In: ______. (Org.). **Aprendiz, Docência e Escola:** novas perspectivas. Fortaleza: Imprece, 2017. p. 232-358.

CIFRANAVIZAÇÃO:
LEITURA E ESCRITA DE REGISTROS NUMÉRICOS

Paulo Meireles Barguil

INTRODUÇÃO

"é preciso fé cega e pé atrás
olho vivo, faro fino e... tanto faz...
é preciso saber de tudo e esquecer de tudo:
fé cega e pé atrás

tá legal, eu desisto: tudo já foi visto
olhos atentos a qualquer momento: é preciso acreditar
tudo bem, eu acredito: tudo já foi dito
olhos atentos a todo movimento: é preciso duvidar
viver não é preciso e nem sempre faz sentido
é preciso muito mais fé cega e pé atrás.".
(Humberto Gessinger, Realidade virtual)

"Se ler é compreender e interpretar aquilo que está impresso em um texto, então, ao ler o discurso matemático o leitor deve compreender e interpretar aquilo que o texto de matemática mostra, ou seja, os símbolos e signos expressos pela linguagem matemática. No momento em que o leitor olha para os símbolos ou signos impressos no texto [...] o ato de ler a linguagem matemática começa a se realizar.". (DANYLUK, 1991, p. 39).

"Grande parte da literatura sobre educação matemática não considera o processo envolvido na aprendizagem de notações matemáticas como um processo *construtivo*. A aprendizagem de notações é considerada automática, um resultado da compreensão desenvolvida a respeito de conceitos matemáticos. A aprendizagem de notações é vista como uma consequência da aprendizagem de conceitos.". (BRIZUELA, 2006, p. 43, itálico no original).

"Parece-nos urgente que professores, pesquisadores e formadores dirijam suas atenções para o delicado processo de desenvolvimento de leitura para o acesso a gêneros textuais próprios da atividade matemática escolar. A leitura e a produção de enunciados de problemas, instruções

para exercícios, descrições de procedimentos, definições, enunciados de propriedades, teoremas, demonstrações sentenças matemáticas, diagramas, gráficos, equações etc. demandam e merecem investigações e ações pedagógicas específicas que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura, a análise de estilos, a discussão de conceitos e de acesso aos termos envolvidos, trabalho esse que o educador matemático precisa reconhecer e assumir como de sua responsabilidade.". (FONSECA; CARDOSO, 2009, p. 64-65).

"[...] como conceber a linguagem matemática, que é simbólica e abstrata às crianças, quando elas iniciam seu processo de escolarização?". (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 71).

"Considerando a Matemática como uma linguagem que possui símbolos e signos específicos, ela também está sujeita a abstração como qualquer outra linguagem, seja a materna (Língua Portuguesa) ou as estrangeiras modernas (Língua Inglesa, Francesa, Espanhola), que a princípio podem causar estranhamento nos iniciantes.". (PIRES; BERTINI; PRATES, 2014, p. 40).

Há mais de cinco séculos, aprender a **ler**, **escrever** e **calcular** sintetiza o currículo escolar básico, o qual é referendado pelo art. 7º, da Resolução CNE/CEB nº 07, de 14 de dezembro de 2010, que fixou as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de nove anos – DCNEF:

> [...] as propostas curriculares do Ensino Fundamental visarão desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe os meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores, mediante os objetivos previstos para esta etapa da escolarização, a saber:
> I – o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
> [...] (BRASIL, 2010).

Apesar de ser pacífica a importância de tais habilidades para a vida cotidiana e acadêmica dos estudantes e da excessiva valorização da Língua Portuguesa e da Matemática na Educação Básica no Brasil, os resultados do SAEB, desde 1995, revela(ra)m um cenário desalentador e aponta(ra)m a necessidade de implementar melhorias, dentre as quais destaco: i) a ampliação da duração do Ensino Fundamental de oito para nove anos; ii) o início dessa etapa aos seis anos de idade;

iii) a implementação do Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação; e iv) a criação do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC.

Todas essas proposições têm em comum a defesa de que as crianças sejam alfabetizadas até, no máximo, os oito anos de idade, o que propiciou a criação, em 2013, da Avaliação Nacional da Alfabetização – ANA, prevista quando da instituição do PNAIC, em 2012.

As escalas de Leitura[1] e Matemática possuem 4 níveis: o nível 1 é o mais elementar e o nível 4 é o mais elaborado (BRASIL, 2015, p. 24; 26-27). Conforme os dados da ANA em 2013, 2014 e 2016 – em 2015, a ANA não foi aplicada – mais de 50% dos estudantes estão nos níveis 1 e 2 das escalas de Leitura – não conseguem, por exemplo, localizar informação explícita em textos de maior extensão e identificar a quem se refere um pronome pessoal – e Matemática – não conseguem, por exemplo, resolver alguns tipos de problemas com números naturais maiores que 20 e ler horas em relógio analógico (de ponteiro). Esses dados revelam os grandes desafios a serem enfrentados nas próximas décadas.

Tabela 01 – Resultados por níveis na ANA de Leitura e de Matemática – 2013, 2014 e 2016[2]

NÍVEL \ ANO	2013		2014		2016	
	LEITURA	MATEMÁTICA	LEITURA	MATEMÁTICA	LEITURA	MATEMÁTICA
1	24%	24%	22%	24%	22%	23%
2	33%	34%	34%	33%	33%	32%
3	33%	18%	33%	18%	32%	18%
4	10%	24%	11%	25%	13%	27%

Fonte: Elaborada pelo autor a partir de BRASIL (2015, 2017).

Embora este artigo se debruce sobre a aprendizagem e o ensino da Matemática, expresso a minha preocupação e o meu descontentamento com o fato de que as demais áreas do conhecimento, imprescindíveis para o desenvolvimento integral dos estudantes, ocupam, muitas vezes, um espaço de menor importância no currículo escolar. E mais: essa segregação cultural guarda profundas relações com a qualidade do sucesso acadêmico e social dos estudantes!

1 Nomear de Leitura e Escrita as provas referentes à Língua Portuguesa robustece o equívoco de não considerar que leitura e escrita participam da (Educação) Matemática!

2 As modificações na metodologia de correção dos itens de Escrita, pois a sua escala foi alterada, impedem a comparação dos resultados entre os anos de 2013 e 2014 (BRASIL, 2015, p. 39), bem como entre 2014 e 2016 (BRASIL, 2017, p. 14).

No que se refere ao **ler**, **escrever** e **calcular**, infelizmente **ler** e **escrever** – leitura e escrita, respectivamente – costumam ser associados apenas à Língua Portuguesa, enquanto que o **calcular** à Matemática, conforme as seguintes citações:

> A partir dos achados dessa pesquisa, considero que é importante [...] compreender os sistemas de desenho e de escrita em seus níveis de construção; conhecer os diferentes momentos de apropriação destes objetos de conhecimento pela criança; e observar as interações entre desenho e escrita no processo de cada criança. Trata-se, portanto, de possibilitar um diálogo entre duas linguagens gráficas tão caras e tão importantes para a criança: desenho e escrita. (PILLAR, 2012, p. 21).
>
> Em relação à escrita, foram os estudos de Emilia Ferreiro sobre a psicogênese da língua escrita que evidenciaram os níveis pelos quais a criança passa ao se apropriar desse sistema. Ferreiro trata o sistema de escrita como a representação de uma linguagem e a sua aprendizagem como a apropriação de um objeto de conhecimento. (PILLAR, 2012, p. 24).

Necessário, de início, denunciar esta dupla ilusão, a qual contribui e alimenta práticas pedagógicas equivocadas, com intensas consequências – não somente acadêmicas! – para a vida dos discentes, seja porque se ignora que a Matemática, com símbolos e sintaxe específicos, requer, para a sua aprendizagem, que o estudante desenvolva habilidades relacionadas à leitura e à escrita, as quais demandam interpretação, seja porque se limita essa Ciência aos números, os quais, por vezes, são vivenciados de forma mecânica, pois associados ao calcular.

Nessa perspectiva, Barguil (2016a, p. 386) defende que

> [...] a Educação Matemática, sempre que possível, contemple a diversidade de seus domínios: Álgebra, Aritmética, Estatística e Probabilidade, Geometria, Lógica e Medidas. Por vários fatores, em muitos espaços-tempos, a Matemática na escola tem privilegiado a Álgebra e a Aritmética em detrimento dos outros campos dessa Ciência.
>
> No que se refere à Aritmética, várias são as habilidades que os estudantes precisam desenvolver – recitar; ler, falar e escrever algarismos; contar; ler, falar e escrever numerais; compreender o conceito de número; interpretar problemas; representar situações, com desenho, diagrama, material concreto, algoritmo; ler e escrever contas; resolver cálculos... – numa aventura que acontece fora e dentro da escola.

Essa citação enfatiza três aspectos muito importantes: i) a Matemática não se reduz a números, embora, muitas pessoas, em virtude de práticas escolares limitantes, acreditem nisso; ii) uma pessoa aprende Matemática porque interage com essa Ciência mediante a **oralidade** – escuta e fala – e a **notação**, o **registro** – leitura e escrita – em contextos diversos; e iii) o calcular está relacionado a várias habilidades, as quais, caso não sejam constituídas pelo sujeito, impactarão negativamente sobre aquela atividade.

Em relação a esse último aspecto, Pires, Bertini e Prates (2014, p. 41) afirmam: "Mais do que manipular símbolos, realizar cálculos extensivos rapidamente e reconhecer formas, ela [a Matemática] exige raciocínio, estratégia, leitura e interpretação, habilidades essas que qualquer linguagem exige.".

Acrescento: as continhas, tão – negativamente – afamadas na escola, não possuem vida própria no cotidiano: elas são elaboradas por pessoas a partir da interpretação de situações, mesmo que hipotéticas, mediante diversos tipos de registros e variadas representações. Diante do exposto, é urgente extirpar a crença que encurta a Matemática ao cálculo, ainda mais quando ele é visto numa perspectiva meramente operacional.

Durante décadas, a cópia de números e a tabuada foram as estratégias didáticas utilizadas para ensinar – a odiar! – essa Matemática. É notório que, durante séculos, a Educação escolar tem prestigiado práticas, nas diversas áreas do conhecimento, que consideram a repetição indispensável para a aprendizagem, reduzindo esta à memorização. Além da fácil constatação da pouca eficiência de tal postulado, seja do ponto de vista cognitivo, seja do ponto de vista afetivo, as descobertas da Neurociência, notadamente nas últimas duas décadas, apontam a importância da atividade do sujeito no processo de aprendizagem.

Nas últimas três décadas, diversos estudiosos investigaram o ensino e a aprendizagem da Língua Portuguesa[3] e da Matemática no início da vida escolar, de modo especial sobre o Sistema de Escrita Alfabético – SEA e o chamado Sistema de Numeração Decimal – SND, bem como das relações entre os mesmos (SINCLAIR, 1990a; DORNELES, 1998; MACHADO, 1998; TIGGEMANN, 2010; VIANNA, 2014).

Infelizmente, essa secular crença que associa leitura e escrita apenas à Língua Portuguesa[4] se manifesta no ambiente escolar de várias formas, dentre as quais destaco as seguintes pertinentes à Aritmética, que serão contemplados

3 Nos estudos de Emilia Ferreiro (FERREIRO, 1998, 2004, 2007; FERREIRO; TEBEROSKY, 2006) sobre alfabetização é adotada a expressão Língua Escrita. Em Barguil (2016), utilizei a expressão Língua Materna, mas, tendo em vista que LIBRAS e outras línguas podem ser consideradas maternas, optei, nesse texto, por explicitar a Língua Portuguesa. Esclareço, com ênfase, que a Língua Portuguesa e a Matemática possuem leitura e escrita, dimensões da notação, do registro, bem como escuta e fala, dimensões da oralidade.

4 Em LIBRAS, infelizmente, também ocorre essa inexatidão.

neste texto: i) não reconhecimento dos algarismos como as unidades constituintes dos registros numéricos, os quais são similares às letras nas palavras, expresso na designação daqueles como números; ii) não identificação do conjunto dos algarismos, facilmente constatada pela ausência de nome desse reunido; e iii) não consideração dos processos de leitura e escrita relacionados aos registros numéricos nas práticas pedagógicas, bem como da importância da oralidade – escuta e fala. Este artigo amplia algumas ideias detalhadamente explicadas em outros dois artigos (BARGUIL, 2016a, 2017a), as quais aqui serão expostas de modo sintético para facilitar a compreensão do que agora anuncio.

CIFRANAVA, SISTEMA CIFRANÁVICO E CIFRANAVIZAÇÃO

> "[...] segundo a teoria construtivista, é essencial estudar a aquisição dos sistemas de notação, como a de outros objetos do conhecimento que envolvam os mesmos processos de diferenciação e integração, de abstração e de generalização, de conflitos e de regulações.". (SINCLAIR, 1990b, p. 17).

> "[...] as notações se incluem no que alguns pesquisadores chamam de representações externas. Ademais, as inevitáveis relações ou regras estabelecidas pelos criadores de notações entre suas marcas gráficas e o que elas pretendem representar fazem com que essas notações sejam elas idiossincráticas ou convencionais, constituem parte de sistemas notacionais mais amplos.". (BRIZUELA, 2006, p. 24).

Barguil (2016a) percebeu que, além da confusão sobre o sentido de algarismo, número e numeral, enquanto na Língua Portuguesa, há uma articulação vocabular dos seus elementos conceituais – conjunto, sistema e processo – na Matemática (no âmbito da Aritmética), ocorrem, respectivamente, uma ausência, uma imprecisão e uma diversidade de termos, resultando em desalinhamento linguístico das palavras, conforme consta no Quadro 01, que é aqui ampliado com a inclusão da linha referente à "Unidade".

Quadro 01 – Elementos conceituais da Língua Portuguesa e da Matemática (Atual)

ELEMENTOS	ÁREA DO CONHECIMENTO	
	LÍNGUA PORTUGUESA[1]	MATEMÁTICA[2]
Unidade	Letra	Número
Conjunto	Alfabeto	-
Sistema	Alfabético	de Numeração Decimal
Processo	Alfabetização	Numeralização, Numeramento, Sentido de Número ou Senso Numérico

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Barguil (2016a, p. 385).
[1] Optei por nomear de Língua Portuguesa ao invés de Língua Materna.
[2] Apenas no âmbito da Aritmética.

Antes de prosseguir, é necessário compartilhar a minha concepção sobre a distinção entre alfabetização e letramento:

> No entendimento de Soares (2003), a alfabetização é o aprendizado do alfabeto e de sua utilização como código de comunicação, o qual não se limita a desenvolver as habilidades de codificação e decodificação do ato de ler, mas contempla a capacidade de interpretar, compreender, criticar e resignificar e produzir conhecimento, num processo nomeado de letramento.
> Nessa perspectiva, alfabetização e letramento seriam dois processos distintos e interligados. No entanto, a proposição de letramento como o uso social do sistema alfabético reforça a equivocada compreensão da alfabetização como um ato mecânico, pois retira dessa o seu significado e o coloca naquele.
> A qualidade do currículo escolar, enquanto proposição e realização, é verificada pela inserção dos estudantes na sociedade, a qual deve ser pontos de partida e de chegada, referenciais a serem adotados nos processos educativos durante todos os seus momentos.
> O ambiente educacional abrange apenas uma pequena parcela do conhecimento engendrado nas incalculáveis aventuras da Humanidade sequiosa de desvendar o Universo, motivo pelo qual é lamentável se pensar em práticas pedagógicas que ignorem as raízes e os frutos, ambos profundamente sociais, dos conteúdos nele lecionados. (BARGUIL, 2016a, p. 392).

Parece-me que o uso do termo letramento para se referir aos usos sociais é uma armadilha sutil, pois credita à locução o poder de transformar um ensino sem o cotidiano, quando o mesmo se manifesta em cada sujeito pedagógico, percebendo-se isso ou não! Ou seja, o contexto é imprescindível não somente para a alfabetização, mas para uma Educação de qualidade.

Por acreditar que os aspectos consolidados no Quadro 01, muitas vezes relacionados a lacunas epistemológicas, impactam negativamente no ambiente escolar mediante práticas mecanizadas e que não contribuem para a constituição de significado, Barguil (2016a) se debruça sobre cada um deles, no intuito de incrementar a qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem.

No que se refere à distinção conceitual entre as letras e os algarismos e seu papel nos respectivos sistemas, Barguil (2016a, p. 388) declara:

> Em relação ao alfabeto, nunca encontrei uma sala que tivesse erro na decoração das 26 (vinte e seis) letras. Quanto aos algarismos, os enganos são de natureza dupla: i) na nomeação dos mesmos como número ou numeral; e ii) na exibição – já encontrei de 0 a 9 (que é a correta), de 1 a 10 e de 1 a 9. Ainda não vi de 0 a 10...
> Um dos motivos para essa impropriedade, perpetrada por profissionais da Educação Básica e da Educação Superior, é o fato de todos os algarismos indo-arábicos – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 – serem também numerais, não números! Isso não ocorre com a Língua Materna, pois as letras do alfabeto – com exceção das vogais a, e, o, no caso da Língua Portuguesa – não são palavras, mas as compõem.

Ou seja, "Enquanto na Língua Portuguesa, é notória a distinção de letras e palavras, sendo as primeiras utilizadas na produção das segundas, na Matemática, há uma terrível confusão.". (BARGUIL, 2017a, p. 240). Diversas obras – conforme citações a seguir – tanto no âmbito da Educação Básica – algumas de ampla circulação no Ciclo de Alfabetização – como da Educação Superior, ampliam, há quase três décadas, essa baderna conceitual sobre algarismo, número e numeral, os quais costumam ser tratados como sinônimos, pois ignoram o fato de que os algarismos são os elementos constituintes dos registros numéricos, dos numerais, pois afirmam que os sinais gráficos, os caracteres são números (BARGUIL, 2016a, 2017a)!

> **Um conceito envolve simultaneamente significantes – letras, números, sinais como +, -, >, <, etc – e seus significados**. Quando utilizamos esses sinais em definições e demonstrações, pressupomos que o aluno já conhece seu significado. (CARRAHER, 1990, p. 22, negrito meu).

> Na linguagem matemática, tem-se uma disposição convencional de ideias que são representadas por sinais com significados. Um exemplo disso é o sistema de signos transcritos nos sistemas de numeração pelos diferentes **numerais**. (DANYLUK, 1991, p. 44, negrito meu).

> As palavras simbolizam algo; os símbolos matemáticos também se referem a alguma coisa. **As letras e os números**, por exemplo, são símbolos que significam e que exigem interpretações. Ambos necessitam ser entendidos pelo ser-aí, através de experiências vividas situadamente. (DANYLUK, 1991, p. 45, negrito meu).

Ao contrário, os sistemas de notação posicional, como os nossos, possuem um caráter muito econômico. De fato, só exigem dez **números** (de 0 a 9). (FAYOL, 1996, p. 41, negrito meu).

Há alguns problemas cognitivos que parecem evidentes: por exemplo, que a criança enfrenta necessariamente problemas de classificação quando procura compreender a representação escrita. Pensemos em todas as dificuldades inerentes à **classificação do material gráfico** como tal. Todos os nossos símbolos não icônicos estão constituídos por combinações de dois tipos de linhas: pauzinhos e bolinhas. Mas **alguns são chamados de letras e, outros, de números**. (FERREIRO, 1998, p. 10, negrito meu).

Algumas crianças usam **letras**; algumas usam **números**; enquanto outras usam letras e **números** em suas correspondências com objetos. O uso de **letras** para representar quantidade reflete a falta de diferenciação entre letras e **números**. (BRIZUELA, 2006, p. 20, negrito meu).

O sistema de escrita do português [...] usa vários tipos de alfabeto; apesar disso não é totalmente alfabético, usando, **além das letras, outros caracteres de natureza ideográfica, como os sinais de pontuação e os números**. (CAGLIARI, 2007, p. 117, negrito meu).

O **conjunto das formas gráficas** que denominamos **"letras"** é um conjunto arbitrário; há muitas outras formas gráficas que poderíamos considerar "quase-letras" ou "pseudo-letras" [...]. O **conjunto das formas gráficas** que denominamos **"números"** é também um conjunto arbitrário; distingui-las das letras (apesar dos muitos traços comuns) indica já uma boa possibilidade de discriminação e de reprodução de forma arbitrárias [...]. (FERREIRO, 2007, p. 42, negrito meu).

Os **números** em LIBRAS são transcritos das seguintes CM [Configurações das mãos]:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	0

[Imagens com as respectivas CM]
(FALCÃO, 2007, p. 260, negrito meu).

20.4 Quadro simplificado das Configurações – CM, **números e alfabeto** [...]
Quadro 1 – condensada do **alfabeto e numerais**. (FALCÃO, 2007, p. 262, negrito meu).

Juliano sabe que o primeiro **número** corresponde ao "vinte", "trinta", "setenta", etc., e que, portanto, são maiores do que o "dois", "três", "sete" etc. (MORENO, 2008, p. 58, negrito meu).

Como vinculam seu conhecimento da numeração falada com a escrita para argumentar (a seu modo) que o valor de um **número** depende da posição que ocupa [...]. (MORENO, 2008, p. 58, negrito meu).

8.4 Quadro simplificado das Configurações – **alfabeto e numerais**. (FALCÃO, 2010, p. 396, negrito meu).

Crianças com dificuldade de percepção espacial e nas relações espaciais não percebem a sequência das letras ou dos **números**. (MAIA, 2010, p. 25, negrito meu).

[...] para finalmente ocorrer o aprendizado dos **números** arábicos para representar quantidades. (MAIA, 2010, p. 28, negrito meu).

Propriedades do SEA que o aprendiz precisa reconstruir para se tornar alfabetizado (fonte: MORAIS, 2012):
1. escreve-se com **letras**, que não podem ser inventadas, que têm um repertório finito e que são diferentes de **números** e de outros símbolos; (BRASIL, 2012a, p. 10, negrito meu).

Também consegue selecionar o maior entre dois números de dois ou três **algarismos**. (FAYOL, 2012, p. 17, negrito meu).

Como uma das funções do **zero** é representar uma ordem vazia, ou seja, representar a ausência de quantidades, isto o torna mais complexo que os demais **números**. (MUNIZ; SANTANA; MAGINA; FREITAS, 2014b, p. 38, negrito meu).

O **Sistema Braille** é um código universal de leitura tátil e de escrita, usado por pessoas cegas, inventado na França por Louis Braille, um jovem cego. É constituído por **64 sinais** em relevo cuja combinação representa **as letras do alfabeto, os números**, as vogais acentuadas, a pontuação, a notas musicais, os símbolos matemáticos e outros sinais gráficos. (VIANNA; GRECA; SILVA, 2014, p. 38, negrito meu).

Escrita com letras e **numerais**. (SIMONETTI, 2016a, p. 23, negrito meu).

Esse embaraço epistemológico assume níveis insuportáveis quando se corresponde alfabeto a números!

Quando se observa que os elementos constituintes dos dois sistemas fundamentais para a representação da realidade – **o alfabeto** e **os números** – são apreendidos conjuntamente pelas pessoas em geral, mesmo antes de chegarem à escola [...]. (MACHADO, 1998, p. 15, negrito meu).

E o que dizer quando os algarismos são ignorados?

3. A criança constrói o conhecimento estando em interação/ação e reflexão sobre o objeto do conhecimento (letras, palavras, textos, números, medidas, espaço, tempo, formas. Aquilo que não conhecemos, que não vivemos, não experimentamos, que não é objeto do nosso pensar e do nosso sentir não nos pertence. (ANDRADE, 2009, p. 159).

Em relação à distinção entre algarismo, número e numeral, apresento, a seguir, uma síntese do exposto em Barguil (2016a).

A palavra algarismo homenageia um matemático árabe, Abū ʽAbd Allāh Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī[5], 780 (?) – 850 (?), que escreveu vários livros na área, especialmente sobre Álgebra[6], bem como Astronomia e Astrologia.

Algarismo é

> *s.m.* MAT cada um dos caracteres com que se representam os números. **a. arábico** ou **árabe** MAT no sistema decimal de numeração, cada um dos dez caracteres representativos dos números 1 (um), 2 (dois), 3 (três), 4, (quatro), 5 (cinco), 6 (seis), 7 (sete), 8 (oito), 9 (nove), 0 (zero), e cuja divulgação no Ocidente se deve aos árabes. [...] **a. romano** no sistema romano de numeração, cada um dos caracteres representativos dos números I (um), V (cinco), X (dez), L (cinquenta), C (cem), D (quinhentos), M (mil) [...]. (HOUAISS; VILLAR, 2009, p. 92, negrito no original).

> *s.m.* [do ár. al-huwarizmī ʽantropônimo, sobrenome do matemático Muhhmmad Ibn Mussa (séc. IX)] Cada um dos símbolos usados para representação dos números. [...] **Algarismo indo-arábico** Cada um dos símbolos que representam os números no sistema decimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, respectivamente, zero, um dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito e nove; algarismo arábico. (VARGENS, 2007, p. 111, negrito no original).

O algarismo, portanto, é "[...] um símbolo matemático, um sinal gráfico, um significante pictórico utilizado em numerais, os quais podem ter um ou vários algarismos.". (BARGUIL, 2016a, p. 393).

Conforme Rosa Neto (2000, p. 41-42), "Número é ideia, numeral é símbolo. O número é uma noção de quantidade só existente nos neurônios de quem a construiu. Número não pode terminar em 0, 2, 4, 6, ou 8. O numeral, sim, quando escrito com os nossos algarismos usuais.". Uma quantidade, um número, portanto, pode ser representando mediante distintos numerais, que utilizam símbolos peculiares.

5 O sobrenome do Matemático indica a cidade de sua origem. Khwarizm é uma província do Uzbequistão, atualmente denominada Khiva (Xiva, na língua nativa). O Turcomenistão fica entre o Irã e o Uzbequistão. Consultar um mapa da região disponível em http://www.donizetegeografo.com.br/assets/images/Mapas/Mapa_02.jpg. A expressão latina *algoritmi* é o radical comum de algarismo e algoritmo, sendo esse designado como um conjunto de regras para resolver um problema.

6 Álgebra deriva de *al-jabr*, uma das duas operações – restauração e redução – que ele usou, no seu livro Cálculo por restauração e redução, escrito no século IX, que consiste em adicionar o mesmo fator nos dois lados da equação. *Al-muqabalah*, por sua vez, é a eliminação dos termos semelhantes de ambos os lados da equação, de modo que a equação tenha apenas um termo de cada tipo.

> Desta forma, as palavras *cinco, cinq* e *five* ou os símbolos gráficos 5, V e — não passam de numerais; todos eles utilizados para representar o mesmo número. As três palavras representam esta quantidade nas línguas portuguesa, francesa e inglesa, respectivamente, enquanto os três símbolos apresentados têm origem indo-arábica, romana e maia, respectivamente. (RODRIGUES, 2013, p. 18, itálico no original).

Sintetizando: **número** é a ideia de quantidade, enquanto **numeral** é a representação de um número. Ou seja, o número é o significado, enquanto o numeral é o significante. Essa mistura na nomeação entre número e numeral, por vezes ignorada no âmbito da Educação Básica, embora seja compreensível, notadamente no seu início, é inquietante porque pode revelar a confusão conceitual, a qual se expressa em algumas práticas educacionais:

> Uma das práticas frequentes é ensinar um número de cada vez - primeiro o 1, depois o 2 e assim sucessivamente enfatizando o seu traçado, o treino e a percepção, por meio de propostas como: passar o lápis sobre os algarismos pontilhados, colar bolinhas de papel crepom ou colorir os algarismos, anotar ou ligar o número à quantidade de objetos correspondente (por exemplo, ligar o 2 ao desenho de duas bolas). Esse tipo de prática se apoia na ideia que as crianças aprendem por repetição, memorização e associação e deixa de lado os conhecimentos construídos pelas crianças no seu convívio social. (MONTEIRO, 2010, p. 01).

> O que está por trás das formas mais comuns de tentar ensinar números na Educação Infantil é a crença de que o conceito de número pode ser transmitido via oral e memorizado pela criança, por meio de exercícios gráficos. Parece que se ignora, em âmbito escolar, o que é conhecimento físico e conhecimento lógico-matemático, e o que provoca a indiferenciação entre NÚMERO e NUMERAL na mente de pais e professores. (SCRIPTORI, 2014, p. 135).

Conforme Barguil (2016a, p. 396), há, ainda, outro desarranjo que precisa ser organizado: a não diferenciação entre **dígito** – do latim *digitus*, que significa dedo – e **algarismo**, os quais, muitas vezes, são utilizados com sinônimos:

> Como pode-se observar, a quantidade de **algarismos** resulta decisiva ao comparar 100 com 1000 e 101 com 1010. (ZUNINO, 1995, p. 121, negrito meu)

> De fato, neste sistema um número de mais **algarismos** representa sempre uma quantidade maior que a representada por um número de menos **algarismos** (no conjunto dos números inteiros) [...]. (ZUNINO, 1995, p. 122, negrito meu)

> Na numeração romana, [...] o 334 é representado por oito **algarismos** (CCCXXXIV) e o número 1000 só com um (M). (ZUNINO, 1995, p. 122-123, negrito meu)

É surpreendente que as crianças possam estabelecer que um número é maior que outro – baseando-se na quantidade de **algarismos** – ainda ser saber qual é a quantidade representada por esses números. (ZUNINO, 1995, p. 123, negrito meu)

[As crianças] Sabem também que, se compararem dois números de igual quantidade de **algarismos**, será necessariamente maior aquele cujo primeiro algarismo seja maior e por isso podem afirmar – como muitas das crianças entrevistadas o fizeram – que "o primeiro é quem manda". (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 83, negrito meu).

De fato, crianças que escrevem convencionalmente qualquer número de dois **algarismos** (35, 44, 83, etc.) [...]. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 96, negrito meu).

[...] [As crianças] sabem que em nosso sistema de numeração a quantidade de **algarismos** está relacionada à magnitude do número representado. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 98, negrito meu).

[...] (o valor do **dígito** 5 em 50 e em 500 é diferente, embora o **dígito** em si seja o mesmo). (NUNES; BRYANT, 1997, p. 29, negrito meu).

[...] uma pequena porção dos erros das crianças em escrever números foi decorrente do uso do **dígito** errado ou da posição relativa erradas dos **dígitos**. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 80, negrito meu).

No processo de começar a escrever o que, para as crianças, são números mais complexos – como os números de dois **algarismos** – faz sentido pensar que elas levam um certo tempo para aprender a escrevê-los. (BRIZUELA, 2006, p. 32, negrito meu).

Apesar de Mercedes não poder ainda ler esses números, "sabe" que quanto maior é a quantidade de **algarismos**, maior é o número. (MORENO, 2008, p. 57, negrito meu).

Inicialmente, as crianças se apoiam em esquemas de natureza lógico-matemática de correspondência termo a termo que se manifestam nos argumentos relativos à quantidade de **algarismos** do número (mais **algarismos** – maior o número). (TEIXEIRA, 2010, p. 115, negrito meu).

[...] somar os **dígitos** para compor um número [...] (TEIXEIRA, 2010, p. 129, negrito meu).

Estudos [...] têm apontado o quanto é difícil, para a criança, a elaboração do conceito de valor posicional, bem como o quanto é demorada a aquisição de flexibilidade no uso dos números multidígitos, ou seja, números formados por vários **algarismos**. (GOLBERT, 2011, p. 76, negrito meu).

[...] no caso de os números terem a mesma quantidade de **algarismos**, o maior será aquele cujo primeiro for maior e, por isso, as crianças afirmam "que o primeiro é quem manda". (GOLBERT, 2011, p. 109, negrito meu).

A passagem dos números de um algarismo para os números de dois, depois de três e por fim de *n* **algarismos** exige a ativação de um novo mecanismo: o valor posicional dos algarismos. (FAYOL, 2012, p. 32, negrito meu).

Os desempenhos de transcodificação das crianças e dos adolescentes são previsíveis quando se levam em conta dois parâmetros: o número de **algarismos** do número a transcrever a o número de sílabas do nome do número verbal. Assim, oitenta e quatro (2 algarismos mas 6 sílabas) causa tanto problema quanto dois mil (**4 algarismos** e 2 sílabas). (FAYOL, 2012, p. 34-35, negrito meu).

Em alguns sistemas de numeração, os **símbolos** (ou **algarismos**) possuem um valor fixo que independe de seu lugar nas representações numéricas das quantidades. Em outros, não é assim. Vamos representar, por exemplo, o número oito mil, oitocentos e oitenta e oito no SND e no Sistema de Numeração Romano.

8	8	8	8	Representação no SND
$\overline{\text{VIII}}$	DCCC	LXXX	VIII	Representação no Sistema de Numeração Romano

É muito comum também que as crianças, ao compararem números de igual quantidade de **algarismos**, argumentem que a posição do algarismo desempenha papel fundamental, entendendo que "o primeiro (algarismo) é quem manda". (SANTANA et al, 2013, p. 67, negrito meu).

Ouvir as respostas das crianças, procurando verificar se algumas delas dão início à outra ideia necessária à construção da escrita do número, ou seja, escrita convencional da dezena e centena e a comparação pela quantidade de **algarismos** que os números têm. (SANTANA et al, 2013, p. 68, negrito meu).

Observe que, enquanto no SND utilizamos apenas **quatro símbolos**, no Romano foram necessários **16 símbolos** para representar essa mesma quantidade! Essa diferença na quantidade de **símbolos** se deve justamente à existência do zero no SND. (MUNIZ; SANTANA; MAGINA; FREITAS, 2014b, p. 45, negrito meu).

Outra regularidade que pode ser observada é a composição de dezenas, centenas e das unidades de milhar: as dezenas precisam de **dois algarismos**; as centenas de três; as unidades de milhares de quatro. (SANTANA et al, 2015, p. 39, negrito meu).

O Código de Endereçamento Postal (CEP) é um conjunto de **oito algarismos**, utilizado pelos Correios, para orientar e agilizar o método de separação e encaminhamento. A posição ocupada por um algarismo no CEP é um código que vai auxiliar na localização do endereço. (SANTANA et al, 2015, p. 39, negrito meu).

[...] a ordem da centena é escrita por **três algarismos**, a da dezena por dois e assim sucessivamente. (ARAGÃO; VIDIGAL, 2016, p. 26, negrito meu).

Ou com significado trocado:

Saber o nome dos **dígitos** ajuda a ler um número de dois **algarismos**. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 97, negrito meu).

Há, ainda, a confusão dupla: entre algarismo e dígito, bem como entre número e algarismo:

> A partir do momento em que faz esta comparação [100 com 1000 e 101 com 1010], a quantidade de **algarismos** parece adquirir uma importância tal que leva a deixar de lado a ideia de que o 0 não vale quando está diante de outro **número**. (ZUNINO, 1995, p. 121, negrito meu).

Em virtude disso, Barguil (2016a, p. 396-397) explica:

> As senhas, cada vez mais populares, em virtude de recentes aparatos eletrônicos, costumam solicitar que o usuário selecione alguns dígitos – cuja quantidade pode ser fixa ou mínima – que, nesse caso, se referem aos espaços para serem preenchidos, ocupados por letras e/ou algarismos.
> No jogo de forca, os participantes precisam acertar uma palavra antes de ser enforcado – a cada letra errada, é desenhada uma parte do corpo que está na forca – tendo como dica a quantidade de dígitos alfabéticos e não de letras, como se costuma falar, pois pode acontecer de alguns espaços, dígitos serem ocupados pela mesma letra! A palavra banana, por exemplo, tem seis dígitos alfabéticos e três letras – b, a, n – e não seis letras...
> O mesmo raciocínio se aplica em relação às atividades relacionadas a numerais com alguns algarismos: i) seja explorando a qualidade – o maior ou o menor – ou o fato de ser par ou ímpar, no caso dos anos iniciais do Ensino Fundamental; ii) seja investigando a quantidade, no âmbito da Combinatória. Em algumas indagações – "Qual é o maior número ímpar com 5 algarismos?", "Qual é menor número com 4 algarismos?", "De quantas formas pode se escrever um número com 3 algarismos utilizando o 2, 5, 7, 8 e 9?" – o verbete algarismo, por equívoco do redator, designa a quantidade de dígitos, uma vez que os dígitos se referem às ordens e classes do numeral, à sua extensão, enquanto que os algarismos se reportam aos elementos que o constituem.
> No âmbito da Educação Básica, a redação correta desses enunciados é: "Qual é o maior número ímpar com 5 dígitos e algarismos sem (ou com) repetição?", "Qual é o menor número com 4 dígitos e algarismos sem (ou com) repetição?", "De quantas formas pode se escrever um número com 3 dígitos utilizando o 2, 5, 7, 8, 9?".

Os registros verbais e numéricos utilizam dígitos próprios – ocupados, respectivamente, por letras e algarismos, que podem ser ou não repetidos, além de outros símbolos característicos de cada sistema. . É imprescindível, portanto, que as crianças possam, desde o início da sua vida escolar, compreender essa diferença, motivo pelo qual os professores precisam desenvolver práticas que colaborem para essa aprendizagem e não para o contrário!

> b) Faça intervenções e peça aos alunos que explorem o número de letras para chegar a conclusão de que **todas as palavras** [JAVALI ABUTRE FALCÃO BÚFALO IGUANA GORILA] **têm a mesma quantidade de letras**. (SIMONETTI, 2016b, p. 26, negrito meu).

Nesse sentido, é benéfico que elas diferenciem e identifiquem **letras** e **algarismos**, bem como nomeiem os respectivos conjuntos. O alfabeto – junção das duas primeiras letras gregas[7]: alfa (α) e beta (β) – é composto de 26 (vinte e seis) letras, as quais são utilizadas em palavras. Quanto aos números, eles são grafados com 10 (dez) algarismos, os quais compõem um conjunto inominado até recentemente.

Barguil (2016a) constatou a ausência, em obras que versam sobre o Sistema de Numeração Decimal – SND (LERNER; SADOVSKY, 1996; BIANCHINI; PACCOLA, 1997; IFRAH, 1997a, 1997b, 2009; CENTURIÓN, 2002; IMENES, 2002; CARRAHER, 2005; GUELLI, 2005; MENDES, 2006; GROSSI, 2010; BOYER; MERZBACH, 2012), de uma designação do conjunto dos algarismos indo-arábicos. Após investigar a gênese, nessas culturas, dos vocábulos zero e nove, que são os extremos desse grupo – o 0 se referencia ao árabe *ṣifr* e o 9 ao sânscrito[8] नवन् (nava) – propôs batizar o conjunto dos algarismos indo-arábicos de **cifranava**.

Entendo, portanto, que o paralelismo adequado é o seguinte:

letras → alfabeto → palavras

algarismos → cifranava → numerais (registros numéricos)

Os dígitos, portanto, podem ser **alfabéticos** – ocupados com letras – ou **cifranávicos** – preenchidos com algarismos!

> Em relação à senha, composta de letras e algarismos, considerando que os respectivos conjuntos são alfabeto e cifranava, a denominação apropriada para a senha que utiliza aqueles sinais gráficos [letras e algarismos] é alfacifranávica e não alfanumérica. A mesma lógica se aplica ao teclado alcunhado, por equívoco, de alfanumérico. Há de se permutar, também, a designação de senha numérica ou teclado numérico para senha cifranávica ou teclado cifranávico. (BARGUIL, 2016a, p. 403).

A nomeação do conjunto dos algarismos – cifranava – permite estabelecer a adequada correlação entre o **registro alfabético, escrita alfabética** – utiliza letras – e o **registro cifranávico, escrita cifranávica** – utiliza algarismos – a qual não é verificada nas seguintes afirmações:

---

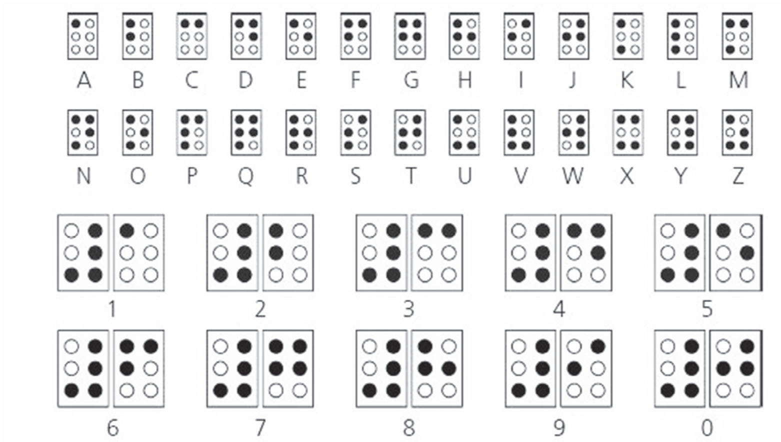
7 O alfabeto grego, que se desenvolveu a partir de IX a. C., deu origem ao alfabeto etrusco e este ao alfabeto latino, também conhecido como alfabeto romano. O alfabeto latino é o sistema de escrita alfabética mais utilizado no mundo, sendo adotado pela língua portuguesa e pela maioria das línguas da Europa. As letras do alfabeto latino – a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z – podem ser escritas com variações de tamanho – maiúscula e minúscula – e de origem – imprensa (com diferentes fontes) e manuscrita.

8 Língua clássica do norte da Índia, estabelecida por volta do século V a. C., a qual é referência para muitas das famílias linguísticas em vigor (IFRAH, 2009, p. 56-57).

> [...] a respeito das elaborações infantis de sistemas de notação em três domínios: o da linguagem – *a escrita alfabética*, o dos números – ***a escrita numérica*** e o da música – *a representação de ritmos e de melodias*. (MORO, 1990, p. 07, itálico no original, negrito meu).
>
> [...] a elaboração pela criança de certos sistemas convencionais de notação – o da escrita alfabética, **da numeração escrita** e da notação musical. (SINCLAIR, 1990b, p. 13, negrito meu).
>
> Exemplos da escrita alfabética e **dos algarismos** são abundantes em nossas sociedades [...]. (SINCLAIR, 1990b, p. 15, negrito meu).
>
> Dois dos estudos expostos são relativos a crianças em idade pré-escolar, ou seja, até seis anos, antes do início do ensino sistemático das escritas alfabética e **numérica**. (SINCLAIR, 1990b, p. 16, negrito meu).
>
> A escrita alfabética e a **numeração escrita** ocasionaram tipos de estudos bem diversos. (SINCLAIR; MELLO; SIEGRIST, 1990, p. 71, negrito meu).

Essa similitude – alfabeto e cifranava – sana a inadequação da legenda original da Figura 01, que corresponde alfabeto (conjunto das letras) a algarismos. O título, de minha autoria, está correto.

Figura 01 – Letras (Alfabeto) e algarismos (Cifranava) em Braille



Alfabeto e algarismos em Braille.
Fonte: Vianna, Greca e Silva (2014, p. 38).

O embaraço conceitual entre algarismo, número e numeral se manifesta, também, na nomeação e descrição do sistema:

> [...] o fato de o **sistema numérico** ser composto de **nove** ideogramas diferentes e de o **sistema alfabético** ser composto de 23 sinais que se combinam entre si [...]. (DORNELES, 1998, p. 82, negrito meu).

Várias sociedades em diferentes tempos construíram sistemas de numeração – Egípcio, Mesopotâmico, Romano, Chinês, Maia, Hindu... – que são formas de registrar o resultado da contagem. Cada um desses sistemas de numeração tinha suas peculiaridades, em relação às seguintes características: base, posicional, quantidade de símbolos, zero, princípio aditivo e princípio multiplicativo.

Os indianos construíram um sistema de numeração que contemplava as qualidades de vários outros sistemas, mas os árabes o difundiram, por isso tal notação é alcunhada de sistema indo-arábico (Quadro 02).

Quadro 02 – Características de alguns sistemas de numeração

CARACTERÍSTICA	SISTEMA DE NUMERAÇÃO				
	EGÍPCIO	MESOPOTÂMICO	ROMANO	MAIA	INDO-ARÁBICO
Base	10	60	10	20[3]	10
Posicional	Não	Sim	Não	Sim	Sim
Quantidade de símbolos	07	03	07	03	10
Zero	Não	Sim	Não	Sim	Sim
Princípio aditivo	Sim	Sim	Sim[1]	Sim	Sim
Princípio multiplicativo	Não	Sim	Sim[2]	Sim	Sim

Fonte: Barguil (2016a, p. 402).
[1] Existe também o princípio subtrativo: quando um símbolo de menor valor é escrito à esquerda de um de maior valor, subtrai-se do maior o valor do menor. O I só pode ser colocado antes de V ou X, o X antes de L ou C, e o C antes de D ou M. Dessa forma, XL ≠ LX, pois X – L ≠ L + X.
[2] A barra horizontal sobre um algarismo (ou um conjunto de algarismos) o multiplica por mil.
[3] Conforme Ifrah (1997a, p. 640), na 3ª ordem, o fator era 18 e não 20.

Conforme Nunes e Bryant (1997, p. 56), a invenção dos sistemas de numeração foi bem sucedida em virtude de 3 (três) vantagens: i) a estrutura possibilita que o aprendiz gere nomes de números em vez de memorizá-los todos mecanicamente, sendo necessário lembrar poucos nomes de números; ii) uma estrutura de base pode também ser usada para organizar um sistema de notação; e iii) os cálculos baseados na notação são mais econômicos e eficientes.

Para alguém usufruir dessas vantagens, é necessário que ela entenda sua estrutura, compreenda, por exemplo, que os números maiores podem ser criados a partir de números menores – "Qualquer número *n* pode ser decomposto em dois outros que vêm antes dele na lista ordinal dos números, de tal modo que estes dois somam exatamente *n*.". Essa propriedade é conhecida como composição aditiva do número (NUNES; BRYANT, 1997, p. 57).

> A numeração decimal de posição que usamos atualmente foi inventada na Índia, nos primeiros séculos da nossa era; os árabes difundiram-na na Europa no século X. Os algoritmos se tornaram mais acessíveis e, então, maior número de pessoas pôde ter acesso a eles. Além disso, ao aumentar a capacidade de cálculo, aconteceu, nesse período, um importante desenvolvimento dos conhecimentos na aritmética. (BARTOLOMÉ, FREGONA, 2008, p. 80).

Tendo em vista que "[...] a base dez é a mais difundida da História e sua adoção é hoje quase universal.". (IFRAH, 1997a, p. 78), Barguil (2016a, p. 403) considera que a expressão Sistema de Numeração Decimal, além de ser muito geral, não é adequada pelos seguintes motivos:

> [...] i) os sistemas de numeração Egípcio e Romano [...] também são sistemas de numeração decimal; ii) o caráter posicional do SND, sua característica singular, não é explicitado; e iii) os algarismos desse sistema, no caso os caracteres indo-arábicos, não são rememorados, ao contrário do Sistema Alfabético, cuja denominação anuncia a sua origem.

Considerando o exposto e o fato de que o SND adota uma "[...] notação decimal algarítmica de posição.". (IFRAH, 1997b, p. 148), oriundo do "[...] sistema posicional dos símbolos numéricos indianos.". (IFRAH, 1997b, p. 109), Barguil (2016a, p. 403) sugere, doravante, nomeá-lo de **Sistema Cifranávico – SC**.

No âmbito da Língua Portuguesa, diz-se que alguém é **alfabetizado** quando lê e escreve palavras, conhece o **alfabeto** e o **sistema alfabético**, mediante um processo de **alfabetização**, que considera a diversidade dos contextos. E no âmbito da Matemática, especificamente da Aritmética? Como nomear o sujeito que lê e escreve numerais, conhece o **cifranava** e o **sistema cifranávico**? E o processo?

> A aprendizagem do chamado SND e das suas utilizações recebe várias titulaturas – sentido do número, sentido numérico, senso numérico, compreensão do número ou compreensão numérica (SPINILLO, 2006); numeralização (NUNES; BRYANT, 1997); numeramento (FONSECA, 2007); dentre outras – as quais também se referem ao domínio de outros campos matemáticos.
> Marconcin (2009), ao investigar os discursos de professores de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, analisou os termos numeralização, letramento em matemática, senso numérico e matematização. (BARGUIL, 2016a, p. 387).

Diante dessa multiplicidade de nomenclaturas e da extensão de sentidos delas, bem como da intenção de promover o alinhamento linguístico, que colabora para a qualidade do entendimento, Barguil (2016a, p. 403, negrito no original) propõe o termo **cifranavização** – correspondente à **alfabetização**, que, conforme Frade, Val e Bregunci (2014, negrito meu) é "[...] o processo de aprendizagem do **sistema alfabético** e de suas convenções [...]" – para designar o processo no qual

> [...] o sujeito aprende a notação numérica utilizando o sistema cifranávico. A leitura e a escrita de numerais é apenas um aspecto de um processo mais amplo, que também engloba a compreensão dos mesmos no contexto social: por isso tal conteúdo é lecionando na escola. Há de se enfatizar que a **cifranavização** também está relacionada à capacidade para realizar as operações fundamentais.

Considerando as intricadas e complexas relações entre os sistemas **alfabético** e **cifranávico**, é imprescindível que o(a) professor(a) que atua na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental saiba nomear as unidades desses sistemas – **letras** e **algarismos** – bem como identificá-las. Necessário, também, que ele(a) categorize nos registros os **dígitos** em alfabéticos e cifranávicos, pois as notações podem possuir ou não a quantidade de dígitos igual à quantidade de letras ou de algarismos.

Hipopótamo, por exemplo, tem 10 (dez) dígitos alfabéticos, mas possui apenas 7 (sete) letras: h, i, p, o, t, a, m.

8.888, por sua vez, tem 4 (quatro) dígitos cifranávicos, mas possui apenas 1 (um) algarismo: 8.

Acredito que essa diferenciação conceitual, expressa em práticas pedagógicas, contribuirá para que os processos de **alfabetização** e **cifranavização** aconteçam de modo mais integrado e articulado.

No final do artigo, Barguil (2016a) consolida os seus contributos no Quadro 03, que é aqui ampliado com a inclusão da linha referente à "Unidade".

Quadro 03 – Elementos conceituais da Língua Portuguesa e da Matemática (Proposta)

ELEMENTOS	ÁREA DO CONHECIMENTO	
	LÍNGUA PORTUGUESA[1]	MATEMÁTICA[2]
Unidade	Letra	Algarismo
Conjunto	Alfabeto	Cifranava
Sistema	Alfabético	Cifranávico
Processo	Alfabetização	Cifranavização

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Barguil (2016a, p. 404).
[1] Optei por nomear de Língua Portuguesa ao invés de Língua Materna.
[2] Apenas no âmbito da Aritmética.

Em seguida, pugna que, no início da vida escolar, os estudantes sejam "[...] alfabetizados e cifranavizados, com recursos e práticas pedagógicas que valorizem a oralidade – escuta e fala – e a notação, o registro – leitura e escrita – daqueles aprendizes, objetivando a progressiva diminuição do analfabetismo e do acifranavismo.". (BARGUIL, 2016a, p. 405).

O autor conclui anunciando que

> Em outra oportunidade, contemplando estudos de vários pesquisadores, serão abordados aspectos pedagógicos relacionados ao ensino e à aprendizagem do cifranava, do sistema cifranávico e da cifranavização, bem como das relações entre os universos da Língua Materna e da Matemática. (BARGUIL, 2016a, p. 405).

Ao iniciar a temática sobre a leitura e a escrita de registros numéricos, Barguil (2017a, p. 241-242) discorda de Cagliari (2007, p. 117), quando esse, após afirmar que os sistemas de escrita podem ser **ideográfico** – baseia-se no significado – e **fonográfico** – fundamenta-se no significante – declara que o sistema numérico é do primeiro tipo, enquanto o sistema alfabético é do segundo tipo.

> O Sistema Cifranávico, ao contrário do que postula Cagliari, não é ideográfico, pois cada algarismo tem **valor absoluto**, que não muda, e **valor relativo**, que depende da ordem em que ele está e da ordem a que se referencia quando da leitura. A complexidade e a beleza deste Sistema residem no fato de ele ser posicional: o algarismo em uma ordem pode ter diferentes leituras e sonoridades e, consequentemente, distintas escritas!
> A não compreensão dessa característica está na gênese de um conjunto de práticas pedagógicas equivocadas de Matemática, na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, inclusive avaliativas. (BARGUIL, 2017a, p. 242, negrito no original).

A seguir, Barguil (2017a) analisa, à luz do cifranava, as Matrizes de Língua Portuguesa e de Matemática da Provinha Brasil, e nelas identifica, respectivamente, um erro e uma omissão. O Ministério da Educação instituiu, mediante a Portaria Normativa nº 10, de 24 de abril de 2007, conforme o art. 1º, a "[...] Avaliação de Alfabetização 'Provinha Brasil', a ser estruturada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais 'Anísio Teixeira' – INEP...". (BRASIL, 2007).

> A Provinha Brasil é uma avaliação diagnóstica que visa investigar o desenvolvimento das habilidades relativas à alfabetização e ao letramento em Língua Portuguesa e Matemática, desenvolvidas pelas crianças matriculadas no 2º ano do ensino fundamental. (BRASIL, 2012b, p. 09).

O Quadro 04 apresenta os níveis da primeira habilidade, D1 – Reconhecer Letras, do 1º eixo (Apropriação do Sistema de Escrita):

Quadro 04 – Matriz de Referência para Avaliação da Alfabetização e do Letramento Inicial

1º Eixo	Apropriação do Sistema de Escrita: habilidades relacionadas à identificação e ao reconhecimento de princípios do sistema de escrita	
Habilidade (descritor)	Especificações da habilidade (níveis de complexidade)	Operacionalização (descrição de algumas formas de avaliar a habilidade)
D1 – Reconhecer letras.	D1.1 – Diferenciar letras de outros sinais gráficos.	• Buscar em sequências com letras, desenhos, números e sinais de pontuação a que possui apenas letras (dar preferência para textos de circulação social e que façam parte do universo da criança).
	D1.2 – Identificar as letras do alfabeto.	• Identificar uma única letra ditada pelo aplicador. • Identificar, entre várias sequências de letras, a ditada pelo aplicador (utilizar os mesmos tipos gráficos nas alternativas).
	D1.3 – Identificar diferentes tipos de letras.	• Identificar uma mesma palavra que se repete, escrita com letras de diferentes tipos, combinando letras: – de imprensa maiúsculas e minúsculas; – de imprensa minúsculas e cursiva. • Identificar mais de uma palavra que se repete, escritas com letras de diferentes tipos, combinando letras: – de imprensa maiúsculas e minúsculas; – de imprensa minúsculas e cursiva.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de BRASIL (2012b, p. 16-17).

Tendo em vista que o Descritor 1.1 se refere à habilidade de diferenciar letras de outros sinais gráficos, e considerando que o corresponde às letras são os algarismos – e não os números! – Barguil (2017a, p. 245, negrito no original) declara ser "[...] imprescindível substituir na descrição da operacionalização **números** por **algarismos** [...]", a qual passaria a ter a seguinte redação: "Buscar em sequências com letras, desenhos, algarismos e sinais de pontuação a que possui apenas letras (dar preferência para textos de circulação social e que façam parte do universo da criança).". (BARGUIL, 2017a, pág. 246)

A Matriz de Referência de Matemática da Provinha Brasil está organizada em quatro eixos, os quais se referem aos blocos de conteúdos trabalhados na escola: 1) Números e operações; 2) Geometria; 3) Grandezas e Medidas; e 4) Tratamento da Informação (BRASIL, 2012b, p. 23).

A primeira competência e as respectivas habilidades, pertinentes ao eixo Números e Operações da Matriz de Referência de Matemática da Provinha Brasil, constam no Quadro 05.

Quadro 05 – Matriz de Referência para Avaliação da Alfabetização – Matemática

1º Eixo	**Números e Operações**	
Competência	Descritores/habilidades	Operacionalização (descrição de algumas formas de avaliar a habilidade)
C1 – Mobilizar ideias, conceitos e estruturas relacionadas à construção do significado dos números e suas representações.	D1.1 – Associar a contagem de coleções de objetos à representação numérica das suas respectivas quantidades.	• Contar agrupamentos de até 9 objetos dispostos: – de forma organizada; – de forma desorganizada; – agrupados de 2 em 2, de 3 em 3, de 4 em 4. • Contar agrupamentos de até 20 objetos dispostos: – de forma organizada; – de forma desorganizada; – agrupados de 2 em 2, de 3 em 3, de 4 em 4. (Observação: a representação da quantidade (número) não pode estar no enunciado ou nas alternativas)
	D1.2 – Associar a denominação do número à sua respectiva representação simbólica.	• Escolher, entre as alternativas, aquela que possui a representação do número lido pelo aplicador. Observações: – apenas números de 10 a 99 em algarismos indo-arábicos; – o aplicador não deve ler as alternativas, só o enunciado.
	D1.3 – Comparar ou ordenar quantidades pela contagem para identificar igualdade ou desigualdade numérica.	• Comparar quantidades de – objetos organizados; – objetos apresentados desordenadamente.
	D1.4 – Comparar ou ordenar números naturais.	• Escolher, entre as alternativas, aquela que: – completa uma sequência de quantidades crescentes; – completa uma sequência de quantidades decrescentes; – corresponde a uma ordenação crescente de quantidade. • Resolver problemas simples de comparação numérica. (Observação: números até 20 ou dezenas até 90)

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de BRASIL (2012b, p. 24-25).

Se o estudante para ser **alfabetizado** – compreender o sistema alfabético e as práticas sociais da Língua Portuguesa – precisa conhecer as letras do alfabeto, as quais são usadas na composição das palavras, o estudante para ser **cifranavizado** – compreender o sistema cifranávico e os seus usos sociais – necessita identificar os algarismos do cifranava, que são aplicados nos registros numéricos (BARGUIL, 2017a, p. 248).

Esclareço, contudo, que o

> [...] conhecimento dos símbolos convencionais correspondentes a palavras como *dois etc.* não é suficiente para se poder utilizar essas grafias de maneira apropriada, tal como o conhecimento da forma das letras e de sua denominação não basta para se poder escrever palavras. O conhecimento dessas formas deve ser combinado com elementos cognitivos que permitam a compreensão e a utilização do sistema de numeração escrita, e somente uma investigação desses aspectos cognitivos nos permitirá compreender por que e como, em um certo momento, notações "corretas", empregando nossos algarismos, aparecem. (SINCLAIR; MELLO; SIEGRIST, 1990, p. 88-89).

Ao comparar as Matrizes da Provinha Brasil, Barguil (2017a, p. 248) constatou: "[...] enquanto a Matriz de Língua Portuguesa avalia, no D1, o reconhecimento de letras, a Matriz de Matemática não contempla a habilidade de reconhecer algarismos, constituindo-se, portanto, uma grande e lamentável omissão.". Em virtude disso, ele propôs

> [...] a criação de três descritores referentes a essa habilidade, correlatos às especificações da habilidade Reconhecer Letras, resultando na ampliação de 15 (quinze) para 18 (dezoito) os descritores da Matriz de Matemática e na renumeração dos atuais, pois os novos serão alocados no início da atual Competência 1, ou numa nova, nomeada Reconhecer algarismos. (BARGUIL, 2017a, p. 248).

O Quadro 06 exibe a nova competência, Reconhecer algarismos, e respectivos descritores.

Quadro 06 – Matriz de Referência para Avaliação da Alfabetização – Matemática (Proposta)

1º Eixo	Números e Operações	
Competência	Descritores/habilidades	Operacionalização (descrição de algumas formas de avaliar a habilidade)
C1 – Reconhecer algarismos.	D1.1 – Diferenciar algarismos de outros sinais gráficos.	• Buscar em sequências com letras, desenhos, algarismos, sinais de pontuação e de operações matemáticas a que possui apenas algarismos (dar preferência para registros de circulação social e que façam parte do universo da criança).
	D1.2 – Identificar os algarismos do cifranava.	• Identificar um único algarismo ditado pelo aplicador. • Identificar em várias sequências de algarismos, o ditado pelo aplicador (utilizar os mesmos tipos gráficos nas alternativas).
	D1.3 – Identificar diferentes tipos gráficos de algarismos.	• Identificar um mesmo número que se repete, escrito com algarismos de diferentes tipos gráficos. • Identificar mais de um número que se repete, escritos com algarismos de diferentes tipos gráficos.

Fonte: Barguil (2017a, p. 248).

O autor, após declarar que "A implantação desta nova competência – Reconhecer algarismos – implicaria na renumeração das demais, passando a Matriz de Matemática ter sete competências e não somente seis.". (BARGUIL, 2017a, p. 249), apresentou seis exemplos de item (BARGUIL, 2017a, p. 249-253), sendo dois para cada novo descritor, os quais seguiram o formato do Guia de Aplicação e do Caderno do Aluno, instrumentos utilizados na Provinha Brasil, disponíveis do site do INEP, na seção Materiais de Aplicação[9].

Antes de finalizar o artigo, Barguil (2017a, p. 253-254) declarou:

> [...] conforme Oliveira (2016), dos dezoito estados brasileiros que possuem sistema de avaliação, onze avaliam a Alfabetização: Acre (SEAPE), Amazonas (SADEAM), Rondônia (SAERO), Bahia (SABE), Ceará (SPAECE), Pernambuco (SAEPE), Goiás (SAEGO), Espírito Santo (PAEBES), Minas Gerais (SIMAVE), Rio de Janeiro (SAERJ) e São Paulo (SARESP).
> Conforme pesquisa empreendida na internet nos sistemas desses estados, apenas Espírito Santo avalia Língua Portuguesa e Matemática no 1º ano do Ensino Fundamental. Bahia e Roraima avaliam Língua Portuguesa e Matemática no 2º ano do Ensino Fundamental. Ceará e Goiás, no 2º ano do Ensino Fundamental, avaliam somente Língua Portuguesa. Acre, Amazonas, Pernambuco e Minas Gerais avaliam Língua Portuguesa e Matemática apenas no 3º ano do Ensino Fundamental, enquanto Rio de Janeiro e São Paulo somente no 5º ano do Ensino Fundamental.

9 http://portal.inep.gov.br/web/guest/provinha-brasil/.

Barguil (2017a, p. 254) constatou que, nas matrizes de Língua Portuguesa dos estados Espírito Santo, Bahia, Roraima e Ceará, elaboradas pelo Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação – CAEd, vinculado à Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF, o descritor referente à habilidade de identificar, diferenciar letras menciona números ao invés de algarismos, motivo pelo qual sugeriu a respectiva troca, tal como foi indicado para a Provinha Brasil.

No que se refere à Matemática, tendo em vista que o primeiro descritor de Números e Operações das matrizes dos estados Espírito Santo, Bahia e Roraima, também elaboradas pelo CAEd/UFJF, é "Associar quantidades de objetos à sua representação numérica", Barguil (2017a, p. 255) aconselhou que as mesmas fossem atualizadas, com a inclusão dos três descritores referentes a reconhecimento de algarismos.

Espero que essa seção tenha esclarecido: i) a confusão conceitual entre algarismo, número e numeral, que se expressa na correspondência equivocada entre letras e números, quando o correto é letras e algarismos; ii) a distinção entre dígito e algarismo, bem como de dígito e letra; e iii) o fato de que os registros numéricos, para serem compreendidos pelos estudantes, também requerem processos de leitura e escrita, motivo pelo que precisam ser contemplados pelas práticas pedagógicas.

Na próxima seção, versarei sobre a constituição de sentido, significado pelo Homem sobre o mundo, a qual acontece mediante variados significantes, representações. Posteriormente, apresentarei, à luz do cifranava, algumas considerações epistemológicas sobre o registro numérico – leitura e escrita – e reflexões didáticas, com o propósito de enriquecer os processos de ensinar e de aprender, relacionadas à cifranavização – aprendizado sobre a notação numérica e as operações fundamentais utilizando o sistema cifranávico (BARGUIL, 2016a, p. 403) – no contexto acadêmico, ressaltando, contudo, que ela também acontece fora dele.

SIGNO = SIGNIFICANTE + SIGNIFICADO[10]

> "Portanto, se pensar consiste em interligar significações, a imagem será um 'significante', e o conceito, um 'significado'.". (PIAGET, 1978, p. 87).

10 Essa seção contem trechos publicados em Barguil (2016b, 2016c).

> "A Matemática, sendo um conjunto de ideias representadas por símbolos, exige um pensar sobre as relações entre ideias e símbolos. Muitas vezes, porém, é apresentada de um modo por demais sintético, devido aos simbolismos utilizados no seu discurso. Se o leitor for uma pessoa iniciante na leitura da linguagem matemática formal, ele poderá encontrar dificuldades na compreensão e na interpretação desse texto.". (DANYLUK, 1991, p. 42).

> "As notações, compreendidas simultaneamente como o ato de representar e como o objeto em si, são centrais para o desenvolvimento matemático dos aprendizes e para o desenvolvimento da matemática. De fato, as notações são um aspecto essencial da aprendizagem e do ensino da matemática (Cuoco e Curcio, 2001).". (BRIZUELA, 2006, p. 17).

> "[...] o fazer e o conceber matemáticos são mediados por sistemas de escrita importantes e, muitas vezes, complicados, de modo que a matemática também é um tipo particular de discurso escrito. Quando fazemos matemática, participamos de uma rica tradição de simbolização [...]". (LEHRER, 2006, p. 13).

> "Se o conhecimento se elabora lentamente, conforme as leis de desenvolvimento que o psicólogo e o pedagogo devem estudar, é justamente porque ele reflete a atividade do sujeito no mundo material e não somente o próprio mundo material. O símbolo é a parte diretamente visível do *iceberg* conceitual; a sintaxe de um sistema simbólico é apenas a parte diretamente comunicável do campo de conhecimento que ele representa. Essa sintaxe não seria nada sem a semântica que a produziu, isto é, sem a atividade prática e conceitual do sujeito no mundo real.". (VERGNAUD, 2009, p. 19, itálico no original).

> "[...] as relações entre significados e significantes não se fazem de forma isomorfa, mas homomorfa, ou seja, um significante pode ser ambíguo, porque não expressa um significado, ou que nem todo trabalho que a criança realizada no plano dos significados tem correspondência direta ou biunívoca com os significantes. Portanto, são necessários esquemas que possibilitem a tradução de um para o outro ou que os redescrevem (Nunes, 1997), de tal forma que se situe qual significante tem qual ou quais significados e em que contextos.". (TEIXEIRA, 2010, p. 129).

Postulo que a aprendizagem da Matemática acontece mediante registros – que utilizam diversos significantes de vários sistemas! – os quais estão relacionados aos processos de leitura e de escrita e requerem do aprendiz o desenvolvimento, infindável, da capacidade de interpretar, elaborar hipóteses, testá-las e ampliá-las. No contexto da Educação Básica, isso se torna ainda mais importante, uma vez que o estudante precisará desenvolver vários conceitos, o que demandará aspectos cognitivos e afetivos.

A leitura no contexto da Educação Matemática, por vezes, é associada à Língua Portuguesa, de modo especial de enunciados de questões matemáticas, sendo atribuída à falha da interpretação do estudante a causa para a não resolução daquelas. Diversos livros (KRULIK; REYS, 1997; SMOLE; DINIZ, 2001; DANTE, 2010; LOPES; NACARATO, 2011) abordaram aspectos relacionados à resolução de problemas: a diferença entre exercício e problema; os tipos de problema; as estratégias de resolução...

Fonseca e Cardoso (2009, p. 64) alertam que

> Há ainda que se destacar a existência de diversos tipos de *textos matemáticos*, em que não predomina a linguagem verbal. São textos com poucas palavras, que recorrem a sinais não só com sintaxe própria, mas com uma diagramação também diferenciada. Para realização de uma atividade de leitura típica das aulas de Matemática, é necessário conhecer as diferentes formas em que o conteúdo do *texto* pode ser escrito. Essas diferentes formas também constituem especificidades dos gêneros textuais próprios da Matemática, cujo reconhecimento é fundamental para a atividade de leitura, sob pena de os objetos definidos para o exercício não serem alcançados.

Qualquer signo é composto de um significante e de um significado, sendo essa a diferença entre ambos: enquanto o primeiro é de domínio social (por exemplo, o nome e o formato de figuras planas) e pode ser socializado, o segundo é construído pelos sujeitos, num processo de mediação social, onde a atividade do indivíduo é imprescindível.

> [...] enfatizo o ato de ler por acreditar que, antes de o homem escrever garatuja, ele já lê no sentido de que aqueles rabiscos que são significantes representam um significado, o qual já foi anteriormente desvendado, talvez até transformado pela compreensão e interpretação, portanto lidos, pelas relações que o leitor manteve no-mundo, com-as-pessoas, com-as-coisas e consigo mesmo. (DANYLUK, 1991, p. 21).

> A noção de representação está, como a noção de procedimento, no centro da psicologia científica moderna. [...] a noção de representação não se reduz à noção de símbolo ou de signo, uma vez que ela cobre também a noção de conceito: o estudo do número mostrará isso claramente, dado que a escrita simbólica do número é distinta do próprio número. Trata-se de uma ideia universal, da qual os educadores devem absolutamente tomar consciência; quer dizer, a ideia de que a representação não se reduz a um sistema simbólico que remete diretamente ao mundo material, os <u>significantes</u> representando então diretamente os <u>objetos</u> materiais. Na verdade, os <u>significantes</u> (símbolos ou signos) representam os <u>significados</u> que são eles próprios de ordem cognitiva e psicológica. O conhecimento consiste ao mesmo tempo de significados e de significantes: ele não é formado somente de símbolos, mas também de conceitos e de noções que refletem ao mesmo tempo o mundo material e a atividade do sujeito nesse mundo material. (VERGNAUD, 2009, p. 19, grifo no original).

> [...] para a teoria piagetiana, o pensamento, como um sistema de conceitos, e as imagens, como lembranças simbólicas, estão intimamente unidos no ato de pensar, união essa que constitui a significação, em que os conceitos são os significados e as imagens os significantes. (PILLAR, 2012, p. 31-32).

Essa perspectiva sobre a importância da ação do sujeito sobre a realidade em prol do entendimento do mundo, também é defendida por Arrojo (2003, p. 70):

> [...] a compreensão num plano humano e "não-divino", será, sempre, também "interpretação", uma produção – e não um resgate – de significados que impomos aos objetos, à realidade e aos textos. A interpretação, ou a compreensão, escapa, portanto, a qualquer tentativa de sistematicidade, pois a possibilidade de sistematizá-las implicaria, inescapavelmente, a própria possibilidade de se sistematizar e pré-determinar tudo aquilo que constitui o "humano": o subjetivo, o temporal, o inconsciente e até mesmo suas manifestações sócio-culturais presentes e futuras.

Conforme Bruner (2001, p. 15-19), são duas as concepções sobre o funcionamento da mente, ou seja, como o Homem aprende: **"computacionalismo"** – o Homem, tal como um computador, processa informações, que se apresentam a ele num código linguístico compreensível – e **culturalismo** – o Homem, como um ser simbólico, produz cultura ao interpretar o mundo em que vive.

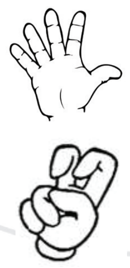
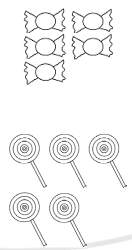
As implicações dessas concepções no contexto escolar são intensas, gerando cenários bastante antagônicos. No **"computacionalismo"**, é responsabilidade do professor fornecer aos estudantes dados – significantes – para que esses executem os comandos cerebrais pertinentes e aprendam. Nesse caso, há uma crença de que quem aprende constitui o mesmo significado. No **culturalismo**, é atribuição do professor propiciar que os estudantes, mediante atividades diversas, nas quais eles interagem entre si e com diferentes significantes, desenvolvam a compreensão, o significado, que é sempre singular.

As contribuições de Jerome Bruner são expandidas com as pesquisas da Semiótica, que se dedica a entender a constituição de sentido a partir de signo, em grego, *semeion*. Um signo é composto de significante e significado. Entendo ser adequada e pertinente a distinção entre **significante** – é de domínio social (por exemplo, a escrita ou o nome dos algarismos) e pode ser socializado – e **significado** – é constituído por cada pessoa, num processo de mediação social, onde a atividade do sujeito é fundamental.

Na Educação Matemática, valiosa é a Teoria dos Registros de Representação Semiótica elaborada por Raymond Duval, a qual assinala que a diversidade de registros contribui para a compreensão, a constituição de sentido. Duval (2003, 2009, 2011) afirma que a variedade de representações de um objeto amplia as estruturas cognitivas e as imagens mentais do sujeito. O conhecimento matemático, portanto, é compreendido, constituído pelo aprendiz mediante distintos significantes.

Uma importante implicação pedagógica dessa teoria é a necessidade de que os estudantes sejam encorajados pelo docente, desde o início da sua vida escolar, a representarem de modos variados utilizando diferentes tipos de registro[11] – língua natural (oralizada e texto), gestual, material concreto, figural e aritmética – as suas compreensões, hipóteses do conhecimento (Figura 02).

Figura 02 – Tipos de registro e variadas representações do número 5

LÍNGUA NATURAL		GESTUAL[1]	MATERIAL CONCRETO	FIGURAL	ARITMÉTICA
ORALIZADA	TEXTO				
(a pessoa fala "cinco", "five"...)	CINCO cinco CINCO cinco FIVE five			///// ∘∘∘∘∘	5 V

Fonte: Adaptado de Barguil (2016c, p. 280).
[1] A 2ª imagem é referente à Língua Brasileira de Sinais – LIBRAS.

11 Embora Duval diferencie **registro** de **representação**, utilizei, nesse texto, essas palavras como sinônimos.

Em relação às transformações das representações, elas podem ser de dois tipos: **tratamento** e **conversão**. Enquanto na primeira, as representações são do mesmo tipo de registro (por exemplo, na **Aritmética**, de 5 para V), na segunda, as representações são de tipos diferentes de registro (por exemplo, do **texto** cinco para a **figural** / / / / /). Duval destaca o fato de que a escola valoriza a primeira, mas a segunda é a que proporciona maior expansão conceitual.

Também merece ser citada a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud, a qual advoga que o núcleo do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização do real. No entendimento de Vergnaud (2009), o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do aprendiz, ocorre ao longo de um largo período de tempo, mediante experiência, maturidade e aprendizagem.

Para Vergnaud (2009), um campo conceitual é composto por um conjunto de **situações** (S), **invariantes** (I) e **representações** (R). Para dar significado a um conceito, as **situações** (S) devem ser distintas e diferenciadas entre si e referentes ao mesmo conceito. Os **invariantes** (I) indicam propriedades, constâncias, regularidades ou semelhanças, que definem um objeto. São eles que permitem a constituição pelo sujeito de significado ao conceito. As **representações** (R), que podem ser pessoais ou sociais, são as linguagens (natural, sentença formal) e os símbolos (gráficos, diagramas) utilizados para representar o conceito, explicitando as situações e os invariantes.

Piaget (apud KAMII, 1990, p. 14-25) advoga serem três os tipos de conhecimento: **social** – convenções estabelecidas pelas pessoas, de forma arbitrária, e transmitidas de geração em geração (datas, nomes das coisas e objetos) – **físico** – propriedades, características dos objetos (cor, tamanho, formato e massa) – e **lógico-matemático** – capacidade de relacionar mentalmente objetos, acontecimentos (de acordo com suas características).

A maior parte do conhecimento no mundo se enquadra na categoria nomeada por Piaget de **lógico-matemático**, ou seja, é cada pessoa quem elabora os vínculos entre os seus saberes, frutos das suas experiências e conexões, com objetos e acontecimentos. Piaget concebe dois tipos de abstração: **empírica** – focaliza uma propriedade do objeto e ignora as demais – e **reflexiva** – contempla a relação, criada pela pessoa, entre os objetos, de acordo com alguma característica (KAMII, 1990, p. 16-19).

No entendimento de Vygotsky (1991, p. 95-97), cada pessoa tem dois níveis de desenvolvimento: **potencial** – as funções cognitivas que ainda estão amadurecendo, caracterizando-o prospectivamente – e **real** – as funções cognitivas que já amadureceram, caracterizando-o retrospectivamente. Metaforicamente, o primeiro é a flor e o segundo é o fruto do desenvolvimento. A distância entre o primeiro e o segundo é chamada de zona de desenvolvimento proximal.

Os problemas de aprendizagem revelam, muitas vezes, problemas de ensino, em virtude de o professor acreditar que o domínio de conteúdos e de certas técnicas, que privilegiam a abstração empírica em detrimento da abstração reflexiva, é suficiente para garantir a aprendizagem dos estudantes. Nesta concepção, crê-se que o conhecimento pode ser transmitido.

Postulo, à luz das contribuições de Bruner, Duval, Vergnaud, Piaget e Vygostky, que o significante, o registro pode ser, efetivamente, transmitido, pois é um conhecimento social, porém o significado não é passível de captação, em virtude ser um conhecimento lógico-matemático, que é fruto da ação, da atividade de cada sujeito via interações.

O professor, ao privilegiar, ao enfatizar a sua verbalização e a memorização discente, tolhe que os estudantes atuem, elaborem hipóteses e as verifiquem, atividades essenciais para a constituição do conhecimento. Quando o docente, todavia, concede tempo e espaço para que os estudantes, instigados por desafios, interajam e troquem informações, ele favorece a movimentação da zona de desenvolvimento proximal discente, ampliando ambos os níveis de desenvolvimento: potencial e real.

> Ela [a professora] também precisa estar atenta às ideias que os alunos comunicam. Muitas vezes, aquilo que parece ser uma resposta incorreta pode se tratar de falta de capacidade para expressar-se. Alunos que estão acostumados com uma aula de matemática mais tradicional geralmente têm dificuldades de inserir-se nessa dinâmica de comunicar suas ideias. Daí a importância de trabalhar também com o registro escrito; desta forma, a professora possibilita que aqueles alunos mais tímidos, que no começo do trabalho não gostam de se expor, também comuniquem seus raciocínios, suas estratégias e suas ideias matemáticas. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 73-74).

No caso da Educação Matemática, é indispensável, portanto, que os estudantes tenham a oportunidade de relacionar, mediante transformação – conversão e tratamento – seus registros com os vários significantes científicos, propiciando, mediante a abstração reflexiva, o desenvolvimento de explicações, significados, os quais são a gênese de conceitos matemáticos.

Kamii e Declark (1996, p. 50) afirmam que “Número não é empírico por natureza. A criança o constrói através da abstração reflexiva pela sua própria ação mental de colocar coisas em relação.”. Esse aprendizado, bem como todos os demais da nossa vida, requer tempo e oportunidades para desenvolvê-lo.Como o professor pode ajudar a criança nessa aventura epistemológica?

É necessário que o educador matemático compreenda que o número, na configuração Piagetiana, é um conhecimento social – o nome e a escrita dos algarismos, ou seja, os significantes, bem como a enunciação sem compreensão da cadeia numérica (recitação automatizada) – e um conhecimento lógico-matemático – a escrita cifranávica, que está relacionada à intelecção do Sistema Cifranávico, e a utilização dos números, via oralidade ou registro, em variadas situações.

> [...] como um conceito abstrato, o número é materializado na sua representação simbólica (os numerais), ou seja, os códigos gráficos usados para representá-los. Assim sendo, a representação visual do número está assentada em dois referenciais: a palavra que expressa a quantidade e o símbolo que a representa. Podemos concluir, então, que o nome do número é essencial para qualquer conceituação do número. (MENDES, 2006, p. 10).

A criança precisa estabelecer relações com objetos – pegar, juntar, separar, apertar, amassar... – para elaborar esquemas/processos mentais necessários à aprendizagem matemática, que contempla a compreensão do número: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, ordenação/seriação, inclusão e conservação (LORENZATO, 2006, p. 90-131). É responsabilidade do educador matemático, portanto, propor situações/atividades para que as crianças desenvolvam os esquemas mentais relacionados com os conceitos de distância, quantidade, peso, medida, direção, tamanho, capacidade, forma, sentido, operação, posição, tempo e número.

No entendimento de Kamii (1990, p. 42-69), que adota uma perspectiva construtivista, são 6 (seis) os princípios de ensino do número, que se organizam em 3 (três) categorias. Os estudantes precisam: i) **criar relações** (colocar todos os tipos de objetos, eventos e ações em todas as espécies de relações); ii) **quantificar objetos** (pensar sobre números e quantidades de objetos que sejam significativos; quantificar objetos e comparar coleções; e fazer coleções com objetos); e iii) **interagir com colegas e professor** (trocar ideias com seus pares; o professor precisa intervir de acordo com a sua interpretação da ação do estudante).

As situações escolares incrementam a aprendizagem do número pela criança e podem ser utilizadas com frequência pelo professor. Elas se dividem em: i) **vida diária** (distribuição de materiais, divisão de objetos, coleta de coisas, manutenção de quadro de registros, arrumação da sala de aula e votação); e ii) **jogos em grupo** (jogos com alvo, jogos de esconder, corridas e brincadeiras de pegar, jogos de adivinhação, jogos de tabuleiro e jogos de baralho) (KAMII, 1990, p. 70-98).

> [...] a criança, ao entrar na escola, tem significados a respeito dos números, construídos no contexto de suas práticas sociais. A escola representa o espaço em que se deve dar o processo de transformação desses significados em conceitos matemáticos, através de um processo denominado por Nunes (1997) de redescrição representacional e por outros autores, como Pozo (1998), de tradução. (TEIXEIRA, 2010, p. 116).

Conforme Barguil (2017b, 2017c), dezenas de autores brasileiros e estrangeiros atestam os contributos do brincar no desenvolvimento humano. Essa influência é ainda mais vigorosa no contexto da aprendizagem infantil, seja no ambiente escolar ou fora dele. Além disso, aprender sobre número em situações contextualizadas permite que as crianças se revelem e revelem a sua realidade sócio-histórica, tornando-se, portanto, sujeitos de sua aprendizagem (TEIXEIRA, 2003, p. 46).

Atividades e jogos com números – boliche, dardo ao alvo, objetos na caixa, bingo, resta um, varetas, pular corda, salto em distância, medição pessoal – permitem que as crianças tenham experiências contextualizadas com números, além de desenvolverem seu raciocínio e o expressarem, o que pode se configurar, também, como uma importante conquista sócio-afetiva.

O baralho e o dominó clássicos, bem como suas variações, permitem que o estudante articule seus conhecimentos durante a brincadeira. É indispensável que o professor acompanhe os discentes, identificando estratégias, argumentos e explicações. As músicas também são um importante recurso didático no ensino e na aprendizagem de números, além de permitirem que as crianças desenvolvam aspectos afetivos e motores, tão importantes quanto os cognitivos, numa perspectiva educacional holística.

Os conhecimentos dos estudantes e suas hipóteses de formação numérica, portanto, precisam ser conhecidos e valorizados, ao mesmo tempo em que se abandonam os exercícios de repetição, que, por se pautarem na mecanização, não favorece o desenvolvimento do pensamento. Em várias situações do cotidiano, as crianças interagem com os números, seja na forma verbal, seja via registro.

Muitas dessas atividades envolvem recitação de números ou contagem, motivo pelo qual elas precisam ser potencializadas pedagogicamente, mediante perguntas que favoreçam a criança explicitar, mediante **fala** e/ou **escrita**, seus conhecimentos, de modo que esses sejam interpretados pelo professor e, também, pela criança.

> [...] a regularidade do sistema de contagem influencia significativamente a aprendizagem das crianças. Os sistemas altamente regulares, como o chinês, no qual a contagem de unidades de valores diferentes fica clara mesmo nos números entre 10 e 20, permitem às crianças melhores possibilidades para entender composição aditiva. Esta facilitação de fato parece resultar parcialmente do uso de indícios linguísticos específicos e parcialmente de uma compreensão geral da composição aditiva. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 73).

> Ao recitar a série, muitas crianças nos demonstram que descobriram parte da regularidade e da organização que o sistema tem. Por exemplo, quando dizem "um, dois, três... oito, nove, dez, dez e um, dez e dois, dez e três", etc., não sabem ainda os nomes dos números 11, 12, 13, mas os nomeiam a seu modo e sem pular nenhum. Ou, então, quando chegam a 19, param e se alguém lhes diz "vinte", "arrancam" novamente em alta velocidade: 21, 22, 23... 29 e param outra vez para voltar a começar quando se lhes diz "trinta". Não sabem ainda a denominação de algumas dezenas, mas sabem que depois das dezenas rasas (20, 30, 40) os números seguintes são conseguidos agregando consecutivamente os números do 1 ao 9. (MORENO, 2008, p. 56).

Antes de prosseguir refletindo sobre as contribuições dessa habilidade – recitação – para a aprendizagem dos números, esclareço que cantar números – recitar a sequência numérica – é diferente de contar números – utilizar os números de forma adequada e com intencionalidade. Enquanto a primeira atividade começa de forma mecânica, conforme explicarei a seguir, a segunda requer integralmente o entendimento do sujeito do que os números significam, o qual se manifesta na aplicação dos mesmos em diferentes contextos.

> Saber recitar a série não é a mesma coisa que saber contar elementos de um conjunto. Isto é, um sujeito que pode recitar a série até um determinado número não necessariamente poderá utilizar esse conhecimento na hora de contar objetos ou desenhos. (MORENO, 2008, p. 56).

A recitação é um conhecimento social necessário, mas não indica que a criança desenvolveu o respectivo conhecimento lógico-matemático. Fuson et al (1982 apud FAYOL, 1996, p. 33-40) identificaram quatro níveis referentes ao desenvolvimento da cadeia numérica (recitação de números): a) "rosário" (*string level*); b) "cadeia não seccionável"; c) "cadeia seccionável"; e iv) "cadeia terminal".

> As crianças da Educação Infantil possuem conhecimentos sobre a série numérica oral. Esses conhecimentos não são os mesmos para todos os alunos de uma mesma sala. Diferem não somente na extensão do intervalo numérico conhecido por eles, mas também nas diversas competências que possuem e que estão implicadas na recitação convencional. (MORENO, 2008, p. 55).

Parra e Saiz (1992 apud MORENO, 2008, p. 55-56) listam várias situações em que a recitação do estudante expressa níveis distintos de complexidade:

> [...] recitar a série a partir do 1 e parar quando não sabe mais; recitar e parar no número que lhe foi pedido; recitar intercalando palavras (por exemplo: um elefante, dois elefantes...); recitar a partir de um número diferente de 1 (5, 6, 7...) [sobrecontagem[12]]; recitar de maneira ascendente de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10; recitar de maneira descendente de 1 em 1, de 2 em 2, etc.

Briand (1993 apud BARTOLOMÉ; FREGONA, 2008, p. 83-84, itálico no original) distinguiu 9 passos que o sujeito precisa aprender para identificar corretamente a quantidade de elementos: *1. Ser capaz de distinguir um elemento do outro*; *2. Escolher um primeiro elemento de um conjunto; 3. Enunciar a primeira palavra-número (um)*; *4. Determinar um sucessor no conjunto dos elementos ainda não-escolhidos*; *5. Atribuir uma palavra-número* (sucessor do precedente na série de palavras-número); *6. Conservar a memória das escolhas precedentes*; *7. Recomeçar os passos 4 e 5*; *8. Saber que se escolheu o último elemento*; e *9. Enunciar a última palavra-número*.

Gelman (1983 apud MORENO, 2008, p. 56, itálico no original) afirma que para a criança contar de forma correta ela precisa possuir dois princípios: *adequação única* – atribuir a cada um dos objetos uma e somente uma palavra-número, respeitando, ao mesmo tempo, a ordem convencional da série – e *indiferença da ordem* – a ordem da contagem (da direita para a esquerda, da esquerda para a direita, de cima para baixo, etc.) não altera a quantidade. É necessário, também, que a criança conte apenas uma vez cada elemento e que conte todos.

Os estudantes utilizam diferentes estratégias na contagem (um a um no dedo; um a um no desenho; com registro numérico) e na sobrecontagem (no dedo; de cabeça; no desenho; no registro numérico). Os erros na contagem podem ser: i) falar fora de ordem; ii) repetir ou deixar de contar algum objeto; e iii) falar sem coordenar com a indicação. É importante ressaltar que, no ato de contar objetos, estão presentes dois aspectos do número: **cardinal (quantidade)** – total de

12 Quando a pessoa continua a contagem a partir de um número diferente de 1. A sobrecontagem está relacionada à inclusão hierárquica, pois o sucessor de um número pode ser obtido a partir de um número pela operação "mais um" (BRASIL, 2006, p. 22).

elementos – e **ordinal (sequência)** – um elemento dentre outros. Em virtude dos vários aspectos envolvidos na contagem, Lorenzato (2006, p. 38) declara: "[...] para crianças pequenas, contar pode não ser tão simples quanto parece para nós.".

A comparação de quantidades de objetos pode ser feita **sem** ou **com** números. As estratégias utilizadas na comparação de quantidades **sem** números são 3 (três): i) correspondência termo a termo (pareamento): "Há mais meninos ou meninas na sala?"; e ii) correspondência grupo a grupo; e iii) estimativa (comparação com coleção/informação). Na comparação de quantidades **com** números, os procedimentos são 2 (dois): i) < 7 objetos = percepção; e ii) > 6 objetos = contagem (pareando objetos e números, sendo que o último número indica o total).

Atividades com coleção são um importante recurso didático na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois proporciona que o estudante utilize seus saberes para organizar sua vida, explorando a diversidade de agrupamentos e de representações.

No entendimento de Teixeira (2010, p. 115-116), as contribuições de Lerner e Sadovsky (1996) indicam que

> [...] a compreensão do valor posicional do número não é abstraída da ideia de agrupamento, mas das ações com a escrita numérica. Em outras palavras, a tomada de consciência da estrutura multiplicativa e recursiva que sustenta o nosso sistema de numeração só pode ser feita a partir da interação com a numeração escrita e não diretamente de atividades relativas aos critérios lógico-matemáticos subjacentes.

Essa ressalva, na minha percepção, não desmerece a importância da atividade com agrupamentos para a compreensão do número pelas crianças, mas indica que ela não é suficiente para a compreensão do complexo Sistema Cifranávico, sendo necessário que elas interajam com registros cifranávicos e descubram, conforme explicarei mais adiante, mediante várias hipóteses, num processo demorado, as regularidades, as características, as invariantes do SC.

Na Educação Infantil, as situações de contagem de objetos e de representação do resultado, com marcas pessoais são muito ricas, pois permitem que a criança desenvolva a habilidade de se expressar para além de dimensão verbal e a compreensão da relação entre número e registro, que pode acontecer mediante variados tipos. Vários pesquisadores enfatizam a importância das crianças comunicarem, mediante oralidade e registro, os seus conhecimentos matemáticos e conversarem sobre eles, o que possibilita o desenvolvimento conceitual, bem como das representações, as quais se referem ao saber constituído pelas crianças:

> Interagindo com os colegas e com o professor, a criança vai aprimorando suas representações e "aprendendo" novas formas de se expressar, à medida que se apropria progressivamente de uma linguagem que matemetiza as suas ações vivenciadas. (RANGEL, 1992, p. 240).

> [...] em matemática, a comunicação tem um papel fundamental para ajudar os alunos a construírem um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática. Se os alunos foram encorajados a se comunicar matematicamente com seus colegas, com o professor ou com os pais, eles terão oportunidade para explorar, organizar e conectar seus pensamentos, novos conhecimentos e diferentes pontos de vista sobre um mesmo assunto. (CANDIDO, 2001, p. 15).

> É importante que as crianças enfrentem situações nas quais tenham necessidade de dar informações sobre conjuntos. Entretanto, inicialmente, elas deveriam ter liberdade para se expressar de diferentes modos – por meio de desenho, de linguagem oral, da linguagem escrita, de símbolos diversos. O essencial é que possam comunicar as concepções que formulam, como resultado de suas ações. (GOLBERT, 2011, p. 106-107).

> Dar uma atenção especial ao papel da linguagem é essencial em todo o ensino fundamental, mais especificamente nas séries iniciais. Criar condições em que os alunos possam expressar pensamentos matemáticos – oralmente ou por escrito – constitui a ideia central da comunicação nas aulas de matemática. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 72).

É importante que os discentes possam, desde o início da sua vida escolar, resolver atividades com diferentes tipos de agrupamentos, permitindo que eles compreendam que podem organizar os objetos de várias formas, seja no aspecto espacial, seja no aspecto quantitativo, e, em seguida, desenhar o realizado. Isso ajudará, posteriormente, eles entenderem que o sistema decimal é apenas uma possibilidade de se agrupar os objetos para contá-los e, em seguida, representá-los.

Rangel (1992) descreve uma pesquisa, desenvolvida em 1985, com foco na Educação Matemática, na qual crianças da 1ª série[13] interagiam, mediante jogos, com diversos recursos didáticos e eram incentivadas a representar o que faziam.

> [...] ao mesmo tempo em que a criança documenta de uma forma própria as ações que vivencia, ela constrói a outra função do registro, que é a de se fazer entender pelos que o leem. Nesse sentido, ela busca aprimorar sua representação pelas trocas com os colegas, visando a expressar de forma cada vez mais objetiva as suas ideias.
> É dessa maneira que entendemos a reinvenção da Matemática: é a apropriação de uma *linguagem*, e não existe linguagem sem o exercício das descentrações que emanam do trabalho cooperativo. (RANGEL, 1992, p. 239-240, itálico no original).

13 Atualmente, 2º ano do Ensino Fundamental.

Defendo, portanto, a proposição de múltiplas situações para que criança utilize seus conhecimentos, os quais, se não forem suficientes para resolvê-las, propiciarão o desequilíbrio das suas estruturas, dos seus esquemas, condição necessária para que aconteça aprendizagem!

> O trabalho do professor consiste, portanto, em propor ao aluno situações de aprendizagem para que este produza seus conhecimentos partindo da busca pessoal dos procedimentos que lhe permitirão encontrar a resposta para o problema apresentado. A solução da situação coloca em jogo as ferramentas que o aluno possui. Aquilo que as faz funcionar ou as modifica não depende do desejo do professor, mas da resistência que esse meio lhe oferece. (MORENO, 2008, p. 49).

> À medida que as experiências da criança, organizadas em sistemas de significação, destacam-se da percepção, interiorizam-se em imagens mentais, as quais vão se tornando simbólicas, os significantes e os significados se separam, diferenciam-se, distinguem-se e simultaneamente se relacionam. (PILLAR, 2012, p. 34).

> O processo de ensino-aprendizagem caracteriza-se, então, por colocar em circulação conhecimentos-significações e, muitas vezes, é do encontro entre vários sistemas que cada um e todos da classe fazem emergir novas modalidades de compreensão, decorrentes de ampliação, do aprofundamento e/ou revisão do entendimento do assunto em pauta. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 82).

Bednarz (1996 apud Golbert, 2011, p. 107-108) realizou um experimento com flores, nas quais as crianças construíram coleções e comunicaram os resultados para as demais.

> Foi observado que a tendência natural entre as crianças era iniciar a contagem nos dedos. Logo, passavam a utilizar objetos e, por fim, criavam convenções. Em pouco tempo, as crianças estavam utilizando lápis e papel para fazer seus registros. As primeiras representações reproduziam, por meio do desenho, todos os elementos, descrevendo as coleções. Dentro dessa tendência a uma representação descritiva, surgiram anotações do tipo "Temos 3 flores, 9 pétalas. Michel dá uma pétala. Alian faz outra flor." Nesse contexto, os meios de operar e comunicar informações andavam juntos, faziam parte de um mesmo processo.
> À medida que as crianças se tornavam mais hábeis nos modos de operar mentalmente, constatou-se uma evolução, também, nos modos de representações. As interações verbais desempenham um papel importante nesse progresso. (GOLBERT, 2011, p. 107-108).

Sinclair, Mello e Siegrist (1990, p. 76-96) analisaram as notações numéricas de 65 (sessenta e cinco) crianças da Educação Infantil – 20 (vinte) crianças de Creche, com idade entre 3a1m e 4a6m, e 45 (quarenta e cinco) crianças de Jardim de Infância, divididas em 3 (três) grupos de 15 (quinze) crianças com idades de 4 anos, 5 anos e 6 anos – e as dividiram em 6 (seis) grandes categorias: 1) representação global da quantidade; 2) uma só figura; 3) correspondência termo a termo – grafismos icônicos ou abstratos; 4) aparecimento de algarismos; 5) cardinal sozinho; e 6) cardinal acompanhado do nome dos objetos.

Todas as crianças da Creche apresentaram as notações dos tipos 1, 2 ou 3. Em relação às notações das crianças do Jardim da Infância, 14 (quatorze) crianças com 4 anos apresentaram as notações dos tipos 1, 2 e 3; sendo que apenas 3 (três) crianças com 5 anos a realizaram. Por outro lado, 12 (doze) crianças nessa faixa etária apresentaram as notações dos tipos 4, 5 e 6. Todas as crianças de 6 anos utilizaram as notações dos tipos 4, 5 e 6, sendo que 10 (dez) delas apenas a do tipo 6.

Sobre os conhecimentos numéricos das crianças, Moreno (2008, p. 55) sintetiza as seguintes contribuições de várias pesquisas: i) as crianças constroem ideias sobre os números e o sistema de numeração antes de ingressarem na escola; ii) o cálculo precede a conservação; e iii) o conceito de número está relacionado ao cálculo e não à noção de conservação.

No que se refere às concepções das crianças sobre o sentido numérico, a função dos números, é necessário que o professor, considerando a ampla presença deles na sociedade, indague às crianças sobre os contextos, as finalidades e as situações mediante variadas atividades que as possibilitem elaborar explicações. No entendimento de Parra e Saiz (1992 apud MORENO, 2008, p. 59-60, itálico no original), os números podem ser usados: • *Como memória de quantidade*. [...]• *Como memória da posição*. [...] • *Como códigos*. [...] • *Para expressar grandezas*. [...] • *Para prever resultados*.

É importante que o professor, mediante múltiplas situações didáticas, convoque as crianças a contar, ouvir, falar, ler e representar números. Conforme Hughes (1987 apud MORENO, 2008, p. 61-62), as representações numéricas das crianças podem ser: i) idiossincráticas; ii) pictográficas; iii) icônicas; e iv) simbólicas.

> Em geral, eles [os estudos sobre a progressão nos tipos de notação que as crianças usam quando fazem notações de quantidade] identificam uma progressão nas notações que só gradualmente inclui o uso de números escritos de uma maneira convencional. As crianças começam utilizando marcas idiossincráticas e, mais tarde, conseguem estabelecer uma correspondência um a um entre suas notações e a quantidade de objetos representados, usando um grafismo para cada objeto que está sendo representado. (BRIZUELA, 2006, p. 20).

No entendimento de Spinillo (2006, p. 104),

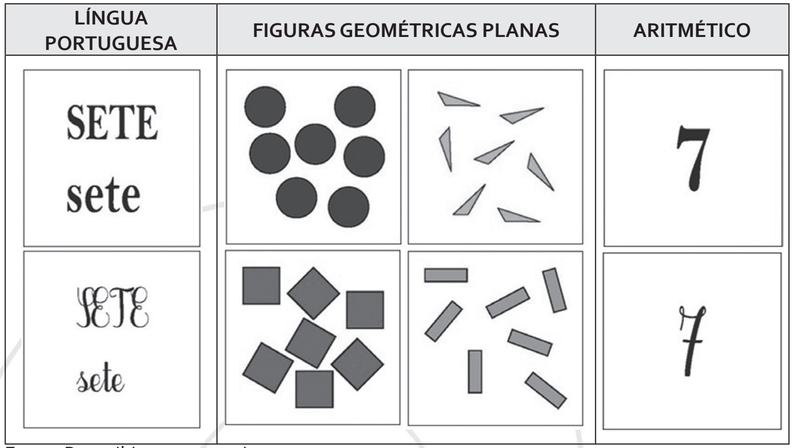
> As situações de ensino poderiam integrar diferentes sistemas e suportes de representação que poderiam coexistir simultaneamente durante o processo de resolução: o aluno poderia combinar representações simbólicas (números, linguagem natural), representações icônicas (tracinhos, pontinhos, setas) e representações gráficas variadas (desenhos, diagramas, tabelas) e, ao mesmo tempo, utilizar-se de materiais concretos. Assim, ao ser instruído sobre esses conceitos, o aluno estaria desenvolvendo uma boa intuição sobre números, suas relações, usos e diferentes formas de representação.

Barguil (2017c, p. 262) criou o Flex memo objetivando "[...] propiciar que as crianças elaborem, de modo mais extenso e divertido, conceitos referentes a letras, algarismos, figuras planas e cores.". Esse brinquedo é composto de 144 (cento e quarenta e quatro) cartelas, sendo "[...] 80 (oitenta) cartelas comuns e 64 (sessenta e quatro) cartelas especiais.". (BARGUIL, 2017c, p. 264).

> As 80 (oitenta) cartelas comuns são divididas em dois grupos iguais de 40 (quarenta) cartelas. Em cada grupo, as quantidades de 0 a 9 são apresentadas em 4 (quatro) subgrupos de 10 (dez) cartelas, sendo cada subgrupo referente a uma figura plana básica: círculo, triângulo, quadrado e retângulo. (BARGUIL, 2017c, p. 264).
>
> Nas cartelas com números de 1 a 9, são dispostas, aleatoriamente, figuras planas cujos tamanhos diminuem progressivamente ao mesmo tempo em que cresce a sua quantidade nas cartelas. As cores das figuras planas variam nas cartelas de cada subgrupo, de modo que cada um deles tem as 6 (seis) cores: amarelo, azul, vermelho, laranja, lilás e verde. (BARGUIL, 2017c, p. 265).
>
> As 64 (sessenta e quatro) cartelas especiais são: 20 (vinte) cartelas com os números de 0 a 9 expressos com algarismos, sendo que cada subgrupo de 10 (dez) cartelas utiliza uma fonte padronizada.
> [...]
> 20 (vinte) cartelas com os números de 0 a 9 expressos com letras, sendo que cada subgrupo de 10 (dez) cartelas utiliza uma fonte padronizada [...]. (BARGUIL, 2017c, p. 267).

A Figura 03 mostra 8 (oito) representações do número 7 com as cartelas do Flex memo, mediante 3 (três) tipos de registro: Língua Portuguesa, Figuras Geométricas Planas e Aritmético.

Figura 03 – Tipos de registro e variadas representações do número 7 com cartelas do Flex memo[14]



Fonte: Barguil (2017c, p. 270).

> Essa diversidade [de representações] favorece, substancialmente, a ocorrência de tratamentos e conversões. As modalidades de jogar mais simples são aquelas em que as cartelas são do mesmo tipo de registro (os jogadores precisam realizar tratamento), enquanto as mais complexas utilizam cartelas de vários tipos de registro (os jogadores precisam realizar conversão). (BARGUIL, 2017c, p. 270).

O Flex memo possibilita vários jogos[15] – batalha, memória, mico, combine, mix, 13... – que

> [...] favorecem a complexificação cognitiva dos jogadores, independentemente da idade, pois esses utilizam os esquemas mentais básicos – correspondência, comparação, classificação, sequenciação, ordenação, inclusão e conservação – para criar e escolher estratégias, as quais estão relacionadas à Probabilidade. Em todos os jogos, a quantidade e a qualidade das cartelas dependem da idade dos jogadores e da característica das cartelas que será considerada. (BARGUIL, 2017c, p. 272).

Barguil (2017b, p. 262) também criou o Flex[16] – que tem os mesmos pressupostos do Flex memo – objetivando "[...] propiciar que as crianças elaborem, de modo mais extenso e divertido, conceitos referentes a letras, algarismos, figuras planas e cores.".

14 Imagem colorida disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/Representacoes_Numero_7.jpg>.

15 Manual disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/Flex_Memo_Manual.pdf>.

16 Manual disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/Flex_Manual.pdf>.

Esse brinquedo é composto de 75 (setenta e cinco) cartas, sendo

> [...] 50 (cinquenta) cartas comuns e 25 (vinte e cinco) cartas especiais. As cartas comuns foram divididas em 5 (cinco) naipes, sendo 4 (quatro) naipes referentes às figuras planas básicas – círculo, triângulo, quadrado e retângulo – e 1 (um) naipe sem figura plana. Cada um desses 5 (cinco) naipes tem 10 (dez) cartas, com números de 0 (zero) a 9 (nove), expressos com algarismo e letras, nas extremidades de cada carta, cujas tipologias tem 5 (cinco) possibilidades. No caso das letras, em uma extremidade, são usadas maiúsculas, e, na outra, minúsculas. (BARGUIL, 2017b, p. 267-268).

O Flex memo e o Flex contemplam a temática da transcodificação numérica, que é a transformação entre diferentes representações numéricas, a qual está relacionada às atividades em que o sujeito interage, mediante **leitura e escrita**, com registros numéricos, bem como mediante **escuta e fala**, com a manifestação oral. Essa temática é abordada na próxima seção.

A TRANSCODIFICAÇÃO NUMÉRICA: CONSIDERAÇÕES EPISTEMOLÓGICAS

> "Tudo muda ao teu redor
> O que era certo, sólido
> Dissolve, desaba, dilui
> Desmancha no ar
> No moinho, giram as pás
> E o tempo vira pó
> De grão em grão
> Por entre os dedos,
> Tudo parece escapar.".
>
> (Humberto Gessinger, Olho do Furacão)

> "Todo conhecimento novo é construído apoiando-se sobre os conhecimentos anteriores que, ao mesmo tempo, são modificados. Na interação desenvolvida por um aluno em uma situação de ensino, ele utiliza seus conhecimentos anteriores, submete-os à revisão, modifica-os, rejeita-os ou os completa, redefine-os, descobre novos contextos de utilização e, dessa maneira, constrói novas concepções. Esse processo dialético descarta toda ilusão de uma construção linear do conhecimento, no sentido de supor que os favorece estabelecer uma sequência que vá do mais simples ao mais complexo.". (MORENO, 2008, p. 49).

> "O que constitui, então, a função semiótica e o que a faz ultrapassar a atividade sensório-motor é a capacidade de representar um objeto ausente, por meio de símbolos ou signos, o que implica poder diferenciar e coordenar os significantes e os significados ao mesmo tempo.". (PILLAR, 2012, p. 35).

Desde cedo, as crianças interagem com os números em variados contextos e modalidades, os quais possibilitam que elas elaborem hipóteses sobre eles e o seu respectivo sistema. Escutando, falando, lendo e escrevendo: as crianças vivenciam muitas experiências, fora e dentro da escola, que contribuem para que suas concepções sobre o sistema de numeração sejam continuamente testadas e, caso necessário, refeitas.

> [...] como a numeração escrita existe não só dentro da escola, mas também fora dela, as crianças têm oportunidade de elaborar conhecimentos acerca deste sistema de representação muito antes de ingressar na primeira série. Produto cultural, objeto de uso social, o sistema de numeração se oferece à indagação infantil desde as páginas dos livros, a listagem de preços, os calendários, as regras, as notas da padaria, os endereços das casas... (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 74-75).

> As crianças, nos mais diversos contextos socioeconômicos e culturais, estão imersas em um mundo de notações matemáticas desde o momento em que chegam ao mundo. Os números escritos que as rodeiam representam a grande variedade de conceitos numéricos e quantitativos, além de serem usados para outros propósitos diferentes. (BRIZUELA, 2006, p. 17)

> [...] as crianças convivem com números desde cedo: elas próprias empregando números em situações diversas e vendo as pessoas ao seu redor empregar números nas mais diferentes situações. Essa diversidade de situações leva a criança a atribuir diferentes significados aos números, a partir das experiências do seu dia a dia [...]. (SPINILLO, 2006, p. 102).

Hormaza (2005, p. 87, itálico no original) afirma que o "[...] o processo de tradução do código verbal para o código escrito ou arábico se chama *transcodificação numérica*.".

Freitas, Ferreira e Haase (2012, p. 03), por sua vez, declaram que

> A habilidade de transcodificar entre as diferentes representações de número – verbal-oral para arábica; arábica para verbal-oral etc. –, que consiste na tradução de um formato numérico para outro (por exemplo, a leitura em voz alta de um número em sua representação arábica seria a transcodificação de um número do código arábico para o verbal, ao passo que, escrever os números ditados seria a transcodificação de um código verbal – nome do número – para um numeral arábico), é uma das tarefas mais básicas do processamento numérico, sendo comumente utilizada como índice para a representação verbal dos números.

Há décadas, diversos pesquisadores afirmam que existem intensas ligações entre a **oralidade** e o **registro** de números, motivo pelo qual eles têm investigado tais vínculos.

> [...] estabelecer a ligação entre notação numérica e expressão verbal não é fácil para a criança. (SINCLAIR; MELLO; SIEGRIST, 1990, p. 73).

> [...] a relação numeração falada/numeração escrita não é unidirecional: assim como a numeração extraída da numeração falada intervém na conceitualização da escrita numérica, reciprocamente os conhecimentos elaborados a respeito da escrita dos números incidem nos juízos comparativos referentes à numeração falada. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 96).

> [...] tanto as expressões numéricas verbais como as arábicas têm em comum uma estrutura operatória de adições e multiplicações. Apesar disso, diferenciam-se em seus componentes e em sua sintaxe. As expressões verbais estão compostas por partículas de quantidade e de potência; as arábicas, por dígitos e regras de composição. Para passar do formato verbal ao arábico, apenas são escritas as partículas de quantidade, as quais são codificadas com os dígitos[17] do numeral. E as marcas de potência são traduzidas pela posição do dígito[18] no numeral. (HORMAZA, 2005, p. 86).

> [...] as crianças utilizam seus conhecimentos sobre a numeração falada para se apoiar em suas interpretações das escritas numéricas e, reciprocamente, se baseiam em seus conhecimentos sobre o sistema de numeração para inferir questões sobre a numeração oral. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 96-97).

> É inegável a influência da numeração falada sobre as concepções da numeração escrita. Paulatinamente, a criança estabelece relações e diferenciações entre a numeração falada e escrita, sendo que os dois sistemas influenciam-se, mutuamente. Eventualmente, podem ocorrer algumas divergências e a criança elaborar uma representação convencional para números de dois dígitos (25, 36, 41...) e continuar representando as centenas de acordo com a numeração oral, escrevendo 100503, para 153. (GOLBERT, 2011, p. 110-111).

Nessa seção, apresentarei considerações epistemológicas sobre as conexões entre a **oralidade** e o **registro**, a **notação** de números, com o intuito de ampliar o saber conteudístico, e, na próxima seção, socializarei possibilidades de práticas pedagógicas que contemplam os aspectos expostos.

Em relação à sonoridade dos números, são dois os aspectos a serem considerados: a identificação dos algarismos e a ordenação dos algarismos.

Alvarado e Ferreiro (2000), após analisarem a produção de números de dois dígitos por crianças de 4 e 5 anos que lhes foram ditados, propuseram que elas

17 O termo correto, conforme exposto neste texto, é algarismos.

18 O termo correto, conforme exposto neste texto, é algarismos.

fizeram o uso de números curingas[19], que "[...] são aqueles que as crianças escrevem quando estão cientes de que um elemento adicional deveria estar incluído em sua escrita, mas não têm certeza de qual algarismo incluir.". (BRIZUELA, 2006, p. 34). Alvarado e Ferreiro (2000) constataram que o 0 (zero) foi o curinga mais escolhido.

Os algarismos curingas são análogos às letras curingas – são letras substitutas utilizadas pelas crianças quando elas estão seguras de que precisam incluir uma letra no registro de uma palavra, mas não sabem qual aplicar – conforme exemplos que constam em Quinteros (1997) (ALVARADO; FERREIRO, 2000).

No que se refere à ordenação dos algarismos, compartilho a explicação de Brizuela (2006, p. 36):

> Haas (1996) explica que os números são escritos em uma ordem temporal que é decrescente – dos elementos maiores para os menores. A maioria dos números também segue essa ordem decrescente em seu enunciado, e há razões práticas para isso: com números maiores, quando seguimos uma ordem temporal decrescente ao nomear o número, estamos nomeando primeiro o elemento que representa o valor maior.

A ordenação crescente (do menor para o maior: x + 10, onde x varia entre 1 e 9) é bastante frequente nos números entre 11 e 19, sendo que cada Língua, conforme Greenberg (1978 apud BRIZUELA, 2006, p. 36), "tem um ponto de corte", que é quando começa a adotar a ordem decrescente (do maior para o menor: 10 + x, onde x varia entre 1 e 9) (Quadro 08).

No entendimento de Brizuela (2006, p. 36), "[...] os números transparentes serão aqueles que seguem, na escrita e na fala, a ordenação temporal maior + menor, assim como aqueles em que os elementos dos números escritos podem ser identificados a partir dos números falados.". Por outro lado, se um número não oferecer pistas dos algarismos que o compõem e/ou adotar a ordenação crescente é nomeado opaco.

Considerando que transparência e opacidade são adjetivos relacionados à visão, e que são atribuídos aos números em virtude da pessoa poder deduzir como eles são escritos a partir da audição, entendo que esses termos são inadequados. Defendo, portanto, que aqueles sejam substituídos, respectivamente, pelos adjetivos audível e inaudível. Há de se considerar, ainda, o fato de que alguns números não se classificam nessas extremidades, pois favorecem a identificação de algum dos algarismos, conforme explicarei mais na frente.

---

19 No original, *números comodines*. A expressão correta, conforme exposto neste texto, é algarismos curingas.

Conforme Agranionih (2008, p. 85), a **transcodificação numérica** requer a alteração "[...] das marcas de potência de dez da expressão verbal pela posição dos dígitos[20] no numeral ou vice-versa [...]". Ou seja, as crianças escutam os valores relativos dos algarismos em relação à ordem das unidades e precisam identificar o valor absoluto de cada algarismo e a posição que ele ocupa no numeral. Essa tarefa é extremamente sofisticada, conforme explica Hormaza (2005, p. 82, itálico no original):

> Para escrever o número "nove mil e setenta" são empregados somente os dígitos[21] operadores das potências, tais como:
> $9 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 0 \times 10^0$
> Exemplo: $9.070 = 9 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 0 \times 10^0$
> Operadores: fatores que multiplicam a potência   Potência: ordem da unidade
>
> Em nosso sistema de numeração – como é sabido – o valor que representa cada algarismo se obtém multiplicando esse algarismo por uma determinada potência de base. Se um número tem mais algarismos[22] que outro, necessariamente intervieram em sua decomposição potências de dez de maior grau que as envolvidas no outro, e em consequência será maior. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 109).

A complexidade dessa competência decorre das diferenças entre os componentes léxicos, sintáticos e semânticos de cada formato – **verbal** (alfabético) e **indoarábico** (cifranávico) – motivo pelo qual o professor precisa desenvolver estratégias que auxiliem os estudantes nesse percurso.

> Evidentemente, não é tarefa fácil descobrir o que está oculto na numeração falada e o que está oculto na numeração escrita, aceitar que uma coisa não coincide sempre com a outra, determinar quais são as informações fornecidas pela numeração falada que resulta pertinente aplicar à numeração escrita e quais não, descobrir que princípios que regem a numeração escrita não são diretamente transferíveis à numeração falada... (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 97).

No ensino e na aprendizagem da escrita numérica, é necessário que o professor considere os aspectos operatórios, bem como analise as expressões verbais numa perspectiva morfofonológica e sintática.

> Para a análise das *expressões numéricas verbais*, adotamos uma dupla perspectiva: uma, morfofonológica, que permite diferenciar prefixos de sufixos como componentes das palavras numéricas que configuram a expressão, e analisar contrações; a outra, sintática, que permite

---

20 O termo correto, conforme exposto neste texto, é algarismos.

21 O termo correto, conforme exposto neste texto, é algarismos.

22 O termo correto, conforme exposto neste texto, é dígitos.

> diferenciar as palavras que compõem cada expressão e as relações entre elas. A análise morfofonológica das *expressões numéricas verbais* permite diferenciar os tipos de componentes:
> 1. As palavras numéricas e os prefixos que marcam "quantidades básicas". Por exemplo: dois, três, quatro etc., são palavras numéricas e *qua, cinc* etc. são prefixos;
> 2. As palavras numéricas e os sufixos que expressam a potência de dez ou unidade em uma ordem dada. Por exemplo: cem, mil, milhão são palavras, e *enta, centos*, são sufixos.
> Conforme McCloskey, no que segue, passaremos a chamar as primeiras, de partículas que marcam quantidade; e as segundas, de partículas que expressam potência de dez e definem a grandeza do numeral.
> A análise sintática da expressão numérica verbal permite destacar a maneira ordenada pela qual essas partículas intercalam-se umas com as outras. (HORMAZA, 2005, p. 84, itálico no original).

No processo de transcodificação numérica, no entendimento de Orozco (2005 apud AGRANIONIH, 2008, p. 85), a compreensão das crianças está centrada nas regularidades linguísticas das expressões verbais, as quais dirigem a escrita dos numerais arábicos. A sintaxe do formato verbal expressa as potências de dez (quatro/centos, cinco/enta), enquanto a sintaxe do numeral arábico esconde a sua conversão, pois são as posições que definem o valor dos algarismos no registro numérico.

Tendo em vista a importância da oralidade na aprendizagem dos registros numéricos, apresento, a seguir, a grafia em várias línguas – Sânscrito, Árabe, Latim, Alemão, Espanhol, Francês, Inglês e Italiano – dos algarismos de 0 a 9 (Quadro 07) e dos números de 10 a 19 (Quadro 08), de 20 a 29 (Quadro 09), de 30 a 90 (Quadro 10) e de 100 a 1.000 (Quadro 11), a qual é acompanhada de uma análise sobre a sonoridade dos números, com foco nos operadores – os algarismos – e nas potências – as ordens e as classes.

Quadro 07 – Grafia dos algarismos de 0 a 9 em várias línguas[23]

Alga-rismo	Língua							
	Sânscrito	Árabe	Latim	Alemão	Espanhol	Francês	Inglês	Italiano
0	shûnya	sifr	nullus	null	cero	zéro	zero, nought	zero
1	eka	uaHid	unus	eins	uno	un	one	uno
2	dvi	ithnan	duo	zwei	dos	deux	two	due
3	tri	thalatha	tres	drei	tres	trois	three	tre
4	tchatur	arba	quattuor	vier	cuatro	quatre	four	quattro
5	pañtcha	khamsa	quinque	fünf	cinco	cinq	five	cinque
6	chat, sat	sitta	sex	sechs	seis	six	six	sei
7	sapta	saba	septem	sieben	siete	sept	seven	sette
8	ashta	thamani	octo	acht	ocho	huit	eight	otto
9	nava	tisa	novem	neun	nueve	neuf	nine	nove

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Ifrah (1997a, 1997b).

Quadro 08 – Registros de números de 10 a 19 em várias línguas[24]

Número	Língua							
	Sânscrito	Árabe	Latim	Alemão	Espanhol	Francês	Inglês	Italiano
10	daśan	ashara	decem	zehn	diez	dix	ten	dieci
11	ekādaśan	àHad ashar	undecim	elf	once	onze	eleven	undici
12	dvādaśan	ìthna ashar	duodecim	zwölf	doce	douze	twelve	dodici
13	trayodaśan	thalatha ashar	tredecim	dreizehn	trece	treize	thirteen	tredici
14	tchaturdaśan	arba ashar	quattuordecim	vierzehn	catorce	quatorze	fourteen	quattordici
15	pañdaśan	khamsa ashar	quindecim	fünfzehn	quince	quinze	fifteen	quindici
16	sodaśan	sitta ashar	se(x)decim decem et sex	sechzehn	dieciséis	seize	sixteen	sedici
17	saptadaśan	sab ashar	septemdecim decem et septem	siebzehn	diecisiete	dix-sept	seventeen	diciassette
18	astādaśan	thamaní ashar	octodecim decem et octo duodeviginti	achtzehn	dieciocho	dix-huit	eighteen	diciotto
19	navadaśan	tisa ashar	novemdecim decem et novem undeviginti	neunzehn	diecinueve	dix-neuf	nineteen	diciannove

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Ifrah (1997a,; 1997b).

23 A grafia dos algarismos em Sânscrito e Árabe expressa a pronúncia dos mesmos, considerando que a sua grafia original utiliza letras distintas das letras do nosso alfabeto. Isso explica as eventuais variações na transcrição de alguns desses algarismos a depender da fonte consultada. A grafia dos algarismos em Árabe foi trasladada de Sabbagh (1988).

24 A grafia dos números em Sânscrito e Árabe expressa a pronúncia dos mesmos, considerando que a sua grafia original utiliza letras distintas das letras do nosso alfabeto. Isso explica as eventuais variações na transcrição de alguns desses números a depender da fonte consultada. A grafia dos números em Árabe foi trasladada de Sabbagh (1988). Essa explicação se aplica, também, aos Quadros 09, 10 e 11.

Em todas essas Línguas, os números entre 11 e 19 são escritos conforme uma das seguintes fórmulas: x + 10 (crescente) ou 10 + x (decrescente), onde x varia entre 1 e 9.

No Sânscrito e no Árabe, é adotado o padrão x + 10. No Latim, do 11 ao 19 é aplicado o padrão crescente (x + 10), mas do 16 ao 19 é utilizada também a ordenação decrescente; além disso, no 18 e 19, respectivamente, 2 ou 1 para 20. O som referente ao "x", em cada uma dessas Línguas, está vinculado ao dele quando isolado. Da mesma forma, o som referente ao "10" é o mesmo em cada uma dessas Línguas e está relacionado ao som do 10.

No Alemão, do 13 ao 19, é adotado x + 10, sendo que o 11 (*elf*) não possui qualquer rastro do 1 (*eins*) ou do 10 (*zehn*), enquanto que o 12 (*zwölf*) apresenta apenas um vestígio do 2 (*zwei*). No Inglês, do 13 ao 19, é adotado x + 10, sendo que o 11 (*eleven*) não possui qualquer rastro do 1 (*one*) ou do 10 (*ten*), enquanto que o 12 (*twelve*) apresenta apenas um vestígio do 2 (*two*). O som referente ao "10", do 13 ao 19, é o mesmo no Alemão e no Inglês, respectivamente, *zehn* e *teen*, e está relacionado aos respectivos sons do 10: *zehn* e *ten*.

No Espanhol, do 11 ao 15, é adotado x + 10, e, do 16 ao 19, 10 + x. No Francês, do 11 ao 16, é adotado x + 10, e, do 17 ao 19, 10 + x. No Italiano, do 11 ao 16, é adotado o x + 10, e, do 17 ao 19, 10 + x.

Em relação ao som do "10", é interessante destacar que no Espanhol (do 11 ao 15), Francês (do 11 ao 16) e Português (11 ao 15), que se originam do Latim, a sílaba inicial da palavra *decim* (dez) foi suprimida, sendo traduzida apenas, respectivamente, a última: ce, ze e ze. No Italiano (do 11 ao 16), também proveniente do Latim, todavia, isso não aconteceu: *dici*.

No que se refere ao som do primeiro algarismo, do 11 ao 15, no Espanhol e no Português, e do 11 ao 16, no Francês e no Italiano, o 15 destoa dos outros porque não é possível identificar o primeiro algarismo, ao contrário dos demais, motivo pelo qual esse é inaudível, enquanto aqueles não são! O motivo dessa ocorrência decorre da origem etimológica do cinco: "[...] lat. vulgar *cinque* com dissimilação [diferenciação] do *qu-* inicial do lat. cl. *quinque* 'id.' [...]". (HOUAISS; VILLAR, 2009, p. 466).

No Espanhol, no Francês, no Italiano e no Português, o 5 e o 50 derivaram da forma vulgar, que começa com *cin*. No Espanhol, Francês, Italiano e Português, o 15 derivou da forma clássica, que começa com *quin*. O 500, no Espanhol e Português, derivou da forma clássica, que começa com *quin*, no Francês e Italiano, derivou da forma vulgar, que começa com *cin*.

É interessante, ainda, destacar que no Português há várias palavras referentes a 5 (cinco) – quinquênio, quinta-feira, quinteto, quintilha, quíntuplo... – e a 50 (cinquenta) – quinquagésimo – que se iniciam com a forma clássica!

Necessário ressaltar o fato de que no Português, somente do 11 ao 19, cada palavra que a gente ouve corresponde a dois dígitos, o que aumenta a complexidade do aprendizado da escrita cifranávica nesse intervalo. Essa observação também é válida para o Alemão, Espanhol, Francês (com exceção do 17 ao 19), Inglês e Italiano.

Quadro 09 – Registros de números de 20 a 29 em várias línguas

Número	Língua							
	Sânscrito	Árabe	Latim	Alemão	Espanhol	Francês	Inglês	Italiano
20	viṁśati	ishrun	viginti	zwanzig	veinte	vingt	twenty	venti
21	ekaviṁśati	uaHid wa ishrun	viginti unus um et viginti	einun-dzwanzig	veintiuno	vingt et un	twenty one	ventuno
22	dvāviṁśati	ìthnan wa ishrun	viginti duo duo et viginti	zweiun-dzwanzig	veintidós	vingt-deux	twenty two	ventidue
23	trayoviṁśati	thalatha wa ishrun	viginti tres tres et viginti	dreiun-dzwanzig	veintitrés	vingt-trois	twenty three	ventitré
24	tchaturviṁśati	arba wa ishrun	viginti quatour quatour et viginti	vierun-dzwanzig	veinticuatro	vingt-quatre	twenty four	ventiquattro
25	pañtchaviṁśati	khamsa wa ishrun	viginti quinque quinque et viginti	fünfun-dzwanzig	veinticinco	vingt-cinq	twenty five	venticinque
26	sadviśṁati	sitta wa ishrun	viginti sex sex et viginti	sechsun-dzwanzig	veintiséis	vingt-six	twenty-six	ventisei
27	saptaviṁśati	saba wa ishrun	viginti septem septem et viginti	siebenun-dzwanzig	veintisiete	vingt-sept	twenty-seven	ventisette
28	astāviṁśati	thamaní wa ishrun	duodetriginta	achtun-dzwanzig	veintiocho	vingt-huit	twenty-eight	ventotto
29	navaviṁśati	tisa wa ishrun	undetriginta	neunun-dzwanzig	veintinueve	vingt-neuf	twenty-nine	ventinove

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Ifrah (1997a, 1997b).

No Sânscrito, Árabe e Alemão, os números entre 21 a 29 utilizam o padrão x + 20 (crescente), onde x varia entre 1 e 9. No Espanhol, Francês, Inglês, Italiano e Português, os números entre 21 a 29 adotam o padrão 20 + x (decrescente), onde x varia entre 1 e 9. No Latim, os números de 21 a 27 usam os dois padrões, mas o 28 e 29 adotam, respectivamente, 2 ou 1 para 30.

O som referente ao "20" é o mesmo em cada uma dessas Línguas, mas apenas o Alemão (*zwanzig*) e o Inglês (*twenty*) apresentam vestígios do 2: *zwei* e *two*, respectivamente. É possível que no Sânscrito o som inicial do 20 (*viṁśati*) se origine do 2: *dvi*. O som do 20 em Latim (*viginti*) gerou, sem a sílaba do meio, as formas em Espanhol (*veinte*), Italiano (*venti*) e Português (vinte); apenas o Francês (*vingt*) manteve a estrutura do Latim.

Quadro 10 – Registros de números das dezenas de 30 a 90 em várias línguas

Número	Língua							
	Sânscrito	**Árabe**	**Latim**	**Alemão**	**Espanhol**	**Francês**	**Inglês**	**Italiano**
30	triṁśat	thalathun	triginta	dreissig	treinta	trente	thirty	trenta
40	catvāriṁśat	arbaun	quadraginta	vierzig	cuarenta	quarante	forty	quaranta
50	pañtchāśat	khamsun	quinquaginta	fünfzig	cincueta	cinquante	fifty	cinquanta
60	sastí	sittun	sexaginta	sechzig	sesenta	soixante	sixty	sessanta
70	saptati	sabun	septuaginta	siebzig	setenta	soixante-dez	seventy	setanta
80	aśīti	thamanun	octoginta	achtzig	ochenta	quatre-vingts	eighty	ottanta
90	navati	tisun	nonaginta	neunzig	noventa	quatre-vingt-dix	ninety	novanta

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Ifrah (1997a, 1997b).

Em todas essas Línguas, as dezenas de 30 a 90 são escritas no padrão x * 10, com x variando de 3 a 9. As exceções ocorrem no Francês: 70 (60 + 10), 80 (4 * 20) e 90 (4 * 20 + 10). O som referente ao "x", em cada uma dessas Línguas, está vinculado ao dele quando isolado. O som referente ao "10" é o mesmo em cada uma dessas Línguas, mas não está relacionado ao som do 10.

Nunes e Bryant (1997, p. 59) esclarecem que

> As crianças brasileiras, assim como as inglesas, precisam aprender um sistema de numeração com base dez. Contar em português é aproximadamente como contar em inglês: a estrutura decimal do sistema não é claramente revelada nos valores para as *teens* [dezenas] (por exemplo, 11= onze; 12 = doze) nem nomes das dezenas (10 = dez; 20 = vinte; 30 = trinta; 40 = quarenta e todas as outras dezenas terminam em – enta). No entanto, a combinação de dezenas e unidades é soletrada nos nomes de números (21 = vinte e um; 22 = vinte e dois, etc.). Portanto, no sistema de numeração oral em português os indícios sobre unidades de diferentes valores e sobre composição aditiva não são completamente claros.

Quadro 11 – Registros de números das centenas 100 a 900 e de 1.000 em várias línguas

Número	Língua							
	Sânscrito	**Árabe**	**Latim**	**Alemão**	**Espanhol**	**Francês**	**Inglês**	**Italiano**
100	śata	mii`a	centum	hundert	cien ciento	cent	hundred	cento
200	dviśata	mi'atan	ducenti	zweihundert	doscientos	deux cents	two hundred	duecento
300	triśata	thalath mi`a	trecenti	dreuhundert	trescientos	trois cents	three hundred	trecento
400	catuhśata	arba mi`a	quadrigenti	vierhundert	cuatrocientos	quatre cents	four hundred	quattro-cento
500	pañcaśata	khams mi`a	quingenti	fünfhundert	quinientos	cinq cents	five hundred	cinque-cento
600	satśata	sitt mi`a	sexcenti	sechhundert	seiscentos	six cents	six hundred	seicento
700	saptaśata	sab mi`a	septigenti	siebhundert	setecientos	sept cents	seven hundred	setecento
800	astaśata	thaman mi`a	octingenti	achthundert	ochocientos	huit cents	eight hundred	ottocento
900	navaśata	tis mi`a	nongenti	neunhundert	novecientos	neuf cents	nine hundred	novecento
1.000	sahsara daśaśata	álif	mille	tausend	mil	mille	thousand	migliaia

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Ifrah (1997a, 1997b).

Em todas essas Línguas, as centenas de 200 a 900 são escritas no padrão x * 100, com x variando de 2 a 9. A exceção é o 200 no Árabe: (*mi'atan*). O som referente ao "x", em cada uma dessas Línguas, está vinculado ao dele quando isolado[25]. O som referente ao "100" é o mesmo em cada uma dessas Línguas e está relacionado ao som do 100.

No que se refere à distinção entre falar centenas e dezenas, Nunes e Bryant (1997, p. 58, itálico no original) explicam:

> Quando contamos centenas, por exemplo, dizemos claramente uma palavra de contagem [fator, que varia de 1 a 9] e o nome da unidade [ordem e, eventualmente, a classe] que estamos contando: one *hundred*, two *hundred*, three *hundred*, etc. No entanto, quando contamos dezenas não dizemos uma palavra de contagem para o número de dezenas e então a palavra "dez"; as dezenas são contadas com nomes diferentes como dez, vinte, trinta, etc.

Finalizo essa pesquisa etimológica, na qual procurei compreender alguns desafios que as crianças enfrentam ao relacionarem a oralidade com os registros numéricos, partilhando as considerações de Lerner e Sadovsky (1996, p. 95):

25 Conforme explicado, o 500, no Espanhol e Português, derivou da forma clássica do cinco em Latim, que começa com *quin*.

> A numeração escrita é ao mesmo tempo mais regular, mais hermética que a numeração falada. É mais regular porque a soma e a multiplicação são utilizadas sempre da mesma maneira: se multiplica cada algarismo pela potência da base que corresponde, se somam os produtos que resultaram dessas multiplicações. É hermética porque nela não existe nenhum vestígio das operações aritméticas racionais envolvidas e porque – de modo diferente do que acontece com a numeração falada – as potências de base não são representadas através de símbolos particulares, mas só podem ser deduzidas a partir da posição que ocupam os algarismos.

Apresentei, em outra ocasião (BARGUIL, 2015 apud DIAS; BARGUIL, 2016, p. 248), 7 (sete) tipos que precisam ser considerados para analisar os saberes discentes referentes ao registro numérico, que pode ser de duas naturezas: Registro Aritmético – RA e o Registro da Língua Materna – RLM (Quadro 12)[26].

Quadro 12 – Tipos de Transcodificação Numérica

TIPO	AÇÃO DO ESTUDANTE		SIMBOLOGIA
	INÍCIO (PARTIDA)	FINAL (CHEGADA)	
01	Escuta número	Escreve com letras	Oralidade[1] $\rightarrow$ RLM
02	Escuta número	Escreve com algarismos	Oralidade[1] $\rightarrow$ RA
03	Escuta número	Escolhe registro com algarismos	Oralidade[1] $\rightarrow$ RA escolhido
04	Lê número escrito com letras	Escreve com algarismos	RLM $\rightarrow$ RA
05	Lê número escrito com letras	Fala	RLM $\rightarrow$ Oralidade[2]
06	Lê número escrito com algarismos	Escreve com letras	RA $\rightarrow$ RLM
07	Lê número escrito com algarismos	Fala	RA $\rightarrow$ Oralidade[2]

Fonte: Elaborado pelo autor e divulgado em Dias e Barguil (2016, p. 248).
[1] Oralidade: fala do docente e escuta do estudante.
[2] Oralidade: fala do estudante e escuta do docente.

Considerando a diversidade de manifestações numéricas, expressa nos tipos de Transcodificação Numérica, é necessário que o professor proponha variadas atividades, as quais possibilitem que os estudantes construam o conceito de número mediante a **oralidade** – escuta e fala – e a **notação**, o **registro** – leitura e escrita. Nesse momento, quero destacar a importância de ampliar as propostas pedagógicas, as quais não podem se limitar ao ditado (tipo 02).

26 Registro Aritmético – RA equivale a Registro Cifranávico, enquanto Registro da Língua Materna – RLM equivale a Registro Alfabético.

Outro aspecto importante é que as atividades contemplem momentos de diversos tipos de trabalho discente – individual, em dupla, em grupo e coletivo – e que favoreçam o debate, notadamente entre os estudantes. Essa temática será aprofundada na próxima seção, mas socializo agora as seguintes considerações:

> O nível ou o grau de compreensão de um conceito ou de ideia está intimamente relacionado à comunicação eficiente desse conceito ou ideia. A compreensão é acentuada pela comunicação, do mesmo modo que a comunicação é realçada pela compreensão.
> Portanto, quanto mais as crianças têm oportunidade de refletir sobre um determinado assunto – falando, escrevendo ou representando – mais elas o compreendem. Assim como a comunicação será cada vez mais acentuada, objetiva e elaborada à medida que a criança compreender melhor o que está comunicando.
> Em sala de aula, atividades que requeiram do aluno a comunicação ajudam-no a esclarecer, refinar e organizar seus pensamentos, fazendo com que se aproprie tanto de conhecimentos específicos como de habilidades essenciais para aprender qualquer conteúdo em qualquer tempo. (CANDIDO, 2001, p. 16).

> A comunicação de informações entre os alunos, dos resultados que tenham surgido através de um trabalho individual ou em pequenos grupos, é também constitutiva do sentido do conhecimento matemático. Não se trata somente de que o professor introduza situações que permitam aos seus alunos atuarem, mas também que propicie e favoreça a análise, a discussão e a confrontação entre as diferentes concepções e resultados que possam surgir tanto do processo de resolução como no término do mesmo. (MORENO, 2008, p. 52).

> [...] acreditamos que a comunicação possibilite ao professor a identificação do progresso dos alunos e de suas dificuldades. Entendemos que os processos de argumentação e construção de conhecimento são indissociáveis e podem ser ampliados em ambientes de comunicação de ideias. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 73).

Os erros das crianças em ditados numéricos, conforme Orozco e Hederich (2000 apud AGRANIONIH, 2008, p. 86), podem ser de dois tipos: **léxicos** e **sintáticos.**

Nos erros **léxicos**, o estudante escreve numerais correspondentes às expressões numéricas que escuta conservando a ordem de magnitude e a forma sintática do número, mas equivoca-se ao produzir os dígitos ou as palavras numéricas. Por exemplo: ao ouvir vinte e cinco mil, setecentos e setenta e nove (25.779), ele escreve 25.799 ou 25.979.

Nos erros **sintáticos**, o estudante escreve numerais correspondentes às expressões numéricas que escuta alterando a ordem de magnitude do número, pois tem dificuldade de incluir dígitos em um todo numérico e de processar os elementos do número para produzi-lo como um todo. Por exemplo: ao ouvir trezentos e sessenta e dois (362), ele escreve 300602, 30062, 30602 ou 3062.

Os erros léxicos, afirmam Orozco e Hederich (2000 apud AGRANIONIH, 2008, p. 86), podem ser explicados em virtude da memória de curto prazo: o estudante confundiu algum algarismo que escutou. Os erros sintáticos, por outro lado, revelam a dominância do formato verbal nas produções de números escritos com algarismos pelos estudantes. Eles escrevem com algarismos do mesmo jeito que falam com letras: para cada fragmento verbal é escrito um número.

Os erros sintáticos dos estudantes na escrita numérica com algarismos, conforme Orozco (2005 apud BARRETO, 2011, p. 39), são de 3 (três) tipos:

i) <u>justaposição</u> – os números são justapostos, ou seja, ao lhe ser ditado quatrocentos e trinta e oito (438), o estudante escreve 400308;

ii) <u>compactação</u> – o número quatrocentos e trinta e oito (438) é entendido como composto por quatrocentos mais trinta e oito, então, no registro, o último zero do 400 é substituído pelo número 38: 40308 ou 4038; e

iii) <u>concatenação</u> – quando são observados apenas os indícios constantes na oralidade: se ditarmos quatrocentos e oito (408), o registro será 48.

O Quadro 13 expõe representações de 7.406 e os respectivos tipos de erro sintático.

Quadro 13 – Representações de 7.406 e respectivos tipos de erro sintático

REPRESENTAÇÃO	ERRO
70004006	Justaposição
7000406, 7004006, 700406, 70406	Compactação
746	Concatenação

Fonte: Elaborado pelo autor.

A justaposição, conforme Orozco e Hederich (2000 apud AGRANIONIH, 2008, p. 87), pode ter outras configurações a depender de como as crianças fragmentam/interpretam a expressão verbal. No caso de 608, por exemplo, ela pode escutar: seis / centos e oito = 6/108, seis / centos / oito = 6/100/8 ou seis centos / oito = 600/8.

Os erros de concatenação acontecem quando o registro cifranávico convencional requer zero em algum dígito que não seja o da maior ordem e a criança sabe que cada som é representado por um algarismo (Figura 04c), mas ela ainda não domina o fato de que o zero funciona como indicador de ausência de quantidade no registro numérico.

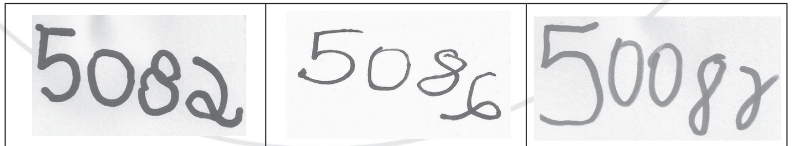
Barreto (2011, p. 67) investigou a compreensão de estudantes da 3ª série[27] sobre o SND e constatou que "[...] os alunos demonstravam maior facilidade no registro de números nos quais nenhuma das posições dos algarismos no número estivesse vaga, ou seja, desde que o zero não fosse um dos algarismos que compunham o número.".

Conforme várias pesquisas que serão apresentadas a seguir, quando acontece o acréscimo na quantidade de dígitos dos números a serem representados pela criança, ela não utiliza o que já sabe sobre o valor posicional para a nova ordem. Elas podem escrever corretamente vários números de 2 dígitos, mas cometerem erros de compactação ou de justaposição quando solicitadas para registrarem números de 3 dígitos. Igual fenômeno acontece quando elas consolidam o registro cifranávico de números de 3 dígitos e têm a oportunidade de escreverem números de 4 dígitos. Ou seja, o entendimento da criança sobre o valor posicional não é generalizado para os números de vários dígitos a partir de números de 2 dígitos: ela faz o mesmo percurso para números de 3 dígitos e, depois, para números de 4 dígitos...

Para que elas avancem na compreensão do Sistema Cifranávico e no processo de cifranavização, conforme explicarei, é necessário que o professor proponha atividades referentes aos variados tipos de Transcodificação Numérica (Quadro 12), possibilite que elas interajam com números de diferentes magnitudes e favoreça que elas elaborem/registrem e expressem/justifiquem as suas hipóteses, bem como escutem as dos colegas.

As Figuras 04, 05 e 06 apresentam representações discentes dos números 582, 704 e 1.395 com os três tipos de erro sintático. De modo geral, as crianças, para alcançarem o registro cifranávico convencional, progridem dos erros sintáticos de justaposição para os de compactação, o qual se caracteriza pela diminuição da quantidade de zeros utilizados na justaposição.

Figura 04 – Representações discentes de 582

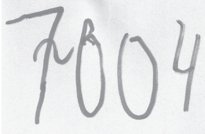
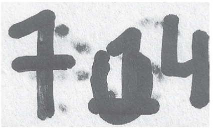


(R.M.C., 6a05m))	(V.C.S., 06a11m	(I.O.S., 06a02m)

Fonte: Arquivos do autor.

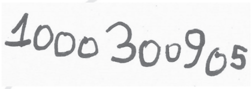
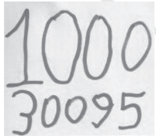
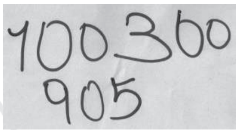
27 Atualmente, 4º ano.

Figura 05 – Representações discentes de 704

		
(I.O.S., 06a02m)	(R.M.C., 06a05m)	(R.L., 07a01m)

Fonte: Arquivos do autor.

Figura 06 – Representações discentes de 1.395

		
(V.C.S., 06a11m)	(I.O.S., 06a02m)	(I.M.P., 07a05m)

Fonte: Arquivos do autor.

As Figuras 05a e 06a são exemplos de justaposição, quando a criança escreve por extenso, com algarismos, os valores relativos que escutou: "Para produzir os números cuja escritura convencional ainda não adquiriram, elas [as crianças] misturam os símbolos [algarismos] que conhecem, colocando-os de maneira tal que se correspondam como a ordenação dos termos na numeração falada.". (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 92).

> [...] alguns aspectos do sistema de numeração escrito requerem a compreensão dos mesmos princípios que o sistema oral, mas outros aspectos – ou seja, o valor posicional e o uso do zero como mantenedor de lugar – são específicos do sistema escrito. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 74).

> Meu argumento [...] [é] duplo: em primeiro lugar, as notações inventadas pelas crianças são de extrema importância na aprendizagem e no desenvolvimento das notações; em segundo lugar, as notações convencionais desempenham um papel importante nas notações inventadas pelas crianças e constituem um apoio para o seu desenvolvimento. Ao mesmo tempo, elas são subordinadas às invenções e aos aspectos assimilatórios do pensamento. (BRIZUELA, 2006, p. 43).

> Em relação com as escritas e interpretações não-convencionais – "errôneas" – por parte das crianças, sabemos agora que estão guiadas por hipóteses sobre o sistema de numeração. Essas hipóteses são conhecimentos parciais sobre os números escritos que, a partir do seu uso em diversas situações, sua confrontação com as ideias de seus colegas e com escritas e interpretações convencionais, irão avançando progressivamente. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 101).

Orozco (2005) e Otálora e Orozco (2006) (apud BARRETO, 2011, p. 37) analisam aspectos semânticos e lexicais relacionados ao número. Os signos primitivos lexicais são usados como suporte para dar nome a outros números, assumindo uma função morfológica. Na escrita do número duzentos e trinta e um, permanecem, nas palavras que compõem o número, indícios dos signos primitivos, que podem ser identificados: em "duzentos", os dois centos são facilmente notados, e, em trinta, se percebe um indício do algarismo três.

Orozco (2005 apud BARRETO, 2011, p. 38) pesquisou como as crianças dos anos iniciais realizam a notação de números ditados e constatou que o tipo de erro varia de acordo com a série que a criança cursa. No registro de números com 3 dígitos, os tipos de erros dos estudantes da 1ª série não são os mesmos do estudantes da 2ª série. No registro de números com 4 dígitos, os erros dos estudantes da 2ª série são os mesmos dos estudantes da 1ª série. Os alunos da 1ª série, por exemplo, podem registrar trezentos e vinte e cinco (325) da seguinte forma: 30025 ou 31025.

Os estudantes na 2ª série podem escrever corretamente esse número, porém, ao escreverem dois mil e quarenta e cinco (2.045), poderiam representar assim: 20045 ou 2.00045.

> Os erros de transcodificação são ainda mais frequentes quando os números requerem o uso de zeros. Os erros de transcodificação sobrevêm principalmente quando os números comportam quatro algarismos[28] ou mais, entre eles um ou mais zeros. Manifestam-se com maior frequência por meio de acréscimos ou ausências de zeros. Assim, *três mil quatrocentos e nove* pode ser transcodificado como 30004009 ou também 3004009 ou ainda 349. Mesmo quando sua produção é correta, a velocidade da escrita se vê desacelerada, o que sugere que o processamento dos zeros representa dificuldades. (FAYOL, 2012, p. 34).

De modo geral, os erros sintáticos são mais comuns em estudantes da 1ª série e da 2ª série[29], enquanto que os erros mais frequentes de estudantes da 3ª série e da 4ª série[30] são do tipo lexical (BARRETO, 2011, p. 38).

Por que as crianças cometem os erros sintáticos?

> Na numeração falada, justaposição de palavras supõe sempre uma operação aritmética, operação que em alguns casos é uma soma (mil e quatro significa 1000 + 4, por exemplo) e em outras situações uma multiplicação (oitocentos significa 8 x 100, por exemplo). Na denominação de um número, estas

28 O termo correto, conforme exposto neste texto, é dígitos.

29 Atualmente, 2º ano e 3º ano.

30 Atualmente, 4º ano e 5º ano.

> duas operações em geral aparecem combinadas (por exemplo, cinco mil e quatrocentos significa 5 x 1000 + 4 x 100 e – como que para complicar a vida de quem tente compreender o sistema – uma simples mudança na ordem de enunciação das palavras indica que foi mudada a operação aritmética envolvida: cinco mil (5 x 1000) e mil e cinco (1000 + 5), seiscentos (6 x 100) e cento e seis (100 + 6). Para piorar a situação, a conjunção "e" – que linguisticamente representa adição – só aparece quando se trata de reunir dezenas e unidades. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 94-95).

> A composição aditiva fundamenta a composição de numerais em diversas ordens e a inclusão dos números de um período inferior no seguinte. A composição multiplicativa permite entender porque somente são escritos os operadores das potências (BEDOYA e OROZCO, 1991). Na escola, essa característica essencial do sistema de notação é conhecida como valor de posição. (HORMAZA, 2005, p. 81).

> Para escrever números dos quais ainda não conhecem a representação convencional, [as crianças] fazem uso desses saberes justapondo os símbolos que conhecem segundo a ordem que a numeração falada lhes indica. Por exemplo, ao pedir a Luzia (5 anos e 10 meses) que escrevesse dezessete, ela escreveu 107; vinte e quatro, escreveu 204; trezentos e noventa e seis como 300906; dois mil e trezentos como 2000300 (outras crianças escrevem 21000300). Esta correspondência escrita com a numeração falada, isto é, a convicção de que os números são escritos da mesma forma como são falados, deriva das mesmas características que o sistema de numeração falada possui. Diferentemente da numeração escrita, que é posicional, a numeração falada não o é. Se fosse assim, ao ler um número, por exemplo, 7.452, diríamos "sete quatro cinco dois". No entanto, em função do conhecimento que possuímos, lemos "sete mil quatrocentos e cinquenta e dois", ou seja, ao mesmo tempo em que enunciamos o algarismo, enunciamos a potência de 10 que corresponde a cada um. (MORENO, 2008, p. 58).

Para escrever corretamente numerais cifranávicos, as crianças precisam compreender as características do Sistema Cifranávico, de modo especial o valor posicional. É necessário que o professor saiba o motivo de as crianças cometerem os erros sintáticos na produção do numeral cifranávico para ele propor situações que as possibilitem ampliar seus conhecimentos relacionados à cifranavização.

O Sistema Cifranávico, por ser um sistema posicional, é "[...] muito menos transparente e muito mais econômico que um sistema aditivo.". (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 111), uma vez que, nesse tipo de sistema, cada algarismo só possui um valor e um número é representando pela adição dos valores dos símbolos utilizados.

> A humanidade levou muitos séculos para inventar um sistema de numeração como este, um sistema que é muito econômico, porque permite escrever qualquer número utilizando só dez símbolos. Porém, justamente por ser tão econômico, pode tornar-se bastante misterioso para aqueles que estão procurando pistas (ou elementos) que lhes permitam reconstruir seus princípios. (ZUNINO, 1995, p. 140).

Os Sistemas de Numeração Egípcio e Romano se caracterizam por serem aditivos, ou seja, não posicionais (Quadro 02). O Sistema Cifranávico, além de ser posicional, possui, conforme exposto, os princípios aditivo e multiplicativo.

> É menos transparente porque o valor de cada símbolo depende da posição que ocupa, e porque essa posição é o único vestígio da presença de uma potência da base. Ao contrário do que acontece ao interagir com outros sistemas que utilizam símbolos específicos para indicar a potência da base, para interpretar um número representado em um sistema posicional é necessário inferir qual é a posição da base pela qual deve-se multiplicar cada algarismo. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 111).

> É mais econômico porque, justamente como consequência do valor posicional, uma quantidade finita de símbolos – dez, em nosso caso – é suficiente para registrar qualquer número. Em um sistema como o egípcio, no entanto, a quantidade de símbolos necessários para que seja possível escrever qualquer número não é finita: se dispõe de símbolos para um, dez, cem, mil, dez mil, cem mil e um milhão – são os que provavelmente existiram na cultura egípcia – e se pode escrever qualquer número até nove milhões, novecentos e noventa e nove mil, novecentos e noventa e nove, porém será necessário criar um novo símbolo para representar dez milhões. A criação desse novo símbolo permite estender a escrita a todos os números menores que cem milhões, porém a representação deste último exigirá um novo símbolo e esta exigência voltará a apresentar-se cada vez que apareça uma nova potência de base. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 111).

A transparência e a economia de um Sistema de Numeração são variáveis inversamente proporcionais: quanto mais transparente é o Sistema de Numeração, como é o caso do Egípcio e do Romano, menos econômico ele o é.

Outro aspecto a ser considerando é quantidade de dígitos. Em um sistema posicional, a quantidade de dígitos indica a magnitude de um número. Em um sistema aditivo, isso não acontece: 9.999, no Sistema Egípcio, é representado com 36 dígitos e 4 algarismos[31], no Sistema Romano, com 12 dígitos e 6 algarismos[32], e, no Sistema Cifranávico, com 4 dígitos e 1 algarismo. Por sua vez, 10.000, no Sistema Egípcio, é representado com 1 dígito e 1 algarismo[33], no Sistema Romano, com 1 dígito e 1 algarismo[34], e, no Sistema Cifranávico, com 5 dígitos e 2 algarismos.

---

31 

32 $\overline{V}$MMMMDCDXCIX.

33 .

34 $\overline{X}$.

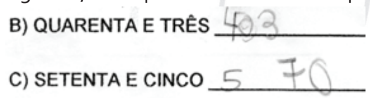
Acredito que os princípios aditivo e multiplicativo do Sistema Cifranávico podem ser mais facilmente compreendidos pelo estudante se o registro numérico for escrito – mediante composição – na vertical, com a utilização do Quadro Valor de Lugar – QVL, e não na horizontal (por extenso) sem o QVL, como costuma acontecer. Esse assunto será detalhado na próxima seção.

Freitas, Ferreira e Haase (2012, p. 11-12) investigaram as produções de estudantes do 2º ao 7º ano e constataram que os erros sintáticos são mais frequentes (64%) – principalmente os de composição aditiva (justaposição e compactação) – do que os erros lexicais (36%).

Dias (2015) e Silva (2013) pesquisaram sobre a diversidade de registros numéricos de crianças, respectivamente, do 2º ano e do 3º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas do Estado do Ceará. O questionário utilizado por Dias (2015) e Silva (2013) contemplou quatro tipos: 02, 03, 04 e 06 (Quadro 12).

A Figura 07 apresenta respostas discentes no tipo 04 (RLM $\longrightarrow$ RA):

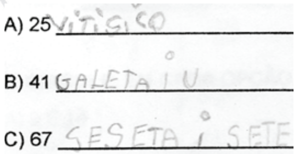
Figura 07 – Respostas discentes no tipo 04 (RLM $\longrightarrow$ RA)



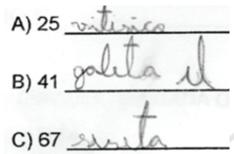
Fonte: Adaptado de Dias (2015, p. 85).

A Figura 08 exibe respostas discentes no tipo 06 (RA $\longrightarrow$ RLM):

Figura 08 – Respostas discentes no tipo 06 (RA $\longrightarrow$ RLM)



Fonte: Adaptado de Dias (2015, p. 119).



Fonte: Adaptado de Dias (2015, p. 121).

Dias (2015, p. 82-83) constatou que, no tipo 06, os estudantes acertaram 42,2% dos 8 (oito) itens (4 números com 2 dígitos cifranávicos e 4 números com 3 dígitos cifranávicos), enquanto que o índice no tipo 04, com 8 (oito) itens (4

números com 2 dígitos cifranávicos e 4 números com 3 dígitos cifranávicos), foi 35,7%. Os resultados de Silva (2013) indicam que, no tipo 06, os estudantes acertaram 80,5% dos 8 (oito) itens (2 números com 2 dígitos cifranávicos, 3 números com 3 dígitos cifranávicos e 3 números com 4 dígitos cifranávicos), enquanto que o índice no tipo 04, com 8 (oito) itens (2 números com 2 dígitos cifranávicos, 3 números com 3 dígitos cifranávicos e 3 números com 4 dígitos cifranávicos), foi 76,0%.

Os resultados dessas pesquisas apresentam ricas contribuições para a prática docente ao propor atividades que favorecem a ampliação das habilidades de leitura e escrita de registros numéricos, de modo especial em virtude do incentivo ao uso de diferentes tipos, bem como sobre a relação entre RA e RLM.

> [...] os alunos descobrem que *os nomes da dezena e do algarismo têm algo a ver entre si, e esse conhecimento os ajuda a saber como começa o nome de um número ou sua escrita*. O estabelecimento dessa regularidade não se produz de maneira imediata nem simultânea para todas as crianças de um mesmo grupo. Chegar a estabelecer essa relação permite às crianças ler números que antes não sabiam. Assim, mesmo sem saber o nome convencional de um número, podem se apoiar na semelhança sonora entre o nome do algarismo e o da dezena correspondente. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 97, itálico no original).

Embora tanto a leitura de registros alfabéticos como a leitura de registros cifranávicos aconteçam da esquerda para a direita, há uma diferença substancial nesse processo de interpretação dos símbolos. Na leitura de registros cifranávicos, em virtude do valor posicional que caracteriza o Sistema Cifranávico, a pessoa, antes de começar a enunciação do número, precisa contar a quantidade de dígitos, de ordens – esse procedimento não é necessário na leitura de registro alfabético – para determinar a magnitude do número.

Posteriormente, ela irá, considerando a localização do algarismo no registro numérico, determinar o valor relativo de cada símbolo de acordo com a ordem respectiva. Para que a pessoa realize essa atividade com sucesso, ela precisa conhecer a organização do SC: as suas ordens – unidades, dezenas e centenas – e classes – unidades simples, milhares, milhões, bilhões... Necessário, portanto, que esse conteúdo seja socializado no ambiente escolar mediante várias atividades, inclusive com a exposição desses nomes.

Há outro aspecto que quero destacar. Essa complexidade é parcialmente abrandada pelo fato de que, o valor de um algarismo que ocupa a mesma ordem em diferentes classes é diferenciado apenas pela enunciação da classe. No registro 725.725: ambos os 7, que estão na ordem das centenas, são lidos como setecentos: enquanto o primeiro, da classe dos milhares, é setecentos mil, o segundo, da classe das unidades simples, é setecentos; ambos os 2, que estão na ordem das dezenas, são lidos como vinte: enquanto o primeiro, da classe dos milhares, é vinte mil, o segundo, da classe das unidades simples, é vinte; e ambos os 5, que estão na ordem das unidades, são lidos como cinco: enquanto o primeiro, da classe dos milhares, é cinco mil, o segundo, da classe das unidades simples, é cinco. A leitura do conjunto dos 3 (três) algarismos de cada ordem também é similar – setecentos e vinte e cinco – a qual é diferenciada, apenas, pela identificação, no caso do conjunto que fica do lado esquerdo, da classe dos milhares: setecentos e vinco e cinco mil.

Essa característica, caso seja compreendida e utilizada pela criança, facilita a leitura dos registros numéricos, especialmente dos que possuem muitos dígitos, pois, considerando apenas a ordem, cada algarismo pode assumir apenas 3 (três) valores em relação à ordem das unidades simples: um para cada ordem. Ou seja, a criança só precisa saber o "nome" de 27 (vinte e sete) valores relativos em relação à ordem das unidades simples. Para os algarismos localizados em outras classes diferentes das unidades simples, ela só precisa acrescentar o "sobrenome", referente à respectiva classe, pois o "nome" é o mesmo da classe das unidades simples.

Acredito que, "Embora as crianças possam não compreender por completo o valor posicional como uma regra que governa o nosso sistema numérico, elas podem ser capazes de começar a desenvolver ideias sobre a importância da ordem e da posição dos números escritos.". (BRIZUELA, 2006, p. 37), motivo pelo qual, na próxima seção, a partir de diferentes aspectos epistemológicos envolvidos na transcodificação numérica, os quais foram aqui abordados, mostrarei algumas possibilidades de uma prática docente que objetiva auxiliar os estudantes a ampliarem seus conhecimentos sobre a cifranavização.

A TRANSCODIFICAÇÃO NUMÉRICA: IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS

> "O discurso matemático, que é a articulação inteligível dos aspectos matemáticos compreendidos e interpretados pelo homem, é comunicado através de uma linguagem". (DANYLUK, 1991, p. 38).

> "Ao pensar no trabalho didático com a numeração escrita, é imprescindível ter presente uma questão essencial: trata-se de ensinar – e de aprender – um sistema de representação. Será necessário criar, então, situações que permitam mostrar a própria organização do sistema, como descobrir de que maneira este sistema "encarna" as propriedades da estrutura numérica que ele representa.". (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 118).

> "Aprender e construir conhecimentos são processos que envolvem invenções – produções novas que criamos, utilizando nossas estruturas cognitivas atuais, enquanto tentamos compreender uma situação ou um fenômeno. Certas características das situações são assimiladas e como resultado da interação entre o que existia [...] e o que foi assimilado – por meio da assimilação recíproca (Piaget, 1936/1952) dos esquemas existentes e dos esquemas novos – o aprendiz *inventa*.". (BRIZUELA, 2006, p. 51, itálico no original).

> "Como fazer para que essas formas de representação evoluam? Novamente apresentemos a necessidade de que seja a situação que mostre ao sujeito a não-conveniência ou pertinência do recurso escolhido. Por que um aluno vai sentir a necessidade de progredir até uma representação mais evoluída se as quantidades envolvidas no problema permitem desenhar sem grande esforço? Como faria um aluno para chegar à representação simbólica se na sala de aula somente há portadores numéricos nos quais pode se apoiar para descobrir como se escrevem os números? Como poderia apropriar-se das estratégias mais evoluídas de seus companheiros se o saber não circula, se não há confrontação e intercâmbio?". (MORENO, 2008, p. 62).

> "Quando a professora corrige diretamente – por exemplo, um número interpretado de maneira não convencional – sua interpretação somente serve para esse número particular e essa situação particular. Em contrapartida, quando se

> promove a análise desse erro e a discussão por parte das crianças, propicia-se o estabelecimento de relações numéricas que servem não somente para o aluno que cometeu o erro, como também os outros, nem fica restrito somente a esse número.". (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 107).

> "Se, desde os primeiros anos do ensino fundamental, o aluno for colocado em situações em que tenha de justificar, levantar hipóteses, argumentar, convencer o outro, convencer-se, ele produzirá significados para a matemática escolar. Esses significados precisam ser compartilhados e comunicados no ambiente de sala de aula.". (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 88).

O ambiente escolar se caracteriza pela intencionalidade, o que significa dizer que as práticas pedagógicas propostas pelos profissionais para as crianças precisam favorecer que elas tenham a oportunidade de ampliar seu conhecimento de mundo, num processo que contempla as dimensões emocional, corporal, intelectual e espiritual, tanto dos discentes, como dos docentes.

Necessário, também, que os estudantes tenham a oportunidade de aprender interagindo, afinal a comunicação é necessária não somente para que aconteça aprendizado, mas para que nós possamos nos humanizar, o que acontece quando cada pessoa compartilha o que é e, ao mesmo tempo, acolhe o que o outro é. Essas reflexões são indispensáveis, não somente em virtude dos meus valores humanistas, mas tendo em vista as contribuições das últimas décadas da Neurociência referentes ao desenvolvimento do Homem e à constituição do conhecimento – aprendizagem – que enfatizam a imprescindibilidade das relações.

Essas descobertas possuem grandes consequências pedagógicas, não somente do ponto de vista cognitivo, mas porque indicam que a dimensão emocional comparece de modo impactante no processo de aprendizagem, assim como no processo de ensino. Como eu – docente ou discente – lido com o meu não saber? Como eu – docente ou discente – lido com o não saber do outro?

> Para que o processo de negociação [de significados] de fato ocorra, o ambiente de diálogo e confiança mútua é fundamental. O professor precisa estar predisposto a ouvir e dar ouvido ao aluno, estimulando-o a explicitar suas ideias e seus argumentos de forma que o aluno se sinta encorajado a posicionar-se, sem medo de errar, pois sabe que suas contribuições são importantes para o processo. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 84).

A vergonha de não saber e o medo de ser descoberto nessa situação em que me sinto frágil precisam ser considerados pelo professor, de modo especial se ele decidir instaurar um ambiente em que os estudantes assumam, progressivamente, a responsabilidade pela sua aprendizagem, bem como percebam que podem contribuir para o desenvolvimento dos seus colegas.

Spinillo (2006, p. 107) defende a importância de se estabelecer na sala de aula um ambiente que estimule "[...] o aluno a explicitar, refletir sobre suas formas de raciocinar e proceder, sendo eles sistematicamente encorajados a explicitar suas posições e ouvir as dos outros, comparar e avaliar sua adequação.". Essa proposta contempla "[...] um mecanismo cognitivo considerado da maior importância em situações de aprendizagem: a metacognição.", que é a habilidade da pessoa refletir, pensar sobre seu conhecimento e está relacionada à auto-regulação.

A partir de variadas atividades, o professor precisará interpretar os conhecimentos discentes nas suas produções, que expressam o seu entendimento sobre o Sistema Cifranávico e identificar os eventuais erros léxicos e sintáticos – justaposição, compactação e concatenação. Sem decifrar os registros discentes, dificilmente sua ação pedagógica será eficiente no sentido de propiciar o avanço conceitual dos estudantes.

> Compreender a natureza desses erros, quais são os conhecimentos parciais que os estão sustentando e em que medida participam da abordagem progressiva ao sistema de numeração tornará possível talvez permitir aos erros que "vivam" provisoriamente nas aulas e intervir, aos poucos, na direção de sua superação. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 105).

É indispensável, também, que ele oportunize espaços-tempos para que os estudantes possam comparar os seus registros numéricos e argumentar sobre os mesmos. Nessa mesma perspectiva, Nacarato, Mengali e Passos (2014, p. 79) defendem um ambiente de aprendizagem "[...] no qual o registro escrito, a oralidade e as argumentações possibilitem uma verdadeira relação de comunicação.".

> Promover a análise dos erros por parte de todo o grupo escolar permite não somente aos alunos que cometeram o erro, mas também àqueles que "sabiam mais" progridam. Quando discutem com seus colegas, explicitam posições, quando tentam convencê-los sobre o que eles pensam, os alunos devem buscar diversos argumentos, e isso permite que analisem os números, estabelecendo novas relações entre eles. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 104).

Esclareço, por oportuno, que os aprendizados dos momentos em que os estudantes têm a oportunidade de se expressarem e desenvolverem a argumentação contribuem para o desenvolvimento conceitual, embora extrapolem a dimensão cognitiva! Nas próximas páginas, apresentarei algumas sugestões que acredito favorecem esse processo.

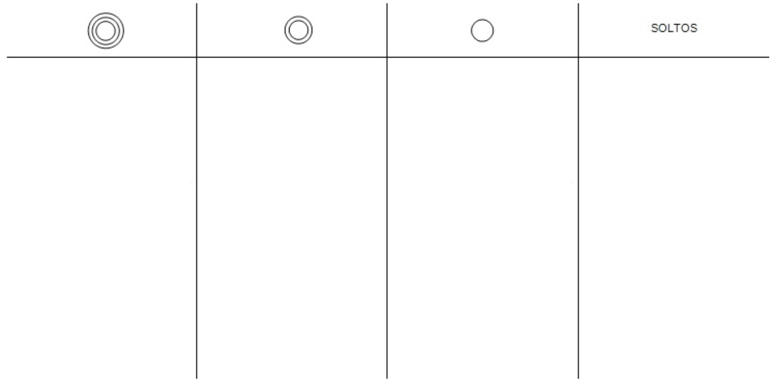
Conforme venho enfatizando, o estudante para compreender o SC, assim como para o SEA, utiliza as dimensões da **oralidade** – escuta e fala – e da **notação**, do **registro** – leitura e escrita. É indispensável, portanto, que o discente ouça e fale números, bem como leia e escreva números: tanto com algarismos – **registro cifranávico** – como com letras – **registro alfabético**.

A conversão de registros numéricos – transcodificação numérica – pode e precisa acontecer de diferentes formas (Quadro 07), dentre as quais [considerando número falado (professor ou o estudante fala), registro cifranávico e registro alfabético] cito: i) número falado pelo professor para número escrito pelo estudante com letras; ii) número falado pelo professor para número escrito pelo estudante com algarismos (o estudante pode redigir ou pode escolher uma opção); iii) número escrito com letras para número escrito com algarismos; iv) número escrito com letras para número falado pelo estudante; iv) número escrito com algarismos para número escrito com letras; e vi) número escrito com algarismos para número falado pelo estudante. Há, ainda, a possibilidade de representar o número com material concreto, com o uso do Tapetinho (BRASIL, 2014), bem como com figuras.

O Tapetinho – feito de papel A4, cartolina, papelão, EVA... – possibilita que o estudante desenvolva a noção de agrupamento em diferentes bases, bem como na decimal, pois ele pode distribuir diferentes materiais – canudos, lápis, palitos... – e organizá-los (agrupá-los) de acordo com a quantidade (base) escolhida.

A Figura 09 apresenta um modelo de Tapetinho com 4 ordens – SOLTOS, com uma liga, com duas ligas e com três ligas – que possibilita uma ampla quantidade de objetos e bases.

Figura 09 – Tapetinho com 4 ordens



Fonte: Arquivo do autor.[35]

Quando um grupo é formado, os elementos dessa ordem são envolvidos numa liga e colocados na ordem seguinte. A depender da base, a organização se modifica e, consequentemente, a sua representação.

No Tapetinho, a 1ª ordem – soltos – tem unidades simples que não formam um grupo de acordo com a base escolhida. A 2ª ordem – uma liga – contém grupos com a quantidade escolhida de unidades simples. A 3ª ordem – duas ligas – contém grupos de grupos com a quantidade escolhida de unidades simples. E assim sucessivamente...

É importante que o estudante, inicialmente, vivencie essas trocas com poucos elementos – de 4 a 20 – e com bases pequenas – de 2 a 5 – para facilitar a compreensão do que está operando. Posteriormente, o professor aumentará a quantidade de objetos, bem como a base. Depois de realizar essas trocas, é indispensável que o estudante registre, com símbolos criados por ele, o resultado da contagem, contribuindo, assim, para a elaboração do conceito de número.

Quando o estudante entender a formação dos grupos e a movimentação dos mesmos no Tapetinho, o professor proporá que ele troque um grupo formado por um elemento na respectiva ordem. Para que o estudante compreenda a transição do quantitativo para o qualitativo é fundamental que o objeto da nova ordem seja diferente das demais ordens. Nesse trabalho com o Tapetinho, sugiro a utilização

35 Disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/Tapetinho_2015.pdf>.

de palitos pintados ou canudos coloridos, bem como de ligas, para agrupar a quantidade escolhida de elementos.

O Tapetinho auxilia o estudante a compreender uma importante característica do nosso sistema de numeração: ele é posicional. Este trabalho deve começar ainda na Educação Infantil com bases diferentes de 10, para permitir que a criança agrupe e desagrupe, bem como represente – desenhos, símbolos criados por ela – tais arrumações.

No desenvolvimento das atividades de contar, agrupar e trocar, é importante que o estudante interaja com os dois tipos de objetos concretos: livres – palitos, canudos, tampas – e estruturados – material dourado, ábaco horizontal. No início da sua vida escolar – Educação Infantil e primeiros anos do Ensino Fundamental – a criança deve utilizar os objetos concretos livres, de modo que ela possa, ao operar – agrupar e trocar – desenvolver os respectivos conceitos. É recomendável que os objetos concretos estruturados sejam usados somente quando ela tiver compreendido a base 10.

Resumindo: é imprescindível que a mesma quantidade possa ser agrupada de várias formas, utilizando diferentes bases (DANYLUK; GOMES; MOREIRA; MALLMANN, 2009, p. 31-70), e também que os resultados sejam representados com símbolos, que podem ser pessoais. Muniz, Santana, Magina e Freitas (2014a, p. 29) alertam que “A utilização dos dez algarismos para registro de quantidades organizadas em grupos não decimal, além de inapropriada, pode gerar grandes dificuldades no processo de numerização.”.

> No entanto, para compreender a regra de nosso sistema de numeração e agrupação sucessiva com base 10, é necessário descobrir que 1 centena não pode constituir-se agrupando diretamente 100 unidades, que só pode formar-se ao agrupar pela segunda vez de 10 em 10 (ao agrupar as dezenas que resultam da primeira agrupação). Isto nos leva a insistir uma vez mais na necessidade de que as situações de aprendizagem propostas às crianças favoreçam a descoberta dos princípios que regem o sistema de numeração. (ZUNINO, 1995, p. 158-159).

Barguil (2013) desenvolveu, inspirado em BRASIL (2006), um roteiro para o diagnóstico de conhecimentos numéricos – DCN (originalmente chamado de diagnóstico de competência numérica). A versão atualizada do DCN[36] é composta de 13 (treze) atividades – recitar, comparar números, ler, escrever, enumerar, construir uma coleção de objetos conhecendo sua quantidade, identificar o antecessor, identificar o sucessor, contar além de... (sobrecontagem), completar uma coleção

36 Disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/DCN_2017_LEDUM.pdf>.

para que ela fique com a mesma quantidade de elementos de outra coleção, falar no sistema monetário, ler no sistema monetário e escrever no sistema monetário – que objetivam identificar os conhecimentos numéricos da criança em dois aspectos: contagem e registro com algarismos.

As atividades referentes à contagem são 7 (sete): recitar, enumerar, construir uma coleção de objetos conhecendo sua quantidade, identificar o antecessor, identificar o sucessor, contar além de... (sobrecontagem), completar uma coleção para que ela fique com a mesma quantidade de elementos de outra coleção. As atividades referentes a registro com algarismos são 6 (seis): comparar números, ler, escrever, falar no sistema monetário, ler no sistema monetário e escrever no sistema monetário.

O Quadro 14 apresenta sugestão de aplicação das atividades de acordo com a idade da criança, variando de 5 a 7 anos. (No caso de criança com 5 anos e 9 meses, pode ser adotada a sugestão para criança de 6 anos. No caso de criança com 6 anos e 9 meses, pode ser adotada a sugestão para criança de 7 anos. No caso de jovem ou adulto, adote a sugestão para a criança de 6 anos.)

Quadro 14 – Sugestão de aplicação das atividades de acordo com a idade da criança

IDADE	ATIVIDADE												
	Recitar	Com-parar	Ler	Escre-ver	Enu-merar	Cons. Col.	Id. Ant.	Id. Suc.	Sobrec.	Com. Col.	Falar SM	Ler SM	Escr. SM
5	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Sim	Não	Não
6	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
7	Sim	Sim	Sim	Sim	Não[1]	Não[1]	Não[1]	Não[1]	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim

Fonte: Elaborado pelo autor.

1 Caso a criança não tenha um desempenho satisfatório na leitura e escrita de números com 2 dígitos, sugiro realizar essa atividade.

É muito importante que as atividades sejam propostas ao estudante como uma brincadeira, favorecendo que ele se sinta confortável. As perguntas e intervenções do docente visam a permiti-lo entender a lógica do discente, estabelecendo com ele uma agradável conversa. O professor precisa estar atento para não tentar corrigir as estratégias dele, o que iria, provavelmente, inibi-lo ou constrangê-lo.

O objetivo da aplicação do DCN é investigar o universo discente e não impor ao estudante a forma de pensar do educador. Cada atividade é composta de um **objetivo** – o conhecimento do estudante que se deseja identificar – **perguntas** –

indicam o que o pesquisador quer descobrir sobre o conhecimento numérico do discente – o **material** – recursos necessários para montagem do kit, que pode ser adaptado à sua realidade profissional, inclusive para estudantes com necessidades especiais – e o **procedimento** – forma de interagir com o estudante, que precisa considerar a realidade do sujeito que terá seus conhecimentos numéricos diagnosticados.

É bastante frequente o ensino de números em cada ano escolar ser limitado à determinada ordem, a uma quantidade de dígitos. Será que essa prática é adequada? Lerner e Sadovsky (1996, p. 87) declaram que "A apropriação da escrita convencional dos números não segue a ordem da série numérica [...]". Quaranta, Tarason e Wolman (2008, p. 96), por sua vez, afirmam que "[...] os números escritos não são aprendidos seguindo a ordem da série e de um em um, mas a partir do estabelecimento de relações entre eles.".

Para que as crianças identifiquem as regularidades, as propriedades do SC, é necessário que elas interajam com números de magnitude diversa, de modo que possam compará-los, elaborar suas hipóteses e testá-las, bem como confrontá-las com as dos seus colegas.

> Quando os números são representados através do sistema decimal posicional, a relação de ordem – como vimos – adquire uma especificidade vinculada à ordenação do sistema. É justamente esta especificidade que se tenta mobilizar a partir das situações de comparação que são propostas às crianças. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 119).

> [...] a criança que está tentando compreender e aprender notações matemáticas não aceita ou copia simplesmente a informação que recebe de seu meio. Ao contrário disso, a criança faz um esforço ativo e complexo para construir seus próprios entendimentos e suas próprias interpretações. (BRIZUELA, 2006, p. 18).

> As relações que as crianças estabelecem entre os números escritos surgem quando se realizam comparações entre o que acontece em diferentes dezenas, quais aspectos são reiterados e quais são modificados. Em consequência, é precisamente trabalhando com intervalos amplos da série numérica que se torna possível construir esses conhecimentos. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 98).

> As interações são essenciais para estimular a descoberta, a elaboração de sínteses. [...] as interações aluno-aluno numa aula de matemática podem ser intensificadas através do compartilhamento das ideias tanto em aulas consideradas mais tradicionais quanto em aulas mais dinâmicas. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 72).

Outro aspecto a ser considerado é que as crianças primeiro conhecem os chamados números nós, rasos, exatos, redondos:

> [...] as crianças manipulam em primeiro lugar a escrita dos "nós" – quer dizer, das dezenas, centenas, unidades de mil..., exatas – e só depois elaboram a escrita dos números que se posicionam nos intervalos entre estes nós. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 87).

> [...] as crianças conhecem a escrita convencional dos rasos [números exatos, redondos ou nós: 20, 30... 90, 100, 200, 300... 900, 1.000, 2.000...] antes da escrita dos números pertencentes aos intervalos entre eles. *Esse conhecimento dos rasos serve para as crianças como apoio em suas produções e interpretações numéricas dos números que ainda não sabem escrever e ler convencionalmente*. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 97, itálico no original).

> Na escrita de dezenas, centenas ou unidades de milhar inteiras ou exatas, o percentual de 75% (42) dos alunos da Escola 1 registraram os números ditados da forma convencional. Entretanto, o registro de números compostos por centenas e unidade de milhar, acompanhados por unidades, dezenas e/ou centenas, apresentou um baixo índice de acertos. A diferença entre as duas solicitações estava no fato de que as quantidades inteiras (10, 100, 300, 1000, 2000, por exemplo) são consideradas mais fáceis de serem representadas, enquanto que as quantidades compostas por números que não terminem com zero(s) são consideradas mais difíceis [...]. Assim, somente 23% (13) dos alunos da Escola 1 obtiveram êxito. (BARRETO, 2011, p. 68-69).

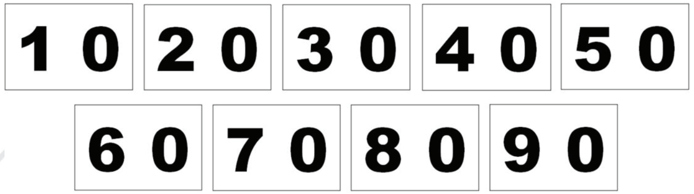
Nunes e Bryant (1997, p. 75-76) relatam uma investigação sobre a leitura e a escrita de números de 1, 2, 3 e 4 dígitos por crianças de 5 e 6 anos na Inglaterra, a qual concluiu que "[...] mais crianças escrevem e leem 100 corretamente do que números como 14, 25, 36 e 47. Similarmente, mais crianças leem e escrevem 200 e 100 corretamente do que 129 ou 123.".

As fichas com registros numéricos referentes aos chamados números exatos, redondos ou nós recebem várias denominações: Fichas escalonadas (MUNIZ; SANTANA; MAGINA; FREITAS, 2014c, p. 77), Fichas sobrepostas (ARAGÃO; VIDIGAL, 2016, p. 47-48), Fichas numéricas. Tendo em vista que as fichas apresentam registros numéricos, ou seja, numerais, sugiro que elas sejam nomeadas **Fichas numeraladas** (10 com unidades de 0 a 9 – Figura 10; 9 com dezenas de 10 a 90 – Figura 11; 9 com centenas de 100 a 900 – Figura 12; e 9 com unidades de milhar de 1.000 a 9.000 – Figura 13).

Figura 10 – Fichas numeraladas de 0 a 9

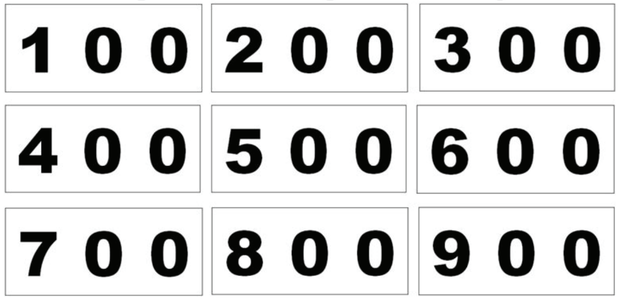
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 11 – Fichas numeraladas de 10 a 90



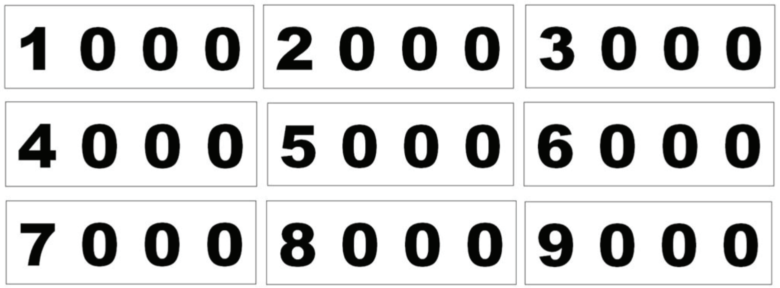
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 12 – Fichas numeraladas de 100 a 900



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 13 – Fichas numeraladas de 1.000 a 9.000



Fonte: Elaborado pelo autor.

As fichas numeraladas podem contribuir, conforme explicarei na sequência, para que os estudantes compreendam a escrita do SC com algarismos – escrita crifranávica – de modo especial os valores absoluto e relativo(s) dos algarismos, com atividades de **compor** – das partes para o todo, ou seja, **escrever** – e **decompor** os números – do todo para as partes, ou seja, **ler**.

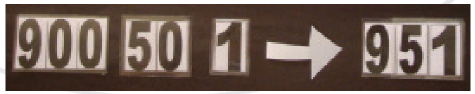
No âmbito numérico, o estudante convive, quase sempre, no âmbito da Língua Materna, seja via **oralidade** – escuta e fala – seja via **notação** – leitura e escrita – com o valor relativo do algarismo em relação à ordem das unidades. Ocorre, todavia, que no registro Aritmético ele se depara com o valor absoluto!

> Cada algarismo é um ideograma; cada algarismo corresponde a um conceito (ou a uma palavra), e o algarismo não tem nenhuma ligação – seja ela icônica ou sonora – com o conceito ou a palavra representada. A significação de um algarismo depende da relação de posição que ele conserva com outros algarismos. Por isso, a correspondência entre o que é dito, o que é escrito e o que isso significa é de uma natureza bem distinta da existente entre a palavra, sua significação e sua escrita alfabética. (SINCLAIR; MELLO; SIEGRIST, 1990, p. 73).

> A escrita de um número qualquer não "diz" que o algarismo colocado no lugar das dezenas deve multiplicar-se por 10 para conhecer seu valor; também não "diz" que o algarismo colocado no lugar das centenas deve multiplicar-se por 100. Em nosso sistema, as potências de base não aparecem explicitamente representadas, como apareciam em outros sistemas. O único indicador de que dispomos para saber por qual potência devemos multiplicar cada algarismo é a posição que este ocupa em relação aos demais. (ZUNINO, 1995, p. 158-159).

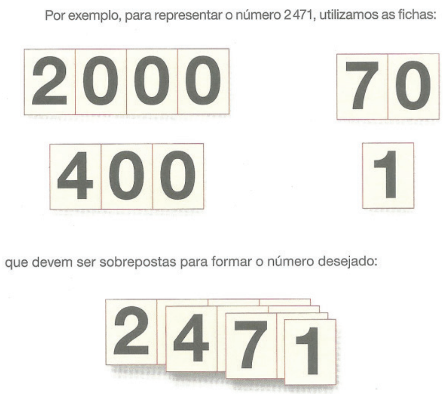
A explicação e as atividades sugeridas com as Fichas escalonadas (MUNIZ; SANTANA; MAGINA; FREITAS, 2014c, p. 75-77) e com as Fichas sobrepostas (ARAGÃO; VIDIGAL, 2016, p. 47-70) não adotam a escrita vertical, utilizada na operação de adição, pois apresentam a escrita horizontal (Figura 14) ou a superposição (Figura 15), além de não utilizarem o QVL.

Figura 14 – Representação do 951 com Fichas escalonadas



Fonte: Muniz, Santana, Magina e Freitas (2014c, p. 77).

Figura 15 – Representação do 2.471 com Fichas sobrepostas



Fonte: Aragão e Vidal (2016, p. 47).

Considerando que a adição costuma ser ensinada no ambiente escolar com disposição vertical dos números – no caso, das parcelas – acredito que as crianças manipularem as Fichas numeraladas com essa direção, conforme as Figuras 16 a 21, é uma opção pedagógica mais adequada e eficaz do que as organizações constantes nas Figuras 14 e 15.

Para avançar no seu processo de cifranavização, é imprescindível que o estudante tenha a oportunidade de **ler** – decompor – e **falar** o registro numérico utilizando as Fichas numeraladas, não se limitando apenas ao **escrever** – composição – e ao **ouvir**. Outro aspecto lamentável, pedagogicamente falando, é a não utilização das fichas no QVL com a respectiva indicação das ordens, o que não contribui para que o estudante possa, aos poucos, relacionar os valores absoluto e relativo(s) dos algarismos de cada ordem.

> Ao ler um símbolo matemático, é preciso entender o significado atribuído a ele. O símbolo traduz uma ideia e se refere a alguma coisa. É importante que o leitor reconheça um símbolo e que faça uso de notações adequadas para expressar ideias. Mas somente usar e reconhecer sinais não indica que a pessoa tenha compreendido ou atribuído um significado para o mesmo. Isso pode ser considerado uma atividade mecânica se não houver compreensão. (DANYLUK, 1991, p. 40).

> Usar a numeração escrita significa propor situações nas quais os alunos devem produzir e interpretar escritas numéricas, bem como compará-las, ordená-las e trabalhar com elas para resolver diferentes problemas. Dessa maneira, os alunos detectam regularidades que permitem o uso mais efetivo do sistema e progridem através de abordagens sucessivas até a compreensão do princípio posicional que rege o sistema. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 96).

Equivalência, conforme Houaiss e Vilar (2009, p. 787), é "*s.f.* 1 qualidade de equivalente 2 LÓG relação de igualdade lógica ou implicação mútua entre duas proposições, de tal forma que cada uma delas só é verdadeira se a outra também o for 3 MAT relação de equivalente. [...]". Equivalente, por sua vez, significa "que tem igual valor". Na Matemática, esses conceitos são muitos preciosos, de modo especial para a Álgebra.

Sinônimo, conforme Houaiss e Vilar (2009, p. 1.750), é "*adj. s.m.* 1 LING. SEM. diz-se de ou palavra de significado semelhante a outra e que pode, em alguns contextos, ser usada em seu lugar sem alterar o significado da sentença [...]". Assim como o ensino de sinônimos é importante no contexto da Língua Portuguesa, da mesma forma o é o ensino de equivalência para a Matemática.

Considerando que a oralidade é uma fonte importante para a escrita numérica, que fora da escola as crianças só escutam os valores relativos dos algarismos – os quais guiam o seu registro numérico – e que é responsabilidade da escola ensinar as características do Sistema Cifranávico, postulo que os professores, sempre que possível, falem os valores relativo(s) e absoluto de cada algarismo – diferentes significantes com o mesmo significado! – para que as crianças possam, ao mesmo tempo, desenvolver o conceito de equivalência e ampliar a compreensão do SC, de modo especial o valor posicional, o qual está relacionado à noção de agrupamento.

Apresento, a seguir, exemplos de atividades, em prol da cifranavização, utilizando Fichas Numeraladas e o QVL de três números: 38, 951 e 2.471.

38

Quando o estudante ouve trinta e oito, é natural que, no início do seu processo de representação, ele escreva 308, pois ele utiliza, conforme várias pesquisas, os registros equivalentes aos que escuta – os valores relativos dos algarismos em relação à ordem das unidades (30 e 8) – resultando numa justaposição, da esquerda para a direita, dos grafemas pertinentes aos sons (Quadro 15).

Quadro 15 – Representações de 38: Língua Portuguesa e Aritmética (valores relativos)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	**C**	**D**	**U**
Trinta			3	0
Oito				8

Fonte: Elaborado pelo autor.

É necessário, contudo, que o estudante converta o valor relativo do algarismo 3 em relação à ordem das unidades para o respectivo valor absoluto: trinta equivale a três dezenas (Quadro 16).

Quadro 16 – Representações de 38: Língua Portuguesa e Aritmética (valores absolutos)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	**C**	**D**	**U**
Três dezenas			3	
Oito unidades				8

Fonte: Elaborado pelo autor.

Caso ele seja capaz de realizar esse procedimento, a representação será correta: 38 (Quadro 17).

Quadro 17 – Representações de 38: Língua Portuguesa e Aritmética

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	**C**	**D**	**U**
Trinta e oito			3	8

Fonte: Elaborado pelo autor.

No caso do estudante que grafa 38 mediante justaposição (308), o professor, objetivando ao aprimoramento discente da **escrita cifranávica**, pode propor atividades de **composição** mediante utilização das fichas numeraladas, que serão dispostas, pelo estudante, no QVL em ordem decrescente, ou seja, começa com a ficha numeralada de maior valor e termina com a de menor valor. O estudante irá pegar duas fichas de cada número que escuta (30 e 8) e irá colocar, nas linhas 1 a 2, uma de cada, e, na última linha, uma de cada, superpondo-as (Quadro 18 e Figura 16).

Quadro 18 – Representações de 38: Língua Portuguesa e Aritmética (composição/escrita)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	**C**	**D**	**U**
Trinta			3	0
Oito				8
Trinta e oito			3	8

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 16 – Composição do 38 com fichas numeraladas no QVL

Fonte: Arquivo do autor.

Em prol do desenvolvimento da **leitura cifranávica**, o professor pode propor atividades de **decomposição** de um registro numérico com a utilização das fichas numeraladas. O estudante, a partir do registro final (38), que ficará na linha 1, irá pegar as 2 (duas) fichas correspondentes – 30 e 8 – e colocá-las, em ordem decrescente, nas linhas 2 e 3 do QVL (Quadro 19 e Figura 17).

Quadro 19 – Representações de 38: Língua Portuguesa e Aritmética (decomposição/leitura)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	**C**	**D**	**U**
Trinta e oito			3	8
Trinta			3	0
Oito				8

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Decomposição do 38 com fichas numeraladas no QVL

Fonte: Arquivo do autor.

951

Quando o estudante ouve novecentos e cinquenta e um, é natural que, no início do seu processo de representação, ele escreva 900501, pois ele utiliza os registros equivalentes aos que escuta – os valores relativos dos algarismos em relação à ordem das unidades – resultando numa justaposição, da esquerda para a direita, dos grafemas pertinentes aos sons (Quadro 20).

Quadro 20 – Representações de 951: Língua Portuguesa e Aritmética (valores relativos)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Novecentos		9	0	0
Cinquenta			5	0
Um				1

Fonte: Elaborado pelo autor.

É necessário, contudo, que o estudante converta – mentalmente ou por escrito – os valores relativos dos algarismos em relação à ordem das unidades para os respectivos valores absolutos: novecentos equivale a nove centenas e cinquenta equivale a cinco dezenas (Quadro 21).

Quadro 21 – Representações de 951: Língua Portuguesa e Aritmética (valores absolutos)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Nove centenas		9		
Cinco dezenas			5	
Uma unidade				1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Caso ele seja capaz de realizar esse procedimento, a representação será correta: 951 (Quadro 22).

Quadro 22 – Representações de 951: Língua Portuguesa e Aritmética

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Novecentos e cinquenta e um		9	5	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

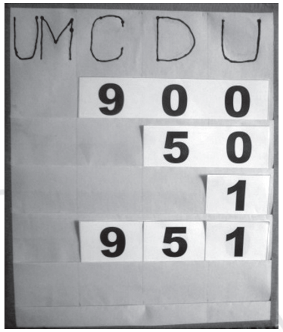
No caso do estudante que grafa 951 mediante justaposição (900501) ou compactação (90051, 90501 ou 9051), o professor, objetivando ao aprimoramento discente da **escrita cifranávica**, pode propor atividades de **composição** mediante utilização das fichas numeraladas, que serão dispostas, pelo estudante, no QVL em ordem decrescente, ou seja, começa com a ficha numeralada de maior valor e termina com a de menor valor. O estudante irá pegar duas fichas de cada número que escuta (900, 50 e 1) e irá colocar, nas linhas 1 a 3, uma de cada, e, na última linha, uma de cada, superpondo-as (Quadro 23 e Figura 18).

Quadro 23 – Representações de 951: Língua Portuguesa e Aritmética (composição/escrita)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Novecentos		9	0	0
Cinquenta			5	0
Um				1
Novecentos e cinquenta e um		9	5	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Composição do 951 com fichas numeraladas no QVL



Fonte: Arquivo do autor.

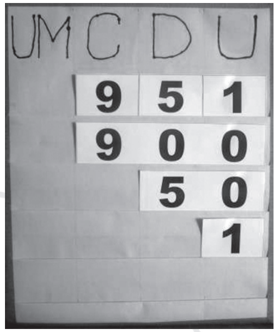
Em prol do desenvolvimento da **leitura cifranávica**, o professor pode propor atividades de **decomposição** de um registro numérico com a utilização das fichas numeraladas. O estudante, a partir do registro final (951), que ficará na linha 1, irá pegar as 3 (três) fichas correspondentes – 900, 50 e 1 – e colocá-las, em ordem decrescente de valor, nas linhas 2 a 4 do QVL (Quadro 24 e Figura 19).

Quadro 24 – Representações de 951: Língua Portuguesa e Aritmética (decomposição/leitura)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Novecentos e cinquenta e um		9	5	1
Novecentos		9	0	0
Cinquenta			5	0
Um				1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 19 – Decomposição do 951 com fichas numeraladas no QVL



Fonte: Arquivo do autor.

2.471

Quando o estudante ouve dois mil, quatrocentos e setenta e um, é natural que, no início do seu processo de representação, ele escreva 2000400701, pois ele utiliza os registros equivalentes aos que escuta – os valores relativos dos algarismos em relação à ordem das unidades – resultando numa justaposição, da esquerda para a direita, dos grafemas pertinentes aos sons (Quadro 25).

Quadro 25 – Representações de 2.471: Língua Portuguesa e Aritmética (valores relativos)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Dois mil	2	0	0	0
Quatrocentos		4	0	0
Setenta			7	0
Um				1

Fonte: Elaborado pelo autor.

É necessário, contudo, que o estudante converta – mentalmente ou por escrito – os valores relativos dos algarismos em relação à ordem das unidades para os respectivos valores absolutos: dois mil equivale a duas unidades de milhar, quatrocentos equivale a quatro centenas e setenta equivale a sete dezenas (Quadro 26).

Quadro 26 – Representações de 2.471: Língua Portuguesa e Aritmética (valores absolutos)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	**C**	**D**	**U**
Duas unidades de milhar	2			
Quatro centenas		4		
Sete dezenas			7	
Uma unidade				1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Caso ele seja capaz de realizar esse procedimento, a representação será correta: 2.471 (Quadro 27).

Quadro 27 – Representações de 2.471: Língua Portuguesa e Aritmética

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	**C**	**D**	**U**
Dois mil, quatrocentos e setenta e um	2	4	7	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

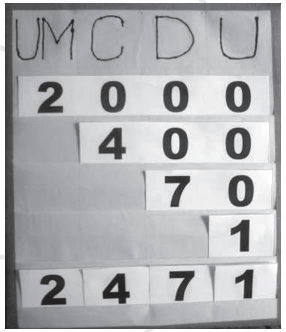
No caso do estudante que grafa 2.471 mediante justaposição (2000700401) ou compactação (20004071, 2000471, 2004071, 200471, 20471...), o professor, objetivando ao aprimoramento discente da **escrita cifranávica**, pode propor atividades de **composição** mediante utilização das fichas numeraladas, que serão dispostas, pelo estudante, no QVL em ordem decrescente, ou seja, começa com a ficha numeralada de maior valor e termina com a de menor valor. O estudante irá pegar duas fichas de cada número que escuta (2000, 400, 70 e 1) e irá colocar, nas linhas 1 a 4, uma de cada, e, na última linha, uma de cada, superpondo-as (Quadro 28 e Figura 20).

Quadro 28 – Representações de 2.471: Língua Portuguesa e Aritmética (composição/escrita)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	**C**	**D**	**U**
Dois mil	2	0	0	0
Quatrocentos		4	0	0
Setenta			7	0
Um				1
Dois mil, quatrocentos e setenta e um	2	4	7	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 20 – Composição do 2.471 com fichas numeraladas no QVL



Fonte: Elaborado pelo autor.

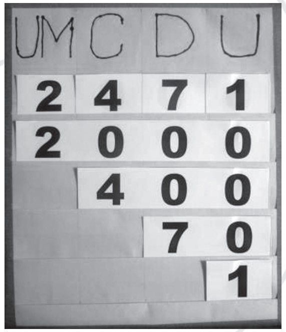
Em prol do desenvolvimento da **leitura cifranávica**, o professor pode propor atividades de **decomposição** de um registro numérico com a utilização das fichas numeraladas. O estudante, a partir do registro final (2.471), que ficará na linha 1, irá pegar as 4 (quatro) fichas correspondentes – 2000, 400, 70 e 1 – e colocá-las, em ordem decrescente de valor, nas linhas 2 a 5 do QVL (Quadro 29 e Figura 21).

Quadro 29 – Representações de 2.471: Língua Portuguesa e Aritmética (decomposição/leitura)

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Dois mil, quatrocentos e setenta e um	2	4	7	1
Dois mil	2	0	0	0
Quatrocentos		4	0	0
Setenta			7	0
Um				1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Decomposição do 2.471 com fichas numeraladas no QVL



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para que essa atividade não seja mecânica e desprovida de significado, é indispensável que o professor proporcione ao estudante oportunidades de estabelecer relações entre os valores relativo(s) e absoluto dos algarismos de cada ordem, tendo como parâmetro tanto a Língua Portuguesa – oralidade e registro/notação – quanto o Aritmético.

> [...] a relação numeração falada/numeração escrita é um caminho que as crianças transitam em ambas as direções: não só a sequência oral é um recurso importante na hora de compreender ou anotar as escritas numéricas, como também recorrer à sequência escrita é um recurso para reconstruir o nome do número. Esta é uma das razões pelas quais é fundamental propor atividades que favoreçam o estabelecimento de regularidades na numeração escrita. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 128-129).

E quais são essas oportunidades?

Antes de apresentá-las, destaco o fato de que, conforme o exposto até aqui, a cifranavização é um processo complexo e que demanda muita elaboração da criança, cujo entendimento acontece fora e dentro da escola. O registro numérico é uma fonte inesgotável de aprendizado para a criança, sendo necessário que ela possa interagir com ele utilizando diversos tipos de registros com variadas representação, mediante linguagens múltiplas, e expressar, via corporalidade, oralidade e notação, os seus conhecimentos num ambiente que propicie a argumentação.

Considerando que "As crianças estão em permanente contato com um sistema posicional, porém, para que o compreendam em sua totalidade necessitam construí-lo, necessitam descobrir os princípios que o regem.". (ZUNINO, 1995, p. 125), é imprescindível que as atividades propiciem ao discente mobilizar seus conhecimentos e questionar a adequação dos mesmos diante de produções e explicações diferentes da sua, atitude indispensável no processo de aprendizagem, pois favorece a infindável expansão da zona de desenvolvimento real com a compreensão das invariantes, das propriedades do Sistema Cifranávico.

> [...] as relações entre significados e significantes não se fazem de forma isomorfa, mas homomorfa, ou seja, um significante pode ser ambíguo, porque não expressa um significado, ou que nem todo trabalho que a criança realizada no plano dos significados tem correspondência direta ou biunívoca com os significantes. Portanto, são necessários esquemas que possibilitem a tradução de um para o outro ou que os redescrevem (Nunes, 1997), de tal forma que se situe qual significante tem qual ou quais significados e em que contextos. (TEIXEIRA, 2010, p. 129).

Em virtude disso, as sugestões a seguir apresentadas, algumas já conhecidas – i), ii) e iii) – outras inéditas – iv), v) e vi) – que visam à cifravanização não são, individualmente, suficientes, sendo necessário que o estudante vivencie todas elas, bem como outras descritas em várias pesquisas, além daquelas que o professor sabe que estimulam a constituição de sentido, que é temporário.

> O trabalho em aula está assim envolvido pela provisoriedade: não só são provisórias as conceitualizações das crianças como também o são os aspectos do "objeto" que é colocado em primeiro plano, os acordos grupais que são fomentados, as conclusões que vão sendo formuladas, os conhecimentos que se consideram exigíveis. (LERNER; SADOVSKY, 1997, p. 117).

> [...] a compreensão das crianças de conceitos matemáticos é generativa e muda de novo e de novo durante a infância. [...] Dizer que o conhecimento é generativo significa que as crianças não precisam aprender cada item isolado do conhecimento matemático que elas precisarão. Se elas entendem como o conhecimento matemático é estruturado. Elas podem gerar conhecimento que não aprenderam. Dizer que a compreensão das crianças de cada conceito matemático muda muitas vezes durante a infância significa que a aquisição do conhecimento matemático jamais é uma questão de tudo-ou-nada. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 218).

Para que a pessoa constitua sentido é necessário que ela interaja com diversos significantes e elabore significado sobre eles. A diversidade de recursos didáticos, que são os significantes, amplia a constituição de significado, num processo complexo e não linear. Conforme a perspectiva construtivista, para alguém aprender algo não é suficiente a manipulação física de objetos, que favorece a abstração empírica, sendo necessária a ação cognoscitiva, relacionada à abstração reflexiva, a qual é enriquecida pelas interações entre os estudantes e entre os estudantes e o professor.

No caso da cifranavização, há vários conceitos que precisam ser desenvolvidos pela criança, cujas relações não se enquadram num esquema do tipo causa ⟶ efeito. No entendimento de Lerner e Sadovsky (1997, p. 117), "A análise das regularidades da numeração escrita é – como todos sabemos – uma fonte insubstituível de progresso na compreensão das leis do sistema por parte das crianças.". Em virtude disso, elas apresentam dois eixos para o trabalho docente: introduzir na sala de aula a numeração escrita tal como ela é e trabalhar a partir de problemas inerentes à sua utilização.

> O desafio que este enfoque produz é evidente: supõe correr o risco de desafiar as crianças com problemas cuja resolução ainda não lhe foi ensinada, obriga a trabalhar simultaneamente com respostas corretas – ainda que às vezes parcialmente – e com respostas erradas, assim como também a encontrar maneiras de articular procedimentos ou argumentos diferentes para tornar possível a socialização do conhecimento. Trata-se, então, de aceitar a coexistência de diferentes conceitualizações a respeito do sistema, de investir todo o esforço necessário para conseguir que a diversidade – no lugar de constituir-se em um obstáculo – opere a favor do grupo e de cada um de seus membros. (LERNER; SADOVSKY, 1997, p. 117).

Espero que essas reflexões pedagógicas lhe acompanhem quando da leitura das atividades apresentadas a seguir.

i) **o estudante precisa construir ao longo da sua vida escolar, com início na Educação Infantil, a noção de agrupamento e de representação**, mediante variadas atividades, as quais podem utilizar o Tapetinho ou o QVL (BRASIL, 2014) e materiais

manipulativos não estruturados para que a mesma quantidade possa ser agrupada e representada de várias formas, em virtude das diferentes bases (DANYLUK; GOMES; MOREIRA; MALLMANN, 2009, p. 31-70), bem como relacionar a escrita numérica com os agrupamentos na base 10 (AGRANIONIH, 2008, p. 146-158).

ii) **o estudante precisa interagir – interpretar (ler) e produzir (escrever) – com registros cifranávicos de diferentes magnitudes, ou seja, com distintas quantidades de dígitos**.

> Produzir ou interpretar escritas numéricas é sempre um desafio para quem está tentando entrar no mundo dos números. "Que número é este?", e "como será o... (cinquenta e dois, por exemplo)?" são perguntas aparentemente muito banais que resultam, no entanto, apaixonantes para as crianças quando referem-se a números cuja escrita convencional ainda não conhecem. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 123).

A Transcodificação Numérica, conforme o Quadro 12, contempla várias possibilidades para que as crianças operem com registro numérico – cifranávico ou alfabético. Necessário, portanto, que o professor proponha situações para que os estudantes possam **ler registros numéricos** – seja mediante a sua fala, seja mediante a conversão de um sistema para o outro – e **escrever registros numéricos** – seja mediante a sua escuta, via ditado, seja mediante a conversão de um sistema para o outro.

Nacarato, Mengali e Passos (2014, p. 62) declaram que "O registro, muitas vezes, sinaliza para a professora conhecimentos matemáticos escolares que foram apropriados de forma equivocada pelos alunos e que necessitam de intervenção para ser superados.".

> [...] quando dois alunos lêem convencionalmente um número, não necessariamente sabem a mesma coisa sobre o sistema de numeração. [...] a leitura (e, poderíamos acrescentar, também a escrita) convencional de um número não é um ponto de chegada terminal – é claro que nenhum é – em relação à compreensão dos números. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 106).

Teixeira (2010) descreve uma pesquisa realizada com 40 crianças da 3ª série e da 4ª série[37], que responderam 10 (dez) questões referentes a 4 (quatro) aspectos: composição e decomposição numérica, representação numérica x pictórica, algoritmo da adição e domínio do código numérico. As crianças foram divididas em 2 (dois) grupos: A, composta por crianças que, conforme indicação do professor, tinham facilidade com a Matemática; e B, composta

37 Atualmente, 4º ano e 5º ano.

por crianças que, conforme indicação do professor, tinham dificuldade com a Matemática.

Os resultados indicam que as crianças do grupo A utilizaram procedimentos de caráter operatório – interpretam os números mediante dois aspectos essenciais do sistema de numeração: as propriedades básicas do sistema de agrupamentos, expresso na composição aditiva ou na sua estrutura multiplicativa recursiva, e as regularidades da notação convencional da escrita numérica, quando estabelecem as relações substantivas entre os invariantes do sistema de numeração e o sistema de signos que o representa – com mais frequência do que as crianças do grupo B, as quais, em sua maioria, não abstraíram os invariantes citados e privilegiaram a leitura figurativa dos registros numéricos (TEIXEIRA, 2010).

Além do "Como se escreve?", é importante que o professor indague "O que você escreveu?". A leitura, portanto, não se restringe aos registros cifranávicos convencionais, mas também os que foram produzidos de forma equivocada pelas crianças.

É interessante, também, que as crianças possam argumentar sobre as suas produções, inclusive os que possuem algum erro sintático ou léxico. A seguinte descrição de Lerner e Sadovsky (1996, p. 126-127) revela a pertinência e a riqueza dessa atividade:

> Ao analisar as notações produzidas pelas crianças diante de um ditado de números, a professora detecta que só um deles – o 653 – tinha dado lugar a diferentes versões e decide, portanto, submetê-las à discussão no dia seguinte. A professora indica que encontrou quatro maneiras diferentes de escrever "seiscentos e cinquenta e três", as escreve no quadro negro – sem identificar os autores de cada versão – e pede argumentos a favor ou contra as diferentes escritas. As produções em questão são:
>
> 60053 653 610053 61053

Nessa perspectiva, Nacarato, Mengali e Passos (2014, p. 79) postulam que "[...] a sala de aula precisa tornar-se um espaço de diálogo, de trocas de ideias e de negociação de significados – exige a criação de um ambiente de aprendizagem.".

Quais números podem ser trabalhados em sala de aula? Os da realidade dos estudantes? Os fora do seu contexto? Ou ambos?

> Trabalhar com os números inseridos no uso que socialmente se faz deles – quer dizer, com os números representando preços, idades, datas, medidas... – é fundamental, não só porque lhes outorgamos sentido, mas também porque torna possível entender como funcionam em diferentes contextos. Trabalhar com os números fora do contexto também é significativo, porque os problemas cognitivos que se formulam são os mesmos que aparecem nas situações contextualizadas e porque a interação com os números sem qualquer relação contextual coloca em primeiro plano que se está trabalhando sobre o sistema de numeração, quer dizer, sobre um dos objetos que a escola tem a missão de ensinar e as crianças a missão de aprender. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 124).

Os registros cifranávicos expressam o Sistema Cifranávico, motivo pelo qual os estudantes precisam interagir com aqueles para que possam cada vez mais entender esse. Reitero: essa influência é mútua e não unidirecional. A escrita cifranávica correta de alguns números não significa que a criança compreende as propriedades do Sistema Cifranávico! É necessário investigar como ela interpreta, explica essas produções, bem como os argumentos que utiliza para justificar a inadequação dos registros cifranávicos com erros sintáticos.

iii) **o estudante precisa descobrir as regularidades, as invariantes do Sistema Cifranávico, mediante a comparação e a ordenação de registros cifranávicos**.

> As regularidades aparecem ou como justificação das respostas e dos procedimentos utilizados pelas crianças – ao menos para algumas delas – ou como descobertas que é necessário propiciar para tornar possível a generalização de determinados procedimentos ou a elaboração de outros mais econômicos. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 117).

> A aprendizagem dos números escritos por parte da criança envolve aprender não apenas os elementos isolados do sistema, mas também, simultaneamente, aprender sobre o sistema em si e as regras que o governam. Por exemplo, as crianças aprendem que o nosso sistema numérico escrito é constituído por um número finito de elementos – dez algarismos, do zero ao nove – e que esses algarismos são combinados de maneiras infinitas para compor os diferentes números. Elas também precisam aprender sobre as regras que governam o sistema, por exemplo, sobre a base dez e o valor posicional, entre outras coisas. (BRIZUELA, 2006, p. 27).

A comparação e a ordenação de números são fontes muito ricas para as crianças descobrirem as características do SC, de modo especial, a compreensão de que a quantidade de dígitos indica o maior número. Em caso de igual quantidade de dígitos, é necessário comparar os algarismos da maior ordem: caso os algarismos sejam iguais, a comparação precisa prosseguir na ordem seguinte. Esse procedimento continua até a ocorrência de algarismos distintos na mesma ordem.

> As crianças nos ensinaram que a relação de ordem é para elas um recurso relevante quando devem enfrentar a situação de produzir ou interpretar números que oficialmente não conhecem e quando devem argumentar a favor ou contra uma escrita numérica produzida por seus colegas ou por elas mesmas. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 125).

Esses conhecimentos são muito importantes quando as crianças analisam as suas produções que possuem erros sintáticos, pois elas sabem, por exemplo, que o registro de 97 não pode ser maior do que o de 800. Então, quando elas produzem 907, referente a 97, e comparam com 800, grafado por ela corretamente, elas percebem que há algo errado na sua produção. Outro exemplo, o registro de 654 não pode ser maior do que o de 2.300. Então, quando elas produzem 60054 ou 6054, referente a 654, e comparam com 2.300, grafado por ela corretamente, elas notam que há algo errado na sua produção.

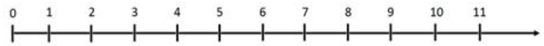
> A primeira manifestação de que as crianças começam a tomar conta do conflito é, portanto, a perplexidade, a insatisfação diante da escrita por elas mesmas produzida. Esta insatisfação leva logo a efetuar correções dirigidas a "diminuir" a escrita – ou a interpretá-la atribuindo-lhe um valor maior – porém, estas correções somente são possíveis depois de terem produzido a escrita. Deste modo, os ajustes efetuados pelos alunos antes citados representam uma compreensão local: eles conseguem encontrar uma solução mais ou menos satisfatória reduzindo a quantidade de algarismos[38], porém, esta solução não funciona ainda de forma antecipatória, e por isso voltam a enfrentar-se com o conflito diante de cada novo número que tentam escrever. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 123).

Conforme várias pesquisas, os números são aprendidos pela criança fora de ordem. É necessário, portanto, que ela use recursos didáticos que possibilitem que ela desenvolva, mediante comparação, a ordenação dos números. A reta numérica e o quadro numérico são dois instrumentos simples e que possuem muito potencial pedagógico. É interessante, portanto, que esses recursos estejam expostos na sala de aula, bem como cada estudante tenha o seu.

A reta numérica auxilia a criança a ordenar os números naturais, tanto na contagem como no registro – leitura e escrita.

38 O termo correto, conforme exposto neste texto, é dígitos.

Figura 22 – Exemplo de reta numérica



Fonte: Elaborado pelo autor.

O Quadro Numérico, que pode ser de 0 a 99 ou de 1 a 100, permite que o estudante identifique, mediante várias atividades[39], a regularidade na escrita cifranávica dos números, bem como amplie seu entendimento sobre comparação e ordenação.

Figura 23 – Cartaz com o quadro numérico de 0 a 99

Fonte: Arquivo do autor.[40]

Em virtude da importância da comparação e da ordenação, essas pesquisadoras declaram: "Será necessário, então, sugerir sua utilização às crianças que não a empregam por si mesmas, e estimular as crianças que utilizam esta ferramenta a compartilhar com seus colegas.". (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 126).

39 Arquivo com algumas sugestões de atividades com o quadro numérico disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/Quadro_Numerico_Atividades_Sugestoes_LEDUM.pdf>.

40 Roteiro para construção de um cartaz com quadro numérico de 0 a 99 disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/Roteiro_Construcao_Quadro_Numerico_Afixar_Sala_Aula_LEDUM.pdf>.

iv) **o estudante precisa ouvir, na mesma ocasião, para cada algarismo, o valor absoluto com a identificação da ordem e os respectivos valores relativos nas ordens seguintes, para desenvolver a compreensão de que esses valores são equivalentes: valem a mesma quantidade**.

Por exemplo, para os algarismos de 38: 3 dezenas = 30 unidades; 8 unidades. Para os algarismos de 951: 9 centenas = 90 dezenas = 900 unidades; 5 dezenas = 50 unidades; 1 unidade. Para os algarismos de 2.471: 2 unidades de milhar = 20 centenas = 200 dezenas = 2.000 unidades; 4 centenas = 40 dezenas = 400 unidades; 7 dezenas = 70 unidades; 1 unidade.

Kamii e Joseph (1992, p. 49-51) descrevem uma pesquisa realizada por Kamii, em 1986, na qual as crianças contavam fichas, em quantidade que variava de 70 a 120, a depender da idade da criança. Foi solicitado que elas contassem as fichas de 10 em 10, formando montes, e não de uma por uma, tendo essa autora dividido os resultados em quatro categorias.

As crianças da segunda categoria não conseguiam "[...] pensar simultaneamente nos montes e nas fichas dos montes." (KAMII; JOSEPH, 1992, p. 50, itálico no original), ou seja, nas dezenas e nas unidades. Apenas na última categoria, as crianças eram capazes de "[...] pensar simultaneamente em dezenas e unidades.". (KAMII; JOSEPH, 1992, p. 50.

Sei que as relações hierárquicas parte-todo pertencem ao conhecimento lógico-matemático e não ao conhecimento social: as crianças não desenvolvem a inclusão hierárquica via discurso, como muitas vezes é utilizado no ensino tradicional – 1 dezena equivale a 10 dezenas, 1 centena equivale a 10 dezenas... – mas acredito que é importante que elas possam ouvir, no ambiente escolar, os possíveis valores de cada algarismo e não somente o valor relativo. Postulo, também, que essa flexibilidade seja vivenciada na leitura dos registros numéricos. Essa temática será aprofundada na sugestão v).

Uma brincadeira interessante e muito poderosa é "Qual é o número?", na qual alguém fala os algarismos e as ordens (e classes, no caso de se utilizar as de milhares e de milhões) e as pessoas os escrevem no QVL para compor, registrar o número. Outra opção é a enunciação abranger, fora de ordem, os valores relativos dos algarismos, sendo necessário que elas escrevam as parcelas e, depois, as somem.

Nessas atividades, é imprescindível que os estudantes (leiam e) falem, em valores absoluto e relativo(s), o que escreveram a partir do que escutaram,

possibilitando que o professor identifique os seus saberes, condição necessária para o planejamento docente.

v) **atividades com as fichas numeraladas no QVL, as quais podem ser lidas de maneiras distintas**: as fichas de 10 a 90 podem ser lidas de duas maneiras (Quadros 30 a 33), as de 100 a 900 podem ser lidas de três maneiras (Quadros 34 a 37) e as de 1.000 a 9.000 podem ser lidas de quatro maneiras (Quadros 38 a 41):

> As crianças elaboram conceitualizações a respeito da escrita dos números, baseando-se nas informações que extraem da numeração falada e em seu conhecimento da escrita convencional dos 'nós'. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 92).

Quadro 30 – Leituras possíveis da Ficha numeralada 10

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Dez unidades			1	0
Uma dezena			1	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 31 – Leituras possíveis da Ficha numeralada 20

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Vinte unidades			2	0
Duas dezenas			2	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 32 – Leituras possíveis da Ficha numeralada 90

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Noventa unidades			9	0
Nove dezenas			9	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 33 – Leituras possíveis das Fichas numeraladas com dezenas (de 10 a 90)

D	U	Leituras possíveis
1	0	Dez unidades / Uma dezena
2	0	Vinte unidades / Duas dezenas
3	0	Trinta unidades / Três dezenas
4	0	Quarenta unidades / Quatro dezenas
5	0	Cinquenta unidades / Cinco dezenas
6	0	Sessenta unidades / Seis dezenas
7	0	Setenta unidades / Sete dezenas
8	0	Oitenta unidades / Oito dezenas
9	0	Noventa unidades / Nove dezenas

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em relação às fichas numeraladas com dezenas, nas fichas de 30 a 90, o som inicial do valor relativo – expresso em unidades – está vinculado ao valor absoluto – expresso em dezenas – o que facilita a ampliação da compreensão do aprendiz quanto às possibilidades de leitura.

Quadro 34 – Leituras possíveis da Ficha numeralada 100

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Cem unidades		1	0	0
Dez dezenas		1	0	
Uma centena		1		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 35 – Leituras possíveis da Ficha numeralada 200

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Duzentas unidades		2	0	0
Vinte dezenas		2	0	
Duas centenas		2		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 36 – Leituras possíveis da Ficha numeralada 900

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Novecentas unidades		9	0	0
Noventa dezenas		9	0	
Nove centenas		9		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 37 – Leituras possíveis das Fichas numeraladas com centenas (de 100 a 900)

C	D	U	Leituras possíveis
1	0	0	Cem unidades / Dez dezenas / Uma centena (ou um cento)
2	0	0	Duzentas unidades / Vinte dezenas / Duas centenas (ou dois centos)
3	0	0	Trezentas unidades / Trinta dezenas / Três centenas (ou três centos)
4	0	0	Quatrocentas unidades / Quarenta dezenas / Quatro centenas (ou quatro centos)
5	0	0	Quinhentas unidades / Cinquenta dezenas / Cinco centenas (ou cinco centos)
6	0	0	Seiscentas unidades / Sessenta dezenas / Seis centenas (ou seis centos)
7	0	0	Setecentas unidades / Setenta dezenas / Sete centenas (ou sete centos)
8	0	0	Oitocentas unidades / Oitenta dezenas / Oito centenas (ou oito centos)
9	0	0	Novecentas unidades / Noventa dezenas / Nove centenas (ou nove centos)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em relação às fichas numeraladas com centenas, o som do valor relativo máximo e o do valor absoluto, na forma de cento, das fichas de 400, 600, 700, 800 e 900 são iguais, o que facilita a ampliação da compreensão do aprendiz quanto às possibilidades de leitura. No caso das fichas de 200 e 300, os sons são bem próximos. Em relação à ficha do 500, conforme expliquei, o som referente ao cinco derivou da forma clássica no Latim, que começa com *quin*.

Quadro 38 – Leituras possíveis da Ficha numeralada 1.000

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Mil unidades	1	0	0	0
Cem dezenas	1	0	0	
Dez centenas	1	0		
Uma unidade de milhar	1			

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 39 – Leituras possíveis da Ficha numeralada 2.000

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Duas mil unidades	2	0	0	0
Duzentas dezenas	2	0	0	
Vinte centenas	2	0		
Duas unidades de milhar	2			

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 40 – Leituras possíveis da Ficha numeralada 9.000

Língua Portuguesa	Aritmético			
	UM	C	D	U
Nove mil unidades	9	0	0	0
Novecentas dezenas	9	0	0	
Noventa centenas	9	0		
Nove unidades de milhar	9			

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 41 – Leituras possíveis das Fichas numeraladas com unidades de milhar (de 1.000 a 9.000)

UM	C	D	U	Leituras possíveis
1	0	0	0	Mil unidades / Cem dezenas / Dez centenas / Uma unidade de milhar
2	0	0	0	Duas mil unidades / Duzentas dezenas / Vinte centenas / Duas unidades de milhar
3	0	0	0	Três mil unidades / Trezentas dezenas / Trinta centenas / Três unidades de milhar
4	0	0	0	Quatro mil unidades / Quatrocentas dezenas / Quarenta centenas / Quatro unidades de milhar
5	0	0	0	Cinco mil unidades / Quinhentas dezenas / Cinquenta centenas / Cinco unidades de milhar
6	0	0	0	Seis mil unidades / Seiscentas dezenas / Sessenta centenas / Seis unidades de milhar
7	0	0	0	Sete mil unidades / Setecentas dezenas / Setenta centenas / Sete unidades de milhar
8	0	0	0	Oito mil unidades / Oitocentas dezenas / Oitenta centenas / Oito unidades de milhar
9	0	0	0	Nove mil unidades / Novecentas dezenas / Noventa centenas / Nove unidades de milhar

Fonte: Elaborado pelo autor.

A importância de se trabalhar com as Fichas Numeraladas utilizando o QVL é porque, no ensino do valor posicional que caracteriza o Sistema Cifranávico, é bastante frequente a indicação do valor relativo do "1" em cada ordem referente à ordem das unidades com a escrita de todos os algarismos na ordem originária (Quadro 42).

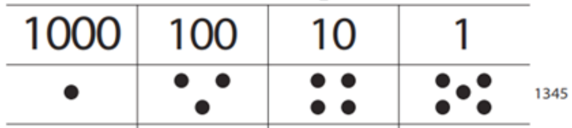
Quadro 42 – Indicação dos valores relativos do "1" em cada ordem referente à ordem das unidades com a escrita de todos os algarismos na ordem que tem o "1"

Unidade de Milhar	Centena	Dezena	Unidade
1000	100	10	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Às vezes, o nome da ordem é suprimido (Figura 24):

Figura 24 – Representação de 1345 na Atividade "Pontos Explosivos"



Fonte: O Círculo da Matemática do Brasil (2013, p. 31).

Outras vezes, o valor relativo vem indicado em cima do nome da ordem (Figura 25)

Figura 25 – Indicação dos valores relativos do "1" em cada ordem referente à ordem das unidades com a escrita de todos os algarismos na ordem que tem o "1"

Fonte: Imagem capturada da internet[41].

41 Disponível em: <https://scontent.ffor13-1.fna.fbcdn.net/v/t1.0-9/28280082_2060423627566399_3174340161219773 15_n.jpg? _nc_cat=0&oh=e6c70f91571f22318eb742215078 0f8e&oe=5B41EEEB>.

Conforme os Quadros 30 a 41[42], **o valor relativo de um algarismo pressupõe a escrita de zeros nas ordens subsequentes da ordem onde está o algarismo até a ordem que se adota como referência e não a escrita de zeros na mesma ordem do algarismo**! A compreensão do valor posicional está relacionada com a noção de agrupamento. Sem o desenvolvimento dessa, aquela não acontece.

Entendo, a partir das contribuições de Vergnaud (2009), que os conceitos do Sistema Cifranávico precisam ser abordados mediante várias situações (S), as quais possibilitem representações (R) adequadas às características da modalidade escolhida, de modo que o estudante compreenda as invariantes (I), as regras, as propriedades do SC.

A representação de uma quantidade utilizando o material concreto – palito, canudo... – no Tapetinho ou no QVL, com a disposição de todos os elementos agrupados na maior ordem, é diferente do registro cifranávico, pois nesse o valor relativo de cada algarismo não é explícito, mas é obtido mediante o produto do operador – o valor absoluto do algarismo – pela potência – relacionada à ordem ocupada pelo algarismo.

Com o material concreto, a criança aprende que: i) 10 unidades equivalem a 1 dezena (Quadros 30 e 33), não sendo nesse caso, portanto, adequado escrever 10 na ordem das dezenas, pois uma dezena é "**um** grupo de 10 unidades" (**1** * 10^1); ii) 100 unidades equivalem a 10 dezenas e a 1 centena (Quadros 34 e 37), não sendo nesse caso, portanto, adequado escrever 100 na ordem das centenas, pois uma centena é "**um** grupo de 10 grupos de 10 unidades" (**1** * 10^2); iii) 1.000 unidades equivalem a 100 dezenas, 10 dezenas e a 1 unidade de milhar (Quadros 38 e 41), não sendo nesse caso, portanto, adequado escrever 1.000 na ordem das unidades de milhar, pois uma unidade de milhar é "**um** grupo de 10 grupos de 10 grupos de 10 unidades" (**1** * 10^3).

> Formular os números como entidades estáticas nas quais cada algarismo ocupa um lugar determinado não parece ser um procedimento adequado para facilitar a compreensão do sistema posicional. Não deveriam ser criadas as condições para que as crianças descobrissem que quando escrevemos um número estamos colocando o resultado de um processo que consiste na agrupação sucessiva de uma base 10? (ZUNINO, 1995, p. 144).

42 Em virtude de limitação de espaço, apresentei apenas as diversas leituras referentes aos algarismos 1, 2 e 9 – as quais são as mesmas para os algarismos de 3 a 8 – nas ordens das Dezenas (Quadros 30 a 32), Centenas (Quadros 34 a 36) e Unidades de Milhar (Quadros 38 a 40). Os Quadros 33, 37 e 41 apresentam uma consolidação dos algarismos de 1 a 9 nessas três ordens. A partir da classe de Milhar, a lógica é a mesma da 1ª classe, motivo pelo qual fiz apenas a 1ª ordem da 2ª classe: a das Unidades de Milhar.

A utilização das Fichas Numeraladas[43] com o QVL[44], em variadas atividades, possibilita que o estudante possa, progressivamente, transitar dos valores relativos dos algarismos em relação à ordem das unidades simples, que ele tem acesso via oralidade, para os valores absolutos dos algarismos e as respectivas ordens, que caracterizam o registro cifranávico.

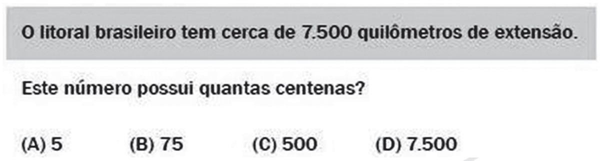
Outra contribuição da adoção das Fichas Numeraladas com o QVL é ampliar a leitura dos valores relativos dos algarismos, pois se costuma considerar apenas o valor relativo de cada o algarismo em relação à ordem das unidades. O Descritor 13 da Prova Brasil de Matemática do 5º ano tem essa redação: "Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.". (BRASIL, 2011, p. 130).

O Descritor 13 avalia

> A habilidade de o aluno explorar situações em que ele perceba que cada agrupamento de 10 unidades, 10 dezenas, 10 centenas etc. requer uma troca do algarismo no número na posição correspondente à unidade, dezena, centena etc. Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas que requeiram do aluno verificar a necessidade de trocar um número ao contabilizar um agrupamento de 10. (BRASIL, 2011, p. 130).

São várias as indagações possíveis referentes ao D13, sendo muito frequentes as referentes aos valores absoluto e relativo de determinado algarismo. Quero destacar, contudo, a possibilidade de perguntar, em um número de vários dígitos, a quantidade de dezenas, centenas... (Figura 26).

Figura 26 – Item referente ao Descritor 13 da Prova Brasil de Matemática do 5º ano


O litoral brasileiro tem cerca de 7.500 quilômetros de extensão.

Este número possui quantas centenas?

(A) 5 (B) 75 (C) 500 (D) 7.500

Fonte: Adaptado de BRASIL (2011, p. 130).

43 Arquivo com Fichas Numeraladas disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/Fichas_Numeraladas_LEDUM.pdf>.

44 Arquivo com Roteiro para construção do QVL disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/Roteiro_Construcao_QVL_Estudante_Fichas_Numeraladas_LEDUM.pdf>.

Indagar a quantidade de centenas de 7.500 é diferente de perguntar qual é o algarismo da ordem das centenas! Para responder corretamente, o estudante precisa saber que as 7 unidades de milhar são 70 centenas, as quais somadas às 5 centenas totalizam 75 centenas. Os Quadros 30 a 41 explicitam que os algarismos podem ter diversos valores relativos: a leitura de cada algarismo está relacionada à compreensão do valor posicional e da ordem referenciada.

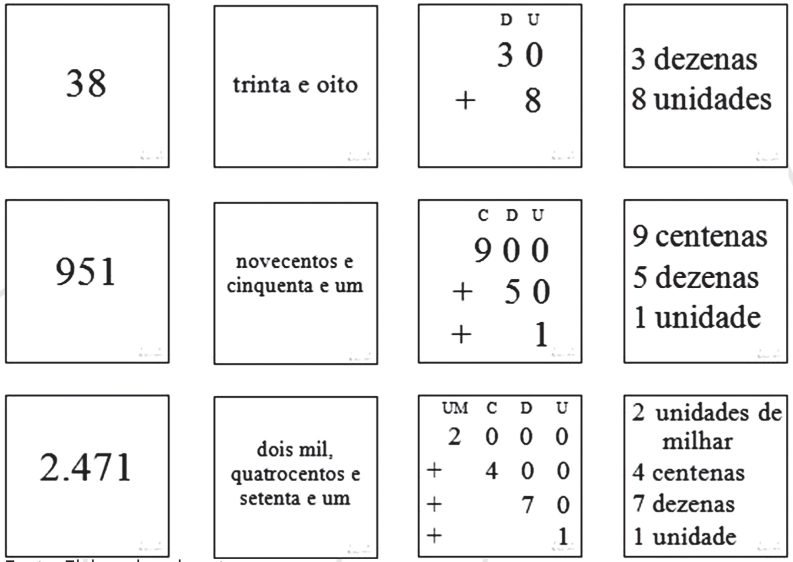
vi) **atividades com cartelas numeraladas com 2, 3 e 4 ordens, criadas por mim, as quais apresentam o mesmo número com quatro representações – numerais – distintas:** a) registro cifranávico; b) registro alfabético; c) soma no QVL dos valores relativos de cada algarismo em relação à ordem das unidades; e d) valores absolutos dos algarismos de cada ordem expressa na escrita alfabética (Figura 24).

> Então, se pretendemos que o uso da numeração seja realmente o ponto de partida da reflexão, se esperamos que seja efetivamente possível estabelecer regularidades, torna-se necessário adotar outra decisão: trabalhar desde o começo e simultaneamente com diferentes intervalos da sequência numérica. Deste modo, será possível favorecer comparações entre números da mesma e de diferentes quantidades de algarismos[45], promover a elaboração de conclusões – tais como "os cens precisam de três, os mils de quatro" – que funcionaram como instrumentos de autocontrole de outras escritas numéricas, propiciar o conhecimento da escrita convencional dos "nós" e sua utilização como base da produção de outras escritas, conseguir – em suma – que cada escrita se construa em função das relações significativas que mantêm com as outras. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 126).

> Estabelecer relações – entre diferentes escritas numéricas e, em geral, entre numeração escrita e numeração falada – permite às crianças ler números que antes não saberiam ler. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 98).

45 O termo correto, conforme exposto neste texto, é dígitos.

Figura 24 – Exemplos de cartelas numeraladas com 2, 3 e 4 ordens



Fonte: Elaborado pelo autor.

A diversidade das representações dessas cartelas possibilita variadas atividades de **leitura** e **escrita**, com momentos de oralidade – **fala** e **escuta**, tanto de docentes como de discentes – em prol do desenvolvimento conceitual dos estudantes sobre o sistema cifranávico, de modo especial os registros numéricos, bem como jogos de memória e batalha, além de "Qual é o número", descrito há pouco.

Noutra ocasião, dissertarei sobre as possibilidades pedagógicas dessas cartelas numeraladas, as quais, em virtude das representações c) e d), aumentam a quantidade de tipos de Transcodificação numérica (Quadro 12)!

> [...] a participação das crianças em situações de uso da numeração escrita lhes possibilita detectar regularidades que desempenham um importante papel no caminho para o conhecimento do sistema de numeração. No entanto, essas regularidades são insuficientes para a conceitualização: é necessário encontrar as razões que as explicam, objetivo didático que fica aberto a futuras situações que devem ser planejadas nos anos seguintes na escola. Será necessário, então, propor também situações que apontem para que, uma vez descobertas as regularidades, tentem explicar as razões que as configuram, isto é, situações que permitam progredir na reflexão sobre as relações aditivas e multiplicativas que subjazem na numeração escrita. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 107).

Antes de finalizar esse artigo, quero discorrer brevemente sobre três indagações que você pode estar fazendo. Conforme nos explicaram Ferreiro e Teberosky (2006), as crianças no processo de alfabetização passam por várias fases/níveis: pré-silábico, silábico, silábico-alfabético e alfabético. Será que as crianças no processo de cifranavização também atravessam fases/níveis? Caso sim, quais são? Assim como existe um instrumento para identificar em que fase a criança está na alfabetização – 4 palavras e 1 frase – há um recurso que permita determinar a fase[46] na qual a criança está na cifranavização?

Optei por me debruçar sobre tais questionamentos depois de apresentar um panorama amplo, a partir das contribuições de dezenas de pesquisas, algumas aqui sucintamente expostas, que indicam que o aprendizado do registro numérico pelas crianças acontece considerando a oralidade e o conhecimento delas sobre os números rasos, redondos. Importante destacar, também, que elas não aprendem os números sequencialmente, nem se limitam à quantidade de dígitos: primeiro os que possuem 2 dígitos, depois os de 3 dígitos, em seguida os de 4 dígitos...

Há de se considerar, finalmente, a complexidade do SC e os vários aspectos que precisam ser entendidos pelas crianças, bem como os vários tipos de Transcodificação Numérica.

> A aprendizagem dos números escritos por parte da criança envolve aprender não apenas os elementos isolados do sistema, mas também, simultaneamente, aprender sobre o sistema em si e as regras que o governam. Por exemplo, as crianças aprendem que o nosso sistema numérico escrito é constituído por um número finito de elementos – dez algarismos, do zero ao nove – e que esses algarismos são combinados de maneiras infinitas para compor os diferentes números. Elas também precisam aprender sobre as regras que governam o sistema, por exemplo, sobre a base dez e o valor posicional, entre outras coisas. (BRIZUELA, 2006, p. 27).

Acredito que para acontecer um ensino eficiente, em qualquer nível e área, é necessário que o professor conheça e interprete os saberes dos estudantes, motivo pelo qual entendo ser imprescindível que ele, continuamente, proponha situações distintas que possibilitem aos discentes, em configurações variadas, expressarem os seus saberes utilizando variadas linguagens, símbolos, bem como argumentarem sobre eles. Assim, uma situação de ensino é, ao mesmo tempo, resultado de um planejamento e ponto de partida para outro!

46 Escolho de chamar, neste texto, de fases da cifranavização, pois a ideia de nível pressupõe uma hierarquia entre os tipos de conhecimento, armadilha que procuro, com tenacidade, evitar.

Se, por um lado, a classificação dos estudantes de acordo com seus conhecimentos pode propiciar uma melhor prática profissional, por outro lado, ela pode favorecer que o professor rotule os discentes e não os perceba como seres que estão, continuamente, aprendendo, não apenas na dimensão cognitiva! E as minhas respostas às três perguntas? Começarei a responder pela última.

Destaco, de início, a necessidade de o diagnóstico dos conhecimentos discentes sobre os registros numéricos – cifranavização – não se limitar à atividade do ditado, como acontece na alfabetização. Acredito que o DCN, sucintamente exposto no início desta seção, e os instrumentos utilizados por Dias (2015) e Silva (2013) proporcionam que o professor mapeie de forma ampla os saberes dos estudantes, os quais podem ser adaptados à sua realidade.

> Poucos educadores contestariam a necessidade de levarmos em conta as notações matemáticas dos alunos. Entretanto, o que isso significa para a atual prática da educação matemática? Que tipos de notação os jovens alunos costumam fazer em matemática? Como suas notações evoluem ao longo do tempo? Como elas se comparam às convenções que são introduzidas na escola? Quando as notações espontâneas das crianças servem como pontes para as notações simbólicas convencionais? Quando elas são deixadas de lado e substituídas, finalmente, por notações mais promissoras? (BRIZUELA, 2006, p. 21).

É possível se pensar em fases da cifranavização em relação aos registros numéricos? É importante assinalar que a cifranavização contempla várias habilidades, as quais são relacionadas, mas não estão, conforme evidenciado ao longo deste texto, numa perspectiva sequencial. No que se refere aos registros numéricos, é necessário, inicialmente, que o estudante conheça os algarismos, que são os símbolos utilizados na notação com linguagem matemática.

É a partir do som dos operadores – relacionados aos algarismos de 2 a 9 – e das potências de dez que a criança desenvolve hipóteses sobre os números rasos, redondos, as quais são utilizadas na notação, que pode ter erros **sintáticos** – justaposição, compactação e concatenação – e/ou **léxicos**. Enquanto aqueles expressam a compreensão da criança sobre o valor posicional, que é construída para cada quantidade de dígitos e sem sincronia, esses podem indicar que a criança já compreende o SC no âmbito dos números com determinada quantidade de dígitos, uma vez que ela, apesar de trocar algum algarismo, escreve a quantidade correta de dígitos.

O Quadro 42 tem uma proposta de fases da Cifranavização formulada por mim, nas quais são consideradas tanto a **escrita** como a **leitura** de registros numéricos, ou seja, elas não contemplam os conhecimentos referentes às operações fundamentais.

Quadro 42 – Fases da Cifranavização (proposta)

FASE	NOME
1	Acifranávica
2	Semicifranávica inicial
3	Semicifranávica intermediária
4	Semicifranávica avançada
5	Cifranávica

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apresento, a seguir, uma breve descrição de cada fase e, depois, alguns exemplos de identificação das fases conforme os conhecimentos cifranávicos das crianças.

Na fase acifranávica, a criança utiliza nos registros numéricos vários tipos de símbolos e não somente os algarismos. Em relação à leitura, ela não conhece todos os algarismos do cifranava.

Em relação às fases semicifranávicas, antes de explicá-las, explicarei algo peculiar referente ao aprendizado do SC. Conforme relatei, o aprendizado do valor posicional pelas crianças acontece de modo progressivo, durante vários anos: elas primeiro o compreendem no contexto de números de duas ordens; depois, para números de três ordens, em seguida; para números de quatro ordens...

> Nas escritas numéricas realizadas por cada criança no transcurso das entrevistas, coexistem modalidades de produção diferentes para números posicionados em diferentes intervalos da sequência. De fato, crianças que escrevem convencionalmente qualquer número de dois algarismos[47] (35, 44, 83, etc.) produzem escritas correspondentes com a numeração falada quando trata-se de centena (10035 para centro e trinta e cinco, 20028 duzentos e vinte e oito, etc.). Da mesma maneira, crianças que escrevem convencionalmente qualquer número de dois e três algarismos apelam à correspondência que existe com a forma oral quando trata-se de escrever milhares: escrevem – por exemplo – 135, 483 ou 942 em forma convencional, porém representam mil e vinte e cinco como 100025 e mil trezentos e trinta e dois como 100030032 ou 1000332. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 96).

47 O termo correto, conforme exposto neste texto, é dígitos.

> No entanto, a coexistência de escritas convencionais e não-convencionais pode também estar presente em números da mesma quantidade de algarismos[48]: algumas crianças escrevem convencionalmente números compreendidos entre cem e duzentos (187, 174, etc.), porém não generalizam esta modalidade às outras centenas (e registrando então 80094 para representar oitocentos e noventa e quatro ou 90025 para novecentos e vinte e cinco). Por outro lado, muitas crianças produzem algumas escritas convencionais e outras que não o são, dentro da mesma centena ou de uma mesma unidade de mil: 804 (convencional), porém 80045 para oitocentos e quarenta e cinco; 1006 para mil e seis, porém 1000324 para mil trezentos e vinte e quatro. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 96).

> Muitas das crianças pareceram usar dois sistemas, um para os números de dois dígitos e um para escrever 108, 129, (às vezes) 200 e 2569. Os números de dois dígitos (25 e 47), mais os números redondos (100, 1000 e às vezes 200) foram frequentemente escritos corretamente. Não está claro para nós como as crianças trabalharam para ter êxito com números de dois dígitos – e, em particular, como elas fizeram para escrever 25 e 47. Embora se pudesse alegar que a simples memória explicaria seu sucesso com os números redondos 100, 200 e 1000, é improvável que todos os números de dois dígitos pudessem ser memorizados sem um sistema que ajudasse as crianças em sua produção. Seu segundo sistema consistiu em concatenar uma sequência dos números correspondentes aos rótulos numéricos, assim como observamos com crianças brasileiras. Portanto, 108 foi escrito como 1008 e 2569 foi escrito como 200050069. Às vezes, o número de zeros foi aumentado ou reduzido. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 77).

Em virtude disso, considerando que as crianças interagem com números de variadas magnitudes, que possuem diferentes quantidades de dígitos, ou seja, com várias ordens, é possível que elas estejam ao mesmo tempo, a depender da magnitude do número e da sua compreensão sobre o valor posicional, em duas ou três fases semicifranávicas.

A fase semicifranávica inicial se caracteriza por registros numéricos com erros sintáticos, sendo a maioria deles do tipo de justaposição, e, eventualmente, por registros numéricos corretos. A criança não lê de forma apropriada registros cifranávicos ou o faz raramente.

Na fase semicifranávica intermediária, a criança produz registros numéricos com erros sintáticos, sendo a minoria deles do tipo de justaposição, e, com frequência razoável, registros numéricos corretos. A criança lê de forma apropriada alguns registros cifranávicos.

48 O termo correto, conforme exposto neste texto, é dígitos.

A fase semicifranávica avançada se caracteriza por registros numéricos com raros erros sintáticos e/ou léxicos, e, de forma considerável, por registros numéricos corretos. A criança lê de forma apropriada muitos registros cifranávicos.

Na fase cifranávica, a criança produz registros numéricos corretos ou apenas com raros erros léxicos. A criança lê de forma apropriada todos – ou quase todos – os registros cifranávicos. A fase cifranávica tem como parâmetro a quantidade de 6 dígitos, referentes às 6 primeiras ordens, o que equivale às duas primeiras classes: unidades simples e milhar.

Exemplo 1:

A criança escreve registros numéricos com vários tipos de símbolos e não somente com os algarismos. Ela não lê os dez algarismos do cifranava.

Exemplo 2:

Muitos dos registros numéricos de 2 dígitos produzidos pela crianças apresentam erros sintáticos, os quais, em sua maioria, são do tipo justaposição (por exemplo, ela escreve 49 como 409 e 63 como 603). A criança lê 57 como 5 e 7. Ela está na fase semicifranávica inicial de números de 2 dígitos.

Exemplo 3:

A criança escreve e lê corretamente a maioria dos números de 2 dígitos. Ela está na fase semicifranávica avançada de números de 2 dígitos.

Muitos dos registros numéricos de 3 dígitos produzidos pela crianças apresentam erros sintáticos, os quais, em sua maioria, são de compactação (por exemplo, ela escreve 3025 como 3025, 586 como 5086) e, eventualmente, de concatenação (por exemplo, ela escreve 807 como 87). A criança lê corretamente 249, enquanto 736, por exemplo, ela lê como 7 e 36 ou 73 e 6. Ela está na fase semicifranávica intermediária de números de 3 dígitos.

Exemplo 4:

A criança escreve e lê corretamente quase todos os números de 2 ou de 3 dígitos. Ela está na fase semicifranávica avançada de números de 2 dígitos ou de 3 dígitos.

A criança escreve números de 4 dígitos com muitos erros de justaposição (por exemplo, ela escreve 4.719 como 4000700109, 8.635 como 8000600305). A criança lê, por exemplo, 3.251 como 3 e 251 ou 32 e 51. Ela está na fase semicifranávica inicial de números de 4 dígitos.

Tendo em vista que, na cifranavização, as crianças, após ultrapassarem a fase acifranávica, transitam durante a sua vida escolar nas 3 (três) fases semicifranávicas, a depender da quantidade da magnitude do número, até atingirem a fase cifranávica, não é possível estabelecer uma correspondência entre as fases da cifranavização e da alfabetização, pois nessa a criança só pode estar em uma fase: uma vez transposta uma fase, a criança não retorna a ela.

Embora eu tenho feito essa ressalva, penso que, tendo em vista as características dos Sistemas Alfabético e Cifranávico e das respectivas fases, é razoável equiparar as fases pré-silábica e acifranávica, bem como as fases alfabética e cifranávica. Isso não quer dizer, por exemplo, que uma criança alfabética é também cifranávica, mas que, considerando as características dos Sistemas Alfabético e Cifranávico, as habilidades de uma criança alfabética são equivalentes às habilidades de uma criança cifranávica.

Acredito que, de modo geral, as crianças primeiro se alfabetizam e, depois, se cifranavizam por vários fatores, dentre os quais destaco: i) as pesquisas sobre alfabetização são bem mais avançadas do que as referentes à cifravanização, pois várias são as lacunas e as confusões conceituais nessa área, seja dos teóricos, seja dos professores que atuam na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental; ii) a especificidade do Sistema Cifranávico, cujo entendimento do valor posicional não é elaborado pelas crianças ao mesmo tempo para todas as ordens, ao contrário do Sistema Alfabético, no qual a criança aplica para todas as palavras o entendimento de que uma letra não é suficiente para representar cada sílaba; iii) desde a Educação Infantil até o início do Ensino Fundamental, há uma ênfase, inclusive nas políticas de formação continuada, na alfabetização em detrimento da Educação Matemática, na qual se insere a cifranavização; e iv) os professores que atuam na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, gostam, de modo geral, mais de Língua Portuguesa do que de Matemática, o que se manifesta na qualidade e na quantidade das suas práticas pedagógicas vivenciadas pelas crianças, as quais estão relacionadas com as aprendizagens discentes.

Ao longo deste texto, explicitei a necessidade de desenvolver uma Educação Matemática que valorize o processo de construção de significados pelos estudantes, mediante variadas atividades que favoreçam a representação, a argumentação e a interação, em prol da metacognição discente, pois o conhecimento não pode ser transmitido pelo professor, via discurso, memorização ou repetição.

Defendo, assim como Nacarato, Mengali e Passos (2014, p. 83), "[...] uma concepção de aprendizagem na perspectiva histórico-cultural, entendendo que toda significação é uma produção social e que toda atividade educativa precisa ter uma intencionalidade – que, inevitavelmente, é perpassada pelas concepções de que a propõe.".

Apesar de não ser meu objetivo principal neste artigo a proposição de fases da cifranavização referentes à leitura e escrita de registros cifranávicos, avaliei que essa ousadia, articulada com múltiplas considerações epistemológicas e pedagógicas, à luz de uma perspectiva de produção de conhecimento que considera a complexa relação significante-significado, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem de registros numéricos, não tanto pela constatação do que enunciei, mas pelos frutos advindos das tentativas de verificar e, assim, retificar e ampliar o elaborado durante muitas luas, tantas vezes ignorada...

Esclareço, por fim, que objetivei elaborar um texto que fosse acessível tanto para os professores da Educação Básica, quanto para os professores da Educação Superior, motivo pelo qual procurei articular considerações epistemológicas e psicológicas com aspectos pedagógicos, uma vez que o professor, em qualquer sala de aula, precisa de ambos para promover um ensino de qualidade.

Pretendo, em outra(s) oportunidade(s), aprofundar as reflexões teóricas e práticas sobre a cifranavização e as fases aqui propostas, ciente de que o conhecimento científico se caracteriza pela complexidade e provisoriedade, as quais são

> [...] didaticamente inseparáveis. Se decidimos abordar a complexidade, teremos de renunciar a estabelecer no início todas as relações possíveis, e será necessário optar pela reorganização progressiva do conhecimento. Reciprocamente, se alguém se atreve a abordar a complexidade é precisamente porque aceitou a provisoriedade.
> Complexidade e provisoriedade são inevitáveis. O são porque o trabalho didático é obrigado a levar em conta tanto a natureza do sistema de numeração como o processo de construção do conhecimento. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 118).

Aconchegando nesse esclarecimento, finalizo essa seção – na qual sintetizei alguns frutos de uma fascinante jornada, não meramente epistemológica – e anuncio a próxima, que é a última deste artigo.

REFLEXÕES TRANSITÓRIAS

> "nunca sei ao certo
> se sou um menino de dúvidas
> ou um homem de fé
>
> certezas o vento leva
> só dúvidas continuam de pé.".
> (LEMINSKI, 2009, p. 38).

> "[...] na fase da alfabetização, o homem deve ter oportunidade de se desenvolver tanto na escrita e leitura de palavras de linguagem comum quanto nos símbolos usados na linguagem matemática.". (DANYLUK, 1991, p. 46).

> "É uma opção didática levar em conta ou não o que as crianças sabem, as perguntas que se fazem, os problemas que se formulam e os conflitos que devem superar. É também uma decisão didática levar em consideração a natureza do objeto de conhecimento e valorizar as conceitualizações das crianças à luz das propriedades desse objeto. A posição que em tal sentido temos assumido inspira tanto a análise da relação existente entre as conceitualizações infantis e o sistema de numeração como a crítica ao ensino usual e o trabalho didático que propomos.". (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 108).

> "No ensino da matemática, o conhecimento convencional e as ideias idiossincráticas, inventadas pelas crianças, são, muitas vezes, considerados aspectos não-relacionados e não-conectados de conhecimento; o primeiro é aprendido por transmissão, enquanto o segundo é criado por sujeitos. Essa posição cria uma dicotomia entre convenções e invenções, dicotomia que afeta as percepções que nós, como educadores, desenvolvemos em relação a convenções, como as notações matemáticas.". (BRIZUELA, 2006, p. 43).

> "Estou consciente de que nem sempre é fácil abandonar o conhecido, o provado, uma vez que isso dá segurança. No entanto, como professores comprometidos com a tarefa de ensinar, não podemos nos esquecer de nosso próprio prazer de aprender. Empreender novos caminhos pode ser uma experiência enriquecedora e apaixonada. Por que se privar disso?". (MORENO, 2008, p. 75).

> "É muito comum o professor validar rapidamente a resposta correta e reprovar, por outro lado, as respostas que considera incorretas. Seguramente esse tipo de intervenção está guiado pela ideia de que os erros são indicadores da ausência de conhecimento e que é necessário corrigi-los imediatamente para que o aluno que os cometeu não os repita. Verificas-se aqui, em relação com a apropriação do sistema de numeração, o olhar sobre os erros construtivos que Piaget nos transmitiu: estes são fruto de abordagens sucessivas que as crianças fazem sobre o objeto do conhecimento.". (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 107).

> "A linguagem – oral ou escrita – não expressa tudo, ou seja, ela não possibilita que tenhamos acesso às aprendizagens reais dos alunos. Por outro lado, isso requer a criação de diferentes espaços na sala de aula em que o aluno possa se expressar. Quanto mais possibilidades que os alunos tiverem para comunicar suas ideias, maior acesso o professor terá ao processo de aprendizagem deles. Daí o papel fundamental do professor nesse ambiente. É ele quem vai possibilitar a criação de um ambiente dialógico – o qual possibilita novas relações com o conhecimento.". (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 78).

Este artigo amplia as considerações expostas em dois artigos (BARGUIL, 2016a, 2017a), os quais tinham como foco a não consideração dos processos de **leitura** e **escrita** relacionados aos registros numéricos nas práticas pedagógicas, e enfatiza a importância da **escuta** e da **fala** nessa aprendizagem.

Neste texto, repeti a necessidade de identificar os algarismos – cujo conjunto é composto de 10 elementos (do 0 ao 9) é batizado de cifranava – como as unidades constituintes dos registros numéricos, os quais são similares às letras nas palavras, bem como de diferenciar número, numeral e algarismo. O conhecimento matemático – não somente ele – é constituído pelo sujeito mediante diferentes representações, as quais não podem ser confundidas com aquele. O número é um objeto matemático, que pode ser representado de variadas formas: os numerais, sendo uma delas a que utiliza algarismos (Figura 03).

Explanei, novamente, sobre a diferença entre dígito e algarismo, pois aquele é a quantidade de espaços utilizados na notação numérica, enquanto esse é símbolo

que preenche tais espaços. Os processos de alfabetização e cifranavização, pertinentes, respectivamente, ao Sistema Alfabético e Sistema Cifranávico, acontecem mediante registros.

No primeiro, o registro alfabético – a palavra – é composto de dígitos alfabéticos e utiliza letras. No segundo, o registro cifranávico – o numeral – é composto de dígitos cifranávicos e utiliza algarismos. Os livros – teóricos e didáticos – sobre alfabetização ignoram o fato de que as palavras são compostas de dígitos alfabéticos, que são considerados como sinônimos de letras. Em virtude das correspondências que a criança estabelece, durante anos, entre esses Sistemas, acredito ser indispensável que o professor favoreça essa compreensão, a qual se aplica para ambos.

Ao contrário do que muitos gostariam, o conhecimento do mundo não pode ser transmitido de uma pessoa para outra, que se limitaria a captá-lo. Piaget diferenciou os tipos de conhecimento – social, físico e lógico-matemático – e enfatizou a importância da ação do sujeito no mundo para a constituição de sentido, significado, mediante a interpretação de incalculáveis significantes.

A Matemática se caracteriza por objetos abstratos e as respectivas relações, motivo pelo qual ela só pode ser compreendida por intermédio de representações, as quais não podem ser confundidas com o que simbolizam. As atividades de leitura e escrita, portanto, são indispensáveis na Educação Matemática, bem como as de escuta e fala.

As várias áreas da Matemática escolar utilizam símbolos específicos, os quais precisam ser compreendidos pelos estudantes. Penso que nomear de "alfabetização matemática" esse processo é um equívoco, pois a Matemática tem linguagem própria, que precisa ser compreendida pela criança a partir de situações vivenciadas por ela em que essa Ciência compareça, motivo pelo qual também entendo ser inapropriada, por vários motivos, a expressão "na perspectiva do letramento". Apresento alguns: i) os usos sociais não são um adorno ou um complemento do conhecimento, ou seja, uma perspectiva, algo que sobre o qual eles se projetam, mas é neles que esse se manifesta, motivo pelo qual eles são indispensáveis para a constituição de sentido, de aprendizagem; ii) a expressão letramento, conforme exposto, não contribui para explicitar o fato de que a Matemática utiliza sinais próprios e não letras, as quais, quando usadas, não têm a finalidade de compor palavras; e iii) a ênfase na dimensão do registro, da notação costuma estar associada à pouca importância da oralidade – escuta e fala – a qual, conforme exposto, é de suma importância na cifranavização, bem como em toda a Educação Matemática.

Desde pequenas, as crianças interagem com os números em várias situações e com finalidades distintas. Essas experiências possibilitam que elas desenvolvam seus conhecimentos sobre as funções dos números, bem como sobre o Sistema Cifranávico. Aprender a ler e a escrever registros cifranávicos demanda da criança uma intensa atividade intelectual durante muitos anos, na qual as interações sociais são uma fonte rica de aprendizado, de modo especial via oralidade: escutar e falar.

As várias características do Sistema Cifranávico – 10 (dez) algarismos, posicional, base 10, princípios aditivo e multiplicativo – não são aprendidas isoladamente, mas em conjunto. O SC é, ao mesmo tempo, simples (econômico) e complexo (pouco transparente). Para produzir os registros cifranávicos, as crianças utilizam como referencial a escuta dos números.

A Transcodificação numérica compreende as várias transformações relacionadas aos registros numéricos, utilizando os Sistemas Alfabético e Cifranávico. Nessa aventura epistemológica, é necessário que as crianças interajam com os números via oralidade – escuta e fala – e registro, notação – leitura e escrita.

Durante a cifranavização, os erros sintáticos – justaposição, compactação e concatenação – dos registros cifranávicos das crianças expressam as suas hipóteses, que são mobilizadas tanto para escrevê-los, quanto para lê-los. A conceitualização do valor posicional acontece durante vários anos e é constituído para cada ordem, pois as crianças não o generalizam, automaticamente, a partir da ordem das dezenas para as demais.

As crianças aprendem a escrever os números fora de ordem: é a partir dos números nós, redondos, que elas vão ampliando a sua competência para produzir registros cifranávicos dentro dos intervalos daqueles. A sua primeira estratégia é escrever como ouve, ou seja, justapor os valores relativos de cada algarismo. Seu desafio é identificar o algarismo e a ordem – e a classe, se for caso – de cada som, ou seja, compreenda o valor posicional que caracteriza o SC.

Em virtude disso, é indispensável que as crianças escutem – e falem – os possíveis valores relativos de cada algarismo e não somente aquele associado à ordem das unidades! Aos poucos, então, elas compreenderão que distintos significantes na oralidade podem ter, expressar o mesmo significado matemático, ou seja, são equivalentes, assim como as palavras possuem sinônimos.

Essa flexibilidade se manifestará também quando as crianças forem ler e/ou escrever registros cifranávicos, motivo pelo qual é que indispensável que elas realizem várias atividades com as Fichas Numeraladas utilizando o QVL, bem como interajam com as Cartelas numeraladas.

Outra implicação pedagógica é a necessidade que as crianças entrem em contato com números de diferentes magnitudes, de modo que elas possam compará-los e entender, mediante hipóteses, as regularidades do Sistema Cifranávico, bem como aprender as ordens e das classes do SC.

É imprescindível que, no seu planejamento visando à cifranavização, o educador matemático preveja o trabalho em dupla, trio ou quarteto, visando a oportunizar que as crianças troquem experiências e percepções, ampliando seu universo conceitual, principalmente as que estão em fases diferentes: a interação é fonte de aprendizagem para todas elas!

O educador matemático, portanto, durante a sua atuação profissional precisa questionar, ter paciência e coordenar a aprendizagem, instigando e sintetizando as ideias discentes, uma vez que seu papel é auxiliar a elaboração do conhecimento matemático dos estudantes, o qual acontece individualmente – cada pessoa tem seu ritmo – e coletivamente.

Considerando que a cifranavização é a aprendizagem da notação numérica no âmbito do Sistema Cifranávico e das operações fundamentais que o utilizam, no próximo texto, abordarei aspectos referentes à leitura e escrita dos registros cifranávicos nas operações fundamentais, ressaltando, mais uma vez, a importância da oralidade – escuta e fala – nesse aprendizado.

Ou seja, o ler e o escrever, não somente fazem parte da Educação Matemática, mas influenciam na aprendizagem do calcular. O fato de essa atividade poder ser realizada apenas mentalmente ("de cabeça") não significa que ela não seja representada.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente, curvo-me à legião de pesquisadores que, há décadas, têm estudado a aprendizagem de números pelas crianças, contemplando, além da dimensão social, o aspecto representacional que contribui para o desenvolvimento conceitual, e a relação dos registros matemáticos com a Língua Materna, de modo especial a influência da oralidade.

Agradeço à minha filha, Ana Beatriz, que, em março e setembro de 2010, testou as primeiras versões elaboradas por mim do Diagnóstico de Conhecimentos Numéricos – DCN, cujas respostas me convocaram a investigar esse assunto.

Expresso gratidão aos mais de 500 (quinhentos) estudantes da disciplina Ensino de Matemática, do curso de Licenciatura em Pedagogia, da Faculdade de Educação, da Universidade Federal do Ceará, que, no período de 2010 a 2015, aplicaram o DCN em 110 (cento e dez) crianças de 6 (seis) a 7 (sete) anos e produziram um rico material, que contribuiu significativamente para o meu aprendizado. Vocalizo um especial "Muito obrigado!" às crianças que aceitaram participar dessa atividade.

Grato sou aos mestres Renato Carneiro da Silva e Sandra Maria Soeiro Dias, cujas pesquisas desenvolvidas nas suas dissertações, que tive o privilégio de orientar, me possibilitaram ampliar meus conhecimentos nessa área e me inspiraram a continuar a investigar essa temática.

Agradeço a Aline Rodrigues Sampaio, Renato Carneiro da Silva e Sandra Maria Soeiro Dias, que, em setembro de 2017, apresentaram contribuições à primeira versão desse texto; bem como a Maria Kênia Firmino da Silva, que leu as duas versões do texto, e a Elcimar Simão Martins, que acessou apenas a segunda versão, os quais emitiram indagações que me possibilitaram melhorar o artigo ora apresentado.

Expresso gratidão a Elcimar Simão Martins, que realizou uma cuidadosa revisão gramatical do texto, o que não me exime da total responsabilidade pelos eventuais erros, principalmente porque, após a sua minuciosa leitura, acresci-o em cerca de 25%...

Agradeço ao professor Valdemar Venâncio de Sousa Filho (Farid), que revisou a grafia dos números em Sânscrito, Árabe e Latim.

REFERÊNCIAS

AGRANIONIH, Neila Tonin. **Escrita numérica de milhares e valor posicional**: concepções iniciais de alunos da 2ª série. 2008. 219 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

ALVARADO, Mónica; FERREIRO, Emilia. El análisis de nombres de números de dos dígitos en niños de 4 y 5 años. **Lectura y Vida. Revista Latinoamericana de Lectura**, La Plata, 21 (1), p. 6-17, 2000.

ANDRADE, Maria Cecília Gracioli. As inter-relações entre iniciação matemática e alfabetização. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Orgs.). **Escritas e leitura na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 143-162.

ARAGÃO, Heliete Meira Coelho Arruda; VIDIGAL, Sonia Maria Pereira. **Materiais manipulativos para o ensino do Sistema de Numeração Decimal**. Porto Alegre: Penso, 2016.

ARROJO, Rosemary. Compreender x interpretar e a questão da tradução. ______ (Org.). **O Signo desconstruído –** implicações para a tradução, a leitura e o ensino. 2. ed. Campinas: Pontes, 2003. p. 67-70.

BARGUIL, Paulo Meireles. O diagnóstico de competência numérica na formação do pedagogo que ensina Matemática. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013, Curitiba. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática:** Educação Matemática: retrospectivas e perspectivas. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013.

______. Cifranava: batizando o conjunto dos algarismos indo-arábicos. In: ANDRADE, Francisco Ari de; GUERRA; Maria Aurea M. Albuquerque; JUVÊNCIO, Vera Lúcia Pontes; FREITAS, Munique de Souza (Orgs.). **Caminhos da Educação**: questões, debates e experiências. Curitiba: CRV, 2016a. p. 385-411.

______. Educação Matemática e Educação Infantil: esclarecendo alguns equívocos seculares. In: ANDRADE, Francisco Ari de; TAHIM, Ana Paula Vasconcelos de Oliveira; CHAVES, Flávio Muniz (Orgs.). **Educação, saberes e práticas**. Curitiba: CRV, 2016b. p. 275-293.

______. Geometria na Educação Infantil e no Ensino Fundamental: contribuições do Fiplan. In: ANDRADE, Francisco Ari de; TAHIM, Ana Paula Vasconcelos de Oliveira; CHAVES, Flávio Muniz (Orgs.). **Educação, saberes e práticas**. Curitiba: CRV, 2016c. p. 233-250.

______. Matrizes da Provinha Brasil: propostas de revisão à luz do cifranava. In: ANDRADE, Francisco Ari de; SOUSA, Alba Patrícia Passos de; OLIVEIRA, Dayana Silva de (Orgs.). **Docência, saberes e práticas**. Curitiba: CRV, 2017a. p. 237-258.

______. Flex, metáfora da vida: um brinquedo, vários jogos! In: ANDRADE, Francisco Ari de; SOUSA, Alba Patrícia Passos de; OLIVEIRA, Dayana Silva de (Orgs.). **Docência, saberes e práticas**. Curitiba: CRV, 2017b. p. 259-278.

______. Flex memo: aprendizagens inesquecíveis! In: ANDRADE, Francisco Ari de; TAHIM, Ana Paula Vasconcelos de Oliveira; CHAVES, Flávio Muniz (Orgs.). **Educação e contemporaneidade:** debates e dilemas. Curitiba: CRV, 2017c. p. 255-276.

BARRETO, Déborah Cristina Málaga. **Como os alunos da 3ª série do Ensino Fundamental compreendem o sistema de numeração decimal.** 2011. 98 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2011.

BARTOLOMÉ, Olga; FREGONA, Dilma. A conta em um problema de distribuição: uma origem possível no ensino dos números naturais. In: PANIZZA, Mabel (Org.). **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais:** análise e propostas. Tradução Antonio Feltrin. 1. ed. reimp. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 77-94.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Sistemas de numeração ao longo da História**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 1997.

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta Caecilia. **História da Matemática**. Tradução Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução nº 07, de 14 de dezembro de 2010**. Fixa as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb007_10.pdf>. Acesso em: 26 dez. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Número natural:** conceito e representação. Brasília: FNDE/FUNDESCOLA, 2006.

______. **PLANO DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO – PDE / PROVA BRASIL**. Brasília: MEC, SEB; INEP, 2011. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf>. Acesso em: 07 fev. 2017.

______. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Aprendizagem do Sistema de Escrita Alfabética. Brasília: MEC, SEB, 2012a. Disponível em: <http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/Formacao/Ano_1_Unidade_3_MIOLO.pdf >. Acesso em: 07 abr. 2017.

______. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Construção do Sistema de Numeração Decimal. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 27-32.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. **Portaria nº 10, de 24 de abril de 2007**. Brasília: MEC, 2007. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/legislacao/2007/provinha_brasil_portaria_normativa_n10_24_abril_2007.pdf>. Acesso em: 29 dez. 2014.

______. **Guia de elaboração de itens:** Provinha Brasil. Brasília: MEC, INEP, 2012b.

______. **Avaliação Nacional da Alfabetização:** relatório 2013-2014: volume II: análise dos resultados. Brasília: INEP, SEB, 2015. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484421/Relat%C3%B3rio+ANA+2013-2014+-+An%C3%A1lise+dos+Resultados/e2a3d935-7f59-4aba-bb51-2d2ee2d89963?version=1.4>. Acesso em: 05 set. 2017.

______. **Avaliação Nacional da Alfabetização:** Edição 2016. Brasília: INEP, SEB, 2017. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/ana/resultados/2016/resultados_ana_2016.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2017.

BRIZUELA, Bárbara M. **Desenvolvimento matemático na criança:** explorando notações. Tradução Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BRUNER, Jerome. **A Cultura da Educação**. Tradução Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

CAGLIARI, Luiz Carlos. **Alfabetização e Linguística**. 10. ed. 14. imp. São Paulo: Scipione, 2007.

CÂNDIDO, Patrícia Terezinha. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CARRAHER, Terezinha Nunes. O Desenvolvimento mental e o Sistema Numérico Decimal. In: ______ (Org.). **Aprender pensando:** contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2005. p. 51-68.

______. Uma Construção Matemática. **AMAE Educando**, Belo Horizonte, n. 213, p. 20-24, ago. 1990.

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e metodologia da Matemática:** números e operações. 2. ed. 4. imp. São Paulo: Scipione, 2002.

DANYLUK, Ocsana Sônia. **Alfabetização Matemática:** o cotidiano da vida escolar. 2. ed. Caxias do Sul: EDUCS, 1991.

DANYLUK, Ocsana Sônia; GOMES, Carmen Hessel Peixoto; MOREIRA, Magda Inês Luz; MALLMANN, Maria Elene. **Sistema de numeração e operações em diversas bases**. Erechim: Habilis, 2009.

DIAS, Sandra Maria Soeiro. **Diversidade de registros numéricos de crianças do 2º ano do ensino fundamental**. 2015. 149f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

DIAS, Sandra Maria Soeiro; BARGUIL, Paulo Meireles. O Sistema de Numeração Decimal no 2º ano do Ensino Fundamental: a diversidade de registros numéricos. In: DIAS, Ana Maria Iorio; MAGALHÃES, Elisângela Bezerra; FERREIRA, Gabriel Nunes Lopes (Orgs.). **A Aprendizagem como razão do ensino:** por uma diversidade de sentidos. Fortaleza: Imprece, 2016. p. 232-252.

DORNELES, Beatriz Vargas. **Escrita e número:** relações iniciais. Porto Alegre: Artmed, 1998.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática** – registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

______. ***Semiósis* e pensamento humano:** registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

______. **Ver e ensinar matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização Tânia Maria Mendonça Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011. Vol. 1.

FALCÃO, Luiz Albérico. **Aprendendo a LIBRAS e reconhecendo as diferenças:** um olhar reflexivo sobre a inclusão. 2. ed. Recife: Editora do Autor, 2007.

______. **Surdez, cognição visual e LIBRAS:** estabelecendo novos diálogos. Recife: Editora do Autor, 2010.

FAYOL, Michel. **A Criança e o número:** da contagem à resolução de problemas. Tradução Rosana Severino Di Leone. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

______. **Numeramento:** aquisição de competências matemáticas. Tradução Marcos Bagno. São Paulo: Parábola Editorial, 2012.

FERREIRO, Emilia. **Alfabetização em processo**. 12. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

______. **Com Todas as letras**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

______. **Reflexões sobre alfabetização**. 24. ed. 10. reimp. São Paulo: Cortez, 2004.

FERREIRO, Emilia; TEBEROSKY, Ana. **Psicogênese da Língua Escrita**. Tradução Diana Myriam Lichtenstein *et al*. 1. ed. reimp. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2006.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisa e práticas pedagógicas na educação matemática de jovens e adultos. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. Diálogos entre a Pesquisa e a Prática Educativa. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 01-12.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CARDOSO, Cleusa de Abreu. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática, Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Orgs.). **Escritas e leitura na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 63-76.

FRADE, Isabel Cristina Alves da Silva; VAL, Maria da Graça; BREGUNCI, Maria das Graças de Castro (Orgs.). **Glossário CEALE –** termos de Alfabetização, Leitura e Escrita para educadores. Belo Horizonte: UFMG, 2014. Disponível em: <http://www.ceale.fae.ufmg.br/app/webroot/glossarioceale/>. Acesso em: 19 dez. 2014.

FREITAS, Nathália Luiz de; FERREIRA, Fernanda de Oliveira; HAASE, Vitor Geraldi. Aspectos linguísticos envolvidos na habilidade de transcodificar entre diferentes representações de número. **Ciências & Cognição**, Rio de Janeiro, v. 17, n. 01, p. 02-15, 2012. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/cc/v17n1/v17n1a02.pdf>. Acesso em: 04 abr. 2017.

GESSINGER, Humberto. O Olho do Furacão. Intérprete: Engenheiros do Hawaii. In: **¡Tchau radar!**. Universal, 1999. Faixa 06.

______. Realidade virtual. Intérprete: Engenheiros do Hawaii. In: **Filmes de guerra, canções de amor**. BMG, 1993. Faixa 12.

GOLBERT, Clarissa Seligman. **Matemática nas séries iniciais:** o sistema de numeração decimal. 3. ed. Porto Alegre: Mediação, 2011.

GROSSI, Esther Pillar. **Um novo jeito de ensinar matemática:** sistema de numeração. Porto Alegre: GEEMPA, 2010.

GUELLI, Oscar. **A invenção dos números**. 9. ed. 8. imp. São Paulo: Ática, 2005.

HORMAZA, Mariela Orozco. Os erros sintáticos das crianças ao aprender a escrita dos numerais. Tradução Maria Lucia Faria Moro. In: MORO, Maria Lucia Faria; SOARES, Maria Tereza Carneiro (Orgs.). **Desenhos, palavras e números:** as marcas da Matemática na escola. Curitiba: UFPR, 2005. p. 77-105.

HOUAISS, Antônio; VILLAR, Mauro de Salles. **Dicionário Houaiss da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos:** a inteligência dos Homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução Alberto Munõz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997a. v. 1.

______. **História universal dos algarismos:** a inteligência dos Homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução Alberto Munõz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997b. v. 2.

______. **Os Números:** a História de uma grande invenção. Tradução Stella M. de Freitas Senra. 11. ed. 6. reimp. São Paulo: Globo, 2009.

IMENES, Luiz Márcio. **A Numeração indo-arábica**. 7. ed. 6. imp. São Paulo: Scipione, 2002.

KAMII, Constance. **A Criança e o número**. Tradução Regina A. de Assis. 11. ed. Campinas: Papirus, 1990.

KAMII, Constance; JOSEPH, Linda Leslie. **Aritmética:** novas perspectivas. Implicações da teoria de Piaget. Tradução Marcelo Cestari Terra Lellis, Marta Rabioglio e Jorge José de Oliveira. Campinas: Papirus, 1992.

KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. **Reinventando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. Tradução Elenisa Curt, Marina Célia M. Dias, Maria do Carmo D. Mendonça. 12. ed. Campinas: Papirus, 1996.

LEHRER, Richard. Prefácio. In: BRIZUELA, Bárbara M. **Desenvolvimento matemático na criança:** explorando notações. Tradução Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 13-15.

LEMINSKI, Paulo. **O ex-estranho**. 3. ed. 2. reimp. São Paulo: Iluminuras, 2009.

LERNER, Delia; SADOVSKY, Patricia. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irmã [*et al*] (Orgs.). **Didática da Matemática:** reflexões psicopedagógicas. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.

LORENZATO, Sergio. **Educação infantil e percepção Matemática**. Campinas: Editores Associados, 2006.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna:** análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1998.

MAIA, Viviane. **Funções neuropsicológicas e desempenho matemático:** um estudo com crianças da 2ª série. 2010. 68 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

MARCONCIN, Isabel Cristina. **Princípios subjacentes às práticas pedagógicas em Matemática de professoras nas séries iniciais do ensino fundamental**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MENDES, Iran Abreu. **Números:** o simbólico e o racional na História. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

MONTEIRO, Priscila. **As Crianças e o conhecimento matemático:** experiências de exploração e ampliação de conceitos e relações matemáticas. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2010-pdf/7160-2-8-criancas-cconhecimento-priscila-monteiro/file>. Acesso em: 26 dez. 2015.

MORENO, Beatriz Ressia de. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, Mabel (Org.). **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais:** análise e propostas. Tradução Antonio Feltrin. 1. ed. reimp. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 43-76.

MUNIZ, Cristiano Alberto; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; MAGINA, Sandra Maria Pinto; FREITAS, Sueli Brito Lira de. Agrupamentos e trocas. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Construção do Sistema de Numeração Decimal. Brasília: MEC, SEB, 2014a. p. 27-32.

______. Papéis do brincar e do jogar na aprendizagem do SND. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Construção do Sistema de Numeração Decimal. Brasília: MEC, SEB, 2014b. p. 38-46.

______. Jogos na aprendizagem do SND. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Construção do Sistema de Numeração Decimal. Brasília: MEC, SEB, 2014c. p. 47-78.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglion. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo fios do ensinar e do aprender. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Tradução Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

O CÍRCULO DA MATEMÁTICA DO BRASIL. **Programa de Ensino:** Guia para aulas – Caderno 2. São Paulo: Instituto TIM, 2013. Disponível em: <http://www.ocirculodamatematica.com.br/wp-content/uploads/2014/04/Caderno-2-2017-03-09.pdf>. Acesso em: 11 jan. 2018.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

PILLAR, Analice Dutra. **Desenho e escrita como sistemas de representação**. 2. ed. rev. ampl. Porto Alegre: Penso, 2012.

PIRES, Flávio de Sousa; BERTINI, Luciane de Fatima; PRATES, Uaiana. Aprendizagem em Matemática: uma perspectiva através da linguagem. In: MARTINS, Maria Silvia Cintra (Org.). **Letramentos em Língua Materna e Matemática**. São Carlos: LEETRA, 2014. p. 40-44.

QUARANTA, María Emilia; TARASOW, Paola; WOLMAN, Susana. Abordagens parciais à complexidade do sistema de numeração: progressos de um estudo sobre as interpretações numéricas. In: PANIZZA, Mabel (Org.). **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais:** análise e propostas. Tradução Antonio Feltrin. 1. ed. reimp. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 95-109.

RANGEL, Ana Cristina Souza. **Educação Matemática e a construção do número pela criança:** uma experiência em diferentes contextos sócios-econômicos. Porto Alegre: Artmed, 1992.

RODRIGUES, Aroldo Eduardo Athias. **Sistemas de numeração:** evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Ciências da Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2013. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/tcc_get.php?cpf=77388321268&d=20160103121518&h=6b2ad96f42f0b75f65440c5a29ed60f62da0d80f>. Acesso em: 03 jan. 2016.

ROSA NETO, Ernesto. Número ou numeral? **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 44, p. 41-43, 2000. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM44/RPM44_09.PDF>. Acesso em: 30 jun. 2015.

SABBAGH, Alphonse Nagib. **Dicionário Árabe-Português-Árabe**. Rio de Janeiro: UFRJ, Livro Técnico: 1988.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; AMARO, Fernanda de Oliveira Soares Taxa; LUNA, Ana Virgínia Almeida; BORTOLOTI, Roberta D'Angela Menduni. **Alfabetização Matemática:** manual do professor. Salvador: Secretaria da Educação, 2013.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; AMARO, Fernanda de Oliveira Soares Taxa; LUNA, Ana Virgínia Almeida; BORTOLOTI, Roberta D'Angela Menduni; PEROVANO, Ana Paula. **Alfabetização Matemática:** 2º ano – proposta didática para o professor. Salvador: Secretaria da Educação, 2015.

SCRIPTORI, Carmen Campoy. **Pressupostos para o trabalho docente com matemática na Educação Infantil**. Disponível em: <http://www.acervodigital.unesp.br/bitstream/123456789/454/1/01d14t11.pdf>. Acesso em: 25 dez. 2014.

SILVA, Renato Carneiro. **Sistema de Numeração decimal:** saberes docentes e conhecimentos discentes do 3º ano do ensino fundamental. 2013. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, UFC, Fortaleza, 2013.

SIMONETTI, Amália. **Proposta didática para alfabetizar letrando:** caderno de registro. Fortaleza, SEDUC, 2016a.

______. **Proposta didática para alfabetizar letrando:** caderno do professor. Fortaleza, SEDUC, 2016b.

SINCLAIR, Anne; MELLO, D.; SIEGRIST, F. A notação numérica na criança. SINCLAIR, Hermine (Org.). **A produção de notações na criança:** linguagem, número, ritmos e melodias. Tradução Maria Lucia F. Moro. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1990. p. 71-96.

SINCLAIR, Hermine (Org.). **A produção de notações na criança:** linguagem, número, ritmos e melodias. Tradução Maria Lucia F. Moro. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1990a.

SINCLAIR, Hermine. Introdução. ______ (Org.). **A produção de notações na criança:** linguagem, número, ritmos e melodias. Tradução Maria Lucia F. Moro. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1990b . p. 13-18.

SOARES, Magda. **Letramento:** um tema em três gêneros. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SPINILLO, Alina Galvão. O sentido de número e sua importância na Educação Matemática. In: BRITO, Márcia Regina Ferreira de (Org.). **Solução de problemas e a Matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006. p. 83-111.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. Interpretação da numeração escrita. In: BRITO, Márcia Regina Ferreira de (Org.). **Solução de problemas e a Matemática escolar**. 2. ed. Campinas: Alínea, 2010. p. 113-133.

TEIXEIRA, Maria de Fátima. Atividades significativas para a construção do número nas séries iniciais. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 10, n. 15, p. 39-46, dez. 2003.

TIGGEMANN, Iara Suzana. Pontos de encontro entre os sistemas notacionais alfabético e numérico. **Rev. psicopedag.**, São Paulo, v. 27, n. 83, p. 288-297, 2010. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862010000200014&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 25 dez. 2014.

VARGENS, João Baptista M. **Léxico Português de origem árabe:** subsídios para os estudos de filologia. Rio Bonito: Almádena, 2007.

VERGNAUD, Gerard. **A Criança, a Matemática e a realidade:** problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VIANNA, Carlos Roberto. Relações entre o Sistema de Escrita Alfabética (SEA) e o Sistema de Numeração Decimal (SND): algumas reflexões. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Construção do Sistema de Numeração Decimal. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 06-09.

VIANNA, Carlos Roberto; GRECA, Lizmari Crestiane Merlin; SILVA, Rosane Aparecida Favoreto da. Quem são eles? Os alunos da minha sala de aula? In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Educação Inclusiva. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 21-54.

ZUNINO, Delia Lerner de. **A Matemática na escola:** aqui e agora. Tradução Juan Acuña Llorens. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.