



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL:**  
**ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**FRANCISCO ROSENDO SOBRINHO**

**OTIMIZAÇÃO DE PAVIMENTO DE LAJES NERVURADAS PROTENDIDAS**

**FORTALEZA**

**2018**

FRANCISCO ROSENDO SOBRINHO

OTIMIZAÇÃO DE PAVIMENTO DE LAJES NERVURADAS PROTENDIDAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

Coorientador: Prof. Dr. Evandro Parente Junior.

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

R725o Rosendo Sobrinho, Francisco.

Otimização de pavimento de lajes nervuradas protendidas / Francisco Rosendo Sobrinho. – 2018.  
118 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Fortaleza, 2018.

Orientação: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

Coorientação: Prof. Dr. Evandro Parente Junior.

1. Análise Estrutural. 2. Otimização. 3. Lajes Nervuradas. 4. Protensão. 5. Algoritmo Genético. I. Título.  
CDD 624.1

---

FRANCISCO ROSENDO SOBRINHO

OTIMIZAÇÃO DE PAVIMENTO DE LAJES NERVURADAS PROTENDIDAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Estruturas.

Aprovada em: 30 / 11 / 2018.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Evandro Parente Junior (Coorientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Junior  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Elcio Cassimiro Alves  
Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)

## RESUMO

O sistema de lajes nervuradas, com a redução do concreto na região tracionada, além de apresentar um desempenho mais eficiente, possibilita vencer maiores vãos, o que gera uma maior flexibilidade arquitetônica ao pavimento. Aliado com a protensão, tem-se outro grande avanço na busca de um sistema eficiente para o projeto de pavimentos de edificações, o sistema de protensão com cordoalhas engraxadas. Novas exigências de desempenho para edificações habitacionais, em particular no que concerne ao isolamento acústico e à segurança contra incêndio, impuseram questionamentos quanto à eficiência econômica dos padrões usuais de forma de lajes nervuradas. Estudos com lajes nervuradas isoladas em concreto armado utilizando técnicas de otimização de custo têm mostrado que novos padrões devem ser adotados. O objetivo da presente proposta é apresentar um modelo para otimização de lajes nervuradas protendidas unidirecionais, visando a minimização do custo de material, incluindo mão de obra, tendo como variáveis o padrão de fôrma plástica, número de cordoalhas e excentricidade dos cabos. Padrões comerciais foram avaliados. As restrições do problema são em relação ao Estado Limite Último e de Serviço e na análise estrutural adota-se o modelo de elementos finitos de grelha. Por envolver variáveis discretas, foi utilizado algoritmo genético para solução do problema. As soluções obtidas apresentaram-se atrativas em termos de gerar uma solução preliminar que pode auxiliar o projetista na definição do projeto inicial. Um estudo paramétrico dos vãos foi avaliado e constatado um comportamento condizente com a prática de projeto.

**Palavras-chave:** Análise estrutural. Otimização. Lajes nervuradas. Protensão. Algoritmo genético.

## ABSTRACT

The system of ribbed slabs, with the reduction of concrete in the traction region, besides presenting a more efficient performance, allows to overcome bigger spans, which generates a greater architectural flexibility to the pavement. In addition to the pretension, there is another great advance in the search of an efficient system for the design of pavements of buildings, in particular, the system post-tensioned unbonded tendon. New performance requirements for residential buildings, in particular with regard to sound insulation and fire safety, have raised questions about the economic efficiency of the usual patterns in the form of ribbed slabs. Studies with isolated ribbed slabs in reinforced concrete using cost optimization techniques have shown that new standards must be adopted. The objective of the present proposal is to present a model for the optimization of unidirectional posttensioned ribbed slabs, aiming at minimizing the cost of material including Manpower having as variables the plastic molding pattern, number of struts and cable eccentricity. Commercial standards were evaluated. The constraints of the problem are in relation to the State Limit Last and Service in the structural analysis adopts the model of finite elements of grid. Because it involved discrete variables, a genetic algorithm was used to solve the problem. The solutions obtained were attractive in terms of generating a preliminar solution that can help the designer in the definition of the initial project. A parametric study of the spans was evaluated and a behavior consistent with the design practice was verified.

**Keywords:** Structural analysis. Optimization. Ribbed slabs. Post-tension. Genetic algorithm.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Seção típica de Laje Nervurada .....	23
Figura 2	– Seção típica de Laje Nervurada utilizando com fôrma reaproveitável .....	24
Figura 3	– Fôrma plástica para laje nervurada bidirecional (Impacto Protensão (2018)) .	25
Figura 4	– Aplicação do "tapa nervuras" para gerar fôrmas unidirecionais .....	26
Figura 5	– Fôrma plástica para laje nervurada unidirecional (Impacto Protensão (2018)) .....	26
Figura 6	– Dimensões mínimas de laje nervurada (NBR 6118 (ABNT, 2014)) .....	27
Figura 7	– Prescrições e considerações para análise de laje nervurada (NBR 6118 (ABNT, 2014)) .....	29
Figura 8	– Tensões produzidas pela protensão em peças sob flexão .....	32
Figura 9	– Efeito da protensão quando o cabo estiver: a) reto e centrado, b) reto e excêntrico e c) curvo .....	33
Figura 10	– Tipos de Protensão quanto a aderência segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) .	34
Figura 11	– Fôrma plástica para laje nervurada bidirecional (Impacto Protensão (2018)) .	37
Figura 12	– Ações solicitantes (isostáticas) devido ao efeito de protensão em uma seção S .....	39
Figura 13	– Efeito da protensão de cabo curvo através de uma ação equivalente .....	41
Figura 14	– Traçado do cabo em elevação .....	47
Figura 15	– Protensão necessária .....	48
Figura 16	– Malha da grelha para laje nervurada .....	51
Figura 17	– Seção transversal de seção T de laje nervurada .....	53
Figura 18	– Modelo de grelha para laje nervurada unidirecional .....	55
Figura 19	– Cargas aplicadas na grelha .....	56
Figura 20	– Características geométricas em planta .....	58
Figura 21	– Características geométricas da seção de laje nervurada protendida .....	59

Figura 22	– Seção T padrão para cálculos das propriedades geométrica .....	59
Figura 23	– Diagrama tensão-deformação idealizado para o concreto .....	65
Figura 24	– Diagrama tensão-deformação simplificado para aços de armadura passiva ....	66
Figura 25	– Diagrama tensão-deformação para armadura ativa .....	67
Figura 26	– Tensões e deformações na seção retangular no ELU para $f_{ck} \leq 50$ MPa .....	77
Figura 27	– Tensões e deformações na seção T no ELU para $f_{ck} \leq 50$ MPa .....	78
Figura 28	– Fluxo geral de um algoritmo genético .....	83
Figura 29	– Pavimento de laje nervurada unidirecional protendida modelo .....	90
Figura 30	– Características geométricas de laje nervurada unidirecional após execução .....	93
Figura 31	– Fôrmas Unidirecionais do catálogo da Impacto Protensão .....	94
Figura 32	– Distribuição dos cabos a cada 3 nervuras .....	96
Figura 33	– Cabo em elevação para cálculo da estimativa de carga .....	97
Figura 34	– Traçado do cabo em elevação para execução por nervura .....	98
Figura 35	– Características para posicionamento do cabo de protensão no meio do vão ....	99
Figura 36	– Centro de gravidade do cabo em relação a variável posicionamento .....	100
Figura 37	– Esquema da ancoragem para 3 cabos em uma nervura (cubeta de 80 cm) .....	104

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Benefícios da protensão .....	32
Tabela 2 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à protensão da armadura, em função das classes de agressividade ambiental .....	36
Tabela 3 – Coeficientes de ponderação das ações .....	44
Tabela 4 – Valores característicos superiores da deformação específica de retração $\epsilon_{cs}(t_{\infty}, t_0)$ e do coeficiente de fluência $\phi(t_{\infty}, t_0)$ .....	46
Tabela 5 – Classes de agressividade ambiental (CAA) .....	62
Tabela 6 – Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto	63
Tabela 7 – Cobrimento mínimo dos elementos estruturais .....	63
Tabela 8 – Dados relativos a CAA, cobrimento e nível de protensão do modelo .....	91
Tabela 9 – Padrões de fôrmas considerados (Variável de projeto tipo de fôrma) .....	95
Tabela 10 – Padrões de cabos de protensão na laje considerados .....	96
Tabela 11 – Especificações da cordoalha .....	97
Tabela 12 – Parâmetros para aplicações .....	106
Tabela 13 – Dados da Aplicação I .....	107
Tabela 14 – Resultados da Otimização .....	108
Tabela 15 – Efeito da Rigidez à torção para vão de 8 m .....	110
Tabela 16 – Efeito da rigidez à torção para vão de 6 m .....	111
Tabela 17 – Desconsideração do volume da armadura de aço no concreto .....	112

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>1.1</b>	<b>Estado da Arte .....</b>	<b>13</b>
<i>1.1.1</i>	<i>Análise Estrutural .....</i>	<i>14</i>
<i>1.1.2</i>	<i>Protensão em Lajes.....</i>	<i>16</i>
<i>1.1.3</i>	<i>Otimização Estrutural .....</i>	<i>17</i>
<b>1.2</b>	<b>Objetivo geral .....</b>	<b>19</b>
<b>1.3</b>	<b>Objetivos específicos.....</b>	<b>19</b>
<b>1.4</b>	<b>Justificativa .....</b>	<b>20</b>
<b>2</b>	<b>LAJES NERVURADAS .....</b>	<b>22</b>
<b>2.1</b>	<b>Características das lajes nervuradas moldadas no local .....</b>	<b>23</b>
<b>2.2</b>	<b>Prescrições normativas .....</b>	<b>26</b>
<i>2.2.1</i>	<i>Dimensões mínimas.....</i>	<i>27</i>
<i>2.2.2</i>	<i>Condições para análise.....</i>	<i>28</i>
<b>3</b>	<b>CONCRETO PROTENDIDO.....</b>	<b>30</b>
<b>3.1</b>	<b>Do concreto armado ao protendido (conceitos e características).....</b>	<b>30</b>
<b>3.2</b>	<b>Tipos de protensão.....</b>	<b>33</b>
<i>3.2.1</i>	<i>Protensão quanto à aderência.....</i>	<i>33</i>
<i>3.2.2</i>	<i>Protensão quanto à intensidade (níveis de protensão).....</i>	<i>35</i>
<b>3.3</b>	<b>Perdas de Protensão .....</b>	<b>36</b>
<b>3.4</b>	<b>Cargas de protensão .....</b>	<b>38</b>
<i>3.4.1</i>	<i>Carga como esforço normal aplicada à seção.....</i>	<i>38</i>
<i>3.4.2</i>	<i>Carga como Ação Equivalente.....</i>	<i>40</i>
<b>3.5</b>	<b>Dimensionamento e Verificações .....</b>	<b>43</b>
<i>3.5.1</i>	<i>Estado Limite Último (ELU).....</i>	<i>43</i>
<i>3.5.1.1</i>	<i>Verificação do Estado Limite Último no Ato da Protensão (ELU-AtoP) .....</i>	<i>43</i>
<i>3.5.1.2</i>	<i>Dimensionamento no Estado Limite Último .....</i>	<i>44</i>
<i>3.5.2</i>	<i>Estado Limite de Serviço (ELS).....</i>	<i>45</i>
<i>3.5.2.1</i>	<i>Verificação de tensões limites no Estado Limite de Serviço.....</i>	<i>45</i>
<i>3.5.2.2</i>	<i>Verificação no Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF).....</i>	<i>45</i>
<i>3.5.3</i>	<i>Verificação da tensão média de compressão .....</i>	<i>46</i>

<b>3.6</b>	<b>Traçado dos cabos .....</b>	<b>46</b>
<b>3.6.1</b>	<b><i>Traçado do cabo em Elevação .....</i></b>	<b>47</b>
<b>3.6.2</b>	<b><i>Estimativa do esforço de protensão necessário .....</i></b>	<b>48</b>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE ESTRUTURAL .....</b>	<b>50</b>
<b>4.1</b>	<b>Analogia de Grelha.....</b>	<b>51</b>
<b>4.1.1</b>	<b><i>Propriedades Geométricas.....</i></b>	<b>52</b>
<b>4.1.1.1</b>	<b><i>Rigidez à flexão .....</i></b>	<b>53</b>
<b>4.1.1.2</b>	<b><i>Rigidez à torção.....</i></b>	<b>54</b>
<b>4.1.1.3</b>	<b><i>Representação das propriedades geométricas.....</i></b>	<b>55</b>
<b>4.1.2</b>	<b><i>Propriedades Físicas .....</i></b>	<b>55</b>
<b>4.1.3</b>	<b><i>Carregamento .....</i></b>	<b>56</b>
<b>5</b>	<b>PROJETO DE LAJE NERVURADA PROTENDIDA UNIDIRECIONAL .....</b>	<b>58</b>
<b>5.1</b>	<b>Características geométricas em planta.....</b>	<b>58</b>
<b>5.2</b>	<b>Características geométricas da seção .....</b>	<b>58</b>
<b>5.2.1</b>	<b><i>Momento Estático.....</i></b>	<b>59</b>
<b>5.2.2</b>	<b><i>Centro de gravidade.....</i></b>	<b>60</b>
<b>5.2.3</b>	<b><i>Momento de Inércia .....</i></b>	<b>60</b>
<b>5.2.4</b>	<b><i>Módulo resistente à flexão .....</i></b>	<b>61</b>
<b>5.3</b>	<b>Característica dos materiais.....</b>	<b>62</b>
<b>5.3.1</b>	<b><i>Durabilidade da estrutura .....</i></b>	<b>62</b>
<b>5.3.2</b>	<b><i>Qualidade do concreto.....</i></b>	<b>62</b>
<b>5.3.3</b>	<b><i>Cobrimento das armaduras.....</i></b>	<b>63</b>
<b>5.3.4</b>	<b><i>Características do concreto .....</i></b>	<b>64</b>
<b>5.3.5</b>	<b><i>Armadura passiva.....</i></b>	<b>66</b>
<b>5.3.6</b>	<b><i>Armadura Ativa .....</i></b>	<b>66</b>
<b>5.4</b>	<b>Perdas de Protensão .....</b>	<b>67</b>
<b>5.5</b>	<b>Carregamentos Atuantes .....</b>	<b>68</b>
<b>5.5.1</b>	<b><i>Cargas permanentes (G).....</i></b>	<b>68</b>
<b>5.5.2</b>	<b><i>Carga Variável (Q) .....</i></b>	<b>69</b>
<b>5.5.3</b>	<b><i>Carga Balanceada Necessária (<math>Q_{bnec}</math>) .....</i></b>	<b>69</b>
<b>5.6</b>	<b>Quantidade de cordoalhas .....</b>	<b>69</b>
<b>5.7</b>	<b>Verificação da tensão média de compressão.....</b>	<b>70</b>

<b>5.8</b>	<b>Combinações de ações .....</b>	<b>70</b>
<b>5.8.1</b>	<b><i>Carga balanceada.....</i></b>	<b>71</b>
<b>5.8.2</b>	<b><i>Combinações para o Estado Limite Último (ELU) .....</i></b>	<b>71</b>
<b>5.8.2.1</b>	<b><i>Verificação das Tensões no Estado Limite Último no Ato da Protensão (ELU-AtoP).....</i></b>	<b>71</b>
<b>5.8.2.2</b>	<b><i>Dimensionamento da armadura passiva no ELU .....</i></b>	<b>72</b>
<b>5.8.3</b>	<b><i>Combinações para o Estado Limite de Serviço (ELS) .....</i></b>	<b>72</b>
<b>5.8.3.1</b>	<b><i>Limite de tensões no Estado limite de Serviço .....</i></b>	<b>72</b>
<b>5.8.3.2</b>	<b><i>Deformação Excessiva (ELS-DEF).....</i></b>	<b>73</b>
<b>5.9</b>	<b>Análise Estrutural .....</b>	<b>73</b>
<b>5.10</b>	<b>Dimensionamento e Verificações .....</b>	<b>74</b>
<b>5.10.1</b>	<b><i>Verificação do Estado Limite Último no Ato da Protensão (ELU-AtoP).....</i></b>	<b>74</b>
<b>5.10.2</b>	<b><i>Dimensionamento no Estado Limite Último .....</i></b>	<b>75</b>
<b>5.10.3</b>	<b><i>Verificação das tensões no Estado Limite de Serviço .....</i></b>	<b>78</b>
<b>5.10.4</b>	<b><i>Verificação no Estado Limites de Deformação Excessiva (ELS-DEF) .....</i></b>	<b>80</b>
<b>5.10.5</b>	<b><i>Verificação no Estado Limite Último para dispensa de armadura transversal .....</i></b>	<b>80</b>
<b>6</b>	<b>OTIMIZAÇÃO .....</b>	<b>81</b>
<b>6.1</b>	<b>Algoritmo Genético .....</b>	<b>82</b>
<b>6.1.1</b>	<b><i>Terminologia.....</i></b>	<b>84</b>
<b>6.1.2</b>	<b><i>Representação.....</i></b>	<b>84</b>
<b>6.1.3</b>	<b><i>Geração da População Inicial.....</i></b>	<b>85</b>
<b>6.1.4</b>	<b><i>Avaliação da População (Função Aptidão e Penalidade) .....</i></b>	<b>85</b>
<b>6.1.5</b>	<b><i>Seleção .....</i></b>	<b>86</b>
<b>6.1.6</b>	<b><i>Reprodução .....</i></b>	<b>87</b>
<b>6.1.6.1</b>	<b><i>Cruzamento (ou crossover) .....</i></b>	<b>87</b>
<b>6.1.6.2</b>	<b><i>Mutação.....</i></b>	<b>87</b>
<b>6.1.7</b>	<b><i>Parâmetros dos AG's.....</i></b>	<b>88</b>
<b>6.1.7.1</b>	<b><i>Tamanho da população .....</i></b>	<b>88</b>
<b>6.1.7.2</b>	<b><i>Probabilidade de Cruzamento.....</i></b>	<b>88</b>
<b>6.1.7.3</b>	<b><i>Taxa de Mutação .....</i></b>	<b>89</b>
<b>6.1.8</b>	<b><i>Crítérios de parada .....</i></b>	<b>89</b>
<b>7</b>	<b>FORMULAÇÃO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO.....</b>	<b>90</b>

<b>7.1</b>	<b>Problema estudado .....</b>	<b>90</b>
7.1.1	<i>Características geométricas em planta .....</i>	90
7.1.2	<i>Característica dos materiais .....</i>	91
7.1.3	<i>Carregamento aplicado .....</i>	91
<b>7.2</b>	<b>Função objetivo.....</b>	<b>92</b>
<b>7.3</b>	<b>Variáveis de projeto .....</b>	<b>92</b>
7.3.1	<i>Variável tipo de fôrma (Propriedades geométricas).....</i>	92
7.3.2	<i>Variável número de cabos (<math>n_{cd}</math>).....</i>	95
7.3.3	<i>Variável posicionamento do cabo em elevação (<math>k_{cd}</math>).....</i>	97
<b>7.4</b>	<b>Restrições .....</b>	<b>101</b>
7.4.1	<i>Carga a ser balanceada.....</i>	101
7.4.2	<i>Tensão de compressão média mínima .....</i>	101
7.4.3	<i>Tensões limites no Estado Limite de Serviço .....</i>	102
7.4.4	<i>Tensões limites no Estado Limite Último no Ato da Protensão .....</i>	102
7.4.5	<i>Estado Limites de Deformação Excessiva .....</i>	103
7.4.6	<i>Tensão cisalhante (ELU) .....</i>	103
7.4.7	<i>Acomodação dos cabos na nervura .....</i>	103
<b>7.5</b>	<b>BIOS (Bio-Inspired Optimization System).....</b>	<b>104</b>
<b>8</b>	<b>APLICAÇÕES NUMÉRICAS .....</b>	<b>106</b>
8.1	<b>Aplicação I – Influência dos vãos.....</b>	<b>107</b>
8.2	<b>Aplicação II – Avaliação da rigidez à torção das barras da grelha .....</b>	<b>109</b>
8.3	<b>Aplicação III – Desconsideração do volume de concreto equivalente .....</b>	<b>111</b>
<b>9</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS.....</b>	<b>113</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>115</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A construção de forma sustentável, em meio ao setor da construção civil, responsável por grande consumo de recursos naturais no mundo, é almejada cada vez mais pelas empresas desse setor. A sustentabilidade na construção civil, segundo Araújo (2014), tem como principal característica a busca por modelos que permitam, à construção, enfrentar e propor soluções aos principais problemas ambientais de nossa época, sem renunciar à moderna tecnologia e criando edifícios que atendam às necessidades de seus usuários. Esse cenário de sustentabilidade se destaca para as empresas no sentido de diferencial competitivo por meio da redução do consumo de recursos naturais e aumento da sua reutilização.

As edificações em múltiplos pavimentos, para usos residenciais ou comerciais, representam uma grande parcela do mercado da indústria da construção civil. A busca de soluções seguras, duráveis e econômicas para os sistemas construtivos dessas edificações, principalmente para o sistema de lajes dos pavimentos, tem sido um desafio constante para a indústria e academia.

As lajes dos pavimentos, em edifícios de múltiplos pavimentos, representam uma relevante parcela no custo total das estruturas em concreto armado. Na utilização de sistema de laje maciça convencional, cerca de quase 2/3 do consumo total de concreto na estrutura é proveniente das lajes (FRANÇA e FUSCO, 1997). Devido a isso, surge a necessidade pela busca de soluções e técnicas construtivas economicamente viáveis.

O sistema de lajes nervuradas, com a redução do concreto na região tracionada, além de proporcionar um desempenho mais eficiente em relação ao sistema convencional, possibilita a redução de vigas e pilares, pois apresenta uma capacidade de vencer maiores vãos, chegando assim a uma maior flexibilidade arquitetônica para o pavimento.

Atrelado ao sistema de lajes nervuradas, que reduzem bastante o consumo de concreto, tem-se o emprego da técnica de protensão. Essa técnica, com a introdução da armadura de protensão, tem a finalidade de minimizar ou eliminar as tensões de tração no concreto, impondo esforços de compressão no mesmo em peças submetidas a flexão. Com isso, o concreto passa a trabalhar sob compressão e devido sua alta resistência a esse esforço a estrutura apresenta um melhor desempenho quando comparado ao concreto armado.

O grupo Impacto Protensão foi um dos pioneiros na aplicação da técnica de protensão no Brasil. Esse grupo lançou e lança até os dias atuais sistemas econômicos e

eficientes para pavimentos de lajes nervuradas e lajes lisas (maciças ou nervuradas). O sistemas de lajes nervuradas e de lajes lisas passaram a ser mais competitivos com a incorporação da protensão não aderente (cabos engraxados), principalmente para grandes vãos. Assim, com o emprego do sistema de lajes nervuradas protendidas, tem-se um produto final diferenciado na questão econômica (redução do concreto na parte tracionada), desempenho estrutural (melhor aproveitamento do concreto e do aço) e flexibilidade arquitetônica, devido a capacidade desse sistema vencer vãos ainda maiores do que o sistema de lajes nervuradas em concreto armado.

A aplicação da técnica de protensão para as lajes protendidas nervuradas e lajes lisas (maciça ou nervuradas) somadas às boas características estruturais das lajes nervuradas moldadas no local, tornaram esse sistema bastante competitivo. No entanto, pensar nestes elementos individualmente não assegura a qualidade do produto final. Além disso, a eficiência da solução (escolha do tipo de sistema e pré-dimensionamento) é fortemente guiada pela experiência do projetista, não sendo assegurada que a solução é a ótima. O potencial máximo da protensão só será atingido com um sistema capaz de otimizar toda a estrutura das lajes dos edifícios.

A avaliação da viabilidade e do potencial da solução proposta, assim como a proposição de alterações visando a melhoria do sistema, carece de estudos mais detalhados que envolvam procedimentos tanto experimentais como simulações numéricas com ferramentas computacionais modernas de análise e projeto.

Existem vários algoritmos disponíveis para solução do problema de otimização. A escolha do algoritmo é dependente do problema. Na prática diária da engenharia, muitas variáveis só podem assumir valores inteiros ou pertencentes a um conjunto de valores discretos, além disso, as funções podem não ser contínuas, nem diferenciáveis. A classe dos algoritmos evolucionários e bio-inspirados tem sido aplicada com sucesso nestes tipos de problema.

## **1.1 Estado da Arte**

A otimização estrutural vem sendo objeto de estudos de várias pesquisas e apresentando grande eficiência na resolução de problemas nessa área. Além disso, a utilização de métodos de análise, tal qual a analogia de grelha, já implementada em vários programas computacionais para análise de pavimentos em concreto armado mostra em

vários estudos sua capacidade de representar de maneira mais próxima do real os pavimentos tanto de laje maciça quanto de lajes nervuradas.

A protensão passou a ser uma alternativa estrutural bastante atrativa e competitiva para aplicação nos edifícios e demais obras correntes de engenharia devido as características conferidas ao sistema estrutural como um todo (lajes, vigas, entre outros elementos estruturais).

A seguir é apresentado um histórico de alguns estudos onde o foco principal é envolvendo analogia de grelha para análise de pavimentos, uso da protensão em lajes e otimização estrutural, respectivamente.

### ***1.1.1 Análise Estrutural***

Um dos fatores mais importantes na modelagem de pavimentos (maciça ou nervurada) através do método de analogia de grelha diz respeito a rigidez (flexão e torção) dos elementos de barra (malha) que representam o pavimento de forma contínua. Montoya *et al.* (1973) e Hambly (1976) foram um dos pioneiros na análise do efeito da relação inércia polar ( $J$ ) e inércia axial ( $I$ ) nas barras de grelha aplicadas ao método de análise estrutural de pavimentos. Ambos mostraram que, para representar uma laje maciça através da analogia de grelhas é necessário ajustar alguns parâmetros nas barras da grelha, principalmente quanto a rigidez a torção. Nesse caso, fizeram recomendações, mostrando analiticamente, que a relação  $J/I$  igual a 2 representava de maneira adequada o comportamento das lajes maciças através da malha de grelha.

Kennedy e Bali (1979) apresentaram correções para a inércia à flexão e à torção das barras da grelha do método de analogia de grelha quando aplicadas em lajes nervuradas. Na inércia à flexão da seção T foi aplicado um fator de correção nas áreas da mesa levando em consideração o coeficiente de Poisson. Já na torção foi proposto duas modificações através da redução do  $J$  apenas da mesa. Proposta essa também já apresentada e deduzida por Hambly (1976).

Coelho (2000) estudou a aplicação da analogia de grelha em diversos tipos de lajes de concreto armado verificando a influência da malha, rigidez à flexão e a rigidez à torção. Para lajes maciças quadradas e retangulares simplesmente apoiadas, Coelho chegou a resultados próximos da teoria da elasticidade quando se utiliza (nas barras) a inércia polar ( $J$ ) de duas a duas vezes e meia a inércia axial ( $I$ ). No caso de lajes nervuradas, o autor comenta que o cálculo das mesmas não pode ser corretamente analisado pelas teorias

elásticas, considerando a laje como maciça, mesmo que se utilize uma altura equivalente (comumente utilizada) reduzida para considerar o fato de as nervuras serem seções T. Portanto, uma de suas conclusões é que a Analogia de Grelha, utilizando os parâmetros de rigidez da própria seção T, apresenta ser um modelo mais conveniente por obter resultados a favor da segurança.

Stramandinoli (2003) fez um estudo para contribuir na análise de lajes nervuradas por analogia de grelha. Em seu histórico apresentou resumidamente as propostas de vários autores relacionados a esse estudo. Assim como Coelho (2000), a autora realizou algumas verificações da rigidez à flexão, à torção e a influência da malha. Verificou que, para lajes maciças (apresentada inicialmente em seu trabalho para servir de comparação em alguns parâmetros para as nervuradas) as diversas relações  $J/I$  analisadas, não foram os modelos com barras menos espaçadas (mais refinado) que apresentaram os resultados mais próximos da Teoria da Elasticidade (TE). No entanto, quanto a rigidez observou-se que valores com relação  $J/I = 2$ , apresentaram resultados satisfatório em relação a TE. Esse valor além de corroborar os estudos de Coelho (2000), evidencia as indicações dos estudos de Montoya *et al.* (1973) e Hambly (1976) para esse caso. Já para lajes nervuradas, foi realizado um estudo da rigidez (tanto a flexão quanto a torção) das barras da grelha que representam as nervuras através da comparação das fórmulas para seção T e as fórmulas propostas por Kennedy e Bali (1979). Verificou-se que as mudanças nas fórmulas não afetou tão efetivamente nos resultados. Além disso, chegou a valores razoáveis utilizando rigidez à torção igual a 1% (quase nula) da integral, recomendação similar à da norma NBR 6118 (ABNT, 2014), que indica a aplicação de 15%. No entanto, a autora recomenda, para estudos futuros, a utilização de um melhor aproveitamento da reserva da capacidade existente na laje devido ao cálculo elástico, ou seja, fazendo uma análise plástica.

Reis (2007) estudou a continuidade das lajes em concreto armado inseridas em um pavimento utilizando métodos numéricos como a analogia de grelhas e elementos finitos. Seus resultados por analogia de grelha foram comparados com elementos finitos, bem como com métodos simplificados baseados na teoria da elasticidade. A análise conjunta entre elementos de uma estrutura mostrou que pode levar a diferenças significativas nos esforços em comparação ao método manual no qual é feita uma segmentação e o cálculo dos elementos é realizado individualmente. Outra conclusão do autor foi que apesar de apresentarem como prático, os métodos simplificados são de uso limitado para o caso de painéis de lajes com formatos irregulares, pois apresentaram

grandes diferenças quando comparados a processos numéricos como os modelos em elementos finitos e analogia de grelha, em que o pavimento é calculado considerando-se a continuidade entre as lajes.

No caso de lajes nervuradas unidirecionais (foco desse trabalho), Carvalho e Figueiredo Filho (2013) em um dos capítulos de seu trabalho relacionado a lajes nervuradas unidirecionais de vigotas pré-moldadas, apresentou um estudo preliminar para mostrar o comportamento estrutural (análise de esforços internos e o estado de deslocamento) desse tipo de estrutura. Nesse estudo, foi possível mostrar que esse tipo de estrutura tem um comportamento intermediário entre ao de elementos independentes e ao das lajes maciças. Constatou-se assim, que a capa de concreto (na direção transversal às nervuras), comumente negligenciada na análise e dimensionamento das lajes unidirecionais, apresenta relativa contribuição para a resistência da laje. Essa análise foi realizada através da utilização de um modelo de analogia de grelha para modelar a capa na direção transversal.

### ***1.1.2 Protensão em Lajes***

Emerick (2005) elaborou um trabalho com objetivo de apresentar os princípios de detalhamento de lajes protendidas, conciliando com algumas recomendações práticas. Segundo o autor, o trabalho é resultado de quase um ano de pesquisa bibliográfica. Além disso, o mesmo deixa enfatizado que o objetivo não é o aprofundamento teórico, mas sim apresentar visão prática e direta, ideal para escritórios.

Quanto a modelagem de lajes protendidas, podemos citar o trabalho de Dornelles (2009), onde o mesmo apresenta uma breve revisão bibliográfica com enfoque principal na protensão. O autor criou um programa para geração dos modelos de lajes lisas protendidas utilizados em seu trabalho. Além disso, por meio desse programa foi possível aplicar a geração de um modelo em um programa de análise por analogia de grelha e gerar tabelas com possibilidades de serem lidas por um programa comercial para modelagem e resolução de estruturas pelo método dos elementos finitos. A proposta desse trabalho foi a avaliação do comportamento em serviço de lajes lisas protendidas. Foi utilizado da modelagem por carregamento equivalente e análises no estado limite de serviço (com combinações raras) para verificação da distribuição dos cabos em planta e em elevação. Os resultados desse estudo em resumo foi: poder afirmar que a distribuição em planta com parte dos cabos concentrados em faixas que passam sobre os pilares foi mais vantajoso;

afirmar também que a modulação utilizada nos modelos foi decisiva, pois recomenda-se a utilização de um pequeno balanço no seu bordo livre para pavimentos com vãos que possuem as mesmas dimensões devido obter esforços mais uniformes; em pavimentos que não for possível esse balanço, tentar deixar os vãos internos com um comprimento superior aos periféricos com o objetivo de aproveitar melhor a protensão; sugere-se a adoção de cabos com traçados mais simples possível em elevação, recomendando o lançamento dos cabos com o menor comprimento possível dos trechos de curvatura para baixo, pois a adoção de 10% do vão para comprimento destes trechos fornece bons resultados e parece ser uma boa alternativa; não se recomenda, a menos que hajam inversões de esforços de magnitude muito elevada, a diminuição das excentricidades máximas dos cabos ao longo dos vãos. Vale apenas salientar, que além dos resultados obtidos, o autor apresenta algumas sugestões para trabalhos futuros nessa área.

Carvalho (2012), apresenta em seu trabalho os princípios básicos do concreto protendido, os cálculos necessários para perdas de protensão, dimensionamento e verificações específicas tanto para o Estado Limite Último quanto para o de Serviço. Nesse trabalho são realizados diversos exemplos de cálculos para vários elementos estruturais e tipos de protensão.

Carneiro (2015) realiza análise e dimensionamento de lajes lisas protendidas sem aderência. Em seu trabalho apresenta um breve histórico do cálculo para as lajes protendidas. A análise estrutural é realizada tanto através do pórtico equivalente quanto por analogia de grelha. Para o modelo exemplo utilizado (laje quadrada de tamanhos uniformes), uma das conclusões do autor foi que o método do pórtico equivalente obteve algumas divergências em relação a grelha, porém coerente e conservador.

### ***1.1.3 Otimização Estrutural***

Um dos estudos utilizados como referência nesse trabalho no que diz respeito a otimização estrutural foi o de Silva (2001), no qual realizou a otimização de estruturas de concreto através de Algoritmos Genéticos (AG's). Nesse trabalho o autor apresenta uma vasta revisão bibliográfica evidenciando as diferenças básicas entre os Métodos Clássicos e os Algoritmos Genéticos através de uma análise das vantagens e desvantagens entre as duas ferramentas de otimização. A pesquisa, em sua essência, é constituída da aplicação de exemplos de otimização para um trecho de pilar dimensionado à flexão composta oblíqua e um pórtico de concreto armado de cinco pavimentos. No caso do dimensionamento do

trecho de pilar corresponde ao custo por metro da seção de concreto tendo como variáveis a altura, a bitola de aço e o número de barras de aço utilizadas. Já para o pórticos, as variáveis são altura da viga, altura do pilar e suas respectivas áreas de aço. Nesse caso, o problema de otimização consiste em determinar o pórtico de concreto armado de menor custo que satisfazem as condições de contorno. Por fim, de acordo com tipo de problema, mais ou menos complexo, através de alguns ajustes dos parâmetros dos AG's é possível obter bons resultados de otimização para problemas estruturais.

Outro trabalho envolvendo AG's utilizado nesse estudo é o do Olivieri (2004). Nesse trabalho, além do estudo em si, podemos destacar que ele apresenta uma abrangente revisão quanto aos métodos de otimização e prioritariamente ao método de otimização através de Algoritmos Genéticos, um dos focos nesse trabalho. O autor trabalhou na implementação, em linguagem de programação *visual basic*, de algoritmos de otimização do projeto de pontes protendidas pré-moldadas pelo método dos AG's. Sua função objetivo era minimizar o custo de concreto e aço de protensão tendo como principais variáveis: o número de vigas, suas dimensões e o número de cordoalhas de protensão em cada uma delas. No intuito de avaliar a eficiência do algoritmo ele fez comparações entre os custos da solução ótima apresentada pelo programa e os custos de três projetos de pontes e viadutos já realizados por uma empresa fabricante de pré-moldados. Uma de suas principais conclusões foi o fato da solução ótima obter, em questões econômicas, resultados em cerca de 13% mais barata que um dos três projetos já realizados. Outra constatação foi que os AG's apresentaram uma técnica perfeitamente viável em problemas práticos de engenharia estrutural, pois apesar do AG exigir um maior custo computacional, uma vez que para cada rodada do programa foram realizadas 1250 avaliações (50 indivíduos x 25 gerações), tal esforço não se refletiu em grandes aumentos no tempo de processamento para as máquinas atuais - as utilizadas.

Bezerra (2017) realizou a otimização multiobjectivo para lajes nervuradas em concreto armado para atender a NBR 6118 (ABNT, 2014) e a norma de desempenho NBR 15575 (ABNT, 2013). Foi utilizado um algoritmo *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) para minimizar simultaneamente o custo e a emissão de CO<sub>2</sub>. Além dessa análise foi realizada a minimização simultânea do custo e a maximização da frequência natural da estrutura. Um dos resultados mostraram que a mudança nas dimensões mínimas levou a um aumento no custo do sistema de em média 37,51 %. Além disso, foi possível concluir que o custo monetário e a emissão de CO<sub>2</sub> não são de naturezas conflitantes, fato que indica que ao minimizar o custo monetário, naturalmente estará sendo

obtida uma boa solução ambiental através da redução da emissão do gás. Outra aplicação bastante interessante nesse trabalho foi a busca por dimensões ótimas, em especial o espaçamento entre nervuras. Os resultados mostraram que para atender tanto a norma de dimensionamento quanto a de desempenho de maneira a obter o menor custo, as nervuras tendiam para valores de 80 cm entre eixos.

O problema de projeto de pavimentos pode ser formulado como um problema de otimização e resolvido usando técnicas numéricas. Vários trabalhos têm aplicado estas técnicas numéricas ao projeto de estruturas de concreto armado e protendido, em particular, citam-se alguns trabalhos envolvendo docentes do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil – PEC da UFC, a saber: Albuquerque *et al.* (2011), Oliveira (2014), Oliveira *et al.* (2014), Mota e Melo (2015) e Sena (2015).

## **1.2 Objetivo geral**

O trabalho tem como objetivo a formulação de um modelo de otimização do custo de pavimento de laje nervurada unidirecional de concreto protendido com cordoalhas engraxadas, respeitando imposições das normas ABNT NBR 6118/2014 e ABNT NBR 15575/2013.

## **1.3 Objetivos específicos**

No intuito de se chegar ao objetivo geral, os seguintes objetivos específicos deverão ser atingidos:

- a) Estudo e avaliação da utilização das lajes nervuras protendidas unidirecionais;
- b) Implementação de um algoritmo utilizando analogia de grelha para análise estrutural de pavimento de laje nervurada protendida unidirecional;
- c) Desenvolvimento de um modelo de otimização com algoritmo evolutivo aplicado ao pavimento de laje nervurada unidirecional em concreto protendido.
- d) Avaliação da influência do vão na solução do problema proposto em concreto armado e protendido.
- e) Avaliação da rigidez à torção no modelo de grelha para laje nervurada unidirecional em concreto armado e protendido.

- f) Avaliação da eficiência do algoritmo de otimização na obtenção da solução para o problema proposto.

#### 1.4 Justificativa

O uso das lajes nervuradas nos últimos anos se tornou cada vez mais frequente devido a mesma apresentar um melhor desempenho em relação as lajes maciças em diversas situações. A aplicação da protensão acrescentou ainda mais vantagens nesse tipo de sistema, principalmente com o uso da protensão não aderente através das cordoalhas engraxadas, a qual garantiu uma maior produtividade em relação a protensão aderente. No entanto, ainda não se tem uma frequência da prática de técnicas de otimização para a elaboração de projetos estruturais, o que apresenta uma variação na concepção estrutural advinda da experiência de cada profissional.

A prática de otimização nos sistemas de pavimento de lajes nervuradas protendidas unidirecionais é justificada pelas vantagens estruturais e econômicas em relação as demais práticas de elaboração de projetos de forma convencional (sem otimização), como:

- Possibilidade de se chegar a uma solução ótima para o pavimento;
- Redução do tempo de elaboração de projetos;
- Devido a se chegar em uma solução ótima, tem-se uma redução dos custos e melhor aproveitamento dos materiais.

Outra justificativa referente a aplicação da protensão é as vantagens em relação ao sistema de lajes nervuradas em concreto armado, como:

- Maior aproveitamento do aço e concreto (característica da protensão);
- Redução do peso próprio da estrutura;
- Possibilidade de vencer maiores vãos e suportar maiores cargas;
- Ao vencer maiores vãos, apresenta a possibilidade de redução de pilares e vigas, o que implica na redução de fundações.

Além disso, justifica-se em relação as lajes nervuradas bidirecionais, as seguintes vantagens:

- Facilidade na execução;
- Redução de materiais (redução de aço e concreto na direção transversal).

Vale salientar que a modelagem de lajes nervuradas unidirecionais protendidas não são completamente cobertas pelas normas brasileiras ou por bibliografias nacionais. Portanto, esse trabalho vem apresentar algumas especificações e obter recomendações que possam ser aproveitadas para um projeto desse tipo de estrutura. A analogia de grelha se apresenta como um método bastante eficiente de análise estrutural para as lajes nervuradas. Essa técnica é utilizado em diversos *softwares* comerciais e tem-se uma implementação e interpretação dos dados relativamente simples.

## 2 LAJES NERVURADAS

A busca por sistemas estruturais que garantam maiores vãos com o intuito de se reduzir o número de pilares (principalmente em edifícios de múltiplos pavimentos), bem como apresentar maior liberdade arquitetônica é frequente. Diante desse meio, o sistema tradicional de lajes maciças em concreto armado com utilização de vigas se torna uma alternativa inviável, tanto pela presença de vigas, reduzindo assim a liberdade arquitetônica, quanto pelo fator econômico, devido as lajes maciças em concreto armado requerer um consumo de material exagerado (maiores espessuras) para se garantir as exigências das normas nas verificações. Segundo Bezerra (2017), as lajes maciças, na utilização de grandes vãos, tornam-se uma solução antieconômica devido necessitarem de espessuras elevadas para atender o estado limite de utilização.

Em edifícios de múltiplos pavimentos, as lajes representam uma parcela relevante no custo total das estruturas em concreto armado. Na utilização de sistema de laje maciça convencional, cerca de quase 2/3 do consumo total de concreto na estrutura é proveniente das lajes (FRANÇA e FUSCO, 1997). Em meio a isso, surge a necessidade pela busca de soluções e técnicas construtivas economicamente viáveis.

Ainda segundo o autor supracitado, a laje nervurada surgiu como uma evolução natural da laje maciça, na qual se elimina a maior parte do concreto abaixo da linha neutra. Dessa maneira permite-se um aumento econômico nas espessuras das lajes devido ao vazio criado em um arranjo rítmico. Para Nappi (1993), a criação da laje nervurada teve como objetivo a eliminação do concreto onde ele não é solicitado, o que reduz, consequentemente, o custo de execução através da utilização de nervuras de concreto armado, na face inferior das mesmas, com a permanência de uma camada de concreto na face superior. Além disso, entre essas nervuras pode ou não existir algum material, evidenciando que não deve existir esforço algum sobre elas.

O sistema de lajes nervuradas, com a redução do concreto na região tracionada, possibilita vencer vãos maiores e apresenta maior flexibilidade arquitetônica com a redução de vigas e pilares, além de proporcionar um desempenho mais eficiente em relação ao sistema convencional. Lopes *et al.* (2013), em estudos comparativos entre laje maciça e nervurada, para um estudo de caso de edifício de múltiplos pavimentos, concluiu que houve uma redução de aproximadamente 11,22% nos custos totais no sistema de lajes nervuradas em relação as lajes maciças, além de verificar uma redução de 43,73% no peso próprio da estrutura. Evidenciando assim, um sistema estrutural mais eficiente, quando comparado ao

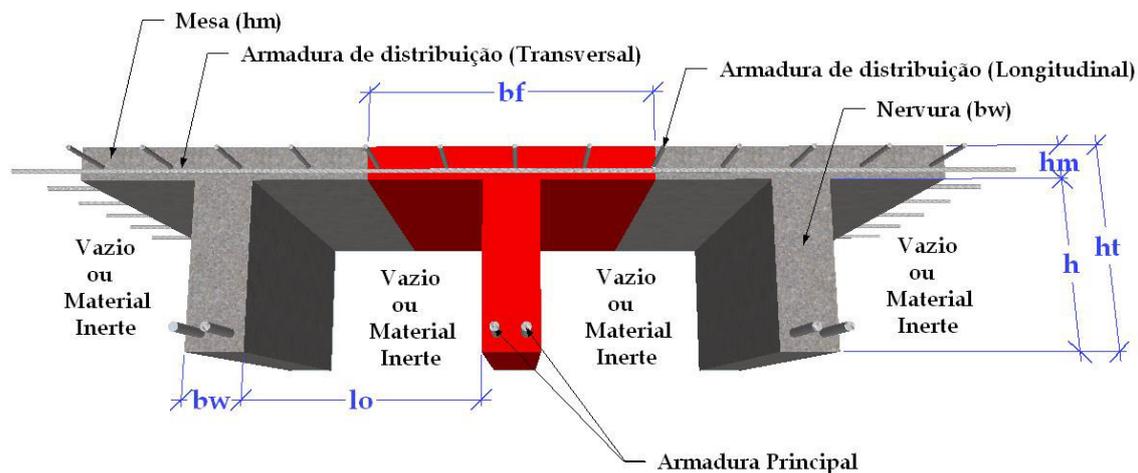
convencional com lajes maciças. Esse trabalho corrobora os estudos de Fiala e Hájek (2007), onde os mesmos afirmam que com o sistema de laje nervurada é possível alcançar uma economia de aproximadamente 50% no peso do concreto, chegando assim, a uma redução na carga do peso próprio atuando sobre a laje em si, bem como sobre as estruturas de suporte.

## 2.1 Características das lajes nervuradas moldadas no local

As lajes nervuradas podem ser consideradas as lajes nas quais elimina-se parte do concreto da região tracionada, deixando apenas nervuras em concreto com a finalidade principal de proteger a armadura de aço e de melhorar o desempenho à flexão. Entre as nervuras pode-se utilizar algum tipo de material inerte ou não.

Essas lajes nervuradas podem apresentar nervuras em duas direções: bidirecionais (comumente aplicadas quando a relação entre o maior e menor vão é menor que 2) e unidirecionais (comumente aplicadas quando a relação entre o maior e menor vão é maior que 2). Na Figura 1 é possível demonstrar uma seção típica de laje nervurada onde se apresenta suas respectivas partes para uma de suas direções.

Figura 1 – Seção típica de Laje Nervurada

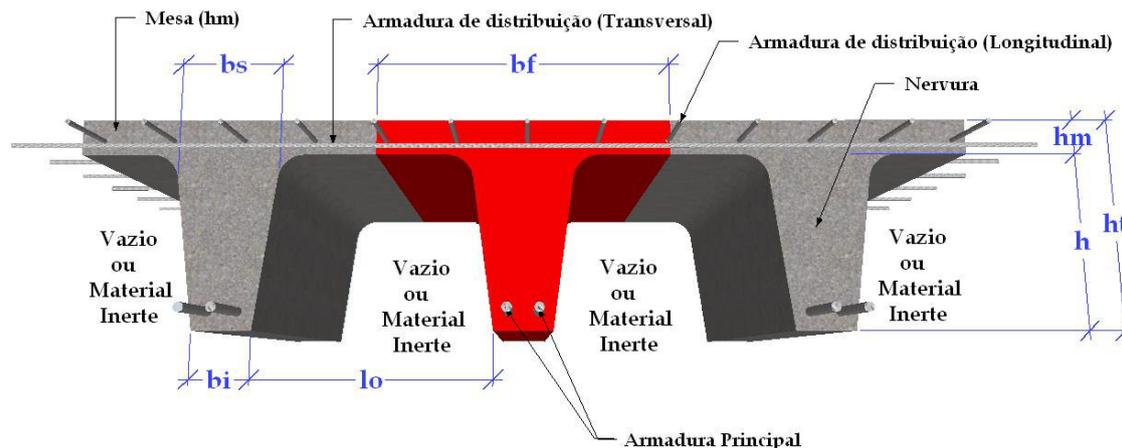


Fonte: Elaborada pelo autor.

Vale lembrar que a Figura 1 apresenta as partes da idealização de lajes nervuradas, com o intuito de se entender sua evolução em relação as lajes maciças. Apesar de serem executadas dessa maneira (seção retangular entre as nervuras) quando utiliza-se blocos cerâmicos ou Poliestireno expandido (EPS - *Expanded PolyStyrene*) como fôrma,

esse tipo de método construtivo caiu em desuso para as lajes nervuradas moldadas *in loco* após a criação das fôrmas reaproveitáveis (geralmente de material plástico). Para melhor aplicação prática no momento da desforma, os encontros entre as nervuras e a mesa apresentam pequenas curvas, mudando assim a seção típica das lajes nervuradas para a seção apresentada na Figura 2.

Figura 2 – Seção típica de Laje Nervurada utilizando com fôrma reaproveitável



Fonte: Elaborada pelo autor.

As características da seção da laje nervurada são dadas por:

$b_f$  – Largura colaborante da mesa;

$l_o$  – Distância entre as duas faces internas entre nervuras;

$b_i$  – Largura inferior da nervura;

$b_s$  – Largura superior da nervura;

$h$  – Altura da nervura;

$h_m$  – Altura da mesa (ou capa);

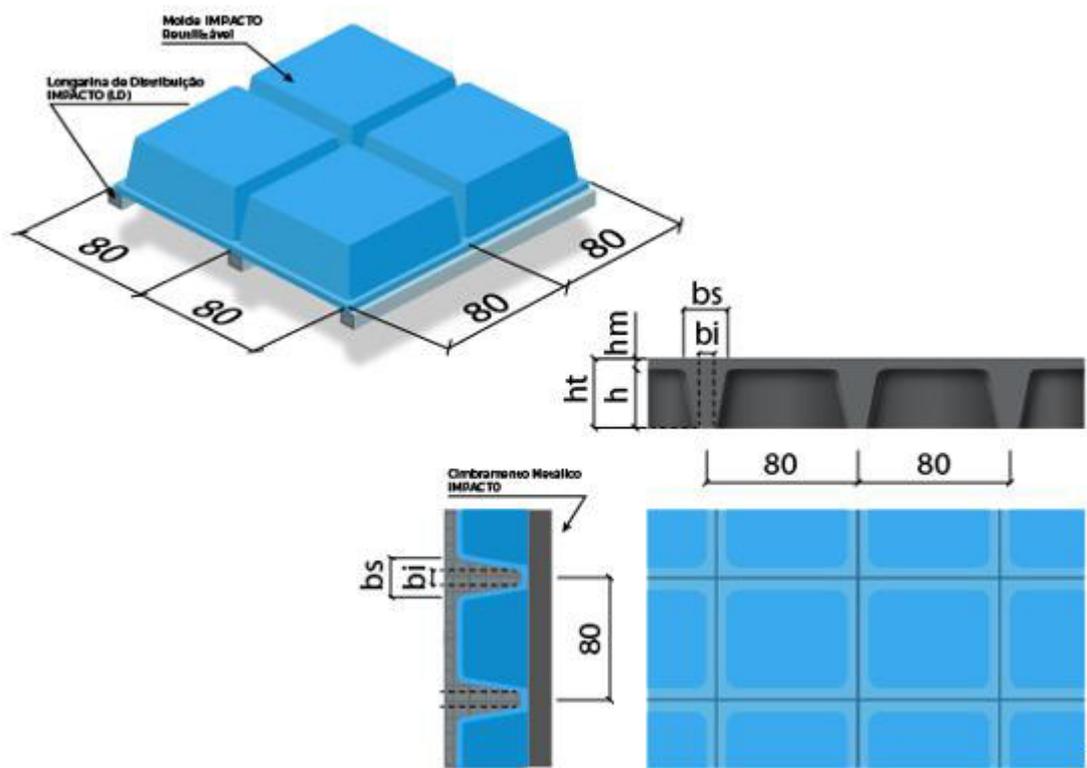
$h_t$  – Altura total da laje.

Como pode ser visto na Figura 2, a única mudança é no formato das nervuras, que agora não são mais constantes. Essa mudança serve para melhorar a desforma das fôrmas reaproveitáveis. As nervuras passaram a ter seções inferiores e superiores de dimensões diferentes.

Para facilitar o cálculo das propriedades geométricas da seção, algumas empresas fabricantes de fôrmas reaproveitáveis apresentam em seu catálogo todas as propriedades geométricas necessárias para o cálculo estrutural. Essas fôrmas geralmente

podem ser aplicadas tanto para lajes nervuradas em concreto armado quanto em concreto protendido. A Impacto Protensão (2018) é uma dessas empresas, da qual utilizaremos suas fôrmas como modelo de aplicação nesse trabalho. A Figura 3 apresenta um dos tipos de fôrmas plásticas da empresa utilizada para moldagem de lajes nervuradas bidirecionais com distância (de eixo a eixo) entre nervuras de 80 cm nas duas direções.

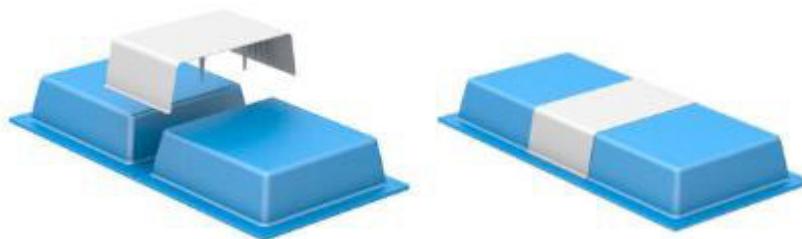
Figura 3 – Fôrma plástica para laje nervurada bidirecional (Impacto Protensão (2018))



Fonte: Adaptada de Impacto Protensão (2018).

A utilização das fôrmas plásticas também permitem a execução de lajes nervuradas unidirecionais moldadas *in loco*. Através da introdução de “tapa nervuras”, utilizando a mesma fôrma da bidirecional, é possível a execução das lajes unidirecionais como é apresentado na Figura 4.

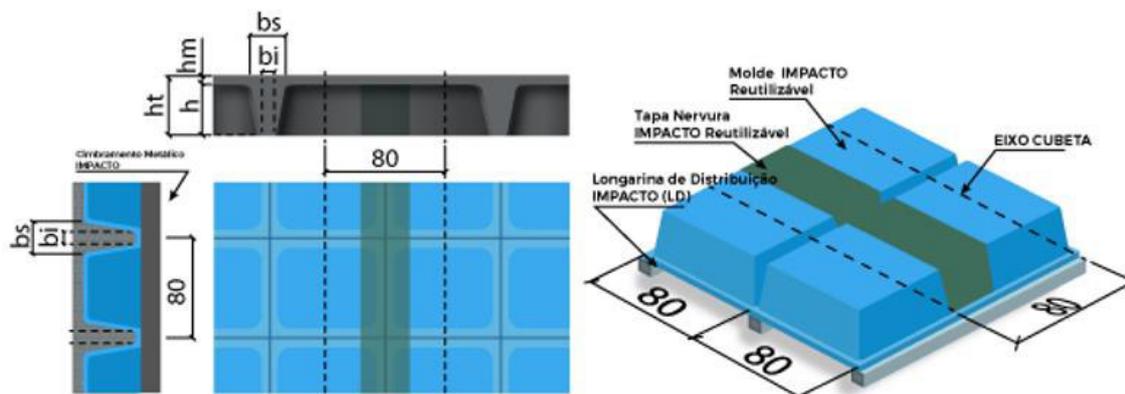
Figura 4 – Aplicação do "tapa nervuras" para gerar fôrmas unidirecionais



Fonte: Impacto Protensão (2018).

A Impacto Protensão (2018) também apresenta em seu catálogo os tipos de lajes unidirecionais (FIGURA 5), que por sua vez é o foco desse trabalho.

Figura 5 – Fôrma plástica para laje nervurada unidirecional (Impacto Protensão (2018))



Fonte: Impacto Protensão (2018).

## 2.2 Prescrições normativas

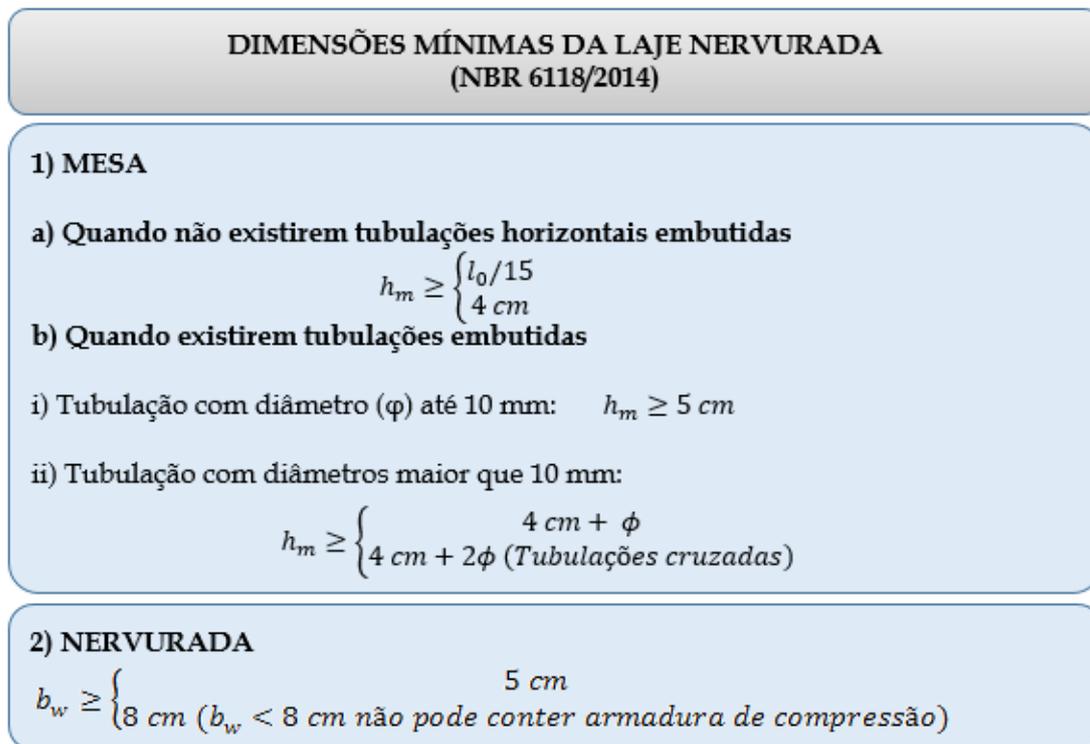
A NBR 6118 (ABNT, 2014) define em seu item 14.7.7, as lajes nervuradas como lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser inserido material inerte.

Os elementos estruturais devem atender as exigências das normas, que geralmente apresenta limites de orientação para os projetos. No entanto, em algumas situações uma norma se sobrepõe, em termos de segurança, a outra. Como exemplo, tem-se as dimensões mínimas exigidas pela norma de cálculo e detalhamento de estruturas de concreto que em certas situações, são menores que as exigidas para atender as norma de desempenho.

### 2.2.1 Dimensões mínimas

A NBR 6118 (ABNT, 2014) prescreve alguns limites das partes integrantes das lajes nervuradas para o dimensionamento. De maneira sucinta, a Figura 6 apresenta as dimensões mínimas, prescritas na norma, da mesa e nervuras.

Figura 6 – Dimensões mínimas de laje nervurada (NBR 6118 (ABNT, 2014))



Fonte: Elaborada pelo autor.

A NBR 15575-1 (ABNT, 2013) apresenta em seu item 4.2 (Segurança), as exigências do usuário relativo à segurança na qual destaca os fatores de segurança estrutural, segurança contra o fogo e segurança no uso e na operação. Nessa mesma norma, no item 8.5.1.3 (Assegurar estanqueidade e isolamento), exige-se que os sistemas ou elementos de compartimentação que integram os edifícios habitacionais devam atender à ABNT NBR 14432 para minimizar a propagação do incêndio, assegurando a estanqueidade e isolamento.

Ainda na norma supracitada, em seu item 8.6.1 (Minimizar o risco de colapso estrutural), estabelece que a edificação habitacional deve atender à ABNT NBR 14432 e às normas específicas para o tipo de estrutura apresentada no item 8.6.2 (Métodos de avaliação). Nesse item afirma que a análise do projeto estrutural em situação de incêndio

deve atender, para estruturas de aço a ABNT NBR 14323 e para as estruturas de concreto a ABNT NBR 15200. As versões mais atuais das normas citadas e que fazem parte da aplicação nesse trabalho são: NBR 14432 (ABNT, 2001) e NBR 15200 (ABNT, 2012).

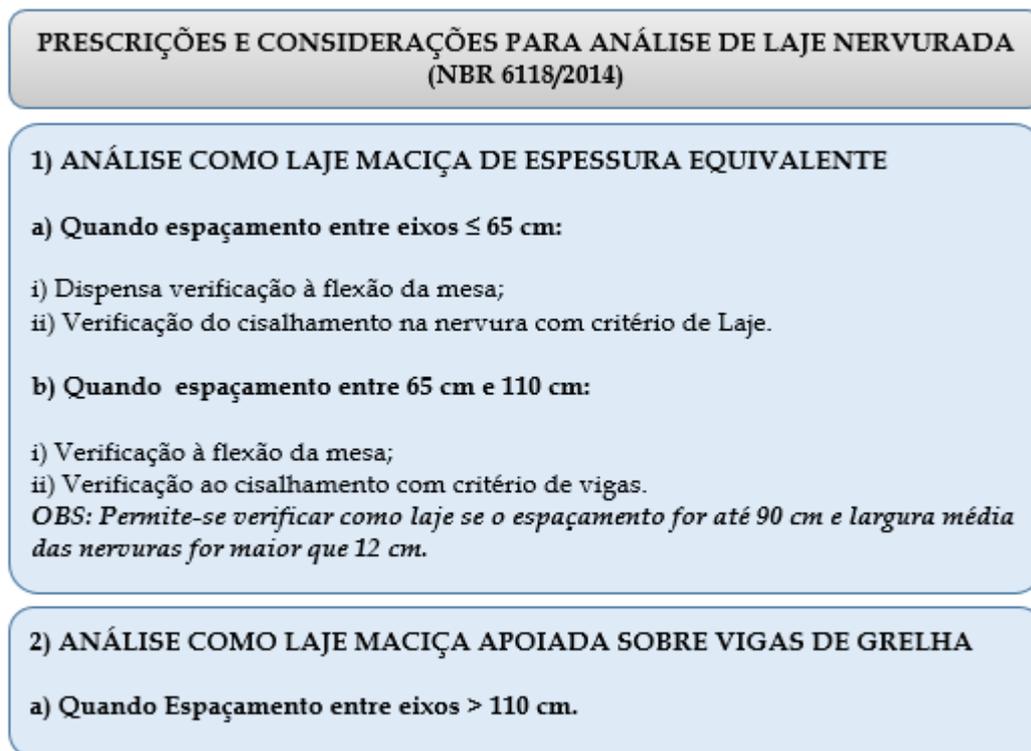
Para atender situação de incêndio, a NBR 15200 (ABNT, 2012) impõe limites para os elementos estruturais e dependendo da situação, apresenta cálculos específicos. No caso de lajes nervuradas, dependendo da condição de apoio, essa norma apresenta largura e capa mínima baseado no Tempo Requerido de Resistência ao Fogo (TRRF). O TRRF é adquirido na NBR 14432 (ABNT, 2001), de maneira mais geral, de acordo com o tipo e altura da edificação.

A exigência mínima de TRRF da NBR 14432 (ABNT, 2001) é de 30 minutos e para esse tempo as dimensões mínimas exigidas através da NBR15200 (ABNT, 2012) são maiores que as exigidas pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Porém, vale lembrar que em algumas situações a NBR 14432 (ABNT, 2001) dispensa a exigência do TRRF e portanto, os valores da NBR 6118 (ABNT, 2014) podem ser aplicados sem nenhuma restrição.

### ***2.2.2 Condições para análise***

Além de prescrever dimensões mínimas, a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite que as lajes nervuradas possam ser calculadas, para fins de projetos, como laje maciça de espessura equivalente. No entanto, para que isso seja possível, deve-se respeitar algumas condições impostas pela norma. Caso as condições não sejam atendidas, deve-se analisar a laje nervurada considerando a capa como laje maciça apoiada em uma grelha de vigas. A Figura 7 apresenta as prescrições e condições impostas pela norma de forma sucinta.

Figura 7 – Prescrições e considerações para análise de laje nervuda (NBR 6118 (ABNT, 2014))



Fonte: Elaborada pelo autor.

Bezerra (2017) trabalhou no dimensionamento ótimo das partes de lajes nervuradas em concreto armado de maneira a atender, simultaneamente, aos requisitos das normas pertinentes de concreto armado e as normas de desempenho. O mesmo chegou a resultados de espaçamentos ótimos, entre nervuras, em aproximadamente 80 cm. Já para o presente trabalho é utilizado das fôrmas para lajes unidirecionais já existentes da Impacto Protensão (2018). As fôrmas existentes nos sistemas da empresa são de espaçamentos entre eixos de 61 cm e 80 cm (variando as alturas e larguras para ambos – chegando a um total de 8 tipos de fôrmas possíveis). Portanto, nesse trabalho é possível a análise de laje maciça com espessura equivalente dispensando a verificação à flexão da mesa (quando a fôrma for de 61 cm), e a verificação do cisalhamento pode ser feita com critério de laje, já que não passa dos 90 cm prescritos pela norma, quando adotado espessuras maior que 12 cm.

### 3 CONCRETO PROTENDIDO

Apesar de serem tratados com termos diferentes, tanto o concreto armado (armadura passiva) quanto o concreto protendido (armadura ativa) são formados por concreto associado a armaduras de aço. Enquanto o concreto com armadura passiva possui aço com deformações similares a do mesmo, o concreto protendido é um concreto armado em que a armadura é pré-tensionada, isto é, desforma-se independentemente das deformações no concreto. Visto isso, ambas seguem as mesmas regras de projeto e execução, de tal modo que suas prescrições são regidas pela mesma norma (NBR 6118 (ABNT, 2014)).

#### 3.1 Do concreto armado ao protendido (conceitos e características)

De acordo com Adão e Hermerly (2010), o concreto possui uma ótima resistência a compressão, já sua resistência à tração não é tão boa, apresentando aproximadamente 10% da resistência à compressão.

A introdução do aço no concreto na parte tracionada sanou a deficiência à tração, resultando assim em um elemento altamente resistente e durável, o concreto armado. Carvalho (2012) apresenta um histórico do concreto armado no qual evidencia a primeira ideia por meio do francês J. L. Lambot, em 1855, com a criação de um barco com argamassa de cimento reforçado com ferro, além disso, em 1867, F. Coignet apresenta na Exposição Internacional de Paris, vigas e tubos de concreto armado.

O concreto armado apresenta sua principal característica (aço e concreto trabalhando juntos) em peças submetidas a flexão, na parte superior da seção - as tensões - são resistidas pelo concreto (compressão) e na inferior resistidas pelo aço (tração). No entanto, as armaduras só passam a resistir às solicitações quando o concreto que as envolve começa a deformar, chamadas assim de armaduras passivas. Devido à necessidade dessa deformação (para que o concreto armado “funcione”), surgem dois efeitos, que por sua vez são prescritos em normas para evita-los em demasia no estado limite de utilização:

1º) Deformação excessiva: O início da fissuração, em peças fletidas, se dá quando as tensões desenvolvidas em uma seção ultrapassam a tensão resistente do concreto à tração. Nesse caso, parte da seção estará fissurada (parte inferior) e outra não (parte superior). Na medida que o carregamento evolui, o nível de fissuração também o faz,

levando o elemento a uma diminuição da sua rigidez, o que resulta em uma acentuação das deformações da estrutura.

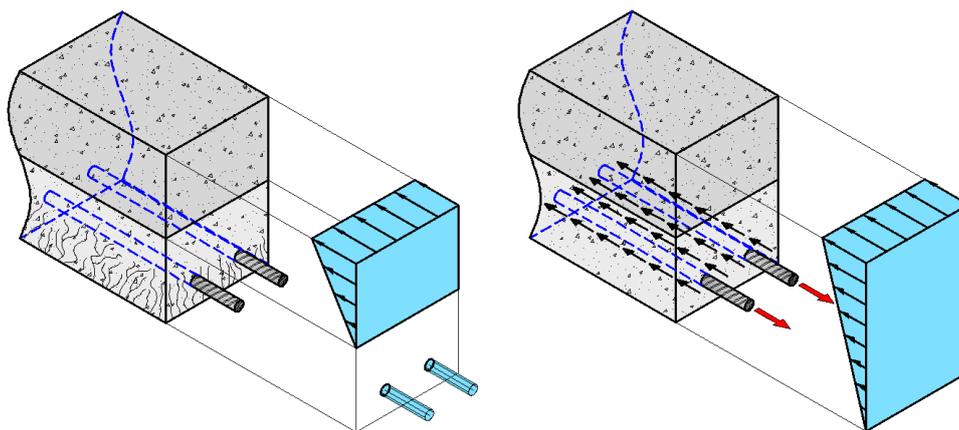
2º) Fissuração: Outro efeito produzido devido à baixa resistência à tração no concreto é a fissuração, que pode chegar a comprometer a integridade da peça, já que expõe as armaduras às ações do ambiente, diminuindo assim sua durabilidade.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) nos itens 17.3.2 e 17.3.3 apresenta considerações a serem analisadas na estrutura para o estado-limite de deformação e estado-limite de fissuração, respectivamente.

Com o intuito de minimizar ou até mesmo eliminar as fissuras, que são intrínsecas do concreto, surgiu a ideia do concreto protendido. Segundo Agostini (1983), a ideia de protensão surgiu quase simultaneamente a do concreto armado (armadura passiva). Carvalho (2012), afirma que existiram patentes de 1886 e de 1888, onde as primeiras tentativas esbarraram sempre na impossibilidade de se garantir tensões de compressão permanentes no concreto. Percebeu-se que os efeitos da retração e da deformação lenta do concreto acabavam por anular o efeito do estiramento prévio da armadura (a mesma utilizada no concreto armado). Após os estudos e ensaios feitos por Eugene Freyssinet, a partir de 1928, é que foi possível entender que seria necessário o uso de aços que permitissem grandes deformações de estiramento, onde esses, mesmo que perdessem ao longo do tempo parte do estiramento, ainda assim transfeririam esforços de compressão ao concreto.

O objetivo da armadura de protensão é minimizar ou eliminar as tensões de tração no concreto, impondo esforços de compressão no mesmo em peças submetidas a flexão. Com isso, o concreto passa a trabalhar sob compressão e devido a sua alta resistência a esse esforço a estrutura apresenta um melhor desempenho quando comparado ao concreto armado (FIGURA 8).

Figura 8 – Tensões produzidas pela protensão em peças sob flexão



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os principais benefícios da protensão, segundo Carvalho (2012), são apresentados na Tabela 1.

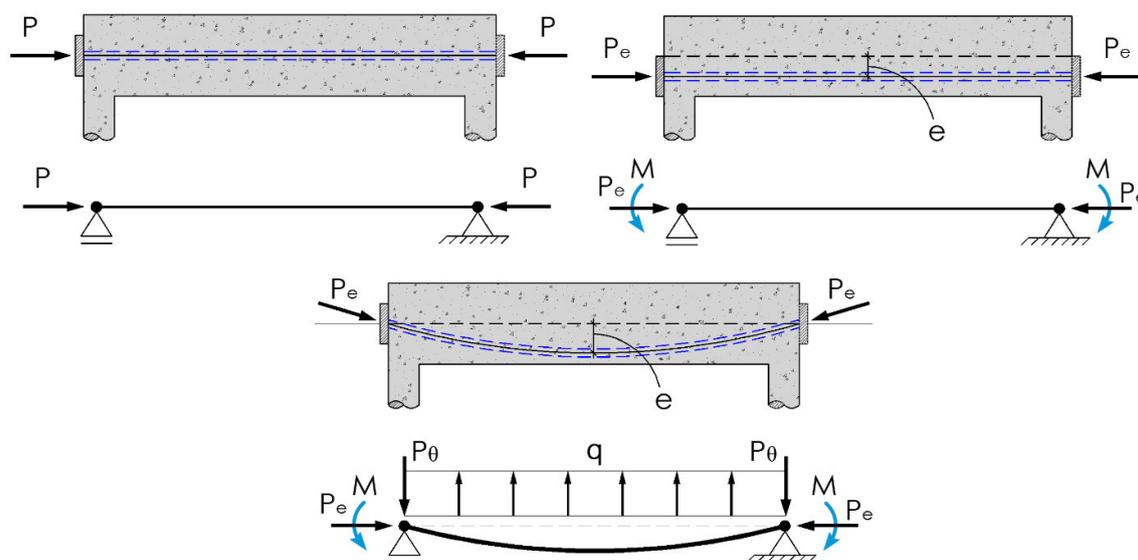
Tabela 1 – Benefícios da protensão

Situação	Conceituação
Serviço	Impede ou limita a fissuração e os deslocamentos da estrutura
Último	Permite o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no ELU

Fonte: Adaptada de Carvalho (2012).

Nas estruturas de concreto protendido, a princípio, aplica-se uma tensão de tração na armadura e a ancora no elemento de concreto. O cabo alongado tenderá, naturalmente, a recuperar suas dimensões, induzindo no concreto tensões de compressão que anularão as tensões de tração decorrentes do carregamento externo. Posicionando as armaduras protendidas com uma certa excentricidade em relação ao eixo-neutro do elemento fletido, além da tensão de compressão, será gerado um momento fletor contrário ao provocado pelas ações externas, o que resultará em um desempenho ainda mais eficiente. Como o momento fletor varia ao longo de um elemento, é comum dispor os cabos em formato curvo, permitindo que a excentricidade também varie, de forma a balancear as tensões de flexão ao longo de todo o elemento. A Figura 9 mostra as cargas equivalentes produzidas quando o cabo for reto (centrado e excêntrico) e quando for curvo. Normalmente, o cabo que será a armadura ativa é formado por um conjunto de cordoalhas envolvidas por uma bainha.

Figura 9 – Efeito da protensão quando o cabo estiver: a) reto e centrado, b) reto e excêntrico e c) curvo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

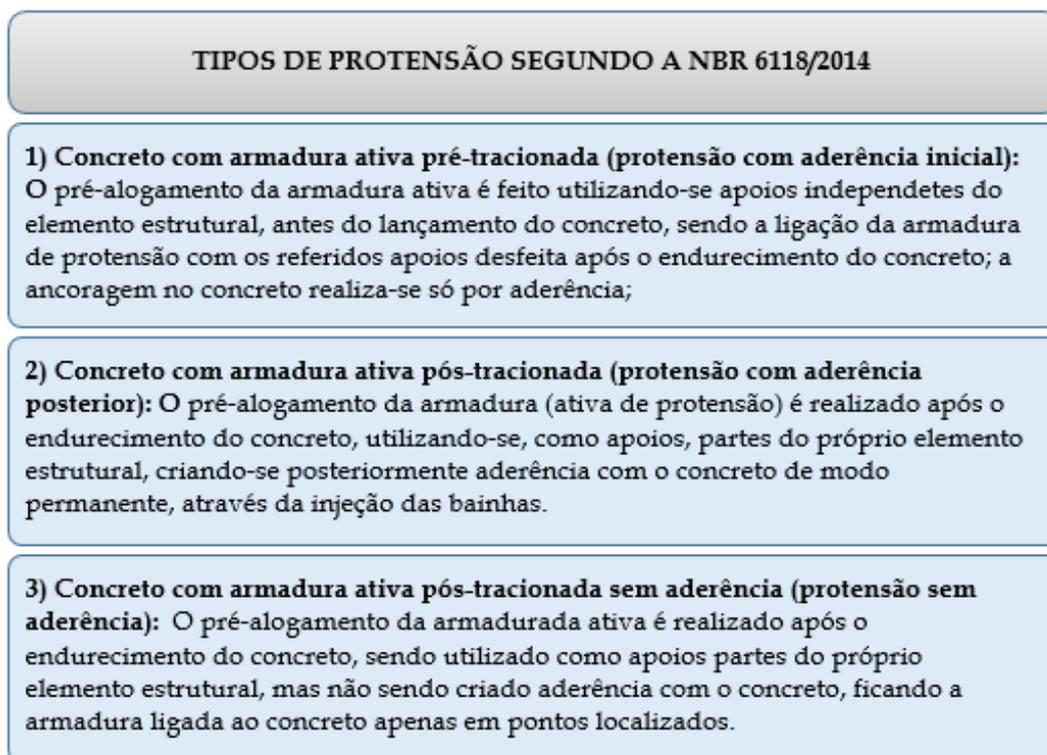
## 3.2 Tipos de protensão

De maneira didática, como utilizado na prática de projeto, a protensão pode ter dois tipos de classificações principais. Uma levando em consideração a aderência (aço-concreto) e outra a intensidade de aplicação da protensão.

### 3.2.1 Protensão quanto à aderência

De acordo com o mecanismo de aderência entre cabo e concreto, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a protensão pode ser classificada como sendo aderente ou não-aderente. A protensão aderente pode ser executada antes (aderência inicial) ou após (aderência posterior) o lançamento do concreto, já a não aderente é executada apenas após a concretagem. A Figura 10 exemplifica os tipos de protensão utilizados.

Figura 10 – Tipos de Protensão quanto a aderência segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em Carvalho (2012), apresenta-se o detalhamento na execução de cada tipo de protensão. Para o trabalho em questão a proposta é utilizar da protensão não aderente, a que vem ganhando espaço com a utilização de cordoalhas engraxadas.

Na protensão não aderente, as cargas de compressão no concreto decorrentes da tração dos cabos são provocadas pela ancoragem nas extremidades da peça. Normalmente, os cabos são projetados com uma das extremidades fixada no elemento (ancoragem passiva) enquanto a outra, após concretagem e espera de um período necessário para se realizar a protensão, é ligada a um macaco hidráulico que promoverá a protensão, estando este apoiado na outra face do elemento. Nesse tipo de protensão adota-se, usualmente, cabos formados por uma cordoalha engraxada (monocordoalha) envolvida por uma capa plástica. A capa faz a função da bainha, isolando o concreto do cabo, enquanto a graxa preenche os espaços vazios, conferindo uma maior proteção à corrosão e diminuindo o atrito na interface cabo-bainha.

Por um lado, o uso da protensão aderente permite uma melhor distribuição das fissuras e apresenta um melhor comportamento no estado limite último (EMERICK, 2005). Além disso, de acordo com Carvalho (2012), nesse sistema não há a perda de protensão se houver ruptura da ancoragem ou corte da armadura ativa. No entanto, a solução com

protensão não aderente, simplifica a execução das peças, garantindo, em relação ao sistema com aderência, maior economia, rapidez na montagem, praticidade de manuseio, redução substancial das perdas de protensão em função do atrito, além de dispensar a injeção da nata de cimento (DORNELLES, 2009).

### **3.2.2 Protensão quanto à intensidade (níveis de protensão)**

Outra classificação da protensão é quanto a intensidade, que se relaciona, segundo Carvalho (2012), com a durabilidade das peças e a maneira de se evitar a corrosão da armadura, ou seja, estão ligados aos estados limites de serviço referente a fissuração. A NBR 6118 (ABNT, 2014) classifica a protensão, quanto à intensidade, em três tipos: estruturas com protensão parcial, completa e limitada.

Para Dornelles (2009), na protensão parcial as estruturas são dimensionadas no estado limite último e posteriormente são realizadas as verificações em serviço (similar as estruturas de concreto armado). Já as estruturas com protensão completa e limitada podem ser dimensionadas em serviço, respeitando os limites de descompressão e formação de fissuras, e depois verificando as flechas e o estado limite último. O que difere entre esses dois últimos são as combinações utilizadas. Além disso, ainda segundo o autor supracitado, as estruturas com protensão completa e limitada apresentam vantagens em relação a parcial devido trabalharem, em serviço, e não fissuradas, o que aproveita a inércia da seção ao máximo.

O nível (ou intensidade) de protensão mínimo, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), está atrelado a classe de agressividade do meio ambiente como é apresentado na Tabela 2, nomeado como *Tabela 13.4* na norma em questão.

Tabela 2 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à protensão da armadura, em função das classes de agressividade ambiental

<b>Tipo de concreto estrutural</b>	<b>Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão</b>	<b>Exigências relativas à fissuração</b>	<b>Combinação de ações em serviço a utilizar</b>
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	-
Concreto armado	CAA I	ELS-W wk ≤ 0,4 mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W wk ≤ 0,3 mm	
	CAA IV	ELS-W wk ≤ 0,2 mm	
Concreto Protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W wk ≤ 0,2 mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D	Combinação frequente

Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014).

A protensão limitada é a exigência mínima para as maiores classes de agressividade da norma para pós-tração. Para esse trabalho será definida a protensão limitada independente da classe de agressividade, o que abrange da mínima até a máxima classe de agressividade.

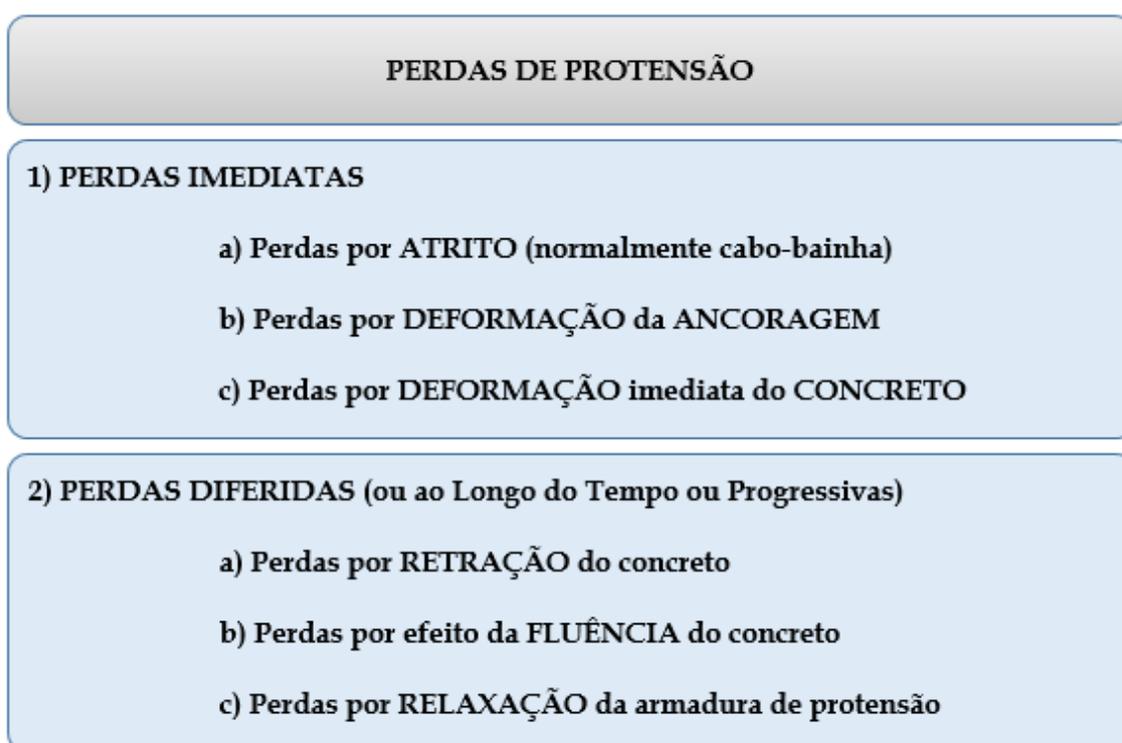
### 3.3 Perdas de Protensão

A redução do esforço de protensão que ocorre ao longo dos cabos são normalmente chamadas de perdas, podendo ser classificadas de Perdas Imediatas e Perdas ao Longo do Tempo (ou diferidas) (CARVALHO, 2012). A NBR 6118 (ABNT, 2014) prescreve que o projeto deve prever essas perdas em relação ao valor inicial aplicado pelo aparelho tensor, ocorrido antes da transferência da protensão ao concreto, durante esse transferência e ao longo do tempo.

As perdas imediatas são características intrínsecas ao processo construtivo das peças de concreto protendido (DORNELLES, 2009). Segundo Carvalho (2012), essas perdas são devidas principalmente à forma como se procede à protensão e as propriedades elásticas dos materiais aço e concreto. Já as perdas diferidas se devem às propriedades viscoelásticas tanto do aço quanto do concreto.

De maneira didática e bastante aplicado na prática de projeto, essas duas perdas (imediatas e diferidas) podem ainda se classificar em 3 tipos principais cada, como é apresentado na Figura 11 (CARVALHO, 2012).

Figura 11 – Perdas de Protensão



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ainda segundo Carvalho (2012), alguns projetistas (ou autores) preferem considerar que, para efeito de projeto, as perdas podem ser estimadas, deixando para um passo futuro (nas verificações finais) o cálculo mais detalhado. O uso de estimativas é justificável, pois para efetuar os cálculos das perdas é necessário ter definido todas as características estruturais, incluindo a quantidade de armadura longitudinal. Entretanto, existem teorias e experimentos suficientes para que ao final do projeto seja feita as verificações com boa precisão dos resultados.

Como o objetivo do presente trabalho é a otimização do sistema estrutural, o cálculo das perdas será realizado por meio de estimativas informadas no capítulo 5.

### **3.4 Cargas de protensão**

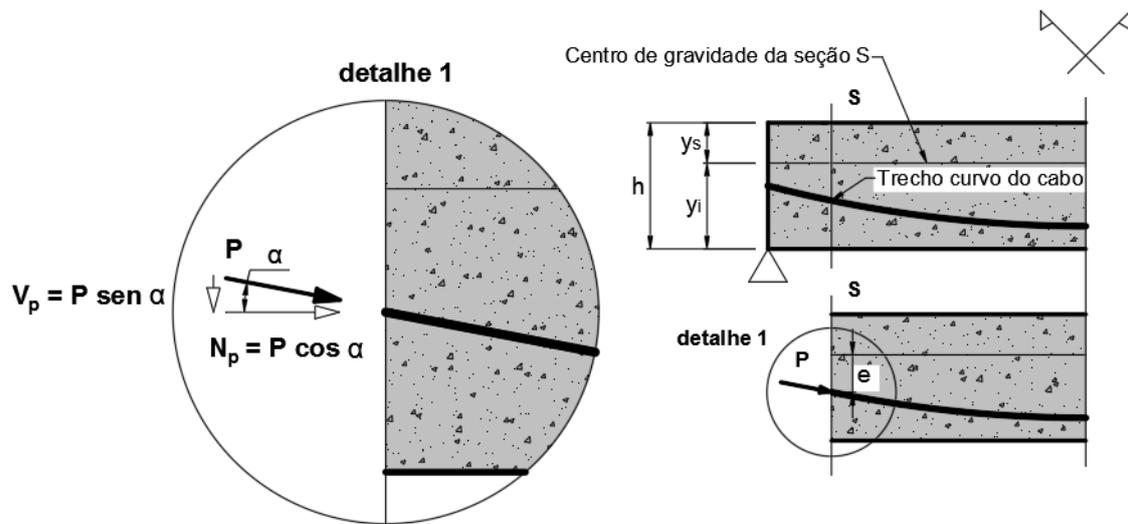
No dimensionamento das peças de concreto protendido, a modelagem da carga de protensão pode ser de diferentes formas, na qual duas maneiras são mais usuais. Segundo Oh e Jeon (2002), uma delas é considerar o cabo com um elemento resistente da seção, impondo deformações equivalentes ao pré-alongamento da armadura protendida. A outra abordagem, conhecida como “método equivalente”, consiste em considerar a protensão como um carregamento externo equivalente auto-equilibrado. O primeiro método leva, em estruturas hiperestáticas, ao surgimento de esforços externos decorrentes da restrição à livre deformação da peça (CAVALCANTI, 2005). O segundo método substitui os cabos por um carregamento externo que provoque efeitos equivalentes aos produzidos por aqueles.

#### ***3.4.1 Carga como esforço normal aplicada à seção***

A carga aplicada como esforço normal é uma representação da protensão de maneira bastante realista e utiliza de princípios básicos de resistência dos materiais para encontrar a tensão normal na seção do elemento. Para Dornelles (2009), esse modelo é muito usado no dimensionamento ou verificação de peças isostáticas com protensão completa ou limitada no estado limite de serviço.

Neste modelo é realizado um corte sobre a seção transversal que se deseja estudar para encontrar as tensões (ou força quando conhecido a seção) geradas pela protensão. Carvalho (2012) apresenta os cálculos para se chegar nas tensões máximas e mínimas em uma seção transversal  $S$  submetida a um momento fletor  $M$ , devido ao efeito da protensão de um cabo curvo com uma força de protensão  $P$  (considerada constante ao longo do mesmo), onde a inclinação da tangente ao mesmo na seção é dada por  $\alpha$  (Baseado na Figura 12 será apresentado esses cálculos de acordo com o autor supracitado).

Figura 12 – Ações solicitantes (isostáticas) devido ao efeito de protensão em uma seção S



Fonte: Adaptada de Carvalho (2012).

Por intermédio da Figura 12 é possível obter os esforços internos isostáticos dados por

$$V_p = P \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

$$N_p = P \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

$$M_p = N_p \cdot e \quad (3)$$

onde  $P$  – Força resultante de protensão atuando no concreto devido ao efeito de protensão de um ou um conjunto de cabos;  $e$  – Excentricidade do cabo de protensão, ou seja, a distância do centro de gravidade do (s) cabo (s) ao centro de gravidade da seção;  $V_p$  – Força cortante de protensão;  $N_p$  – Força Normal de protensão;  $M_p$  – Momento Fletor isostático de protensão;  $\alpha$  – Ângulo da inclinação da tangente ao cabo na seção.

Situado junto à borda superior e inferior, respectivamente, que são os pontos mais afastados do Centro de Gravidade (CG) da seção, tem-se as tensões normais máximas que podem ser dadas por

$$\sigma_{sup} = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p \cdot e}{W_{sup}} \pm \frac{M}{W_{sup}} \quad (4)$$

$$\sigma_{inf} = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p \cdot e}{W_{inf}} \mp \frac{M}{W_{inf}} \quad (5)$$

onde  $\sigma_{sup}$  e  $\sigma_{inf}$  – Tensões normais no concreto junto à borda inferior e superior, respectivamente;  $A$  – Área da seção transversal de concreto (em geral, a seção geométrica Bruta), que pode ser, em geral, considerada igual à área da seção geométrica;  $W_{inf}$  e  $W_{sup}$  – Módulo de resistência da seção em relação à borda inferior e superior da seção. Dado pela razão entre a inércia à flexão ( $I$ ) (relativa ao eixo baricêntrico) e a distância do centro de gravidade da seção à borda inferior ( $y_i$ ) e superior ( $y_s$ ), respectivamente;  $M$  – Soma dos momentos fletores na seção devido às ações atuantes (peso próprio, carga acidental, sobrecarga permanente, etc.) para a verificação requerida; e  $N_p \cdot e$  – Momento fletor isostático de protensão refere-se ao efeito de força de protensão estar excêntrica em relação ao centro de gravidade da peça; e assim, para reduzi-la (força de protensão) a este ponto é preciso considerar este momento.

Dornelles (2009) afirma que esse modelo é bastante simples e facilita o traçado dos cabos e o dimensionamento da força de protensão, já que em cada seção tem-se o esforço solicitante devido o carregamento e pode-se calcular o esforço contrário que será causado pela protensão. No entanto, este modelo só pode ser utilizado em peças isostáticas, pois nas peças hiperestáticas aparecem os esforços hiperestáticos de protensão.

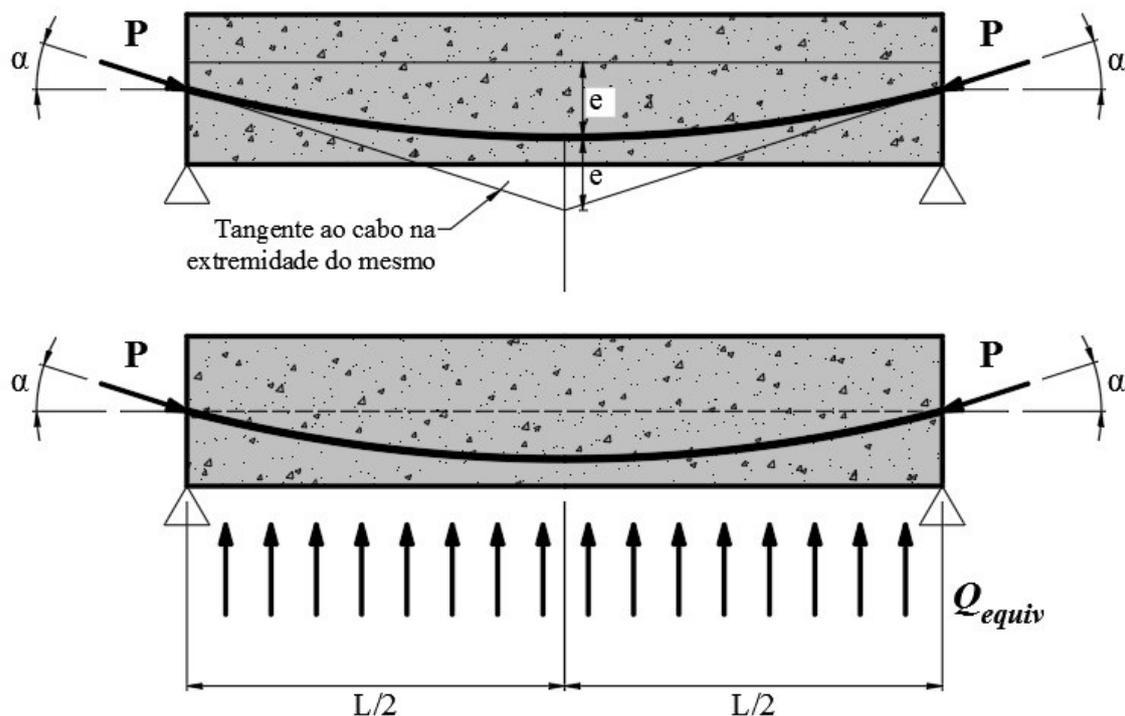
### 3.4.2 Carga como Ação Equivalente

Dornelles (2009) afirma que o método da carga equivalente é o mais utilizado para considerar a protensão em estruturas hiperestáticas. Esse método pode ser apresentado, de acordo com Carvalho (2012), da seguinte maneira:

De acordo com a Figura 13, considerando a ação de um cabo com uma força de protensão  $P$  aplicada nas extremidades (neste caso no cg da peça) da viga, e que provocará quando for estirado uma ação  $Q$  (contato cabo-concreto), que pode ser substituída por uma ação distribuída atuando ao longo de  $L$  e com direção vertical, ou seja, com intensidade constante (perdas são desprezadas) de  $Q_{equiv}$ . O equilíbrio na vertical pode ser dado por

$$2 \cdot P \cdot \text{sen}(\alpha) = Q_{equiv} \cdot L \quad (6)$$

Figura 13 – Efeito da protensão de cabo curvo através de uma ação equivalente



Fonte: Adaptada de Carvalho (2012).

Considerando que a curva do cabo em questão seja uma parábola do segundo grau, o valor de  $\text{sen } \alpha$  é dado pela Equação (7) (verificar que as tangentes em cada extremidade do cabo se encontram no meio do vão no ponto distante do cg de  $2 \cdot e$ )

$$\text{sen } \alpha = \frac{2 \cdot e}{\sqrt{(2 \cdot e)^2 + (L/2)^2}} \quad (7)$$

considerando que o valor de  $e$  na presença de  $L$  seja pequeno, a Equação (7), fica:

$$\text{sen } \alpha = \frac{2 \cdot e}{L/2} \quad (8)$$

substituindo a Equação (8) na (6), tem-se:

$$Q_{equiv} = \frac{8 \cdot P \cdot e}{L^2} \quad (9)$$

A Equação (9) representa a carga equivalente de protensão que pode ser aplicada à estrutura na análise do elemento como carga distribuída. Apesar da dedução apresentada ter sido aplicada em uma estruturas isostática, essa carga inclui tanto os efeitos isostáticos quanto os hiperestáticos.

Nas estruturas hiperestáticas, devido ao impedimento da deformação livre da peça, ao aplicar a protensão, surgem esforços adicionais na estruturas. Esses esforços devem ser considerados no dimensionamento da estruturas. A NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 11.3.3.5, prescreve que em todas as estruturas protendidas a ação da protensão deve ser considerada, incluindo, além dos elementos protendidos propriamente ditos, aqueles que sofrem a ação indireta da protensão, que são justamente os esforços hiperestáticos de protensão. Além dessas prescrição, a norma, em seu item 17.2.4.2.1, diz que além dos efeitos de outras ações, apenas os esforços solicitantes hiperestáticos de protensão devem ser considerados no Estado Limite Último, de maneira que os isostáticos de protensão não podem ser incluídos. Segundo Carneiro (2015), o momento hiperestático ( $M_{hiper}$ ) pode ser determinado, de maneira aproximada, por meio da subtração do momento isostático obtido do carregamento equivalente ( $M_{equiv}$ ), dado por:

$$M_{hiper} = M_{equiv} - M_{isost} \quad (10)$$

O momento isostático ( $M_{isost}$ ), que independe das condições de apoio, é função da força de protensão ( $P$ ) e da excentricidade do cabo ( $e_{cb}$ ). Esse momento, portanto, é dado por

$$M_{isost} = P \cdot e_{cb} \quad (11)$$

Na prática de projeto, com a carga equivalente é possível determinar a quantidade de cabos para equilibrar uma determinada parcela do carregamento aplicado. A carga a ser equilibrada pode seguir diversos critérios, como o do relatório n.º 43 do *Concrete Society* (1994) que faz o balanceamento para a totalidade das cargas permanentes, o do Emerick (2005), que equilibra o peso próprio mais 10% do carregamento total, Aalami e Jurgens (2003), que faz orientações para balancear entre 60% e 80% da carga permanente, o de Carneiro (2015), que adota a parcela do carregamento externo integralmente, entre outros.

Nesse trabalho será utilizado esse método para representação da carga de protensão pelo fato de ser um dos mais utilizados, tanto na prática de projeto como pelo meio acadêmico para implementação de programas de análise. Além disso, a carga a ser balanceada seguirá as recomendações de Emerick (2005), ou seja, equilibrar o peso próprio mais 10% do carregamento total.

### 3.5 Dimensionamento e Verificações

Segundo Carvalho (2012), no início da aplicação da protensão, a teoria do estado limite último (especialmente a ruptura) ainda não estava em vigor. Assim, quando se desejava apenas evitar as tensões normais de tração na seção transversal, para se conhecer esforços solicitantes e deslocamentos, bastava o uso da teoria da resistência dos materiais. Ao entrar em vigor a teoria dos estados limites, o que bastava controlar a abertura das fissuras do concreto e estudar a seção transversal no estado limite de ruptura (último), a armadura de protensão passou a ter duas finalidades. Na primeira, em serviço (para combinações de ações), a armadura é utilizada com a introdução dos esforços de protensão para evitar a fissura de flexão ou apenas controlar a sua abertura. Já na segunda, no caso da análise do estado limite último, quando a armadura necessita garantir a segurança da seção na ruptura, a teoria do concreto armado pode ser usada para o concreto protendido, desde que se considere a tensão de protensão decorrente da armadura ativa.

#### 3.5.1 Estado Limite Último (ELU)

Diferentemente do concreto armado, nesse estado é realizado além do dimensionamento da armadura, a verificação de tensões no ato da protensão, também denominada como verificação no estado em vazio.

##### 3.5.1.1 Verificação do Estado Limite Último no Ato da Protensão (ELU-AtoP)

Essa verificação é realizada para garantir que o concreto esteja com resistência adequada no dia de aplicar a protensão. Considera-se na protensão apenas as perdas imediatas.

A NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 17.2.4.3.2, permite fazer uma verificação simplificada, assumindo que a segurança pode ser atendida admitindo seção no Estádio I, desde que seja verificada as seguintes condições:

a) A tensão máxima de compressão na seção de concreto, obtida através das solicitações ponderadas de  $\gamma_p = 1,1$  para a protensão pós-tração,  $\gamma_f = 1,0$  para as ações, não pode ultrapassar 70 % da resistência característica no dia especificado para protensão ( $f_{ckj}$ ).

b) A tensão máxima de tração do concreto não pode ultrapassar 1,2 vez a resistência à tração média ( $f_{cm}$ ) correspondente ao valor  $f_{ckj}$  especificado;

c) Quando nas seções transversais existirem tensões de tração, deve haver armadura de tração calculada no estágio II. Para efeitos de cálculo, nessa fase da construção, a força nessa armadura pode ser considerada igual à resultante das tensões de tração no concreto no estágio I. Essa força não pode provocar, na armadura correspondente, acréscimos de tensão superiores a 150 MPa no caso de fios ou barras lisas e a 250 MPa em barras nervuradas.

### 3.5.1.2 Dimensionamento no Estado Limite Último

Para o dimensionamento no ELU, todas as perdas devem ser consideradas, ou seja, a armadura ativa deve conter os fatores de redução das perdas imediatas e progressivas. Essa carga, considerando todas as perdas (imediatas e progressivas) também é denominada carga de protensão no tempo “infinito”. Após definir a quantidade de armadura ativa em função da carga balanceada, é necessário calcular uma área de armadura passiva para obter um momento resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ) de maneira que seja maior ou igual ao momento solicitante de cálculo ( $M_{Sd}$ ). Para adquirir as solicitações, a NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta os coeficientes de majoração para o ELU que são apresentados na Tabela 3 (Tabela 11.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014)).

Tabela 3 – Coeficientes de ponderação das ações

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalque de apoio e retração	
	<i>D</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>T</i>	<i>D</i>	<i>F</i>	<i>D</i>	<i>F</i>
<b>Normais</b>	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
<b>Especiais ou de construção</b>	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
<b>Excepcionais</b>	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014).

### 3.5.2 Estado Limite de Serviço (ELS)

No caso de Estruturas protendidas, no ELS são realizadas tanto verificações de aceitabilidade sensorial quanto verificações de tensões limites.

#### 3.5.2.1 Verificação de tensões limites no Estado Limite de Serviço

As verificações das tensões no ELS estão condicionadas ao nível de protensão utilizado. A força de protensão utilizada para essa verificação é no tempo “infinito”, portanto, considerando todas as perdas de protensão. Para o nível de protensão limitada, a NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta em seu item 13.4.2 que deve ser verificada as condições no Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F) e no Estado Limite de Descompressão (ELS-D) utilizando a combinação de ações Frequente (CF) e Combinações de ações Quase Permanente (CQP), respectivamente. Para a mesma norma, o ELS-F é atingido quando a tensão de tração máxima na seção é igual a resistência à tração na flexão do concreto e o ELS-D é um estado que em um ou mais pontos da seção transversal, a tensão normal é nula.

#### 3.5.2.2 Verificação no Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF)

A NBR 6118 (ABNT, 2014) afirma em seu item 19.3.1, que as verificações devem ser realizadas de acordo com o item 17.3.2, ou seja, adotar critério de vigas. Portanto, dentro desse item (sub item 17.3.2.1.3), para avaliação das flechas em lajes (vigas) com armaduras ativas, é suficiente considerar  $(EI)_{eq} = E_{cs}I_c$ , desde que não seja ultrapassado o estado limite de formação de fissuras. Além disso, para considerar a deformação diferida no tempo, basta multiplicar a parcela permanente da flecha imediata acima referida por  $(1 + \varphi)$ , onde  $\varphi$  é o coeficiente de fluência e é apresentado pela norma através da Tabela 4 (Tabela 8.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014)).

Tabela 4 – Valores característicos superiores da deformação específica de retração  $\varepsilon_{cs}(t_{\infty}, t_0)$  e do coeficiente de fluência  $\varphi(t_{\infty}, t_0)$

Umidade média ambiente %		40		55		75		90		
Espessura fictícia 2Ac/u cm		20	60	20	60	20	60	20	60	
$\varphi(t_{\infty}, t_0)$ Concreto das classes C20 a C45	$t_0$ dias	5	4,6	3,8	3,9	3,3	2,8	2,4	2,0	1,9
		30	3,4	3,0	2,9	2,6	2,2	2,0	1,6	1,5
		60	2,9	2,7	2,5	2,3	1,9	1,8	1,4	1,4
$\varphi(t_{\infty}, t_0)$ Concreto das classes C50 a C90		5	2,7	2,4	2,4	2,1	1,9	1,8	1,6	1,5
		30	2,0	1,8	1,7	1,6	1,4	1,3	1,1	1,1
		60	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,2	1,0	1,0
$\varepsilon_{cs}(t_{\infty}, t_0)$ ‰		5	-	-	-	-	-	-	-	-
		30	0,53	0,47	0,48	0,43	0,36	0,32	0,18	0,15
		60	-	-	-	-	-	-	-	-
		0,44	0,45	0,41	0,41	0,33	0,31	0,17	0,15	
		-	-	-	-	-	-	-	-	
		0,39	0,43	0,36	0,40	0,30	0,31	0,17	0,15	

Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Portanto, o coeficiente de fluência depende da umidade média ambiente, espessura fictícia, classe do concreto e do tempo de aplicação da carga a ser considerada.

### 3.5.3 Verificação da tensão média de compressão

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 20.3.2.1, na seção da laje correspondente ao cabo ou feixe de cabos, o espaçamento entre eles deve resultar em uma tensão de compressão média igual ou superior a 1 MPa, considerando todas as perdas.

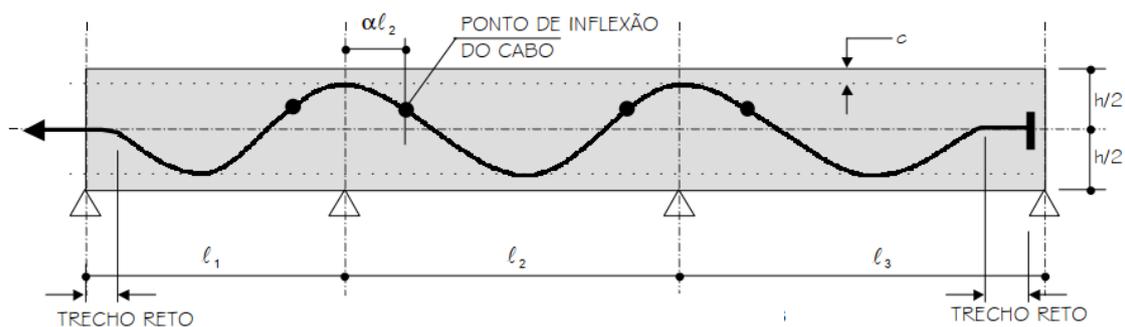
### 3.6 Traçado dos cabos

Dependendo do tipo de laje, maciça ou nervurada, são adotados critérios para o traçado do cabo tanto em elevação (na vertical) quando em planta, como apresentado em Emerick (2005), Dornelles (2009) e Carneiro (2015). No caso das lajes nervuradas, o traçado do cabo em planta é fixado nas nervuras. Portanto, deve ser definido critérios para o traçado em elevação. Além disso, a técnica do traçado do cabo implica no cálculo da estimativa do esforço de protensão.

### 3.6.1 Traçado do cabo em Elevação

A NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 18.6.1.1, apresenta que a armadura ativa pode ser retilínea, curvilínea, poligonal ou de traçado misto. Normalmente, para cordoalhas engraxadas são adotados cabos parabólicos. Um traçado bastante utilizado é apresentado em Emerick (2005), ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Traçado do cabo em elevação



Fonte: Emerick (2005).

Para sistemas não aderentes, devido aos dispositivos de ancoragem e para execução da pós-tração, os cabos devem se iniciar (e finalizar) horizontalmente, localizado no centro de gravidade da peça. A NBR 6118 (ABNT, 2014), item 18.6.1.5, estabelece que os cabos devem ter, em suas extremidades, segmentos retos que permitam o alinhamento de seus eixos com os eixos dos respectivos dispositivos de ancoragem. Além disso, exprime-se que no caso de monocordoalhas engraxadas, este valor é de no mínimo 50 cm.

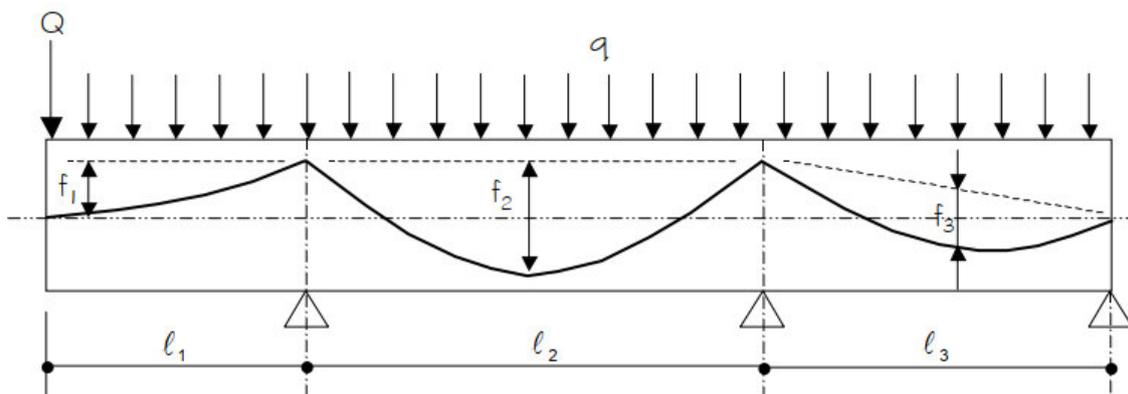
Segundo Dornelles (2009), normalmente os pontos de inflexão das parábolas são tomados com referência ao vão em relação aos centros dos apoios e é bastante usual adotar entre 5% e 15% do vão.

No projeto tradicional (sem técnicas de otimização), em que deve-se pré-dimensionar alguns parâmetros, o qual inclui o traçado em elevação, geralmente adota-se deflexões máximas ao longo do vão para aproveitamento melhor dos cabos. Portanto, são utilizados os limites de cobertura mínimo exigido pela CAA.

### 3.6.2 Estimativa do esforço de protensão necessário

Geralmente adota-se força de protensão constante ao longo dos cabos, sendo assim, a protensão necessária deve ser calculada para o vão mais desfavorável. Emerick (2005) apresenta formulações simplificada para o cálculo da força de protensão dependendo do vão e da carga a ser aplicada (FIGURA 15).

Figura 15 – Protensão necessária



Fonte: Emerick (2005).

Dessa maneira, a força da armadura ativa pode então ser estimada separadamente para cada vão:

Balanço:

$$P = \frac{q \cdot l_1^2}{2 \cdot f_1} + \frac{Q \cdot l_1}{f_1} \quad (12)$$

Vão interno:

$$P = \frac{q \cdot l_2^2}{8 \cdot f_2} \quad (13)$$

Vão externo:

$$P = \frac{q \cdot l_3^2}{8 \cdot f_3} \quad (14)$$

Como pode ser apresentado na Figura 15, a estimativa de carga utiliza da simplificação do traçado do cabo, e portanto despreza o trecho reto, que é prescrito por norma. Nesse trabalho, para fins de análise estrutural e cálculo da estimativa de cargas, o traçado é parabólico e sem pontos de inflexão, pois se utiliza da formulação apresentada

em Emerick (2005). No entanto, para fins de execução, por se tratar de um elemento biapoiado, como apresentado no capítulo 7, deve-se tomar trechos retos de 50 cm nos apoios extremos seguindo as prescrições da norma.

## 4 ANÁLISE ESTRUTURAL

A análise estrutural das lajes, para a determinação de esforços e deslocamentos, por muitos anos se limitou a processos simplificados e principalmente a uso de tabelas (proveniente dos mesmos), geralmente aplicados a lajes retangulares e isoladas.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite, para facilitar a análise, que tanto em lajes maciças quanto em lajes nervuradas seja realizada a análise baseada na teoria de Kirchhoff (teoria de placa fina). No caso de laje maciça, a geometria da estrutura favorece a análise pelo método da teoria de placa devido a rigidez dos elementos serem semelhantes a rigidez real da laje. No caso de laje nervurada, essa análise é realizada através da substituição desta por uma placa de mesma rigidez à flexão. Segundo Stramandinoli (2003), essa aproximação pode levar a erros consideráveis na avaliação de esforços e deslocamentos.

Outra simplificação da norma, em seu item 14.7.6.2, permite que as lajes vizinhas sejam consideradas isoladas quando houver predominância de cargas permanentes, e assim a compatibilização dos momentos sobre os apoios pode ser realizada de forma aproximada. Além disso, ainda nesse mesmo item é permitido pela norma, de maneira simplificada, adotar o maior valor de momento negativo em vez de equilibrar os momentos de lajes diferentes sobre uma borda comum. Esse método pode-se chegar, em alguns casos, em resultados de dimensionamentos antieconômico como menciona Reis (2007).

As vigas dos edifícios, normalmente, são flexíveis e sofrem deformações suficientes para alterar os esforços e as flechas das lajes dos pavimentos (ARAÚJO, 2014). Para Reis (2007), os processos simplificados, apesar das adaptações para lidar com a continuidade entre as lajes, apresentam grandes diferenças quando comparados a processos numéricos, como os modelos em elementos finitos e analogia de grelha, em que o pavimento é calculado considerando-se a continuidade entre as lajes

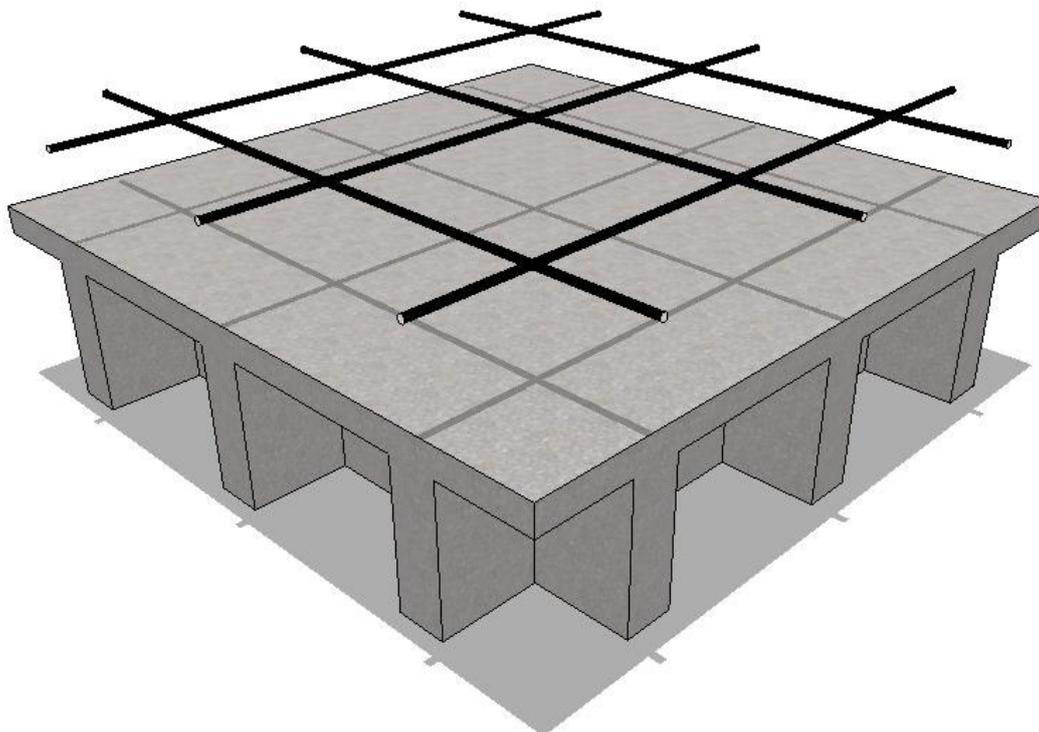
Métodos como o dos elementos finitos garantem uma avaliação mais sofisticada e bastante próxima do real. No entanto, além de ser uma implementação um tanto mais complicada requer alguns cuidados especiais na modelagem. Na analogia de grelha equivalente, além de ser mais simples a implementação, tem-se a facilidade na interpretação prática pelo engenheiro, devido ao método estrutural se assemelhar com o método construtivo (laje nervurada), bem como pela utilização de elementos de barras, que facilitam o entendimento físico do sistema como um todo (STRAMANDINOLI, 2003).

Nesse trabalho o método de análise estrutural será o de analogia de grelha equivalente. Para a aplicação do método será utilizado o programa acadêmico desenvolvido pelo Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV) da Universidade Federal do Ceará (UFC), denominado FAST (*Finite Element AnalySis Tool*). Nesse programa está implementado vários métodos de análise, incluindo o de analogia de grelha que será utilizado para as análises do pavimento de laje nervurada protendida.

#### 4.1 Analogia de Grelha

A analogia de grelha é um método bastante difundido no meio acadêmico, bem como bastante utilizado nos programas computacionais para análise estrutural de lajes de concreto armado. Esse método pode ser aplicado tanto em lajes maciças quanto em nervuradas. No primeiro caso, o procedimento é através da substituição de uma placa por um conjunto de vigas ortogonais com rigidez à torção e à flexão que geram um estado de tensões e deformações equivalentes ao da estrutura real. Para as lajes nervuradas, devido ao próprio sistema estrutural ser similar ao modelo, é comum coincidir a posição dos eixos das nervuras com as barras das grelhas, como mostrado na Figura 16.

Figura 16 – Malha da grelha para laje nervurada



Fonte: Elaborada pelo autor.

Apesar do método de analogia de grelha equivalente apresentar bons resultados na análise de lajes maciças, lajes nervuradas (COELHO, 2000; STRAMANDINOLI, 2003), bem como no conjunto laje-viga de um pavimento (BARBOZA, 1992; CARVALHO, 1994; REIS, 2007), para se chegar a tais resultados deve-se ter alguns cuidados na modelagem, principalmente no que diz respeito as propriedades geométricas das barras da grelha.

Segundo Coelho (2000), a aplicação da Analogia de Grelha em lajes nervuradas também introduz algum erro ao considerar as capas de concreto da laje como parte da viga T, ou seja, desconectadas entre si, permitindo um deslocamento relativo que não corresponde bem à realidade, nesse caso, um erro a favor da segurança. Sendo assim, levando a resultados superiores aos da laje real, ou seja, contra a economia.

Seguindo o questionamento de Coelho (2000), estudos realizados por Carvalho e Figueiredo Filho (2013) mostram que apesar das lajes unidirecionais serem armadas em uma direção, a capa de concreto lhe confere uma certa rigidez que pode ser bem considerável para o comportamento real da estrutura. O autor, ao analisar o pavimento considerando a capa de concreto utilizando analogia de grelha equivalente, constatou que a capa pode resistir até 25 % da carga (momento na direção perpendicular às nervuras principais).

Nesse trabalho a aplicação da analogia de grelha também apresenta o intuito de tentar representar essa ligação da capa de concreto, na direção transversal, entre as nervuras de seção T.

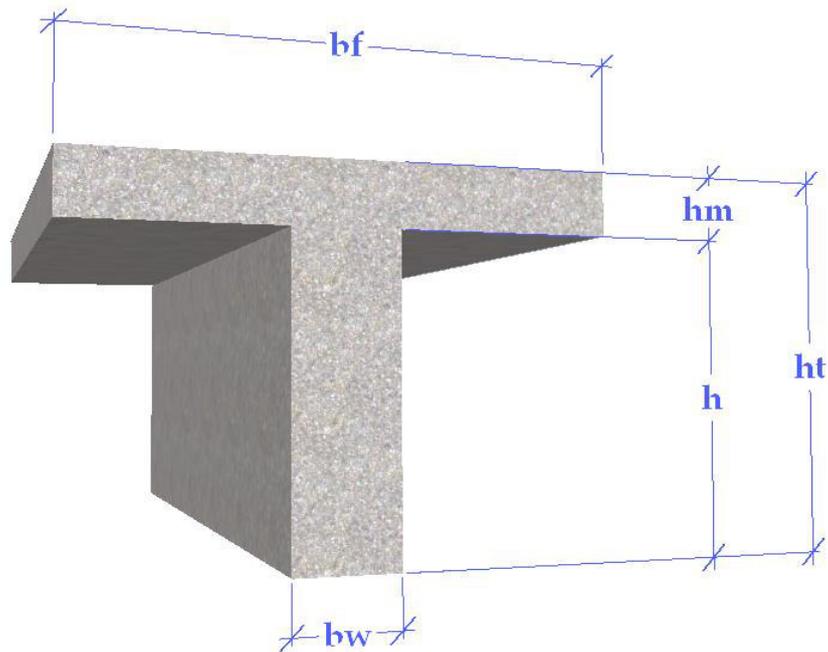
#### ***4.1.1 Propriedades Geométricas***

As propriedades geométricas das barras da grelha são os principais fatores para que o modelo apresente de maneira satisfatória o comportamento da estrutura real. As duas principais propriedades geométricas das barras são a rigidez à flexão e a rigidez à torção que serão tratadas a seguir.

#### 4.1.1.1 Rigidez à flexão

A rigidez à flexão para as barras da grelha é determinada para cada direção considerando os momentos de inércia em relação a um eixo passando pelo centroide das seções T que forma a laje nervurada (FIGURA 17).

Figura 17 – Seção transversal de seção T de laje nervurada



Fonte: Elaborada pelo autor.

No entanto, a rigidez do elemento de barra não leva em consideração o coeficiente de Poisson diferentemente do elemento de placa. Para corrigir essa ligação, Kennedy e Bali (1979) apresentaram a proposta de majorar a área da mesa por um fator que leva o coeficiente de Poisson (EQUAÇÃO 15). Esse procedimento consiste em adotar, para o elemento de barra, a rigidez à flexão da placa multiplicada pela largura correspondente, dada por

$$I = \frac{b_f \cdot h_m^3}{12(1 - \nu^2)} + \frac{b_f \cdot h_m \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_m}{2}\right)^2}{(1 - \nu^2)} + b_w \cdot h \cdot \left(h_m + \frac{h}{2} - y_{cg}\right)^2 + \frac{b_w \cdot h^3}{12} \quad (15)$$

O centroide da seção T, medido a partir da parte superior da nervura é dada por

$$y_{cg} = \frac{b_w \cdot h \cdot (h_m + \frac{h}{2}) + \frac{b_f \cdot h_m^2}{2(1 - \nu^2)}}{b_w \cdot h + \frac{b_f \cdot h_m}{(1 - \nu^2)}} \quad (16)$$

Stramandinoli (2003) em seus estudos fez aplicações utilizando as equações de Kennedy e Bali (1979) e a equação da inércia de uma seção T isolada. A autora chegou à conclusão que o efeito na análise estrutural entre as duas inércias eram mínimas. Sendo assim, o cálculo da inércia à flexão das barras da grelha no sentido das nervuras, segundo a autora, pode ser dado pela inércia da seção T isolada apresentada na Equação (17)

$$I = \sum_{i=1}^n \left( \frac{b_i \cdot h_i^3}{12} + A_i \cdot d_i^2 \right) \quad (17)$$

onde  $b_i$  – Largura da porção  $i$  da seção transversal;  $h_i$  – Altura da porção  $i$  da seção transversal;  $A_i$  – Área da porção  $i$  da seção transversal;  $d_i$  – Distância do centro de gravidade da porção  $i$  ao centro de gravidade da seção.

Outra justificativa para utilização da inércia isolada da seção T é a consideração das propriedades geométricas das barras no sentido transversal, algo que é possível na analogia de grelha e que gera uma representação mais realista do problema, ou seja, tem-se um elemento discretizado nas duas direções, representando assim o comportamento bidirecional da laje na ligação da capa de concreto com as nervuras. Essa representação será melhor ilustrada nos próximos itens.

#### 4.1.1.2 Rigidez à torção

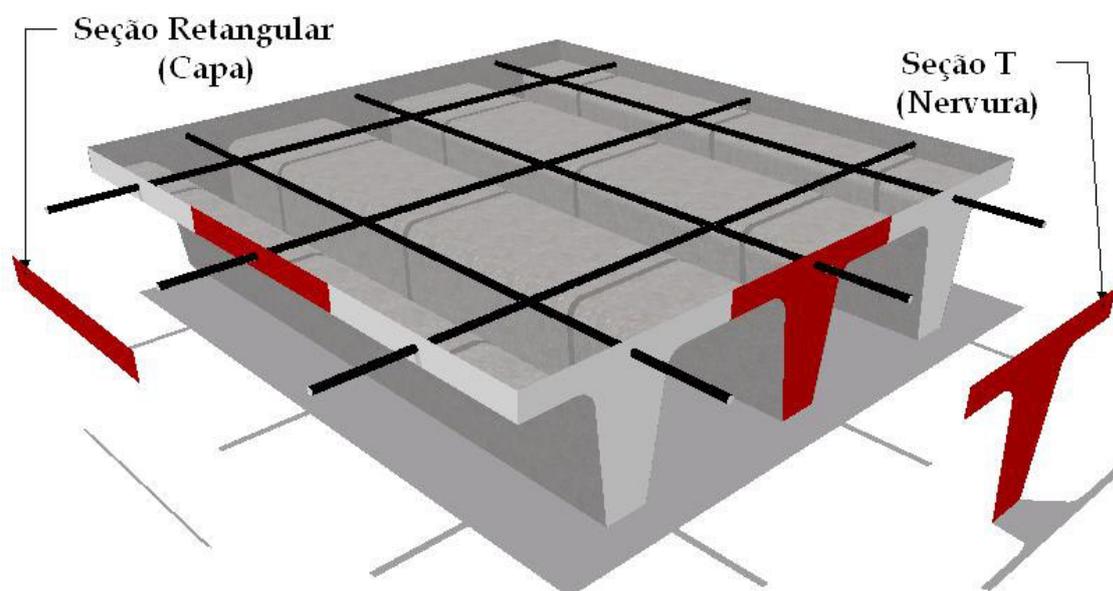
Sussekind (1985) recomenda, para peças em concreto armado (com fissuração), que seja utilizada 20% da rigidez à torção da peça não fissurada (Estádio I) e a NBR 6118 (ABNT, 2014) cerca de 15%. No entanto, a norma afirma que essa redução pode ser feita para elementos lineares devido a fissuração, e, portanto, deixando como exceção os elementos estruturais com protensão limitada ou completa (elementos sem fissuração). Apesar desse trabalho utilizar da protensão limitada, a rigidez à torção da peça será adotada seguindo a norma para elementos de barra, não pela questão da fissuração (já que não apresenta), mas sim para seguir as indicações de Leonhardt (1978) que afirma que a rigidez à torção das barras devem ser desprezadas devido à baixa resistência à torção das nervuras e pequena largura das mesmas, o que impede a armação adequada para absorver

os esforços oriundos da torção. Portanto, não considerar essa rigidez a torção tem o objetivo de evitar que as nervuras sejam armadas à torção, o que é mais convencional. Nos casos principais será adotado os 15% da rigidez à torção integral, porém, será apresentado resultados com variação da rigidez à torção com o intuito de verificar o efeito dessa propriedade geométrica nas lajes protendidas.

#### 4.1.1.3 Representação das propriedades geométricas

Se tratando de análise de lajes nervuradas unidirecionais através da analogia de grelha equivalente é possível representar seus respectivos elementos como apresentado na Figura 18.

Figura 18 – Modelo de grelha para laje nervurada unidirecional



Fonte: Elaborada pelo autor.

Sendo os elementos principais (nervuras) da grelha trabalhando como seção T e os transversais (capa) como seção retangular.

#### 4.1.2 Propriedades Físicas

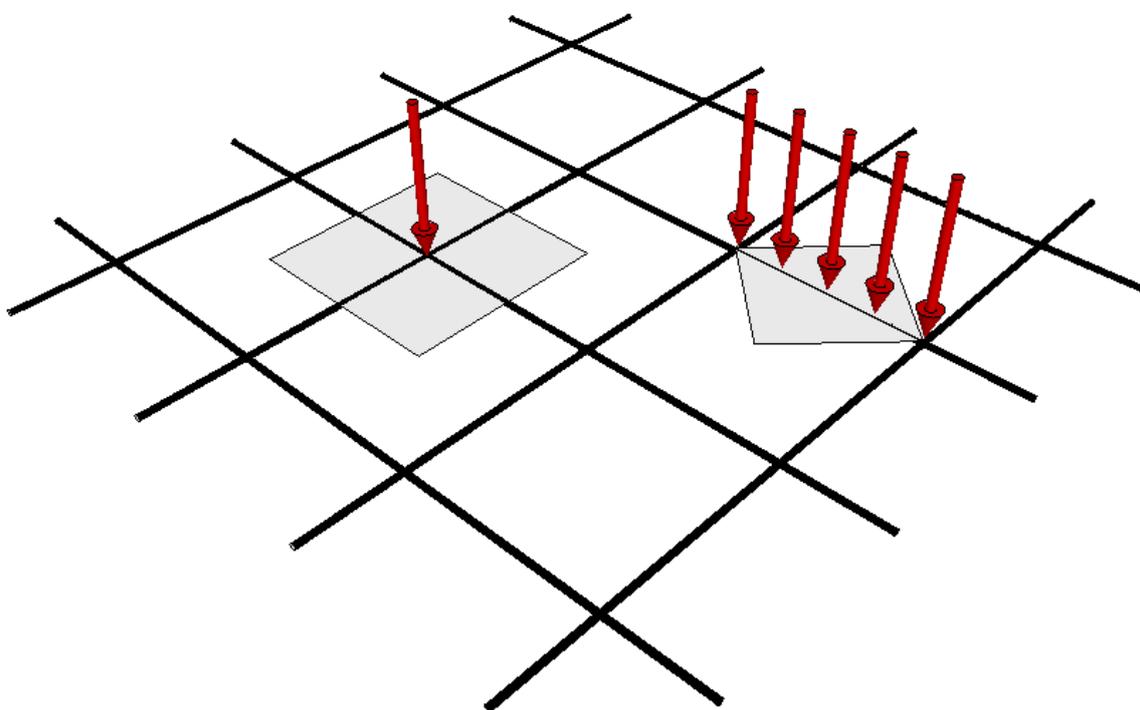
O módulo de deformação secante à compressão do concreto ( $E_{cs}$ ), é prescrito por norma através de fórmulas de acordo com a resistência característica do concreto e o

tipo de agregado. Já o módulo de deformação transversal do concreto ( $G_c$ ), pode ser adquirido, através da relação elástica utilizando o  $E_{cs}$  e do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ). No caso desse trabalho, será utilizado o coeficiente de Poisson de 0,2, o que é recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

#### 4.1.3 Carregamento

A analogia de grelha permite a consideração de cargas distribuídas sobre toda a placa ou parte dela, cargas lineares e cargas pontuais. Este carregamento poderá ser transformado em cargas distribuídas sobre as barras ou cargas pontuais sobre os nós da grelha, respeitando suas áreas de influência (DORNELLES, 2009). Para Stramandinoli (2003), em ambos os casos (carga pontual ou distribuída) devem ser calculadas por intermédio da área de influência do elemento de barra ou do nó como pode ser mostrado na Figura 18.

Figura 19 – Cargas aplicadas na grelha



Fonte: Elaborada pelo autor.

Neste trabalho o método utilizado para aplicação das cargas será o de cargas distribuídas, o que justifica a utilização do método de carga equivalente para aplicação da protensão.

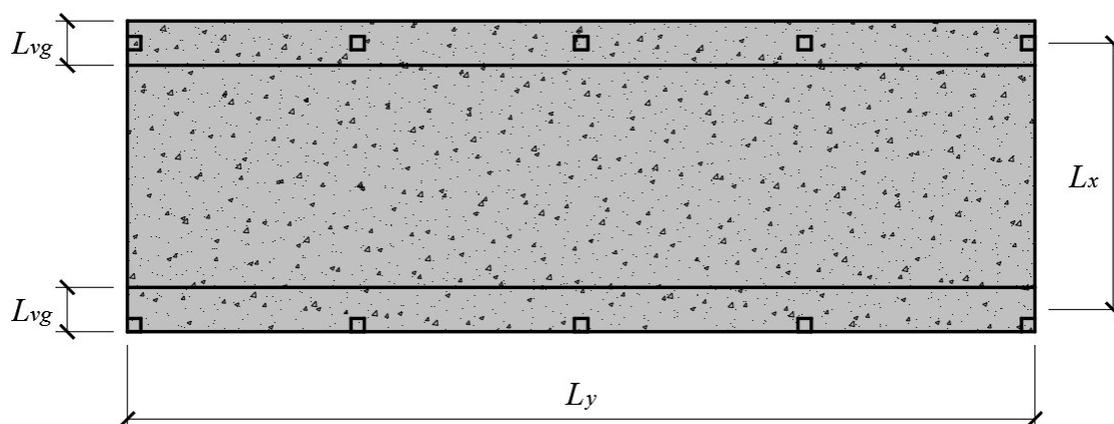
## 5 PROJETO DE LAJE NERVURADA PROTENDIDA UNIDIRECIONAL

Nesse capítulo são apresentados aspectos relativos ao dimensionamento e verificações do projeto estrutural de laje nervurada protendida unidirecional. As lajes são supostas apoiadas em vigas faixas rígidas.

### 5.1 Características geométricas em planta

Os elementos em planta são apresentados na Figura 20.

Figura 20 – Características geométricas em planta



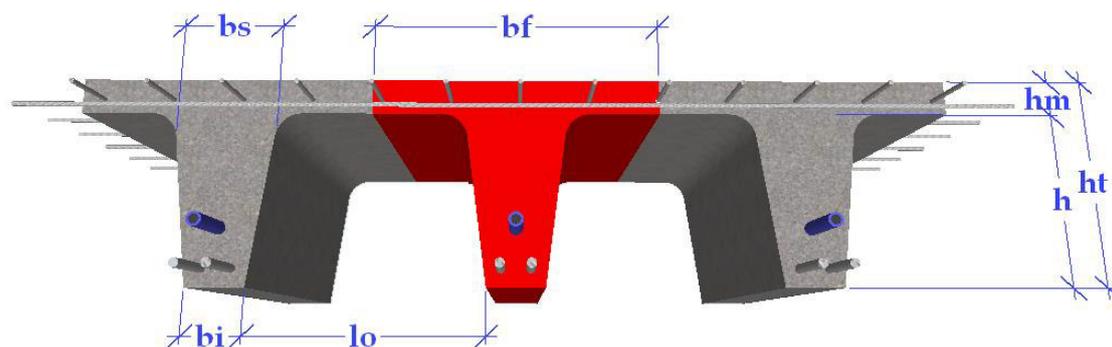
Fonte: Elaborada pelo autor.

O vão efetivo  $L_x$ , no qual atua a protensão na laje, é definido pela distância entre eixos das vigas faixas protendidas de largura  $L_{vg}$ , independentemente da posição das mesmas em relação aos pilares como apresentado na Figura 20. A maior distância ( $L_y$ ) é referência para computar o número de nervuras necessárias.

### 5.2 Características geométricas da seção

As lajes nervuradas possuem suas nervuras com a característica geométrica de uma seção T. Essas características são apresentadas, de forma genérica, na Figura 21.

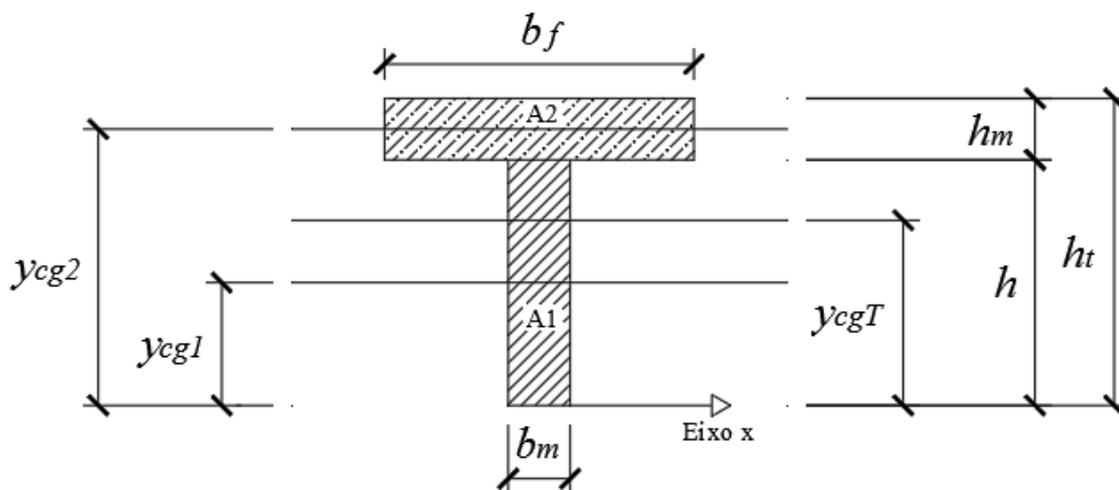
Figura 21 – Características geométricas da seção de laje nervurada protendida



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para cálculos de rigidez do elemento e verificação de tensões da seção sob flexão é necessário o conhecimento de algumas propriedades geométricas da seção, tais como: Centro de gravidade da seção T ( $y_{cgT}$ ), Momento de inércia da seção T ( $I_{xT}$ ) e Módulo resistente ( $W$ ). Essas propriedades são avaliadas a partir de outras propriedades que estão descritas a seguir, utilizando a Figura 22 como referência.

Figura 22 – Seção T padrão para cálculos das propriedades geométrica



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.2.1 Momento Estático

Em um elemento de superfície, o momento estático em relação a um eixo situado no mesmo plano que a superfície considerada, é o produto da área do elemento pela distância do centroide desta área ao eixo dado. O momento estático de uma superfície

composta por várias figuras conhecidas é a somatória dos momentos estáticos de cada figura. É utilizado para a determinação das tensões transversais que ocorrem em uma peça submetida à flexão. Baseado na Figura 22, o cálculo do momento estático levando em consideração a capa e a mesa ( $M_{est,12}$ ), para a seção T é dado por:

$$M_{est,i} = A_i \cdot y_i \quad (18)$$

$$M_{est,12} = M_{est,1} + M_{est,2} \quad (19)$$

$$M_{est,12} = A_1 \cdot y_{cg1} + A_2 \cdot y_{cg2} \quad (20)$$

onde  $M_{est,i}$  é o momento estático da  $i$ -ésima figura em relação ao eixo  $x$ ,  $A_i$  é a área da  $i$ -ésima figura,  $y_i$  é a distância do eixo  $x$  ao centro de gravidade da  $i$ -ésima figura.

### 5.2.2 Centro de gravidade

O centro de gravidade é o ponto de equilíbrio de uma superfície. Esse ponto é onde passa todas as retas do plano da superfície, em relação às quais é nulo o momento estático. Para figuras como o círculo e quadrado, o centro de gravidade coincide com o centro geométrico da figura. O centro de gravidade de um elemento genérico ( $y_{cg,i}$ ) é calculado pela Equação (21). Para uma seção T, baseando-se pela Figura 22, temos que o centro de gravidade ( $y_{cgT}$ ) é dado pela Equação (22)

$$y_{cg,i} = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{A_i} = \frac{\sum M_{est,i}}{A_i} \quad (21)$$

$$y_{cgT} = \frac{M_{est,1} + M_{est,2}}{A_c} = \frac{M_{est,12}}{A_c} \quad (22)$$

onde  $A_c = A_1 + A_2$ , sendo  $A_1 = b_m \cdot h$  e  $A_2 = b_f \cdot h_m$

### 5.2.3 Momento de Inércia

Por definição, os momentos de inércia em relação ao eixo  $x$  e  $y$ , respectivamente, para uma superfície de área qualquer ( $A_i$ ) é dado pela Equação (23)

$$I_{x,i} = \int y^2 dA \text{ e } I_{y,i} = \int x^2 dA \quad (23)$$

Portanto, é um momento de segunda ordem e que, numericamente, define a resistência da superfície em questão.

Para o cálculo da resistência à flexão da peça, tem-se o interesse de conhecer a inércia em relação ao eixo passando pelo centro geométrico da mesma. Utilizando do *Teorema de Steiner (ou Teorema dos Eixos Paralelos)* é possível aplicar a translação de eixos das inércias dos dois elementos de área em questão e chegar em

$$I_{xcg1} = \frac{b_m \cdot h^3}{12} \text{ e } I_{xcg2} = \frac{b_f \cdot h_m^3}{12} \quad (24)$$

$$I_{x1} = I_{xcg1} + A_1 \cdot y_{cg1}^2 \text{ e } I_{x2} = I_{xcg2} + A_2 \cdot y_{cg2}^2 \quad (25)$$

A Equação (24) apresenta as inércias de cada elemento de área  $A_1$  e  $A_2$ , isolado, respectivamente. Já na Equação (25) tem-se as respectivas inércias transladadas para o centroide da seção T.

Por fim, o momento de inércia total da seção T em relação ao eixo  $x$  (base da seção como referência), é dado por

$$I_{xT} = I_{x1} + I_{x2} - \frac{M_{est,12}^2}{A_c} \quad (26)$$

#### 5.2.4 Módulo resistente à flexão

O módulo resistente ( $W$ ) é uma propriedade bastante importante no dimensionamento das peças pretendidas. Esse módulo é dado pela razão entre o momento de inércia relativo ao eixo que passa pelo Centro de Gravidade da figura e a distância máxima entre o eixo e a extremidade da seção inferior ( $y_{inf}$ ) e superior ( $y_{sup}$ ). Para a seção da Figura 22, calculam-se os módulos resistentes inferior e superior, respectivamente por

$$W_{inf} = \frac{I_{xT}}{y_{inf}} \quad (27)$$

$$W_{sup} = \frac{I_{xT}}{y_{sup}} \quad (28)$$

### 5.3 Característica dos materiais

Para definição das características dos materiais é necessário o conhecimento das exigências de parâmetros mínimos (e máximos) e procedimentos de cálculos adotado por norma.

#### 5.3.1 Durabilidade da estrutura

Para garantir a durabilidade das estruturas, a NBR 6118 (ABNT, 2014), em sua *Tabela 6.1 Classe de agressividade ambiental (CAA)* (Tabela 5), classifica a estrutura em 4 grupos. Essa classificação implica na definição de diversos outros fatores para garantir a durabilidade durante toda vida útil das peças estruturais.

Tabela 5 – Classes de agressividade ambiental (CAA)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito forte	Industrial	Elevado
		Respingos de maré	

Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014).

#### 5.3.2 Qualidade do concreto

A partir da definição da classe de agressividade é possível definir padrões mínimos de qualidade exigidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) através da *Tabela 7.1 Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto* (como ilustrado na Tabela 6). Esses padrões de qualidade são a classe do concreto mínimo e a máxima relação água/cimento.

Tabela 6 – Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto

Concreto	Tipo	Classe de agressividade (Tabela 5)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 853)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014).

### 5.3.3 Cobrimento das armaduras

O cobrimento é mais um fator definido de acordo com a CAA. O item 7.4.7.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) prescreve que, para garantir o cobrimento mínimo ( $c_{mín}$ ) o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal ( $c_{nom}$ ), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução ( $\Delta c$ ). Nas obras correntes o  $\Delta c$  é igual a 10 mm e a norma apresenta os valores dos cobrimentos nominais para as peças estruturas de acordo com a CAA e o tipo de concreto (armado ou protendido), que é apresentado na Tabela 7.

Tabela 7 – Cobrimento mínimo dos elementos estruturais

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 5)			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

Fonte: Adaptada da NBR 6118 (ABNT, 2014).

### 5.3.4 Características do concreto

Baseado na classe de agressividade, por meio da Tabela 5, é possível definir o concreto a ser utilizado, podendo ser o mínimo ou um valor maior. Com a classe do concreto definida, ou seja, sua resistência característica aos 28 dias ( $f_{ck}$ ), pode-se obter a resistência característica à tração inferior do concreto ( $f_{ctk,inf}$ ) que será utilizada para verificações de tensões, tanto no ELU quanto no ELS.

No item 8.2.5 da NBR 6118 (ABNT, 2014) define o  $f_{ctk,inf}$  pela expressão:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (29)$$

onde a resistência do concreto a tração média ( $f_{ct,m}$ ), para concretos de classes até C50, é dado por

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (30)$$

Vale salientar que a resistência característica na flexão é dada por

$$f_{ct,f} = \alpha \cdot f_{ctk,inf} \quad (31)$$

onde  $\alpha$  depende do tipo de seção. Para seção T, no item 17.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014),  $\alpha = 1,2$ . Portanto, a resistência à tração na flexão da seção T ( $f_{ct,fT}$ ) utilizada para verificações do concreto aos 28 dias é dada por

$$f_{ct,fT} = \alpha \cdot f_{ctk,inf} = 1,2 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,252 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (32)$$

Através do  $f_{ck}$  também é possível obter o módulo de deformação tangente inicial ( $E_{ci}$ ) e por sua vez, adquirir o módulo de deformação secante ( $E_{cs}$ ), dados, respectivamente, por

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (33)$$

onde, para brita granítica e classes de concreto até C50,  $\alpha_E = 1,0$ .

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \cdot E_i \quad (34)$$

No caso de estruturas de concreto protendido com pós-tração é necessário definir o dia para aplicação da protensão ( $j$ ), pois a resistência à compressão e a tração no dia da protensão servirá de limites de verificações. A resistência característica à compressão ao  $t$  dia (inferior aos 28 dias), pode ser calculada, de acordo com a NBR 6118

(ABNT, 2014), no item 12.3.3, em função da classe do concreto adotada, através da expressão

$$f_{ckj} = f_{ck} \cdot e^{s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right)} \quad (35)$$

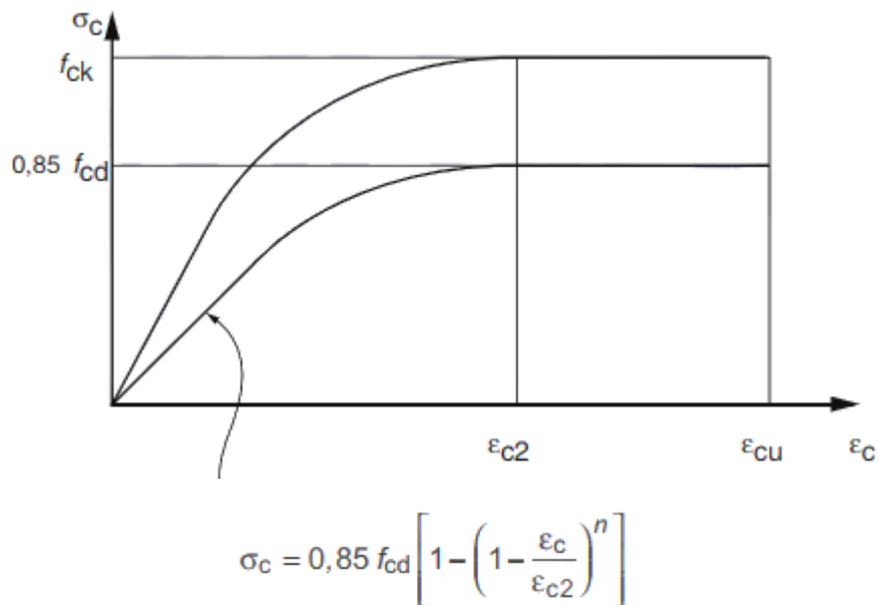
onde  $s$  é função do tipo de cimento. Para o cimento CPI e II,  $s = 0,25$ . O tempo  $t$  é a idade efetiva do concreto, expressa em dias.

Portanto, de maneira análoga, pode-se obter o módulo de deformação secante do concreto aos  $j$  dias ( $E_{csj}$ ), bem como a resistência característica à tração na flexão para seção T, expressão por:

$$f_{ct, fTj} = \alpha \cdot f_{ctk, infj} = 1,2 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ckj}^{2/3} = 0,252 \cdot f_{ckj}^{2/3} \quad (36)$$

Para análises no Estado Limite Último, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 8.2.10.1, pode-se utilizar do diagrama tensão deformação idealizado mostrado na Figura 23.

Figura 23 – Diagrama tensão-deformação idealizado para o concreto



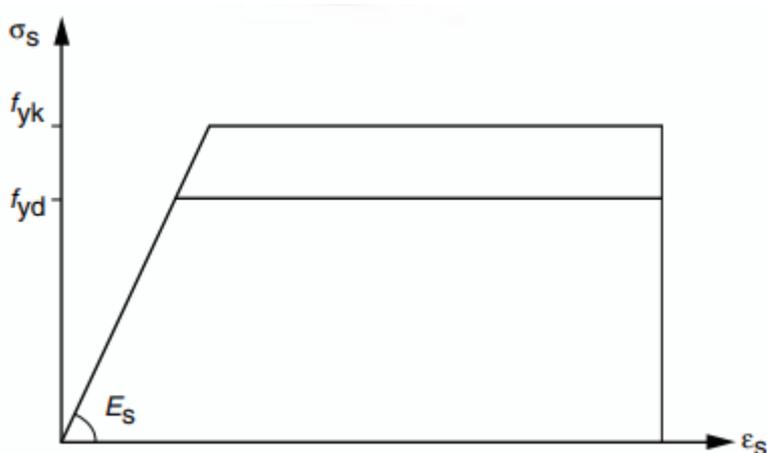
Fonte: Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Para concretos até 50 MPa,  $n$  é igual a 2, a deformação inicial do  $\epsilon_{c2}$  é igual a 0,2% e a final  $\epsilon_{cu}$  é de 0,35%.

### 5.3.5 Armadura passiva

As armaduras passivas mais comumente utilizadas, tanto no concreto armado quanto no protendido são os aços CA-50 e CA-60 com resistências características de escoamento à tração ( $f_{yk}$ ) iguais a 500 MPa e 600 MPa, respectivamente. O módulo de elasticidade ( $E_s$ ) e a massa específica pode ser adotada, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), iguais a 210 GPa e 7580 kg/m<sup>3</sup>, respectivamente. Para o cálculo de dimensionamento essa mesma norma permite utilizar do modelo idealizado de tensão-deformação, para aços de armadura passiva, apresentado na Figura 24.

Figura 24 – Diagrama tensão-deformação simplificado para aços de armadura passiva

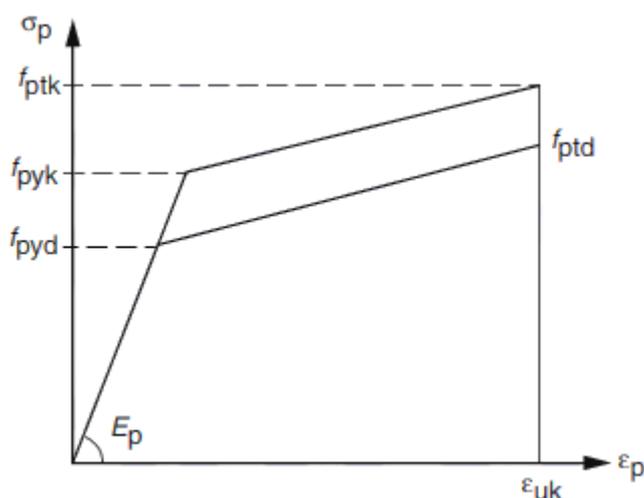


Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

### 5.3.6 Armadura Ativa

Segundo Carneiro (2015), geralmente para lajes protendidas com protensão não aderente, a armadura ativa utilizada são as cordoalhas engraxadas de relaxação baixa com sete fios, de valor característico de resistência à ruptura à tração igual a 1900 MPa (CP 190 RB). Para os aços de relaxação baixa, a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite considerar o valor do módulo de elasticidade ( $E_p$ ) igual a 200 GPa. Para armadura ativa, o modelo tensão-deformação também pode ser idealizado, de acordo com norma supracitada, através da Figura 25.

Figura 25 – Diagrama tensão-deformação para armadura ativa



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

Para cordoalhas engraxadas com aços de baixa relaxação, no caso de armadura pós-tracionada, a NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 9.6.1.2.1, estabelece que os valores limites da tensão inicial ( $\sigma_{ip}$ ) na saída do aparelho de tração devem obedecer às seguintes condições

$$\sigma_{ip} \leq \begin{cases} 0,80 \cdot f_{ptk} \\ 0,88 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad (37)$$

Normalmente os valores de tensão característica de ruptura ( $f_{ptk}$ ) e de escoamento ( $f_{pyk}$ ) são fornecidos dos fabricantes e são utilizados para o cálculo da força inicial de protensão ( $P_{ip}$ ) em uma cordoalha, dada por

$$P_{ip} = \sigma_{ip} \cdot A_{cd} \quad (38)$$

sendo  $A_{cd}$  a área da cordoalha.

#### 5.4 Perdas de Protensão

O relatório técnico n° 43 do *Concrete Society* (1994) apresenta que as perdas totais representem em média 20% da força inicial aplicada. Hanai (2005) afirma que as perdas totais estão na ordem de 20 a 30 %. Emerick (2005) admite que as perdas totais fiquem em torno de 12%, sendo as perdas imediatas de 6%. Já Mello (2005), determina que as perdas imediatas referente ao atrito e encunhamento resultam em uma média de 6%, mas para as perdas totais adota 15%. Dornelles (2009), adota para sua análise, perdas

imediatas de 7% e as perdas progressivas em 8%, chegando em 15% para as perdas totais. Carneiro (2015), na análise numérica de lajes maciças protendidas, calculou as perdas imediatas, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), e obteve o valor de 6%. Suas perdas progressivas foram estimadas baseadas na orientação do Relatório nº 43 do *Concrete Society* (1994) que indica perdas totais igual a 20%. Portanto, suas perdas progressivas foram estimadas em 14%.

Para esse trabalho será utilizada as mesmas estimativas de Carneiro (2015), com perdas imediatas iguais a 6% e perdas progressivas de 14%, totalizando nas perdas ao longo do tempo igual a 20%.

Com as perdas imediatas e progressivas definidas, é possível calcular a força de protensão para o ato da protensão de uma cordoalha, também chamada de força de protensão no “vazio” ( $P_{cd0}$ ), devido às perdas imediatas e a forças de protensão no “infinito” (ou ao longo do tempo) ( $P_{cd\infty}$ ) devido às perdas totais, dadas, respectivamente por

$$P_{cd0} = 0,94 \cdot P_{ip} \quad (39)$$

$$P_{cd\infty} = 0,80 \cdot P_{ip} \quad (40)$$

## 5.5 Carregamentos Atuantes

As cargas atuantes nas lajes são basicamente de duas naturezas: permanentes e variáveis.

### 5.5.1 Cargas permanentes ( $G$ )

As cargas permanentes são decorrentes do peso próprio ( $g_1$ ), calculada com base na área total da nervura ( $A_c$ ) e do peso específico do concreto ( $\gamma_c$ ), e de outras cargas, tais como o revestimento ( $g_2$ ) e a alvenaria ( $g_3$ ) que podem ser calculadas de acordo com a NBR 6120 (ABNT, 1980).

### 5.5.2 Carga Variável ( $Q$ )

A carga variável é do tipo acidental ( $q_1$ ) devido ao uso e ocupação que pode ser consultada na NBR 6120 (ABNT, 1980).

### 5.5.3 Carga Balanceada Necessária ( $Q_{bnec}$ )

Como apresentado no item 3.4.2, utilizando o critério recomendado por Emerick (2005), a carga a ser balanceada é igual ao peso próprio mais 10% da carga total ( $G + Q$ )

$$Q_{bnec} = g_1 + 0,1 \cdot (G + Q) \quad (41)$$

Com a carga balanceada necessária é possível adquirir o número de cabos e encontrar a força de protensão total necessária aplicada na laje.

No caso de métodos tradicionais de projeto, sem a utilização da otimização, esse é o procedimento padrão para estimativa dos cabos. Por outro lado, no problema em questão, no qual o número de cabos é variável de projeto, a carga balanceada necessária servirá como limite mínimo para se chegar ao número de cabos necessários dentro da otimização.

## 5.6 Quantidade de cordoalhas

No projeto tradicional, a quantidade de cordoalhas é estimada de acordo com força de protensão necessária ( $P_{nec}$ ) para equilibrar a carga balanceada necessária. Essa Força pode ser obtida utilizando a equação da ação equivalente (item 3.4.2), ficando

$$P_{nec} = \frac{Q_{bnec} \cdot L_x^2}{8 \cdot e_{cd}} \quad (42)$$

Portanto, a força de protensão necessária depende, além de  $Q_{bnec}$ , do comprimento do vão a ser vencido ( $L_x$ ) e da excentricidade da cordoalha ( $e_{cd}$ ). Como apresentado no item 3.6.1, é prática usual adotar a excentricidade máxima (obedecendo os limites de cobrimento mínimo) ao longo do vão para um melhor aproveitamento dos cabos.

Sendo assim, temos que o número de cordoalhas necessárias é dado pela divisão da força necessária para o vão correspondente e a força que cada cordoalha pode resistir, já levando em consideração as perdas totais de protensão, dada por

$$n_{cd} = \frac{P_{nec}}{P_{cd\infty}} \quad (43)$$

Por outro lado, o projeto estrutural utilizando otimização em que o número de cordoalhas é uma variável de projeto, a protensão necessária estará condicionada a essa variável que poderá assumir alguns valores discretos pré-definidos. Dessa maneira, calcula-se a protensão necessária em função do número de cordoalhas para então encontrar uma carga que deve ser maior ou igual a carga balanceada necessária. Essa carga, nesse trabalho, denomina-se carga balanceada real ( $Q_{breal}$ ) e servirá como uma restrição do problema de otimização.

Vale salientar que a excentricidade bem como o número de cordoalhas para o trabalho em questão são variáveis de projeto. Portanto, a carga  $Q_{breal}$  depende dessas variáveis. Essas duas variáveis são apresentadas mais especificamente nos itens 7.4.2 e 7.4.3 na descrição do modelo de otimização.

## 5.7 Verificação da tensão média de compressão

Com os parâmetros de força de protensão ao longo do tempo ( $P_{cd\infty}$ ), área da seção transversal ( $A_c$ ) e quantidade de cordoalhas ( $n_{cd}$ ) já definidos, é possível fazer a verificação da tensão média de compressão apresentada no item 3.5.3. Essa tensão é calculada por

$$\sigma_{méd} = \frac{n_{cd} \cdot P_{cd\infty}}{A_c} \quad (44)$$

## 5.8 Combinações de ações

Inicialmente deverá ser calculada as cargas correspondente à protensão, tanto ao longo do tempo quanto apenas com perdas imediatas, pois essa última é utilizada para algumas verificações específicas do ELU no ato da protensão.

### 5.8.1 Carga balanceada

Com o cálculo do número de cordoalhas definido, a carga proveniente da armadura ativa para o tempo ao “vazio” (protensão inicial) e no tempo “infinito” (protensão final) , são, respectivamente

$$Q_{bi} = \frac{8 \cdot (P_{a0}) \cdot e_{cd}}{L_x^2} \quad (45)$$

$$Q_{bf} = \frac{8 \cdot (P_{a\infty}) \cdot e_{cd}}{L_x^2} \quad (46)$$

onde  $P_{a0}$  é a carga aplicada inicial e  $P_{a\infty}$  é a carga aplicada final dadas, respectivamente por

$$P_{a0} = n_{cd} \cdot P_{cd0} \quad (47)$$

$$P_{a\infty} = n_{cd} \cdot P_{cd\infty} \quad (48)$$

Após definição da carga balanceada devido à protensão, as combinações de ações a serem aplicadas na análise estrutural para verificações e dimensionamento são apresentadas nos itens 5.8.2 e 5.8.3.

### 5.8.2 Combinações para o Estado Limite Último (ELU)

Como especificado no item 3.5.1, no ELU para estruturas de protensão, tem-se a verificação das tensões no ato da protensão além do dimensionamento da armadura passiva.

#### 5.8.2.1 Verificação das Tensões no Estado Limite Último no Ato da Protensão (ELU-AtoP)

Como especificado no item 3.5.1.1, nesse estado, considera-se o concreto com a resistência característica à compressão no dia da protensão desejada (calculada pela Equação (35), no item 5.3.4. Além disso, é considerada a carga de protensão apenas com perdas imediatas ( $Q_{bi}$ )

Para atender a verificação simplificada da NBR 6118 (ABNT, 2014) (concreto não fissurado e comportamento elástico linear dos materiais), os coeficientes de ponderação das ações devem ser de  $\gamma_p = 1,1$  para o concreto protendido e  $\gamma_f = 1,0$  para as

demais ações. Além disso, é utilizado, segundo Emerick (2005), apenas cargas permanentes. Sendo assim, a combinação para essa verificação é dada por

$$Q_{CAtoP} = G + 1,1 \cdot Q_{bi} \quad (49)$$

### 5.8.2.2 Dimensionamento da armadura passiva no ELU

O coeficiente de ponderação no ELU, de acordo com o Tabela 03, é igual a 1,4 tanto para cargas permanentes quanto para cargas variáveis. Já para a carga de protensão, os coeficientes são de 1,0 para ações desfavoráveis e 0,9 para ações favoráveis. Na carga de protensão deve ser levado em consideração as perdas totais ( $Q_{bf}$ ). Portanto, no ELU as combinações de ações, tanto para dimensionamento a flexão quanto para verificação do cisalhamento é dada por

$$Q_{CELU} = 1,4 \cdot (G + Q) + \gamma_f \cdot Q_{bf} \quad (50)$$

### 5.8.3 Combinações para o Estado Limite de Serviço (ELS)

Como mencionado no item 3.5.2, as verificações no ELS incluem limites de tensões, deformações e vibrações.

#### 5.8.3.1 Limite de tensões no Estado limite de Serviço

A NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 11.7.2, especifica que os coeficientes de ponderação para o ELS, são dados por  $\gamma_2 = \psi_1$  para combinação de ações frequente e  $\gamma_2 = \psi_2$  para combinação de ação quase permanente. Além disso, em ambas combinações, as ações devidas às cargas permanentes e de protensão entram com seus valores característicos integrais. Portanto, as combinações para Combinação de ações Frequente e Quase Permanente são dadas, respectivamente, por

$$Q_{CF} = G + \psi_1 \cdot Q + Q_{bf} \quad (51)$$

$$Q_{CQP} = G + \psi_2 \cdot Q + Q_{bf} \quad (52)$$

Vale lembrar que a carga de protensão ( $Q_{bf}$ ) entra com valor contrário as demais cargas.

### 5.8.3.2 Deformação Excessiva (ELS-DEF)

No caso de verificação de aceitabilidade sensorial (deslocamentos visíveis e vibrações sentidas no piso), como apresentado no item 3.5.2.2, pode-se considerar a rigidez integral da seção para lajes protendidas, desde que seja atendido o estado limite de formação de fissuras.

Para a verificação dos deslocamentos visíveis, a combinação exigida por norma é a quase permanente já apresentada na Equação (52), porém com aplicação do fator  $(1+\varphi)$  na carga permanente para considerar a flecha diferida (flechas totais), devendo ser limitada por  $L/250$ . Portanto, a combinação para verificação da deformação excessiva visível é dado por

$$Q_{CDES} = (1 + \varphi_1) \cdot (g_1 + Q_{bf}) + (1 + \varphi_2) \cdot (g_2 + g_3) + \psi_2 \cdot Q \quad (53)$$

O valor de  $\varphi$  depende do tipo de carga permanente, que varia de acordo com a data considerada para aplicação. No caso da protensão e peso próprio são consideradas no mesmo dia de aplicação enquanto que as demais cargas permanentes são consideradas em datas posteriores. Esses valores são encontrados no Quadro 4.

No caso da vibração sentida no piso, a combinação é tomada, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), através de sua *Tabela 13.3*, apenas pelas cargas acidentais com limite de  $L/350$ . Portanto, para essa verificação a Combinação é dada por

$$Q_{CVB} = Q \quad (54)$$

## 5.9 Análise Estrutural

Em muitas situações as lajes nervuradas unidirecionais são tratadas como vigas de seção T isoladas. Sendo assim, a análise estrutural pode ser obtida analiticamente através da teoria de viga. Entretanto, ao fazer isso é desprezada a rigidez transversal que a capa de concreto infere ao pavimento. Para contornar isso e representar de maneira mais realista o

pavimento como um todo, será utilizado a analogia de grelha equivalente, método esse bastante utilizado em programas comerciais.

## 5.10 Dimensionamento e Verificações

Após realizada a análise estrutural para cada combinação de ação especificada no item 5.8, é possível obter todos os esforços e deslocamentos correspondente para dimensionamento e verificações.

### 5.10.1 Verificação do Estado Limite Último no Ato da Protensão (ELU-AtoP)

Utilizando a combinação de ações descrita no item 5.8.2.1. é possível obter as tensões solicitantes inferiores e superiores na seção da peça de concreto para o ato da protensão. São elas, respectivamente:

Borda inferior:

$$\sigma_{inf\_AtoP} = \gamma_p \cdot \left( \frac{P_{a0}}{A_c} \right) - \frac{M_{AtoP}}{W_{inf}} \quad (55)$$

Borda superior:

$$\sigma_{sup\_AtoP} = \gamma_p \cdot \left( \frac{P_{a0}}{A_c} \right) + \frac{M_{AtoP}}{W_{sup}} \quad (56)$$

onde  $M_{AtoP}$  é o momento solicitante devido a carga combinada para essa verificação;  $\gamma_p$  é o coeficiente de ponderação da protensão (verificação simplificada discutida no item 5.8.2.1).

Os limites de tração e compressão são dados respectivamente por

Tração:

$$\sigma_{t\_AtoP} = f_{ct,fTj} = 0,252 \cdot f_{ckj}^{2/3} \quad (57)$$

Compressão:

$$\sigma_{c\_AtoP} = 0,7 \cdot f_{ckj} \quad (58)$$

### 5.10.2 Dimensionamento no Estado Limite Último

Assim como em peças de concreto armado, o dimensionamento das estruturas protendidas são realizadas no ELU (Estádio III), onde tem sua caracterização dada pelas deformações específicas de cálculo do concreto e do aço (passivo e ativo). A ruptura nesse Estádio pode ocorrer devido ao esmagamento do concreto ou pela tração no aço (ou ambas situações simultaneamente).

As hipóteses para o dimensionamento nesse trabalho segue as mesmas adotadas por Carneiro (2015) com recomendações do item 17.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo elas:

- a) classe do concreto até C50 com  $x/d_s \leq 0,45$  (garantir a ductilidade de acordo com item 14.6.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014));
- b) protensão não aderente;
- c) manutenção das seções transversais planas;
- d) resistência à tração do concreto é desprezada;
- e) distribuição das tensões do concreto se faz de acordo com o diagrama parábola retângulo com utilização do retângulo equivalente;
- f) armaduras passivas estão sujeitas às mesmas deformações unitárias médias que as do concreto adjacente;
- g) tensões da armadura passiva são obtidas pelo diagrama tensão-deformação do aço utilizado
- h) No caso de armaduras ativas não aderente (cordoalhas engraxadas), não ocorre uma solidariedade entre os materiais (aço e concreto). Para esse tipo de armadura, tem-se os valores de acréscimos de tensão ( $\Delta\sigma_p$ ) que devem ser considerado da tensão de cálculo dados por:

- i.* Para elementos com relação vão/altura útil igual ou inferior a 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/100\rho_p, \text{ em MPa e não maior que 420 MPa}$$

- ii.* Para elementos com relação vão/altura útil maior que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/300\rho_p, \text{ em MPa e não maior que 210 MPa}$$

onde

$$\rho_p = \frac{A_p}{b \cdot d_p} \quad (59)$$

em que  $\rho_p$  é taxa geométrica da armadura ativa, sendo  $A_p$  a área de aço da armadura ativa;  $d_p$  é a altura útil da armadura ativa e  $b$  largura da mesa de compressão do elemento.

Com as hipóteses de cálculo definidas, a tensão de cálculo na armadura ativa ( $\sigma_{pd}$ ), segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), deve considerar as tensões iniciais de protensão com valores de cálculo e com a consideração das perdas. Essa tensão é dada por

$$\sigma_{pd} = \frac{\sigma_{pn} + \Delta\sigma_p}{\gamma_s} \quad (60)$$

onde  $\gamma_s$  é o coeficiente de ponderação para o aço igual a 1,15 e  $\sigma_{pn}$  é a tensão devida à carga de neutralização expressa por

$$\sigma_{pn} = \frac{P_n}{A_p} = \frac{P_d + \alpha_p \cdot A_p \cdot |\sigma_{cp}|}{A_p} \quad (61)$$

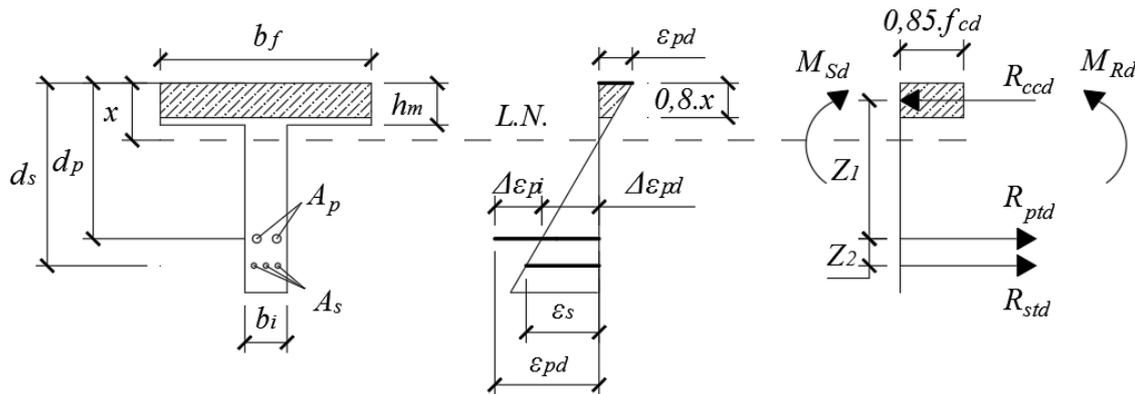
sendo  $P_d$  a força de protensão de cálculo;  $\alpha_p$  a relação entre os módulos de deformação do aço de protensão e o concreto ( $E_p/E_{cs}$ ); A tensão  $\sigma_{cp}$  é a produzida no concreto devido a protensão, na posição do centro de gravidade da peça dada por

$$\sigma_{cp} = \frac{P_d}{A_c} + \frac{P_d \cdot e_p^2}{I_c} \quad (62)$$

Com todas as tensões de cálculos já definidas, no caso de lajes nervuradas o equacionamento para dimensionar a armadura passiva é em função de como a seção trabalha, seção retangular ou seção T.

Segundo Bastos (2018), o equacionamento pode ser realizado supondo inicialmente que a seção T trabalha como seção retangular de largura igual à largura colaborante ( $b_f$ ). Caso  $0,8 \cdot x \leq h_m$  (em que  $x = x_{lim} = 0,45 \cdot d_s$ ), a suposição é verdadeira e o momento último é dado seguindo a Figura 26.

Figura 26 – Tensões e deformações na seção retangular no ELU para  $f_{ck} \leq 50$  MPa



Fonte: Elaborada pelo autor.

O equilíbrio de forças é dado por:

$$R_{ccd} = R_{std} + R_{ptd} \quad (63)$$

sendo

$$R_{ccd} = \sigma_{cd} \cdot A_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b_f \quad (64)$$

$$R_{std} = \sigma_{sd} \cdot A_s \quad (65)$$

$$R_{ptd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \quad (66)$$

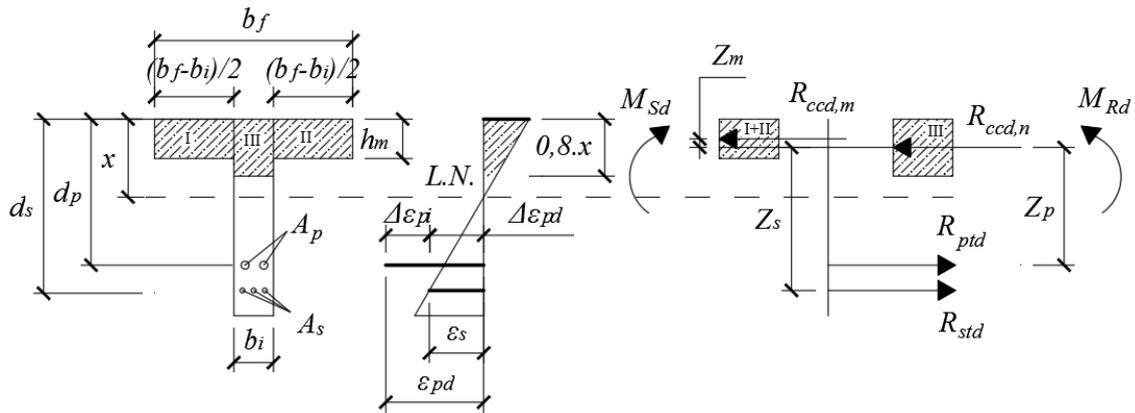
Equilíbrio de momentos fletores, fazendo somatória de momentos sobre a resultante  $R_{ccd}$ :

$$M_{Rd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0,4 \cdot x) + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d_s - 0,4 \cdot x) \quad (67)$$

Fazendo  $x = x_{lim} = 0,45 \cdot d_s$  e o valor do momento resistente igual ao solicitante de cálculo devido a Combinação de ações no ELU apresentado no item 5.8.2.2, tem-se a área de aço da armadura passiva.

Se  $0,8x > h_m$ , a linha neutra corta a nervura e um novo equacionamento é necessário, como descrito a seguir através da Figura 27.

Figura 27 – Tensões e deformações na seção T no ELU para  $f_{ck} \leq 50$  MPa



Fonte: Elaborada pelo autor.

O equilíbrio de forças é dado por:

$$R_{ccd,m} + R_{ccd,n} = R_{std} + R_{ptd} \quad (68)$$

sendo

$$R_{ccd,m} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_i) \cdot h_m \quad (69)$$

$$R_{ccd,n} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b_i \quad (70)$$

$$R_{std} = \sigma_{sd} \cdot A_s \quad (71)$$

$$R_{ptd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \quad (72)$$

Equilíbrio de momentos fletores, fazendo somatória de momentos sobre a resultante  $R_{ccd,n}$ .

$$M_{Rd} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_i) \cdot h_m \cdot (0,4 \cdot x - 0,5 \cdot h_m) + \sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0,4 \cdot x) + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d_s - 0,4 \cdot x) \quad (73)$$

Fazendo  $x = x_{lim} = 0,45 \cdot d_s$  e o valor do momento resistente igual ao solicitante de cálculo devido a Combinação de ações no ELU apresentado no item 5.8.2.2, tem-se a área de aço da armadura passiva.

### 5.10.3 Verificação das tensões no Estado Limite de Serviço

As tensões limites para esse estado são avaliadas para o ELS-F e o ELS-D utilizando as combinações descritas no item 5.8.3.1. A força de protensão utilizada para

essa verificação é no tempo “infinito”. As tensões para verificação e seus respectivos limites são dados por

A) Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F) -Combinação Frequente (CF)

Borda inferior:

$$\sigma_{inf\_F} = \gamma_p \cdot \left( \frac{P_{a\infty}}{A_c} \right) - \frac{M_{CF}}{W_{inf}} \quad (74)$$

Borda superior:

$$\sigma_{sup\_F} = \gamma_p \cdot \left( \frac{P_{a\infty}}{A_c} \right) + \frac{M_{CF}}{W_{sup}} \quad (75)$$

onde  $M_{CF}$  é o momento solicitante devido a carga combinada para essa verificação.

Os limites de tração e compressão são utilizando as resistências aos 28 dias, dados, respectivamente, por

Tração:

$$\sigma_{t\_F} = f_{ct,FT} = 0,252 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (76)$$

Compressão:

$$\sigma_{c\_F} = 0,7 \cdot f_{ck} \quad (77)$$

B) Estado Limite de Descompressão (ELS-D) - Combinação Quase Permanente (CQP)

Borda inferior:

$$\sigma_{inf\_D} = \gamma_p \left( \frac{P_{a\infty}}{A_c} \right) - \frac{M_{CQP}}{W_{inf}} \quad (78)$$

Borda superior:

$$\sigma_{sup\_D} = \gamma_p \left( \frac{P_{a\infty}}{A_c} \right) + \frac{M_{CQP}}{W_{sup}} \quad (79)$$

onde  $M_{CQP}$  é o momento solicitante devido a carga combinada para essa verificação.

No Estado de descompressão não aceita que exista tração na peça e portanto, os limites de tração e compressão, também utilizando as resistências aos 28 dias, são dados, respectivamente, por

Tração:

$$\sigma_{t,D} = 0 \quad (80)$$

Compressão:

$$\sigma_{c,D} = 0,7 \cdot f_{ck} \quad (81)$$

#### 5.10.4 Verificação no Estado Limites de Deformação Excessiva (ELS-DEF)

Essa verificação é em relação a deslocamentos visíveis e vibrações sentidas no piso. Com a análise estrutural considerando as combinações apresentadas no item 5.8.3.2 tem-se como obter os respectivos deslocamentos e comparar com seus limites máximos  $L/250$  para deslocamentos e  $L/350$  para vibrações sentidas no piso).

#### 5.10.5 Verificação no Estado Limite Último para dispensa de armadura transversal

No item 19.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) tem-se que as lajes maciças ou nervuradas, conforme 17.4.1.1.2-b), podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante quando a força cortante de cálculo, a uma distância  $d$  ( $d_s$  e  $d_p$ ) da face do apoio, obedecer à expressão

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} = [\tau_{Rd} \cdot k(1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (82)$$

onde

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} = 0,7 (0,3 f_{ck}^{2/3})$$

$$\rho_1 = A_{s1} / (b_i \cdot d), \text{ não maior que } |0,02|$$

$k$  é um coeficiente que tem os seguintes valores:

para elementos onde 50 % da armadura inferior não chega até o apoio:  $k = |1|$ ;

para os demais casos:  $k = |1,6 - d|$ , não menor que  $|1|$ , com  $d$  em metros;

$\tau_{Rd}$  é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$A_{s1}$  é a área da armadura de tração que se estende até não menos que  $d + l_{b,nec}$  além da seção considerada, com  $l_{b,nec}$  definido em 9.4.2.5 e na Figura 19.1 da norma;

$b_w$  é a largura mínima da seção ao longo da altura útil  $d$ .

## 6 OTIMIZAÇÃO

No projeto estrutural para otimização busca-se um ideal considerando aspectos relacionados com o custo, consumo, desempenho ou eficiência, tais como quantidades mínimas do custo, peso, volume, massa etc. Os conceitos e métodos de otimização fornecem ferramentas necessárias para se buscar de forma racional e sistemática o projeto ótimo. No modelo matemático buscam-se valores para parâmetros que definem o sistema estrutural, chamados de variáveis de projeto, e extremizam uma função de desempenho do sistema, dita função objetivo ou custo, avaliando a satisfação, ao mesmo tempo, de exigências ou funções de restrições de projeto. Assim, o problema de otimização pode ser modelado matematicamente como a Equação (83) (ARORA, 2012; VANDERPLAATS, 1999)

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad f(\mathbf{x}) \\
 & \text{sujeito a} \quad h_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, \dots, \ell; \\
 & \quad \quad \quad g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m; \\
 & \quad \quad \quad x_{k,inf} \leq x_k \leq x_{k,sup}, \quad k = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{83}$$

sendo  $\mathbf{x}$  o vetor de variáveis de projeto que se quer determinar,  $f(\mathbf{x})$  a função objetivo,  $h(\mathbf{x})$  as restrições de igualdade,  $g(\mathbf{x})$  as restrições de desigualdade e  $x_{k,inf}$  e  $x_{k,sup}$ , respectivamente, os limites inferiores e superiores impostos às variáveis de projeto. Havendo variáveis discretas, as restrições laterais destas variáveis (limites inferiores e superiores) são substituídas por relações como

$$x_k \in [x_{k1} \quad x_{k2} \quad x_{k3} \quad \dots \quad x_{ks}] \tag{84}$$

onde  $x_{kj}$  são os valores admissíveis da variável  $x_k$ . Um modelo pode conter tanto variáveis contínuas como discretas (misto).

Os métodos de otimização podem ser divididos em dois grupos principais, de acordo com a natureza e/ou com as restrições do problema: Determinísticos e Heurísticos (ou não-determinísticos).

Os métodos determinístico incluem a maioria dos métodos clássicos (ou tradicionais) enquanto que os não-determinísticos incluem os algoritmos evolutivos. De acordo com Castilho (2003), os métodos tradicionais para análise estrutural são bastante difundidos no Brasil, focalizando principalmente na minimização de custo, porém, apesar do relativo sucesso, esses métodos apresentam algumas limitações. Algumas dessas

limitações são descritas por Goldberg (1989): dificuldades quando o problema envolve variáveis contínuas e discretas; dificuldades na busca de soluções ótimas globais, no geral; não são aplicáveis para programação em paralelo; e possuem domínio de aplicação restrito.

As técnicas heurísticas são também denominadas Computação Natural pelo fato de imitar, de forma simplificada, fenômenos ou processos encontrados na natureza. Segundo Silva (2005), dentre as técnicas de computação evolutivas, os Algoritmos Genéticos (AG's) são os mais difundidos devido sua flexibilidade, relativa simplicidade de implementação e eficácia em realizar a busca global em ambientes diversos. De acordo com Castilho e Lima (2007), os AG's oferecem uma ferramenta de otimização que tem sido usada com muito sucesso para resolver uma variedade de problemas de engenharia.

## 6.1 Algoritmo Genético

Os algoritmos genéticos são métodos evolutivos de buscas baseados na teoria da evolução natural proposta por Charles Darwin. Goldberg (1989) define os AG's como procedimentos de otimização e busca, fundamentados nos mecanismos de seleção e evolução natural das espécies. Holland (1975) foi o pioneiro a estabelecer os princípios básicos dos AG's. Os AG's se diferenciam dos demais métodos de otimização, segundo Goldberg (1989), por:

- a) Trabalhar com uma codificação do conjunto de parâmetros e não os próprios parâmetros;
- b) Realizar a busca através de um conjunto de pontos e não a partir de um único ponto;
- c) Utilizar informações da função objetivo e não de derivadas ou de conhecimento auxiliar;
- d) Utilizar regras de transição probabilística e não determinísticas.

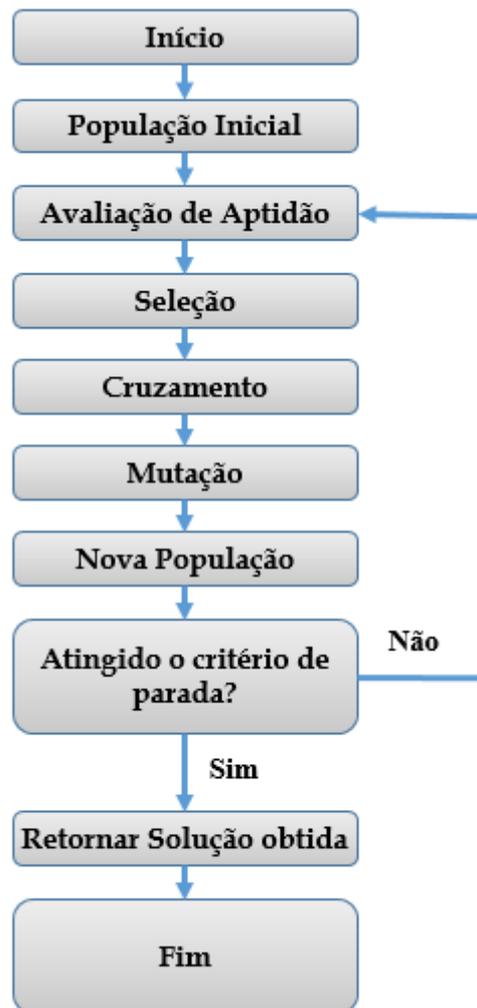
Davis (1996), Coley (1999) e Lemonge (1999) descrevem as etapas de um típico AG, de maneira similar, como:

1. Codificação genética de soluções para o problema;
2. Criação de um número inicial de soluções potenciais ou população inicial;
3. Método para avaliação de cada solução individual;
4. Criação de novos indivíduos através de operadores genéticos (cruzamento e mutação);

5. Avaliação dos novos indivíduos para inserir na nova população;
6. Por fim, caso convergir, termina a operação, caso não, volta para o passo 4 até convergir. O critério de convergência, geralmente, é um critério de parada.

Sena (2015) apresenta um fluxograma geral do algoritmo genético que pode ser apresentado conforme Figura 28.

Figura 28 – Fluxo geral de um algoritmo genético



Fonte: Adaptada de Sena (2015).

### 6.1.1 Terminologia

Para o entendimento da similaridade dos AG's com a teoria da evolução é necessário a apresentação da ligação com alguns termos. Os principais termos análogos à teoria de Charles Darwin são descritos a seguir:

- a) **Gene:** é uma informação do cromossomo (unidade básica de armazenamento) que representa a característica da solução-cromossomo;
- b) **Cromossomo:** é o conjunto de genes que representa um indivíduo;
- c) **Indivíduo:** solução candidata ao problema de otimização;
- d) **População:** conjunto de indivíduos que representam os atuais pontos que fazem parte do espaço de soluções;
- e) **Geração:** cada iteração executada pelo algoritmo;;
- f) **Operadores genéticos:** mecanismos responsáveis pela evolução dos indivíduos (geralmente aplicados aos cromossomos);
- g) **Espaço de Busca:** conjunto de todas as possíveis soluções (podendo ser viáveis ou inviáveis);
- h) **Função Objetivo:** função que quantifica a medida de desempenho de uma solução e que se deseja extremizar;
- i) **Função Penalidade:** função matemática utilizada para penalizar a função objetivo de um indivíduo quando o mesmo viola as restrições impostas;
- j) **Função Aptidão:** expressão matemática formada pela combinação da função objetivo e da função penalidade e que permite comparar um indivíduo como os seus pares numa abordagem de otimização sem restrições;

### 6.1.2 Representação

As variáveis de um problema de otimização utilizando AG's podem ser de diferentes formas, tais como: binária, inteira e real.

Ao se trabalhar com a representação binária, os valores de variáveis são codificados como cadeias de caracteres binários (0 ou 1). Já no caso de variáveis reais, a representação do cromossomo é mais facilmente entendida pelo ser humano. Para codificação de um indivíduo com três variáveis, um cromossomo, por exemplo, pode ser expresso por (1,323 -0,4534 0,9284). Além disso, de acordo com Castilho (2003), esse tipo

de representação (real) requer menos memória e apresenta a vantagem da versatilidade para criação de novos operadores. Nesse trabalho, a representação inteira será usada para as variáveis.

### **6.1.3 Geração da População Inicial**

Nos AG's a geração da população inicial que pode ser de maneira aleatória, por meio de funções randômicas ou introduzindo de forma orientada alguns indivíduos "mais aptos". Goldberg (1989), afirma que diversos trabalhos comprovam que a geração da população inicial não é um ponto crucial, desde que haja suficientes cromossomos variados.

### **6.1.4 Avaliação da População (Função Aptidão e Penalidade)**

Os AG's se aplicam a problemas sem restrições, a princípio. Havendo restrições, o problema deve ser transformado para um problema sem restrições. A função aptidão é uma forma de resolver esta questão, permitindo a comparação de soluções entre si em uma abordagem de otimização sem restrições, expressando a capacidade de sobrevivência de cada indivíduo durante o processo evolutivo. A função aptidão é formada pela combinação da função objetivo e a função penalidade. Vale analisar que em problemas sem restrições a função aptidão é a própria função objetivo, pois a função penalidade é descartada.

Havendo restrições, devem ser utilizadas estratégias para considerar o efeito delas sobre os indivíduos. Barbosa e Lemonge (2004) afirmam que para tratar as restrições, tem-se as estratégias diretas (ou interiores) e as indiretas (ou exteriores).

De acordo com Silva (2001), uma das abordagens para lidar com restrições nos AG's é simplesmente atribuir valor zero na aptidão de cromossomos que violam as restrições (inviáveis). No entanto, ao se fazer isso, os cromossomos inviáveis, porém próximos das regiões viáveis, podem perder informações importantes para gerar filhos viáveis.

Para Oliveira (2014), a mais popular técnica indireta e de simples implementação é a da penalidade exterior. No caso de problemas de minimização essa técnica consiste em aumentar a função objetivo de indivíduos inviáveis através de forma aditiva ou multiplicativa.

Em seu trabalho, Deb (2000) apresentou uma proposta de utilizar um fator de penalidade mutável que leva o valor da função objetivo de indivíduos inviáveis ao valor mais alto da população e adiciona à função objetivo dos indivíduos inviáveis a soma das violações das restrições

$$f_p = \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{se } \mathbf{x} \text{ for viável} \\ f_{m\acute{a}x} + \sum_{i=1}^{n_{res}} (\max(g_i(\mathbf{x}), 0)) & \text{se } \mathbf{x} \text{ for inviável} \end{cases} \quad (85)$$

onde  $f_{max}$  representa a maior função objetivo da população. Esta, como outras ditas adaptativas, excluem o operador da responsabilidade de definir valores para parâmetros de penalidade.

### 6.1.5 Seleção

Da mesma maneira que no processo evolutivo natural, a seleção faz parte de uma das etapas dos AG's em que, de acordo com Castilho (2003), escolhem-se, usando regras probabilísticas, indivíduos da população para participar da fase de reprodução e assim obter a próxima geração. Essa etapa é realizada através de formas estabelecidas de seleção, na qual as principais são: seleção baseada no *rank*, seleção proporcional à função aptidão e seleção por torneio.

**Seleção por *ranking*:** Nesse tipo de seleção os indivíduos são ordenados pela sua função aptidão e a probabilidade de seleção é definida com base na sua posição nesta classificação ou *rank*. Embora, sempre, os melhores indivíduos tenham maiores probabilidades de serem selecionados, no *rank* o valor da função aptidão dos indivíduos é menos significativo para a seleção. A seleção é feita com base numa roleta de probabilidades acumuladas e na geração de números aleatórios.

**Seleção proporcional à aptidão:** Neste caso, a probabilidade de seleção de um indivíduo é proporcional ao valor de sua aptidão. Havendo diferenças muito grandes entre as funções aptidão dos indivíduos, os mais aptos terão probabilidades de seleção muito maiores e diz-se, então, que o método tem forte pressão de seleção. O método usa também uma roleta de probabilidades acumuladas.

**Seleção por torneio:** Nesse método, dois ou mais indivíduos são selecionados aleatoriamente e competem entre si usando como instrumento de comparação o valor da função aptidão.

Para assegurar que a qualidade da solução de uma população será, no mínimo, preservada na próxima geração, costuma-se adotar a estratégia de seleção denominada de Elitismo, na qual os melhores indivíduos da população atual são selecionados e copiados diretamente para a próxima geração.

Maiores detalhes sobre os processos de seleção podem ser encontrados em Silva (2001), Castilho (2003), Olivieri (2004) e Sena (2015).

### **6.1.6 Reprodução**

Após a seleção dos indivíduos tem-se a etapa de reprodução, a qual inclui aplicação dos operadores genéticos para garantir que a nova geração tenha cada vez melhores soluções até a sua convergência. Os principais operadores genéticos dos AG's são cruzamento (ou *crossover*) e mutação.

#### *6.1.6.1 Cruzamento (ou crossover)*

O operador cruzamento, segundo Castilho (2003), é o responsável pela recombinação dos pais durante a reprodução. Esse operador garante que os filhos (do cruzamento dos pais) herdem as suas características. Ainda pelo autor supracitado, esse operador é considerado predominante e se aplica a um percentual da população definido pela taxa de cruzamento ( $t_{cruz}$ ), geralmente entre 0,6 e 1,0

#### *6.1.6.2 Mutação*

Para Sena (2015), o operador mutação tem a finalidade de ajudar que a rápida convergência seja evitada, pois é uma maneira de explorar melhor o espaço de busca. Normalmente o processo de mutação ocorre após o cruzamento e se aplica de forma probabilística aos filhos gerados pelo cruzamento.

Castilho (2003) e Olivieri (2004) citam que a probabilidade de mutação deve ficar entre 0,1% e 10%, assim como na genética natural.

### 6.1.7 Parâmetros dos AG's

Para Castilho (2003), é de fundamental importância a escolha dos valores desses parâmetros para o melhor comportamento do algoritmo, e portanto, é determinante na obtenção de uma solução ótima ou quase ótima para o problema. Albuquerque (2007) apresenta como os parâmetros básicos: tamanho da população, taxa de cruzamento e probabilidade de mutação.

#### 6.1.7.1 Tamanho da população

Olivieri (2004) comenta que o tamanho da população ( $n_{pop}$ ) influencia bastante na eficiência e no tempo de processamento do programa. Quanto maior o valor desse parâmetro, maior é a diversidade de soluções a cada geração gerando uma maior demora na otimização. No entanto, por outro lado, um valor pequeno da população pode acarretar em um menor desempenho do algoritmo, pois o domínio de busca torna-se mais restrito. Segundo Silva (2001), muitos pesquisadores, a título de grandeza, sugerem tamanhos de população entre 10 a 100 indivíduos. Já Olivieri (2004), afirma que populações entre 20 a 100 indivíduos podem ser adotados, porém, esse valor deve ser relacionado com o tamanho do cromossomo.

#### 6.1.7.2 Probabilidade de Cruzamento

A taxa ou probabilidade de cruzamento ( $t_{cruz}$ ), assim como na natureza, é um indicativo de que irá ou não ocorrer o cruzamento entre dois indivíduos da população. Silva (2001) menciona que taxas de cruzamento maiores geram mais rapidamente novos indivíduos para serem introduzidos na população, por outro lado, com taxas menores, indivíduos com boas aptidões poderão ser retirados mais rapidamente da população.

Para Olivieri (2004), os valores mais utilizados para essa taxa variam entre 0,50 e 0,95.

### 6.1.7.3 Taxa de Mutação

Aplicada às soluções individualmente, este parâmetro ( $t_{mut}$ ) representa a probabilidade de ocorrência ou não de mutação nos indivíduos oriundos da operação de cruzamento. Esta taxa tem a função de promover a diversidade da população de maneira a possibilitar uma maior exploração do espaço de busca.

Silva (2001) destaca que assim como os demais parâmetros mencionados, a probabilidade de mutação depende do tipo de problema estudado, porém, a maioria das probabilidades utilizadas varia entre 0,001 a 0,1.

### 6.1.8 Critérios de parada

Na elaboração dos algoritmos genéticos, tenta-se estabelecer alguns critérios de parada para interromper o processo de busca do ótimo, já que o método, por trabalhar apenas com informações da função aptidão, não pode aplicar condições de otimalidade às soluções. Os principais critérios, de acordo com Castilho (2003) e Olivieri (2004), são:

1. Um tempo limite para processar ou número de gerações estipuladas;
2. Ao se conhecer, a priori, o valor ótimo da função objetivo, o critério de parada é a obtenção deste valor;
3. Verificar a convergência relativa, ou seja, quando não ocorrer melhoramento significativo na aptidão do melhor indivíduo durante um dado número de gerações;
4. Quando a população alcançar um alto percentual de mesmo valor de função aptidão;

## 7 FORMULAÇÃO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO

O modelo de otimização proposto e detalhes da implementação dentro do software acadêmico são apresentados neste capítulo.

### 7.1 Problema estudado

O problema estudado nessa dissertação é a otimização de pavimento de laje nervurada protendida unidirecional com foco na minimização da função custo total, tendo como variáveis de projeto as fôrmas a serem utilizadas, o número de cabos de protensão e a excentricidade dos cabos.

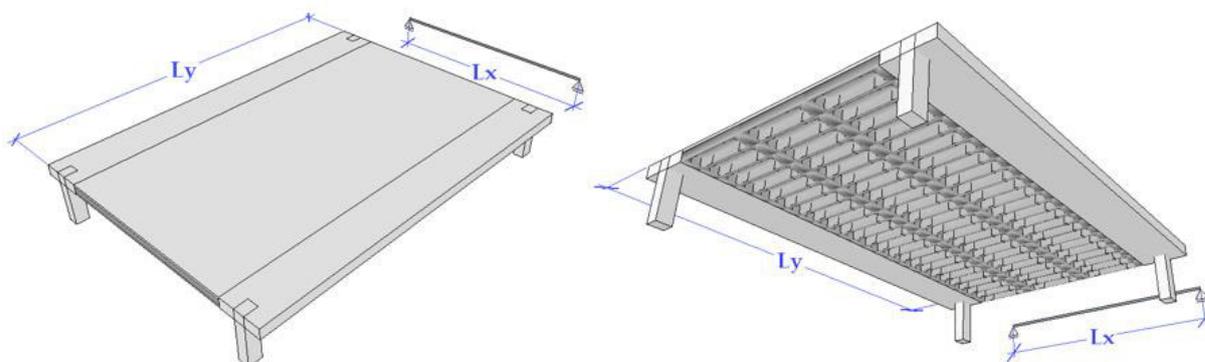
A implementação do algoritmo foi realizada dentro do programa acadêmico BIOS (*Bio-Inspired Optimization System*) e utilizando um outro programa acadêmico para análise estrutural denominado FAST. Ambos os programas foram desenvolvidos no LMCV da UFC.

O desenvolvimento teve como objetivo a ligação entre esses dois programas de maneira que permitisse a realização da análise estrutural através do modelo de grelha equivalente implementado no FAST e a otimização utilizando algoritmo genético implementado no BIOS, para assim, permitir a otimização do pavimento de laje nervurada.

#### 7.1.1 Características geométricas em planta

O pavimento de laje a ser otimizada é apresentado na Figura 29.

Figura 29 – Pavimento de laje nervurada unidirecional protendida modelo



Fonte: Elaborada pelo autor.

A hipótese inicial é que as lajes a serem otimizadas serão apoiadas em vigas faixas protendidas. Portanto, a menor dimensão ( $L_x$ ), vão a ser protendido, será a distância de eixo a eixo entre duas vigas faixas protendidas. Esse comprimento de eixo a eixo é justificado devido o comprimento efetivo prescrito em normas necessitar da altura pré-definida para seu cálculo, o que implicaria da necessidade de mais uma variável para o problema.

Com esse arranjo é possível gerar uma maior liberdade arquitetônica, pois o “menor vão” a ser vencido ( $L_x$ ), devido possuir protensão, poderá vencer grandes vãos.

### 7.1.2 Característica dos materiais

A classe de agressividade deve ser já definida pelo usuário para aplicar dentro do programa o cobrimento da armadura ativa e passiva, bem como se ater a classe de concreto mínima exigida por norma. Como explicado no item 5.3.1, a CAA também indica o nível mínimo de protensão exigida por norma, o que implica nas verificações a serem realizadas. Apesar de ser relativamente simples a implementação para os demais níveis de protensão, optou-se por adotar a protensão limitada devido o foco do trabalho ser a otimização propriamente dita. Portanto, os dados de entradas relativo a CAA e as verificações são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Dados relativos a CAA, cobrimento e nível de protensão do modelo

Classe de Agressividade Ambiental	Cobrimento (cm)		Nível de protensão	Verificações	Combinações de ações
	CA	CP			
III	3,5	4,0	Limitada	ELS-F	Frequente
				ELS-D	Quase Permanente

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 7.1.3 Carregamento aplicado

Os carregamentos supostos atuando na laje são:

- a) carga permanente do tipo peso próprio ( $g_1$ )
- b) carga permanente do tipo revestimento ( $g_2$ )
- c) carga permanente do tipo alvenaria ( $g_3$ )

d) carga variável do tipo acidental ( $q_1$ )

O peso próprio ( $g_1$ ) é avaliado para cada solução proposta na otimização em função de seus parâmetros geométricos e do peso específico adotado para o concreto protendido.

## 7.2 Função objetivo

O problema de minimização do custo de uma laje nervurada em concreto protendido tem sua função objetivo dada através da expressão

$$C_t = c_c V_c + c_{cb} w_{cb} + c_s w_s + c_t w_t \quad (86)$$

onde  $c_c$  (R\$/m<sup>3</sup>),  $c_{cb}$  (R\$/kg),  $c_s$  (R\$/kg) e  $c_t$  (R\$/kg) são, os custos unitários de concreto, cabos de protensão, da armadura passiva e tela, respectivamente. O  $V_c$  (m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>) é o volume de concreto por metro quadrado de laje e  $w_{cb}$  (kg/m<sup>2</sup>),  $w_s$  (kg/m<sup>2</sup>) e  $w_t$  (kg/m<sup>2</sup>) são a massa por metro quadrado de laje dos cabos de protensão, da armadura passiva e da tela, respectivamente. Será investigado o efeito da consideração do volume líquido de concreto, ou seja, descontados de  $V_c$  os volumes das armaduras.

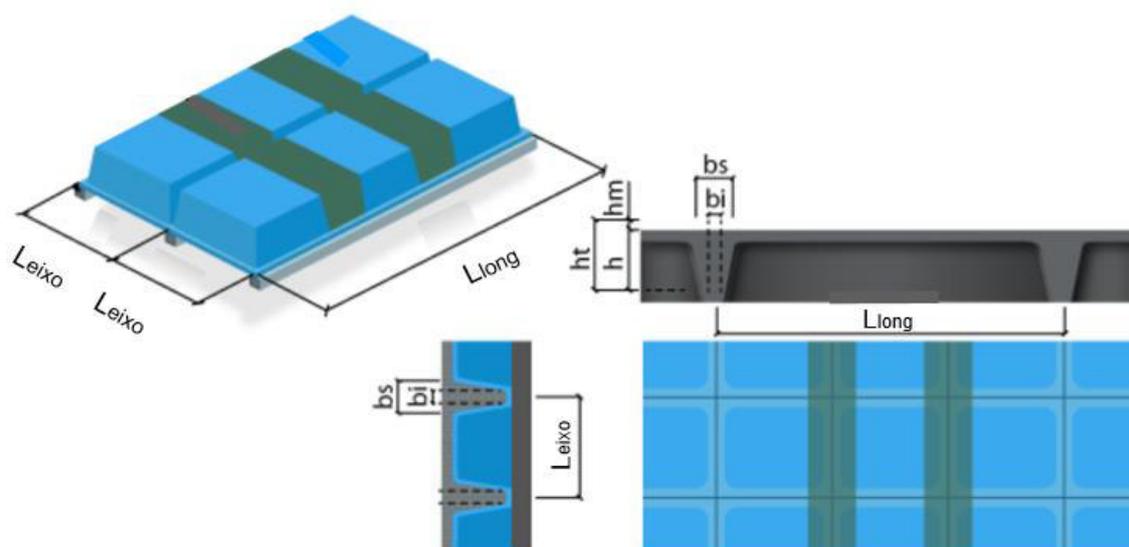
## 7.3 Variáveis de projeto

As variáveis de projeto são: Tipo de fôrma unidirecional (proveniente do catálogo da Impacto Protensão (2018)); Número de cabos por nervura ( $n_{cd}$ ) e Posição do cabo no meio do vão ( $k_{cd}$ ). Vale salientar que essas variáveis são de natureza discretas.

### 7.3.1 Variável tipo de fôrma (Propriedades geométricas)

Ao utilizar “tapas nervuras” nas fôrmas para lajes bidirecionais pode-se obter fôrmas para a montagem de lajes unidirecionais. De maneira genérica, as características das lajes unidirecionais utilizando essas fôrmas (com “tapa nervuras”), são apresentadas na Figura 30.

Figura 30 – Característica geométricas de laje nervurada unidirecional após execução



Fonte: Adaptada da Impacto Protensão (2018).

Com a utilização dessas fôrmas, após execução, as lajes se caracterizam com:

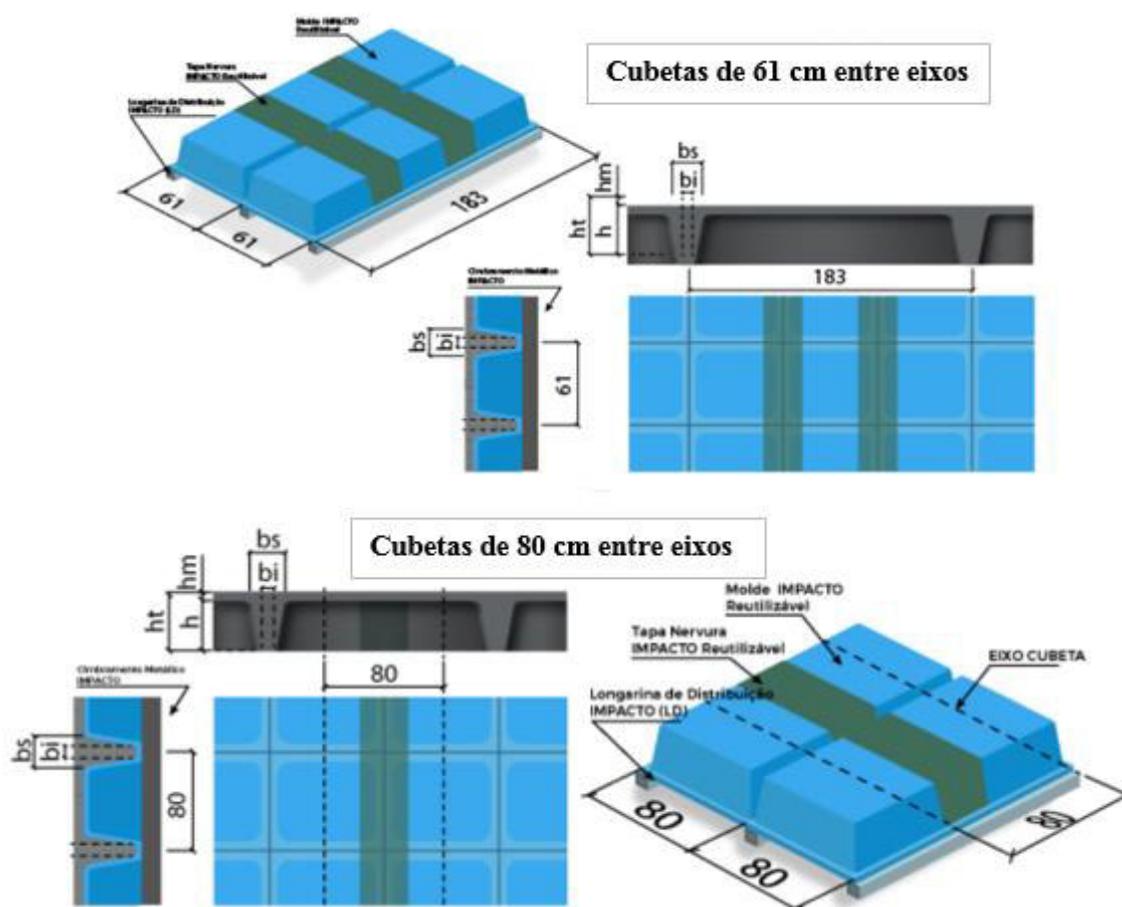
$L_{eixo}$  – Distância de eixo a eixo entre nervuras principais;

$L_{long}$  – Distância entre eixos de nervuras transversais (secundárias).

As demais características são as mesmas apresentadas na Figura 2, no item 2.1 desse trabalho.

As fôrmas utilizadas são provenientes do catálogo da Impacto Protensão (2018). Em seu catálogo consta fôrmas, também chamadas de cubetas, para execução de lajes de duas dimensões entre nervuras principais (61 cm e 80 cm). A diferença é que nas unidirecionais são utilizadas tapas nervuras a cada três cubetas para fôrmas de 61 cm e um tapa nervura para cubetas de 80 cm, como é apresentada na Figura 31. No entanto, em ambos, geralmente nos cálculos são desconsideradas a rigidez das nervuras transversais, o que caracteriza a laje como unidirecional. Por outro lado, vale salientar que com a utilização da analogia de grelha, é possível representar a rigidez dessas nervuras. Nesse trabalho, a rigidez das nervuras transversais está sendo desprezada, porém, a rigidez transversal da capa de concreto é considerada.

Figura 31 – Fôrmas Unidirecionais do catálogo da Impacto Protensão



Fonte: Adaptada da Impacto Protensão (2018).

Para cada distância entre eixos, no catálogo da empresa tem-se um padrão pré-estabelecido de espessura ( $b_i$  e  $b_f$ ), altura de nervura ( $h$ ) e altura da mesa ( $h_m$ ). Nesse trabalho as espessuras e alturas são utilizadas as mesmas do catálogo, porém a altura da mesa entrará no programa como dado de entrada. Essa opção será realizada para deixar uma maior liberdade para o projetista. Portanto, as variáveis de projeto de fôrma serão caracterizadas segundo a distância entre eixos, espessura das nervuras e altura das nervuras como é apresentado na Tabela 9.

Tabela 9 – Padrões de fôrmas considerados (Variável de projeto tipo de fôrma)

Número da variável	Distância entre eixos ( $L_{eixo}$ )	Altura ( $h$ )	Largura das nervuras após montagem		
			Inferior ( $b_i$ )	média ( $b_m$ )	superior ( $b_s$ )
1	61	16	7	8,5	10
2	61	18	7	8,5	10
3	61	21	7	10	13
4	61	26	7	11,5	16
5	61	30	7	12,5	18
6	80	20	12,5	14	15,4
7	80	25	12,5	15,3	18
8	80	30	12,5	16,2	19,9

Fonte: Elaborada pelo autor.

Cada variável dessa apresenta uma propriedade geométrica distinta. Através dessas propriedades, juntamente com a altura da mesa (entrada de dados), é possível calcular outras propriedades geométricas fundamentais para o cálculo das lajes protendidas, como Inércia da Seção T ( $y_{cgT}$ ) e os módulos de resistência à flexão inferior e superior,  $W_{inf}$  e  $W_{sup}$ , respectivamente.

### 7.3.2 Variável número de cabos ( $n_{cd}$ )

O número máximo de cordoalhas por nervura é igual a 2 para as cubetas de 61 cm e 3 para as cubetas de 80 cm. Essa limitação é realizada devido a questões construtivas de acomodação dos cabos, bem como ao excesso de carga de protensão por nervura. Portanto, dessa maneira as possibilidades de armar a laje seria apenas 3 para cubetas de 61 cm e 4 para cubetas de 80 cm (sem protensão e com protensão até o limite de cabos para cada cubeta). No entanto, por outro lado, na prática de projeto é possível realizar uma alternância de cabos por nervura. Por exemplo, uma nervura com 3 cabos (máximo para cubetas de 80cm), outra com 1 cabo, outra com 3 cabos, a seguinte com 1 e assim por diante.

Levando em consideração essa prática de projeto, é proposto a definição do número de cabos a cada 3 nervuras. Sendo assim, o número inteiro de cabos será a cada 3 nervuras, o que implica em um número médio geral fracionado para cada nervura. Ao se fazer isso a possibilidade de distribuição de cabos passa a ser 7 para as cubetas de 61 cm e 10 para as cubetas de 80 cm, sendo elas demonstradas na Tabela 10.

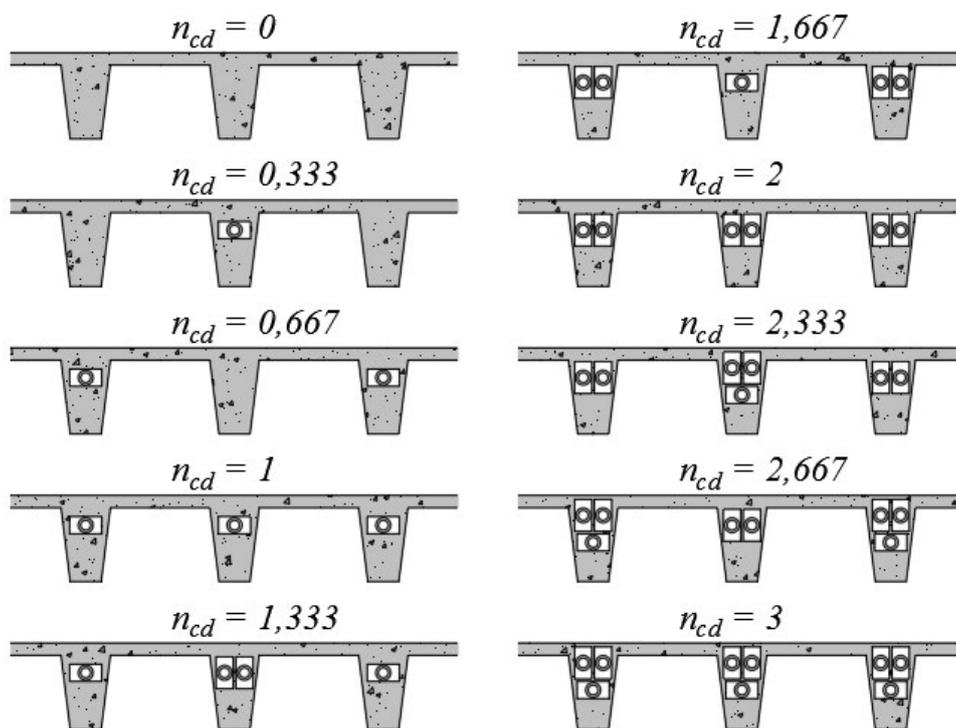
Tabela 10 – Padrões de cabos de protensão na laje considerados

<b>Fôrmas de 61 cm entre eixos (<math>L_{eixo}</math>)</b>	
1°) $n_{cd} = 0$ (Sem protensão)	6°) $n_{cd} = 5/3 = 1,667$ (5 cabos / 3 por nervuras)
2°) $n_{cd} = 1/3 = 0,333$ (1 cabo / 3 nervuras)	7°) $n_{cd} = 6/3 = 2$ (6 cabos / 3 nervuras)
3°) $n_{cd} = 2/3 = 0,667$ (2 cabos / 3 por nervuras)	-
4°) $n_{cd} = 3/3 = 1$ (3 cabos / 3 nervuras)	-
5°) $n_{cd} = 4/3 = 1,333$ (4 cabos / 3 por nervuras)	-
<b>Fôrmas de 80 cm entre eixos (<math>L_{eixo}</math>)</b>	
1°) $n_{cd} = 0$ (Sem protensão)	6°) $n_{cd} = 5/3 = 1,667$ (5 cabos / 3 por nervuras)
2°) $n_{cd} = 1/3 = 0,333$ (1 cabo / 3 nervuras)	7°) $n_{cd} = 6/3 = 2$ (6 cabos / 3 nervuras)
3°) $n_{cd} = 2/3 = 0,667$ (2 cabos / 3 por nervuras)	8°) $n_{cd} = 7/3 = 2,333$ (7 cabos / 3 por nervuras)
4°) $n_{cd} = 3/3 = 1$ (3 cabos / 3 nervuras)	9°) $n_{cd} = 8/3 = 2,667$ (8 cabos / 3 nervuras)
5°) $n_{cd} = 4/3 = 1,333$ (4 cabos / 3 por nervuras)	10°) $n_{cd} = 9/3 = 2,333$ (7 cabos / 3 por nervuras)

Fonte: Elaborada pelo autor.

A distribuição apresentada na Tabela 10 é ilustrada na Figura 32.

Figura 32 – Distribuição dos cabos a cada 3 nervuras



Fonte: Elaborada pelo autor.

Vale lembrar que lajes com dimensões entre eixos ( $L_{eixo}$ ) de 61 cm são aplicadas no máximo dois cabos por nervura.

O cabo de protensão utilizado para o trabalho é fixado no aço CP190 RB 12,7 mm devido ser um dos mais utilizados atualmente no mercado nacional. Suas características são dadas na Tabela 11.

Tabela 11 – Especificações da cordoalha

Diâmetro nominal ( $\phi_p$ )	12,7 mm
Área nominal de aço ( $A_{pcd}$ )	98,7 mm
Massa Aproximada ( $m_p$ )	0,890 kg/m
Módulo de Elasticidade (Indica da NBR 6118 (ABNT, 2014)) ( $E_p$ )	200000 MPa
Carga mínima de ruptura ( $R_{ptk}$ )	187,3 kN
Carga mínima a 1% de alongamento ( $R_{pyk}$ )	168,6 kN

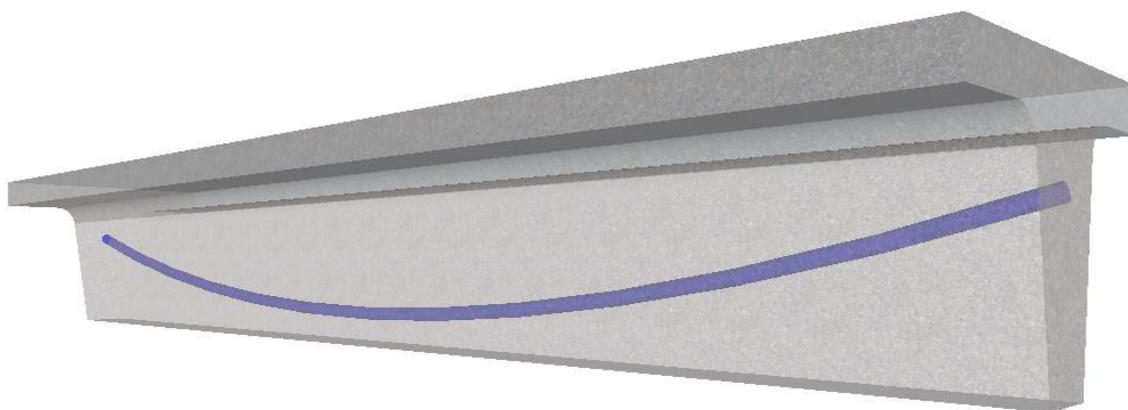
Fonte: Elaborada pelo autor.

### 7.3.3 Variável posicionamento do cabo em elevação ( $k_{cd}$ )

A excentricidade deve respeitar o cobrimento mínimo de protensão ( $c_{mínip}$ ), que é dado em função da Classe de Agressividade Ambiental (CAA), sendo esta, dada pela tabela 7.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

O traçado do cabo, para fins de cálculo de estimativa de carga é realizado como mencionado no item 3.6.2, o cabo é distribuído como uma parábola como apresentado na Figura 33.

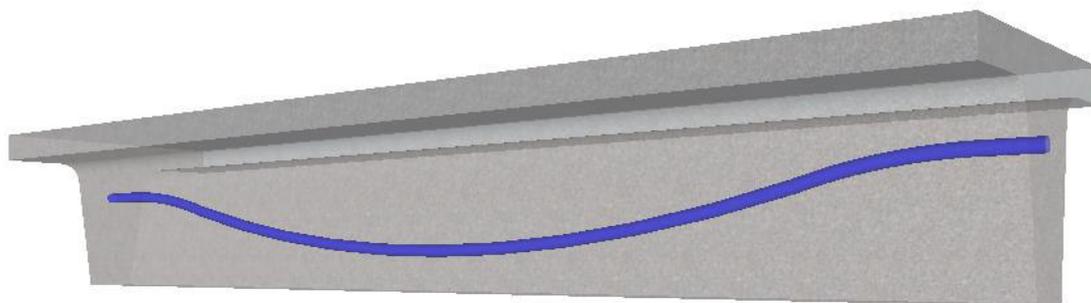
Figura 33 – Cabo em elevação para cálculo da estimativa de carga



Fonte: Elaborada pelo autor.

No entanto, para fins de execução a norma apresenta prescrições de se estender 50 cm em trecho reto a partir do apoio como mencionado no item 3.6.1 e apresentado para o problema em questão, na Figura 34.

Figura 34 – Traçado do cabo em elevação para execução por nervura



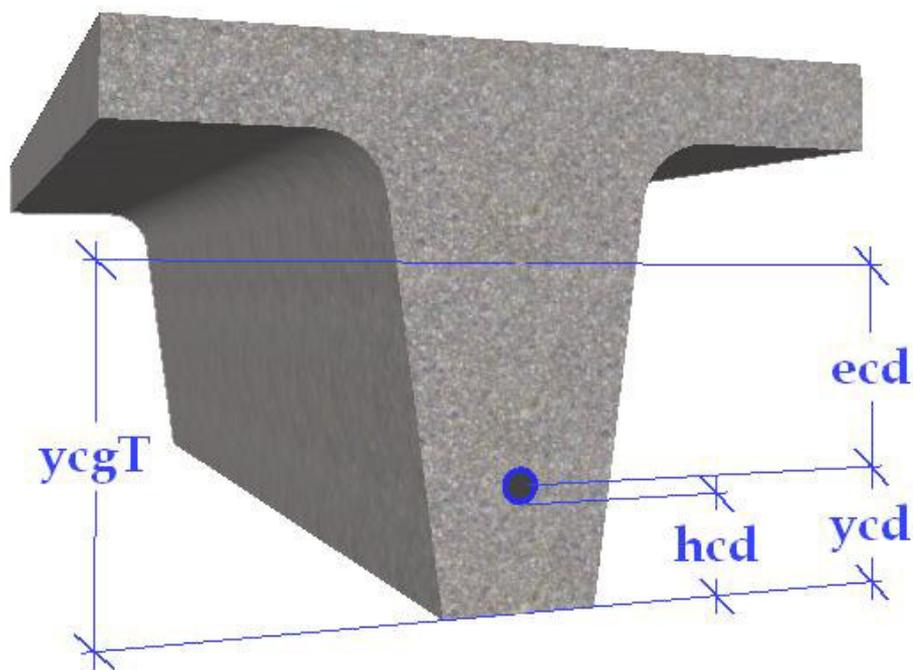
Fonte: Elaborada pelo autor.

A ancoragem das armaduras ativas são aplicadas no centroide da seção ( $y_{cgT}$ ) e se estende por um trecho reto de 50 cm até começar a curvatura para gerar a excentricidade.

Na prática de projeto, geralmente adota-se a excentricidade máxima no meio do vão para se garantir um maior aproveitamento do cabo e facilitar no dimensionamento ao definir o posicionamento do cabo. Nesse trabalho, a variável posicionamento das cordoalhas ( $k_{cd}$ ) é aplicada para gerar a excentricidade no meio do vão. Portanto, a excentricidade é tratada como uma variável dependente.

As características principais para definir o posicionamento do cabo de protensão no meio do vão é apresentada na Figura 35.

Figura 35 – Características para posicionamento do cabo de protensão no meio do vão



Fonte: Elaborada pelo autor.

No meio do vão, as características principais, portanto, são:

$y_{cgT}$  – Centro de gravidade da seção T (definido em 5.2.2);

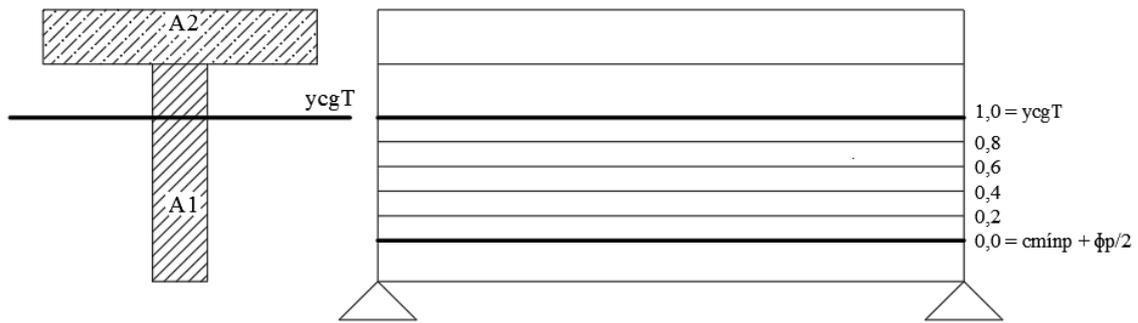
$e_{cd}$  – Excentricidade(s) da(s) cordoalha(s);

$y_{cd}$  – Centro de gravidade da(s) cordoalha(s);

$h_{cd}$  – Altura da (s) cordoalha (s).

A variável de projeto posicionamento foi aplicada para assumir valores discretos em função da porcentagem da altura do centro de gravidade da seção. Nesse caso essa variável assume valores de 0%, 20%, 40%, 60%, 80% e 100% em relação à altura do centro de gravidade da seção como mostra a Figura 36.

Figura 36 – Centro de gravidade do cabo em relação a variável posicionamento



Fonte: Elaborada pelo autor.

Portanto, quando a variável posicionamento for igual a zero, o centro de gravidade do cabo ( $y_{cd}$ ) será igual ao cobrimento mais metade da bitola (e o  $h_{cd}$  = cobrimento mínimo) e a excentricidade é a máxima aplicada (e permitida por norma para atender o cobrimento mínimo). Quando  $k_{cd}$  assumir valor igual 100% (ou 1,0) o  $y_{cd}$  da cordoalha será igual ao próprio centro de gravidade da seção.

Para o elemento biapoiado, a altura da cordoalha ( $y_{cd}$ ) no meio do vão em relação a base inferior da seção e em função do  $y_{cgT}$  e  $c_{mínip}$  é dada por

$$y_{cd} = \left( c_{mínip} + \frac{\phi_p}{2} \right) + k_{cd} \cdot \left( y_{cgT} - \left( c_{mínip} + \frac{\phi_p}{2} \right) \right) \quad (87)$$

onde  $k_{cb}$  é a variável de projeto de posicionamento (porcentagens da distância entre o  $y_{cgT}$  e o cobrimento mais metade do diâmetro da cordoalha), que assume os valores de 0,0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 e 1,0.

A excentricidade, variável dependente, é dada pela diferença entre o centroide da seção e o centroide (ou altura) da(s) cordoalha(s), expressa por

$$e_{cd} = y_{cgT} - y_{cd} \quad (88)$$

De forma mais compacta, a Equação (89) pode ser expressa por:

$$e_{cd} = (1 - k_{cd}) \cdot \left[ y_{cgT} - \left( c_{mínip} + \frac{\phi_p}{2} \right) \right] \quad (89)$$

## 7.4 Restrições

A restrições para esse problema são apresentadas a seguir:

### 7.4.1 Carga a ser balanceada

Para encontrar a quantidade de cabos necessários é preciso saber que percentual da carga será equilibrado com a protensão. Como o número de cabos é uma variável de projeto, aplica-se a restrição de uma quantidade mínima de carga balanceada que servirá de base para quantificar o número de cabos necessários. Essa carga é calculada adotando-se o mesmo critério de Emerick (2005), que utiliza o peso próprio mais 10% do carregamento total. Assim, temos a restrição dada por

$$g_1(\vec{X}) = Q_{bnec} - Q_{breal} \leq 0 \quad (90)$$

onde a carga balanceada necessária é  $Q_{bnec} = g_1 + 0,1 \cdot (G + Q)$ ; e a carga real aplicada em função do número de cordoalhas  $Q_{breal} = \frac{(P_{cd\infty} \cdot n_{cd}) \cdot 8 \cdot e_{cd}}{L_x^2}$

Vale salientar que existe a possibilidade de não apresentar protensão. Nesse caso, essa carga será nula.

### 7.4.2 Tensão de compressão média mínima

Para assegurar que os cabos não estarão muito espaçados e o modelo que trata uma faixa da laje como uma região protendida é válido, impõe-se uma tensão de compressão mínima de módulo 1 MPa. Caso não haja cabo na nervura, tal verificação não será necessária. Essa restrição é expressa por

$$g_2(\vec{X}) = 1 - \sigma_{médio} \leq 0 \quad (91)$$

onde a tensão de compressão média é dada em MPa e é dada em função do número de cordoalhas

$$\sigma_{méd} = \frac{n_{cd} \cdot P_{cd\infty}}{A_c} \quad (92)$$

### 7.4.3 Tensões limites no Estado Limite de Serviço

A) Estado Limite de Formação de Fissura (ELS-F) – Combinação Frequente de Ações ( $\psi_1 = 0,4$ )

Nessa verificação, tanto a tensão de tração quanto a de compressão não deve ultrapassar o limite para formação de fissura exigido por norma especificado no item 5.10.3. Essas restrições são dadas para tração e compressão, respectivamente, por

Tração:

$$g_3(\vec{X}) = \sigma_{tlim\_F} - \sigma_{inf\_F} \leq 0 \quad (93)$$

Compressão:

$$g_4(\vec{X}) = \sigma_{sup\_F} - \sigma_{clim\_F} \leq 0 \quad (94)$$

B) Estado Limite de Descompressão (ELS-D) – Combinação Quase Permanente de Ações ( $\psi_2 = 0,3$ )

Nessa verificação, tanto a tensão de tração quanto a de compressão não deve ultrapassar o limite para descompressão exigido por norma especificado no item 5.10.3. Essas restrições podem ser atendidas da Equação (95), para tração e Equação (96) para compressão

Tração:

$$g_5(\vec{X}) = \sigma_{tlim\_D} - \sigma_{inf\_D} \leq 0 \quad (95)$$

Compressão:

$$g_6(\vec{X}) = \sigma_{sup\_D} - \sigma_{clim\_D} \leq 0 \quad (96)$$

### 7.4.4 Tensões limites no Estado Limite Último no Ato da Protensão

Nessa verificação, deve-se considerar apenas as perdas imediatas e a resistência limite calculada com referência da resistência ao  $j$  dia de aplicação da protensão. Tanto a tensão de tração quanto a de compressão não deve ultrapassar o limite para o ato da protensão exigido por norma especificado no item 5.10.1. Essas restrições podem ser atendidas da seguinte maneira

Tração:

$$g_7(\vec{X}) = \sigma_{tlim\_AtoP} - \sigma_{inf\_AtoP} \leq 0 \quad (97)$$

Compressão:

$$g_8(\vec{X}) = \sigma_{sup\_AtoP} - \sigma_{clim\_AtoP} \leq 0 \quad (98)$$

#### 7.4.5 Estado Limites de Deformação Excessiva

As verificações foram realizadas para aceitabilidade sensorial, o que inclui deslocamentos visíveis nos elementos estruturais e vibrações sentidas no piso, assim como descrito no item 5.10.4. As restrições para esses dois casos são expressas, respectivamente, por

Deslocamento visível no elemento estrutural:

$$g_9(\vec{X}) = \delta_{dest} - \delta_{lim\_dest} \leq 0 \quad (99)$$

Vibração sentida no piso:

$$g_{10}(\vec{X}) = \delta_{vib} - \delta_{lim\_vib} \leq 0 \quad (100)$$

#### 7.4.6 Tensão cisalhante (ELU)

Para dispensar a armadura transversal, a força cortante de cálculo ( $V_{Sd}$ ) deverá ser menor ou igual à força cortante resistente de cálculo, apresentada no item 5.10.5. A restrição é apresentada pela expressão

$$g_{11}(\vec{X}) = V_{Sd} - V_{Rd1} \leq 0 \quad (101)$$

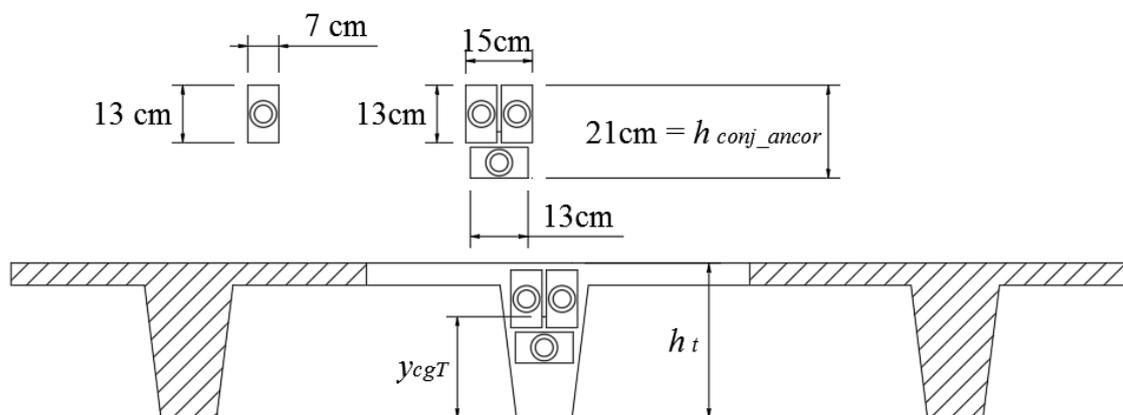
#### 7.4.7 Acomodação dos cabos na nervura

As variáveis de projeto do tipo fôrma que possuem 80 cm de eixo a eixo permitem até 3 cordoalhas por nervura. O centroide do conjunto desses três cabos, nas ancoragens devem sair (e chegar) no centroide da seção das nervuras. Se a capa de concreto adotada for muito pequena, tem-se a possibilidade da ancoragem passar dessa capa. Para

que isso não ocorra, é aplicado uma restrição nessa configuração para quando uma nervura possui 3 cabos ( $n_{cd} \geq 7/3$ ).

Essa restrição depende da dimensão das ancoragens utilizadas. Para o trabalho em questão, as dimensões das ancoragens foram de 7 cm de largura por 13 cm de comprimento. Quando tem-se 3 cabos por nervura, a configuração é de duas ancoragens em um sentido e uma no sentido oposto (deixando um espaçamento de 1 cm entre elas) como apresenta a Figura 37.

Figura 37 – Esquema da ancoragem para 3 cabos em uma nervura (cubeta de 80 cm)



Fonte: Elaborada pelo autor.

Portanto, caso a capa utilizada seja muito pequena, uma parte do conjunto de ancoragens pode ficar passando do nível do piso. Para evitar isso, a restrição pode ser dada como a metade da altura do conjunto ( $h_{met\_anco} = 10,5$  cm) deve ser menor que a diferença entre a altura total da seção ( $h_t$ ) e o centroide da seção (já que o centroide do conjunto deve coincidir com o da seção) ( $h_{dif}$ ). De modo numérico, a restrição é expressa por

$$g_{12}(\vec{X}) = h_{met\_anco} - h_{dif} \leq 0 \quad (102)$$

## 7.5 BIOS (*Bio-Inspired Optimization System*)

O BIOS é um programa acadêmico implementado em C++ utilizando o paradigma de Programação Orientada ao Objeto (POO) criado inicialmente por Rocha (2013) que implementou o algoritmo genético no mesmo. Atualmente o BIOS possui, além do AG, o PSO (algoritmo de enxame de partículas). Como estratégias para lidar com restrições, consta-se o método de penalidade proposto por Deb (2000), a penalidade estática

e a penalidade adaptativa proposta por Barbosa e Lemonge (2004). A seleção do algoritmo se dá de forma proporcional à função objetivo ou através do *ranking*.

## 8 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Dependendo do problema, os AG's apresentam comportamento variável em seu desempenho. Para avaliar a eficiência do modelo proposto nesse trabalho foram realizados diversos testes de calibração de parâmetros do algoritmo genético.

Por possuir um número relativamente pequeno de combinações, foram realizados vários testes de combinações para se obter uma maior taxa de sucesso, porém com um custo computacional relativamente baixo. Nos exemplos estudados utilizamos um tamanho de população ( $n_{pop}$ ) igual a 10, número de gerações ( $n_{ger}$ ) igual a 30, uma taxa de cruzamento de 0,80 e probabilidade de mutação de 0,10. A taxa de elitismo complementa a taxa de cruzamento, sendo de 0,20. A estratégia de seleção dos indivíduos utilizado foi a do *ranking*.

Para todas as aplicações a seguir serão fixados alguns parâmetros, a não ser que se mencione o contrário dentro da aplicação, apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Parâmetros para aplicações

<b>Classe de agressividade ambiental</b>	III
<b>Cobrimento nominal para armadura passiva</b>	35 mm
<b>Cobrimento nominal para armadura ativa</b>	40 mm
<b>Aço para armadura longitudinal passiva</b>	CA-50
<b>Aço para armadura de distribuição</b>	CA-60 (Tela Q61)
<b>Custo unitário para armadura passiva (CA-50 e CA-60)</b>	R\$ 5,48 /kg
<b>Custo unitário para armadura ativa</b>	R\$ 14,32 /kg
<b>Custo do concreto com <math>f_{ck}</math> de 30 MPa</b>	R\$ 358,16/m <sup>3</sup>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os valores de custos da Tabela 12 foram obtidos de acordo com a Seinfra (2018) e contemplam o custo do material e o custo de mão de obra para a execução e representam uma média dos custos para um período entre 2016 e 2018 na cidade de Fortaleza. Assim, trabalha-se com o custo final da estrutura pronta.

## 8.1 Aplicação I – Influência dos vãos

Nessa aplicação utilizou-se do mesmo carregamento, capa de concreto, resistência do concreto e verificou-se a influência dos vãos (Tabela 13). O espaço de busca é formado pelas variáveis apresentadas no item 7.4. As fôrmas serão caracterizadas pela distância entre eixos (61 cm ou 80 cm) e altura da nervura ( $h$ ).

Tabela 13 – Dados da Aplicação I

<b>Característica geométrica da seção</b>	
Altura da mesa (cm):	10
<b>Propriedades dos Materiais</b>	
Classe de agressividade ambiental:	III
Cobrimento da armadura passiva (cm):	3,5
Cobrimento da armadura ativa (cm):	4,0
Resistência do concreto (MPa):	30
Idade de protensão (dias):	5
<b>Ações Atuantes</b>	
Revestimento (kN/m <sup>2</sup> ):	1,00
Alvenaria (kN/m <sup>2</sup> ):	0,00
Acidental (kN/m <sup>2</sup> ):	2,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse caso tentou-se verificar a influência dos vãos começando com valores relativamente pequenos, variando a cada 1 m. Iniciou com 3 m de vão, indo até um valor em que as soluções apresentassem valores inviáveis. Os resultados são apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 – Resultados da Otimização

Caso	Vão (m)	Resultados da otimização				
		Variáveis de Projeto			Área de aço passivo por nervura (cm <sup>2</sup> )	Função objetivo (R\$/m <sup>2</sup> )
		Fôrma unidirecional ( $L_{eixo} \times h \times h_t$ )	Número de cabos por nervura – $n_{cd}$ (Un.)	Excentricidade – $e_{cd}$ (cm)		
1	3,0	61x16x26	0	-	1,1190	R\$ 58,16
2	4,0	61x16x26	0	-	1,4050	R\$ 60,18
3	5,0	80x20x30	0	-	2,5380	R\$ 68,42
4	6,0	80x25x35	0	-	2,5430	R\$ 73,03
5	7,0	61x16x26	1 (3/3 Nervuras)	14,0	0,8365	R\$ 78,57
6	8,0	61x16x26	1,333 (4/3 Nervuras)	14,0	0,7424	R\$ 85,12
7	9,0	61x21x31	1,333 (4/3 Nervuras)	17,4	0,8945	R\$ 90,35
8	10,0	61x21x31	1,667 (5/3 Nervuras)	17,4	0,8106	R\$ 96,91
9	11,0	61x21x31	2 (6/3 Nervuras)	17,4	0,7268	R\$ 103,44
10	12,0	80x25x35	3 (9/3 Nervuras)	19,7	1,0520	R\$ 114,82
11	13,0	80x30x40	3 (9/3 Nervuras)	22,8	1,2560	R\$ 120,46

Fonte: Elaborado pelo autor.

A taxa de sucesso para esses casos variou entre 10% (no caso do vão de 10 m) a 100% (para o vão de 3 m) enquanto a geração média até a convergência ficou entre 7<sup>a</sup> e 16<sup>a</sup>. Portanto, nota-se uma variação bastante discrepante no desempenho do algoritmo dependendo do vão a ser analisado.

Uma das primeiras observações, quanto à resposta do modelo implementado, diz respeito à utilização da protensão. Para vãos entre 3 m até os 6 m, o algoritmo encontrou combinações em que o concreto armado (utilizando apenas armadura passiva) gerou funções objetivas menores. Esse resultado é evidenciado por diversos autores, em especial, Emerick (2005) apresenta a relação custo benefício de lajes convencionais em concreto armado e protendido em que para vãos até 7 m o concreto armado é mais econômico, a partir desse valor, a protensão se sobressai em questão de custo. Vale salientar que o autor não apresenta as características específicas das lajes.

Foram realizados outros testes mudando o custo da protensão, observou-se que através de pequenas elevações no custo da protensão o algoritmo encontra vãos em concreto armado maiores que 7 m.

Para as lajes com protensão (vãos de 7 a 12 m) podemos notar um equilíbrio entre a altura de fôrma adotada e o número de cabos. Entre os casos 5 (vão 7 m), 6 (vão 8

m) e (vão 9 m) isso é observado quando para o caso 6 em relação ao 5, o modelo proposto mantém a altura da cubeta e aumenta a quantidade de cabos. Quando passa do caso 6 para o 7, aumenta-se a fôrma, porém mantém a quantidade de cabos. Em outras situações o crescente aumento de número de cabos é evidente. Os cabos foram calculados para cada 3 nervuras, como já explicado, para que haja uma maior possibilidade de distribuição. É possível observar o crescente aumento da função objetivo quando se aumenta o vão. De maneira clara verificamos que esse aumento é devido tanto ao crescente aumento da altura das fôrmas, ou seja, o consumo de concreto, quanto ao número de cabos de protensão por nervura exigidos para balancear as cargas. Além disso, a armadura passiva contribui bastante para efeito de custos.

Foram analisados vãos de 14 m, no entanto, todas as otimizações realizadas para esse vão apresentaram violação na restrição de carga balanceada. A violação dessa restrição é um indicativo de que o número máximo de cabos não é o suficiente para produzir a carga equilibrada necessária, que tem seu valor elevado devido ao peso próprio.

## **8.2 Aplicação II – Avaliação da rigidez à torção das barras da grelha**

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que para modelagem dos pavimentos de edifícios utilizando grelha, pode-se reduzir a rigidez à torção das vigas por fissuração, utilizando-se 15% da rigidez elástica, exceto para os elementos estruturais com protensão limitada ou completa. No caso da modelagem das lajes nervuras protendidas desse trabalho utilizou-se protensão limitada, porém foi adotado para as barras da grelha 15% da rigidez à torção integral não devido a fissura, mas sim para evitar armar as nervuras para combater à torção.

Nessa Aplicação II foi analisado o efeito da torção na laje protendida nervurada adotando para a rigidez à torção 1%, 15% e 100% do seu valor integral. Os dados do problema são da Aplicação I (Tabela 12). Os resultados para um vão de 8m são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 – Efeito da Rigidez à torção para vão de 8 m

<b>Características</b>	<b>Com 1%</b>	<b>Com 15%</b>	<b>Com 100%</b>
<b>Fôrma unidirecional (<math>L_{eixo} \times h \times h_t</math>)</b>	61x16x26	61x16x26	61x16x26
<b>Número de cabos por nervura - <math>n_{cd}</math> (Un.)</b>	1,3333 (4/3 Nervuras)	1,3333 (4/3 Nervuras)	1,3333 (4/3 Nervuras)
<b>Excentricidade - <math>e_{cd}</math> (cm)</b>	13,9900	13,9900	13,9900
<b>Momento fletor ELU (kN.m)</b>	22,5590	22,4690	21,5160
<b>Percentual de redução do Momento Fletor em relação aos elementos com rigidez à torção com 1% (%)</b>	-	0,40	4,62
<b>Deslocamentos diferidos (cm)</b>	-0,6136	-0,6112	-0,5860
<b>Área de aço passivo (cm<sup>2</sup>)</b>	0,7424	0,7424	0,7424
<b>Função objetivo (R\$/m<sup>2</sup>)</b>	85,1200	85,1200	85,1200

Fonte: Elaborado pelo autor.

É possível notar que nesse modelo de otimização de lajes nervuradas protendidas o efeito da rigidez a torção incidiu apenas no Momento Fletor no ELU e nos deslocamentos. No entanto, o preço, bem como as 3 variáveis de projetos permaneceram iguais para as três situações de rigidezes. Vale salientar que os deslocamentos negativos indicam deslocamentos de baixo para cima, ou seja, levantamento da laje. Esse efeito é devido a protensão que causa um efeito contrário as cargas gravitacionais.

Stramandinoli (2003) realizou em seus estudos a comparação da modelagem de lajes nervuradas bidirecionais em concreto armado com analogia de grelha e elementos finitos usando os esses mesmos valores de 1%, 15% e 100% da rigidez integral para as barras da grelha. Devido ao efeito da rigidez para o vão de 8 m (com protensão) não ser tão significativo, optou-se em realizar a mesma verificação para lajes com vão de 6 m (*a priori* sem protensão) no intuito de analisar o efeito em estruturas de concreto armado. A Tabela 16 apresenta o resultado da otimização para essa situação.

Tabela 16 – Efeito da rigidez à torção para vão de 6 m

<b>Características</b>	<b>Com 1%</b>	<b>Com 15%</b>	<b>Com 100%</b>
<b>Fôrma Unidirecional (<math>L_{eixo} \times h \times h_t</math>)</b>	80x25x35	80x25x35	80x25x35
<b>Número de cabos por nervura - <math>n_{cd}</math> (Un.)</b>	0,000	0,000	0,000
<b>Excentricidade - <math>e_{cd}</math> (cm)</b>	-	-	-
<b>Momento Fletor ELU (kN.m)</b>	35,4300	34,8480	33,3760
<b>Percentual de redução do Momento Fletor em relação aos elementos com rigidez à torção com 1% (%)</b>	-	1,64	5,80
<b>Deslocamentos Diferidos (cm)</b>	0,6888	0,6774	0,6496
<b>Área de Aço Passivo (cm<sup>2</sup>)</b>	2,5960	2,5430	2,4090
<b>Função Objetivo (R\$/m<sup>2</sup>)</b>	73,3100	73,0300	72,3100

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apesar de não alterar nenhuma das variáveis, assim como em concreto protendido, o efeito da rigidez à torção foi um tanto mais evidente na laje em concreto armado. O efeito da rigidez afetou os momento fletores Últimos e consequentemente a armadura passiva. Na medida em que aumenta a rigidez, reduz os momentos e armaduras passivas para o caso de estruturas em concreto armado. Por outro lado, vale salientar que ao se adotar rigidez à torção integral (100%), a peça deve ser armada para suportar ao efeito da torção, o que implica em um possível aumento na armadura e por conseguinte um provável aumento no custo final.

### 8.3 Aplicação III – Desconsideração do volume de concreto equivalente

Outra aplicação foi realizada para verificação do comportamento do algoritmo e constatação da diferença entre se descontar o volume de concreto equivalente ao de aço. Os dados do problema são os mesmos da Aplicação I (Tabela 13). Os resultados dessa aplicação são apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 – Desconsideração do volume da armadura de aço no concreto

<b>Características</b>	<b>Com As em Ac</b>	<b>Sem As em Ac</b>
<b>Fôrma unidirecional (<math>L_{eixo} \times h \times h_t</math>)</b>	61x61x26	61x61x26
<b>Número de cabos por nervura - <math>n_{cd}</math> (Un.)</b>	1,333 (4/3 Nervuras)	1,333 (4/3 Nervuras)
<b>Excentricidade - <math>e_{cd}</math> (cm)</b>	13,990	13,990
<b>Momento fletor ELU (kN.m)</b>	22,469	22,469
<b>Deslocamentos diferidos (cm)</b>	-0,6112	-0,6112
<b>Área de aço passivo (cm<sup>2</sup>)</b>	0,7424	0,7424
<b>Função objetivo (R\$/m<sup>2</sup>)</b>	85,120	84,910

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como pode ser observado, a eliminação do volume de concreto equivalente ao volume de aço não apresentou nenhuma alteração nas variáveis nem mesmo nos valores de momentos Últimos, deslocamentos e área de aço passiva. O preço, calculado automaticamente dentro do algoritmo, apresentou uma pequena redução de R\$ 0,21 por metro quadrado.

## 9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS

Nesse trabalho foi abordado a análise e dimensionamento de um projeto ótimo do pavimento de lajes nervuradas protendidas unidirecionais. Utilizou-se dos critérios da NBR 6118 (ABNT, 2014) para orientação tanto na modelagem quanto no dimensionamento da estrutura de maneira a obter projetos econômicos, porém garantindo segurança adequada. Os algoritmos genéticos foram aplicados para o modelo de otimização devido apresentar excelente desempenho na otimização de estruturas, como mostrado nas referências utilizadas. Nesse caso, o programa utilizado foi o BIOS. Na análise estrutural foi utilizada a analogia de grelha através do programa acadêmico FAST e discutido alguns critérios para modelagem correta das barras da grelha, como a rigidez à torção. Portanto, foi elaborado uma ligação entre o BIOS e o FAST para criação do modelo de otimização por analogia de grelha.

O modelo elaborado, de acordo com os parâmetros utilizados (classe de agressividade, concreto, custo dos materiais, entre outros), apresentou comportamento esperado em relação a avaliação de vãos. Para vãos relativamente pequenos o concreto armado se sobressaiu no quesito do custo monetário. A partir dos 7 m as lajes nervuradas protendidas apresentaram custo menor. Esse valor condiz com o comportamento utilizados para maioria dos casos de edifícios em que o custo benefício apresenta uma relação próxima a essa obtida quando se compara as duas técnicas.

Uma análise foi relacionada a modelagem da rigidez à torção das barras, assunto esse que vem sendo discutido por diversos autores em lajes maciças e nervuras modeladas através da analogia de grelha. Analisou-se, assim como Stramandinoli (2003), para lajes nervuradas em concreto armado, a influência da rigidez à torção das barras da grelha levando em consideração 1%, 15% e 100% da rigidez integral. Constatou-se, no modelo utilizado, que não ocorreu diferenças significativas para as lajes nervuradas protendidas ao utilizar o vão de 8 m (com protensão para rigidez à torção em 15%). Para essa situação as variáveis e o custo monetário não foram alterados, apenas uma pequena parcela no momento fletor último e nos deslocamentos diferidos. Por outro lado, para um vão de 6 m (sem protensão com rigidez à torção em 15%), apesar de manter as variáveis de projeto, houve um aumento no custo para elementos com rigidez à torção de 1% em relação ao de 15% e uma redução no custo para 100% da rigidez (em relação ao de 15%). Esse custo foi alterado devido a mudança no momento fletor e conseqüentemente na armadura passiva. Como a laje se comporta como unidirecional, praticamente, pois na

direção longitudinal considera-se apenas o efeito da capa, o efeito da torção é pequeno neste caso. Ou seja, o comportamento é próximo de uma flexão cilíndrica.

Na aplicação III foi realizada uma avaliação de custos ao se descontar o volume de concreto equivalente ao volume de aço, por metro quadrado. Esse cálculo é realizado automaticamente dentro do algoritmo. Os resultados obtidos apresentaram uma redução no custo do metro quadrado final, porém sem alterar nenhuma variável de projeto como esperado.

Para trabalhos futuros recomenda-se a aplicação de modelagem na grelha com balanços e formas mais irregulares para as lajes. Além disso, pode-se tentar representar as vigas faixas com sua deformabilidade calculada, bem como o dimensionamento das mesmas em um modelo integrado.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: 2014. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Agosto, 2014.

\_\_\_\_\_. NBR 6120: 1980. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Agosto, 1980.

\_\_\_\_\_. NBR 14432: 2001. Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações - Procedimento. Novembro, 2001.

\_\_\_\_\_. NBR 15200: 2012. Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio. Maio, 2012.

\_\_\_\_\_. NBR 15575-1: 2013. Edificações habitacionais – Desempenho. Parte 1: Requisitos gerais. Julho, 2013.

ADÃO, F.X.; HEMERLY, A. C. **Concreto Armado: Novo Milênio Cálculo Prático e Econômico**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2010. 224 p.

AGOSTINI, L. R. S. **Concreto Protendido: estudo das vigas isostáticas**. São Paulo: Livraria Ciência e Tecnologia Editora Ltda., 1983.

AALAMI, B. O.; JURGENS, J. D. **Guidelines for the Design of Post-Tensioned Floors**. Concrete International, p. 77-83, 2003.

ALBUQUERQUE, A. T. de. **Otimização de pavimentos de edifícios com estruturas de concreto pré-moldado utilizando algoritmo genético**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2007.

ALBUQUERQUE, A. T.; EL DEBS, M. K.; MELO, A. M. C., 2011. **A cost optimization-based design of precast concrete floors using genetic algorithm**. Automation in Construction, v. 22, p. 348-356, 2012.

ARAÚJO, M. A. **A moderna construção sustentável**. AECweb, 2014. Disponível em: [http://www.aecweb.com.br/cont/a/a-moderna-construcao-sustentavel\\_589/](http://www.aecweb.com.br/cont/a/a-moderna-construcao-sustentavel_589/). Acesso em: 23 ago. 2017.

ARORA, J. S. **Introduction to optimum design**. 3.ed. Waltham: Elsevier, 2012.

BARBOZA, A. S. R. **Contribuição à análise estrutural de sistemas lajes- vigas de concreto armado mediante analogia de grelha**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1992.

BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. An adaptive penalty scheme for genetic algorithms in structural optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 59, p. 703–736, 2004.

BASTOS, P. S. S. **Concreto Protendido**. Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista. Apostila. São Paulo, 2018.

BEZERRA, E. M. F. **Otimização multiobjectivo de lajes nervuradas em concreto armado**. 2017. 99 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

CARNEIRO, A. L. **Análise e dimensionamento de lajes lisas protendidas sem aderência**. 2015. 159 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Espírito Santo. Vitória, 2015.

CARVALHO, R. C. **Análise não linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha**. 1994. 217 f. Tese (doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em concreto protendido**. São Paulo: Pini, 2012.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos: EduFSCar, 2013.

CASTILHO, V. C. **Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendido mediante algoritmos genéticos**. 2003. 301 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

CASTILHO, V. C., LIMA, M.C.V. de. Cost optimization of lattice-reinforced joist slabs using genetic algorithms. **Structural Concrete**, p. 1464–4177, 2007.

CAVALCANTI, M. B. **Modelos de verificação à flexão de estruturas protendidas**. 2005. 2005. 72 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 2005.

COELHO, J. A. **Modelagem de Lajes de Concreto Armado por Analogia de Grelha**. 2000. 219 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.

COLEY, D. A. An introduction to genetic algorithms for scientists and engineers. Singapore: World Scientific. (1999).

CONCRETE SOCIETY. **Post-Tensioned Concrete Floors – Design Handbook**. Technical Report, n. 43, 1994.

DAVIS, L. **Handbook of Genetic Algorithms**, International Thomson Computer Press, 1996.

DEB, K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 186, p. 311–338, 2000.

DORNELLES, F. L. **Estudo sobre a modelagem da protensão em lajes lisas com o uso da analogia de grelha**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

EMERICK, A. A. **Projeto e execução de lajes protendidas**. Brasília: Interciência, 2005.

- FIALA, C.; HÁJEK, P. **Environmentally based optimization of RC slab floor structures**. Conference Central Europeon Towards Sustainable Building, Prague, 2007
- FRANÇA, A.B.M.; FUSCO, P.B. **As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios**. São Paulo: AFALA & ABRAPEX, 1997.
- GOLDBERG, D. E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, reading: Addison-Wesley, 1989.
- HAMBLY, E.C. **Bridge deck behavior**. 1. ed. London: Chapman and Hall, 1976.
- HANAI, J.B. **Fundamentos do concreto protendido**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos. Apostila. São Paulo, 2005.
- HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. Ann Arbor, University of Michigan Press, 1975.
- IMPACTO PROTENSÃO. **Catálogo de fôrmas**. Impacto, 2018. Disponível em: <http://impactoprotensao.com.br/catalogo-de-formas/>. Acesso em: 21 nov. 2018.
- KENNEDY, J.B.; BALI, S.K.. **Rigities of concrete waffle-type slab structure**. Canadian Journal of Civil Engineering, v. 6, n. 1, 1979.
- LEONHARDT, F. **Construções de concreto**. v. 3. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- LEMONGE, A. C. C. **Aplicação de Algoritmos Genéticos em Otimização Estrutural**. 1999. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999.
- LOPES, A. F. O.; BONO, G. F.F.; BONO, G. **Análise numérica comparativa entre lajes maciças e nervuradas com diferentes tipos de materiais de enchimento**. XXXII Asociación Argentina de Mecánica Computacional, Mendoza, Argentina, 2013.
- MELLO, A. L. **Cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada**. 2005. 128 f. Dissertação (Mestrado em Construção Civil), Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2005.
- MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRE, F. M. **Hormigon Armado**. 12. ed. Editorial Gustavo Gili, S. A.Barcelona, 1973.
- MOTA, J. P. A. S.; MELO, A. M. C. **Projeto ótimo de lajes nervuradas: considerações de situação de incêndio**. XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Rio de Janeiro, 2015.
- NAPPI, S.C.B. **Análise comparativa entre lajes maciças, com vigotas pré-moldados e nervuradas**. 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia), Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 1993.
- OH, B. H.; JEON, S. J. **Limitations and realistic application of equivalent load methods in pre-stressed concrete structures**. Magazine of Concrete Research, v. 54, n. 3, 2002.

OLIVEIRA, L. F. **Otimização multinível de vigas de concreto armado via algoritmos genéticos**. 2014. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2014.

OLIVEIRA, L. F.; MELO, A. M. C.; PARENTE JR, E.; Albuquerque, A. T. **Estratégia multinível para otimização de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural, Montevideo, Uruguai, 2014.

OLIVIERI, B. P. **Otimização do projeto de pontes protendidas pré-moldadas pelo método dos algoritmos genéticos**. 2004. 129 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

REIS, E. M. **Análise de pavimentos de edifícios utilizando a analogia de grelha**. 2007. 138 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2007.

ROCHA, I. B. C. M. **Análise e otimização de cascas laminadas considerando não linearidade geométrica e falha progressiva**. 2013. 159 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2013.

SEINFRA - SECRETARIA DA INFRAESTRUTURA. **Tabelas de Custos**. Ceará: SEINFRA, 2018. Disponível em: <https://www.seinfra.ce.gov.br/tabela-de-custos>. Acesso em: 20 de nov. 2018.

SENA, R. W. R. **Otimização de sistema e configuração de pavimentos de concreto pré-moldado via algoritmos evolucionários**. 2015. 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2015.

SILVA, A.J.M. **Implementação de um algoritmo genético utilizando o modelo de ilhas**. 2005. 73 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-graduação em Engenharia civil – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

SILVA, E.E. **Otimização de estruturas de concreto armado utilizando Algoritmos genéticos**. 2001. 131 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos. São Paulo, 2001.

STRAMANDINOLI, J. S. B. **Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelha**. 2003. 199 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

SUSSEKIND, J.C. **Curso de concreto**. v. 1. Porto Alegre: Editora Globo, 1985.

VANDERPLAATS, G. N. **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design – with Applications**. 3. ed. Colorado Springs: Vanderplaats Research & Development, 1999.