



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CAMPUS DE SOBRAL  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**LEONARDO PONTE FERREIRA GOMES FILHO**

**MÉTODO ANALÍTICO PARA O CÁLCULO DE INDUTÂNCIAS DA MÁQUINA DE  
RELUTÂNCIA VARIÁVEL DE FLUXO AXIAL COM NÚCLEO EM C**

**SOBRAL  
2018**

LEONARDO PONTE FERREIRA GOMES FILHO

MÉTODO ANALÍTICO PARA O CÁLCULO DE INDUTÂNCIAS DA MÁQUINA DE  
RELUTÂNCIA VARIÁVEL DE FLUXO AXIAL COM NÚCLEO EM C

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do  
Campus de Sobral da Universidade Federal do  
Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau  
bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dra. Vanessa Siqueira de  
Castro Teixeira.

SOBRAL

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

G615m Gomes Filho, Leonardo]Ponte Ferreira.  
Método analítico para o cálculo de indutâncias de máquina de relutância variável com núcleo em C /  
Leonardo]Ponte Ferreira Gomes Filho. – 2018.  
57 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Sobral,  
Curso de Engenharia Elétrica, Sobral, 2018.

Orientação: Profa. Dra. Vanessa Siqueira de Castro Teixeira.

1. Máquinas Elétricas. 2. Método Analítico. I. Título.

CDD 621.3

---

LEONARDO PONTE FERREIRA GOMES FILHO

MÉTODO ANALÍTICO PARA O CÁLCULO DE INDUTÂNCIAS DA MÁQUINA DE  
RELUTÂNCIA VARIÁVEL DE FLUXO AXIAL COM NÚCLEO EM C

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do  
Campus de Sobral da Universidade Federal do  
Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau  
bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dra. Vanessa Siqueira de Castro Teixeira (Orientadora)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. PhD. Marcus Rogério de Castro  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Adson Bezerra Moreira  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Aos meus pais, Leonardo e Jaquelina, por todo  
esforço e dedicação.

## AGRADECIMENTOS

A Deus.

Aos meus pais, Leonardo e Jaquelina, por todo amor e ensinamentos que me proporcionaram.

À minha orientadora, professora Dra. Vanessa Teixeira, por seu empenho e dedicação durante esta jornada.

Às minhas irmãs, Roseli e Manoelise, por todo apoio e incentivo.

À minha namorada, Lara Silva, por todo amor, companheirismo e por cada momento ao meu lado.

Ao meu cunhado Olivar, pelas conversas, conselhos e momentos de distração.

À minha amiga Lygia Matos, companheira de laboratório da UFC.

Aos amigos Thiago, Igor, Raul, Tâmella, Lurdinha e Najara, que sempre estiveram presentes em minha vida.

Aos meus amigos e companheiros de saída Ana Célia, Luiza e Zezé, essenciais nessa etapa da minha vida.

“Se eu vi mais longe, foi por estar sobre ombros  
de gigantes.” (NEWTON, I.)

## RESUMO

As máquinas de relutâncias variável são consideradas as máquinas elétricas mais simples quanto à sua construção, apresentando baixo custo de manutenção e alta densidade de potência. No entanto, esta trabalha sob condição de alta saturação, o que dificulta sua modelagem. Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de investigação sobre o projeto de máquinas de relutância variável de fluxo axial. Um método analítico para o cálculo da indutância nas posições alinhada e desalinhada é apresentado com base no circuito magnético equivalente obtido a partir das dimensões da máquina. Além disso, um método para obtenção da densidade de fluxo magnético é mostrado. A partir da curva de magnetização do material é obtido uma equação que relacione  $B = f(H)$ . Atualmente métodos computacionais para esse cálculo são utilizados, no entanto é necessário alto tempo de processamento para obter resultados desejáveis além de, geralmente, os softwares utilizados apresentarem alto custo de aquisição. Dessa forma, espera-se que esse trabalho contribua para o estímulo da produção científica na área de máquinas elétricas, tornando mais abrangente o projeto e a análise de MRV-C.

**Palavras-chave:** Máquinas Elétricas. Gerador de Relutância Variável. Método Analítico.

## ABSTRACT

Switched reluctance machines are considered the simplest electrical machines in terms of their construction, low maintenance cost and high power density. However, it works under conditions of high saturation, which makes its modeling difficult. This work aims to present a research proposal on the design of axial flow variable reluctance machines. An analytical method is presented for the calculation of the inductance in the aligned and unaligned positions based on the equivalent magnetic circuit obtained from the dimensions of the machine. In addition, a method for obtaining the magnetic flux density is shown. From the magnetization curve of the material an equation is obtained which relates  $B = f(H)$ . Currently, computational methods are used for this calculation, however, it requires a high processing time to obtain desirable results, and generally the software used has a high acquisition cost. Thus, it is expected that this work will contribute to the stimulation of scientific production in the area of electrical machines, making MRV-C design and analysis more comprehensive.

**Keywords:** Electric Machines. Switched Reluctance Generator. Analytical Method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Fluxo energético da máquina elétrica .....	19
Figura 2	– CEE da MRV para uma fase .....	20
Figura 3	– Vista de MRV-C 12/8 polos .....	23
Figura 4	– Posições relevantes da MRV-C .....	23
Figura 5	– Perfil de indutância da MRV-C .....	24
Figura 6	– Posição alinhada .....	25
Figura 7	– CME na posição alinhada .....	26
Figura 8	– Dimensões do Estator .....	26
Figura 9	– Seção transversal do estator .....	27
Figura 10	– Curva de magnetização .....	27
Figura 11	– Dimensões do Rotor .....	29
Figura 12	– Efeito de espraçamento .....	30
Figura 13	– CME na posição alinhada considerando o efeito de espraçamento .....	31
Figura 14	– Linhas de fluxo no entreferro (espraçamento) .....	31
Figura 15	– Posição Desalinhada .....	35
Figura 16	– CME completo na posição desalinhada .....	35
Figura 17	– CME simplificado na posição desalinhada .....	36
Figura 18	– Linhas de Fluxo da Relutância $R_{pp}$ .....	37
Figura 19	– Linhas de Fluxo da Relutância de espraçamento na posição desalinhada .....	38
Figura 20	– Linhas de Fluxo da Relutância de polo a cubo 1 .....	39
Figura 21	– Linhas de Fluxo da Relutância de polo a cubo 2 .....	40
Figura 22	– Linhas de Fluxo da Relutância de polo a cubo 3 .....	40
Figura 23	– Relutância equivalente $R_1$ .....	41
Figura 24	– Relutância equivalente $R_2$ .....	42

Figura 25 – Relutância equivalente $R_3$ .....	43
Figura 26 – Relutância equivalente $R_4$ .....	43
Figura 27 – Equivalência entre as relutâncias do CME na posição desalinhada .....	44

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Curva de Magnetização do Steel DR5 10-50 .....	46
--	----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros dos 3 Geradores .....	45
Tabela 2 – Pontos da Curva de Magnetização do Steel DR5 10-50 .....	47
Tabela 3 – Indutância na Posição Alinhada com espraçamento .....	48
Tabela 4 – Comparação das simulações com o modelo analítico na posição alinhada ....	49
Tabela 5 – Indutância do gerador 1 em vários pontos de operação .....	49
Tabela 6 – Indutância na Posição Alinhada (com e sem efeito de espraçamento) .....	50
Tabela 7 – Indutância na Posição Desalinhada .....	51
Tabela 8 – Comparação das simulações com o modelo analítico na posição alinhada ....	51

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

CEE	Circuito Elétrico Equivalente
CME	Circuito Magnético Equivalente
GRV	Gerador de Relutância Variável
GRV-C	Gerador de Relutância Variável de Fluxo Axial com Núcleo tipo C
MRV	Máquina de Relutância Variável
MRVL	Máquina de Relutância Variável Linear
MRV-C	Máquina de Relutância Variável de Fluxo Axial com Núcleo tipo C
MEF	Método de Elementos Finitos

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	14
<b>1.1</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b> .....	14
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b> .....	16
<b>1.3</b>	<b>Justificativa</b> .....	16
<b>2</b>	<b>CONVERSÃO ELETROMECAÂNICA DE ENERGIA</b> .....	18
<b>2.1</b>	<b>Circuito Elétrico Equivalente da MRV</b> .....	19
<b>3</b>	<b>MÁQUINA DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL</b> .....	22
<b>3.1</b>	<b>Perfil de Indutância</b> .....	23
<b>4</b>	<b>MÉTODO ANALÍTICO PARA O CÁLCULO DAS INDUTÂNCIA DA MRV-C</b> .....	25
<b>4.1</b>	<b>Posição Totalmente Alinhada</b> .....	25
<b>4.1.1</b>	<b>Relutância do Estator (<math>R_{ea}</math>)</b> .....	26
<b>4.1.2</b>	<b>Relutância do Rotor (<math>R_{ra}</math>)</b> .....	28
<b>4.1.3</b>	<b>Relutância do Entreferro</b> .....	29
<b>4.1.3.1</b>	<b>Desprezando o efeito de espraçamento (<math>R_{ga}</math>)</b> .....	30
<b>4.1.3.2</b>	<b>Considerando o efeito de espraçamento (<math>R_{gaesp}</math>)</b> .....	30
<b>4.1.3.2.1</b>	<b>Relutância do entreferro na direção radial (<math>R_{gr}</math>)</b> .....	31
<b>4.1.3.2.2</b>	<b>Relutância do entreferro na direção tangencial (<math>R_{gt}</math>)</b> .....	32
<b>4.1.4</b>	<b>Relutância Total na Posição Alinhada</b> .....	33
<b>4.1.4.1</b>	<b>Desprezando o efeito de espraçamento</b> .....	33
<b>4.1.4.2</b>	<b>Considerando o efeito de espraçamento</b> .....	33
<b>4.1.5</b>	<b>Indutância na Posição Alinhada</b> .....	34
<b>4.2</b>	<b>Posição Totalmente Desalinhada</b> .....	34
<b>4.2.1</b>	<b>Relutância do Estator (<math>R_{ed}</math>)</b> .....	36
<b>4.2.2</b>	<b>Relutância do Rotor (<math>R_{rd}</math>)</b> .....	36
<b>4.2.3</b>	<b>Relutância de polo a polo do estator (<math>R_{pp}</math>)</b> .....	36
<b>4.2.4</b>	<b>Relutância de espraçamento na direção radial (<math>R_{grd}</math>)</b> .....	37
<b>4.2.5</b>	<b>Relutâncias do polo do estator ao rotor</b> .....	38
<b>4.2.5.1</b>	<b>Relutância <math>R_{pr1}</math></b> .....	39
<b>4.2.5.2</b>	<b>Relutância <math>R_{pr2}</math></b> .....	39
<b>4.2.5.3</b>	<b>Relutância <math>R_{pr3}</math></b> .....	40

4.2.5.4	<i>Cálculo da Relutância Equivalente</i> .....	41
5	<b>RESULTADOS</b> .....	45
5.1	<b>Indutância na Posição Alinhada</b> .....	48
5.1.1	<i>Ponto de Operação do Gerador</i> .....	49
5.1.2	<i>Efeito de Espreadimento na Posição Alinhada</i> .....	50
5.2	<b>Indutância na Posição Desalinhada</b> .....	51
5.2.1	<i>Método de Elementos Finitos</i> .....	51
6	<b>CONCLUSÃO</b> .....	52
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	53

## 1 INTRODUÇÃO

As máquinas de relutância variável (MRVs) possuem um grande potencial de aplicação em diversos setores que vão desde a geração de energia elétrica a sua utilização em eletrodomésticos. São máquinas elétricas que possuem uma alta densidade de potência, simplicidade de construção, manutenção e reparo.

As principais topologias existentes das máquinas elétricas de relutância variável em relação à direção do fluxo magnético são: MRV de fluxo radial, MRV de fluxo axial, máquina de relutância variável linear (MRVL) de fluxo longitudinal, MRVL de fluxo transversal e MRVL tubular. Neste trabalho será realizado o estudo especificamente da MRV de fluxo axial com núcleo C (MRV-C).

O projeto e a análise desse tipo de máquina elétrica, por outro lado, são complexos devido a dois fatores: (1) dupla saliência dos polos e (2) operação natural do circuito magnético em uma região não linear. Poucas são as aplicações desse tipo de máquina sob condição linear. Desta forma, obter uma solução analítica, a partir de um modelo matemático do MRV-C, que represente fielmente o comportamento e as características de saída desta máquina é, muitas vezes, difícil.

Em geral, modelos computacionais (baseados em técnicas numéricas) são utilizados para a obtenção da solução desses tipos de sistemas. A solução numérica, apesar de também considerar hipóteses simplificadoras em relação a realidade, pode apresentar uma representação muito próxima de um modelo físico. Contudo, os custos com aquisição de softwares e tempo de processamento são muito maiores quando comparados com os métodos analíticos.

Este estudo tem como objetivo desenvolver uma análise que seja eficiente na obtenção das dimensões físicas e do comportamento estático da MRV-C que proporcione uma resposta rápida (sem tempo de processamento) e fidedigna.

### 1.1 Revisão Bibliográfica

As primeiras máquinas de relutância variável (MRV) surgiram no século XIX, no entanto a necessidade da utilização de sistemas de acionamento e controle para sua operação retardou o processo de utilização dessa máquina (ANDERSON, 2001).

As MRVs foram ganhando destaque no mercado com o avanço da tecnologia e da queda de preço dos conversores eletrônicos de potência somado a fatores como: baixo custo de fabricação e manutenção, facilidade de construção e alta densidade de potência por volume.

Desde então, o número de pesquisas a respeito de gerador de relutância variável (GRV) cresceu principalmente nas duas últimas décadas (TEIXEIRA, 2018).

Cordeiro e Stephenson (1979) apresentam um dos primeiros trabalhos sobre método analítico para o cálculo da indutância nas posições alinhada e desalinhada em um motor de relutância variável de dois polos no estator e dois polos no rotor. Baseia-se em circuito magnético equivalente (metodologia de tubos de fluxo) a partir da geometria da máquina. No entanto, é utilizado o método iterativo para encontrar a densidade de fluxo magnético.

Krishnan (2001) mostra uma modelagem analítica obtida a partir do circuito magnético equivalente para a obtenção do comportamento estático do MRV de fluxo radial e MRVL. São mostrados todos os caminhos que as linhas de fluxo atravessam com base nas dimensões geométricas da máquina. A densidade de fluxo magnético também é determinada por método iterativo.

Rafadjus, Zrak e Hrabovcová (2004), Jayapragash e Chellamuthu (2015) e Zhihui e Yuren (2012) apresentam diferentes métodos analíticos para o cálculo das características de saída do motor de relutância variável de fluxo radial nas posições alinhada e desalinhada e comparam com um método computacional (elementos finitos). Entre os métodos analíticos mostrados estão: modelo linear, modelo quase linear, decomposição de Fourier e modelo com base na geometria da máquina.

Song e Liu (2010) comparam três categorias de métodos de modelagem: Abordagens numéricas (análise de elementos finitos), analíticas (decomposição de Fourier) e inteligentes (rede neural de propagação reversa). Os métodos são comparados em termos de complexidade e precisão, mostrando as suas vantagens e desvantagens.

Cordeiro (2015) mostra um método analítico para o cálculo da indutância nas posições alinhada e desalinhada da MRVL. Contudo, a densidade de fluxo magnético é obtida por meio de método iterativo. Os resultados obtidos são também comparados com o método computacional baseado em elementos finitos e com o resultados experimentais.

Além disso, a maioria das pesquisas está relacionada aos modelos de fluxo radial, enquanto que poucos são os trabalhos dedicados às MRVs de fluxo axial (TEIXEIRA, 2018).

Labak e Kar (2013) apresentam uma análise de projetos de gerador de relutância variável de fluxo axial com núcleo do tipo C (MRV-C). Esta pesquisa apresenta o comportamento estático da MRV-C utilizando o método analítico com base no circuito magnético equivalente. Em seguida compara o resultado obtido com os métodos computacionais, Método de Elementos Finitos (MEF) em duas dimensões (MEF – 2D) e em três dimensões (MEF – 3D) e ainda com o resultado experimental.

## 1.2 Objetivos

Este estudo tem como objetivo principal a modelagem analítica para o cálculo da indutância da máquina de relutância variável de fluxo axial nas posições totalmente alinhada e totalmente desalinhada e conforme a Equação (1) para obter as características de saída da máquina sem a necessidade de simulação computacional.

$$P_{ele} = \pi k_e k_d \omega_{rot} A_s B l_r r_{int}^2 \left(1 - \frac{L_u}{L_a}\right) \quad (1)$$

em que  $k_e$  é o fator de eficiência,  $k_d$  é o ciclo de operação,  $\omega_{rot}$  é a velocidade do rotor em rad/s,  $A_s$  é o carregamento elétrico específico,  $B$  é a densidade de fluxo magnético,  $l_r$  é o comprimento dos polos,  $r_{int}$  é o raio interno da máquina,  $L_u$  é a indutância na posição desalinhada e  $L_a$  é a indutância na posição alinhada.

Somado ao objetivo principal, tem como objetivos específicos:

- Montar o circuito magnético equivalente (CME) para a posição alinhada e desalinhada a partir dos caminhos percorridos pelas linhas de fluxo
- Detalhar a relutância referente a cada caminho de fluxo em função das dimensões da máquina e utilizar esse modelo analítico para cálculo das indutâncias em MRVs distintas.
- Estabelecer um método para a determinar o ponto da curva de magnetização do material que será considerado o ponto de operação da máquina na posição totalmente alinhada e totalmente desalinhada.
- Comparar o resultado obtido na modelagem analítica com simulações realizadas em métodos computacionais.

## 1.3 Justificativa

Diferente das máquinas elétricas tradicionais (como de indução e síncronas), a MRV opera em saturação magnética elevada com a finalidade de obter alta densidade de potência na saída e aumentar a conversão de energia. Devido aos efeitos de saturação e à variação da relutância magnética, todas as características (ou seja, fluxo concatenado, conjugado) da máquina são funções não-lineares tanto da posição do rotor quanto da corrente de fase. Essas não-linearidades tornam o processo de modelagem da MRV relativamente difícil (SONG; LIU, 2010).

A característica de operação não linear da MRV resulta na resolução de problemas relacionados ao cálculo da densidade de fluxo magnético por método iterativo, admitindo-se um valor de erro. A modelagem matemática para a obtenção de uma função que relacione  $B = f(H)$ , onde  $H$  é o campo magnético, a partir da curva de magnetização de um material ferromagnético em conjunto com o circuito magnético equivalente torna desnecessário a utilização de métodos computacionais para o cálculo da indutância (MEZA; ROCHA, 2004).

Os métodos numéricos podem obter as características da MRV com precisão, no entanto são bastante complexos e demorados. Além de ser relativamente difícil implementar os algoritmos de controle por softwares em MEF, em geral esses programas requerem um alto custo de aquisição. O tempo de modelagem computacional dos métodos analíticos é muito menor do que o tempo requerido pelos métodos numéricos. No entanto, devido à introdução de muitas hipóteses e simplificações, a precisão da modelagem dos métodos analíticos, em geral, é menor do que a dos métodos numéricos (SONG; LIU, 2010).

De acordo com a Equação (1), a potência elétrica que a MRV-C pode fornecer depende da indutância na posição alinhada e desalinhada. Desta forma, estudos e pesquisas a fim de obter um método analítico eficiente para o cálculo da indutância do gerador de relutância variável são necessários, tornando mais prático a análise e o projeto dessa máquina elétrica, assim como futuras otimizações.

Na próxima seção será apresentado o princípio de conversão eletromecânica de energia das máquinas elétricas para melhor entender a MRV. “O princípio da conservação de energia afirma que a energia não é criada nem destruída: ela simplesmente muda de forma.” (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2006, p. 126).

## 2 CONVERSÃO ELETROMECCÂNICA DE ENERGIA

Em um conversor eletromecânico real são consideradas diversas perdas de energia. Estas podem ser de natureza elétrica (perdas no cobre e no ferro), mecânica ou magnética.

Perdas de natureza elétrica:

- **Perdas no cobre:** ocorrem devido ao condutor apresentar uma resistência (pequena) à passagem de corrente.
- **Correntes parasitas:** são produzidas pela circulação de correntes induzidas em material condutor (estator, rotor, peças metálicas). As máquinas são construídas de materiais laminados isolados entre si para evitar a ocorrência desse efeito e conseqüentemente o aumento da temperatura (efeito joule).
- **Histerese:** é uma característica intrínseca dos materiais ferromagnéticos. Está relacionada à área da curva de magnetização e à frequência.
- **Magnetostricção:** perdas ligadas à deformação do material magnético.

Perdas de natureza mecânica:

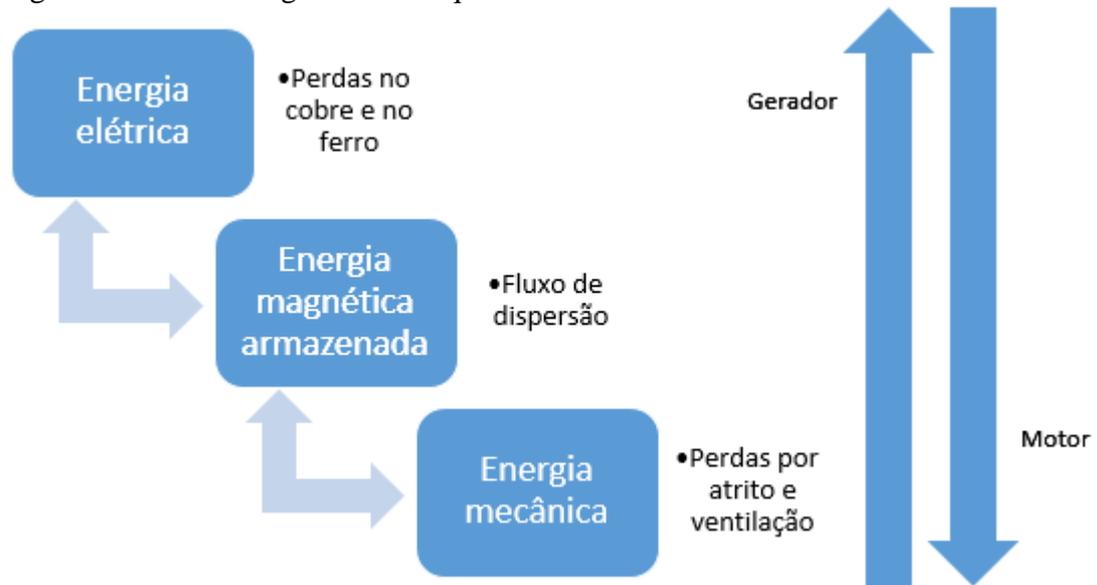
- **Atrito:** ocorre devido aos atritos nos mancais. Depende do tipo de mancal e da sua lubrificação.
- **Ventilação:** depende do sistema de ventilação da máquina, da velocidade de rotação e da manutenção da máquina.

Perdas Magnéticas:

- **Fluxo de dispersão:** embora os materiais ferromagnéticos apresentem baixa relutância, uma pequena parcela do fluxo magnético gerado se dispersa. Geralmente essa dispersão é desconsiderada.

A Figura 1 apresenta o balanço energético de uma máquina elétrica. Na operação como motor, a energia elétrica recebida nos terminais do motor percorre os enrolamentos através de condutores, os quais sofrem perdas no cobre (perdas ôhmicas) e no ferro (material magnético). No núcleo magnético ideal toda a energia elétrica é convertida em energia magnética e em seguida é convertida em energia mecânica. Uma parcela da energia mecânica é perdida por atrito e ventilação e o restante é convertida em energia útil.

Figura 1 – Fluxo energético da máquina elétrica



Fonte: Produzida pelo autor

Dessa forma, o balanço energético de uma máquina elétrica é dado por (2).

$$W_E = W_{P1} + W_{AD1} + W_A + W_{P2} + W_S \quad (2)$$

em que  $W_E$  é a energia elétrica que o motor recebe,  $W_{P1}$  são as perdas no cobre e no ferro (elétricas),  $W_{AD1}$  é a energia relacionada ao fluxo de dispersão,  $W_A$  é a energia magnética armazenada no núcleo,  $W_{P2}$  são as perdas por atrito e ventilação (mecânicas) e  $W_S$  é a potência útil de saída.

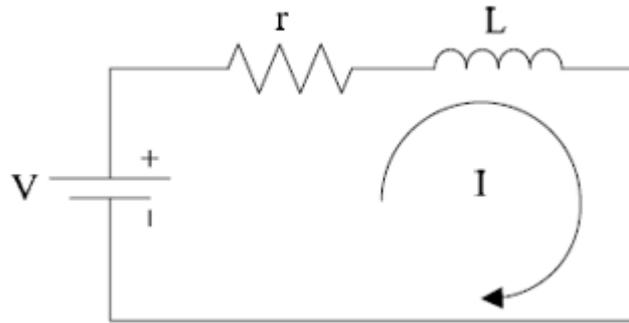
A MRV é alimentada com corrente contínua, portanto, em geral as perdas elétricas no ferro (correntes parasitas e histerese) são desprezadas, pois são proporcionais à frequência. O material ferromagnético apresenta uma relutância muito baixa, confinando praticamente todo o fluxo magnético.

Dessa forma, a perda elétrica de maior relevância na MRV é no cobre (efeito joule), e é representado no seu circuito elétrico equivalente (CEE) por um resistor.

## 2.1 Circuito elétrico equivalente da MRV

De maneira simplificada o CEE da MRV pode ser representado por uma fonte de tensão em série com um resistor e um indutor (responsável pela conversão de energia elétrica em magnética), conforme mostrado na Figura 2.

Figura 2 – CEE da MRV para uma fase



Fonte: Produzido pelo autor

A tensão sobre o indutor é dada por:

$$V_L = \frac{d\lambda}{dt} \quad (3)$$

Em que  $\lambda$  é o fluxo concatenado pelas bobinas do circuito, e tem a seguinte relação com a corrente:

$$\lambda = LI \quad (4)$$

Então, a tensão nos terminais de um enrolamento do MRV é:

$$V = rI + \frac{d\lambda}{dt} \quad (5)$$

No entanto, geralmente tem-se uma indutância constante e então relaciona-se o fluxo variando em função da corrente apenas, porém nesse caso a relutância ( $R$ ) varia conforme a posição entre os polos do estator e rotor, e conseqüentemente a indutância também varia inversamente proporcional à relutância conforme a Equação (6), em que  $N_{esp}$  é o número de espiras relacionado a um pólo do estator.

$$L = \frac{N_{esp}^2}{R} \quad (6)$$

Dessa forma o fluxo magnético varia em função de dois parâmetros, corrente e indutância. Então a Equação (7) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V = rI + L \frac{\partial I}{\partial t} + I \frac{\partial L}{\partial t} \quad (7)$$

Como já foi citado, a indutância varia em função da posição e indiretamente em função do tempo. Ou seja, a partir do conceito de velocidade angular  $\omega = \partial\theta / \partial t$ . Sendo assim:

$$V = rI + L \frac{\partial I}{\partial t} + I\omega \frac{\partial L}{\partial \theta} \quad (8)$$

O primeiro termo do lado direito está relacionado à queda de tensão no resistor, enquanto os dois últimos representam parcelas da força contra eletromotriz induzida. Como todos esses termos representam tensões, a potência elétrica entregue da rede para o MRV é obtida pela tensão terminal multiplicada pela corrente. Dessa forma a potência elétrica ( $P_e$ ) é:

$$P_e = VI = rI^2 + LI \frac{\partial I}{\partial t} + I^2 \omega \frac{\partial L}{\partial \theta} \quad (9)$$

Conforme a lei da conservação de energia (considerando as perdas por atrito e ventilação desprezíveis) a potência mecânica do motor é dada por:

$$P_{mec} = P_e - rI^2 - \dot{W}_a \quad (10)$$

Em que  $W_a$  é a energia magnética armazenada em um modelo linearizado:

$$\dot{W}_a = \frac{dW_a}{dt} = \frac{d\left(\frac{LI^2}{2}\right)}{dt} = LI \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{I^2 \omega}{2} \frac{\partial L}{\partial \theta} \quad (11)$$

A Equação (10) da potência mecânica pode ser simplificada substituindo (9) e (11) em (10). Com isso:

$$P_{mec} = \frac{I^2 \omega}{2} \frac{\partial L}{\partial \theta} \quad (12)$$

Assim, pode-se obter o conjugado mecânico dividindo (12) por  $\omega$ :

$$C_{mec} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial \theta} \quad (13)$$

### 3 MÁQUINA DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL

Embora se tenha crescido bastante o número de trabalhos acerca da MRV, o seu princípio de funcionamento não é tão conhecido, devido à pouca utilização quando comparado às máquinas de indução e síncrona, esta passou a ser mais aplicável com o avanço da eletrônica de potência.

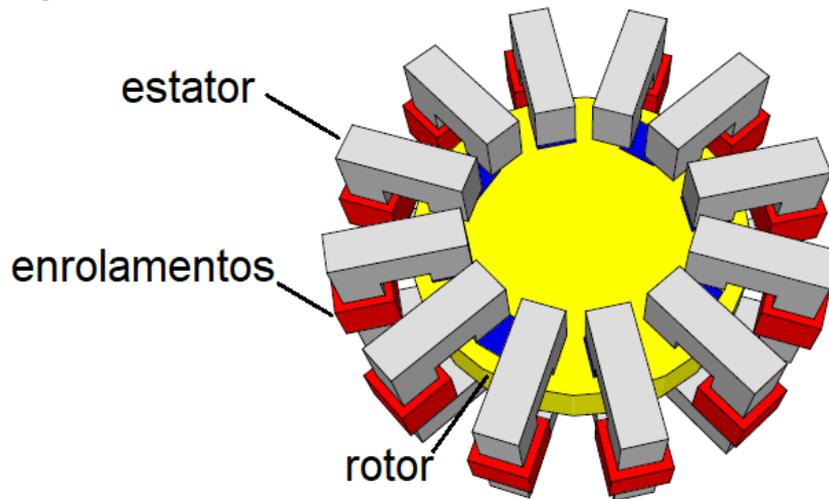
Esta máquina tem como característica uma dupla saliência (estator e rotor), a presença de bobinas somente no estator, enquanto o rotor não apresenta bobinas nem ímãs permanentes (caracterizando um rotor mais leve). Além disso, possui uma operação não linear, variando o ponto de operação da curva de magnetização (do material magnético utilizado na construção) conforme a posição do rotor em relação ao estator.

Assim como todos os demais sistemas de conversão eletromecânica, a MRV está submetida ao **Princípio do alinhamento**. Esse princípio é definido como o fenômeno segundo o qual materiais ferromagnéticos colocados numa região de campo magnético ficam sujeitos a forças mecânicas que tendem a alinhá-los com as linhas de campo e/ou a levá-los a uma posição de maior densidade de fluxo (FALCONE, 2006).

Em sua operação como motor, quando uma bobina é energizada o estator referente tende a alinhar-se com o núcleo do rotor mais próximo, levando-o à posição totalmente alinhada, a qual apresenta a maior densidade de fluxo magnético, conseqüentemente a de menor relutância, produzindo assim conjugado no rotor. Em seguida outra bobina é acionada e o mesmo procedimento se repete continuamente, lembrando o funcionamento de um motor de passo.

O tipo de MRV evidenciado nesse trabalho é a MRV-C, composta por núcleos magnéticos modulares e independentes em formato de C, facilitando a manutenção e reparo em caso de danos em um módulo isolado. Além disso, esta estrutura torna os caminhos de fluxo magnético menor, fazendo com que a máquina elétrica opere numa região de saturação ainda maior do que nos modelos de MRVs tradicionais e assim obtenha uma alta densidade de potência (TEIXEIRA, 2018). A Figura 3 mostra uma MRV-C com 12 polos no estator e 8 polos no rotor.

Figura 3 – Vista de MRV-C 12/8 polos

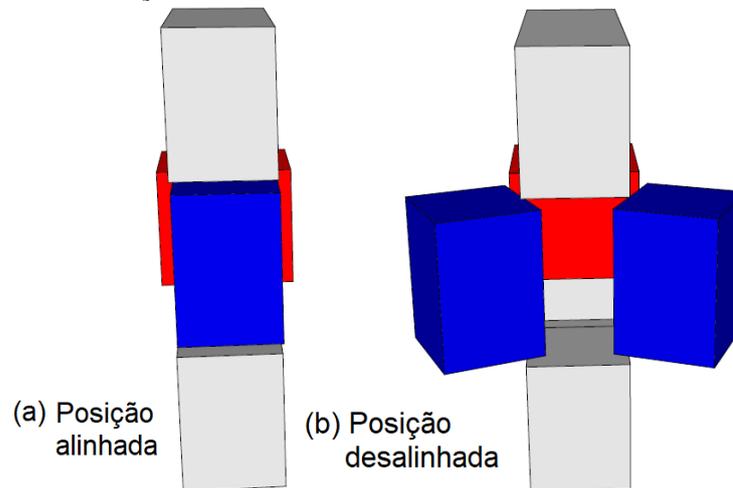


Fonte: Produzida pelo autor

### 3.1 Perfil de indutância

A MRV-C apresenta duas posições relevantes, conforme a Figura 4(a) para a **posição alinhada** (de menor relutância) e Figura 4(b) para **posição desalinhada** (de maior relutância).

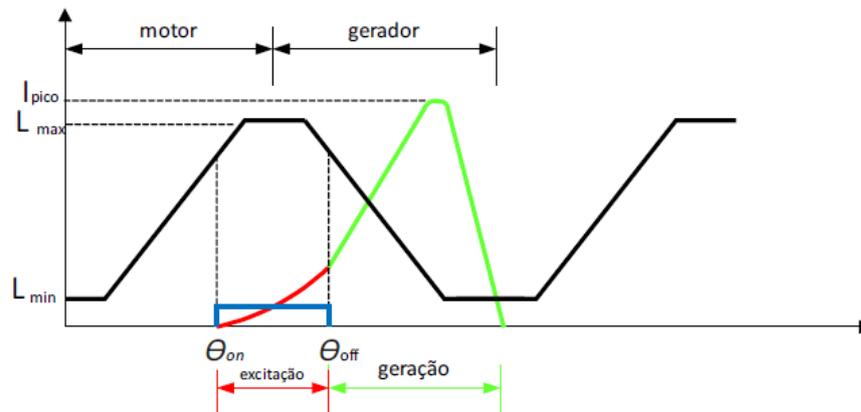
Figura 4 – Posições relevantes da MRV-C



Fonte: Produzida pelo autor

Com o intuito de proporcionar um melhor entendimento, será considerado somente um módulo do estator para levantar o perfil da indutância mostrado na Figura 5. Supondo inicialmente o rotor na posição totalmente desalinhada conforme a Figura 4(b), pelo princípio do alinhamento o rotor tenderá a alinhar os polos a fim de encontrar um caminho de menor relutância.

Figura 5 – Perfil de indutância da MRV-C  
indutância, corrente



Fonte: (BARROS, 2015)

A indutância da MRV na posição desalinhada é mínima. Com o alinhamento dos polos, a indutância cresce atingindo o seu valor máximo na posição de total alinhamento. Em seguida, conforme ocorre o afastamento dos polos, a indutância decresce atingindo seu valor mínimo na posição de total desalinhamento.

Um conversor eletromecânico de energia opera como motor quando recebe energia elétrica e transforma em mecânica e como gerador quando recebe energia mecânica e transforma em elétrica. A determinação da posição em que a MRV será excitada é essencial para o seu funcionamento correto, podendo operar como motor ou gerador como mostra a Figura 5.

**Motor:** Para a operação como motor a fase deve ser magnetizada quando a indutância é crescente, momento em que sua derivada em relação a posição é positiva, e assim produz conjugado positivo em relação ao sentido do rotor. Caso seja excitada quando a indutância decresce ocorre o processo de frenagem da máquina.

**Gerador:** Para a operação da MRV-C como gerador (GRV-C) a fase deve ser magnetizada quando a indutância for decrescente, sendo dividida basicamente em duas etapas: excitação e geração.

- Excitação: quando a indutância atinge o valor máximo ou estiver próximo a este (posição  $\theta_{on}$ ), é aplicada corrente no enrolamento de fase (até chegar na posição  $\theta_{off}$ ), armazenando energia magnética no núcleo do estator.
- Geração: a energia cinética do rotor somada a parte da energia magnética armazenada é convertida em elétrica.

## 4 MÉTODO ANALÍTICO PARA O CÁLCULO DAS INDUTÂNCIAS DA MRV-C

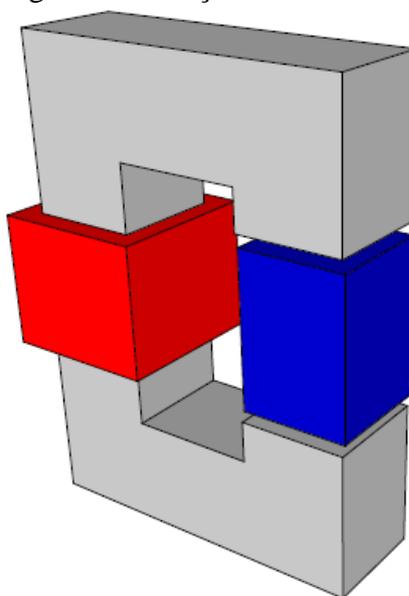
Este capítulo tem como objetivo fornecer um método analítico (MA) para o cálculo da indutância da MRV-C nas posições totalmente alinhada e totalmente desalinhada, evitando assim a necessidade de simulação computacional. Conforme a equação (1) estas indutâncias são relevantes na determinação da potência elétrica que a máquina tem capacidade de fornecer.

O MA consiste em analisar o CME e determinar a indutância da máquina por meio dos seguintes parâmetros: dimensões da máquina, material magnético que a constitui, número de espiras em cada núcleo e corrente nominal.

### 4.1 Posição Totalmente Alinhada

A Figura 6 ilustra um núcleo da MRV-C na posição totalmente alinhada. Nessa posição a relutância da máquina é mínima, pois o comprimento do entreferro é mínimo e o material magnético apresenta alta permeabilidade magnética em relação ao ar (entreferro), portanto a indutância é máxima tendo em vista que é inversamente proporcional à relutância.

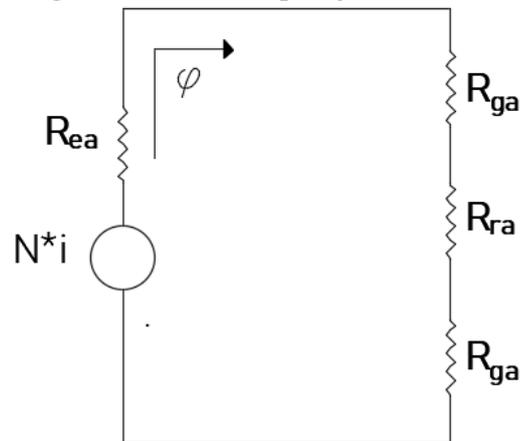
Figura 6 – Posição alinhada



Fonte: Produzida pelo autor

Na Figura 7 tem-se o CME da posição alinhada. Observa-se que esse circuito é formado por quatro relutâncias em série: a relutância do estator ( $R_{ea}$ ), a relutância do rotor ( $R_{ra}$ ) e as duas relutâncias de entreferro ( $R_{ga}$ ).

Figura 7 – CME na posição alinhada

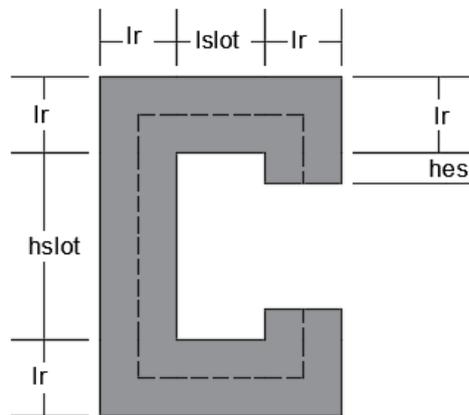


Fonte: Produzida pelo autor

#### 4.1.1 Relutância do Estator ( $R_{ea}$ )

A Figura 8 mostra a representação bidimensional do núcleo magnético do estator, onde o comprimento do caminho médio adotado é representado pela variável  $l_e$ .

Figura 8 – Dimensões do Estator



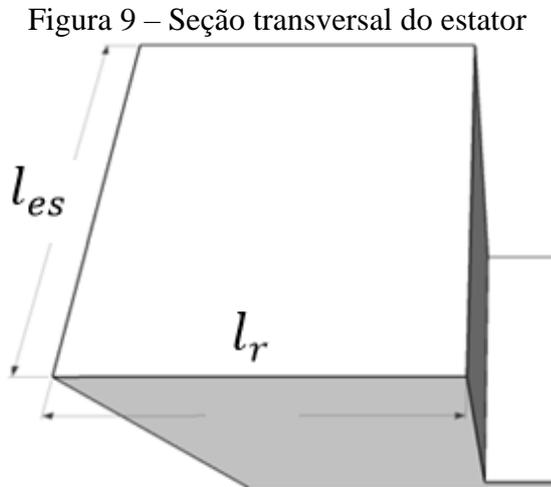
Fonte: Produzida pelo autor

Na figura 8 obtém-se o  $l_e$  a partir da Equação (14).

$$l_e = 2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_r + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot} \quad (14)$$

em que  $h_{es}$  é a altura do polo do estator,  $l_r$  é o comprimento dos polos,  $l_{slot}$  é a largura da ranhura e  $h_{slot}$  a altura da ranhura.

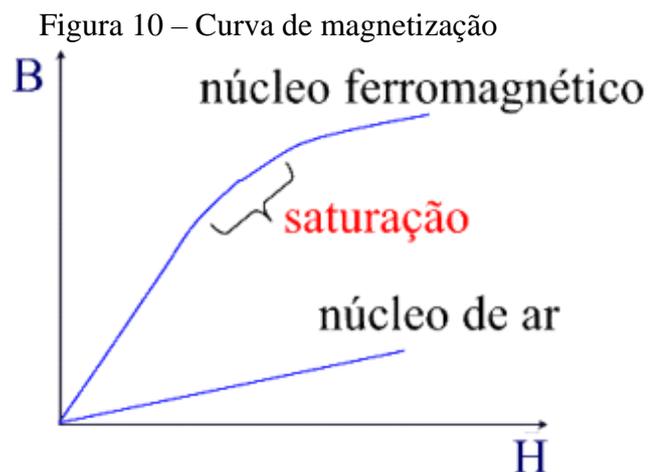
Na Figura 9 tem-se a área da seção transversal do estator ( $A_{es}$ ), que é dada pela Equação (15) em que  $l_{es}$  é a espessura do núcleo do estator.



Fonte: Produzida pelo autor

$$A_{es} = l_{es} \cdot l_r \quad (15)$$

A Figura 10 apresenta uma curva de magnetização ( $B \times H$ ) geral de um material ferromagnético. Pode-se perceber que o valor da permeabilidade magnética no material tem um comportamento não linear, principalmente na região de saturação. Com isso, esse valor deve ser determinado pela curva fornecida pelo fabricante.



Fonte: Disponível em:  
 <<http://www.geocities.ws/jcc5003/oqueecurvademagnetizacao.html>>. Acesso em: 01 maio 2018

Aplicando a equação de Maxwell conforme Equação (16):

$$\oint H \cdot dl = N \cdot I \quad (16)$$

Para o comprimento das linhas de fluxo é adotado um caminho médio  $l_m$ .

Considerando um campo magnético médio ( $H_m$ ) a Equação (16) pode ser reescrita como:

$$H_m \cdot l_m = N \cdot I \quad (17)$$

De acordo com a Equação (18) a permeabilidade magnética ( $\mu$ ) é a relação entre a densidade de fluxo magnético B e a intensidade de campo magnético H.

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (18)$$

A densidade de fluxo magnético é dada pela Equação (19) como o fluxo magnético ( $\varphi$ ) dividido pela área da seção transversal ( $A_s$ ) atravessada pelas linhas de fluxo magnético.

$$B = \frac{\varphi}{A_s} \quad (19)$$

Substituindo as Equações (18) e (19) em (17) tem-se a Equação (20):

$$N \cdot I = \varphi \cdot \frac{l_m}{\mu \cdot A_s} = \varphi \cdot R \quad (20)$$

Em que R é a relutância do circuito magnético, ou seja, a capacidade que o circuito tem de se opor a passagem de fluxo magnético. Dessa forma a relutância é dada pela Equação (21).

$$R = \frac{l_m}{\mu \cdot A_s} \quad (21)$$

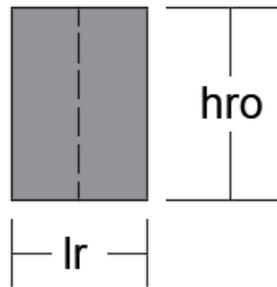
Então, a relutância equivalente do estator é dada pela Equação (22), em que  $\mu_a$  é a permeabilidade magnética do material na posição totalmente alinhada.

$$R_{ea} = \frac{l_e}{\mu_a \cdot A_{es}} = \frac{2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_r + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot}}{\mu_a \cdot l_{es} \cdot l_r} \quad (22)$$

#### 4.1.2 Relutância do Rotor ( $R_{ra}$ )

A Figura 11 mostra a representação bidimensional do rotor, sendo o caminho médio adotado representado pela variável  $l_{rotor}$ .

Figura 11 – Dimensões do Rotor



Fonte: Produzida pelo autor

De acordo com a Figura 11 percebe-se que o comprimento do caminho médio é igual a altura do rotor conforme a Equação (23).

$$l_{rotor} = h_{ro} \quad (23)$$

A área da seção transversal do rotor é dada pela Equação (24) sendo  $l_{ro}$  a largura do rotor.

$$A_{ro} = l_{ro} \cdot l_r \quad (24)$$

Em geral, o rotor é fabricado com o mesmo material magnético do estator, portanto apresentam a mesma permeabilidade magnética. Na Equação (25) tem-se que a relutância do rotor é:

$$R_{ra} = \frac{l_{rotor}}{\mu_c \cdot A_{ro}} = \frac{h_{ro}}{\mu_a \cdot l_{ro} \cdot l_r} \quad (25)$$

#### 4.1.3 Relutância do Entreferro

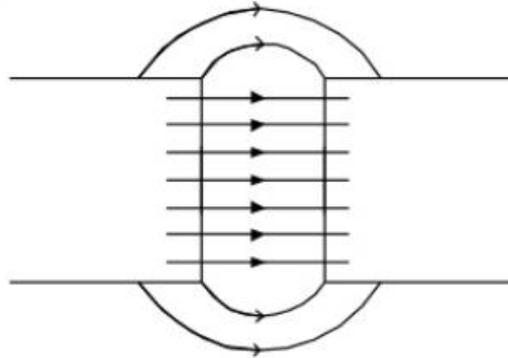
O meio que constitui o entreferro é o ar, o qual tem uma permeabilidade magnética muito inferior em relação aos materiais ferromagnéticos, dificultando a passagem de fluxo magnético. Com isso, nessa região tem-se o efeito de espraiamento, como pode ser visto na Figura 12.

“O efeito desses *campos de espraiamento* é aumentar a área efetiva  $A_g$  da seção reta do entreferro. Diversos métodos empíricos foram desenvolvidos para levar em conta esse efeito.” (FITZGERALD, 2014, v. 7, p. 8).

Nessa região as linhas de fluxo magnético tendem a se dispersar, aumentando assim a área da secção transversal, e em seguida são canalizados pelo material de alta permeabilidade magnética.

Em geral, o efeito do espraioamento pode ser desprezado na posição de total alinhamento, pois o comprimento do entreferro é muito inferior às dimensões da seção transversal na região e com isso esse efeito se torna menos relevante.

Figura 12 – Efeito de espraioamento



Fonte: disponível em  
<<https://pt.slideshare.net/RuyTX/aula-4-circuitos-magneticos>>

#### 4.1.3.1 Desprezando o efeito de espraioamento ( $R_{ga}$ )

O comprimento de um entreferro é dado em (26).

$$l_{gap} = g \quad (26)$$

A área da seção transversal do entreferro é a média aritmética da área do estator e do rotor conforme a Equação (27).

$$A_{gap} = \frac{A_{es} + A_{ro}}{2} = l_r \cdot \frac{(l_{ro} + l_{es})}{2} \quad (27)$$

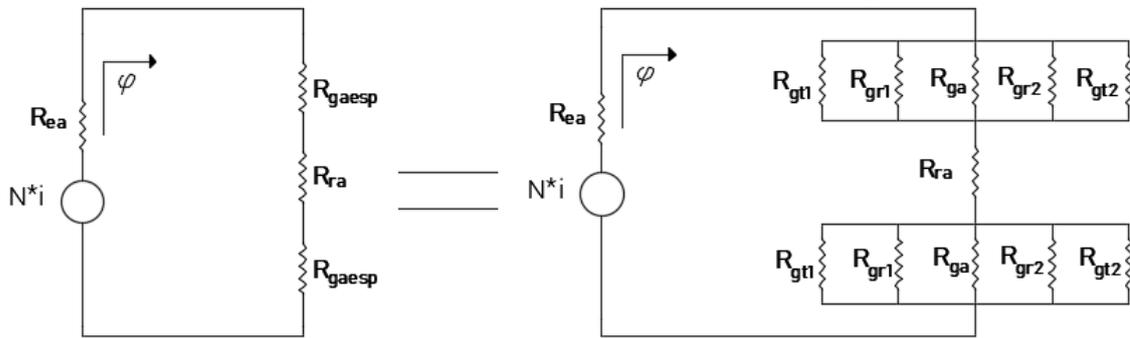
Para regiões em que o meio é o ar, a permeabilidade magnética adotada é a do vácuo ( $\mu_0$ ). Desta forma a relutância de um entreferro é igual a (28).

$$R_{ga} = \frac{l_{gap}}{\mu_0 \cdot A_{gap}} = \frac{2g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot (l_{ro} + l_{es})} \quad (28)$$

#### 4.1.3.2 Considerando o efeito de espraioamento ( $R_{gaesp}$ )

Ao considerar o efeito de espraioamento, são inseridos quatro caminhos de fluxo magnético no entreferro, dois na direção radial e dois na tangencial conforme a Figura 13. As duas relutâncias na direção tangencial ( $R_{gt1}$  e  $R_{gt2}$ ) têm valores iguais, assim como as duas na direção radial ( $R_{gr1}$  e  $R_{gr2}$ ). Então, será mostrado o cálculo de uma relutância em cada direção.

Figura 13 – CME na posição alinhada considerando o efeito de espraioamento

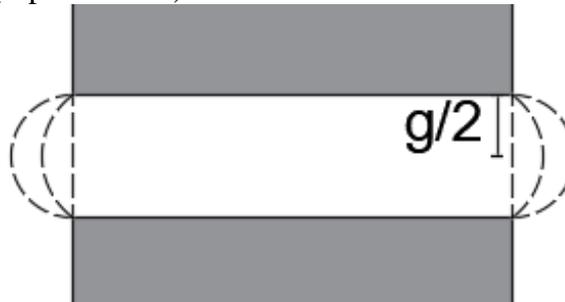


Fonte: Produzida pelo autor

#### 4.1.3.2.1 Relutância do entreferro na direção radial ( $R_{gr1}$ )

De acordo com Labak e Kar (2013) as linhas de fluxo magnético na direção radial do entreferro têm o comportamento mostrado na Figura 14.

Figura 14 – Linhas de fluxo no entreferro (espraioamento)



Fonte: Produzida pelo autor

Para o cálculo do caminho médio foi considerado que as linhas de fluxo magnético seguem percursos em linha reta e em semicircunferência. Desta forma o comprimento médio das linhas de fluxo magnético nessa região é dado pela equação (29).

$$l_{gr1} = \frac{g + \frac{\pi g}{2}}{2} \quad (29)$$

As linhas de fluxo magnético atravessam a área de seção transversal (Equação (30)) que tem formato retangular de largura  $g/2$  e de comprimento  $(l_{ro} + l_{es})/2$ .

$$A_{gr1} = \frac{g}{2} * l_{radial} = \frac{g}{2} \cdot \frac{(l_{ro} + l_{es})}{2} \quad (30)$$

Com isso, a relutância do entreferro na direção radial do rotor é dada pela Equação (31).

$$R_{gr1} = R_{gr2} = \frac{l_{gr1}}{\mu_0 \cdot A_{gr1}} = \frac{2 \cdot (1 + \frac{\pi}{2})}{\mu_0 \cdot (l_{ro} + l_{es})} \quad (31)$$

#### 4.1.3.2.2 Relutância do entreferro na direção tangencial ( $R_{gt1}$ )

Conforme Labak e Kar (2013) o caminho médio na direção tangencial é igual o caminho da direção radial (Equação (32))

$$l_{gt1} = l_{gr1} = \frac{g + \frac{\pi g}{2}}{2} \quad (32)$$

Semelhante a Equação (30), As linhas de fluxo magnético atravessam a área de seção transversal que tem formato retangular de largura  $g/2$  e de comprimento  $l_r$  (Equação (33)).

$$A_{gt1} = \frac{g}{2} \cdot l_r \quad (33)$$

Então, tem-se a relutância na direção tangencial (Equação (34)) igual a:

$$R_{gt1} = R_{gt2} = \frac{l_{gt1}}{\mu_0 \cdot A_{gt1}} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot l_r} \quad (34)$$

De acordo com a Figura 13, a relutância equivalente do entreferro considerando o efeito de espraiamento ( $R_{gaesp}$ ) é composta de cinco relutâncias em paralelo, sendo  $R_{ga}$ ,  $R_{gt1}$ ,  $R_{gt2}$ ,  $R_{gr1}$  e  $R_{gr2}$ . Todas essas relutâncias foram definidas nas seções [4.1.3.1, 4.1.3.2.1 e 4.1.3.2.2] e o seu equivalente é:

- Relutância equivalente na direção radial

$$R_{gr1} // R_{gr2} = \frac{\frac{2 \cdot (1 + \frac{\pi}{2})}{\mu_0 \cdot (l_{ro} + l_{es})}}{2} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot (l_{ro} + l_{es})} \quad (35)$$

- Relutância equivalente na direção tangencial

$$R_{gt1} // R_{gt2} = \frac{\frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot l_r}}{2} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{2 \cdot \mu_0 \cdot l_r} \quad (36)$$

- Relutância equivalente ao efeito de espraiamento

$$R_{gr1} // R_{gr2} // R_{gt1} // R_{gt2} = \frac{\frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot (l_{ro} + l_{es})} \cdot \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{2 \cdot \mu_0 \cdot l_r}}{\frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot (l_{ro} + l_{es})} + \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{2 \cdot \mu_0 \cdot l_r}} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot (2l_r + l_{ro} + l_{es})} \quad (37)$$

- Relutância equivalente total no entreferro considerando o espraçamento

$$R_{gaesp} = \frac{\frac{2g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot (l_{ro} + l_{es})} \cdot \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot (2l_r + l_{ro} + l_{es})}}{\frac{2g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot (l_{ro} + l_{es})} + \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot (2l_r + l_{ro} + l_{es})}} \quad (38)$$

Simplificando a Equação (38), tem-se:

$$R_{gaesp} = \frac{2g \cdot (1 + \frac{\pi}{2})}{\mu_0 \cdot \{2g \cdot (2l_r + l_{ro} + l_{es}) + (1 + \frac{\pi}{2}) \cdot [l_r \cdot (l_{ro} + l_{es})]\}} \quad (39)$$

#### 4.1.4 Relutância total na posição alinhada

##### 4.1.4.1 Desprezando o efeito de espraçamento

Após deduzido cada relutância separadamente, o valor da relutância na posição alinhada sem o efeito de espraçamento é definido pela Equação (40) obtida através do CME da Figura 7.

$$R_a = R_{es} + R_{ro} + 2 \cdot R_{ga} \quad (40)$$

Substituindo as equações (22), (25) e (28) em (40) tem-se:

$$R_a = \frac{2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_r + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot}}{\mu_c \cdot l_{es} \cdot l_r} + \frac{h_{ro}}{\mu_c \cdot l_{ro} \cdot l_r} + \frac{2g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot (l_{ro} + l_{es})} \quad (41)$$

##### 4.1.4.2 Considerando o efeito de espraçamento

Na Equação (42) tem-se o valor da relutância na posição alinhada considerando o efeito de espraçamento, obtido a partir do CME da Figura 13.

$$R_{aesp} = R_{es} + R_{ro} + 2 \cdot R_{gaesp} \quad (42)$$

Substituindo as equações (22), (25), (28) (31) e (32) em (42) tem-se:

$$R_{aesp} = \frac{2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_r + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot}}{\mu_c \cdot l_{es} \cdot l_r} + \frac{h_{ro}}{\mu_c \cdot l_{ro} \cdot l_r} + 2 \cdot \frac{2g \cdot (1 + \frac{\pi}{2})}{\mu_0 \cdot \{2g \cdot (2l_r + l_{ro} + l_{es}) + (1 + \frac{\pi}{2}) \cdot [l_r \cdot (l_{ro} + l_{es})]\}} \quad (43)$$

#### 4.1.5 Indutância na posição alinhada

Sendo o fluxo concatenado dado pela Equação (44):

$$\lambda = L \cdot I = N \cdot \varphi \quad (44)$$

Isolando a corrente elétrica em (44), tem-se:

$$I = \frac{N\varphi}{L} \quad (45)$$

Substituindo (45) em (20), obtém-se a indutância a partir da Equação (46).

$$L = \frac{N_{esp}^2}{R} \quad (46)$$

- A indutância na posição alinhada **desconsiderando o efeito de espraiamento** é dado pela Equação (47)

$$L_a = \frac{N_{esp}^2}{R_a} \quad (47)$$

- Na Equação (48) tem-se o valor da indutância na posição alinhada **considerando o efeito de espraiamento**.

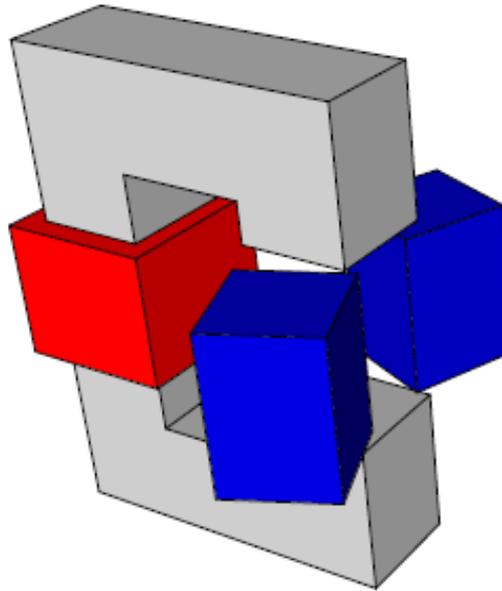
$$L_{aesp} = \frac{N_{esp}^2}{R_{aesp}} \quad (48)$$

#### 4.2 Posição totalmente desalinhada

Na posição totalmente desalinhada as linhas de fluxo magnético no estator seguem praticamente o mesmo caminho que na posição alinhada, até se aproximar do entreferro. Na Figura 15 tem-se a posição do rotor com relação ao estator. Pode-se verificar que há um grande entreferro entre os polos de um núcleo C.

Devido ao grande entreferro, há uma tendência de maior dispersão das linhas de fluxo magnético. Desta forma, o CME na posição desalinhada (Figura 16) torna-se mais complexo, sendo a quantidade de relutâncias inseridas em seu circuito proporcional aos caminhos que as linhas de fluxo percorrem nessa posição.

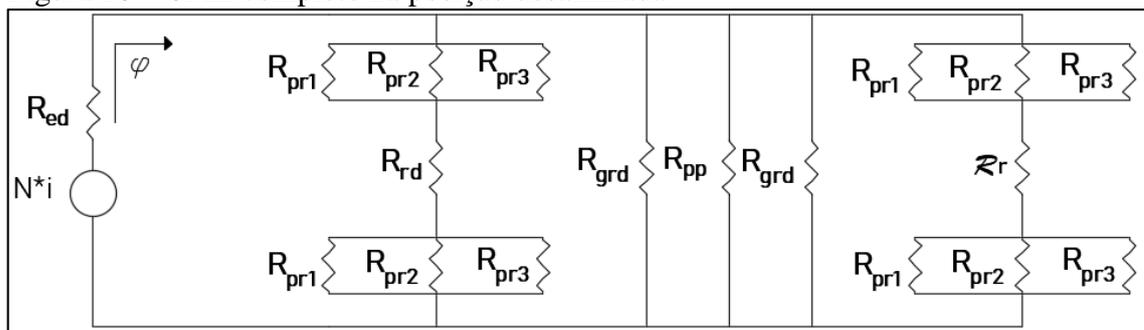
Figura 15 – Posição Desalinhada



Fonte: Produzida pelo autor

A Figura 16 apresenta as relutâncias na posição desalinhada: a relutância do estator  $R_{ed}$ , a relutância do rotor  $R_{rd}$ , a relutância de um polo do estator ao outro (entreferro)  $R_{pp}$ , duas relutâncias de espraio na direção radial  $R_{dgr}$  e três relutâncias referentes a caminhos que as linhas de fluxo percorrem do polo do estator em direção ao rotor  $R_{pr1}$ ,  $R_{pr2}$  e  $R_{pr3}$ .

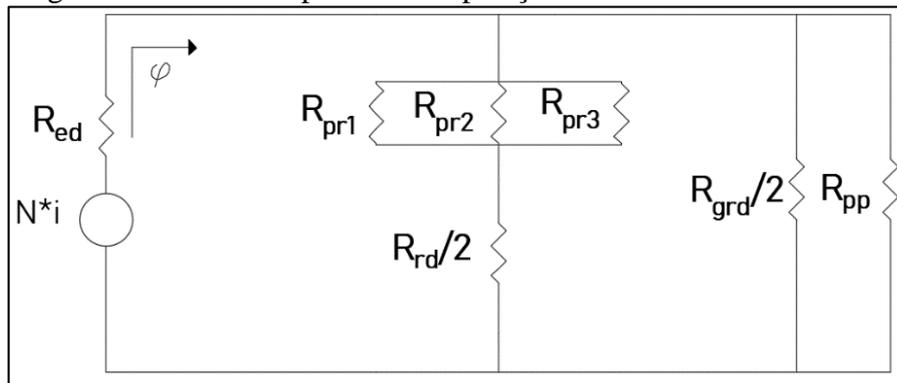
Figura 16 – CME completo na posição desalinhada



Fonte: Produzida pelo autor

No entanto, pela simetria que o circuito apresenta, há um conjunto de relutâncias de mesmo valor em paralelo que permite uma simplificação do mesmo. A Figura 17 mostra o CME simplificado para a posição desalinhada. Em seguida será detalhada cada relutância.

Figura 17 – CME simplificado na posição desalinhada



Fonte: Produzida pelo autor

#### 4.2.1 Relutância do Estator ( $R_{ed}$ )

O caminho médio e a área da seção transversal já foi mostrado nas equações (14) e (15). No entanto, o valor da permeabilidade será diferente da posição alinhada, visto que nessa posição o material não está saturado, devendo assim utilizar um valor de permeabilidade na região linear ( $\mu_{ns}$ ), não saturada, do gráfico. Logo, a relutância do estator é dada pela Equação (49):

$$R_{ed} = \frac{l_e}{\mu_{ns} \cdot A_{es}} = \frac{2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_r + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot}}{\mu_{ns} \cdot l_{es} \cdot l_r} \quad (49)$$

#### 4.2.2 Relutância do Rotor ( $R_{rd}$ )

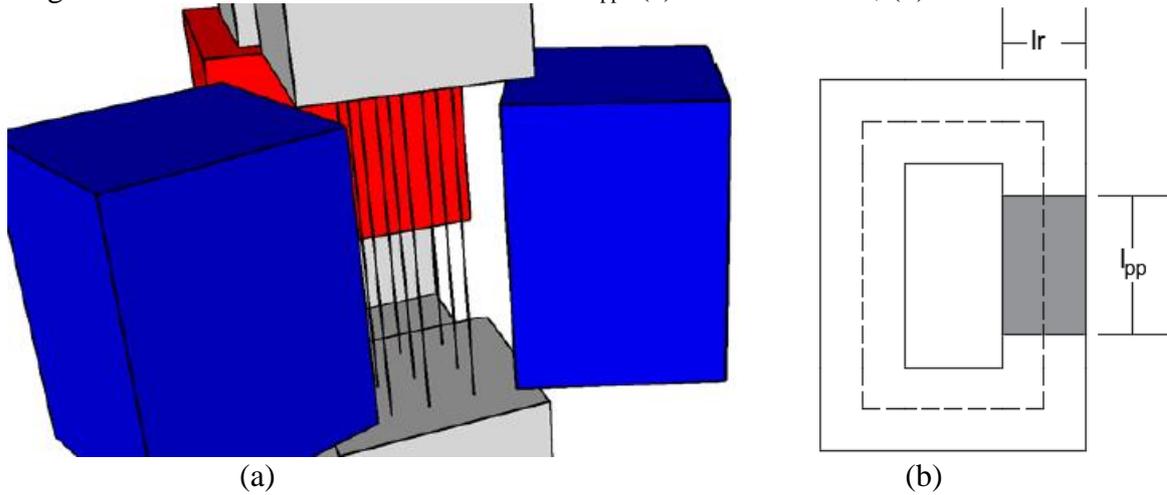
De forma semelhante ao estator, a relutância do rotor na posição desalinhada é dada pela Equação (50).

$$R_{rd} = \frac{l_{rotor}}{\mu_{ns} \cdot A_{ro}} = \frac{h_{ro}}{\mu_{ns} \cdot l_{ro} \cdot l_r} \quad (50)$$

#### 4.2.3 Relutância de pólo a pólo do estator ( $R_{pp}$ )

A Figura 18 mostra as linhas de fluxo na região pólo a pólo. Embora o caminho reto entre um pólo e outro não seja preenchido por um meio de alta permeabilidade magnética (ar), o que torna esse caminho de grande relutância, uma parcela significativa das linhas de fluxo magnético percorre esse caminho e deve ser considerado para o cálculo da relutância.

Figura 18 – Linhas de Fluxo da Relutância  $R_{pp}$ : (a) três dimensões; (b) duas dimensões



Fonte: Produzida pelo autor

O comprimento do entreferro nessa posição é dado pela altura dos dois entreferros na posição alinhada somado à altura do rotor de acordo com a Equação (51):

$$l_{pp} = 2 \cdot g + h_{ro} \quad (51)$$

A área da seção transversal (Equação (52)) é igual à do entreferro na posição alinhada desprezando o efeito de espraçamento. Portanto:

$$A_{pp} = A_{gap} = l_r \cdot l_{es} \quad (52)$$

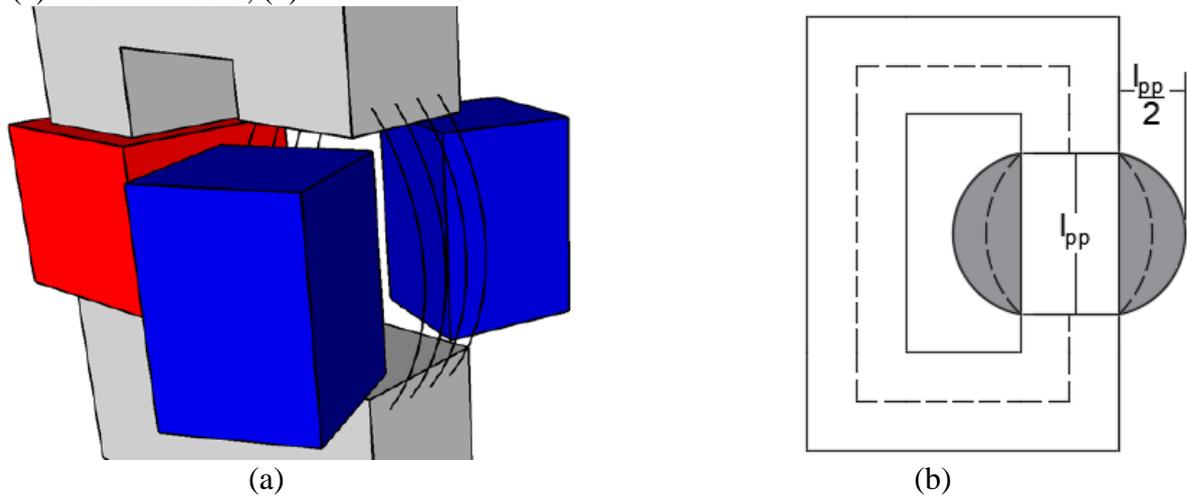
Então, a relutância de polo a polo é dada pela Equação (53).

$$R_{pp} = \frac{l_{pp}}{\mu_0 \cdot A_{pp}} = \frac{2 \cdot g + h_{ro}}{\mu_0 \cdot l_r \cdot l_{es}} \quad (53)$$

#### 4.2.4 Relutância de espraçamento na direção radial ( $R_{grd}$ )

Na relutância  $R_{grd}$  o meio por qual as linhas de fluxo atravessam é o ar. Essa relutância está relacionada com o efeito de espraçamento, que tende a aumentar a área da seção transversal devido à baixa permeabilidade do meio. As linhas de fluxo referente a essa relutância podem ser vistas na Figura 19.

Figura 19 – Linhas de Fluxo da Relutância de espraioamento na posição desalinhada:  
(a) três dimensões; (b) duas dimensões



Fonte: Produzida pelo autor

Semelhante às relutâncias referente ao espraioamento para a posição alinhada, o comprimento do caminho adotado é a média entre uma reta e uma semicircunferência segundo a Equação (54).

$$l_{grd} = \frac{l_{pp} + \frac{\pi l_{pp}}{2}}{2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot (2g + h_{ro}) \quad (54)$$

A área da seção transversal é um retângulo dado pela Equação (55).

$$A_{grd} = \frac{l_{pp}}{2} \cdot l_{es} = \frac{(2g + h_{ro})}{2} \cdot l_{es} \quad (55)$$

De acordo com a Equação (56) a relutância  $R_{grd}$  é dada por:

$$R_{grd} = \frac{l_{grd}}{\mu_0 \cdot A_{grd}} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot (2g + h_{ro})}{\frac{(2g + h_{ro})}{2} \cdot l_{es}} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot l_{es}} \quad (56)$$

Como se tem dois caminhos de fluxo  $R_{grd}$  iguais, a relutância equivalente é a metade da anterior.

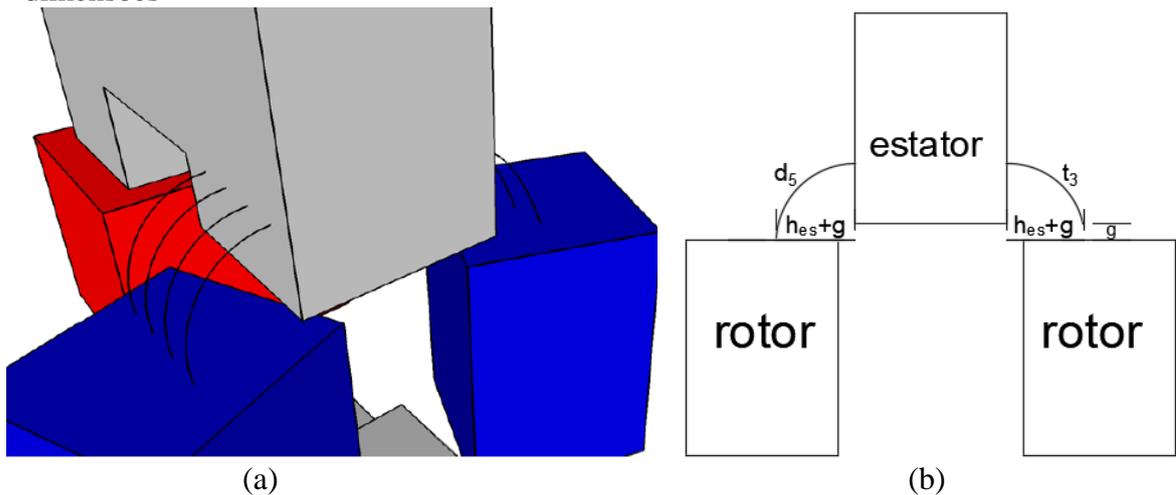
#### 4.2.5 Relutâncias do polo do estator ao rotor ( $R_{pr1}$ , $R_{pr2}$ e $R_{pr3}$ )

Krishnan (2001) apresenta vários caminhos de fluxo magnético para MRV de fluxo radial e para MLRV na posição desalinhada. No CME da MRV-C da posição desalinhada foram adotadas as relutâncias referentes aos caminhos mais relevantes. Para essas 3 relutâncias, o valor é aproximado, pois as equações foram deduzidas para uma MLRV, e no caso da MRV-C os cubos do rotor não estão alinhados com os polos do estator.

#### 4.2.5.1 Relutância $R_{pr1}$

A relutância  $R_{pr1}$  é composta pelas linhas de fluxo magnético que saem do polo do estator em direção ao rotor percorrendo caminhos em formato de arco externo conforme ilustra a Figura 20.

Figura 20 – Linhas de Fluxo da Relutância de polo a cubo 1: (a) três dimensões; (b) duas dimensões



Fonte: Produzida pelo autor

Conforme Krishnan (2001) tem-se que:

$$d_5 = (h_{es} + g) \cdot \frac{2}{\pi} \quad (57)$$

$$t_3 = d_5 - g \quad (58)$$

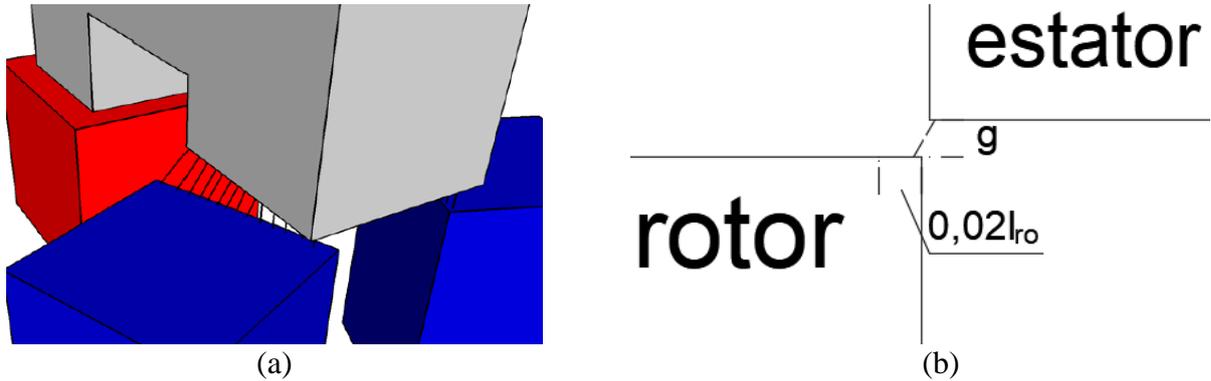
$$P_1 = \frac{\mu_0 \cdot l_r \cdot \ln\left(\frac{g + t_3}{g}\right)}{\frac{\pi}{2}} \quad (59)$$

$$R_{pr1} = \frac{1}{P_1} = \frac{\pi}{2 \cdot \left[ \mu_0 \cdot l_r \cdot \ln\left(\frac{g + t_3}{g}\right) \right]} \quad (60)$$

#### 4.2.5.2 Relutância $R_{pr2}$

A relutância  $R_{pr2}$  (Figura 21) é composta pelas linhas de fluxo magnético que saem da borda do polo do estator em direção a borda do rotor. Verifica-se que o caminho médio é maior que a distância do entreferro.

Figura 21 – Linhas de Fluxo da Relutância de polo a cubo 2: (a) três dimensões; (b) duas dimensões



Fonte: Produzida pelo autor

No entanto, o caminho médio adotado é igual ao comprimento do entreferro, conforme a Equação (61).

$$l_{pr2} = g \quad (61)$$

A área da seção transversal (Equação (62)) é dada por:

$$A_{pc2} = l_r \cdot 0,02l_{ro} \quad (62)$$

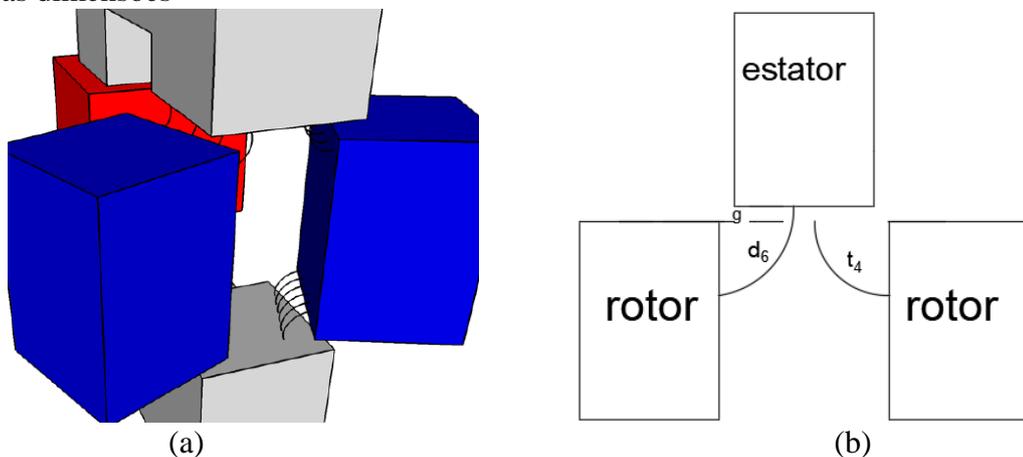
A relutância  $R_{pr2}$  é dada pela Equação (63).

$$R_{pr2} = \frac{l_{pr2}}{\mu_0 \cdot A_{pc2}} = \frac{g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot 0,02l_{ro}} \quad (63)$$

#### 4.2.5.3 Relutância $R_{pr3}$

A relutância  $R_{pr3}$  (Figura 22) é composta pelas linhas de fluxo magnético que saem do polo do estator em direção ao rotor percorrendo caminhos em formato de arco interno.

Figura 22 – Linhas de Fluxo da Relutância de polo a cubo 3: (a) três dimensões; (b) duas dimensões



Fonte: Produzida pelo autor

De acordo com Krishnan (2001) tem-se que:

$$d_6 = l_{ro} \cdot \frac{2}{\pi} \quad (64)$$

$$t_4 = d_6 - g \quad (65)$$

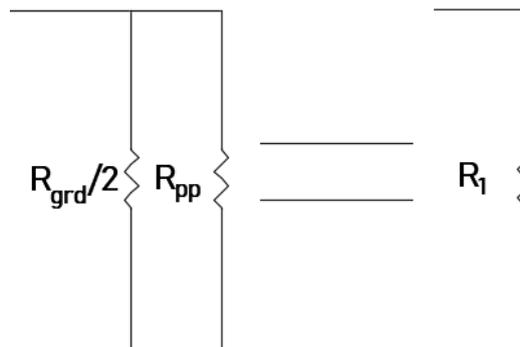
$$P_2 = \frac{\mu_0 \cdot l_r \cdot \ln\left(\frac{g + t_4}{g}\right)}{\frac{\pi}{2}} \quad (66)$$

$$R_{pr3} = \frac{1}{P_2} = \frac{\pi}{2 \cdot [\mu_0 \cdot l_r \cdot \ln\left(\frac{g + t_4}{g}\right)]} \quad (67)$$

#### 4.2.5.4 Cálculo da Relutância Equivalente

Primeiro será calculado o equivalente das relutâncias que saem do polo do estator diretamente em direção ao outro polo. Para facilitar o entendimento da equação da relutância final do CME na posição desalinhada será inserido relutâncias equivalentes. A Figura 23 mostra a relutância  $R_1$  (Equação (68)) equivalente ao paralelo de  $R_{grd}/2$  com  $R_{pp}$ .

Figura 23 – Relutância equivalente  $R_1$



Fonte: Produzida pelo autor

A relutância equivalente  $R_1$  é dada pela Equação (68).

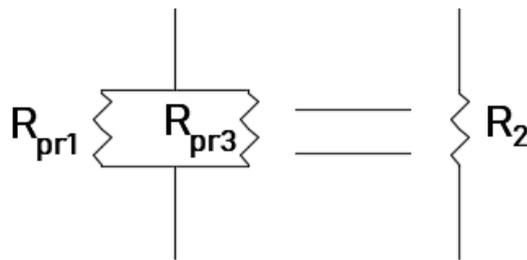
$$R_1 = \frac{R_{grd}}{2} // R_{pp} = \frac{\frac{R_{grd}}{2} \cdot R_{pp}}{\frac{R_{grd}}{2} + R_{pp}} \quad (68)$$

Substituindo (53) e (56) em (68) e simplificando a equação tem-se:

$$R_1 = \frac{(1 + \frac{\pi}{2}) \cdot (2g + h_{ro})}{\mu_0 \cdot l_{es} \left[ \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) l_r + 2(2g + h_{ro}) \right]} \quad (69)$$

Em seguida será calculado o equivalente das relutâncias que saem do polo do estator diretamente para o rotor. A Figura 24 mostra a relutância  $R_2$  equivalente ao paralelo de  $R_{pr1}$  com  $R_{pr3}$ .

Figura 24 – Relutância equivalente  $R_2$



Fonte: Produzida pelo autor

A relutância equivalente  $R_2$  é dada pela Equação (70)

$$R_2 = R_{pr1} // R_{pr3} = \frac{R_{pr1} \cdot R_{pr3}}{R_{pr1} + R_{pr3}} \quad (70)$$

Substituindo (60) e (67) em (70) tem-se:

$$R_2 = \frac{\frac{\pi}{2 \cdot \left[ \mu_0 \cdot l_r \cdot \ln \left( \frac{g + t_3}{g} \right) \right]} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot \left[ \mu_0 \cdot l_r \cdot \ln \left( \frac{g + t_4}{g} \right) \right]}}{\frac{\pi}{2 \cdot \left[ \mu_0 \cdot l_r \cdot \ln \left( \frac{g + t_3}{g} \right) \right]} + \frac{\pi}{2 \cdot \left[ \mu_0 \cdot l_r \cdot \ln \left( \frac{g + t_4}{g} \right) \right]}} \quad (71)$$

Simplificando a Equação (71):

$$R_2 = \frac{\pi}{2 \cdot \mu_0 \cdot l_r \cdot \left[ \ln \left( \frac{g + t_3}{g} \right) + \ln \left( \frac{g + t_4}{g} \right) \right]} \quad (72)$$

Logo, sabe-se que:

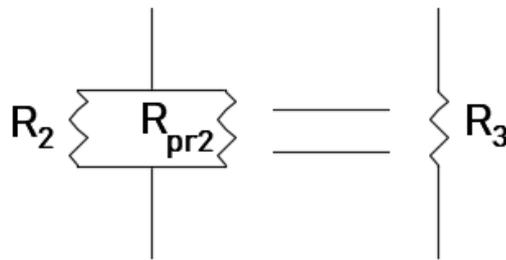
$$\ln a + \ln b = \ln(a \cdot b) \quad (73)$$

Utilizando a operação logarítmica da Equação (73) tem-se:

$$R_2 = \frac{\pi}{2 \cdot \mu_0 \cdot l_r \cdot \ln\left[\left(\frac{g+t_3}{g}\right) \cdot \left(\frac{g+t_4}{g}\right)\right]} \quad (74)$$

Como nessa região entre o polo do estator e o cubo do rotor tem-se três relutâncias em paralelo, será realizado o paralelo das duas primeiras com a terceira e assim obter a relutância equivalente. A Figura 25 apresenta a relutância  $R_3$  determinada pela Equação (75) equivalente ao paralelo de  $R_2$  com  $R_{pr2}$ .

Figura 25 – Relutância equivalente  $R_3$



Fonte: Produzida pelo autor

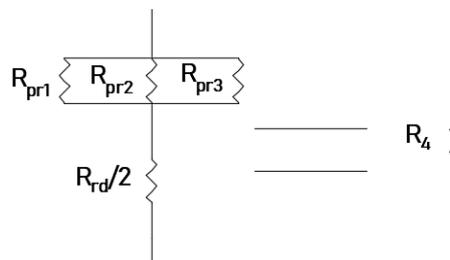
$$R_3 = \frac{\frac{\pi}{2 \cdot \mu_0 \cdot l_r \cdot \ln\left[\left(\frac{g+t_3}{g}\right) \left(\frac{g+t_4}{g}\right)\right]} \cdot \frac{g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot 0,02l_{ro}}}{\frac{\pi}{2 \cdot \mu_0 \cdot l_r \cdot \ln\left[\left(\frac{g+t_3}{g}\right) \left(\frac{g+t_4}{g}\right)\right]} + \frac{g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot 0,02l_{ro}}} \quad (75)$$

Simplificando a Equação (75), resulta na Equação (76):

$$R_3 = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} \cdot 0,02l_{ro} + g \cdot \ln\left[\left(\frac{g+t_3}{g}\right) \left(\frac{g+t_4}{g}\right)\right] \right\}} \quad (76)$$

A relutância equivalente  $R_3$  refere-se as três relutâncias em paralelo que saem do polo do estator em direção ao rotor. Pelo circuito simplificado (Figura 17), é necessário adicionar metade da relutância do rotor. Dessa forma, é utilizado a relutância equivalente  $R_4$ .

Figura 26 – Relutância equivalente  $R_4$



Fonte: Produzida pelo autor

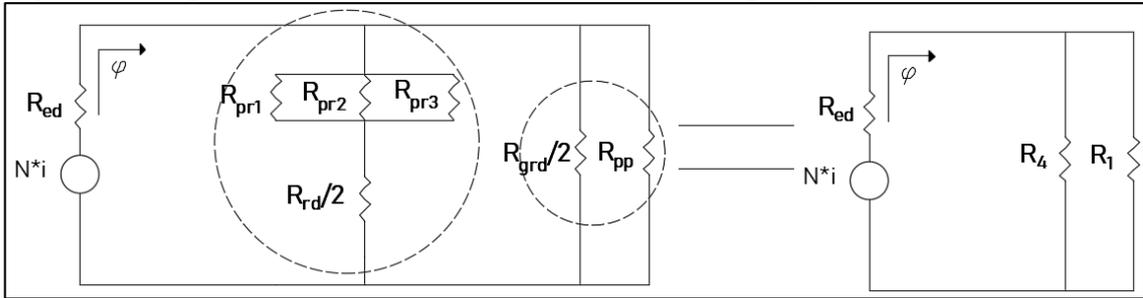
$$R_4 = R_3 + \frac{R_{rd}}{2} \quad (77)$$

Substituindo (50) e (76) em (77), tem-se:

$$R_4 = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} \cdot 0,02l_{ro} + g \cdot \ln\left[\left(\frac{g+t_3}{g}\right)\left(\frac{g+t_4}{g}\right)\right]\right\}} + \frac{h_{ro}}{2 \cdot \mu_{ns} \cdot l_{ro}} \quad (78)$$

Na Figura 27 pode-se ver facilmente a equivalência das relutâncias com o CME na posição desalinhada visto na Figura 17.

Figura 27 – Equivalência entre as relutâncias do CME na posição desalinhada



Fonte: Produzida pelo autor

Observa-se ainda na Figura 27 que a relutância total do circuito na posição desalinhada ( $R_d$ ) é dada pela Equação (79).

$$R_d = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} + R_{ed} \quad (79)$$

A indutância na posição desalinhada ( $L_d$ ) é dada por:

$$L_d = \frac{N_{esp}^2}{R_d} \quad (80)$$

Por fim, substituindo (49), (69) e (78) em (79) e posteriormente tem (80) tem-se a indutância do CME na posição desalinhada dada pela Equação (81).

$$L_d = \frac{N_{esp}^2}{\frac{(1 + \frac{\pi}{2}) \cdot (2g + h_{ro})}{\mu_0 \cdot l_{es} \left[ \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) l_r + 2(2g + h_{ro}) \right]} \cdot \left\{ \frac{\frac{\pi}{2} \cdot g}{\mu_0 \cdot l_r \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} \cdot 0,02l_{ro} + g \cdot \ln\left[\left(\frac{g+t_3}{g}\right)\left(\frac{g+t_4}{g}\right)\right]\right\}} + \frac{h_{ro}}{2 \cdot \mu_{ns} \cdot l_{ro}} \right\}} + \frac{2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_r + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot}}{\mu_{ns} \cdot l_{es} \cdot l_r}} \quad (81)$$

## 5 RESULTADOS

Os dados de 3 GRVs-C foram obtidos em Teixeira (2018), assim como o valor de suas indutâncias na posição alinhada e desalinhada a partir de simulações realizadas em MEF em duas dimensões e três dimensões. Para validar o método analítico utilizado para o cálculo de relutância e indutância de MRV-C foram analisados 3 geradores e os resultados obtidos foram comparados com a simulação em MEF. Os parâmetros destes podem ser conferidos na tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros dos 3 Geradores

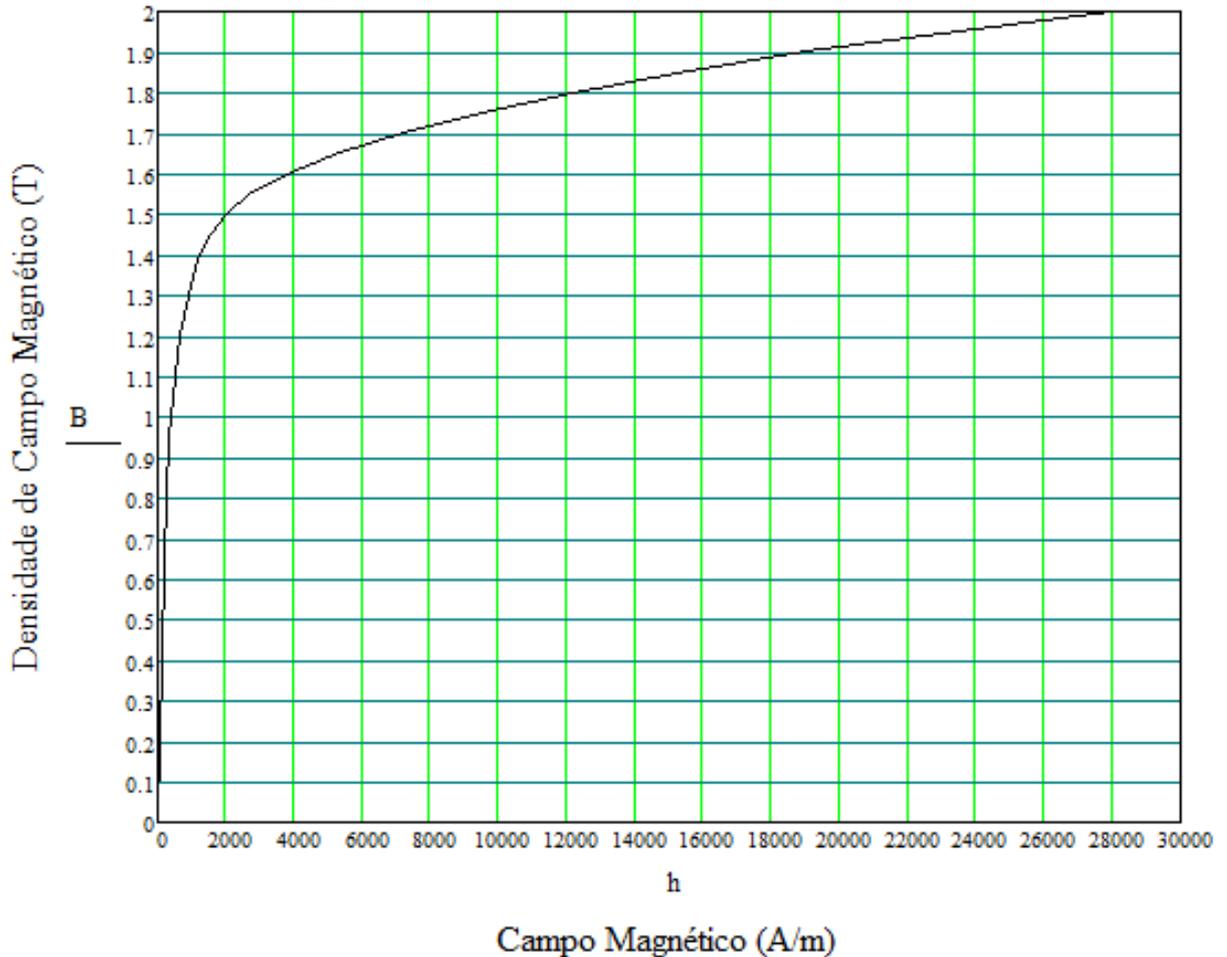
Parâmetro	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
Número de polos do estator ( $N_{es}$ )	12	12	12
Arco polar do estator ( $B_{es}$ )	0,373	0,381	0,368
Largura do polo do estator ( $L_{es}$ ) [mm]	43	37	32
Altura do polo do estator ( $H_{es}$ ) [mm]	21	18	16
Comprimento dos polos ( $l_r$ ) [mm]	43	37	32
Comprimento da ranhura ( $l_{slot}$ ) [mm]	50	41	38
Altura da ranhura ( $H_{slot}$ ) [mm]	105,5	89,5	79,5
Número de polos do rotor ( $N_{ro}$ )	8	8	8
Arco polar do rotor ( $B_{ro}$ )	0,39	0,381	0,391
Largura do polo do rotor ( $L_{ro}$ ) [mm]	45	37	34
Altura do polo do rotor ( $H_{ro}$ ) [mm]	63	53	47
Raio interno do rotor ( $r_{int}$ ) [mm]	114	96	86
Entreferro (g) [mm]	0,25	0,25	0,25
Número de espiras por núcleo C ( $N_{esp}$ )	350	311	272
Corrente máxima ( $I_{max}$ ) [A]	5	5	5
Carregamento elétrico (As) [ $A \cdot e/m$ ]	19545	20624	20135

Fonte: Produzida pelo autor

Os 3 geradores foram construídos do mesmo material magnético (Steel DR5 10-50), portanto irão apresentar a mesma curva de magnetização que pode ser observada no Gráfico 1. Para extrair o valor da permeabilidade magnética do material, que apresenta um comportamento não linear, é necessário conhecer o ponto de operação da máquina, que em geral é especificado pelo fabricante.

A escolha do ponto de operação da máquina é extremamente importante, e apesar de ser localizado geralmente na região de “joelho” da curva de magnetização, muda conforme os parâmetros da máquina. A característica não linear intrínseca do material magnético não pode ser desconsiderada, então tem-se a necessidade de obter uma função que represente o mais fiel possível a relação entre as variáveis B e H.

Gráfico 1 – Curva de Magnetização do Steel DR5 10-50



Fonte: Produzida pelo autor

A partir de uma curva que relaciona duas variáveis é possível obter por meio de softwares uma função que relacione essas variáveis, de modo que se estabeleça um valor de erro que possa ser irrelevante. Tendo em vista que a curva de magnetização está diretamente relacionada ao material magnético, uma vez encontrada uma função que melhor represente-a, essa função poderá ser usada quando o material for o mesmo.

Através do software LAB fit foram inseridos os pontos da curva de magnetização mostrados na Tabela 2 do material magnético Steel DR5 10-50.

Tabela 2 – Pontos da Curva de Magnetização do Steel DR5 10-50

Ponto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
B (T)	0	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15
H (A/m)	0	138	148	158	169	181	194	210	228	250	276	306	341	383	433	493	468

Ponto	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
B (T)	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
H (A/m)	652	762	890	1050	1260	1550	2010	2670	3780	5340	7200	9500	12200	15200	19000	23500	28000

Fonte: Produzida pelo autor

O software LAB fit gerou 12 equações distintas que satisfizeram os pontos da Tabela 2 relacionando densidade de campo magnético (B) e campo magnético (H), e a Equação (82) foi escolhida por apresentar grande precisão e por sua simplicidade comparada com as demais equações.

$$B = \frac{1}{a + c \cdot H + \frac{d}{H}} + e \cdot H \quad (82)$$

Sendo esses parâmetros:

- $a = 0,596$
- $c = -0,7157 * 10^{-5}$
- $d = 154,5$
- $e = -0,9533 * 10^{-5}$

A função da Equação (82) apresenta resultados confiáveis para  $1 \text{ T} < B < 1,8 \text{ T}$ .

Desta forma não é necessário realizar iteração computacional para obter o valor de B e de H e então determinar a permeabilidade magnética do material para a máquina, ressaltando novamente que esse valor se altera conforme o ponto de operação.

Após obtida a equação referente ao material magnético e as relutâncias em função da permeabilidade magnética, recorrer-se a Equação (83):

$$f = N_{esp} * I_{máx} = B_m * \left( \frac{2g}{\mu_0} + \frac{l_{es} + l_{rotor}}{\frac{B_m}{H_m}} \right) \quad (83)$$

A densidade de fluxo magnético é inversamente proporcional a área da seção transversal em que atravessa (Equação (12)). Logo, se a área transversal do estator e do rotor forem distintas as densidades de fluxo magnético também serão. Caso sejam distintas, resultará num valor de B médio que será utilizado nas duas regiões, podendo resultar em um pequeno erro ao final da modelagem. Os valores da permeabilidade magnética para os 3 geradores ( $\mu_1, \mu_2$  e  $\mu_3$ ) são obtidos substituindo a Equação (82) na Equação (83) e aplicando os parâmetros dos geradores na Equação (83).

Gerador 1:

$$\begin{aligned} B_1 &= 1,528 \text{ T} \\ H_1 &= 2390 \text{ Ae/m} \\ \mu_1 &= 6,4 * 10^{-4} \text{ Tm/Ae} \end{aligned}$$

Gerador 2:

$$\begin{aligned} B_2 &= 1,523 \text{ T} \\ H_2 &= 2315 \text{ Ae/m} \\ \mu_2 &= 6,579 * 10^{-4} \text{ Tm/Ae} \end{aligned}$$

Gerador 3:

$$\begin{aligned} B_3 &= 1,51 \text{ T} \\ H_3 &= 2140 \text{ Ae/m} \\ \mu_3 &= 7,056 * 10^{-4} \text{ Tm/Ae} \end{aligned}$$

Para esses geradores o ponto de operação na posição alinhada é próximo a  $B = 1,5$  T. Já na posição desalinhada, em que o material ferromagnético não está saturado, o valor da permeabilidade magnética pode ser obtido pela inclinação do início da curva, região que tem o comportamento linear.

## 5.1 Indutância na Posição Alinhada

Após calculada a permeabilidade magnética dos três geradores para a posição alinhada e substituindo os parâmetros da tabela 1 dos 3 geradores junto com a permeabilidade magnética na Equação (43) para obter a relutância equivalente do circuito e em seguida na Equação (48) **considerando o efeito de espraiamento**, tem-se os valores de indutância expressos na Tabela 3.

Tabela 3 – Indutância na Posição Alinhada com espraiamento

Gerador	Indutância (mH)
1	199,72
2	130,67
3	85,03

Fonte: Produzida pelo autor

O resultado dessas simulações em MEF para os três GRVs-C na posição alinhada estão inseridos na Tabela 4, que também compara o resultado das simulações com a modelagem analítica proposta nesse estudo. Através da tabela 4 pode-se verificar que o erro na modelagem analítica nessa posição é inferior a 9%, que está relacionado ao valor aproximado da permeabilidade magnética do material Steel DR5 10-50.

Tabela 4 – Comparação das simulações com o modelo analítico na posição alinhada

	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
	La (mH)	La (mH)	La (mH)
<b>MEF - 2D</b>	216,5	141,8	92,3
<b>MEF - 3D</b>	216,73	141,97	92,45
<b>Analítico</b>	199,11	130,14	84,6
<b>Erro - 3D</b>	8,13%	8,33%	8,49%

Fonte: Produzida pelo autor

### 5.1.1 Ponto de Operação do Gerador

Com a finalidade de reforçar a importância do conhecimento de qual é o ponto de operação da máquina, foram escolhidos 5 pontos na região de “joelho” no Gráfico 1, sendo um deles  $B = 1,5$  T, dois pontos abaixo e dois pontos acima desse valor. Dessa forma foram obtidos 5 valores de permeabilidade magnética e substituídos no cálculo da indutância do gerador 1. Os resultados podem ser conferidos na Tabela 5.

Tabela 5 – Indutância do gerador 1 em vários pontos de operação

<b>B (T)</b>	<b>Indutância (mH)</b>	<b>Diferença (%)</b>
1,4	277	25,91%
1,45	252	14,55%
1,5	220	-
1,55	187	15,00%
1,6	149	32,27%

Fonte: Produzida pelo autor

Pode-se perceber que para uma escolha do ponto na curva de magnetização com uma variação pequena de 0,05 T resultaria em um método inadequado, pois ocasionaria um erro de 15% da indutância, de acordo com a Tabela 5. Isso ocorre justamente porque nessa região o material opera sob condição de saturação (não linear).

### 5.1.2 Efeito de espraçamento na posição alinhada

Em uma situação fictícia, na posição em que os polos do estator e do rotor estão alinhados, o comprimento do entreferro deveria ser o menor possível. Porém, por diversos fatores como por exemplo a dilatação térmica de um material quando ocorre uma variação de temperatura causaria atrito entre o estator e rotor tornando assim inviável a utilização da máquina.

Devido ao comprimento muito pequeno do entreferro em relação às dimensões dos polos do estator e rotor e ao grau de complexidade que esse efeito dá ao CME, em alguns casos considera-se o espraçamento desprezível. Dessa forma será mostrado o resultado da indutância na posição alinhada para os 3 geradores tanto considerando o efeito de espraçamento como desprezando o mesmo.

Analisando os dados referentes à Tabela 6 pode-se constatar que esse efeito tem pouca significância para a posição alinhada em geral, causando uma alteração menor que 1% no cálculo da indutância nos 3 geradores. Em muitos casos essa variação pode ser desprezível, no entanto cabe ao projetista que irá calcular a indutância saber se essa variação é significativa para seu cálculo.

Tabela 6 – Indutância na posição alinhada (com e sem efeito de espraçamento)

Gerador	Indutância sem espraçamento (mH)	Indutância com espraçamento (mH)	Diferença (%)
1	199,11	199,72	0,31
2	130,14	130,67	0,41
3	84,6	85,03	0,51

Fonte: Produzida pelo autor

Pode-se verificar também na Tabela 6 que a diferença que esse efeito causa nos gerador 1 é menor que no gerador 2 e 3, isso devido as dimensões do estator e do rotor maiores no gerador 1 enquanto que o comprimento do entreferro é igual para os três geradores, tornando assim, mais irrelevante.

## 5.2 Indutância na posição desalinhada

Na posição desalinhada, o circuito magnético apresenta um grande comprimento de entreferro. Como já mencionado, o material magnético do estator e do rotor não estará na região de saturação, então o valor da permeabilidade magnética nesse caso pode ser retirada de um ponto abaixo da região de saturação. Nesse caso foi escolhido o ponto em que  $B = 1$  T. A permeabilidade magnética na posição desalinhada é dada pela Equação (84).

$$\mu_d = \frac{B_d}{H_d} = \frac{1}{383} = 2,61 \cdot 10^{-3} \frac{T \cdot m}{A \cdot e} \quad (84)$$

De forma análoga à posição alinhada, substituindo os parâmetros da tabela 1 dos 3 geradores na equação (81) para encontrar a indutância equivalente do circuito na posição desalinhada, tem-se os valores de indutância expressos na Tabela 7.

Tabela 7 – Indutância na Posição Desalinhada.

Gerador	Indutância (mH)
1	78,30
2	52,44
3	34,22

Fonte: Produzida pelo autor

### 5.2.1 Método de Elementos Finitos

O resultado das simulações para os três GRVs-C na posição desalinhada estão inseridos na tabela 8, que também compara o resultado das simulações com a modelagem analítica proposta nesse estudo. Através da tabela 8 pode-se constatar que o erro na modelagem analítica gira é inferior a 3%, isso porque nessa posição a permeabilidade magnética do material Steel DR5 10-50 é menos relevante do que na posição alinhada.

Tabela 8 – Comparação das simulações com o modelo analítico na posição alinhada

	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
	Lu (mH)	Lu (mH)	Lu (mH)
<b>MEF - 2D</b>	76,9	50,8	31,9
<b>MEF - 3D</b>	79,69	53,28	34,98
<b>Analítico</b>	78,3	52,44	34,22
<b>Erro - 3D</b>	1,74%	1,58%	2,17%

Fonte: Produzida pelo autor

## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma proposta de solução analítica para o cálculo das indutâncias de MRV-C e conseqüentemente das características de saída da máquina (visto que a tensão depende da derivada da indutância com relação à posição). Foi montado o CME na posição alinhada e desalinhada a partir dos seus parâmetros: dimensões, número de espiras e corrente.

Apresentou-se ainda uma metodologia para a obtenção da densidade de fluxo magnético sem a necessidade de utilização de processo iterativo. A partir da curva de magnetização do material magnético foi extraída uma equação relacionando as variáveis  $B = f(H)$ , e uma vez obtida essa equação, esta poderá ser utilizada quando o material for o mesmo.

Os valores das indutâncias na posição alinhada e desalinhada dos três geradores de relutância variável de fluxo axial tipo C obtidos foram satisfatórios. Na posição desalinhada a diferença com relação à simulação realizada com o método computacional MEF-3D foi inferior a 3%. Na posição alinhada, apesar de o circuito magnético ser mais simples, obteve-se uma diferença maior (acima de 8%) em relação à simulação computacional.

Apesar do valor de densidade de fluxo magnético obtido por meio da equação da curva de magnetização ser bem próximo do simulado (erro inferior a 3%), a região de alta saturação faz com a alteração da permeabilidade magnética do material seja significativa e conseqüentemente a relutância e indutância, visto que a posição alinhada a dependência desse valor é maior do que na posição desalinhada.

Pelo fato do método analítico não utilizar softwares como nos métodos computacionais (que em geral apresentam alto custo de aquisição como também elevado tempo de processamento), torna mais acessível o projeto e a análise de MRV-C. Dessa forma, o método analítico apresenta uma resposta mais rápida, no entanto com uma precisão menor comparado aos métodos computacionais.

## REFERÊNCIAS

- ANDERSON, A. F. Development History. In: MILLER, T. J. **Electronic Control of Switched Reluctance Machines**. [S.l.]: Newness Power Engineering Series, 2001. p. 6-33.
- BAO, Y. J.; CHENG, K. W. E. **Research on a novel switched reluctance generator for wind power generation**. Proc. of Power Electronics Systems and Applications (PESA). Hong Kong: [s.n.]. 2011.
- BARROS, T. A. S. **Propostas de Controles de Potência e Otimização do Desempenho do Gerador de Relutância Variável Aplicado em Geração Eólica Conectada à rede Elétrica de Baixa Tensão**. Campinas: Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 2015.
- CORDA, J. **Analytical Optimisation of Electromagnetic Design of A Linear (Tubular) Switched Reluctance Motor**. Proceedings of the XVII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF 2015). Valencia, Spain: [s.n.]. Sep., 2015.
- CORDA, J.; STEPHENSON, J. M. **Analytical estimation of the minimum and maximum inductances of a double-salient motor**. Proc. Int. Conf. Stepping Motors Syst. Leeds, England: pp. 50-59. Sep. 1979. p. 50-59.
- FALCONE, A. G. **Eletromecânica**. São Paulo: Edgar, 2006.
- FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY JR, C.; UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas com Introdução à Eletrônica de Potência**. Tradução de Anatólio Laschuk. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.
- JAYAPRAGASH, R.; CHELLAMUTHU, C. Development of Analytical Models for Switched Reluctance Machine and their Validation. **Electrical Engineering and Technology**, 10, n. 3, 2015. 990-1001.
- KRISHNAN, R. **Switched Reluctance Motor Drives: Modeling, Simulation, Analysis, Design, and Applications**. [S.l.]: CRC Press, 2001.
- LABAK, A.; KAR, N. C. Designing and Prototyping a Novel Five-Phase Pancake-Shaped Axial-Flux SRM for Electric Vehicle Application Through Dynamic FEA Incorporating Flux-Tube Modeling. **IEEE Trans. Ind. Appl.**, 49, n. 3, May-June 2013. 1276-1288.
- MEZA, R. A.; ROCHA, M. A. **Modelagem de curvas de magnetização para solução iterativa de circuitos magnéticos**. Curitiba: Monografia de Graduação, 2004.
- RAFADJUS, P.; ZRAK, I.; HRABOVCOVÁ, V. Analysis of the switched reluctance motor (SRM) parameters. **Electrical Engineering**, 55, n. 7-8, 2004. 195-200.
- SONG, S.; LIU, W. A Comparative Study on Modeling Methods for Switched Reluctance Machines. **Computer and Information Science**, 3, n. 2, May. 2010.
- TEIXEIRA, V. S. D. C. **Gerador de Relutância Variável com Núcleo do Tipo C: Aspectos Construtivos e Operacionais**. Campinas: Tese de Doutorado, 2018.

ZHIHUI, Z.; YUREN, L. Numerical and Analytical Modeling of Switched Reluctance Machines. **Journal of Computers**, 7, n. 12, Dec. 2012. 3036-3043.