: Aplicações no Ensino de Matemática e Ciências

APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI E A EXIGÊNCIA DE UM NOVO CONTRATO DIDÁTICO

Francisco Edisom Eugenio de Sousa

Introdução

Este trabalho trata de uma parte do nosso trabalho de dissertação (SOUSA, 2005)[1], em que tivemos a oportunidade de analisar a aplicação da Sequência Fedathi em aulas de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública municipal da cidade de Quixadá (CE).

No primeiro momento do texto apresentamos um enfoque acerca dos temas utilizados como base teórica na experimentação, enfocando principalmente contrato didático; em seguida, discutimos sobre planejamento à luz da Sequência Fedathi, comparando a organização dessa sequência com a organização do plano didático convencional; na sequência do texto apresentamos um recorte da parte empírica da investigação, relatando a postura didática de um dos professores participantes; e nas considerações finais fazemos uma análise acerca do contrato didático identificado na experiência que tivemos a oportunidade de observar e acompanhar.

[1] Trabalho de investigação realizado no curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará – FACED/UFC, sob a orientação do professor Dr. Hermínio Borges Neto, com o título: Formação Contínua e Mediação Pedagógica no Ensino de Matemática.

Abordagem Teórica

Atualmente, muitos são os professores que ainda não conseguem ensinar Matemática proporcionando aos estudantes situações de investigação, pois na formação inicial que tiveram em cursos de habilitação para o magistério, no Ensino Médio e/ou Educação Superior, o contato com a Matemática ficou restrito à abordagem metodológica, muitas vezes limitada em uma ou duas disciplinas de Didática da Matemática.

Considerando essa realidade, Borges Neto *et al* (2001) esclarecem que o ponto de partida da Sequência Fedathi é o desenvolvimento do trabalho do professor, a partir da organização de estratégias metodológicas que possam ser pensadas durante a preparação de uma aula, constituindo a sequência didática a ser desenvolvida, quando o professor deve assumir a função de mediador, ao observar as investigações dos estudantes, acompanhando-os no processo de aprendizagem, ou seja, exige-se do professor uma nova postura em seu fazer pedagógico.

Uma mudança de concepção e uma nova atitude profissional vêm requerer, porém, novas propostas para a formação dos professores, de forma específica para aqueles que já estão no exercício do magistério, o que nos motivou a propor um curso de formação para os docentes que aceitaram experimentar a aplicação da Sequência Fedathi.

De acordo com D'Ambrosio (1993), as novas concepções sobre a construção do conhecimento, incluindo o matemático, tiveram origem nas correntes modernas de aprendizagem, que procuram explicar como o indivíduo chega ao conhecimento. Assim, conflitos cognitivos e dissonâncias cognitivas são a essência do processo de aprendizagem. Seguindo essa concepção, vários são os pesquisadores que vêm analisando a construção do conhecimento, em geral, e outros, mais especificamente, o conhecimento matemático pelas crianças.

Levando em consideração essa abordagem teórica, o ambiente favorável ao desenvolvimento desse tipo de trabalho deve ser positivo, que encoraje os estudantes a propor soluções, explorar possibilidades, levantar hipóteses, investigar problemas matemáticos, justificar seu raciocínio e chegar às suas conclusões. As respostas e resultados "errados" devem constituir a riqueza do processo de aprendizagem e devem ser explorados e utilizados de maneira a produzir novos conhecimentos, novas questões, novas investigações ou um refinamento das ideias (D'AMBROSIO, 1993).

A organização de sequências de ensino compatíveis com as novas propostas de transposição didática requer que os professores tenham uma postura diferente do que geralmente se pratica no ensino dos conteúdos matemáticos. Isso exige, além de outros investimentos, uma nova forma de relacionamento entre professor e estudante, ou seja, há necessidade do estabelecimento de um novo *contrato didático* nas aulas de Matemática. Esta expressão é uma contribuição teórica da didática francesa[2].

De acordo com Brousseau (1986 *apud* SILVA, 1999, p.43), "chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor." Assim, o contrato é o conjunto de regras, implícitas e explícitas, que determinam o que cada parceiro da rela-

---

[2] O que se conhece nos Estados Unidos e no Brasil como "Educação Matemática", na França e na Alemanha denomina-se "Didática da Matemática" e na Holanda é recebe o nome de "Metodologia do Ensino da Matemática" (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 12).

ção didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá que prestar conta perante o outro.

Brousseau (1986 *apud* PAIS, 2001, p. 77) diz que a noção de contrato didático refere-se ao estudo das regras que dão condições ao funcionamento da educação escolar na sala de aula, no espaço intermediário da escola ou na dimensão mais ampla do sistema educativo.

Segundo Pais (2001, p. 78), a efetiva percepção do contrato didático fica mais evidente quando suas regras são rompidas por uma das partes nele envolvidas. E isso não ocorre da vontade exclusiva dos sujeitos envolvidos na aula, mas da possível interpretação da preexistência de suas condições em relação à prática pedagógica conduzida pelo docente.

Do ponto de vista didático, outro aspecto relevante a ser considerado na análise do contrato é a sua dimensão local com referência a certo campo conceitual preciso. As características do contrato didático estão relacionadas às condições em que se realiza a prática pedagógica. Deve-se levar em consideração que certas características do saber matemático, tais como formalismo, abstração e rigor, condicionam algumas regras implícitas do contrato didático, expressas pelas diferenças habituais de concepções dos professores de Matemática.

A explicitação desse conceito justifica-se pela necessidade de sua utilização no nosso trabalho, pois a mudança de postura do professor em sala de aula requer uma mudança no contrato didático que historicamente foi se cristalizando nas práticas de ensino, em que os estudantes costumam repetir passivamente o que o professor faz, sem vivenciar momentos de investigação e de construção do próprio conhecimento, ações indispensáveis à efetivação da Sequência Fedathi.

Em grande parte, a dificuldade dos estudantes é causada pelos efeitos do contrato didático, que são mal colocados ou mal-entendidos. Este, na sua estrutura, traz expectativa do professor em relação à turma ou em relação a um aluno, o que pode estabelecer um acordo entre eles, fazendo com que o docente limite sua exigência à imagem que fez da capacidade do estudante e este, por sua vez, limite seu trabalho à imagem que o professor fez dele.

Brousseau (1986 *apud* PAIS 2001, p. 82-85) cita três exemplos de contrato didático, enfatizando as diferentes posturas do professor diante do estudante e da valorização do saber matemático. Esses exemplos indicam diferentes formas de conduzir a prática educativa escolar, as quais podem ser também analisadas em vista das grandes tendências da prática pedagógica.

No primeiro caso, o valor recai sobre o conhecimento, sendo que essa valorização é percebida na relação professor e estudante; no segundo, a ênfase é dada mais ao relacionamento do estudante com o conhecimento, sendo que este é o principal responsável pela sua própria aprendizagem; já no terceiro exemplo, há também uma forte ênfase no relacionamento do estudante com o conhecimento, mas o professor aqui faz a mediação, intervém junto ao discente, proporcionando-lhe situações que o levem à aprendizagem.

Por meio desses três exemplos, Brousseau apresenta diferentes posturas do professor diante do estudante e da valorização do saber matemático. Em cada modalidade, o docente tem uma atuação diferente, o que implica diretamente na forma como ele vai coordenar a sequência didática, pois em cada situação há a predominância de um dos três elementos que compõem a relação pedagógica da escola: o professor, o estudante e o saber.

Para o desenvolvimento da Sequência Fedathi, propõe-se o estabelecimento de um contrato didático semelhante ao citado no terceiro exemplo de Brousseau. Para tanto, o processo de ensino e aprendizagem deve ser problematizado, dando enfoque ao desenvolvimento de procedimentos metodológicos que viabilizem a transformação dos saberes escolares em saberes dos estudantes, permitindo, assim, a construção e a apropriação de conceitos por parte destes. Os professores têm aqui o papel fundamental de fazer a mediação entre os conhecimentos validados pela comunidade científica e os resultados encontrados pelos educandos, quando colocados na posição de pesquisadores, ou seja, cabe ao professor fazer a transposição didática, definida por Chevallard (*apud* PAIS, 2001, p. 19) como o trabalho de transformação de um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino.

Planejamento da Sequência Fedathi

No desenvolvimento da pesquisa, a aplicação da Sequência Fedathi foi precedida pela organização da Engenharia Didática[3], utilizada como base para a organização da pesquisa e do curso de formação continuada trabalhado. Os professores utilizaram essa proposta em sessões didáticas de experimentação dessa sequência de ensino, a partir de uma forma diferente de organizar o planejamento e de ministrar as aulas de Matemática.

Para explicitar a diferença entre esses dois referenciais de planejamento didático, fazemos aqui uma comparação entre a estrutura do plano convencional dos professores da

[3] De acordo com Pais (2001:99) a Engenharia Didática caracteriza uma forma particular de organização dos procedimentos metodológicos da pesquisa em Didática da Matemática. Essa metodologia foi pensada por Michèle Artigue (1996), pesquisadora francesa nessa área, e é utilizada na organização e aplicação da Sequência Fedathi.

escola utilizada como campo de pesquisa, o que é uma representação da forma de planejar de um número considerável de professores, e a organização da Sequência Fedathi. Para tanto, apresentamos inicialmente a estrutura utilizada em cada uma dessas propostas e depois estabelecemos um paralelo entre ambas.

O roteiro organizacional dos planos de aula dos professores apresenta a estrutura metodológica descrita a seguir[4] que predomina na organização dos planos de aula diários:

<u>Acolhida</u> – descrição das atividades a serem desenvolvidas no momento inicial de boas-vindas à turma, quando também é feita a oração do dia.
<u>Objetivo</u> – apresentação do propósito que o professor quer alcançar com a aula;
<u>Conteúdo</u> – descrição do conteúdo a ser ensinado;
<u>Metodologia</u> – estratégias e recursos de ensino a serem utilizados; e
<u>Avaliação</u> – estratégias e/ou instrumentos a serem utilizados para verificar se o estudante aprendeu o conteúdo ensinado.

De forma geral, essa organização pedagógica é a que tem dado suporte ao trabalho dos professores, pois essa estrutura é a que foi proposta nos cursos de formação pedagógica, principalmente no Nível Médio. Nas últimas três décadas e ainda no início desta, mesmo depois de se analisar criticamente a vinculação dessa estrutura ao tecnicismo educacional, principalmente na década de 1970, e das inovações que vêm sendo propostas a partir da implantação dos Parâmetros Curricula-

[4] De acordo com Moreira (1995, p.136), a organização dos programas de ensino de influência tecnicista, com base em R. W. Tyler e H. Taba, seguiam a seguinte estrutura: *objetivo, conteúdo, metodologia, avaliação e bibliografia*. Esse roteiro, excluindo *bibliografia* e alguns incluindo *acolhida*, é o que ainda predomina na prática dos professores sujeitos da pesquisa.

res Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), constatamos que dificilmente se utiliza um referencial que substitua esse roteiro organizacional, fazendo com que ainda haja o predomínio desse "modelo" de planejamento na escola pesquisada e no contexto da rede de ensino de Quixadá, o que constatamos nas atividades profissionais docentes que desenvolvemos no município.

Para a organização da Sequência Fedathi, junto à estrutura da Engenharia Didática, foi sugerido aos professores o seguinte roteiro pedagógico:

ENGENHARIA DIDÁTICA
1 <u>Análise preliminar</u>
Análise geral dos aspectos envolvidos na seleção do conteúdo que se pretende ensinar
• Conteúdo a ser ensinado
• Justificativa do ensino desse conteúdo
• Recursos didático-metodológicos utilizados no estudo e seleção do conteúdo
2 <u>Análise *a priori*</u>
Organização da sequência didática
• Dificuldades que podem ser enfrentadas na aplicação da sequência didática
• Prerrequisitos (conhecimentos) necessários ao ensino do conteúdo
• Objetivo(s)
• Tempo necessário à aplicação da sessão didática
• Recursos didáticos a serem utilizados
• Campos conceituais envolvidos
• Dispositivos de avaliação
• Outro(s) aspecto(s)
3 <u>Experimentação / Sequência Fedathi</u>
Aplicação da sequência didática

3.1 Tomada de posição

- Contrato didático
- O problema e sua apresentação

3.2 Maturação

- Atividades a serem desenvolvidas no momento da elaboração de hipóteses e estratégias para a resolução do problema pelos estudantes

3.3 Solução

- Procedimentos a serem tomados no momento de apresentação dos resultados (certos ou errados ou nenhuma solução) pelos estudantes

3.4 Prova

Estratégias a serem utilizadas para a formalização (apresentação sistematizada e elaborada da resolução do problema).

4 Análise *a posteriori*

Verificação da experimentação/Sequência Fedathi, comparando-a com as hipóteses e objetivos definidos na análise *a priori*, com ênfase na postura do professor

Como pode ser verificado, o roteiro de elaboração da Engenharia Didática, incluindo a Sequência Fedathi, é mais amplo do que é normalmente utilizado pelos professores, fato que, no início, fez com que eles ficassem apreensivos, pois consideravam difícil elaborar um plano de aula utilizando essa proposta.

Apresentamos a seguir a comparação que estabelecemos entre o plano convencional utilizado pelos professores e o roteiro proposto para a organização da Engenharia Didática, visando a aplicação da Sequência Fedathi, a fim de ressaltar a diferença entre essas duas propostas.

Quadro 1 – Comparação entre a Organização do Plano de Aula Convencional e o Plano de Aplicação da Sequência Fedathi

PLANO DE AULA CONVENCIONAL	PLANO DE APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI
Há no planejamento uma preocupação predominante com o trabalho que deve ser desenvolvido pelos estudantes *durante* a execução da sequência didática.	Há no planejamento uma preocupação predominante com o trabalho que deve ser desenvolvido pelo professor *antes*, *durante* e *depois* da sequência didática, em função da aprendizagem dos estudantes, além do momento da aula.
A introdução da aula tem por finalidade fazer a acolhida e a socialização dos estudantes, em atividades que dificilmente têm relação com o tema a ser trabalhado.	A abertura da aula tem por finalidade fazer o diagnóstico do conhecimento dos estudantes e gerar a problematização acerca do tema a ser abordado.
O objetivo é definido como uma meta a ser atingida.	O objetivo é definido como uma hipótese a ser verificada.
A seleção do conteúdo segue o roteiro do livro didático e/ou as necessidades dos estudantes, predominando o atendimento aos interesses do professor.	A seleção do conteúdo segue a proposta curricular elaborada pelo professor, a partir das necessidades do estudante.
A definição de estratégias prima pela seleção de recursos metodológicos que serão utilizados pelos estudantes no momento de aplicação da sequência didática.	A definição de estratégias prima pela criação e seleção de recursos metodológicos que serão utilizados pelo professor, visando à mediação a ser desenvolvida por ele no momento da sessão didática.
O ensino parte da exposição do conteúdo pelo professor.	O ensino parte da resolução de uma situação-problema pelos alunos.
As perguntas do professor são utilizadas apenas como instrumento de verificação e arguição acerca da aprendizagem dos estudantes.	As perguntas do professor são utilizadas como estratégia de intervenção e mediação, visando ao desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes.
O trabalho dos estudantes consiste na resolução de uma lista de exercícios, seguindo o modelo apresentado pelo professor.	O trabalho dos estudantes consiste em elaborar hipóteses, definir estratégias de investigação em busca da solução para a situação-problema apresentada.

continuação

A culminância da aula consiste na correção dos exercícios pelo professor, sem levar muito em consideração as possíveis hipóteses, estratégias, e soluções encontradas pelos estudantes para os exercícios propostos.	A culminância da aula consiste na formalização da resolução do problema apresentado (prova), a partir das hipóteses, estratégias e soluções apresentadas pelos estudantes.
A avaliação é pensada como instrumento de validação da execução da sequência didática, com ênfase na verificação das atividades realizadas pelos estudantes.	A avaliação é pensada como instrumento de validação da sequência didática, com ênfase na aprendizagem dos estudantes e no trabalho desenvolvido pelo professor, visando a organização da(s) aula(s) seguinte(s).

Fonte: Elaboração própria.

Ressaltamos assim que há diferenças entre esses dois referenciais de plano de aula, mas acreditamos que essa diferença deve acontecer inicialmente no plano conceptual, para depois ocorrer no plano organizacional, ou seja, para organizar uma aula segundo o roteiro metodológico da Sequência Fedathi, a mudança de concepção deve preceder a mudança na forma de planejar.

Quando ressaltamos que a diferença deve ser mais na maneira de conceber o ensino de Matemática, é porque compreendemos que as ideias do professor, sua forma de pensar, é que fazem o diferencial no momento da execução do plano, quando este é posto em prática e pode, efetivamente, ser chamado de currículo, no sentido de caminho a ser percorrido. O plano é essencial para a condução e a avaliação de uma aula, mas ele perderá seu significado, dependendo da forma como ele for tratado, isto é, ele pode ser bem feito e não ser bem aplicado, pode ser eficiente e não ter eficácia na sala de aula, não contribuir para a aprendizagem, para o desenvolvimento dos estudantes.

Essa compreensão foi a que conduziu o trabalho de formação dos professores participantes da pesquisa e na organização de seus planos de aula, o que aconteceu na própria escola onde foi realizada a experiência. Temos clareza de que, após essa trajetória, dificilmente os professores continuaram planejando da mesma forma como foi proposto durante a pesquisa. Se eles, no entanto, tendo compreendido e aceitado essa concepção, continuarem experimentando-a ou investigando outras alternativas de melhoria da prática de ensino de Matemática, primando pelo desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático dos estudantes, podemos dizer que valeu a pena o trabalho desenvolvido.

As limitações e avanços dos docentes na experimentação da Sequência Fedathi fazem parte das ideias aqui discutidas.

Aplicação da Sequência Fedathi

A experimentação da Sequência Fedathi correspondeu a aplicação de nove sessões didáticas, planejadas e ministradas por três professores (P1, P2 e P3)[5], em turmas iniciais do Ensino Fundamental, com base na Engenharia Didática organizada para cada aula. Aqui, faremos menção apenas à experimentação da professora P1, quando procuramos fazer uma análise acerca da influência da formação continuada em sua prática pedagógica, a partir da mediação didática proposta pela *Sequência Fedathi*.

A mediação pedagógica foi verificada a partir da experimentação dos quatro níveis de aplicação da Sequência Fe-

[5] P1, do sexo feminino, pedagoga e habilitada em curso Normal, Nível Médio; P2, do sexo masculino, graduando em Letras, no momento da pesquisa; e P3, do sexo masculino, graduado em História e com curso Normal, de Nível Médio.

dathi, referentes à *tomada de posição*, *maturação*, *solução* e *prova*, com atenção voltada especialmente para as intervenções feitas como meio de mediação pedagógica.

A experimentação da professora P1 está apresentada aqui da seguinte forma: à medida que destacamos alguns elementos da Engenharia Didática e do trabalho de aplicação de cada um deles, apresentamos recortes dessas aplicações, analisando-as, levando em consideração situações em que a mediação pedagógica foi vivenciada ou situações em que não foi possível identificá-la.

A análise da postura docente foi feita, então, a partir da exposição de situações em que a professora atuou de maneira considerada favorável a sua função mediadora e outras situações em que ela apresentou limitações no sentido de fazer intervenções junto aos estudantes. Outro elemento que utilizamos como suporte nesse momento foi a análise *a posteriori*, desenvolvida após cada aplicação pelo grupo de apoio que acompanhou o pesquisador durante a investigação e depois com os próprios professores participantes da pesquisa.

Os elementos da Engenharia Didática destacados para o desenvolvimento de tal análise referem-se a *objetivos, conteúdo, contrato didático, apresentação do problema* e *atitudes do professor durante a maturação*, considerados essenciais à investigação. Ou seja, a Engenharia Didática é composta por vários itens, mas aqui estão apresentados apenas aqueles considerados mais relevantes para a análise, a partir da aplicação da Sequência Fedathi feita por um dos professores participantes, como já mencionado.

As aulas da professora P1 foram observadas em uma turma de 7 anos, no 1º ciclo (atual 2º ano), na qual ela atuava como polivalente. Sua primeira aplicação teve como base o seguinte roteiro:

<u>Objetivo</u>: Compreender a contagem de dez em dez como base do sistema de numeração decimal.
<u>Conteúdo</u>: Sistema de numeração decimal: base dez.
<u>Contrato didático</u>: Todos participem no grupo, respeitar os colegas, esperar sua vez de falar e apresentar.
<u>O problema e sua apresentação</u>: Contar, agrupar e representar quantidades. Dividir a sala em grupos (conjuntos), entregar a cada conjunto quantidades diversificadas, pedir que eles contem e depois separar a quantidade em grupos de 10 e representar a quantidade no QVL.
<u>Atitudes do professor durante a maturação</u>: observando, questionando e mediando as ações do grupo.
(Engenharia didática da 1ª aplicação da professora P1: 02/03/2004)

A professor iniciou a aplicação dessa engenharia estabelecendo o contrato didático com os estudantes, quando falou de algumas normas que ela definiu para conduzir as atividades pedagógicas daquela sequência de ensino, conforme a apresentação a seguir:

<u>Professora</u>: Nós vamos combinar aqui uma coisa, certo? No nosso trabalho ... [Dirigiu-se a um grupo que estava conversando]. O que foi isso, L... ? Vamos prestar atenção! Nós vamos fazer um trabalho de grupo, mas a tia vai pedir que vocês respeitem os colegas. Na hora de falar, um grupo fala e o outro fica calado. Não precisa ... Quando eu, a tia, fizer uma pergunta ao grupo da D..., aqui, nesse grupo aqui, o outro grupo não é pra falar, não é pra responder a pergunta. Na hora que eu perguntar pro grupo ali do G..., da T... e da B..., os outros grupos não respondam. Deixe que cada grupo responda. Na hora que a tia pedir para vir aqui na lousa, representar, para vir fazer a atividade, vocês participem ...
(1ª aplicação da professora P1: 02/03/2004)

Em seguida, ela fez a apresentação do problema, restringindo-se nesse primeiro momento à organização que eles teriam que fazer em grupos para o trabalho que seria desenvolvido naquela aula, sem fazer referência ainda à resolução do problema. Isso foi feito apenas no momento em que ela passou a entregar os canudinhos aos grupos e foi dizendo qual o problema e como eles poderiam resolvê-lo. Como os estudantes estavam em suas equipes, alguns de costas para ela, devido à localização em que se encontravam no grupo, a apresentação do problema não aconteceu de forma adequada, pois a comunicação não chegou a todos da mesma forma.

Também foi assim que os vários QVL[6] foram entregues a cada grupo, sem que os estudantes dessem a devida atenção. Ela explicou como eles deveriam utilizá-los, mas não teve o cuidado de explorar o significado dessa sigla para os estudantes. Ela falava como se eles já conhecessem tal recurso pedagógico.

Quanto à apresentação do problema, essa aplicação, embora tratando de uma única temática, envolveu mais de uma situação a ser resolvida pelos estudantes. Os problemas tinham como propósito levar os discentes à compreensão do agrupamento de dez em dez, como base para a compreensão do sistema de numeração decimal. No primeiro momento, a professora dividiu a sala em conjuntos de cinco estudantes e pediu que eles fizessem a contagem de uma porção de canudinhos, com quantidades predeterminadas por ela. Antes que os estudantes pensassem em como desenvolver a tarefa,

[6] QVL – Quadro Valor de Lugar, recurso pedagógico para o ensino de matemática. Aqui, trata-se de material alternativo feito de garrafas pet cortadas abaixo da metade, grampeadas entre si, com os nomes UNIDADE, DEZENA e CENTENA na parte superior externa. Esse material foi construído pelos próprios professores em um dos encontros do curso de Educação Matemática trabalhado no campo de pesquisa.

a professora propôs que eles dividissem o material entre os integrantes da equipe, para facilitar a contagem, proposta que fora seguida por todos os grupos.

Terminada a contagem, a professora dirigiu-se a cada grupo e pediu que os estudantes dissessem a quantidade de canudinhos que haviam contado e explicassem como haviam chegado ao resultado, para que ela registrasse na lousa o numeral correspondente a cada um daqueles agrupamentos. À medida que foi passando nas equipes, constatou que eles haviam seguido a orientação dada *a priori,* seguindo sua orientação.

Eles haviam dividido os canudos com todos os membros, para que todos participassem da contagem. Concluída a tarefa, eles passaram a somar as quantidades de todos, para chegarem ao total de canudinhos da equipe. Como ainda tinham dificuldades em fazer tal operação, com mais de uma parcela, resolveram juntar novamente os canudos e chegaram ao resultado por meio da contagem, um a um, e outros erraram porque fizeram a adição conforme a orientação da professora, quando só sabiam somar fazendo a contagem um a um. Isso pode ser visto nas seguintes situações, iniciando pelo grupo B, quando a professora passou verificando a solução encontrada e as estratégias utilizadas nessa equipe.

<u>Professora</u>: Qual o número que vocês encontraram?
<u>Estudantes</u>: Dezenove
<u>Professora</u>: Como foi que vocês contaram?
<u>Estudante</u>: Repartindo.
<u>Professora</u>: Ãh? Repartiram? Cada qual contou uma... uma parte? Vocês lembram? Quantos você contou? [Dirigiu-se a um dos estudantes].
<u>Aluno</u>: Sete.

Professora: Sete! E você? Cinco? Quatro? [A professora foi repetindo os números, à medida que apontava para os estudantes, que iam dizendo baixinho a quantidade contada].
Professora: E você? Quatro? Aí vocês fizeram como, depois que cada qual ... vocês ...? Ele contou sete, ele cinco, ele quatro e ela quatro. Como foi que vocês fizeram?
Estudante: Nós misturamo.
Professora: Misturaram como? Juntaram tudo? Mas vocês foram só contando: sete mais cinco, mais quatro, mais quatro? Vocês descobriram que era dezenove? Descobriram? Ou tiveram que juntar tudo de novo, pra chegar a dezenove?
Estudante: Não!
Professora: Não? Pois falem pra tia como foi. [Os estudantes mantiveram-se calados].
Professora: Fala aí, E ... Vocês sabem que sete mais cinco, dá quanto?
Estudante: Doze.
Professora: Dá doze? Aí doze mais quatro? [Os estudantes falaram algo não compreensível, o que levou a professora a fazer outra pergunta].
Professora: Como foi que vocês chegaram a conclusão para saber que tinha dezenove palitinhos aqui? Vocês juntaram de novo, tudo junto, aí foram contando, como?
Estudante: De um em um.
Professora: De um em um? Depois que repartiram aí voltaram, aí contaram tudo de novo para saber quantos tinha, certo? Muito bem! Agora junta aí [a professora se dirigiu ao quadro para anotar o valor encontrado pelo grupo B]. Dezenove, o grupo B, dezenove – falou enquanto fazia o registro.

(1ª aplicação da professora P1: 02/03/2004)

Percebe-se nessa situação a importância da postura docente na maturação, momento em que os estudantes se debruçam sobre o problema, conhecendo seus elementos e a questão a ser resolvida, quando é necessário que eles tenham a oportunidade de definir as hipóteses e estratégias que os ajudem na busca de solução para a situação apresentada.

Nessa experiência, a professora disse qual a estratégia que eles deviam utilizar e essa não foi compatível com a maturidade deles. É tanto que só conseguiram dizer a quantidade de canudos quando recorreram à contagem um a um, não tendo, ainda, a habilidade de adicionar os numerais correspondentes a cada subgrupo de canudos, divididos segundo sua orientação. Nesse caso, a situação-problema estava adequada à turma, mas a intervenção feita pela professora fez com que os estudantes tivessem dificuldades em chegar à solução.

Para o estabelecimento de um contrato didático compatível com a Sequência Fedathi, é preciso que o docente reveja sua postura às vezes "generosa", de "ajudar" e dar dicas ou respostas a todas as perguntas ou questionamentos feitos pelos estudantes, ou sua postura autoritária, que não dá nenhum esclarecimento, não orienta quando eles estão com dificuldades. É preciso que ele invista na assunção de uma terceira postura, que se coloque na posição de instigador e dê aos educandos a oportunidade de investigar, a partir da apresentação de questionamentos e contra-exemplos, em situações de acertos, erros ou quando eles estiverem com dificuldades em solucionar o problema apresentado. É preciso que os estudantes sintam-se desafiados e motivados a resolver o problema.

Tão importante quanto ficar apenas como observador, sem argumentar e sugerir em alguns momentos, é poder fazer a pergunta adequada para que a intervenção possa levar os estudantes a novas investigações, fazendo a revisão, a retomada do trabalho que já se conseguiu percorrer. Isso não ocorreu na situação apresentada. Os estudantes disseram que contaram separadamente sete, cinco, quatro e novamente quatro, que totalizava vinte canudinhos, e a professora não teve a atenção de comparar, naquele momento, os valores anunciados, de verificar o que havia ocorrido, de fazer perguntas que os levassem a perceber que haviam se equivocado. Ela fez o registro na lousa do numeral dezenove, referente à quantidade daquela equipe, sem questionar o porquê do total dezenove, se os numerais correspondentes a cada um não totalizavam esse valor, que ele mesma havia predeterminado no início.

A professora teve mais atenção quando foi ao grupo C, que também havia seguido sua sugestão de dividir os canudos para todos os estudantes e feito a contagem dos valores correspondentes a cada um, porém anunciaram um numeral diferente da quantidade que ela havia repassado para o grupo.

<u>Professora</u>: Quantos têm? [Dirigiu-se a todo o grupo].
<u>Estudantes</u>: Onze.
<u>Professora</u>: Onze? Como foi que vocês descobriram que deu onze?
<u>Estudante</u>: Dividimos.
<u>Professora</u>: Dividiram? Aí deu uma parte para cada um?
<u>Professora</u>: Quantos o E... contou? [A professora apontou para o estudante e depois para os demais, que foram dizendo a quantidade que haviam contado e ela foi repetindo]. Seis, três. E você?
<u>Estudante</u>: Três também.
<u>Professora</u>: Foi? Ele contou seis, ela três e você três. Aí vocês descobriram que tinha onze? [O estudante confirmou balançando a cabeça] Só assim? Não precisou juntar não?
<u>Estudante</u>: Precisou, nós somemo e deu onze.
<u>Professora</u>: Como foi que vocês somaram?
<u>Aluno</u>: Nós juntemo três mais três aí era seis, mais seis onze.
<u>Professora</u>: Seis mais seis onze? Tem certeza? Conta aí pra tia.
<u>Estudante</u>: Um, dois três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze. [Após a contagem dos canudinhos um a um, um dos estudantes demonstrou ter ficado surpreso porque a soma deu diferente da que eles haviam anunciado para a professora].

Professora: O E... contou quantos canudos?
Estudantes: Seis, três, três. [A professora apontou para cada estudante e eles repetiram o numeral referente a quantidade que haviam contado individualmente].
Professora: Mas, seis mais seis dá quanto? Vamos contar.
Estudante: Dá onze.
Outro estudante: Dá doze.
Professora: Hum! Dá doze? Então tem alguma coisa ... [dirigiu-se ao estudante que afirmou ser doze]. O E... não contou seis. Tu contou quanto? [Dirigiu-se ao estudante].
Estudante: Cinco [o estudante que dizia sempre ter contado seis, reviu sua contagem e disse ter contado cinco].
Professora: Ah! O E... contou cinco. Cinco. A R... contou três e a C... três. Ah! C..., vamos ver se realmente dá onze? [A estudante contou novamente de um em um os canudinhos até onze]. Certo. Então deu onze [...]. [A professora conferiu a soma junto com os estudantes até que eles chegassem à conclusão que haviam errado a contagem, quando diziam que *seis* mais *três* mais *três* dava onze, a partir do valor anunciado pelo aluno C].

(1ª aplicação da professora P1: 02/03/2004)

Somente com as intervenções da professora é que os estudantes perceberam que haviam errado na contagem e concluíram que a soma dos numerais de canudinhos que fora anunciada pelos três membros do grupo não correspondia à mesma dos canudos quando colocados todos juntos, ou seja, o agrupamento de onze canudos não correspondia às quantidades "seis" mais "três" mais "três", com as quais eles pensavam ter ficado, no momento da contagem em separado. Na conversa que tivemos posteriormente com a professora, com base no vídeo apresentado sobre sua aula, ela ressaltou a relevância das intervenções feitas na aula, ao relatar:

Eu acho [...] que assistindo à fita, a gente pode ter, pode ter certeza que ajudou. As perguntas que eu fui fazendo, a gente viu que eles procuravam de uma forma ou de outra, até chegar o resultado. Então eu acho que incentivou eles a encontrar a solução.

(Análise a posteriori da 1ª aplicação da professora P1: 20/03/2004)

Terminada a contagem dos canudinhos nessa primeira atividade, a professora pediu que os estudantes, ainda em equipes, pegassem a mesma quantidade e fizessem agrupamentos de dez, quando possível, e depois distribuíssem essas quantidades nos QVL que ela havia deixado com cada grupo. Depois de alguns minutos, ela passou em cada equipe para verificar como os estudantes haviam feito a distribuição. A seguir, apresentamos um recorte da sua passagem novamente pelo grupo B.

<u>Professora</u>: Sobraram quantos aqui? [Apontando para o local das unidades no QVL, quando eles haviam colocado uma dezena no seu devido local].
<u>Estudantes</u>: Nove.
<u>Professora</u>: E se a tia colocasse mais um, ficava quantos?
<u>Alunos</u>: Dez.
<u>Professora</u>: Dez. Aí depois, o que vocês iam fazer?
<u>Estudante</u>: Amarrar.
<u>Professora</u>: Amarrar e botar onde?
<u>Estudante</u>: Aqui. [Apontando para o local das dezenas.]
<u>Professora</u>: Pois bota aí sem amarrar mesmo. [Um dos estudantes assim o fez]. Aí ficam quantos?
<u>Estudante</u>: Vinte.
<u>Professora</u>: Vinte? Vocês sabem representar vinte? [Os estudantes afirmaram balançando a cabeça]. E aqui não ficou nada? [Apontou para o local das unidades que ficara vazio, após o aluno ter levado o outro agrupamento de dez para a ordem das dezenas].

Estudante: Ficou zero.
Professora: Ãh? Ficou zero? Quando não tem nada representa com zero?
Estudante: É.
Professora: Muito bem. E se a tia pegasse mais um canudinho aqui, ficava quantos? [Colocou um canudinho no local das unidades].
Estudantes: Um.
Professora: Uma unidade. Aí ficava ... Juntando esse com esse ficava quanto, representando aqui? [Falou apontando para as dezenas e unidades e para o papel, onde eles estavam registrando os numerais encontrados].
Estudante: Vinte e um.
Professora: Ah? Vinte e um. Muito bem!
Professora: Se colocasse outro?
Estudante: [O aluno disse baixinho "vinte e dois"]
Professora: Vinte e dois [a professora repetiu]. E assim por diante, né?
Estudante: Quatro, vinte e quatro ...
Professora: Vinte e quatro ... Muito bem!.
(1ª aplicação da professora P1: 02/03/2004)

Nas duas últimas situações apresentadas, a professora fez sucessivas perguntas até que os alunos chegassem às suas próprias conclusões. No momento anterior, com o grupo C, ela queria que eles concluíssem que haviam errado no cálculo; já nessa última situação eles haviam feito a distribuição de forma correta no QVL e ela resolveu fazer o reinvestimento, através de outras perguntas, para ver se os estudantes haviam realmente compreendido o fundamento da base dez, seu objetivo naquela aula, daí a sequência de várias perguntas.

No momento da prova, a professora também proporcionou aos estudantes momentos de reflexão sobre a base dez, a partir de situações de contagem, agora com a utilização de um

QVL (na forma de quadro de pregas) afixado na lousa, construído a pedido da coordenadora pedagógica para um dos nossos encontros do curso, a partir de uma sugestão dada pelo formador. Com os mesmos numerais e quantidades utilizados nos grupos, a professora convidou alguns estudantes para fazer a representação, simplificando e dificultando o problema, de acordo com a atuação e o desempenho de cada estudante que foi ao quadro de giz.

A prova, que correspondeu ao aprofundamento da resolução do problema com o QVL afixado no quadro, ficou restrita à professora e a cada estudante que foi chamado à frente, o que fez com que a interação, tão importante nesse momento de socialização, tenha ficado prejudicada. Deixou-se, também, de dar mais ênfase ao tema, ao principal motivo da aula, que se referia à base dez, e precisava ter sido formalizado com mais consistência nesse momento.

Considerações Finais

Após a observação e análise da experimentação, como classificar a postura dos professores na aplicação da Sequência Fedathi?

Com base no trabalho desenvolvido pela professora P1, também considerando a experiência dos demais professores observados, não se pode fazer uma classificação exata da prática dos docentes participantes da investigação, tomando como parâmetro os exemplos de contrato didático definidos por Brosseau (PAIS, 2001), apresentados na base teórica deste trabalho.

Diante da análise de suas ações pedagógicas percebemos que eles vivem uma situação paradoxal, entre ter a consciência e às vezes querer vivenciar um novo contrato didático e ficar presos aos velhos contratos, utilizados durante toda a educação básica, formação profissional e prática docente, considerando que a maioria já estava há mais de três anos desenvolvendo o trabalho docente.

Portanto, não podemos dizer que os professores se apresentam como únicos detentores de conhecimento, mantendo-se numa postura vertical em relação aos estudantes, como no primeiro exemplo de Brousseau; também não é possível afirmar que eles deixam os estudantes à vontade para aprender, sem fazer nenhuma intervenção, como no segundo exemplo; nem ainda classificá-los como mediadores do conhecimento, o ideal na concepção de Brousseau e na perspectiva da Sequência Fedathi.

Percebemos na experimentação uma vontade imensa de acertar, de trabalhar uma metodologia em que os estudantes pudessem aprender mais e melhor. No entanto, uma mudança de prática não acontece da noite para o dia. Ela deve ser precedida ou caminhar simultaneamente a uma mudança de concepção, pois mudar a atuação em sala de aula não depende apenas de uma mudança na forma de organizar as turmas e da socialização de metodologias e uso de recursos didáticos.

A mudança na prática docente passa antes por uma maneira diferente de perceber a realidade, o que só acontece quando se passa a ver e compreender o mundo e a educação numa perspectiva diferente, inclusive reconhecendo a importância da Matemática para a leitura e melhor compreensão de mundo.

É importante ressaltar, também, que os avanços necessários ao contexto escolar não dependem apenas dos professores, não passam apenas por uma nova concepção docente, já que a escola não está isolada do contexto sociocultural e político da sociedade em que está inserida.

Nessa perspectiva, ao mesmo tempo em que é preciso um investimento do Estado na educação, com atenção especial para a formação inicial e continuada e remuneração dos profissionais docentes, há a necessidade de trabalhar a formação, também, de todos os segmentos que integram a comunidade escolar: gestores, funcionários, pais ou responsáveis e alunos. Sem um esforço consorciado desses sujeitos, torna-se difícil falar na melhoria da educação.

E isso só é possível a partir do estabelecimento de uma relação integrada entre aqueles que, mesmo em posições diferenciadas, buscam o mesmo objetivo, que é a educação das crianças e adolescentes, bem como a construção de dias melhores para a sociedade, que pode ter como via a transformação das práticas escolares.

É também imprescindível rever a estrutura e organização da escola. Torna-se contraditório, por exemplo, discutir o trabalho de mediação pedagógica do professor em sala de aula, se não discutirmos o número ideal de alunos em cada turma, para que seja desenvolvido um trabalho favorável à elaboração do diagnóstico dos estudantes e ao desenvolvimento de atividades para a superação das dificuldades.

Percebemos, assim, que a assunção de uma postura investigadora por parte dos estudantes passa por mudanças em vários aspectos, que envolvem o compromisso dos vários setores e atores responsáveis pela educação escolar, inclusive o professor, por meio da escolha de alternativas que vislumbrem a formação de pessoas críticas, que possam compreender e intervir na realidade, o que passa, também, pela compreensão e utilização adequada de conhecimentos matemáticos.

Referências

BORGES NETO, Hermínio *et al*. *A Sequência de Fedathi como proposta metodológica no ensino-aprendizagem de matemática e sua aplicação no ensino de retas paralelas*. *In*: **XV Encontro de Pesquisa Educacional das Regiões Norte e N**ordeste – XV EPENN, São Luís– MA. *Anais*... 2001.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais***:* introdução. Brasília: MEC/SEF, 1997a.

______. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais***:* Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997b.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pro-posições**, v. 4, n. 1 (10), 1993, p. 35-41.

MOREIRA, Antonio Flavio B. **Currículos e programas no Brasil**. 2. ed. Campinas-SP: Papirus, 1995. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática, v. 3).

SILVA, Benedito Antonio da. "Contrato Didático". In: MACHADO Sílvia Dias Alcântara *et al*. **Educação matemática***:* uma introdução. São Paulo: educ, 1999. p. 43-63.

SOUSA, Francisco Edisom Eugenio de. **Formação contínua e mediação pedagógica no ensino de matemática.** 2005. 227P. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

O ENSINO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR: CONTRIBUIÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI

Maria José Costa dos Santos
Ivoneide Pinheiro de Lima
Francisco Herbert Lima Vasconcelos

Introdução

Em pleno século XXI, o ensino de Matemática ainda apresenta muitos obstáculos, tanto de caráter didático quanto de caráter epistemológico.[1] De teor didático, porque nem sempre o professor se apropria de métodos e técnicas mais adequados para estimular a aprendizagem. De feição epistemológica pela necessária intervenção do estímulo às ideias matemáticas e dos conhecimentos a serem apreendidos. (BORGES NETO; SANTOS, 2006) Dessa forma, esses obstáculos refletem diretamente na aprendizagem e no ensino dos conceitos matemáticos, cuja concepção tem sua confirmação na *práxis* das salas de aula e que precisam ser mais bem compreendidos para serem mais bem trabalhados.

Apresentamos aqui a Sequência Fedathi como uma nova visão no ato de *ensinar e aprender,* como um suporte teórico-metodológico com o objetivo de melhorar o ensino e aprendizagem, especificamente, dos conteúdos matemáticos.

A Sequência Fedathi concebe o educador como o sujeito que pensa, reflete, pesquisa, que influencia e instiga os edu-

[1] Para Brousseau (1983), um obstáculo de caráter epistemológico é indispensável ao conhecimento, pois é aquele do qual não se pode fugir e que inicialmente é possível encontrar na história do conceito. Desta forma, a noção de obstáculo pode ser utilizada para analisar a origem histórica de um conhecimento como o ensino ou simplesmente o desenvolvimento natural do aprendiz.

candos, para buscar respostas e questionamentos para as situações matemáticas, pois visa tornar esses sujeitos ativistas de sua aprendizagem (BORGES NETO *et al*). Nesse sentido, aplicamos essa teoria no estudo de número fracionário para subsidiar a formação inicial do professor de matemática dos anos iniciais do Ensino fundamental.

Com esse fim, a pesquisa foi realizada com alunos do sétimo semestre do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará (UFC), matriculados regularmente na disciplina de Ensino de Matemática, no semestre 2005.2, participando assim, além do professor da disciplina, três formadoras.[2] O estudo foi composto de aulas expositivas e oficinas pedagógicas fundamentadas na metodologia da Sequência Fedathi.

Estudo Piloto

Antes da realização desse estudo aqui descrito, foram realizados anteriormente três projetos pilotos[3] nos semestres 2004.1, 2004.2 e 2005.1, com os alunos do curso de Pedagogia na disciplina de Ensino de Matemática.

Os resultados mostraram que os alunos, futuros professores de matemática, não tinham o domínio conceitual definido de fração. Eles possuíam certo nível cognitivo sobre a temática, contudo, esses eram decorrentes do convívio social e da formação escolar que tiveram. Tais conhecimentos estavam aquém do que esperávamos. Além do mais, apresentavam dificuldades também em Aritmética e Geometria.

Com este diagnóstico, foi possível elaborar e desenvolver *sessões didáticas* utilizando como suporte metodológico a Se-

---

[2] Maria José Costa dos Santos, Ivoneide Pinheiro de Lima e Elizabeth Matos Rocha.
[3] Atividades testadas em turmas de 2004 e 2005 na mesma disciplina.

quência Fedathi, no intuito de amenizar essa realidade para o estudo de frações.

Dinâmica da *Sessão didática* de Frações[4]

O estudo teórico de frações foi apresentado de forma expositiva, buscando trabalhar as etapas da Sequência Fedathi. A aula iniciou com a *tomada de posição* ao indagar aos alunos os seguintes questionamentos: O que é uma grandeza? O que é uma grandeza discreta? O que é uma grandeza contínua? O que é número fracionário? De onde veio? Nesse sentido, a ideia central era desencadear ações dos alunos, a fim de provocar os *desequilíbrios/equilíbrios* cognitivos necessários para a sua aprendizagem (SANTOS, 2007).

Foi dado um tempo aos alunos para que pudessem refletir sobre os questionamentos, o que sinalizou a fase de *maturação,* que representa o momento de refletir, pensar, questionar, levantar hipóteses, se relacionar com a situação problema em busca de possíveis resoluções. Os alunos ficaram à vontade para dialogarem entre si antes de expor os seus conhecimentos.

As respostas que eles nos deram foram muito curiosas e preocupantes, pois os mesmos falaram que fração *era uma parte quebrada*, ou *um número fracionário*, mas objetivamente eles não sabiam as características essenciais do conceito de frações. Contudo, quando fomos solicitadas demos alguns contra-exemplos, como explicar que inicialmente uma fração pode ser representada pela divisão em partes iguais de um bolo, ou uma pizza e outras situações.

---

[4] Durante a Sessão Didática compreender a legenda a seguir F – formadora; A – aluno; P- professor.

Tentamos, assim, subsidiar e esclarecer as hipóteses para dar suporte aos futuros professores na construção desses conceitos com base na *tomada de posição*, fase inicial, porém nos abstemos de dar os conceitos, mas incitamos os mesmos a construí-los. Com essa compreensão, nos episódios a seguir podemos observar por meio dos diálogos estabelecidos entre formadoras e os futuros professores a construção de conceitos fracionários. Com isso, seguimos com a terceira fase da Sequência Fedathi, que trata da apresentação da s*olução* pelos sujeitos. O trecho a seguir apresenta a discussão realizada em sala de aula:

> Aluno – Eu acho que quando for trabalhar com crianças as grandezas discretas não usar balas, porque a ideia da criança que a bala pode ser dividida.
> Professor – Quando você começa a trabalhar com a grandeza discreta dos números inteiros qualquer experiência que você vai fazer com a criança vai dar certo. É só contar, juntar, acrescentar, tirar. Quando você trabalhar com fração, já é um pouco diferente do número inteiro, porque não é todo experimento que vai dar certo. No caso das balas é preciso fazer a mediação pedagógica com o estudante, acrescentando as regras que você quer que ele faça a atividade.
> No caso das balas, você não quer que ele divida a bala. Você não pode dizer: não pode dividir a bala, porque na hora que você fizer com o bolo ele vai dizer: não pode também dividir o bolo. Então você não faz nada. Então você tem que fazer com ele é mediação de forma que não atrapalhe o experimento.
> No caso da bala você diz que só quer a bala enrolada no papel. Você está colocando uma regra a mais de modo que seu experimento vai funcionar. No caso do bolo se ele disser que não quer cortar o bolo, você terá que fazer uma mediação com ele de modo que o aluno aceite cortar o bolo.

De modo geral, quando você for trabalhar com o número fracionário, faça com as regras bem definidas. [...]
Formadora – Será que a criança vai pensar assim?
Aluno – Sim.
Aluno – O que complicou pra gente que já conserva, que tem reversibilidade, é trabalhar com alimento.
Professor – O que é importante é que a regra tem que ser bem definida. Então a diferença da fração para o número inteiro é que a fração não é todo objeto que você pode fazer experimento. Se você pegar o lápis e cortar ainda será lápis, mas se você cortar uma caneta, uma das partes perde a função de caneta.

Após essa etapa foram dados encaminhamentos para a formalização do conceito, que é a parte final da Sequência Fedathi denominada de *prova*. Vale ressaltar que a formadora juntamente com os alunos confrontaram entre si suas hipóteses e respostas. O trecho a seguir retrata a conversa que pontuou essa fase.

Aluno – Fração é parte de um inteiro.
Aluno – Uma parte do todo.
Formadora – O que é o todo?
Aluno – Grandeza.

Podemos perceber que aplicando a Sequência Fedathi no estudo dos números fracionários, temos um resultado diferenciado, pois no final da aula um aluno expôs a seguinte definição:

Número fracionário é um número resultante de duas operações sucessivas e ordenadas sobre uma grandeza (um objeto), ou seja, dividir um todo em partes iguais, sendo cada uma das partes as unidades fracionárias, então, considerar uma ou mais unidades fracionárias tomadas desse todo inicial.

Com isso, o ensino de números fracionários por meio de descobertas, instigou o desenvolvimento lógico-matemático dos futuros professores e possibilitou mostrar a relevância da prática investigativa em uma ação reflexiva, visando uma relação entre professor-conteúdo-aluno, que deve ser dialógica utilizando a Sequência Fedathi (SANTOS, 2010).

Considerações Finais

Compreendemos por meio dessa sessão didática, com base nas fases da Sequência Fedathi, que todo trabalho com fração deve ser feita pelo aluno mediado pelo professor. Antes de qualquer abordagem conceitual em sala de aula, o professor deve realizar uma sondagem sobre os conhecimentos prévios do aluno sobre a temática em foco. É recomendável que se utilize materiais concretos como réguas de frações, discos de frações, escala cuisenaire e outros, e só depois deve se partir para a construção abstrata dos conceitos.

A não compreensão conceitual dos números fracionários pelos futuros professores na educação básica decorre da maneira como este conteúdo é trabalhado no contexto escolar, de forma pronta e acabada, referendada por regras e fórmulas sem a devida compreensão e sem ou pouquíssima relação com o cotidiano.

Os futuros professores, até então, tinham essa concepção, que não proporcionava a construção conceitual dos números fracionários de forma efetiva. Desse modo, após o estudo, sentimos as mudanças de comportamentos dos futuros professores que demonstraram um pensamento mais elaborado sobre o tema enfocado. Percebemos que a maior dificuldade foi o não entendimento dos conceitos e a não compreensão das estruturas que envolvem a relação *todo/partes*.

Portanto, constatamos que o ensino de números fracionários exige que se busque conhecer o nível cognitivo dos alunos, como a noção de divisão, medidas e grandezas, buscando, em seguida, explorar diferentes possibilidades de trabalhar esse conceito em sala tendo o professor a postura proposta pela Sequência Fedathi.

Referências

BORGES NETO, Hermínio. SANTOS, Maria José Costa dos. O Desconhecimento das Operações Concretas e os Números Fracionários In:____. **Entre Tantos**: diversidade na pesquisa educacional ed.Fortaleza : Editora UFC, 2006, v.1, p.190-199.

BORGES NETO, H. *et al*. A Seqüência de Fedathi como Proposta Metodológica no Ensino-aprendizagem de Matemática e sua Aplicação no Ensino de Retas Paralelas. In: XV ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, EPENN, 15, São Luiz-MA 2000.

SANTOS, Maria Jose Costa dos. O ensino de fração por meio de oficinas pedagógicas: uma análise do desenvolvimento profissional na formação inicial do professor do ensino fundamental. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, EPENN, 12, 2005.

SANTOS, Maria José Costa dos. R**eaprender frações por meio de oficinas pedagógicas**: desafio para a formação inicial. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal do Ceará-UFC.

SANTOS, Maria José Costa dos. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas**. Editora Agbook, 2010. 210P. Endereço: http://www.agbook.com.br.

A SEQUÊNCIA FEDATHI NA ELABORAÇÃO DOS CONCEITOS DE GEOMETRIA NA FORMAÇÃO INICIAL DO PEDAGOGO

Ivoneide Pinheiro de Lima
Elizabeth Matos Rocha
Maria José Costa dos Santos
Hermínio Borges Neto
Francisco Herbert Lima Vasconcelos

Introdução

Apresentamos, neste capítulo, um recorte da pesquisa de dissertação de mestrado desenvolvida na Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, cujo título foi "A matemática na formação do pedagogo: oficinas pedagógicas e a plataforma telEduc na elaboração dos conceitos", referenciada pela Teoria Sequência Fedathi.

Esse recorde focaliza o estudo de Geometria utilizando oficinas pedagógicas e a plataforma virtual TelEduc/Multimeios com alunos do curso de Pedagogia na disciplina Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental, ministrada no semestre 2006.1.

Problemática da Pesquisa

A Matemática, de modo geral, sempre foi considerada disciplina de difícil entendimento, tanto por parte de quem ensina como também de quem aprende, por isso os índices de reprovação e evasão escolar são elevados (SAEB[1], 2007 e 2009). De acordo com Machado (1989, p.9), "as dificuldades

---

[1] Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

intrínsecas somam-se às decorrentes de uma visão distorcida da matéria, estabelecidas muitas vezes desde os primeiros contatos". Isso acaba por se tornar um obstáculo difícil de ser superado pela maioria dos estudantes durante sua vida escolar.

Essa aversão em relação à Matemática é facilmente percebida nos alunos do curso de Pedagogia. Para agravar a situação, estudos como de Reges; Barreto (2005) e Borges Neto et al (2005) constatam o fato de que a matriz curricular dos cursos de Pedagogia, de modo geral, oferece uma única disciplina do currículo que aborda especificamente a Matemática. As pesquisas ainda revelam que os futuros pedagogos não estão preparados para ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo em vista que demonstram muitas dúvidas e insegurança no que se refere aos conceitos matemáticos e aos procedimentos adotados.

Por outro lado, as universidades brasileiras não têm assegurado a qualidade do processo de formação do professor de Matemática, não sendo difícil encontrar docentes em efetivo exercício da docência, principalmente no primeiro segmento do Ensino Fundamental, os quais não dominam conceitos matemáticos básicos, em especial de Geometria.

No que se refere à matriz curricular do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará, observa-se a oferta de uma única disciplina obrigatória de matemática, com carga horária de 80 horas-aula, denominada *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental*, cujo conteúdo é extenso para um único semestre: educação matemática, conceito de número natural, sistema de numeração decimal, as quatro operações fundamentais, números fracionários, medidas, geometria e jogos matemáticos, representando assim, um tempo exíguo para que se possa contornar a falta de conhecimentos básicos e o alto índice de desafeto ou indiferença a esta área.

A disciplina procura fazer uma retomada dos conceitos, trabalhando de forma superficial os pontos mais relevantes dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Com isso, é deixado de lado um maior aprofundamento dos conceitos matemáticos e de suas relações com outras áreas de conhecimento. Isto acontece por que se parte do princípio que os alunos já sabem os conteúdos, precisando apenas ser trabalhada a metodologia, o que acaba por incorrer em grave engano, pois estudos como Reges e Barreto (2005), mostram que os pedagogos têm grande dificuldade com a Matemática, particularmente com a Geometria.

É uma situação delicada, que não pode ficar à margem do processo de ensino e que requer meios eficazes de resolver o problema, no que se refere a melhorar os conhecimentos matemáticos dos acadêmicos em Pedagogia, em sua práxis. Além do mais, não podemos formar professores apenas em conhecimentos específicos, pois há, também, a necessidade de trabalhar competências, habilidades e valores essenciais para a vida em sociedade.

É nesse quadro problemático que emerge o seguinte questionamento: que conhecimentos detêm alunos de Pedagogia acerca dos conceitos matemáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental referentes à Geometria? Qual a contribuição das oficinas pedagógicas e da plataforma TelEduc/Multimeios na construção dos conceitos de Geometria na perspectiva da Sequência Fedathi?

Diante desses questionamentos foi elaborado o seguinte objetivo que direcionou toda a pesquisa: investigar a relevância da aplicabilidade de oficina pedagógica e da plataforma educacional TelEduc/Multimeios sob o enfoque da Sequência Fedathi, na elaboração de conceitos de Geometria na formação inicial do pedagogo.

Desenvolvimento da Pesquisa

O trabalho se caracteriza como uma pesquisa qualitativa mediante uma intervenção, de natureza de pesquisa-ação, com 42 graduandos do sétimo semestre, matriculados para o semestre 2006.1, na disciplina *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental*, no turno diurno, oferecido pelo curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará – UFC.

Para André (1995), a pesquisa-ação é um processo científico de investigação que possibilita aos práticos estudar cientificamente seus problemas; envolve um plano de ação, a fim de orientar, corrigir e avaliar suas ações e decisões. Este tipo de pesquisa caracteriza-se como uma ação sistemática e controlada, desenvolvida pelo próprio pesquisador. O plano de ação se baseia em objetivos, em acompanhamento e controle da ação planejada e no seu relato concomitante. Ensina Haguette (1992, p. 117) que a intervenção é a principal característica deste tipo de pesquisa,

> A pesquisa-ação, como método de abordagem do real, tem sido informada pelos mais variados matizes teóricos. Sua principal característica, a intervenção, se presta tanto a ações integradoras que à auto-regulação do objeto de estudo (grupo, instituição, movimento social, indivíduo) e a mudanças não radicais, como a constatação das estruturas, e à luta por transformações revolucionárias.

Para a delineação do quadro conceitual sobre o tema, foi desenvolvida, desde o princípio da investigação, uma pesquisa bibliográfica com base em leituras, discussões e reflexões de conteúdos elaborados sobre o assunto, utilizando livros, *sites*, artigos científicos e outros relevantes a essa área.

Este tipo de pesquisa, na concepção de Gil (1996) é essencial para qualquer pesquisa científica e refere-se ao levantamento teórico acerca do assunto em foco, a partir de material elaborado e publicado. Para Lakatos; Marconi (1991), a pesquisa bibliográfica não representa mera repetição do que foi dito ou escrito sobre certo assunto, mas proporciona uma discussão mais detalhada a respeito do tema sob nova perspectiva, chegando a conclusões inovadoras.

Para viabilização da investigação, os graduandos assinaram um termo de consentimento, em que autorizavam a utilização dos dados coletados, o qual ficou estabelecido o anonimato dos alunos, que passaram a ser identificados como: Aluno 01, Aluno 02, ..., Aluno 42, respeitando-se o gênero de cada participante.

A disciplina contou com o professor titular e três formadoras denominadas F1, F2 e F3. As formadoras F1 e F2 eram formadas em licenciatura em Matemática e F3 em licenciatura em Pedagogia. As F1, F2 e F3 foram alunas do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação – FACED da UFC, cujos objetos de pesquisa foram inseridos nos conteúdos dos anos iniciais em matemática.

A pesquisa foi desenvolvida em quatro momentos: 1) Pré-teste; 2) Aula teórica; 3) Oficina pedagógica e 4) TelEduc/Multimeios. O experimento foi filmado e foram feitas anotações no diário de campo. O pré-teste, as observações realizadas, as imagens gravadas, o resumo das aulas depositado no portfólio e a oficina pedagógica deram suporte à análise.

Aplicação da Sequência Fedathi no Ensino de Geometria

A dinâmica desenvolvida em cada um dos quatro momentos, procurou reaver os significados mais elementares ou fundamentais do conteúdo de Geometria, baseando-se na compreensão e reflexão de um ensino voltado para uma aprendizagem contínua e gradual, em que os assuntos fossem retomados gradativamente, de acordo com as necessidades do grupo e grau de maturidade física, psicológica e cognitiva dos agentes envolvidos. Desse modo, os tópicos a seguir descrevem as etapas da Sequência Fedathi com cada momento proposto na metodologia.

Cada momento pode se confundir com as outras etapas, pois em determinadas situações elas são tão próximas que muitas vezes surgem simultaneamente. É preciso que o estudante passe por todas esses níveis, mesmo aqueles que possuem um raciocínio mais elaborado e busquem vencer alguma etapa, com o objetivo de o educador analisar todo raciocínio do aluno e não somente o produto final.

a) Tomada de posição – Pré-teste

O pré-teste foi constituído por cinco questões e aplicado no dia 11/07/2006. Esse procedimento representou a tomada de posição da Sequência Fedathi, cujo intuito era conhecer os conhecimentos prévios dos licenciandos. Participaram 29 alunos e não foi exigida no instrumento a identificação dos mesmos, a fim de preservar o anonimato.

A primeira questão questionava o que era maior: sua idade ou o tamanho do seu pé. A atividade teve como objetivo identificar se os alunos eram capazes de perceber que as grandezas tempo e comprimento são incompatíveis, sem unidade de comparação. Responderam incorretamente à questão 62% (18) dos alunos, cujas respostas indicavam a idade ou o tamanho do pé como o maior.

As análises denotam que os graduandos manifestaram suas respostas induzidos apenas pelo aspecto quantitativo do teor da pergunta, sem observar que duas grandezas só podem ser comparadas se forem de mesma natureza, ou seja, homogêneas, como, por exemplo, dois comprimentos ou dois volumes (LIMA; BELLEMAIN, 2002).

As respostas dos alunos deixam evidentes o desconhecimento e as incertezas que circundam a ideia de comparação de grandezas. Essa realidade indica a necessidade de um tempo maior, para que seja possível aprofundar mais esse conhecimento. Para justificar melhor esse pensamento, vejamos a seguir as respostas de alguns alunos: *"meu pé porque é número 39 e idade 21", "a minha idade. Por comparação dos números ou grandezas" e "se eu for comparar os números 35 (tamanho do meu pé) e 24 (minha idade) vou dizer que é o tamanho do meu pé"*.

Com relação a segunda questão, perguntamos o que era medir. A questão teve o intuito de identificar qual o entendimento dos alunos acerca da ação de medir. Todos responderam, mas apenas duas soluções foram um pouco mais consistentes do ponto de vista matemático, pois impuseram a condição da unidade de medida e sua adequada comparação com a grandeza a ser medida. Os demais alunos deram respostas evasivas do tipo: "medir significa tirar alguma informação de um determinado objeto", "verificar o tamanho de algum objeto, substância ou qualquer outro objeto" e "limitar uma distância, o tamanho de algo".

Um olhar mais criterioso sobre essa resposta remete à realidade de que é preciso dar mais ênfase a essas questões na escola de ensino básico, pois, do contrário, como é possível conseguir autonomia do aluno nesse conhecimento, se o próprio professor não tem conhecimentos sólidos acerca dessa questão, do ponto de vista matemático?

A terceira questão enfocou transformação de unidades, seguida de um cálculo da subtração, com a seguinte situação-problema: sabendo-se que André tem 163cm, e que Paulo tem 1520mm, calcule a diferença das suas alturas. Apenas 48% (14) dos discentes fizeram adequada transformação de unidades, realizando, posteriormente, a diferença entre as alturas fornecidas. Esse resultado não é surpresa, considerando-se a forma tradicional como é trabalhado o conteúdo de medidas na escola, em especial, das transformações de unidades.

A quarta questão questionava se existia diferença entre superfície e área. A atividade foi elaborada no mesmo viés de percepção abordada nos livros didáticos em Matemática para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, quando se afirma que a área é o número relativo a determinada superfície.

Sem levarmos em conta o rigor matemático implícito nessa discussão, tanto sob o enfoque didático, quanto matemático, constatamos que somente 35% (10) dos graduandos identificaram área como sendo um espaço delimitado e, portanto, passível de quantificação. Esse resultado era esperado, pois os estudantes fazem muita confusão entre esses dois conceitos. O assunto é muito complexo e produz muitas dúvidas, sobretudo, se forem pedidos os cálculos da área e do perímetro.

A quinta e última pergunta buscou analisar o nível de percepção dos alunos acerca do conceito de área. A questão apresentava duas figuras distintas, cada uma formada por sete peças do Tangram[2]. A atividade solicitava a relação que existia entre as duas figuras quando se tratava de área e de perímetro.

---

[2] Tangram é um jogo chinês, formado por sete peças: 2 triângulos grandes, 2 pequenos, 1 médio, 1 quadrado e 1 paralelogramo.

Esperávamos que os alunos percebessem que, embora mudasse o contorno das figuras, com possibilidades de perímetros diferentes, a área permanecia igual. O que achávamos que seria a resposta de maior índice de acertos, vimos que: 69% (20) dos alunos deram respostas erradas, tais como: “poderia utilizar a comparação das larguras”, “comparar a área, calculando ou comparando as figuras” e “utilizar as figuras geométricas e relacionar as suas áreas. Assim é possível medir ou quantificar”.

Os resultados das análises evidenciam o desconhecimento acentuado dos discentes acerca da temática, aumentando a responsabilidade do papel do curso de Pedagogia para a elaboração de meios que melhorem o conhecimento dos seus alunos sobre essa questão.

A etapa da tomada de posição foi importante, pois nos possibilitou fazer realinhamentos na aula teórica, buscando explorar cada tópico de forma mais consistente, para minimizar as dificuldades dos alunos.

b) Maturação – Aula teórica

A aula teórica foi realizada nos dias 18/07 pelas três formadoras F1, F2 e F3, que abordou oralmente a ideia de dimensão, grandeza física e não física, conceito de medir, história da medida, grandeza comprimento, perímetro, polígono, área, superfície, volume, capacidade, massa e peso.

A aula teórica representou **maturação** da Sequência Fedathi, que consistiu na compreensão e identificação das variáveis envolvidas no estudo de Geometria. A intenção era fortalecer os conhecimentos dos alunos acerca dos conceitos de Geometria. Estavam presentes 23 alunos e teve a duração de 05h/aula.

Um dos pontos que chamaram bastante a atenção dos discentes foi descobrir que homem utilizava o próprio corpo para fazer medição, o que acentua ainda mais a noção de que os conhecimentos que eles têm a respeito de medidas são elementar. Os relatos a seguir justificam esse aspecto:

> *[...] trouxe curiosidades de medidas que eu realmente desconhecia e achei muito interessante: o cúbito egípcio, tamanho relativo do cotovelo até o dedo médio do faraó; e a jarda, medida da distância da ponta do nariz do rei Henrique I até a ponta do indicador com o braço estendido* (Aluna 12, portfólio, 26/07/2006)

> *[...] por estes exemplos vimos que o corpo humano sempre foi usado como medidas das coisas: o palmo, a polegada, o passo, o tamanho do pé, foi bastante interessante saber que o corpo humano sempre foi usado como meio para medir as coisas* (Aluna 15, portfólio, 26/07/2006).

Outro ponto que também deixou os alunos perplexos foi descobrir que a Geometria e as medidas estão ligadas. As falas dos alunos destacam esse aspecto: *"[...] percebemos o quanto o assunto medidas está relacionado com a geometria e pode ser trabalhado em sala de aula sincronicamente."* (Aluna 32, portfólio, 01/08/2006), *"[...] os conceitos de geometria associados às medidas"* (Aluna 33, portfólio, 29/07/2006) e *"[...] as medidas estarem casadas com a geometria."* (Aluna 12, portfólio, 23/07/2006). Esse comportamento é compreensível, pois, ao longo dos tempos, a Matemática é trabalhada de forma muito fragmentada, dividida em três grandes blocos, como Aritmética, Álgebra e Geometria, sem nenhum vínculo um com o outro.

As observações mostram que os alunos ficaram confusos para compreender os conceitos explorados na aula, em especial medir área e superfície, o que mostra que são pontos que precisam ser mais bem trabalhados: "[...] a medição parece complicada em definição, mas quando verificamos na prática fazemos medições várias vezes sem nem perceber." [...] A partir de estudos de grandezas e formas de medições adentramos do tópico geometria e então partimos para a diferença entre área e superfície, o que ficou bastante confuso para nós (Aluna 32, 01/08/2006).

O domínio da Matemática, a utilização de objetos cotidianos integrados às vivências das crianças são essenciais para trabalhar os conteúdos da Geometria e das medidas. Reflexões como essas são observadas nos relatos e exibem a repercussão que as discussões em sala proporcionam na formação inicial dos alunos. A redação a seguir ilustra isso:

> *[...] percebi que para trabalhar esse tema em sala de aula exige que o professor tenha bastante domínio, além disso como se trata de um tema bem abstrato o professor deve buscar ver quais as vivencias que o aluno traz do seu cotidiano em relação a medidas e comprimento, para que deste modo o aluno comece a absorver tais conhecimentos de forma prática. O importante seria que ele percebesse como estes conceitos estão presentes na sua vida cotidiana, para que assim haja um aprendizado satisfatório* (Aluna 38, portfólio, 24/07/2006).

As discussões proporcionaram uma reflexão, tanto em conteúdo como em metodologia, trabalhando questões essenciais para a formação do pedagogo. Eis alguns relatos:

[...] destacou a importância de trabalharmos com os alunos a partir da utilização de materiais (régua, fita métrica), pois tais instrumentos, sendo manuseados, facilitam a compreensão. A aula foi muito interessante e teve como mensagem principal o cuidado que devemos ter ao ensinar tal conteúdo a crianças, devendo partir sempre do cotidiano, do concreto para o abstrato. (Aluna 33, portfólio, 29/07/2006)

[...] nessa aula, pude conhecer as medidas não convencionais e convencionais, bem como trabalhar com diferentes tipos de medidas, tais como as de comprimento, de tempo e capacidade (Aluna 24, 28/07/2006).

Após esse evento, foi combinada com a turma a realização de oficinas pedagógicas que seriam aplicadas pelos mesmos. Esse momento representou a **solução da Sequência Fedathi**, que consistiu na representação e organização de esquemas/modelos pelos alunos, a partir da compreensão dos conceitos trabalhados na aula teórica.

c) Solução – Oficina pedagógica

A oficina pedagógica foi aplicada no dia 25/07 com 32 alunos presentes em sala. A oficina pedagógica foi realizada por dois grupos de alunos denominados Euclides, com 6 componentes, e Lagrange, com 7 membros.

Para realização da oficina pedagógica, as formadoras tiveram dois encontros com cada uma das equipes: Euclides e Lagrange. Ambas as equipes trouxeram diferentes materiais pedagógicos para a sala de aula. Além de desenvolverem atividades práticas baseadas na aula teórica, também trabalharam outros conceitos, ampliando o conhecimento dos alunos. As equipes elaboraram e confeccionaram diversos materiais alternativos de baixo custo, utilizando sucatas e materiais simples do dia a dia.

Essa fase caracterizou-se pela possibilidade de proporcionar aos alunos de Pedagogia, por meio de estudos e orientações, a valorização de estratégias alternativas de ensino e o aperfeiçoamento de sua prática pedagógica futura, a partir da reflexão *na* e *sobre a ação* (SCHÖN, 2000), que possibilite uma mudança de atitude; a recuperação do caráter investigativo; a motivação para realizar atividades opcionais no ensino/aprendizagem.

As propostas de atividades das equipes foram boas, no entanto, a primeira equipe saiu-se melhor do que a segunda, pois a participação dos alunos foi bem mais intensa e dinâmica, diferentemente da segunda equipe, que foi mais tranquila, com pequenas participações dos alunos.

A equipe Euclides cometeu duas falhas: a primeira, ao propor a atividade para calcular o volume da batata, a aluna se confunde e pede para calcular área da batata, mas, no mesmo instante, percebe seu engano e se corrige, solicitando à turma o cálculo correto; a segunda foi no estudo da medida e das posições dos segmentos consecutivos, quando a aluna fez confusão entre os segmentos colineares e não colineares, sendo corrigida pelos outros componentes da equipe.

O tempo destinado a cada equipe foi muito curto, prejudicando o desenvolvimento das atividades, conforme depoimento: *"achei que houve por parte da equipe falta de programação em relação ao tempo"* (Aluna 21, portfólio, 25/07/2006), mas mesmo com a limitação do tempo, as equipes demonstraram que estavam bem organizadas e seguras no desenvolvimento das atividades. Essa observação é confirmada pelos seguintes comentários: *"[...] Eu gostei de-*

mais da oficina de geometria as meninas deram realmente conta do recado" (Aluna 03, portfólio, 26/07/2006), *"[...] adorei as duas oficinas, pois foram muito bem trabalhadas e transmitidas. O empenho das alunas foi muito grande, pois as apresentações foram ótimas"*. (Aluna, portfólio, 25/07/2006) e

> *[...] esta oficina trabalhou bem mais coisas, foram tantas as possibilidades mostradas que não tive tempo de descrevê-las todas. Parabéns para as duas equipes! As apresentações de ambas foram divertidas, criativas e deu pra ver o empenho com que cada participante trabalhou para a realização das mesmas.* (Aluna 11, portfólio, 25/07/2006).

As equipes Euclides e Lagrange manifestaram suas reflexões acerca da importância do estudo que fizeram para planejamento da oficina, pensando na formação inicial e na prática docente futura dos colegas. Os seguintes comentários evidenciam esse aspecto:

> *– Tentamos trazer para a sala de aula atividades lúdicas e situações cotidianas nas quais as crianças podessem perceber a presença das medidas, pois o que observamos é que o pouco interesse dos alunos pela matemática ocorre em virtude da abordagem do educador está desvinculada do contexto vivenciado pelos alunos. Nesse sentido trouxemos para compartilhar com o restante da turma atividades prazerosas que envolveram música, dança, dramatização, jogos. Espero que vocês tenham gostado, pois preparamos a oficina pensando na necessidade futura que teremos no próximo semestre nos estágios ou se estivermos trabalhando e é sempre bom ter uma atividade prática e diferente para trabalhar com as*

crianças sem esquecer que elas adoram esse tipo de atividade. Assim, espero que tenhamos contribuído para a formação dos participantes desta disciplina. (Aluna 03, portfólio, 26/07/2006).

– *Fizemos uma breve exposição dos conteúdos sobre Geometria, para sistematizar o que iríamos fazer depois. Considerando o caráter de construção que a oficina deve ter, estimulamos situações concretas para manipulação, classificação, seriação e reflexão não só do conteúdo pedagógico da Geometria, como também ao trabalharmos com jogos cooperativos estamos motivando os alunos a agirem com mais responsabilidade com o outro, evitando pequenas guerrilhas em sala de aula. Aprendendo a trabalhar com o outro e não contra o outro. Pois no jogo cooperativo, ou todos ganham ou todos perdem. O aprendizado da cooperação leva tempo. Quisemos demonstrar que é possível fazer bom uso de métodos que promovam valores de paz e que podem ser utilizados para ensinar diversos conteúdos. Foi muito bom participar dessa equipe. Adorei esse assunto. E posso dizer que cresci como pessoa.* (Aluna 08, portfólio, 25/07/2006).

Os depoimentos são muito significativos, revelando o que significou a oficina para cada uma delas. Cada equipe se preocupou em levar para a classe, atividades que favorecessem a criatividade, a curiosidade e o dinamismo, tão ausentes do ensino de Matemática.

Os alunos, em geral, gostaram bastante do desempenho das duas equipes. As seguintes falas expressam a avaliação que fizeram da oficina: *"adorei as duas oficinas, pois foi muito bem trabalhada e transmitida. O empenho das alunas foi muito grande, pois as apresentações foram ótimas"* (Aluna 07, portfólio, 25/07/2006), *"a apresentação de ambas foram* *divertidas, criativas e deu pra ver o empenho com que cada participante trabalhou para a realização das mesmas"* (Aluna 11, portfólio, 25/07/2006) e

> *gostei das brincadeiras e das atividades sugeridas como o peixinho de origam e que se pode trabalhar as formas geométricas, assim como as medidas. Também a música das caveiras para trabalhar as medidas de tempo e o dominó que se pode trabalhar todas as medidas e usar a criatividade com as crianças* (Aluna 14, portfólio, 25/07/2006).

d) Prova – Plataforma TelEduc/Multimeios

Ao final da aula teórica e da oficina pedagógica, os alunos produziram e depositaram no Portfólio ou no Diário de Bordo um resumo reflexivo das principais ideias tratadas, expondo o seu ponto de vista em termos de aprendizagem. O propósito dessa solicitação era a apresentação e formalização dos conceitos trabalhados nas três etapas anteriores, representando assim a **prova da Sequência Fedathi.**

As atividades eram totalmente compartilhadas com os demais participantes do curso, tanto para os demais alunos, formadoras e professor, no sentido de socializar e/ou comentar os trabalhos, pelos demais. As sugestões e as críticas da disciplina também foram depositadas nessas duas ferramentas.

Considerações Finais

O grande desafio desta investigação foi a efetivação da Teoria Sequência Fedathi no sentido de propiciar aos licenciandos – professores em formação – uma reflexão sobre as práticas pedagógicas em Matemática, no sentido de promover outra perspectiva ao ensino dessa disciplina, na descoberta de novos enfoques e o favorecimento de experiências mais relevantes para a aquisição dos conceitos.

O experimento detectou alguns pontos que precisam ser revistos para próxima turma. É importante dar mais ênfase às transformações de medidas; exigir das equipes a entrega antecipada, analógica e digital, dos seus planejamentos.

Fazendo uma análise comparativa entre os conhecimentos dos estudantes no pré-teste e depois do experimento, podemos assinalar que houve um crescimento significativo na compreensão do assunto trabalhado. O importante é que os alunos vejam o ensino de Geometria e medidas com nova perspectiva, como disciplina dinâmica inserida no seu cotidiano, ajudando a viver e a compreender melhor a vida. O uso da Sequência Fedathi teve a pretensão de contribuir para a formação inicial do pedagogo como um profissional investigativo, crítico, reflexivo, participativo e competente para trabalhar em sala de aula.

Referências

ANDRE, Marli Eliza D. A. de. **Etnografia da prática escolar**. 2 ed. Campinas/SP: Papirus, 1995 (Série Prática Pedagógica).

BORGES NETO, Hermínio et al. Avaliação da aprendizagem do ensino de Matemática: utilizando a plataforma TelEduc e oficinas pedagógicas. In: CONGRESSO INTERNACIONAL EM AVALIAÇÃO EDUCACIONAL, 2, Fortaleza: UFC, 2005.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 3. ed. São Paulo: Atlas, 1996.

HAGUETTE, T. M. F. **Metodologias qualitativas na Sociologia**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 1992.

LAKATOS, Eva Maria & MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1991.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Um estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental**. v. 8. Rio Claro-SP: SBHMAT, 2002. (Série Textos de História da Matemática).

MACHADO, Nilson. **Matemática e realidade**. São Paulo: Cortez, 1989.

REGES, Maria Auricélia Gadelha e BARRETO, Marcília Chagas. Análise do desempenho de professores do II ciclo do Ensino Fundamental na resolução de problemas de adição e subtração: um estudo de caso. In: **Formação e prática docente**: história, política e experiências pedagógicas – EFPD 2005. Fortaleza: UECE, 2005.

SCHÖN, Donald A. **Educando o profissional reflexivo, um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

UMA EXPERIÊNCIA DE APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI NO ENSINO DE FÍSICA[1]

André Flávio Gonçalves Silva
Ana Izabela Elias de Souza
Francisco Augusto Silva Nobre

Introdução

As recentes propostas de reformas da Educação Básica do Sistema Educacional Brasileiro têm como compromisso a universalização do acesso ao ensino, ampliando seus objetivos educacionais na esperança e finalidade de que os conhecimentos adquiridos sejam significativos e tenham sua conexão para além dos muros das escolas.

A realidade do Ensino de Física nas escolas de nível fundamental e médio é cada vez mais preocupante, em parte, devido ao fato de não haverem professores formados na área, e os raros qualificados não dispõem de perspectivas para o crescimento profissional, devido à dificuldade de aperfeiçoamento, os baixos salários e condições de trabalho para um ensino de qualidade, provocando assim, o desinteresse dos jovens pelas licenciaturas. No Estado do Ceará, especialmente na Região do Cariri, raros são os professores de Física realmente formados na área (Nobre, 2009).

Os livros-textos utilizados representam outro fator que contribui para baixa qualidade do ensino de física, pois estes não têm a finalidade real de ensinar a Física, apenas jogam o con-

[1] Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ e à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico – FUNCAP, pelo suporte financeiro; e a escola Presidente Geisel de Juazeiro do Norte – CE que cooperou para montagem da turma e realização da pesquisa.

teúdo com algebrismo para os alunos. Ainda temos a gestão das escolas, que pressiona o professor de Física a cumprir um plano de aula sem a real finalidade do ensino, mas sim, com o objetivo de somente cumprir o conteúdo e preparar para o vestibular.

A ideia de novas propostas metodológicas para o ensino ainda tem de transpassar muitas barreiras, principalmente as concepções tradicionalistas de alguns gestores e professores e, até mesmo a alguns olhares céticos dos alunos que não acreditam que principalmente o Ensino da Física tenha relevância para sua vida. Esta visão é fortalecida com aulas descontextualizadas da realidade dos alunos e sem a preocupação de discutir as concepções que os alunos trazem para dentro do ambiente escolar, concepções estas, aprendidas no cotidiano além dos muros escolares.

Busca-se, neste trabalho, aplicar a Sequencia Fedathi no Ensino de Física, que originalmente foi desenvolvida para o Ensino de Matemática, pelo grupo de pesquisadores do Laboratório de Pesquisas Multimeios da Faculdade de Educação da UFC, coordenado pelo professor Hermínio Borges.

Utilização da Sequência Fedathi no Ensino da Fisíca

Hoje nas escolas os alunos são meros depósitos de informações, não sendo estimulados a pensar nem a raciocinar sobre as informações que estão recebendo, pois o sistema de ensino adotado visa não à qualidade, mas sim, a quantidade. Quando falamos em qualidade, trazemos a ideia que o aluno possa compreender de maneira crítica o mundo que o cerca, e não acreditar que irá utilizar esses conhecimentos apenas para resolução de problemas totalmente idealizados no ambiente escolar ou em testes. Com o ensino tradicionalista, a aprendizagem significativa é deixada de lado, pois é utilizado por princípio que o professor tem que passar o conteúdo e que os alunos são meros receptores passivos e vazios de ideias, além do professor ser o único detentor do conhecimento.

Com o uso desta Sequencia FEDATHI, é possível abordar os principais conteúdos teóricos físicos que são de relevância para a aprendizagem do aluno de uma maneira dinâmica e que valorize o conhecimento prévio do mesmo. Podemos criar espaço para que os alunos construam o conhecimento, a partir de questionamentos, raciocínio, argumentos e contra-argumentos. Tornando dessa forma o ensino de Física mais conceitual e não meramente algébrico. Esse tipo de abordagem é pouco encontrado na prática escolar, principalmente no Ensino Médio, e utilizando esta sequência de ensino, acreditamos que possamos realmente está ensinando física de forma que leve a uma melhor aprendizagem.

A Física ainda é vista com certo receio por parte dos alunos, primeiro: pelo excesso de cálculos, e segundo: os raros conceitos que são passados não são entendidos e consequentemente são ignorados. Quando os conceitos físicos são trabalhados no ambiente escolar, não é feita uma contextualização com a realidade em que os alunos estão inseridos. Tornando dessa forma um ensino meramente decorativo, sem associação com a vivência cotidiana dos discentes.

Com a Sequência FEDATHI é possível levar os alunos a debater o assunto em cima da sua realidade fazendo-os entender os conceitos, podendo mudar sua concepção de que a física não tem relevância para sua vida atual e futura.

Aplicação e Observação

Para a aplicação da Sequência FEDATHI de ensino no Ensino de Física, em específico o conteúdo de Termologia, foi ministrado um minicurso de oito horas/aula. Montamos uma turma com dez alunos (voluntários) do primeiro ano de uma escola de Ensino Médio da cidade de Juazeiro do Norte, Região Caririense do Estado do Ceará.

O que justifica utilizarmos alunos do primeiro ano do Ensino Médio é o fato de termos a certeza de que eles ainda não viram o conteúdo no ambiente escolar. Assim observaríamos as percepções que os alunos trazem do cotidiano sobre Termologia, e, poderíamos constatar se utilizando essa sequência de ensino, seria possível passar para os alunos os conceitos científicos corretos, de forma que pudéssemos alcançar a aprendizagem e o interesse dos alunos por um conteúdo de Física.

Durante o minicurso de Termologia foram explorado os seguintes pontos: Termometria, Expansão Térmica de Sólidos e Líquidos, Calorimetria, Mudanças de Estado de Agregação, Transmissão de Calor e Leis dos Gases Ideais.

Antes de irmos para o ambiente de sala de aula, fizemos um planejamento expondo todos os pontos que iríamos trabalhar em cada aula. Já na sala de aula, era feito um questionamento sobre o tema, para que os alunos, divididos em grupos, pudessem discutir como resolver o problema para em seguida chegarem a uma *solução*, sendo esta discussão supervisionada pelo professor.

Quando fomos abordar o ponto de Expansão Térmica dos Sólidos e Líquidos, apresentamos com discussão teórica, algumas situações-problema relacionadas com o cotidiano dos alunos: “Por que os azulejos não são colocados juntos? Sempre existe uma separação entre eles?”, “Uma chapa com um furo no meio quando aquecida, o furo aumenta ou diminui?”. Esta etapa representou a *tomada de posição*.

A partir de então a turma foi separada em dois grupos. Cada grupo ia debater formas de resolver o problema, baseado em fundamentações científicas, mesmo que errônea. Este era o momento da *maturação,* em que os alunos discutiam formas de resolver o problema. Dessa forma também introduzimos a *Enculturação na Física*[2] durante a tentativa de explicação dos grupos para a situação-problema apresentada.

Verificamos que, diante dos questionamentos, os grupos sempre chegavam a soluções diferentes entre si. Para que a aula se tornasse mais dinâmica, após os grupos chegarem a uma determinada solução, essa resposta era socializada e confrontada com o outro grupo, formando agora, apenas um único grupo que deveria chegar a uma única solução. Diante dessa interação, é importante ressaltar que cada grupo tinha um ponto de vista, e tentavam explicar com base nos elementos que o grupo observou para justificar a resposta. Por muitas vezes, um grupo conseguia convencer o outro grupo de sua solução, com base em justificativas que o outro grupo não havia conseguido perceber, o que não implica dizer que o grupo que convencia estava correto. Esta fase sinalizou o momento da *solução*.

Quando perguntado aos participantes o que acontecia a uma placa de ferro com um furo no centro quando a mesma era aquecida, o grupo 1 defendeu que o furo aumentava com a placa, pois já que o material dilatava o furo também. O grupo 2 assinalou que somente o furo aumentava e a placa ficava do mesmo tamanho. Porém, depois do debate, todos se convenceram que realmente a defesa do grupo 1 era a certa (furo aumentava com a placa).

Um momento pitoresco foi quando perguntado para a turma o por quê das cerâmicas não serem coladas umas nas outras. O grupo 1 procurou justificar com base no conheci-

---

[2] Enculturação na Física é envolver o aluno com uma nova maneira de pensar e explicar o mundo natural, diferente daquelas disponíveis no senso comum.

mento popular, explicando que as cerâmicas deveriam ser colocadas separadas umas das outras, para que as mesmas pudessem "respirar", pois se não tivessem esses espaços, o ar entraria por debaixo das cerâmicas e para sair teria que descolá-las. O grupo 2 buscou uma explicação científica, baseado na dilatação superficial dos corpos. Nesse ponto podemos observar que o grupo 2 ficou surpreso com o argumento utilizado pelo grupo 1 e acabou concordando com a resposta, pois o fato das cerâmicas descolarem é algo que todos já tinham visto, até mesmo em suas casas.

Observamos que as fases da maturação e da solução da Sequência Fedathi muitas vezes misturavam-se nesta aplicação ao ensino de Física, mas essa era uma dinâmica natural, que fazia com que os alunos se empolgassem mais pelo conteúdo, não cabendo ao professor impedir este rumo da aula.

Por fim, após os grupos e a própria turma chegarem a uma possível solução, a solução correta era apresentada pelo professor. Esse era momento da **prova**, utilizando as conclusões dos grupos e da turma o professor apresenta a resposta para a situação-problema. Ou seja, no decorrer da exposição da resposta correta, ia se fazendo referência aos pensamentos dos alunos, para que eles compreendessem quais elementos científicos eles não conseguiram observar e quais observaram corretamente. Apresentavam-se os conceitos físicos e manipulações matemáticas (quando necessário) para finalizar o problema.

Outro momento interessante foi a discussão gerada pela pergunta: "O que é calor?". A todo instante surgiam resposta associadas ao calor solar. Quando revelado que calor era energia em trânsito das moléculas, os alunos ficaram curiosos, e começaram a partir dali a associar sempre à agitação das moléculas qualquer pergunta relacionada com calor. Eles paravam para analisar como as moléculas se comportavam.

Com relação ao questionamento da cerâmica, foi um momento em que podemos observar claramente que quando um conteúdo é abordado com situações-problema próximas da realidade dos estudantes, com o tempo necessário e uma sequência de ensino apropriada, a absorção do conhecimento é alcançada.

Em alguns momentos foram introduzidos, na discussão, fatos da história e aspectos da filosofia da ciência, mostrando como se deu a evolução de determinadas teorias físicas em um contexto histórico, político e social. Os alunos compreendem que o conhecimento não está acabado, está em constante evolução (Peduzzi e Moreira, 1992).

Não foram descartadas em nenhum momento as ideias que os alunos colocavam, pelo contrário, essas ideias serviam de suporte para que fosse feita uma explicação apontando os erros que as mesmas continham, fazendo dessa forma, com que ocorresse uma modificação no conhecimento que eles já tinham, levando a um conhecimento científico. Após o curso, foram feitos alguns questionamentos com os alunos sobre o conteúdo e a metodologia utilizada, quando obtivemos respostas, como:

> *"Gostei da metodologia utilizada, pois só assim, tanto eu como os outros alunos iríamos nos interessar mais e gostaríamos de estudar, e não iria ser aquela coisa de ir só por obrigação"*
>
> *"As cerâmicas são colocadas separadas umas das outras, para elas poderem sofrer uma possível dilatação devido o aumento de temperatura."*
>
> *"O curso foi interessante, pois o debate e a compreensão ajudou muito na aprendizagem dos conteúdos."*
>
> *"Foi bom, explicaram bem e mostraram uma forma melhor de aprender, escutando as nossas opiniões e nos corrigindo."*

> *"Temperatura é o quanto as moléculas se agitam."*
> *"Eu achei bom, pois assim não só eu como outros alunos iriam participar mais das aulas."*
> *"O curso foi muito interessante, dinâmico e o debate foi a peça-chave para a realização do curso."*

Podemos constatar diante das observações dos alunos sobre a metodologia, que um grande fator que se destaca nesta abordagem é a participação ativa dos alunos na aula, ou seja, o professor trabalha como um mediador, para que os alunos consigam compreender o que se pretende ensinar. Não podemos descartar as opiniões dos alunos acerca da metodologia utilizada, pois o público-alvo do professor é exatamente os alunos, e se estes não estiverem satisfeitos com a metodologia utilizada, se torna extremamente difícil o interesse pela aula.

O que nós, professores de Física, geralmente fazemos em uma aula de física, especificamente na solução de problemas, é somente a *tomada de posição* e a *prova*. Ou seja, vamos logo para o quadro e resolvemos o problema. Acreditamos, pelas observações que fizemos no desenvolvimento deste trabalho, que a aplicação da Sequência FEDATHI leva os estudantes a uma melhor aprendizagem e até a gostarem mais de estudar Física.

Considerações Finais

A pesquisa comprovou que a Sequência FEDATHI pode funcionar de forma significativa para o aprendizado de conceitos físicos, incentivando os alunos a pesquisar e buscar respostas para suas dúvidas e questionamentos, o que consequentemente acarreta em uma aceitação maior do conteúdo, desmitificando o preconceito que os mesmos tinham com relação à disciplina. Porém, ainda há muita dificuldade para aplicar novas metodologias nas escolas, tanto devido à gestão quanto a formação dos professores e suas baixas condições de trabalho e salário. Outro fator importante observado é que a aplicação desta sequência de ensino necessita de muito domínio da teoria, além de conhecimento necessário para discutir as tecnologias que o estudante utiliza no cotidiano relacionando-as com a Física.

Observamos que os alunos iniciaram o minicurso praticamente sem conhecimento formal sobre Termologia. No decorrer das aulas, verificamos que surgiram perguntas mais elaboradas e mais complexas, o que fica evidenciado que realmente estes conseguiram assimilar o conteúdo. Observamos também um maior aculturamento, com um comprovado entendimento e aceitação da explicação científica, o que não era observado no início dos trabalhos. Por fim. acreditamos que a Sequência FEDATHI foi o diferencial para o aprendizado e motivação dos alunos.

Referências

BORGES H, CAMPOS M. O ensino da matemática: analisando o raciocínio matemático do mediador. ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE, 14, 1999, Salvador,BA. *Anais*... Salvador-BA: Quarteto Editora,.p.271

BORGES NETO, H. & IÓRIO DIAS, A.M. **Uma proposta de educação matemática**, Anais do II CIBEM, Blumenal-SC, 1994.

LAKATOS, Imre. **A Lógica do descobrimento matemático**: provas e refutações. Rio de Janeiro-RJ: Zahar Editores, p. 12-13, 15-16, 1978.

PEDUZZI, L.O.Q, MOREIRA, M.A. As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história da ciência numa seqüência de conteúdos em mecânica: O referencial teórico e a receptividade de estudantes universitários à abordagem histórica da relação força e movimento. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 14, n. 4, p. 239-246, 1992

SANTANA, J.R.; BORGES NETO, H.; ROCHA, E.M.. A Seqüência FEDATHI: Uma Proposta de Mediação Pedagógica no Ensino de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, Recife, Pe, *Anais*..., Recife, PE: UFPE, 2004.

SOUZA, F.E.E., BORGES NETO, H. **SEQÜÊNCIA FEDATHI**: Os Algarismos Romanos Revisitados na Formação Contínua de Professores de Matemática, Fortaleza: [s.n., s.d].

NOBRE, F.A.S; SILVA, D.N; DANTAS, C.R.S.; FORMAÇÃO DOS PROFESSORES E LABORATÓRIOS DIDÁTICOS DE FÍSICA NA REGIÃO DO CARIRI-CEARÁ. **Cadernos de Cultura e Ciência (URCA)**, v.3, p.9-18, 2009.

HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. v. 9. Tradução de Trieste Freire Ricci e Maria Helena Granina. Porto Alegre: Bookman, 2002.

MOREIRA, M.A.; MANSINI, E.F.S. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

ENSINO DO CÁLCULO E VÁRIAS VARIÁVEIS: UMA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA FEDATHI NO ENSINO DE *PONTO CRÍTICO, PONTO DE INFLEXÃO* E SUA VISUALIZAÇÃO NO ESPAÇO IR^3

Francisco Regis Vieira Alves
Hermínio Borges Neto

O Cenário da Investigação do Cálculo em uma Variável Real

O cenário nacional e internacional de investigação do Cálculo em uma Variável Real acumula valiosos resultados, correspondentes a mais de duas décadas de esforço e dedicação. Dentre os pioneiros na área de pesquisa em Educação Matemática, num contexto internacional, destacamos o educador e matemático inglês David Tall.

Ele esclarece em um de seus artigos da década de 1980 que *o seu trabalho pessoal se concentra no estudo de Cálculo e Análise* (TALL, 1981a, p. 317). Enfatiza intenso interesse nos estudos direcionados a compreender a relação entre a definição conceitual (*concept definition*) e a imagem conceitual (*concept image*). Tall sublinha que "a noção de imagem conceitual se torna útil para explicar o desenvolvimento e compreensão conceitual por parte do aluno de teorias axiomáticas." (1981a, p. 318).

Fornece um exemplo de uma definição formal em *Análise Real*, ao considerar uma função $f : D \subset IR \to IR$, e lembra que a função será chamada de *pictorially continuous* se para qualquer intervalo $[a,b] \subset D$, dado $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que $\forall x, y \in [a,b]$, a condição $|x - y| < \delta$ implica que $|f(x) - f(y)| < \varepsilon$ (TALL, 1981a, p. 318).

Mais adiante, explica que o gráfico de uma função com esta propriedade pode ser desenhado em qualquer escala específica de $[a,b]$, sem que tenhamos que retirar a ponta da caneta do papel. Num contexto semelhante, por um viés intuitivo, quando um professor trabalha com uma ideia particular relacionada ao conceito discutido por Tall no IR^2, usualmente conhecido como o conceito de *continuidade*, geralmente explica que o gráfico não apresenta "saltos", "rupturas" ou interrupções.

Tall (1981b, p. 155) lembra que a *noção de continuidade* raramente é mencionada com apelo da *definição formal*. Em geral, nos referimos no ensino à sua interpretação intuitiva que, de modo rigoroso, está errada. De fato, Lima (2006, p. 223) explica que, se a é um *ponto isolado* do conjunto $X \subset IR$, então $f : X \subset IR \to IR$ será *contínua* em $x = a$, o que decorre facilmente da formulação por *épsilon* e *delta* (ε, δ) e da definição topológica de *ponto isolado*. Em particular, se $X = IN, Z$ ou Q é um conjunto de pontos isolados, decorre que a função $f : X \to IR$ é contínua. Argumentos desta natureza, no entanto, não são usuais num curso introdutório de Cálculo.

Temos para ilustrar, todavia, o exemplo da função $f : IN \to IR$ descrita por $f(n) = 3n - 1$, para $n \geq 0$ (figura 1), que é *contínua*, entretanto, é impossível traçar/esboçar seu gráfico sem retirar a caneta do plano. Deste modo, evidenciamos que, neste caso, como pode ser concluído em outras situações, a explicação fornecida pelo professor, dando conta do caráter intuitivo de um conceito matemático, deve ser encarado como provisório, falível, de caráter restrito e não formal. Aliás, esta é uma das características intrínsecas do raciocínio intuitivo ora utilizado para fornecer uma significação ao aprendiz num momento do primeiro contato com uma teoria como o Cálculo que, reconhecidamente, proporciona sérios entraves à aprendizagem.

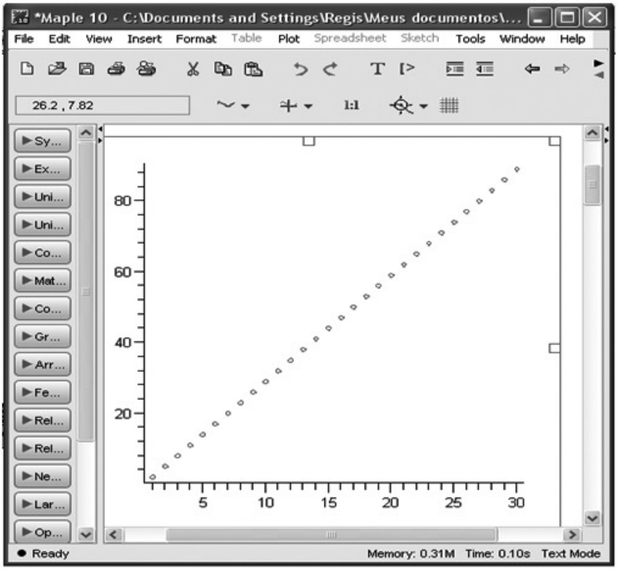


Figura 1 – Representação Geométrica de uma Função Contínua Plotada pelo *Maple 10*

Torres & Giraffa (2009, p.24) lembram que o objetivo do ensino da Matemática deixou de ser apenas a busca pelo desenvolvimento do raciocínio lógico-formal, mas também como a busca pela compreensão das operações elementares. Deste modo, cabem ao professor atenção e bom senso suficiente no ensino do Cálculo. Ele deve saber que a busca pelo *rigor* não deve ser esquecida, entretanto, este não é o maior objetivo de sua práxis. Seu maior objetivo é a aprendizagem, e o apelo intuitivo, na opinião de vários estudiosos (FISCHBEIN, 1987; KLINE, 1980), pode potencializar e facilitar o entendimento do incipiente.

Para concluir esta pequena discussão inicial, salientamos o grau de facilidade com que encontramos uma dissertação ou tese versando sobre o ensino do Cálculo em uma variável real.

Observamos nestes trabalhos, recentes ou não, a persistência de entraves à aprendizagem. Por exemplo, Celestino (2008) identifica estudos desenvolvidos que mostram resultados sobre a transição do ensino escolar para o ensino superior. Tais investigações, conforme Celestino (2008, p.73), evidenciam as dificuldades sofridas pelos alunos na aprendizagem do Cálculo decorrentes das dificuldades geradas nos ciclos escolares.

Num âmbito de estudo que se aproxima do enfoque de Celestino, isto é, com uma preocupação com a aprendizagem, todavia, em nível superior, encontramos em Pinto (1998, p.293) conclusões que, dentre as dificuldades no Cálculo e Análise, "a exigência do pensamento matemático avançado na transição da Matemática elementar para a Matemática Avançada fornece sérias barreiras."

Deste modo, identificamos tanto o interesse na transição do ambiente escolar para o acadêmico, como também estudos reportando-se ao primeiro contato com o *Cálculo Diferencial* e *Integral*. Na próxima seção, discutiremos algumas questões relacionadas à outra espécie de transição, mas agora, no contexto interior ao do *Cálculo Diferencial e Integral*.

As Pesquisas sobre o Cálculo em Várias Variáveis

Com já mencionamos, é constante a atenção dedicada pelos trabalhos acadêmicos relacionada à transição do aluno do ambiente escolar para o *locus* universitário. Por outro lado, no Brasil e no exterior, as pesquisas interessadas na aquisição do Cálculo em Várias Variáveis são ainda escassas e evidenciam um vácuo científico a respeito das dificuldades na transição dos alunos do *Cálculo em Uma Variável* – CUV para o *Cálculo em Várias Variáveis* – CVV (ALVES, 2011; ALVES, 2012).

Merece destaque, entretanto, o estudo realizado pelo brasileiro Henriques (2006). Relacionado à mencionada transição, temos o surgimento de *representações semióticas*, no sentido de Duval (1995), e o aumento de sua complexidade, no que diz respeito à operacionalização e conceitualização, a qual é modificada de modo substancial. Observamos isso no quadro de transição do CUV para o CVV descrito, para o caso específico de funções do tipo $y = f(x)$ e $z = f(x, y)$, conforme a figura a seguir.

(I)		(II)
$Lim_{x \to a} f(x) = L$	$\xrightarrow{\text{processo de limite}}$	$Lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L$
$f'(x_0) = Lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$	$\xrightarrow[\text{derivação}]{}$	$\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = Lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$
$\int_a^b f(x)dx$	$\xrightarrow[\text{processo de integração}]{}$	$\int_a^b \int_c^d f(x,y)dxdy$

Figura 2 – Tabela que Explicita a Mudança e a "Complexificação" dos Registros no Cálculo

Reconhecidamente, as operações e o *tratamento* das *representações* acima dos principais objetos conceituais (*limite*, *derivada* e *integral*) demandam operações cognitivas mais complexas e maior esforço da memória do estudante. De fato, Duval (1995, p.28) explica de que modo as *representações semióticas* que simbolizam objetos conceituais requerem a formação de *imagens mentais* no sujeito e tais *imagens mentais* compõem as ideias e crenças sobre eles. Assim, diante da complexidade das representações observadas na figura 2-II, depreendemos que as operações cognitivas exigidas dos alunos neste patamar subsequente de ensino serão mais sofisticadas, o que exige um grau elevado de abstração (ALVES; BORGES NETO & ALVES DIAS, 2012). Restringimo-nos, entretanto, às representações observáveis no espaço IR^3. Por exemplo, o *gráfico* de uma função do tipo $w = f(x, y, z)$ se encontra no IR^4, mas somente as suas *curvas de nível* podem ser observadas, com o auxílio neste caso indispensável do computador.

Sabemos que o CVV se fundamenta na Análise no IR^n, a qual pode ser trabalhada no caso do IR^3. Lima (1989) aborda, por exemplo, diversas situações particulares dos conceitos apresentados ao longo da obra, que exploram a percepção das três dimensões e são observáveis pelo olho humano. Com uma preocupação semelhante, tencionamos discutir adiante algumas noções ordinariamente apresentadas no IR^2 pelos livros didáticos, em num novo contexto, ou seja, no IR^3.

Uma Discussão das Noções de *Ponto Crítico* e *Ponto de Inflexão* no IR^3 Referenciando-se na Sequência Fedathi

As noções de *ponto crítico* e *ponto de inflexão* essencialmente são trabalhadas nos livros introdutórios de Cálculo. Com respeito à primeira noção, Stewart (2001a, p. 281) aborda aspectos intuitivos da noção de *ponto crítico*. Ele explora também as condições analíticas que caracterizam um *ponto crítico* onde a derivada $f'(c) = 0$ ou não existe.

Já a noção de *ponto de inflexão* é caracterizada de um modo bastante intuitivo, que se caracteriza por *um ponto P onde a curva muda de côncava para cima para côncava para baixo ou vice-versa em P*. (STEWART, 2001a, p. 298). Na Figura 3, que exibimos na sequência, fornecida pelo *Geogebra*, descrevemos o gráfico da função $f(x) = x^4 - 4x^3$. De modo rápido, descobrimos, por meio da 1ª derivada $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 = 0$

e da 2ª derivada $f''(x) = 12x^2 - 24x = 0$, os seus *pontos críticos* e de *inflexão*, respectivamente. Tradicionalmente, no seu ensino, os professores exploram situações como esta no R^3, como uma influência direta do livro didático adotado.

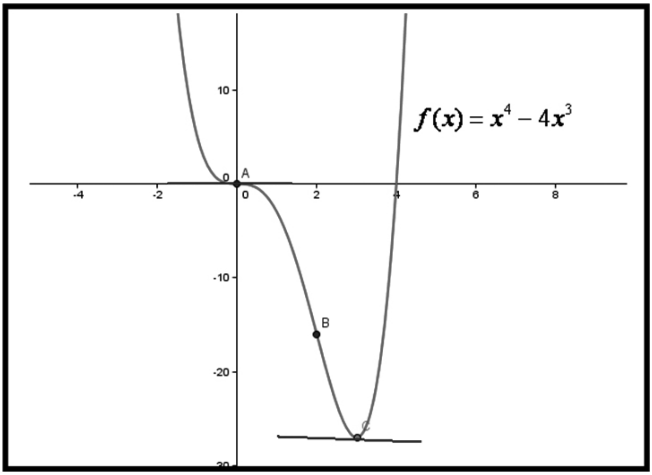


Figura 3 – Gráfico pelo *Geogebra* no Plano Discutido

Fonte: Stewart (2001, p. 300).

Agora vamos estudar as mesmas noções, no ambiente de funções com mais de uma variável, particularmente do tipo $z = f(x, y)$ assumindo os pressupostos da *Sequência Fedathi*. Assim, na figura 4, trazemos a primeira situação que é comum nos curso de CVV. O contexto de exploração da *superfície* gerada por $f(x, y) = x^3y - xy^3$ é usualmente o da determinação de *valores máximos* e *mínimos locais* atingidos pela função, o que no CUV corresponde à noção de *ponto critico*. Nela, destacamos os pontos de *fronteira ou "borda"* por meio da justaposição de *curvas parametrizadas*. Efetuamos uma justaposição dos objetos, com ênfase nas curvas da *fronteira* (vermelho, preto, amarelo e azul), com a intenção didática de conduzir o aluno a diferenciar a *região interior* da *superfície* e da *fronteira* (figura 4-III e 4-II).

Seguindo a orientação de Kline (1980, p. 17) conduzimos o aluno à percepção do comportamento das curvas da fronteira da *superfície*. Assim, *proporcionamos a investigação de verdades mais elevadas* e instigamos uma *tomada de posição* do estudante. Salientamos que a compreensão de verdades intrínsecas destes objetos nos auxilia a compreender o que de fato eles são e as variáveis relevantes do problema que tencionamos investigar. Uma preocupação desta natureza caracteriza, segundo Maddy (1990, p. 4), o *olhar ontológico* que corresponde na compreensão por parte do observador, da existência de tal objeto conceitual.

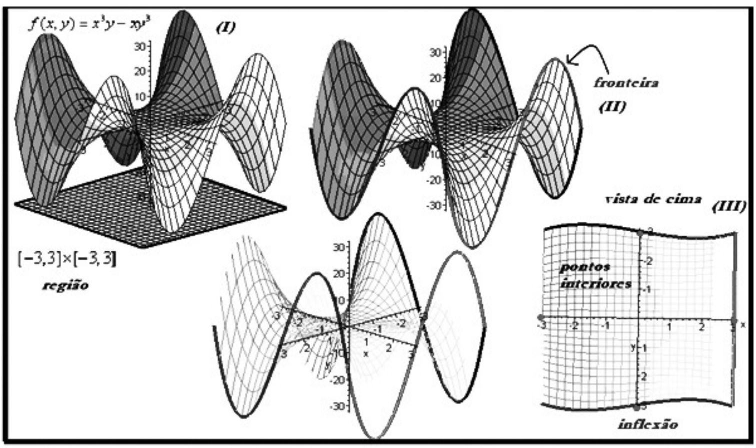


Figura 4 – *Superfície* Plotada pelo *Maple 10*

Num âmbito predominantemente operacional e menos filosófico, no entanto, escolhemos a região do plano $[-3,3]\times[-3,3]$ (figura 4-I) na qual analisamos o comportamento da função $f(x,y)=x^3y-xy^3$, restrita inicialmente em $-3\le y\le 3$ e $x=3$. Neste caso, escrevemos $f(3,y)=27y-3y^3$, que é uma função em uma variável real. Com base nesta obtemos $f'(3,y)=27-9y^2$ e $f''(3,y)=-28y$. Com estas representações, no momento didático que chamamos de *maturação*, evitamos a adoção precipitada da simbologia do CVV e exploramos as habilidades dos alunos relacionadas ao *tratamento* (DUVAL, 1995, p. 37) das *representações* que eles já costumavam empregar no CUV; entretanto, agora no espaço R^3. Ainda na figura 4-III, se nos restringimos à *parametrização* que descreve a curva $f(3,y)=27y-3y^3$, podemos realizar o estudo do sinal da função $f'(3,y)=27-9y^2$, que possui os *pontos críticos* $y=\pm\sqrt{3}$ e o *ponto de inflexão* $y=0$ identificados agora no espaço R^3.

No nível II da Sequência Fedathi, chamada de *maturação*, contudo, cabe ao aluno localizar visualmente, com o auxílio computacional, a localização destes pontos na *superfície*. Repare que obtemos os pontos $(3,0,0)$. Podemos ainda facilmente identificar os pontos onde a reta tangente é horizontal e mesmo num ponto onde a tangente é vertical, todavia, fazemos toda a verificação visual destes pontos no R^3.

As imagens que fornecemos destes objetos, conforme Flores (2009, p. 266), podem auxiliar a compreensão do estudante, o autor acrescenta, ainda, que *a* noção de ponto crítico de uma função representa um guia para o professor oferecer informações que vão do particular ao geral, promovendo o processo indutivo. (2009, p. 267)

Em outro caso, se consideramos a função $f(x,y)=x^3+y^3-3x-3y+4$, podemos distinguir o comportamento interessante, ao observar seu gráfico, que apresentamos em seguida na figura 5. Uma diferença substancial deste caso para o primeiro é que esta última função não apresenta mais uma espécie de '*simetria*' em relação ao eixo Oz, como no caso da função $f(x,y)=x^3y-xy^3$.

Agora, em virtude do seu comportamento irregular, alguns *pontos de sela* podem se tornar difíceis de serem explorados visualmente, mesmo com o auxílio do *Maple 10*, uma vez que são *pontos interiores*, ao passo em que, no primeiro exemplo, recorrendo a um *raciocínio indutivo*, característico da *intuição*, o aluno pode prever o comportamento e a localização de todos os *pontos de inflexão* (num total de quatro) que se encontram na *fronteira* (figura 4-II e III).

Mudamos propositadamente as cores das parametrizações da *fronteira* e salientamos que a própria escolha das cores pode influenciar a *percepção* do aprendiz. Neste e em outros exemplos, sugerimos o azul e/ou vermelho, cores que proporcionam um tempo menor de resposta do sujeito no que diz respeito a sua ação perceptiva. Concordamos com Maddy (1990, p. 51), quando explica que *para a percepção, necessitamos que o observador adquira crenças perceptuais apropriadas*. E tais *crenças perceptuais* são caracterizadas por ela como essencialmente *não inferenciais*.

Assim, no momento inicial de exploração visual do "cenário" que caracteriza a situação-problema envolvendo as funções apresentadas, sugerimos a promoção de uma atividade discursiva, sem o abuso de simbologias, fórmulas e teoremas usuais do CVV (figuras 5 e 6). Tal atividade funciona como um terreno fértil para a exploração do nível seguinte (nível III) da *Sequência Fedathi* chamado de *solução*.

Neste momento o aluno, com o auxílio do docente, deverá divisar e colocar em prática todos os instrumentos conceituais peculiares ao CVV, com um apoio fundamental da significação dos conceitos trabalhados em virtude da exploração visual das mesmas. No último nível da sequência chamado de *prova*, discutimos o modelo matemático subjacente a cada situação, inclusive suas limitações, quando comparado à sua exploração no ambiente computacional.

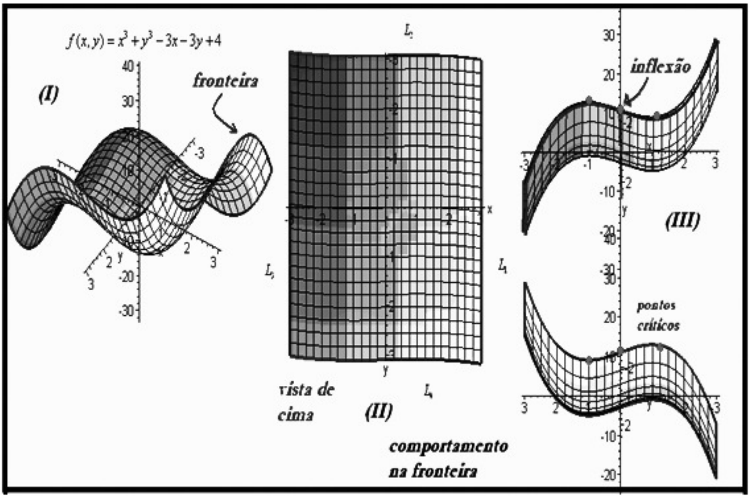


Figura 5 – Representação de uma *Superfície*, com Destaque para a Fronteira

O teorema chamado de *teste da Hessiana* ou *teste da 2ª derivada* é usado pelos livros de Cálculo para identificar os *pontos extremos* e *pontos de sela* na *região interior* de uma superfície qualquer. Semelhantemente como no caso da *noção de continuidade*, a demonstração formal deste teorema dificilmente é apresentada nos livros por envolver conhecimentos de Análise no IR^n, entretanto, a discussão de contra-exemplos é importante no nível IV, da *Sequência Fedathi*, chamada de *prova*.

No caso da função $f(x,y)=x^3+y^3-3x-3y+4$, temos um *ponto de sela* em $(-1,1)$ e $(1,-1)$. De fato, observamos que $H(x,y) = f_{xy}{}^2 - f_{xx}.f_{yy} = -36xy$ e, nestes pontos $H(1,-1) > 0$ e $H(-1,1) > 0$. Assim, pelo *teste da Hessiana*, temos dois pontos de *sela* que, caracterizados geometricamente por Stewart (2001b, p. 94) como pontos, cujo gráfico, localmente, *tem um formato de uma sela* (figura 6-III e IV).

Por outro lado, antes da aplicação do teorema, poderíamos discutir com o aluno o comportamento da função $f(-1,y) = y^3 - 3y + 6$, notando que: $f'(-1,y) = 3y^2 - 3$ e $f''(-1,y) = 6y$. Por outro lado, temos $f(x,1) = x^3 - 3x + 2$ e $f'(x,1) = 3x^2 - 3$, $f'(x,-1) = 6x$. Assim, analisamos o comportamento das *concavidades* das funções $f''(-1,y) = 6y$ e $f'(x,1) = 6x$. Note-se que no *ponto de sela* (figura 6-II), vemos duas trajetórias (em azul) que nos informam o *comportamento local* da *superfície*, o qual se assemelha ao *parabolóide hiperbólico*. Veja-se que para $x = -1$, temos $y \to 1^-$ a *concavidade* muda de cima para baixo. E quando $y \to 1^+$ a *concavidade* é para baixo.

Um problema que identificamos aqui é de que modo relacionar, por uma via intuitiva, a noção de *ponto de inflexão*, que é peculiar ao CUV com a noção de *ponto de sela* estuda somente no CVV. Afinal, o primeiro é descrito pela *mudança de posição da concavidade*. Enquanto isso, o segundo, como caracteriza Stewart (2001a), é direcionado à identificação geométrica do comportamento de uma região no IR^3 que, quando analisada por meio de curvas nas vizinhanças do ponto, de modo similar, também apresentam uma mudança de concavidade. Sublinhamos, porém, a ideia de que para o caso de uma *superfície* mais complexa, dificilmente reconhecemos visualmente um *ponto de sela*, basta analisar o gráfico da figura 4-I ou suas *curvas de nível* mais adiante na figura 7-I.

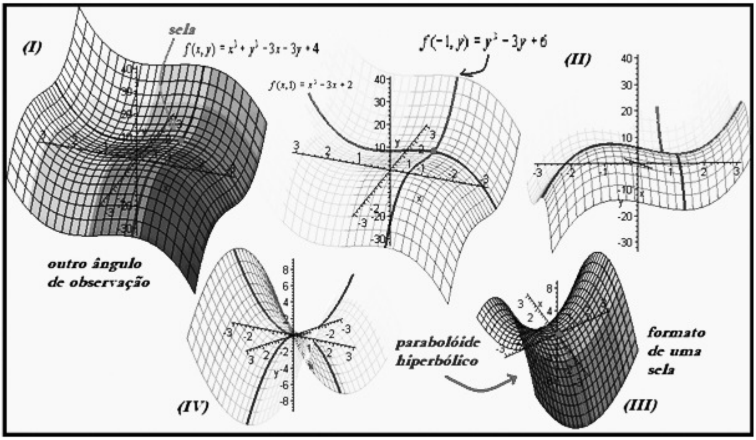


Figura 6 – Ênfase Dada no Comportamento Local da Função (*ponto de sela*).

De fato, enquanto a *superfície* definida por $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3x - 3y + 4$ apresenta apenas dois pontos de sela, a *superfície* definida por $f(x,y) = x^3y - xy^3$, admite, por meio de uma 'análise visual' inicial, uma infinidade de *pontos de sela* em $IR^2 - \{(0,0)\}$ (figura 4-I). Isto, visualmente, é impossível de inferir com maior precisão, todavia, quando empregamos o modelo formal previsto pelo *teste da Hessiana*, identificamos apenas um único *ponto de sela* $(0,0,0)$. Portanto, a caracterização de Stewart possui caráter algoritmo, de ênfase restritiva e, na prática, o aluno recorre ao raciocínio fundado no *pensamento algorítmico* (OTTE, 1991) possibilitado pelo teste da 2ª derivada, para descobrir os demais pontos.

Na figura 7-I, quando as *curvas de nível* se assemelham a *hipérboles* (curvas abertas), temos *pontos de sela*. E na figura 7-II, todavia, temos apenas dois *pontos de sela*. Estas caracterizações para *pontos extremos* e *pontos de sela* são fornecidas por Stewart (2001).

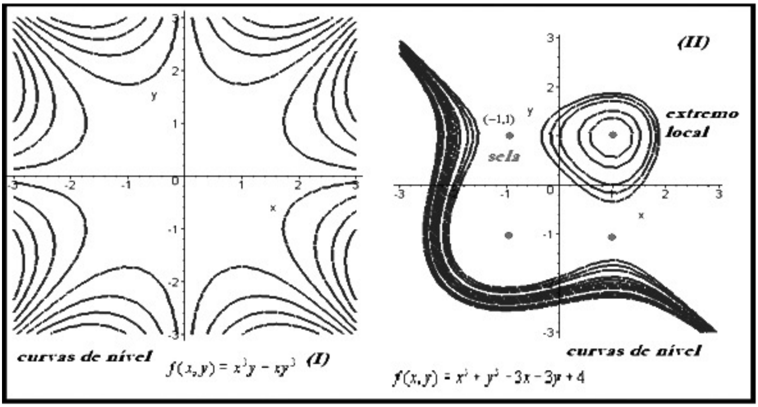


Figura 7 – Análise das *Curvas de Nível* das Superfícies Estudadas na SF.

Note-se que, nas vizinhanças do *ponto extremo* $(1,1)$ descrito na figura 7-II, as curvas são fechadas, semelhantes a *elipses*. Por outro lado, destacamos ainda o fato de que para as funções $f'(-1,y) = 3y^2 - 3$ e $f''(-1,y) = 6y$, obtidas a partir de $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3x - 3y + 4$, encontramos os *pontos críticos* e de *inflexão*. De modo análogo para $f'(x,1) = 3x^2 - 3$ e $f'(x,1) = 6x$.

E o *ponto de sela*, quando nos restringimos às curvas em destaque na ilustração 6-II, pode ser estudado como um *ponto de inflexão*, por meio da análise do comportamento local das *concavidades* no espaço IR^3. De fato, na figura 6-IV, temos duas *concavidades* no ponto $(0,0,0)$. Uma voltada para cima e outra para baixo, como nos mostram as curvas em azul na figura da ilustração 6-IV. Assim, investigamos, de modo semelhante ao que efetuamos na *fronteira*, a natureza de *pontos interiores* da *superfície*, com o uso das noções já conhecidas do CUV.

Para finalizar esta seção, recorremos a Flores (2009, p. 273), quando observa no âmbito de sua proposta metodológica a noção de que, dentre

> as capacidades cognitivas que pode-se explorar do aluno, divisa-se a habilidade de localização e expressão gráfica, considerada como parte da capacidade de orientação.

Em nosso ambiente de análise, porém, se torna impossível o aluno expressar o gráfico das *superfícies* discutidas acima usando apenas lápis e papel. Deste modo, o suporte informático nos fornece possibilidades para uma abordagem diferenciada, que viabiliza promover e explorar a *percepção* e a *intuição matemática*, como recomendam Fischbein (1987, 1999) e Kline (1980), antes de estimular precipitadamente o raciocínio lógico do aprendiz, o que ordinariamente é priorizado pelo livro didático. Tal hierarquização de momentos didáticos para o estudo destes conceitos se torna bastante frutífero, à medida que aplicamos a *Sequência Fedathi*.

Considerações Finais

Kline (1980, p. 230) comentou que

> os logicistas tomavam uma posição diametralmente oposta dos intuicionistas. Enquanto os primeiros buscavam refinar cada vez mais sua lógica como fundamento para a Matemática, os intuicionistas buscavam abandoná-la.

Sugerimos ao professor no ensino de Cálculo uma posição não radical; ou seja, nem *logicista* ou *formalista* ao extremo, nem, muito menos, *intuicionista*. Certamente não é simples de se escapar da influência destas correntes filosóficas *absolutistas* (ERNEST, 1991) em sala de aula, que condicionam o ensino tradicional de Matemática em todos os níveis, inclusive no ambiente acadêmico.

Assim, buscando romper com o ensino tradicional, discutimos nas seções anteriores as noções de *ponto crítico* e de *inflexão* na perspectiva de uma abordagem ancorada na metodologia de ensino chamada de *Sequência Fedathi*. Inicialmente, tais noções são introduzidas no CUV; entretanto, as mesmas poderiam ser exploradas num curso avançado de Cálculo, quando utilizadas de modo a fornecer o significado visual para um *ponto de sela*, o que não é realizado pelo livro didático. Aspecto marcante que propicia uma abordagem intuitiva, de acordo com nossa proposta de mediação didática, é a exploração das três dimensões (IR^3) para a *visualização* e *percepção* dos objetos que se relacionam com cada situação-problema, sem a adoção de um formalismo extremado e o abuso precipitado das simbologias intrínsecas do CVV (ALVES & BORGES NETO, 2012; ALVES; BORGES NETO & INGAR, 2012).

Com o arrimo na *Sequência Fedathi*, esta mediação facilita e promove a *transição interna* (ALVES & BORGES NETO, 2011) entre as disciplinas de Cálculo, estudadas no primeiro e segundo anos de universidade. Evidenciamos, entretanto, que a referida transição ainda não recebeu cuidados e abordagens condignas, nem muito menos a preocupação dos livros didáticos consultados em nossa investigação (BUCK, 1965; GUIDORIZZI, 1986; FLEMING, 1987; LEITHOLD, 1982; KAPLAN, 1962; MARSDEM & TROMBA, 1996), com exceção da obra de Stewart (2001).

De fato, observamos nos livros didáticos o emprego da noção intuitiva de *função contínua*, de acordo com o que apontamos na descrição de Tall, não vemos, todavia, uma abordagem semelhante nos livros de CVV que destaquem o mesmo viés intuitivo. Estes livros são eficientes na apresentação de símbolos, teoremas e extensas demonstrações, seguidos de exercícios algoritmizados, mas que nem sempre conduzem a uma aprendizagem significativa.

E, no caso do CVV, sublinhamos que o problema se agrava, uma vez que, além de o aluno enfrentar uma *transição interna* nas disciplinas de Cálculo; as *representações* dos objetos passam a gozar de interpretações geométricas, impraticáveis de conceber e descrever no ambiente lápis e papel, *mas podem ser enriquecidas pelo livro didático* (MARQUES, 2009, p. 17). Deste modo, as situações-problema estruturadas nos pressupostos da *Sequência Fedathi*, envolvendo as noções de *ponto crítico*, *ponto de inflexão* e *ponto de sela*, que discutimos aqui, com o auxílio tecnológico, proporcionam um entendimento maior do estudante, à medida que ele observa com os próprios olhos o comportamento do objeto representado pelo computador (ALVES; BORGES NETO & INGAR, 2012).

Por esta via, o estudante adquire *crenças perceptuais* (MADDY, 1990, p. 51) adequadas de cada *objeto matemático* em análise e, por fim, utiliza os instrumentos conceituais do *Cálculo em Uma Variável Real* - CUV para a solução de problemas do *Cálculo em Várias Variáveis* – CVV.

Referências

ALVES. F. R. V. & BORGES NETO. H. Análise de livros de cálculo a várias variáveis: o caso da comutatividade das derivadas parciais. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2011, p. 1-12. *Anais eletrônicos*. Disponível em: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem. Acesso em: 24 abr. 2011.

ALVES, Francisco. R. V. **Aplicações da Sequência Fedathi na promoção das categorias do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011, 353p. Disponível em: http://www.teses.ufc.br/tde_biblioteca/login.php

ALVES, Francisco Regis; BORGES NETO, H. & ALVES DIAS. M. Implicações e aplicações da teoria das representações semióticas no ensino do Cálculo. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 5, nº 2, 2012, p.22-40, Disponível em: http://periodicos.uniban.br/index.php/JIEEM.

________. Exploração didática com o *Maple* no ensino do Cálculo a Várias Variáveis. CONFERÊNCIA ARGENTINA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 10, *Anais*... Buenos Aires, 2012, pp. 1-12. Disponível em: http://www.soarem.org.ar/XCAREM/programa.htm.

________.; BORGES NETO, Hermínio. INGAR, Kátia, V. Aplicações da Sequência Fedathi: sobre o ensino dos pontos críticos e de inflexão. p. 1-15, 2012, In: COLÓQUIO INTERNACIONAL SOBRE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS, 6, Lima. Disponível em: http://irem.pucp.edu.pe/164/iv-coloquio-internacional-sobre-ensenanza-de-las-matematicas.

________.; BORGES NETO, Hermínio. Curvas parametrizadas: atividades envolvendo a visualização dos conceitos do Cálculo. **RELME 26**, p. 1-12, 2012. Disponível em: http://www.relme26.ufop.br/index.php?option=com_content&view=frontpage&lang=pt.

BUCK, R. Creighton. **Advanced calculus**, 2. ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1965. 420P.

CELESTINO, Marcos Roberto. **Concepções sobre limite**: imbricações entre obstáculos manifestos por alunos do ensino superior, 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine**: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Paris: Peter Lang, 1995. 395p.

ERNEST, Paul. **The Philosophy of Mathematics Education**. London: The Palmer Press, 1991. 341p.

_______. **Intuition in science and mathematics**: an educational approach. Netherlands: D. Reidel Public, Mathematics Educational Library, 1987, 224p.

FISCHBEIN, Efrain. Intuitions and Schemata in Mathematical Resoning. In: TIROSH, Dina. **Forms of Mathematical Knowledge**: learning and teaching with understanding, London: Klumer Academic Press, 1999, p. 11-50.

FLEMING, Wendell. **Functions of several variables**. 2.ed. New York: Springer, 1987. 570P.

FLORES, Rafael Pérez. Concept Mapping: An important guide for The Mathematics Teaching Process. In: FUATAÎ, Karoline Afamasaga. **Concept mapping in mathematics**. New York: Springer, 2009, p.259-280.

GUIDORIZZI, Hamilton. **Um curso de cálculo**. v.2, Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1986.

HENRIQUES, Afonso. **L´enseignement et l´apprentissage des integrales multiples**: analyse didactique integrant l´usage du logiciel Maple. Thése (Thèse de Doctorat em Didactiques des Mathématiques). Grenoble: Université Joseph Fourier, IMAG, 2006.

LEITHOLD, Louis. **O cálculo com geometria analítica**. 2. ed. São Paulo: HARBRA, v. 2, 1982. 785P.

LIMA, Elon Lages. **Curso de análise**. v. 2. Rio de Janeiro: IMPA, 1989. 543p.

KAPLAN, Wilfred. **Advanced calculus**, fifth edition. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing, 1962, 980p.

KLINE, Morris. **Mathematics**: the loss of Certainty, London: University Press, 1980. 276P.

MADDY, Penelope. **Realism in mathematics**. Clarendon: Oxford University Press, 1990. 200P.

MARSDEM, Jerold. & TROMBA, Anthony. **Vector calculus**. New York: W.H. Freeman and Company, 1996. 1110P.

MARQUES, Leandro. **Sobre a utilização do livro didático no estudo de derivadas parciais**, 2009. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

OTTE, Michael. **O formal, o social e o subjetivo**: uma introdução à Filosofia e a Didática da Matemática. São Paulo: UNESP Editora, 1991, 322P.

PINTO, Marcia Fusaro. **Students´understanding of real analysis**. Thesis (Thesis of Doctor of Philosophy). Institute of Education, University of Warwick, 1998.

TALL, David. The mutual relationship between higher mathematics and a complete cognitive theory of mathematical education. In: **Actes du Cinquième Colloque du Groupe Internationale P.M.E**. Grenoble, p. 316-321, 1981a.

TALL, David. Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. In: **Educational Studies in Mathematics**, p.151-169, 1981b.

TORRES, Teresinha Ione Martins & GIRAFFA, Lucia Maria Martins. O Ensino do Cálculo numa perspectiva histórica: Da régua de calcular ao MOODLE. In: **REVEMAT**, v. 4.2, p. 18-25, UFSC, 2009.

STEWART, James. **Cálculo**, v. I, 4. ed. São Paulo: Thompson, 2001a. 1120P.

STEWART, James. **Cálculo**, v. II, 4. ed. São Paulo: Thompson, 2001b. 1146P.

O ENSINO DE FÍSICA COM A UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COMPUTACIONAL APLICADA A EDUCAÇÃO COM O SOFTWARE *MODELLUS*

Francisco Herbert Lima Vasconcelos
José Rogério Santana
Hermínio Borges Neto

Introdução

Um modelo matemático pode ser um sistema de equações cuja solução, dado um conjunto de dados de entrada, é representativa da resposta de um processo. Desta forma, ele é a abstração matemática de um processo real. A equação ou o conjunto de equações que compõem o modelo é aproximações deste processo. Dessa forma, o modelo não pode incorporar todas as características, tanto macroscópicas quanto microscópicas, de um sistema real. Um dos propósitos apresentados por modelos matemáticos computacionais é gerar simulações de um determinado sistema de processos. A simulação computacional é a obtenção da resposta temporal das variáveis de interesse (variáveis dependentes) de um modelo, quando se excita suas variáveis de entrada com valores desejados e se definem os valores das condições iniciais das variáveis dependentes. Desta forma, pode-se gerar a partir de determinados modelos, simulações de fenômenos físicos representados em animações computacionais a partir de *softwares* de modelização e utiliza-los como recursos de aprendizagem em alguns conteúdos.

A utilização do computador, através de *softwares educativos*, voltados a prática do processo de aprendizagem demostra-se como uma ferramenta fundamental de auxílio ao professor. No ensino de Ciências em Física, o uso destes recursos possibilita a construção e manipulação de situações didáticas curriculares que são apresentadas de forma estática, ou seja, na maior parte das vezes apresentam-se equações e fórmulas como algo estruturado sem história, originadas na mente de um gênio e deslocadas do mundo real. Em outros casos, elas são apresentadas como o espelho fiel da realidade. O que se pode perceber é que há uma excessiva valorização da matematização destas situações, deixando assim de possibilitar ao aluno que ele chegue as suas próprias conclusões acerca de determinados conhecimentos. Em função desta dificuldade, o uso do computador como uma ferramenta de construção do conhecimento tem possibilitado a professores e alunos realizar simulações que permitam a visualização do fenômeno estudado, tornando assim o modelo matemático didático mais significativo e próximo da realidade dos estudantes.

O saber físico pretende ser uma descrição mais exata possível da realidade, a partir de fatos produzidos ou observados experimentalmente, ele é um corpo articulado de conceitos, leis, princípios, convenções, que se relacionam por meio de operações lógico-formais e se articulam através de regras e fórmulas matemáticas. Portanto, a compreensão conceitual da realidade, começa com as idealizações, e essa conquista ocorre quando é estabelecido um modelo conceitual. Segundo Bunge (1974), este modelo é uma representação esquemática da realidade, ou de uma situação real, e se atribuem a ele propriedades possíveis de ser tratadas por teorias. A construção de um modelo sobre uma teoria, em Física apresenta-se principalmente no Ensino Médio, através de modelos matemáticos didáticos. Bassanezi (1994) afirma que:

> [...] os modelos matemáticos em Física apresentam um conjunto de símbolos e relações matemáticas que expressam e interpretam uma ou mais hipóteses de maneira quantitativa de uma situação próxima da realidade.

Ë de particular interesse para a Física do ensino médio ou até mesmo universitário os modelos que estabelecem alguma relação entre grandezas físicas e suas variáveis. Entretanto, o uso destes modelos torna o conhecimento físico escolar, como algo muito difícil onde é preciso decorar fórmulas cuja origem e finalidade é geralmente desconhecida. A introdução da modelagem computacional no processo de ensino e aprendizagem tende a desmistificar esta imagem da Física no âmbito escolar. Este processo de modelagem a partir da construção de simulações utilizando o computador possibilita uma maior compreensão dos conteúdos e contribui para o desenvolvimento cognitivo em geral, permitindo desta forma a construção de relações e significado, favorecendo uma aprendizagem construtivista. Assim, pode-se elevar o processo de aquisição do conhecimento, exigindo que os estudantes pensem em um nível mais elevado, generalizando conceitos e relações além de propiciar oportunidades para que os alunos testem seus próprios modelos cognitivos, detectando e corrigindo inconsistências. Estes programas de modelagem e simulação são ferramentas da maior valia em processos científicos, pois a compreensão do saber científico e a construção do conhecimento em Física passam pela modelagem, e estes *softwares* costuma ser tais que facilitam estudos exploratórios individuais. Deste modo eles podem servir como elementos motivadores para o trabalho colaborativo em sala de aula. Diante da problemática que envolve o ensino de Física, e da possibilidade do uso de recursos computacionais aliados a modelagem na construção do conhecimento, através desta pesquisa desenvolvemos simulações a partir de modelos matemáticos aplicados a física e realizamos uma aplicação com de professores para detectar a viabilidade estas ferramentas no processo de ensino aprendizagem. Torna-se necessário que o professor apresente ao aluno a Física como uma disciplina de investigação, que deve ser voltada para ajudá-lo a compreender e explicar a sua realidade. No entanto, o que se verifica é que o ensino de Física está sempre voltado a memorização e aplicação de fórmulas, totalmente desvinculadas da realidade e interesse do aluno. Isso deve-se principalmente pela dificuldade de visualização das situações físicas discutidas pelo professor e a sua relação com o modelo matemático estudado.

Deste modo, aplicar a modelagem matemática computacional no ensino de física e investigar a postura do professor diante do uso das novas tecnologias educacionais aplicadas ao ensino mediado por computador consiste em verificar as potencialidades desta ferramenta didática de visualização, assim como sua viabilidade na construção do conhecimento.

O Processo de Modelagem Computacional Aplicada ao Ensino de Física

Para a modelagem dos modelos físicos propostos iremos utilizar o *software Modellus* que é um ambiente computacional de modelagem matemática desenvolvido em linguagem C ++ e é dirigido para professores de Matemática e de Ciências Físico-Químicas, e a alunos dos anos terminais do ensino básico, ensino secundário e do ensino superior. Este *software* permite a construção e simulação de modelos de fenômenos físicos a partir das equações matemáticas que representam esses fenômenos. Deste modo, quando o aluno descreve o modelo matemático que traduz um determinado fenômeno, o *Modellus* permite uma simulação computacional de tal fenômeno, possibilitando ao aluno uma analise diferenciada da situação física. A modelagem matemática é de fundamental importância para proporcionar a construção e manipulação de modelos dinâmicos quantitativos matematicamente de modo que estes possam ser analisados de forma mais clara e concisa.

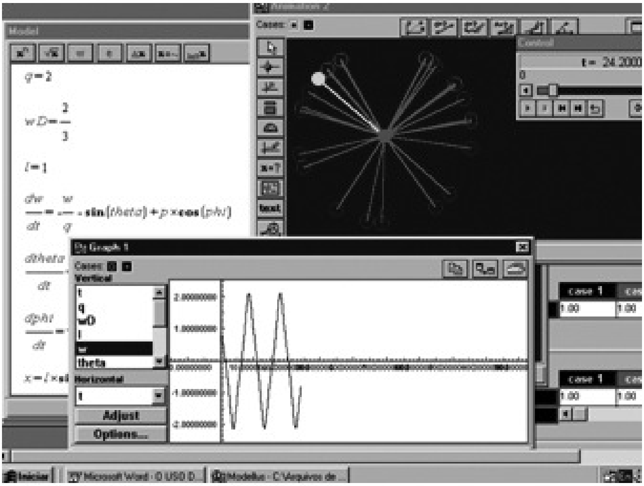


Figura 1 – *Software Modellus*

O *Modellus* é um *software* educacional que permite a alunos e professores criar e modelar situações e experiências que estão baseadas em modelos matemáticos já existentes. Muitos experimentos científicos baseados em modelos matemáticos são complexos devido a dificuldades existentes nos cálculos. A utilização deste recurso permite a solução destes cálculos, encarregando-se de resolver suas complexidades e oferece ao aluno a possibilidade de refletir e analisar os modelos.

No entanto, a utilização da modelagem computacional no contexto educacional, demanda o delineamento de uma investigação que inclua tanto o desenvolvimento de atividades de modelagem, quanto a sua efetiva utilização em sala de aula para que se possa concluir sobre as reais possibilidades de sua integração no cotidiano de sala de aula.

Para exemplificar nosso estudo de modelagem matemática aplicada ao ensino de Física, iremos modelar no computador um corpo em queda livre.

Modelagem Computacional: o Caso da Queda Livre

O movimento de queda livre de um corpo próximo ao solo ocorre quando este corpo é abandonado no vácuo ou se considera desprezível a ação do ar. Seu estudo é idêntico ao de um lançamento na vertical. Estes movimentos são descritos pelas mesmas funções horárias dos movimentos uniformemente variados (MUV) na horizontal.

Faremos agora um modelo matemático referente a trajetória de um corpo que é abandonado do alto de um edifício até atingir o solo. A partir deste modelo, desenvolveremos a simulação computacional do fenômeno.

Como a partícula descreverá um deslocamento no eixo vertical, utilizaremos a seguinte equação:

$$\mathbf{y = yo + vo \, . \, t + \tfrac{1}{2} \, a \, .t^2} \qquad \textit{Equação 2.1}$$

Considerando que a mesma foi solta e que sua velocidade inicial era ZERO (Vo = 0), então:

$$\mathbf{y = yo + \tfrac{1}{2} \, a \, .t^2} \qquad \textit{Equação 2.2}$$

Sendo yo a altura do Edifício, temos que:

$$\mathbf{y = Altura + \tfrac{1}{2} \, a \, .t^2} \qquad \textit{Equação 2.3}$$

A aceleração do movimento vertical de um corpo no vácuo é denominada de aceleração da gravidade e indicada pela letra g. Consideramos ainda o g negativo, pois o corpo está em queda:

$$\mathbf{y = Altura - \tfrac{1}{2}\, g\, .t^2} \qquad \textit{Equação 2.4}$$

O valor normal da aceleração da gravidade na Terra é tomado ao nível do mar, a uma latitude de 45º e é de aproximadamente 10 m/s². Substituindo, ficamos com:

$$\mathbf{y = Altura - 5.t^2} \qquad \textit{Equação 2.5}$$

Utilizando a equação 2.5 que satisfaz o modelo que representa o fenômeno que estamos estudando, iremos realizar a simulação computacional.

Inicialmente iremos inserir o modelo que foi gerado a partir da atividade de modelagem do fenômeno no *software*.

Neste momento, o programa faz uma verificação das variáveis do modelo e interpreta a simbologia matemática utilizada.

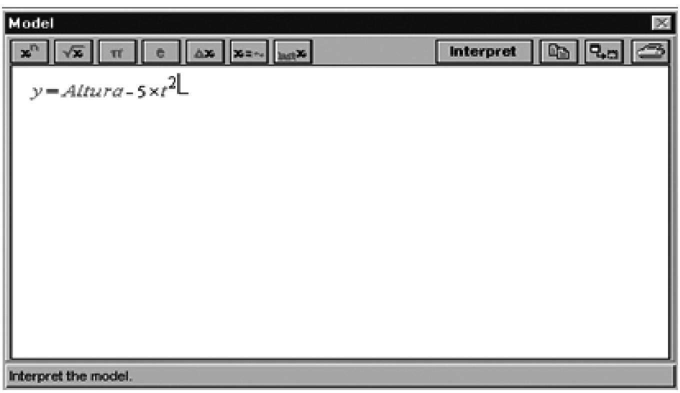


Figura 2 – Janela onde se Insere o Modelo Matemático

Agora iremos definir os valores dos parâmetros do nosso modelo. Considerando a variável ***t*** uma variável independente, temos apenas que definir a variável altura. Portanto, supondo que nesta situação o edifício de onde a partícula foi solta tinha 80 metros de altura, teremos que:

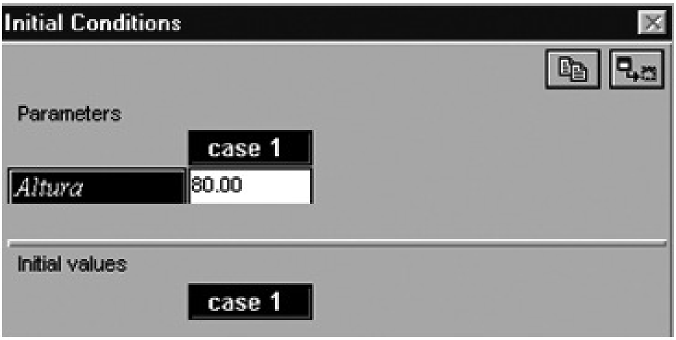
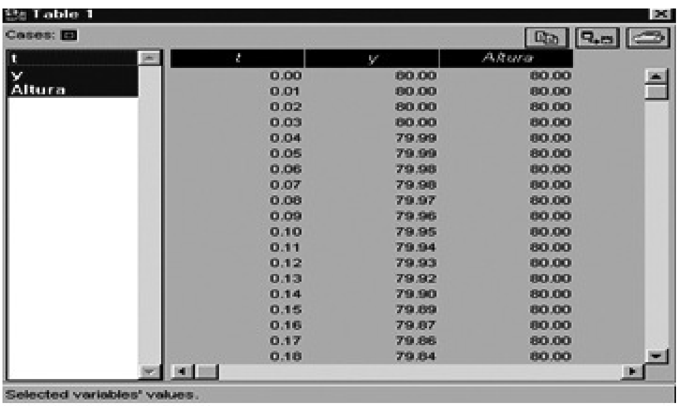


Figura 3 – Condições Iniciais do Modelo

Variando o valor de ***t*** em um determina intervalo de valores numéricos, podemos fazer ***y*** também variar, desta forma, chegamos a dinamicidade da resolução numérica do modelo matemático.



t	y	Altura
0.00	80.00	80.00
0.01	80.00	80.00
0.02	80.00	80.00
0.03	80.00	80.00
0.04	79.99	80.00
0.05	79.99	80.00
0.06	79.98	80.00
0.07	79.98	80.00
0.08	79.97	80.00
0.09	79.96	80.00
0.10	79.95	80.00
0.11	79.94	80.00
0.12	79.93	80.00
0.13	79.92	80.00
0.14	79.90	80.00
0.15	79.89	80.00
0.16	79.87	80.00
0.17	79.86	80.00
0.18	79.84	80.00

Figura 4 – Tabela de Valores Geradas no Software

Verificaremos o gráfico cartesiano gerado neste modelo, a partir das variáveis ***y*** x ***t*** desta situação:

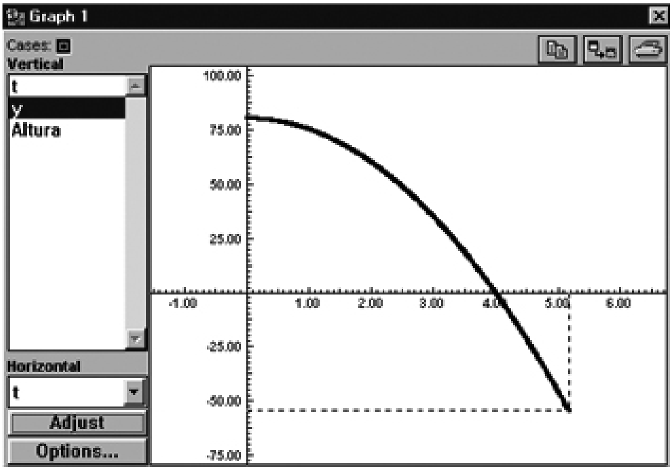


Figura 5 – Gráfico das Variáveis do Modelo y x t

Finalizaremos esta construção, realizando a simulação do fenômeno, a partir do modelo matemático implementado, construindo, portanto, uma animação no computador.

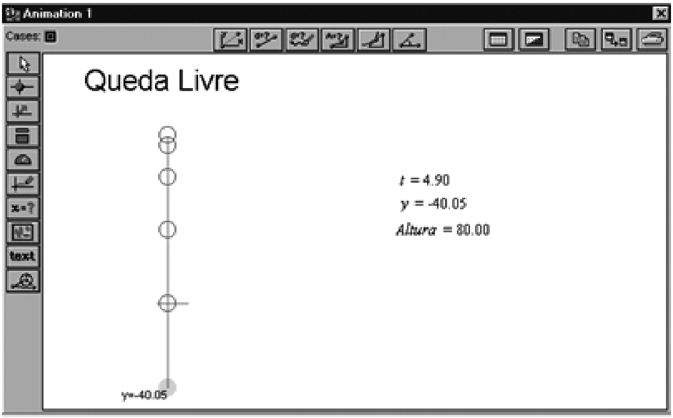


Figura 6 – Simulação Física do Modelo Gerado

Através deste exemplo, pode-se demonstrar simplificadamente, o processo de modelagem matemática no computador, passando por suas principais etapas de realização.

Objetivos da Pesquisa

Como objetivo geral desta pesquisa, temos:

- Analisar o uso da modelagem matemática computacional a partir do desenvolvimento de simulação utilizando *software* educativo e verificar sua viabilidade no processo de construção do conhecimento.

Dentre os objetivos específicos de pesquisa podemos destacar:

- Diagnosticar as crenças e percepções dos professores acerca do ensino de Física assistido por computador, assim como os limites e possibilidades desta ferramenta;
- Detectar as potencialidades do uso da modelagem matemática no processo de ensino e aprendizagem em Física;
- Subsidiar a prática do professor na construção de simulações computacionais utilizando os modelos matemáticos didáticos de Física do Ensino Fundamental e Médio.

Metodologia de Pesquisa

Esta pesquisa foi realizada em dois momentos distintos. Em um primeiro momento foram realizadas as atividades de modelagem matemática utilizando o computador onde se buscou verificar todas as possibilidades de simulação e modelização dos fenômenos abordados. No momento seguinte, realizamos uma pesquisa de campo, através de um experimento com professores do Colégio Militar de Fortaleza, para analisar como o professor verifica as potencialidades do uso desta nova ferramenta de auxílio em sala de aula.

Fundamentos Teóricos Utilizados Durante a Investigação

Os procedimentos teóricos e investigativos desta pesquisa tiveram como diretivas os princípios da pesquisa-ação com alicerce teórico-metodológico na Sequência Fedathi e na Engenharia Didática. Segundo Hugo & Seibel (1998) a pesquisa-ação "trata-se de pesquisas nas quais há uma ação deliberada de transformação da realidade, pois são pesquisas que possuem dois objetivos principais:" transformar a realidade e produzir conhecimentos relativos a essas transformações".

Uma vez que os pesquisadores atuam no cerne dessa investigação, garantindo o andamento das suas etapas, sendo também atores, valer-se-ão das técnicas de observação participante completa (OPC) de Adler (1998) e atendo-se a métodos qualitativos. Na OPC, o pesquisador ou está implicado desde o inicio, por que já era membro do grupo antes de começar a pesquisa ou ele se torna membro do grupo por convenção, por que provém de fora.

Sequência Fedathi e Engenharia Didática

A Sequência Fedathi é uma proposta teórico-metodológica, desenvolvida por Borges Neto (2001), que propõe que os conhecimentos matemáticos ou de outros saberes em sala de aula sejam ensinados pelo professor, baseados no desenvolvimento do trabalho científico de um matemático (a 'méthode’, do matemático francês René Descartes), articulando tais ideias com as concepções sobre mediação, baseadas nos pressupostos teóricos de Vygotsky (Santana & Borges Neto, 2003). Essa proposta tem como princípios, a realização de quatro estágios básicos que são: tomada de posição, maturação, solução e prova.

I. **Tomada de posição:** É a transposição didática de um problema matemático para o aluno. Não se trata de um enunciado, mas sim de um modo de mostrar o problema. É importante que todo o processo dependa da transposição didática. Também aqui é estabelecido o contrato didático da atividade com o aluno;
II. **Maturação:** É o desenvolvimento da atividade pelo aluno. Neste contexto, a postura didática do professor é a da não intervenção (pedagogia *mão-no-bolso*) ou intervenção programada para que o estudante possa pensar, tentar, errar e colaborar com seus colegas se for possível, pois matemática é uma atividade coletiva. A palavra “debruçamento” é oriunda do francês *débrouiller*, e o seu significado consiste em se “debruçar sobre um problema”, pensar, contextualizar e procurar compreender;
III. **Solução:** É a formalização e a confrontação matemática das ideias do(s) aluno(s). Trata-se do processo de sistematização e organização matemática; entretanto, a confrontação requer o uso de argumentos matemáticos por meio de contraexemplos locais e globais, conforme é exposto por Lakatos (1978). Se a solução do aluno apresentar problemas, retorna-se a **Maturação**; caso contrário, significa que a ativi-

dade foi solucionada a contento, que pode significar até um "não sei";

IV. **Prova:** Neste momento a solução proposta pelo aluno é formalizada, e as ideias são mais uma vez revisadas.

A Engenharia Didática é uma forma de trabalho didático semelhante a de um engenheiro, que quando da realização de um projeto, apoia-se em subsídios científicos de seu domínio, submetendo-se a um controle de tipo científico (Artigue, 1980). Segundo as palavras de Douady, a Engenharia Didática é...

> *Uma seqüência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor.* (MACHADO, 1993).

Na engenharia didática há quatro fases que permitem a concepção de uma seqüência de ensino são elas a *análise preliminar, análise a priori, experimentação* e *análise a posteriori*. Detalhadamente, pode-se dizer que:

- **Análise preliminar:** Consiste na análise epistemológica dos conteúdos que se pretende trabalhar no desenvolvimento dos materiais junto ao aluno. Neste contexto, são importantes os estudos sobre os processos educacionais desenvolvidos em classe (o meio, os instrumentos, a mediação do professor). Em suma, pretende-se dar subsídios ao desenvolvimento da análise *a priori*;

- **Análise a *priori*:** Consiste na preparação de sequências didáticas e do esquema experimental para a ação em classe, onde serão delimitadas variáveis de controle que possibilitem conhecer o que se pretende experimentar, no caso do projeto de pesquisa trata-se do processo de construção e elaboração de material e atividades;
- **Experimentação:** É a execução dos processos desenvolvidos na análise *a priori* e preliminar, ou seja, a realização de cursos pilotos em que se recorre a pesquisa-ação experimental em educação. Neste caso, deve-se observar o envolvimento dos professores e alunos através de filmagens desenvolvidas no decorrer do curso.
- **Análise a *posteriori*:** É a compreensão e a interpretação dos resultados da experimentação e seu objetivo é oferecer um *feedback* para o desenvolvimento de uma nova análise *a priori* para uma nova experimentação, concebendo o desenvolvimento das atividades como uma atualização dos processos em questão.

Pesquisa de Campo

O curso foi dividido em sessões, onde em cada uma delas buscava-se através das sequências didáticas elementos para análise. Os dados da pesquisa de campo foram coletados a partir de entrevistas semiestruturadas, observações e filmagens das ações do grupo durante as sessões do curso. As aulas foram ministradas no Laboratório de Informática da escola e divididas em 4 sessões, em que foram desenvolvidas as seguintes atividades:

1ª. Sessão:

Na sessão inicial do curso realizamos o Contrato Didático junto aos professores, onde definimos os principais objetivos, delimitamos o horário de realização das atividades e apresentamos as características da ferramenta computacional disponível. Nos momentos iniciais, também foram apresentadas as metodologias de trabalho envolvidas na postura do professor (Sequência Fedathi), assim como no planejamento de todo o conteúdo a ser desenvolvido durante a realização das sessões.

Na segunda parte dessa sessão desenvolvemos atividades de manipulação utilizando o *software Modellus*, onde realizou-se modelagem matemática de situações físicas simples, como por exemplo o movimento de uma partícula em linha reta.

Figura 7 – Grupo de Professores que Participaram do Experimento

Figura 8 – Apresentação das Metodologias aos Professores

Figura 9 – Proposição e Realização das Atividades de Modelagem

2ª. Sessão:

Na primeira etapa desta sessão, propomos aos professores que desenvolvessem atividades didáticas de Queda Livre utilizando o computador. As atividades foram elaboradas tomando como base livros didáticos do ensino médio que tratam do assunto. Através destes problemas analisamos a capacidade de transposição didática do professor em resolver problemas e apresentar suas soluções utilizando o computador. Esta atividade foi útil para que os professores envolvidos na pesquisa pudessem detectar as principais possibilidade e potencialidades do *software Modellus*, e o uso da simulação para o ensino. Durante a segunda parte dessa sessão, os professores realizaram simulações computacionais utilizando os modelos apresentados por eles para resolver os problemas anteriormente propostos.

3ª. Sessão:

Nesta sessão preparamos uma atividade problema para os professores, em que aplicamos a Sequência Fedathi. Os professores foram organizados em duplas e cada dupla por computador. Propomos que eles desenvolvessem um modelo e simulassem uma partícula em movimento circular. O problema foi apresentado de forma estruturada, através de uma ficha de atividade, que trazia as principais características físicas da situação. Além disso, utilizamos o recurso visual de um corpo em movimento circular em uma simulação no computador. Durante quase três horas, os professores foram levados ao desenvolvimento da equação que modelasse aquela situação e, por conseguinte gerasse a simulação proposta. Nesta fase de debruçamento do problema eles foram levados a utilizar a tecnologia do lápis e papel, onde buscavam analisar a situação criando um modelo que satisfizesse o problema e que ao mesmo tempo se adequasse a plataforma de simulação computacional utilizada, neste caso, o programa *Modellus*. Ao final desta sessão cada dupla de professor apresentou sua solução para a questão. Por fim, apresentamos a solução formalizada do problema, demonstrando duas funções que representavam exatamente a ideia deste modelo através da simulação computacional, levando ao professor refletir sobre as principais falhas em seu modelo, de tal forma a faze-lo repensar sobre o conhecimento físico a ser explorado em uma simulação através do computador.

4ª. Sessão:

Para a última sessão realizada, repetimos a experiência de aplicação da sequência didática anterior. Nesta sessão, solicitamos das duplas que desenvolvessem o modelo matemático de um pêndulo físico e realizassem sua simulação. Este problema foi apresentado utilizando a mesma ficha de atividade, onde descrevíamos a situação e suas principais características, assim como apresentamos o problema em uma simulação no computador. Novamente, os professores realizaram a etapa de resolução do problema e desenvolveram vários modelos parcialmente viáveis. Quando apresentamos a solução formalizada do problema e a interação dinâmica da atividade com o *software*, os mesmos corrigiram suas equações e desenvolveram a simulação corretamente.

Discussões e Resultados

Com a realização da modelagem matemática utilizando o computador verificou-se que é possível utilizar este recurso como estratégia de simulação científica de determinados fenômenos físicos, assim como seu uso pode colaborar no processo de aprendizagem de determinados conteúdos curriculares que possam ser modelados.

A realização em etapas do experimento de campo permitiu verificar facilmente o desenvolvimento das habilidades do corpo docente com relação ao uso do computador. A seguir, iremos apresentar as principais ações dos professores em cada sessão, que permitem compreender o processo de modelagem matemática utilizando o computador para o ensino de Física, destacando características e peculiaridades deste processo. Dentre as situações observadas, em cada sessão podemos destacar:

1ª. Sessão: durante esta sessão, verificou-se que o grupo de professores apresentou resistência quanto ao uso das metodologias propostas. Normalmente novas propostas metodológicas de trabalho apresentam-se como algo de difícil aceitação, principalmente pelo fato de exigir uma quebra das posturas tradicionalistas do professor em sala de aula. Durante a apresentação do *software*, houve inicialmente por parte do público dificuldade em manipular as janelas e os principais recursos disponíveis. Após algumas atividades, observou-se que estas dificuldades foram superadas.

2ª. Sessão: ao solucionarem os problemas propostos, os professores demonstraram facilidade em realizar as construções dos modelos. Acreditamos que este fato se deve ao domínio que os mesmos apresentam em relação as atividades oriundas de livros didáticos. Outro fator de destaque foi a realização das simulações propostas nas atividades elaboradas. Embora houvesse, por parte dos professores, pouco tempo de manipulação do programa, eles concretizaram as simulações dos eventos que ocorriam nas atividades utilizando o computador.

3ª. Sessão: nesta sessão, apresentamos uma situação que não se encontrava vinculada a problemas clássicos de Física. Utilizou-se a metodologia de trabalho, com o objetivo de aplicar a sequência didática proposta. Durante a apresentação da solução dos resultados por parte dos professores, observamos que os modelos desenvolvidos pelas duplas não apresentavam viabilidade quanto a elaboração da simulação. Acredita-se que esta falha se deve a dois fatores, são eles:

- a não formação dos professores em utilizar a tecnologia computacional a partir de modelos para gerar conhecimento, pois nas atividades transpostas do livro didático houver soluções viáveis, já nas atividades não tradicionais, o modelo desenvolvido não resolvia o problema proposto;
- a dificuldade encontrada pelos professores em manipular e simular modelos computacionais, que exigem um conhecimento diferenciado daquele trabalho em sala de aula.

4ª. Sessão: repetimos o experimento realizado na sessão anterior, em que novamente chegamos às mesmas conclusões da sessão anterior.

Considerações Finais

Através desta pesquisa pôde-se analisar o uso da modelagem computacional com atividades didáticas de simulação, utilizando *software* educativo e sua viabilidade de utilização no processo de construção do saber.

Detectamos como principais crenças e percepções dos professores acerca do ensino de Física assistido por computador, duas opiniões distintas: alguns professores acreditam que o uso do computador poderá apresentar-se como um instrumento de resolução de todos os problemas até hoje presentes no ensino de Física, enquanto outros consideram que esta ferramenta poderá dificultar o aprendizado de alguns conteúdos, devido a complexidade no manuseio dos *softwares*. Desta forma, percebe-se que não há por parte deles uma análise sobre as potencialidades e limites do uso da modelagem computacional no processo de ensino e aprendizagem.

Com as atividades propostas durante o experimento é possível perceber que o processo de modelagem e simulação matemática através do uso do computador poderá tornar-se uma alternativa de grande potencialidade para o ensino de ciência e para a construção do conhecimento no âmbito escolar. As atividades propostas durante o curso são apresentadas sobre uma sequência didática que pretende desenvolver a capacidade de construir conceitos e levar ao aluno a vivenciar as etapas de construção de uma equação, ou seja, comunicar seus resultados em forma de um modelo.

Acreditamos que este experimento realizado com professores demonstra que atividades bem estruturadas e o ensino assistido por computador constituem um meio didático para que os alunos passem a conhecer o papel estruturador da matemática na física, no qual uma função torna-se um mecanismo que descreve um fenômeno físico pertencente ao cotidiano. Desta forma, faz-se o aluno refletir sobre conceitos, fórmulas e equações desenvolvendo a capacidade de raciocinar criticamente sobre os conteúdos.

Outro aspecto relevante nesta pesquisa é a dificuldade do professor em utilizar a simulação computacional a partir dos modelos desenvolvidos na resolução dos problemas. Percebe-se que, embora os modelos estivessem corretamente resolvidos, ao serem levados ao computador não se adequaram as exigências dinâmicas do *software*. Isso se deve principalmente pelo fato de que, embora as maiorias dos professores envolvidas no experimento tenham domínio quanto aos conteúdos trabalhados durante a pesquisa, estes não apresentam conhecimento sobre o uso das novas tecnologias aplicadas ao ensino. Durante a pesquisa, através da observação dos depoimentos e relatos dos professores se constatou que essa deficiência se deve principalmente a dois fatores. O primeiro fator é de ordem cultural, pois a maior parte deles resistem quanto ao uso do computador aliado ao ensino, por apresentarem dificuldades quanto ao domínio tecnológico e as novas metodologias propostas. O outro fator é uma decorrência do primeiro, devido ao fato destes não terem formação específica quanto a manipulação desta nova ferramenta de auxílio em sala de aula.

Como possibilidade didática, o uso da simulação pode permitir o desenvolvimento de procedimentos dedutivos acerca de situações físicas. No entanto, ao professor cabe o processo de levar o conhecimento durante a preparação de atividades que possam gerar novas posturas ao aluno. Nesse aspecto, o refinamento da capacidade negociadora do professor, e o desenvolvimento de uma nova postura frente aos estudantes, é um exercício que requer confiança, mas ao mesmo tempo requer que o professor exercite o ato de não fazer, para que o aluno possa fazer em seu lugar. Quanto aos tipos de limitação decorrentes das situações vivenciadas durante a realização das atividades, podemos destacar:

Divergências quanto ao conceito de modelagem: a modelagem matemática é um processo que é realizado com a finalidade de desenvolver modelos matemáticos, geralmente a partir de equações diferenciais, para representar um determinado fenômeno. Já a modelagem computacional aplicada a educação, consiste em desenvolver ferramentas que representem de forma didática utilizando gráficos, tabelas e simulações um evento, a partir de modelos matemáticos que se apresentam em situações clássicas utilizadas pelos alunos. Ocorreram durante o curso divergências conceituais quanto ao termo modelagem por parte dos professores. Entretanto, não houve desvio dos objetivos didáticos estabelecidos para o estudo proposto.

Erros computacionais ou bugs: são situações decorrentes das limitações computacionais e/ou dos erros em procedimentos de programação, neste estudo foram identificados alguns desses bugs, como: limitação quanto a representação do valor zero, a presença de equações que apresentem sinal mais e menos simultaneamente, dentre outros.

Dificuldade em manipulação: são situações em que ocorre algum tipo de imperícia no manuseio de um comando ou janela que exige mais experiência ou habilidade. Devido a grande quantidade de janela e recursos disponíveis no *software Modellus*, este tipo de dificuldade ocorreu de forma frequente durante todo o experimento.

Referências

ANGOTTI, J. A. P. 1991. **Fragmentos e totalidades do conhecimento científico e no Ensino de Ciências**. Tese (Doutorado), São Paulo: Editora da USP. 190P.

ARTIGUE, M “Ingénierie didactique”. In: BRONCKART, J.P. (dirigée). 1996. *et al.* Didactique dês mathématiques – Textes de base em pédagogie. Delachaux et Niestlé S. A., Lausanne (Switzerland) Paris. 15, p. 84-120.

BASSANEZI, R. A. **Modelagem matemática**. Dynamis, Blumenau/SC, v.1, n.7, p.55-83, 1994.

BORGES NETO, H & SANTANA, J.R. A teoria de fedathi e sua relação com o intuicionismo e a lógica do descobrimento matemático no ensino, EPENN, 15, São Luis do Maranhão, 2001. 18P.

BUNGE, M. 1974. **Teoria e realidade**. São Paulo. Editora Perspectiva 197p.

CAMILETTI, G & FERRACIOLI, L.A Utilização da Modelagem Computacional Quantitativa no Aprendizado Exploratório em Física, **Cadernos do ModeLab**, n. 10, 2001. 12P.

DIENES, Z.P.; GOLDING, E.W. **Exploração do espaço e prática de medição**. São Paulo/SP: Herder, 40, p. 120-311, 1969.

KNELLER, G. **A ciência como atividade humana**. Rio de Janeiro: Zahar; São Paulo: EDUSP. p. 98-156, 1980.

SANTANA & BORGES NETO. **Seqüência Fedathi**: Uma proposta de mediação pedagógica na relação ensino/aprendizagem. Em J.G. Vasconcelos (Org.). Fortaleza-Ce: UFC. 52, p. 18-210, 2003.

TEODORO, V. D.; VIEIRA, J.P & CLÉRIGO, F.C. **Introdução ao Modellus**. Faculdade de Ciência e Tecnologia, Universidade de Nova Lisboa, Portugal. 2000. 237P.

SÉRIE DIÁLOGOS INTEMPESTIVOS

1. **Ditos (mau)ditos**. José Gerardo Vasconcelos; Antonio Germano Magalhães Junior e José Mendes Fonteles (Orgs.). 2001. 208p. 2001. ISBN: 85-86627-13-5.
2. **Memórias no plural**. José Gerardo Vasconcelos e Antonio Germano Magalhães Junior (Orgs.). 140p. 2001. ISBN: 85-86627-21-6.
3. **Trajetórias da juventude**. Maria Nobre Damasceno; Kelma Socorro Lopes de Matos e José Gerardo Vasconcelos (Orgs.). 112p. 2001. ISBN: 85-86627-22-4.
4. **Trabalho e educação face à crise global do capitalismo**. Enéas Arrais Neto; Manuel José Pina Fernandes e Sandra Cordeiro Felismino (Orgs.). 2002. 218p. ISBN: 85-86627-23-2.
5. **Um dispositivo chamado Foucault**. José Gerardo Vasconcelos e Antonio Germano Magalhães Junior (Orgs.). 120p. 2002. ISBN: 85-86627-24-0.
6. **Registros de pesquisa na educação**. Kelma Socorro Lopes de Matos e José Gerardo Vasconcelos (Orgs.). 2002. 216p. ISBN: 85-86627-25-9.
7. **Linguagens da história**. José Gerardo Vasconcelos e Antonio Germano Magalhães Junior (Orgs.). 2003. 154p. ISBN: 85-7564084-4.
8. **Esboços em avaliação educacional**. Brendan Coleman Mc Donald (Org.). 2003. 168p. ISBN: 85-7282-131-7.
9. **Informática na escola:** um olhar multidisciplinar. Edla Maria Faust Ramos; Marta Costa Rosatelli e Raul Sidnei Wazlawick (Orgs.). 2003. 135p. ISBN: 85-7282-130-9.
10. **Filosofia, educação e realidade**. José Gerardo Vasconcelos (Org.). 2003. 300p. ISBN: 85-7282-132-5.
11. **Avaliação:** Fiat Lux em Educação. Wagner Bandeira Andriola e Brendan Coleman Mc Donald (Orgs.). 2003. 212p. ISBN: 85-7282-136-8.
12. **Biografias, instituições, ideias, experiências e políticas educacionais**. Maria Juraci Maia Cavalcante e José Arimatea Barros Bezerra (Orgs.). 2003. 467p. ISBN: 85-7282-137-6.
13. **Movimentos sociais, educação popular e escola:** a favor da diversidade. Kelma Socorro Lopes de Matos (Org.). 2003. 312p. ISBN: 85-7282-138-4.
14. **Trabalho, sociabilidade e educação:** uma crítica à ordem do capital. Ana Maria Dorta de Menezes e Fábio Fonseca Figueiredo (Orgs.). 2003. 396p. ISBN: 85-7282-139-2.
15. **Mundo do trabalho:** debates contemporâneos. Enéas Arrais Neto, Elenice Gomes de Oliveira e José Gerardo Vasconcelos (Orgs.). 2004. 154p. ISBN: 85-7282-142-2.

16. **Formação humana:** liberdade e historicidade. Ercília Maria Braga de Olinda (Org.). 2004. 250p. ISBN: 85-7282-143-0.
17. **Diversidade cultural e desigualdade:** dinâmicas identitárias em jogo. Maria de Fátima Vasconcelos e Rosa Barros Ribeiro (Orgs.). 2004. 324p. ISBN: 85-7282-144-9.
18. **Corporeidade:** ensaios que envolvem o corpo. Antonio Germano Magalhães Junior e José Gerardo Vasconcelos (Orgs.). 2004. 114p. ISBN:85-7282-146-5.
19. **Linguagem e educação da criança**. Silvia Helena Vieira Cruz e Mônica Petralanda Holanda (Orgs.). 2004. 369p. ISBN:85-7282-149-X.
20. **Educação ambiental em tempos de semear**. Kelma Socorro Lopes de Matos e José Levi Furtado Sampaio (Orgs.). 2004. 203p. ISBN: 85-7282-150-3.
21. **Saberes populares e práticas educativas**. José Arimatea Barros Bezerra, Catarina Farias de Oliveira e Rosa Maria Barros Ribeiro (Orgs.). 2004. 186p. ISBN: 85-7282-162-7.
22. **Culturas, currículos e identidades**. Luiz Botelho de Albuquerque (Org.). 231p. ISBN: 85-7282-165-1.
23. **Polifonias:** vozes, olhares e registros na filosofia da educação. José Gerardo Vasconcelos, Andréa Pinheiro e Érica Atem (Orgs.) 274p. ISBN: 857282166-X.
24. **Coisas de cidade**. José Gerardo Vasconcelos e Shara Jane Holanda Costa Adad. ISBN: 85-7282-172-4.
25. **O caminho se faz ao caminhar**. Maria Nobre Damasceno e Celecina de Maria Vera Sales (Orgs.). 2005. 230p. ISBN: 85-7282-179-1.
26. **Artesania do saber:** tecendo os fios da educação popular. Maria Nobre Damasceno (Org.). 2005. 169p. ISBN: 85-7282-181-3.
27. **História da educação:** instituições, protagonistas e práticas. Maria Juraci Maia Cavalcante e José Arimatea Barros Bezerra. (Orgs.). 458p. ISBN: 85-7282-182-1.
28. **Linguagens, literatura e escola**. Sylvie Delacours-Lins e Sílvia Helena Vieira Cruz (Orgs.). 2005. 221p. ISBN: 85-7282-184-8.
29. **Formação humana e dialogicidade em Paulo Freire**. Maria Ercília Braga de Olinda e João Batista de A. Figueiredo (Orgs.). 2006. ISBN: 85-7282-186-4.
30. **Currículos contemporâneos:** formação, diversidade e identidades em transição. Luiz Botelho Albuquerque (Org.). 2006. ISBN: 85-7282-188-0.
31. **Cultura de paz, educação ambiental e movimentos sociais**. Kelma Socorro Lopes de Matos (Org.). 2006. ISBN: 85-7282-189-9.
32. **Movimentos sociais, educação popular e escola:** a favor da diversidade II. Sylvio de Sousa Gadelha e Sônia Pereira Barreto (Orgs.). 2006. 172p. ISBN: 85-7282-192-9.

33. **Entretantos:** diversidade na pesquisa educacional. José Gerardo Vasconcelos, Emanoel Luís Roque Soares e Isabel Magda Said Pierre Carneiro (Orgs.). ISBN: 85-7282-194-5.
34. **Juventudes, cultura de paz e violências na escola**. Maria do Carmo Alves do Bomfim e Kelma Socorro Lopes de Matos (Orgs.). 2006. 276p. ISBN: 85-7282-204-6.
35. **Diversidade sexual:** perspectivas educacionais. Luís Palhano Loiola. 183p. ISBN: 85-7282-214-3.
36. **Estágio nos cursos tecnológicos:** conhecendo a profissão e o profissional. Gregório Maranguape da Cunha, Patrícia Helena Carvalho Holanda, Cristiano Lins de Vasconcelos (Orgs.). 93p. ISBN: 85-7282-215-1.
37. **Jovens e crianças:** outras imagens. Kelma Socorro Lopes de Matos, Shara Jane Holanda Costa Adad e Maria Dalva Macedo Ferreira (Orgs.). 221p. ISBN: 85-7282-219-4.
38. **História da educação no Nordeste brasileiro**. José Gerardo Vasconcelos e Jorge Carvalho do Nascimento (Orgs.). 2006. 193p. ISBN: 85-7282-220-8.
39. **Pensando com arte**. José Gerardo Vasconcelos e José Albio Moreira de Sales (Orgs.). 2006. 212p. ISBN: 85-7282-221-6.
40. **Educação, política e modernidade**. José Gerardo Vasconcelos e Antonio Paulino de Sousa (Orgs.). 2006. 209p. ISBN: 978-85-7282-231-2.
41. **Interfaces metodológicas na história da educação**. José Gerardo Vasconcelos, Raimundo Elmo de Paula Vasconcelos Júnior, Zuleide Fernandes de Queiroz e José Edvar Costa de Araújo (Orgs.). 2007. 286p. ISBN: 978-85-7282-232-9.
42. **Práticas e aprendizagens docentes**. Ercília Maria Braga de Olinda e Dorgival Gonçalves Fernandes (Orgs.). 2007. 196p. ISBN 978.85-7282.246-6.
43. **Educação ambiental dialógica:** as contribuições de Paulo Freire e as representações sociais da água em cultura sertaneja nordestina. João B. A. Figueiredo. 2007. 385p. ISBN: 978-85-7282-245-9.
44. **Espaço urbano e afrodescendência:** estudos da espacialidade negra urbana para o debate das políticas públicas. Henrique Cunha Júnior e Maria Estela Rocha Ramos (Orgs.). 2007. 209. ISBN: 978-85-7282-259-6.
45. **Outras histórias do Piauí**. Roberto Kennedy Gomes Franco e José Gerardo Vasconcelos. 2007. 197p. ISBN: 978-85-7282-263-3.
46. **Estágio supervisionado:** questões da prática profissional. Gregório Maranguape da Cunha, Patrícia Helena Carvalho Holanda e Cristiano Lins de Vasconcelos (Orgs.). 2007. 163p. ISBN: 978-85-7282-265-7.
47. **Alienação, trabalho e emancipação humana em Marx**. Jorge Luís de Oliveira. 2007. 291p. ISBN: 978-85-7282-264-0.

48. **Modo de brincar, lembrar e dizer:** discursividade e subjetivação. Maria de Fátima Vasconcelos da Costa, Veriana de Fátima Rodrigues Colaço e Nelson Barros da Costa (Orgs.). 2007. 347p. ISBN: 978.85-7282-267-1.
49. **De novo ensino médio aos problemas de sempre:** entre marasmos, apropriações e resistências escolares. Jean Mac Cole Tavares Santos. 2007. 270p. ISBN: 978.85-7282-278-7.
50. **Nietzscheanismos**. José Gerardo Vasconcelos, Cellina Muniz e Roberto Kennedy Gomes Franco (Orgs.). 2008. 150p. ISBN: 978.85-7282-277-0.
51. **Artes do existir:** trajetórias de vida e formação. Ercília Maria Braga de Olinda e Francisco Silva Cavalcante Júnior (Orgs.). 2008. 353p. ISBN: 978-85-7282-269-5.
52. **Em cada sala um altar, em cada quintal uma oficina:** o tradicional e o novo na história da educação tecnológica no Cariri cearense. Zuleide Fernandes de Queiroz (Org.). 2008. 403p. ISBN: 978-85-7282-280-0.
53. **Instituições, campanhas e lutas:** história da educação especial no Ceará. Vanda Magalhães Leitão. 2008. 169p. ISBN: 978-85-7282-281-7.
54. **A pedagogia feminina das casas de caridade do padre Ibiapina.** Maria das Graças de Loiola Madeira. 2008. 391p. ISBN: 978-85-7282-282-4.
55. **História da educação — vitrais da memória:** lugares, imagens e práticas culturais. Maria Juraci Maia Cavalcante, Zuleide Fernandes de Queiroz, Raimundo Elmo de Paula Vasconcelos Júnior e José Edvar Costa de Araujo (Orgs.). 2008. 560p. ISBN: 978-85-7282-284-8.
56. **História educacional de Portugal:** discurso, cronologia e comparação. Maria Juraci Maia Cavalcante. 2008. 342p. ISBN: 978-85-7282-283-1.
57. **Juventudes e formação de professores:** o ProJovem em Fortaleza. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos e Paulo Roberto de Sousa Silva (Orgs.). 2008. 198p. ISBN: 978-85-7282-295-4.
58. **História da educação:** arquivos, documentos, historiografia, narrativas orais e outros rastros. José Arimatea Barros Bezerra (Org.). 2008. 276p. ISBN: 978-85-7282-285-5.
59. **Educação:** utopia e emancipação. Casemiro de Medeiros Campos. 2008. 104p. ISBN: 978-85-7282-305-0.
60. **Entre línguas:** movimentos e mistura de saberes. Shara Jane Holanda Costa Adad, Ana Cristina Meneses de Sousa Brandim e Maria do Socorro Rangel (Orgs.). 2008. 202p. ISBN: 978-85-7282-306-7.
61. **Reinventar o presente:** . . . pois o amanhã se faz com a transformação do hoje. Reinaldo Matias Fleuri. 2008. 76p. ISBN: 978-85-7282-307-4.
62. **Cultura de paz:** do Conhecimento à Sabedoria. Kelma Socorro Lopes de Matos, Verônica Salgueiro do Nascimento e Raimundo Nonato Júnior (Orgs.) 2008. 260p. ISBN: 978-85-7282-311-1.

63. **Educação e afrodescendência no Brasil**. Ana Beatriz Sousa Gomes e Henrique Cunha Júnior (Orgs.). 2008. 291p. ISBN: 978-85-7282-310-4.
64. **Reflexões sobre a fenomenologia do espírito de Hegel**. Eduardo Ferreira Chagas, Marcos Fábio Alexandre Nicolau e Renato Almeida de Oliveira (Orgs.). 2008. 285p. ISBN: 978-85-7282-313-5.
65. **Gestão escolar:** saber fazer. Casemiro de Medeiros Campos e Milena Marcintha Alves Braz (Orgs.). 2009. 166p. ISBN: 978-85-7282-316-6.
66. **Psicologia da educação:** teorias do desenvolvimento e da aprendizagem em discussão. Maria Vilani Cosme de Carvalho e Kelma Socorro Alves Lopes de Matos (Orgs.). 2008. 241p. ISBN: 978-85-7282-322-7.
67. **Educação ambiental e sustentabilidade**. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos (Org.). 2008. 210p. ISBN: 978-85-7282-323-4.
68. **Projovem:** experiências com formação de professores em Fortaleza. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos (Org.). 2008. 214p. ISBN: 978-85-7282-324-1.
69. **A filosofia moderna**. Antonio Paulino de Sousa e José Gerardo Vasconcelos (Orgs.). 2008. 212p. ISBN: 978-85-7282-314-2.
70. **Formação humana e dialogicidade em Paulo Freire II:** reflexões e possibilidades em movimento. João B. A. Figueiredo e Maria Eleni Henrique da Silva (Orgs.). 2009. 189p. ISBN: 978-85-7282-312-8.
71. **Letramentos na Web:** Gêneros, Interação e Ensino. Júlio César Araújo e Messias Dieb (Orgs.). 2009. 286p. ISBN: 978-85-7282-328-9.
72. **Marabaixo, dança afrodescendente:** Significando a Identidade Étnica do Negro Amapaense. Piedade Lino Videira. 2009. 274p. ISBN: 978-85-7282-325-8.
73. **Escolas e culturas:** políticas, tempos e territórios de ações educacionais. Maria Juraci Maia Cavalcante, Raimundo Elmo de Paula Vasconcelos Júnior, José Edvar Costa de Araujo e Zuleide Fernandes de Queiroz (Orgs.). 2009. 445p. ISBN: 978-85-7282-333-3.
74. **Educação, saberes e práticas no Oeste Potiguar**. Jean Mac Cole Tavares Santos e Zacarias Marinho. (Orgs.). 2009. 225p. ISBN: 978-85-7282-342-5.
75. **Labirintos de clio:** práticas de pesquisa em História. José Gerardo Vasconcelos, Samara Mendes Araújo Silva e Raimundo Nonato Lima dos Santos. (Orgs.). 2009. 171p. ISNB: 978-85-7282-354-8.
76. **Fanzines:** autoria, subjetividade e invenção de si. Cellina Rodrigues Muniz. (Org.). 2009. 139p. ISBN: 978-85-7282-366-1.
77. **Besouro cordão de ouro:** o capoeira justiceiro. José Gerardo Vasconcelos. 2009. 109p. ISBN: 978-85-7282-362-3.
78. **Da teoria à prática:** a escola dos sonhos é possível. Adelar Hengemuhle, Débora Lúcia Lima Leite Mendes, Casemiro de Medeiros Campos (Orgs.). 2010. 167p. ISBN: 978-85-7282-363-0.
79. **Ética e cidadania:** educação para a formação de pessoas éticas. Márie dos Santos Ferreira e Raphaela Cândido (Orgs.). 2010. 115p. ISBN: 978-85-7282-373-9.

80. **Qualidade de vida na infância:** visão de alunos da rede pública e privada de ensino. Lia Machado Fiuza Fialho e Maria Teresa Moreno Valdés. 2009. 113p. ISBN: 978-85-7282-369-2.
81. **Federalismo cultural e sistema nacional de cultura:** contribuição ao debate. Francisco Humberto Cunha Filho. 2010. 155p. ISBN: 978-85-7282-378-4.
82. **Experiências e diálogos em educação do campo**. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos, Carmen Rejane Flores Wizniewsky, Ane Carine Meurer e Cesar De David (Orgs.) 2010. 129p. ISBN: 978-85-7282-377-7.
83. **Tempo, espaço e memória da educação:** pressupostos teóricos, metodológicos e seus objetos de estudo. José Gerardo Vasconcelos, Raimundo Elmo de Paula Vasconcelos Júnior, José Edvar Costa de Araújo, José Rogério Santana, Zuleide Fernandes de Queiroz e Ivna de Holanda Pereira (Orgs.). 2010. 718p. ISBN: 978-85-7282-385-2.82.
84. **Os Diferentes olhares do cotidiano profissional**. Cassandra Maria Bastos Franco, José Gerardo Vasconcelos e Patrícia Maria Bastos Franco. 2010. 275p. ISBN: 978-85-7282-381-4.
85. **Fontes, métodos e registros para a história da educação**. José Gerardo Vasconcelos, José Rogério Santana, Raimundo Elmo de Paula Vasconcelos Júnior e Francisco Ari de Andrade (Orgs.) 2010. 221p. ISBN: 978-85-7282-383-8.
86. **Temas educacionais:** uma coletânea de artigos. Luís Távora Furtado Ribeiro e Marco Aurélio de Patrício Ribeiro. 2010. 261p. ISBN: 978-85-7282-389-0.
87. **Educação e diversidade cultural**. Maria do Carmo Alves do Bomfim, Kelma Socorro Alves Lopes de Matos, Ana Beatriz Sousa Gomes e Ana Célia de Sousa Santos. 2009. 463p. ISBN: 978-85-7282-376-0.
88. **História da educação:** nas trilhas da pesquisa. José Gerardo Vasconcelos, José Rogério Santana, Raimundo Elmo de Paula Vasconcelos Júnior e Francisco Ari de Andrade (Orgs.) 2010. 239p. ISBN: 978-85-7282-384-5.
89. **Artes do fazer:** trajetórias de vida e formação. Ercília Maria Braga de Olinda (Org.). 2010. 335p. ISBN: 978-85-7282-398-2.
90. **Lápis, agulhas e amores:** história de mulheres na contemporaneidade. José Gerardo Vasconcelos, Samara Mendes Araújo Silva, Cassandra Maria Bastos Franco e José Rogério Santana (Orgs.) 2010. 327p. ISBN: 978-85-7282-395-1.
91. **Cultura de paz, ética e espiritualidade**. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos e Raimundo Nonato Junior (Orgs.). 2010. 337p. ISBN: 978-85-7282-403-3.
92. **Educação ambiental e sustentabilidade II**. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos (Org.). 2010. 241p. ISBN: 978-85-7282-407-1.
93. **Ética e as reverberações do fazer.** Kleber Jean Matos Lopes, Emílio Nolasco de Carvalho e Kelma Socorro Alves Lopes de Matos (Orgs.). 2011. 205p. ISBN: 978-85-7282-424-8.

94. **Contrapontos:** democracia, república e constituição no Brasil**.** Filomeno Moraes. 2010. 205p. ISBN: 978-85-7282-421-7.
95. **Paulo Freire:** teorias e práticas em educação popular — escola pública, inclusão, humanização (Org.). 2011. 241p. ISBN: 978-85-7282-419-4.
96. **Formação de professores e pesquisas em educação:** teorias, metodologias, práticas e experiências docentes. Francisco Ari de Andrade e Jean Mac Cole Tavares Santos (Orgs.). 2011. 307p. ISBN: 978-85-7282-427-9.
97. **Experiências de avaliação curricular:** possibilidades teórico-práticas. Meirecele Caliope Leitinho e Patrícia Helena Carvalho Holanda (Orgs.). 2011. 208p. ISBN: 978-85-7282-437-8.
98. **Elogio do cotidiano:** educação ambiental e a pedagogia silenciosa da caatinga no sertão piauiense. Sádia Gonçalves de Castro (Orgs.). 2011. 243p. ISBN: 978-85-7282-438-6.
99. **Recortes das sexualidades**. Adriano Henrique Caetano Costa, Alexandre Martins Joca e Francisco Pedrosa Ramos Xavier Filho (Orgs.). 2011. 214p. ISBN: 978-85-7282-444-6.
100. **O Pensamento pedagógico hoje**. José Gerardo Vasconcelos e José Rogério Santana (Orgs.). 2011. 187p. ISBN: 978-85-7282-428-6.
101. **Inovações, cibercultura e educação**. José Rogério Santana, José Gerardo Vasconcelos, Vania Marilande Ceccatto, Francisco Herbert Lima Vasconcelos e Júlio Wilson Ribeiro (Orgs.). 2011. 301p. ISBN: 978-85-7282-429-3.
102. **Tribuna de vozes**. José Gerardo Vasconcelos, Renata Rovaris Diorio e Flávio José Moreira Gonçalves (Orgs.). 2011. 530p. ISBN: 978-85-7282-446-0.
103. **Bioinformática, ciências biomédicas e educação**. José Rogério Santana, Lia Machado Fiuza Fialho, Francisco Fleury Uchoa Santos Júnior, Vânia Marilande Ceccatto (Orgs.). 2011. 277p. ISBN: 978-85-7282-450-7.
104. **Dialogando sobre metodologia científica**. Helena Marinho, José Rogério Santana e (Orgs.). 2011. 165p. ISBN: 978-85-7282-463-7.
105. **Cultura, educação, espaço e tempo**. Raimundo Elmo de Paula Vasconcelos Júnior, José Gerardo Vasconcelos, José Rogério Santana, Keila Andrade Haiashida, Lia Machado Fiuza Fialho, Rui Martinho Rodrigues e Francisco Ari de Andrade (Orgs.). 2011. 743p. ISBN: 978-85-7282-453-8
106. **Artefatos da cultura negra no Ceará**. Henrique Cunha Júnior, Joselina da Silva e Cicera Nunes (Orgs.). 2011. 283p. ISBN: 978-85-7282-464-4.
107. **Espaços e tempos de aprendizagens:** geografia e educação na cultura. Stanley Braz de Oliveira, Raimundo Elmo de Paula Vasconcelos Júnior, José Gerardo Vasconcelos e Márcio Iglésias Araújo Silva (Orgs.). 2011. 157p. ISBN: 978-85-7282-483-5.
108. **Muitas histórias, muitos olhares:** relatos de pesquisas na história da educação. José Rogério Santana, José Gerardo Vasconcelos, Gablielle Bessa Pereira Maia e Lia Machado Fiuza Fialho (Orgs.). 2011. 339p. ISBN 978-85-7282-466-8.

109. Imagem, memória e educação. José Rogério Santana, José Gerardo Vasconcelos, Lia Machado Fiuza Fialho, Cibelle Amorim Martins e Favianni da Silva (Orgs.). 2011. 322p. ISBN: 978-85-7282-480-4.

110. Corpos de rua: cartografia dos saberes Juvenis e o Sociopoetizar dos Desejos dos Educadores. Shara Jane Holanda Costa Adad. 2011. 391p. ISBN: 978-85-7282-447-7.

111. Barão e o prisioneiro: biografia e história de vida em debate. Charliton José dos Santos Machado, Raimundo Elmo de Paula Vasconcelos Júnior e José Gerardo Vasconcelos. 2011. 76p. ISBN: 978-85-7282-475-0.

112. Cultura de paz, ética e espiritualidade II. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos (Org.). 2011. 363p. ISBN: 978-85-7282-481-1.

113. Educação ambiental e sustentabilidade III. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos (Org.). 2011. 331p. ISBN: 978-85-7282-484-2.

114. Diálogos em educação ambiental. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos e José Levi Furtado Sampaio (Org.). 2012. 350p. ISBN: 978-85-7282-488-0.

115. Artes do sentir: trajetórias de vida e formação. Ercília Maria Braga de Olinda (Org.). 2011. 406p. ISBN: 978-85-7282-490-3.

116. Milagre, martírio, protagonismo da tradição religiosa popular de Juazeiro: padre Cícero, beata Maria de Araújo, romeiros/as e romarias. Luis Eduardo Torres Bedoya (Org.). 2011. 189p. ISBN: 978-85-7282-462-0.91.

117. Formação humana e dialogicidade III: encantos que se encontram nos diálogos que acompanham Freire. João Batista de Oliveira Figueiredo e Maria Eleni Henrique da Silva (Orgs.). 2012. 212p. ISBN: 978-85-7282-454-5.

118. As contribuições de Paramahansa Yogananda à educação ambiental. Arnóbio Albuquerque. 2011. 233p. ISBN: 978-85-7282-456-9.

119. Educação brasileira em múltiplos olhares. Francisco Ari de Andrade, Antonia Rozimar Machado e Rocha, Janote Pires Marques e Helena de Lima Marinho Rodrigues Araújo. 2012. 326p. ISBN: 978-85-7282-499-6.

120. Educação musical: campos de pesquisa, formação e experiências. Luiz Botelho Albuquerque e Pedro Rogério (Orgs.). 2012. 296p. ISBN: 978-7282-505-4.

121. A questão da prática e da teoria na formação do professor. Ada Augusta Celestino Bezerra, Marilene Batista da Cruz Nascimento e Edineide Santana (Orgs.). 2012. 218p. ISBN: 978-7282-503-0.

122. História da educação: real e virtual em debate. José Gerardo Vasconcelos, José Rogério Santana. Lia Machado Fiuza Fialho. (Orgs.). 2012. 524p. ISBN: 978-85-7282-509-2.

123. Educação: perspectivas e reflexões contemporâneas. Alice Nayara dos Santos, Ana Paula Vasconcelos de Oliveira Tahim e Gabrielle Silva Marinho (Orgs.). 2012. 191p. ISBN: 978-85-7282-491-0.

124. **Úlceras por pressão:** uma Abordagem Multidisciplinar. Miriam Viviane Baron, José Rogério Santana, Cristine Brandenburg, Lia Machado Fiuza Fialho e Marcelo Carneiro (Orgs.). 2012 315p. ISBN: 978-85-7282-489-7.
125. **Somos todos seres muito especiais:** uma análise psico-pedagógica da política de educação inclusiva. Ada Augusta Celestino Bezerra e Maria Auxiliadora Aragão de Souza. 2012. 183p. ISBN: 978-85-7282-517-7.
126. **Memórias de Baobá**. Sandra Haydée Petit e Geranilde Costa e Silva (Orgs.). 2012. 281p. ISBN: 978-85-7282-501-6.
127. **Caldeirão:** saberes e práticas educativas. Célia Camelo de Sousa e Lêda Vasconcelos Carvalho. 2012. 135p. ISBN: 978-85-7282-521-4.
128. **As Redes sociais e seu impacto na cultura e na educação do século XXI**. Ronaldo Nunes Linhares, Simone Lucena, e Andrea Versuti (Orgs.). 2012. 369p. ISBN: 978-85-7282-522-1.
129. **Corpografia:** multiplicidades em fusão. Shara Jane Holanda Costa Adad e Francisco de Oliveira Barros Júnior (Orgs.). 2012. 417p. ISBN: 978-85-7282-527-6.
130. **Infância e instituições educativas em Sergipe**. Miguel André Berger (Org.). 2012. 203p. ISBN: 978-85-7282-519-1.
131. **Cultura de paz, ética e espiritualidade III**. Kelma Socorro Alves Lopes de Matos (Org.). 2012. 441p. ISBN: 978-85-7282-530-6.
132. **Imprensa, impressos e práticas educativas:** estudos em história da educação. Miguel André Berger e Ester Fraga Vilas-Bôas Carvalho do Nascimento (Orgs.). 2012. 333p. ISBN: 978-85-7282-531-3.
133. **Proteção do patrimônio cultural brasileiro por meio do tombamento:** estudo crítico e comparado das legislações estaduais — Organizadas por Regiões. Francisco Humberto Cunha Filho (Org.). 2012. 183p. ISBN: 978-85-7282-535-1.
134. **Afro arte memórias e máscaras**. Henrique Cunha Junior e Maria Cecília Felix Calaça (Orgs.). 2012. 91p. ISBN: 978-85-7282-439-2.
135. **Educação musical em todos os sentidos**. Luiz Botelho Albuquerque e Pedro Rogério (Orgs.). 2012. 300p. ISBN: 978-7282-559-7.
136. **Africanidades Caucaienses**: saberes, conceitos e sentimentos. Sandra Haydée Petit e Geranilde Costa e Silva (Orgs.). 2012. 206p. ISBN: 978-85-7282-439-2.
137. **Batuques, folias e ladainhas [manuscrito]**: a cultura do quilombo do cria-ú em Macapá e sua educação. Piedade Lino Videira. 2012. 399p. ISBN: 978-85-7282-536-8.
138. **Conselho escolar**: processos, mobilização, formação e tecnologia. Francisco Herbert Lima Vasconcelos, Swamy de Paula Lima Soares, Cibelle Amorim Martins, Cefisa Maria Sabino Aguiar (Orgs.). 2013. 370p. ISBN: 978-85-7282-563-4.

139. **Sindicalismo sem Marx:** a CUT como espelho. Jorge Luís de Oliveira. 2013. 570p. ISBN: 978-85-7282-572-6.

140. **Catharina Moura e o Feminismo na Parahyba do Norte:** processos, mobilização, formação e tecnologia. Charliton José dos Santos Machado, Maria Lúcia da Silva Nunes e Márcia Cristiane Ferreira Mendes (Autores). 2013. 131p. ISBN: 978-85-7282-574-0.

141. **Sequência Fedathi**: uma proposta pedagógica para o ensino de matemática e ciências. Francisco Edisom Eugenio de Sousa, Francisco Herbert Lima Vasconcelos, Hermínio Borges Neto, et al. (organizadores). 2013. 184p. ISBN: 978-85-7282-573-3.