UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MARIA LUZIANA OLIVEIRA LIMA

SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS PARA O ENSINO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

FORTALEZA
2019

MARIA LUZIANA OLIVEIRA LIMA

SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS PARA O ENSINO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de Concentração: Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves

FORTALEZA

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

L699s Lima, Maria Luziana Oliveira.
Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de Sequências Numéricas : um contributo da Engenharia Didática / Maria Luziana Oliveira Lima. – 2019.
86 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2019.
Orientação: Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves.

1. OBMEP. 2. Engenharia Didática. 3. Teoria das Situações Didáticas. 4. Sequências Numéricas. 5. Geogebra. I. Título.

CDD 372

MARIA LUZIANA OLIVEIRA LIMA

SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS PARA O ENSINO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS: UM CONTRIBUTO DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre. Área de Concentração: Matemática.

Aprovada em: ___/___/______.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves (Orientador)

Instituto Federal do Ceará (IFCE)

____

Profa. Dra. Maria José Costa dos Santos

Universidade Federal do Ceará (UFC)

____

Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso

Instituto Federal do Ceará (IFCE)

A Deus.

Aos meus amados pais, José Patrício Soares Lima e Luzia de Oliveira.

AGRADECIMENTOS

A Deus, minha fortaleza, por me permitir superar todas as dificuldades, por me iluminar e abençoar em todos os momentos da minha vida. GRATIDÃO, Senhor!

Aos meus amados pais, José Patrício Soares Lima e Luzia de Oliveira, por sempre me incentivarem nos estudos e por acreditarem que a educação pode transformar vidas, por serem meu alicerce, meu porto seguro.

À minha querida avó Maria Alves (*in memoriam*), por todo amor que dedicou a mim, pela serenidade e sabedoria que sempre me transmitiu.

Às minhas queridas irmãs Luzileide Patrícia e Maria Luzilene pelo carinho e pela torcida de sempre!

À minha irmã gêmea, Maria Leidiana, minha cúmplice da vida, que viveu e compartilhou comigo todas as etapas desse Mestrado, dividiu todas as fases boas e ruins nas viagens, trabalhos e apresentações, ao longo desse processo. Sua companhia foi/é essencial, minha irmã!

À minha amada sobrinha, Luíza Mariana, por ser uma criança encantadora e por compartilharmos muitos momentos de alegria e brincadeiras.

À minha querida tia Maria José, por todos os momentos e risadas que compartilhamos.

À toda minha família pelo apoio, força, carinho e amor.

Aos amigos, por dividirem tantos momentos comigo, em especial agradeço a minha amiga Nívea Tuany, pelas conversas, risadas e por todos os momentos vivenciados. .

Ao meu orientador, professor Dr. Francisco Régis Vieira Alves, pelas orientações a mim dispensadas, por me incentivar e me mostrar os melhores caminhos durante a pesquisa.

A todos os professores do ENCIMA e aos ex-professores, que contribuíram de forma significativa para minha formação acadêmica.

Aos funcionários do ENCIMA que sempre foram atenciosos e me atenderam muito bem.

Aos professores Dra. Ana Carolina Costa Pereira e Dr. David Carneiro de Souza, pelas valiosas contribuições na qualificação desse estudo.

À professora Dra. Maria José Costa dos Santos que generosamente aceitou contribuir para a avaliação da pesquisa como membro da banca de defesa.

À professora Dra. Maria Cleide da Silva Barroso que prontamente se disponibilizou a contribuir com a pesquisa como membro da banca de defesa.

Aos queridos colegas de curso que compartilharam essa caminhada comigo.

À Italândia Azevedo, Daniel Souza e demais mestrandos da área de Matemática do ENCIMA da turma 2017.2, os quais conheci no final do Mestrado, mas sempre se mostraram disponíveis para trocar experiências.

A todos que não mencionei, mas que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização desse sonho. MUITO OBRIGADA!

Entrega teus caminhos ao Senhor, confia Nele,

e o mais Ele fará (Salmo 37: 5).

RESUMO

As Olimpíadas de Matemática visam melhorar a qualidade do ensino de Matemática e apresentam problemas que exigem do aluno muita criatividade, raciocínio lógico e capacidade de interpretação. Com a implantação da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), em 2005, a divulgação desse tipo de competição aumentou consideravelmente e, para incentivar os alunos, principalmente os que não gostam ou tem dificuldades em Matemática, a estudarem Problemas Olímpicos (PO), é importante que eles tenham acesso a esses problemas frequentemente através de situações que os motivem a desenvolverem as habilidades necessárias. O presente trabalho tem como objetivo geral elaborar e propor Situações Didáticas Olímpicas (SDO) do conteúdo Sequências Numéricas, no contexto da OBMEP, com o *software* Geogebra como recurso auxiliar para o professor e para o aluno. Analisando as dissertações disponíveis no repositório do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), identificamos que não há uma discussão aprofundada acerca de metodologias de ensino específicas para os PO. Também percebemos que há uma reduzida quantidade de pesquisas que utilizam SDO. Sendo assim, utilizamos como metodologia de pesquisa as duas primeiras fases da Engenharia Didática (ED), a saber, análises preliminares e análise a priori em complementaridade com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) para elaborar dez SDO referentes ao conteúdo Sequências Numéricas utilizando as quatro fases da TSD, a saber, ação, formulação, validação e institucionalização e tendo como recurso tecnológico auxiliar o *software* Geogebra. As SDO são elaboradas previamente pelo professor, favorecendo a investigação e o desenvolvimento do pensamento intuitivo do estudante, de modo que o professor seja um mediador. Vislumbramos, com essa pesquisa, oferecer aos professores de Matemática do Ensino Médio uma alternativa de abordagem de PO em um ambiente onde se privilegie a participação ativa do educando na construção do seu conhecimento. As SDO elaboradas compõem um caderno de atividades, que constitui o produto educacional da pesquisa.

Palavras-Chave: OBMEP. Engenharia Didática. Teoria das Situações Didáticas. Sequências Numéricas. Geogebra.

ABSTRACT

The Mathematics Olympiads aim to improve the quality of mathematics teaching and present problems that require the student to have a lot of creativity, logical reasoning and interpretation skills. With the implementation of the Brazilian Mathematics Olympiad of Public Schools (OBMEP) in 2005, the dissemination of this kind of competition has increased considerably and, to encourage students, especially those who do not like or have difficulties in Mathematics, to study Olympic Problems, it is important that they often have access to these problems through situations that motivate them to develop the necessary skills. The present work has as general objective to structure and propose Olympic Didactic Situations (SDO) of the content Numerical Sequences, in the context of OBMEP, with Geogebra *software* as an auxiliary resource for the teacher and for the student. Analyzing the dissertations available in the repository of the Professional Master in Mathematics in National Network (PROFMAT) and in the Thesis and Dissertations Bank of the Coordination of Improvement of Higher Education Personnel (CAPES), we identified that there is no in-depth discussion about specific teaching methodologies for (POs). We also noticed that there is a small amount of research using SDO. Therefore, we used as a research methodology the first two phases of Didactic Engineering (ED), namely preliminary analyzes and a priori analysis in complementarity with the Theory of Educational Situations (TSD) to elaborate ten SDO referring to the content Number Sequences using the four stages of TSD, namely, action, formulation, validation and institutionalization and having as technological resource auxiliary Geogebra *software*. The SDOs are elaborated in advance by the teacher, favoring the investigation and development of intuitive thinking of the student, so that the teacher is a mediator. With this research, we aim to offer teachers of High School Mathematics an alternative approach to POs in an environment where the active participation of the student in the construction of his knowledge is privileged. The elaborated SDO compose a workbook, which is the educational product of the research.

Keywords: OBMEP. Didactic Engineering. Theory of Didactic Situations. Numerical Sequences. Geogebra.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CGEE	Centro de Gestão e Estudos Estratégicos
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CREDES	Coordenadorias Regionais de Desenvolvimento da Educação
ED	Engenharia Didática
ENCIMA	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
GEEM	Grupo de Estudos em Ensino de Matemática
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
MEC	Ministério da Educação
MCTIC	Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OMESP	Olimpíada de Matemática do Estado de São Paulo
OPM	Olimpíada Paulista de Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PA	Progressão Aritmética
PAPMEM	Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio
PE	Produto Educacional
PG	Progressão Geométrica
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PIC	Programa de Iniciação Científica Jr.
PICME	Programa de Iniciação Científica e Mestrado
PO	Problema Olímpico
POTI	Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
SD	Situação Didática
SDO	Situação Didática Olímpica
TICs	Tecnologias de Informação e Comunicação
TSD	Teoria das Situações Didáticas

UF	Unidade da Federação
UFC	Universidade Federal do Ceará

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem de Matemática têm sido discutidos em muitas pesquisas da Educação Matemática, assim como em reuniões escolares. Muitos docentes estão buscando novos itinerários de ensino que chamem a atenção do aluno para os conteúdos que estão sendo ministrados, a fim de que percebam a importância dessa disciplina para a sociedade. Muitos professores, gradativamente, têm tentado deixar o mecanicismo de lado, buscando permitir que o educando participe da construção do seu aprendizado de forma efetiva, através de metodologias em que ele seja protagonista e um agente questionador.

No entanto, mesmo com as constantes discussões e ações em busca de melhoria no ensino e aprendizagem de Matemática, a realidade do ensino atual dessa disciplina ainda se mostra muito aquém do desejado. As notas baixas são frequentes e a maioria dos alunos se sente desmotivada para estudar conteúdos inerentes à disciplina. A relação de muitos desses discentes com a Matemática é marcada por dificuldades e reprovações o que desencadeia um pessimismo, bem como desinteresse em estreitar a relação com a mesma. A desmotivação aliada às dificuldades que os alunos apresentam geram resultados preocupantes, que devem ser revertidos.

Considerando o contexto das Olimpíadas de Matemática, essa realidade não é diferente. A maioria dos alunos classifica os Problemas Olímpicos (PO) como muito difíceis e muitos relatam que os PO são mais complicados que as atividades feitas em sala de aula. A falta de acesso a problemas similares nas aulas de Matemática faz com que muitos estudantes não tenham ideia de como começar a resolvê-los em uma prova de olimpíada.

Nos casos em que os alunos têm acesso, muitos não conseguem compreendê-los, pois as metodologias utilizadas não favorecem a participação efetiva do educando na construção da solução dos problemas. Dessa forma, apenas aqueles alunos mais habilidosos em Matemática conseguem se sobressair às dificuldades e chegar a uma solução.

As Olimpíadas de Matemática visam melhorar a qualidade do ensino de Matemática e apresentam problemas que exigem do aluno muita criatividade, raciocínio lógico e capacidade de interpretação. Um dos fatores responsáveis pela sua divulgação foi a implantação da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), em 2005, pois esse fato proporcionou um avanço no número de participantes dessas competições. Com essa prova, a divulgação do tema se ampliou através de diversos meios de comunicação, inclusive propagandas criativas na televisão todos os anos.

Um dos conteúdos que sempre estão presentes nas OBMEP são as “Sequências Numéricas”. Na escola, geralmente, esse conteúdo é introduzido aos alunos no 1º ano do Ensino Médio, sendo resumido a Progressão Aritmética e a Progressão Geométrica onde se prevalece o ensino através de memorizações e repetições. Quando há contextualização desses problemas em livros didáticos, muitas vezes ocorre de uma forma sem sentido assim como explica o professor Elon Lages Lima (IMPA – PAPMEM, 2003).

Geralmente esse conteúdo é apresentado iniciando pela Progressão Aritmética, seguido de exemplos para aplicação de fórmulas. Logo depois, inicia-se o estudo de Progressão Geométrica, seguindo os mesmos passos. Nesse processo, o estudante memoriza fórmulas para resolver os problemas, muitas vezes, apenas seguindo os passos de um exemplo dado pelo professor, sem saber a justificativa para aquele resultado.

Destarte, vale lembrar que nas provas de Olimpíadas de Matemática é necessário que o aluno utilize sua capacidade de raciocínio lógico, de interpretação, formulação de conjecturas e argumentação para chegar à solução dos problemas propostos. Assim, acostumados a vivenciar um ambiente de ensino onde se privilegiam memorizações e repetições, a maioria dos alunos sente dificuldades em resolver tais problemas.

Dessa forma, destacamos a necessidade da busca de metodologias de ensino que possam contribuir para que ocorram mudanças nessa realidade. Ou seja, que se desenvolvam em sala de aula habilidades como investigação, criatividade, raciocínio lógico ágil, entre outras, essenciais na resolução de provas de Olimpíadas de Matemática.

Diante do exposto e considerando a temática pertinente ao ensino de Matemática, a presente pesquisa questiona: As dissertações relativas a Olimpíadas de Matemática estão discutindo o tema em uma perspectiva metodológica para o ensino? Essas dissertações utilizam SDOs, em particular no ensino de Sequências Numéricas? Como as SDOs, fundamentadas na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1982), auxiliada pelo software Geogebra podem contribuir para uma nova abordagem do ensino de Sequências Numéricas, no contexto olímpico?

Para identificar se há discussões nesse sentido em produções acadêmicas voltadas para esse contexto, analisamos as dissertações do repositório do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), considerando apenas trabalhos de 2013 até o ano de 2017. Identificamos também se há, nesses repositórios, pesquisas que utilizam Situações Didáticas Olímpicas, em particular no ensino de Sequências Numéricas. A seguir, elencamos alguns dos trabalhos mais relevantes.

Victor (2013) percebeu que até mesmo professores tinham bastante dificuldade na resolução de problemas de Olimpíadas de Matemática, principalmente aqueles presentes nas fases finais da competição e na sua pesquisa apresenta uma proposta para tentar reduzir a distância que existe entre a matemática nas Escolas Básicas e a Olimpíada de Matemática. Como forma de estimular professores e alunos, ele discute caminhos para chegar à resolução de alguns problemas. Nessas resoluções são feitos comentários sobre as estratégias e dificuldades que professores e/ou alunos podem apresentar.

Outro trabalho que aborda o tema em questão é a pesquisa de Américo (2013). O autor resolve dez questões de cada nível da OBMEP relacionadas ao tema Análise Combinatória e apresenta problemas olímpicos e sua resolução relacionados ao conteúdo Análise Combinatória, no entanto, não mostra caminhos que induzam o aluno a formular hipóteses e possa ativamente chegar à solução do problema.

Souza (2013), Silva (2013) e Carvalho (2013) também pesquisaram sobre Olimpíadas de Matemática. Souza (2013) resolve 15 questões de Aritmética e apresenta comentários em cada uma delas, evidenciando outras possibilidades para resolver a questão, Silva (2013) apresenta 30 questões referentes ao conteúdo Geometria e Carvalho (2013) enfoca o conteúdo Aritmética Modular.

Dentre os estudos analisados no período descrito, apenas em Oliveira (2016) há referência a uma metodologia de ensino voltada para Olimpíadas de Matemática. Na pesquisa, a TSD é a metodologia de ensino utilizada e é concebida a noção de "Situação Didática Olímpica (SDO)". Assim, foram descritas situações didáticas utilizando Problemas Olímpicos (PO), as "SDO", referentes a problemas do nível 3 da OBMEP. O conteúdo abordado foi Geometria Plana e as SDO foram elaboradas tendo o software Geogebra como recurso tecnológico auxiliar. As duas primeiras fases da Engenharia Didática constituíram o aporte metodológico da pesquisa.

Destacamos, além dos estudos mencionados, as recentes pesquisas de Andrade (2018) e Santos (2018) por utilizarem Situações Didáticas Olímpicas. A pesquisa de Andrade (2018) busca conhecer as concepções de professores em formação do curso de licenciatura da Universidade Federal do Ceará (UFC), que fazem parte do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) na área de Matemática, acerca de área de figuras planas. Nessa pesquisa, os professores em formação foram convidados a elaborar SDO, utilizando questões da OBMEP, imaginando as atitudes de alunos de Ensino Médio ao se depararem com problemas olímpicos. A autora concluiu que as SDO contribuíram para o amadurecimento dos professores em formação frente a situações que eles ou outros professores possam vivenciar.

Já a pesquisa de Santos (2018) apresenta uma Engenharia Didática (ED) que foi desenvolvida no contexto das Olimpíadas de Matemática. A autora utiliza o software Geogebra para modelizar SDO e, assim, identificar as categorias intuitivas de Efraim Fischbein. Conclui que as SDO são uma alternativa para aulas direcionadas a olimpíadas de Matemática, pois oferece a possibilidade de controlar/prever as ações dos alunos e proporcionar um sentido mais significativo no estudo da Geometria no contexto olímpico.

Diante do cenário descrito, elegemos como hipóteses que não há uma discussão aprofundada acerca de metodologias direcionadas a problemas olímpicos bem como, não há trabalhos voltados para SDO no ensino de Sequencias Numéricas. Além disso, acreditamos que a TSD, especificamente através das SDO, reúne em suas etapas uma possibilidade vantajosa para o ensino de Matemática, em particular, de problemas olímpicos e o Geogebra permite facilitar o processo de visualização de propriedades/características desses problemas, bem como o desenvolvimento do pensamento intuitivo do estudante.

Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo geral elaborar e propor Situações Didáticas Olímpicas (SDO) do conteúdo Sequências Numéricas com o software Geogebra como recurso auxiliar para o professor e para o aluno. Para alcançar tal objetivo, os seguintes objetivos específicos foram traçados:

- Destacar aspectos históricos e características das Olimpíadas de Matemática no Brasil;
- Refletir sobre o ensino de Sequências Numéricas;
- Descrever Situações Didáticas Olímpicas (SDOs) para o ensino de Sequências Numéricas;
- Utilizar o software Geogebra como ferramenta para estruturação das SDOs.
- Apresentar um Produto Educacional envolvendo dez SDOs.

Nessa perspectiva, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi utilizada em suas quatro fases, a saber: (i) ação; (ii) formulação; (iii) validação e (iv) institucionalização. Essa teoria foi desenvolvida por Guy Brousseau, segundo Almouloud (2007, p. 31) "no intuito de modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos" em sala de aula interligando professor, aluno e o conhecimento matemático. Ela reflete como o conteúdo matemático deve ser apresentado ao aluno e para isso desenvolve a ideia de situação didática. De acordo com Cavalcanti (2013, p. 5), "existirá uma situação didática sempre que for caracterizada uma intenção, do professor, de possibilitar ao aluno a aprendizagem de um determinado conteúdo".

Outro fator importante a ser considerado é a situação adidática, que segundo Almouloud (2007) é uma situação planejada pelo professor para que o aluno se aproprie de um novo saber, embora essa intenção de ensinar não seja conhecida pelo aprendiz. Em uma situação adidática, o aluno é o protagonista da construção do conhecimento a partir das atividades propostas pelo professor. O docente planeja a aula priorizando o protagonismo do seu aluno levando-o a fazer conjecturas, questionar, refletir e evoluir.

Partindo do conceito de uma SD e das ideias acerca de Situação Didática Olímpica difundidas pelo professor e pesquisador Régis Alves e seus orientandos, tais como Oliveira (2016) e Santos (2018), além de Andrade (2018), que se considera uma estudiosa de suas ideias, desenvolvemos situações de ensino nesses moldes e utilizaremos esse termo para denominá-las.

Assim, baseado nas pesquisas mencionadas, entendemos uma SDO como as relações estabelecidas (implícita ou explicitamente) entre um aluno (ou grupo de alunos) e o meio no qual ele está inserido (que compreende tudo que pode influenciar na apropriação do saber pelo educando), com uma participação mínima do professor, com vistas à apropriação de um determinado conhecimento pelos educandos, oriundos do contexto olímpico ou de ambientes de competição (ALVES, 2018). Vale destacar que toda SDO é uma SD, mas nem toda SD é uma SDO.

Como metodologia de pesquisa foi adotada a Engenharia Didática (ED), em suas duas primeiras fases. Essas fases correspondem a análises preliminares e concepção e análise a priori. Para efeito de informação, as duas fases posteriores são denominadas experimentação e análises a posteriori (validação).

Sendo assim, nossa pesquisa está organizada em capítulos. No primeiro, fizemos uma introdução ao estudo destacando a justificativa e a problemática, trazendo uma abordagem acerca do ensino de Matemática atual, especificamente em relação às Olimpíadas de Matemática e o conteúdo "Sequências Numéricas". Introduzimos, também, as ideias de PO e SDO, que são utilizadas na pesquisa e falamos brevemente sobre o software Geogebra que foi utilizado como instrumento auxiliar na descrição das SDO. Além disso, são apresentados alguns questionamentos para serem discutidos no decorrer da pesquisa, bem como suas hipóteses. O objetivo geral e os específicos são delineados e comentamos brevemente acerca das metodologias de pesquisa e ensino utilizadas.

O segundo capítulo refere-se a um breve histórico das Olimpíadas de Matemática no Brasil, trazendo os objetivos dessas competições, que além de premiar os alunos com maiores notas, estimula a melhoria no ensino de Matemática. É dado um enfoque à OBMEP, visto que ela representa uma das maiores competições de Matemática mundiais, em número de participantes e por compreender que ela tem um papel importante na divulgação das Olimpíadas no Brasil e no ensino de Matemática, sendo, portanto, o foco das Situações Didáticas Olímpicas desse estudo. Também foram destacadas algumas informações como regulamento e premiação da referida olimpíada.

O terceiro capítulo aborda as metodologias de pesquisa e de ensino que serão utilizadas nesse trabalho, a saber, respectivamente, Engenharia Didática (ED) e Teoria das Situações Didáticas (TSD). É feita uma discussão acerca dessas metodologias, destacando as características de suas fases/etapas, além de fazermos uma breve discussão sobre contrato didático.

O quarto capítulo trata da primeira fase da Engenharia Didática, a análise preliminar, onde é feita a identificação dos problemas e o levantamento de dados necessários à pesquisa. Assim, foi feita a análise de dissertações do PROFMAT e do banco de teses e dissertações da CAPES, em busca de informação da existência/inexistência de metodologias utilizadas na preparação de alunos para Olimpíadas. Além disso, buscamos identificar se nesses trabalhos havia o uso de SDOs, especificamente no ensino de Sequências Numéricas. Também foram feitas reflexões acerca do ensino atual de Sequências Numéricas articulando com alguns direcionamentos dos PCN e com o pensamento de alguns autores. Apresentamos as definições de Sequência, Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, bem como tratamos da possibilidade de recursos tecnológicos nesse contexto, dando ênfase ao software Geogebra nos baseando no que prevê documentos como PCN e Orientações Curriculares para o Ensino Médio.

No quinto capítulo, é realizada a segunda fase da ED, Concepção e Análise a Priori. A partir da concepção de SDO mencionada inicialmente por Oliveira (2016), e desenvolvida por outros autores como Andrade (2018) e Santos (2018) tendo como precursor o professor e pesquisador Régis Alves, são definidos o que entendemos por Problema Olímpico e Situação Didática Olímpica, baseado nessas concepções. Também nessa fase da Engenharia Didática são concebidas/elaboradas dez “Situações Didáticas Olímpicas” utilizando as quatro fases da Teoria das Situações Didáticas. Como recurso tecnológico utilizamos o software Geogebra para facilitar o processo de visualização de características inerentes aos problemas e com a intenção de propor situações onde o educando desenvolva seu pensamento intuitivo e tenha a oportunidade de visualizar características/propriedades dos problemas de forma mais dinâmica. Essas SDOs constituirão o Produto Educacional da pesquisa.

No sexto capítulo, fizemos uma reflexão sobre Validação de uma Engenharia Didática, destacando elementos característicos de uma validação interna e de uma validação externa, assim como previsões acerca da validação da Engenharia Didática proposta.

No sétimo capítulo são tecidas as considerações finais da pesquisa, destacando seus pontos principais.

Finalmente, no Apêndice A fizemos considerações acerca de Produto Educacional (PE), a apresentação e o PE do presente trabalho que se constitui em um caderno de atividades composto das SDOs elaboradas.

Seguindo esse itinerário, apresentamos no capítulo a seguir um breve histórico das olimpíadas de Matemática no Brasil, destacando seus objetivos, aspectos inerentes ao regulamento, premiações e importância para a sociedade. Foi dada uma ênfase à OBMEP, já que na presente pesquisa os problemas utilizados foram originados nessa olimpíada.

2 SOBRE O CONTEXTO DAS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

Neste capítulo apresentamos um breve histórico das Olimpíadas de Matemática no Brasil. Em particular, abordamos a origem e informações da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), visto que ela é considerada uma das maiores do mundo em número de participantes e por representar uma das mais importantes e conhecidas competições olímpicas mundiais.

2.1 Olimpíadas de Matemática: algumas concepções iniciais

O termo Olimpíada nos faz lembrar as competições esportivas que ocorrem periodicamente e que fascinam os apaixonados por esportes. As Olimpíadas de Matemática são competições entre estudantes sobre conhecimentos matemáticos, que medem o nível intelectual sobre determinados conteúdos.

Nessa linha de pensamento, Bagatini (2010, p. 12) afirma que uma olimpíada de Matemática "na verdade, é uma disputa de caráter intelectual entre jovens em que as forças resumem-se em inteligência, criatividade, imaginação e disciplina mental".

Segundo Maciel e Basso (2009) no século XVI já havia desafios em que matemáticos experientes empenhavam dinheiro, sua reputação e até suas cátedras em universidades italianas. Vale destacar que um matemático com cátedra em uma universidade possuía reconhecimento e uma boa condição econômica, segundo os autores.

Ainda segundo Maciel e Basso (2009), matemáticos menos experientes buscavam ser conhecidos e ter poder desafiando os matemáticos já respeitados para "duelos", onde cada competidor propunha trinta problemas e vencia quem resolvesse a maior quantidade proposta pelo seu oponente.

Martins (2015) afirma que os matemáticos chegavam a se reunir em praça pública para a realização das disputas, onde eram resolvidas equações inéditas diante de diversas pessoas. Destarte, esses estudantes buscam demonstrar suas habilidades nesses conteúdos e, como nas competições esportivas, os que apresentam melhores resultados são recompensados.

Assim como nos esportes, a recompensa para vencedores de olimpíadas de Matemática pode ser medalhas de ouro, prata ou bronze, além de reconhecimento. Os competidores que obtiverem destaque também podem ser agraciados com menções honrosas ou bolsas de estudos. Para chegar a um resultado vitorioso é importante que os competidores se preparem, conhecendo e resolvendo problemas e se familiarizando com o modelo de situações-problema existente nessas provas.

O foco dos problemas olímpicos é que o estudante tenha capacidade de criar, interpretar e utilizar sua habilidade de raciocínio lógico. Assim, segundo Bersch (2015 *apud* MARTINS, 2015) nessas competições nem sempre é necessário que o aluno tenha conhecimento aprofundado sobre os diversos conteúdos matemáticos, mas que saiba utilizar sua criatividade e que tenha um raciocínio ágil, sendo necessário, principalmente nas áreas de Álgebra, Combinatória, Geometria e Teoria dos Números.

No entanto, devido a pouca familiaridade e falta de interesse que a maioria dos estudantes tem em relação a problemas de Olimpíadas de Matemática ainda há certo receio por parte desses alunos em relação a problemas dessa natureza. A seguir, tecemos algumas considerações acerca do histórico dessas competições no Brasil.

2.2 As Olimpíadas de Matemática no Brasil: Aspectos Históricos

Segundo Alves (2010), a Olimpíada de Matemática do Estado de São Paulo (OMESP), primeira Olimpíada de Matemática nacional, surgiu com o Movimento da Matemática Moderna, no estado de São Paulo, em 1967. Burigo (1989, p. 159) considera que a realização dessa olimpíada foi uma iniciativa de “divulgação da Matemática Moderna em São Paulo realizada nesse período, com o sentido da valorização do ensino de Matemática e do trabalho de renovação desenvolvido em várias escolas”. Segundo a autora as duas edições que aconteceram foram coordenadas pelo Grupo de Estudos em Ensino de Matemática (GEEM). A segunda edição ocorreu em 1969 e somando-se a quantidade de participantes resulta em cerca de 500000 (quinhentas mil) pessoas.

Em 1977, foi realizada a Olimpíada Paulista de Matemática (OPM) e dois anos depois aconteceu a 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), organizada pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Desde a sua primeira edição, a OBM vem sofrendo alterações em seu formato, porém mantendo a sua ideia central de “estimular o estudo da Matemática pelos alunos, de desenvolver e aperfeiçoar a capacitação dos professores, de influenciar na melhoria do ensino, além de descobrir jovens talentos” (ALVES, 2010, p. 38).

As alterações que aconteceram até a última edição serão listadas a seguir, segundo as informações fornecidas pelo *site*[1] da OBM (2017).

- 1991- a OBM possuía dois níveis: Júnior para estudantes de até 15 anos completos naquele ano e Sênior para estudantes cursando o ensino médio;
- 1992 – a OBM possuía duas fases: a primeira fase continha 25 questões objetivas e a segunda fase era realizada em dois dias com três questões subjetivas para cada dia. Nesse ano o nível Júnior passa a ser apenas para estudantes do ensino fundamental;
- 1993 – a segunda fase do Nível Júnior volta a ser em um dia com cinco problemas;
- 1995 – o nível Júnior volta a ser aplicável para estudantes de até 15 anos;
- 1998 – a OBM passa a possuir três níveis e três fases sendo:
  - Nível 1 – para estudantes de 5ª e 6ª série;
  - Nível 2 – para estudantes de 7ª e 8ª série;
  - Nível 3 – para estudantes do Ensino Médio;
  - Primeira e segunda fases realizadas nas escolas cadastradas;
  - Primeira fase com vinte ou vinte e cinco questões de múltipla escolha;
  - Segunda fase com seis questões subjetivas;
  - Terceira fase com cinco questões para os níveis I e II e seis questões para o nível III em dois dias;
- 1999 – as provas do Nível II da fase final passam a ser realizadas em dois dias;
- 2001 – foi criado o Nível Universitário em duas fases;
- 2017 – a OBM se integra à OBMEP e realiza apenas a Fase Única para os níveis 1, 2 e 3.

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é uma das mais importantes Olimpíadas de Matemática mundiais e será discutida na próxima seção.

2.2.1 Aspectos Históricos e Características da OBMEP

A Matemática está presente em diversas situações do cotidiano, por isso é essencial compreendê-la e saber aplicá-la quando necessário. Situações como medir o comprimento de um objeto, fazer as contas das compras do mês ou calcular os juros de um empréstimo pedem que se tenha um conhecimento mínimo de Matemática. No entanto, ainda

[1] Informações disponíveis em < http://www.obm.org.br/quem-somos/historico/>. Acesso em 20 jan. 2017.

há muita aversão a essa disciplina nas escolas. Muitos discentes não a compreendem e como consequência muitas reprovações acontecem.

Assim, a busca por novos itinerários para o ensino de Matemática tem aumentado, com o objetivo de melhorar sua qualidade e de tornar o aluno mais participativo e capaz de interpretar, argumentar e ser um protagonista no ensino e na aprendizagem dessa disciplina. Dentre as iniciativas de promover o ensino da referida disciplina, a OBMEP foi criada com o intuito de aproximar a Matemática da realidade do aluno e de incentivar estudantes na busca de novos conhecimentos.

Promovida desde 2005 pelo Ministério da Educação (MEC) e pelo Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC) e realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), a OBMEP tem entre seus objetivos: estimular o estudo da Matemática e revelar talentos na área (OBMEP, 2017). Uma novidade no ano de 2017 é que as escolas privadas de todo o Brasil também foram convidadas a participar dessa olimpíada. A inscrição dos alunos para essa prova é feita pela escola através do preenchimento de uma ficha de inscrição no site da referida olimpíada.

As provas da OBMEP são divididas em três níveis. Os alunos do 6º e 7º ano do ensino fundamental fazem a prova do nível 1, a do nível 2 é direcionada para os alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental e a prova de nível 3 é feita pelos alunos do Ensino Médio. As referidas provas são realizadas em duas etapas. Na primeira fase é aplicada uma prova objetiva (questões de múltipla escolha), com vinte questões, diferenciada por cada nível. Já na segunda fase, é aplicada uma prova com seis questões discursivas para cerca de 5% dos alunos de cada nível, em cada escola, referentes às maiores notas na primeira fase.

Na última etapa, os alunos, professores e escolas que apresentaram um bom desempenho na prova são premiados. Dentre os prêmios oferecidos, podemos citar: medalhas, certificados de menção honrosa, bolsas de Iniciação Científica Jr. e de mestrado para alunos, participação no programa OBMEP na Escola, diploma de homenagem e um livro de apoio à formação matemática para os professores e kits de material didático e troféus para as escolas. Detalharemos sobre as premiações e programas oferecidos pela OBMEP em 2.2.2.

A tabela 1 retrata a quantidade de alunos, escolas e municípios participantes das primeira e segunda fases da OBMEP desde 2005, ano de sua implementação até a última edição, em 2018.

Tabela 1 - Participação de escolas, alunos e municípios na OBMEP de 2005 a 2018

Ano	Escolas (1ª Fase/2ª Fase)	Alunos (1ª Fase/2ª Fase)	Municípios (1ª Fase/2ª Fase)
2005	31.031 / 29.074	10.520.831 / 457.725	93,5% / 91,9%
2006	32.655 / 29.661	14.181.705 / 630.864	94,5% / 92,4%
2007	38.450 / 35.483	17.341.732 / 780.333	98,1% / 96,9%
2008	40.397 / 35.913	18.326.029 / 789.998	98,7% / 96,9%
2009	43.854 / 39.387	19.198.710 / 841.139	99,1% / 98,1%
2010	44.717 / 39.929	19.665.928 / 863.000	99,16% / 98,3%
2011	44.691 / 39.935	18.720.068 / 818.566	98,9% / 98,1%
2012	46.728 / 40.770	19.166.371 / 823.871	99,42% / 98,5%
2013	47.144 / 42.480	18.762.859 / 954.926	99,35% / 98,83%
2014	46.711 / 41.302	18.192.526 / 907.446	99,41% / 99,41%
2015	47.580 / 42.316	17.972.333 / 889.018	99,48% / 97,62%
2016	47.474 / 43.232	17.839.424 / 913.889	99,59% / 99,05%
2017	53.231/ 49.617	18.240.497/ 941.630	99,57%/ 99,23%
2018	54.498 / 50.183	18.237.996 / 952.782	99,44% / 98,89 %

Fonte: Elaboração dos autores com dados **do site** da OBMEP (2018).

Analisando a tabela, podemos verificar que, com o passar dos anos, a tendência foi de crescimento do número de escolas, alunos e municípios participantes. Apenas entre os anos de 2010 e 2011, 2013 e 2014, 2015 e 2016, 2017 e 2018 houve uma leve redução em algumas dessas quantidades.

Em 2018 o número de inscritos na primeira fase da OBMEP foi 18.237.996 estudantes, 54.498 escolas, o que corresponde a 99,44% dos municípios brasileiros. Podemos perceber através desses números a abrangência que essa olimpíada tem nas escolas brasileiras. Segundo Alves (2010), a OBMEP é considerada o maior concurso realizado para alunos de escolas públicas em todo o país, sendo o número de participantes maior do que em outras provas brasileiras e mundiais como Fuvest, Enem, Saresp, Prova Brasil, OBM, Concurso Canguru sem fronteiras, dentre outras.

De acordo com Schirlo e Mezza (2013, p.5),

> é relevante apontar que a OBMEP, como projeto de política pública, foi apresentada à comunidade escolar e à sociedade brasileira como um projeto de inclusão social e científica inspirado no Projeto NUMERATIZAR do estado do Ceará, que visava o desenvolvimento de estratégias que possibilitassem melhorar a qualidade do Ensino de Matemática na Educação Básica [...].

Esse projeto tinha o mesmo formato de uma Olimpíada e os participantes eram alunos do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio de escolas públicas do Ceará. Segundo dados do Relatório da I Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas do Ceará (CEARÁ, 2003) a prova do ensino fundamental foi aplicada nos municípios de Crateús, Fortaleza, Jaguaribara, Juazeiro do Norte, Mauriti, Piquet Carneiro, Quixeramobim, Sobral, Solonópole, Tauá e Viçosa, sendo 321 escolas escolhidas pelas respectivas Secretarias Municipais. Já "a prova do ensino médio foi aplicada em 326 escolas que aderiram ao projeto através de consultas dos CREDES, aos quais estão ligadas. Tais escolas estão localizadas em 135 municípios" (CEARÁ, 2003, p. 11-12).

O projeto Numeratizar desenvolvido com a supervisão do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC) foi "um projeto que, sob uma política pública de inclusão social, tinha como objetivo a melhoria do ensino das escolas públicas cearenses, a descoberta de novos talentos e o incentivo do estudo da matemática" (BAGATINI, 2010, p. 21) e foi o inspirador da OBMEP.

Na primeira edição da referida olimpíada, a estratégia de divulgação da prova foi muito eficiente e obteve, de acordo com o seu *site*[2], a inscrição de 10.520.831 alunos, 30.031 escolas, o que contemplava 93,5% dos municípios brasileiros. Com esse fato, o Brasil foi considerado um recordista mundial em número de participantes em competições de Matemática.

Segundo o Centro de Gestão e Estudos Estratégicos (CGEE, 2011), que avaliou os impactos da OBMEP após cinco anos de implantada, essa olimpíada é uma política pública reconhecida mundialmente, bem como "uma das maiores iniciativas governamentais voltadas ao processo de ensino aprendizagem em Matemática, visando melhorar a motivação, o interesse e o desempenho dos alunos das escolas públicas brasileiras".

Nesse sentido, Fonsêca, Ulisses e Oliveira (2015, p.66) acreditam que a OBMEP provoca naturalmente a valorização do aluno, que vislumbra novas oportunidades ao ser premiado em nível nacional.

De acordo com o regulamento no *site*[3] da OBMEP 2017, seus objetivos são:

> - Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil;
> - Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que o maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade.

[2] Informações obtidas em < http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm>. Acesso em 15 jun. 2017.
[3] Informações obtidas em < http://www.obmep.org.br/regulamento.htm>. Acesso em 15 jun. 2017.

- Promover a difusão da cultura matemática;
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas;
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, com os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento (OBMEP, 2017, regulamento).

Observando os objetivos da OBMEP e a quantidade de alunos que ela abrange nota-se a importância que ela tem a nível social e de melhoria da qualidade do ensino de Matemática gerando um impacto na vida de muitos estudantes. Além das premiações que oferece aos que apresentam os melhores resultados, essa olimpíada incentiva estudantes a se interessarem pela Matemática e a buscarem novos conhecimentos.

Sendo assim, é importante que os alunos se engajem e se preparem para essa olimpíada, visando não só a premiação, mas aumentar seu conhecimento. Martins (2015) cita que as olimpíadas de Matemática oferecem a alunos da educação básica uma forma diferenciada de melhorar o seu rendimento escolar, além de aprofundar-se em um assunto de seu interesse, conhecer pessoas de diferentes países, concorrer a bolsas de estudos e representar o país em competições do exterior. Essas são algumas oportunidades que devem ser incentivadas constantemente a fim de que os educandos se interessem em participar dessas competições.

Na seção seguinte, são apresentadas as premiações e os programas oferecidos a participantes que obtêm os melhores resultados na referida olimpíada.

2.2.2 Premiação e Programas

Aos alunos com melhores resultados, a OBMEP concede medalhas de ouro, prata e bronze, certificados de menções honrosas, bolsas de Iniciação Científica Jr. e de mestrado, além de premiar professores, escolas e Secretarias de Educação que se destacam.

Para os alunos de escola pública, de acordo com regulamento da OBMEP 2017, a premiação acontece da seguinte forma:

Medalhas de Ouro – São concedidas duzentas medalhas de ouro a alunos de Escolas Públicas que obtiverem as maiores notas na prova da Segunda Fase nos níveis 1 e 2 e, no nível 3, são concedidas medalhas de ouro aos cem alunos de Escolas Públicas que obtiverem as maiores notas na segunda fase no seu nível. Dentre estes alunos premiados, nos níveis 1 e 2 são concedidas, no máximo, quarenta medalhas de ouro a alunos de escolas públicas seletivas[4] de cada nível e, no máximo, cinquenta medalhas de ouro a alunos de escolas públicas seletivas do nível 3.

Medalhas de Prata - Em cada um dos três níveis são concedidas medalhas de prata aos quinhentos alunos de Escolas Públicas que obtiverem as maiores notas na prova da segunda fase, excluídas as notas dos alunos premiados com medalhas de ouro. Dentre estes premiados, a quantidade de alunos de escolas públicas seletivas que podem alcançar essa premiação é: nos níveis 1 e 2, no máximo cem alunos de e, no nível 3, no máximo duzentos e cinquenta alunos.

Medalhas de Bronze – Excluídas as notas dos alunos premiados com medalhas de ouro e prata, as melhores notas de alunos de escolas não seletivas em sua respectiva Unidade da Federação (UF), sendo oitocentos e dez premiados do nível 1 (trinta de cada UF) , quinhentos e quarenta do nível 2 (vinte de cada UF) e duzentos e setenta do nível 3 (dez de cada UF), totalizando mil seiscentos e vinte alunos premiados nesse caso. Novamente, sendo excluídas as notas dos alunos premiados com medalhas de ouro e prata e as notas dos alunos mencionados anteriormente, são premiados mil, cento e oitenta alunos do nível 1, novecentos alunos do nível 2 e oitocentos alunos do nível 3. Para os alunos de escolas públicas seletivas, são destinadas nos níveis 1 e 2, no máximo, cento e cinquenta medalhas de bronze e, no nível 3, trezentas e cinquenta medalhas de bronze a alunos de escolas públicas seletivas.

Certificados de Menção Honrosa - Excluídas as notas dos alunos premiados com medalhas, aos alunos de escolas não seletivas com melhores notas são concedidos até dezesseis mil e duzentos certificados, sendo até duzentos premiados em cada um dos três níveis em sua respectiva UF. Em seguida, excluídas as notas dos alunos premiados com medalha e excluídos os alunos citados anteriormente, os alunos com melhores notas de todas as escolas - até trinta mil certificados, sendo até dez mil alunos em cada nível.

Os alunos de escolas privadas também são premiados, ocorrendo da seguinte forma: setenta e cinco medalhas de ouro, duzentas e vinte e cinco medalhas de prata, seiscentas e setenta e cinco medalhas de bronze, e até cinco mil e setecentos certificados de menção honrosa (OBMEP, 2017).

Medalhas de Ouro: São concedidas medalhas de ouro aos vinte e cinco alunos com melhores notas em cada nível, totalizando setenta e cinco medalhas;

[4] São denominadas Escolas Públicas seletivas as escolas que ao admitir um aluno consideram um processo de seleção através de provas ou concursos, em qualquer nível e/ou dão prioridade de acesso a categorias profissionais como filhos de militares ou de funcionários públicos (OBMEP, 2017, regulamento).

Medalhas de Prata: São concedidas setenta e cinco medalhas de prata aos alunos com melhores notas em cada nível, desconsiderando os medalhistas de ouro, totalizando duzentas e vinte e cinco medalhas.

Medalhas de Bronze: Excluídos os medalhistas de ouro e prata, são concedidas medalhas de bronze aos duzentos e vinte e cinco alunos que obtiverem as maiores notas em cada nível, totalizando seiscentas e setenta e cinco medalhas.

Certificados de Menção Honrosa: excluídos os medalhistas de ouro, prata e bronze são concedidos um mil e novecentos certificados de Menção Honrosa aos alunos que obtiverem as maiores notas em cada nível, totalizando até cinco mil e setecentos premiados.

De acordo com o *site* da OBMEP 2017, serão premiados até 969 professores de dos alunos de Escolas Públicas e Privadas. Mas, para que os professores concorram aos prêmios é necessário que as escolas participantes os indiquem no sistema disponível na página da OBMEP, no devido período. Os professores somarão pontos de acordo com a quantidade de alunos premiados. Os prêmios oferecidos aos professores são participação no programa OBMEP na Escola, diploma de homenagem e um livro de apoio à formação matemática.

As escolas que conseguem melhor desempenho são premiadas com kits de material didático ou troféus de acordo com a quantidade e o tipo de prêmio que seus alunos conseguem obter.

Também são premiadas as Secretarias de Educação Municipais de acordo com o desempenho de suas respectivas Escolas Públicas na segunda fase da OBMEP. Os prêmios concedidos são troféus.

Além da avaliação propriamente dita, a OBMEP desenvolve programas direcionados a professores e alunos, tais como Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC), Portal da Matemática, Banco de Questões e Provas Antigas, Portal Clubes de Matemática, Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI), Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME) e Programa OBMEP na escola. A seguir, será feito um breve resumo de cada um desses programas.

Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC): Esse programa é destinado a alunos premiados na OBMEP, sendo realizado por meio de uma rede nacional de professores em polos espalhados pelo país, e também no fórum virtual. Alguns de seus objetivos são “despertar nos alunos o gosto pela matemática e pela ciência em geral e motivá-los na escolha profissional pelas carreiras científicas e tecnológicas” (OBMEP, 2017).

A página do PIC e o material preparado para o programa estão disponíveis no endereço virtual: www.obmep.org.br/pic.htm. São premiados seis mil e quinhentos alunos medalhistas de ouro, prata e bronze matriculados em escolas públicas. A premiação inclui o recebimento de uma bolsa de Iniciação Científica Jr. do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Em relação às escolas privadas, são premiados os novecentos e setenta e cinco alunos agraciados na OBMEP com medalhas de ouro, prata ou bronze e que estiverem cursando o Ensino Fundamental ou Médio no ano posterior, com a oportunidade de participar desse programa como ouvintes.

Portal da Matemática: Nesse portal estão disponíveis materiais de apoio, como aplicativos e videoaulas referentes ao currículo de Matemática do sexto ano do Ensino Fundamental ao terceiro ano do Ensino Médio, para professores alunos e público em geral. O endereço da página virtual é: http://matematica.obmep.org.br.

Banco de Questões: Apresenta na página http://www.obmep.org.br/banco.htm um banco de questões similares aos problemas das provas da OBMEP, divididos por níveis e por assuntos.

Provas Antigas: São disponibilizadas no endereço virtual http://www.obmep.org.br/provas.htm as provas e suas respectivas soluções, inclusive a partir da edição de 2011, em vídeos, de todas as edições da OBMEP.

Portal Clubes de Matemática: Direcionado a professores e alunos, proporciona a estudantes de todo o país a possibilidade de formarem grupos de estudos em fóruns, podendo também participar de gincanas e competições nacionais. Além disso, toda semana é disponibilizado um desafio no blog http://clubes.obmep.org.br.

Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI): Esse programa é destinado a alunos que querem se preparar para as provas da OBMEP e da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), e que estejam matriculados no oitavo ou no nono ano do Ensino Fundamental ou em qualquer uma das séries do Ensino Médio.

Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME): Através de uma parceria com o CNPq (Iniciação Científica) e com a CAPES (Mestrado), estudantes universitários que foram medalhistas da OBMEP ou da OBM têm a oportunidade de realizar estudos avançados em Matemática simultaneamente à sua graduação.

Programa OBMEP na escola: O programa tem o apoio da CAPES. É voltado para os professores de Matemática das escolas públicas e licenciandos em Matemática, com o objetivo de contribuir para a formação destes, através do estímulo ao estudo de novas práticas de sala de aula e estudos mais aprofundados.

Bolsa Instituto TIM – OBMEP: Esse programa iniciou-se em 2015 e é uma iniciativa do Instituto TIM, em parceria com o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e com a OBMEP. Através dele, medalhistas de qualquer edição da OBMEP são apoiados financeiramente ao ingressarem em Universidades Públicas (Federais ou Estaduais). Desde 2015, foram oferecidas anualmente 50 bolsas no valor de 1200 reais, com duração de 12 meses, podendo ser renovadas anualmente até o limite de 48 meses.

Diante das discussões apresentadas podemos perceber a importância das olimpíadas de Matemática para o aprimoramento dos conhecimentos dos discentes nessa disciplina. A partir da inserção de problemas dessa natureza em sala de aula, busca-se desenvolver habilidades onde o educando possa buscar a solução de um problema de forma autônoma, utilizando seus conhecimentos prévios. Para isso, apresentamos uma proposta utilizando como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática e como metodologia de ensino a Teoria das Situações Didáticas, que serão discutidas no capítulo a seguir.

3 ENGENHARIA DIDÁTICA E A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Nesse capítulo serão enfocadas as metodologias de pesquisa e de ensino que estruturou o presente estudo. Trata-se, respectivamente, da Engenharia Didática e da Teoria das Situações Didáticas. Serão apresentadas as etapas e discussões referentes às mesmas. No presente trabalho, apenas as duas primeiras fases da Engenharia Didática foram utilizadas, visto que foi feita uma proposta metodológica, mas não foi aplicada.

3.1 Elementos de uma Engenharia Didática

O presente estudo tem a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Desenvolvida pela pesquisadora e educadora Michèle Artigue na década de 80, trata-se de uma metodologia com etapas que se assemelham ao trabalho de um engenheiro, no sentido de que, segundo Artigue (1995), assim como o engenheiro, para a realização de um projeto, o professor necessita ter domínio de um conjunto de conhecimentos científicos e deve aceitar submeter-se a um controle do tipo científico. No entanto, deve ir prevendo as possíveis dificuldades e soluções para os problemas encontrados, até a aplicação da sequência didática.

Dessa forma, o professor deve planejar todas as etapas da pesquisa e estar munido dos conhecimentos teóricos necessários, mas também deve estar preparado para possíveis ajustes que devam ocorrer na aplicação da sequência/situação didática elaborada. Executar uma aula com o aporte metodológico da Engenharia Didática é realizá-la como uma investigação, em que os saberes trabalhados possam ser colocados em discussão. O professor busca refletir e ressignificar a sua prática pedagógica com vistas a encontrar o melhor caminho para que o aluno consiga ter êxito na aprendizagem. Nesse sentido, Pommer (2013, p. 20) afirma:

> A função da metodologia é mostrar como trilhar no 'caminho das pedras' para a investigação de uma pesquisa ou para a prática de sala de aula, com a pretensão de ajudar o pesquisador/professor a refletir e instigar um novo olhar sobre o mundo, um olhar que seja organizador, dedutivo, curioso, indagador e criativo.

Seguindo esse pensamento, Fantinelli (2010, p. 14) destaca que a Engenharia Didática "se caracteriza como uma forma particular de organizar os procedimentos de pesquisas desenvolvidas no contexto de sala de aula, onde articula a construção do saber a uma prática reflexiva investigativa diante de uma sequência didática experimental".

Com essa metodologia, o professor tem a oportunidade de refletir sobre suas ações em sala de aula, além de buscar compreender os fatores que contribuem para as dificuldades apresentadas pelos seus alunos em relação aos conteúdos. Sendo assim, o professor elabora e propõe atividades/sequências didáticas visando que o aluno consiga por si próprio chegar à conclusão dos problemas a serem resolvidos.

Artigue (1995, p.36) destaca que enquanto metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática "é caracterizada, em primeiro lugar por um esquema experimental baseado nas 'realizações didáticas em sala' de aula, ou seja, na concepção, realização, observação e análise de sequências didáticas". No presente trabalho ela será concebida como metodologia de pesquisa, considerando suas etapas e características. No entanto, todas as etapas não serão utilizadas, pois apenas as duas primeiras, a saber, análises preliminares e análise a priori já atendem ao objetivo proposto.

Segundo Pommer (2013, p. 26),

> A contribuição da Engenharia Didática para a sala de aula, como campo metodológico, diz respeito à possibilidade de prover a fundamentação teórica para que o professor conheça o significado e amplie o leque de opções, formando elo de ligação entre a teoria e a prática de sala de aula.

Almouloud e Coutinho (2008) afirmam que a Engenharia Didática também pode ser caracterizada como experimental, pois a validação ocorre com a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Os autores ainda afirmam que "tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste" (p.66).

Complementando as ideias dos autores supracitados, Carneiro (2005, p. 89-90), afirma:

> A origem desta teoria está na preocupação com uma certa "ideologia da inovação" presente no domínio educativo, que abre caminho para qualquer tipo de experiência na sala de aula, descolada de fundamentação científica. Ao mesmo tempo, está relacionada com o movimento de valorização do saber prático do professor, com a consciência de que as teorias desenvolvidas fora da sala de aula são insuficientes para captar a complexidade do sistema e para, de alguma forma, influir na transformação das tradições de ensino. Nesta perspectiva, a questão consiste em afirmar a possibilidade de agir de forma racional, com base em conhecimentos matemáticos e didáticos, destacando a importância da *realização didática* na sala de aula como prática de investigação.

É importante frisar que no planejamento de uma aula, em particular de preparação para Olimpíada de Matemática deve ser considerada a participação efetiva do aluno, que as aulas não sejam apenas para copiar problemas e resolvê-los, mas que os alunos possam se sentir participantes do processo, formulando conjecturas, questionamentos e solucionando-os.

Quando não conseguir fazê-lo, o professor sinalizará os próximos passos a fim de que eles cheguem a uma solução.

Nesse contexto, enfatiza-se a importância da busca por uma metodologia que se adeque aos objetivos a serem alcançados. Em particular, na preparação para Olimpíadas de Matemática espera-se que o aluno seja um investigador, que através de suas próprias conjecturas e de seu desempenho, ele faça suas descobertas e o professor seja um mediador, traçando estratégias e possibilitando que ele chegue à solução do problema.

Convém ressaltar, dessa forma, a importância da Engenharia Didática no contexto das Olimpíadas de Matemática, visto que tal metodologia pode proporcionar ao aluno a oportunidade de se perceber como protagonista do processo de ensino e aprendizagem e o professor, um mediador, que elabora situações didáticas considerando os conhecimentos prévios do estudante e criando meios para que aprendizagem realmente aconteça.

A referida metodologia tem um grande destaque nas pesquisas de Educação Matemática e é dividida em fases, que serão apresentadas e discutidas a seguir.

3.1.1 Fases da Engenharia Didática

A Engenharia Didática é dividida em quatro fases, quais sejam, Análises Preliminares (Prévias), Análise a Priori, Experimentação e a Análise a Posteriori (Validação). Serão discutidas a seguir características de cada uma dessas etapas.

Análises Preliminares (Prévias) – Nessa fase deve ser feito um levantamento de dados acerca dos obstáculos/entraves do ensino e aprendizagem de Matemática. Além disso, os questionamentos, hipóteses e os aspectos teórico e metodológicos da pesquisa são traçados, segundo Almouloud (2007). O autor ainda destaca que deve ser feito um estudo da organização matemática e análise da organização didática do objeto matemático escolhido.

Essas duas vertentes podem comportar, segundo o autor:

> Estudar a gênese histórica do saber em estudo e suas manifestações antigas ou contemporâneas, suas funcionalidades na matemática e os obstáculos epistemológicos relativos ao conceito; analisar o ensino usual e seus efeitos; analisar as condições e fatores de que depende a construção didática efetiva das situações de ensino; considerar os objetivos específicos da pesquisa; fazer uma análise das propostas curriculares e dos PCNs; analisar livros didáticos; levantar referências bibliográficas sobre os fatores que interferem nos processos de ensino e de aprendizagem do objeto em questão (artigos, livros, revistas, dissertações, teses etc.) (ALMOULOUD, 2007, p. 172-173).

Carneiro (2005) afirma que essa análise inicial é feita para que seja proposta uma intervenção e, com isso, a sala de aula usual seja modificada. A partir das análises feitas nessa etapa, tais como dos problemas encontrados no ensino atual, de como o aluno se apropria do conhecimento e das dificuldades que ele enfrenta nesse processo, é feita uma reflexão sobre os entraves que estão ocorrendo. É o ponto de partida para determinar condições favoráveis a um processo de ensino e aprendizagem mais satisfatório.

Para Artigue (1988 *apud* ALMOULOUD; COUTINHO, 2008), cada uma das fases da Engenharia Didática é retomada e aprofundada ao longo do trabalho de pesquisa, de acordo com as necessidades que forem surgindo. Sendo assim, a expressão “análises preliminares” não significa que após o início da fase seguinte não se possa voltar a essa fase. Nesse sentido, o termo “preliminares” ou “prévias” apenas indica um primeiro nível de organização.

Na presente pesquisa, nessa etapa, foram feitas análises de dissertações do repositório do PROFMAT e do banco de teses e dissertações da CAPES buscando identificar se elas propõem alguma metodologia de ensino específica na preparação de alunos para as Olimpíadas de Matemática, em particular, utilizando recursos tecnológicos. Especificamente, buscamos identificar se essas pesquisas utilizavam SDOs no ensino de problemas olímpicos, em particular no ensino de Sequências Numéricas.

Ademais, foi feita uma reflexão acerca do ensino de Sequências Numéricas atualmente, bem como sobre algumas orientações dos PCN. Foi dado um enfoque também ao uso das tecnologias no ensino de Matemática, dando ênfase ao software Geogebra, destacando algumas de suas funcionalidades e possibilidades que ele oferece ao ensino, nos balizando em documentos como os PCN e as Organizações Curriculares para o Ensino Médio. Como não será realizada a etapa de experimentação, visto que analisar os resultados não é o objetivo da pesquisa, não aplicamos questionários/entrevistas para identificar os conhecimentos prévios dos alunos.

Análise a Priori – Essa fase tem como objetivo responder à (s) questões e validar as hipóteses levantadas na fase de análises preliminares (ALMOULOUD, 2007). De acordo com Artigue (1995, p. 42), o pesquisador deve definir as variáveis de comando no âmbito global e no âmbito local, descrevendo cada atividade proposta.

Ainda segundo a autora, essa fase é composta por duas partes: descritiva e preditiva. Nesse sentido, o professor deve criar situações-problema, controláveis por ele, onde possa gerar desequilíbrios, de forma que os discentes atinjam o objetivo, que é o aprendizado. Dessa forma, Almouloud (2007, p.174) afirma que, “as situações-problema devem ser concebidas de modo a permitir ao aluno agir, se expressar, refletir e evoluir por iniciativa própria, adquirindo assim novos conhecimentos". É nessa fase que é feito, realmente, o planejamento da aula/situação didática, onde o professor deve prever o que vai ocorrer e descrever todos os passos a serem realizados.

Fantinelli (2010, p.17) afirma que a análise a priori é dividida em duas etapas, sendo que na primeira ocorre a descrição do objeto e na segunda há a previsão de melhorias do processo ensino-aprendizagem.

Nessa fase, portanto, devem ser considerados os seguintes fatos:

> • Descrever as escolhas feitas no nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação adidática desenvolvida;
> • Analisar o que poderia estar em jogo nesta situação para o aluno, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação que o aluno terá durante a experimentação;
> • Prever campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise permite controlar seus significados e assegurar, particularmente, que se tais comportamentos esperados ocorreram, é por consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem (ALMOULOUD; SILVA, 2012, p. 27).

Assim, baseados nos dados obtidos nas análises preliminares, foram elaboradas SDOs, utilizando o software Geogebra como recurso tecnológico auxiliar, onde se verifica uma preocupação do professor em desenvolver no educando um espírito investigativo. Sendo assim, são feitas descrições e previsões acerca do que se espera do aluno e da situação em cada etapa da TSD.

Experimentação – Segundo Almouloud (2007), é o momento de colocar em prática o que foi planejado. Amâncio (2012, p.41) afirma que essa etapa "inicia no momento em que se dá o contato pesquisador / professor / observador com a população de alunos, ou seja, é a aplicação, propriamente dita, da sequência didática", logo é considerada muito importante para garantir a aproximação entre os resultados da prática e da teoria. Noro (2012) afirma que devem ser realizados, nessa fase:

- Apresentação dos objetivos e condições de realização da pesquisa didática aos discentes;
- Estabelecimento de um contrato didático;
- Aplicação da sequência didática definida anteriormente;
- Registros das observações feitas durante a realização da sequência.

Os registros citados podem ocorrer através de filmagens, fotos, observações, caderno de campo, dentre outros recursos. Segundo Amâncio (2012, p. 41), "é necessário que o pesquisador esteja atento ao transcorrer da aula, levando em consideração todas as informações que estão relacionadas à pesquisa. Esta postura do pesquisador é importante para que o relatório seja fiel ao transcorrido nas aulas”.

Análise a Posteriori e Validação - Segundo Noro (2012), nessa fase é feita a análise dos dados obtidos pelo professor-pesquisador, através de suas observações e anotações durante a fase de experimentação. Também nessa fase são confrontados os dados obtidos na análise a priori com os dados da análise a posteriori (ARTIGUE, 1995).

Do ponto de vista de Almouloud (2007, p. 177),

> A análise a *posteriori* depende das ferramentas técnicas (material didático, vídeo) ou teóricas (teoria das situações, contrato didático etc.) utilizadas com as quais se coletam os dados que permitirão a construção dos protocolos de pesquisa. Esses protocolos serão analisados profundamente pelo pesquisador e as informações daí resultantes serão confrontadas com a análise a *priori* realizada. O objetivo é relacionar as observações com os objetivos definidos a *priori* e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados.

A partir da comparação dos dados obtidos na análise a priori e na análise a posteriori, as hipóteses propostas durante a investigação são analisadas para que seja identificado se elas são verificadas. Concluída essa etapa, os dados são validados ou refutados.

3.2 Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi desenvolvida por Guy Brousseau, na década de 80, com o objetivo de modelar o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos (ALMOULOUD, 2007, p. 31).

Almouloud (2007, p.32) afirma que “o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber”. Sendo assim, uma situação didática é definida como:

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo meio (compreendendo eventualmente instrumentos e objetos) e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição (BROUSSEAU, 1982, p.39, tradução nossa).

Segundo Araújo (2010, p. 21), na referida situação “o professor não intervém diretamente para que o aluno adquira o conhecimento esperado: o aluno adapta-se a um ‘meio’ que é fator de desequilíbrios”. Na elaboração das situações didáticas, o professor desempenha um papel importante, pois deve criar um ambiente de aprendizagem que suscite a utilização dos conhecimentos prévios do educando e que gere desequilíbrios para que, a partir deles, haja a apropriação do saber.

Sendo assim, o professor deve:

> (a) procurar situações de aprendizagem onde os alunos possam dar sentido ao conhecimento, através da contextualização e personalização do saber, num movimento de vivenciar o conhecimento pela ação do próprio aluno;
> (b) ajudar os alunos no sentido inverso, ou seja, descontextualizando e despersonalizando os conhecimentos, de modo análogo como fazem os matemáticos, o que conduz a tornar as produções dos alunos fatos universais e reutilizáveis em outras situações e contextos (POMMER, 2013, p. 13).

Dessa forma, segundo o autor após descontextualizar e despersonalizar o saber, novas situações são colocadas para o aluno, para que novamente haja um desequilíbrio que permita ao aluno avançar em conhecimentos (POMMER, 2013, p.14).

Sobre a noção de meio ou “milieu”, Carvalho e Farias (2013, p. 250) afirmam:

> Nessa teoria, aparece também a noção do "milieu", conceito de fundamental importância que, numa tradução do francês para o português, significa meio. Desse modo, o meio é tudo que interage com o aluno, desafiando-o a encontrar respostas das situações problemas. Cabe ao professor localizar e conhecer o meio em que o estudante está inserido, construindo situações de acordo com a sua realidade social, objetivando aproximar o aluno do saber, ao mesmo tempo em que instiga o estudante a atentar para a sua realidade.

Pommer (2013, p. 17), destaca que “o ‘milieu’ pode abranger, dentre outros recursos, situações-problema, jogos, os conhecimentos dos colegas e do professor, uma história contada, uma simulação ou uma experiência realizada”.

Na TSD, um conceito muito importante é o de situação adidática. Trata-se de quando uma situação foi imaginada, planejada e construída pelo professor para criar condições favoráveis para a apropriação de um saber que se deseja ensinar, mas a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz (CAVALCANTI, 2013).

Uma situação adidática apresenta as seguintes características:

> ✓ O professor escolhe atividades ou problemas de forma que o aluno possa aceitá-los e, ainda, que o leve a agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria;
> ✓ A atividade ou problema é escolhido para que o aluno adquira novos conhecimentos que sejam inteiramente justificados pela lógica interna da situação e que possam ser construídos sem apelo às razões didáticas, e
> ✓ O professor, assumindo o papel de mediador, cria condições para o aluno ser o principal ator da construção de seus conhecimentos a partir da(s) atividade(s) propostas (BROUSSEAU, 1986 *apud* CAVALCANTI, 2013).

No contexto da situação adidática, surge o conceito de devolução, isto é, o momento em que há a transferência de responsabilidade do professor para o aluno: o professor propõe uma atividade e estimula o discente a ser desafiado a resolvê-la (ARAÚJO, 2010).

As situações adidáticas são fundamentadas em situações/dialéticas de ação, formulação e validação. Nessas situações, os alunos interagem entre si e com o meio, procurando respostas adequadas e o professor tem o papel de mediador. Depois disso, ocorre a fase de institucionalização, em que o professor retoma a responsabilidade sobre a situação e o estatuto formal do saber é recuperado. Nesse sentido, a fase de institucionalização não é considerada uma situação adidática. A seguir, destacamos características de cada uma dessas fases.

A **dialética de ação** consiste em colocar um problema para o aluno, a fim de que ele se aproprie de um conhecimento. A partir de suas ações sobre o *milieu*, e das retroações ocorridas, o aluno poderá ajustar o resultado de suas ações e melhorar ou abandonar seu modelo, provocando uma aprendizagem por adaptação. Nessa fase as ações estão centradas na tomada de decisões (ALMOULOUD, 2007). As ações do educando são imediatas e o resultado é um conhecimento de natureza operacional (ARAÚJO, 2010, p. 23). Segundo Pommer (2013, p. 18) “nesta fase, pode haver várias tramas de raciocínios e reformulações nas estratégias, a esmo, simplesmente voltadas a ganhar ou resolver localmente a situação, surgindo várias tentativas de tomar as decisões que faltam para organizar a resolução do problema ou jogo”. É, portanto, uma fase em que se predomina o aspecto experimental do conhecimento.

Nas **dialéticas de formulação** há a troca de informações com outros alunos, através de mensagens escritas ou orais. As mensagens são escritas em língua natural ou matemática. O aluno busca apresentar um modelo matemático para a solução, através de sinais e regras comuns. Nesse momento o discente verbaliza suas estratégias, retomando sua ação para que os outros a compreendam. É nessa fase que o aluno apresenta, de forma escrita ou oral, as ferramentas utilizadas e a solução do problema (ALMOULOUD, 2007). De acordo com Pommer (2013, p.18) nessa fase “se instala intensa troca de informação entre o aluno e o ‘milieu’, ocorrendo tentativas de utilização de uma linguagem mais adequada para comunicação entre alunos, porém sem a obrigatoriedade do uso explícito de linguagem matemática formal”.

Nas **dialéticas de validação**, conforme Pommer (2013), “há o contexto de trama de provas e de formalizações, objetivando a elaboração de uma linguagem mais rigorosa (prova) para convencimento dos interlocutores”. Segundo Almouloud (2007, p. 39) “o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática. O receptor, por sua vez, pode pedir mais explicações ou rejeitar as mensagens que não entende ou de que discorda, justificando sua rejeição". Ou seja, nessa fase o aluno buscará validar suas ideias dos momentos de ação e formulação, em um contexto de "debate sobre a certeza das asserções" (ALMOULOUD, 2007, p. 40), o que pode ser aceito ou refutado pelos outros.

Já nas **dialéticas de institucionalização**, o professor retoma parte da responsabilidade que havia sido cedida ao aluno. É o momento onde o professor faz uma revisão, tira dúvidas e segundo Pommer (2013, p.19), ele "faz um fechamento das principais ideias ou conceitos mobilizados pela situação didática, apontando quais conhecimentos dos alunos são relevantes e quais são descartáveis, podendo inclusive introduzir novos conceitos". Alves (2016, p.94) afirma que nessa fase, "a ação do professor deverá depurar com o grupo uma síntese de todos os dados coligidos e aventados nas fases dialéticas anteriores".

De acordo com Almouloud (2007, p.40), "depois da institucionalização, feita pelo professor, o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para utilização na resolução de problemas matemáticos".

Gálvez (1996) explicita que as relações estabelecidas através de negociações entre professor e alunos resultam no que chamamos de contrato didático, que define as regras de funcionamento dentro da situação didática. Diante da importância do conceito de contrato didático nesse contexto, serão estabelecidas a definição e algumas ideias na concepção de alguns autores acerca do tema, na seção a seguir.

3.2.1 Uma noção de contrato didático

O contrato didático "é o conjunto de comportamentos específicos do professor esperado pelos alunos, e o conjunto de comportamentos dos alunos esperados pelo professor" (BROUSSEAU, 1986, p.51 *apud* ALMOULOUD, 2007, p. 89). Dessa definição podemos depreender que trata-se das regras estabelecidas na relação professor-aluno-saber. Uma pequena parte dessas regras determina explicitamente o que cada elemento da relação didática deve fazer. Já a maioria das regras está implícita no processo. Esse contrato é renovado a cada conhecimento novo. Sendo assim, o contrato de uma aula de Geometria não é o mesmo de uma aula de Álgebra.

Pais (2002) relata que é impossível explicitar todas as regras do contrato didático, pois sua natureza envolve, além de condições explanadas através de normas, interpretações não totalmente previsíveis. Sendo assim, o autor acredita que não é possível saber claramente os pontos de ruptura do contrato didático.

Considerando que o ensino de Matemática ocorre, na maioria das vezes de forma tradicional, estabelecer uma mudança, ou seja, uma ruptura do contrato estabelecido entre as partes gera um desconforto tanto para o professor como para os alunos. Se os alunos são acostumados em apenas “receber o conhecimento” transmitido pelo professor e posteriormente a isso resolver questões no mesmo padrão das questões resolvidas pelo professor em sala de aula, possivelmente terá dificuldades ao se deparar com uma questão a ser resolvida sem a intervenção prévia do docente. Isso ocorre, pois nesse caso ocorreria ruptura do contrato didático estabelecido.

No ensino tradicional há uma relação de dependência, o aluno memoriza o conhecimento transmitido pelo professor e quando há uma situação diferente dessa, o discente provavelmente não saberá como agir.

Em uma Engenharia Didática, o contrato estabelecido coloca o aluno como centro do processo de ensino-aprendizagem e o professor atua como um mediador, apresentando um problema, instigando-o a resolvê-lo, prevendo possíveis problemas e fazendo eventuais intervenções ao longo do processo, culminando com a retomada da responsabilidade sobre o problema pelo professor. Destarte, a presença do professor nesse processo é consideravelmente reduzida.

Sendo assim, o aluno se torna mais autônomo e através de ações e retroações ocorridas entre os discentes e o milieu, os processos de ensino e aprendizagem podem gerar resultados positivos.

No próximo capítulo, apresentamos a primeira fase da Engenharia Didática, que consiste nas análises preliminares da pesquisa.

4 ANÁLISES PRELIMINARES

Para a análise das dissertações que versam sobre Olimpíadas de Matemática e a fim de identificar se há estudos que utilizam SDOs como forma de preparação para essas olimpíadas, em particular identificar também se há pesquisas que utilizam SDOs no ensino de Sequências Numéricas, com o intuito de situar a presente pesquisa nesse contexto, foi feita uma busca no repositório do PROFMAT e no banco de teses e dissertações da CAPES.

A partir da pesquisa mencionada, foi feita uma análise dos trabalhos encontrados para identificar a existência ou não de propostas metodológicas específicas direcionadas a problemas olímpicos. Também nessa fase inicial da Engenharia Didática foi feita uma breve discussão acerca do ensino de Sequências Numéricas na atualidade, destacando dificuldades nesse cenário, assim como direcionamentos dos PCN e reflexões acerca de como o conteúdo Sequências Numéricas, em particular, as Progressões Aritméticas e Geométricas são apresentados/cobrados em salas de aula e nas provas de Olimpíadas, particularmente, da OBMEP.

Para encerrar essa etapa, discutimos brevemente acerca do uso de tecnologias no ensino de Matemática, dando ênfase aos softwares educativos, de forma especial ao Geogebra. Sendo assim, elencamos algumas de suas funcionalidades e características que concorrem para um melhor entendimento dos problemas através de sua utilização, já que pode provocar no educando o desenvolvimento do pensamento intuitivo, uso de testes, formulação de conjecturas, visualização de propriedades/características dos problemas de uma forma mais dinâmica, dentre outras qualidades.

4.1 Breve Análise de Dissertações do PROFMAT

Para efeito das análises das dissertações, inicialmente realizamos uma busca no repositório do PROFMAT, analisando título por título e posteriormente o resumo (dos trabalhos que versam sobre Olimpíadas de Matemática), no interstício temporal de 2013 a 2017. É importante ressaltar que há muitas pesquisas voltadas, de forma direta ou indireta, para Olimpíadas de Matemática nesse repositório, no entanto, não foram encontrados estudos referindo-se especificamente a metodologias de ensino para específicas para problemas olímpicos, que destaque situações de aprendizagem que privilegiem a participação do educando de forma ativa na construção do seu conhecimento.

Acentuamos que, como a quantidade de dissertações voltadas para o tema é bastante significativa nesse repositório, apresentaremos apenas uma amostra dos estudos. A seguir são destacadas algumas das dissertações mais relevantes para a presente pesquisa, que versam sobre Olimpíadas de Matemática. Nesse repositório não identificamos pesquisas que utilizem a TSD, em particular as SDOs, no estudo de problemas olímpicos.

Victor (2013) em sua dissertação intitulada “Olimpíada de Matemática: que preciosidades matemáticas envolvem os problemas desta competição e qual o seu impacto para o professor de matemática sem experiência em olimpíadas e a sua importância para o estudante?” discorre que se não houver uma preparação específica para as Olimpíadas de Matemática, tanto professores como alunos sentirão dificuldades na resolução desses problemas, principalmente nas fases finais da Olimpíada e que apenas a utilização dos bancos de questões e de provas anteriores não é suficiente para que haja aprendizado, sem que os alunos sejam instigados a chegar à solução do problema de forma autônoma.

O autor apresenta uma proposta para tentar reduzir a distância que existe entre a matemática nas Escolas Básicas e a Olimpíada de Matemática. Através da resolução de 50 problemas são apresentadas estratégias para encontrar a solução dos mesmos. Nessas resoluções são feitos comentários sobre as estratégias e dificuldades que professores e/ou alunos podem apresentar. A partir dessa experiência, o autor concluiu que há vários problemas que estimulam os estudantes a gostar de matemática e se interessar pelos problemas olímpicos, sendo necessário para isto apenas desenvolver o raciocínio dele através de assuntos que eles têm mais facilidade de aprender. Ao final, ele discute sobre livros e textos utilizados no seu trabalho e para o preparo de alunos às diversas competições Olímpicas de Matemática.

Américo (2013) em seu estudo resolve dez problemas de cada nível da OBMEP relacionadas ao tema Análise Combinatória. De forma semelhante a esse trabalho, Silva (2013) apresenta trinta problemas referentes ao conteúdo Geometria, dez de cada nível da OBMEP e, nos mesmos moldes, Souza (2013) apresenta a resolução de quinze problemas, cinco de cada nível, de Aritmética e apresenta comentários em cada uma delas, evidenciando outras possibilidades para resolver a questão. As últimas três pesquisas mencionadas apresentam objetivos muito semelhantes, diferenciando-se principalmente pelos conteúdos. No entanto, cabe ressaltar que não houve uma preocupação dos autores em indicar caminhos ao professor, numa perspectiva metodológica, em preparar aulas voltadas aos referidos conteúdos.

Carvalho (2013) também apresenta, em seu trabalho, resolução de trinta e seis problemas de Olimpíadas de diversos países. Nesse caso, o conteúdo em enfoque é Aritmética Modular. Carvalho Júnior (2013) faz, em sua pesquisa, a resolução comentada de quinze problemas do nível 3 da OBMEP, sendo as treze questões iniciais da segunda fase e as duas últimas do Banco de Questões de 2013. Nessa mesma linha, Pontes (2013) apresenta a resolução comentada de quinze problemas dos níveis 1, referentes à OBMEP. Nesses trabalhos também não são discutidas metodologias para a resolução de problemas olímpicos, apenas são feitas as resoluções dos problemas, sem mencionar como deve ser trabalhados com alunos.

Bragança (2013) inicia sua dissertação fazendo um histórico das Olimpíadas de Matemática no Brasil e no mundo e destaca, no Brasil, a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) e a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Em seguida, apresenta atividades "pré-olímpicas" para divulgar e aproximar os estudantes das Olimpíadas de Matemática e estabelece vários pontos para que professores confeccionem um projeto de Olimpíada Escolar de Matemática para ser apresentado à coordenação e direção de sua escola. Posteriormente, o autor apresenta trinta problemas com suas respectivas soluções para exemplificar a variedade de conteúdos, aplicabilidade e linhas de raciocínio que as Olimpíadas apresentam. Por fim, apresenta uma "Cartilha da Olimpíada de Matemática", uma forma prática de como organizar uma olimpíada.

Buscando também disseminar mais a participação de alunos e professores nessas competições, Calazans (2014), em sua dissertação, destaca a importância das Olimpíadas de Matemática para estudantes e professores e apresenta uma proposta de implantação de um "Centro de Estudos, Pesquisa e Preparação para Olimpíadas de Matemática", enfocando principalmente os alunos interessados em participar da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP. Essa proposta foi baseada nos objetivos da OBMEP e buscava atender alunos e professores do município de Porto Seguro-Bahia.

Bonfim (2013) descreve as práticas de um curso voltado para Olimpíadas de Matemática para alunos dos três níveis. Ele apresenta em seu trabalho uma lista de problemas da OBM e da OBMEP, divididas por conteúdos, que foram utilizadas nessas práticas.

Dias (2014) utilizou as quatro fases da Engenharia Didática em sua pesquisa. Foram formados três grupos de estudo de preparação para a segunda fase da OBMEP 2013. Seus componentes eram alunos dos níveis 1 e 2 da OBMEP. Esses grupos se reuniam para discutir questões da segunda fase das provas de 2010, 2011 e 2012. Isso ocorria da seguinte forma: os alunos tentavam resolver e dividiam suas resoluções e dúvidas com cada grupo. O professor, em seguida, fazia a exposição detalhada da questão. Além disso, foi confeccionado um DVD com resoluções feitas pelos alunos participantes da segunda fase da OBMEP para motivar os colegas e divulgar o trabalho através do blog da escola.

Fideles (2014) deixa claro no resumo do seu trabalho que seu objetivo não é resolver problemas de Olimpíadas de Matemática ou descrever um método para preparar alunos para esse tipo de prova. A pesquisa visa enxergar a Olimpíada com foco na aprendizagem e não somente em prêmios. Assim, o autor resolve alguns problemas do Banco de Questões da OBMEP e de provas anteriores utilizando o método de Resolução de Problemas de Pólya, com o intuito de "explorar a resolução para ajudar o aluno a desenvolver a habilidade de resolver problemas com confiança e autonomia e construir o conhecimento matemático" (FIDELES, 2014, p. 24). Além disso, faz uma breve explanação acerca da aplicação de alguns problemas em uma turma de segundo ano. Aborda, também, o uso das tecnologias, através da internet, para criar ambientes de discussão online e, assim, facilitar a troca de experiências.

Na pesquisa de Pena (2014), a autora buscou analisar, selecionar e compartilhar práticas pedagógicas da disciplina de Matemática, tendo como foco a OBMEP, além de outras avaliações externas, como o ENEM. Ela destaca a metodologia de resolução de problemas. Também retrata a importância da motivação de alunos e professores na preparação para essa olimpíada.

Badaró (2015), em seu estudo, apresenta um material de apoio para professores utilizarem na preparação de alunos para a prova da OBM. Sendo assim, faz diversas orientações à direção da escola. Em seguida, faz sugestões de aulas, com suas respectivas listas de questões. Para a primeira fase sugere dez encontros e para as segunda e terceira fases sugere oito encontros. No decorrer do estudo, o autor lista o material bibliográfico a ser utilizado.

Na pesquisa de Azevedo (2014), o autor relata o treinamento olímpico em Matemática para turmas do Ensino Fundamental. Nessa pesquisa, ele fazia a exposição de uma situação-problema e depois dava um tempo para os alunos desenvolvê-lo de forma autônoma. Se o aluno demonstrasse dificuldades na resolução desse problema, ele fazia uma leitura e explicitava o que estava sendo pedido e dava mais um intervalo de tempo para os alunos resolverem o questionamento. Em seguida, ouvia as ideias utilizadas pelos educandos, dava sugestões para a resolução e acrescentava algumas considerações.

Nesse mesmo contexto, Castro (2013) elaborou uma sequência didática para ser utilizada em treinamentos olímpicos de estudantes de Matemática do Ensino Médio referente aos temas “Problemas”, “Números inteiros”, “Equações Diofantinas Lineares”, “Teorema de Pitágoras” e “Jogos”. Para que o professor utilize-a, o autor sugere “variar, durante os encontros, momentos de exposição dialogada, de resolução de problemas em grupo e de apresentações das soluções obtidas por eles”.

Monteiro (2017) faz uma proposta de treinamento olímpico, através de sequências didáticas, para alunos da Rede Estadual utilizando material disponível no site da OBMEP, buscando desenvolver o raciocínio lógico dos alunos e estimular o interesse deles pela Matemática. Segundo o autor, as sequências didáticas propostas envolvia o uso de material teórico contextualizado, o uso de linguagem mais popular, porém sem deixar de trabalhar o rigor da Matemática, mas com o intuito de aproximar o aluno da referida disciplina.

Cavalcante (2016) apresenta, em sua pesquisa, uma proposta de produzir um texto matemático que aborda técnicas de resolução de exercícios sobre tabuleiros. O intuito é ajudar alunos e professores a encontrarem caminhos mais facilmente para problemas envolvendo tabuleiros. Ele apresenta cinco técnicas para facilitar o raciocínio do estudante que são, segundo o autor, “marcação de casas, movimentos e preenchimento de um tabuleiro, cobertura de tabuleiros (Poliminós), redução a um caso menor e simetria em jogos”. Essas técnicas foram utilizadas em problemas da OBM. Feito isso, ele compara suas resoluções com outras propostas por bancas de olimpíadas e conclui que as técnicas utilizadas podem favorecer a estruturação do problema pelo aluno.

4.2 Breve Análise de Dissertações do Banco de Teses e Dissertações da CAPES

Assim como foi feito no repositório do PROFMAT, foi realizada uma busca no banco de teses e dissertações da CAPES. A ênfase foi no estudo de dissertações. Para isso foram utilizadas palavras-chave como “Olimpíada de Matemática” / “Olimpíadas de Matemática”, “Situações Didáticas Olímpicas” e “SDOs”, refinando a pesquisa para somente a área de educação. Analisando as pesquisas coligidas, muitas coincidiam entre as do banco do PROFMAT e do banco de teses e dissertações da CAPES, o que configurou a necessidade de uma análise cuidadosa dessas pesquisas a fim de que não houvesse repetição entre elas.

Em relação ao repositório do PROFMAT, o número de produções acadêmicas relacionadas ao tema foi bastante inferior, sendo destacada, sem as repetições do PROFMAT, no período previamente descrito, a dissertação de Oliveira (2016). Consideramos também aqui as recém-defendidas dissertações de Andrade (2018) e Santos (2018) que além de versar sobre Olimpíadas de Matemática, utilizam SDOs para a concepção de situações didáticas. As duas últimas pesquisas não se encontram no período descrito, mas devido à importância para esse trabalho foram também incluídas no estudo.

Oliveira (2016), em seu estudo, intitulado “Olimpíadas de Matemática: Concepção e Descrição de ‘Situações Olímpicas’ com o recurso do software Geogebra” utiliza a Teoria das Situações Didáticas como metodologia de ensino e concebe a noção de “Situação Didática Olímpica”. Nesse trabalho, foram descritas situações didáticas utilizando problemas olímpicos, as “Situações Didáticas Olímpicas”, referentes a problemas do nível 3, da OBMEP. O conteúdo abordado foi Geometria Plana e as SDOs tiveram o software Geogebra como recurso tecnológico auxiliar. As duas primeiras fases da Engenharia Didática foram utilizadas como metodologia de pesquisa. Essa foi a primeira pesquisa, a nível de dissertação, que utilizou o termo “Situação Didática Olímpica”.

Andrade (2018) buscou conhecer, inicialmente, as concepções de professores em formação do curso de licenciatura da Universidade Federal do Ceará (UFC), que fazem parte do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) na área de Matemática. Nessa pesquisa, os professores em formação elaboraram SDOs, utilizando questões da OBMEP, prevendo possíveis atitudes de alunos de Ensino Médio ao se depararem com problemas olímpicos sobre área de figuras planas. A autora concluiu que as SDOs contribuíram para o amadurecimento dos professores em formação frente a situações que eles ou outros professores possam vivenciar. Nesse estudo, a autora utilizou a Engenharia Didática de Segunda Geração, em suas quatro fases, como metodologia de pesquisa.

Santos (2018) apresentou uma Engenharia Didática (ED) que foi desenvolvida no contexto das Olimpíadas de Matemática. A autora utilizou o software Geogebra para modelizar SDOs e, assim, identificar as categorias intuitivas de Efraim Fischbein. Ela concluiu que as SDOs são uma alternativa para aulas direcionadas a olimpíadas de Matemática, pois oferecem a possibilidade de controlar/prever as ações dos alunos e proporcionar um sentido mais significativo no estudo da Geometria no contexto olímpico.

Dessas análises, podemos perceber que ainda há uma quantidade reduzida de pesquisas voltadas para metodologias de ensino no contexto das olimpíadas de Matemática. Grande parte das pesquisas tem como foco resolução de problemas e treinamentos olímpicos sem deixar claro uma metodologia de ensino a ser utilizada pelo professor. É importante, porém, que esse cenário seja modificado e que novos trabalhos surjam, visto que as Olimpíadas são de grande importância para o ensino de Matemática.

4.3 Sobre o ensino de Sequências Numéricas

Nas atividades diárias é possível perceber a existência de padrões e sequências em diversos momentos como na disposição das folhas no caule de uma planta ou de uma pilha de objetos. Os padrões e regularidades vistos no cotidiano são objetos de estudo da Matemática. Essa ciência transforma padrões em representações algébricas, geométricas e numéricas. Exemplo disso são as Sequências Numéricas que descrevem esses padrões e podem ser apresentadas por diversas leis de formação (MANTOVANI, 2015).

A ideia de Sequências Numéricas remonta às antigas civilizações antigas e é de suma importância para as relações sociais do homem com a natureza. As cheias do rio Nilo já eram observadas pelos babilônios há milhares de anos, para que fosse possível planejar plantações e colheitas (BOYER, 1996).

Esse conteúdo geralmente é introduzido no Ensino Fundamental através de atividades sobre padrões numéricos e geométricos. Uma das primeiras sequências numéricas que o discente tem contato é a sequência dos números naturais N = {1, 2, 3, 4, 5, ...}. A partir do estudo de padrões e regularidades, o aprendiz desenvolve o entendimento sobre generalizações. Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999, p. 98) defendem que:

> Desde os primeiros anos de escolaridade, as crianças podem e devem ser encorajadas a observar padrões, a representá-los tanto geométrica como numericamente, começando a estabelecer conexões entre a geometria e a aritmética. No seu quotidiano, os alunos encontram padrões com muita facilidade, no papel de embrulho, no lenço, no tapete ou em figuras que podem ser identificadas, descritas e desenhadas. A observação de sequências numéricas permite, igualmente, a procura e o reconhecimento de padrões e de diversas relações entre os números. Reconhecer padrões envolve conceitos como a forma, a cor, o tamanho, o número.

Segundo os autores, o desenvolvimento das habilidades de reconhecer regularidades, investigar padrões em sequências numéricas e procurar generalizar através de modelos matemáticos, possibilitará que o educando desenvolva sua capacidade de abstração, concorrendo, portanto, para o aprimoramento de suas competências matemáticas.

Vale (2012, p. 190) afirma que “as tarefas com padrões dão aos estudantes oportunidades para observar e verbalizar as suas próprias generalizações e traduzi-las numa linguagem mais formal de acordo com a idade”. Sendo assim, é importante que o professor proponha atividades que permita desenvolver o pensamento matemático.

De maneira mais formal, os livros didáticos começam a abordar as Sequências Numéricas no 1º ano do Ensino Médio, se restringindo na maioria das vezes aos casos particulares de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.

Geralmente, o estudo desse conteúdo se inicia pela Progressão Aritmética, obtendo-se o termo geral dela e a soma dos seus termos. Logo em seguida, são propostos problemas para serem resolvidos e então, já começa o estudo da Progressão Geométrica, que segue os mesmos passos da Progressão Aritmética.

Uma das definições apresentadas por um livro didático do Ensino Médio para Sequências Numéricas finita e infinita é "Uma **sequência numérica finita** de n termos é uma função cujo domínio é o conjunto {1, 2, 3, 4, ..., n} e contradomínio é R" e "Uma **sequência numérica infinita** é uma função cujo domínio é N* e contradomínio é R" (MODERNA, 2013, p. 207). Além disso, "Uma sequência finita de n termos é indicada por (a_1. a_2, a_3, ..., a_n) e uma sequência infinita é indicada por (a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...) (MODERNA, 2013, p. 207).

A definição de Progressão Aritmética é dada por "**Uma progressão aritmética (PA)** é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é obtido somando-se ao anterior uma constante r, intitulada razão da PA" (MODERNA, 2013, p. 211). Quanto à classificação de uma PA, ela é classificada em crescente, decrescente ou constante, sendo que ela será:

> **Crescente** quando **r** > 0; ou seja, quando cada termo, a partir do segundo, é maior que o anterior; **Decrescente** quando **r** < **0**; ou seja, quando cada termo, a partir do segundo, é menor que o anterior; **Constante** quando **r = 0;** ou seja, quando todos os termos têm o mesmo valor (MODERNA, 2013, p. 211).

Para a determinação do termo geral de uma PA, é apresentada a seguinte definição:

> Em uma PA (a_1. a_2, a_3, a_4, ..., a_n, ...) de razão r, podemos escrever qualquer termo em função do primeiro. Para isso, basta considerar a definição de PA: $a_2 = a_1 + r$; $a_3 = a_2 + r \rightarrow a_3 = (a_1 + r) + r \rightarrow a_3 = a_1 + 2r$; $a_4 = a_3 + r \rightarrow a_4 = a_3 + r \rightarrow a_4 = (a_1 + 2r) + r \rightarrow a_4 = a_1 + 3r$. Se continuarmos seguindo o mesmo raciocínio, chegaremos à conclusão de que o termo geral é dado por: $a_n = a_1 + (n – 1)r$, com $n \in N^*$. (MODERNA, 2013, p. 211).

E, no mesmo livro, para a soma dos n primeiros termos de uma PA, sendo conhecidos o primeiro e o último termo da progressão é apresentada a seguinte fórmula:

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

Já uma Progressão Geométrica é definida como "**Uma progressão geométrica (PG)** é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando-se o anterior por uma constante q, chamada **razão da PG**” (MODERNA, 2013, p. 211). Quanto à classificação da PG, ela pode ser classificada em crescente, decrescente, constante, estacionária ou oscilante.

Assim, se $\mathbf{a_1 < 0}$ **e** $\mathbf{0 < q < 1}$ **ou** $\mathbf{a_1 > 0}$ **e** $\mathbf{q > 1}$, a PG será crescente; **se** $\mathbf{a_1 < 0}$ **e** $\mathbf{q > 1}$ **ou** $\mathbf{a_1 > 0}$ **e** $\mathbf{0 < q < 1}$, a PG será decrescente. Já se $\mathbf{a_1 \neq 0}$ **e** $\mathbf{q = 1}$ **ou** $\mathbf{a_1 = 0}$ **e** $\mathbf{q \in R}$, a PG é classificada como constante. Se apenas o primeiro termo da PG for diferente de 0 e, além disso, sua razão for q = 0, a PG será estacionária. Já, se $\mathbf{a_1 > 0}$ **e** $\mathbf{q < 0}$ **ou** $\mathbf{a_1 < 0}$ **e** $\mathbf{q < 0}$ a PG será classificada como oscilante (MODERNA, 2013, p. 219).

Para o termo geral de uma PG, temos:

> Dada uma PG (a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n, ...) de razão q, podemos escrever qualquer termo em função do primeiro. Para isso, basta considerar a definição de PG: $a_2 = a_1 \cdot q$; $a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q^2$; $a_4 = a_3 \cdot q = a_1 \cdot q^3$. Dessa maneira, encontramos o termo geral, que ocupa a enésima posição na PG: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, com $n \in N^*$. (MODERNA, 2013, p. 219).

A soma dos n primeiros termos de uma PG, sendo conhecidos o primeiro termo a_1 e a razão q, com $q \neq 1$, é dada por:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

O estudo das Progressões Aritmética e Geométrica no Ensino Médio se restringe a cálculos, fórmulas e resolução de atividades, muitas vezes sem sentido para o aluno, que se limita à resolução de problemas através de um “passo-a-passo” dado pelo professor.

A grande quantidade de fórmulas e os problemas descontextualizados são fatores que fazem os estudantes se distanciarem da Matemática e não se interessarem pela disciplina. Eles não encontram relação entre essa disciplina e suas atividades cotidianas e se questionam onde tais conteúdos podem ser aplicados.

Se referindo à OBMEP, Pinheiro e Lazzarin (2015) salientam que “analisando as questões propostas na olimpíada percebemos que para resolvê-las o aluno precisa algo mais que um modelo pronto, precisa, além de ter certo domínio na linguagem, utilizar de forma criativa os fundamentos da matemática”.

Assim, o ensino de Sequências Numéricas no Ensino Básico e a maneira como ele é proposto nas Olimpíadas de Matemática apresentam uma grande discrepância. Enquanto, nas aulas de Matemática do Ensino Básico esse conteúdo é tratado de forma descontextualizada, na maioria das vezes, nas Olimpíadas os problemas exigem raciocínio lógico, criatividade, capacidade de interpretação dos problemas para que seja encontrada sua solução.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Médio:

> Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (BRASIL, 2000, p. 40).

Do excerto anterior, depreende-se a importância de que o aluno tenha o hábito de construir seu conhecimento através de investigações, onde ele possa atuar de forma autônoma sobre determinada situação de ensino.

Dessa forma, é necessário buscar novos itinerários de ensino para ensinar Matemática e em particular, destacamos o conteúdo Sequências Numéricas, enfatizando o raciocínio lógico, a interdisciplinaridade, a investigação, bem como os aspectos históricos, de forma a capacitar os alunos para resolver problemas como os apresentados nas Olimpíadas de Matemática.

Considerando o avanço das tecnologias nos últimos anos e a facilidade com que a maioria dos estudantes tem acesso a elas, bem como o interesse que demonstram por recursos tecnológicos, convém utilizá-los como aliados no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Uma das possibilidades nesse campo é o uso de *softwares* educativos, como o Geogebra. A seguir, explanamos sobre esse assunto.

4.4 Tecnologias no ensino de Matemática: O software Geogebra

Com o advento das novas tecnologias de informação e comunicação (TICs), a maioria dos setores da sociedade sofreu mudanças. As informações chegam ao seu destino em fração de segundos e isso tem facilitado muitas ações do cotidiano. A escola, como parte integrante essencial desse meio tem tentado se adaptar a essa realidade e a busca por novas metodologias e recursos que colaborem com a melhoria do processo de ensino e aprendizagem no ambiente escolar tem feito os recursos tecnológicos ganharem cada vez mais destaque.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN), o impacto da tecnologia vai exigir do ensino de Matemática “um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento”. (BRASIL, 2000, p.41).

Nesse contexto, os professores têm buscado, aos poucos, tornar suas aulas mais dinâmicas e atrativas para o aluno e a tecnologia oferece diversos recursos que podem colaborar para que isso aconteça. Dentre essas possibilidades, podemos citar os recursos denominados softwares educacionais, que utilizados de forma adequada, com um planejamento delineado, podem contribuir para o ensino de diversos conteúdos matemáticos. Um desses recursos tecnológicos é o *software* Geogebra.

O Geogebra é um *software* educacional de Geometria Dinâmica criado em 2001 pelo professor Dr. Markus Hohenwarter. Gratuito e de fácil utilização, tem sido objeto de muitos estudos na Educação Matemática. Esse software reúne recursos que auxiliam no ensino de várias áreas da Matemática, tais como, Geometria, Álgebra, Probabilidade, Estatística e Cálculo. Ele apresenta três diferentes janelas: gráfica, algébrica ou numérica, e a folha de cálculo.

Figura 1: Interface do Geogebra

Fonte: Os autores.

Analisando a interface do Geogebra, apresentada na figura 1, podemos observar a possibilidade de um objeto matemático ser mostrado de diversas formas, tais como a algébrica e a geométrica. Esse foi um fator determinante para escolha da utilização do referido software no presente trabalho.

As janelas de álgebra e de visualização (geométrica) possibilitam que um objeto construído nesse software seja observado a partir de óticas distintas. Isso faz com que o educando perceba diferentes representações de um mesmo objeto simultaneamente, podendo alterá-los e movê-los sem mudar suas propriedades.

Diferentemente do uso de apenas pincel e lousa, o uso de um software como o Geogebra permite que o educando se aproprie do conteúdo matemático em estudo com um leque maior de possiblidades, como a visualização algébrica e geométrica, a agilidade que o computador/smartphone oferece, bem como um interesse maior dos estudantes quando se trata de tecnologia. Nesse sentido, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio corroboram com esse pensamento, abordando:

> Já se pensando na Tecnologia para a Matemática, há programas de computador (softwares) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão. Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o “pensar matematicamente”, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. São características desses programas: [...] oferecer diferentes representações para um mesmo objeto matemático – numérica, algébrica, geométrica; [...] permitir a manipulação dos objetos que estão na tela (BRASIL, 2006, p. 88).

Moreira (2012, p.39) destaca que o uso de softwares de Geometria Dinâmica “contribui para o desenvolvimento de ambientes que facilitam a construção e a constatação de hipóteses, além de proporcionar uma variedade de exemplos que dificilmente seriam possíveis com régua e compasso”. Esses softwares permitem que o aprendiz aprenda testando, fazendo conjecturas e experimentações e assim ele se torna um participante ativo no processo de ensino-aprendizagem.

Entendemos que o uso do Geogebra possa contribuir para a que o aluno perceba propriedades/características inerentes ao problema mobilizando um raciocínio lógico-matemático formal ou que não possua características marcantes e determinantes de um raciocínio formal (ALVES, 2012). Sendo assim, propugnamos que o software de Geometria Dinâmica Geogebra se apresenta como um potencial recurso tecnológico auxiliar para o ensino de Matemática, no contexto olímpico.

Serão apresentadas a seguir algumas funcionalidades desse software, destacadas na figura 1.

Barra de Menus - com os comandos da barra de menus é possível salvar arquivos em formato (.ggb) e controlar configurações em geral, como abrir uma nova janela e criar novas ferramentas.

Barra de Ferramentas – é dividida em ícones que possibilitam a construção de diversos objetos como pontos, retas, vetores, polígonos, dentre outros. Para utilizá-los basta clicar no ícone desejado que ele oferecerá o comando para que o objeto de interesse seja construído.

Caixa de Entrada – permite que sejam construídos objetos a partir de comandos ou condições que os definam. Alguns exemplos são as equações e funções.

Janela de Álgebra – nesta janela são representados os objetos construídos na forma algébrica. Pode ser desabilitada na barra de menus caso não haja interesse de visualizá-la. Nela, são observados elementos tais como coordenadas dos pontos, equações, funções, textos.

Janela de Visualização ou Geométrica – Exibe os objetos na forma geométrica. Os objetos visualizados nessa janela são construídos a partir de comandos na caixa de entrada ou utilizando-se os ícones da barra de ferramentas.

Diante das discussões estabelecidas, consideramos ser de suma importância a inserção de tecnologias no ensino, especificamente no ensino de Matemática. Enfatizamos a utilização do *software* Geogebra como um recurso que viabiliza aos estudantes uma prática investigativa, desenvolvimento da capacidade de autonomia e visualização de características/propriedades inerentes aos problemas olímpicos.

A partir da utilização da Teoria das Situações Didáticas como metodologia de ensino, elaboramos Situações Didáticas Olímpicas com o auxílio do *software* Geogebra referentes a problemas da OBMEP. No capítulo a seguir, definimos o que entendemos por problema olímpico, situação didática olímpica e apresentamos duas situações didáticas olímpicas elaboradas de acordo com as fases da TSD.

5 CONCEPÇÃO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E ANÁLISE A PRIORI

Nesta seção, apresentamos a concepção de Situações Didáticas Olímpicas (SDOs). Para isso, elaboramos e descrevemos dez SDOs, fazendo as devidas previsões de acordo com as quatro dialéticas da Teoria das Situações Didáticas. Duas dessas situações serão apresentadas nesse capítulo e oito estarão presentes no produto educacional.

Estabelecemos que essas SDOs sejam direcionadas a alunos do Ensino Médio, que já tenham os conhecimentos prévios necessários na resolução desses problemas sendo, portanto utilizados como uma revisão de conteúdos. Para isso, estabelecemos, inicialmente, o que entendemos por Problema Olímpico (PO) e Situação Didática Olímpica (SDO).

5.1 Problema Olímpico (PO)

Um problema olímpico (PO) requer do aprendiz um conhecimento mais elaborado, boa capacidade de interpretação, raciocínio ágil e criatividade. Nesse trabalho, serão apresentados problemas olímpicos da OBMEP e do seu banco de questões, dos três níveis, direcionados a alunos do Ensino Médio, como uma revisão de conteúdos para preparação para essa competição.

Alves (2018, no prelo) define problemas olímpicos como:

> Um conjunto de situações problemas de Matemática, abordado em um contexto competitivo ou de maratonas, com a participação apenas (e de modo restritivo) dos estudantes competidores, cuja abordagem e características de ação individual e solitária do estudante envolve apenas objetivo/escopo de se atingir as metas (e medalhas) definidas em cada competição, por intermédio do emprego de estratégias, raciocínios e argumentos matemáticos eficientes, instrumentalizados previamente por professores de Matemática.

Baseado nessa definição, delineamos na próxima seção as ideias que se inserem nesse contexto para delimitarmos o que entendemos por Situação Didática Olímpica (SDO).

5. 2 Situação Didática Olímpica (SDO)

A noção do conceito de Situação Didática Olímpica está atrelada à Situação Didática, proveniente da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau. Na literatura, ainda é recente o uso do termo “Situação Didática Olímpica”. A primeira menção a ele foi identificada na pesquisa de Oliveira (2016) cujo orientador foi o professor Régis Alves, que desenvolve e orienta outras pesquisas ligadas ao tema. Também foram identificadas duas dissertações recém-defendidas que utilizam as SDOs, Andrade (2018) e Santos (2018), assim como um artigo (ANDRADE; ALVES; **SANTOS,** 2017) dos autores mencionados. Considerando o conceito de Problema Olímpico, admitiremos que uma SDO é:

> Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, balizadas por uma metodologia de ensino (TSD), entre um aluno ou grupo (s) de alunos, um certo meio (compreendendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição coletiva e debate científico, competição solidária e problemas ou conjunto de problemas característicos e abordados nas olimpíadas de Matemática (ALVES, 2018, no prelo).

A partir dessa definição determina-se a seguinte equação característica, descrita por Alves (2018):

$$\boxed{SDO = PO + TSD}$$

Dessa forma, com essa equação, podemos dizer que uma Situação Didática Olímpica é uma associação da Teoria das Situações Didáticas, como metodologia de ensino a problemas olímpicos, com vistas a criar um ambiente de aprendizagem em que os educandos ajam de forma autônoma, com uma interferência mínima do professor, a fim de chegar à solução desses problemas.

5.3 Descrição de duas Situações Didáticas Olímpicas (SDO)

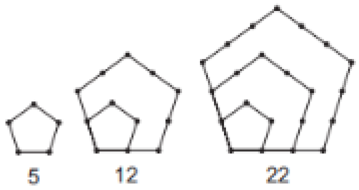
Apresentamos nessa seção duas SDOs, onde são descritas algumas previsões acerca das ações dos estudantes diante da situação proposta, segundo as fases da TSD. Além disso, utilizamos o software Geogebra como recurso auxiliar para contribuir com o desenvolvimento do pensamento intuitivo do estudante, assim como melhorar a visualização de características inerentes aos problemas. Ao final de cada SDO, mostramos os comandos para as construções no Geogebra.

5.3.1 Situação Didática Olímpica 1

Conhecimentos Prévios: Noções de Padrão, Equação do 1º grau, Expressões Numéricas

(Problema da OBMEP 2015 – 1ª fase – Nível 3- questão 14) Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?

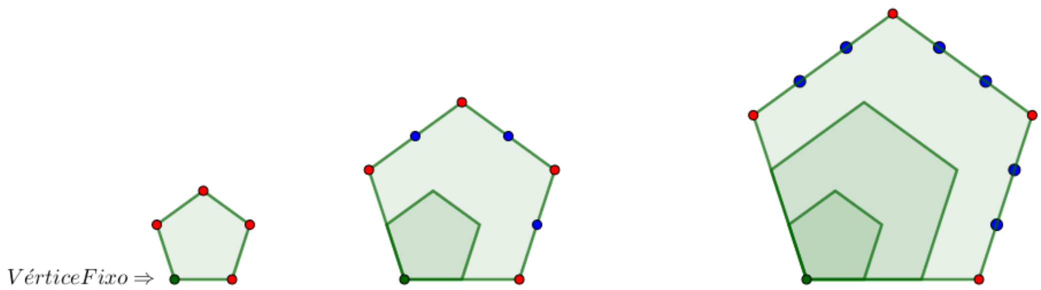
A) 656 B) 695 C) 715 D) 756 E) 769



Dialética da Ação – Nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p.38), "as interações estão centralizadas na tomada de decisões". Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para chegarem a uma solução. O professor apresentará as construções no Geogebra para que os alunos tenham mais facilidade em compreender o que está sendo questionado. Inicialmente, eles podem observar que a primeira figura possui 5 pontos, a segunda, 12 e a terceira, 22 pontos e começarão a buscar estabelecer relações entre esses números, observando a diferença de pontos entre duas figuras consecutivas.

Esperamos que os alunos percebam que o número de pontos das figuras pentagonais está obedecendo a um padrão. O Geogebra poderá facilitar a visualização das quantidades de pontos das figuras da sequência, através dos destaques nas cores, representados na figura 2 (três primeiras figuras da sequência) ou movimentando o controle deslizante, o aluno poderá ver qualquer figura da sequência, como por exemplo, a sexta figura (ver figura 3). Vale lembrar que esse problema pode ser resolvido envolvendo o conceito de Progressão Aritmética de Segunda Ordem, mas provavelmente o aluno não conheça e busque outras alternativas.

Figura 2 – Representação do acréscimo de pontos entre figuras consecutivas



Fonte: Os autores.

Dialética da Formulação – Segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. Assim, poderão observar que para a construção da segunda figura foram acrescentados 4 pontos à primeira, que são os vértices da nova figura (indicados em vermelho) e 3 pontos nos lados opostos (indicados em azul) ao vértice fixo. Já em relação à segunda figura, a terceira figura não aumentou a quantidade de pontos vermelhos, mas aumentou 1 azul em cada lado. (Ver figura 2).

Caso o aluno não tenha ideia de como resolver o problema, o professor deverá instigá-los, fazendo questionamentos, incentivando-os a analisarem as construções no Geogebra, como por exemplo, “em cada nova figura quantos pontos ficarão em seus vértices, sem considerar o vértice comum a todas?” e/ou “em cada nova figura quantos pontos não ficarão em seus vértices, sem considerar o vértice comum a todas”. Assim, sendo “n” a ordem da figura e representando sua quantidade de pontos por “Fn”, o aluno pode perceber que, seguindo esse padrão ele obterá os resultados a seguir.

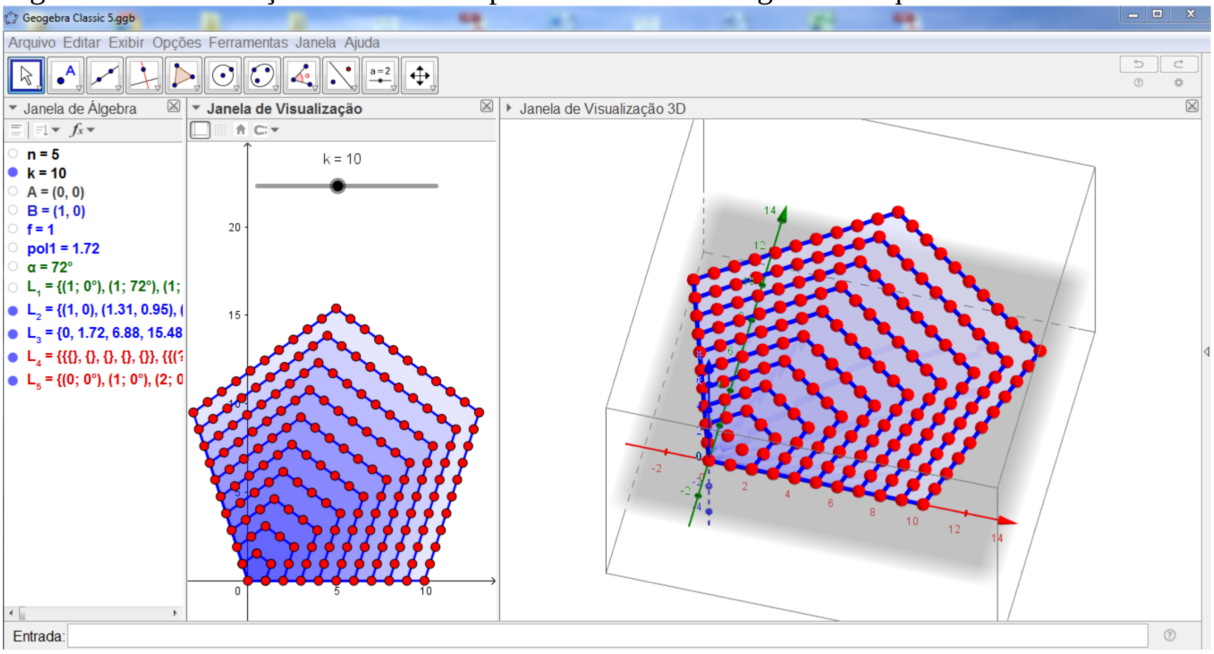
Tabela 2 – Número de pontos de cada figura da sequência, de acordo com sua ordem

Ordem n	**Figura na ordem n**	**Número de Pontos**
1	F_1	5
2	F_2	$5 + 4 + 3\cdot1 = 12$
3	F_3	$12 + 4 + 3\cdot2 = 22$
...	...	...
N	F_n	$F_{n-1} + 4 + 3\cdot(n-1)$
n + 1	F_{n+1}	$F_n + 4 + 3\cdot n$

Fonte: Os autores.

Analisando os dados, o aluno poderá perceber que serão “$4 + 3\cdot n$” novos pontos em cada figura. Com arrimo do software Geogebra, o aprendiz poderá visualizar as figuras da sequência, inclusive a sexta figura, que está representada na figura 3, através da janela de visualização 2D e da janela de visualização 3D. Para obter a quantidade de pontos para figuras diferentes, basta movimentar o controle deslizante, inclusive outras figuras além da vigésima primeira podem ser observadas. Para isso, basta mudar os valores do controle deslizante.

Figura 3 – Visualização 2D/3D correspondente à décima figura da sequência



Fonte: Os autores.

Daí, se na vigésima figura existem 651 pontos e utilizando o modelo matemático obtido, o aluno poderá entender que na vigésima primeira figura a quantidade de pontos será:

$$F_{21} = F_{20} + 4 + 3 \cdot n$$

$$F_{21} = 651 + 4 + 3 \cdot 20$$

$$F_{21} = 651 + 64$$

$$F_{21} = 715$$

Nessa etapa, o aluno ainda não validou seu resultado, então deverá provar que suas ideias são válidas.

Dialética da Validação – Esperamos nessa fase que os aprendizes argumentem e apresentem as estratégias matemáticas utilizadas, já que, segundo Almouloud (2007, p.40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é "a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática (relativa à eficácia do texto)".

Assim, esperamos que o aluno busque comprovar a veracidade do modelo criado na etapa anterior. Isso pode ocorrer, por exemplo, através da resolução do problema através do modelo matemático para diferentes figuras da sequência e comparação do resultado com a respectiva figura no Geogebra. É possível que algum aluno não compreenda o modelo explicitado e exija provas. Movendo o controle deslizante é possível comparar os resultados.

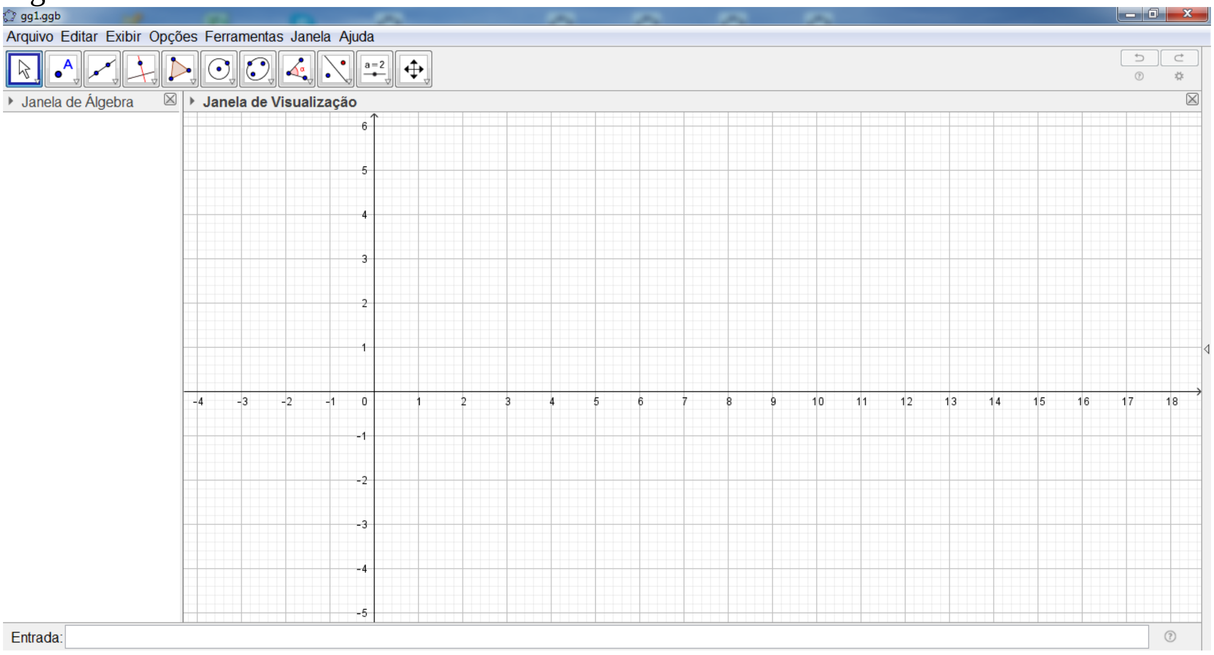
Dialética da Institucionalização – Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que "o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber". Assim, ele poderá confrontar o modelo matemático com o modelo computacional, fazendo um fechamento das ideias e explicita para os alunos que a atividade envolveu um problema olímpico.

COMANDOS NO GEOGEBRA

Para a construção apresentada na figura 2, deve ser seguido o seguinte procedimento:

Ao entrar no software Geogebra será encontrado o seguinte ambiente:

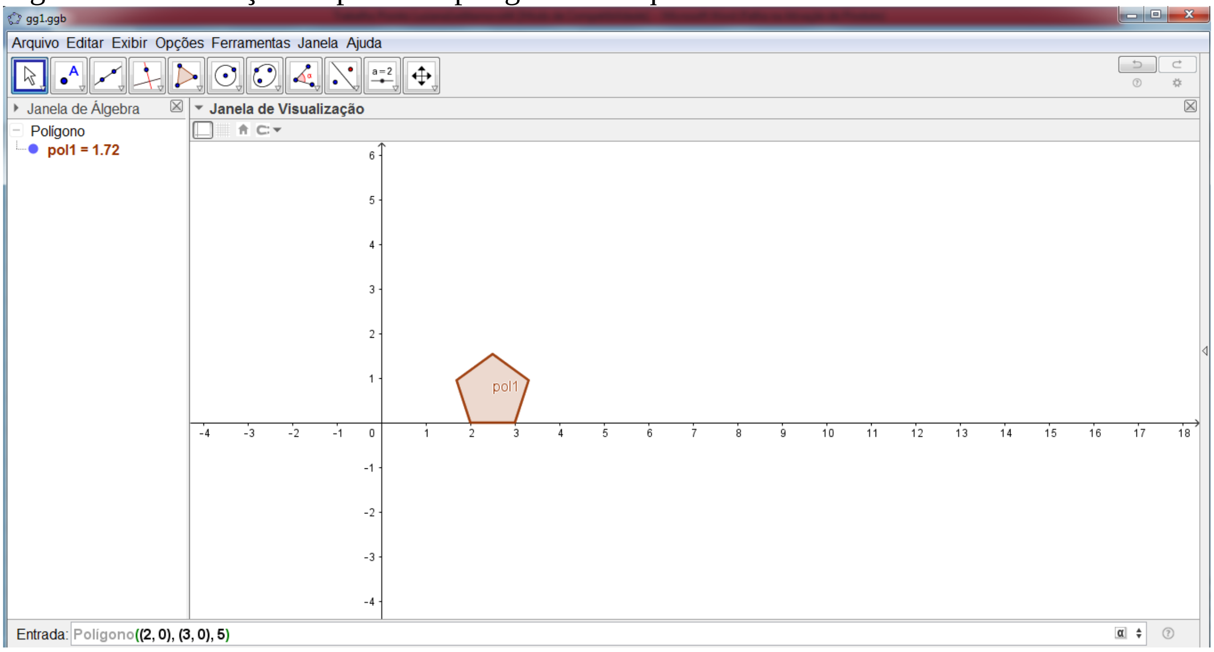
Figura 4 – Interface do GeoGebra



Fonte: Os autores.

Nesse momento, podemos utilizar a janela de visualização com a malha quadriculada e os eixos coordenados ou não. Trabalharemos aqui apenas com os eixos para facilitar a localização e as medidas dos segmentos necessários. Construiremos agora as três figuras representadas no problema, destacando algumas características que devem ser observadas pelos alunos. Para isso, na caixa de entrada digita-se o comando “Polígono((2, 0), (3, 0), 5)” para obter o polígono com os vértices da base (2,0) e (3,0) e 5 lados.

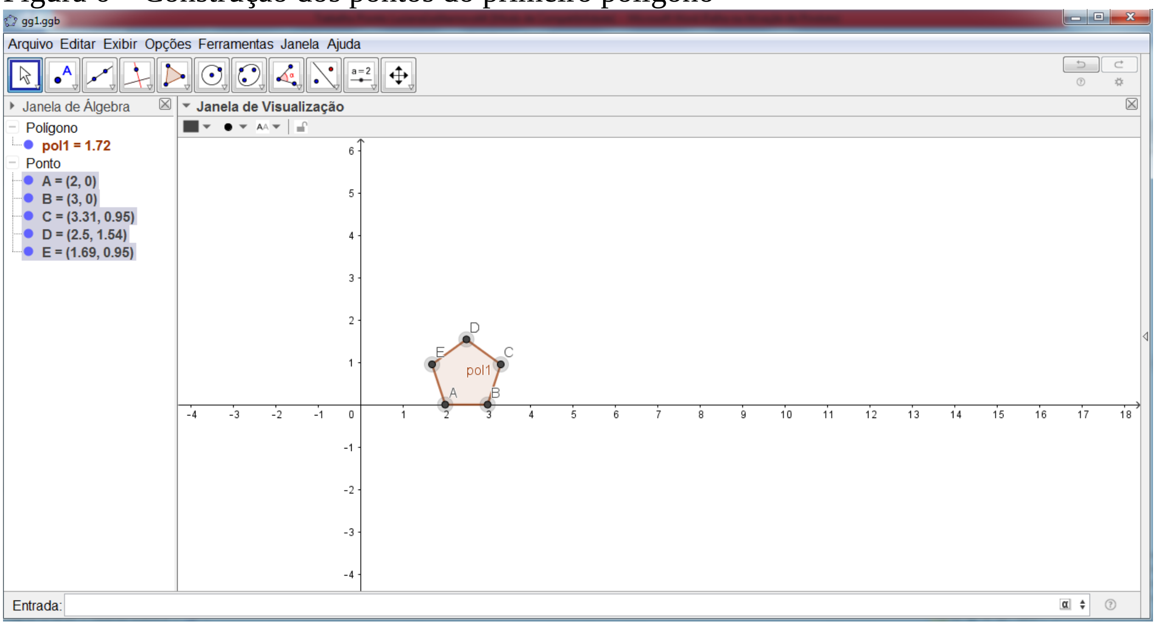
Figura 5 – Construção do primeiro polígono da sequência



Fonte: Os autores.

Em seguida, digitamos na Caixa de Entrada “Vértice(pol1)” para obtermos os vértices desse polígono. Na figura 6, apresentamos a construção a ser obtida.

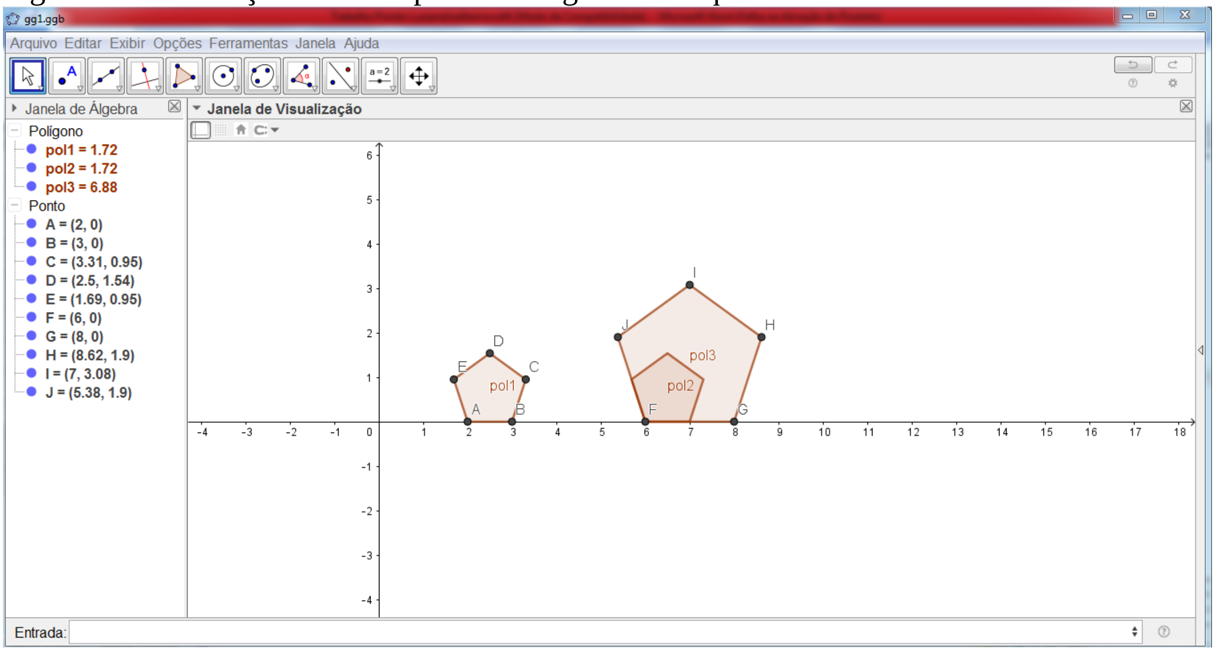
Figura 6 – Construção dos pontos do primeiro polígono



Fonte: Os autores.

Para a construção da segunda figura, utilizamos os mesmos comandos da figura anterior, apenas mudando os números, ou seja, “Polígono((6, 0), (7, 0), 5)” e “Polígono((6, 0), (8, 0), 5)” e destacamos apenas os vértices do pentágono maior da segunda figura, com o comando “Vértice(pol3)”.

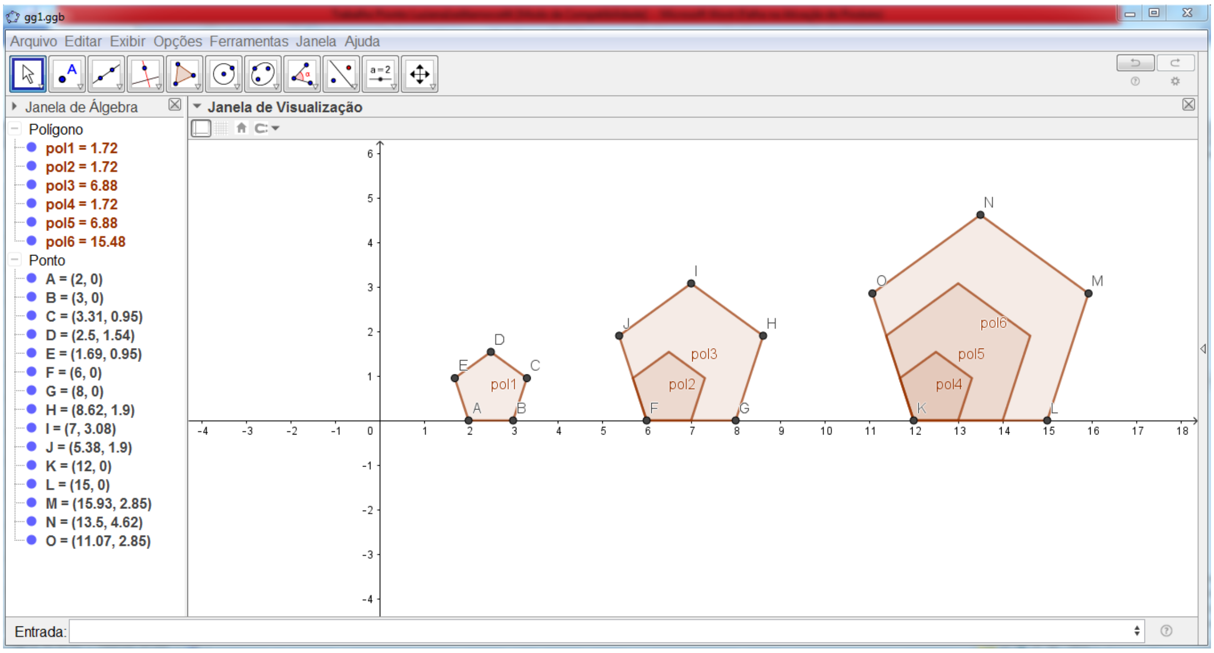
Figura 7 – Construção das duas primeiras figuras da sequência



Fonte: Os autores.

Segue-se os mesmos passos para obter a terceira figura, alterando os pontos das bases dos pentágonos e destacando os vértices do pentágono maior. Aqui, utilizamos os comandos “Polígono((12, 0), (13, 0), 5)”, “Polígono((12, 0), (14, 0), 5)” e “Polígono((12, 0), (15, 0), 5)” e “Vértice(pol6)”.

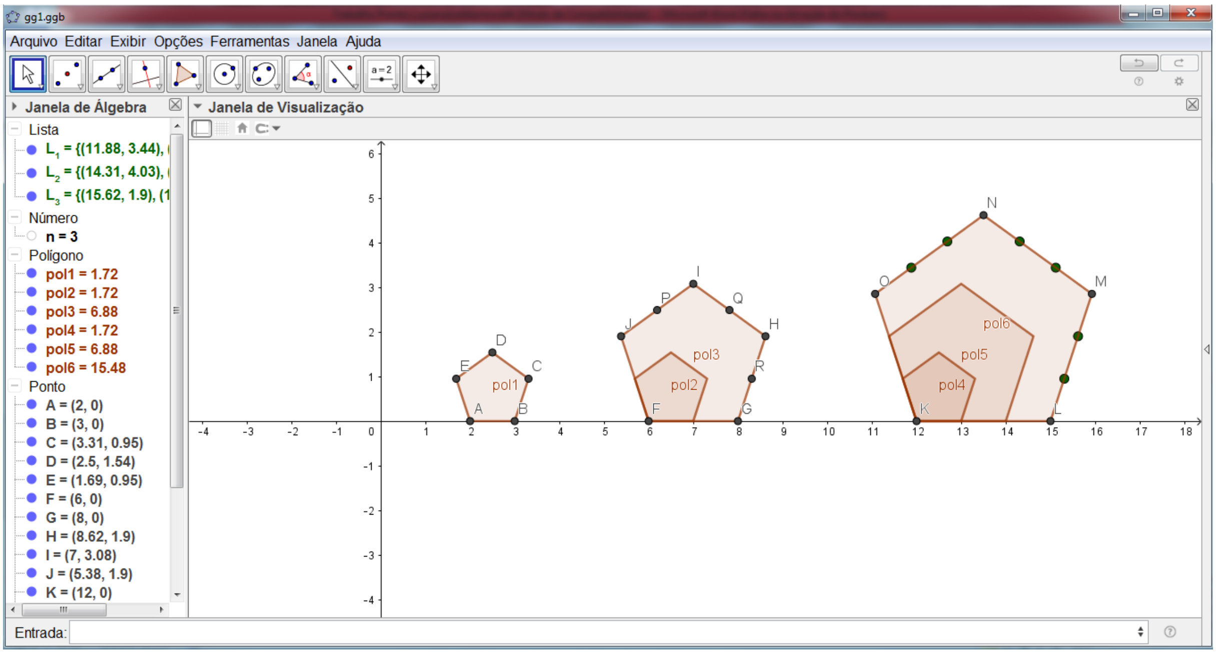
Figura 8 – Construção das três primeiras figuras da sequência



Fonte: Os autores.

Agora, dividiremos os lados dos polígonos mais externos em cada figura a partir da segunda em partes iguais. Para a segunda figura, utiliza-se o comando “Ponto Médio ou Centro” e para a terceira figura criamos um controle deslizante n, com valores mínimo e máximo iguais a 3 e incremento 0, já que iremos dividir os segmentos sempre em três partes e, na caixa de entrada utilizamos o comando “L_1=Sequência(O + k / n (N - O), k, 1, n - 1, 1)”, “L_2=Sequência(N + k / n (M-N), k, 1, n - 1, 1)” e “L_3 = Sequência(M + k / n (L - M), k, 1, n - 1, 1)”, o que resultará na figura 9.

Figura 9 – Três primeiras figuras da sequência com seus pontos acrescentados

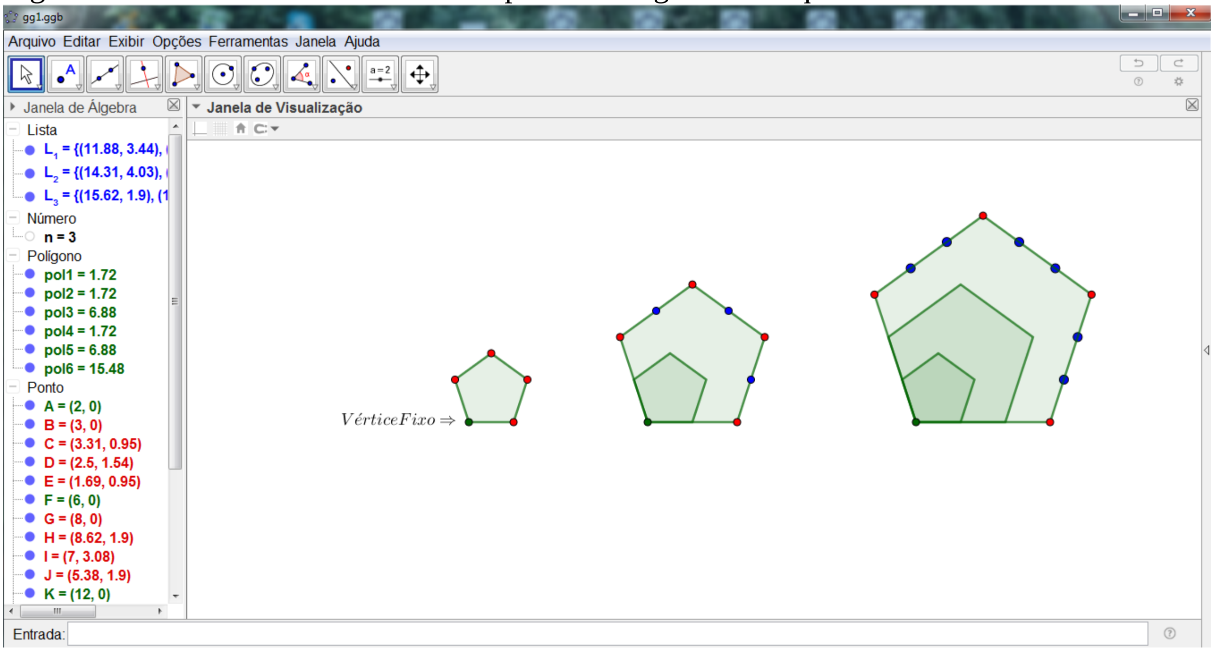


Fonte: Os autores.

Agora, as cores dos pontos serão mudadas de acordo como foi identificado anteriormente e excluímos os rótulos para que a aparência da figura fique menos “cheia”. Para mudar as cores, basta clicar nos objetos ou na sua representação na janela de álgebra e na cor preferida. Para esconder os rótulos clicamos em “editar”, “selecionar tudo”, “editar” e “exibir/esconder rótulos”.

Depois, excluímos os eixos coordenados e no penúltimo ícone da barra de ferramentas selecionamos “texto” e digitamos “Vértice Fixo” para indicar o vértice que estamos fazendo referência. Então, obteremos a figura 10.

Figura 10 – Pontos destacados nas três primeiras figuras da sequência

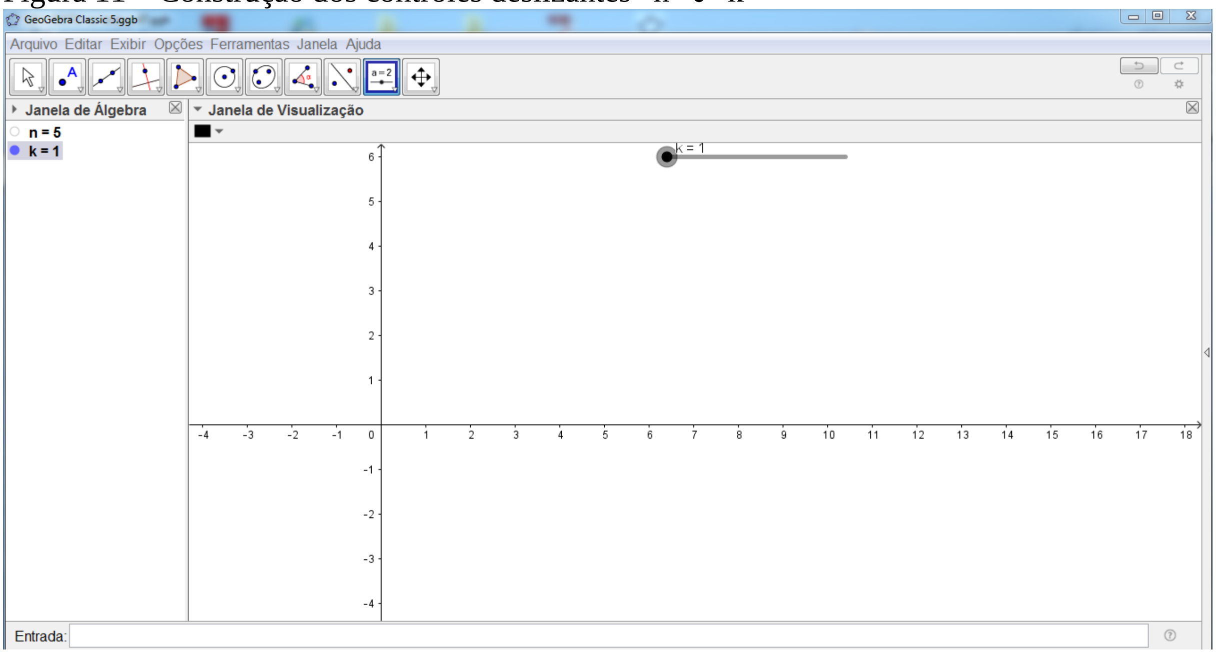


Fonte: Os autores.

Para obtermos a sequência de figuras, da primeira à vigésima primeira, ou até além desse número, seguimos os passos a seguir.

Criamos um controle deslizante, que denominamos por “n”, com valores mínimo e máximo iguais a 5 e incremento igual a 0 e um controle deslizante “k”, com valores mínimo e máximo respectivamente iguais a 1 e 21 e incremento igual a 5.

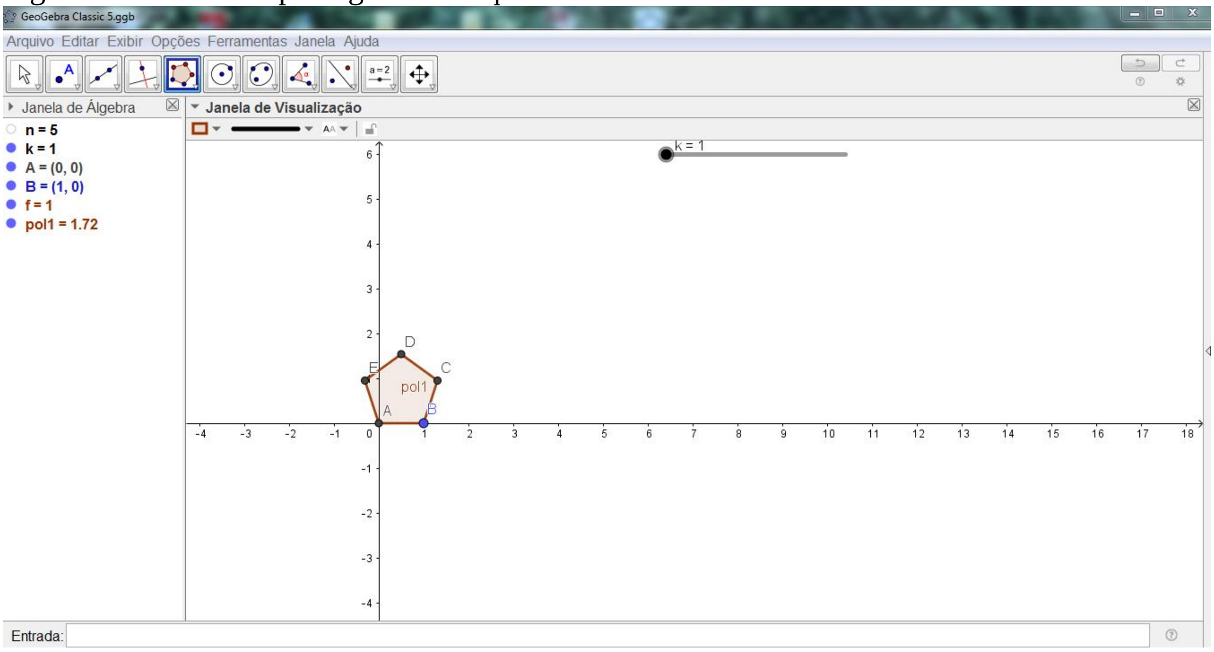
Figura 11 – Construção dos controles deslizantes “n” e “k”



Fonte: Os autores.

Em seguida, criamos um pentágono regular com vértices nos pontos “(0,0)” e “(1,0) e número de lados igual a “n”, utilizando o ícone “Polígono Regular” da barra de ferramentas.

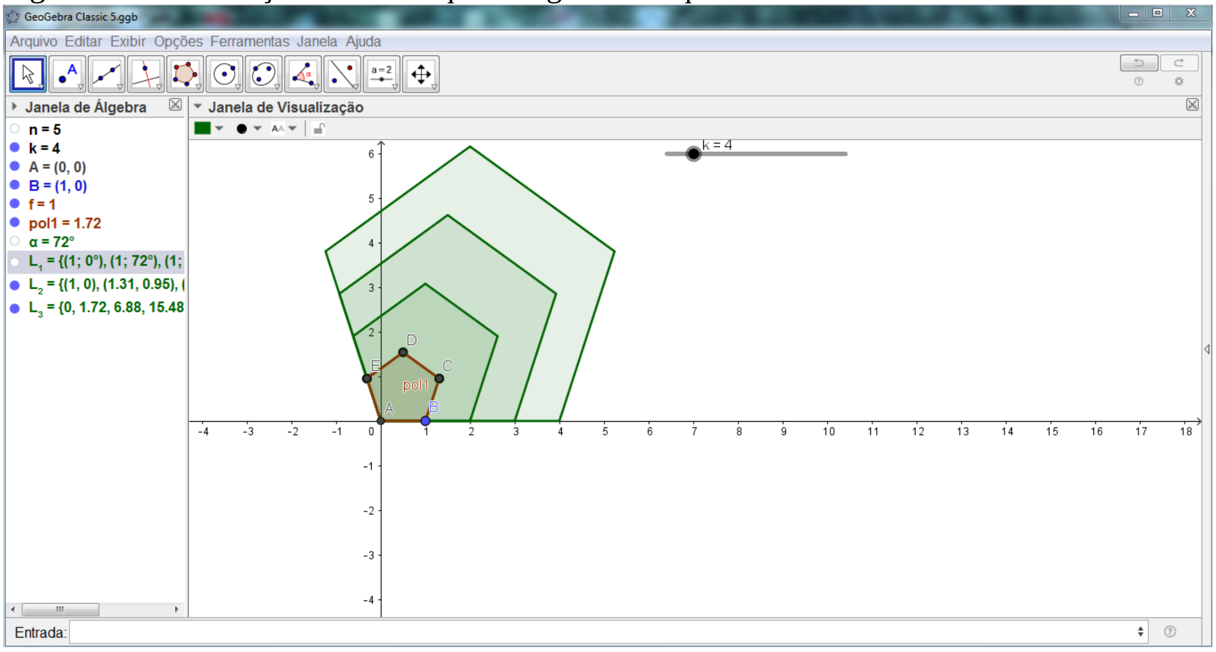
Figura 12 – Primeiro pentágono da sequência



Fonte: Os autores.

Em seguida, utilizamos os seguintes comandos na Caixa de Entrada: “α= (360°) / n”, “L_1=Sequência((1; i α), i, 0, n - 2)” e “L_2= Sequência(Soma(L_1, i), i, 1, n - 1)” e “L_3= Sequência(Polígono((0, 0), (i; 0), n), i, 0, k)”. Na Janela de Álgebra, ocultamos a lista 1 e obtemos a figura 13 a seguir, para k = 4.

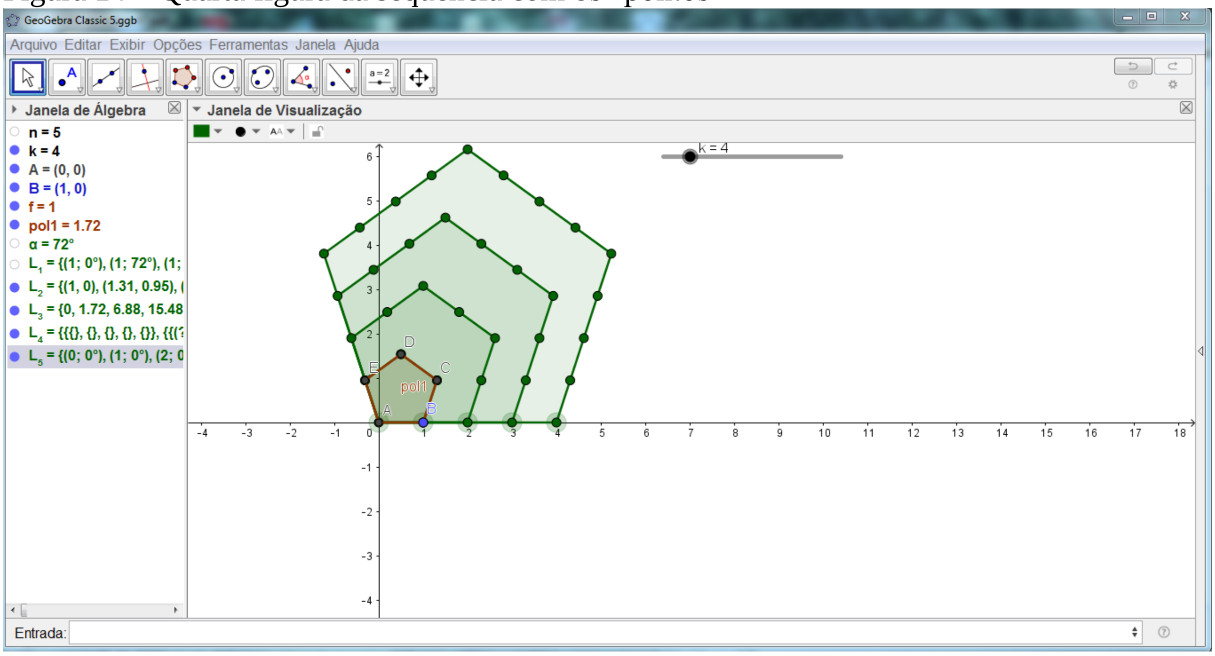
Figura 13 – Construção inicial da quarta figura da sequência



Fonte: Os autores.

Em seguida, utilizamos os comandos “L_4= Sequência(Sequência(Sequência(i Elemento(L_2, j - 1) + t Elemento(L_1, j), t, 1, i), j, 0, n - 1), i, 0, k)” e “L_5= Sequência((i; 0), i, 0, k)” na Caixa de Entrada e obteremos a figura 14 .

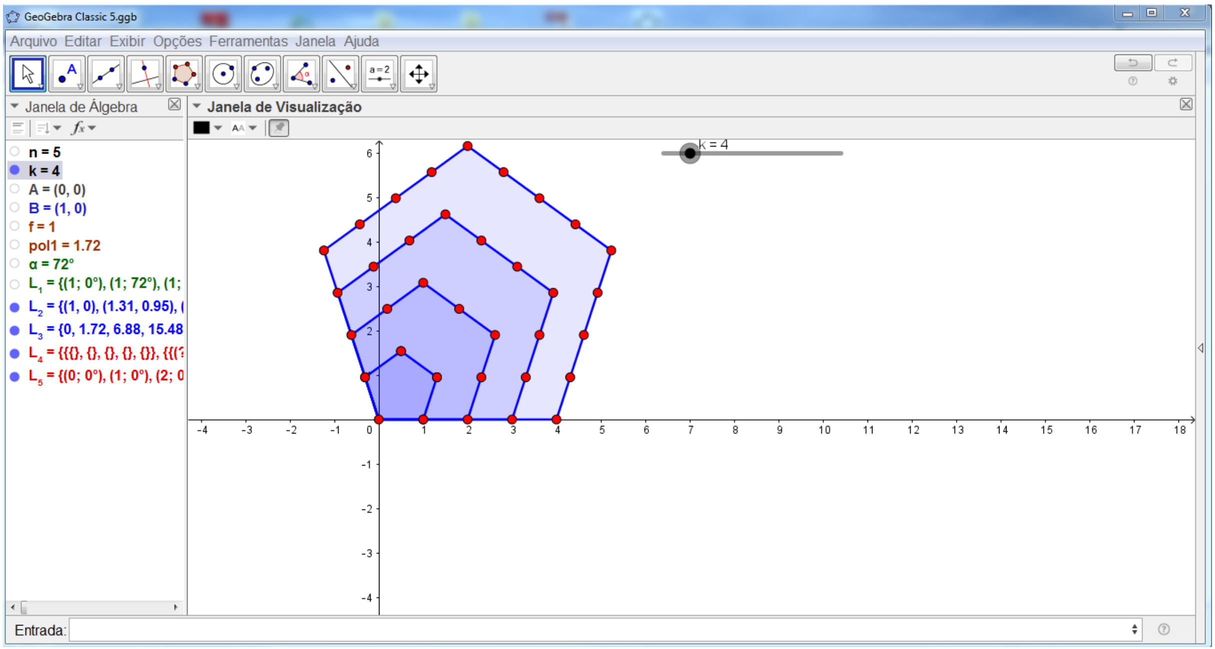
Figura 14 – Quarta figura da sequência com os “pontos”



Fonte: Os autores.

Agora, a critério de quem esteja fazendo a construção poderão ser ocultados o polígono 1 (pol1) e os pontos “A”, “B”, “C”, “D” e “E”, clicando sobre eles na Janela de Álgebra, assim como a determinação das cores de cada lista. Destacamos aqui, os pontos na cor vermelha e os polígonos na cor azul e obtemos para k = 4, a figura 15 representada abaixo.

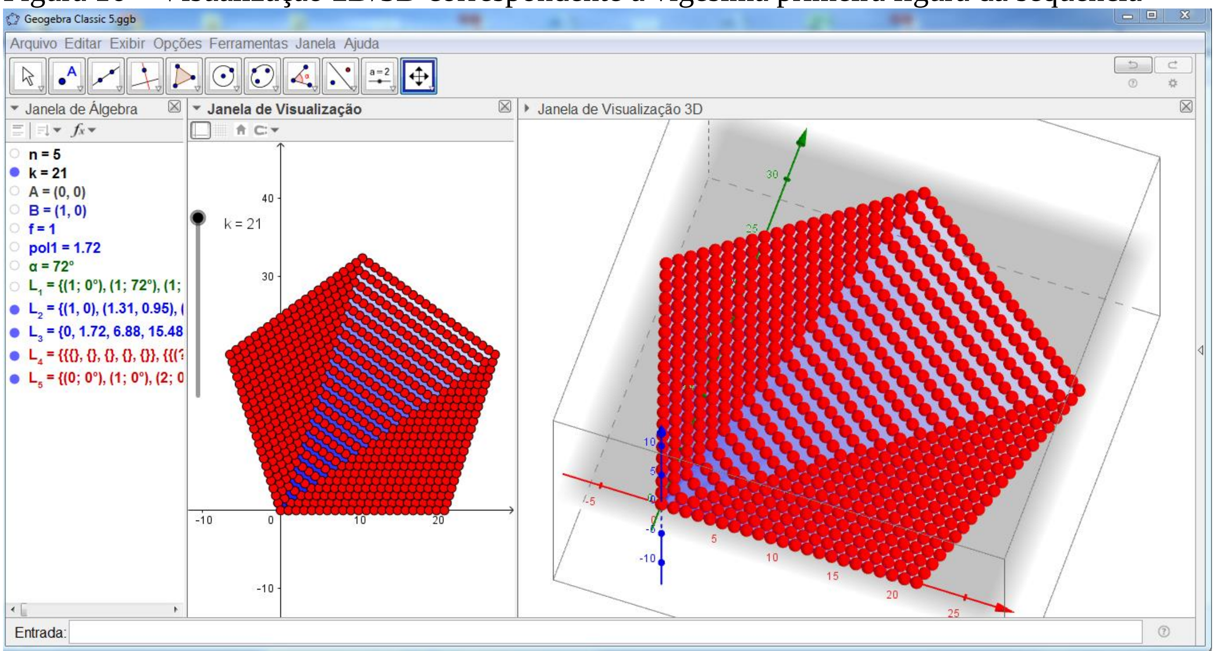
Figura 15 – Quarta figura da sequência com os pontinhos em vermelho e os polígonos em azul



Fonte: Os autores.

Para observarmos qualquer figura da sequência, basta movermos o controle deslizante “k” e obteremos a figura desejada. Por exemplo, a vigésima primeira figura será apresentada a seguir, na figura 16.

Figura 16 – Visualização 2D/3D correspondente à vigésima primeira figura da sequência



Fonte: Os autores.

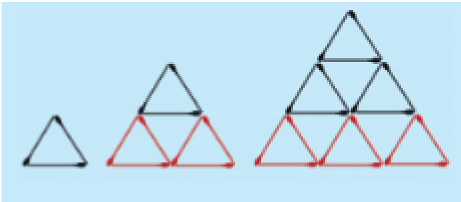
Para exibir a construção em três dimensões, basta clicar em “Janela de Visualização 3D” no ícone “Exibir” da Barra de Ferramentas e fazer ajustes como Ampliar, Reduzir ou Mover a Janela de Visualização 3D..

5.3.2 Situação Didática Olímpica 2

Conhecimentos Prévios: Soma dos “n” primeiros números naturais, equação do 2º grau

(Problema da OBMEP 2012 – 1ª fase – Níveis 2 e 3 – questões respectivamente 9 e 2) Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos tem um lado desse triângulo?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



Dialética da Ação – Inicialmente, é esperado do aluno que ele perceba, através da análise das figuras, a existência de um padrão na disposição em que os triângulos estão apresentados. É um momento de conhecimento do problema. O aluno deve se familiarizar com os dados, identificar o que é necessário para resolvê-lo e começar a tomar decisões. Ele poderá começar a interagir com a figura no Geogebra e a observar o padrão existente entre os triângulos da sequência.

Algum aluno poderá tentar rabiscar as figuras, no entanto, perceberá que visualizando de forma mais dinâmica cada figura da sequência no Geogebra terá a oportunidade de compreender melhor o problema. Pommer (2013) destaca que, nessa fase, o aluno elege um procedimento de resolução do problema, que nem sempre é o mais adequado, podendo ser eficaz para resolver parte do problema. Ao longo do desenvolvimento da situação didática o professor poderá fazer “reinvestimentos”, segundo Alves (2016), instigando os discentes, com o cuidado de não dar respostas.

Dialética da Formulação – O aprendiz começará a trocar informações com os colegas acerca da existência do padrão que existe entre as figuras. Assim, com a movimentação do controle deslizante no Geogebra, que é uma ferramenta dinâmica, o aluno deverá ser instigado a observar a quantidade de lados, que representam os palitos, em cada figura. Esperamos que no desenvolvimento das elaborações do aluno, ele entenda que a partir dos triângulos que estão na posição 2, ou seja, para $n \geq 2$, é acrescentado n triângulos iguais ao primeiro, ao triângulo precedente. A construção dessa ideia deve ser feita passo-a-passo. Por isso, propomos que sejam analisadas as figuras consecutivamente; Na tabela 3, são apresentadas as informações que esperamos que observem.

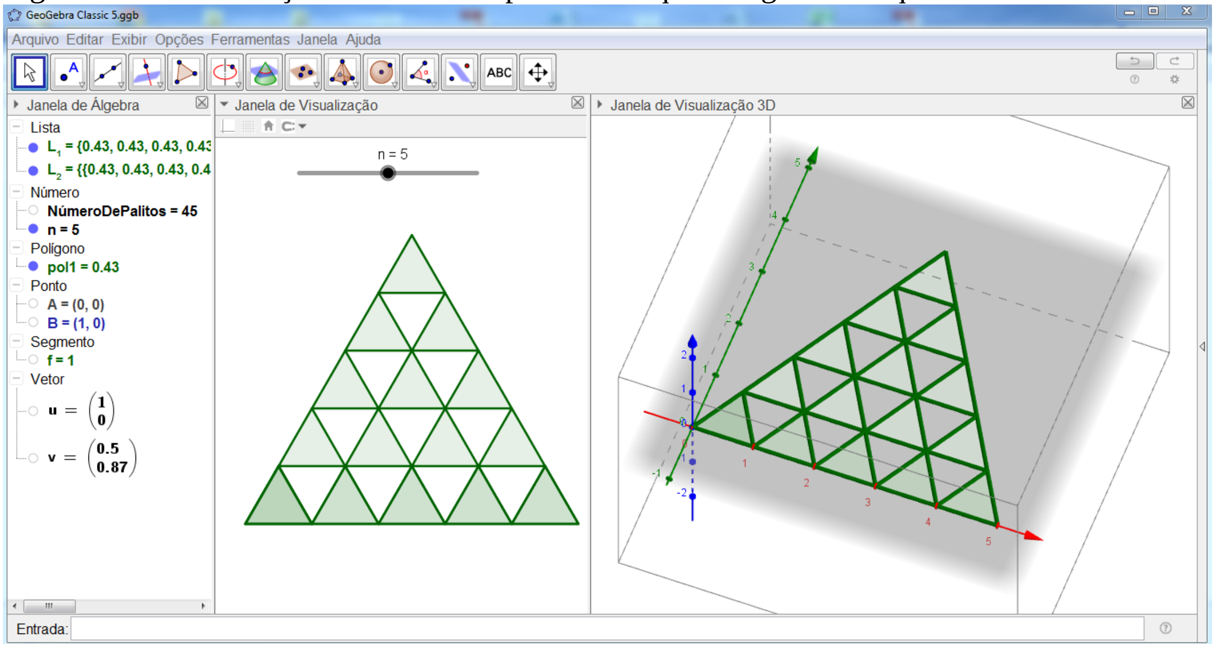
Tabela 3 – Número de palitos acrescentados à figura de acordo com sua ordem

Ordem da figura	**Número de palitos acrescentados à figura anterior**
2	$3 \cdot 2$
3	$3 \cdot 3$
4	$3 \cdot 4$
...	...
N	$3 \cdot n$

Fonte: Os autores.

Ao final do problema, o aluno deverá saber quantos palitos tem um lado de um triângulo que foi construído com 135 palitos de fósforo. E, assim, das observações no Geogebra ele deve generalizar e concluir que a quantidade de palitos do triângulo que ocupa a posição “n” na sequência corresponde a $3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + ... + 3 \cdot n$. Ou seja, a quantidade de palitos será a soma dos palitos de cada triângulo da sequência, que também pode ser escrito como $3 \cdot (1 + 2 + 3 + ... + n)$. A figura 17 apresenta a quinta figura da sequência em duas dimensões e em três dimensões. Todas elas podem ser observadas, basta movimentar o controle deslizante.

Figura 17 – Visualização 2D/3D correspondente à quinta figura da sequência



Fonte: Os autores.

O professor poderá questionar os estudantes, sobre o próximo passo. Assim, eles deverão reconhecer a Sequência Numérica, mais especificamente a PA.

Assim, o aluno conhecendo esse conceito e o conceito da soma dos seus termos, prosseguirá. A soma dos termos de uma PA é dada por:

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

Assim, sabendo que a soma dos termos está sendo multiplicada por 3, esperamos que o discente apresente uma solução nesse sentido:

$$135 = \frac{3 \cdot n \cdot (1 + n)}{2}$$

Essa igualdade resulta em $3n + 3n^2 = 270$, ou ainda, $3n^2 + 3n - 270 = 0$. Ao resolver a equação do segundo grau, o aluno concluirá que $n = -10$ ou $n = 9$. Então ele deverá argumentar e mostrar qual é, realmente, a quantidade de palitos em um lado do triângulo que foi construído com 135 palitos. Isso ocorrerá na próxima fase.

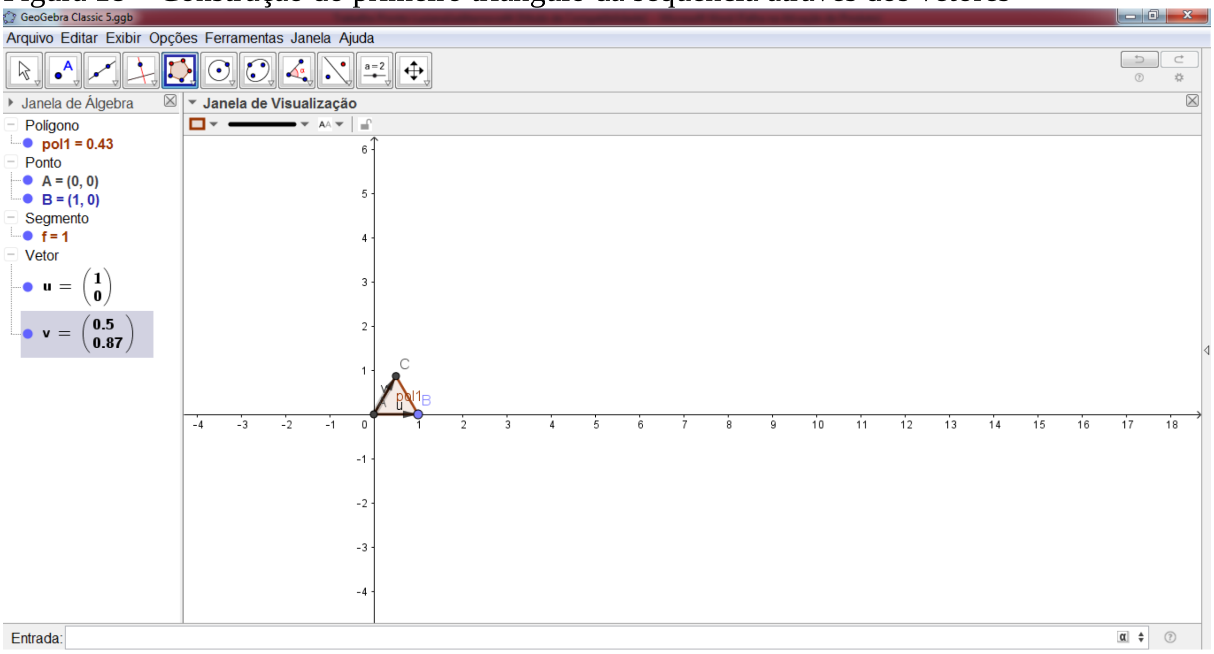
Dialética da Validação – Nessa etapa, segundo Almouloud (2007, p. 39), “o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática”. Ainda segundo o autor, caso o receptor não entenda ou discorde do modelo criado, poderá refutá-los e justificar o motivo da rejeição. O aluno deverá argumentar que o número de lados não pode ser um número negativo, logo será igual a 9. Nesse momento, ele poderá confrontar os dados obtidos por ele com a construção para n = 9, no Geogebra.

Dialética da Institucionalização – Nessa fase, o professor retoma o controle das atividades e tira possíveis dúvidas dos alunos, relembrando o conceito de soma dos termos de uma PA e faz um fechamento das ideias. Se o aluno não entendeu algum conceito é o momento de esclarecê-lo. “Uma vez construído e validado, o novo conhecimento vai fazer parte do patrimônio matemático da classe, embora não tenha ainda o estatuto de saber social” (ALMOULOUD, 2007, p.40).

COMANDOS NO GEOGEBRA

Para iniciarmos a construção no Geogebra, ativamos o comando “Polígono Regular” na barra de ferramentas e em seguida determinamos dois vértices quaisquer, aqui utilizaremos os pontos (0,0) e (1,0) e 3 lados, já que queremos determinar um triângulo. Em seguida, criaremos dois vetores u = (A, B) e v = (A,C). Para isso, digitamos na caixa de entrada os comandos “Vetor(A,B)” e o Geogebra renomeia como u= (A,B) e “Vetor(A,C)” o que resultará no vetor v. Obteremos a figura 18.

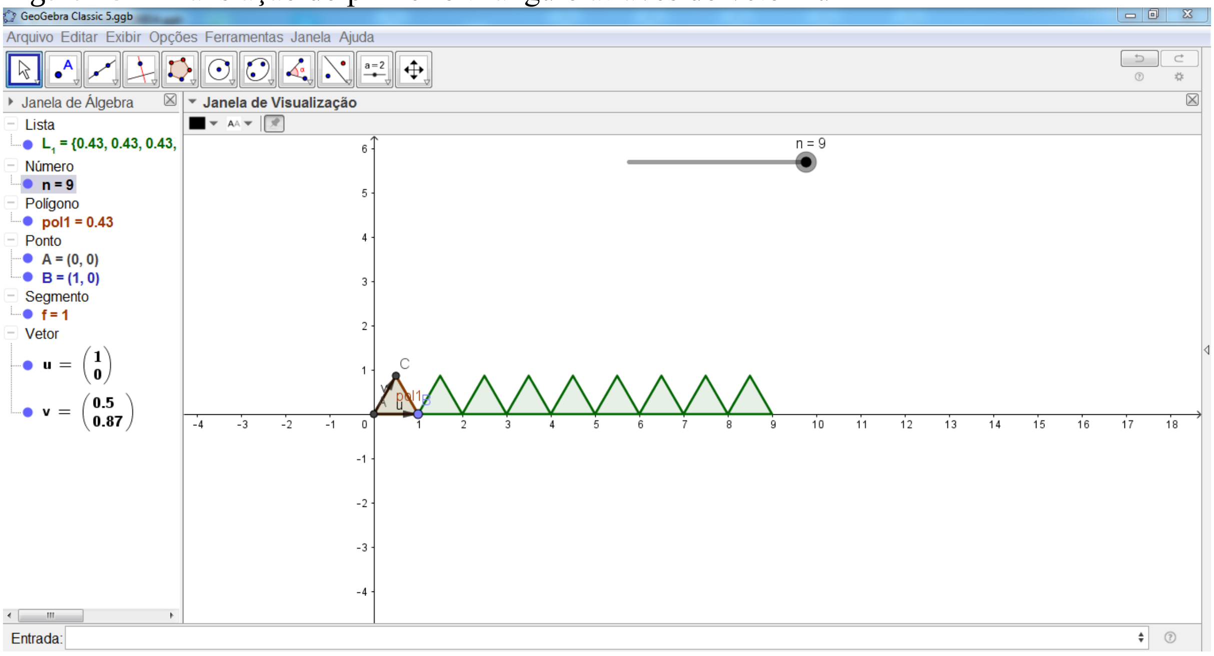
Figura 18 – Construção do primeiro triângulo da sequência através dos vetores



Fonte: Os autores.

Agora, criaremos um controle deslizante que denotaremos por n, com valores mínimo e máximo, respectivamente iguais a 1 e 9 e incremento igual a 1. Depois, iremos transladar o polígono obtido através do vetor u. Para isso, utilizaremos os comandos da caixa de entra, será “L_1= Sequência(Transladar(pol1, Vetor(u i)), i, 0, n - 1)”. Para n= 9, a figura obtida está representada a seguir.

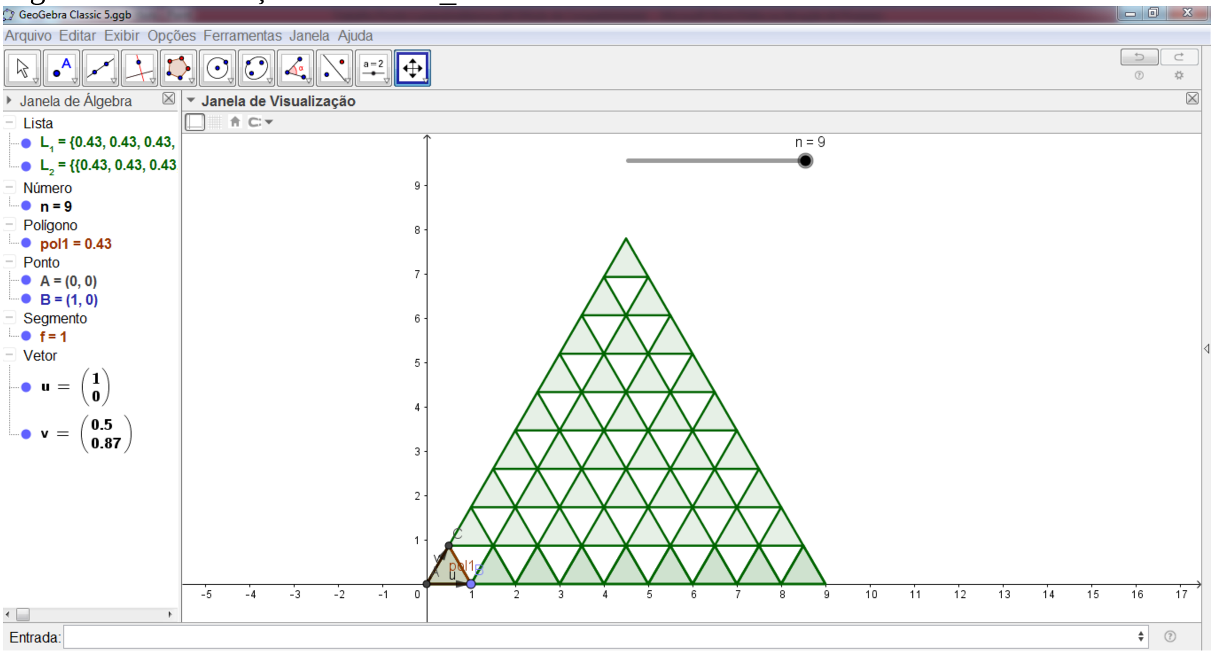
Figura 19 – Translação do primeiro triângulo através do vetor “u”



Fonte: Os autores.

Agora, para obtermos a figura que procuramos para n = 9, digitaremos o comando “L_2 = Sequência(Transladar(ParteDaLista(L_1, 1, n - i), Vetor(v i)), i, 0, n - 1)” na caixa de entrada e obtemos a figura 20.

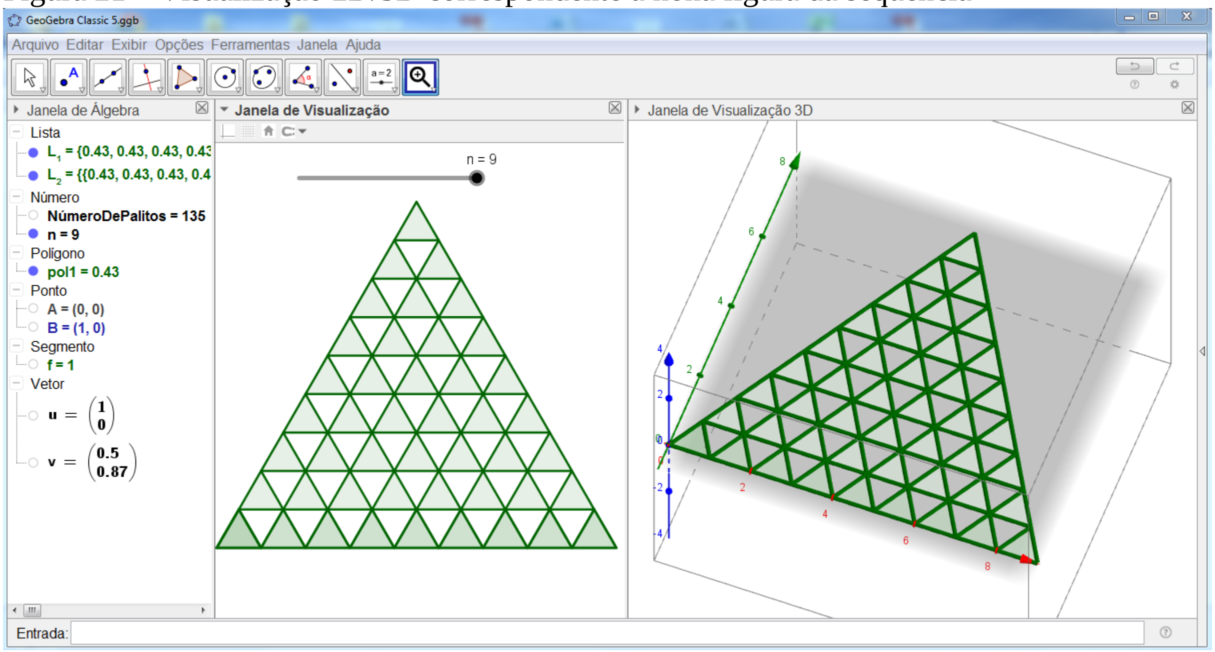
Figura 20 – Translação da lista “L_1”



Fonte: Os autores.

Para obtermos uma aparência melhor da figura, utilizaremos os recursos “Exibir/Esconder Rótulos” no menu “Editar” da barra de tarefas, excluímos os eixos coordenados e também desativamos objetos como os vetores e pontos. Outra opção é clicar no botão direito do mouse e em seguida na opção “Exibir/Esconder Rótulos” ou “Exibir/Esconder Objetos”.

Figura 21 – Visualização 2D/3D correspondente à nona figura da sequência



Fonte: Os autores.

Para a quantidade de palitos, na caixa de entrada digitaremos a expressão "NúmeroDePalitos= 3n(n+1)/2" e variando o valor de n, encontramos para 135 palitos, n = 9, como apresentada na figura 21 em duas e em três dimensões.

6 CONSIDERAÇÕES SOBRE ANÁLISE A POSTERIORI/VALIDAÇÃO

A última fase de uma Engenharia Didática é a Análise a Posteriori/Validação dos dados. Trata-se da análise, verificação e confrontação dos dados coligidos aplicação das situações/sequências didáticas com os dados obtidos e previstos na etapa de análise a priori. Laborde (1997) destaca duas possibilidades distintas de validação em uma Engenharia Didática, a saber, validação interna e validação externa. Na presente pesquisa não ensejamos analisar e validar dados, visto que não realizamos a experimentação com alunos. No entanto, faremos algumas considerações sobre o que esperamos e pretendemos com essa pesquisa. Antes, porém, apontamos os dois tipos de validação que uma Engenharia Didática admite, destacando que essa pesquisa tem características de validação interna.

6.1 Validação Interna

A validação de uma Engenharia Didática ocorre de forma interna quando há a confrontação dos dados coligidos na pesquisa com as hipóteses levantadas a priori. Essa confrontação de dados refere-se ao mesmo objeto de estudo.

Segundo Laborde (1997) a validação interna de uma sequência ocorre da seguinte forma: descrição genérica do aluno, da classe e das condutas e os tipos de produções majoritárias da classe, estudo de sua evolução no decurso da experimentação e adequação, tendo em vista os estudantes; na escolha de situações particulares julgadas significativas na sequência, relativamente às quais as produções dos estudantes são produzidas; seguir diacronicamente algum ou alguns estudantes durante longo tempo, a fim de observar a regularidade das concepções e habilidades adquiridas.

6.2 Validação Externa

Uma validação é considerada externa quando confrontamos dados obtidos na análise a priori com os dados obtidos na experimentação e, além disso, comparamos dados de uma determinada pesquisa aos dados de outra.

Laborde (1997, p.104) destaca que em uma validação externa os seguintes pontos devem ser considerados: a comparação das produções dos estudantes antes e depois da aplicação da sequência, por meio de entrevista ou questionários; a comparação com as produções de estudantes externos ao tipo de experimento e da sequência estruturada.

6.3 Considerações sobre Validação da Pesquisa

De acordo com as definições de Laborde (1997) para validação interna e validação externa, podemos afirmar que a presente pesquisa utilizou a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa que, se validada, aponta características de validação interna. Embora a pesquisa realizada se restrinja a uma proposta de ensino e não tenha sido realizada a etapa de experimentação, os dois primeiros pontos sugeridos por Laborde (1997) para a validação interna podem ser observados, visto que as situações propostas visam acompanhar a evolução do educando no decorrer da aplicação das situações didáticas olímpicas, sem considerar aspectos externos.

Esperamos que essa proposta metodológica utilizando a TSD, em particular as SDOs, para elaborar situações de aprendizagem que versam sobre problemas olímpicos de Sequências Numéricas, onde se valoriza a produção autônoma de saberes pelos educandos, com o auxílio do *software* Geogebra, contribua para o aprendizado e melhor desempenho desses alunos em Olímpiadas de Matemática, assim como em sala de aula.

Essa é uma proposta voltada para professores de Matemática do Ensino Médio que tenha interesse em utilizar problemas olímpicos em sala de aula buscando que o discente tenha participação ativa na construção do seu conhecimento. Além disso, utilizamos o Geogebra como recurso tecnológico auxiliar, pois entendemos que através das construções nesse *software* o aluno desenvolverá seu pensamento intuitivo, diante de situações onde o aluno observa um mesmo problema por óticas distintas, por exemplo, na Janela de Álgebra e da Janela Geométrica, além proporcionar uma visualização de modo mais geral e local do problema.

Compreendemos também que com a utilização do *software*, muitos alunos, inclusive aqueles que não gostam de Matemática possam se engajar mais na resolução dos problemas. No entanto, é necessário que o professor fique vigilante quanto a isso para que os discentes não se dispersem do real motivo do uso da tecnologia, que, nesse caso, objetiva a aprendizagem.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As Olimpíadas de Matemática tem ganhado cada vez mais espaço e repercussão entre os estudantes, principalmente após a criação da OBMEP, em 2005. No entanto, muitos alunos não apresentam interesse e demonstram certo receio ao se deparar com essas provas, que acontecem anualmente. Isso se deve, muitas vezes, à falta de acesso a problemas olímpicos nas aulas de Matemática ou à ausência de metodologias de ensino específicas para esse fim. Torna-se, portanto, essencial discutir possibilidades que possam contribuir e provocar mudanças nesse âmbito, de forma que concorra para a melhoria de resultados nas olimpíadas, assim como na aprendizagem de Matemática.

No decorrer dessa pesquisa, buscamos, inicialmente, identificar a presença/ausência de metodologias de ensino específicas para problemas olímpicos em produções acadêmicas do PROFMAT e do banco de teses e dissertações da CAPES. Buscamos também investigar se algum dos trabalhos encontrados utiliza SDOs como uma alternativa metodológica, em particular no ensino de Sequências Numéricas.

Analisando os trabalhos, percebemos que a existência de metodologias de ensino voltadas para Olimpíadas de Matemática é escassa. Encontramos a utilização de SDOs apenas no trabalho de Oliveira (2016) e nas dissertações recém-defendidas de Santos (2018) e Andrade (2018), que propõem a TSD como metodologia para o ensino de problemas olímpicos de Geometria, por meio de Situações Didáticas Olímpicas. Evidenciamos que não encontramos pesquisas utilizando SDOs para o ensino de Sequências Numéricas.

Sendo assim, propomos utilizar a ED, em suas duas primeiras fases, como metodologia de pesquisa em complementaridade com a TSD, como metodologia de ensino, para a concepção de SDOs voltadas para o conteúdo Sequências Numéricas. Buscamos contemplar problemas dos três níveis da OBMEP como uma revisão do mencionado conteúdo, destacando o que esperamos dos alunos e dos professores em cada fase/dialética da TSD.

Aliando o uso de um recurso tecnológico, o *software* Geogebra, à TSD, foram elaboradas dez SDOs, referentes ao conteúdo Sequências Numéricas, em que são destacadas previsões acerca dos possíveis comportamentos dos alunos, com o intuito de oferecer ao professor de Ensino Médio uma possibilidade de abordar problemas olímpicos em sala de aula.

Nesse escopo, cabe lembrar que duas das situações didáticas mencionadas encontram-se no corpo desta dissertação enquanto as outras oito compõem o produto educacional da pesquisa.

Convém mencionar que, sendo as tecnologias presente atualmente em diversos setores da sociedade, é imprescindível a sua presença também no contexto escolar. O *software* Geogebra, nesse estudo, atua como importante facilitador no processo de visualização de características dos problemas de forma mais geral e local, bem como possibilita que o educando seja instigado a questionar e buscar a solução de um determinado problema olímpico.

É oportuno salientar que o uso de um recurso tecnológico como o Geogebra em sala de aula deve ser precedido de um planejamento prévio feito pelo professor. Nesse sentido, o docente deve ter os objetivos de sua aula bem definidos e utilizar esse recurso como uma forma de melhorar o ensino e a aprendizagem dos estudantes, com o cuidado para que não seja apenas a apresentação do software em si que chame a atenção dos alunos.

Na elaboração das SDOs foi dada uma ênfase aos aspectos descritivos e preditivos, como rege a segunda fase da Engenharia Didática, onde o professor se antecipa às ações do aluno, prevendo seus possíveis passos posteriores. Buscamos descrever detalhadamente o que esperamos do aluno em cada situação, assim como, prever suas possíveis ideias e passos posteriores.

A partir da Teoria das Situações Didáticas em suas quatro fases, esperamos que o aprendiz desenvolva características de um protagonista, interagindo com o *milieu* em busca da solução de um determinado problema. Na fase de ação, o estudante começar a dar respostas imediatas, testa hipóteses sem a necessidade de criar modelos matemáticos. Essa fase é caracterizada pelas escolhas iniciais que o aluno fará na busca da resolução do problema, onde os conhecimentos apresentados são de natureza intuitiva e experimental.

Na fase de formulação, esperamos que o aprendiz dê respostas mais formais, que resultarão da troca de informações com seus colegas e das ações e retroações sobre o meio. Nessa etapa, a troca de informações entre os discentes é essencial para a construção da resolução do problema. Já na fase de validação é necessário que as respostas dadas pelos estudantes sejam formais e eles devem provar que suas afirmações são válidas, através de argumentos e provas. Finalmente, na fase de institucionalização, o professor retoma o controle da situação e institucionaliza o saber, tornando-o um saber oficial.

Com essa pesquisa, buscamos oferecer um subsídio para o ensino de Sequências Numéricas no contexto das Olimpíadas de Matemática, utilizando para isso Situações

Didáticas Olímpicas aliadas ao *software* Geogebra. Propomos uma abordagem buscando que o aluno, inclusive aquele que não gosta de Matemática e/ou tem muita dificuldade na disciplina, possa se sentir um participante ativo na produção do seu conhecimento e que com o auxílio do Geogebra tenha mais facilidade em visualizar características/propriedades inerentes aos problemas com mais clareza, assim como se engaje mais no processo de resolução dos mesmos.

A partir dessa pesquisa vislumbramos aumentar o leque de discussões acerca de metodologias de ensino diferenciadas e direcionadas a problemas olímpicos e fornecer aos professores do Ensino Médio uma alternativa de abordagem desses problemas em um ambiente onde se privilegie a participação ativa do educando e o professor seja um mediador.

Esperamos, portanto, que a partir dessa pesquisa possam ser desenvolvidas e sejam fomentadas novas perspectivas de trabalhos acerca do tema, visto que ele é tão importante para a Matemática. Através de atividades desenvolvidas a partir de problemas de olimpíadas de Matemática utilizando a teoria descrita, o aluno tem a oportunidade de desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico, interpretação e argumentação. Os resultados apresentados nas olimpíadas e nos problemas apresentados em salas de aula podem ser melhorados significativamente.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, Paulo; SERRAZINA, Lurdes; OLIVEIRA, Isolina. **A Matemática na Educação Básica.** Lisboa. Ministério da Educação/Departamento de Educação Básica, 1999. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/263807597_A_Matematica_na_Educacao_Basica>. Acesso em 18 abr. 2017.

ALMOULOUD, Saddo Ag; SILVA, Maria José Ferreira da. Engenharia Didática: Evolução e Diversidade. **REVEMAT:** R. Eletr. de Edu. Matem., Florianópolis, v.7, n. 2, p. 22-52, 2012.

ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **REVEMAT:** R. Eletr. de Edu. Matem., v.3, n. 6, p.62-77, 2008.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática.** Editora UFPR. São Paulo: Brasil. 2007.

ALVES, Francisco Régis Vieira. Insight: descrição e possibilidades de seu uso no ensino do cálculo. **VIDYA**, Santa Maria, v. 32, n. 2, pp. 149-161, jul./dez. 2012.

ALVES, Francisco Régis Vieira. **Situação Didática Olímpica (SDO)**: Aplicações da Teoria das Situações Didáticas para o ensino de olimpíadas. 2018. No prelo.

ALVES, Francisco Régis Vieira. Transição Complexa do Cálculo TCC: Engenharia Didática para as noções de Sequências, Séries e Séries de Potências. **Educação Matemática em Revista**, RS, v.1, n. 17, p. 83-97, 2016.

ALVES, Washington José Santos. **O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública.** 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - PROFMAT). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC. 2010. Disponível em: <http://www.pucsp.br/sites/default/files/download/posgraduacao/programas/educacaomatematica/washington_alves.pdf>. Acesso em: 22 mar. 2017.

AMÂNCIO, Juliana Ramos. **Planejamento e Aplicação de uma Sequência Didática para o Ensino de Probabilidade no Âmbito do PIBID.** 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/49%20Juliana%20Amancio.pdf>. Acesso em: 22 abr. 2017.

AMÉRICO, Gilmar Virgolino. **Resolução de problemas sobre Análise Combinatória para a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013. Disponível em: < http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/945/2011_00722_GILMAR_VIRGOLINO_AMERICO.pdf?sequence=1>. Acesso em 22 mar. 2017.

ANDRADE, Maria Helena de; ALVES, Francisco Régis Vieira; **SANTOS**, Ana Paula Rodrigues. Engenharia Didática aplicada numa Situação Olímpica. *In*: CONGRESSO

INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, 4., 2017, Santo Ângelo. **Anais CIECITEC**, n. 1.v. 4. Rio Grande do Sul. 2017. Disponível em: < http://www.santoangelo.uri.br/anais/ciecitec/2017/resumos/comunicacao/trabalho_2866.pdf> Acesso em: 19 out. 2018.

ANDRADE, Maria Helena de. **Aplicação de Situações Didáticas Olímpicas numa abordagem experimental na formação docente.** 2018. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, IFCE, Fortaleza, 2018. Disponível em: < http://pgecm.fortaleza.ifce.edu.br/wp-content/uploads/2018/12/HELENA-DISSERTACAO-FINAL-17.12-2.pdf>. Acesso em 22 dez. 2018.

ARAÚJO, Péricles Bedrethuck. **Situações de Aprendizagem:** a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o *Geogebra*. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

ARTIGUE, Michèlle. Ingenieria Didática. In: Artigue, Michèlle; Douady, R.; Moreno, L; Gomez, P.**Ingeniéria didática em Educacion Matemática.** Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995, cap. 4, p. 33-59.

AZEVEDO, Sandro Alves de. **Treinamento Olímpico em Matemática para Turmas Multisseriadas**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

BADARÓ, Ronei Lima. **Do Zero às Medalhas: orientações aos professores de cursos preparatórios para Olimpíadas de Matemática.** 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Matemática, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

BAGATINI, Alessandro. **Olimpíadas de Matemáticas, Altas Habilidades e Resolução de Problemas.** 2010. Monografia (Licenciatura em Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/29144/000775916.pdf?sequence=1>. Acesso em: 22 mar. 2017.

BONFIM, Adenilson Pereira. **Produção e Aplicação de Material Didático para Estudantes Iniciantes em Olimpíadas de Matemática**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013. Disponível em: <http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/463/2011_00353_ADENILSON_PEREIRA_BONFIM.pdf?sequence=1>. Acesso em: 22 mar. 2017.

BOYER, Carl. B. História da Matemática. 2.ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 1996.

BRAGANÇA, Bruno. **Olimpíada de Matemática para a matemática avançar.** Dissertação. (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013. Disponível em:

<http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/710/2011_00481_BRUNO BRAGANCA.pdf?sequence=1>. Acesso em: 12 fev. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio**: ciências naturais. Brasília, DF: MEC/SEF, 2000.
________. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) – Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEB, 2006.

BROUSSEAU, Guy. **Ingéniere didactique. D'un problème à létude à priori d'une situation didactique.** Deuxième École d'Été de Didactique des mathématiques, Olivet, 39-60, 1982.

BURIGO, Elizabete Zardo. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Estudo da Ação e do Pensamento de Educadores Matemáticos dos Anos 60.** Dissertação (Mestrado) – UFRGS, Porto Alegre, 1989.

CALAZANS, Marcos Vinicius Fernandes. **Proposta de Implantação do Centro Preparatório para Olimpíadas de Matemática**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2014. Disponível em: <http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1175/2012_00957_MARCOS_VINICIUS_FERNANDES_CALAZANS.pdf?sequence=1>. Acesso em: 12 fev. 2017.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. **Zetetike,** Campinas-UNICAMP, v. 13, n. 23, p. 85-118, 2005. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/publicacoes/ENGENHARIA%20ZETEIKE2005.pdf>. Acesso em: 22 jan. 2017.

CARVALHO, Edmo Fernandes; FARIAS, Luiz Márcio Santos. Utilização da Webquest à Luz da Teoria das Situações. *In*: COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO, 10., 2013. **Anais...** 2013. p. 247-259.

CARVALHO JÚNIOR, Augusto Lacerda Lopes de. **Material Multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 3 da OBMEP sobre Geometria.** 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT). Universidade Federal do Pará. 2013.

CARVALHO, Márcio Miranda de. **Resolução de problemas matemáticos olímpicos**: uma abordagem aritmética modular. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT), Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, 2013. Disponível em: http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1311/2011_01102_MARCIO_MIRANDA_DE_CARVALHO.pdf?sequence=1. Acesso em: 12 fev. 2017.

CASTRO, Fidelis Zanetti de. **Uma Proposta de Sequência Didática para Treinamento Olímpico em Matemática.** 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em

Rede Nacional - PROFMAT), Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

CAVALCANTE, Pedro Paulo. **Técnicas de Tabuleiro em Problemas Olímpicos:** uma comparação de soluções. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) , Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2016.

CAVALCANTI, Valdir de Sousa. Teoria das Situações Didáticas: Trabalhando Conceitos de Circunferências. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática- SBEM, 2013. p. 1-16. Disponível em: < http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1315_293_ID.pdf>. Acesso em: 22 abr. 2017.

CEARÁ. Relatório da I Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas do Ceará. Fase 1. 2003.

CENTRO DE GESTÃO E ESTUDOS ESTRATÉGICOS. **Avaliação do Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**. Séries Documentos Técnicos, n. 11, jul. 2011. Brasília, 2011.

DIAS, Edgar Heliodoro Vendramelli. **O estudo em grupos para a 2ª fase da OBMEP 2013 e resoluções de questões em vídeo**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

FANTINELLI, Ana Lúcia. **Engenharia didática:** articulando um referencial metodológico para o ensino de Matemática financeira. 2010. Monografia (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática) – Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: < http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31596/000782512.pdf?sequence=1>. Acesso em: 26 mar. 2017.

FIDELES, Eduardo Cordeiro. **A OBMEP sob uma perspectiva de Resolução de Problemas**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

FONSÊCA, Karolliny Garcia; ULISSES, Ethel Menegucci; OLIVEIRA, Fabio Machado de. Análise das Provas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **LSP - Revista Científica Interdisciplinar**, v. 2, n. 4, p. 63-87, abr./jun. 2015.

GÁLVEZ, Grecia. A didática da matemática. In: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Org.). **Didática da Matemática:** Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996. Cap. 2, p. 26-35.

LABORDE, Colette. Affronter la complexité des situations d´apprentissage des mathématiques en classe: Défis et tentatives. **DIDASKALIA**, Grenoble, v. 10, n. 1, p. 97-112, 1997.

MACIEL,Vinicius Milan; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP):** As origens de um projeto de qualificação do ensino de matemática da educação básica. In: *Anais*. Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Ijuí, RS. 2009.

MANTOVANI, Haroldo. **Atividades sobre progressões aritméticas através do reconhecimento de padrões**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –PROFMAT) – Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

MARTINS, Ronald Alexandre. **Colinearidade e Concorrência em Olimpíadas Internacionais de Matemática:** uma reflexão voltada para o ensino da Geometria Plana no Brasil. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

MODERNA (Org.). **Conexões com a Matemática.** 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

MONTEIRO, Augusto Cézar Tiradentes. **Introdução ao Treinamento Olímpico:** Uma Proposta para os alunos da Rede Pública Estadual. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT) – Departamento de Matemática, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2017.

MOREIRA, Mário Wedney de Lima. **A geometria dinâmica como ferramenta para o ensino de funções trigonométricas em um ambiente virtual de aprendizagem.** 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciencias e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, 2012.

NORO, Ana Paula. **Contribuições da engenharia didática para o ensino e aprendizagem de poliedros**. 2012. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa e Extensão Área de Ciências Tecnológicas, Centro Universitário Franciscano -UNIFRA, Santa Maria, 2012.

OBM. **Histórico**. Disponível em: http://www.obm.org.br/quem-somos/historico/. Acesso em 20 jan. 2017.

OBMEP. **Números**. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm>. Acesso em 15 jun. 2017.

OBMEP. **Regulamento**. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/regulamento.htm>. Acesso em 15 jun. 2017.

OLIVEIRA, Cícera Carla do Nascimento. **Olimpíadas de matemática: concepção e descrição de "Situações Olímpicas" com o recurso do Software Geogebra.** 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática:** Uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PAPMEM-IMPA. **Julho de 2003 – Discussão – 2ª parte**. 2003. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=XFyXYuOnV_4&t=3268s> . Acesso em 18 jul. 2018.

PENA, Maria Botelho Alves. **Experiências docentes vivenciadas dentro e fora da sala de aula, em tempos de OBMEP de 2005 a 2013.** 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT). Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2014.

PINHEIRO, Tárcius Alievi; LAZZARIN, João Roberto. Recorrência Matemática na OBMEP. **Ciência e Natura**. v. 37, p. 36-46, 2015.

POMMER, Wagner Marcelo. **A Engenharia Didática em sala de aula**: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. São Paulo, 2013. Disponível em: < http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro+Eng%C2%AA+Did%C3%A1tica+2013.pdf>. Acesso em: 22 mar. 2017.

PONTES, Ronildo Lopes. **Material Multimídia:** Resolução comentada de algumas questões do nível 1 da OBMEP sobre geometria. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013. Disponível em: < http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/482/2011_00374_RONILDO_LOPES_PONTES.pdf?sequence=1>. Acesso em: 23 abr. 2017.

SANTOS, Ana Paula Rodrigues Alves. **Situações Didáticas Olímpicas:** Um contributo da Engenharia Didática Clássica no Ensino de Olimpíadas. 2018. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, IFCE, Fortaleza, 2018. (No prelo).

SCHIRLO, Ana Cristina; MEZZA, Elisangela dos Santos. OBMEP: Projeto de Política Pública para a Inclusão Social de Estudantes com Talento em Matemática. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBM, 2013. p. 1-13.

SILVA, Cláudia Galvão da. **Resolução de Problemas Sobre Geometria para as Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013. Disponível em: http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/943/2011_00720_CLAUDIA_GALVAO_DA_SILVA.pdf?sequence=1>. Acesso em 23 abr. 2017.

SOUZA, Gilvan Lira. **Resolução de problemas sobre Aritmética para a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013. Disponível em: < http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/944/2011_00721_GILVAN_LIRA_SOUZA.pdf?sequence=1>. Acesso em 23 abr. 2017.

VALE, Isabel. As tarefas de Padrões nas Aulas de Matemática: um desafio para professores e alunos. **Interacções**, n. 20, p. 181-207, 2012.

VICTOR, Carlos Alberto da Silva. **Olimpíada de Matemática: que preciosidades matemáticas envolvem os problemas desta competição e qual o seu impacto para o professor de matemática sem experiência em olimpíadas e a sua importância para o estudante?**. Dissertação (Mestrado em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: < http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/156/2011_00014_CARLOS_ALBERTO_DA_SILVA_VICTOR.pdf?sequence=1>. Acesso em: 12 jan. 2017.