

CÁLCULO E NÚMEROS TRANSCENDENTES

VI Encontro de Monitoria de Projetos da Graduação

Flavio Freitas de Sousa, Antonio Caminha Muniz Neto

Aprendemos no ensino básico que existem polinômios, equações polinomiais de diversos graus, assim como solucionar equações de primeiro e segundo grau. Expandindo algumas dessas noções, chegamos à definição de número algébrico, qual seja, um número real ou complexo que é raiz de alguma equação polinomial de coeficientes racionais. Adicionalmente, um número não algébrico é denominado transcendente. No conjunto dos números reais, os números transcendentais não são raros. Ao contrário, em um certo sentido eles representam a maioria, pois o conjunto dos números algébricos é enumerável. Todo número racional é trivialmente algébrico, porém nem todo irracional é transcendente (raiz de dois, por exemplo, é um irracional que é raiz da equação polinomial $x^2 - 2 = 0$). A classificação de números como algébricos ou transcendentais não é um problema totalmente resolvido, sendo um dos tópicos de pesquisa da área de Teoria Analítica dos Números. Grandes esforços são empregados na descoberta desses números, e resultados bastante satisfatórios foram obtidos ao longo do tempo, como por exemplo o teorema de Gelfand-Schneider, obtido a partir do 7º problema de Hilbert: dados reais $\alpha \neq 0, 1$ e β não racional, α elevado à β é um número transcendente. Em particular, esse resultado nos dá todo um conjunto de casos em que podemos afirmar de imediato que certos números são transcendentais. Dois exemplos famosos de números transcendentais são " π " (a área de um círculo de raio 1) e "e" (o número de Euler, base dos logaritmos naturais), e as respectivas provas são fortemente baseadas em argumentos de Cálculo. O objetivo deste projeto é permitir que o monitor tenha contato com os argumentos de Cálculo utilizados nas demonstrações da transcendência desses dois números, engrandecendo, assim, seu domínio sobre o assunto, e, conseqüentemente, aprimorando sua performance no processo de monitoria.

Palavras-chave: Cálculo. Transcendente. Algébrico.