



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

PEDRO LUIZ RIBEIRO ROCHA

DESENVOLVIMENTO DE UM PRÉ-PROCESSADOR PARA ANÁLISE DE
ESTABILIDADE DE PERFIS ESTRUTURAIS DE PAREDES FINAS

FORTALEZA

2018

PEDRO LUIZ RIBEIRO ROCHA

DESENVOLVIMENTO DE UM PRÉ-PROCESSADOR PARA ANÁLISE DE
ESTABILIDADE DE PERFIS ESTRUTURAIS DE PAREDES FINAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do
Centro de Tecnologia da Universidade Federal
do Ceará, como requisito parcial à obtenção do
grau de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Evandro Parente
Junior

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- R575 Rocha, Pedro Luiz Ribeiro.
Desenvolvimento de um pré-processador para análise de estabilidade de perfis estruturais de paredes finas / Pedro Luiz Ribeiro Rocha. – 2018.
104 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2018.
Orientação: Prof. Dr. Evandro Parente Junior.
1. Perfis Estruturais de Paredes Finas. 2. Estabilidade. 3. Análise Isogeométrica. 4. Interface Gráfica.
I. Título.

CDD 620

PEDRO LUIZ RIBEIRO ROCHA

DESENVOLVIMENTO DE UM PRÉ-PROCESSADOR PARA ANÁLISE DE
ESTABILIDADE DE PERFIS ESTRUTURAIS DE PAREDES FINAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: 27/11/2018

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Evandro Parente Junior (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Áurea Silva de Holanda
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Junior
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A meus pais, Luís Carlos e Rosa Maria, que me apoiaram e incentivaram em todos os momentos de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Luís Carlos e Rosa Maria, por todo o apoio, incentivo e amor que me deram durante toda a minha vida, sempre se preocupando com a minha felicidade.

Ao meu irmão, Kawe, pela amizade e por sempre me compreender nos momentos mais difíceis.

À minha família, pelo apoio e amor em todos os momentos.

Ao meu orientador Evandro Parente Junior, por toda a ajuda e incentivo oferecidos durante esses anos, sempre transmitindo conhecimentos com paciência e cuidado, me guiando na direção certa.

Aos professores Áurea Silva de Holanda e João Batista Marques de Sousa Junior, por fazerem parte da banca examinadora.

A todos os amigos que fiz durante o curso de engenharia civil, pelo companheirismo e por tornarem essa longa e árdua jornada mais leve. Agradeço em especial aos amigos: Antônio Lucas, Bruno Mota, Guilherme Anderson, Maria Iara, Nilton José e Otávio Alves.

Aos amigos Elias Barroso e Pedro Sanderson, pela amizade e por toda a ajuda oferecida, que possibilitou a realização deste trabalho.

Aos amigos Allan David, Caio Gabriel, Lemmuel Fagnus e Ramon Timbó, pelas lições ensinadas e memórias divertidas que carrego até hoje.

À CAPES pelo suporte financeiro durante meu período como bolsista.

“O homem sereno descobre em si mesmo a fonte da felicidade e do conhecimento, fonte que nunca seca.”

(James Allen)

RESUMO

Os perfis de paredes finas possuem diversas aplicações em obras de engenharia. Dependendo de sua função podem ser produzidos de diferentes maneiras e compostos por materiais variados. Os perfis de aço podem ser utilizados como elementos estruturais, devido à elevada resistência. Ao serem submetidos a esforços de compressão centrada ou flexão, podem apresentar problemas de estabilidade, devido ao fenômeno da flambagem. A flambagem se apresenta de duas formas predominantes: global, quando há deformação da barra como um todo, e local, quando há deformação das chapas que compõem o perfil. Para determinação da carga crítica de flambagem de uma barra qualquer, é necessária a utilização de programas de análise de estabilidade, como o *Generalised Beam Theory at the University of Lisbon* (GBTUL) e o *Constrained and Unconstrained and Finite Strip Method* (CUFSM). Uma alternativa para esses métodos é a Análise Isogeométrica (AIG), que utiliza em sua formulação as mesmas funções utilizadas nos sistemas CAD, as *Non Uniform Rational B-Splines* (NURBS). As NURBS são utilizadas para a construção de modelos bidimensionais e tridimensionais, sendo aplicadas nas indústrias automobilística e do entretenimento. Os modelos gerados podem ser refinados, a partir dos algoritmos de inserção de *knots* e elevação de grau, melhorando a solução numérica. Neste trabalho, foi desenvolvida uma interface gráfica capaz de gerar modelos prontos para o programa de análise numérica, sendo possível escolher de forma interativa a geometria, o material, as condições de contorno, o carregamento aplicado e o tipo de análise. O modelo é então refinado de acordo com a necessidade do usuário e o arquivo de entrada do programa de análise é gerado. Foram testados diversos exemplos de perfis de aço submetidos a cargas axiais e transversais, verificando os deslocamentos e a carga crítica de flambagem obtidos.

Palavras-chave: Perfis Estruturais de Paredes Finas. Estabilidade. Análise Isogeométrica. Interface Gráfica.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Perfis de aço dobrados	20
Figura 2 – Elementos componentes de perfis formados a frio	20
Figura 3 – Perfis de aço soldados	21
Figura 4 – Perfil soldado - Geometria	22
Figura 5 – Comprimento efetivo para diferentes condições de contorno	23
Figura 6 – Carro modelado em NURBS	26
Figura 7 – Curvas de Bézier de grau 5	28
Figura 8 – Efeito do peso sobre a curva de Bézier	28
Figura 9 – Superfície de Bézier	29
Figura 10 – Sólido de Bézier	30
Figura 11 – Comparação entre curvas Bézier e B-Spline	30
Figura 12 – Curva NURBS circular	32
Figura 13 – Superfície e sólido NURBS cilíndricos	33
Figura 14 – Discretização dos modelos NURBS da Figura 13	34
Figura 15 – Elevação de grau dos modelos NURBS da Figura 13	34
Figura 16 – Refinamento k dos modelos NURBS da Figura 13	35
Figura 17 – Superfície composta por dois <i>patches</i>	36
Figura 18 – Fluxograma de etapas da geração do modelo	42
Figura 19 – Escolha do <i>template</i> e das dimensões da seção	44
Figura 20 – Representação do perfil - Curva NURBS	44
Figura 21 – Representação do perfil - Superfície NURBS	45
Figura 22 – Representação do perfil - Sólido NURBS	46
Figura 23 – Modelo inicial do perfil	47
Figura 24 – Condições de contorno do modelo	48
Figura 25 – Carregamento aplicado no modelo	49
Figura 26 – Modelo refinado do perfil	50
Figura 27 – Dados do Exemplo 5.1	51
Figura 28 – Deformada da coluna T com fator de escala 50	52
Figura 29 – Dados do Exemplo 5.2	53
Figura 30 – Convergência do deslocamento na viga retangular	54
Figura 31 – Deformada da viga retangular com fator de escala 100	54

Figura 32 – Graus de liberdade x Tempo de processamento - Viga retangular	55
Figura 33 – Graus de liberdade x Precisão - Viga retangular	56
Figura 34 – Tempo de processamento x Precisão - Viga retangular	56
Figura 35 – Dados do Exemplo 5.3	57
Figura 36 – Convergência do deslocamento na viga C	58
Figura 37 – Deformada da viga C com fator de escala 300	58
Figura 38 – Graus de liberdade x Tempo de processamento - Viga C	59
Figura 39 – Graus de liberdade x Precisão - Viga C	59
Figura 40 – Tempo de processamento x Precisão - Viga C	60
Figura 41 – Dados do Exemplo 5.4	61
Figura 42 – Convergência da carga crítica na coluna I	62
Figura 43 – Deformada da coluna I - Flambagem	62
Figura 44 – Graus de liberdade x Tempo de processamento - Viga I	63
Figura 45 – Graus de liberdade x Precisão - Viga I	63
Figura 46 – Tempo de processamento x Precisão - Viga I	64
Figura 47 – Dados do Exemplo 5.5	65
Figura 48 – Convergência da carga crítica na coluna U	66
Figura 49 – Deformada da coluna U - Flambagem	66
Figura 50 – Graus de liberdade x Tempo de processamento - Viga U	67
Figura 51 – Graus de liberdade x Precisão - Viga U	67
Figura 52 – Tempo de processamento x Precisão - Viga U	68
Figura 53 – Dados do Exemplo 5.6	69
Figura 54 – Comparação dos valores de carga crítica da coluna cantoneira	69
Figura 55 – Deformada global da coluna cantoneira (L = 1500 mm)	70
Figura 56 – Deformada local da coluna cantoneira (L = 800 mm)	70
Figura 57 – Dados do Exemplo 5.7	71
Figura 58 – Comparação dos valores de carga crítica da coluna Z	72
Figura 59 – Deformada global da coluna Z (L = 1500 mm)	72
Figura 60 – Deformada local da coluna Z (L = 800 mm)	73
Figura A1 – Dimensões do perfil retangular	78
Figura A2 – Perfil retangular - Curva NURBS	78
Figura A3 – Perfil retangular - Superfície NURBS	79

Figura A4 – Dimensões do perfil cantoneira soldado	80
Figura A5 – Perfil cantoneira soldado - Curva NURBS	80
Figura A6 – Perfil cantoneira soldado - Superfície NURBS	81
Figura A7 – Dimensões do perfil cantoneira dobrado	82
Figura A8 – Perfil cantoneira dobrado - Curva NURBS	82
Figura A9 – Perfil cantoneira dobrado - Superfície NURBS	83
Figura A10–Dimensões do perfil U soldado	84
Figura A11–Perfil U soldado - Curva NURBS	84
Figura A12–Perfil U soldado - Superfície NURBS	85
Figura A13–Dimensões do perfil U dobrado	86
Figura A14–Perfil U dobrado - Curva NURBS	86
Figura A15–Perfil U dobrado - Superfície NURBS	87
Figura A16–Dimensões do perfil C soldado	88
Figura A17–Perfil C soldado - Curva NURBS	88
Figura A18–Perfil C soldado - Superfície NURBS	89
Figura A19–Dimensões do perfil C dobrado	90
Figura A20–Perfil C dobrado - Curva NURBS	90
Figura A21–Perfil C dobrado - Superfície NURBS	91
Figura A22–Dimensões do perfil Z soldado	92
Figura A23–Perfil Z soldado - Curva NURBS	92
Figura A24–Perfil Z soldado - Superfície NURBS	93
Figura A25–Dimensões do perfil Z dobrado	94
Figura A26–Perfil Z dobrado - Curva NURBS	94
Figura A27–Perfil Z dobrado - Superfície NURBS	95
Figura A28–Dimensões do perfil Rack soldado	96
Figura A29–Perfil Rack soldado - Curva NURBS	96
Figura A30–Perfil Rack soldado - Superfície NURBS	97
Figura A31–Dimensões do perfil Rack dobrado	98
Figura A32–Perfil Rack dobrado - Curva NURBS	98
Figura A33–Perfil Rack dobrado - Superfície NURBS	100
Figura A34–Dimensões do perfil T	101
Figura A35–Perfil T - Curva NURBS	101

Figura A36–Perfil T - Superfície NURBS	102
Figura A37–Dimensões do perfil I	103
Figura A38–Perfil I - Curva NURBS	103
Figura A39–Perfil I - Superfície NURBS	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Número de pontos de controle e de <i>knots</i> - Perfis soldados	43
Tabela 2 – Número de pontos de controle e de <i>knots</i> - Perfis dobrados	43
Tabela 3 – Pontos de controle do perfil da Figura 20	45
Tabela 4 – Pontos de controle do perfil U da Figura 21	46
Tabela 5 – Valores de erro - Deformação na coluna T	52
Tabela A1 – Pontos de controle do perfil retangular	79
Tabela A2 – Pontos de controle do perfil cantoneira soldado	81
Tabela A3 – Pontos de controle do perfil cantoneira dobrado	83
Tabela A4 – Pontos de controle do perfil U soldado	85
Tabela A5 – Pontos de controle do perfil U dobrado	87
Tabela A6 – Pontos de controle do perfil C soldado	89
Tabela A7 – Pontos de controle do perfil C dobrado	91
Tabela A8 – Pontos de controle do perfil Z soldado	93
Tabela A9 – Pontos de controle do perfil Z dobrado	95
Tabela A10–Pontos de controle do perfil Rack soldado	97
Tabela A11–Pontos de controle do perfil Rack dobrado	99
Tabela A12–Pontos de controle do perfil T	102
Tabela A13–Pontos de controle do perfil I	104

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Justificativa	16
1.2	Objetivos	17
1.2.1	<i>Objetivo Geral</i>	17
1.2.2	<i>Objetivos Específicos</i>	17
1.3	Organização do texto	18
2	PERFIS ESTRUTURAIS DE PAREDES FINAS	19
2.1	Perfis de aço formados a frio	19
2.2	Perfis de aço soldados	20
2.3	Estabilidade de Perfis de Paredes Finas	22
2.3.1	<i>Flambagem global</i>	22
2.3.1.1	<i>Perfis com dupla simetria ou simétricos em relação a um ponto</i>	23
2.3.1.2	<i>Perfis monossimétricos</i>	24
2.3.1.3	<i>Perfis assimétricos</i>	24
2.3.2	<i>Flambagem local</i>	25
2.3.3	<i>Programas de análise de estabilidade de perfis</i>	25
3	ANÁLISE ISOGEOMÉTRICA	26
3.1	Modelagem Geométrica	26
3.1.1	<i>Curvas de Bézier</i>	27
3.1.1.1	<i>Superfícies e sólidos de Bézier</i>	29
3.1.2	<i>B-Splines</i>	30
3.1.3	<i>NURBS</i>	31
3.1.3.1	<i>Inserção de knots e elevação de grau</i>	33
3.1.4	<i>Múltiplos Patches</i>	35
3.2	Análise Isogeométrica	36
3.2.1	<i>Geometria e deslocamentos</i>	37
3.2.2	<i>Deformações e tensões</i>	37
3.2.3	<i>Equações de equilíbrio</i>	39
3.2.4	<i>Matriz de rigidez tangente</i>	39
3.2.5	<i>Cálculo da carga crítica de flambagem</i>	40

3.2.6	<i>FAST</i>	41
4	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	42
5	EXEMPLOS NUMÉRICOS	51
5.1	Coluna T submetida à tração axial	51
5.2	Viga retangular bi-apoiada submetida à carga distribuída	53
5.3	Viga C engastada submetida à carga transversal na extremidade	57
5.4	Coluna I engastada submetida à carga de compressão axial	60
5.5	Coluna U bi-apoiada submetida à carga de compressão axial	64
5.6	Coluna cantoneira engastada-apoiada submetida à carga de compressão axial	68
5.7	Coluna Z bi-engastada submetida à carga de compressão axial	71
6	CONCLUSÃO	74
	REFERÊNCIAS	76
	APÊNDICES	78
	APÊNDICE A – Templates de seções tipo de perfis estruturais de paredes finas desenvolvidos para a interface	78

1 INTRODUÇÃO

Os perfis de paredes finas possuem diversas aplicações em obras de engenharia civil. São utilizados como componentes estruturais de edificações ou até mesmo no acabamento de interiores. Esses perfis podem ser fabricados por diversos processos, dependendo do material e da função que irão exercer.

Os perfis metálicos, mais especificamente os de aço, podem ser utilizados como elementos estruturais, por sua elevada resistência. Dois exemplos de perfis de aço são os dobrados, gerados por dobramento ou por conformação, e os soldados, produzidos através da união de peças metálicas por caldeamento ou soldagem elétrica.

Quando submetidos a esforços de compressão centrada ou flexão, os perfis de paredes finas podem apresentar problemas de estabilidade. Devido à elevada esbelteza que possuem, podem se deformar transversalmente, fenômeno denominado flambagem. As peças podem apresentar diferentes modos de flambagem, que podem ser agrupados em dois tipos predominantes, global e local. Na flambagem global há deformação da barra como um todo, enquanto na flambagem local há deformação das chapas que compõem o perfil.

Para dimensionar esses perfis é necessário realizar uma análise de estabilidade, para determinação da carga crítica mínima de flambagem, para evitar futuros problemas estruturais. A determinação da carga crítica pode ser feita com base na Resistência dos Materiais, para flambagem global, ou por programas de análise numérica, no caso de flambagem local.

Dois *softwares* bastante utilizados atualmente são o *Generalised Beam Theory at the University of Lisbon* (GBTUL), que se baseia na Teoria Generalizada de Vigas (TGV), e o *Constrained and Unconstrained and Finite Strip Method* (CUFSM), baseado no Método das Faixas Finitas (MFF). Além desses também existem programas que utilizam o Método dos Elementos Finitos (MEF), como o Abaqus e o ANSYS.

Uma alternativa recente ao MEF, com formulação bastante similar, é a Análise Isogeométrica (AIG). Ela utiliza em sua solução numérica as mesmas funções utilizadas pelos sistemas CAD para a modelagem geométrica, como as B-Splines e as *Non Uniform Rational B-Splines* (NURBS).

As NURBS são modelos matemáticos utilizados em diversas áreas, desde a indústria cinematográfica, na geração de efeitos visuais, até a indústria automobilística, na modelagem de veículos automotores. *Softwares* de modelagem como o Rhinoceros, Maya e Blender se baseiam na formulação das NURBS para a construção de modelos bidimensionais e tridimensionais.

As NURBS são uma generalização das B-Splines, tendo como base a distribuição não uniforme dos elementos do modelo. As B-Splines, por sua vez, são uma generalização das curvas de Bézier, desenvolvidas inicialmente para a modelagem de veículos. Os três modelos se baseiam na ideia de manipulação livre de curvas, superfícies e sólidos a partir de pontos de controle e pesos. Quanto maior o grau de complexidade do modelo maior o controle garantido ao usuário.

Similar ao MEF, é possível realizar o refinamento do modelo NURBS, preparando-o para a AIG. Esse refinamento é realizado sem alterar a geometria do modelo, ao contrário ao MEF, onde é necessário discretizar a geometria para aproximá-la à configuração desejada. Essa é a principal motivação para a utilização da AIG. Há três tipos de refinamento possíveis: o refinamento h , que discretiza o modelo; o refinamento p , que eleva o grau do modelo; e o refinamento k , que aplica os refinamentos h e p em conjunto.

A AIG é realizada a partir de cálculos matriciais, estabelecendo-se a relação entre os deslocamentos e as tensões atuantes no corpo. São montadas as equações de equilíbrio, baseando-se no conceito de que as forças internas no corpo são iguais às cargas externas aplicadas, para problemas lineares.

Em corpos esbeltos, as cargas externas atuantes são grandes o suficiente para destruir a estabilidade de uma configuração de equilíbrio. Com isso, a carga crítica de flambagem pode ser determinada a partir do conceito de bifurcação, no qual se assume que para um mesmo carregamento são possíveis uma deformada de referência, devido à ação da carga, e uma deformada devido à flambagem do corpo.

O FAST é um programa de análise numérica que utiliza a AIG em sua formulação. O programa é capaz de realizar análises estáticas, dinâmicas e de estabilidade, conforme a necessidade do usuário. As informações necessárias para a análise são inseridas em um arquivo de entrada, cuja geração exige bastante cuidado, para evitar erros durante o processamento.

1.1 Justificativa

Atualmente, a análise de estabilidade de perfis de paredes finas é feita utilizando-se programas como o GBTUL, baseado na Teoria Generalizada de Vigas, o CUFSM, baseado no Método das Faixas Finitas e o Abaqus, baseado no Método dos Elementos Finitos.

Uma alternativa recente para esses métodos é a Análise Isogeométrica, que utiliza em sua solução numérica as funções NURBS. A principal vantagem da AIG é a capacidade

de realizar o refinamento de modelos sem alterar sua geometria, ao contrário do MEF, onde a geometria é aproximada a partir de sua discretização.

Uma das principais dificuldades ao realizar a AIG é o pré-processamento dos dados. A geometria do modelo, o material, as condições de contorno e os carregamentos devem ser descritos em um arquivo de entrada. No entanto gerar um arquivo com tantas informações para um modelo refinado é um processo muito trabalhoso e que demanda bastante tempo.

Para facilitar a entrada de dados e reduzir o tempo gasto no pré-processamento, desenvolveu-se uma interface capaz de gerar modelos para a AIG de forma simples e intuitiva. O programa é capaz de gerar sólidos NURBS a partir de *templates* pré-definidos, baseados em perfis de paredes finas metálicos existentes. É possível realizar análises estáticas e de estabilidade dos modelos construídos.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Esta pesquisa tem como objetivo o desenvolvimento de uma interface capaz de realizar o pré-processamento para a análise de estabilidade de perfis estruturais de paredes finas. O programa é capaz de gerar modelos refinados para a AIG de acordo com as definições do usuário, montando o arquivo de entrada do programa de análise numérica com informações relativas à geometria do modelo, os dados do material, as condições de contorno, o carregamento aplicado e o tipo de análise.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Definir a geometria do perfil e os dados do material;
- Determinar as condições de contorno e o carregamento aplicados;
- Refinar o modelo de acordo com as definições do usuário;
- Indicar o tipo de análise a ser realizado;
- Gerar o arquivo de entrada do programa de análise.

1.3 Organização do texto

O presente trabalho está dividido em 6 capítulos. O capítulo 1 apresenta a introdução, contendo a justificativa para o trabalho, os objetivos geral e específicos e a organização do texto.

O capítulo 2 apresenta os perfis estruturais de paredes finas de aço, explanando o processo de fabricação, suas principais características e aplicações em obras de engenharia. A estabilidade de perfis de paredes finas é detalhada, demonstrando os tipos de flambagem mais comuns e as metodologias de cálculo da carga crítica.

O capítulo 3 aborda os conceitos básicos da modelagem geométrica, demonstrando a formulação das NURBS e de suas simplificações, as curvas de Bézier e as B-Splines. O refinamento dos modelos e a utilização de múltiplos *patches* na construção de geometrias são explanados. A formulação da Análise Isogeométrica para a determinação de deslocamentos e tensões, bem como a carga crítica de flambagem, é apresentada de forma simplificada.

O capítulo 4 apresenta a metodologia utilizada para a implementação computacional da interface desenvolvida, detalhando as ferramentas utilizadas em sua construção e as etapas realizadas para a geração do arquivo de entrada do programa de análise.

O capítulo 5 contém exemplos de modelos vigas e colunas gerados pelo pré-processador, utilizados para verificação do funcionamento da interface gráfica e validação dos resultados obtidos. Foram feitas comparações dos valores determinados com os obtidos pela teoria e pelos programas de análise de estabilidade (GBTUL e CUFSM).

O capítulo 6 demonstra a conclusão e as observações finais do trabalho, a partir da análise dos resultados obtidos.

2 PERFIS ESTRUTURAIS DE PAREDES FINAS

Com o avanço da tecnologia, desenvolvem-se técnicas de produção de materiais cada vez mais eficientes, seja por sua rapidez de execução ou por sua economia. Esses materiais podem assumir propriedades únicas, dependendo de suas características físicas e do processo de fabricação utilizado.

Um desses materiais é o aço, utilizado em diversas obras de engenharia. Os perfis estruturais de paredes finas são um exemplo de sua aplicabilidade. Esses perfis, além de serem facilmente produzidos e econômicos em comparação a outras alternativas, como o concreto, possuem maior facilidade de manuseio e transporte, além de garantirem maior rapidez de execução da obra.

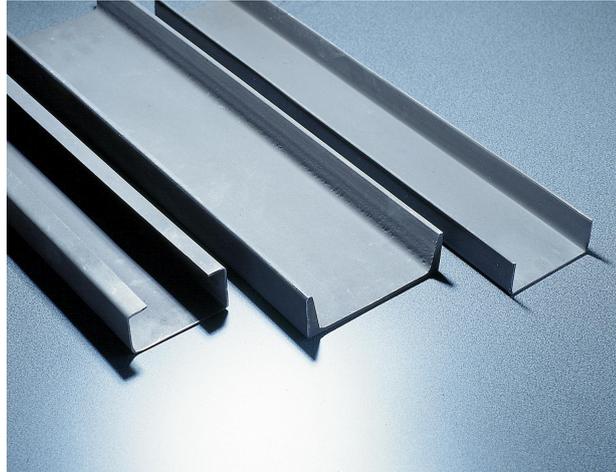
Por sua elevada esbeltez, esses perfis podem sofrer o fenômeno da flambagem, caso sejam submetidos a esforços de compressão ou flexão. Para evitar problemas de instabilidade, deve ser determinada a carga crítica de flambagem da barra, dimensionando-a de forma a evitar problemas estruturais.

2.1 Perfis de aço formados a frio

Os perfis de aço formados a frio são obtidos por dobramento, em prensa dobradeira, de tiras cortadas de chapas ou bobinas, ou por conformação contínua em conjunto de matrizes rotativas, a partir de bobinas laminadas a frio ou a quente, revestidas ou não, sendo ambas as operações realizadas em temperatura ambiente (ABNT, 2010).

Esses perfis podem assumir diversos formatos, devido à facilidade de seu manuseio durante o processo de fabricação. Por serem altamente versáteis e resistentes, possuem diversas aplicações em obras de engenharia, como estruturas para coberturas, estacas para fundações, pontes e passarelas, obras residenciais, dentre outros (AECWEB, 2018). A Figura 1 demonstra alguns exemplos de perfis dobrados U e C.

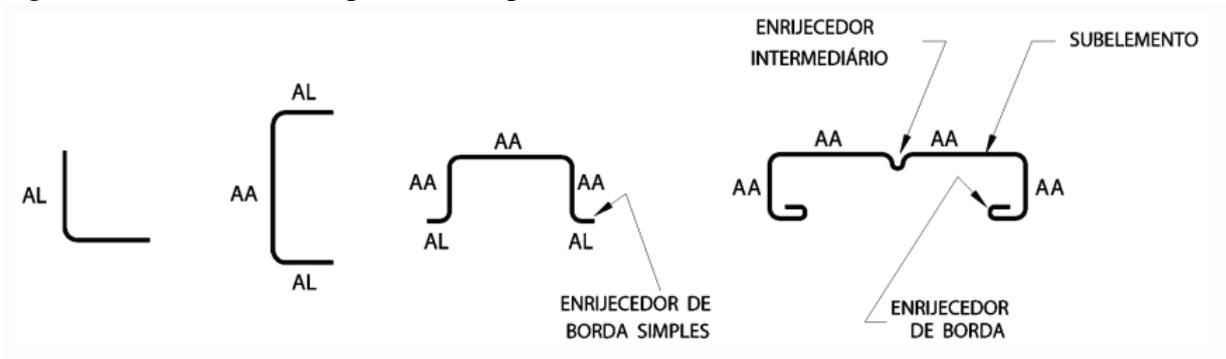
Figura 1 – Perfis de aço dobrados



Fonte: (TETRAFERRO, 2018).

São compostos por dois elementos principais, a mesa e a alma. Esses elementos podem ser classificados em: com bordas vinculadas (AA), tem as duas bordas vinculadas a outros elementos; ou com borda livre (AL), tem apenas uma borda vinculada. A Figura 2 apresenta os elementos componentes de perfis formados a frio.

Figura 2 – Elementos componentes de perfis formados a frio



Fonte: (ABNT, 2010).

Também podem conter enrijecedores, cuja função é aumentar a rigidez do perfil, para evitar possíveis problemas de estabilidade. Como mostra a Figura 2, os enrijecedores podem ser: de borda, localizados na extremidade de um elemento principal; de borda simples, constituídos por um único elemento plano; e intermediários, localizados no interior de um elemento principal.

2.2 Perfis de aço soldados

Os perfis de aço soldados são obtidos através do corte, composição e junção das chapas planas laminadas, sendo amplamente utilizados em construções devido à grande variedade

de dimensões possíveis (GUARNIER, 2009).

A união das chapas é feita por caldeamento ou soldagem elétrica das peças. O caldeamento é um método mais arcaico de fabricação de perfis, no qual a soldagem das peças é feita por aquecimento e choque mecânico das peças. As chapas são aquecidas até temperatura próxima de seu ponto de fusão e então golpeadas umas sobre as outras até que a consolidação do perfil seja alcançada.

A soldagem elétrica é feita por aquecimento do metal nas regiões de interseção das chapas até seu ponto de fusão, utilizando um arco elétrico, unindo-se as peças. Pode ser realizada de diferentes maneiras, dentre elas: por eletrodo revestido, por arco submerso, por arames tubulares e por proteção gasosa.

Graças a seu processo de fabricação simples, permitem uma elevada variedade de formatos. Dentre as seções mais utilizadas estão a I e a T. A Figura 3 demonstra alguns perfis soldados I.

Figura 3 – Perfis de aço soldados



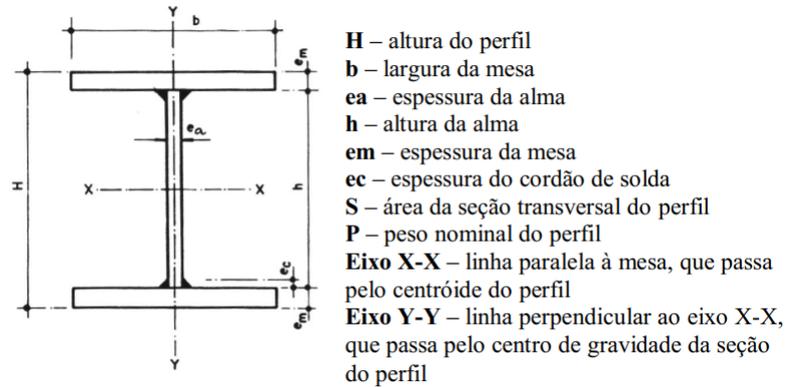
Fonte: (FAMSTEEL, 2018).

De acordo com sua utilização, montagem e condições de aplicação, os perfis podem ser classificados em três categorias de padrão de qualidade:

- Tipo I (Riguroso) - perfis para usos especiais com elevadas exigências, tais como os utilizados em estruturas para usinas nucleares e para plataformas *offshore*;
- Tipo II (Normal) - perfis usados em construções convencionais, tais como os utilizados em pontes e edificações em geral (industrial, comercial e residencial);
- Tipo III (Comercial) - perfis para usos gerais, tais como os utilizados em postes e estacas.

A Figura 4 apresenta as componentes geométricas para um perfil soldado qualquer.

Figura 4 – Perfil soldado - Geometria



Fonte: (ABNT, 2013).

2.3 Estabilidade de Perfis de Paredes Finas

Ao serem submetidos a esforços de compressão centrada ou flexão, os perfis de paredes finas podem apresentar deformações transversais. Esse fenômeno é denominado flambagem, e se deve à elevada esbeltez desses elementos, que os torna mais suscetíveis à problemas de instabilidade.

Dependendo do carregamento atuante no elemento, sua geometria e das condições de contorno aplicadas, podem se apresentar diferentes modos de flambagem. Os modos de flambagem mais comumente observados podem ser classificados em dois grandes grupos: global e local.

2.3.1 Flambagem global

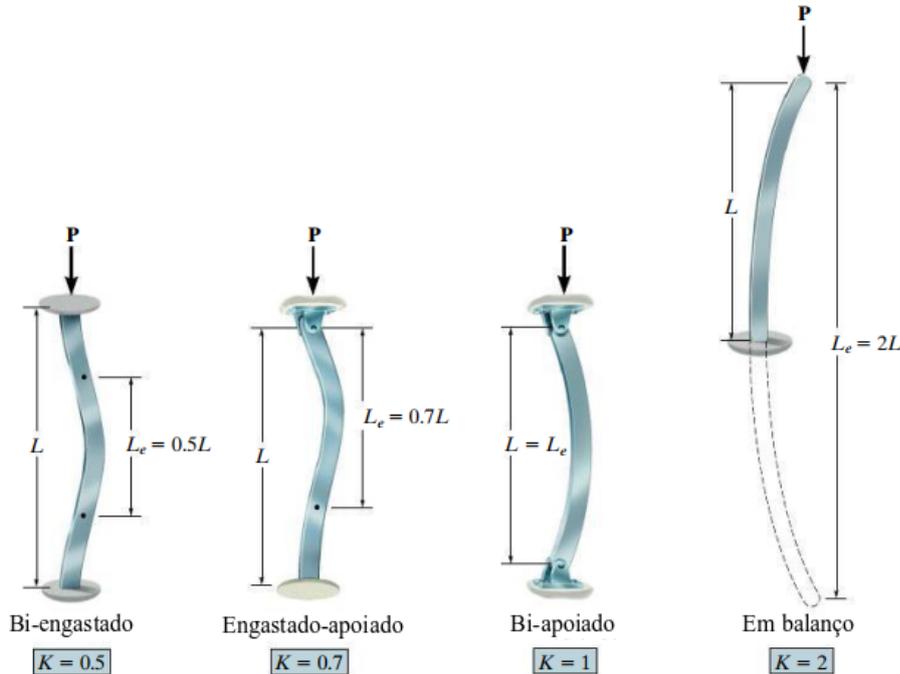
A flambagem global caracteriza-se por deslocamentos de translação e/ou rotação da seção transversal da coluna, sem que haja alteração da forma da seção transversal (SALLES, 2018). Em colunas submetidas à compressão centrada se observam três casos fundamentais de flambagem: flexão, torção ou flexo-torção, dependendo da seção do perfil e sua simetria (ABNT, 2010).

O fenômeno da flambagem foi inicialmente estudado por Euler. Algumas de suas considerações para a ocorrência de flambagem global são: homogeneidade do material, com comportamento elástico linear perfeito; barra prismática sem imperfeições; extremidades rotuladas; força aplicada sem excentricidade; sem presença de instabilidade local dos elementos da seção (SOUZA, 2017).

Para considerar o efeito das condições de contorno da peça utiliza-se o conceito de

comprimento efetivo de flambagem, ou seja, o comprimento que o perfil deveria ter para que sofresse flambagem global como uma barra bi-apoiada, como demonstrado na Figura 5.

Figura 5 – Comprimento efetivo para diferentes condições de contorno



Fonte: Adaptado de HIBBELER (2014).

O cálculo da carga crítica de flambagem varia dependendo da simetria do perfil. A seção da barra pode ser classificada como duplamente simétrica, monossimétrica ou assimétrica.

2.3.1.1 Perfis com dupla simetria ou simétricos em relação a um ponto

A força axial de flambagem global elástica N_e é o menor valor dentre os calculados a seguir.

- Força axial de flambagem global elástica por flexão em relação ao eixo x:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} \quad (2.1)$$

- Força axial de flambagem global elástica por flexão em relação ao eixo y:

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (2.2)$$

- Força axial de flambagem global elástica por torção:

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] \quad (2.3)$$

onde C_w é a constante de empenamento da seção, E é o módulo de elasticidade da barra, G é o módulo de elasticidade transversal, J é a constante de torção da seção, I_x e I_y são os momentos de inércia em x e em y , $K_x L_x$ e $K_y L_y$ são os comprimentos efetivos de flambagem global por flexão em relação a x e y , $K_z L_z$ é o comprimento efetivo de flambagem por torção e r_0 é o raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de torção, dado por:

$$r_0 = [r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2]^{0.5} \quad (2.4)$$

onde r_x e r_y são os raios de giração da seção em relação aos eixos principais de inércia x e y , e x_0 e y_0 são as distâncias do centro de torção ao centroide na direção dos eixos principais x e y .

2.3.1.2 Perfis monossimétricos

A força axial de flambagem global elástica N_e de um perfil com seção monossimétrica, sendo x o eixo de simetria, é o menor valor dentre os calculados a seguir.

- Força axial de flambagem global elástica por flexão em relação ao eixo y :

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (2.5)$$

- Força axial de flambagem global elástica por flexo-torção:

$$N_{exz} = \frac{N_{ex} + N_{ez}}{2[1 - (x_0/r_0)^2]} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{ex}N_{ez}[1 - (x_0/r_0)^2]}{(N_{ex} + N_{ez})^2}} \right] \quad (2.6)$$

onde N_{ex} e N_{ez} são as forças axiais de flambagem global elástica. Caso o eixo de simetria seja y , substituir y por x na Equação 2.5, x por y e x_0 por y_0 na Equação 2.6.

2.3.1.3 Perfis assimétricos

A força axial de flambagem global elástica N_e de um perfil com seção assimétrica é dada pela menor das raízes da seguinte equação:

$$r_0^2(N_e - N_{ex})(N_e - N_{ey})(N_e - N_{ez}) - N_e^2(N_e - N_{ey})x_0^2 - N_e^2(N_e - N_{ex})y_0^2 = 0 \quad (2.7)$$

Essa equação resolve o problema geral de estabilidade, sendo as formulações para perfis com dupla simetria e monossimétricos simplificações da mesma.

2.3.2 *Flambagem local*

A flambagem local é caracterizada pela perda da estabilidade dos elementos que compõem a seção transversal da barra, podendo ocorrer antes que a carga crítica determinada na análise global seja atingida (SOUZA, 2017).

As chapas componentes da seção transversal estão sujeitas a tensões de compressão ou flexão, ou seja, suscetíveis à instabilidade. O eixo da barra permanece indeformado, mas os elementos do perfil não. Com isso torna-se necessário calcular a carga crítica de flambagem local do perfil.

É possível determinar essa carga por meio de análise numérica, utilizando-se programas como o GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2014) e o CUFSM (SCHAFER, 2018). Essas interfaces são capazes de calcular a carga crítica para vários comprimentos de barra, sendo possível identificar a partir de qual comprimento os modos de flambagem local se tornam predominantes.

2.3.3 *Programas de análise de estabilidade de perfis*

O GBTUL é um programa gratuito que realiza análises elásticas de flambagem e de vibração de perfis de paredes finas. Sua formulação se baseia na Teoria Generalizada de Vigas. A TGV é uma teoria unidimensional de barras que considera deformações da seção transversal devido à flexão ou torção dos elementos (BEBIANO *et al.*, 2014).

O programa contém *templates* para seções de diferentes formatos, sendo possível aplicar diferentes condições de contorno e carregamentos ao perfil. É possível avaliar o comportamento da barra com a variação de seu comprimento, a partir da *signature curve*. São disponibilizados para o usuário a deformada calculada e a participação de cada modo de flambagem atuante.

O CUFSM é um *software* gratuito capaz de realizar a análise elástica de flambagem de perfis de paredes finas através do Método das Faixas Finitas. O MFF é capaz de fornecer soluções de estabilidade completas e relevantes de forma compacta e poderosa (SCHAFER, 2018).

O programa disponibiliza diversas ferramentas para a análise, como *templates* de seções-tipo C e Z, construção livre de seções, condições de contorno e carregamento generalizados e visualização da *signature curve* do perfil analisado. Também dispõe de ferramentas adicionais para análise plástica de seções, análise das propriedades de seções, dentre outras.

3 ANÁLISE ISOGEOMÉTRICA

A modelagem geométrica é utilizada para diversos fins, desde a indústria cinematográfica, no desenvolvimento de efeitos especiais, até a indústria automobilística, no projeto de automóveis. As NURBS são uma das principais ferramentas de construção de modelos tridimensionais, por sua capacidade de gerar formas complexas de maneira exata. A Figura 6 demonstra um exemplo de sua aplicabilidade.

Figura 6 – Carro modelado em NURBS



Fonte: (CONTRERAS, 2018).

A Análise Isogeométrica se utiliza das NURBS em sua formulação, para aproveitar dessa mesma vantagem. Comparada a outros métodos, como o MEF, o erro oriundo da aproximação da geometria é eliminado, sendo esse o principal benefício de sua utilização. Isso impulsionou o desenvolvimento de programas capazes de realizar a AIG de forma eficiente e eficaz.

3.1 Modelagem Geométrica

A modelagem geométrica é uma área da matemática que visa descrever a forma e as características geométricas de um objeto. Possui diversas aplicações, desde *softwares* de computação gráfica, como os sistemas CAD, até *softwares* de modelagem bidimensional e tridimensional como o Rhinoceros, Maya e Blender.

As curvas são a base para a definição de modelos mais complexos, como superfícies e sólidos. A maneira mais usual de representá-las é por meio de equações explícitas. Como

exemplo temos a parábola, definida por

$$y = ax^2 + bx + c. \quad (3.1)$$

Essa curva também pode ser escrita da seguinte maneira:

$$C(x, y) = ax^2 + bx + c - y = 0 \quad (3.2)$$

em que $C(x, y)$ é a equação implícita da parábola. Também há equações que não podem ser descritas de forma explícita, quando as variáveis não podem ser isoladas, como

$$C(x, y) = y \sin x^y - x^5 = 0. \quad (3.3)$$

A representação paramétrica é outra forma de representar curvas. Os pontos do modelo são descritos a partir de uma função paramétrica, como uma circunferência de raio unitário centrada na origem:

$$C(t) = (x(t), y(t)) = (\cos(t), \sin(t)), \text{ com } 0 \leq t \leq 2\pi \quad (3.4)$$

As formulações de Bézier, B-Spline e NURBS apresentadas a seguir utilizam a representação paramétrica, por ser a mais adequada para a representação de formas no computador.

3.1.1 Curvas de Bézier

As curvas de Bézier foram criadas pelo engenheiro francês Paul De Casteljaou e popularizadas pelo engenheiro francês Pierre Bézier, sendo utilizadas inicialmente na indústria automobilística. Atualmente são aplicadas em diversas áreas relacionadas à computação gráfica, em *softwares* como Photoshop e Corel Draw.

Elas são definidas em função de pontos de controle, ao longo de um intervalo paramétrico. Uma curva de Bézier é expressa por:

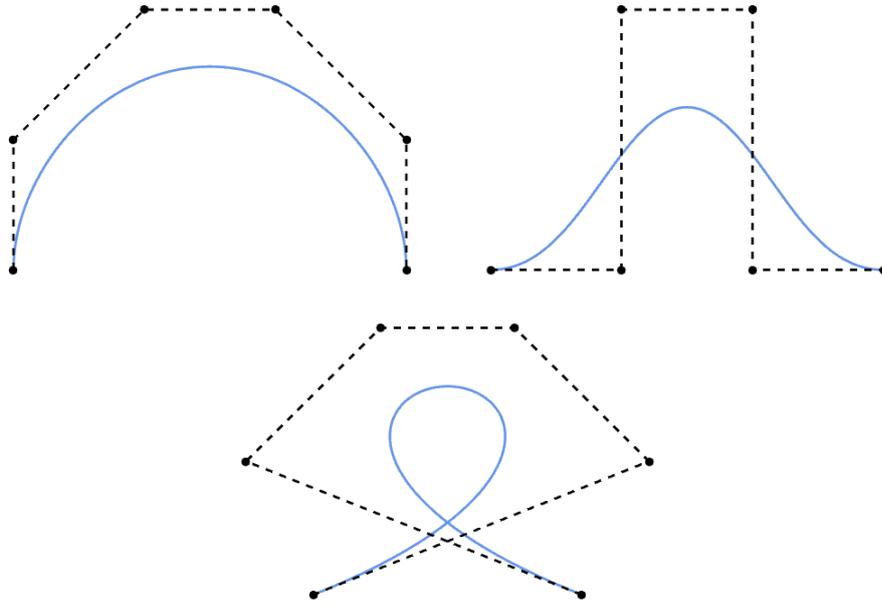
$$C(\xi) = \sum_{i=0}^{p} B_{i,p}(\xi) p_i \quad (3.5)$$

onde p_i é o ponto de controle e $B_{i,p}$ são os polinômios de Bernstein de grau p , em que p é o grau da curva. A Figura 7 apresenta exemplos de curvas de Bézier de grau 5.

Os polinômios de Bernstein são definidos em função da coordenada paramétrica do ponto e do grau da curva. Considerando o intervalo paramétrico da curva $[0, 1]$, essas funções podem ser expressas por:

$$B_{i,p}(\xi) = \binom{p}{i} (1 - \xi)^{p-i} \xi^i, \quad i = 0, 1, \dots, p \quad (3.6)$$

Figura 7 – Curvas de Bézier de grau 5



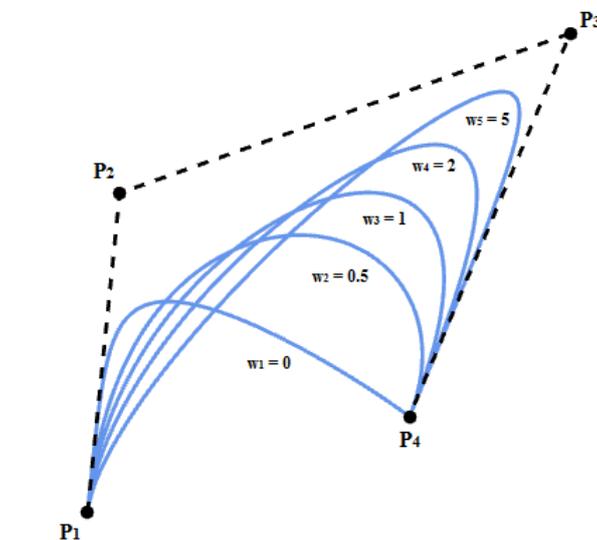
Fonte: Elaborada pelo autor.

A cada um dos pontos de controle podem ser associados pesos, que definem a influência de cada ponto sobre a curva. Esse tipo de curva é denominado racional, sendo expressa por:

$$C(\xi) = \frac{\sum_{i=1}^{p+1} w_i B_{i,p}(\xi) p_i}{\sum_{i=1}^{p+1} w_i \hat{B}_{i,p}(\xi)} \quad (3.7)$$

onde w_i é o peso associado. A Figura 8 demonstra o efeito dos pesos sobre uma curva de Bézier.

Figura 8 – Efeito do peso sobre a curva de Bézier



Fonte: Elaborada pelo autor.

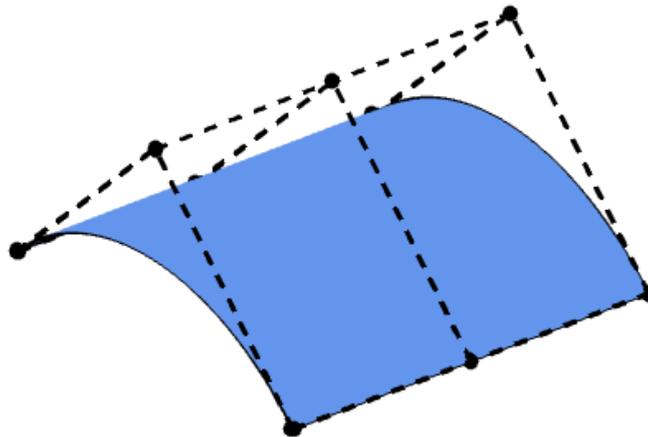
3.1.1.1 Superfícies e sólidos de Bézier

Superfícies e sólidos de Bézier são formados por produto tensorial de dois e três polinômios de Bernstein univariantes, respectivamente. Considerando uma superfície racional de grau p na direção ξ e grau q na direção η , uma superfície de Bézier é expressa por:

$$S(\xi, \eta) = \frac{\sum_{i=1}^{p+1} \sum_{j=1}^{q+1} w_{ij} B_{i,p}(\xi) B_{j,q}(\eta) p_{ij}}{\sum_{\hat{i}=1}^{p+1} \sum_{\hat{j}=1}^{q+1} w_{\hat{i}\hat{j}} B_{\hat{i},p}(\xi) B_{\hat{j},q}(\eta)} \quad (3.8)$$

onde p_{ij} é o ponto de controle, w_{ij} é o peso associado e $B_{i,p}$ e $B_{j,q}$ são os polinômios de Bernstein do ponto. A Figura 9 mostra o exemplo de uma superfície de Bézier.

Figura 9 – Superfície de Bézier



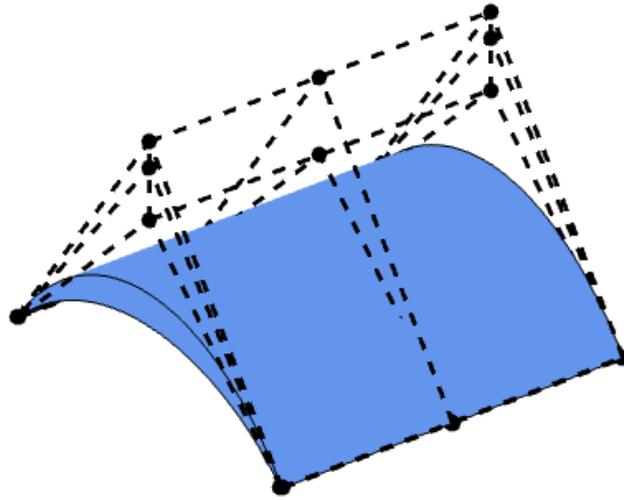
Fonte: Elaborada pelo autor.

Um sólido racional de Bézier é expresso por:

$$V(\xi, \eta, \zeta) = \frac{\sum_{i=1}^{p+1} \sum_{j=1}^{q+1} \sum_{k=1}^{l+1} w_{ijk} B_{i,p}(\xi) B_{j,q}(\eta) B_{k,l}(\zeta) p_{ijk}}{\sum_{\hat{i}=1}^{p+1} \sum_{\hat{j}=1}^{q+1} \sum_{\hat{k}=1}^{l+1} w_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}} B_{\hat{i},p}(\xi) B_{\hat{j},q}(\eta) B_{\hat{k},l}(\zeta)} \quad (3.9)$$

onde p_{ijk} é o ponto de controle, w_{ijk} é o peso associado e $B_{i,p}$, $B_{j,q}$ e $B_{k,l}$ são os polinômios de Bernstein do ponto. A Figura 10 demonstra o exemplo de um sólido de Bézier.

Figura 10 – Sólido de Bézier



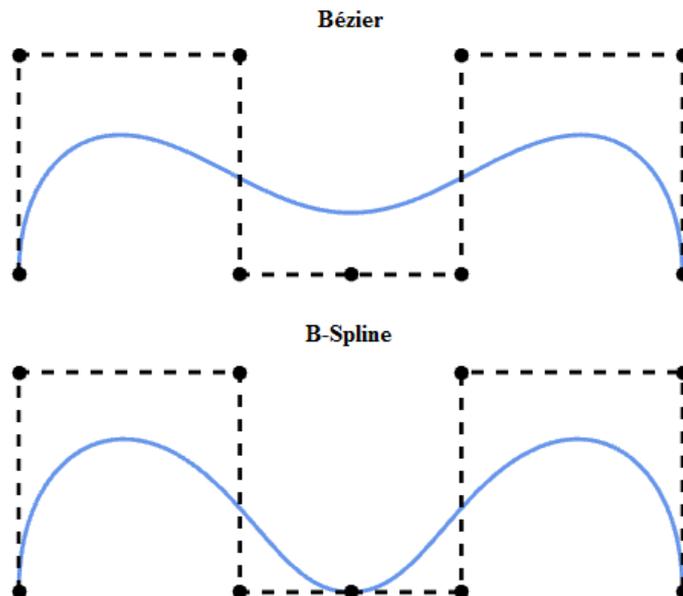
Fonte: Elaborada pelo autor.

3.1.2 B-Splines

As B-Splines são uma generalização das curvas de Bézier, sendo capazes de descrever vários segmentos distintos ao longo de uma mesma representação paramétrica. Isso se deve às funções de base das B-Splines serem definidas por vetores de *knots* (PIEGL; TILLER, 1997).

O vetor de *knots* é um conjunto de valores paramétricos crescentes e não-negativos, delimitados pelos intervalos paramétricos do modelo. Esses valores delimitam o espaço paramétrico em regiões, denominadas *knot spans*, que garantem maior controle local à curva. A Figura 11 mostra a comparação entre uma curva de Bézier e uma curva B-Spline.

Figura 11 – Comparação entre curvas Bézier e B-Spline



Fonte: Elaborada pelo autor.

O vetor de *knots* pode ser classificado como uniforme ou não-uniforme. Ele é dito uniforme se seus valores paramétricos variam segundo um mesmo fator. Por exemplo, o vetor $\Xi = [0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 4]$ é uniforme, enquanto o vetor $\Xi = [0, 0, 0, 1, 3, 7, 10, 10, 10]$ não é.

Uma curva B-Spline é expressa por:

$$C(\xi) = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(\xi) p_i \quad (3.10)$$

onde p_i é o ponto de controle e $N_{i,p}$ é a função de base do ponto, definida pela fórmula recursiva de Cox-de Boor:

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1, & \text{se } \xi_i \leq \xi \leq \xi_{i+1} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \quad (3.11)$$

para um vetor de *knots* $\Xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}]$, onde n é o número de funções de base e p é o grau da curva. O número de bases pode ser calculado em função do grau da curva e do tamanho do vetor de *knots* (ks):

$$n = ks - p - 1 \quad (3.12)$$

Os valores paramétricos no interior do vetor de *knots* podem aparecer repetidas vezes, sendo o número de repetições de um valor ξ_i a multiplicidade (m) do *knot*. Se a multiplicidade de um *knot* interno ξ_i for igual ao grau da B-Spline ($m = p$), a curva interpolará o ponto de controle em ξ_i . Caso os *knots* extremos tenham multiplicidade $m = p + 1$, os pontos de controle extremos serão interpolados, como ocorre nas curvas de Bézier. Esses vetores de *knots* são conhecidos como abertos, ou *open knot vectors*.

3.1.3 NURBS

Similar às curvas de Bézier, as B-Splines também podem ser associados pesos, sendo definidas então como racionais. As NURBS são B-Splines racionais com vetores de *knot* não-uniformes. Uma curva NURBS é expressa por:

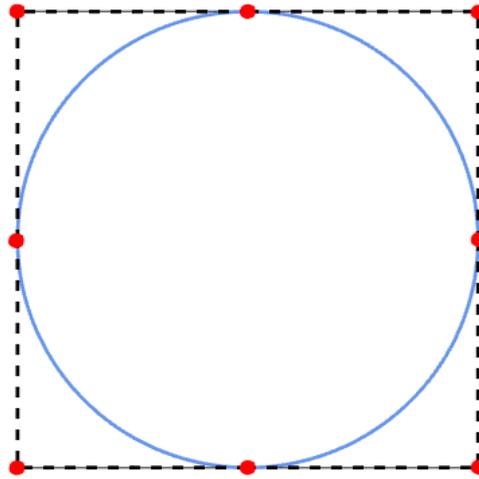
$$C(\xi) = \sum_{i=1}^n R(\xi)_i p_i \quad (3.13)$$

onde p_i é o ponto de controle e $R(\xi)_i$ é a função de base racional, dada por:

$$R(\xi)_i = \frac{w_i N_{i,p}(\xi)}{\sum_{\hat{i}=1}^n w_{\hat{i}} N_{\hat{i},p}(\xi)} \quad (3.14)$$

onde w_i é o peso associado e $N_{i,p}(\xi)$ é a função de base do ponto. A Figura 12 apresenta o exemplo de uma curva NURBS circular.

Figura 12 – Curva NURBS circular



Fonte: Elaborada pelo autor.

Superfícies e sólidos NURBS podem ser formados por produto tensorial de duas e três funções de base univariantes, respectivamente. Uma superfície NURBS é expressa por:

$$S(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R(\xi, \eta)_{ij} p_{ij} \quad (3.15)$$

onde p_{ij} é o ponto de controle e $R(\xi, \eta)_{ij}$ é a função de base racional bivariante, dada por:

$$R(\xi, \eta)_{ij} = \frac{w_{ij} N_{i,p}(\xi) N_{j,q}(\eta)}{\sum_{\hat{i}=1}^n \sum_{\hat{j}=1}^m w_{\hat{i}\hat{j}} N_{\hat{i},p}(\xi) N_{\hat{j},q}(\eta)} \quad (3.16)$$

onde w_{ij} é o peso associado e $N_{i,p}(\xi)$ e $N_{j,q}(\eta)$ são as funções de base do ponto.

Um sólido NURBS é expresso por:

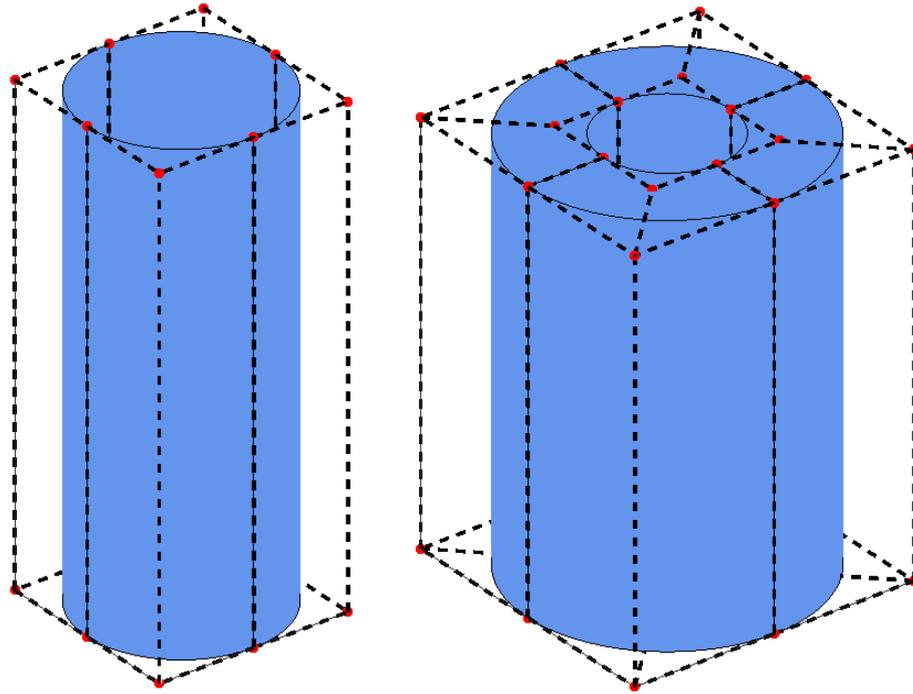
$$V(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^o R(\xi, \eta, \zeta)_{ijk} p_{ijk} \quad (3.17)$$

onde p_{ijk} é o ponto de controle e $R(\xi, \eta, \zeta)_{ijk}$ é a função de base racional trivariante, dada por:

$$R(\xi, \eta, \zeta)_{ijk} = \frac{w_{ijk} N_{i,p}(\xi) N_{j,q}(\eta) N_{k,l}(\zeta)}{\sum_{\hat{i}=1}^n \sum_{\hat{j}=1}^m \sum_{\hat{k}=1}^o w_{\hat{i}\hat{j}\hat{k}} N_{\hat{i},p}(\xi) N_{\hat{j},q}(\eta) N_{\hat{k},l}(\zeta)} \quad (3.18)$$

onde w_{ijk} é o peso associado e $N_{i,p}(\xi)$, $N_{j,q}(\eta)$ e $N_{k,l}(\zeta)$ são as funções de base do ponto. A Figura 13 demonstra o exemplo de uma superfície e um sólido NURBS cilíndricos.

Figura 13 – Superfície e sólido NURBS cilíndricos



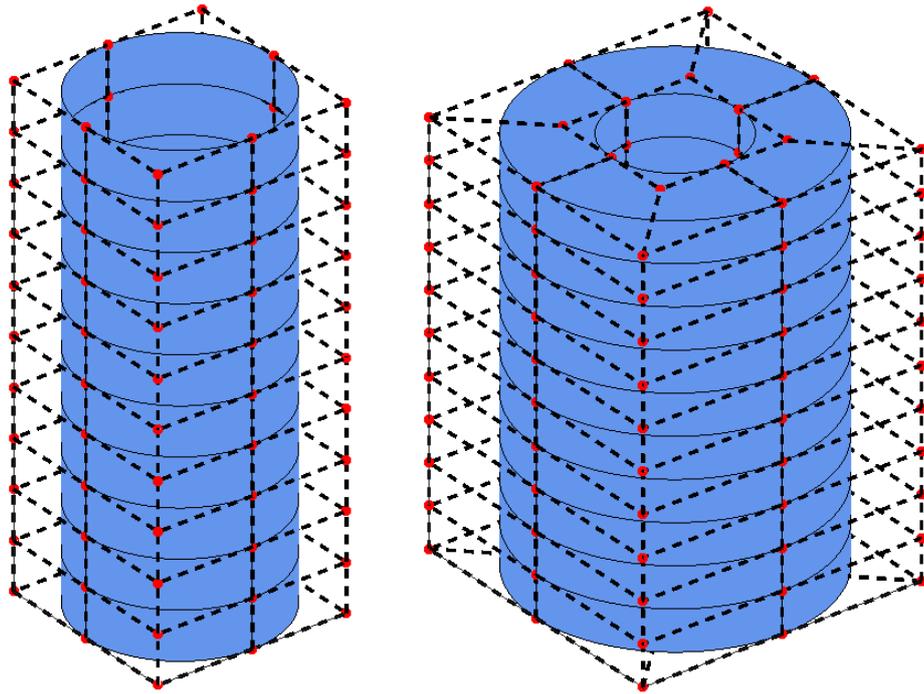
Fonte: Elaborada pelo autor.

3.1.3.1 Inserção de *knots* e elevação de grau

Após a geração da NURBS, a geometria da mesma pode ser refinada, utilizando os algoritmos de inserção de *knots* e elevação de grau, bastante utilizados na modelagem geométrica (PIEGL; TILLER, 1997). Estes algoritmos alteram a descrição da NURBS sem alterar sua geometria.

A inserção de *knots* subdivide os intervalos paramétricos iniciais do modelo em elementos isogeométricos *knot spans*. Essa discretização, denominada refinamento h , garante maior controle local do modelo e melhora a resposta numérica. A Figura 14 demonstra o efeito da divisão dos modelos da Figura 13 em 10 elementos na direção t , ao longo da altura.

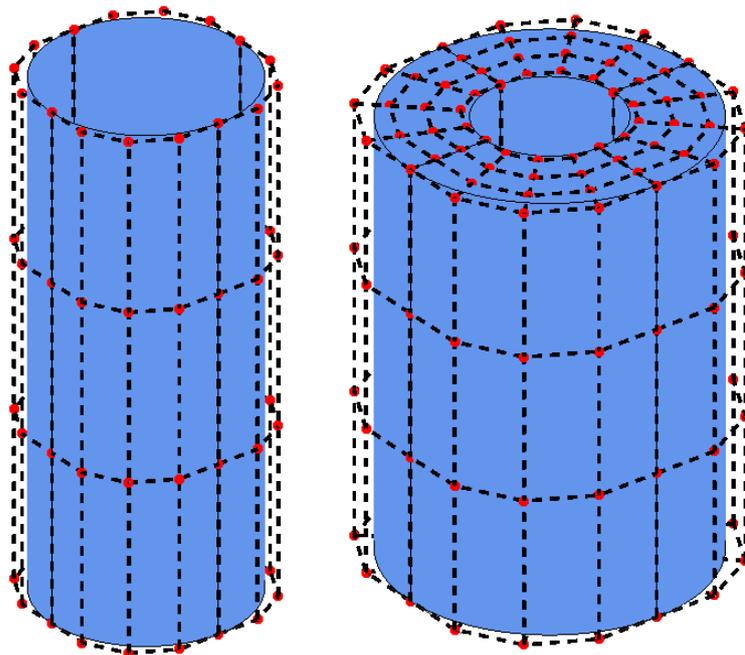
Figura 14 – Discretização dos modelos NURBS da Figura 13



Fonte: Elaborada pelo autor.

A elevação de grau, também denominada refinamento p , pode ser realizada nas diferentes direções paramétricas do modelo. Ela aumenta o grau das funções base do modelo e número de graus de liberdade, garantindo melhor solução numérica. A Figura 15 demonstra o efeito da elevação em 2 graus dos modelos da Figura 13 nas direções r , s e t .

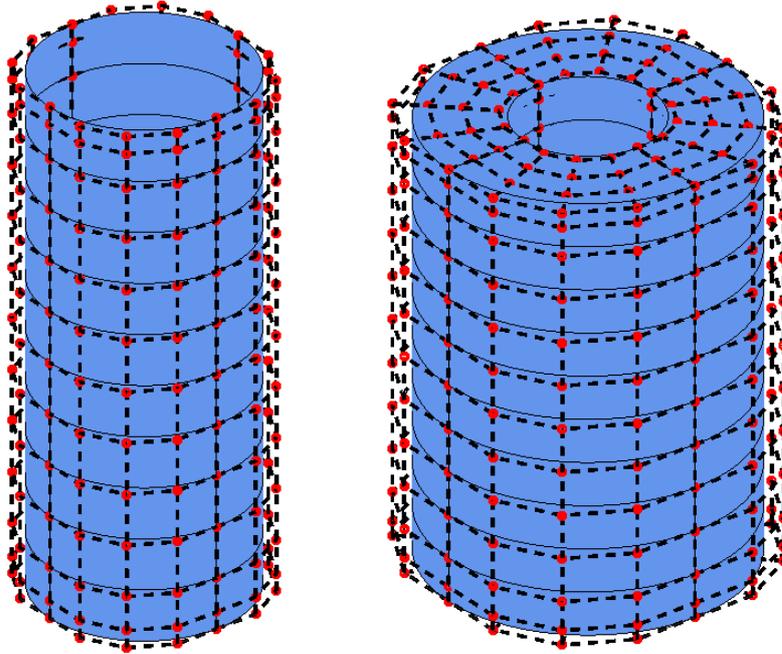
Figura 15 – Elevação de grau dos modelos NURBS da Figura 13



Fonte: Elaborada pelo autor.

O refinamento k é a aplicação de ambos os algoritmos ao modelo, resultando em um modelo de maior grau e maior continuidade entre os elementos e possibilitando convergência mais rápida dos resultados. A Figura 16 demonstra o efeito da combinação dos refinamentos utilizados nas Figuras 14 e 15.

Figura 16 – Refinamento k dos modelos NURBS da Figura 13

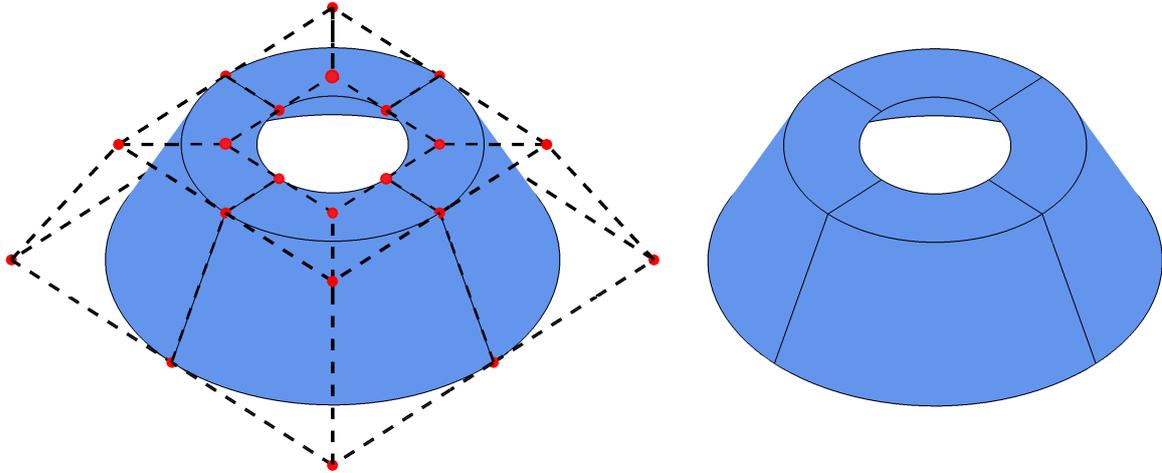


Fonte: Elaborada pelo autor.

3.1.4 Múltiplos Patches

A utilização de múltiplos *patches* é necessária para descrever geometrias mais complexas de forma simplificada ou para designar diferentes atributos a cada parte do modelo, como material, condições de contorno e carregamento. A Figura 17 apresenta um exemplo de superfície com múltiplos *patches*.

Figura 17 – Superfície composta por dois *patches*



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao gerar esses modelos é necessário garantir a continuidade dos elementos, para que a análise numérica seja realizada sem erros durante o processamento. Os pontos de controle de cada entidade devem ser bem definidos e compartilhados caso façam parte de mais de um *patch*.

3.2 Análise Isogeométrica

A AIG vem sendo cada vez mais utilizada não somente por sua capacidade de representação, como também por sua facilidade de modificação e avaliação do modelo, possibilitando o refinamento do mesmo enquanto sua geometria permanece intacta, propriedades inerentes às NURBS (COTTRELL *et al.*, 2009).

O MEF consiste na discretização do modelo analisado em pequenos elementos, que se aproximam da forma do modelo à medida que a intensidade do refinamento aumenta (COOK *et al.*, 2002), ou seja, a geometria pode ser aproximada, mas nunca será igual à inicial, impossibilitando a obtenção de soluções exatas para o problema.

Na formulação isoparamétrica do MEF a geometria é descrita pelas mesmas funções utilizadas para aproximar os deslocamentos, garantindo que as condições necessárias para a convergência da solução sejam satisfeitas. A AIG utiliza a mesma ideia da formulação isoparamétrica do MEF, porém a sequência é invertida, pois os deslocamentos são aproximados utilizando as mesmas funções utilizadas para descrever a geometria do modelo.

Por ser capaz de representar de forma exata geometrias complexas, como placas e cascas, a AIG elimina o erro devido à aproximação da geometria, que ocorre no MEF. Além disso, os elementos discretizados pela AIG possuem maior continuidade maior que os gerados

no MEF, convergindo mais rapidamente para a solução do problema.

É possível utilizar elementos de casca na modelagem dos perfis, porém sua implementação no programa de análise ainda não foi concluída. Em função disso, no presente trabalho será utilizada a formulação isogeométrica para a análise de sólidos apresentada por Barroso (2015). Ela é capaz de representar adequadamente as tensões e deslocamentos do modelo, obtendo-se resultados condizentes com a realidade.

3.2.1 Geometria e deslocamentos

A geometria é obtida pela combinação linear dos pontos de controle $\mathbf{p}_a = (x_a, y_a, z_a)$ e das funções de base racional R_a , definidas pela Equação 3.18, sendo expressa por:

$$x = \sum_{a=1}^{np} R_a x_i; \quad y = \sum_{a=1}^{np} R_a y_i; \quad z = \sum_{a=1}^{np} R_a z_i \quad (3.19)$$

Os deslocamentos da estrutura são descritos por funções análogas às da geometria, utilizando-se os deslocamentos dos pontos de controle, $\mathbf{u} = (u_a, v_a, w_a)$:

$$u = \sum_{a=1}^{np} R_a u_a; \quad v = \sum_{a=1}^{np} R_a v_a; \quad w = \sum_{a=1}^{np} R_a w_a \quad (3.20)$$

Escrevendo em notação matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_a & 0 \\ 0 & 0 & R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ v_a \\ w_a \end{bmatrix} = \mathbf{N}\mathbf{u} \quad (3.21)$$

3.2.2 Deformações e tensões

A relação entre deformação e deslocamento é descrita por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{u} \Rightarrow \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \frac{1}{2}\mathbf{B}_L \quad (3.22)$$

onde \mathbf{B}_0 e \mathbf{B}_L são respectivamente a parcela linear e não-linear da relação deformação-deslocamento \mathbf{B} :

$$\mathbf{B}_0 = \mathbf{H}\mathbf{G}; \quad \mathbf{B}_L = \mathbf{A}\mathbf{G} \quad (3.23)$$

em que as matrizes \mathbf{H} , \mathbf{A} e \mathbf{G} são dadas por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} u_{,x} & 0 & 0 & v_{,x} & 0 & 0 & w_{,x} & 0 & 0 \\ 0 & u_{,y} & 0 & 0 & v_{,y} & 0 & 0 & w_{,y} & 0 \\ 0 & 0 & u_{,z} & 0 & 0 & v_{,z} & 0 & 0 & w_{,z} \\ u_{,y} & u_{,x} & 0 & v_{,y} & v_{,x} & 0 & w_{,y} & w_{,x} & 0 \\ u_{,z} & 0 & u_{,x} & v_{,z} & 0 & v_{,x} & w_{,z} & 0 & w_{,x} \\ 0 & u_{,z} & u_{,y} & 0 & v_{,z} & v_{,y} & 0 & w_{,z} & w_{,y} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} R_{a,x} & 0 & 0 \\ R_{a,y} & 0 & 0 \\ R_{a,z} & 0 & 0 \\ 0 & R_{a,x} & 0 \\ 0 & R_{a,y} & 0 \\ 0 & R_{a,z} & 0 \\ 0 & 0 & R_{a,x} \\ 0 & 0 & R_{a,y} \\ 0 & 0 & R_{a,z} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

onde $R_{a,x}$, $R_{a,y}$ e $R_{a,z}$ são as derivadas da função de base trivariante no espaço físico e $u_{,x}$, $u_{,y}$, $u_{,z}$, $v_{,x}$, $v_{,y}$, $v_{,z}$, $w_{,x}$, $w_{,y}$ e $w_{,z}$ são as derivadas dos deslocamentos u , v e w .

Considerando que o material tenha um comportamento elástico linear, as tensões $\boldsymbol{\sigma}$ podem ser obtidas por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.27)$$

onde \mathbf{C} é a matriz constitutiva elástica, expressa por:

$$\mathbf{C} = \frac{E}{(1+\nu)(1-\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

em que E é o módulo de elasticidade e ν o coeficiente de Poisson, considerando material isotrópico.

3.2.3 Equações de equilíbrio

As equações de equilíbrio são obtidas pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). O vetor de forças internas e o vetor de cargas externas são calculados da mesma maneira que no MEF:

$$\mathbf{g} = \int_V \bar{\mathbf{B}}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad (3.29)$$

$$\mathbf{f} = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV + \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{q} dS + \sum \mathbf{N}^T_j \mathbf{F}_j \quad (3.30)$$

onde \mathbf{g} é o vetor de forças internas, \mathbf{f} é o vetor de cargas externas, \mathbf{b} são as forças de corpo, \mathbf{q} são as forças de superfície, \mathbf{N}_j corresponde à matriz \mathbf{N} avaliada no ponto de aplicação da força, \mathbf{F}_j são as cargas concentradas atuantes no corpo e $\bar{\mathbf{B}}$ é dado por:

$$\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_L \quad (3.31)$$

Considerando um problema linear, as equações de equilíbrio são dadas pela igualdade:

$$\mathbf{g} = \mathbf{f} \quad (3.32)$$

3.2.4 Matriz de rigidez tangente

A matriz de rigidez tangente, \mathbf{K}_T , é dada pela expressão:

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G \quad (3.33)$$

onde \mathbf{K}_E é a parcela relacionada ao material e \mathbf{K}_G a parcela relacionada à geometria do modelo, definidas pelas Equações (3.34) e (3.35).

$$\mathbf{K}_E = \int_V \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{C}_T \bar{\mathbf{B}} dV \quad (3.34)$$

$$\mathbf{K}_G = \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{S} \mathbf{G} dV \quad (3.35)$$

onde:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{S}} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\mathbf{S}} \end{bmatrix} \quad \text{para} \quad \bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

3.2.5 Cálculo da carga crítica de flambagem

A flambagem é uma condição em que as cargas atuantes são grandes o suficiente para destruírem a estabilidade de uma configuração de equilíbrio (COOK *et al.*, 2002). Para análise de estabilidade linear, supõe-se que os deslocamentos pré-críticos são desprezíveis e que a flambagem ocorre por bifurcação, ou seja, para um mesmo carregamento são possíveis uma deformada de referência, devido à ação da carga, e uma deformada devido à flambagem do corpo.

A perda de estabilidade ocorre quando a matriz de rigidez tangente é singular:

$$\mathbf{K}_T \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0}, \quad \text{com} \quad \boldsymbol{\phi} \neq \mathbf{0} \quad (3.37)$$

onde $\boldsymbol{\phi}$ são os deslocamentos associados à flambagem. Como os deslocamentos pré-críticos são desprezíveis, temos:

$$\mathbf{B} = \bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}_0 \rightarrow \mathbf{K}_T = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_G \quad (3.38)$$

sendo \mathbf{K}_0 a matriz de rigidez inicial. Por ser uma análise linear, a matriz de rigidez geométrica é proporcional à carga externa aplicada:

$$\mathbf{f} = \lambda \bar{\mathbf{f}} \rightarrow \mathbf{S} = \lambda \bar{\mathbf{S}} \rightarrow \mathbf{K}_G = \lambda \bar{\mathbf{K}}_G \quad (3.39)$$

onde $\bar{\mathbf{f}}$ é o vetor de cargas externas de referência. A partir da Equação (3.37) obtém-se o seguinte problema de autovalor generalizado:

$$(\mathbf{K}_0 + \lambda \bar{\mathbf{K}}_G) \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (3.40)$$

onde λ é a menor raiz do problema, que define a multiplicidade para a qual as cargas externas aplicadas geram bifurcação. Caso aplique-se carregamento de referência de valor unitário, λ é a própria carga crítica de flambagem. Em análises lineares a magnitude de Φ é indeterminada, sendo possível obter a deformada do corpo, mas não a amplitude dos deslocamentos.

3.2.6 FAST

O FAST (BARROSO, 2015) é um programa de análise numérica que utiliza a AIG em sua formulação. Foi desenvolvido pelo Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV) da Universidade Federal do Ceará.

Os dados do modelo são inseridos a partir de um arquivo de entrada com as informações necessárias para a análise: o tipo de análise, a geometria do modelo, os dados do material e os carregamentos e condições de contorno aplicados (PARENTE JUNIOR, 2018).

Podem ser realizadas análises estáticas, dinâmicas e de autovalores, definindo-se os parâmetros necessários em cada tipo. Devem ser inseridos os *patches* componentes do modelo, com os pontos de controle, elementos e vetores de *knots* associados a cada um. Os dados do material e o carregamento são associados aos elementos da NURBS, enquanto as condições de contorno são relacionados aos pontos de controle.

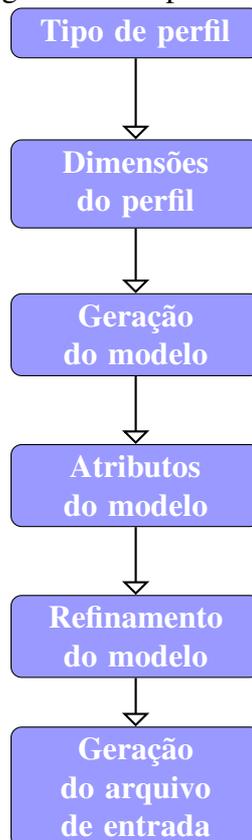
Ao realizar a análise é gerado um arquivo de pós-processamento que contém os deslocamentos e tensões atuantes. Em problemas de estabilidade linear são disponibilizados a carga crítica de flambagem e os deslocamentos representativos do formato da deformada.

4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A interface gráfica foi implementada no software MATLAB (CHAPMAN, 2011), que possui uma base de ferramentas para este fim. Com isso foi possível criar o programa de forma interativa, alterando o ambiente gráfico de forma imediata, possibilitando testar o funcionamento do pré-processador de forma simples e intuitiva.

Foi utilizada uma biblioteca de NURBS (SPINK *et al.*, 2018) desenvolvida inicialmente para o programa Octave, que também pode ser executada no MATLAB. Dentre as principais funções presentes nesse pacote estão a *nrbmak*, responsável pela montagem do modelo, a *nrbkntins*, que realiza a inserção de *knots*, a *nrbdegelev*, que realiza a elevação do grau do modelo, e a *nrbplot*, que possibilita a visualização do modelo para o usuário. Construiu-se o programa com base nessas funções, adaptando-as para as necessidades do projeto. A Figura 18 demonstra as etapas realizadas pela interface para a geração do modelo.

Figura 18 – Fluxograma de etapas da geração do modelo



Fonte: Elaborada pelo autor.

Foram desenvolvidos treze *templates* de seções típicas de perfis estruturais, que são disponibilizados para o usuário. O Apêndice A apresenta a geometria de cada um dos *templates*

criados para a interface. Para a geração um perfil soldado utiliza-se sólido NURBS linear nas três direções paramétricas. No caso de um perfil dobrado, o sólido NURBS é quadrático na direção r , para descrever as dobras ao longo da seção, e linear nas direções s e t , ao longo da espessura e do comprimento da barra, respectivamente. O A detalha a geometria das seções utilizadas no

As Tabelas 1 e 2 apresentam o número de pontos de controle e de *knots* utilizados para montar cada seção. Os perfis T e I, por utilizarem múltiplos *patches*, possuem dois e três, respectivamente, conjuntos de pontos de controle e vetores de *knots* em cada direção paramétrica.

Tabela 1 – Número de pontos de controle e de *knots* - Perfis soldados

Seção	Pontos	Knots (r)	Knots (s)
Reta	2	4	4
Cantoneira	3	5	4
U	4	6	4
C	6	8	4
Z	4	6	4
Rack	8	10	4
T	8/4	4/4	6/4
I	8/4/8	4/4/4	6/4/6

Fonte: Elaborada pelo autor.

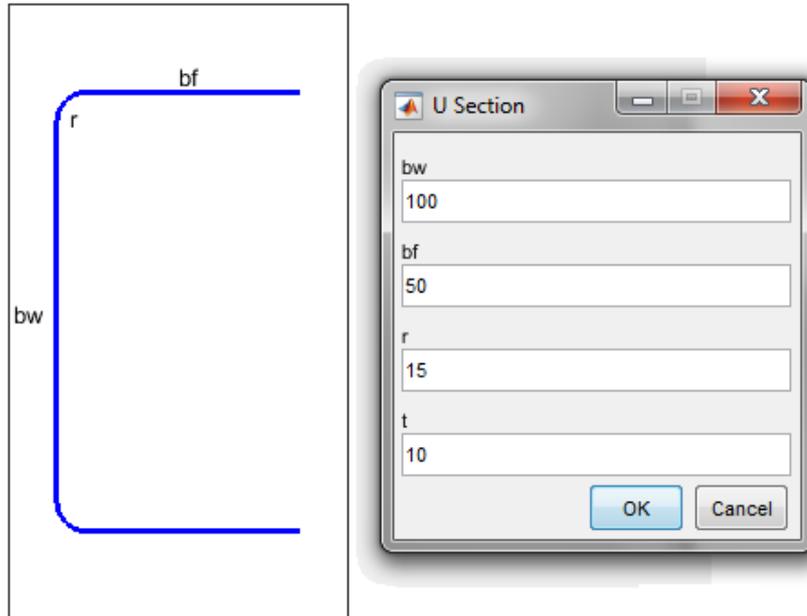
Tabela 2 – Número de pontos de controle e de *knots* - Perfis dobrados

Seção	Pontos	Knots (r)
Cantoneira	7	10
U	11	14
C	19	22
Z	11	14
Rack	27	30

Fonte: Elaborada pelo autor.

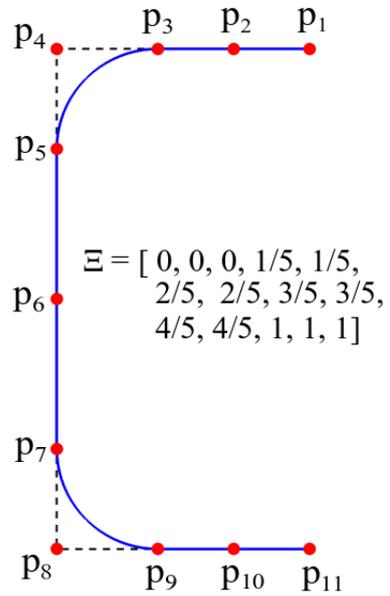
Utiliza-se o vetor de *knots* $\bar{\mathbf{E}} = [0,0,1,1]$ na direção s para perfis dobrados e na direção t em todos os perfis. Após serem inseridas as dimensões da seção, como demonstrado na Figura 19, são calculados os pontos de controle de uma curva NURBS associada à seção, apresentada na Figura 20. Para representar perfis dobrados é necessário inserir o raio interno das curvas de dobra. No caso de perfis soldados, o valor dos raios internos é nulo.

Figura 19 – Escolha do *template* e das dimensões da seção



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 20 – Representação do perfil - Curva NURBS



Fonte: Elaborada pelo autor.

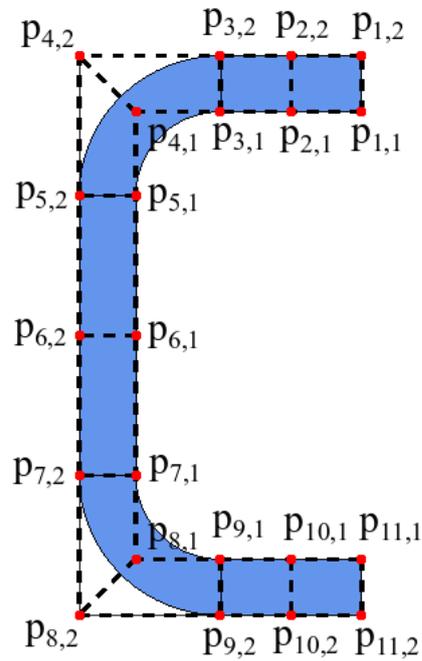
Tabela 3 – Pontos de controle do perfil da Figura 20

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	45.000	90.000	1.000
\mathbf{p}_2	32.500	90.000	1.000
\mathbf{p}_3	20.000	90.000	1.000
\mathbf{p}_4	0.000	90.000	0.707
\mathbf{p}_5	0.000	70.000	1.000
\mathbf{p}_6	0.000	45.000	1.000
\mathbf{p}_7	0.000	20.000	1.000
\mathbf{p}_8	0.000	0.000	0.707
\mathbf{p}_9	20.000	0.000	1.000
\mathbf{p}_{10}	32.500	0.000	1.000
\mathbf{p}_{11}	45.000	0.000	1.000

Fonte: Elaborada pelo autor.

Essa é a curva média da seção, a partir da qual calculam-se os pontos de controle internos e externos da superfície NURBS equivalente, considerando a espessura do perfil. Esses pontos representam as faces interna e externa da barra, como apresentado na Figura 21.

Figura 21 – Representação do perfil - Superfície NURBS



Fonte: Elaborada pelo autor.

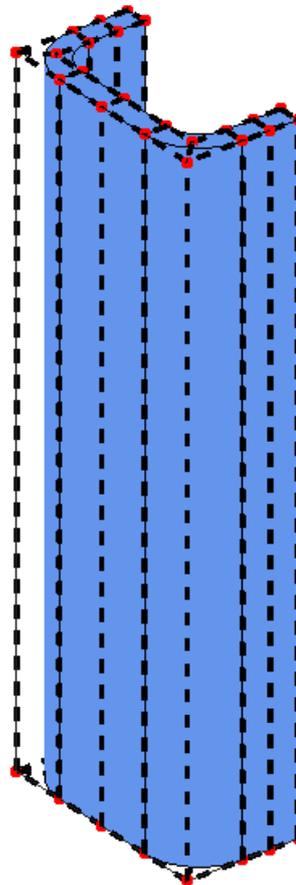
Tabela 4 – Pontos de controle do perfil U da Figura 21

$\mathbf{p}_{i,j}$	x	y	w	$\mathbf{p}_{i,j}$	x	y	w
$\mathbf{p}_{1,1}$	45.000	85.000	1.000	$\mathbf{p}_{1,2}$	45.000	95.000	1.000
$\mathbf{p}_{2,1}$	32.500	85.000	1.000	$\mathbf{p}_{2,2}$	32.500	95.000	1.000
$\mathbf{p}_{3,1}$	20.000	85.000	1.000	$\mathbf{p}_{3,2}$	20.000	95.000	1.000
$\mathbf{p}_{4,1}$	5.000	85.000	0.707	$\mathbf{p}_{4,2}$	-5.000	95.000	0.707
$\mathbf{p}_{5,1}$	5.000	70.000	1.000	$\mathbf{p}_{5,2}$	-5.000	70.000	1.000
$\mathbf{p}_{6,1}$	5.000	45.000	1.000	$\mathbf{p}_{6,2}$	-5.000	45.000	1.000
$\mathbf{p}_{7,1}$	5.000	20.000	1.000	$\mathbf{p}_{7,2}$	-5.000	20.000	1.000
$\mathbf{p}_{8,1}$	5.000	5.000	0.707	$\mathbf{p}_{8,2}$	-5.000	-5.000	0.707
$\mathbf{p}_{9,1}$	20.000	5.000	1.000	$\mathbf{p}_{9,2}$	20.000	-5.000	1.000
$\mathbf{p}_{10,1}$	32.500	5.000	1.000	$\mathbf{p}_{10,2}$	32.500	-5.000	1.000
$\mathbf{p}_{11,1}$	45.000	5.000	1.000	$\mathbf{p}_{11,2}$	45.000	-5.000	1.000

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para a geração do sólido NURBS é feito o mesmo procedimento, levando em conta o comprimento da barra. São calculados os pontos de controle inferiores e superiores, que representam a base e o topo do perfil, respectivamente. A Figura 22 ilustra esse processo.

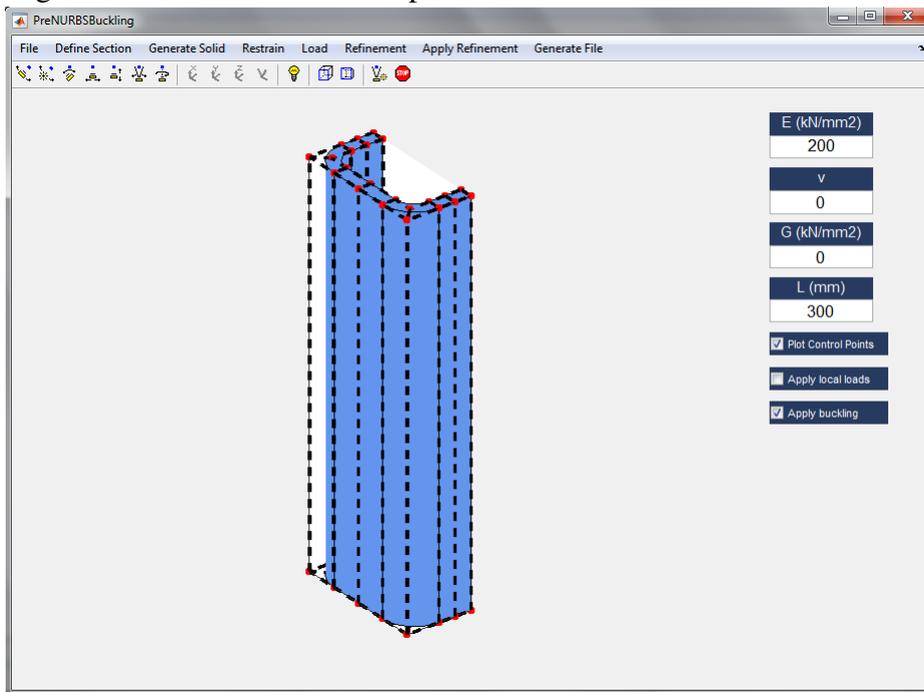
Figura 22 – Representação do perfil - Sólido NURBS



Fonte: Elaborada pelo autor.

Foram construídos vetores de *knots* para todos os tipos de perfis. Cada elemento de reta ou curva de dobra da seção representa um *knot span*. Os pontos de controle, aos quais já são associados os pesos, e os vetores de *knots* representam a geometria do modelo, que é então montado e disponibilizado para a visualização do usuário, como demonstrado na Figura 23.

Figura 23 – Modelo inicial do perfil

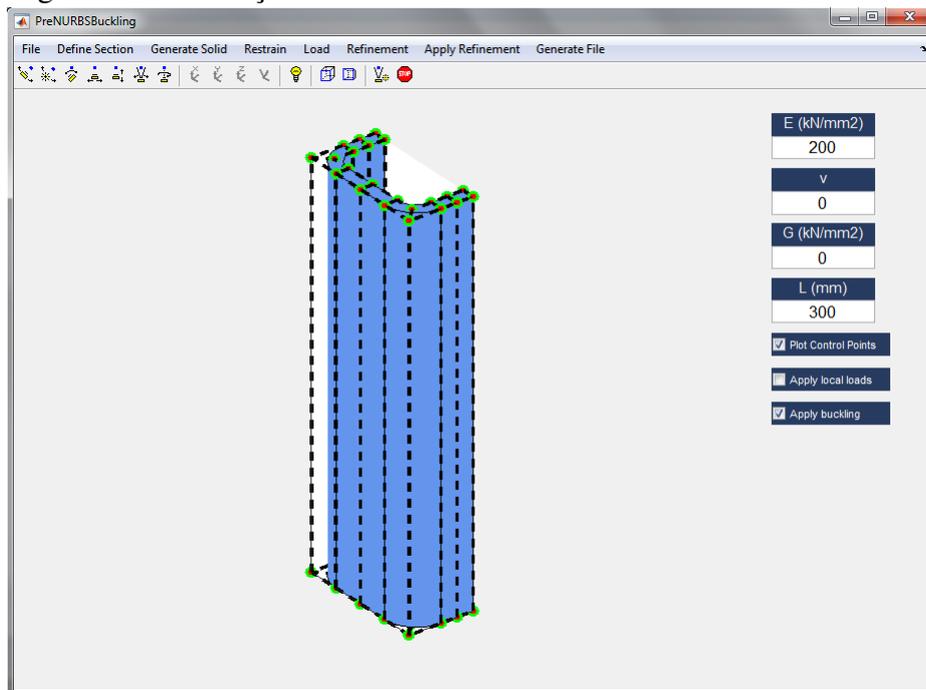


Fonte: Elaborada pelo autor.

Os dados do material do modelo, como o coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade, podem ser escolhidos em qualquer momento durante a execução do programa, sendo associados aos elementos do sólido NURBS durante a montagem do arquivo de entrada.

As condições de contorno são associadas aos pontos de controle, sendo possível restringir até seis graus de liberdade, três translações (u , v e w) e três rotações (θ_x , θ_y e θ_z). O usuário pode aplicá-las nos vértices, arestas ou faces do sólido, cuja localização depende do tipo de seção escolhido. Ao selecionar o ponto de controle pertencente a uma dessas três entidades geométricas e aplicar as restrições desejadas, o programa salva essas informações e gera uma representação visual dos nós restringidos, como demonstrado na Figura 24.

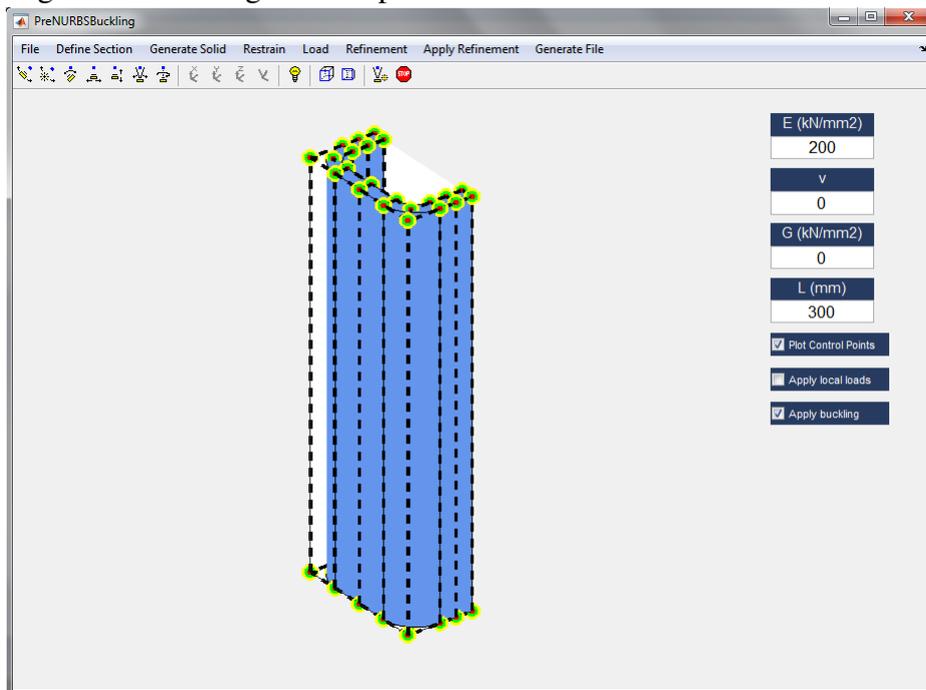
Figura 24 – Condições de contorno do modelo



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os carregamentos também são associados aos pontos de controle, para facilitar a identificação de seu local de aplicação (vértice, aresta ou face do sólido). Seleciona-se o ponto de controle pertencente a uma dessas três entidades geométricas e aplicam-se as forças desejadas. A partir de sua localização, os carregamentos são associados aos *knot spans* do modelo, sendo possível aplicá-los na direção global ou local. As faces e arestas podem ser submetidas somente a forças, enquanto os vértices podem ser submetidos a forças e momentos. O programa então salva esses dados e disponibiliza as entidades carregadas, conforme a Figura 25.

Figura 25 – Carregamento aplicado no modelo



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para o caso específico de problemas de estabilidade de perfis, são disponibilizadas opções adicionais, dependendo da preferência do usuário. Uma força de superfície equivalente à uma carga concentrada de 1 kN pode ser aplicada automaticamente na base e no topo da barra, para obtenção direta do valor da carga de flambagem a partir da análise.

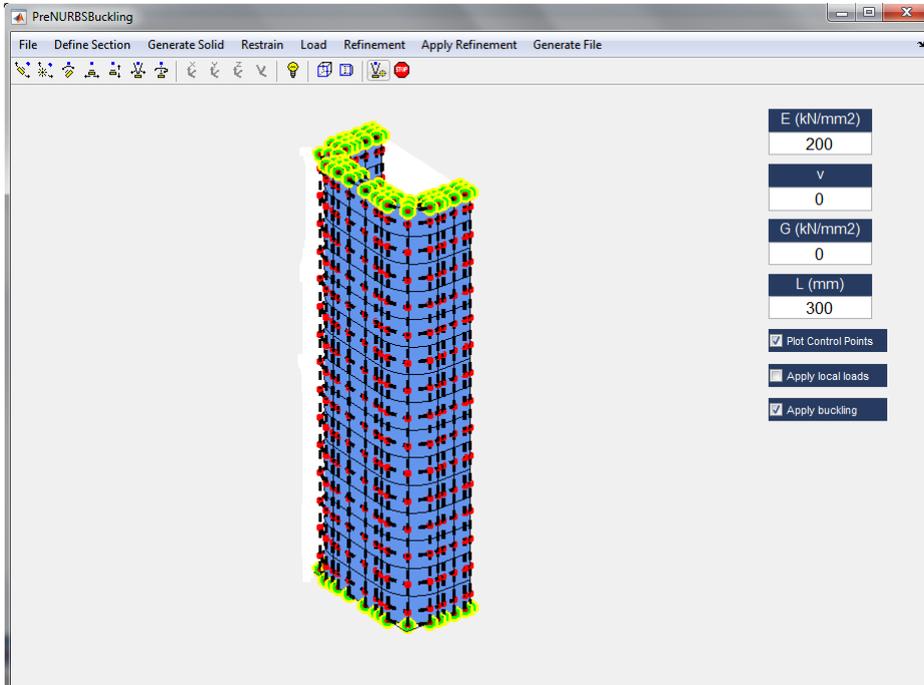
Além disso, quatro condições de contorno específicas podem ser escolhidas, sendo aplicadas na base ou no topo da barra: em balanço ($u_b = 0, v_b = 0, w_b = 0, \theta_{x,b} = 0, \theta_{y,b} = 0, \theta_{z,b} = 0$); bi-engastado ($u_b = 0, v_b = 0, w_b = 0, \theta_{x,b} = 0, \theta_{y,b} = 0, \theta_{z,b} = 0$), ($u_t = 0, v_t = 0, w_t = 0, \theta_{x,t} = 0, \theta_{y,t} = 0, \theta_{z,t} = 0$); engastado-apoiado ($u_b = 0, v_b = 0, w_b = 0, \theta_{x,b} = 0, \theta_{y,b} = 0, \theta_{z,b} = 0$), ($u_t = 0, v_t = 0$); e bi-apoiado ($u_b = 0, v_b = 0$), ($u_t = 0, v_t = 0$). No caso de colunas bi-engastadas também são aplicadas restrições, delimitando-se que os pontos de controle no topo da barra devem ter o mesmo deslocamento em z , impedindo a rotação da seção.

Define-se então o refinamento a ser aplicado (h, p ou k) e sua intensidade. Primeiramente é feita a elevação do grau do modelo e em seguida realiza-se a inserção de *knots*. A inserção de *knots* é feita dividindo-se os *knot spans* do sólido NURBS em um número n de elementos. Essa divisão pode ser feita de forma direta, escolhendo-se n , ou com base em um comprimento base, em milímetros.

É possível refinar o sólido NURBS em suas três direções paramétricas (r, s ou t). O refinamento, as condições de contorno e o carregamento podem ser definidos em qualquer

ordem, dependendo da conveniência do usuário. O modelo refinado é montado e representado graficamente, como ilustrado na Figura 26.

Figura 26 – Modelo refinado do perfil



Fonte: Elaborada pelo autor.

É possível salvar os dados do modelo em um arquivo `.m`, próprio do MATLAB, para utilização posterior. Após coletar essas informações, gera-se o arquivo de entrada do programa de análise numérica. Refina-se o modelo, geram-se os pontos de controle restringidos, e associam-se as forças aplicadas aos elementos.

O programa calcula o número de elementos em cada direção paramétrica a partir dos vetores de *knots* do modelo e relaciona os pontos de controle das entidades geométricas carregadas aos seus elementos, associando a eles as forças e momentos aplicados.

Em seções com múltiplos *patches* (T e I) há um cuidado adicional, pois os pontos de controle pertencentes a mais de um *patch* devem ser compartilhados. Durante a geração do arquivo de entrada, separam-se os nós de cada *patch* de forma bem definida, para que não ocorram erros de compatibilidade durante a análise.

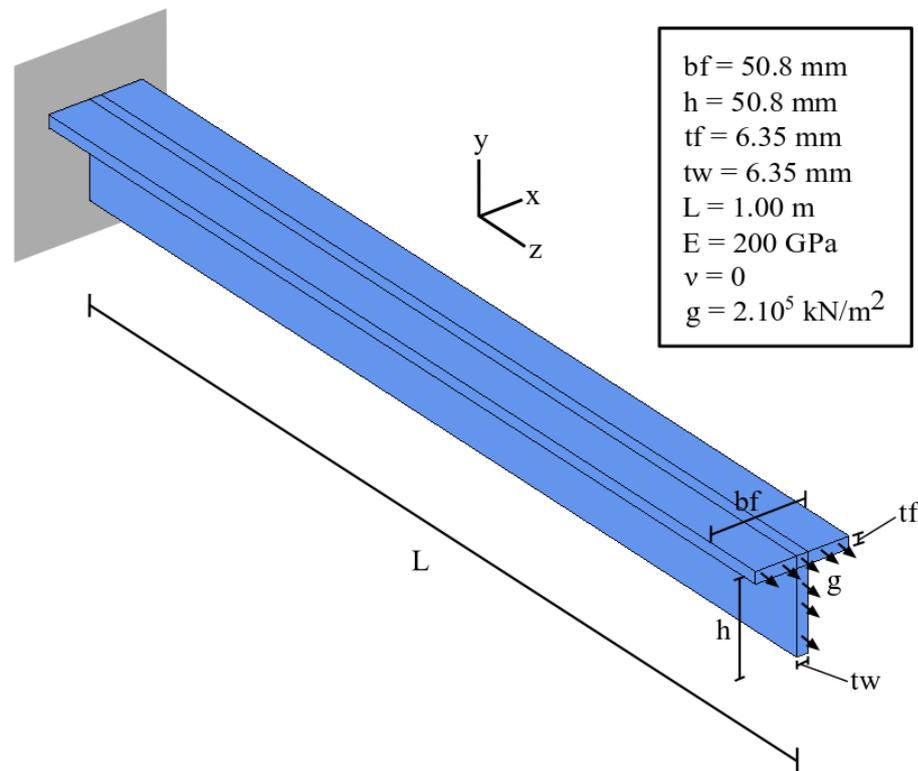
5 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Foram gerados exemplos para verificação do funcionamento da interface e validação dos resultados obtidos a partir dos modelos gerados. Testaram-se exemplos de vigas submetidas a cargas transversais e axiais, obtendo-se a deflexão máxima, e verificou-se a carga crítica de flambagem para colunas sujeitas a cargas de compressão axial. A geometria dos modelos foi baseada nas dimensões de perfis de aço existentes.

5.1 Coluna T submetida à tração axial

Este exemplo trata da análise de uma coluna T engastada submetida à carga de tração axial. A Figura 27 demonstra os dados utilizados no exemplo.

Figura 27 – Dados do Exemplo 5.1



Fonte: Elaborada pelo autor.

A deformação axial na coluna (δ) é calculada a partir da Resistência dos Materiais (HIBBELER, 2014), sendo definida como:

$$\delta = \frac{PL}{AE} \quad (5.1)$$

onde P é a força pontual de extremidade equivalente à força de superfície aplicada na seção

do perfil, L é o comprimento do perfil, A é a área da seção e E é o módulo de elasticidade. Calculou-se $P = 120.97$ kN e $A = 604.84$ mm². Foi determinado deslocamento igual a 1 mm.

Verificou-se o erro da deformação para refinamentos de diferentes graus, comparando os resultados com o valor teórico. A discretização foi feita ao longo do comprimento da coluna. O erro neste exemplo foi calculado pela seguinte fórmula:

$$e = \frac{\delta_{num} - \delta_{teo}}{\delta_{teo}} \quad (5.2)$$

onde δ_{num} é a deformação obtida pela análise numérica e δ_{teo} é a deformação analítica.

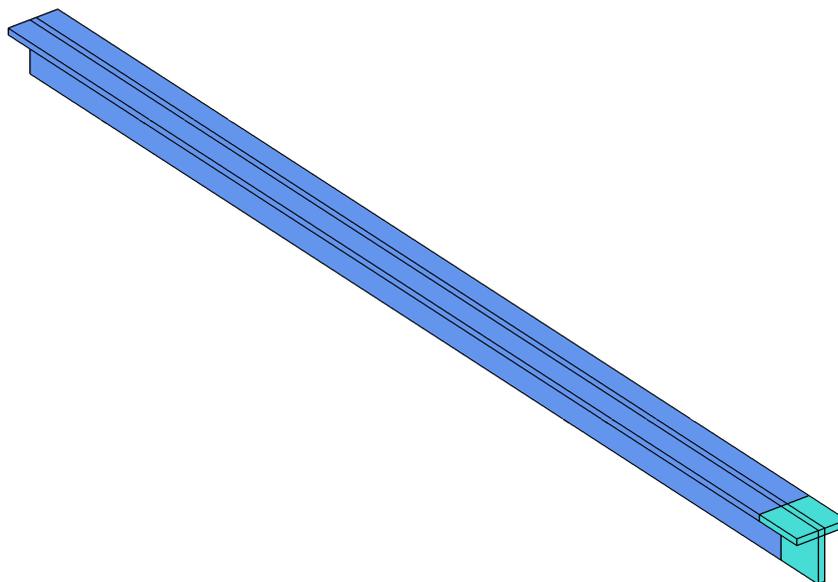
Os valores de deslocamento foram calculados para o ponto de coordenada $x = -3.175$, $y = 41.275$ e $z = 1000$, localizado no encontro entre a mesa e a alma. A Tabela 5 apresenta os resultados obtidos, enquanto a Figura 28 demonstra a deformada da coluna.

Tabela 5 – Valores de erro - Deformação na coluna T

N_{elem}	Linear	Quadrática	Cúbica	Quártica
1	$3.0620 \cdot 10^{-13}$	$1.6525 \cdot 10^{-12}$	$9.6212 \cdot 10^{-13}$	$1.3500 \cdot 10^{-12}$
2	$6.7057 \cdot 10^{-14}$	$1.1562 \cdot 10^{-12}$	$1.9783 \cdot 10^{-12}$	$6.2594 \cdot 10^{-13}$
5	$5.9797 \cdot 10^{-13}$	$2.9510 \cdot 10^{-13}$	$3.4306 \cdot 10^{-13}$	$1.8872 \cdot 10^{-12}$
10	$4.5519 \cdot 10^{-13}$	$2.0117 \cdot 10^{-13}$	$1.0030 \cdot 10^{-12}$	$2.0138 \cdot 10^{-12}$
20	$4.1189 \cdot 10^{-13}$	$7.3286 \cdot 10^{-13}$	$2.2091 \cdot 10^{-12}$	$4.1500 \cdot 10^{-13}$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 28 – Deformada da coluna T com fator de escala 50



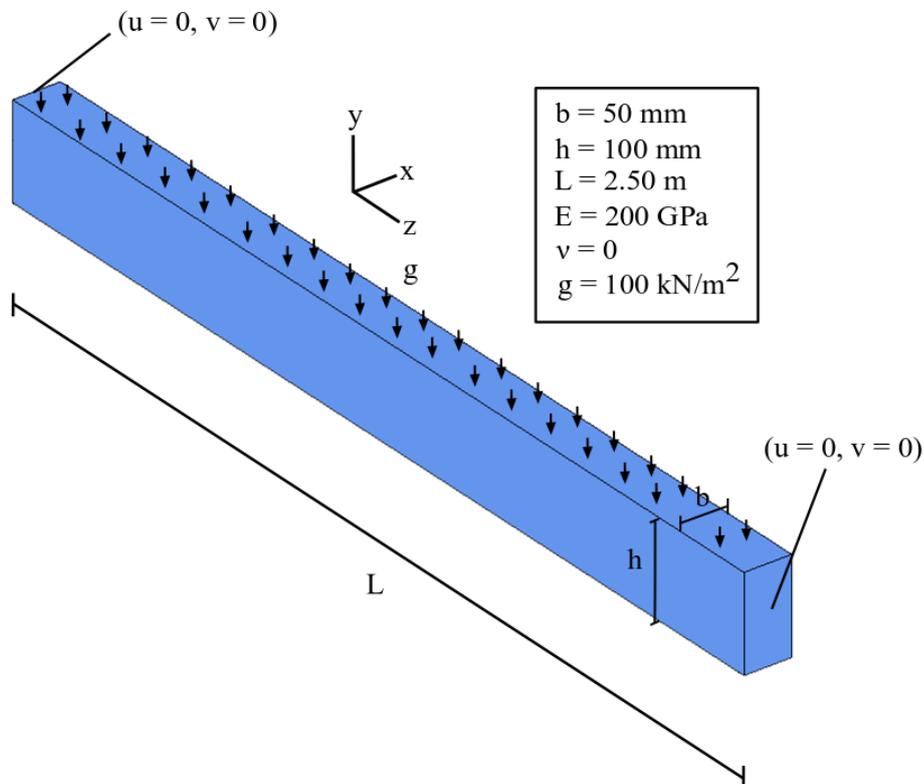
Fonte: Elaborada pelo autor.

Pode-se observar que o erro foi muito pequeno mesmo ao não refinar o modelo. Isso se deve à função da solução analítica ser de 1º grau, ou seja, o valor da deformação converge imediatamente, sem a necessidade de discretização ou elevação do grau do modelo. A diferença entre os valores nesse caso se deve ao erro numérico inerente à análise.

5.2 Viga retangular bi-apoiada submetida à carga distribuída

Esse exemplo trata da análise de uma viga retangular bi-apoiada submetida à carga distribuída ao longo do seu comprimento. A Figura 29 mostra os dados utilizados no exemplo.

Figura 29 – Dados do Exemplo 5.2



Fonte: Elaborada pelo autor.

A solução analítica para a deflexão máxima na viga (v_{max}), localizada no meio de seu comprimento, é calculada pela formulação de Euler-Bernoulli (HIBBELER, 2014), sendo definida como:

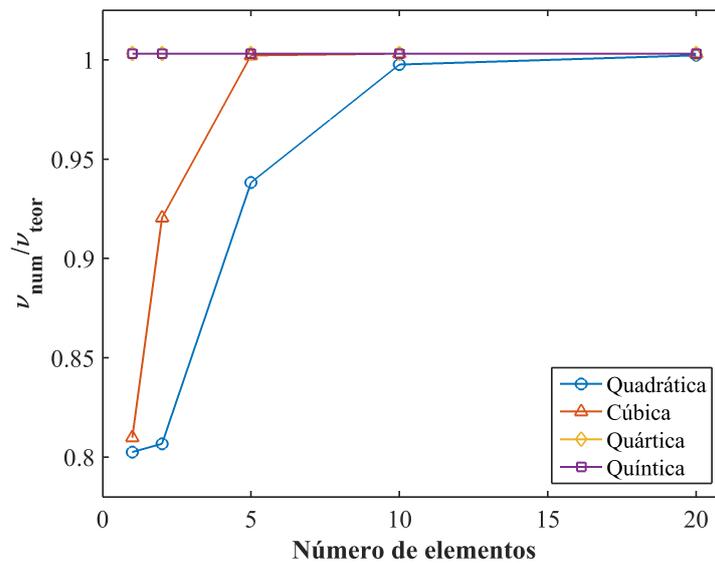
$$v_{max} = \frac{-5wL^4}{384EI} \quad (5.3)$$

onde w é a carga distribuída equivalente à força de superfície aplicada na face do perfil, L é o comprimento do perfil, E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia.

Avaliou-se a convergência dos deslocamentos para diferentes refinamentos, comparando os valores obtidos com a resposta analítica. A discretização foi feita ao longo do comprimento da viga.

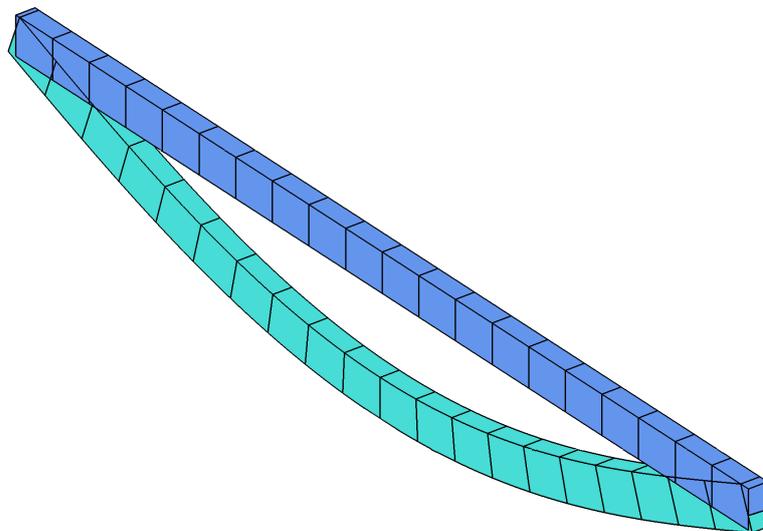
Os valores de deslocamento foram determinados para o ponto de coordenada $x = 25$, $y = 100$ e $z = 1250$, localizado na seção média do perfil. A Figura 30 apresenta os resultados obtidos, enquanto a Figura 31 demonstra a deformada da viga retangular.

Figura 30 – Convergência do deslocamento na viga retangular



Fonte: Elaborada pelo autor.

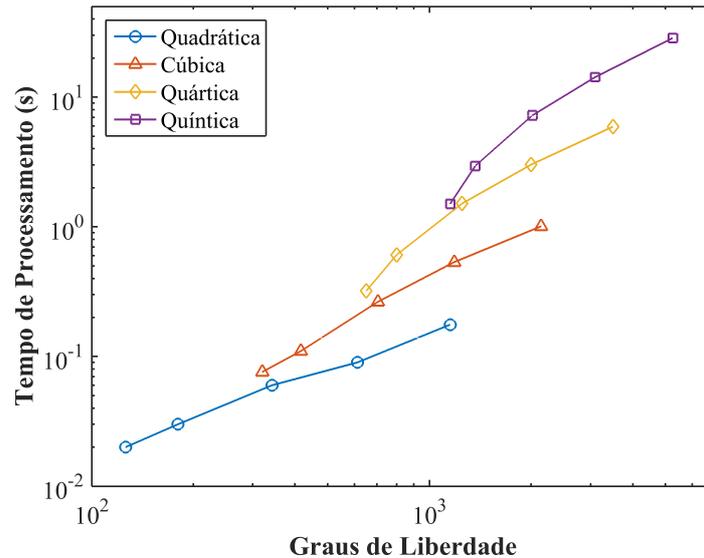
Figura 31 – Deformada da viga retangular com fator de escala 100



Fonte: Elaborada pelo autor.

Mediu-se o tempo de processamento de cada uma das análises e determinou-se o número de graus de liberdade em cada modelo. Com isso construiu-se o gráfico apresentado na Figura 32. O tempo de processamento aumenta à medida que o número de graus de liberdade cresce, por haverem mais incógnitas envolvidas na análise.

Figura 32 – Graus de liberdade x Tempo de processamento - Viga retangular

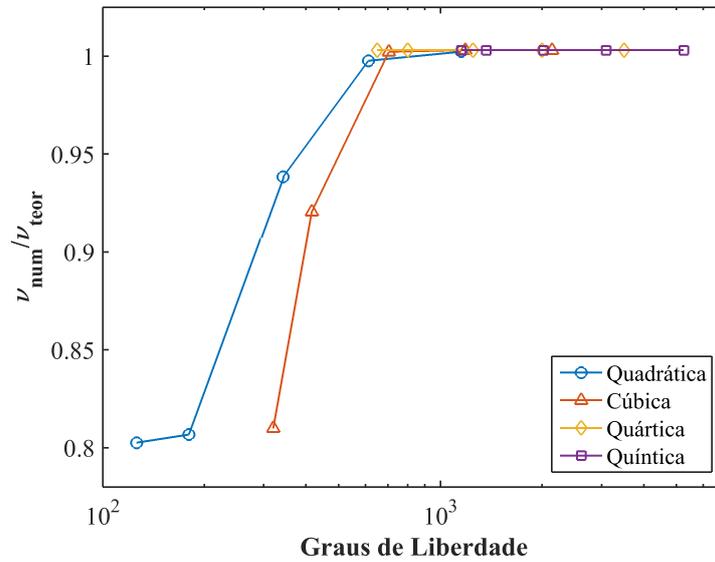


Fonte: Elaborada pelo autor.

O grau do modelo também influencia na duração do processamento. Quanto maior o grau das funções de base, mais complexas são as integrações realizadas durante a análise, aumentando o custo de montagem da matriz de rigidez tangente.

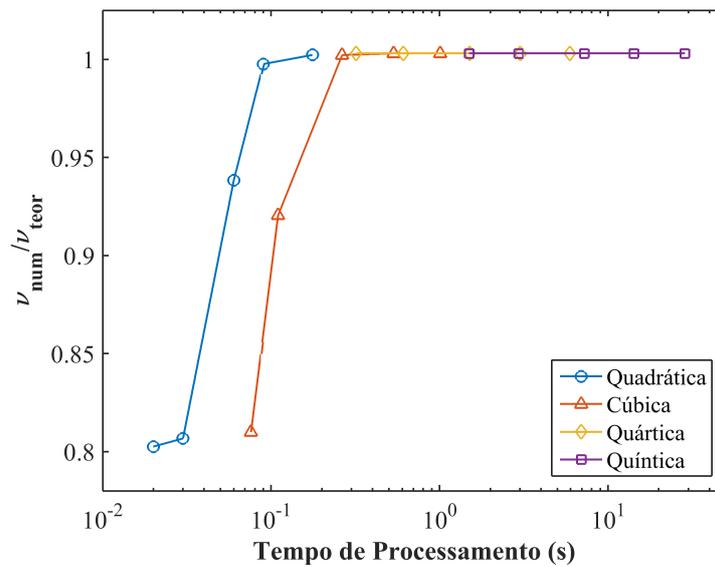
Correlacionou-se a precisão dos resultados ao número de graus de liberdade e ao tempo de processamento, como demonstrado nas Figuras 33 e 34, o que possibilitou definir o refinamento mais viável.

Figura 33 – Graus de liberdade x Precisão - Viga retangular



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 34 – Tempo de processamento x Precisão - Viga retangular



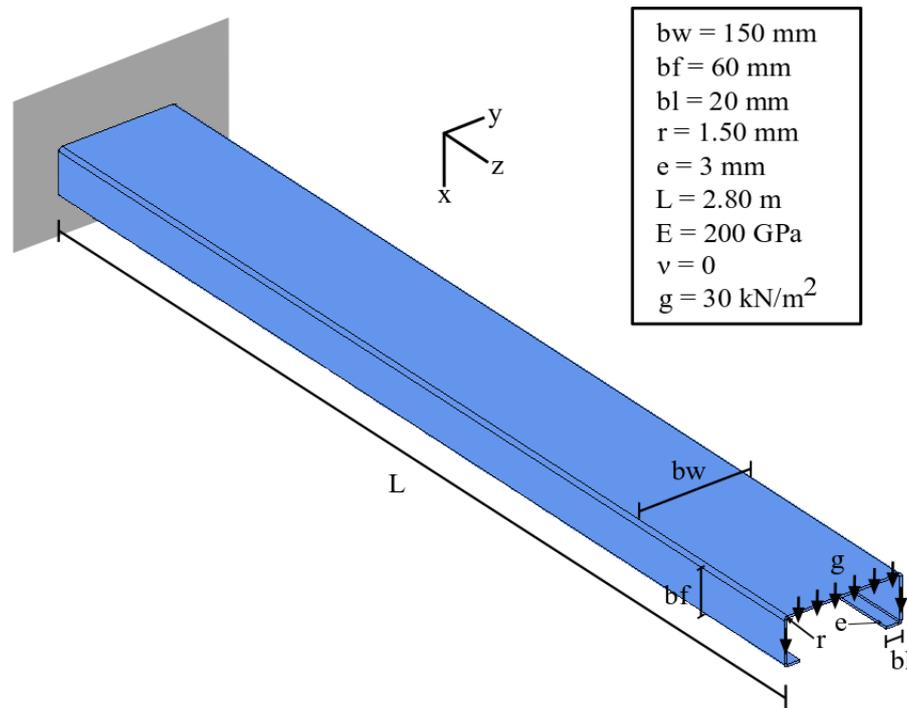
Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se que os deslocamentos convergiram para um valor próximo do analítico. A pequena diferença nos resultados se deve à não consideração da deformação de cisalhamento presente nas seções do perfil pela solução teórica. O modelo quadrático foi o mais eficiente, pois possui a melhor relação entre precisão e tempo de processamento.

5.3 Viga C engastada submetida à carga transversal na extremidade

Esse exemplo trata da análise de uma viga C engastada submetida à carga transversal em sua extremidade. A Figura 35 mostra os dados utilizados no exemplo.

Figura 35 – Dados do Exemplo 5.3



Fonte: Elaborada pelo autor.

A solução analítica para a deflexão máxima na viga (v_{max}) é obtida pela formulação de Euler-Bernoulli, definida como:

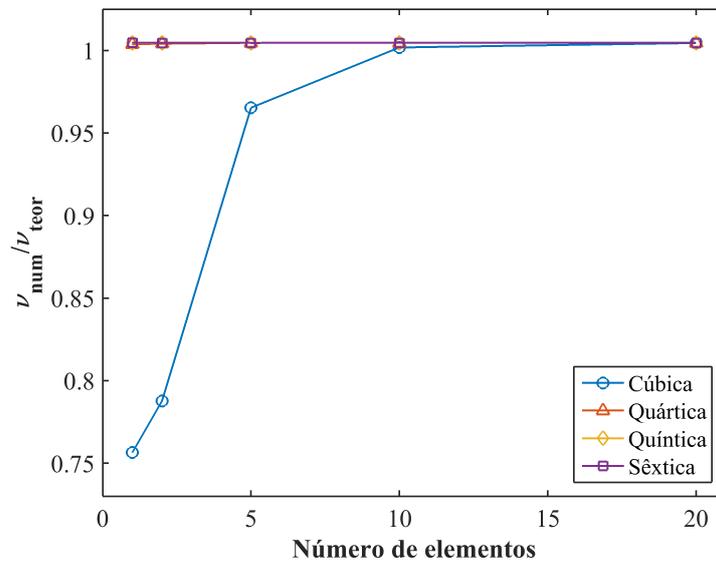
$$v_{max} = \frac{-PL^3}{3EI} \quad (5.4)$$

onde P é a força pontual de extremidade equivalente à força de superfície aplicada na seção do perfil, L é o comprimento do perfil, E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia.

Avaliou-se a convergência dos deslocamentos para diferentes refinamentos, comparando os resultados com o valor teórico. O refinamento h foi realizado na direção t , ao longo do comprimento.

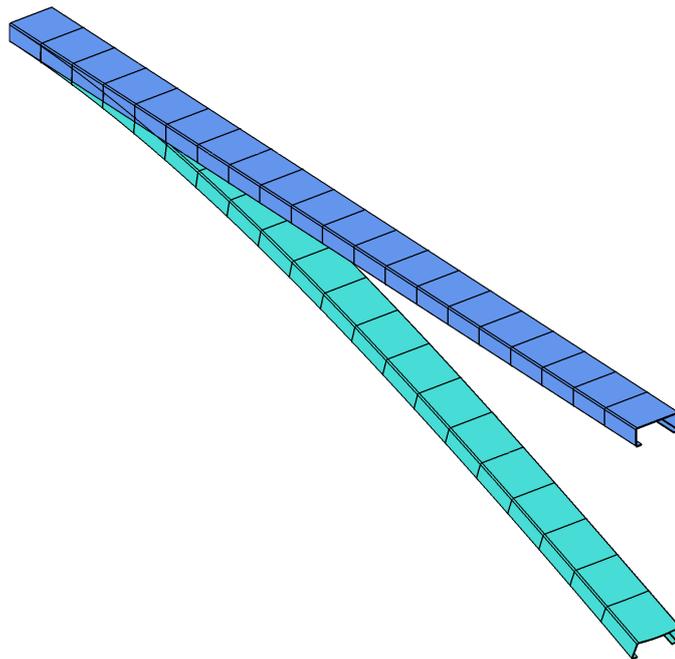
Os valores de deslocamento foram calculados para o ponto de coordenada $x = 58.5$, $y = 18.5$ e $z = 2800$, na extremidade do perfil. A Figura 36 apresenta os resultados obtidos, enquanto a Figura 37 demonstra a deformada da viga U.

Figura 36 – Convergência do deslocamento na viga C



Fonte: Elaborada pelo autor.

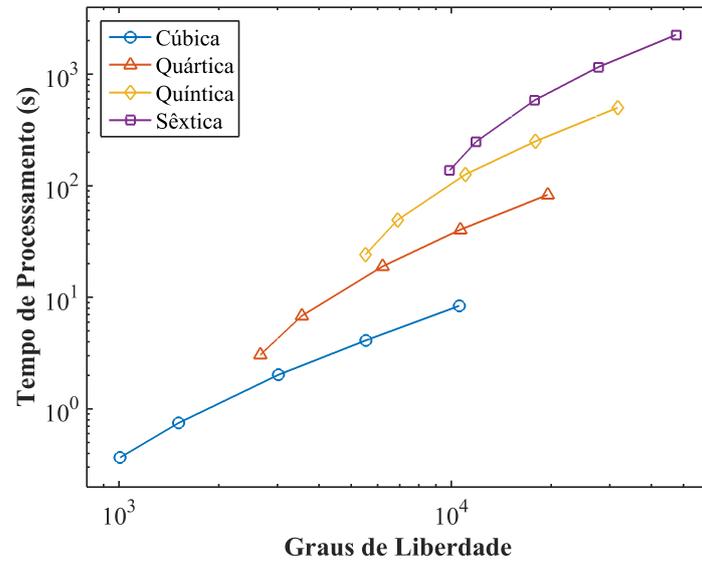
Figura 37 – Deformada da viga C com fator de escala 300



Fonte: Elaborada pelo autor.

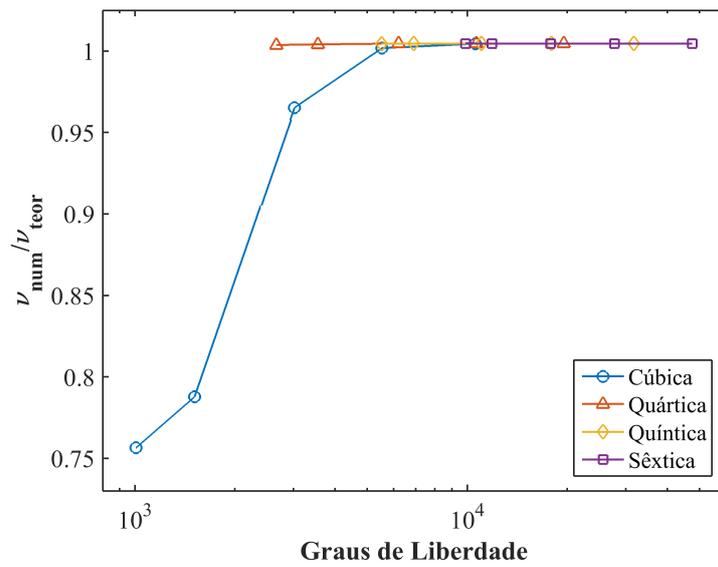
Determinaram-se os tempos de processamento e os graus de liberdade para cada refinamento, como demonstrado na Figura 38. Correlacionando a precisão da análise ao número de graus de liberdade e à sua duração, montaram-se os gráficos das Figuras 39 e 40. Com isso foi possível identificar o modelo mais adequado para a realização da análise.

Figura 38 – Graus de liberdade x Tempo de processamento - Viga C



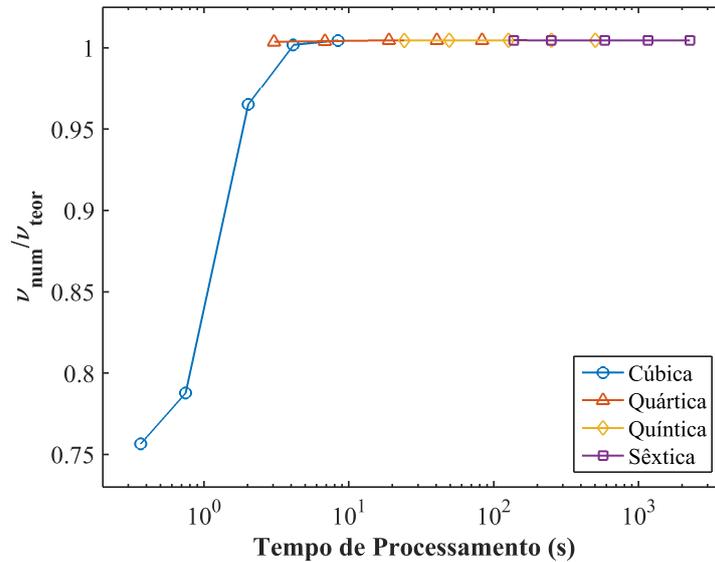
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 39 – Graus de liberdade x Precisão - Viga C



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 40 – Tempo de processamento x Precisão - Viga C



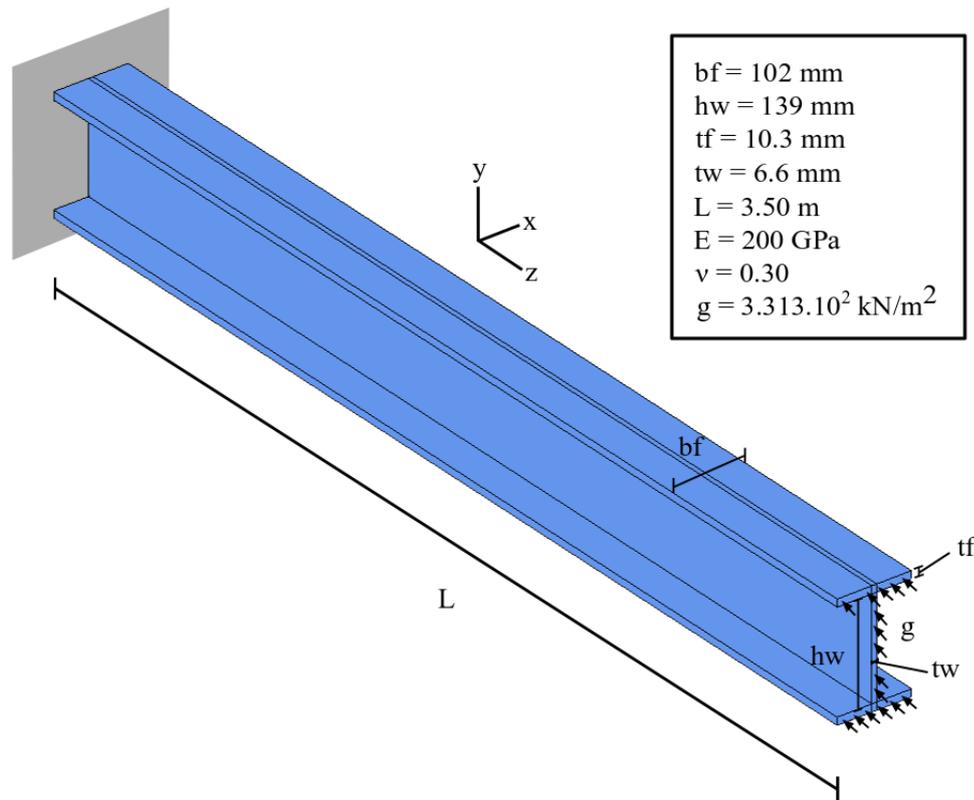
Fonte: Elaborada pelo autor.

Os deslocamentos convergiram para valores bem próximos do analítico, o que indica que o efeito do cisalhamento não foi elevado. O modelo quártico alcançou valores satisfatórios de deslocamento sem a necessidade de discretização elevada, além de ter baixa duração de processamento. Pode-se afirmar que esse é o refinamento ideal a ser utilizado na análise da viga.

5.4 Coluna I engastada submetida à carga de compressão axial

Esse exemplo trata da análise de estabilidade de uma coluna I engastada submetida à carga de compressão axial. A Figura 41 mostra os dados utilizados no exemplo.

Figura 41 – Dados do Exemplo 5.4

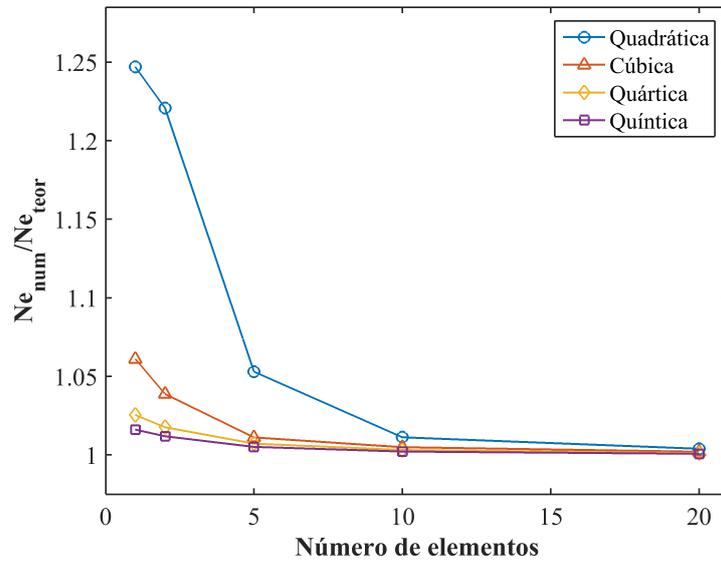


Fonte: Elaborada pelo autor.

A força de superfície g aplicada equivale à uma carga pontual P igual a 1 kN, para obtenção direta do valor da carga crítica de flambagem. Por ser uma coluna de comprimento elevado, supõe-se a ocorrência de flambagem global, calculada pela fórmula descrita na Seção 2.3.1.1.

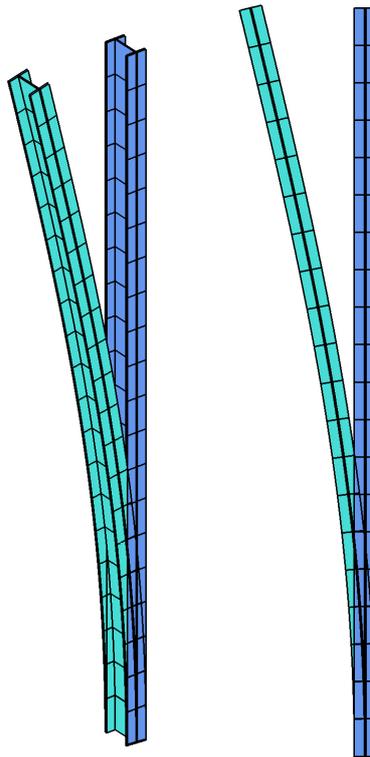
Avaliou-se a convergência da carga crítica para diversos refinamentos, comparando os resultados com o valor analítico. O refinamento h foi realizado apenas na direção t , discretizando o comprimento da coluna. A Figura 42 demonstra os resultados obtidos, enquanto a Figura 43 demonstra a deformada da coluna I.

Figura 42 – Convergência da carga crítica na coluna I



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 43 – Deformada da coluna I - Flambagem

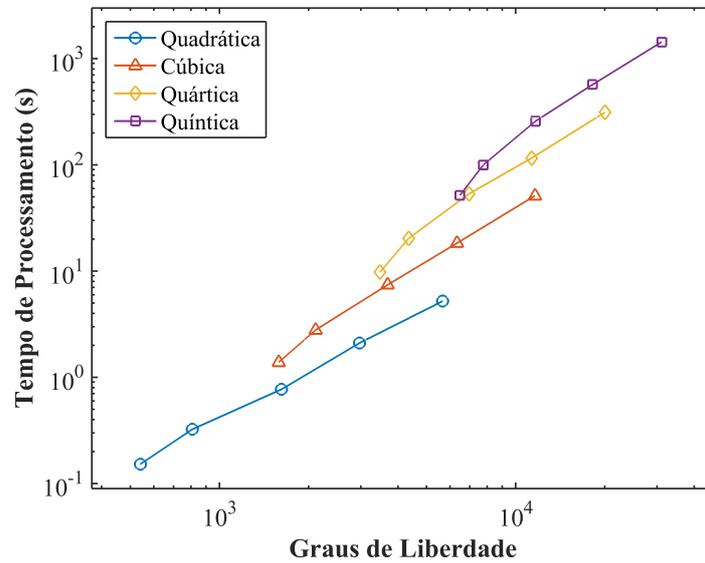


Fonte: Elaborada pelo autor.

Mediu-se o tempo de processamento das análises realizadas e determinou-se número de graus de liberdade em cada modelo, montando o gráfico apresentado na Figura 44. Correlacionando a precisão da análise ao número de graus de liberdade e à duração do processamento,

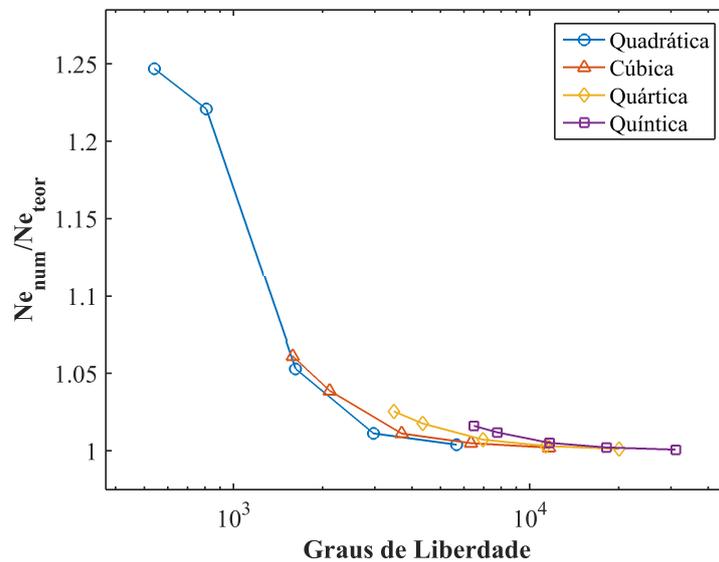
construíram-se os gráficos das Figuras 45 e 46. Com isso foi possível determinar os refinamentos mais adequados para a análise da coluna.

Figura 44 – Graus de liberdade x Tempo de processamento - Viga I



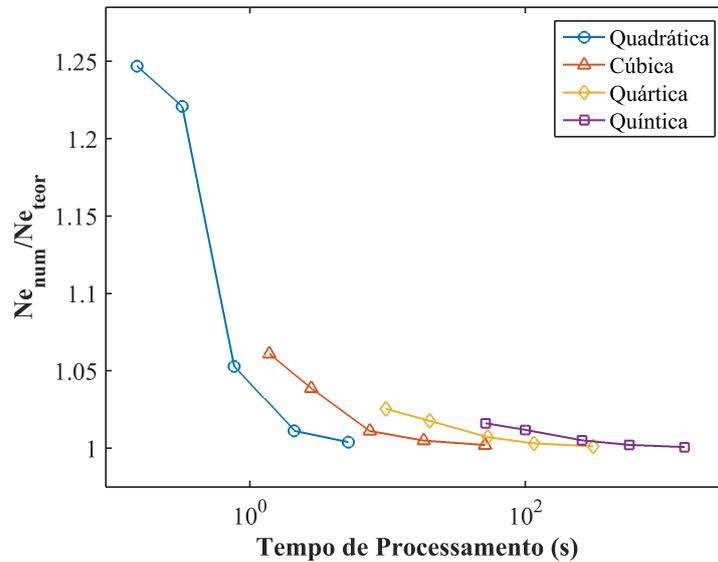
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 45 – Graus de liberdade x Precisão - Viga I



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 46 – Tempo de processamento x Precisão - Viga I



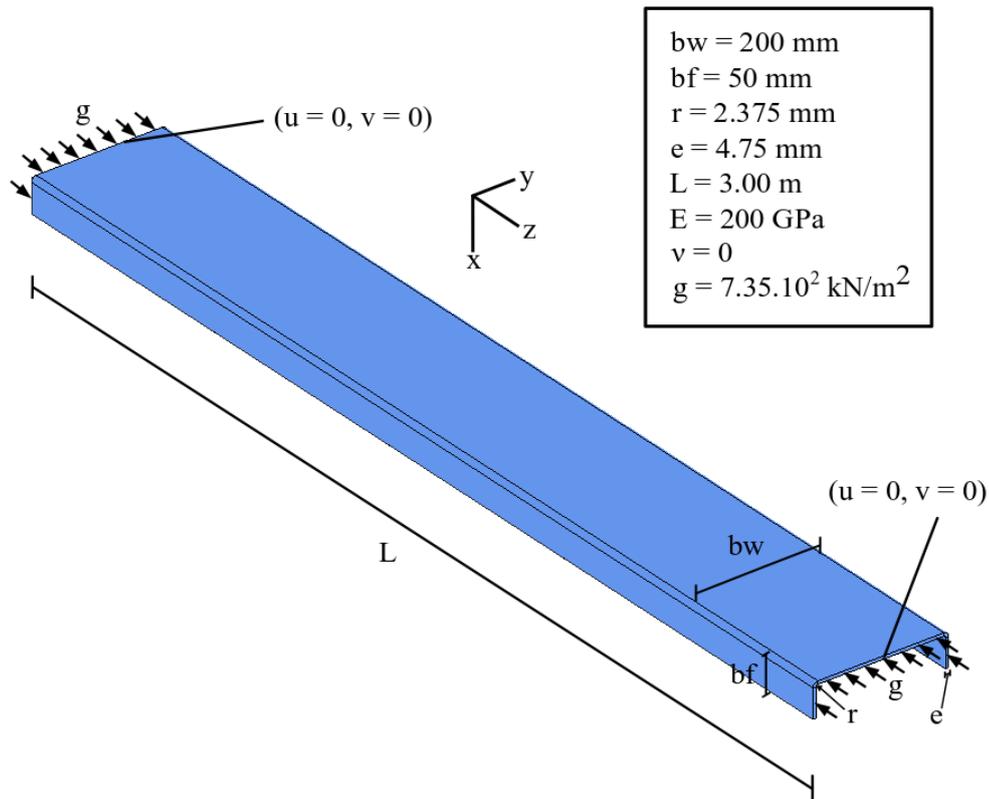
Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir da avaliação dos gráficos pode-se afirmar que os resultados foram condizentes com a literatura. À medida que a discretização e a elevação de grau aumentaram, o valor da carga crítica se aproximou cada vez mais da resposta analítica. O modelo quadrático foi o mais eficiente, pois gerou valores compatíveis com a teoria em uma duração razoável para o usuário.

5.5 Coluna U bi-apoiada submetida à carga de compressão axial

Esse exemplo trata da análise de estabilidade de uma coluna U bi-apoiada submetida à carga de compressão axial. A Figura 47 mostra os dados utilizados no exemplo.

Figura 47 – Dados do Exemplo 5.5

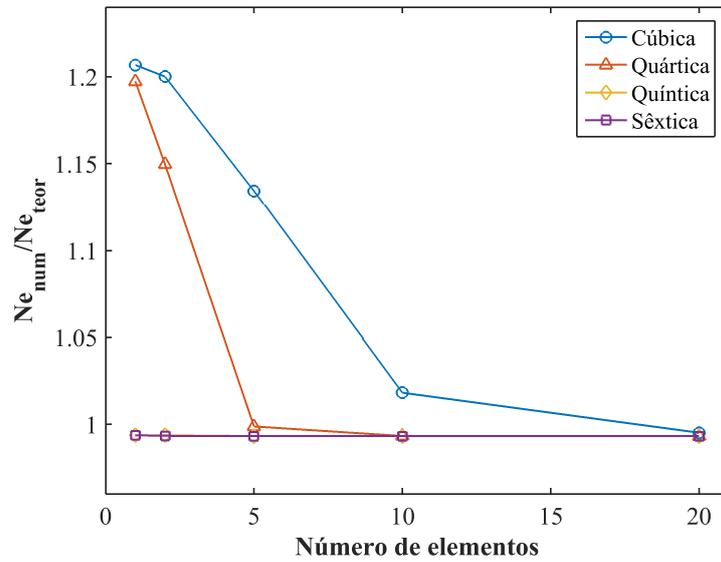


Fonte: Elaborada pelo autor.

A força de superfície g equivale à uma carga pontual P de 1 kN, para obtenção direta do valor da carga crítica. Devido a seu elevado comprimento, supõe-se ocorrência de flambagem global na coluna, calculada pela fórmula descrita na seção 2.3.1.2.

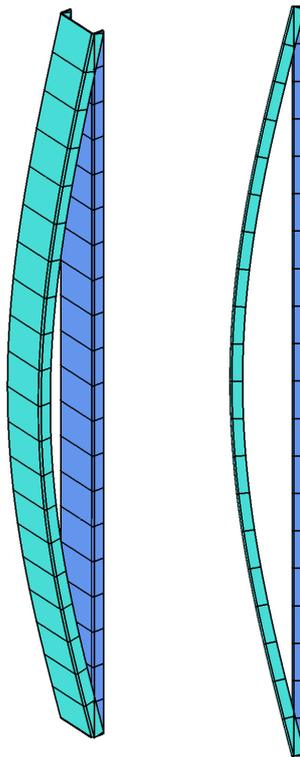
Avaliou-se a convergência da carga crítica de flambagem para diferentes refinamentos, comparando os valores com a resposta analítica. O refinamento h foi realizado ao longo do comprimento da coluna. A Figura 48 apresenta os resultados obtidos, enquanto a Figura 49 demonstra a deformada da coluna U .

Figura 48 – Convergência da carga crítica na coluna U



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 49 – Deformada da coluna U - Flambagem

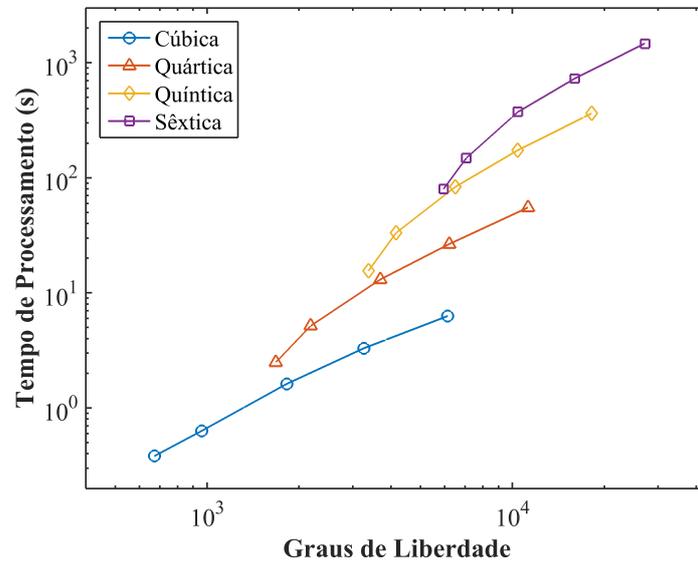


Fonte: Elaborada pelo autor.

Determinaram-se os tempos de processamento da análise e os graus de liberdade de cada modelo processado, montando o gráfico apresentado na Figura 50. Correlacionou-se a precisão da análise ao número de graus de liberdade e à sua duração, como demonstrado nas

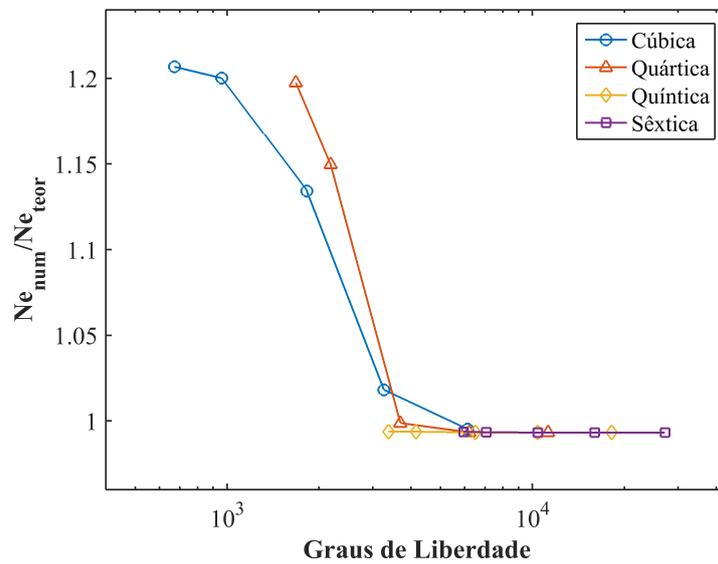
Figuras 51 e 52. Verificaram-se então os modelos refinados que obtiveram a melhor resposta na menor duração.

Figura 50 – Graus de liberdade x Tempo de processamento - Viga U



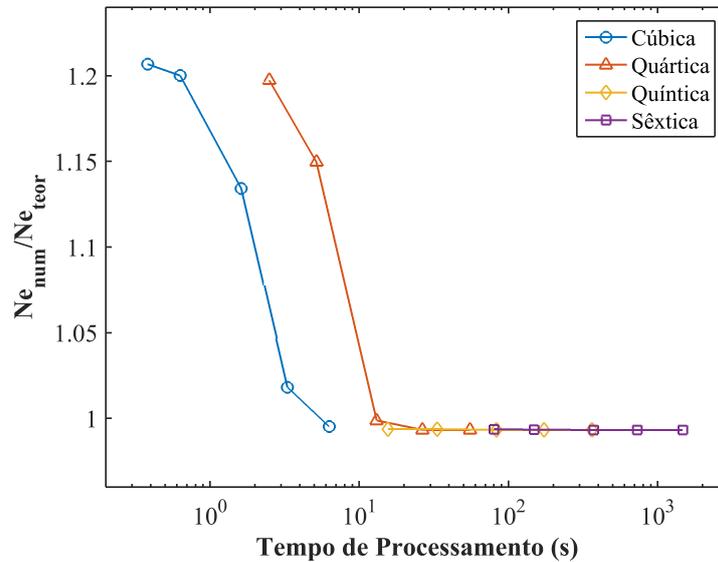
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 51 – Graus de liberdade x Precisão - Viga U



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 52 – Tempo de processamento x Precisão - Viga U



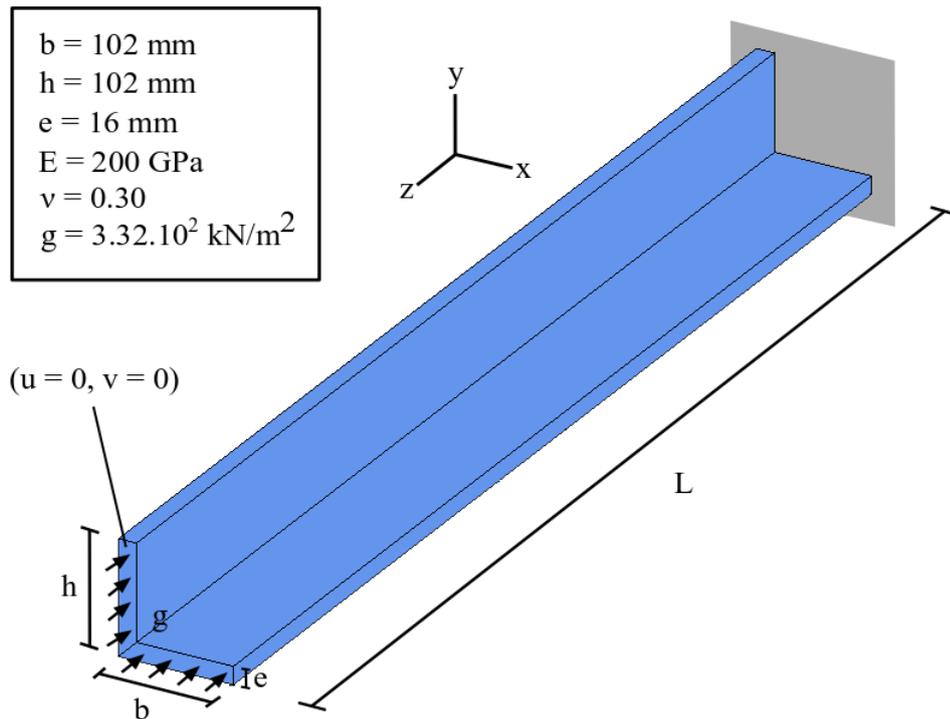
Fonte: Elaborada pelo autor.

Analisando os gráficos, verifica-se que a carga crítica convergiu para um valor um próximo do analítico. Há uma pequena oscilação do valor da carga crítica à medida que a intensidade do refinamento aumenta. Essa variação possivelmente se deu devido à não consideração do efeito do cisalhamento na coluna pela teoria. O modelo cúbico foi o mais eficiente, alcançando resultados satisfatórios com menor tempo de análise.

5.6 Coluna cantoneira engastada-apoiada submetida à carga de compressão axial

Esse exemplo trata da análise de estabilidade de uma coluna cantoneira engastada-apoiada submetida à carga de compressão axial. A Figura 53 mostra os dados utilizados no exemplo.

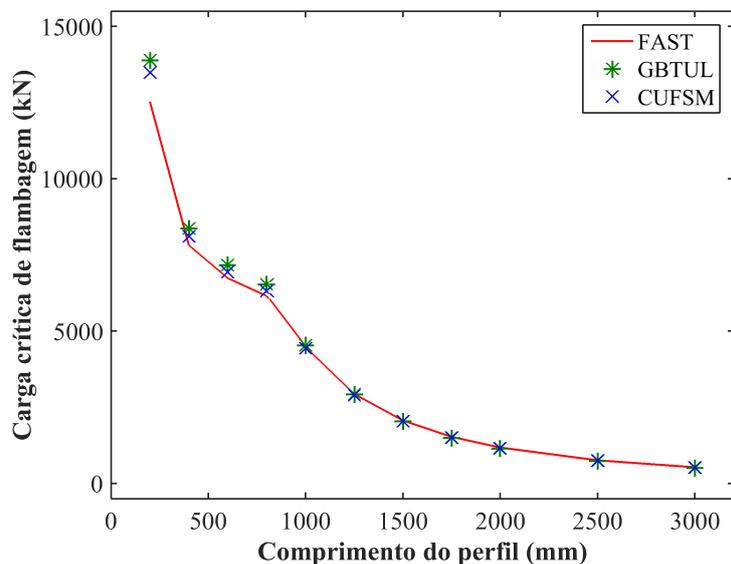
Figura 53 – Dados do Exemplo 5.6



Fonte: Elaborada pelo autor.

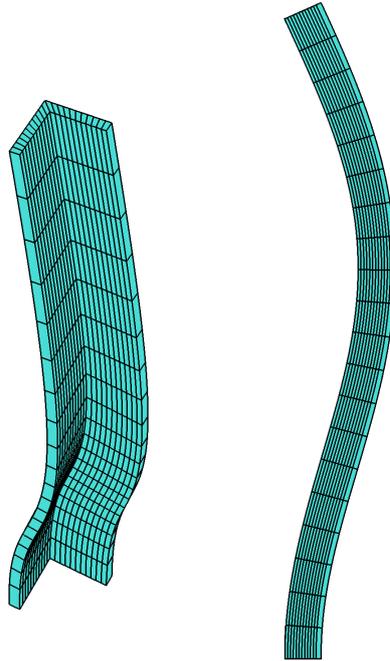
Foi aplicado refinamento k , utilizando-se sólido NURBS cúbico e discretizando-se em 23 elementos ao longo da direção r e em 20 elementos ao longo da direção t . Determinou-se a carga crítica de flambagem variando-se o comprimento da coluna, comparando os valores encontrados com os obtidos pelo GBTUL e pelo CUFSM. A Figura 54 apresenta os resultados obtidos. As Figuras 55 e 56 demonstram as deformadas global e local da coluna cantoneira.

Figura 54 – Comparação dos valores de carga crítica da coluna cantoneira



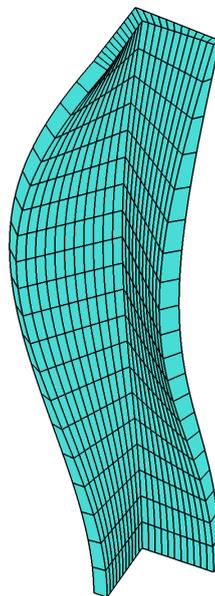
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 55 – Deformada global da coluna cantoneira (L = 1500 mm)



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 56 – Deformada local da coluna cantoneira (L = 800 mm)



Fonte: Elaborada pelo autor.

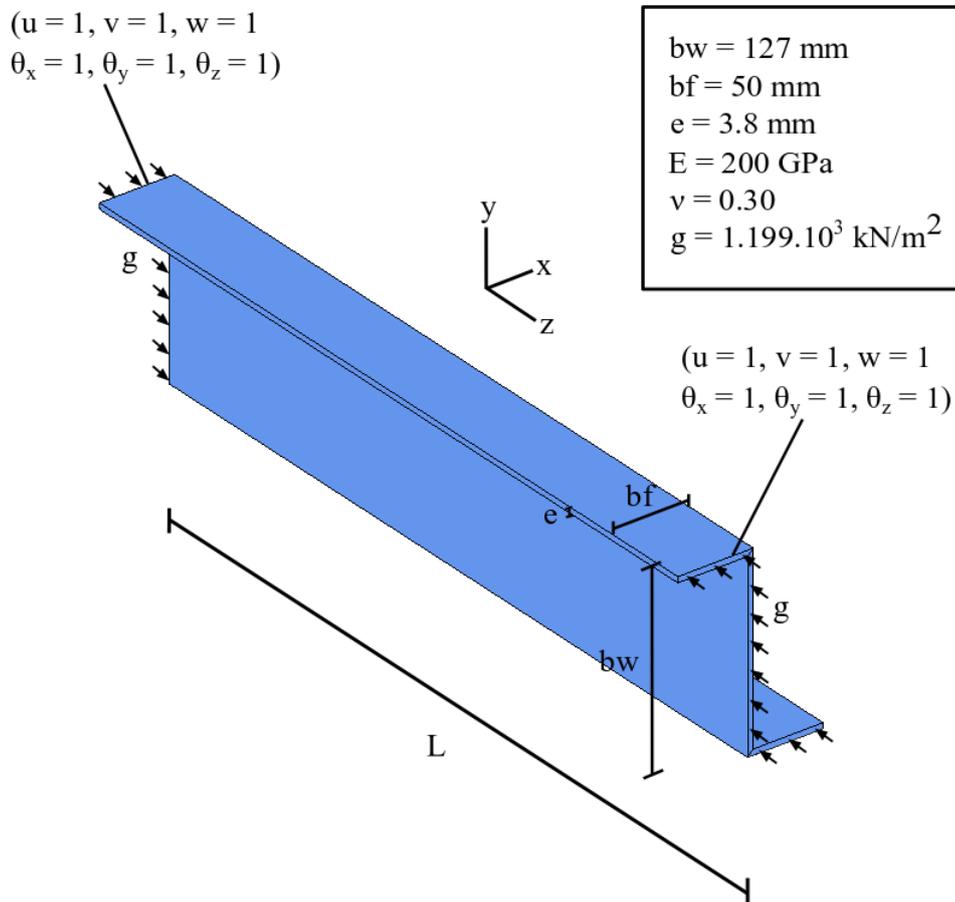
Os valores de carga crítica calculados foram bastante semelhantes nas três análises realizadas. A coluna de menor comprimento ($L = 200$ mm) apresentou maior diferença entre os resultados, o que pode ter sido causado por uma inadequação das condições de contorno

utilizadas para colunas cantoneira muito curtas. Identifica-se, porém, uma mesma tendência dos valores, com leve diminuição da taxa de crescimento da carga crítica seguida de um aumento brusco da curva.

5.7 Coluna Z bi-engastada submetida à carga de compressão axial

Esse exemplo trata da análise de estabilidade de uma coluna Z bi-engastada submetida à carga de compressão axial. A Figura 57 mostra os dados utilizados no exemplo.

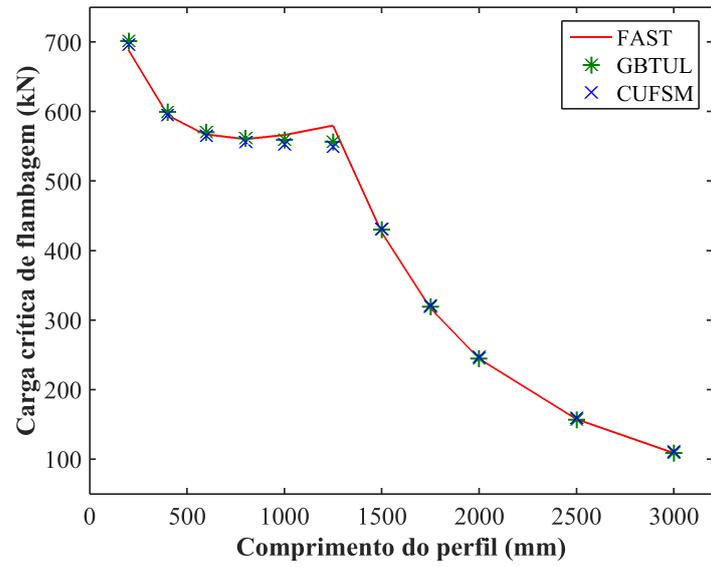
Figura 57 – Dados do Exemplo 5.7



Fonte: Elaborada pelo autor.

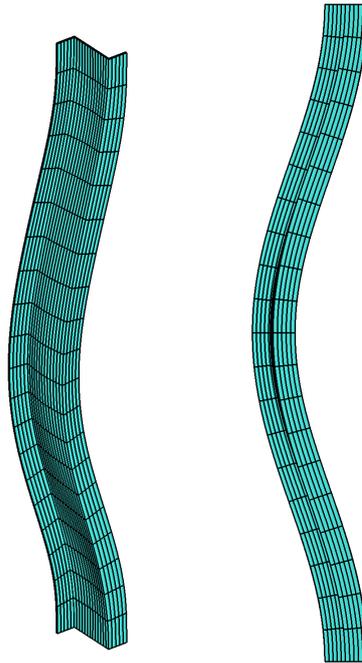
Aplicou-se refinamento k , utilizando-se sólido NURBS cúbico e discretizando-se em 22 elementos ao longo da direção r e em 20 elementos ao longo da direção t . Determinou-se a carga crítica de flambagem para diferentes comprimentos de perfil, comparando os valores encontrados com os obtidos pelo GBTUL e pelo CUFSM. A Figura 58 apresenta os resultados obtidos. As Figuras 59 e 60 demonstram as deformadas global e local da coluna Z.

Figura 58 – Comparação dos valores de carga crítica da coluna Z



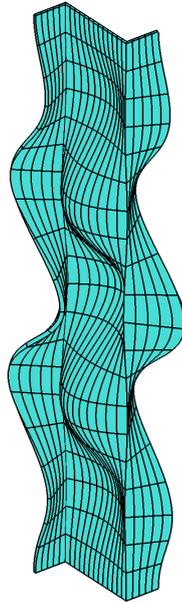
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 59 – Deformada global da coluna Z (L = 1500 mm)



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 60 – Deformada local da coluna Z ($L = 800$ mm)



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os valores de carga crítica calculados foram bem similares para diferentes comprimentos de perfil. Observa-se uma mudança brusca nas curvas determinadas, havendo até mesmo uma leve diminuição da carga crítica com o aumento do comprimento, no caso da análise realizada pelo FAST. Isso se deve à mudança do modo de flambagem predominante, que passa de global para local, causando a variação no comportamento da curva.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi desenvolvido um pré-processador para análise de estabilidade de perfis estruturais de paredes finas. Este programa possui uma interface gráfica simples e intuitiva que facilita a aplicação dos refinamentos h , p e k ao modelo e gera os dados necessários para a Análise Isogeométrica, minimizando o tempo necessário para a realização da análise.

Apesar do foco do trabalho ter sido a análise de estabilidade de perfis, a interface também é capaz de realizar análises estáticas lineares, sendo possível selecionar em quais entidades geométricas serão aplicadas as condições de contorno e o carregamento. Com isso, garante-se ao usuário maior liberdade durante o pré-processamento, possibilitando a geração de uma maior gama de exemplos.

No exemplo da coluna T submetida à carga axial de tração, os resultados obtidos foram satisfatórios, condizendo com a teoria proposta pela Resistência dos Materiais. O erro calculado foi muito pequeno mesmo ao não refinar o modelo, algo esperado já que a solução do problema é linear.

O segundo exemplo apresenta a viga retangular bi-apoiada submetida à carga distribuída. Utilizou-se coeficiente de Poisson nulo para diminuir o efeito do cisalhamento, não considerado pela teoria, na resposta numérica. O modelo quadrático foi o mais eficiente, obtendo-se respostas satisfatórias com menor tempo de processamento.

Em sequência foi analisada a viga C submetida à carga transversal em sua extremidade. Pela mesma razão do exemplo anterior, utilizou-se coeficiente de Poisson nulo. O modelo quártico alcançou respostas satisfatórias sem necessidade de refinamento h , convergindo imediatamente para a solução teórica.

O primeiro exemplo de análise de estabilidade trata da coluna I engastada submetida à carga axial de compressão axial. Os refinamentos realizados se mostraram eficientes em aproximar a carga crítica obtida do valor real. O modelo quadrático apresentou as melhores respostas em função do tempo de análise, que aumenta de forma expressiva com a intensificação do refinamento p .

No caso da coluna U bi-apoiada submetida à carga de compressão axial, foi desconsiderado o efeito de Poisson, por modificar de forma expressiva a solução numérica obtida pela análise, distanciando a mesma da analítica. Isso causaria perda no sentido da comparação com a teoria, apesar dos valores obtidos pela AIG serem mais próximos da realidade. A carga crítica convergiu para valores próximos do teórico, com uma diferença menor que 1%. O modelo

cúbico obteve as melhores respostas em um tempo razoável. Pode-se afirmar que os valores obtidos foram aceitáveis.

Temos a seguir o exemplo da coluna cantoneira engastada-apoiada submetida à carga de compressão axial. Observando o gráfico comparativo dos valores obtidos pelas três análises, somente o perfil de menor comprimento apresentou resultados mais díspares. Isso possivelmente se deve à uma inadequação das condições de contorno. Como as três curvas seguem a mesma tendência, consideram-se os resultados obtidos como satisfatórios.

Por último foi avaliada a coluna Z bi-engastada submetida à carga de compressão axial. Observando o gráfico comparativo dos valores obtidos pelas três análises, observa-se as três curvas seguirem uma mesma tendência, com resultados bastante similares. Logo, os valores obtidos pela AIG foram aceitáveis.

Os resultados obtidos no trabalho validam a interface desenvolvida, sendo possível verificar a eficiência do pré-processador na obtenção de respostas através das análises realizadas, verificando-se a convergência das soluções aos seus valores analíticos e a semelhança entre os resultados obtidos utilizando diferentes metodologias de análise.

REFERÊNCIAS

- AECWEB. **Perfis Dobrados**. 2018. Disponível em: <https://www.aecweb.com.br/prod/e/perfis-dobrados_9641_17077>. Acesso em: 13 nov. 2018.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762:2010 - Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio**. Rio de Janeiro, 2010. 87 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5884:2013 - Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico — Requisitos gerais**. Rio de Janeiro, 2013. 32 p.
- BARROSO, E. S. **Análise e otimização de estruturas laminadas utilizando a formulação isogeométrica**. 2015. 156 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- BEBIANO, R.; CAMOTIM, D.; GONÇALVES, R. Gbtul 2.0 -a new/improved version of the gbt-based code for the buckling analysis of cold-formed steel members. International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, 2014.
- CHAPMAN, S. J. **Programação em MATLAB para Engenheiros**. 2. ed. Boston: Cengage Learning, 2011.
- CONTRERAS, B. **3D NURBS Car Model**. 2018. Disponível em: <<https://bellphegor.artstation.com/projects/n0m46>>. Acesso em: 13 nov. 2018.
- COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. 4. ed. Madison: John Wiley & Sons, Inc, 2002.
- COTTRELL, J. A.; HUGHES, T. J. R.; BAZILEVS, Y. **Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA**. 1. ed. Hoboken: John Wiley & Sons Ltd, 2009.
- FAMSTEEL. **Perfil Soldado - Viga Soldada**. 2018. Disponível em: <<http://perfilsoldado.com.br/perfil-soldado-viga-soldada-tipos/>>. Acesso em: 13 nov. 2018.
- GUARNIER, C. R. F. **Metodologias de detalhamento de estruturas metálicas** 2009. 376 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2009.
- HIBBELER, R. C. **Mechanics of Materials**. 9. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2014.
- PARENTE JUNIOR, E. **FAST Version 1.0.0: User's manual**. Fortaleza, 2018. 32 p.
- PIEGL, L.; TILLER, W. **The NURBS Book**. 2. ed. Berlin: Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1997. v. 646.
- SALLES, G. C. d. **Investigação analítica, numérica e experimental do modo de flambagem distorcional em perfis formados a frio**. 2017. 192 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

SCHAFFER, B. **CUFSM 5 - Finite Strip Elastic Buckling Analysis Application**. 2018. Disponível em: <<http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/>>. Acesso em: 13 nov. 2018.

SOUZA, A. S. C. d. **Dimensionamento de elementos e ligações em estruturas de aço**. 1. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2017.

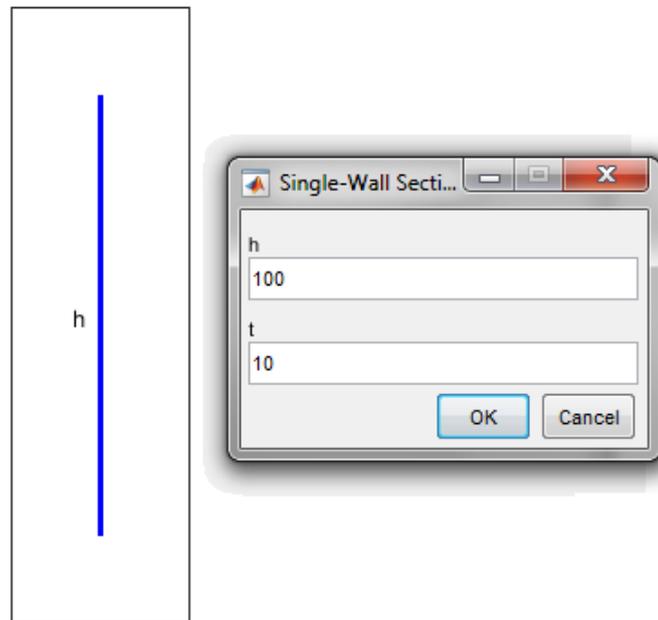
SPINK, M.; CLAXTON, D.; FALCO, C. de; VAZQUEZ, R. **nurbs**. 2018. Disponível em: <<https://octave.sourceforge.io/nurbs/>>. Acesso em: 13 nov. 2018.

TETRAFERRO. **Perfis Dobrados**. 2018. Disponível em: <<http://tetraferro.com.br/portfolio/perfis-dobrados/>>. Acesso em: 13 nov. 2018.

APÊNDICE A – TEMPLATES DE SEÇÕES TIPO DE PERFIS ESTRUTURAIS DE PAREDES FINAS DESENVOLVIDOS PARA A INTERFACE

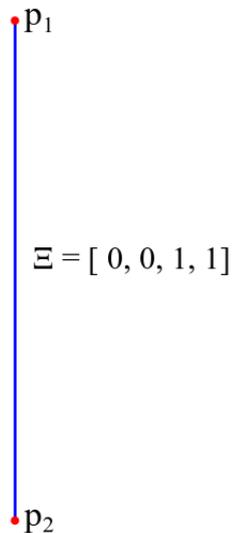
A seguir são apresentados os *templates* de seções tipo de perfis estruturais de paredes finas criados para a interface gráfica desenvolvida. São representados os pontos de controle pertencentes à seção e os vetores de *knots* do sólido NURBS nas três direções paramétricas, Ξ (direção r), H (direção s) e Z (direção t).

Figura A1 – Dimensões do perfil retangular



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A2 – Perfil retangular - Curva NURBS



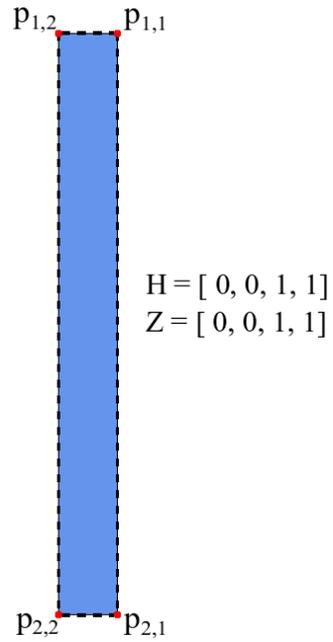
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A1 – Pontos de controle do perfil retangular

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	0	h	1.000
\mathbf{p}_2	0	0	1.000

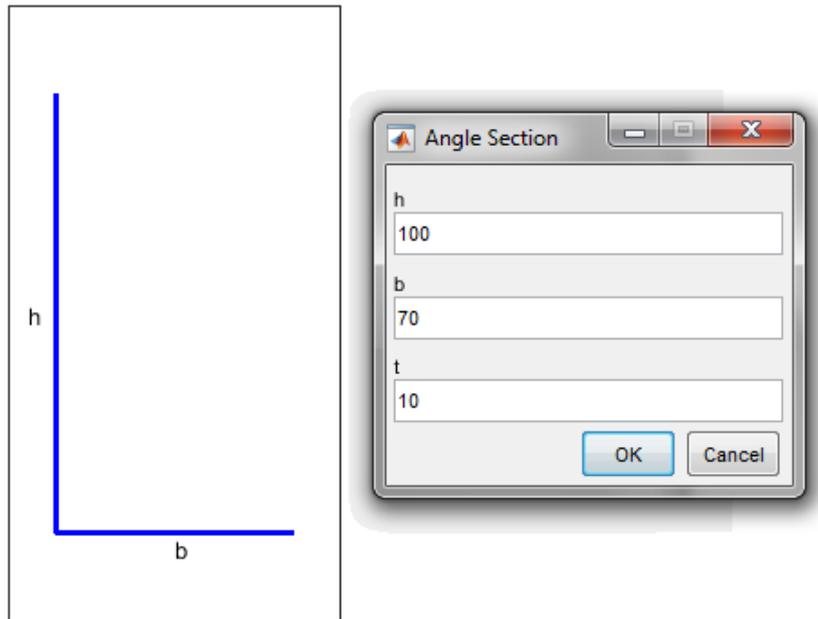
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A3 – Perfil retangular - Superfície NURBS



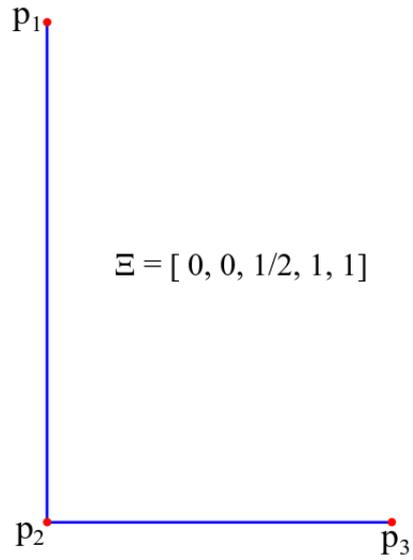
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A4 – Dimensões do perfil cantoneira soldado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A5 – Perfil cantoneira soldado - Curva NURBS



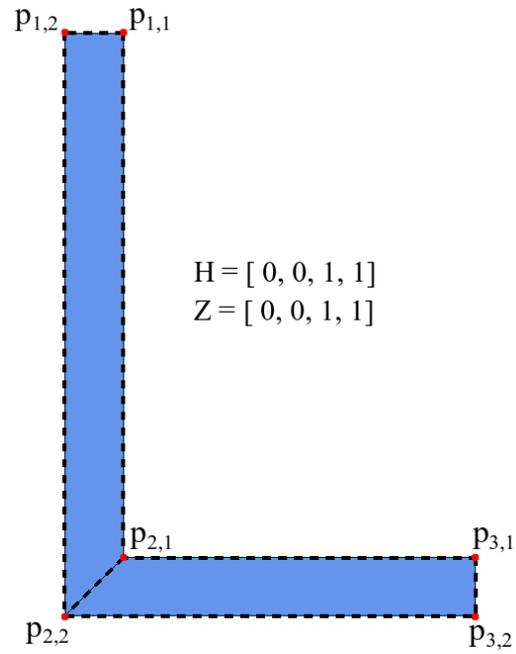
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A2 – Pontos de controle do perfil cantoneira soldado

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	0	$h - 0.5t$	1.000
\mathbf{p}_2	0	0	1.000
\mathbf{p}_3	$b - 0.5t$	0	1.000

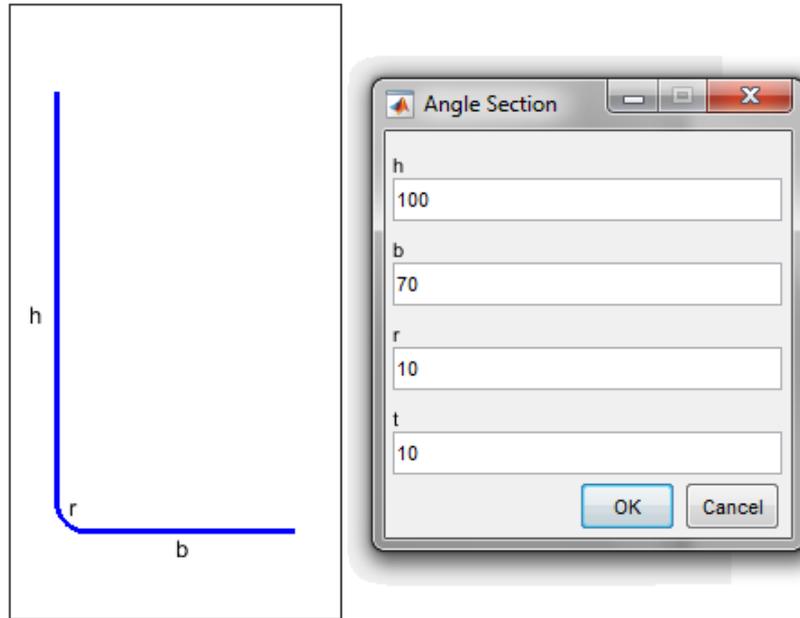
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A6 – Perfil cantoneira soldado - Superfície NURBS



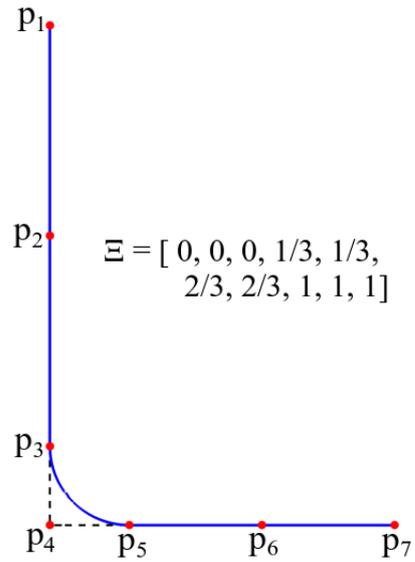
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A7 – Dimensões do perfil cantoneira dobrado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A8 – Perfil cantoneira dobrado - Curva NURBS



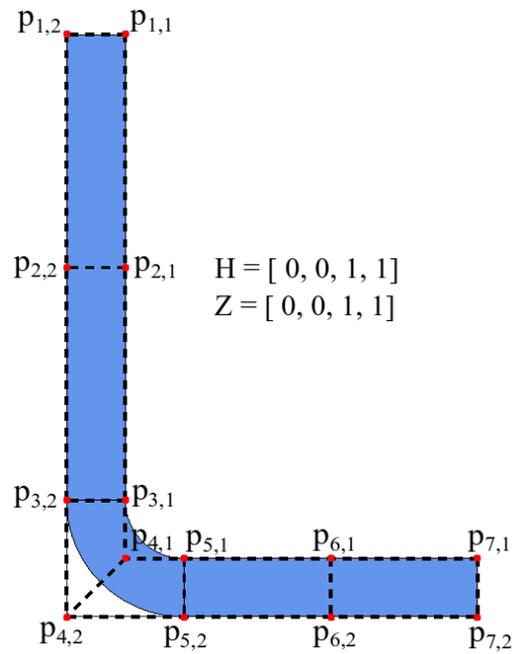
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A3 – Pontos de controle do perfil cantoneira dobrado

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	0	$h - 0.5t$	1.000
\mathbf{p}_2	0	$0.5h + 0.5r$	1.000
\mathbf{p}_3	0	$r + 0.5t$	1.000
\mathbf{p}_4	0	0	0.707
\mathbf{p}_5	$r + 0.5t$	0	1.000
\mathbf{p}_6	$0.5b + 0.5r$	0	1.000
\mathbf{p}_7	$b - 0.5t$	0	1.000

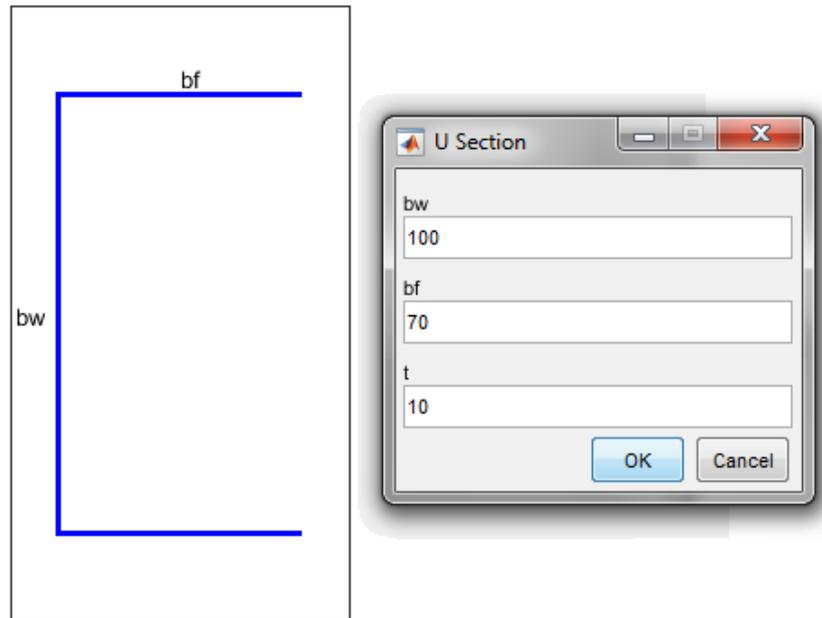
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A9 – Perfil cantoneira dobrado - Superfície NURBS



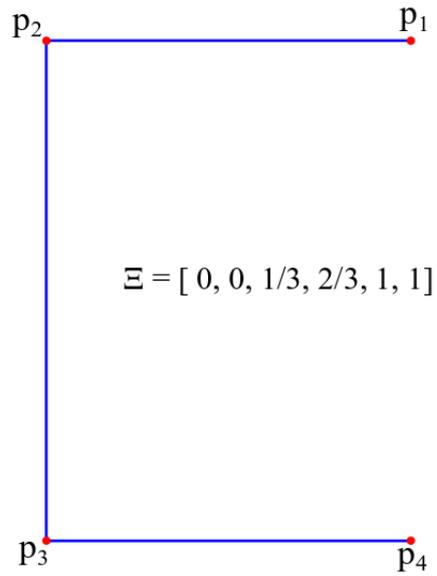
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A10 – Dimensões do perfil U soldado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A11 – Perfil U soldado - Curva NURBS



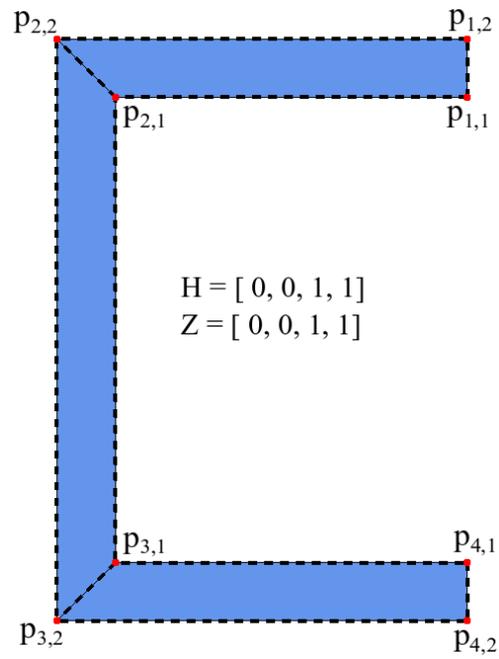
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A4 – Pontos de controle do perfil U soldado

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	$bf - 0.5t$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_2	0	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_3	0	0	1.000
\mathbf{p}_4	$bf - 0.5t$	0	1.000

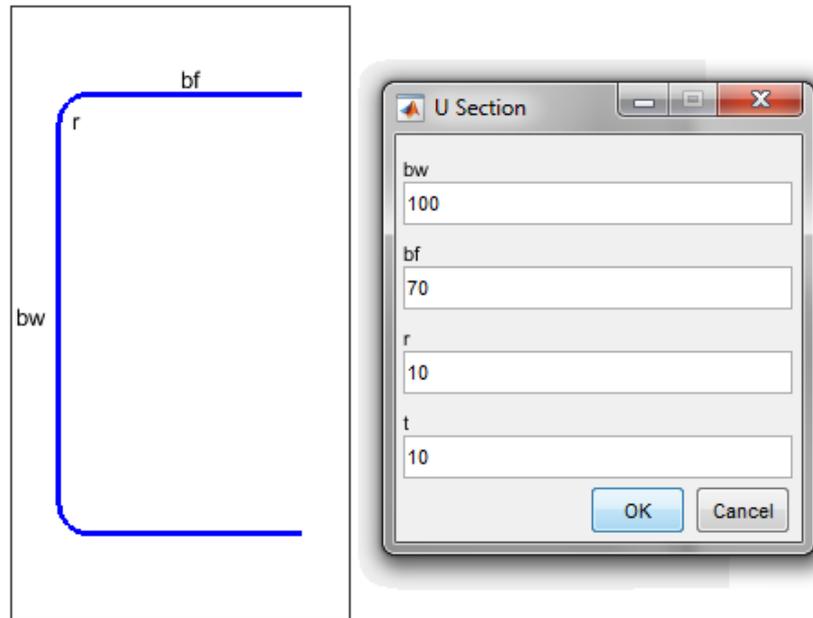
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A12 – Perfil U soldado - Superfície NURBS



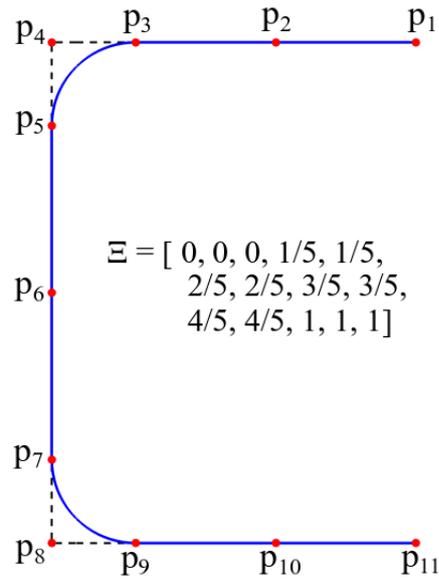
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A13 – Dimensões do perfil U dobrado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A14 – Perfil U dobrado - Curva NURBS



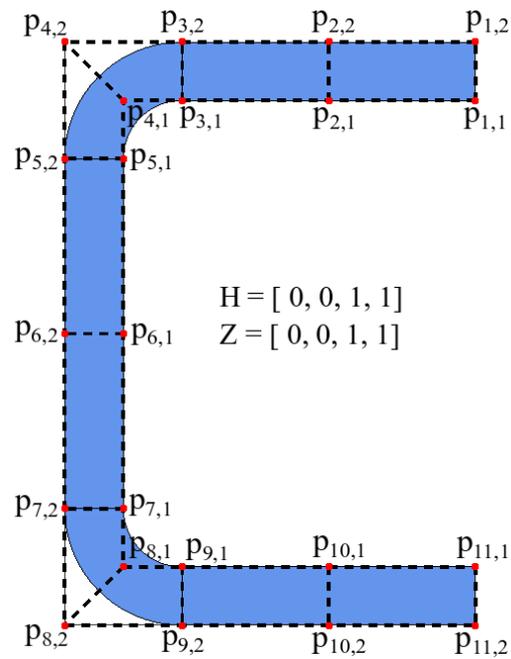
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A5 – Pontos de controle do perfil U dobrado

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	$bf - 0.5t$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_2	$0.5bf + 0.5r$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_3	$r + 0.5t$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_4	0	$bw - t$	0.707
\mathbf{p}_5	0	$bw - r - 1.5t$	1.000
\mathbf{p}_6	0	$0.5bw - 0.5t$	1.000
\mathbf{p}_7	0	$r + 0.5t$	1.000
\mathbf{p}_8	0	0	0.707
\mathbf{p}_9	$r + 0.5t$	0	1.000
\mathbf{p}_{10}	$0.5bf + 0.5r$	0	1.000
\mathbf{p}_{11}	$bf - 0.5t$	0	1.000

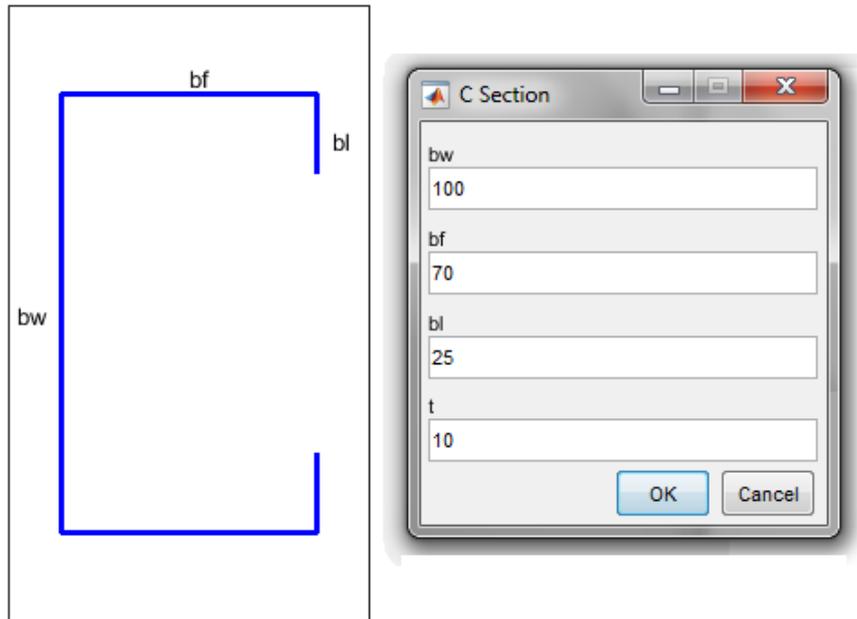
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A15 – Perfil U dobrado - Superfície NURBS



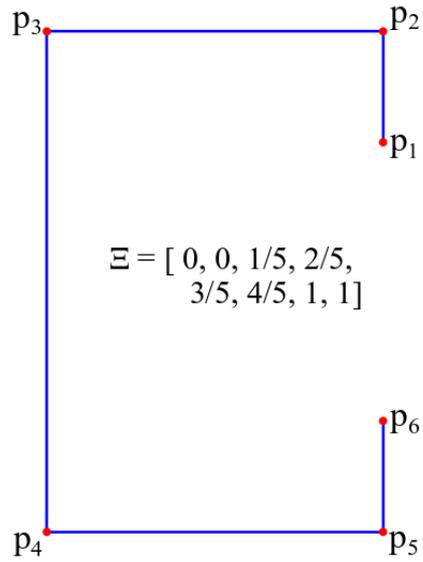
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A16 – Dimensões do perfil C soldado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A17 – Perfil C soldado - Curva NURBS



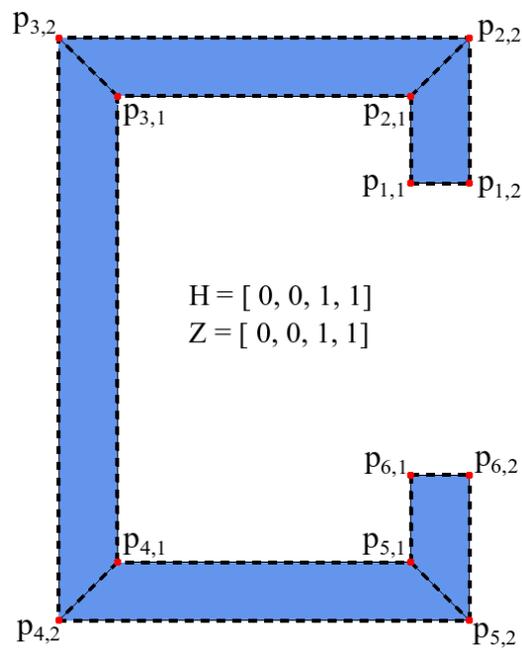
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A6 – Pontos de controle do perfil C soldado

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	$bf - t$	$bw - bl - 0.5t$	1.000
\mathbf{p}_2	$bf - t$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_3	0	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_4	0	0	1.000
\mathbf{p}_5	$bf - t$	0	1.000
\mathbf{p}_6	$bf - t$	$bl - 0.5t$	1.000

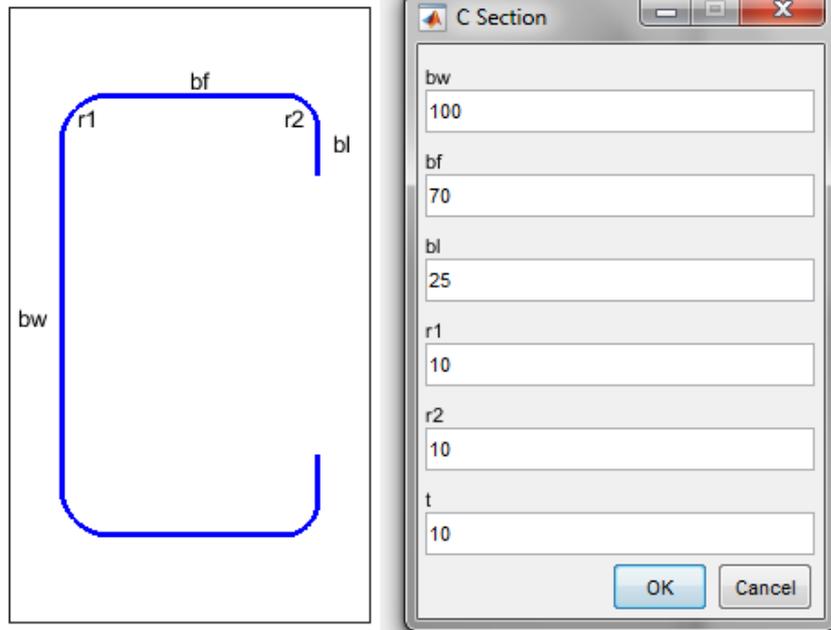
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A18 – Perfil C soldado - Superfície NURBS



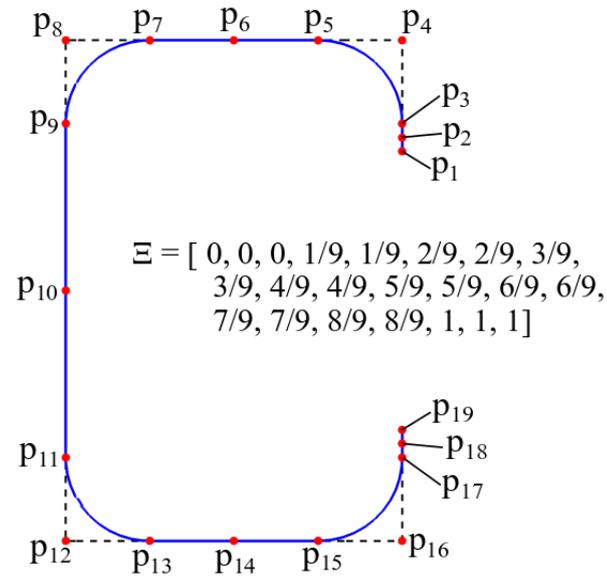
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A19 – Dimensões do perfil C dobrado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A20 – Perfil C dobrado - Curva NURBS



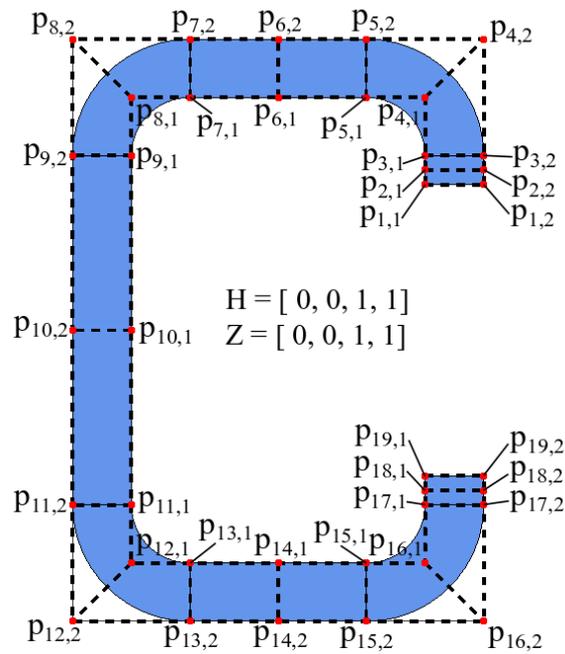
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A7 – Pontos de controle do perfil C dobrado

p_i	x	y	w
p_1	$bf - t$	$bw - bl - 0.5t$	1.000
p_2	$bf - t$	$bw - 0.5bl - 0.5r_2 - t$	1.000
p_3	$bf - t$	$bw - r_2 - 1.5t$	1.000
p_4	$bf - t$	$bw - t$	0.707
p_5	$bf - r_2 - 1.5t$	$bw - t$	1.000
p_6	$0.5bf + 0.5r_1 - 0.5r_2 - 0.5t$	$bw - t$	1.000
p_7	$r_1 + 0.5t$	$bw - t$	1.000
p_8	0	$bw - t$	0.707
p_9	0	$bw - r_1 - 1.5t$	1.000
p_{10}	0	$0.5bw - 0.5t$	1.000
p_{11}	0	$r_1 + 0.5t$	1.000
p_{12}	0	0	0.707
p_{13}	$r_1 + 0.5t$	0	1.000
p_{14}	$0.5bf + 0.5r_1 - 0.5r_2 - 0.5t$	0	1.000
p_{15}	$bf - r_2 - 1.5t$	0	1.000
p_{16}	$bf - t$	0	0.707
p_{17}	$bf - t$	$r_2 + 0.5t$	1.000
p_{18}	$bf - t$	$0.5bl + 0.5r_2$	1.000
p_{19}	$bf - t$	$bl - 0.5t$	1.000

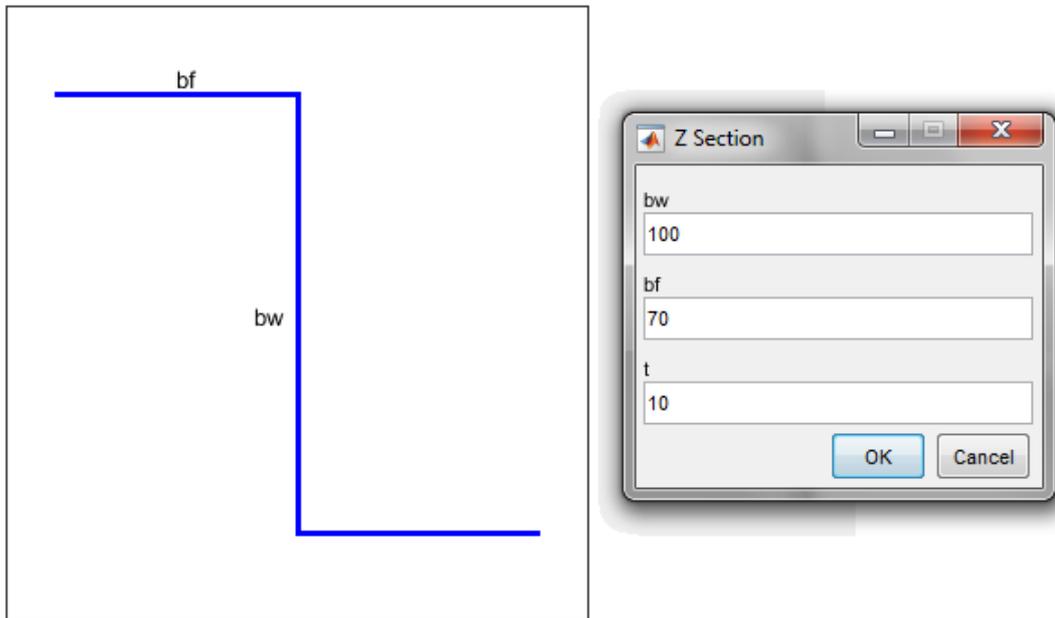
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A21 – Perfil C dobrado - Superfície NURBS



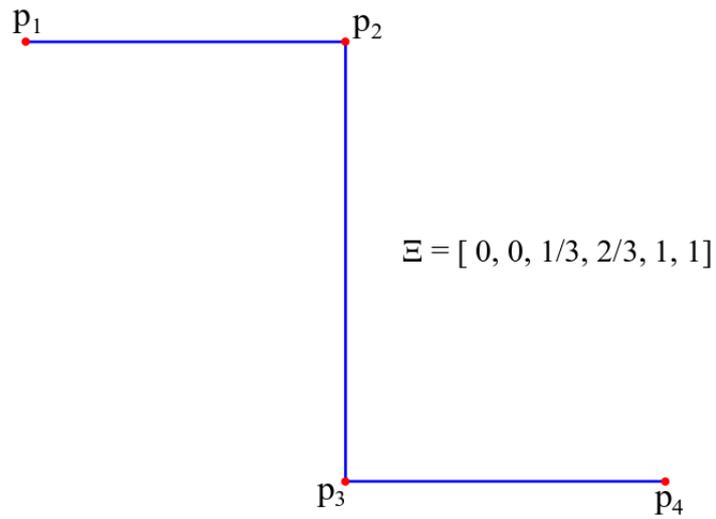
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A22 – Dimensões do perfil Z soldado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A23 – Perfil Z soldado - Curva NURBS



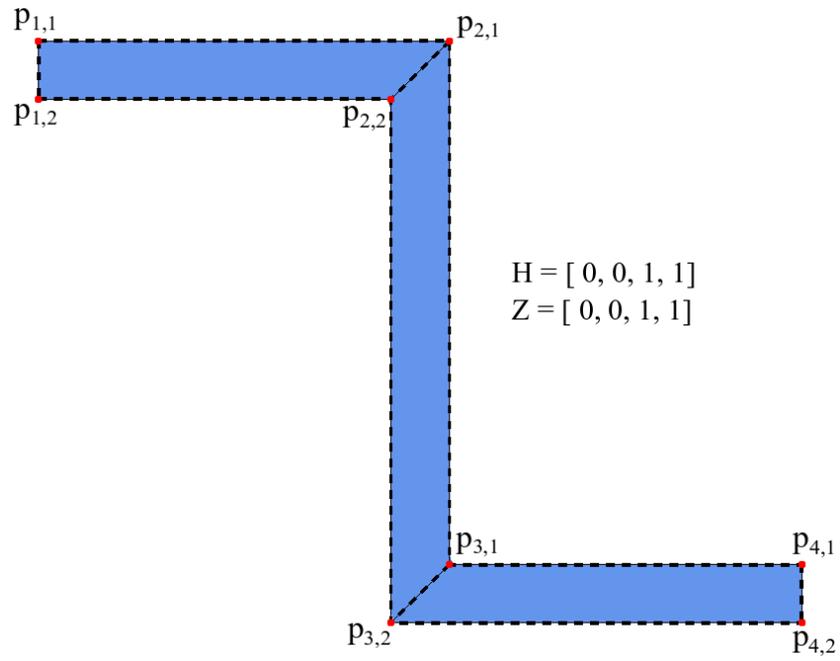
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A8 – Pontos de controle do perfil Z soldado

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	$-bf + 0.5t$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_2	0	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_3	0	0	1.000
\mathbf{p}_4	$bf - 0.5t$	0	1.000

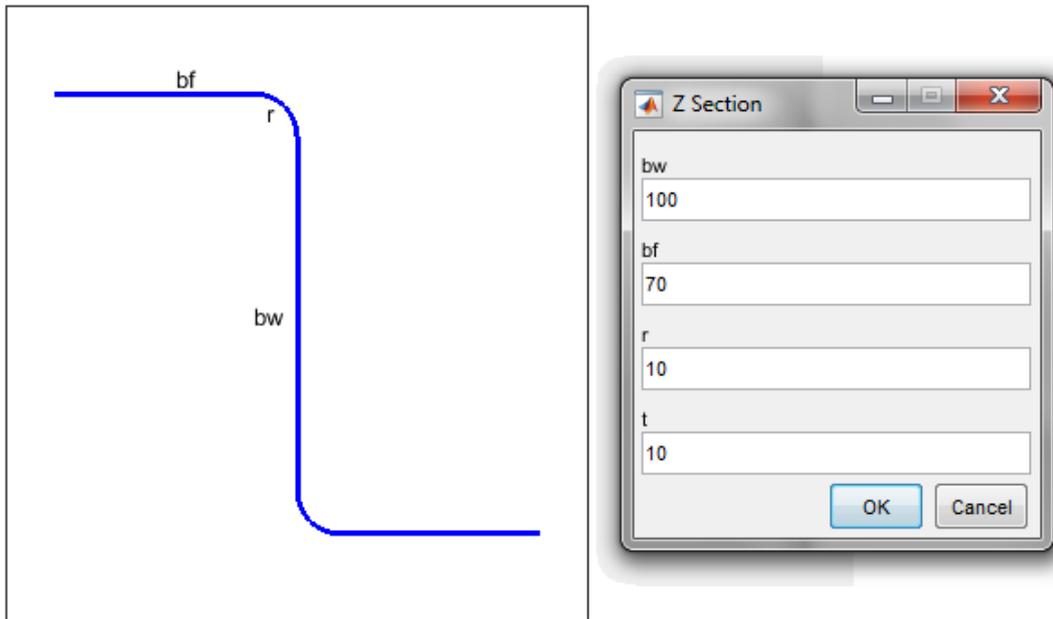
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A24 – Perfil Z soldado - Superfície NURBS



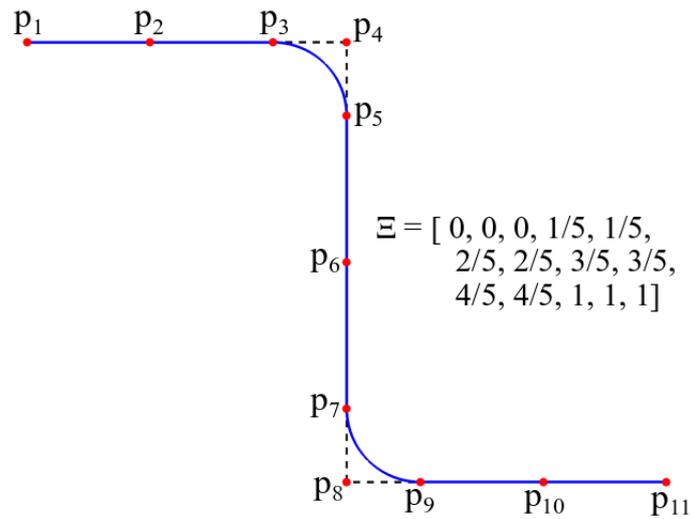
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A25 – Dimensões do perfil Z dobrado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A26 – Perfil Z dobrado - Curva NURBS



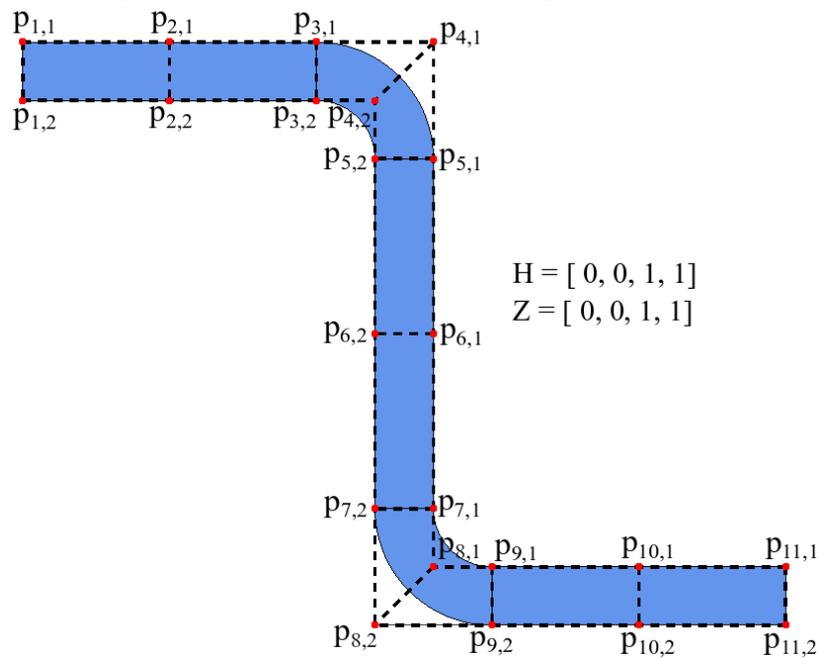
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A9 – Pontos de controle do perfil Z dobrado

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	$-bf + 0.5t$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_2	$-0.5bf - 0.5r$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_3	$-r - 0.5t$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_4	0	$bw - t$	0.707
\mathbf{p}_5	0	$bw - r - 1.5t$	1.000
\mathbf{p}_6	0	$0.5bw - 0.5t$	1.000
\mathbf{p}_7	0	$r + 0.5t$	1.000
\mathbf{p}_8	0	0	0.707
\mathbf{p}_9	$r + 0.5t$	0	1.000
\mathbf{p}_{10}	$0.5bf + 0.5r$	0	1.000
\mathbf{p}_{11}	$bf - 0.5t$	0	1.000

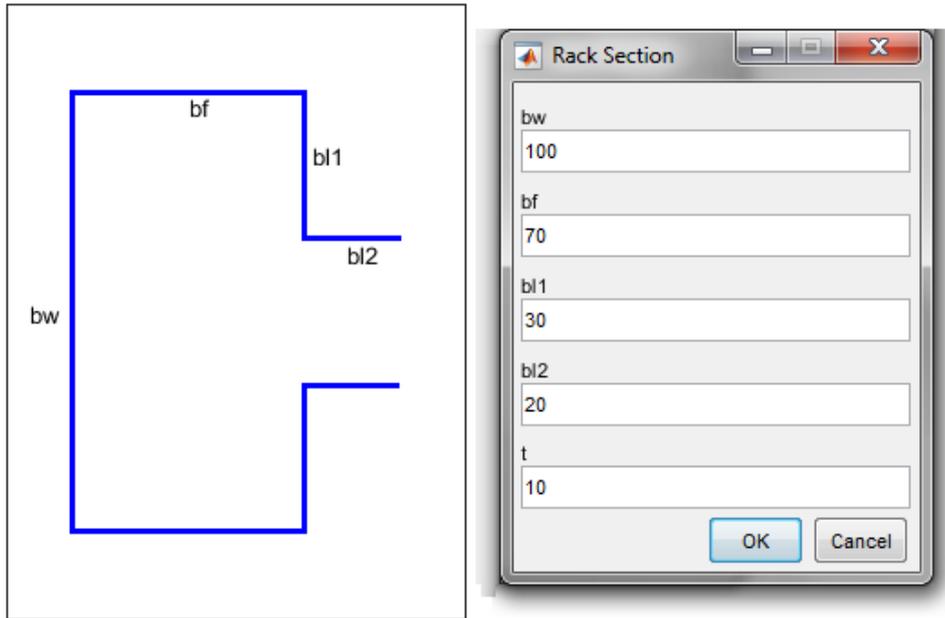
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A27 – Perfil Z dobrado - Superfície NURBS



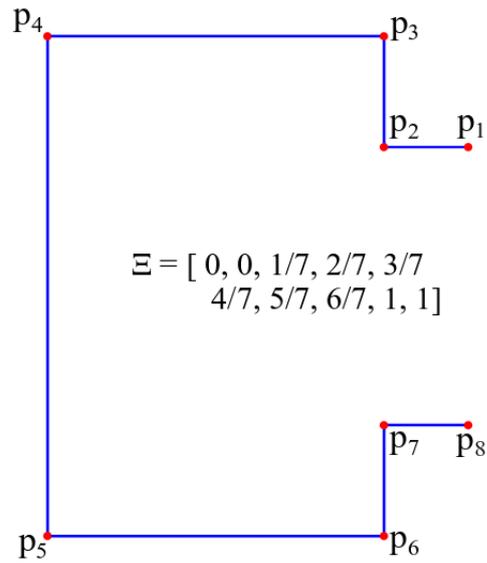
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A28 – Dimensões do perfil Rack soldado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A29 – Perfil Rack soldado - Curva NURBS



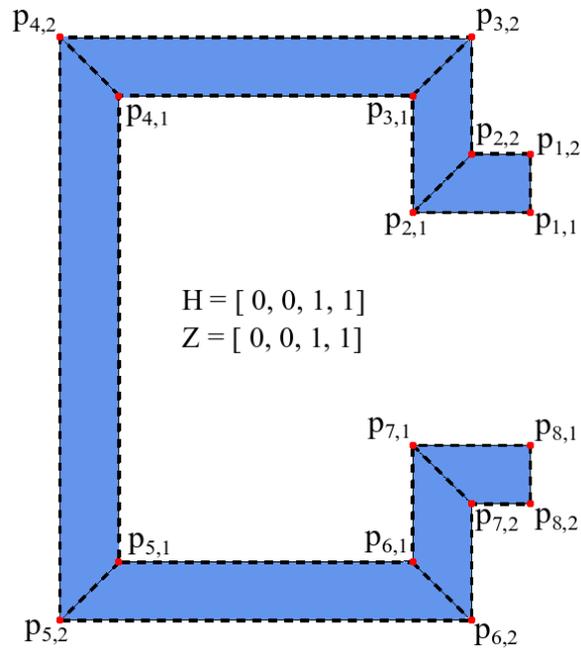
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A10 – Pontos de controle do perfil Rack soldado

\mathbf{p}_i	x	y	w
\mathbf{p}_1	$bf + bl_2 - 1.5t$	$bw - bl_1$	1.000
\mathbf{p}_2	$bf - t$	$bw - bl_1$	1.000
\mathbf{p}_3	$bf - t$	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_4	0	$bw - t$	1.000
\mathbf{p}_5	0	0	1.000
\mathbf{p}_6	$bf - t$	0	1.000
\mathbf{p}_7	$bf - t$	$bl_1 - t$	1.000
\mathbf{p}_8	$bf + bl_2 - 1.5t$	$bl_1 - t$	1.000

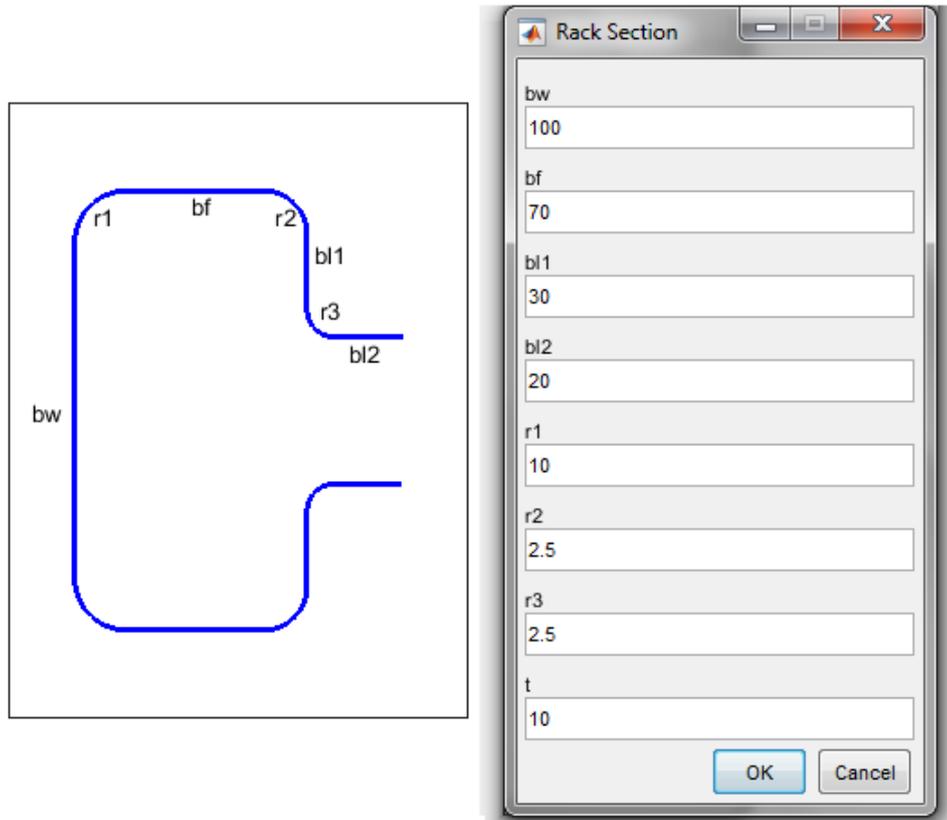
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A30 – Perfil Rack soldado - Superfície NURBS



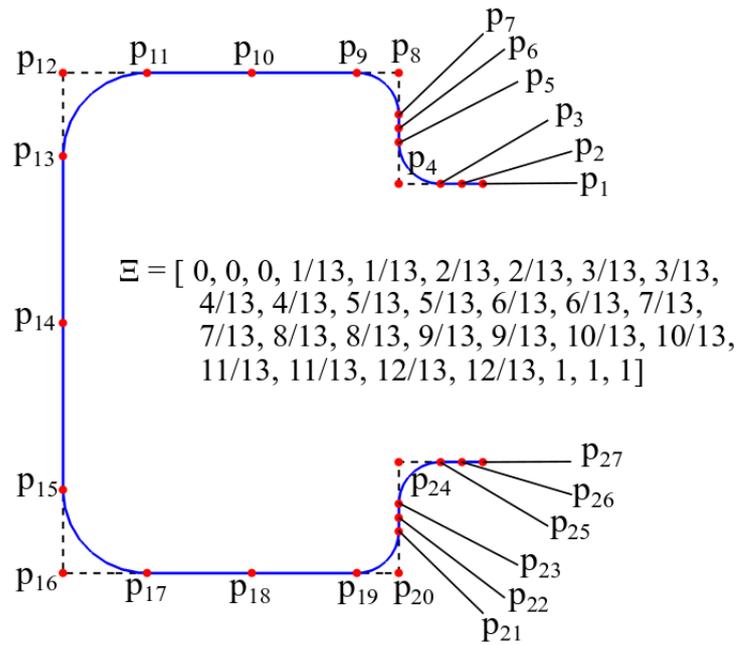
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A31 – Dimensões do perfil Rack dobrado



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A32 – Perfil Rack dobrado - Curva NURBS



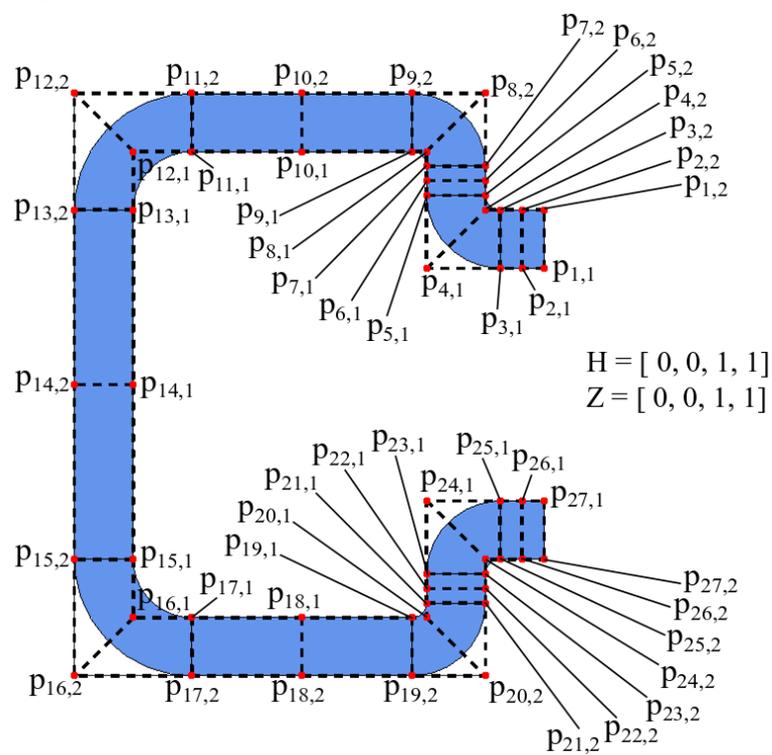
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A11 – Pontos de controle do perfil Rack dobrado

P_i	x	y	w
P_1	$bf + bl_2 - 1.5t$	$bw - bl_1$	1.000
P_2	$bf + 0.5bl_2 + 0.5r_3 - t$	$bw - bl_1$	1.000
P_3	$bf + r_3 - 0.5t$	$bw - bl_1$	1.000
P_4	$bf - t$	$bw - bl_1$	0.707
P_5	$bf - t$	$bw - bl_1 + r_3 + 0.5t$	1.000
P_6	$bf - t$	$bw - 0.5bl_1 - 0.5r_2 + 0.5r_3 - 0.5t$	1.000
P_7	$bf - t$	$bw - r_2 - 1.5t$	1.000
P_8	$bf - t$	$bw - t$	0.707
P_9	$bf - r_2 - 1.5t$	$bw - t$	1.000
P_{10}	$0.5bf + 0.5r_1 - 0.5r_2 - 0.5t$	$bw - t$	1.000
P_{11}	$r_1 + 0.5t$	$bw - t$	1.000
P_{12}	0	$bw - t$	0.707
P_{13}	0	$bw - r_1 - 1.5t$	1.000
P_{14}	0	$0.5bw - 0.5t$	1.000
P_{15}	0	$r_1 + 0.5t$	1.000
P_{16}	0	0	0.707
P_{17}	$r_1 + 0.5t$	0	1.000
P_{18}	$0.5bf + 0.5r_1 - 0.5r_2 - 0.5t$	0	1.000
P_{19}	$bf - r_2 - 1.5t$	0	1.000
P_{20}	$bf - t$	0	0.707
P_{21}	$bf - t$	$r_2 + 0.5t$	1.000
P_{22}	$bf - t$	$0.5bl_1 + 0.5r_2 - 0.5r_3 - 0.5t$	1.000
P_{23}	$bf - t$	$bl_1 - r_3 - 1.5t$	1.000
P_{24}	$bf - t$	$bl_1 - t$	0.707
P_{25}	$bf + r_3 - 0.5t$	$bl_1 - t$	1.000
P_{26}	$bf + 0.5bl_2 + 0.5r_3 - t$	$bl_1 - t$	1.000
P_{27}	$bf + bl_2 - 1.5t$	$bl_1 - t$	1.000

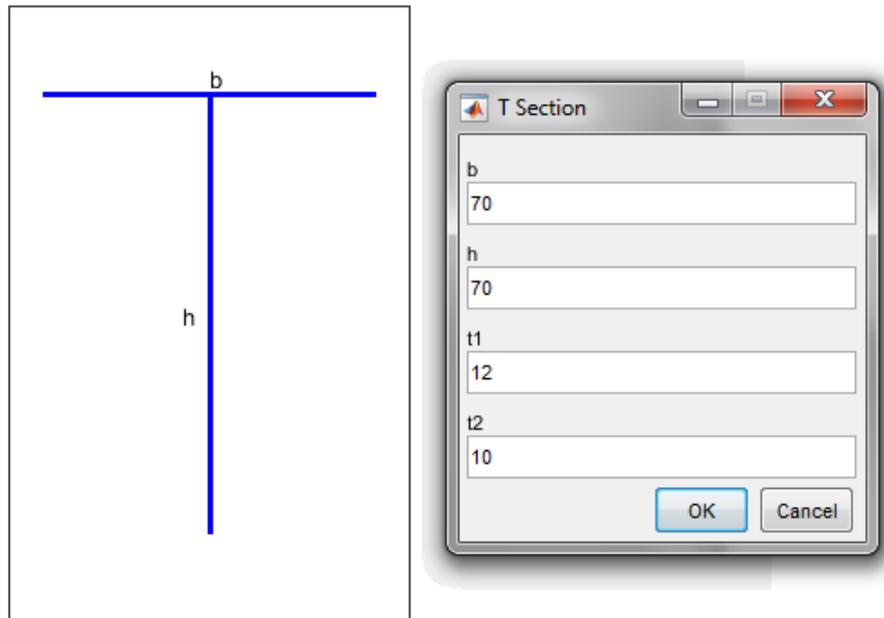
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A33 – Perfil Rack dobrado - Superfície NURBS

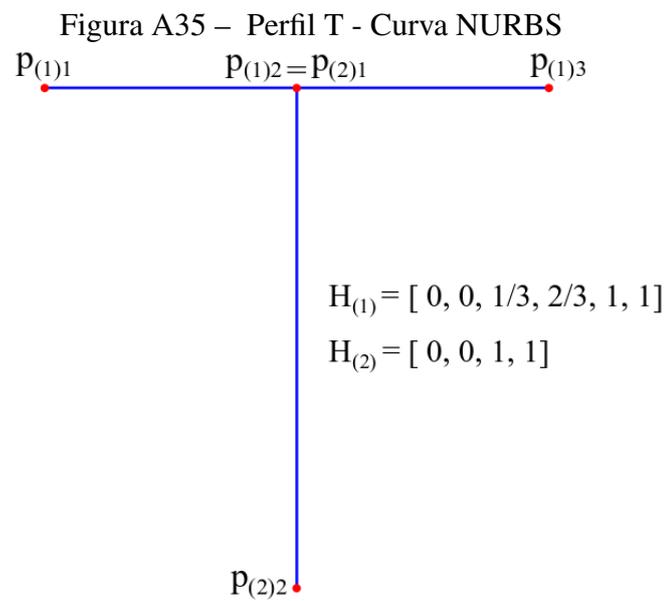


Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A34 – Dimensões do perfil T



Fonte: Elaborada pelo autor.



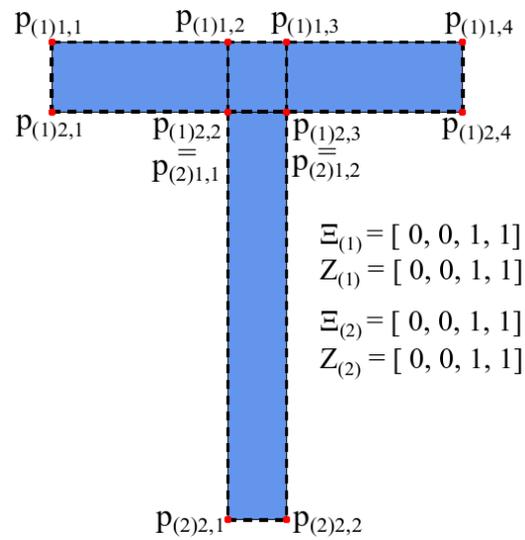
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A12 – Pontos de controle do perfil T

$\mathbf{P}_{(p)i}$	x	y	w
$\mathbf{P}_{(1)1}$	$-0.5b$	h	1.000
$\mathbf{P}_{(1)2}$	0	h	1.000
$\mathbf{P}_{(1)3}$	$0.5b$	h	1.000
$\mathbf{P}_{(2)1}$	0	h	1.000
$\mathbf{P}_{(2)2}$	0	0	1.000

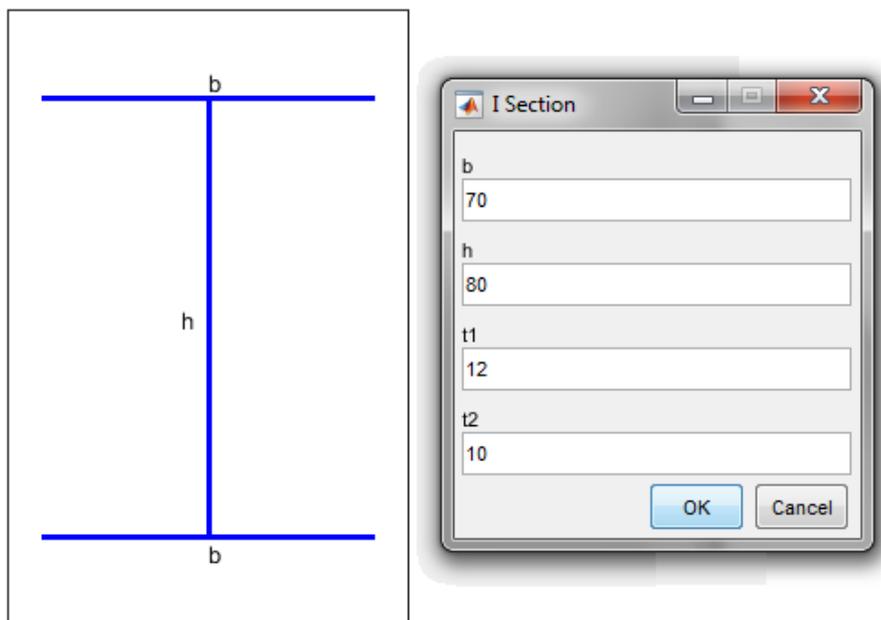
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A36 – Perfil T - Superfície NURBS



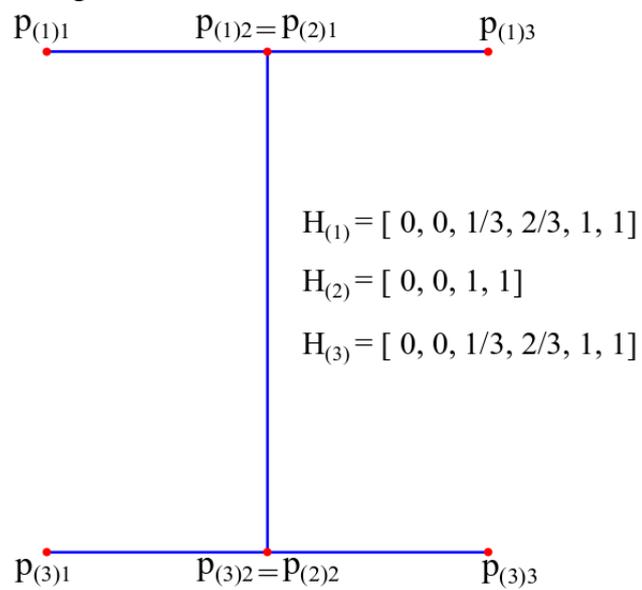
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A37 – Dimensões do perfil I



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A38 – Perfil I - Curva NURBS



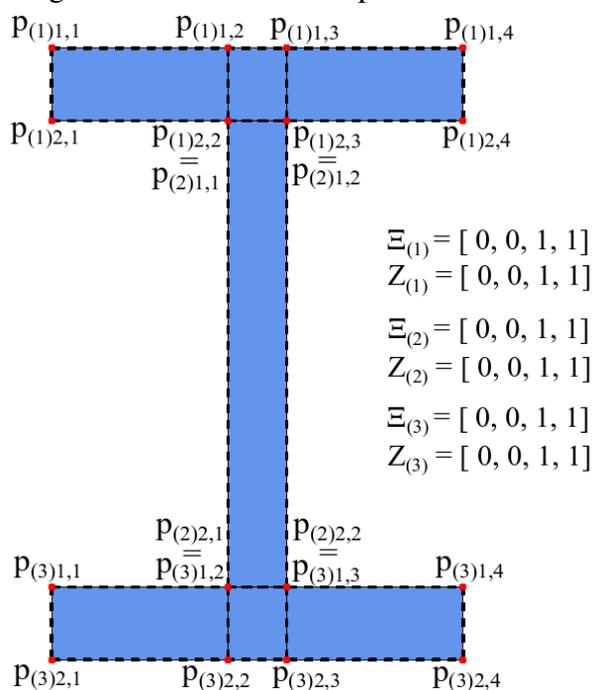
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela A13 – Pontos de controle do perfil I

$\mathbf{P}_{(p)i}$	x	y	w
$\mathbf{P}_{(1)1}$	$-0.5b$	h	1.000
$\mathbf{P}_{(1)2}$	0	h	1.000
$\mathbf{P}_{(1)3}$	$0.5b$	h	1.000
$\mathbf{P}_{(2)1}$	0	h	1.000
$\mathbf{P}_{(2)2}$	0	0	1.000
$\mathbf{P}_{(3)1}$	$-0.5b$	0	1.000
$\mathbf{P}_{(3)2}$	0	0	1.000
$\mathbf{P}_{(3)3}$	$0.5b$	0	1.000

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura A39 – Perfil I - Superfície NURBS



Fonte: Elaborada pelo autor.