UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

CENTRO DE CIÊNCIAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FRANCISCO ADEMIR LOPES DE SOUZA

O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS EM TURMAS DE 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DO CMF

FORTALEZA - CE

2012

FRANCISCO ADEMIR LOPES DE SOUZA

O USO DO S*OFTWARE* GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS EM TURMAS DE 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DO CMF

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadores: Prof. Dr. Francisco Gêvane Muniz Cunha e Prof. Dr. Isaías Batista de Lima.

FORTALEZA

2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Ciências e Tecnologia

S715u Souza, Francisco Ademir Lopes de.
O uso do software GeoGebra como ferramenta pedagógica no estudo de funções quadráticas em turmas de 9º ano do Ensino Fundamental do CMF / Francisco Ademir Lopes de Souza. – 2012.
106 f. : il. color., enc. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Fortaleza, 2012.
Área de Concentração: Ensino de Matemática.
Orientação: Prof. Dr. Francisco Gênane Muniz Cunha.
Coorientação: Prof. Dr. Isaías Batista de Lima.

1. Matemática-estudo e ensino. 2. Funções(Matemática). 3. GeoGebra(Software). I. Título.

CDD 372

FRANCISCO ADEMIR LOPES DE SOUZA

O USO DO S*OFTWARE* GEOGEBRA COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS EM TURMAS DE 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DO CMF

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovada em: 20/09/2012.

BANCA EXAMINADORA

Francisco Gêvane Muniz Cunha

Prof. Dr. Francisco Gêvane Muniz Cunha (Orientador)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Isaías Batista de Lima (Coorientador)
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Ivoneide Pinheiro de Lima

Profa. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

MGPontes

Profa. Dra. Maria Gilvanise de Oliveira Pontes
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Dedico esta dissertação a Deus e a minha mãe, Maria Elita Lopes de Souza, por sua batalha diária para que eu sempre pudesse dar continuidade aos estudos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Dr. Francisco Gêvane Muniz Cunha, por suas orientações.

Agradeço ao professor Dr. Isaías Batista de Lima pela grande contribuição, quando na qualificação, para o direcionamento desta pesquisa e por suas orientações.

Agradeço aos professores e colegas do mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) por tanto terem contribuído para a qualidade das atividades desenvolvidas ao longo do nosso curso e, consequentemente, desta dissertação.

Agradeço à colega de trabalho mestra Joice de Andrade Dantas pelas contribuições na estruturação dos capítulos desta dissertação.

Agradeço ao colega de trabalho e mestre Francisco Gustavo Silveira Correia, pelas trocas de ideias, quando nos momentos de angústia, devido a dificuldades enfrentadas no decorrer da pesquisa.

Agradeço à minha mãe, Maria Elita Lopes de Souza, e à minha irmã, Francisca Valdeniza Lopes de Souza, que sempre me apoiaram nos estudos.

Agradeço à minha noiva, Fernanda do Nascimento Lopes, pelo apoio em atividades extra-acadêmicas para que eu pudesse me dedicar a esta pesquisa.

Agradeço à subdireção de ensino do Colégio Militar de Fortaleza, por autorizar a realização desta pesquisa em seus domínios e pelo apoio sempre que precisei.

“Sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino.”

(Paulo Freire)

RESUMO

Com a presente pesquisa buscou-se verificar se a utilização do *software* GeoGebra como ferramenta auxiliar da prática pedagógica provocava uma melhoria da aprendizagem em funções quadráticas de alunos do 9° ano do Ensino Fundamental do Colégio Militar de Fortaleza (CMF). Para isso, fundamentado principalmente em Miorim (1998), Borba (1999), Fiorentini e Lorenzato (2007), Preiner (2008) e Nóbriga e Araújo (2010), foi realizado um estudo sobre o surgimento da Educação Matemática enquanto campo profissional e área de conhecimento, e sobre a sua relação com o uso de *software* educativo nos processos de ensino e de aprendizagem, chegando ao caso mais específico da aplicação do *software* GeoGebra no estudo de funções quadráticas. Para o desenvolvimento desta pesquisa, utilizaram-se duas turmas de 9° ano, as quais foram denominadas de grupo de investigação e grupo de comparação. No primeiro grupo, o GeoGebra foi explorado no estudo de funções quadráticas, e alguns encontros foram realizados no laboratório de informática do CMF, com os alunos manuseando o *software*. No outro grupo, o GeoGebra não foi utilizado. Após os encontros foi aplicado o mesmo teste em ambos os grupos e um questionário no grupo de investigação. Com os dados coletados através desses instrumentos, com as observações feitas e com o registro em diário de bordo das atividades desenvolvidas nos encontros, foram realizadas abordagens quantitativas e qualitativas. Assim, se pôde verificar que o GeoGebra é de fácil manuseio, facilita e dinamiza o processo de aprendizagem, e o seu uso teve boa aceitação pela maioria dos alunos. Além disso, o *software* proporciona que eles, ao interagirem com o computador, cheguem a conclusões próprias. Quanto à aprendizagem em funções quadráticas, ao se comparar os resultados dos alunos dos dois grupos, foi notório o melhor desempenho dos alunos do grupo de investigação. Dessa forma, concluiu-se que a utilização do Geogebra como ferramenta auxiliar da prática pedagógica possibilita aos alunos uma melhor aprendizagem dos conceitos matemáticos estudados.

Palavras-chave: Educação Matemática. *Software* GeoGebra. Função quadrática.

ABSTRACT

This research aimed to analyze if the use of GeoGebra software as educational tool improved the pupil learning of quadratic functions in the 9th grade of the Elementary School in The Military School of Fortaleza (CMF). For this purpose, a study on the foundations of Mathematics Education as occupation and area of knowledge was undertaken as well as its relation to educational software use in the process of teaching and learning up to and including the use of GeoGebra software. This study was based mainly on Miorim (1998), Borba (1999), Fiorentini and Lorenzato (2007), Preiner (2008) and Nóbriga and Araújo (2010). Two groups of 9th grade were experienced, called Investigation and Comparison groups. In the first group GeoGebra software was explored for quadratic functions studies, part of the studies took place in the computer lab. The second group did not use the software. After the experience both groups were submitted to the same test and the first group answered a questionnaire. With data collected and observations carried out during the experience, qualitative and quantitative approaches were made. It is concluded that the software is easy managing, facilitates and promotes the process of learning with good acceptance by the most of students. Furthermore, the software helps students to get their own conclusion concerning the learning of quadratic functions, comparing the result of the groups experienced, it was notorious a better performance of students from Investigation group than students of Comparison group.

Keywords: Mathematics Education. GeoGebra Software. Quadratic function.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

AE	Avaliação de Estudo
ANPEd	Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação
AP	Avaliações Parciais
CD	*Compact Disc*
CM	Colégios Militares
CMF	Colégio Militar de Fortaleza
DECEx	Departamento de Educação e Cultura do Exército
DEPA	Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
EF	Ensino Fundamental
EM	Educação Matemática
FAAP–SP	Fundação Armando Álvares Penteado – São Paulo
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NIAE	Normas Internas para Avaliação Educacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PET	Plano de Execução de Trabalho
PUC–SP	Pontifícia Universidade Católica – São Paulo
RICM	Regimento Interno dos Colégios Militares
SCMB	Sistema Colégio Militar do Brasil
STE	Seção Técnica de Ensino
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
UFF	Universidade Federal Fluminense
UNESP	Universidade Estadual Paulista
VI	Verificação Imediata

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

As tecnologias têm sido desenvolvidas a partir das necessidades humanas, sejam de sobrevivência ou as que surgem ao lidar com o meio. As linguagens falada e escrita são exemplos significativos dessas tecnologias, pois permitiram o acúmulo de conhecimentos e, consequentemente, o desenvolvimento de tecnologias para satisfazer novas necessidades, surgidas pelo fortalecimento do capitalismo nas sociedades.

Estamos vivendo o período de maior ascendência no desenvolvimento tecnológico, que se iniciou com o surgimento das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no século XX. Como símbolo dessa ascendência, temos as tecnologias digitais, as mais recentes e sofisticadas invenções da humanidade.

No contexto da educação, “[...] atualmente, os microcomputadores e a *internet* vêm ganhando cada dia mais espaço e adeptos tanto na prática escolar como na pesquisa educacional.” (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 46, grifo nosso). Do computador se tem explorado desde a sua função primitiva, que é computar dados, passando por máquina de registro necessária na preparação de atividades educacionais, até a função de instrumento de simulação em atividades de pesquisa.

Com o advento da *internet*, foi possibilitado que as informações passassem a circular com maior facilidade e extrema agilidade; a partir do seu uso como abundante meio de pesquisa, foi possibilitado o acesso fácil a *softwares* gratuitos desenvolvidos para uso em práticas pedagógicas. Essa tecnologia surgiu durante a Segunda Guerra Mundial, a partir das necessidades de comunicação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental (EF), terceiro e quarto ciclos, na área de Matemática, destacam que:

> Em função do desenvolvimento das tecnologias, uma característica contemporânea marcante no mundo do trabalho, exigem-se trabalhadores mais criativos e versáteis, capazes de entender o processo de trabalho como um todo, dotados de autonomia e iniciativa para resolver problemas em equipe e para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita). (BRASIL, 1998, p. 27).

Por isso, a partir da necessidade de acompanhar o desenvolvimento da humanidade na era digital, e tendo em vista o computador ser utilizado em diversos ramos de atividades e com diferentes fins, dentre os quais o entretenimento da maioria dos jovens, percebe-se que a utilização de ferramentas tecnológicas em sala de aula, como um *software*, por exemplo, possa ajudar a preparar o educando para a sua futura carreira profissional. E foi com o objetivo de analisar a utilização de um *software* em sala de aula que se desenvolveu esta pesquisa. Com esse *software*, o GeoGebra, pretendeu-se buscar uma melhoria no processo de aprendizagem de Matemática por alunos de 9° ano do EF do Colégio Militar de Fortaleza (CMF).

Na disciplina de Matemática, os alunos de 9° ano do EF do CMF, têm apresentado dificuldades de aprendizagem. No ano de 2011, por exemplo, a segunda disciplina na qual os alunos apresentaram menor índice de desempenho foi a de Desenho Técnico, na qual a média de reprovação por bimestre foi de 15,6%. No mesmo ano, em Matemática, a média de reprovação por bimestre foi de 23,65%. No 2° bimestre de 2011, no qual se inicia o estudo de funções matemáticas, o índice de reprovação chegou a 29%, o que pode ser considerado bastante elevado, sendo maior que a média de reprovação bimestral do referido ano letivo.

Na busca por uma melhor aprendizagem de alunos do 9° ano do EF do CMF, parte-se do seguinte questionamento para orientar esta pesquisa: O uso do *software* GeoGebra, como ferramenta auxiliar da prática pedagógica, proporciona a alunos do 9° ano do EF uma melhor aprendizagem do assunto de funções quadráticas?[1]

Foi escolhida função quadrática para o estudo durante o desenvolvimento da pesquisa por esse ser um dos tipos de funções com diversas aplicações no cotidiano e em outras áreas de conhecimento. Além disso, é um assunto que possibilita praticidade ao se utilizar o GeoGebra.

Com relação ao uso do computador como ferramenta de ensino, Valente *et al*. (2008, p. 3) afirmam que “Como auxiliar do processo de construção do conhecimento, o computador deve ser usado como uma máquina para ser ensinada. Nesse caso, é o aluno quem deve passar as informações para o computador”. Nesta perspectiva, planejou-se experimentar o GeoGebra, tendo os alunos o contato direto com programa, porém dentro das limitações de carga horária da disciplina de Matemática para as turmas de 9° do EF do CMF.

A presente pesquisa parte da hipótese de que a utilização do *software* GeoGebra auxilia a prática pedagógica do professor de Matemática, possibilitando uma melhor compreensão dos conceitos estudados no assunto de funções quadráticas, o que, provavelmente, proporcionará uma melhor aprendizagem aos alunos de 9° ano do EF do CMF nesse assunto.

---

[1] Essa pergunta é semelhante a outras que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007), se fazem quando se faz pesquisa em Educação Matemática. A seguir, um exemplo de pergunta citado por Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 11) semelhante a essa: “Os alunos aprendem melhor a resolver/interpretar problemas matemáticos por meio de materiais manipulativos ou do uso de desenhos ou esquemas?”

Espera-se, com esta pesquisa, contribuir com a melhoria da qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem em Educação Matemática (EM) no nosso país e, além disso, diagnosticar o potencial do uso pedagógico do *software* GeoGebra aplicado à aprendizagem de funções quadráticas, com vista a minimizar os índices de reprovação em Matemática no 2° bimestre nas turmas de 9° ano do EF no CMF.

A pesquisa está estruturada em seis capítulos. No primeiro capítulo, à guisa de introdução, procedeu-se uma apresentação da pesquisa.

No segundo capítulo, buscou-se falar sobre a inserção de *softwares* educativos nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Para isso, por se tratar de desenvolver situação envolvendo o ensino e a aprendizagem de Matemática, foi realizado um breve levantamento histórico do surgimento da EM enquanto campo profissional e área de conhecimento.

No terceiro capítulo, após realizar um estudo sobre o *software* GeoGebra, buscou-se fundamentar o assunto de funções quadráticas e, a cada tópico trabalhado, foram levantadas possibilidades de aplicação desse *software* como ferramenta auxiliar da prática pedagógica no estudo desse tipo de função.

No quarto capítulo, se tem a caracterização dos procedimentos metodológicos e as descrições referentes à aplicação da pesquisa em campo.

O quinto capítulo contém a análise e a discussão dos resultados da pesquisa, as quais foram realizadas a partir dos dados coletados através de observação, diário de bordo, teste e questionário.

Por fim, no sexto capítulo, têm-se as considerações finais referente às conclusões da pesquisa e a apresentação de sugestões em atividades a serem desenvolvidas com a utilização do GeoGebra ou de *software* com características semelhantes, assim como sugestões para iniciação de novas pesquisas envolvendo *softwares* educativos.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TIC

Este capítulo refere-se ao desenvolvimento de parte da pesquisa bibliográfica, fundamentadas principalmente por: Miorim (1998), Borba (1999), Fiorentini e Lorenzato (2007), Kenski (2007) e Preiner (2008).

Como ponto de partida, fez-se um breve levantamento histórico sobre o surgimento da EM enquanto campo profissional e área de conhecimento. Nesse contexto, chegou-se ao uso de TIC na EM. Assim, buscou-se compreender o que é EM e qual a sua relação com a aplicação da tecnologia *software* nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Por suposição, tinha-se que a EM pudesse ser bem definida enquanto área de conhecimento e, sendo o uso das TIC na educação um paradigma emergente, que a aplicação de *softwares* educativos na EM fosse uma ferramenta que possibilitasse a facilitação da aprendizagem do educando.

2.1 Breve história da Educação Matemática

De acordo com D’Ambrosio (2008), Matemática e Educação são estratégias contextualizadas e interdependentes. Para ele, a Matemática é uma estratégia desenvolvida pelos humanos, a partir da necessidade de lidar com situações surgidas ao longo de sua existência, nos mais diversos contextos histórico-sociais. A palavra “estratégia” citada pode ser entendida como campo de saberes construídos pelo homem ao longo de sua vida social e de sua relação com a natureza (D’AMBROSIO, 2008).

Já a Educação é uma “[...] estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo [...]” (D’AMBROSIO, 2008, p. 8), construída pelas diferentes sociedades, de acordo com a sua cultura, com o objetivo de apregoarem seus conhecimentos e de avançarem, aperfeiçoando as tecnologias usadas para as necessidades de sobrevivência.

Tomando as duas palavras, Matemática e Educação, para formar uma só expressão literal, *Educação Matemática,* passa-se a ter prematuramente uma noção de que se tem uma intenção de promover uma educação específica, na qual a Matemática seria uma ferramenta de uso obrigatório.

Entretanto, para Borba e Santos (2005, p. 294), “A Educação Matemática é uma região de inquérito que mantém interseções em Educação e Matemática, na busca de sua própria identidade; por isso, não se justifica seu distanciamento nem da Educação nem da Matemática.” Assim, não seria apenas uma educação na qual se utiliza Matemática.

Esse tipo de educação relacionada à Matemática, conforme Garnica (1999), passou a se manifestar a partir do momento em que se decidiu ensinar a alguém algum conhecimento referente ao que se conhece hoje por “Matemática”. Todavia, analisando as citações a seguir, poderá ser observado que a EM não se resume no simples ato de ensinar. Isso pode ser percebido, inicialmente, nas colocações de Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 12), quando falam da preferência pela escolha da expressão “educação matemática” na maioria dos países, dentre eles Brasil e Estados Unidos da América[2]:

> A preferência pelo uso do termo ‘educação matemática’ é atribuída ao fato de que este tem uma conotação mais abrangente, podendo significar tanto um fenômeno ou uma atividade educacional – que visa a formação integral do cidadão – quanto a uma área multidisciplinar do conhecimento – em que a matemática é uma disciplina entre outras, tais como a psicologia, a filosofia, a história [...].

Nesse contexto, só em se pronunciar o termo “Educação Matemática”, passa-se a identificar diferentes significados ligados a ele. Essas significações (fenômeno, atividade educacional, área multidisciplinar do conhecimento, dentre outras possíveis) provavelmente surgiram a partir de fatos observados no cotidiano, para os quais o homem procurou gerar interpretações matemáticas; com a necessidade de interação social; devido ao interesse por desenvolver teorias estruturadas na própria Matemática; a partir da vontade de aprender e ensinar.

Com uma visão simplificada, observa-se que “[...] exercer uma educação *através* da Matemática, é num sentido que coloca a escolha de conteúdos claramente como apenas uma escolha do que me vai ser mais útil em minha empreitada e, nunca, como uma escolha ‘do que deve ser ensinado’.” (LINS, 2005, p. 119, grifo do autor).

Dessa forma, a princípio, promover EM teria o intuito de se trabalhar com o educando conhecimentos que viessem a favorecê-lo no enfrentamento de situações reais. Nessa perspectiva, as situações trabalhadas em sala de aula simulariam aquelas possíveis de serem deparadas pelo aluno em seu cotidiano.

Entretanto, a colocação de Lins (2005) está voltada para apenas duas das tendências da EM (que serão citadas posteriormente), que são as de mudanças curriculares e a de resolução de problemas.

---

[2] Conforme Fiorentini e Lorenzato (2007), na França e na Alemanha a EM é denominada de “didática da matemática”, e na Holanda é chamada de “metodologia do ensino da matemática”.

Como já se deixou transparecer, a EM vai além das duas áreas de conhecimento que, justapostas, formam o seu nome; ela sintetiza questões filosóficas e sociais, entre outras. Dois exemplos dessas questões são: "De que forma se deve lidar com as múltiplas significações do objeto matemático em sala de aula?", "Qual o papel da Matemática na sociedade em geral?". Há uma tendência da EM, denominada Filosofia da EM, nas quais essas questões podem ser levantadas na busca de articulação com questões cotidianas da sala de aula (BORBA; SANTOS, 2005).

Enquanto campo profissional e área de conhecimento, Fiorentini e Lorenzato (2007) destacam que a EM é mais complexa e problemática do que a própria Matemática, pois dela participam indivíduos de faixas etárias e níveis de escolaridade diferentes, que gostam ou não de Matemática. Além disso, "[...] é uma área emergente de estudos, recém-nascida, não possuindo uma metodologia única de investigação nem teoria claramente configurada" (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 4).

Considerando essa complexidade, é preferível não arriscar uma definição de EM, até por isso não ser objetivo desta pesquisa. Porém, com uma expectativa de contribuir com o progresso continuado da EM, busca-se permear nessa área de conhecimento.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 6), "Tomando por base o estudo de Kilpatrick (1992), poderíamos destacar pelo menos três fatos determinantes para o surgimento da EM enquanto campo profissional e científico"[3]. Esses autores identificam que o primeiro fato foi referente à preocupação de pesquisadores e professores de Matemática quanto à modernização do currículo escolar para o ensino de Matemática. A respeito desse fato, o que se pode constatar em Miorim (1998), é que no ensino secundário, no final do século XIX, não se oferecia uma fundamentação teórica que preparasse o aluno para a sua chegada ao nível superior. Ou seja, entre o nível secundário e superior existia uma lacuna de conhecimentos, o que provocava uma descontinuidade entre os dois níveis de ensino.

Ainda nesse mesmo período e no início do século passado, devido aos esforços destacados de Christian Felix Klein[4], mudanças no ensino de Matemática relacionadas ao currículo passaram a ser discutidas e divulgadas (MIORIM, 1998). Uma das ideias de Klein era associar a teoria de Matemática à prática como se pode perceber em seu seguinte comentário:

---

[3] Quando Fiorentini e Lorenzato (2007) se referem à EM enquanto campo científico, eles estão se referindo à área de produção de conhecimentos voltados para o ensino e/ou aprendizagem de Matemática.

[4] "Christian Felix Klein foi um dos mais importantes matemáticos do final do século XIX e um dos últimos – junto com Gauss, Riemann e Poincaré – a conseguir quebrar a barreira da especialização e fornecer os elementos fundamentais que impulsionaram a Matemática do século XIX e início do século XX." (MIORIM, 1998, p. 65).

> Desgraçadamente essa maneira de pensar está ainda bastante difundida, e até hoje existem professores da universidade que não concedem bastante importância às aplicações, considerando-as coisa acessória. Contra tão orgulhosa opinião deve-se lutar sem trégua [...]. Os maiores matemáticos, como Arquimedes, Newton e Gauss, abarcaram igualmente a teoria e a prática. (KLEIN, 1931, p. 254 *apud* MIORIM, 1998, p. 106).

A maneira de pensar a que se refere Klein era o modo como se ensinavam os conhecimentos matemáticos naquela época, sem se importarem com aplicações práticas. Segundo Miorim (1998), a maneira como a Matemática era ensinada ainda era fundamentada em os *Elementos* de Euclides, o qual considerava as aplicações práticas "[...] como algo manual e impróprio para a ciência." (MIORIM, 1998, p. 105).

O segundo e terceiro fatos identificados por Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 6) determinantes para o surgimento da EM enquanto campo profissional e área de conhecimento foram respectivamente:

> [...] a iniciativa das universidades européias, no final do século XIX, em promover institucionalmente a formação de professores secundários. Isso contribui para o surgimento de especialistas universitários em ensino de matemática;
>
> [...] estudos experimentais realizados por psicólogos americanos e europeus, desde o início do século XX, sobre o modo como as crianças aprendiam matemática.

Outro fato importante que se pode destacar ligado à EM, fundamentado em Miorim (1998), foram os movimentos internacionais para a modernização do Ensino da Matemática, sendo que o primeiro ocorreu na segunda década do século XX. Esse movimento, pelo período em que aconteceu, provavelmente esteve relacionado aos fatos a que se referem Fiorentini e Lorenzato (2007) e que foram citados anteriormente. Miorim (1998) destaca que as ideias defendidas por esse movimento só passaram a influenciar o ensino de Matemática no Brasil no final da década de 1920.

Desse movimento surgiu "A 'moderna matemática', que nasceu associada ao desenvolvimento da ciência moderna [...]." A moderna matemática "[...] foi uma ferramenta importante para a explicação dos fenômenos da natureza, ou seja, um elemento fundamental para a formação, comprovação e generalização de resultados observados na experiência." (MIORIM, 1998, p. 105). Todavia, os fatos ocorridos no início do século passado não produziram mudanças consideráveis no currículo de Matemática.

Entretanto, para Fiorentini e Lorenzato (2007), nas décadas de 1950 e 1960 a pesquisa em EM daria um salto significativo, em nível internacional, com o Movimento da

Matemática Moderna (MMM). Segundo os referidos autores, o país que saiu à frente nesse novo movimento foi os Estados Unidos da América, quando construíram um novo currículo e criaram programas específicos de mestrado e doutorado.

Quanto ao programa da Matemática Moderna, Miorim (1998, p.114) diz que:

> A organização da Matemática moderna baseava-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas matemáticas e na lógica matemática. Esses três elementos foram responsáveis pela "unificação" dos campos matemáticos, um dos maiores objetivos do movimento. Para isso enfatizou-se o uso da linguagem matemática precisa e de justificações matemáticas rigorosas. [...] A teoria dos conjuntos, as propriedades estruturais dos conjuntos, as relações e funções, tornaram-se temas básicos para o desenvolvimento dessa proposta.

Consoante Miorim (1998), as propostas curriculares desse novo movimento para a modernização da Matemática tiveram o apoio dos governos de vários países, e as formas de trabalhá-las foram reforçadas pelos estudos psicológicos de Jean Piaget voltados para a aprendizagem de Matemática por etapas de desenvolvimento da criança. Ao contrário do primeiro movimento, tais propostas espalharam-se por quase todos os países.

No Brasil, os três fatos citados por Fiorentini e Lorenzato (2007) para o surgimento da EM enquanto campo profissional e área de conhecimento, e os movimentos internacionais para a modernização do Ensino da Matemática citados por Miorim (1998), segundo Fiorentini e Lorenzato (2007), não influenciaram significativa a EM.

Para Fiorentini e Lorenzato (2007), foi no final da década de 1970 e durante os anos de 1980 que se caracterizou o surgimento da EM brasileira enquanto campo profissional, tendo sido uma influência tardia do MMM[5]. "É nesse período que surgem a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e os primeiros programas de pós-graduação em EM." (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 7).

Apesar dos programas de pós-graduação, a produção científica em EM daquele momento apresentou-se dispersa e descontínua. Isso ocorreu, provavelmente, pela "[...] falta de organização dos educadores matemáticos [...] para divulgar, discutir e avaliar a produção científica na área [...]." (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 32). Muitos profissionais que não tinham formação específica na área de EM como, por exemplo, doutores em Matemática e Psicologia, fizeram daquela o seu principal campo de produção de conhecimentos (FIORENTINI; LORENZATO, 2007).

---

[5] O MMM no Brasil deveu-se ao anseio de matemáticos, professores de Matemática e pedagogos, assim como havia ocorrido em outros países, em reformular e modernizar o currículo escolar de Matemática (FIORENTINI; LORENZATO, 2007).

Contudo, a EM em nosso país só veio a se consolidar a partir da década de 1990, quando vários educadores matemáticos concluíram o doutorado, sem contar com aqueles citados no parágrafo anterior, que passaram a fazer da EM o seu principal campo de atuação profissional (FIORENTINI; LORENZATO, 2007).

Conforme Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 35), "A EM, nesse período, passou a ser reconhecida pela própria Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd), que aprovou, em 1997, a constituição de um Grupo de Trabalho de Educação Matemática."

A partir desse momento, foram emergindo mais cursos de mestrado e doutorado em EM; encontros para a discussão e divulgação de trabalhos desenvolvidos pela comunidade científica em EM passaram a ser organizados com maior frequência e, naturalmente, diversas tendências de investigação em EM foram surgindo (FIORENTINI; LORENZATO, 2007). Algumas dessas tendências da EM são: processo ensino-aprendizagem da matemática; mudanças curriculares; utilização de TIC no ensino e na aprendizagem de matemática; resolução de problemas; filosofia da EM e práticas de avaliação.

No contexto geral, no qual a EM é considerada por alguns autores, dentre eles Garnica (1999), como um movimento referente à ação de práticas sociais, afirma-se que:

> O interessante das ideias deste movimento é que seus defensores buscaram outros horizontes diferentes das reflexões clássicas conceituais sobre práticas pedagógicas, fontes para conceituar e lidar com praticidade o melhoramento das práticas educativas e de formação científica nas instituições de ensino. (APARICIO; CASTRO, 2007, p. 6, tradução nossa).

Nesse movimento, que pode ser considerado como tendo sido iniciado no final do século XIX, no qual Felix Klein teve importante participação, surgem, naturalmente, cada vez mais adeptos com diferentes fins, todavia com objetivos que convergem para a plena manutenção e melhoria da EM.

Assim, a partir da iniciativa de ensinar Matemática a outro indivíduo; da inquietação de pesquisadores e professores com o currículo de Matemática; da busca por metodologias de ensino e de aprendizagem inovadoras e da necessidade de divulgar conhecimentos, o movimento EM vem se desenvolvendo enquanto campo profissional e área de conhecimento.

2.2 As TIC na Educação Matemática

Das várias tendências de investigação em EM, pretende-se seguir a das TIC no ensino e na aprendizagem de Matemática, utilizando-se do computador, voltando a atenção mais precisamente para o uso do *software* GeoGebra nos processos de ensino e de aprendizagem de funções quadráticas.

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 45),

> As TICs resultaram da fusão das tecnologias de informação, antes referenciadas como informática, e as tecnologias de comunicação, denominadas anteriormente como telecomunicações e mídia eletrônica. Elas envolvem a aquisição, o armazenamento, o processamento e a distribuição da informação por meios eletrônicos e digitais, como rádio, televisão, telefone e computadores.

Desses meios de informação e comunicação, alguns já foram e outros são bastante explorados como importantes ferramentas para se fazer educação na modalidade de Ensino a Distância. O mais recente, o computador, tem sido essencial para a ascensão dessa modalidade, pois, através de sua conexão à *internet*, o *feedback* entre professor-aluno-professor e o estudo colaborativo entre alunos se tornou mais dinâmico.

Na modalidade de ensino presencial, o uso das TIC para promover educação vem se destacando como tendência na EM, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007), desde a década de 1990. Sobre esse período, D'Ambrosio (2008, p. 80) afirma que:

> Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla divulgação de tecnologia na educação. Informática e comunicação dominarão a tecnologia educativa do futuro.

Isso é uma realidade irreversível, de modo que tecnologias e educação têm se incrementado mutuamente na atualidade. Se utilizadas de forma adequada, as tecnologias alteram o comportamento de alunos e professores, provocando mediações entre a abordagem do professor, compreensão do aluno e o conteúdo estudado. Assim, tem-se um direcionamento ao melhor conhecimento e a um maior aprofundamento do conteúdo estudado (KENSKI, 2007). Seguindo essa linha de pensamento, tratando mais especificamente da tecnologia computador e da ferramenta *software*, Calil (2010, p. 85) reforça que sua utilização

> (...) precisa ser feita de forma a contribuir com o aprendizado matemático dos alunos, fazendo com que os mesmos compreendam conceitos e formulem seus

> próprios significados de conclusão, voltados para sua realidade, tornando-se assim, cidadãos preparados para conviverem em sociedade.

Todavia, alerta-se para zonas de riscos que ocorrem quando se atua com TIC na prática pedagógica. Borba e Penteado (2010) chamam de zona de risco quando se trabalha um conhecimento do qual se sabe pouco, possibilitando a realização de indagações as quais não possuem respostas imediatas. Isso pode ser proporcionado na prática pedagógica quando se utiliza TIC.

Um exemplo no qual se proporciona caminhar numa zona de risco, dentre outras situações envolvendo TIC, é a utilização de um *software*. Quando se utiliza um *software*, é possível que surja uma situação indagada pelo aluno e que ainda não foi observada pelo professor. Nesses casos, nem sempre o professor consegue contornar de forma imediata a situação e, por isso, é preciso uma exploração cuidadosa do caso (PENTEADO, 2005).

Uma situação dessa natureza é relatada em Borba (1999) e citada em Borba e Penteado (2010), tendo o fato ocorrido em 1998, durante o curso de Matemática Aplicada ministrado por ele para alunos ingressantes no curso de graduação em Ciências Biológicas da Universidade Estadual Paulista (UNESP), na unidade de Rio Claro. O conteúdo abordado era Pré-Cálculo e Cálculo I e, para os alunos, durantes as aulas, eram disponibilizadas calculadoras gráficas e/ou *softwares* gráficos.

Nesses cursos, de acordo com Borba (1999), dentro do desenvolvimento das atividades, os alunos eram incentivados a utilizarem as calculadoras gráficas e computadores para fazerem tentativas (ou experimentações) entre representações algébricas e gráficas de funções, na busca de discutirem e estabelecerem conjecturas a respeito do assunto estudado.

Na ocasião, estavam sendo discutidas as relações entre os gráficos e os coeficientes de funções quadráticas, cuja representação algébrica é dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$, e foram elaboradas e debatidas diversas conjecturas. Entretanto, um grupo de alunos levantou a seguinte conjectura: "quando b é maior que zero, o gráfico vai cortar o eixo y em sua parte crescente, quando b for menor que zero, ele vai cortar o eixo y em sua parte decrescente." (BORBA, 1999, p. 289). Dessa afirmação, se desencadeou uma intensa discussão na turma. Como professor do curso, Borba (1999) confessa que ainda não havia refletido sobre essa situação. Entretanto, após analisar a proposição feita pelos alunos, o professor concluiu que a afirmação estava correta (BORBA, 1999).

Há de se observar que o fato ocorrido deve ser considerado natural quando se trabalha com uma metodologia de ensino diferenciada, na qual o aluno é levado a refletir sobre uma determinada situação, passando pelos processos de assimilação e acomodação piagetianos, chegando à sua própria conclusão.

Entretanto, para Penteado (2005, p. 285), “[...] nem todos apreciam enfrentar situações dessa natureza. Alguns, ao perceberem a dimensão do que ocorre na atividade mediada por TIC, preferem não se arriscar e passam a evitar o uso.” O problema para a educação é que, dessa maneira, por não buscar conhecer ferramentas que possam potencializar a aprendizagem de um determinado assunto, o professor se demonstra descompromissado com a sua função principal, a de ensinar.

Por outro lado, na busca pela qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem, pesquisadores e professores têm desenvolvido diversos estudos voltados para a inserção das TIC na Educação e, consequentemente, na EM. Não se pensa que as TIC sejam a salvação para fracassos escolares, mas acredita-se que, como citado anteriormente, se utilizadas de maneira adequada, elas possibilitarão qualidade a esses processos.

Como forma de superar obstáculos para a utilização das TIC, Kenski (2007, p. 43) defende que “Podemos também ver a relação entre educação e tecnologias de um outro ângulo, o da socialização da inovação. Para ser assumida e utilizada pelas demais pessoas, além do seu criador, a nova descoberta precisa ser ensinada.”

Consequentemente, de acordo com Calil (2010, p. 85),

> Precisa-se partir do pressuposto de que o professor tenha competência para inovar e criar situações realmente inovadoras e desafiadoras, utilizando os mais variados recursos didáticos, inclusive os *softwares* educacionais e aplicativos de uso geral, para que ambientes pedagógicos sejam dotados de modernidade e elementos motivadores de aprendizagem.

Assim, dessas duas últimas citações, para que o professor saiba utilizar uma ferramenta tecnológica pedagogicamente, torna-se essencial que ele seja formado com a utilização das TIC. Tal formação lhe proporcionará a habilidade de manusear e selecionar ferramentas computacionais adequadas a situações a serem desenvolvidas em sala de aula.

Ainda seguindo esse raciocínio referente às TIC, Fontes, Fontes e Fontes (2009, p. 1022) afirmam que “[...] o professor deve estar capacitado para usar tal tecnologia como ferramenta para entender a matemática.” Desta feita, direciona-se o uso das TIC para a EM. Os referidos autores confirmam que

> É inegável o impacto que as Tecnologias da Informação e Comunicação provocam na sociedade atual. Essa tecnologia está presente no dia-a-dia da sociedade e não

> deve estar ausente do ambiente educacional, subsidiando o processo de aprendizagem da matemática. (FONTES; FONTES; FONTES, 2009, p. 1022).

A importância que é dada às TIC aplicadas à aprendizagem de Matemática se justifica por sua presença constante no cotidiano em atividades que envolvem entretenimento e práticas profissionais. Porém, nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, as TIC passaram a estar mais presentes com o desenvolvimento de *softwares* para serem utilizados nesses processos.

Consoante Preiner (2008), a tecnologia está integrada ao ensino de Matemática por manipuláveis virtuais[6] e por *softwares* matemáticos. Estes *softwares* são apropriados para serem utilizados pedagogicamente em uma grande variedade de tópicos de Matemática, tais como Geometria Plana e Funções.

Para Kenski (2007, p. 46), "[...] softwares diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino-aprendizagem, onde, anteriormente, predominava a lousa, o giz, o livro e a voz do professor." Com a utilização de um *software* se passa a ter uma nova forma de explorar o conhecimento trabalhado.

Todavia, um *software* não substitui o professor ou as tecnologias livro, quadro branco e pincel, mas os complementa, visando à aprendizagem do aluno. Ou seja, um *software*, por si só, não melhora a aprendizagem dos alunos em Matemática, mas pode ser transformado em um instrumento pedagogicamente útil (PREINER, 2008).

Os principais tipos de *softwares* educacionais utilizados para se trabalhar conhecimentos matemáticos são: os de Álgebra Computacional, as planilhas, os de Geometria Dinâmica e os de Matemática Dinâmica. Cada um dos três primeiros tem a sua especificidade de aplicação no estudo de tópicos de Matemática, porém são limitados nestes. Já os *softwares* de Matemática Dinâmica foram:

> [...] desenvolvidos com a finalidade de unir as vantagens dos diferentes tipos de *softwares* de matemática, de modo a tornar-se uma ferramenta versátil no ensinamento e na aprendizagem de matemática, que pode ser usado por uma gama de conteúdos de matemática, de diferentes níveis, e de métodos de ensino. (PREINER, 2008, p. 31, tradução nossa).

Assim, os *softwares* de Matemática Dinâmica misturam, bem como fazem interagir, ferramentas características de *softwares* de Geometria Dinâmica, sistemas de

---

[6] "Consiste em ambientes de aprendizagem interativos que podem ser acessados *online*. Nos manipuláveis virtuais, estudantes podem explorar conceitos matemáticos sem ter conhecimentos de informática especiais ou conhecimentos específicos sobre pacotes de *software* educacionais." (PREINER, 2008, p. 26, tradução nossa).

Álgebra Computacional e de planilhas. A dinamicidade é proporcionada pela conexão entre uma janela de visualização de objetos e uma entrada de Álgebra, na qual representações algébricas podem ser digitadas. Quando se modifica a representação algébrica, a geometria do objeto também varia e vice-versa, de modo que esta fica analiticamente correspondente à primeira (PREINER, 2008).

Como exemplo de *softwares* educativos de Matemática Dinâmica desenvolvidos para serem utilizados na EM e com os quais este pesquisador teve mais contato estão o GeoGebra, o Winplot e o Graphmatica. Desses três, o que se apresenta de maneira mais atraente é o primeiro. Em comparação com os outros dois, o GeoGebra tem ferramentas que proporcionam mais praticidade e dinamicidade ao se trabalhar com funções matemáticas e, como citam Bu e Schoen (2011), ele é versátil e apresenta uma interface virtual amigável. Em referência ao GeoGebra, Nóbriga e Araújo (2010, p. 1, grifo nosso) afirmam que “Um dos diferenciais desse programa em relação a outros *softwares* de Geometria Dinâmica é o fato de se poderem acessar as funções, tanto via botões na Barra de Ferramentas, quanto pelo campo de entrada.” Esta colocação vem reforçar o que foi colocado a respeito desse *software*, quanto à dinamicidade proporcionada por suas ferramentas quando se trabalha com funções.

Além disso, de acordo com Hohenwater e Preiner (2007), o GeoGebra é muito fácil de ser usado como *software* de Geometria Dinâmica[7]. Por essa facilidade de manusear esse *software*, entende-se que isso favorece ao seu uso em sala de aula, não sendo necessária a preocupação com aulas extras para instruir os alunos quanto ao manuseio do programa.

A importância dada por teóricos citados neste tópico ao uso das TIC na prática pedagógica e os fatores positivos observados no GeoGebra foram determinantes para a escolha de utilizar esse *software* nesta pesquisa como ferramenta auxiliar da prática pedagógica no ensino e na aprendizagem de Matemática, mais precisamente voltado para o estudo de funções quadráticas.

[7] Aqui se observa que Nóbriga e Araújo (2010) e Hohenwater e Preiner (2007) divergem quanto à classificação do *software* GeoGebra daquela realizada em Preiner (2008). Todavia, por este ter definido bem as classificações de *softwares* a serem utilizados em EM, prefere-se classificar o GeoGebra como um *software* de Matemática Dinâmica, pelo fato do GeoGebra realizar analiticamente a interação entre Álgebra e Geometria, não tendo sido criado para ser utilizado em situações que envolvam apenas a Geometria.

3 O GEOGEBRA NO ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Considerando o que foi colocado no capítulo anterior quanto à importância do uso das TIC na formação de professores e as possíveis limitações destes professores de acesso efetivo, durante sua formação, ao uso de *softwares* nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, pensa-se que o desenvolvimento deste capítulo seja necessário para que se possa conhecer melhor o *software* educativo GeoGebra, de forma a explicitar a sua estrutura e a sua utilização voltada para o estudo de funções quadráticas.

Assim, neste capítulo pretende-se apresentar o *software* GeoGebra abordando vários aspectos, desde suas versões até a exploração de suas ferramentas e desenvolver conceitos referentes ao assunto de funções, em particular as quadráticas, baseado no livro texto de Silveira e Marques (2008), adotado para o 9° ano do EF no CMF e nos livros de Iezzi *et al.* (2010), Souza (2010) e Iezzi e Murakami (1993). A sequência de conteúdos seguida foi aquela prevista no Plano de Execução de Trabalho (PET) de 2012 do CMF para a disciplina de Matemática desse ano de ensino.

Na unidade IV desse PET foi previsto para o período de 14/05 a 22/05 do corrente ano o estudo dos seguintes tópicos de funções quadráticas: reconhecer uma função quadrática como sendo do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$; determinar a concavidade da parábola e os zeros da função; determinar as coordenadas do vértice e identificar o valor máximo ou mínimo de uma função quadrática; construir o gráfico de uma função quadrática e resolver problemas envolvendo funções quadráticas.

Neste capítulo, buscou-se respostas principalmente para o seguinte questionamento: Quais as possibilidades de aplicações de ferramentas do GeoGebra no estudo de funções quadráticas? A cada possibilidade identificada, foram realizados comentários detalhando sobre a funcionalidade da respectiva ferramenta e a maneira como ela pode ser explorada. Para isso, teve-se como principal referencial teórico o livro de Nóbriga e Araújo (2010).

3.1 O *software* GeoGebra

A maior parte das informações apresentadas a seguir a respeito do *software* GeoGebra foram colhidas a partir da navegação *online* na página virtual denominada

GeoGebra[8], a qual tem como organizadores Markus Hohenwarter e Michael Borcherds, sendo este o atual líder de desenvolvimento do *software*.

Markus Hohenwater desenvolveu o GeoGebra na Universidade de Salzburg, na Áustria, para ser utilizado em todos os níveis de ensino. O GeoGebra é um *software* de Matemática Dinâmica escrito em Java, disponível gratuitamente para os sistemas operacionais Windows, Linux e MAC, e que busca integrar Geometria, Álgebra, Cálculo, dentre outras áreas da Matemática.

Bu e Schoen (2011, p. 1, tradução nossa) afirmam que "Por sua amigável interface virtual e sua acessibilidade na *web*, o GeoGebra tem atraído dezenas de milhares de visitantes de todo o mundo, incluindo os matemáticos, professores de matemática em sala de aula, e educadores matemáticos." Segundo Hohenwater e Preiner (2007), esse *software* já conquistou vários prêmios na Europa e nos Estados Unidos da América, dentre eles o Prêmio Alemão *Software* Educacional de 2004 e, em Washington, o Prêmio Nacional de Liderança em Tecnologia de 2010.

A sua primeira versão (GeoGebra 1.0) foi lançada em 28 de fevereiro de 2002. As três versões seguintes, GeoGebra 2.0, GeoGebra 3.0 e GeoGebra 3.2, foram desenvolvidas com a contribuição de vários usuários do *software*. A versão 3.2 é a mais recente e, por isso, é a que foi usada nesta pesquisa. Encontram-se em fase experimental outras duas versões: GeoGebra 4.2 e GeoGebra 5.0, esta última em 3D. Conforme Hohenwater e Preiner (2007) esse *software* foi traduzido por instrutores e professores de Matemática em todo o mundo para mais de 25 idiomas.

Atualmente, existem diversos grupos em vários países, formados por professores e pesquisadores, os quais desenvolvem pesquisas e trabalhos utilizando o GeoGebra. Estes grupos são denominados de GeoGebra Institute. No Brasil, existem dois desses institutos, um no Rio de Janeiro, no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense (UFF), e outro em São Paulo, na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP).

Essas pesquisas e os trabalhos são divulgadas na página virtual do GeoGebra, citada anteriormente. Entende-se que a existência dessa página virtual é importante para o desenvolvimento e aprimoramento das ferramentas do programa, por ser proporcionada, através dela, a troca de conhecimentos sobre o programa de forma colaborativa. Nela

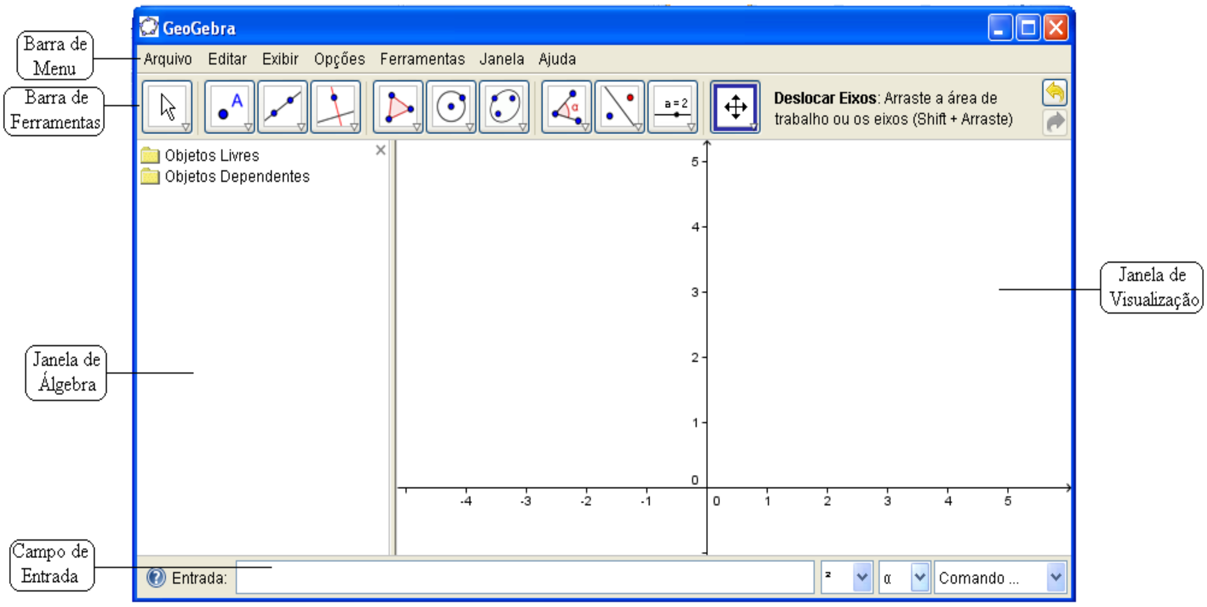
[8] O link de acesso a página virtual do Geogebra (http://www.geogebra.org) é disponibilizado no menu "Ajuda" do próprio *software*. Essa foi a fonte na qual se encontraram informações mais completas sobre o GeoGebra. O acesso foi realizado em 07 de janeiro de 2012.

encontram-se ainda, entre outras informações, *downloads* das versões do GeoGebra, história, comunidades, fóruns e divulgação de eventos.

3.1.1 A tela do GeoGebra

A tela do GeoGebra 3.2 (Figura 3.1) é composta por "Barra de Menu", "Barra de Ferramentas", "Janela de Álgebra", "Janela de Visualização" e "Campo de Entrada"[9].

Figura 3.1 – Apresentação da tela do GeoGebra

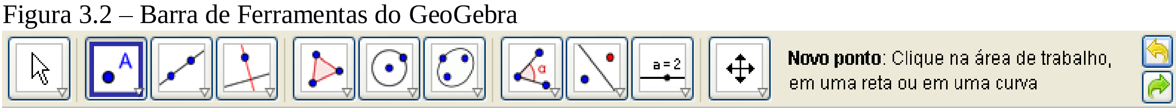


Fonte: Pesquisa direta.

3.1.1.1 Barra de Ferramentas

A "Barra de Ferramentas" do GeoGebra 3.2 traz 11 botões (Figura 3.2), em cada um dos quais existem várias ferramentas embutidas. Para acessá-las basta clicar no botão da ferramenta desejada (Figura 3.3).

Figura 3.2 – Barra de Ferramentas do GeoGebra



Fonte: Pesquisa direta.

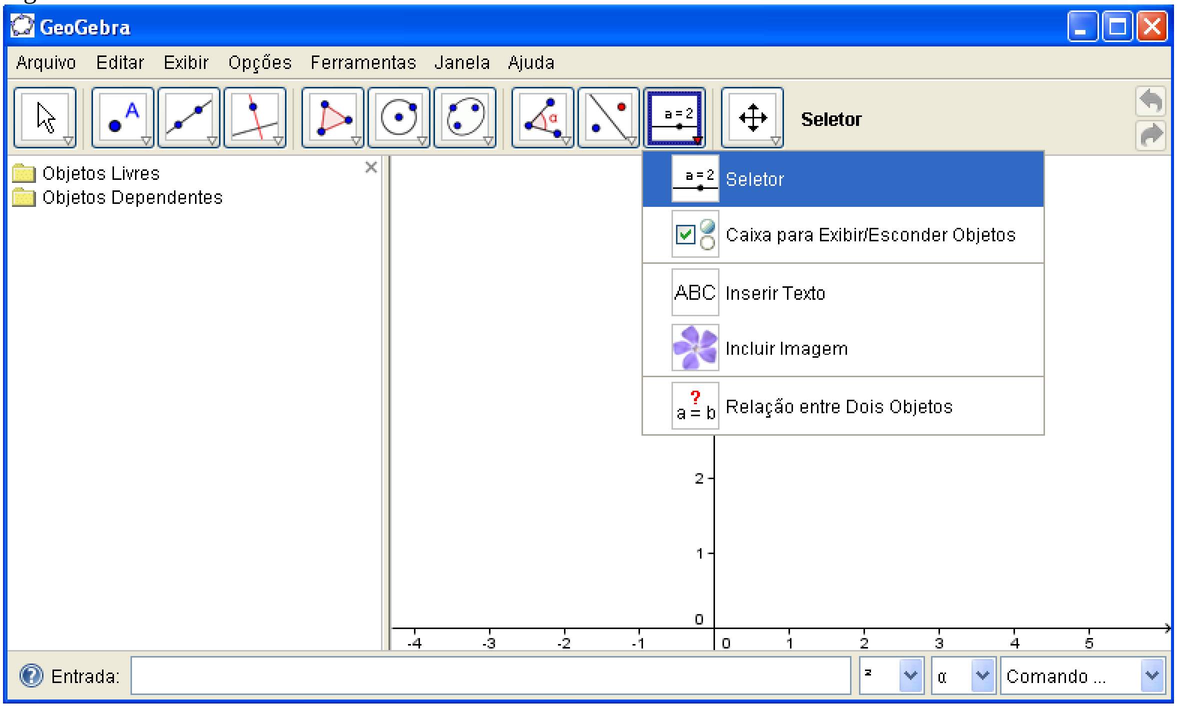
Ao lado dos botões, como se pode observar na figura 3.2, existe um espaço onde orientações são dadas, quanto ao uso daquela ferramenta que foi selecionada. No lado direito

---

[9] O sistema operacional usado foi o Windows XP.

da “Barra de Ferramentas” (Figura 3.2) existem ainda os botões, representados por setas, nas cores amarela e verde, para fazer e desfazer operações, respectivamente.

Figura 3.3 – Acessando ferramentas em um botão da Barra de Ferramentas do GeoGebra



Fonte: Pesquisa direta.

Algumas ferramentas do GeoGebra não têm aplicabilidade direta no estudo de funções quadráticas e, por isso, seus botões foram ocultados. Para ocultar botões ou ferramentas, basta ir à opção “Configurar a Caixa de Ferramentas ...” no menu “Ferramentas” e realizar as configurações pretendidas. Na figura 3.4, encontram-se as ferramentas do menu “Barra de Ferramentas” com mais possibilidades de serem utilizadas no estudo de funções quadráticas.

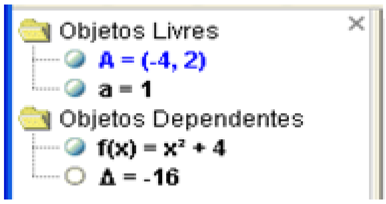
Figura 3.4 – Ferramentas com mais possibilidades de serem utilizadas no estudo de funções quadráticas

Fonte: Pesquisa direta.

3.1.1.2 Janela de Álgebra

Como se pode deduzir pelo nome, é na “Janela de Álgebra” (Figura 3.5) que ficam todas as informações algébricas correspondentes aos objetos geométricos apresentados na “Janela de Visualização” do GeoGebra. As representações algébricas na “Janela de Álgebra” são organizadas em “Objetos Livres” e “Objetos Dependentes”. “Em curtas palavras, objetos livres são aqueles que você pode movimentar sem que eles dependam de outros objetos. Objetos dependentes são objetos que foram feitos a partir de outros objetos." (NÓBRIGA; ARAÚJO, 2010, p. 17).

Figura 3.5 – Janela de Álgebra do GeoGebra



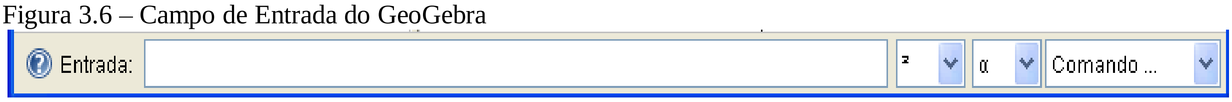
Fonte: Pesquisa direta.

Qualquer objeto presente na "Janela de Álgebra" pode ser editado. Ocorrendo isso, automaticamente, na "Janela de Visualização", o objeto geométrico correspondente ao algébrico editado corresponde às alterações realizadas.

3.1.1.3 Campo de Entrada

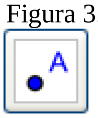
Através do "Campo de Entrada" (Figura 3.6), localizado no rodapé do GeoGebra, é possível operar neste *software* utilizando comandos escritos. "Praticamente todas as ferramentas da Barra de Ferramentas podem ser acessadas usando comandos escritos." (NÓBRIGA; ARAÚJO, 2010, p. 14). Um exemplo desse tipo de situação ocorre quando se pretende não utilizar a ferramenta "Novo Ponto" [10] (Figura 3.7).

Figura 3.6 – Campo de Entrada do GeoGebra



Fonte: Pesquisa direta.

Figura 3.7 – Ferramenta Novo Ponto



Fonte: Pesquisa direta.

Para criar um ponto, um gráfico ou outro objeto geométrico utilizando o "Campo de Entrada", basta digitar, nesse local, a expressão algébrica correspondente ao que se

[10] Com a ferramenta "Novo Ponto", pode-se criar um ponto no espaço livre ou num objeto na "Janela de Visualização". Ao criar um ponto, automaticamente ele é identificado por uma letra maiúscula do nosso alfabeto (A, B, C...), conforme representação que é comumente adotada na Geometria, e suas coordenadas surgem na "Janela de Álgebra".

pretende e pressionar a tecla ENTER. Automaticamente o objeto geométrico será construído na “Janela de Visualização”. Caso a informação digitada esteja incorreta, essa construção não será realizada e aparecerá uma mensagem informativa. Nesse caso, deve-se fazer o que Valente *et al*. (2008, p. 4) chamam de “depurar” a informação original, ou seja, o que foi digitado deve ser reformulado.

Como se pôde observar na figura 3.6, ao lado direito do “Campo de Entrada” encontram-se disponíveis diversos comandos. Dentre eles, letras gregas como Δ (delta), representante do discriminante de uma equação do segundo grau, símbolos diversos e operadores que podem ser utilizados em funções como, por exemplo, o “*sqrt*(*x*)”, que expressa a raiz quadrada de um número *x* e “^{2}” que representa, conforme convencionado, um expoente de segunda potência.

3.2 Noções de função

É comum expressar a ideia de função ao mencionar frases que trazem o sentido de que alguma coisa depende de outra. Essa ideia pode ser observada em diversas situações do dia a dia, como também pode ser encontrada através de gráficos ou tabelas, em diversos meios de comunicação.

De acordo com Pontes (2010, p. 48), “O estudo de função decorre da necessidade de análise de fenômenos, descrição de regularidades e interpretação de interdependências entre grandezas para a sua generalização.” Alguns exemplos que expressam a relação direta entre grandezas são: quantidade de combustível e quantia a pagar, valor a ser pago numa conta de luz residencial e consumo de energia num período, velocidade e distância percorrida por um veículo, lado de um terreno quadrangular e a sua área, dentre outros.

A ideia de função matemática vem sendo construída ao longo do tempo. Iezzi *et al.* (2010, p. 53, grifos do autor) fazem o seguinte resumo histórico de como se deu a construção do conceito de função:

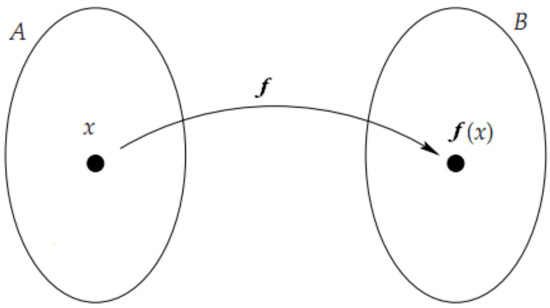
> O matemático alemão G. W. Leibniz (1646-1716) introduziu as palavras *função, constante* e *variável* na linguagem matemática; a notação $f(x)$ para indicar a lei de função foi introduzida pelo matemático suíço L. Euler (1707-1783); o matemático alemão P.G. Lejeune Dirichlet (1805-1859) deu uma definição muito próxima da que se utiliza hoje em dia; por fim, com a criação da Teoria dos Conjuntos no final do século XIX, foi possível definir função como um conjunto de pares ordenados (x, y) em que x é elemento de um conjunto A, y é elemento de um conjunto B e, para todo $x \in A$, existe um único $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.

Acredita-se que o termo função tenha sido utilizado inicialmente por Gottfried Wilhelm Leibniz para expressar a relação entre quantidades geométricas variáveis e curvas (SOUZA, 2010). Quanto ao suíço Leonhard Euler (citado acima), segundo Souza (2010), é um dos matemáticos mais produtivos de sua época. Muitas das notações que se utilizam no estudo de funções atualmente foram introduzidas por Euler.

A definição de função citada anteriormente por Iezzi *et al.* (2010), formulada a partir da criação da Teoria dos Conjuntos no final do século XIX, é a mesma que se utiliza hoje em dia. Em tal definição, o conjunto *A* é denominado de **domínio** e o conjunto *B* de **contradomínio** da função. Aqueles elementos do conjunto *B* que se relacionam com os elementos do conjunto *A*, de acordo com uma lei de formação ou fórmula, na qual figura(m) variável(is) livre(s) e dependente(s), formam o **conjunto imagem** da função.

Normalmente, os livros didáticos, a exemplo de Silveira e Marques (2008), utilizam diagramas de flechas para representar, sugestivamente, uma função (Figura 3.8).

Figura 3.8 – Diagrama de flechas

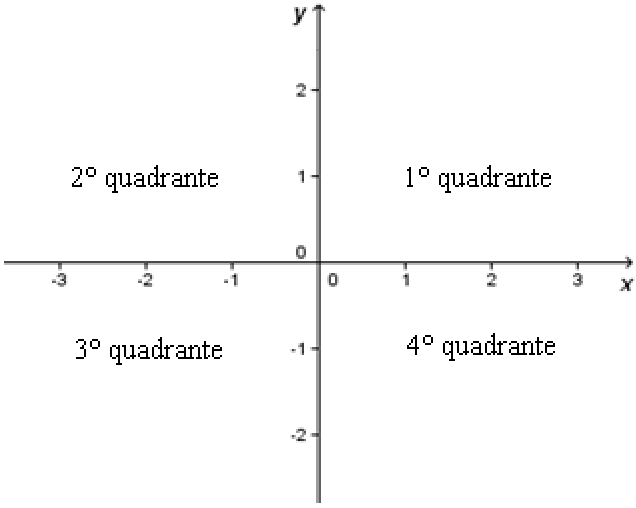


Fonte: http://www.e-escola.pt/topico.asp?id=174&ordem=3.

Nessa representação, pode-se observar que *A* é o domínio e *B* é o contradomínio da função *f*. Tomando *x* como elemento pertencente ao conjunto *A*, tem-se que o elemento $f(x) = y$, pertencente ao conjunto *B*, é a imagem de *x*. No caso em que *A* e *B* são subconjuntos de números reais, forma-se o par ordenado (x, y), o qual, geometricamente, representado num sistema de coordenadas cartesianas ou plano cartesiano[11] (Figura 3.9), que tem como referenciais o eixo das abscissas (eixo *x*) e o eixo das ordenadas (eixo *y*), representa um ponto. Esses dois eixos são perpendiculares entre si e dividem o plano no qual estão contidos em quatro quadrantes.

[11] "O plano cartesiano recebe esse nome em homenagem ao matemático e filósofo francês René Descartes (1596-1650). Em um dos apêndices de *Discurso sobre o método*, sua obra mais famosa, Descartes propôs um método de localizar pontos em um sistema de eixos, introduzindo assim a noção de coordenadas. Posteriormente esse método foi aperfeiçoado, resultando no que atualmente denominamos sistema cartesiano ortogonal." (SOUZA, 2010, p. 51).

Figura 3.9 – Plano Cartesiano



Fonte: Pesquisa direta.

O conjunto de pontos no plano cartesiano determinados a partir da substituição de todos os elementos pertencentes ao domínio de uma função *f* na lei de formação desta, sendo obtidas as respectivas imagens, é o gráfico dessa função.

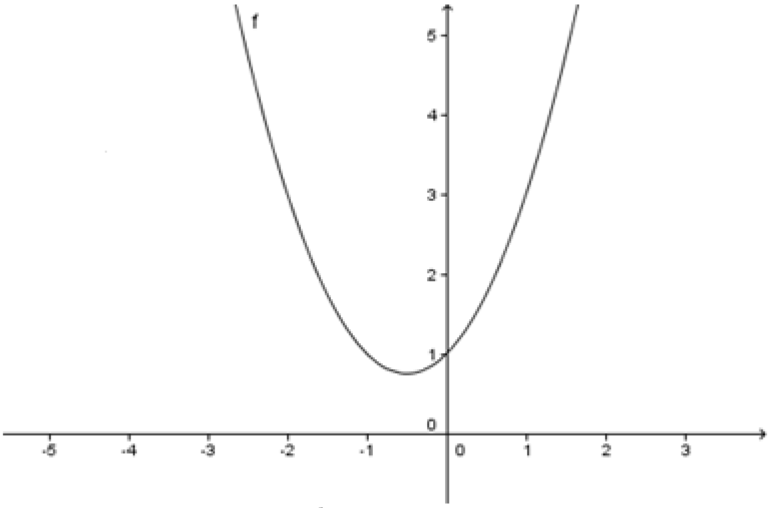
3.3 Conceitos fundamentais de funções quadráticas e possibilidades de exploração com o GeoGebra

Dentre os vários tipos de funções, uma das mais presentes em situações cotidianas são as funções quadráticas. Por isso, e por se perceber que o GeoGebra poderia oferecer praticidade ao se trabalhar com esse tipo de função é que se escolheu abordar funções quadráticas nesta pesquisa. Algumas situações contextualizadas serão apresentadas no presente capítulo.

Denomina-se *função quadrática*, ou função polinomial do 2° grau, toda a função *f* de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com os coeficientes a, b e c reais e $a \neq 0$.

O gráfico de uma função quadrática, sendo o seu domínio o conjunto dos números reais, conforme Iezzi e Murakami (1993), é uma parábola (Gráfico 3.1). A palavra *parábola* é de origem Grega e significa “lançar longe”. Nessa abordagem referente à parábola, por se seguir o livro texto citado anteriormente, não se definiu esse lugar geométrico conforme Iezzi (1993) o faz, utilizando-se dos elementos foco e diretriz. Na ocasião, considera-se apenas a relação analítica direta da representação gráfica, cujo formato é uma parábola, com a expressão algébrica de funções quadráticas.

Gráfico 3.1 – Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a = b = c = 1$



Fonte: Pesquisa direta.

Normalmente, quando se trabalha com a construção manual de gráfico de funções, utilizam-se tabelas de valores para x e y. Para a construção de tal tabela atribuem-se valores reais para a abscissa, encontrando a ordenada correspondente. Entretanto, de acordo com Iezzi e Murakami (1993), a construção manual do gráfico de uma função quadrática, utilizando-se desse tipo de tabela torna-se, às vezes, um trabalho impreciso. Isso pode ocorrer, por exemplo, em determinada função quadrática, quando se buscam valores para x referente ao ponto em que tal função intercepta o eixo das abscissas, não sendo esses valores um número tabelado.

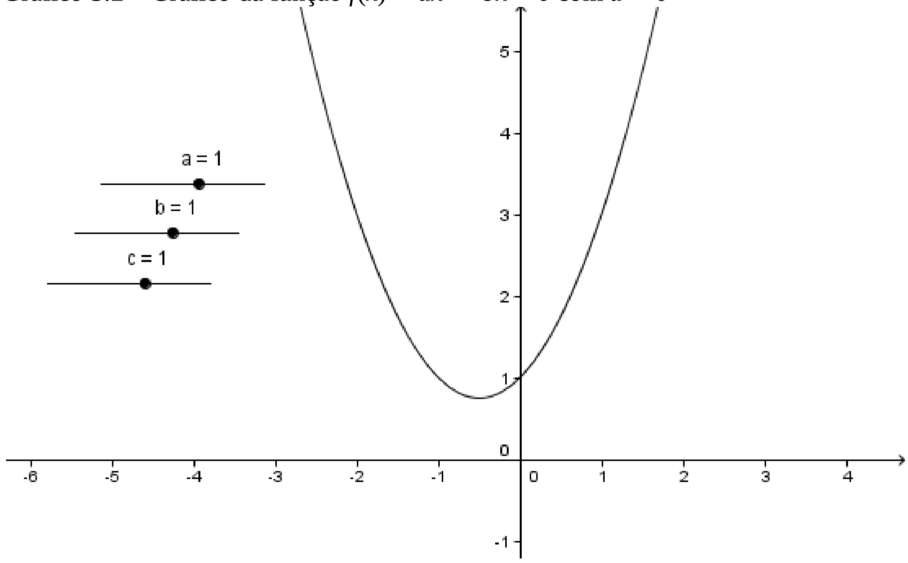
Para facilitar a construção desse tipo de gráfico sem o auxílio de uma tabela de valores, pensa-se ser necessário identificar ou calcular os seguintes referenciais: se a concavidade da parábola está voltada para cima ou para baixo, o(s) zero(s) da função, o ponto onde o gráfico da função intercepta o eixo y do plano de coordenadas cartesianas e as coordenadas do vértice da parábola.

3.3.1 A concavidade da parábola

A concavidade de uma parábola que é o gráfico de uma função quadrática pode ser voltada para cima ou para baixo. Dada uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é observável que

- Se $a > 0$, a parábola tem concavidade voltada para cima (Gráfico 3.2).

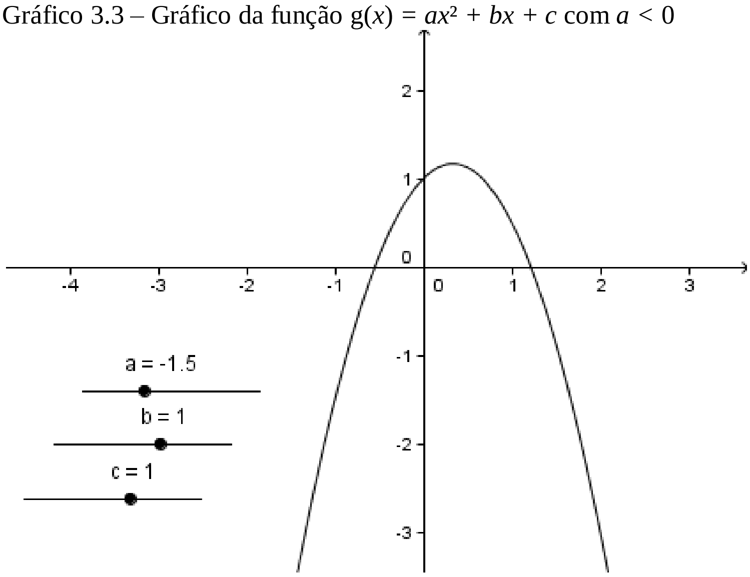
Gráfico 3.2 – Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ com $a > 0$



Fonte: Pesquisa direta.

- Se $a < 0$, a parábola tem concavidade voltada para baixo (Gráfico 3.3).

Gráfico 3.3 – Gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$ com $a < 0$



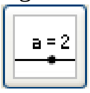
Fonte: Pesquisa direta.

Assim, dadas as funções quadráticas $f(x) = x^2 + x + 1$ e $g(x) = -1{,}5x^2 + x + 1$, como o coeficiente a da função f é igual a 1 ($a > 0$) e o da função g é igual a $-1{,}5$ ($a < 0$), então os seus gráficos têm, respectivamente, concavidades voltada para cima e para baixo.

Com a utilização do *software* GeoGebra, para verificar essa variação de sentido da concavidade da parábola (voltada para cima ou para baixo) na “Janela de Visualização”, utiliza-se a ferramenta “Seletor” (Figura 3.10) para criar um parâmetro referente ao coeficiente a da função quadrática, e passa-se a variá-lo manualmente através da ferramenta

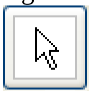
"Mover"[12] (Figura 3.11) ou automaticamente através da ferramenta "Animação Ativada". Pode-se observar nos gráficos 3.2 e 3.3 que a ferramenta "Seletor" foi utilizada.

Figura 3.10 – Ferramenta Seletor



Fonte: Pesquisa direta.

Figura 3.11 – Ferramenta Mover



Fonte: Pesquisa direta.

De acordo com Nóbriga e Araújo (2010, p. 11) "Um seletor é um pequeno segmento com um ponto que se movimenta sobre ele. Com esta ferramenta é possível modificar, de forma dinâmica, o valor de algum parâmetro". A sua importância no estudo de funções se deve por possibilitar dinamicidade quando correlacionados coeficientes de uma função com o seu comportamento gráfico.

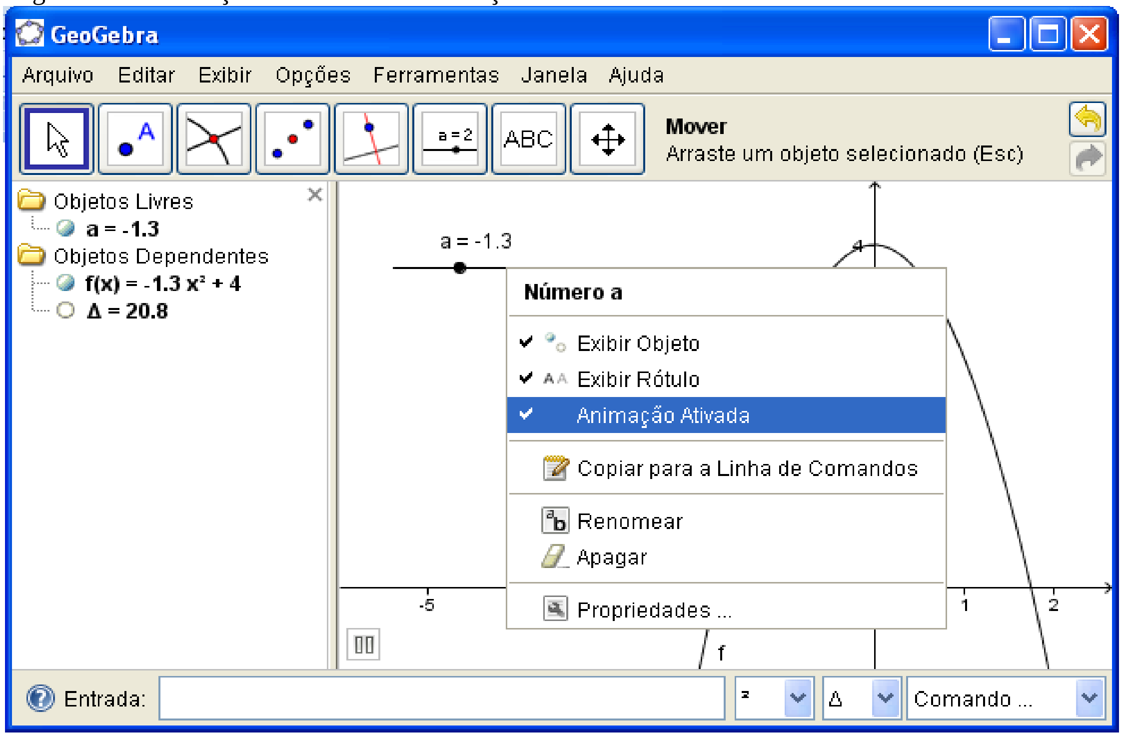
Tomando a função quadrática $f(x) = ax^2 + 4$ como exemplo, o procedimento citado com a utilização do GeoGebra pode ser realizado manualmente da seguinte forma: após criar o parâmetro a através da ferramenta "Seletor" na "Janela de Visualização" e digitar essa função no "Campo de Entrada", para observar a relação desse coeficiente com o sentido da concavidade do gráfico parabólico correspondente da função $f(x)$, é necessário selecionar a ferramenta "Mover", clicar e segurar o botão esquerdo do *mouse* sobre o ponto representativo do parâmetro a, arrastando-o para fazer variar o valor do coeficiente a e, ao mesmo tempo, conferir as modificações gráficas.

Para realizar automaticamente esse mesmo procedimento, após criar o parâmetro por meio do "Seletor" e digitar a função no "Campo de Entrada", deve-se selecionar a ferramenta "Animação Ativada". Esta é acessada ao clicar no botão direito do *mouse* com o cursor posicionado sobre o segmento representativo do parâmetro a (Figura 3.12). Desta feita, ao ativar a animação, o valor desse parâmetro passa a variar em $f(x)$ e, consequentemente, o seu gráfico passa a se movimentar na "Janela de Visualização". A animação pode ser pausada ou reiniciada, utilizando o botão no canto inferior esquerdo da "Janela de Visualização" do *software* (Figura 3.12). Como se pode notar, a ferramenta "Animação Ativada" é importante no estudo de funções por possibilitar que uma dada situação correlacionando um comportamento gráfico com coeficientes de funções possa ser observada várias vezes.

---

[12] "Com esta ferramenta, pode-se selecionar, mover e manipular objetos. É uma das ferramentas mais utilizadas no programa. Também se pode selecioná-la, apertando o 'ESC' do teclado." (NÓBRIGA; ARAÚJO, 2010, p. 2).

Figura 3.12 – Ativação da ferramenta Animação Ativada



Fonte: Pesquisa direta.

3.3.2 Os zeros da função quadrática

Os zeros da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são valores reais de x tais que $f(x) = 0$ e, portanto, são as soluções ou raízes da equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$. Geometricamente, os zeros de uma função são as abscissas dos pontos em que o gráfico da função intercepta o eixo x do plano de coordenadas cartesianas.

As raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ podem ser encontradas pela fórmula de Bhaskara[13]

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; \Delta = b^2 - 4ac,$$

desde que o valor $\Delta = b^2 - 4ac$ seja não negativo.

Sabe-se que o número de zeros da função quadrática está condicionado ao sinal do discriminante Δ (delta). Isso é fácil ver ao analisar a fórmula anterior.

- Se $\Delta > 0$, serão obtidas duas raízes reais e distintas;

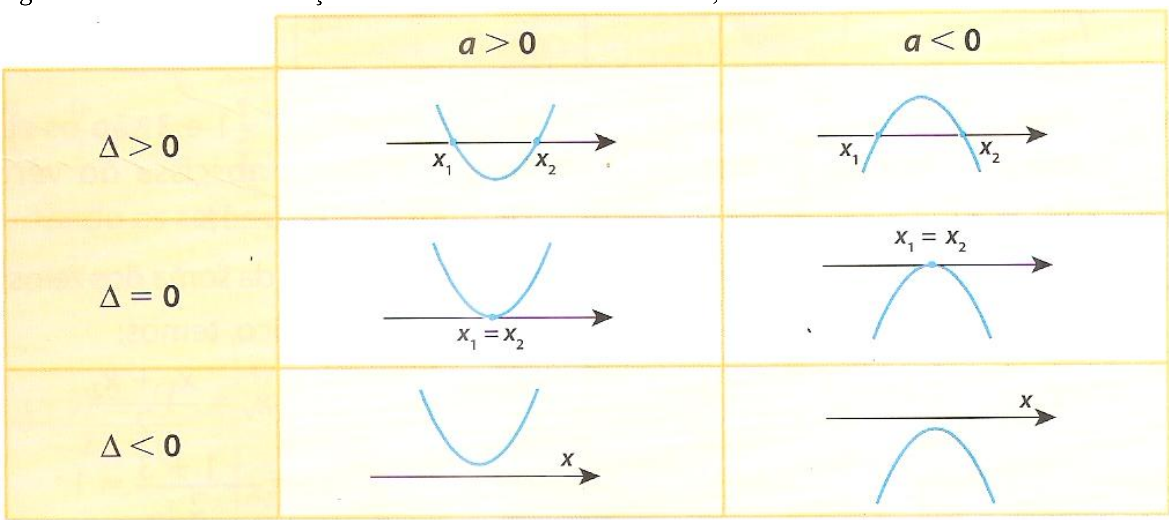
---

[13] A demonstração dessa fórmula é bastante simples e pode ser encontrada em diversos livros de Matemática do 9° Ano do EF ou do 1° Ano do Ensino Médio.

- Se $\Delta = 0$, a equação terá uma única raiz, de multiplicidade 2, ou seja, obter-se-ão duas raízes reais e iguais ($x_1 = x_2$);
- Se $\Delta < 0$, a equação não apresenta raízes reais.

A seguir, na figura 3.13, um resumo no qual se pode observar a relação entre o coeficiente a de uma função quadrática e a concavidade da parábola, assim como a relação entre o sinal do discriminante e o número de raízes.

Figura 3.13 – Resumo da relação entre coeficiente *a* e concavidade; discriminante e raízes



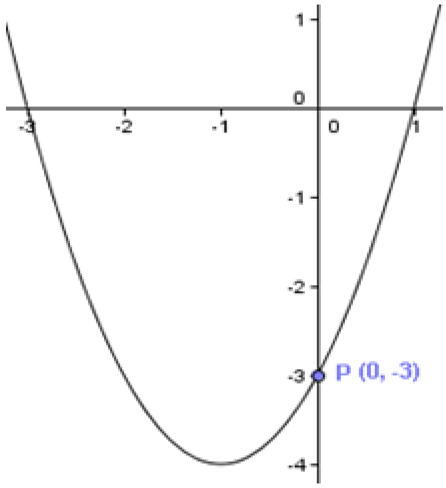
Fonte: Silveira e Marques (2008, p.125).

Com o GeoGebra, a relação entre o discriminante e o número de raízes de uma função quadrática pode ser trabalhada ao criar com a ferramenta “Seletor” os parâmetros *a*, *b* e *c*, digitar a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ e a fórmula $\Delta = b^2 - 4ac$ no “Campo de Entrada”. Ao apertar a tecla ENTER após ambas digitações, o valor do discriminante da respectiva função será apresentado na “Janela de Álgebra”. Na sequência, variando os coeficientes da função ao movimentar os seletores, o que fará com que o valor discriminante também varie, essa relação poderá ser observada com as consequentes mudanças do comportamento gráfico.

3.3.3 O ponto onde o gráfico de uma função quadrática intercepta o eixo y

Assim como qualquer função cujo gráfico intercepte o eixo *y*, o gráfico de uma função quadrática intercepta esse eixo no ponto $(0, y)$. Logo, ao substituir $x = 0$ em $f(x) = ax^2 + bx + c$, tem-se que $f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$. Portanto, o valor da ordenada do ponto onde o gráfico de uma função quadrática intercepta o eixo *y* é igual ao seu coeficiente *c* (ou termo independente de x). Por exemplo, dada a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$, o seu gráfico intercepta o eixo y no ponto de coordenadas (0, –3) (Gráfico 3.4).

Gráfico 3.4 – Gráfico da função $f(x) = x^2 + 2x - 3$

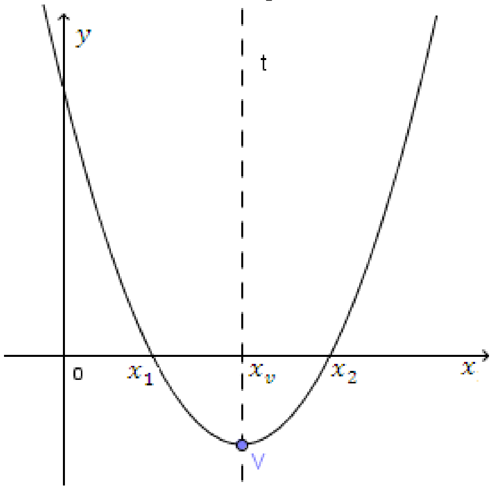


Fonte: Pesquisa direta.

3.3.4 As coordenadas do vértice de uma parábola

O vértice de uma parábola que é o gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é o ponto $V(x_v, y_v)$ de interseção entre a parábola e a reta t perpendicular ao eixo das abscissas, a qual é referencial simétrico axial[14] da parábola (Gráfico 3.5).

Gráfico 3.5 – Vértice da parábola e eixo de simetria



Fonte: Pesquisa direta

[14] A simetria axial observada na parábola, que é uma simetria em relação a uma reta, também pode ser um fator facilitador para a construção do gráfico de uma função quadrática. No GeoGebra, essa reta pode ser construída ativando a ferramenta “Reta Perpendicular”.

Partindo dessa ideia, o valor de x_v, abscissa do vértice da parábola, pode ser calculado pela média aritmética dos zeros da função correspondente, caso existam, ou seja,

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Sabe-se que a soma das raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é

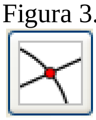
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}.$$

Dessa forma,

$$x_v = \frac{-\frac{b}{a}}{2} \Leftrightarrow x_v = -\frac{b}{2a}.$$

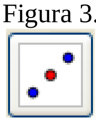
No GeoGebra, para trabalhar a situação representada parcialmente através do gráfico 3.5, no caso em que a função apresentar dois zeros reais e distintos, deve-se realizar o seguinte procedimento: construir o gráfico da função quadrática e, utilizando-se da ferramenta “Interseção de Dois Objetos” (Figura 3.14), clicar sobre esse gráfico e o eixo das abscissas, identificando dessa maneira os dois pontos de interseção da função com esse eixo; utilizando-se da ferramenta “Ponto Médio” (Figura 3.15) deve-se clicar sobre esses dois pontos, identificando assim o ponto cuja abscissa será a mesma do vértice do gráfico parabólico; por fim, com a ferramenta “Reta Perpendicular” (Figura 3.16) selecionada, deve-se clicar sobre esse último ponto e, em seguida, sobre o eixo x que, consequentemente, será construída a reta referente ao eixo de simetria da parábola. Caso pretenda-se encontrar ainda as coordenadas do vértice da parábola, basta ativar a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” e clicar sobre o gráfico da função e sobre essa reta referencial.

Figura 3.14 – Ferramenta Interseção de Dois Objetos



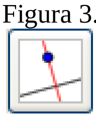
Fonte: Pesquisa direta.

Figura 3.15 – Ferramenta Ponto Médio



Fonte: Pesquisa direta.

Figura 3.16 – Ferramenta Reta Perpendicular



Fonte: Pesquisa direta.

Quanto à determinação da fórmula para o cálculo do y_v, ordenada do vértice da parábola, basta substituir o valor encontrado para x_v em $f(x)$. Assim,

$$y_v = a(x_v)^2 + b(x_v) + c;\ x_v = -\frac{b}{2a} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow\ y_v = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = -\frac{(b^2 - 4ac)}{4a} \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow\ y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Logo, o vértice da parábola representativa da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + + c$ tem as seguintes coordenadas:

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

A posse de dados referentes a uma função quadrática que informem o sentido para onde a concavidade é voltada, os zeros da função, o valor onde a função intercepta o eixo das ordenadas, as coordenadas do vértice e tendo como referencial um eixo de simetria perpendicular ao eixo das abscissas que passa pelo x_v, auxilia na construção gráfica manual desse tipo de função.

Voltando a explorar o GeoGebra, no estudo das coordenadas do vértice de uma função quadrática, ele pode ser utilizado para realizar o cálculo dessas coordenadas. Para isso, é necessário, utilizando a ferramenta "Seletor", criar os parâmetros a, b e c e, em seguida, digitar a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, e as fórmulas referentes ao discriminante e as coordenadas do vértice no "Campo de Entrada". Isso pode ser útil para conferir resultados de cálculos realizados manualmente.

3.3.5 Aplicações envolvendo funções quadráticas

As aplicações de conhecimentos na Educação Matemática (EM) em sala de aula são normalmente trabalhadas através de problemas contextualizados. Conforme consta em Brasil (1998, p. 40) "A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance."

Quando se estudam funções quadráticas, o formato parabólico de seu gráfico possibilita que se associe esse tipo de função a diversas situações observáveis no cotidiano como, por exemplo, estruturas arquitetônicas (Figura 3.17), trajetórias de objetos e ferramentas tecnológicas como faróis de carros e antenas parabólicas.

Figura 3.17 – Ponte JK, em Brasília, com formatos parabólicos

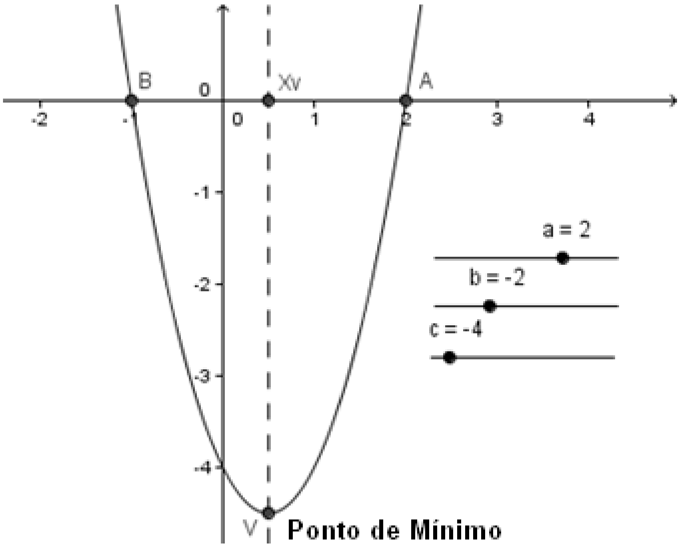
Fonte: http://blogs.estadao.com.br/olhar-sobre-o-mundo/brasilia-50-anos/foto-dida-sampaioae-31/.

Além disso, existem várias aplicações diretas desse tipo de função. No estudo de Geometria, quando, por exemplo, se faz a relação entre número de lados e número de diagonais de um polígono convexo, tem-se uma restrição de uma função quadrática ao conjunto {3, 4, 5...}. Em outras disciplinas, como na Física, quando se estuda, por exemplo, movimentos ou trajetórias de objetos, esses também podem ser representados algebricamente por uma função quadrática.

Conforme Brasil (2006), as aplicações clássicas abordadas no estudo de funções quadráticas ocorrem em situações que envolvem ponto de máximo ou de mínimo. Isso acontece por ser o vértice de seu gráfico parabólico ponto mais alto ou ponto mais baixo, o que possibilita se determinar valores máximos ou mínimos representativos da situação dada.

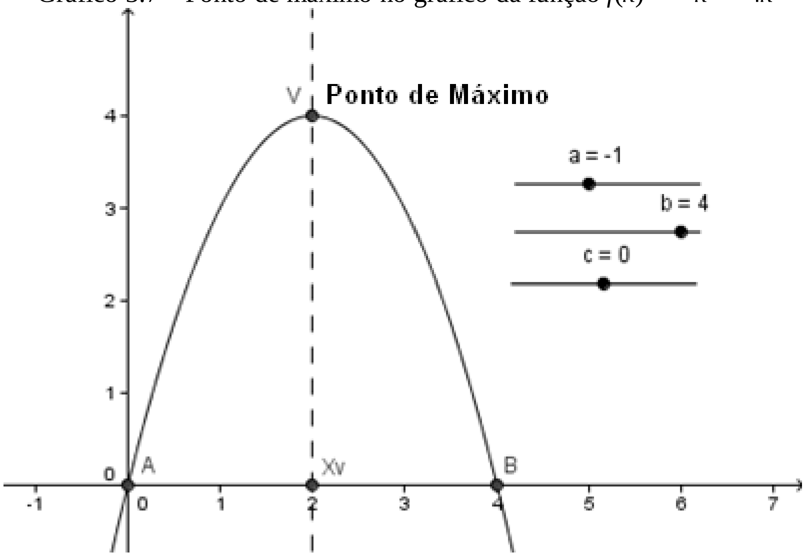
Como se pode notar no gráfico 3.6, o vértice $V(x_v, y_v)$ de uma parábola será seu ponto de ordenada mínima e, consequentemente, se terá um ponto denominado de mínimo, quando a concavidade da parábola for voltada para cima ($a > 0$). Já no gráfico 3.7, se pode observar que o vértice de uma parábola será seu ponto de ordenada máxima e, consequentemente, se terá um ponto denominado de máximo, quando a concavidade for voltada para baixo (a < 0).

Gráfico 3.6 – Ponto de mínimo no gráfico da função $f(x) = 2x^2 - 2x - 4$



Fonte: Pesquisa direta.

Gráfico 3.7 – Ponto de máximo no gráfico da função $f(x) = -x^2 + 4x$



Fonte: Pesquisa direta.

Considerando que "Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la" (BRASIL, 1998, p. 41), pensa-se que a utilização de situações-problema seja essencial para permitir que o educando possa se aproximar das formas de como utilizar os conhecimentos adquiridos em sala de aula em seu cotidiano.

Na resolução de situações-problema, o *software* de Matemática Dinâmica GeoGebra pode ser uma importante ferramenta auxiliar. Isso poderá ser comprovado a seguir quando esse *software* foi explorado para resolver dois problemas.

Problema 1:

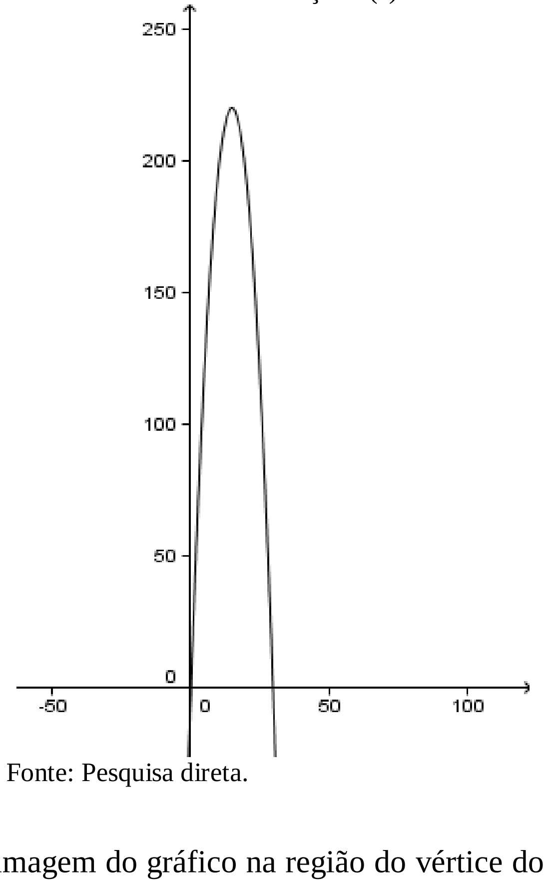
(FGV–SP–1997) O lucro mensal de uma empresa é dado por $L(x) = -x^2 + 30x - 5$, onde x é a quantidade mensal vendida.

a) Qual o lucro mensal máximo possível?

b) Entre que valores deve variar x para que o lucro mensal seja no mínimo igual a 195?

Observe a seguir o gráfico 3.8 da função $L(x) = -x^2 + 30x - 5$ construído no GeoGebra.

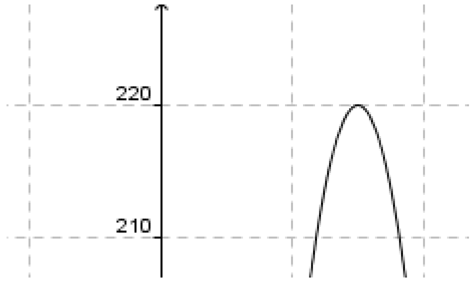
Gráfico 3.8 – Gráfico da função $L(x) = -x^2 + 30x - 5$



Fonte: Pesquisa direta.

Ampliando a imagem do gráfico na região do vértice do gráfico representativo de $L(x) = -x^2 + 30x - 5$ (Gráfico 3.9), pode-se observar que o lucro mensal máximo possível é de R$ 220,00.

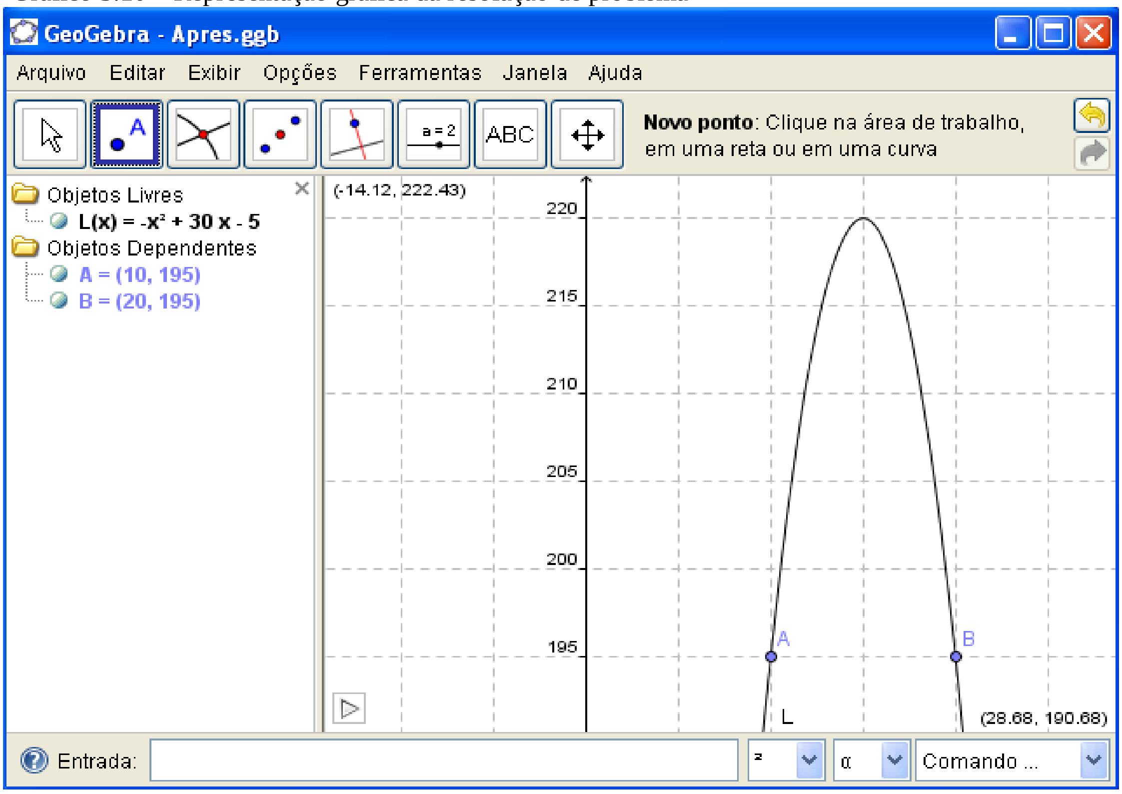
Gráfico 3.9 – Ampliação do gráfico anterior na região do vértice da parábola



Fonte: Pesquisa direta.

Já para responder o item b) do problema, a imagem foi ampliada de forma que os valores referenciais sobre o eixo *y* fossem múltiplos de 5 e, utilizando a ferramenta "Novo Ponto", foram identificados os dois pontos *A* e *B* pertencentes ao gráfico da função *L*(*x*) com o valor da ordenada igual a 195 (Gráfico 3.10). Desse modo, observando as abscissas desses pontos apresentados na "Janela de Álgebra", nota-se que os valores de *x* para que o lucro mensal seja no mínimo igual a 195 devem estar entre 10 e 20.

Gráfico 3.10 – Representação gráfica da resolução de problema



Fonte: Pesquisa direta.

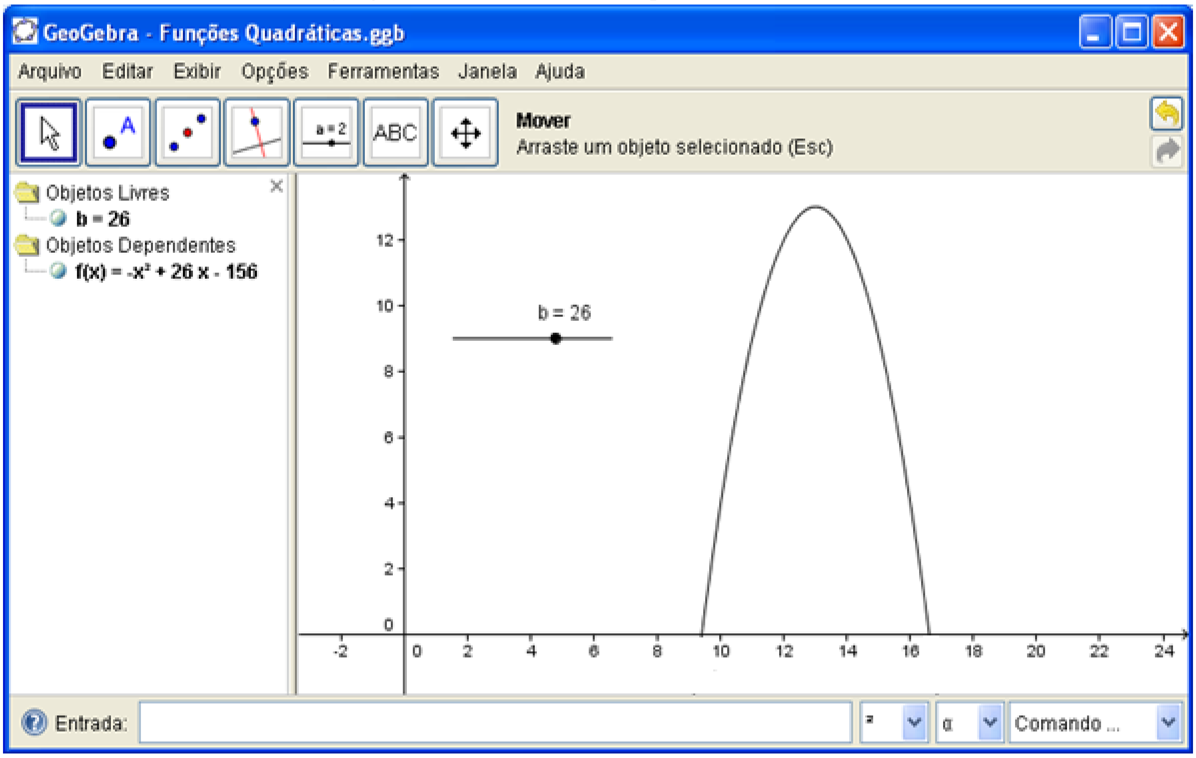
Problema 2:

(FAAP–SP–1996) Supondo que no dia 5 de dezembro de 1995 o Serviço de Meteorologia do Estado de São Paulo tenha informado que a temperatura na cidade de São Paulo atingiu o seu valor máximo às 14 horas, e que nesse dia a temperatura $f(t)$ em graus é uma função do tempo t medido em horas, dada por $f(t) = -t^2 + bt - 156$, quando $8 < t < 20$. Obtenha o valor de b.

a) 14 b) 21 c) 28 d) 28 e) 35

Uma possibilidade de resolução dessa situação utilizando o GeoGebra é criar um parâmetro b e digitar no "Campo de Entrada" $f(x) = -x^2 + bx - 156$, com x substituindo o t e $f(x)$ substituindo $f(t)$ na lei de formação da função. Entretanto, essa operação não será suficiente para que o gráfico de $f(x)$ seja observável na "Janela de Visualização" do *software*. Para superar essa dificuldade, o parâmetro b foi configurado para assumir valor mínimo de 20 e no máximo 40, pois foi entre esses valores que o referido gráfico passou a ser visualizado[15] (Gráfico 3.11).

Gráfico 3.11 – Gráfico da função $f(t) = -t^2 + bt - 156$ com parâmetro b



Fonte: Pesquisa direta.

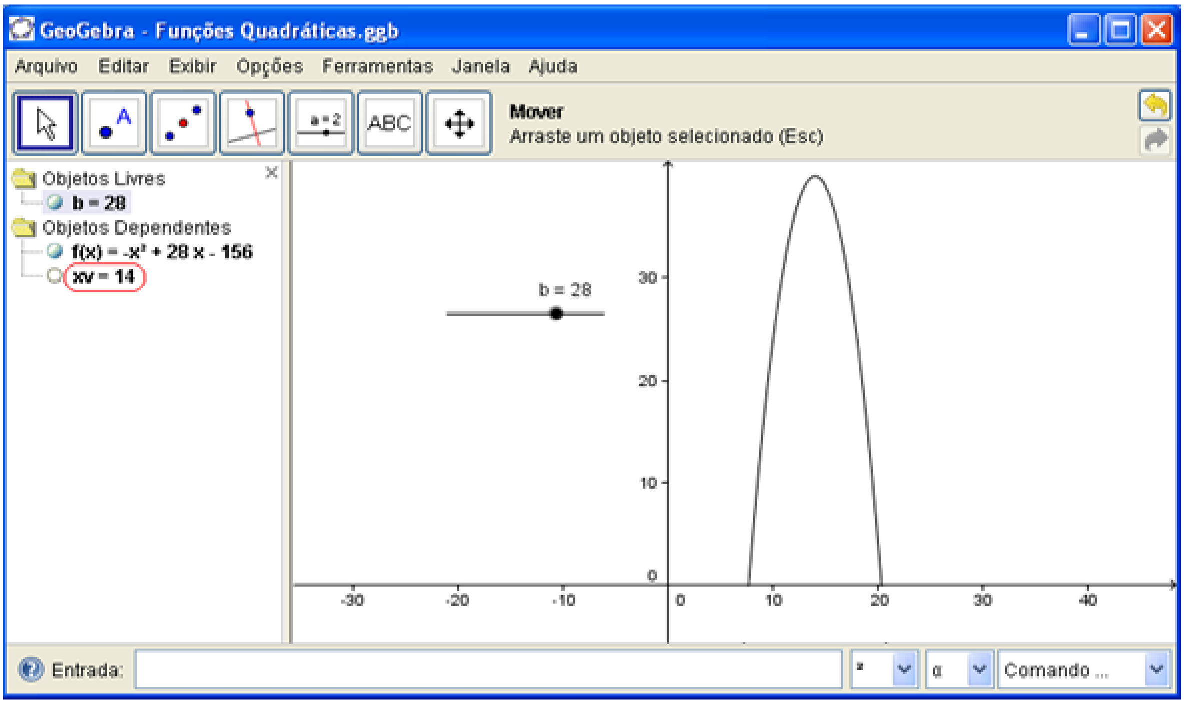
Na sequência, como às 14 horas foi registrada a temperatura máxima $f(x)$, por ser esta uma função quadrática e o valor referente a tempo em horas ser a abscissa, interpreta-se que o x_v do gráfico parabólico representativo dessa função é igual a 14.

Assim, após digitar a fórmula no "Campo de Entrada" do GeoGebra $xv = -b/2(-1)$ referente à abscissa do vértice da parábola representativa de função quadrática $f(x)$, pode-se

[15] Inicialmente, o valor de b havia sido configurado para assumir valores entre –5 e 40.

chegar ao resultado do problema, variando o parâmetro b até que se chegue ao valor de x_v = 14, apresentado na "Janela de Álgebra". Isso ocorrerá para b = 28 (Gráfico 3.12).

Gráfico 3.12 – Representação gráfica com valor de x_v (destacado na Janela de Álgebra) a partir da variação do parâmetro b



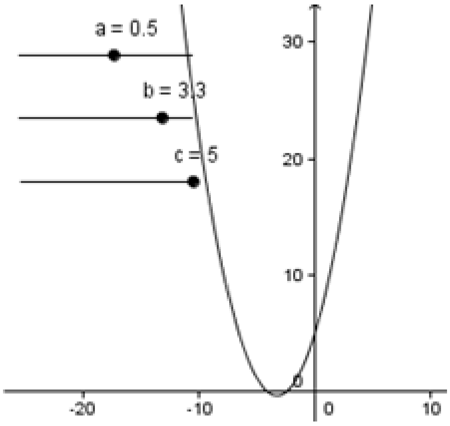
Fonte: Pesquisa direta.

3.3.6 O uso do GeoGebra para facilitar a observação de outras relações entre os coeficientes e o gráfico de uma função quadrática

Outras situações podem ser levantadas, quando se observam os coeficientes da lei de formação de uma função quadrática e o seu comportamento gráfico em relação aos eixos de coordenadas cartesianas. Esses tipos de situações são mais facilmente observados quando se utilizam *softwares* de Matemática Dinâmica, pois, com esses, a construção gráfica se torna instantânea e a comparação entre variações na lei de formação da função e o seu gráfico correspondente se torna mais dinâmico.

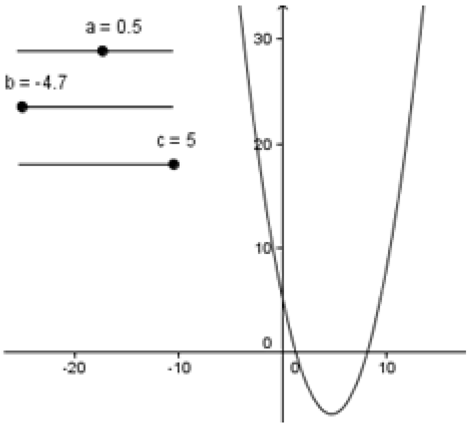
Um exemplo desses tipos é uma situação já citada anteriormente, na qual se observa que, quando o coeficiente b da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é maior que zero, a parábola corta o eixo y com a sua parte crescente (Gráfico 3.13); quando b é menor que zero, a parábola corta o eixo y com a sua parte decrescente (Gráfico 3.14).

Gráfico 3.13 – Gráfico com *b* > 0



Fonte: Pesquisa direta.

Gráfico 3.14 – Gráfico com *b* < 0



Fonte: Pesquisa direta.

Outro fato a ser observado, envolvendo o sinal dos coeficientes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, é que se *a* e *b* têm o mesmo sinal, então o vértice da parábola se localizará à esquerda do eixo *y*. Caso *a* e *b* apresentem sinais diferentes, o vértice se localizará à direita do eixo *y*.

Essa situação pode ser observada nos dois últimos gráficos construídos no *software* GeoGebra. No gráfico 3.13 os parâmetros *a* e *b*, referentes aos coeficientes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, encontram-se ambos com valores positivos ($a = 0{,}5$ e $b = 3{,}3$) e, consequentemente, o respectivo gráfico tem o seu vértice localizado à esquerda do eixo *y* do plano cartesiano. Já no gráfico 3.14, *a* e *b* encontram-se com sinais contrários ($a = 0{,}5$ e $b = -4{,}7$) e o vértice da parábola à direita em relação eixo *y*.

Como colocado no capítulo 2, a utilização de um *software* no desenvolvimento de conhecimentos pode proporcionar que novas indagações, antes não observadas nem mesmo pelo professor, venham a surgir. Nesse tipo de ocasião, o próprio *software* poderá ser utilizado para facilitar que tal questionamento seja esclarecido.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo consta a caracterização das pesquisas realizadas; apresentação das técnicas de pesquisa utilizadas para coleta de dados e dos objetivos que direcionaram o desenvolvimento da dissertação; a caracterização do campo em que foi realizada a pesquisa; a apresentação dos sujeitos da pesquisa e os critérios de seleção deles; e o modo de aplicação da pesquisa em campo.

4.1 Caracterização da pesquisa

Com o intuito de se buscar resultados que mostrem a influência ou não da utilização do *software* GeoGebra como ferramenta pedagógica na aprendizagem de alunos do 9° ano do EF do CMF em funções quadráticas, optou-se por desenvolver uma pesquisa de campo. Por se realizar um estudo relacionado a EM, foi desenvolvida também uma pesquisa bibliográfica com o intuito de compreendê-la um pouco mais. As técnicas de pesquisa utilizadas foram: observação, diário de bordo, teste e questionário. Com os dados coletados, realizaram-se abordagens quantitativas e qualitativas.

Conforme Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 106), a pesquisa de campo "[...] é aquela modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste etc."

Dos tipos de pesquisa de campo, o adotado foi pesquisa-ação. Essa é uma modalidade de investigação "[...] em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo, mas, sobretudo, para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos alunos." (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 112).

A coleta de dados foi iniciada utilizando-se da observação simples das atividades desenvolvidas por dois grupos de alunos, dos quais este pesquisador é professor, em encontros realizados para o desenvolvimento da pesquisa, tendo sido o GeoGebra aplicado em apenas um dos grupos. De acordo com Gil (1987), a observação constitui um instrumento fundamental para a coleta de dados; na observação simples o pesquisador é mais um espectador que um ator. Como forma de registrar as observações e os procedimentos realizados durante a pesquisa de campo, foi utilizado o diário de bordo. Fiorentini e Lorenzato

(2007) afirmam que esse é um importante instrumento de coleta de informações a ser utilizado durante o trabalho de campo.

Ao término dos encontros, foi aplicada em ambos os grupos uma prova (Apêndice E), a qual foi a principal técnica de pesquisa utilizada para a coleta de dados. Nesta prova, constaram questões abertas, nas quais os alunos expressaram, de forma escrita, os conhecimentos adquiridos referentes a tópicos estudados do assunto de funções quadráticas. De acordo com Gil (1987), a prova é enquadrada dentro das técnicas de pesquisa como um teste.

Esse teste valeu de zero a dez, com os pontos distribuídos nas questões por quantidade de informações a serem apresentadas pelo aluno. Cada questão versou sobre um tópico específico de função quadrática a ser analisado, se foi aprendido ou não pelo aluno. A expectativa através dos subsídios colhidos com esse instrumento era a de que se pudesse chegar ao objetivo geral desta pesquisa.

No grupo no qual se utilizou o *software*, após a realização do teste, foi aplicado um questionário (Apêndice F) com questões abertas e fechadas, sendo que para as fechadas os alunos foram orientados a escolher por questão uma única resposta, conforme a que mais se aproximasse de sua realidade. A expectativa com a aplicação desse instrumento era colher informações sobre a finalidade de uso do computador e verificar a aceitação ou não deles quanto à utilização do *software* GeoGebra.

Para a realização de abordagens tanto quantitativas quanto qualitativas com os dados colhidos, seguiu-se o pensamento de Minayo (2000, p. 22) de que “O conjunto de dados qualitativos e qualitativos, (...), não se opõem. Ao contrário, se complementam, pois a realidade abrangida por eles interagem dinamicamente, excluindo qualquer dicotomia.”

Parte da abordagem qualitativa dos dados colhidos foi realizada, fazendo considerações a partir do que se observou e foi registrado em diário de bordo do desenvolvimento das atividades, durante a utilização do *software* no grupo que teve acesso a ele e, em ambos os grupos, durante a resolução de exercícios. Com essa análise, pretendeu-se averiguar fatores positivos e negativos a partir da utilização ou não do GeoGebra, no estudo de funções quadráticas.

Dos dados obtidos através do questionário e do teste, foram feitas considerações quantitativas e qualitativas para verificar a aceitação ou não por parte dos alunos quanto à utilização de *software* educativo como ferramenta auxiliar da prática pedagógica, e para comparar o desempenho entre as turmas. Os dados do questionário também foram úteis para a averiguação de fatores positivos e negativos com a utilização ou não do GeoGebra.

4.1.1 Objetivos

4.1.1.1 Geral

O objetivo geral que orienta esta pesquisa é analisar se o uso do *software* educativo GeoGebra, como ferramenta auxiliar da prática pedagógica, proporciona a alunos de 9° ano do EF do CMF uma melhor aprendizagem do assunto de funções quadráticas.

4.1.1.2 Específicos

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- Compreender o que é EM e a sua relação com a aplicação da tecnologia *software* nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.
- Explicitar a estrutura e o uso do *software* GeoGebra voltado para o estudo de funções quadráticas.
- Identificar possibilidades de aplicações de ferramentas do GeoGebra no estudo de funções quadráticas.
- Averiguar fatores positivos e negativos a partir da utilização do GeoGebra para o estudo de funções quadráticas.
- Verificar com qual finalidade alunos de 9° ano do EF do CMF utilizam o computador e a aceitação ou não por parte dos alunos quanto à utilização de *software* educativo como ferramenta auxiliar da prática pedagógica.
- Comparar o desempenho quanto à aprendizagem do assunto de funções quadráticas, a partir da utilização ou não do *software* GeoGebra.

4.2 Caracterização do campo de pesquisa

O campo de aplicação da pesquisa foi o CMF (Figura 4.1), que este ano completou 93 anos. Situado na Avenida Santos Dumont, número 485, Aldeota, Fortaleza, Ceará, o CMF é um dos doze estabelecimentos de ensino que formam o Sistema Colégio Militar do Brasil (SCMB).

Figura 4.1 – Fachada principal do CMF

Fonte: http://www.facebook.com/pages/Col%C3%A9gio-Militar-de-Fortaleza-Oficial/212527635513540

O SCMB é subordinado à Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial (DEPA), órgão integrante do Departamento de Educação e Cultura do Exército (DECEx). O ensino ministrado nesses Colégios Militares (CM) é de nível básico nas modalidades fundamental (6° ao 9° ano) e médio (DEPA, 2009).

Conforme art 3° do Regimento Interno dos Colégios Militares (RICM) (DEPA, 2009, p. 1), "[...] cabe aos CM, por meio da sua ação educacional, prover ao corpo discente o desenvolvimento integral, a formação para o exercício da cidadania e os meios para progredir nos estudos posteriores e no exercício de sua atividade profissional." O CMF segue essa proposta pedagógica.

Para a realização desta pesquisa foi solicitada autorização pelo orientador da pesquisa, através de uma carta direcionada à Subdireção de Ensino do CMF (Apêndice B). Além disso, mediante Parte s/n (Apêndice A), foi solicitada por este pesquisador a disponibilização de duas turmas do 9° ano do EF para serem empregadas no trabalho.

Os ambientes do CMF utilizados para a pesquisa foram o laboratório de informática e a sala de aula. O laboratório de informática do CMF, no período da realização desta pesquisa, continha quinze máquinas e, como a turma na qual o *software* foi aplicado tinha trinta alunos, cada máquina foi utilizada por dois alunos.

4.2.1 Avaliação no SCMB

A avaliação é a ferramenta mais importante dos processos de ensino e de aprendizagem, pois ela permite saber se os conhecimentos estudados pelo educando foram aprendidos. Nesta pesquisa, a avaliação teve fundamental importância na escolha dos grupos de alunos a participarem e na análise dos resultados.

De acordo com Luckesi (1998, p. 77), “A avaliação, (...), manifesta-se como um ato dinâmico que qualifica e subsidia o re-encaminhamento da ação, possibilitando consequências na direção da construção dos resultados que se deseja.” Ou seja, a avaliação deve ser um meio utilizado para se chegar ao objetivo traçado para os processos de ensino e de aprendizagem.

No SCMB, conforme consta nas Normas Internas para Avaliação Educacional (NIAE), a avaliação da aprendizagem dos alunos é realizada em três modalidades: diagnóstica, formativa e somativa (DEPA, 2012).

A avaliação diagnóstica é utilizada, conforme sua nomenclatura, para averiguar o nível em que o aluno demonstra dominar os conhecimentos necessários para iniciar o ano letivo, disciplina ou unidade didática. Geralmente, alunos filhos de militares interessados em ingressarem no SCMB passam por esse tipo de avaliação, que serve para um acompanhamento pedagógico mais adequado ao aluno ao longo do ano letivo, de acordo com as suas deficiências detectadas. Nesse caso, o instrumento utilizado são testes de habilidades em Matemática e Português.

Quanto à avaliação formativa, o SCMB propõe, conforme Silva, Hoffman e Esteban (2003, p. 97) defendem, que seja:

> A avaliação formativa acontece todo o tempo, fazendo parte do aprendizado cotidiano do aluno e englobando tanto as aprendizagens relativas aos conhecimentos, tanto nas dimensões conceitual e procedimental quanto no nível do aprendizado de valores e atitudes.

A avaliação formativa deve ser realizada nos colégios vinculados ao SCMB de forma contínua e sem a conceituação de grau, visando assim aspectos qualitativos a serem desenvolvidos pelos alunos como os cognitivos, os sócio-emocionais ou afetivos e os psicomotores. Os instrumentos utilizados nessa avaliação podem ser a observação das diversas atividades realizadas, fichas de registro, reuniões pedagógicas e conselho de classe. (DEPA, 2012).

Já a avaliação somativa é utilizada no SCMB como forma de verificar o rendimento da aprendizagem dos alunos, representado através de uma nota ou grau, e serve para classificá-los em números ordinais, e como aprovados ou reprovados ao final das etapas de ensino.

O grau bimestral da avaliação somativa de um aluno é calculado através da média aritmética, envolvendo a nota final das Avaliações Parciais (AP) e da Avaliação de Estudo (AE). O grau mínimo para o aluno ser considerado aprovado naquele bimestre é 5,0 (cinco). Caso o aluno não consiga atingir essa nota, ele tem direito à recuperação.

Os instrumentos utilizados nas AP são provas formais que poderão ser práticas, orais, escritas, gráficas ou mistas, realizadas individualmente ou em grupo, em atividades presenciais ou não presenciais (DEPA, 2012). Quando aplicada no término de uma aula, essa avaliação é chamada de Verificação Imediata (VI).

Além do caráter somativo, as provas formais permitem uma complementação da avaliação formativa, pois, através dos resultados, serão proporcionadas reflexões tanto sobre o processo de ensino, como sobre o de aprendizagem.

A AE, que também tem caráter somativo e é realizada bimestralmente, é uma prova que envolve os principais assuntos abordados durante as aulas naquele período e é aplicada a todos os alunos de um determinado ano de ensino. A AE exige maior preparo técnico e, por isso, é elaborada sob a supervisão da Seção Técnica de Ensino (STE).

4.3 Sujeitos da pesquisa

Os sujeitos pesquisados foram alunos de 9° ano do EF do CMF no ano de 2012. Das cinco turmas de 9° ano existentes, por incompatibilidade de horário, apenas as três das quais este pesquisador é professor ficaram disponíveis. Dessas, as turmas 901 e 903 foram as escolhidas a partir de um estudo estatístico realizado com os graus obtidos pelos alunos na 1ª AE de Matemática de 2012 (Tabela 1).

Tabela 1 – Desempenho por turma

Turmas	Categoria				
	Média	**Desvio Padrão**	**Alunos com grau acima da média da turma**	**Alunos com grau abaixo da média da turma**	**Total de Alunos**
901	6,4	2,7	16	14	30
902	7,2	2,0	15	16	31
903	6,8	2,4	17	14	31

Fonte: Pesquisa direta.

Para a utilização do *software*, foi escolhida a turma 901, que apresentou mais dificuldades de aprendizagem (média 6,4), além de ser a turma mais heterogênea (desvio padrão 2,7). Usando como critério a homogeneidade de resultados, sugerida pelo cálculo do desvio padrão das notas dos alunos por turma, a segunda turma escolhida foi a 903. Baseado em Gil (1991), homogeneizando previamente dois grupos, pode-se inferir que toda variação significativa entre eles poderá ser decorrente, no caso desta pesquisa, da aplicação do *software*.

Assim, pensou-se que, ao aplicar o GeoGebra como ferramenta auxiliar da prática pedagógica nos processos de ensino e de aprendizagem da turma que apresentou mais dificuldades (901), se esta passasse a apresentar resultados melhores que a outra, que antes havia apresentado desempenho superior (903), ficaria mais transparente a influência positiva do uso do *software* na aprendizagem dos alunos.

Por questões éticas, a autorização da participação dos alunos na pesquisa junto aos seus responsáveis foi firmada mediante um documento (APÊNDICES C e D) assinado por ambas as partes o consentimento de participação dos sujeitos, no qual constam os objetivos e finalidades da pesquisa e direitos à realização da pesquisa de campo. Como nem todos os alunos devolveram esse documento e por alguns terem faltado encontros realizados para a aplicação da pesquisa em campo, o número de participantes na pesquisa por grupo foi reduzido.

Para isso, tendo-se a preocupação em manter a homogeneidade entre as turmas, foi realizado um novo estudo[16], no qual se buscou identificar no grupo contrário aos alunos que não tiveram resultados considerados para esta pesquisa alunos que apresentaram desempenhos próximos aos daqueles na 1ª AE de Matemática de 2012 do 9° ano, sendo assim eliminados. Dessa feita, ficaram 19 participantes da turma 901 e 20 da turma 903. Para manter a igualdade no número de alunos, foi eliminado o aluno da turma 903 que havia obtido nota na AE mais próxima da média da turma (nota 6,9).

É válido informar que os alunos eliminados como participantes da pesquisa, exceto os faltosos, estiveram presentes em todos os encontros e participaram de todas as atividades realizadas para o desenvolvimento da pesquisa, pois os encontros ocorreram dentro dos horários de aulas definidos para as turmas no início do ano letivo.

A tabela a seguir traz os resultados obtidos no novo estudo estatístico:

---

[16] Este novo estudo foi realizado logo após a realização do teste e a aplicação do questionário e antes das suas análises.

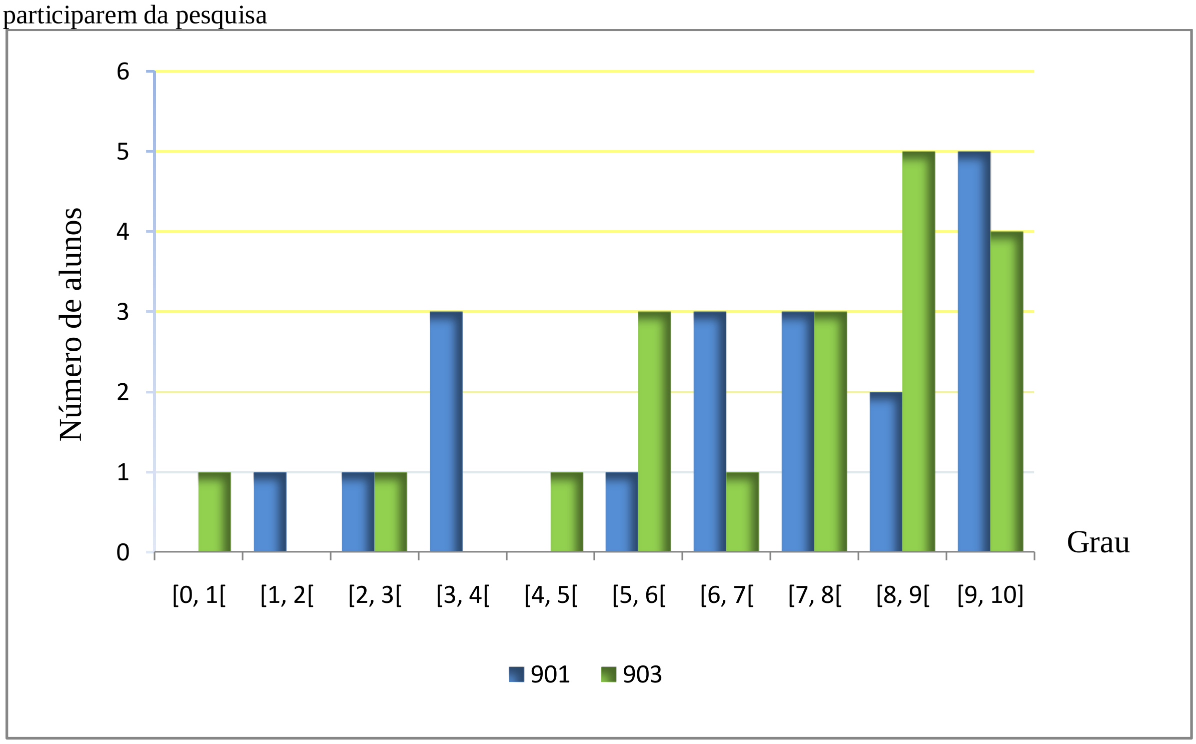
Tabela 2 – Desempenho dos alunos das turmas 901 e 903 autorizados a participarem da pesquisa

Turmas	**Categoria**				
	Média	**Desvio Padrão**	**Alunos com grau acima da média da turma**	**Alunos com grau abaixo da média da turma**	**Total de Alunos**
901	6,7	2,7	10	09	19
903	7,1	2,4	12	07	19

Fonte: Pesquisa direta.

Mesmo ocorrendo uma redução do número de participantes na pesquisa, a média da turma 901 se manteve abaixo da média da 903 e as homogeneidades apresentadas na tabela 1 praticamente foram mantidas em ambas as turmas. O gráfico 4.1 traz um paralelo entre os graus obtidos pelos alunos na 1ª AE de Matemática do 9° do EF do CMF.

Gráfico 4.1 – Comparativo dos graus obtidos na AE pelos alunos das turmas 901 e 903 autorizados a participarem da pesquisa



Fonte: Pesquisa direta.

Como se pode observar nesse gráfico, cinco alunos da turma 901 e três da outra turma ficaram com nota de AE abaixo da nota mínima para aprovação, que é cinco; sete da primeira e sete da segunda turma ficaram com nota maior ou igual a cinco e menor que oito (o que mostra um equilíbrio nesse grupo de alunos com desempenho mediano); cinco alunos da 901 e nove da 903 ficaram com nota acima de oito.

Os alunos abaixo da nota mínima para aprovação e esses medianos são os que foram mais observados no desenvolvimento da pesquisa. Quanto a alguns daqueles que apresentaram excelente desempenho em tal AE (nota maior que nove), por já conhecê-los, previa-se que os seus resultados não seriam muito significativos para a pesquisa, pois desde o início do ano letivo os seus rendimentos vinham sendo mantidos, independente do assunto estudado. Esse é o caso dos cinco alunos da turma 901 e quatro da turma 903. Contudo, mesmo esses alunos também foram acompanhados.

4.4 Etapas da pesquisa

Tendo como referência para o estudo de funções quadráticas o livro texto de Silveira e Marques (2008) e seguindo o PET do CMF da disciplina de Matemática, a pesquisa foi desenvolvida, conforme citado anteriormente, em duas turmas de 9° ano do EF do CMF, sempre com este pesquisador e professor das turmas coordenando as atividades, no período de 14 maio a 25 de maio de 2012.

Em uma dessas turmas, o *software* GeoGebra foi utilizado como ferramenta auxiliar da prática pedagógica, sendo três dos encontros realizados no laboratório de informática e outros quatro em sala de aula[17]. O primeiro encontro no laboratório foi destinado a apresentar o *software* GeoGebra. Na outra turma, foram realizados seis encontros apenas em sala de aula e sem a utilização do *software*. Em ambas as situações, o quadro foi utilizado para a exposição e organização de informações referentes ao assunto estudado. A carga horária para o estudo de funções quadráticas foi de seis horas e quarenta e cinco minutos para as duas turmas.

Como forma de facilitar a identificação das duas turmas e, consequentemente, dos seus alunos, a turma na qual se utilizou o GeoGebra passou a ser denominada de “grupo de investigação” e a segunda turma, na qual o *software* não foi aplicado, passou a ser chamada de “grupo de comparação”. Baseado em Gil (1991), numa pesquisa experimental, a turma

[17] A pesquisa não foi desenvolvida apenas no laboratório de informática porque as mesas do laboratório, sobre as quais ficam os computadores, não têm espaço suficiente para que os alunos coloquem o material didático (livro e caderno de anotações), impossibilitando-os de conforto para trabalharem conhecimentos de forma escrita. É válido ressaltar que existe uma necessidade em preparar os alunos para desenvolverem raciocínios de maneira escrita, tendo em vista que vestibulares e concursos exigem do educando que este saiba utilizar esse meio de expressão, não sendo permitida a utilização de equipamentos eletrônicos. Além disso, destaca-se que o propósito da pesquisa não se trata da substituição da aula expositiva no processo de ensino pelo uso do *software* educativo, mas analisar o potencial educativo deste como recurso pedagógico ao processo de aprendizagem de funções quadráticas.

denominada nesta pesquisa de "grupo de investigação" equivaleria ao "grupo experimental" e a turma denominada de "grupo de comparação" equivaleria ao "grupo controle".

A seguir, encontram-se os procedimentos didáticos que foram seguidos em ambos os grupos e as observações realizadas durante o desenvolvimento da pesquisa, os quais foram registrados em diário de bordo:

4.4.1 Procedimentos no grupo de investigação

O primeiro encontro, realizado no laboratório de informática, foi destinado para apresentação aos alunos do *software* GeoGebra. Nessa ocasião, foram utilizados os conhecimentos de funções afins, recém trabalhados com os alunos, tendo como principal intuito mostrar para esses a funcionalidade de algumas ferramentas do *software*.

Inicialmente, foram apresentados o "Campo de Entrada", a "Janela de Visualização" e a "Janela de Álgebra" do programa; os alunos foram orientados quanto à utilização das ferramentas "Mover", "Novo Ponto", "Interseção de Dois Objetos", "Ponto Médio" e "Deslocar Eixos".

Em seguida, foi solicitado aos alunos que digitassem dois seletores, *a* e *b*, e a lei de formação da função afim no "Campo de Entrada" do programa. Nesse momento, foi mostrada a funcionalidade do "Seletor". Por fim, os alunos foram indagados sobre situações estudadas em função afim e provocados a explorar as ferramentas do *software*.

Nesse primeiro contato com GeoGebra, a maioria dos alunos demonstrou facilidade para manuseá-lo. Esse fato pôde ser observado quando um aluno comentou ser fácil manusear o programa. Apenas duas duplas reclamaram de não estar conseguindo realizar uma das tarefas solicitadas. Entretanto, isso ocorreu pelas mesmas não terem passado informações corretas ao *software*, através do campo de entrada, conforme foram orientados.

Ao término desse encontro, foi entregue para cada aluno um *Compact Disc* (CD) no qual constam o instalador do GeoGebra 3.2 e um ícone desse *software* com a configuração voltada para o estudo de funções quadráticas, com a intenção de proporcionar aos alunos o contato maior com o *software*.

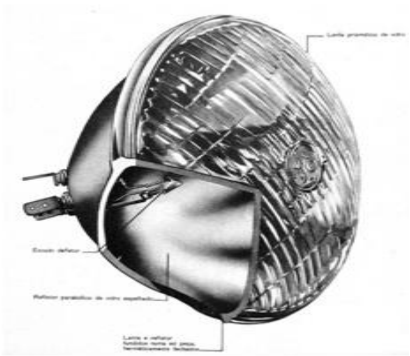
No segundo encontro, também realizado no laboratório de informática, foi introduzido o assunto de funções quadráticas, apresentada a lei de formação e exemplos retirados do livro texto. Aos alunos foi solicitada a digitação de tais exemplos no campo de entrada do GeoGebra e questionou-se quanto ao formato do gráfico e a que situações do cotidiano eles poderiam relacionar esse formato.

Alguns alunos deram como resposta parábola e trajetória de um objeto. Para eles foram apresentadas imagens encontradas em situações cotidianas, que apresentam formas parabólicas. Uma dessas foi a ponte JK já apresentada anteriormente. Algumas outras estão representadas nas figuras 4.2 a 4.5.

Figura 4.2 – Antena parabólica

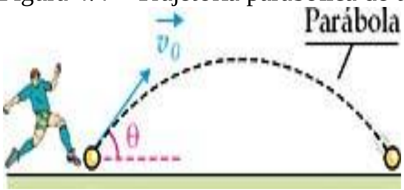
Fonte: http://www.clasf.com.br/antenas-parabolica-em-curitiba-em-curitiba-422585

Figura 4.3 – Fundo espelhado em formato parabólico de um farol



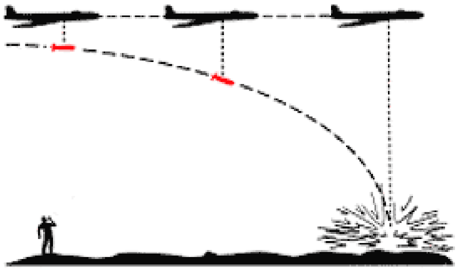
Fonte:http://www.cowboysdoasfalto.com.br/entretenimento/curiosidades/curiosidades_da_semana/origem_farol/index.cfm?galeria=481

Figura 4.4 – Trajetória parabólica de uma bola de futebol



Fonte: http://interna.coceducacao.com.br/ebook/pages/1841.htm

Figura 4.5 – Trajetória parabólica de uma bomba soltada de um avião



Fonte: http://hbblogando.blogspot.com.br/2009/10/medindo-as-coisas.html

Em seguida, foram trabalhados de forma expositiva no quadro exemplos de como se calcula a imagem de um elemento do domínio numa função quadrática. O resultado foi observado graficamente na “Janela de Visualização” do GeoGebra.

Em uma nova janela do *software*, foi solicitado que os alunos, utilizando-se da ferramenta “Seletor”, criassem parâmetros referentes aos coeficientes *a*, *b* e *c* de uma função quadrática. Os valores de *a* e *c* foram variados pelos alunos a fim de que fosse possível analisar a sua relação com a parábola. Nesse momento, a ferramenta “Animação Ativada” também foi explorada.

Dessa feita, observou-se que, se o coeficiente *a* for negativo, a concavidade da parábola ficará voltada para baixo e, se *a* for positivo, a concavidade ficará voltada para cima. Quanto ao coeficiente *c*, é a ordenada do ponto em que o gráfico intercepta o eixo *y*. Isso foi justificado expositivamente no quadro.

Por fim, foram observados os zeros da função quadrática graficamente, conforme definição, e se propôs como atividade a realização de exercícios referentes ao assunto estudado nesse encontro.

Durante este segundo contato direto com o GeoGebra, os alunos também não apresentaram dificuldades ao manuseá-lo. Em alguns momentos, os alunos até se divertiram com os movimentos realizados pelo gráfico quando variados os valores dos coeficientes. Um fator positivo notado com a utilização do GeoGebra é que se proporciona aos alunos a realização de suas próprias observações a partir de situações provocadas no estudo de funções quadráticas, assim dinamizando o espaço de aprendizagem.

O terceiro encontro, assim como os dois seguintes, foi realizado em sala de aula com o GeoGeobra projetado no quadro como forma de analisar novas situações e de conferir resultados de atividades propostas. De início, foi feita uma revisão do que havia sido trabalhado no encontro anterior e foram esclarecidas dúvidas apresentadas pelos alunos sobre funções quadráticas. Em seguida, foram expostos no quadro informações de como se determinar os zeros dessas funções e exemplos foram resolvidos.

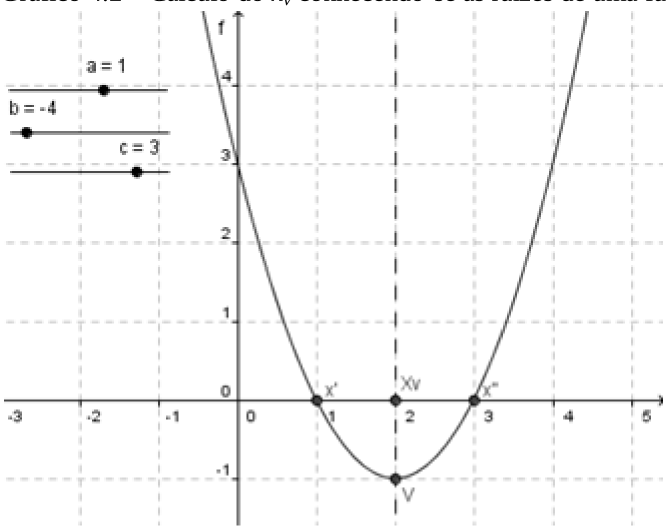
No “Campo de Entrada” do GeoGebra, foi digitada a fórmula do discriminante. Daí, os alunos foram questionados quanto à relação do valor do discriminante com os zeros da função quadrática e o gráfico construído na “Janela de Visualização”. Para tal, o valor dos coeficientes passou a ser variado para que, consequentemente, o valor do discriminante também o fosse.

A resposta já esperada foi apresentada pelos alunos e, por fim, foi exposta a mesma figura utilizada no capítulo anterior desta pesquisa (Figura 3.13), referente ao resumo da relação do coeficiente a com a concavidade da parábola e da relação do discriminante com número de zeros da função quadrática. Vale ressaltar que antes da introdução do assunto de funções quadráticas, de acordo com o PET da disciplina de Matemática para o 9° ano do EF do CMF, os alunos já haviam estudado a relação do discriminante com as raízes em equações do segundo grau. Por fim, foram propostos exercícios do livro texto e da lista de exercícios.

O quarto encontro foi iniciado com a correção de exercícios e esclarecimento de dúvidas apresentadas pelos alunos. Algumas situações resolvidas foram conferidas no GeoGebra com a sua imagem projetada no quadro.

Na sequência, foi definido o vértice da parábola, conforme consta no capítulo anterior. No intuito de chegar às fórmulas das coordenadas do vértice de $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, os alunos passaram a observar o gráfico 4.2[18] construído no GeoGebra e visualizaram que fazendo-se variar os coeficientes da função quadrática, tendo ela duas raízes reais e distintas, o x_v pode ser calculado determinando a média aritmética dos zeros da função. Destaca-se que esse cálculo já foi realizado no capítulo anterior.

Gráfico 4.2 – Cálculo do x_v conhecendo-se as raízes de uma função quadrática



Fonte: Pesquisa direta

Posteriormente, foi calculado o valor de y_v, de acordo com o que também foi apresentado no capítulo anterior, e foram resolvidos exemplos de como se calculam as coordenadas do vértice de uma parábola representativa de uma dada função quadrática.

[18] Para a construção desse gráfico, inicialmente foi utilizada a ferramenta "Interseção de Dois Objetos" para que se obtivessem os pontos referentes aos zeros da função. Com a ferramenta "Ponto Médio", foi identificado o ponto médio em relação aos dois pontos localizados anteriormente. Em seguida, foi identificada a reta que passa por esse ponto médio e que é perpendicular ao eixo x, a qual é referencial simétrico para a parábola. Daí, o ponto referente ao vértice foi localizado no gráfico, fazendo a interseção da reta obtida com a parábola.

Nesses exemplos, foi citado que tanto se pode encontrar o valor para y_v utilizando a fórmula encontrada $y_v = -\Delta/4a$, como, conhecendo-se x_v, calculando $f(x_v)$.

Para a construção manual do gráfico de uma função quadrática, foi questionado aos alunos quais os referenciais facilitadores dessa atividade. As respostas dadas e consideradas para a situação foram: observar o sinal do coeficiente a, assim identificando se a parábola vai apresentar concavidade voltada para cima ou para baixo; o valor do coeficiente c, pois é nesse valor sobre o eixo y que o gráfico passa; calcular os zeros da função e as coordenadas do vértice. Foi comentado que, quando a função não apresentar zeros reais, determinar mais pontos. Utilizando-se dessas informações, gráficos de funções quadráticas foram construídos no quadro com a participação dos alunos.

Por fim, foi trabalhada a ideia de ponto máximo e mínimo no gráfico de uma função quadrática. Para isso, se fez variar no GeoGebra os valores dos coeficientes de $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. A cada nova variação, os alunos foram questionados quanto ao valor máximo ou mínimo apresentado pela função e para que valor de x isso ocorria. Utilizando-se desse conhecimento, foi resolvido um exercício e foram propostos alguns exercícios do livro texto e da lista, incluindo algumas situações-problema.

No Quinto encontro, dúvidas dos alunos foram esclarecidas e exercícios foram resolvidos. Em algumas situações, o GeoGebra foi utilizado para conferir graficamente os resultados encontrados.

O sexto encontro, realizado no laboratório de informática, foi iniciado com a solicitação aos alunos da construção de uma parábola no GeoGebra e que realizassem uma análise do comportamento crescente e decrescente da função correspondente.

Assim, os alunos observaram que o gráfico cresce ou decresce (dependendo do sinal do coeficiente a) até o vértice e, em seguida, inverte o comportamento.

Posteriormente, os alunos foram instigados a identificar a relação do coeficiente b com o gráfico da função (Figura 4.6). Na ocasião, duas duplas observaram em pouco tempo que “se b é positivo, a parábola intercepta o eixo y com a sua parte crescente; se b é negativo o gráfico intercepta o eixo y com a sua parte decrescente”.

Utilizando os conhecimentos referentes à relação dos coeficientes com o gráfico de uma função quadrática, foi resolvida uma questão presente na lista de exercícios. Foi resolvida ainda, por solicitação de um aluno, uma situação-problema envolvendo o valor máximo de função.

Figura 4.6 – Alunos analisando a relação do coeficiente *b* com o gráfico de $f(x) = ax^2 + bx + c$

Fonte: Pesquisa direta.

No último encontro, foram aplicados um teste sobre funções quadráticas, ao qual foi atribuído um grau a ser computado para AP, e o questionário sobre o uso do *software*.

4.4.2 Procedimentos no grupo de comparação

No primeiro encontro, foi introduzido o assunto de funções quadráticas, apresentada a lei de formação e exemplos retirados do livro texto. Utilizando-se do cálculo da imagem de elementos do domínio, foi construído o gráfico de um desses exemplos. Em seguida, os alunos foram questionados quanto ao formato do gráfico construído e a que situações cotidianas poderiam relacionar esse formato. Para eles foram apresentadas as mesmas imagens mostradas ao grupo de investigação, envolvendo situações cotidianas que apresentam formas parabólicas.

Depois, mais dois gráficos referentes a funções quadráticas, com sinais do coeficiente *a* contrários, foram construídos, a fim de que fosse possível observar a relação entre tal coeficiente e a concavidade da parábola. Essa situação, quando se utilizou o GeoGebra no grupo de investigação, foi facilitada pela dinamicidade proporcionada pelo *software*. Foi ainda observado que o valor do coeficiente *c* é o valor da ordenada do ponto onde o gráfico da função quadrática intercepta o eixo *y*.

Em seguida, foram observados os zeros da função graficamente, utilizando gráficos presentes no quadro; foram expostas no quadro informações de como se determinam os zeros de uma função quadrática, exemplos foram resolvidos e foi relembrada a relação, já estudada em equações do segundo grau, do discriminante com os zeros da função.

Por fim, foi construída uma tabela resumindo a relação do coeficiente *a* com a concavidade da parábola, e do discriminante com os zeros da função quadrática. No final desse primeiro encontro, foi proposta como atividade a resolução de exercícios do livro texto e de uma lista de exercícios referente ao assunto estudado até cálculo dos zeros da função.

No início do segundo encontro, foi realizada a correção de exercícios e dúvidas apresentadas pelos alunos foram esclarecidas. Após esse momento, foi apresentado o vértice da parábola, conforme definido no capítulo anterior, e realizou-se o cálculo de suas coordenadas; exemplos foram apresentados no quadro no mesmo molde realizado no grupo de investigação. Foi ainda apresentada a noção de ponto de máximo e de mínimo.

Para a construção de gráficos de funções quadráticas, os alunos foram questionados sobre os referenciais a serem utilizados. Estes foram os mesmos considerados pelo grupo de investigação. Utilizando-se das informações obtidas, gráficos de funções quadráticas foram construídos no quadro com a participação dos alunos. Foram propostos, como atividade, exercícios do livro texto e da lista de exercícios.

No terceiro encontro, foram esclarecidas dúvidas dos alunos e exercícios foram resolvidos.

O quarto encontro, por solicitação de um aluno, foi iniciado com a resolução de uma questão. Em seguida, foi trabalhada a ideia de ponto máximo ou mínimo referente a uma função quadrática. Na ocasião, aproveitou-se do gráfico esboçado no raciocínio daquela questão para exemplificar o valor máximo de uma função e em que valor de *x* a função assumia seu valor máximo. Outros gráficos foram esboçados com esse mesmo fim.

Utilizando esse conhecimento de valor máximo ou mínimo de uma função, foram resolvidos exercícios do livro texto e da lista de exercícios, incluindo situações-problema, propostas como atividade.

O quinto encontro foi utilizado para correção de exercícios, esclarecimento de dúvidas de alunos e para falar do comportamento ora crescente ora decrescente do gráfico de uma função quadrática e também da relação do coeficiente *b* com o gráfico (Figura 4.7).

Nessa situação, assim como em outras, ao comparar o desenvolvimento das atividades nos grupos, percebeu-se que a utilização de um *software* facilita a observação de características comportamentais gráficas e até proporciona aos alunos tirarem as suas próprias conclusões. Consequentemente, possibilita ao professor ocupar a posição de mediador da aprendizagem, conforme defende Kenski (2007).

Figura 4.7 – Momento em que se comentou sobre a relação de *b* com o gráfico de uma função quadrática

Fonte: Pesquisa direta.

Por fim, no último encontro, foi aplicado o mesmo teste utilizado para o outro grupo, ao qual foi atribuído um grau a ser computado para as AP.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Segundo Minayo (2000, p. 69), a respeito da análise de dados, “[...] podemos apontar três finalidades para essa etapa: estabelecer uma compreensão dos dados coletados, confirmar ou não os pressupostos da pesquisa e/ou responder às questões formuladas, e ampliar o conhecimento sobre o assunto pesquisado (...).”

Assim, neste capítulo, buscaram-se respostas para os problemas: Com qual finalidade alunos de 9° ano do EF do CMF utilizam o computador? Qual a aceitação ou não por parte dos alunos quanto à utilização de *software* educativo como ferramenta auxiliar da prática pedagógica? Qual dos grupos apresentou melhor desempenho no estudo de funções quadráticas: o que utilizou ou o que não utilizou o *software* GeoGebra?

Supunha-se que os alunos utilizavam o computador com mais frequência para o entretenimento; que, pelo *software* apresentar-se como uma ferramenta que possibilita diferenciar e dinamizar os processos de ensino e de aprendizagem, os alunos aprovassem a aplicação do GeoGebra para o estudo de funções quadráticas; e que o grupo no qual se aplicou o *software* viesse a apresentar uma melhor aprendizagem em funções quadráticas.

Durante as análises dos dados, à medida que se percebeu a necessidade de acompanhar e comentar o desenvolvimento dos alunos, eles passaram a ser identificados na sequência que os questionários e os testes foram sendo estudados. Para isso utilizaram-se letras maiúsculas do nosso alfabeto acompanhada da letra I, caso o aluno pertencesse ao grupo de investigação, ou da letra C, caso fosse aluno do grupo de comparação. A seguir, nas seções 5.1 e 5.2, encontram-se as análises dos dados do questionário e do teste, respectivamente.

5.1 Análise das respostas ao questionário

A análise dos dados colhidos através do questionário foi agrupada em duas subseções (*5.1.1* e *5.1.2*). Na primeira, buscou-se verificar o perfil dos alunos quanto à utilização do computador e, na segunda, teve-se a intenção de verificar aceitação dos alunos quanto à aplicação de *software* em aulas de Matemática. Recorda-se que o questionário foi aplicado apenas ao grupo de investigação.

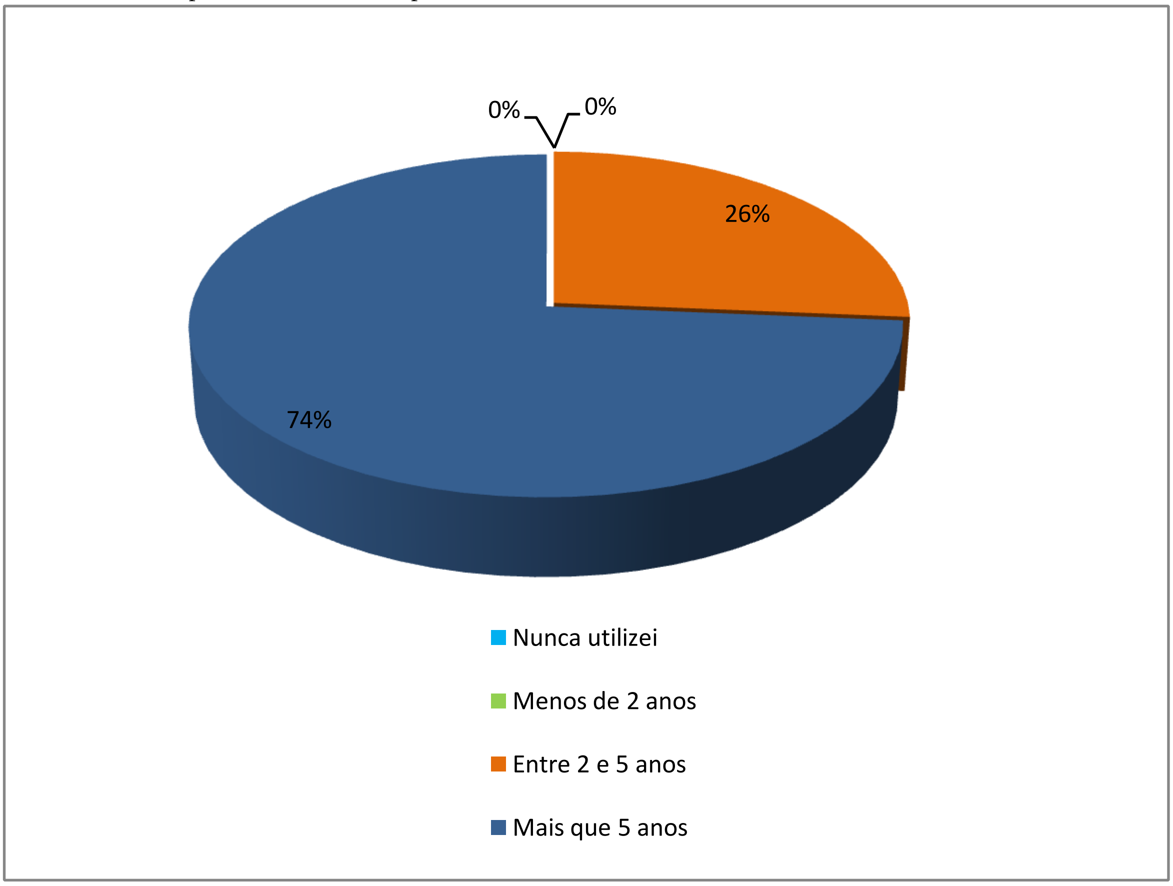
A seguir, em ambas as subseções, encontram-se as questões do questionário seguidas dos gráficos, nos quais se pode verificar a quantificação das respostas apresentadas pelos participantes e os respectivos comentários.

5.1.1 Perfil dos alunos quanto à utilização do computador

A expectativa a partir das respostas apresentadas pelos alunos nas duas primeiras perguntas do questionário era colher informações sobre o perfil dos participantes do grupo de investigação quanto à finalidade do uso do computador e qual o tempo de experiência.

Questão 1: *Há quanto tempo você utiliza o computador?*

Gráfico 5.1 – Experiência com o computador

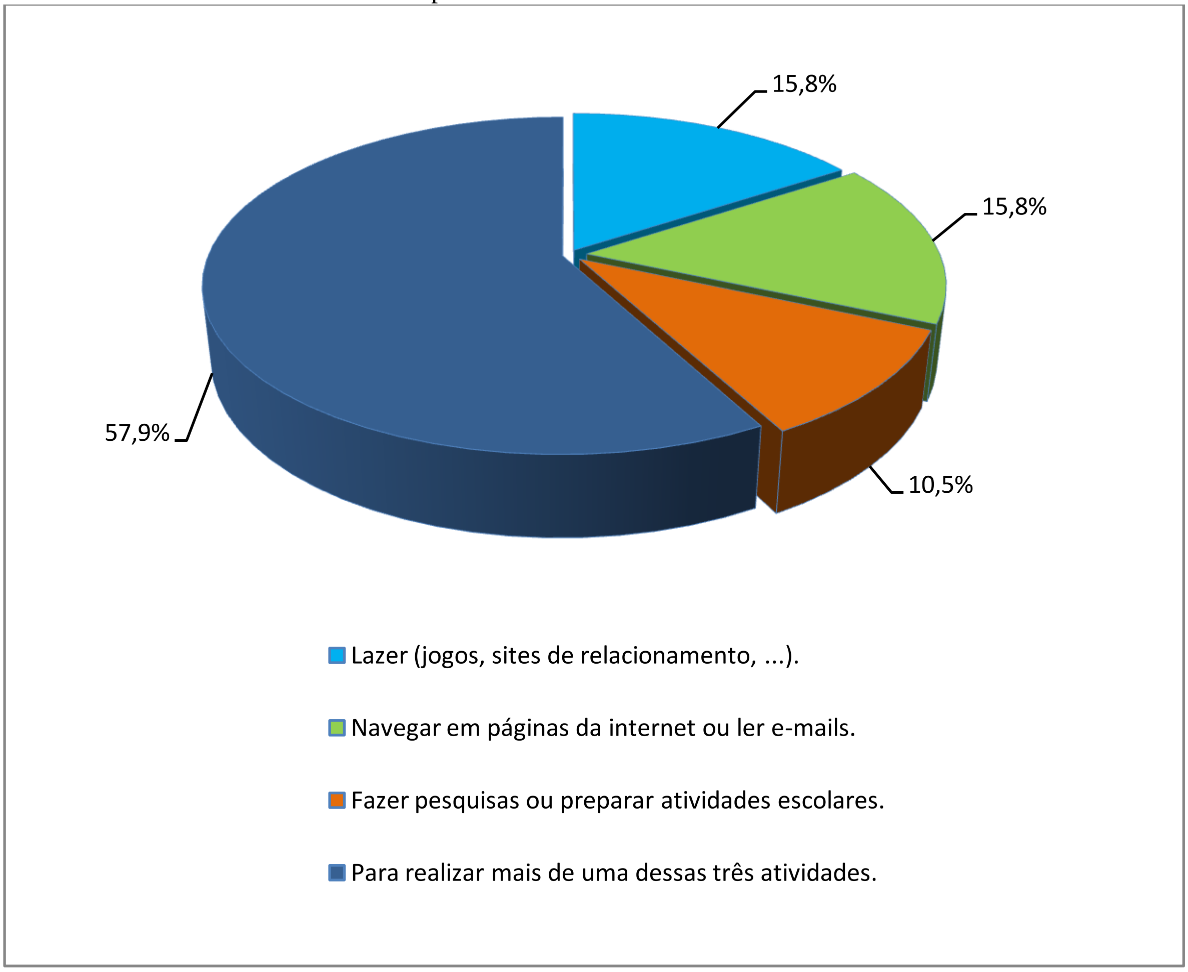


Fonte: Pesquisa direta.

Como se pode observar no gráfico 5.1, todos os alunos participantes do grupo de investigação já tinham experiência com a utilização do computador. Por isso, provavelmente, e por o *software* GeoGebra, conforme citado em capítulos anteriores, ser de fácil manuseio, os alunos não tenham apresentado dificuldades, quando o utilizaram no laboratório de informática.

Questão 2: *Com que finalidade você mais utiliza o computador?*

Gráfico 5.2 – Finalidade de uso do computador



Fonte: Pesquisa direta.

A representação gráfica da segunda questão foi dificultada pelo fato de vários alunos terem escolhido mais de uma opção, apesar de terem sido orientados a escolherem apenas uma das alternativas, a que mais condizia com a realidade deles. Por isso, para a representação gráfica, criou-se mais uma categoria para a finalidade com a qual os alunos mais utilizam o computador: para realizar mais de uma dessas três atividades.

Da categoria criada após a aplicação do questionário, pode-se notar que os alunos diversificam a utilização do computador, não ficando focados apenas no entretenimento. Todavia, ao se ter uma visão geral da quantificação dos dados colhidos, o entretenimento e a navegação em páginas da *internet* ou leitura de *e-mails* são as atividades mais visadas pelos alunos.

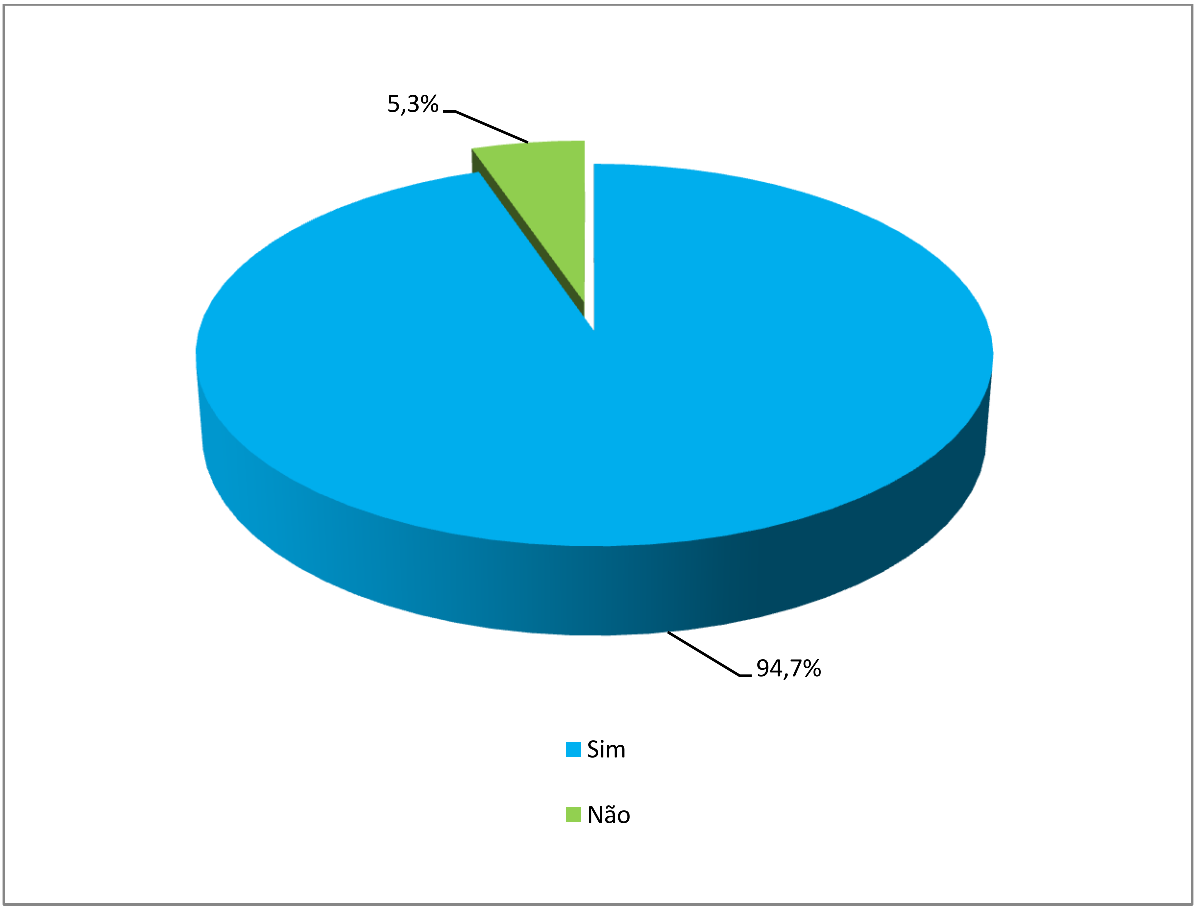
Com os dados dessas duas primeiras questões pode-se confirmar que todos os alunos participantes do grupo de investigação da pesquisa, através do uso do computador, estão incluídos tecnologicamente na sociedade. Isso, como observado outrora, é um fato que pode ser considerado como importante para o futuro profissional do educando, tendo em vista as TIC estarem cada vez mais presentes em diversos ramos de atividades profissionais (BRASIL, 1998).

5.1.2 Aceitação dos alunos quanto à aplicação de software em aulas de Matemática

Com as demais questões, teve-se a intenção de verificar a aceitação do GeoGebra por parte dos alunos e averiguar fatores positivos ou negativos com a aplicação do *software* no estudo de funções quadráticas.

Questão 3: *Você achou fácil utilizar o software GeoGebra?*

Gráfico 5.3 – Facilidade ou não ao utilizar o GeoGebra



Fonte: Pesquisa direta.

Apenas 5,3% dos alunos (um aluno, o FI) responderam que não acharam fácil utilizar o *software*. Observa-se que esses mesmos alunos na questão de número cinco, que será comentada mais adiante e com a qual se tinha o intuito de verificar se o GeoGebra havia interferido na aprendizagem de funções quadráticas, responderam que o *software* facilitou a sua aprendizagem. Em seu comentário, o aluno justificou:

Comentário do aluno FI[19]

Porque tem muitas coisas

Fonte: Pesquisa direta.

Provavelmente, ele se refere às ferramentas disponibilizadas no *software* para a aplicação no estudo de funções quadráticas.

Ao contrário da opinião desse aluno, baseado nas respostas apresentadas pelos demais alunos, as quais ratificam que o GeoGebra é um *software* de fácil manuseio, tem-se tais ferramentas como sendo de utilização prática e útil para a exploração do estudo desse tipo de função. A seguir, alguns dos comentários feitos pelos alunos que confirmam essa visão:

Comentário do aluno JI

É muito pratico.

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno KI

Pois é muito fácil de utilizar e ainda me ajudou na aprendizagem

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno MI

É um programa simples e muito útil.

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno NI

com ele pude visualizar melhor os gráficos e compreender a matéria de uma forma mais fácil.

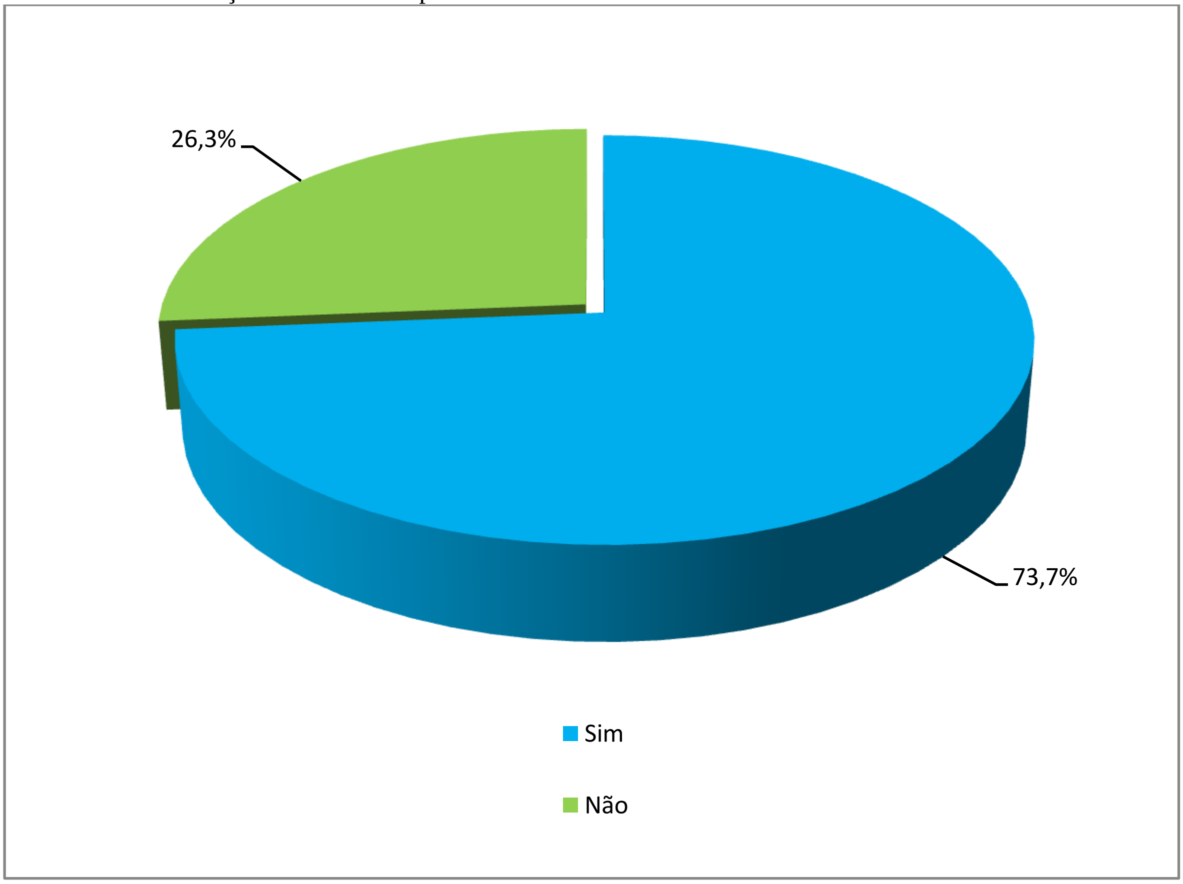
Fonte: Pesquisa direta.

---

[19] Nesse comentário está escrito: "Porque tem muitas coisas".

Questão 4: *Durante o período de estudo de funções quadráticas no CMF, você utilizou o GeoGebra como ferramenta auxiliar no desenvolvimento das atividades fora do horário de aulas?*

Gráfico 5.4 – Utilização do GeoGebra pelos alunos fora do horário de aula



Fonte: Pesquisa direta.

Os 26,3% que responderam negativamente à questão 4 correspondem a cinco alunos. Desses participantes, dois, o CI e MI, apresentaram justificativas não muito convincentes, as quais se encontram a seguir:

Comentário do aluno CI

Porque eu queria fazer pelo livro mesmo e às vezes não lembrava que tinha o CD.

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno MI

Eu esqueci de instalar no computador.

Fonte: Pesquisa direta.

Um terceiro aluno informou que, no momento, o computador de sua residência encontrava-se em conserto; outro disse que o seu computador não aceitou o programa e um último, o OI, disse que não utilizou o *software* “porque não teve interesse”.

O que se percebe nas justificativas dos dois primeiros alunos e desse último é que eles não tiveram muito interesse em explorar o *software* fora da sala de aula como ferramenta para lhes auxiliar na aprendizagem.

Quanto aos alunos que exploraram o GeoGebra em atividades fora dos horários normais de aula, em suas justificativas, as quais algumas podem ser observadas a seguir, percebeu-se que o *software* foi de fato utilizado por eles como ferramenta auxiliar para a aprendizagem.

Comentário do aluno JI

Em alguns deveres de casa em que senti dificuldade.

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno PI

Para visualizar gráficos de uma função do 2º grau mais facilmente

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno QI

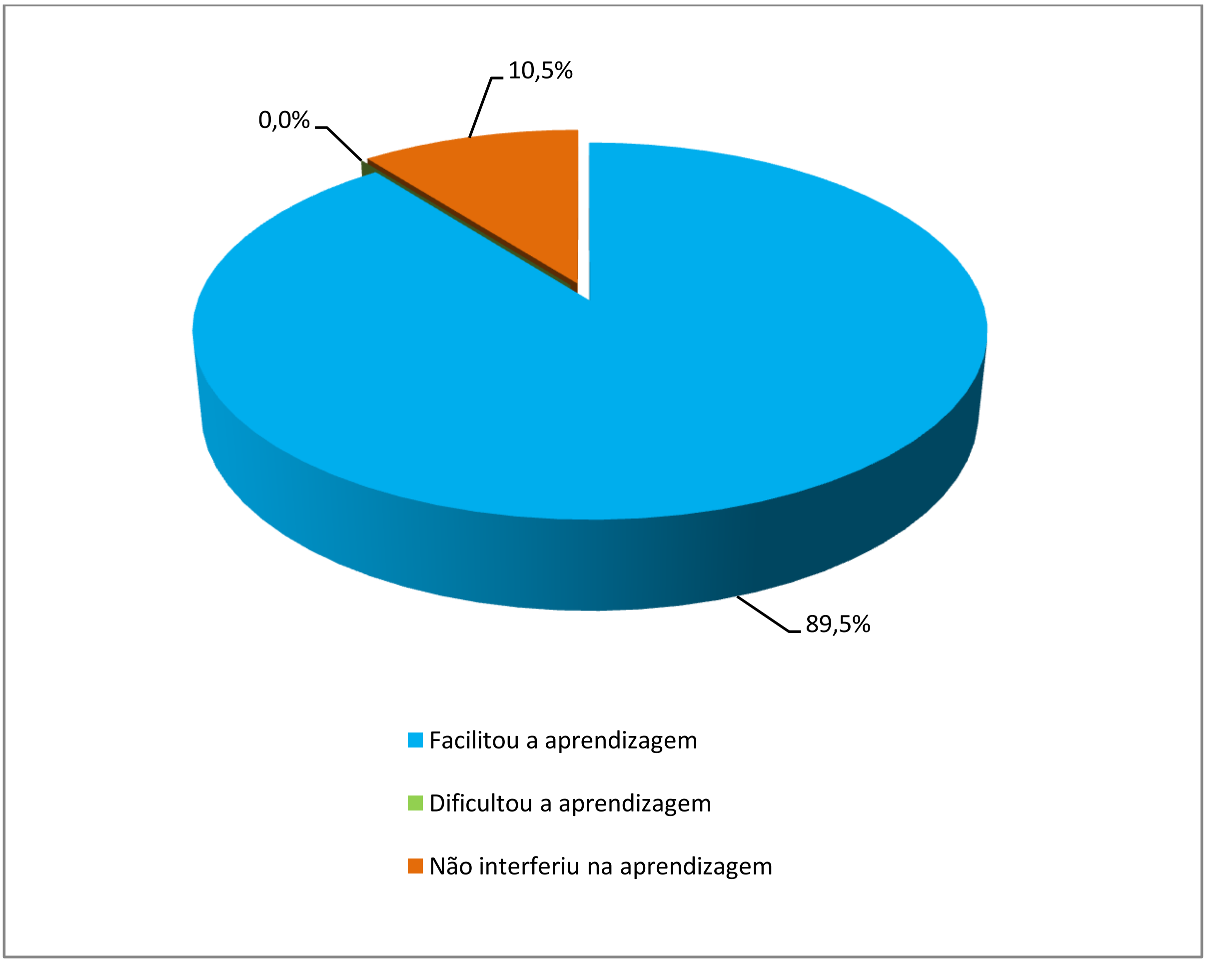
Para ajudar nos exercícios. Fazia primeiro a tarefa e depois olhava

Fonte: Pesquisa direta.

Todos os alunos que responderam positivamente utilizaram o GeoGebra como ferramenta auxiliar na resolução de atividades envolvendo funções quadráticas ou para conferir resultados destas.

Questão 5: *Com relação à utilização do software GeoGebra na apresentação do assunto de funções quadráticas, você acha que:*

Gráfico 5.5 – Interferência do GeoGebra na aprendizagem dos alunos



Fonte: Pesquisa direta.

Dos 10,5% de alunos que responderam como o GeoGebra não tendo interferido em sua aprendizagem, o que corresponde a dois alunos, apenas o QI justificou que:

Comentário do aluno QI

Pois já dominava um pouco da matéria.

Fonte: Pesquisa direta.

Entre os alunos que responderam que a utilização do *software* facilitou a aprendizagem, praticamente todos justificaram. Algumas dessas justificativas encontram-se a seguir:

Comentário do aluno BI

É fácil, dinâmico e ajuda a compreender a matéria

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno EI

Pois, os alunos perceberam coisas, que na aula sem o programa o professor teria que dizer

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno FI[20]

Porque eu aprendi um jeito divertido de aprender isso

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno HI

Tirei nota boa.

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno OI[21]

Porque os alunos têm a oportunidade de fazer suas próprias conclusões a partir da construção dos gráficos utilizando o GeoGebra.

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno PI

Pois diversas características gráficas puderam ser visualizadas e concluídas pelos alunos, sem o auxílio do professor

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno SI

Foi possível perceber vários coisas a mais na relação da função com o gráfico.

Fonte: Pesquisa direta.

[20] Nesse comentário está escrito: “Porque eu aprendi um jeito divertido de aprender isso”.

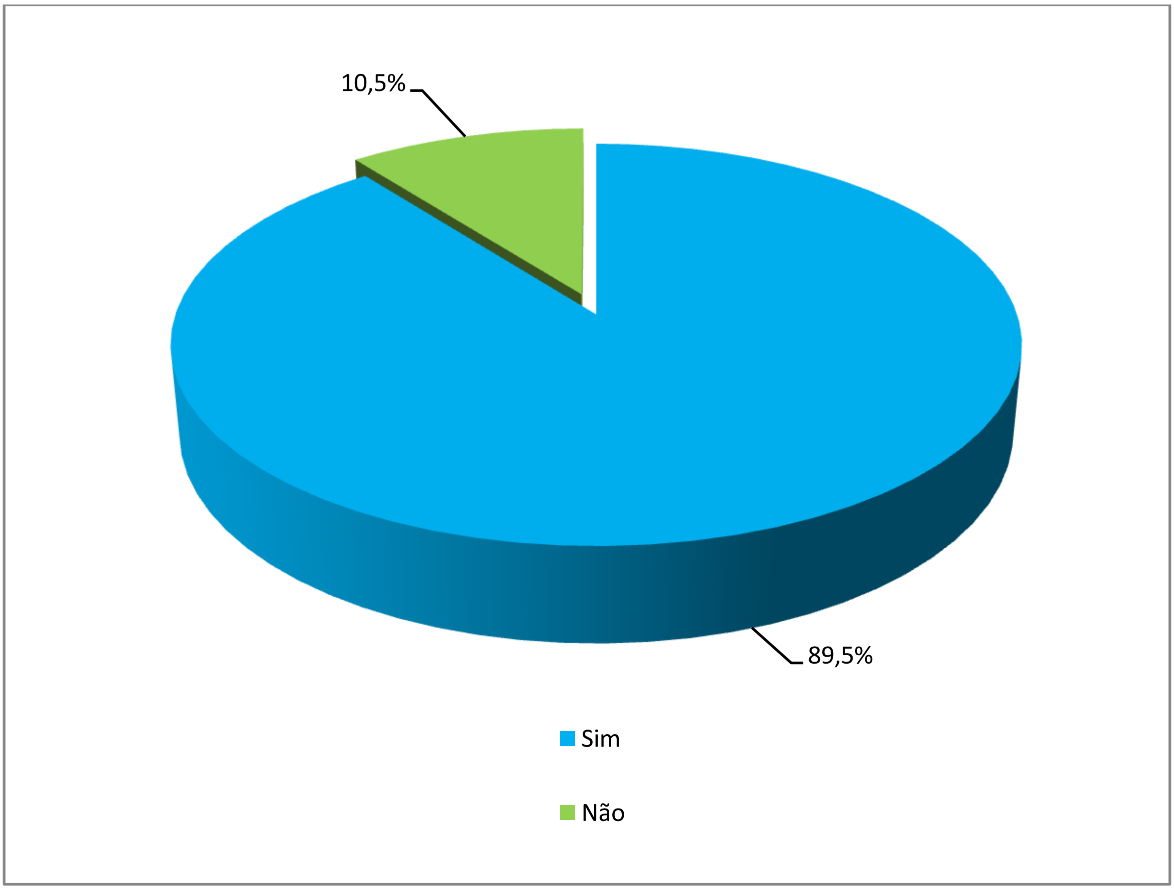
[21] Este foi o mesmo aluno que na questão quatro afirmou não ter tido interesse em utilizar o GeoGebra para desenvolver atividades fora do horário normal de aula.

Algumas das justificativas apresentadas pelos alunos podem confirmar que a aplicação do GeoGebra para o estudo de funções quadráticas, durante a fase de desenvolvimento da pesquisa, foi realizada de acordo com a colocação de Calil (2010), citada no capítulo 2, seção 2.2, a qual sugere que tal aplicação deva ser feita de forma que os alunos sejam levados a compreender conceitos e a chegar às suas próprias conclusões.

Destarte, conforme justificativas, o GeoGebra foi útil no processo de ensino de funções quadráticas para que os alunos passassem a ter uma certa autonomia no processo de aprendizagem e chegassem às suas próprias inferências relativas ao assunto estudado.

Questão 6: *Você gostaria que softwares educativos fossem utilizados com mais frequência nas aulas de Matemática?*

Gráfico 5.6 – Utilização de *softwares* com maior frequência



Fonte: Pesquisa direta.

Nessa questão, apenas 10,5% dos alunos, o que corresponde a dois alunos, responderam que não gostariam que *softwares* educativos fossem utilizados com mais frequência nas aulas de Matemática. Destes, apenas o TI justificou:

Comentário do aluno TI[22]

Acho que eu aprendo melhor se a utiliza
ção dos softwares.

Fonte: Pesquisa direta.

O curioso é que esse aluno respondeu na questão anterior que o GeoGebra facilitou a sua aprendizagem e no teste o mesmo obteve aproveitamento máximo.

Com os comentários apresentados pela maioria dos 89,5% de alunos que responderam “sim”, alguns dos quais se encontram a seguir, tem-se a confirmação de que a utilização de um *software* diferenciado em sala de aula tanto dinamiza as atividades desenvolvidas, assim conferindo a afirmação de Kenski (2007) citada no capítulo 2, seção 2.2, como facilita a aprendizagem, conforme defendem outros autores, a exemplo Preiner (2008) e Valente *et al*. (2008), quando se tem inserção das TIC na educação.

Comentário do aluno EI

Pois facilita nos estudos e na aprendizagem

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno LI

É uma forma melhor de se apren-
der.

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno MI

é melhor e dá mais dinâmica à aula.

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno OI

Porque a aula é mais interessante e dinâmica.

Fonte: Pesquisa direta.

Questão 7: *Se desejar, comente mais sobre o seu contato com o software GeoGebra para estudar funções quadráticas.*

Nesta questão aberta, apenas 15,8% dos alunos, o que corresponde a três alunos, teceram comentários. Veja-os a seguir:

---

[22] Nesse comentário, a palavra “se” deve ser entendida como “sem”. Tem-se a certeza disso pelo fato do referido aluno ter apresentado “não” como resposta para essa questão.

Comentário do aluno JI

É muito útil facilita a aprendizagem

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno KI

Foi um ótimo programa desenvolvido pois facilitou a aprendizagem, e também em TI's e tarefas, deveria ser mais usado

Fonte: Pesquisa direta.

Comentário do aluno RI

É muito legal

Fonte: Pesquisa direta.

Nesses comentários, pode-se notar a boa aceitação por parte dos alunos da aplicação do GeoGebra como ferramenta auxiliar da aprendizagem para o estudo de funções quadráticas. O comentário do aluno KI reforçou a recomendação da utilização desse *software* com maior frequência nas aulas de Matemática.

5.2 Análise do desempenho dos alunos no teste

A abordagem quantitativa da análise dos dados colhidos a partir dos testes aplicados em ambos os grupos foi realizada fazendo-se a comparação entre os resultados encontrados nos dois grupos em dois momentos (subseções *5.2.1* e *5.2.2*). O primeiro foi realizado após a análise das respostas apresentadas pelos alunos por questão, e o segundo ocorreu a partir dos resultados gerais dos dois grupos, quando aos testes foi atribuído um grau.

5.2.1 Análise questão a questão

Esta primeira etapa[23] foi feita a cada questão analisada, utilizando-se da seguinte classificação:

[23] Esta etapa também se caracteriza como uma abordagem qualitativa, pois, através dos resultados obtidos, puderam-se identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos e realizar as intervenções necessárias, objetivando a aprendizagem.

1) o aluno aprendeu o tópico de funções quadráticas;
2) o aluno aprendeu parcialmente o tópico de funções quadráticas;
3) o aluno não aprendeu o tópico de funções quadráticas.

Foi também enquadrado na primeira classe o caso em que o aluno não concluiu corretamente a questão por motivos tais como falta de pré-requisitos necessários ao raciocínio, desatenção durante os cálculos, dentre outros, porém apresentou os conhecimentos exigidos na situação referente a funções quadráticas.

A segunda classe, que se refere a uma aprendizagem parcial do tópico de funções quadráticas, foi utilizada quando o aluno apresentou apenas uma parte dos conhecimentos exigidos para tal tópico na situação dada.

A cada questão corrigida, esses parâmetros foram quantificados, sendo os resultados representados por grupo, em tabelas e apresentados em porcentagem com aproximação de uma casa decimal. Com a preocupação de manter o mesmo critério para todos os testes, a análise de uma questão foi realizada, sem pausa, em todos os testes dos dois grupos.

Questão 1 – Na primeira questão do teste, teve-se a intenção de verificar se os alunos haviam aprendido a relação do coeficiente *a* de uma função quadrática com a concavidade de seu gráfico correspondente. Os resultados foram os seguintes:

Tabela 3 – Resultados da análise realizada na primeira questão do teste

Grupo	Aprendeu	Aprendeu parcialmente	Não aprendeu
Investigação	94,7%	5,3%	---
Comparação	73,7%	21,0%	5,3%

Fonte: Pesquisa direta.

Como se pode observar, 100% dos alunos do grupo de investigação apresentaram aprendizagem quanto ao conhecimento exigido na primeira questão do teste, sendo que apenas 5,3%, o que corresponde a um aluno, transpareceram ter aprendido parcialmente. Em suas respostas, este aluno (LI) mostrou-se confuso quanto à identificação do referencial (o coeficiente *a* da função quadrática) e a associação com o sentido da concavidade da parábola representativa de uma função quadrática.

Já no grupo de comparação, 21,0% dos alunos (quatro alunos) aprenderam parcialmente. Dois apresentaram as respostas corretas, porém não conseguiram justificar; um não foi convincente nas justificativas e outro se mostrou confuso na identificação do coeficiente *a* da lei de formação da função quadrática, o que provocou a apresentação de uma resposta incorreta.

Dos alunos desse último grupo, 5,3%, o que corresponde a um aluno (BC), nesse teste, demonstrou não ter aprendido o conhecimento exigido. O referido aluno até conseguiu identificar corretamente o sinal do coeficiente *a*, todavia, apresentou as respostas incorretas em todos os itens quanto ao sentido da parábola. Provavelmente esse aluno tenha se confundido quanto à relação do sinal de *a* com a concavidade da parábola.

Questão 2 – Com a segunda questão, teve-se o intuito de analisar se os alunos haviam aprendido a relação do sinal do discriminante com a quantidade de pontos que o gráfico representativo de uma função quadrática intercepta no eixo das abscissas.

Tabela 4 – Resultados da análise realizada na segunda questão do teste

Grupo	Aprendeu	Aprendeu parcialmente	Não aprendeu
Investigação	78,9%	5,3%	15,8%
Comparação	73,7%	---	26,3%

Fonte: Pesquisa direta.

No grupo de investigação, não se percebeu a ocorrência de aprendizagem do conhecimento exigido em 15,8% dos alunos (três alunos, BI, CI e LI). Nas respostas apresentadas por eles, percebeu-se que eles não souberam relacionar o sinal do discriminante com o número de pontos nos quais os gráficos das funções interceptariam o eixo das abscissas.

Apenas 5,3% apresentou aprendizagem parcial dos conhecimentos exigidos (um aluno). Este aluno (DI) justificou incorretamente um dos itens.

No grupo de comparação, 26,3% dos alunos (cinco alunos) não demonstraram ter retido o conhecimento exigido. As ocorrências foram as seguintes: os alunos CC e EC também não souberam relacionar o valor do discriminante com o número de pontos nos quais os gráficos das funções interceptariam o eixo das abscissas; o aluno DC não conseguiu iniciar a resolução da questão; o aluno AC se mostrou confuso ao fazer uma relação incorreta entre o coeficiente *a* das funções quadráticas e o discriminante, assim não conseguindo responder corretamente a questão; por fim, o aluno FC não iniciou a questão corretamente, pois não seguiu a orientação dada no enunciado para calcular o discriminante.

Questão 3 – Teve-se nesta questão como objetivo principal a construção do gráfico de uma função quadrática. Considera-se como sendo importante a construção do gráfico de funções por ser, muitas vezes, através de gráficos que situações-problema possam ser mais bem interpretadas e até solucionadas. No ensino superior, num curso de Cálculo, saber representar graficamente funções pode ser um fator facilitador na compreensão desse conteúdo.

Para a construção do gráfico, os alunos foram induzidos, através dos itens presentes na questão, a determinar os zeros da função, o valor (ou ponto) onde o gráfico intercepta o eixo das ordenadas e as coordenadas do vértice da parábola. Os resultados da análise feita na terceira questão foram os seguintes:

Tabela 5 – Resultados da análise realizada na terceira questão do teste

Grupo	Aprendeu	Aprendeu parcialmente	Não aprendeu
Investigação	63,2%	21,0%	15,8%
Comparação	68,4%	15,8%	15,8%

Fonte: Pesquisa direta.

Como se pode observar, nesta questão ocorreu um equilíbrio maior quanto ao desempenho dos alunos dos dois grupos.

No grupo de investigação 21,0% dos participantes (quatro alunos) apresentaram aprendizagem parcial. Um deles, o EI, conseguiu determinar o valor onde o gráfico da função interceptaria o eixo das ordenadas e as coordenadas do vértice, entretanto não encontrou os valores corretos dos zeros da função e não construiu o gráfico.

Outros dois (FI e GI) não identificaram a ordenada do ponto onde o gráfico interceptaria o eixo *y* e não construiram corretamente o gráfico ao não utilizar corretamente os dados encontrados nos outros dois itens. Este último fato, o da não construção correta do gráfico, também ocorreu com o aluno HI, o qual se mostrou confuso no momento de localizar os pontos no plano cartesiano, ou seja, o aluno apresentou falta de pré-requisitos para completar a questão.

Em ambos os grupos, 15,8% dos alunos não demonstraram aprendizagem ao determinarem apenas um dos elementos exigidos nos itens e não desenvolverem corretamente ou não desenvolverem os demais. Este foi o caso dos alunos CI, DI, LI, DC, EC e FC.

Os alunos do grupo de comparação que apresentaram aprendizagem parcial, o que também representa um percentual de 15,8%, tiveram as seguintes dificuldades: o GC conseguiu identificar as coordenadas dos pontos onde o gráfico intercepta nos eixos coordenados, porém não os localizou corretamente no plano cartesiano e não encontrou as coordenadas corretas do vértice da parábola; o HC apenas não conseguiu identificar onde o gráfico interceptaria o eixo das ordenadas, o que fez com que seu gráfico não fosse construído completamente correto; o aluno AC apresentou a mesma dificuldade de dois alunos do grupo de investigação, que foi não identificar o ponto onde o gráfico interceptaria o eixo *y* e não construir corretamente o gráfico ao não utilizar corretamente os dados encontrados nos outros dois itens.

Questão 4 – Na quarta questão, teve-se a intenção de identificar se os alunos haviam aprendido a interpretar graficamente quando uma função quadrática apresenta valor máximo ou mínimo, qual é esse valor e qual a abscissa correspondente a esse valor. Veja os resultados obtidos na tabela a seguir.

Tabela 6 – Resultados da análise realizada na quarta questão do teste

Grupo	Aprendeu	Aprendeu parcialmente	Não aprendeu
Investigação	68,4%	31,6%	---
Comparação	52,6%	47,4%	---

Fonte: Pesquisa direta.

Nessa questão, todos os alunos apresentaram aprendizagem dos conhecimentos necessários à situação dada.

Nos 31,6% de alunos do grupo de investigação (seis alunos) e 47,4% de alunos do grupo de comparação (nove alunos) que apresentaram aprendizagem parcial, perceberam-se as seguintes dificuldades: um de cada grupo (DI e IC) não conseguiu interpretar corretamente que a função correspondente ao gráfico dado apresenta valor mínimo e não conseguiu identificar a abscissa correspondente; cinco do grupo de investigação (BI, CI, FI, HI e LI) e três do grupo de comparação (AC, CC e EC) apenas não conseguiram identificar o valor da abscissa onde a referida função apresenta valor mínimo; outros cinco do segundo grupo (DC, FC, GC, HC e JC) ou interpretaram apenas que a função apresenta valor mínimo ou apenas não apresentaram corretamente o valor mínimo da função.

Com as duas últimas questões, tinha-se o objetivo de verificar se os alunos haviam aprendido a aplicar os conhecimentos de funções quadráticas em situações contextualizadas.

Questão 5 – Nesta quinta questão, o aluno deveria identificar que o problema tratava de valor máximo de uma função. Os resultados a partir das respostas dadas pelos alunos encontram-se na tabela 7.

Tabela 7 – Resultados da análise realizada na quinta questão do teste

Grupo	Aprendeu	Aprendeu parcialmente	Não aprendeu
Investigação	73,7%	15,8%	10,5%
Comparação	57,9%	15,8%	26,3%

Fonte: Pesquisa direta.

Dentre os alunos que aprenderam, dois alunos de cada grupo (EI, HI, BC e MC) não concluíram a questão corretamente por falta de atenção durante os cálculos. Isso ficou claro por suas resoluções terem sido iniciadas de modo correto, porém no desenvolver dos cálculos trocaram algum sinal ou erraram alguma operação básica.

Dos 15,8% de alunos por grupo que apresentaram a aprendizagem parcial (três alunos), dois do grupo de investigação (GI e LI) e três do grupo de comparação (AC, GC e LC) conseguiram interpretar corretamente que a situação envolvia valor máximo da função quadrática dada, pois apresentaram em seus cálculos valores para as coordenadas do vértice. Todavia, suas respostas deixaram transparecer que eles ficaram confusos quanto à necessidade de utilização de x_v ou y_v, chegando alguns deles a inverter as fórmulas destes. Um terceiro aluno do grupo de investigação (DI) apenas se confundiu quanto a valores da fórmula utilizada para calcular a ordenada do vértice.

Quanto aos alunos que não apresentaram a aprendizagem esperada, uma minoria de alunos do grupo de investigação, 10,5% (dois alunos, o BI e o FI) e 26,3% de alunos do grupo de comparação (o que corresponde a cinco alunos: CC, DC, EC, FC e KC) não conseguiram desenvolver ou não desenvolveram corretamente a situação-problema apresentada.

Questão 6 – A situação apresentada na sexta questão, em relação à questão anterior, envolvia um número maior de tópicos de funções quadráticas tais como ponto de máximo, zeros da função e ponto no qual o gráfico da função interceptaria o eixo das ordenadas. O desempenho dos alunos nessa questão foi o seguinte:

Tabela 8 – Resultados da análise realizada na sexta questão do teste

Grupo	Aprendeu	Aprendeu parcialmente	Não aprendeu
Investigação	47,4%	15,8%	36,8%
Comparação	31,6%	15,8%	52,6%

Fonte: Pesquisa direta.

Antes da análise dessa questão, previa-se que os alunos que apresentaram dificuldades na questão três não conseguiriam desenvolver por completo a questão seis, pois os conhecimentos de funções quadráticas exigidos naquela seriam aplicados na situação apresentada nesta.

Como previsto, apenas um dos sete alunos do grupo de investigação e nenhum do dos seis alunos do grupo de comparação que tiveram dificuldades na terceira questão conseguiu desenvolver a sexta.

De fato, essa era a questão que exigia mais habilidade dos alunos com funções quadráticas. Mesmo assim, em torno de 63,2% dos alunos do grupo de investigação e 47,4% do outro grupo demonstraram aprendizagem.

Dos alunos que aprenderam, um por grupo (FI e JC) não concluíram a questão corretamente por falta de atenção no desenvolvimento do raciocínio.

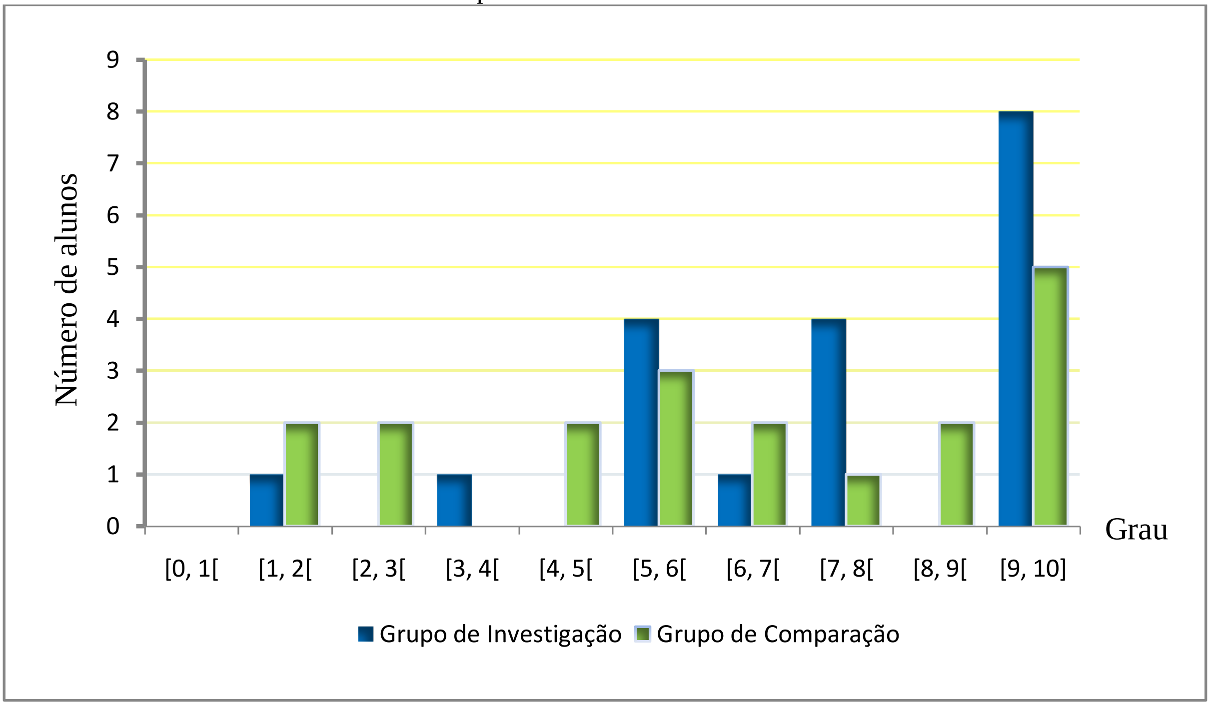
Quanto aos 15,8% de alunos por grupo que apresentaram aprendizagem parcial (três alunos por grupo: BI, EI, KI, KC, MC e NC), percebeu-se através do raciocínio exposto que eles identificaram alguns fatores referentes a funções quadráticas e até esboçaram o gráfico, o que facilitou que um dos itens da questão fosse respondido. Todavia, não desenvolveram, ou não desenvolveram corretamente, o restante do raciocínio.

Já quanto a não aprendizagem ocorrida, isso se percebeu em 36,8% dos alunos do grupo de investigação (sete alunos: CI, DI, GI, HI, II, JI e LI) e em 52,6% dos alunos do grupo de comparação (dez alunos: AC, BC, CC, DC, EC, FC, GC, HC, LC e OC). As ocorrências de dificuldades foram as seguintes: ou não conseguiram desenvolver ou não desenvolveram corretamente a questão ou apenas fizeram um esboço do gráfico, conforme sugestão dada no enunciado da questão, porém não desenvolveram ou não desenvolveram o raciocínio corretamente.

5.2.2 Análise comparativa entre os grupos

A segunda etapa da abordagem quantitativa dos dados colhidos com os testes se inicia com a representação gráfica dos graus obtidos pelos alunos, tendo como referencias o número de alunos por grau obtido (Gráfico 5.7). Lembra-se que, para cada teste avaliado, foi atribuído um grau correspondente ao somatório da pontuação distribuída por questão, de acordo com o número de informações exigidas e apresentadas pelo aluno.

Gráfico 5.7 – Paralelo entre as notas obtidas pelos alunos no teste



Fonte: Pesquisa direta.

Nesse gráfico, ao se comparar os resultados dos grupos, pode-se observar um melhor desempenho dos alunos do grupo de investigação em relação aos do outro grupo. Somente dois alunos daquele grupo (LI e DI) e seis do grupo de comparação (AC, DC, EC, FC, GC e HC) ficaram com nota abaixo da mínima para aprovação, que é 5,0.

Na tabela 9, tem-se o cálculo das médias e do desvio padrão, por grupo, dos graus obtidos nos testes pelos alunos.

Tabela 9 – Dados por grupo, obtidos a partir dos graus dos alunos no teste

Grupos	Categoria				
	Média	**Desvio Padrão**	**Alunos com grau acima da Média da turma**	**Alunos com grau abaixo da Média da turma**	**Total de Alunos**
Investigação	7,4	2,6	10	09	19
Comparação	6,3	2,9	10	09	19

Fonte: Pesquisa direta.

Como é notória, a média do grupo de investigação superou a do grupo de comparação e ocorreu uma leve melhoria na homogeneidade dos graus obtidos pelos alunos do primeiro grupo.

Quanto ao número de alunos com nota abaixo ou acima da média da turma por grupo, apesar de ter ocorrido uma igualdade nos resultados dos grupos (tabela 9), tem-se esse resultado também como positivo ao observar que a média do grupo de investigação foi superior a 1 (um) ponto em relação a do segundo grupo.

Assim, os resultados apresentados no gráfico 5.7 e nessa última tabela mostram que o *software* GeoGebra, utilizado conforme se procedeu nesta pesquisa de campo, é uma importante ferramenta pedagógica auxiliar para a aprendizagem de funções quadráticas. Com ele foi possível proporcionar ao educando uma compreensão mais ampla e, consequentemente, uma melhor aprendizagem dos conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A iniciativa de desenvolver esta pesquisa de campo com alunos de 9° ano do EF do CMF teve origem na dificuldade apresentada por eles em Matemática, no 2° bimestre do ano letivo de 2011. Na tentativa de reverter essa situação, submeteu-se a testar a aplicação do *software* de Matemática Dinâmica GeoGebra, como ferramenta auxiliar da prática pedagógica, para analisar a sua influência na aprendizagem desses alunos em funções, em particular, as quadráticas.

Por se tratar de uma problemática relacionada à EM, sentiu-se a necessidade de realizar inicialmente uma pesquisa bibliográfica, com a qual se observou que a EM é uma área de conhecimento considerada complexa por envolver indivíduos de faixas etárias e níveis de escolaridade diferentes, que gostam ou não de Matemática e que a mesma ainda não possui uma teoria claramente configurada.

Por outro lado, se percebeu que o uso de *softwares* na EM de fato é um paradigma emergente e que possibilita dinamizar o ambiente utilizado para os processos de ensino e de aprendizagem, quando transformado num instrumento pedagogicamente útil, proporcionando, dessa maneira, a facilitação da aprendizagem do educando.

Ainda durante a fase de transição entre as pesquisas bibliográfica e de campo, como forma de conhecer melhor o *software* explorado na pesquisa, buscou-se explicitar a estrutura do GeoGeobra e as possíveis aplicações de suas ferramentas para o estudo de funções quadráticas. Com isso, além de se aprender mais sobre o seu desenvolvimento, estrutura e manuseio, foi possível construir soluções de situações-problema com as ferramentas desse *software*.

Para a aplicação da pesquisa em campo, realizou-se um estudo estatístico para a escolha de duas turmas de 9° ano do EF do CMF, as quais passaram a ser denominados de grupo de investigação e de comparação. Em seguida, foram realizados encontros para se trabalhar o tipo de funções citado. No grupo de investigação, o *software* foi utilizado e no outro não.

A partir de análises qualitativas e quantitativas dos dados coletados através da observação das atividades realizadas durante os encontros com ambos os grupos e registros em diário de bordo e através dos instrumentos questionário e teste, obteve-se conclusões adicionais às conclusões da pesquisa bibliográfica. Estas e sugestões para realização de atividades em EM com a utilização de *softwares* educativos e para o desenvolvimento de novas pesquisas podem ser conferidas nos próximos parágrafos.

Do perfil dos alunos do grupo de investigação, verificou-se que todos já têm certa experiência com computador e o utilizam com finalidades diversificadas. Provavelmente, por essa experiência dos alunos e pelo GeoGebra ser de fácil manuseio é que não foram percebidas dificuldades por parte dos alunos ao interagirem com o *software*.

Dos fins de utilização do computador, a preferência é lazer, o qual é possibilitado ao se acessar jogos, *sites* de relacionamento, dentre outros. Apesar dessa preferência, boa parte dos alunos utiliza o computador com outros interesses, que são os de fazer pesquisas ou realizar atividades escolares. Tem-se que tais alunos, pelo acesso ao computador, fazem parte de um grupo crescente de pessoas inseridas tecnologicamente na sociedade. Esse é um fato favorável e importante para o futuro desses jovens, pois, como se sabe, cada vez mais as TIC se fazem presentes nos distintos ramos de atividades profissionais.

Quanto a fatores positivos ou negativos a partir da utilização do GeoGebra no estudo de funções quadráticas, só se perceberam os primeiros. O que se averiguou através das atividades desenvolvidas nos encontros e da análise do teste e do questionário foi que esse *software*, ao ser aplicado no estudo dessas funções, facilita e dinamiza o processo de aprendizagem dos alunos de forma que, ao passarem informações para o *software*, recebem instantaneamente respostas que correlacionam expressões algébricas com as suas respectivas representações gráficas.

Nessas interações entre a tecnologia computacional e alunos, a estes passa a ser possibilitada autonomia para realização de observações, envolvendo a lei de formação de uma função e as características comportamentais de seus gráficos correspondentes. Assim, cabendo ao professor assumir o importante papel de mediador desse processo de aprendizagem e não o de apenas transmissor de conhecimentos, o aluno pode chegar às suas próprias conclusões.

Quando se trabalha com uma metodologia sem o auxílio de um *software* no estudo de funções, de forma que os conhecimentos sejam instruídos pelo professor e receptados auditivamente pelos alunos, a estes nem sempre são dadas oportunidades de chegarem às suas próprias inferências. Isso pode não ser favorável à aprendizagem significativa do aluno.

Provavelmente, esses fatores positivos notados com a aplicação do GeoGebra para o estudo de funções quadráticas sejam proporcionados por outros *softwares* com características semelhantes. Por isso, sugere-se que pesquisas semelhantes a esta com a utilização de outros *softwares* ou que objetivem a análise de diferentes *softwares* para a aplicação no estudo de funções sejam desenvolvidas no CMF ou em outras instituições com proposta de ensino diferente. Pensa-se ser válido citar que esta pode ser considerada como uma complementação das pesquisas, dentre outras, de Calil (2010) e Pontes (2010).

Outra recomendação, desta vez quanto à utilização do GeoGebra para o estudo de algum tipo de função, da mesma forma como se procedeu nesta pesquisa, é fazer as configurações devidas, de modo que apenas as ferramentas necessárias fiquem disponíveis para os alunos manusearem. Assim, evita-se que os alunos percam o foco das atividades propostas.

Da opinião dos alunos quanto ao uso do *software* GeoGebra como ferramenta auxiliar da prática pedagógica para o estudo e aprendizagem de funções quadráticas, verificou-se uma considerável aceitação. Isso ficou evidente em comentários apresentados no questionário. Algumas das situações positivas levantadas pelos alunos sobre o GeoGebra foram a autonomia proporcionada pelo *software* para o estudo das funções e a (consequente) facilitação da aprendizagem, a dinamicidade da aula provocada pelo contato com o GeoGebra e a afirmação da maioria de que gostariam que *softwares* educativos fossem utilizados com mais frequência na aulas de Matemática.

Essa última afirmação e o fato de muitos terem informado no questionário que utilizaram o *software* como ferramenta auxiliar no desenvolvimento de atividades em momentos fora do horário normal de aula deixam mais evidente a boa aceitação dos alunos, quanto à utilização do GeoGebra.

Uma sugestão a ser apresentada quanto ao desenvolvimento de atividades semelhantes às da aplicação desta pesquisa em campo é possibilitar aos alunos o acesso ao *software*, disponibilizando o seu instalador. Assim, os alunos poderão ter a oportunidade de explorar mais vezes o *software* para a sua aprendizagem em um determinado assunto estudado.

Ao analisar os dados colhidos com o teste questão a questão, observou-se que em apenas uma delas os alunos do grupo de comparação se saíram melhor. Nas demais questões, os alunos do grupo de investigação demonstraram ter aprendido mais. Na resolução de situações-problema, por exemplo, os alunos do grupo de investigação se saíram melhor que os do outro.

Assim, tendo como base a análise e a comparação dos resultados obtidos pelos alunos no teste quanto à aprendizagem de funções quadráticas, os quais foram apresentados no gráfico 5.7 e na tabela 9, pode-se concluir que ocorreu uma notável melhora no desempenho dos alunos do grupo de investigação. Portanto, o uso do Geogebra como ferramenta auxiliar da prática pedagógica possibilitou aos alunos uma boa compreensão do conteúdo de funções quadráticas e, consequentemente, uma melhor aprendizagem dos conceitos matemáticos estudados.

Os resultados positivos obtidos nesta pesquisa sugerem que, com a continuidade da aplicação do GeoGebra no estudo de funções nos consecutivos anos de trabalho e com a realização de reflexões sobre essas experiências, seja possível aprimorar a prática pedagógica com a utilização do *software*, sempre visando à aprendizagem dos alunos.

Por fim, com a realização desta dissertação, tem-se a expectativa de que, a partir dos procedimentos relatados e das discussões e resultados apresentados, esta pesquisa seja explorada por professores de Matemática no âmbito do Sistema Colégio Militar do Brasil e, também, por outros professores do sistema de ensino do Brasil. Assim, espera-se que esta seja uma contribuição com a melhoria da qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem em EM do nosso país.

Como forma de divulgar esta pesquisa, foi elaborado um material didático, cujo título é O ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS COM O AUXÍLIO PEDAGÓGICO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA, que tem como finalidade apresentar uma proposta de estudo de funções quadráticas com o auxílio do GeoGebra. Neste material, além de trechos do referencial teórico e conclusões desta dissertação, constam sugestões de realização de atividades com a utilização do GeoGebra para o estudo de funções quadráticas. Esse produto da pesquisa encontra-se disponível na forma eletrônica, em CD, e será divulgado em eventos educacionais.

REFERÊNCIAS

APARICIO, L. C. A.; CASTRO, G. C. Educación Matemática, Pedagogía y Didáctica. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v 2.1, p. 5 – 27, UFSC: 2007. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12988/12090>. Acesso 10 fev. 2012.

BORBA, M. C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999, p. 59-74.

BORBA, M. C.; SANTOS, S. C. Educação Matemática: Propostas e Desafios. **Eccos – Revista Científica**, São Paulo, v. 7, n.2, p. 291 – 312, jul./dez. 2005.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BRASIL, Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Fundamental (SEF). **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148p.

________, Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB). **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. v. 2. Brasília: MEC / SEB, 2006. 135p.

BU, Lingguo; SCHOEN, Robert (Eds.). **Model-Centered Learning:** Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra. Boston: Sense Publishers, 2011.

CALIL, A. M. **Aplicação do Software GRAPHMATICA no ensino de Funções Polinomiais de 1º Grau no 9º ano do Ensino Fundamental**. 2010. 99 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática, Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2010.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 16. ed. Campinas, SP: Papirus, 2008. – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

DIRETORIA DE EDUCAÇÃO PREPARATÓRIA E ASSISTENCIAL (DEPA). **REGIMENTO INTERNO DOS COLÉGIOS MILITARES** (RICM). Rio de Janeiro, 2009. 46p.

________. **Normas Internas para Avaliação Educacional**. Rio de Janeiro, 2012. 60p.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007. – (Coleção formação de professores)

FONTES, M. M.; FONTES, D. J. S.; FONTES, M. M. O Computador como Recurso Facilitador da Aprendizagem Matemática. **I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**. Ponta Grossa: UTFPR, 2009. p. 1013-1026. Disponível em: <http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais/artigos/10%20Ensinodematematica/Ensinodematematica_artigo13.pdf>. Acesso em 15 mar. 2012.

GARNICA. A. V. M. Filosofia da Educação Matemática: Algumas Ressignificações e uma Proposta de Pesquisa. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999, p. 59-74.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo: Atlas, 1987.

________. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1991.

HOHENWATER, M.; PREINER, J. Dynamic Mathematics with GeoGebra. **The Journal of Online Mathematics and Its Applications**. v. 7. Article ID 1448. March 2007. Disponível em: <http://www.maa.org/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html>. Acesso em 25 jan. 2012.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar**: Geometria Analítica. v. 7. 4. ed. São Paulo: Atual, 1993.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**: Conjuntos, funções. v. 1. 7. ed. São Paulo: Atual, 1993.

IEZZI, Gelson *et al*. **Matemática**: ciência e aplicações. v. 1. 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias**: O novo momento da informação. Campinas, SP: Papirus, 2007. - (Coleção Papirus Educação).

LINS, R. C. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. *In*: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Orgs.). **Educação Matemática**: Pesquisa em Movimento. 2. ed. rev. São Paulo: Cortez, 2005.

LUCKESI, C. C. Verificação ou avaliação: o que pratica a escola? *In*: Série Idéias nº. 8. **A construção do projeto de ensino e a avaliação**. 3ª ed. São Paulo: FDE, 1998. p. 71-80. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_08_p071-080_c.pdf>. Acesso em 24 mai. 2012.

MINAYO, M.C.S. (Org.). **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. 15 ed. Petrópolis: Vozes, 2000.

MIORIM, M. Â. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

NÓBRIGA, J. C. C.; ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra.** São Paulo: Exato, 2010.

PENTEADO, M. G. Redes de Trabalho: Expansão das Possibilidades da Informação na Educação Matemática da Escola Básica. *In*: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Orgs.). **Educação Matemática**: Pesquisa em Movimento. 2. ed. rev. São Paulo: Cortez, 2005.

PONTES, H. U. N. **Uso de Software Educativo no Ensino Médio para Facilitar a Aprendizagem Significativa e Cooperativa de Funções**. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.

PREINER, Judith. **Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers**: the Case of GeoGebra. 2008. Dissertation in Mathematics Education – Faculty of Natural Sciences, University of Salzburg, Salzburg, 2008.

SILVA, J. F.; HOFFMAN, J. e ESTEBAN, M. T. (org). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas**. Porto Alegre: Mediação, 2003.

SILVEIRA, E.; MARQUES, C. **Matemática**: compreensão e prática. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2008.

SOUZA, J. R. **Novo Olhar Matemática**. v. 1. 1. ed. São Paulo: FTD, 2010.

VALENTE, J. A. *et al*. **Integração de Atividades de Educação em Ciências Utilizando TIC:** Uma Experiência na Formação Continuada de Educadores do Ensino Médio. I Seminário Web Currículo PUC-SP, 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Parte Versando sobre Disponibilização de Alunos do CMF para Atuarem em Trabalho de Pesquisa

MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DECEx - DEPA
COLÉGIO MILITAR DE FORTALEZA
(Es M do Ceará / 1889)
CASA DE EUDORO CORRÊA

Fortaleza, 27 de janeiro de 2012.

Parte s/n

Do 2° Ten Ademir.

Ao Sr Subdiretor de Ensino do CMF.

Assunto: Emprego de alunos do CMF em trabalhos de pesquisa.

Anexos: 01 (uma) Carta do Prof. Dr Francisco Gêvane Muniz Cunha; 01 (uma) Declaração do mestrado ENCIMA.

Solicito à Subdireção de Ensino do Colégio Militar de Fortaleza disponibilizar 2 (duas) turmas de alunos de 9° ano do Ensino Fundamental, em 2012, para atuarem em trabalho de pesquisa no próprio colégio, de acordo com os horários normais das turmas no turno da manhã, conforme solicitação, via carta, do Professor Dr Francisco Gêvane Muniz Cunha e do projeto de pesquisa do Professor 2° Ten Francisco Ademir Lopes de Souza.

Francisco Ademir Lopes de Souza – 2° Ten
Professor de Matemática do 9° ano do EF no CMF

APÊNDICE B – Solicitação de Autorização da Participação de Alunos na Pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Fortaleza, 27 de janeiro de 2012.

Para: Subdiretor de Ensino do Colégio Militar de Fortaleza

Prezado Sr Ten Cel Wallace Cunha de Oliveira,

Venho por meio desta, solicitar a esta conceituada instituição de ensino a permissão para empregar seus alunos na pesquisa "o uso do *software* GeoGebra como ferramenta pedagógica no estudo de Funções Quadráticas em turmas de 9º ano do Ensino Fundamental do CMF", projeto de mestrado do 2° Ten Francisco Ademir Lopes de Souza, aluno do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) da Universidade Federal do Ceará.

Ressalto que o referido projeto, além de cumprir pré-requisitos na obtenção de título de mestre ao profissional acima citado, colaborará com a prática pedagógica de outros professores de Matemática que poderão usufruir do produto final dessa pesquisa. Esse produto será um material didático, no qual serão apresentadas sugestões de desenvolvimento de atividades com a utilização do *software* educativo GeoGebra para o estudo de Funções Quadráticas.

Certo de que a presente pesquisa não irá, de forma alguma, comprometer o aprendizado e a estrutura curricular das turmas de 9° ano do Ensino Fundamental do Colégio Militar de Fortaleza, solicito então sua colaboração e me coloco à disposição para eventuais esclarecimentos.

Atenciosamente,

____

Prof. Dr Francisco Gêvane Muniz Cunha
Membro do Colegiado do ENCIMA e Orientador do Projeto

APÊNDICE C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento para Alunos do grupo de investigação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

Pesquisador: Prof. Francisco ADEMIR Lopes de Souza – 2° Ten.
Título da Pesquisa: O uso do *Software* GeoGebra como ferramenta pedagógica no estudo de funções quadráticas em turmas de 9º ano do ensino fundamental do CMF.
Orientador: Prof. Dr. Francisco Gêvane Muniz Cunha.
Instituição a que pertence o Pesquisador: Colégio Militar de Fortaleza (CMF).
Telefone de contato do Pesquisador: (85) 3388-7803 (Coord. do 9° ano do CMF).

INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE E RESPONSÁVEL

O(a) aluno(a) sob vossa responsabilidade está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa que tem como objetivo analisar se o uso do *software* educativo GeoGebra, como ferramenta auxiliar da prática pedagógica, proporciona a alunos de 9° ano do Ensino Fundamental (EF) do CMF uma melhor aprendizagem do assunto de funções quadráticas.

A pesquisa se desenvolverá durante os horários normais das aulas de Matemática para as turmas de 9° ano do EF do CMF, no período de 11 a 22 de maio de 2012.

Dos sete encontros previstos para esse período, dois serão realizados no laboratório de informática e os demais em sala de aula. O *software* GeoGebra será utilizado como ferramenta auxiliar da prática pedagógica para os alunos que estão recebendo este termo de consentimento.

O assunto a ser estudado, funções quadráticas, será desenvolvido normalmente de acordo com o que foi planejado no início do corrente ano letivo. Assim não se comprometerá a estrutura curricular das turmas de 9° ano do EF do CMF.

A principal colaboração do aluno para a pesquisa será no último encontro, quando ele responderá um teste (avaliação), com o qual se poderá aferir a sua aprendizagem, e um questionário sobre a utilização pedagógica de *softwares* educativos. Ao teste será atribuída uma nota a ser computada na Avaliação Parcial do 2° Bimestre.

A participação do aluno é voluntária, isto é, a qualquer momento ele pode recusar-se a responder qualquer pergunta ou desistir de participar da pesquisa sem qualquer prejuízo. Voluntariar-se nesta pesquisa não envolve riscos à saúde e não aferirá nenhum privilégio, seja ele de caráter financeiro ou de qualquer natureza.

Serão garantidos, durante qualquer etapa da pesquisa, o sigilo e a privacidade aos participantes. Na apresentação dos resultados o aluno será identificado por nome fictício, tendo a sua identificação preservada.

Fortaleza, ______ de _____________________ de 2012.

____

Assinatura do responsável pela pesquisa

Declaro estar ciente deste Termo de Consentimento e estou de acordo em autorizar a participação nesta pesquisa do aluno ____________________________________ de número ________ sob a minha responsabilidade.

Fortaleza, ______ de _____________________ de 2012.

____

Assinatura do responsável pelo Aluno

APÊNDICE D – Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento para Alunos do grupo de comparação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

Pesquisador: Prof. Francisco ADEMIR Lopes de Souza – 2° Ten.
Título da Pesquisa: O uso do *Software* GeoGebra como ferramenta pedagógica no estudo de funções quadráticas em turmas de 9º ano do ensino fundamental do CMF.
Orientador: Prof. Dr. Francisco Gêvane Muniz Cunha.
Instituição a que pertence o Pesquisador: Colégio Militar de Fortaleza (CMF).
Telefone de contato do Pesquisador: (85) 3388-7803 (Coord. do 9° ano do CMF).

INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE E RESPONSÁVEL

O(a) aluno(a) sob vossa responsabilidade está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa que tem como objetivo analisar se o uso do *software* educativo GeoGebra, como ferramenta auxiliar da prática pedagógica, proporciona a alunos de 9° ano do Ensino Fundamental (EF) do CMF uma melhor aprendizagem do assunto de funções quadráticas.

A pesquisa se desenvolverá durante os horários regulares das aulas de Matemática para as turmas de 9° ano do EF do CMF, no período de 11 a 22 de maio de 2012.

O assunto a ser estudado, funções quadráticas, será desenvolvido normalmente em sala de aula de acordo com o que foi planejado no início do corrente ano letivo. Assim não se comprometerá a estrutura curricular das turmas de 9° ano do EF do CMF.

Os alunos que estão recebendo este termo de consentimento, a princípio, não terão contato com o *software* GeoGebra. O acesso ao *software* será realizado por alunos de outra turma. No caso de a pesquisa apontar que o uso do GeoGebra contribui para a aprendizagem dos alunos, serão desenvolvidas atividades referentes ao assunto de funções quadráticas com a utilização desse *software*.

A principal colaboração do aluno para a pesquisa será no último encontro, quando ele responderá um teste (avaliação), com o qual se poderá aferir a sua aprendizagem. A este teste será atribuída uma nota a ser computada na Avaliação Parcial do 2° Bimestre.

A participação do aluno é voluntária, isto é, a qualquer momento ele pode recusar-se a responder qualquer pergunta ou desistir de participar da pesquisa sem qualquer prejuízo. Voluntariar-se nesta pesquisa não envolve riscos à saúde e não aferirá nenhum privilégio, seja ele de caráter financeiro ou de qualquer natureza.

Serão garantidos, durante qualquer etapa da pesquisa, o sigilo e a privacidade aos participantes. Na apresentação dos resultados o aluno será identificado por nome fictício, tendo a sua identificação preservada.

Fortaleza, ______ de ______________________ de 2012.

____

Assinatura do responsável pela pesquisa

Declaro estar ciente deste Termo de Consentimento e estou de acordo em autorizar a participação nesta pesquisa do aluno ______________________________________ de número ________ sob a minha responsabilidade.

Fortaleza, ______ de ______________________ de 2012.

____

Assinatura do responsável pelo Aluno

APÊNDICE E – Teste sobre Funções Quadráticas

1. Informe marcando com um ***X*** nos parênteses se as funções quadráticas, definidas em $\mathbb{R}$, têm gráfico com concavidade voltada para cima ou para baixo:

a) $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ ( ) Para Cima ( ) Para Baixo

Justifique sua resposta: ____

b) $g(x) = x^2 - 4x + 4$ ( ) Para Cima ( ) Para Baixo

Justifique sua resposta: ____

c) $h(x) = 3x - x^2$ ( ) Para Cima ( ) Para Baixo

Justifique sua resposta: ____

d) $i(x) = 9 + x^2$ ( ) Para Cima ( ) Para Baixo

Justifique sua resposta: ____

2. Após calcular o discriminante, identifique em quantos pontos o gráfico de cada função abaixo, definida em $\mathbb{R}$, intercepta o eixo x do plano de coordenadas cartesianas. Justifique a sua resposta em cada item.

a) $f(x) = x^2 - 8x + 16$

Justificativa:

____

____

b) $g(x) = -x^2 - x + 12$

Justificativa:

____

____

3. Seja $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ a função quadrática definida por $f(x) = x^2 - 6x + 8$, faça o que se pede em cada item:

a) Calcule os zeros da função f ;

b) Informe o valor onde o gráfico de f intercepta o eixo y;

c) Calcule as coordenadas do vértice do gráfico dessa função;

d) Construa o gráfico da função f destacando no desenho os zeros dessa função, o valor onde o gráfico de f intercepta o eixo y e as coordenadas de seu vértice.

4. Observando o gráfico a seguir (Figura 1), informe em relação a sua função quadrática correspondente, definida em $\mathbb{R}$, o que se pede em cada item:

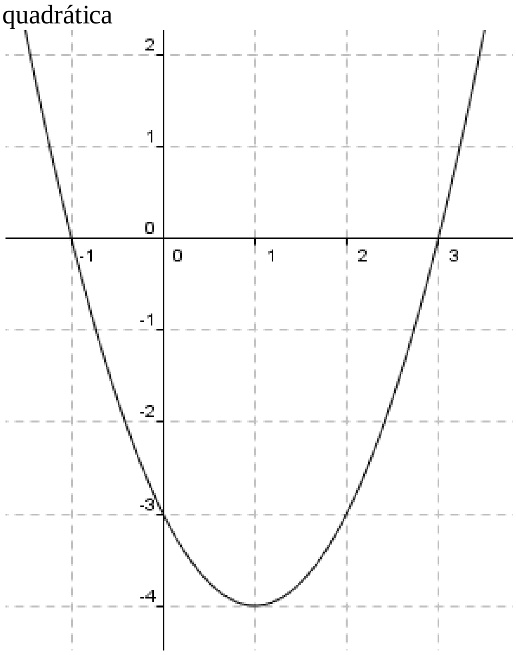
a) Essa função apresenta valor:

( ) Máximo ( ) Mínimo

b) Qual é esse valor? ________.

c) Qual é o valor de x correspondente a esse valor de Máximo ou Mínimo? ________.

Figura 1 – Gráfico de uma determinada função quadrática



Fonte: GeoGebra 3.2

5. (FAAP–SP[24] – Adaptada) Supondo que no dia 5 de dezembro de 1995, o Serviço de Meteorologia do Estado de São Paulo tenha informado que a temperatura na cidade de São Paulo atingiu o seu valor máximo as 14 horas, e que nesse dia a temperatura $T(t)$ em graus é uma função do tempo t medido em horas, dada por $T(t) = -t^2 + 28t - 156$, quando $8 < t < 20$, obtenha a temperatura máxima atingida nesse dia.

a) 40

b) 35

c) 30

d) 25

e) 20

[24] Fundação Armando Álvares Penteado – São Paulo.

6. (PUC–SP[25] – Adaptada) Um projétil partindo da origem O (0,0) do plano de coordenadas cartesianas percorre uma trajetória parabólica que atinge sua altura máxima no ponto (2,4). ***(a)*** Escreva a equação dessa trajetória. ***(b)*** Determine a que distância da origem cai o projétil. **Sugestão**: faça um esboço gráfico a fim de facilitar o raciocínio nessa situação.

[25] Pontifícia Universidade Católica – São Paulo.

APÊNDICE F – Questionário para os Alunos

1ª Questão – Há quanto tempo você utiliza o computador?

( ) Nunca utilizei.

( ) Menos de 2 anos.

( ) Entre 2 e 5 anos.

( ) Mais de 5 anos.

2ª Questão – Com que finalidade você mais utiliza o computador?

( ) Lazer (jogos, *sites* de relacionamento, ...).

( ) Navegar em páginas da *internet* ou ler *e-mails*.

( ) Fazer pesquisas ou preparar atividades escolares.

( ) Não utilizo computador.

( ) Em outras atividades. Quais? ____________________________

3ª Questão – Você achou fácil utilizar o *software* Geogebra?

( ) Sim

( ) Não

Comente sua resposta.

____

____

____

4ª Questão – Durante o período de estudo de funções quadráticas no CMF, você utilizou o GeoGebra como ferramenta auxiliar no desenvolvimento das atividades fora do horário de aulas?

( ) Sim

( ) Não

Em caso afirmativo, descreva em que situação e como utilizou. Caso contrário, justifique o motivo.

____

____

____

5ª Questão – Com relação à utilização do *software* GeoGebra na apresentação do assunto de funções quadráticas, você acha que:

( ) Facilitou a aprendizagem

( ) Dificultou a aprendizagem

( ) Não interferiu na aprendizagem

Comente sua resposta.

____

____

____

6ª Questão – Você gostaria que *softwares* educativos fossem utilizados com mais frequência nas aulas de Matemática?

( ) Sim

( ) Não

Se desejar, comente sua resposta.

____

____

____

7ª Questão – Se desejar, comente mais sobre o seu contato com o *software* GeoGebra para estudar funções quadráticas.

____

____

____

____