



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

GUILHERME ANDERSON RODRIGUES MENDES

SOLUÇÃO ÓTIMA PARA TABULEIRO DE PONTES RODOVIÁRIAS COM VIGAS
TIPO I PRÉ-MOLDADAS E PROTENDIDAS

FORTALEZA

2018

GUILHERME ANDERSON RODRIGUES MENDES

SOLUÇÃO ÓTIMA PARA TABULEIRO DE PONTES RODOVIÁRIAS COM VIGAS TIPO I
PRÉ-MOLDADAS E PROTENDIDAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- M491s Mendes, Guilherme Anderson Rodrigues.
Solução Ótima para Tabuleiro de Pontes Rodoviárias com Vigas Tipo I Pré-moldadas e Protendidas /
Guilherme Anderson Rodrigues Mendes. – 2018.
115 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia,
Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2018.
Orientação: Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota.
1. Pontes Pré-moldadas. 2. Concreto Protendido. 3. Otimização. 4. Algoritmos Genéticos. 5.
Programação Computacional. I. Título.

CDD 620

GUILHERME ANDERSON RODRIGUES MENDES

SOLUÇÃO ÓTIMA PARA TABULEIRO DE PONTES RODOVIÁRIAS COM VIGAS TIPO I
PRÉ-MOLDADAS E PROTENDIDAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Profa. Dra. Magnólia Maria Campelo Mota
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho a Deus, autor de meu destino, a minha mãe Ana Maria Rodrigues de Andrade e ao meu irmão Matheus Rodrigues Mendes que, com muito amor e apoio, não mediram esforços para que eu realizasse meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, pela bênção da vida, por renovar minhas forças e esperanças cada dia.

A minha mãe, Ana Maria Rodrigues de Andrade, e a meu irmão e companheiro de Engenharia, Matheus Rodrigues Mendes, pelo carinho, atenção e empenho dedicado em meu aprendizado e formação.

Ao Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota, de quem tive a honra de ser orientando, por toda a dedicação e cooperação ao longo deste projeto, e pelo empenho em transmitir seu conhecimento e experiência.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, por contribuírem para minha formação acadêmica e profissional.

Aos colegas e amigos do Curso de Engenharia Civil, pela convivência, troca de conhecimentos e companheirismo, em especial àqueles com quem, por mais tempo, compartilhei momentos, Pedro Luiz, Igor Silva e Nilton Gadelha.

“A oportunidade favorece a mente preparada.”

(Louis Pasteur)

RESUMO

As pontes, comumente denominadas obras de arte especiais, são elementos de grande impacto quando se trata de infraestrutura rodoviária, pois possuem um custo elevado e demandam um planejamento detalhado. Diante disso, projetos com soluções otimizadas têm atraído cada vez mais pesquisadores da área de Engenharia Estrutural, com o intuito de obter soluções rápidas e econômicas. Nesse sentido, o presente trabalho tem como objetivo apresentar uma metodologia para obtenção de solução ótima da superestrutura de pontes rodoviárias com múltiplas vigas isostáticas de seção transversal tipo I, em concreto protendido pré-tracionado com cabos retos. Para isso, aplicaram-se técnicas avançadas de otimização baseadas em Algoritmos Genéticos e programação computacional na linguagem C++. Além disso, foram adotados o Método de Fauchart e o Método da Rigidez Direta na implementação computacional, com posterior etapa de validação por Elementos Finitos. Consideraram-se pontes de classe 45 com 13 m de largura e vãos compreendidos entre 15 m e 30 m. Comparou-se o desempenho e economia proporcionada por um perfil obtido via otimização com uma seção adotada comercialmente. Os resultados evidenciaram a necessidade de aplicar processos de otimização para pre-dimensionamento de pontes rodoviárias com múltiplas vigas isostáticas, com foco na escolha das dimensões da seção transversal das longarinas, do número de longarinas que compõem a seção da ponte e na resistência característica do concreto adotado.

Palavras-chave: Pontes pré-moldadas. Concreto protendido. Otimização. Algoritmos Genéticos. Programação Computacional.

ABSTRACT

The bridges are elements of great impact when it comes to road infrastructure, as they have a high cost and require detailed planning. Therefore, projects with optimized solutions have attracted more and more researchers in the area of Structural Engineering, in order to obtain quick and economical solutions. In this sense, the present work aims to present a methodology for obtaining an optimal solution of the superstructure of road bridges with multiple isostatic beams of type I cross section, in precast concrete with straight ropes. For this, we applied advanced optimization techniques based on Genetic Algorithms and computational programming in the C ++ language. In addition, the Fauchart Method and the Direct Stiffness Method were adopted in the computational implementation, with a subsequent step of validation by Finite Element. Class 45 bridges with 13 m wide and spans of between 15 m and 30 m were considered. The performance and economy provided by a profile obtained through optimization with a commercially adopted section was compared. The results evidenced the need to apply optimization processes for the pre-dimensioning of road bridges with multiple isostatic beams, focusing on the choice of cross-section dimensions of the longitudinal members, the number of longitudinal members composing the section of the bridge and the concrete strength adopted.

Keywords: Pre-cast bridges. Prestressed concrete. Optimization. Genetic Algorithms. Computational Programming.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema ilustrativo da composição das pontes.	20
Figura 2 – Classificação das pontes pelo desenvolvimento em planta.	20
Figura 3 – Classificação das pontes pelo desenvolvimento altimétrico.	21
Figura 4 – Seções transversais das pontes de concreto.	21
Figura 5 – Perfil New Jersey para barreiras simples e duplas.	22
Figura 6 – Representação esquemática de ponte em laje.	23
Figura 7 – Representação esquemática de ponte em viga de alma cheia.	24
Figura 8 – Representação esquemática de ponte em quadro rígido.	24
Figura 9 – Representação esquemática de ponte em arco.	25
Figura 10 – Representação esquemática de ponte pênsil.	26
Figura 11 – Representação esquemática de ponte estaiada.	26
Figura 12 – Representação de ponte em vigas pré-moldadas.	27
Figura 13 – Estabilidade e ponto de içamento.	27
Figura 14 – Técnicas de içamento por guindaste (esq.) e treliça (dir.).	28
Figura 15 – Pré-lajes na ponte do Complexo Viário, em Blumenau-SC.	28
Figura 16 – Processo de mapeamento.	32
Figura 17 – <i>Crossover</i> por combinação linear.	34
Figura 18 – <i>Crossover</i> pela metodologia clássica.	34
Figura 19 – Algoritmo Genético.	35
Figura 20 – Hierarquia do BIOS.	37
Figura 21 – Modelo de Fauchart.	39
Figura 22 – Reações devido carga unitária.	40
Figura 23 – Linha de Influência - Exemplo (Cargas Permanente).	40
Figura 24 – Parcela de carga permanente (laje + viga).	41
Figura 25 – Linha de Influência - Exemplo (Cargas Móveis).	41
Figura 26 – Trem-tipo e resultante das cargas permanentes.	42
Figura 27 – Discretização da barra em elementos de viga.	43
Figura 28 – Deslocamentos unitários - Matriz do elemento.	43
Figura 29 – Disposição das cargas estáticas.	48
Figura 30 – Eugène Freyssinet (esq.) e ponte do Galeão no Rio de Janeiro (dir.).	52
Figura 31 – Viga comum de concreto armado.	52

Figura 32 – Tensões no concreto - protensão completa.	54
Figura 33 – Protensão em pistas (pré-tração).	55
Figura 34 – Protensão com aderência posterior (pós-tração).	56
Figura 35 – Seção com 7 fios e ancoragem ativa para cordoalha não aderente.	57
Figura 36 – Diagrama tensão-deformação.	59
Figura 37 – Diagrama tensão-deformação de tração.	59
Figura 38 – Diagrama tensão-deformação para armaduras passivas.	60
Figura 39 – Cordoalhas de 7 fios.	61
Figura 40 – Cordoalhas para protensão CP-190 RB.	62
Figura 41 – Diagrama tensão-deformação.	62
Figura 42 – Diagrama de representação da metodologia adotada.	63
Figura 43 – Diagrama de representação do algoritmo.	64
Figura 44 – Variáveis geométricas de projeto.	65
Figura 45 – Seção transversal, níveis de cordoalhas e características geométricas.	65
Figura 46 – Seção transversal do tabuleiro e vãos (metros).	66
Figura 47 – Valores de β_{fl}	67
Figura 48 – Modelo de viga unitária - Método de Fauchart.	68
Figura 49 – Especificação da seção - Viga de largura unitária.	68
Figura 50 – Inércia das longarinas - Apoios elásticos.	69
Figura 51 – Largura de mesa colaborante.	69
Figura 52 – Inércia à torção - Perfil T.	70
Figura 53 – Forças nodais.	71
Figura 54 – Linha de influência - Exemplo.	71
Figura 55 – Tabela de Rusch 27.	82
Figura 56 – Execução do processo de otimização - BIOS.	94
Figura 57 – Convergência ao longo das gerações - BIOS.	94
Figura 58 – Propriedades do projeto ótimo.	95
Figura 59 – Instabilidade lateral do projeto ótimo.	95
Figura 60 – Parâmetros de Fauchart para o projeto ótimo.	95
Figura 61 – Nós do modelo de viga.	96
Figura 62 – Barras do modelo de viga.	96
Figura 63 – Linhas de influência - Viga de Extremidade.	97

Figura 64 – Cargas permanentes atuantes.	98
Figura 65 – Cargas móveis atuantes.	98
Figura 66 – Esforços característicos atuantes.	98
Figura 67 – Armaduras de flexão, cortante e torção.	99
Figura 68 – Esforços atuantes na laje.	100
Figura 69 – Resumo do custo ótimo.	100
Figura 70 – Especificação dos eixos estruturais (Robot).	101
Figura 71 – Especificação do material (Robot).	101
Figura 72 – Especificação da seção transversal da longarina (Robot).	102
Figura 73 – Especificação da seção transversal da laje (Robot).	102
Figura 74 – Casos de carga (Robot).	103
Figura 75 – Cargas permanentes (Robot).	104
Figura 76 – Cargas de multidão (Robot).	104
Figura 77 – Veículo padrão (Robot).	105
Figura 78 – Comparação entre esforços.	105
Figura 79 – Resumo do custo para seção da T&A.	106
Figura 80 – Comparação de custos.	107
Figura 81 – Seções definidas para cada categoria.	108
Figura 82 – Configurações ótimas para a Categoria 1.	108
Figura 83 – Configurações ótimas para a Categoria 2.	109
Figura 84 – Configurações ótimas para a Categoria 3.	109
Figura 85 – Custos ótimos em função do vão para o intervalo de 15 m a 30 m.	110
Figura 86 – Custo ótimo (R\$ 10 ⁵) versus f_{ck} (MPa).	110

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo de prós e contras para a solução com vigas pré-moldadas.	29
Tabela 2 – Parâmetros de entrada.	35
Tabela 3 – Pesos específicos.	47
Tabela 4 – Pesos dos veículos e valores das cargas distribuídas.	49
Tabela 5 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado). . .	58
Tabela 6 – Características mecânicas para aços de armadura suplementar.	60
Tabela 7 – Valores para as variáveis de projeto.	67
Tabela 8 – Parâmetros da função de custo.	86
Tabela 9 – Custo do concreto.	87

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Objetivos	17
<i>1.1.1</i>	<i>Objetivo Geral</i>	17
<i>1.1.2</i>	<i>Objetivos Específicos</i>	17
1.2	Estrutura da Monografia	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	Pontes	19
<i>2.1.1</i>	<i>Conceito</i>	19
<i>2.1.2</i>	<i>Elementos Básicos de Projeto</i>	22
<i>2.1.2.1</i>	<i>Revestimento da Pista</i>	22
<i>2.1.2.2</i>	<i>Barreiras e Defensas</i>	22
<i>2.1.3</i>	<i>Sistemas Estruturais</i>	23
<i>2.1.3.1</i>	<i>Pontes em Laje</i>	23
<i>2.1.3.2</i>	<i>Pontes em Viga de Alma Cheia</i>	24
<i>2.1.3.3</i>	<i>Pontes em Quadro Rígido</i>	24
<i>2.1.3.4</i>	<i>Pontes em Arco</i>	25
<i>2.1.3.5</i>	<i>Pontes Pênseis</i>	25
<i>2.1.3.6</i>	<i>Pontes Estaiadas</i>	26
<i>2.1.3.7</i>	<i>Pontes em Vigas de Concreto Pré-Moldado</i>	27
2.2	Otimização	29
<i>2.2.1</i>	<i>Formulação do Problema</i>	29
<i>2.2.2</i>	<i>Programa BIOS</i>	31
<i>2.2.2.1</i>	<i>Algoritmos Genéticos</i>	32
<i>2.2.2.2</i>	<i>Métodos de Penalização</i>	35
<i>2.2.2.3</i>	<i>Estrutura do BIOS</i>	37
2.3	Modelo Estrutural	38
<i>2.3.1</i>	<i>Modelo Simplificado</i>	38
<i>2.3.1.1</i>	<i>Método de Fauchart</i>	38
<i>2.3.1.2</i>	<i>Método da Rigidez Direta (MRD)</i>	42
<i>2.3.1.3</i>	<i>Método dos Gradientes Conjugados</i>	44

2.3.2	<i>Método dos Elementos Finitos (MEF)</i>	46
2.4	Carregamentos	47
2.4.1	<i>Ações Permanentes</i>	47
2.4.2	<i>Ações Variáveis</i>	48
2.4.3	<i>Combinações de Ações</i>	49
2.5	Estruturas de concreto protendido	51
2.5.1	<i>Introdução</i>	51
2.5.2	<i>Tipos de Protensão</i>	55
2.5.2.1	<i>Protensão com Aderência Inicial</i>	55
2.5.2.2	<i>Protensão com Aderência Posterior</i>	55
2.5.2.3	<i>Protensão sem Aderência</i>	56
2.5.3	<i>Propriedades do Concreto</i>	57
2.5.4	<i>Propriedades das Armaduras Não Protendidas</i>	59
2.5.5	<i>Propriedades das Armaduras Protendidas</i>	60
3	METODOLOGIA	63
3.1	Considerações Iniciais	63
3.2	Definição da Geometria da Ponte	64
3.3	Análise de Estabilidade Lateral	67
3.4	Modelo de Cálculo	68
3.5	Solução Numérica do Modelo	70
3.6	Critérios de Dimensionamento da Viga	72
3.6.1	<i>Armadura de Protensão Necessária</i>	72
3.6.2	<i>Verificações das Tensões Normais</i>	74
3.6.3	<i>Necessidade de Armadura Passiva Resistente a Flexão</i>	76
3.6.4	<i>Dimensionamento da Armadura Resistente a Cortante e a Torção</i>	78
3.7	Critérios de Dimensionamento da Laje	81
3.7.1	<i>Dimensionamento da Armadura Resistente à Flexão</i>	81
3.7.2	<i>Dimensionamento da Armadura Resistente à Força Cortante</i>	84
3.8	Verificação do Custo	86
4	RESULTADOS	90
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	111
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	112

REFERÊNCIAS 113

1 INTRODUÇÃO

Segundo evidências históricas, as pontes teriam surgido por acaso, quando as árvores sofriam com os ventos de tempestades e caíam sobrepondo um rio ou um acidente natural. Desde então, tornou-se objeto de estudo de vários povos e símbolo de estética e segurança, sendo portanto uma das primeiras estruturas dominadas pelo homem.

Com a evolução dos processos construtivos e materiais, diversos tipos de pontes foram desenvolvidos para suprir o aumento da demanda por infraestrutura. Atualmente, as pontes mais comuns são de concreto, madeira e aço, podendo, também, apresentar a combinação entre estes materiais. As pontes, ainda, podem ser em laje, laje apoiada sobre vigas, caixão, estaiada entre outros.

No atual cenário, pontes de múltiplas longarinas de seção I protendidas e pré-moldadas estão sendo amplamente difundidas no país, uma vez que são ideais para vãos curtos a médios (20 a 60 m) devido ao seu peso próprio moderado, eficiência estrutural, facilidade de fabricação, rápida construção e facilidade de manutenção (AHSAN *et al.*, 2011).

De acordo com Pinho *et al.* (2009), a utilização de vigas pré-moldadas de concreto para construção de pontes teve início na década de 30 do século passado. Entretanto, esta técnica apresentou grande desenvolvimento apenas a partir da década de 50 com o avanço da tecnologia da protensão e o desenvolvimento dos sistemas de transporte e montagem das estruturas.

De uma forma geral, o projeto das estruturas de concreto armado e protendido é desenvolvido a partir de um pré-dimensionamento baseado na experiência do projetista, o qual visa obter um projeto aceitável ou adequado que simplesmente satisfaça aos estados limites último e de serviço e atenda às especificações de projeto. Contudo, na maioria dos problemas de engenharia, mais de uma configuração mostra-se viável para atender a estas exigências.

Segundo Castilho (2003), viadutos e pontes, comumente denominados obras de arte especiais, são um dos itens mais importantes quando se trata de infraestrutura rodoviária, pois possuem um custo elevado e demandam um planejamento detalhado. Diante disso, projetos com soluções otimizadas têm atraído cada vez mais pesquisadores da área de Engenharia Estrutural, quase sempre com o objetivo de desenvolver melhores métodos para representar de maneira eficiente o problema analisado e buscar uma rápida resposta.

Nesse sentido, o presente trabalho apresenta uma contribuição ao projeto de pontes pré-moldadas e protendidas. Para isso, é apresentada uma metodologia de cálculo onde os inter-eixos e as seções transversais das longarinas são definidas dentro de um conjunto de

possibilidades, de modo que a seção definida resultará naquela capaz de resistir aos esforços solicitantes - determinados pelo Método dos Elementos Finitos - e cujo custo de execução seja o menor possível.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma metodologia para obtenção de solução ótima da superestrutura de pontes rodoviárias com múltiplas vigas isostáticas de seção transversal tipo I, em concreto protendido pré-tracionado com cabos retos, submetidas a cargas prescritas nas normas brasileiras ABNT NBR 7187 (2003) e ABNT NBR 7188 (2013).

1.1.2 Objetivos Específicos

- a) Aplicar o Método dos Elementos Finitos e o Método de Fauchart para a distribuição transversal de carregamentos no tabuleiro devido carga permanente e móvel e avaliar os resultados;
- b) Verificar as condições de serviço para esforços nas longarinas, as limitações construtivas e as condições de ruína;
- c) Realizar estimativa de custos para a construção de tabuleiros como critério para determinação do projeto ótimo;
- d) Aplicar conceitos de Otimização Computacional e Engenharia Estrutural para pré-dimensionamento de tabuleiro de pontes;
- e) Comparar as soluções ótimas com perfil já adotado no mercado, em função dos inter-eixos e vãos adotados.

1.2 Estrutura da Monografia

Para facilitar o entendimento, a monografia é dividida em capítulos cujo conteúdo é apresentado a seguir:

No Capítulo 2 é apresentada revisão bibliográfica sobre as pontes, com especial destaque para as pontes rodoviárias com múltiplas vigas isostáticas de seção transversal tipo I, fundamentos sobre otimização, modelagem, análise estrutural, critérios de dimensionamento e

estruturas de concreto protendido. Discute-se as diversas teorias necessárias para o desenvolvimento do estudo, com uma revisão voltada ao modelo proposto e a formulação a ser utilizada no dimensionamento com essa consideração.

No Capítulo 3 apresenta-se a metodologia adotada, explicitando as etapas que compreendem a determinação da seção transversal, a modelagem da ponte, as verificações de projeto necessárias e análise de custos.

Os resultados obtidos são destacados no Capítulo 4. Por fim, as conclusões e proposições para trabalhos futuros estão presentes no Capítulo 5.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Pontes

2.1.1 Conceito

O estudo de pontes exige por parte do Engenheiro Civil conhecimentos em todas as áreas de sua formação: topografia, estradas, hidráulica, hidrologia, materiais de construção, técnicas construtivas, análise estrutural, concreto, etc., sendo por isso uma das aplicações mais complexas da Engenharia.

Em linhas gerais, denomina-se ponte a obra destinada a transposição de obstáculos à continuidade do leito normal de uma via, tais como rios, braços de mar, vales profundos ou outras vias etc. Normalmente utiliza-se o nome ponte quando o obstáculo a ser transposto pela obra é constituído por água, em caso contrário, a obra recebe a denominação de viaduto. Na terminologia rodoviária e ferroviária as pontes ou viadutos são também usualmente chamadas de Obras de Arte Especiais.

Tecnicamente, as pontes são divididas em três partes principais:

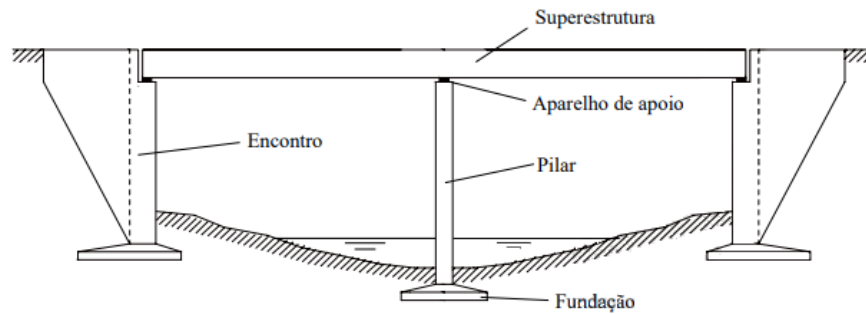
Infraestrutura ou **Fundação**: Composta pelos elementos que transmitem diretamente os esforços ao solo. São portanto os blocos, sapatas, estacas ou tubulões e ainda as peças de ligação destes elementos como os blocos de coroamento de conjunto de estacas e vigas de rigidez.

Mesoestrutura: Constituída pelos elementos intermediários que transmitem os esforços atuantes na pista de rolamento ou tabuleiro aos elementos da fundação. É constituída normalmente por pilares isolados ou aporticados e de aparelhos de apoio metálicos ou de borracha. A mesoestrutura recebe as cargas verticais da superestrutura (peso próprio das vigas, lajes, revestimento, barreiras e passeios, além dos efeitos das cargas móveis e do vento) e também está sujeita a solicitações horizontais (ação dinâmica da água, ação do vento, frenagem e aceleração de veículos, atrito nos apoios, empuxo de terra e sobrecarga nos aterros de acesso, dilatação térmica e retração).

Superestrutura: Constituída basicamente pelos elementos que recebem diretamente a carga útil da ponte como a laje do tabuleiro, vigas principais e secundárias. Refere-se à parte do estrado, onde efetivamente são aplicados os carregamentos do trem-tipo.

Ainda segundo Debs e Takeya (2007), as pontes são classificadas conforme:

Figura 1 – Esquema ilustrativo da composição das pontes.



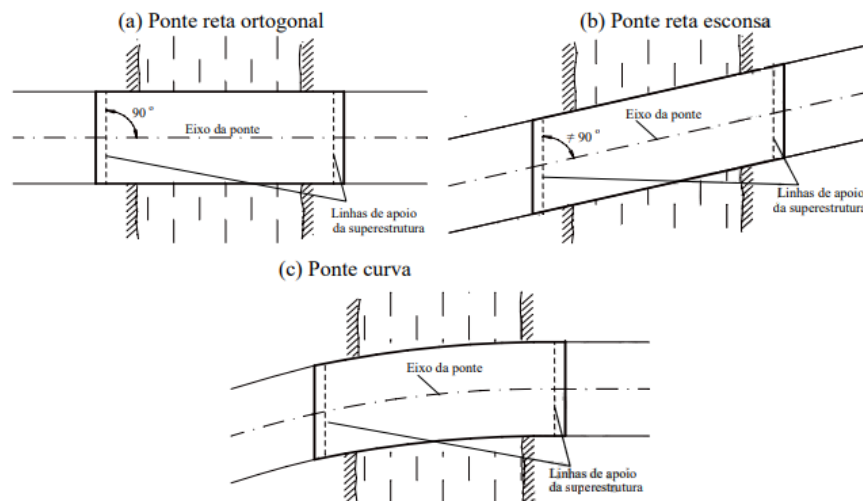
Fonte: Debs e Takeya (2007).

a) **Material da superestrutura:** As pontes podem ser de madeira, de alvenaria, de concreto simples, de concreto armado, de concreto protendido, de aço ou mistas (concreto e aço). Na infraestrutura das pontes emprega-se normalmente o concreto armado.

b) **Comprimento:** Segundo o seu comprimento, as pontes podem ser classificadas em galerias (bueiros) - de 2 a 3 metros, pontilhões - de 3 a 10 metros, pontes - acima de 10 metros. Existe ainda uma divisão, de contornos não muito definidos, que é: pontes de pequenos vãos – até 30 m, pontes de médios vãos – de 30 a 60 m, pontes de grandes vãos – acima de 80 m.

c) **Desenvolvimento planimétrico:** Segundo o desenvolvimento em planta do traçado, as pontes podem ser classificadas em retas (ortogonais e esconsas) e curvas. As pontes retas, como o próprio nome diz, são aquelas que apresentam eixo reto. Em função do ângulo que o eixo da ponte forma com a linha de apoio da superestrutura, estas pontes podem ser divididas em ortogonais (quando este ângulo é de 90°), e esconsas (quando este ângulo é diferente de 90°). As pontes curvas são aquelas que apresentam o eixo, em planta, curvo (Ver Figura 2).

Figura 2 – Classificação das pontes pelo desenvolvimento em planta.

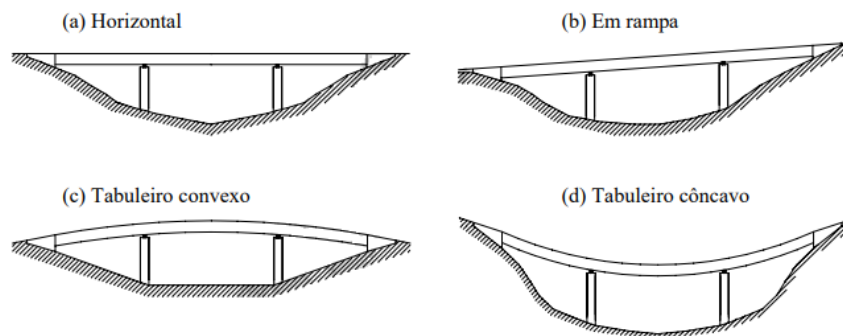


Fonte: Debs e Takeya (2007).

d) **Natureza do tráfego:** Segundo a natureza do tráfego, as pontes podem ser classificadas em rodoviárias, ferroviárias, passarelas (pontes para pedestres), aeroviárias, aquedutos, mistas (mais de um tipo de tráfego).

e) **Desenvolvimento altimétrico:** As pontes se classificam segundo o seu desenvolvimento altimétrico em retas (horizontal ou em rampas) e curvas (tabuleiro côncavo ou convexo) (Ver Figura 3).

Figura 3 – Classificação das pontes pelo desenvolvimento altimétrico.

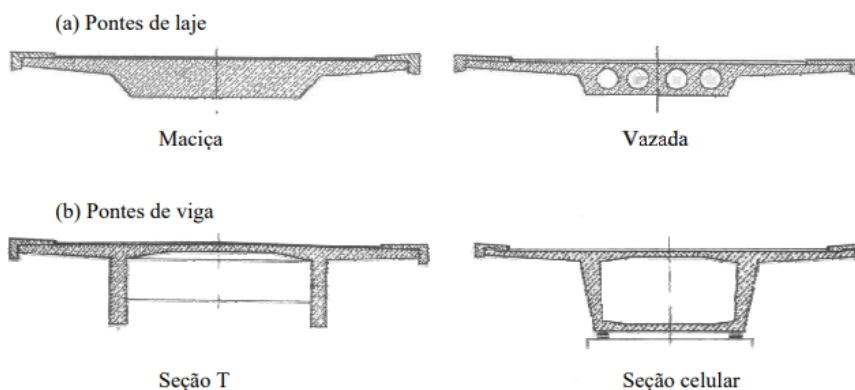


Fonte: Debs e Takeya (2007).

f) **Sistema estrutural da superestrutura :** As pontes podem ser classificadas, quanto ao sistema estrutural da superestrutura em ponte em viga, ponte em pórtico, ponte em arco, ponte pênsil, ponte estaiada. Estes tipos de pontes podem apresentar subdivisões, em função dos tipos de vinculação dos elementos, como por exemplo, ponte em viga simplesmente apoiada, ponte em arco biarticulado, etc.

g) **Seção transversal:** Quanto à seção transversal às pontes de concreto se classificam em ponte de laje (maciça ou vazada) ou ponte em viga (seção T ou seção celular).

Figura 4 – Seções transversais das pontes de concreto.



Fonte: Debs e Takeya (2007).

2.1.2 Elementos Básicos de Projeto

A norma de projeto e execução de pontes NBR 7187 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003)) especifica que os elementos básicos compreendem todas as informações necessárias para justificar a obra e definir suas características técnicas e funcionais. Incluem levantamentos topográficos (também batimetria, se necessário) e de interferências, projeto geométrico completo, dados geológicos, geotécnicos e hidrológicos, gabaritos em largura e altura e outros condicionantes do projeto.

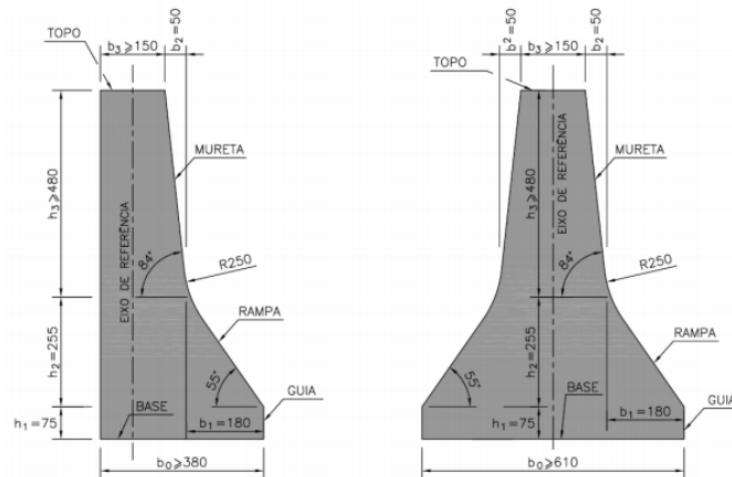
2.1.2.1 Revestimento da Pista

Quanto ao revestimento colocado sobre o tabuleiro para a passagem dos veículos, em geral indica-se uma espessura mínima de 5 cm. A espessura do pavimento no eixo da pista é mais elevada do que nas bordas, em função da necessidade de projetar uma inclinação lateral que evite o acúmulo de água na pista. Essa inclinação, também chamada de superelevação ou abaulamento, deve estar de acordo com as prescrições do Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes – DNIT, em função da geometria da pista.

2.1.2.2 Barreiras e Defensas

A norma DNIT 109/2009 – PRO traz o padrão da seção típica do tipo New Jersey para barreiras simples (utilizadas nas extremidades da pista) e barreiras duplas (utilizadas em canteiros centrais).

Figura 5 – Perfil New Jersey para barreiras simples e duplas.



Fonte: DNIT (2009).

Nas extremidades da pista de rolamento, devem ser posicionadas barreiras ou defensas para conter os veículos. Quando essas são constituídas por concreto armado, são chamadas de barreiras, e quando de aço, defensas. As barreiras costumam ser utilizadas no padrão New Jersey, que possui um perfil especial na superfície de deslizamento para desacelerar veículos que venham a se perder na pista.

2.1.3 Sistemas Estruturais

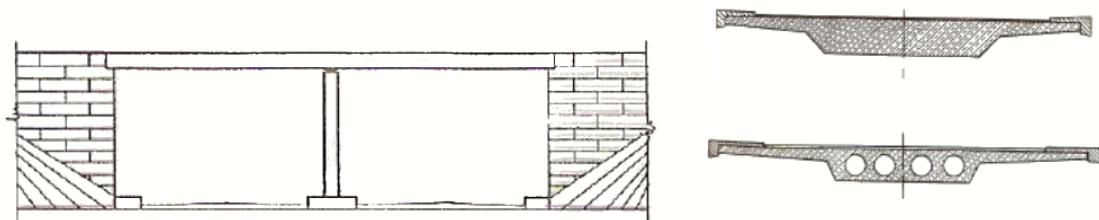
A seguir são apresentadas as principais tipologias de pontes em concreto, com especial destaque para as pontes compostas por múltiplas longarinas pré-moldadas e protendidas de seção I.

2.1.3.1 Pontes em Laje

As estruturas em laje podem ser moldadas no local ou constituídas de elementos pré-moldados. São indicadas para vãos curtos, baixa altura de construção e pequenas relações altura/vão. Apresentam grandes vantagens construtivas já que os detalhes de formas, das armaduras e a concretagem são mais simples, resultando em velocidade e facilidade de construção.

Além disso, as pontes em lajes podem ser maciças ou vazadas. A laje maciça é especialmente indicada para pontes esconsas, pontes de largura variável e pontes de plantas irregulares. Em concreto armado convencional, são utilizadas para vãos até 15 metros (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES – DNIT, 1996).

Figura 6 – Representação esquemática de ponte em laje.



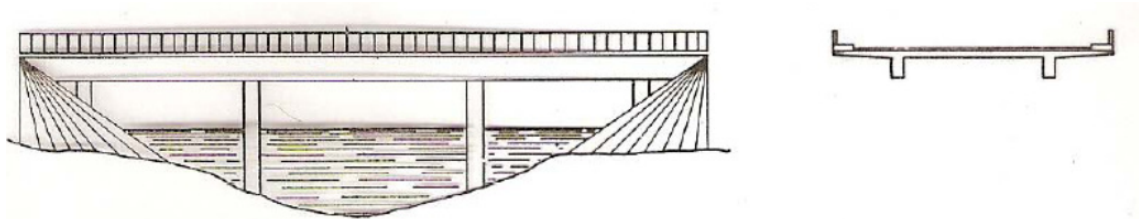
Fonte: Marchetti (2008).

Entretanto, quando o vão da estrutura aumenta, o peso próprio da laje maciça torna-se excessivo. Assim, para vãos maiores que 12 metros é aconselhável prover a mesma de aberturas longitudinais, em geral circulares, destinadas a diminuir o peso da estrutura.

2.1.3.2 Pontes em Viga de Alma Cheia

As pontes em viga se caracterizam por apresentarem vinculações que não transmitem momentos fletores da superestrutura para a infraestrutura. Este tipo estrutural é o mais empregado atualmente no Brasil (DEBS; TAKEYA, 2007). Esse sistema pode ser caracterizado pela adoção de vigas simplesmente apoiadas sem balanços, vigas simplesmente apoiadas com balanços, vigas contínuas e vigas Gerber.

Figura 7 – Representação esquemática de ponte em viga de alma cheia.



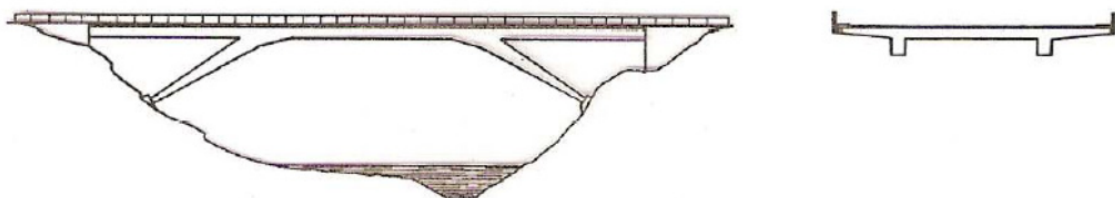
Fonte: Marchetti (2008).

As pontes em vigas varrem uma faixa de vãos bastante grandes, iniciando dos menores vão de pontes e chegando a vãos da ordem de 300 metros, para pontes em vigas contínuas. Já as pontes em vigas simplesmente apoiadas chegam a atingir a casa dos 70 metros, mas em condições excepcionais.

2.1.3.3 Pontes em Quadro Rígido

Quando a ligação entre a superestrutura e a infraestrutura transmitir momentos fletores tem-se as pontes em pórticos. Neste tipo estrutural, parte da flexão da viga é transmitida para os pilares, possibilitando a redução dos momentos fletores na superestrutura à custa da flexão da infraestrutura.

Figura 8 – Representação esquemática de ponte em quadro rígido.



Fonte: Marchetti (2008).

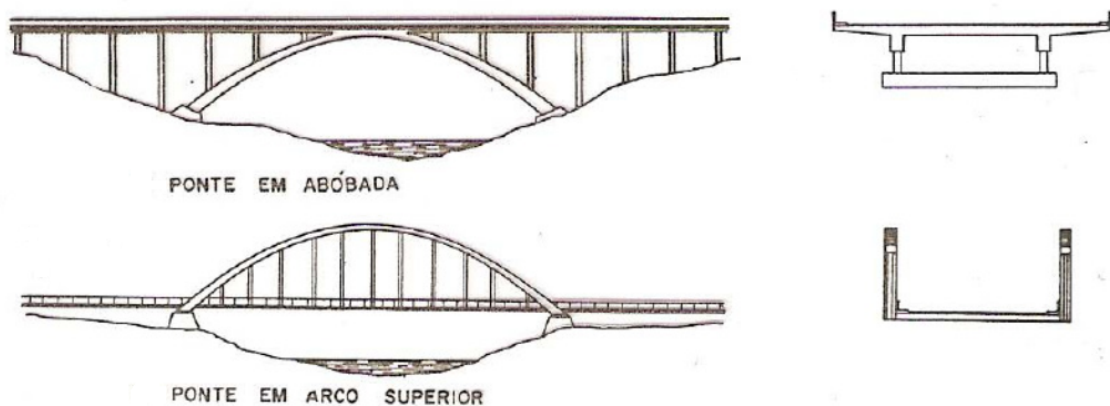
A faixa de vão coberta com este sistema estrutural é basicamente a mesma das pontes em vigas.

2.1.3.4 Pontes em Arco

O arco é um tipo estrutural que tem um comportamento estrutural interessante, pois apresenta a possibilidade de ter os esforços de flexão reduzidos em função da sua forma. No caso de arcos de concreto, essa possibilidade de redução da flexão resultando na predominância da compressão, é adequada ao material.

Via de regra, os arcos são indicados para vales profundos, com tabuleiro superior, quando se pode resistir aos empuxos do arco com uma fundação não muito onerosa (solo de boa qualidade ou rocha). Em terrenos planos, as pontes em arco normalmente tem o tabuleiro inferior, o qual pode ser incorporado ao sistema estrutural promovendo o seu funcionamento como tirante para aliviar os empuxos do arco.

Figura 9 – Representação esquemática de ponte em arco.



Fonte: Marchetti (2008).

Em contrapartida ao bom comportamento estrutural do arco, tem-se o alto custo da construção das formas e do cimbramento, o que tem justificado a redução do emprego deste sistema estrutural.

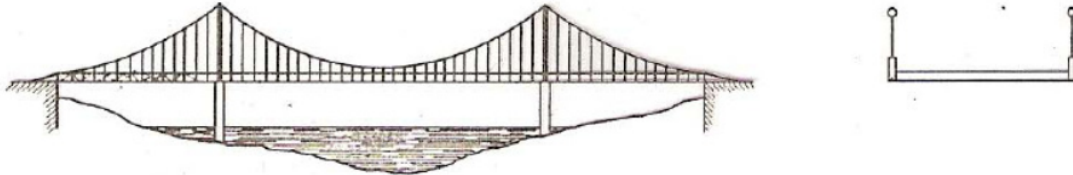
Considerando as pontes antigas, a faixa de vãos cobertos com este sistema é bastante amplo. No entanto, considerando os dias atuais, a sua aplicação é concentrada em vãos bastante grandes (acima de 300 m).

2.1.3.5 Pontes Pênseis

As estruturas pênseis, mais até que as estruturas em arco, são formas espontâneas de suportar cargas; povos primitivos, da Índia e China principalmente, já conheciam as vantagens destas estruturas simples, aproveitando-as em passarelas para vencer desfiladeiros profundos e

de grandes aberturas. Modernamente, na construção de obras- de-arte especiais, estas passarelas continuam sendo imitadas e usadas no trânsito de operários; apenas os cabos, que, primitivamente, eram de cordas fabricadas com fibras, são substituídos por vergalhões.

Figura 10 – Representação esquemática de ponte pênsil.



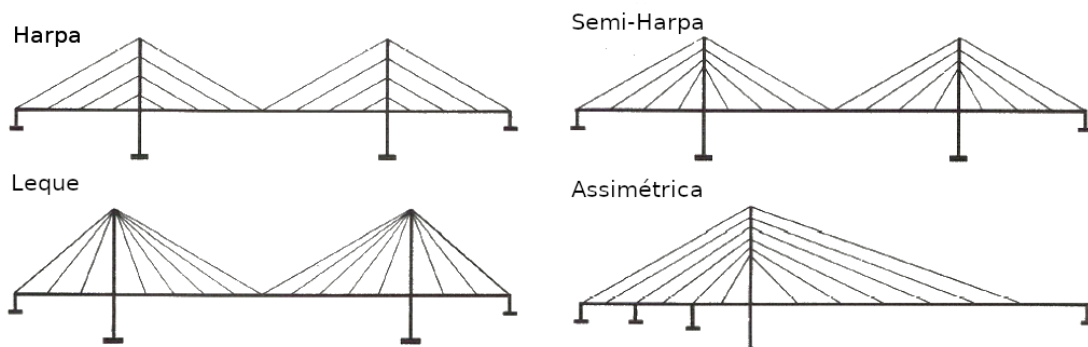
Fonte: Marchetti (2008).

No que se refere a vãos, é geralmente aceito que as pontes em concreto protendido, construídas em balanços sucessivos, sejam consideradas competitivas até cerca de 180 m; as de aço podem atingir um pouco mais, cerca de 250 m, as pontes estaiadas têm sido usadas entre 200 m e até quase 900 m, e as pontes pênsis para vãos superiores a 300 m.

2.1.3.6 Pontes Estaiadas

Uma das principais características que tem favorecido o emprego crescente das pontes estaiadas é a sua execução. Em comparação a ponte pênsil, por exemplo, esta precisa ser cimbrada ao longo do vão, enquanto que na ponte estaiada, à medida que vai sendo executado o tabuleiro, as forças horizontais vão sendo auto-equilibradas.

Figura 11 – Representação esquemática de ponte estaiada.



Fonte: Marchetti (2008).

Cabe destacar que este sistema estrutural tem sido utilizado, com tabuleiro moldado no local ou com tabuleiro feito de aduelas pré-moldadas, como uma forma apropriada para construção em balanço sucessivos.

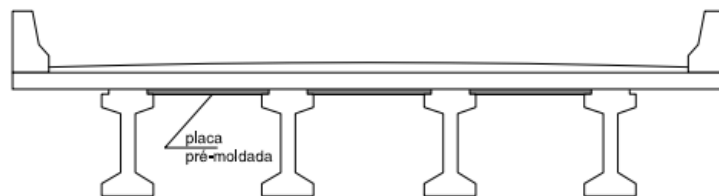
2.1.3.7 Pontes em Vigas de Concreto Pré-Moldado

As estruturas pré-moldadas das obra-de-arte especiais são, na sua quase totalidade, de concreto protendido. Excepcionalmente é usado, em pouquíssimas obras, o concreto armado convencional, sobretudo, devido aos problemas ligados à fissuração do concreto e a inconveniência no uso de aços de maior resistência.

Segundo Pinho *et al.* (2009), o emprego da pré-moldagem se desenvolveu mais intensamente no Brasil na década de 50, junto com o avanço dos sistemas de transporte e montagem das estruturas, além do concreto protendido. Contudo, essa técnica já estaria sendo utilizada em vigas de concreto para pontes desde os anos 30.

A seção transversal das estruturas em vigas pré-moldadas tem sofrido transformações desde então. Atualmente, a preferência é pela solução apresentada na Figura 12, com laje de concreto armado executada no local e apoiada em placas pré-moldadas de concreto armado. Em geral, estas placas pré-moldadas já incorporam a armadura inferior definitiva.

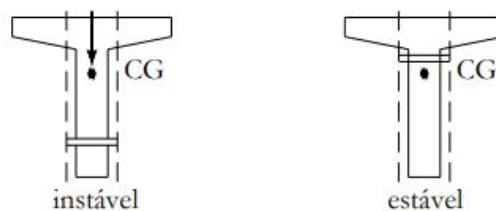
Figura 12 – Representação de ponte em vigas pré-moldadas.



Fonte: DNIT (1996).

O processo construtivo usual consiste na colocação das vigas pré-moldadas protendidas sobre os apoios por um dos vários processos disponíveis (treliças de lançamento, guindastes, etc.). No içamento com o auxílio de guindastes, para vigas simplesmente apoiadas, os pontos de apoio do guindaste localizam-se próximos às extremidades da viga. Segundo Stucchi (2006), é indicado que o ponto de pega deve estar acima do CG da peça para evitar a instabilidade lateral.

Figura 13 – Estabilidade e ponto de içamento.



Fonte: Stucchi (2006).

Sem a presença de nível de água elevado, situação de viadutos e pontes em rios temporários, a obra pode ser montada com o uso de guindastes, em caso contrário, recorre-se a equipamentos que se deslocam apoiando-se na própria mesoestrutura da ponte como é o caso das treliças lançadeiras (ver Figura 14).

Figura 14 – Técnicas de içamento por guindaste (esq.) e treliça (dir.).



Fonte: Pires (2012) e VALEC (2013).

Após a etapa de lançamento, é feita a concretagem da laje constituindo-se dessa forma uma estrutura composta. Isso pode ser feito com o uso das placas pré-moldadas, também chamadas de pré-lajes, apoiadas sobre as vigas e que irão fazer parte da seção resistente delas, além de servirem de forma para a concretagem das lajes.

A ligação das vigas pré-moldadas com a laje concretada no local faz-se através de armaduras de espera, em geral os próprios estribos, deixadas nas vigas pré-moldadas e a solidarização da estrutura se consegue, via de regra, com apenas uma transversina central e duas extremas, nos apoios (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES – DNIT, 1996).

Figura 15 – Pré-lajes na ponte do Complexo Viário, em Blumenau-SC.



Fonte: ClicRBS (2013).

As estruturas em vigas pré-moldadas, utilizadas para vãos da ordem de 40 metros, podem ser bastante adequadas e econômicas, visto que, além de não necessitarem de cimbra-

mento, minimizam o tempo de execução da obra. Neste caso, os escoramentos são substituídos por treliças de lançamento que colocam as vigas pré-moldadas em suas posições definitivas. Além disso, a redução no tempo de execução é conseguida com a instalação de canteiros de pré-fabricação de vigas; enquanto se executam a infra e a mesoestrutura, as vigas pré-moldadas são fabricadas e estocadas.

Segundo Pinho *et al.* (2009), como toda solução estrutural, as vigas pré-moldadas apresentam vantagens e desvantagens, conforme resumido na Tabela 1.

Tabela 1 – Resumo de prós e contras para a solução com vigas pré-moldadas.

Principais vantagens	Principais desvantagens
Eliminação dos cimbramentos	Não são soluções estéticas e, na sua forma mais simples, não se prestam para soluções urbanas
Otimização obtida pelo reaproveitamento das formas e pelo uso de seções padronizadas	Exigem canteiros especiais de fabricação e de estoque, e treliças de lançamento de grande porte
Redução dos prazos com a execução das vigas simultaneamente com a infraestrutura	As travessas de apoio das vigas pré-moldadas são, em geral, pesadas e antiestéticas

Fonte: Elaborado pelo autor.

No Brasil a prática usual é a de se utilizar vigas pré-moldadas simplesmente apoiadas formando vãos isostáticos independentes. As relações altura/vão das vigas variam de 1/15 a 1/20 e as estruturas assim constituídas são aplicáveis nos casos em que o cimbramento convencional é preterido por razões econômicas, operacionais ou construtivas, em vãos compreendidos entre 20 e 45 metros.

2.2 Otimização

2.2.1 Formulação do Problema

A formulação matemática do problema de otimização fundamenta-se na extremização de uma ou mais funções representativas do problema, com um ou mais objetivos e sujeito ou não a restrições. A forma padrão de um problema de otimização é:

$$\text{Minimizar ou Maximizar } f(\mathbf{X}) \text{ (Função Objetivo)} \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$g_i(\mathbf{X}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \text{ (Restrições de Comportamento)} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{X}_j^L \leq \mathbf{X}_j \leq \mathbf{X}_j^U \quad j = 1, \dots, n \text{ (Restrições Laterais)} \quad (2.3)$$

onde \mathbf{X} é o vetor de variáveis de projeto.

Alguns conceitos e definições importantes referentes aos problemas de otimização são apresentados a seguir, de forma a facilitar a compreensão do presente trabalho.

Variável de Projeto: São os parâmetros que se alteram durante o processo de otimização. Elas podem ser classificadas em dois tipos: variáveis de dimensionamento (contínuas ou discretas) e variáveis de decisão. Como exemplos de variáveis de dimensionamento podem ser citadas as dimensões de seções transversais ou a espessura de uma laje de concreto. Como variáveis de decisão tem-se por exemplo o número de apoios de uma estrutura, o tipo de material de cada elemento ou o número de camadas de aço numa viga.

Função Objetivo: Função a qual se pretende minimizar ou maximizar, consistindo em um critério para julgar se uma configuração de projeto é melhor que a outra. Ela pode ser classificada como multidimensional, quando se pretende otimizar mais de uma variável, ou unidimensional.

Restrições de Projeto: São as funções de igualdade e desigualdade que descrevem e caracterizam as situações limítrofes de projeto. Podem ser de dois tipos: restrições laterais, as quais limitam os valores das variáveis de projeto e restrições de comportamento, que definem as condições limites desejáveis de tensões ou deslocamentos, por exemplo.

Espaço de Busca: É o conjunto, espaço ou região que compreende as possíveis ou viáveis soluções do problema a ser otimizado, sendo caracterizado pelas funções de restrição.

Ponto Ótimo: É o ponto pertencente ao espaço de busca, que caracteriza-se pelo vetor das variáveis de projeto que extremizam a Função Objetivo.

Valor Ótimo: É o valor da Função Objetivo no ponto ótimo.

Solução Ótima: É o par formado pelo ponto ótimo e o valor ótimo, podendo ser de quatro diferentes tipos: local quando o valor ótimo é localizado, global quando o valor ótimo é global na região viável, restringida quando atende a todas as restrições impostas e não-restringida quando deixa de atender a pelo menos uma das restrições.

A otimização pode ser definida como um conjunto de procedimentos através dos quais se busca encontrar uma direção que maximize ou minimize uma Função Objetivo, almejando-se sempre o melhor aproveitamento dos recursos disponíveis. A estratégia adotada nessa busca é que caracteriza os diferentes métodos de otimização existentes. Neste trabalho, adota-se o programa BIOS (LMCV, 2018), o qual implementa em sua estrutura algoritmos bio-inspirados, como o Algoritmo Genético.

2.2.2 Programa BIOS

O BIOS (*Biologically Inspired Optimization System*) (LMCV, 2018) é um programa computacional essencialmente voltado para a solução de problemas de otimização, adotando para isso algoritmos bio-inspirados em sua estrutura. A proposta principal do BIOS é tornar-se uma ferramenta robusta, capaz de vencer as principais limitações enfrentadas pelos métodos matemáticos tradicionais.

Desenvolvido por pesquisadores do Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização da Universidade Federal do Ceará (LMCV - UFC), o BIOS adota em sua codificação o paradigma de Programação Orientada ao Objeto na linguagem C++. Além disso, possui código aberto, de modo que qualquer usuário pode livremente adaptá-lo as suas necessidades de projeto.

Inicialmente implementado com uma estrutura em GA (*Genetic Algorithms*) para a otimização de compósitos laminados (ROCHA, 2013), o programa passou por uma série de melhoramentos e ampliação de suas funcionalidades (BARROSO, 2015). Isso porque, os bons resultados obtidos impulsionaram pesquisas de novos algoritmos para diferentes problemas de otimização. Recentemente, outros trabalhos vêm potencializando essa ferramenta computacional para a obtenção de soluções eficientes em problemas de elevado grau de complexidade. Para este trabalho, sua aplicação se dará especialmente na otimização de pontes formadas por vigas pré-moldadas e protendidas.

Em sua estrutura, o BIOS apresenta quatro diferentes algoritmos de otimização, além de variantes dos métodos de AG (Algoritmos Genéticos) e PSO (Otimização por Enxame de Partículas) para otimização de laminados. Embora com propostas distintas, todos são apresentados na literatura como métodos heurísticos.

Embora estes métodos não apresentem restrições na implementação quanto às possíveis descontinuidades de funções na avaliação do problema, em contramão à otimização matemática que fundamenta-se no conceito de gradientes, não há qualquer garantia de que o ótimo obtido seja de fato o máximo ou mínimo global. Apesar disso, um mesmo resultado para diferentes algoritmos é um forte indicativo de que de fato esta possa ser a solução desejada.

2.2.2.1 Algoritmos Genéticos

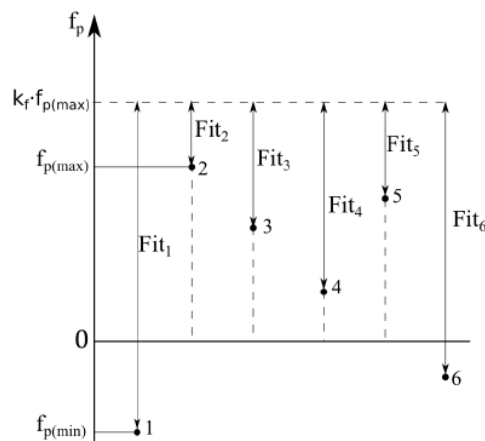
A ideia de um Algoritmo Genético fundamenta-se na Teoria Darwinista da Evolução. Desta forma, Darwin afirmava que apenas os mais aptos sobrevivem às adversidades do meio ambiente e, portanto, conseguem transmitir seus genes aos descendentes. De modo análogo, a aplicação de AGs baseia-se na premissa de que, partindo-se de uma população diversa e aleatória de soluções, um número finito de seleções, mutações e *crossovers* encontraria um indivíduo com características ótimas ou quase ótimas para um dado problema (HOLLAND, 1975).

Em outras palavras, os AGs buscam, dentro dos limites laterais do problema, encontrar o projeto com melhor desempenho que atenda a todas as restrições estabelecidas pelo projetista. O algoritmo define então que, a princípio, um conjunto de indivíduos deva ser gerado aleatoriamente dentro do espaço de busca, sendo que cada indivíduo é composto pelas variáveis de projeto, podendo ser do tipo inteiro ou contínuo.

Deste modo, as possíveis soluções são então avaliadas de acordo com suas respectivas aptidões (Função Aptidão), determinando o quão bom é o indivíduo para o dado problema. Sendo assim, define-se que os mais aptos terão consequentemente maiores probabilidades de serem selecionados para reprodução, semelhante ao que propôs Darwin.

Em problemas sem restrições, a Função Aptidão pode ser tomada como a própria Função Objetivo. No caso de problemas nos quais considera-se um conjunto de restrições, a aptidão depende da Função Objetivo Penalizada. Deste modo, a Função Aptidão é definida através de um mapeamento da Função Objetivo Penalizada (ver Figura 16) de modo a garantir que a probabilidade de seleção de qualquer indivíduo seja positiva e também que os melhores indivíduos possuam os valores de aptidão mais altos (GOLDBERG; HOLLAND, 1988).

Figura 16 – Processo de mapeamento.



Fonte: Rocha (2013).

O mapeamento linear a ser utilizado:

$$Fit_i = k_f \cdot \max(|f_{p(min)}|, |f_{p(max)}|) - f_{pi} \quad (2.4)$$

onde $f_{p(min)}$ e $f_{p(max)}$ são respectivamente os valores mínimo e máximo das funções objetivo penalizadas da população e k_f é um coeficiente utilizado para evitar que o pior indivíduo possua probabilidade nula de ser selecionado para o cruzamento.

Para a etapa de seleção, diversos métodos podem ser aplicados, tais como Roleta, Torneio ou Ranking (ARORA, 2011). No caso do método da Roleta, por exemplo, a metodologia empregada assume que a probabilidade de um indivíduo ser selecionado parte explicitamente do valor da Função Aptidão (ROCHA, 2013):

$$p_i = \frac{Fit_i}{\sum_{k=1}^{N_{ind}} Fit_k} \quad (2.5)$$

onde p_i é a probabilidade do indivíduo i ser selecionado e N_{ind} é o número de indivíduos.

Além disso, também se pode definir tal probabilidade de acordo com a posição do indivíduo dentre todos mediante sua Função Aptidão, de modo que o melhor indivíduo ocupe a posição de maior *ranking*. Essa metodologia, conhecida como Ranking, matematicamente pode ser apresentada por:

$$p_i = \frac{Rnk_i}{\sum_{k=1}^{N_{ind}} Rnk_k} \quad (2.6)$$

No método por Torneio, dois indivíduos são selecionados randomicamente para competirem entre si, de modo que aquele que apresentar maior valor da Função Aptidão é escolhido para o cruzamento. Neste caso, o pior indivíduo dentre todos não pode perpetuar (GOLDBERG, 1991), sendo sempre substituído. Há entretanto, outras abordagens que consideram torneios com três ou mais indivíduos em uma única disputa.

Classificados quanto ao desempenho, os indivíduos (pais) são cruzados e dão origem aos filhos, que substituirão os piores indivíduos da população. Nesta etapa, denominada cruzamento (*crossover*), o BIOS trabalha com duas metodologias (ROCHA, 2013) (ALMEIDA; AWRUCH, 2009):

Combinação Linear: Consiste na combinação linear dos genes dos pais para formar os filhos. O processo é realizado individualmente em cada gene, com a geração de um número

Figura 17 – *Crossover* por combinação linear.

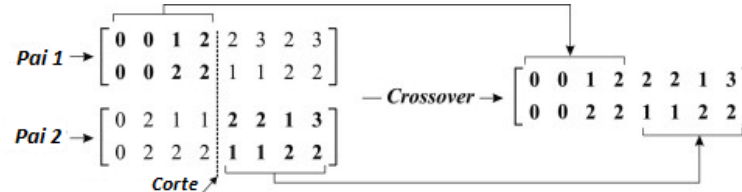
$$\begin{array}{l}
 \text{Pai 1} \left[\begin{array}{cc} T1 & T2 \\ A1 & A2 \\ M1 & M2 \end{array} \right] \quad \text{Filho 1} \left[\begin{array}{cc} r1 \times T1 + (1-r1) \times T4 & r2 \times T2 + (1-r2) \times T5 \\ r1 \times A1 + (1-r1) \times A4 & r2 \times A2 + (1-r2) \times A5 \\ r1 \times M1 + (1-r1) \times M4 & r2 \times M2 + (1-r2) \times M5 \end{array} \right] \\
 \\
 \text{Vetor} \\
 \text{Randômico} \left[\begin{array}{cc} r1 & r2 \end{array} \right] \rightarrow \\
 \\
 \text{Pai 2} \left[\begin{array}{cc} T4 & T5 \\ A4 & A5 \\ M4 & M5 \end{array} \right] \quad \text{Filho 2} \left[\begin{array}{cc} r1 \times T4 + (1-r1) \times T1 & r2 \times T5 + (1-r2) \times T2 \\ r1 \times A4 + (1-r1) \times A1 & r2 \times A5 + (1-r2) \times A2 \\ r1 \times M4 + (1-r1) \times M1 & r2 \times M5 + (1-r2) \times M2 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Fonte: Rocha (2013).

aleatório r entre 0 e 1. Tal número é então utilizado para calcular uma média ponderada dos genes dos pais:

Metodologia Clássica: Consiste na definição de um ou mais planos de corte na representação genotípica dos cromossomos dos pais e a posterior recombinção das partes para formar os filhos:

Figura 18 – *Crossover* pela metodologia clássica.



Fonte: Almeida e Awruch (2009).

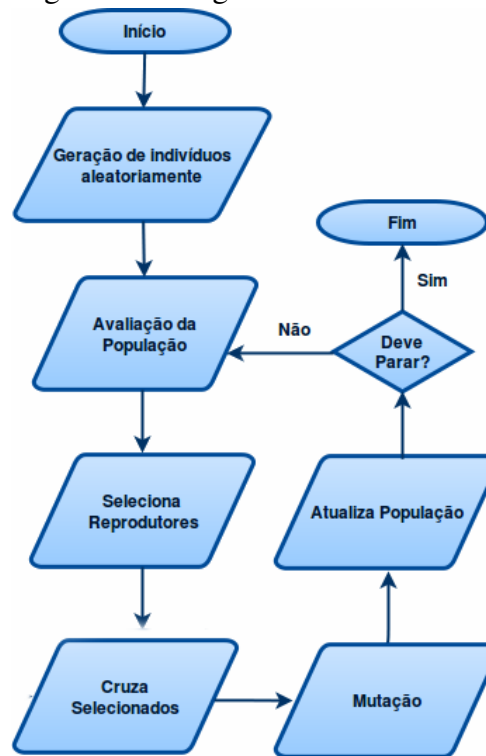
Além disso, os melhores indivíduos de uma geração podem ser copiados diretamente para a geração seguinte, de modo que os demais são substituídos pelos novos indivíduos obtidos na etapa de cruzamento, em um processo conhecido como Elitismo. Isso evita, portanto, que as melhores soluções sejam substituídas e a melhor solução piore de uma geração para outra.

A partir da população atualizada, indivíduos são escolhidos para sofrer mutação, de modo que algumas de suas características são mudadas aleatoriamente. Este procedimento impede, por exemplo, que a população convirja prematuramente para um mínimo local e que se torne homogênea ao longo das gerações.

Problemas de otimização por Algoritmos Genéticos requerem normalmente um grande número de avaliações para obter bons resultados, resultando em um custo computacional elevado quando comparado com os algoritmos baseados em gradientes. Contudo, a avaliação de cada indivíduo é independente dos demais, podendo ser facilmente paralelizada.

Assim, o ciclo representado na Figura 19 repete-se até que uma condição de parada seja satisfeita, em geral até a quantidade definida de gerações. No BIOS, na resolução de um

Figura 19 – Algoritmo Genético.



Fonte: Elaborado pelo autor.

problema de otimização por Algoritmos Genéticos deve-se estabelecer parâmetros de entrada. Na Tabela 2 são apresentados os parâmetros *default*.

Tabela 2 – Parâmetros de entrada.

Parâmetro	Default
Número de Otimizações	5
Número de Gerações	100
Tamanho da População	50
Método de Seleção	Ranking
Método de Penalização	Static
Método de Cruzamento	Combinação Linear
Taxa de Cruzamento	0,80
Taxa de Mutaçao	0,05

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.2.2.2 Métodos de Penalização

Segundo Arora (2011), ao contrário dos algoritmos de Programação Matemática, os algoritmos Bio-Inspirados não conseguem resolver diretamente problemas restritos. Para isso, são necessárias técnicas de tratamento de restrições para garantir uma solução viável.

Os métodos de tratamento de restrições podem ser classificados em interiores e exteriores. Os métodos diretos ou interiores consideram apenas pontos viáveis durante a otimização.

Pelo método de Pena de Morte, por exemplo, sempre que o algoritmo de otimização obtém pontos inviáveis, estes pontos são descartados, sendo gerados novos valores até que se obtenha um ponto viável. Além do alto custo computacional para avaliações das funções objetivo e das restrições, tem-se a perda de boas características que as soluções inviáveis possam conter (BARROSO, 2015).

No caso dos métodos exteriores, permite-se que os indivíduos inviáveis participem da otimização, desde que a Função Objetivo seja modificada, sendo portanto uma Função Objetivo Penalizada.

Para esse fim, o BIOS adota 3 técnicas de penalização. A primeira delas, caracterizada como um método de penalidade exterior estático (ROCHA, 2013), acrescenta ao cálculo da Função Objetivo uma parcela que depende das violações de cada restrição e de uma constante conhecida como fator de penalidade (k). Considerando um problema de minimização, a Função Objetivo Penalizada (f_p) é dada por:

$$f_p = f(\mathbf{x}) + \sum_{l=1}^m k \cdot \max(c_l(\mathbf{x}), 0) \quad (2.7)$$

onde f é a Função Objetivo, c_l é o valor da restrição e m é o número de restrições. O valor ideal do fator de penalidade é dependente de cada problema, sendo normalmente utilizado um valor bastante elevado que é ajustado em função dos resultados obtidos.

Outro método de penalidade é o proposto por Deb (DEB, 2000). Neste método, a Função Objetivo Penalizada é igualada a do pior indivíduo viável f_{max} , sendo também acrescentado o valor da maior violação obtida.

$$f_p = \begin{cases} f(x) & \text{se } \mathbf{x} \text{ for viável} \\ f_{max} + \sum_{l=1}^m \max(c_l(x), 0) & \text{se } \mathbf{x} \text{ for inviável} \end{cases} \quad (2.8)$$

Por fim, o método adaptativo proposto por Barbosa e Lemonge (LEMONGE; BARBOSA, 2004) envolve o cálculo de um fator de penalidade para cada restrição do problema. Além disso, tais fatores (k_j) são modificados a cada geração, dependendo de valores médios de violação e da função objetivo para toda a população. Uma das características do método é que, mesmo antes de aplicar a penalidade de cada restrição, os pontos inviáveis têm sua função objetivo trazidas para o valor médio de toda a população.

Assim, nota-se que, independente de qual restrição foi violada no ponto x , sua função objetivo é elevada ao valor médio da população. Para definir os valores dos coeficientes de penalidade para cada restrição, faz-se a média das violações de cada restrição e também a soma

das médias das violações elevadas ao quadrado para todas as restrições. Os fatores de penalidade são então definidos por:

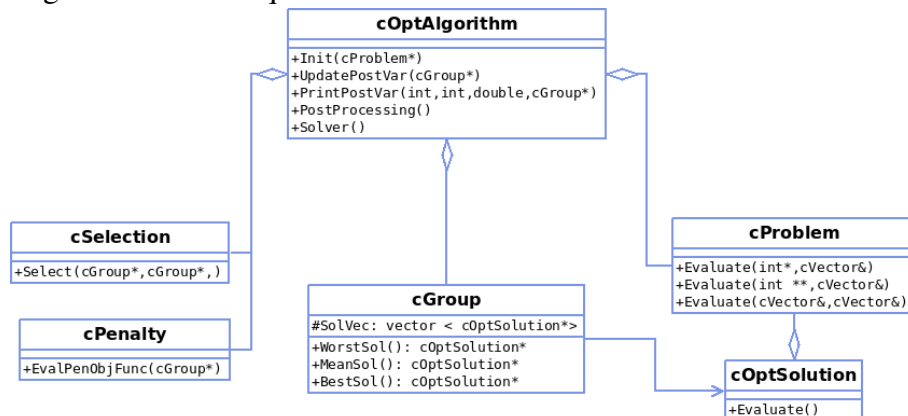
$$k_j = |f_m| \frac{g_{m(j)}}{\sum_{l=1}^m g_{m(l)}^2} \quad (2.9)$$

Portanto, o fator de penalidade de cada restrição é ponderado de forma que as restrições mais violadas (com violação superior à média) tenham um valor maior de k . Em outras palavras, as restrições que a população está tendo mais dificuldade em satisfazer serão as mais penalizadas.

2.2.2.3 Estrutura do BIOS

Conforme explicitado anteriormente, o BIOS adota o paradigma de Programação Orientada ao Objeto. A estrutura do programa é resumida em seis classes (ver Figura 20). A principal delas é *cOptAlgorithm*, responsável pelo controle do processo de otimização. Nesta classe estão os métodos responsáveis pela leitura de dados relevantes aos algoritmos (pré-processamento), execução e pós-processamento.

Figura 20 – Hierarquia do BIOS.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em *cProblem* estão implementados os problemas de otimização. O principal método nesta classe é *Evaluate*, onde definem-se as restrições do problema e as operações matemáticas necessárias para a obtenção do valor da função objetivo. *Evaluate* possui implementações distintas em função do tipo de indivíduo tratado e sua representação computacional (vetor ou matriz).

Em *cOptSolution*, define-se o agente de otimização de cada método como, por exemplo, *indivíduo* para Algoritmos Genéticos. A classe lida com o armazenamento das variáveis de

projeto, função objetivo e restrições do problema. As variáveis de projeto podem ser armazenadas em diferentes formatos, a depender do algoritmo de otimização e do problema a ser resolvido.

No caso das classes *cPenalty* e *cSelection*, respectivamente, implementa-se os diferentes métodos de Penalidade e Seleção adotados no BIOS. Tais métodos são apresentados em 2.2.2.1 e 2.2.2.2.

Em *cOptAlgorithm* os parâmetros de entrada gerais (método de penalização, método de seleção, número de otimizações, etc.) são definidos e as principais variáveis dinâmicas inicializadas. Nesta classe inclusive, há o armazenamento e gerenciamento de informações referentes ao pós-processamento, controlando os resultados apresentados ao final de cada otimização. O principal método de *cOptAlgorithm* é *Solver*, uma função virtual que define todas as etapas necessárias para resolver o problema de otimização de acordo com a heurística do algoritmo adotado.

2.3 Modelo Estrutural

2.3.1 Modelo Simplificado

2.3.1.1 Método de Fauchart

O Processo de Fauchart consiste em um procedimento de cálculo simples, cuja reconhecida eficácia permite transformar o problema bidimensional em séries unidimensionais. O processo adota algumas hipóteses que possibilitam a sua utilização, tais como: a desconsideração do trabalho longitudinal das lajes e a admissão de que as longarinas obedecem à hipótese das seções planas, que seu material segue a Lei de Hooke e que as mesmas são biapoiadas e têm inércia constante.

Partindo destas hipóteses de cálculo, apresentam-se as primeiras equações que dirigem o processo. Inicialmente, a viga longarina isolada deve obedecer à equação diferencial da linha elástica, dada por:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \Rightarrow \frac{d^4y}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI} \quad (2.10)$$

onde y é a flecha da viga em cada ponto x , $M(x)$ é o momento fletor, E é o módulo de elasticidade longitudinal, I é o momento de inércia e $q(x)$ é a carga distribuída.

Simultaneamente, a viga longarina é regida pela equação diferencial da torção:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T(x)}{GJ} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{m(x)}{GJ} \quad (2.11)$$

onde θ é o ângulo de torção na posição x , T é o momento torçor aplicado no ponto x , G é o módulo de elasticidade transversal, J é a constante torcional da seção transversal e $m(x)$ é o momento torçor distribuído ao longo do eixo da viga.

Utilizando-se a série de Fourier, neste caso, e respeitando-se às condições de contorno do sistema (vigas bi-apoiadas), é possível transformar essas equações diferenciais em algébricas. Este procedimento é semelhante à solução de Navier, aplicada para solução de placas finas. Assim, a constante de mola para o deslocamento vertical e a constante de mola para a rotação da viga em torno do seu eixo, valem respectivamente:

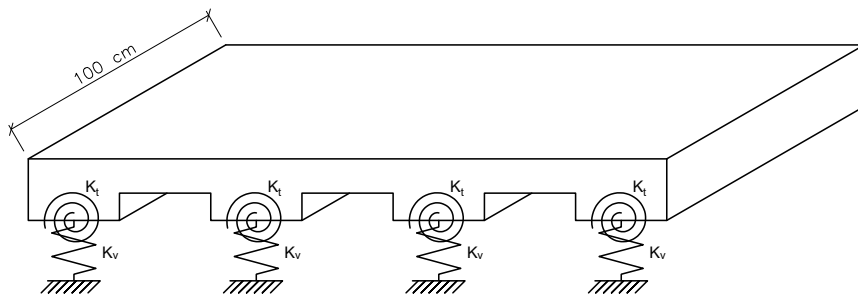
$$K_{v,i} = EI_i \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \quad (2.12)$$

$$K_{t,i} = GJ_i \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \quad (2.13)$$

onde i representa o número da viga e L o respectivo vão.

Diante destas considerações, o problema se reduz a solução de uma faixa unitária de laje onde as vigas longarinas são substituídas por apoios flexíveis. A rigor, seria necessário resolver esta faixa para todos os termos da série e somar os resultados, porém a solução para o primeiro termo já é suficiente (STUCCHI, 2006).

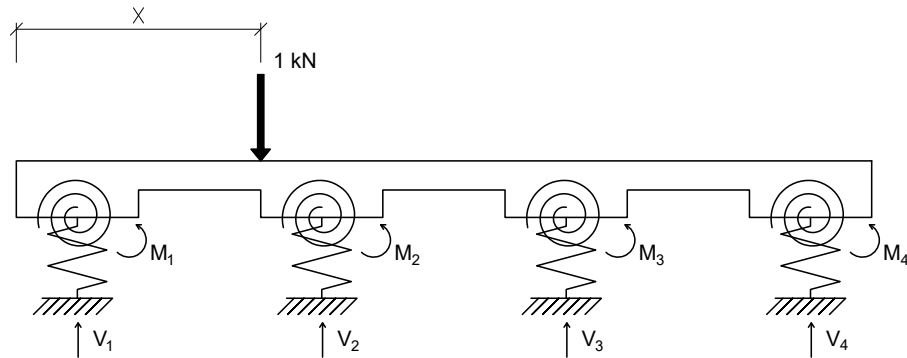
Figura 21 – Modelo de Fauchart.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A etapa seguinte consiste em obter as *linhas de influência*, ou seja, representações gráficas ou analíticas do valor de um esforço, em uma seção, produzido por uma carga concentrada unitária, de cima para baixo, que percorre a estrutura. Para obtê-las, basta resolver o modelo sobre apoios elásticos para uma série de posições ao longo da seção transversal, conforme a Figura 22.

Figura 22 – Reações devido carga unitária.



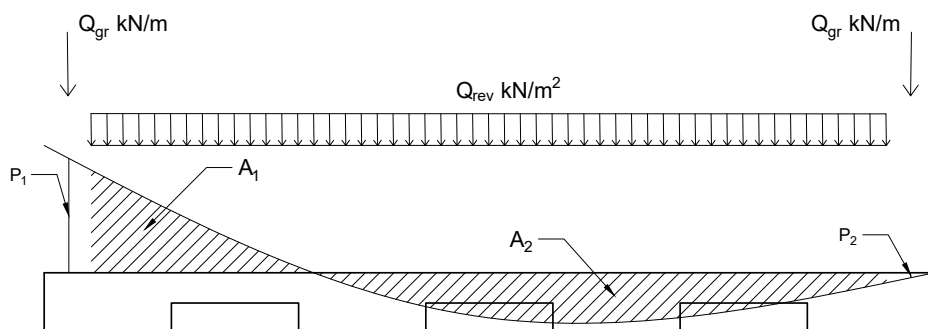
Fonte: Elaborado pelo autor.

Como se sabe, os momentos fletores M_1 , M_2 , M_3 e M_4 , ilustrativamente reapercebidos, resultam em momentos torçores uniformemente distribuídos nas longarinas. Analogicamente, as reações V_1 , V_2 , V_3 e V_4 são tratadas como cargas uniformemente distribuídas, a partir das quais serão calculados os diagramas de momento fletor e cortante nas longarinas.

As linhas de influências para torção e carga vertical em uma viga são determinadas, graficamente, a partir da criação de um par de eixos perpendiculares, de modo que no eixo das abscissas são representadas as coordenadas X do ponto de aplicação da carga, e no eixo das ordenadas a reação provocada por tal solicitação na longarina de referência.

Dito isso, a parcela de carga que efetivamente é direcionada para a viga pode ser calculada. No caso das cargas permanentes, segue-se o modelo apresentado na Figura 23. Para o revestimento, essa parcela é dada pelo produto entre a carga aplicada e a soma das áreas A_1 e A_2 . No caso dos guarda-rodas, toma-se o produto entre seu peso, em kN/m, e a soma dos valores pontuais P_1 e P_2 .

Figura 23 – Linha de Influência - Exemplo (Cargas Permanente).

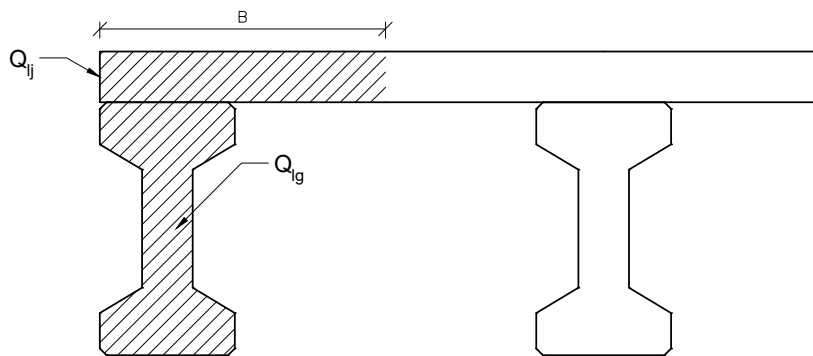


Fonte: Elaborado pelo autor.

Matematicamente, a carga permanente que atua na longarina devido ao revestimento e guarda-rodas é, em kN/m, definida segundo a Equação 2.14. Soma-se, a este resultado, a fração devido ao peso próprio das longarinas e da laje, convertidos em um carregamento uniformemente distribuído.

$$G = Q_{rev} \cdot \sum_{i=1}^n A_i + Q_{gr} \cdot \sum_{j=1}^m p_j \quad (2.14)$$

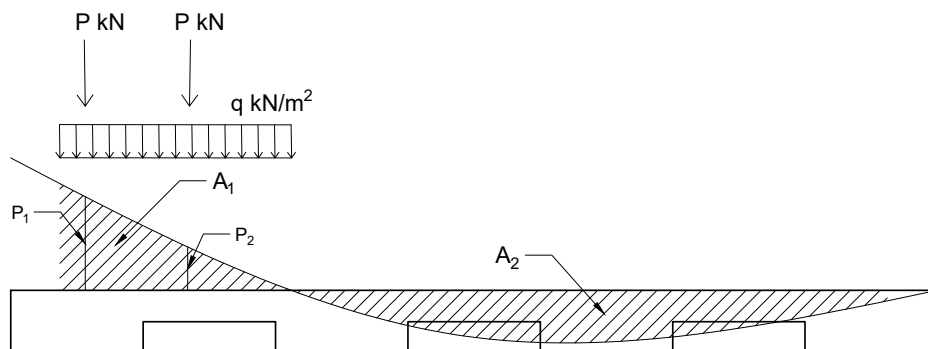
Figura 24 – Parcela de carga permanente (laje + viga).



Fonte: Elaborado pelo autor.

No caso da carga móvel, as posições devem ser criteriosamente escolhidas, de modo a resultar na condição mais desfavorável possível, como exemplificado na Figura 25. A posição do veículo padrão deve ser limitada lateralmente pelo contato pneu/guarda-rodas, e o ponto de aplicação da carga coincidente com o centro de gravidade do pneu. Com relação à carga de multidão, esta pode ocupar qualquer posição na seção transversal. Entretanto, deve-se sempre buscar distribuí-la, novamente, buscando-se a pior situação para a longarina de referência.

Figura 25 – Linha de Influência - Exemplo (Cargas Móveis).



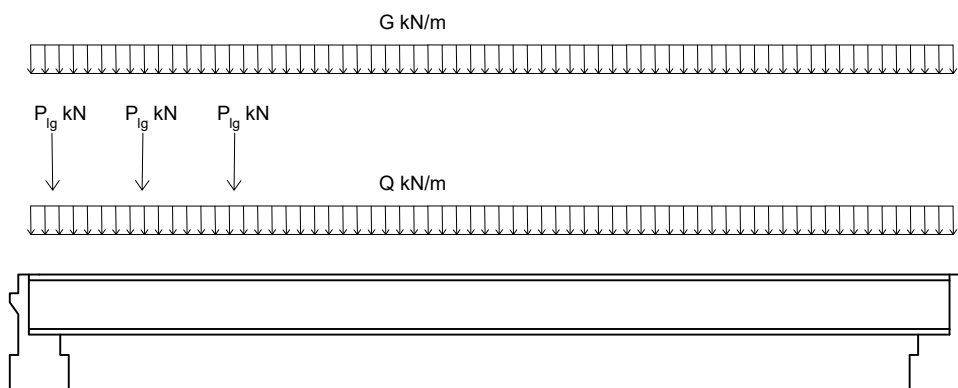
Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o cálculo de elementos de pontes, as cargas do veículo e da multidão são utilizadas em conjunto, formando os chamados “trens-tipo”. O trem-tipo da ponte é sempre colocado no sentido longitudinal (ver Figura 26). Semelhante ao apresentado para as cargas permanentes (G), definem-se:

$$P_{lg} = P \cdot \sum_{i=1}^n p_i \quad (2.15)$$

$$Q = q \cdot A \quad (2.16)$$

Figura 26 – Trem-tipo e resultante das cargas permanentes.



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.3.1.2 Método da Rigidez Direta (MRD)

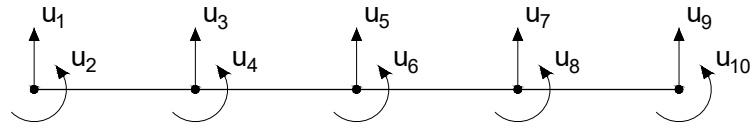
O Método da Rigidez Direta segundo Martha (2010), corresponde a forma matricial do Método dos Deslocamentos. Também conhecido como Análise Matricial de Estruturas, é utilizado na análise de estruturas reticuladas: treliças planas, treliças espaciais, vigas, grelhas, pórticos planos e pórticos espaciais. Corresponde ao Método dos Elementos Finitos (MEF) aplicado a estruturas compostas por barras (elementos unidimensionais). Em resumo, o método consiste em resolver:

$$\{F\} = [K]\{U\} \Rightarrow \{U\} = [K]^{-1}\{F\} \quad (2.17)$$

onde $\{F\}$ é o vetor das forças aplicadas, $[K]$ a matriz de rigidez global e $\{U\}$ o vetor de deslocamentos.

No caso particular das vigas, uma vez que são estruturas unidimensionais sujeitas à cargas transversais, o modelo estrutural deve ser discretizado em nós com dois deslocamentos possíveis: uma translação e uma rotação, conforme a Figura 27.

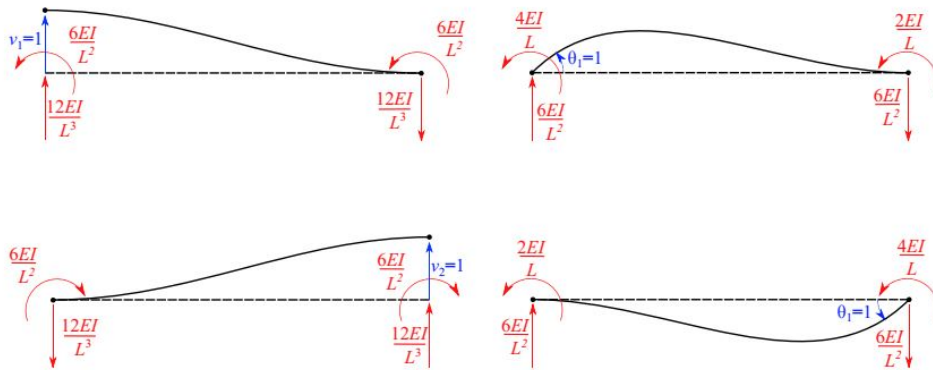
Figura 27 – Discretização da barra em elementos de viga.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A matriz de rigidez global $[K]$ é definida a partir da sobreposição das matrizes dos elementos. A matriz do elemento $[K_e]$ pode ser obtida aplicando um deslocamento unitário de cada vez, mantendo os demais nulos:

Figura 28 – Deslocamentos unitários - Matriz do elemento.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$[K^e] = EI \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} \\ -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Uma vez calculada a matriz de rigidez local de todas as barras individualmente, calcula-se a matriz de rigidez global. O processo para a construção da matriz de rigidez global da estrutura consiste em montar uma única matriz, na qual os últimos quatro elementos $K_{i,33}^e$, $K_{i,34}^e$, $K_{i,43}^e$ e $K_{i,44}^e$ são somados com os quatro primeiros elementos da próxima matriz $K_{i+1,11}^e$,

$K_{i+1,12}^e$, $K_{i+1,21}^e$ e $K_{i+1,22}^e$, respectivamente. Portanto, a matriz $[K]$ é definida como:

$$\begin{bmatrix} K_{1,11}^e & K_{1,12}^e & K_{1,13}^e & K_{1,14}^e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{1,21}^e & K_{1,22}^e & K_{1,23}^e & K_{1,24}^e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{1,31}^e & K_{1,32}^e & K_{1,33}^e + K_{2,11}^e & K_{1,34}^e + K_{2,12}^e & K_{2,13}^e & K_{2,14}^e & \dots & 0 \\ K_{1,41}^e & K_{1,42}^e & K_{1,43}^e + K_{2,21}^e & K_{1,44}^e + K_{2,22}^e & K_{2,23}^e & K_{2,24}^e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{2,31}^e & K_{2,32}^e & K_{2,33}^e + K_{3,11}^e & K_{2,34}^e + K_{3,12}^e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{2,41}^e & K_{2,42}^e & K_{2,34}^e + K_{3,21}^e & K_{2,42}^e + K_{3,22}^e & 0 & 0 \\ & & & \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & K_{n,33}^e & K_{n,34}^e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & K_{n,43}^e & K_{n,44}^e \end{bmatrix}$$

2.3.1.3 Método dos Gradientes Conjugados

O Método dos Gradientes Conjugados (GC) é um método iterativo para resolução de sistemas de equações na forma:

$$Ax = b \quad (2.19)$$

onde $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ é o vetor resposta e A uma matriz simétrica, positiva definida e esparsa.

Os métodos tipo gradiente têm como ideia básica minimizar a função:

$$F(x) = \frac{1}{2}x^T Ax - b^T x \quad (2.20)$$

Deste modo, se $grad(F(x)) = 0$ significa que $Ax = b$, ou seja, tem-se a solução do sistema. Uma vez que o vetor gradiente aponta para a direção de crescimento máximo da função, é natural que, na busca do mínimo, se caminhe na direção contrária ao gradiente. Assim, a partir da aproximação num passo k , é calculada a aproximação no passo $(k + 1)$:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - s_k grad(F(x^{(k)})) \quad (2.21)$$

O parâmetro real s_k regula o tamanho do passo na k -ésima iteração. Esse parâmetro é usado na minimização do resíduo associado à aproximação que está sendo calculada. Assim, para calcularmos s e sabendo-se que o resíduo associado à aproximação $x^{(k)}$ é definido por $b - Ax^{(k)} = r^{(k)}$, tem-se:

$$s = \frac{r^T r}{r^T A r} \quad (2.22)$$

Admitindo-se ser possível escolher n direções linearmente independentes, v_1, v_2, \dots, v_n e, por meio da minimização da função $F(x^k + sv_k)$, em cada uma das direções separadamente, construir uma sequência de aproximações que forneça o mínimo da Equação 2.20 após n passos (n é o número de equações do sistema), pode-se tornar os procedimentos anteriormente apresentados mais eficientes.

Para isso, cada novo vetor v_j é gerado após um ciclo completo de minimização. A partir de uma aproximação inicial $x^{(0)}$, toma-se a primeira direção $v_1 = \text{grad}(F(x^{(0)}))$. Supondo conhecidas as direções v_1, v_2, \dots, v_j e as aproximações $x^{(1)}, \dots, x^{(j)}$, tem-se:

1. v_{j+1} tal que $v_j^T A v_{j+1} = 0$.

2. s_{j+1} é o número real que minimiza $F(x^{(j)} + sv_{j+1})$, isto é, o mínimo de F ao longo da reta que passa por $x^{(j)}$ e tem a direção de v_{j+1} .

3. $x^{(j+1)} = x^{(j)} + s_{j+1}v_{j+1}$.

Analogamente a Equação 2.22, define-se:

$$s_{j+1} = \frac{r_j^T v_{j+1}}{v_{j+1}^T A v_{j+1}} \quad (2.23)$$

Algoritmo 1: Método dos Gradientes Conjugados

Entrada: $A, b, \text{max}, \text{tol}$

início

$$x^{(0)} = 0, r = b, v = b, \text{aux} = r^T r$$

para $k = 0 : \text{max}$ **faça**

$$z = Av$$

$$s = \frac{\text{aux}}{v^T z}$$

$$x^{k+1} = x^k + sv$$

$$r = r - sz$$

$$\text{aux}_1 = r^T r$$

se $\text{aux}_1 \leq \text{tol}$ **então**

$$\text{sol} = x^{(k+1)}$$

fim

$$m = \frac{\text{aux}_1}{\text{aux}}$$

$$\text{aux} = \text{aux}_1$$

$$v = r + mv$$

fim

fim

2.3.2 Método dos Elementos Finitos (MEF)

Apesar de ter sido proposto por alguns autores anteriormente, o Método dos Elementos Finitos (MEF) se desenvolveu de modo efetivo a partir da década de 1950 pela indústria aeroespacial. É importante destacar que este desenvolvimento coincidiu com grandes avanços na área computacional e de linguagens de programação (COOK *et al.*, 1974).

O Método dos Elementos Finitos é um procedimento numérico utilizado para obter soluções aproximadas de problemas regidos por uma ou mais equações diferenciais. Neste, uma dada função de aproximação é formada a partir da conexão de funções simples, válidas em um pequeno domínio (elemento), de modo a se obter um sistema de equações algébricas que representem de forma aproximada o problema original.

Um elemento finito pode ser definido como uma região no espaço em que a função de aproximação é interpolada, a partir de valores nodais na região de contorno, de uma forma em que a continuidade entre elementos seja mantida. A exatidão do resultado tende a aumentar quanto mais refinada for a malha, isto é, conforme mais elementos forem utilizados.

De acordo com Cook *et al.* (1974), uma análise em Elementos Finitos envolve, de forma geral, os seguintes passos:

- a) Discretização da estrutura em elementos finitos, a qual pode ser feita de forma automática, com a geração das malhas;
- b) Formulação das propriedades de cada elemento, com o desenvolvimento das equações que regem o comportamento destes, de acordo com os estados de deformação permitidos;
- c) Montagem dos elementos a fim de obter o modelo de elementos finitos da estrutura;
- d) Aplicação dos carregamentos conhecidos;
- e) Especificar como a estrutura é suportada, isto é, definição dos deslocamentos dos nós previamente conhecidos;
- f) Resolução simultânea das equações lineares algébricas a fim de determinar os graus de liberdade dos nós, ou seja, seus respectivos deslocamentos;
- g) Realizar o pós-processamento, o qual inclui o cálculo das tensões nos elementos a partir de interpolação do campo de deslocamentos dos elementos e, em seguida, dos esforços a partir das tensões obtidas.

Na modelagem de estruturas por Elementos Finitos, uma etapa essencial é definir o tipo de elemento a ser utilizado, de modo que este seja adequado para representar o comportamento da estrutura em questão. De modo geral, a bibliografia costuma classificar os elementos

em três categorias básicas:

a) **Elementos lineares:** São os elementos de barra, cuja principal característica é possuir uma dimensão muito superior às outras duas. Podem representar uma grande variedade de estruturas, por meio de ligações rígidas, semirrígidas ou articuladas.

b) **Elementos laminares:** Apresentam duas dimensões de mesma ordem de grandeza, mas muito superiores à terceira. Também podem ser divididos em elementos planos ou curvos.

c) **Elementos tridimensionais:** Possuem as três dimensões de mesma ordem de grandeza. A análise destas estruturas costuma ser muito mais complexa do que para os demais tipos de elementos.

2.4 Carregamentos

2.4.1 Ações Permanentes

Ações permanentes são as que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção. Neste sentido, ações como o peso próprio dos elementos estruturais e dos elementos não estruturais, como pavimentação e guarda-rodas, por exemplo, devem ser consideradas.

As cargas permanentes podem ser de dois tipos:

- a) Distribuídas;
- b) Concentradas.

No caso de cargas permanentes distribuídas, usa-se o volume relativo ao comprimento unitário do elemento. Na Tabela 3 são apresentados os pesos específicos dos materiais comumente empregados nos projetos de pontes.

Tabela 3 – Pesos específicos.

Material	Peso Específico (kN/m ³)
Concreto Simples	24
Concreto Armado	25
Pavimentação	24
Aço	78,5

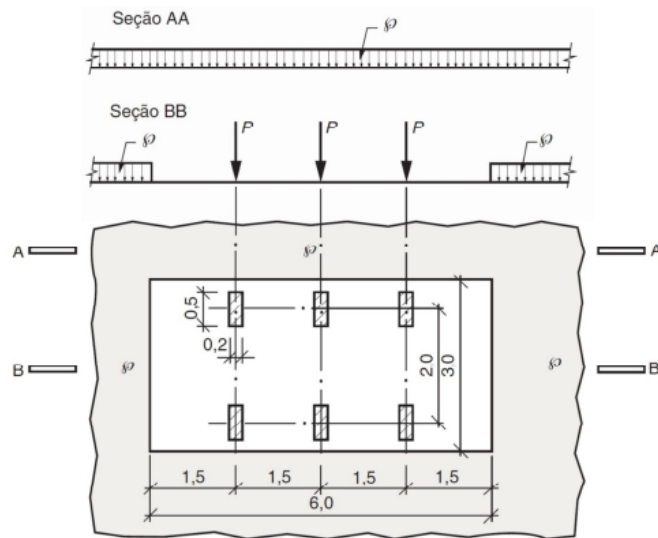
Fonte: Elaborado pelo autor.

Para considerar o recapeamento, pode ser previsto um acréscimo de 2 kN/m³ na pavimentação.

2.4.2 Ações Variáveis

As cargas a serem consideradas no projeto das pontes rodoviárias são definidas pela norma NBR 7188 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2013). Segundo a norma em questão, em pontes rodoviárias, a carga móvel é constituída por um veículo e por carga q uniformemente distribuída.

Figura 29 – Disposição das cargas estáticas.



Fonte: ABNT NBR 7188/2013.

A carga q é aplicada em todas as faixas da pista de rolamento, nos acostamentos e afastamentos, descontando-se apenas a área ocupada pelo veículo. Essa carga é fictícia, e procura levar em consideração a ação de multidão e de outros veículos mais leves.

Para efeito de escolha das cargas móveis, a norma NBR 7188, divide as pontes rodoviárias em três classes, discriminadas a seguir:

Classe 45: na qual a base do sistema é um veículo-tipo de 450 kN de peso total;

Classe 30: na qual a base do sistema é um veículo tipo de 300 kN de peso total;

Classe 12: na qual a base do sistema é um veículo tipo de 120 kN de peso total.

Na Tabela 4 apresentam-se o peso do veículo e os valores da carga q para cada uma das classes de pontes.

No caso particular do veículo padrão TB-450, tem-se um veículo com seis rodas, $P = 75$ kN, três eixos de carga afastados entre si em 1,5 m, com área de ocupação de $18,0 \text{ m}^2$. A carga móvel pode assumir posição qualquer em toda a pista rodoviária com as rodas na posição mais desfavorável.

Tabela 4 – Pesos dos veículos e valores das cargas distribuídas.

Classe da ponte	Peso Total do Veículo (kN)	Carga de Multidão (kN/m ²)
45	450	5
30	300	5
12	120	4

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tanto a carga concentrada, como a carga distribuída, devem ser ponderados pelos coeficientes de impacto vertical (CIV), do número de faixas (CNF) e de impacto adicional (CIA), definidos por:

$$CIV = 1,35, \text{ para estruturas com vão menor do que } 10,0 \text{ m} \quad (2.24)$$

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \left(\frac{20}{Liv + 50} \right), \text{ para estruturas com vão entre } 10,0 \text{ m e } 200,0 \text{ m}$$

onde *Liv* é o vão em metros.

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (n - 2) > 0,9 \quad (2.25)$$

onde *n* é o número inteiro de faixas de tráfego rodoviário.

$$CIA = 1,25, \text{ para obras em concreto ou mistas} \quad (2.26)$$

$$CIA = 1,15, \text{ para obras em aço}$$

2.4.3 Combinações de Ações

Os esforços característicos calculados a partir das ações apresentadas, agora precisam ser combinados utilizando as equações e coeficientes propostos pela ABNT NBR 6118/2014.

Para o valor de cálculo das ações:

Combinações últimas normais

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} \cdot F_{gi,k} + \gamma_q \cdot \left[F_{q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{0j} \cdot F_{qj,k} \right] \quad (2.27)$$

onde:

F_d : Representa os valores de cálculo das ações;

$F_{gi,k}$: Valor característico das ações permanentes;

$F_{q1,k}$: Valor característico das ações variáveis considerada como ação principal para a combinação;

$F_{qj,k}$: Valor característico das ações variáveis considerada como secundárias para a combinação;

Ψ_{0j} : Valor reduzido de combinação de cada uma das demais ações variáveis;

γ_{gi} : Coeficiente de ponderação das ações permanentes, igual a 1,35 para pontes em geral;

γ_q : Coeficiente de ponderação das ações variáveis, igual a 1,50 para pontes.

Para as combinações de utilização das ações a NBR 6118/2014 apresenta as equações a seguir para cada um dos casos.

Combinações quase permanentes de serviço

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + \sum_{j=1}^n \Psi_2 \cdot F_{qj,k} \quad (2.28)$$

onde:

$F_{d,uti}$: Representa os valores de cálculo das ações referentes a combinação quase permanente;

$F_{gi,k}$: Valor característico das ações permanentes;

$F_{qj,k}$: Valor característico das ações variáveis;

Ψ_2 : Fator de redução referente à combinação de serviço, igual a 0,30 para pontes rodoviárias.

Combinações frequentes de serviço

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + \Psi_1 \cdot F_{q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_2 \cdot F_{qj,k} \quad (2.29)$$

onde:

$F_{d,uti}$: Representa os valores de cálculo das ações referentes a combinação frequente;

$F_{gi,k}$: Valor característico das ações permanentes;

$F_{q1,k}$: Valor característico das ações variáveis considerada como ação principal para a combinação;

$F_{qj,k}$: Valor característico das ações variáveis consideradas como secundárias para a combinação;

Ψ_1 : Fator de redução referente à combinação de serviço, igual a 0,50 para pontes rodoviárias.

Ψ_2 : Fator de redução referente à combinação de serviço, igual a 0,30 para pontes rodoviárias.

Combinações raras de serviço

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + F_{q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_1 \cdot F_{qj,k} \quad (2.30)$$

onde:

$F_{d,uti}$: Representa os valores de cálculo das ações referentes a combinação frequente;

$F_{gi,k}$: Valor característico das ações permanentes;

$F_{q1,k}$: Valor característico das ações variáveis considerada como ação principal para a combinação;

$F_{qj,k}$: Valor característico das ações variáveis consideradas como secundárias para a combinação;

Ψ_1 : Fator de redução referente à combinação de serviço, igual a 0,50 para pontes rodoviárias.

2.5 Estruturas de concreto protendido

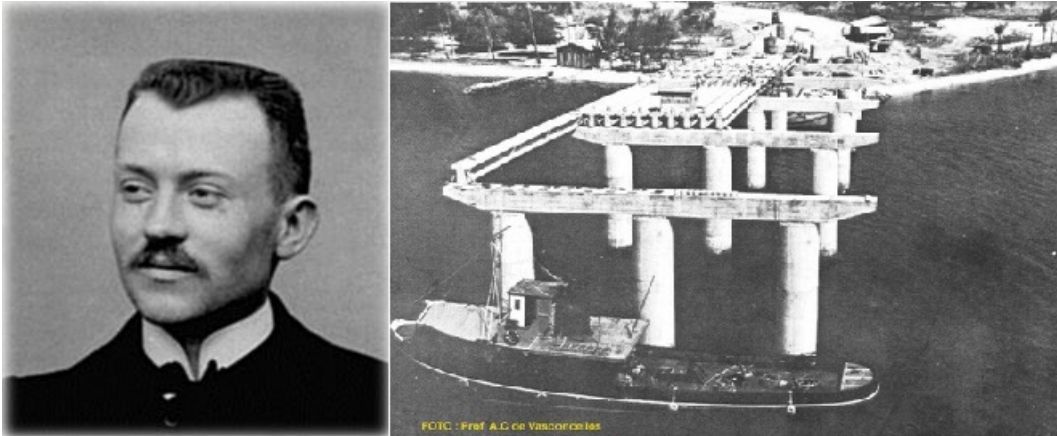
2.5.1 Introdução

Segundo Pfeil (1984), a protensão pode ser definida como o artifício de introduzir, numa estrutura, um estado prévio de tensões, de modo a melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob ação de diversas solicitações. Para a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014), a protensão consiste em uma metodologia em que parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão, com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado-limite último (ELU).

A ideia de usar a protensão em estruturas de concreto data do início dos anos 1900. As primeiras experiências, no entanto, não foram bem sucedidas por terem sido utilizados aços de baixa resistência e com isto se perdia o efeito da protensão devido à retração e fluência (deformação lenta) do concreto, e à relaxação da armadura de protensão. Contudo, por volta de 1930, Freyssinet desenvolveu o concreto protendido, utilizando aços de alta resistência (VASCONCELOS, 1992).

No Brasil, a primeira construção a utilizar elementos de concreto protendido foi a ponte do Galeão no Rio de Janeiro, concluída em 1949. Esta obra foi a primeira do continente americano a se valer de elementos de concreto protendido e, na época, era a maior do mundo em comprimento (380m). Foi executada com vigas pré-moldadas pós-tracionadas, utilizando o sistema Freyssinet. A viga de maior vão tem 43,40 m.

Figura 30 – Eugène Freyssinet (esq.) e ponte do Galeão no Rio de Janeiro (dir.).



Fonte: Vasconcelos (1992).

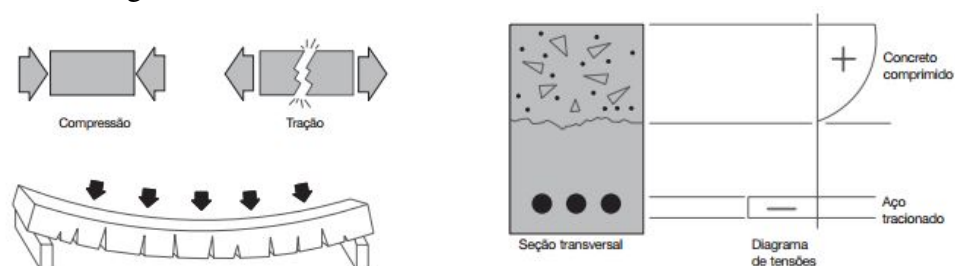
O artifício de protensão tem uma importância particular no caso do concreto, pelas seguintes razões:

a) O concreto é um dos materiais de construção mais importantes. Os ingredientes necessários à confecção do concreto (cimento, pedra, areia, água) são disponíveis a baixo custo em todas as regiões habitadas da terra.

b) O concreto tem boa resistência à compressão. Resistências da ordem de 20 MPa a 50 MPa são utilizadas nas obras.

c) O concreto tem pequena resistência à tração, da ordem de 10% de resistência à compressão. Além de pequena, a resistência à tração do concreto é pouco confiável. De fato, quando o concreto não é bem executado, a retração do mesmo pode provocar fissuras, que eliminam a resistência à tração do concreto, antes mesmo de atuar qualquer solicitação.

Figura 31 – Viga comum de concreto armado.



Fonte: Cauduro (2003).

Sendo o concreto um material de propriedades tão diferentes à compressão e à tração, o seu comportamento pode ser melhorado aplicando-se uma compressão prévia (isto é, *protensão*) nas regiões onde as solicitações produzem tensões de tração. A operação de protensão consiste em esticar a armadura contra a própria peça de concreto, a fim de comprimir a zona que

será tracionada pela carga (BUCHAIM, 2007).

A protensão das peças de concreto, especialmente aquelas sob flexão, traz várias vantagens à estrutura, decorrentes do uso de aços de alta resistência e do fato de a carga externa ter que vencer antes as tensões de compressão prévias para iniciar a fissuração do concreto. Dentre as principais vantagens, podem-se mencionar as seguintes:

- a) Maior esbeltez ($l/h = \text{vão} / \text{altura da seção}$) ou maiores vãos para a mesma altura da seção, por causa da participação da zona pré-comprimida na rigidez à flexão.
- b) Limitação ou eliminação de fissuras durante a vida útil da estrutura estanqueidade das estruturas de reservatórios e menor porosidade a gases.
- c) Impedimento ou minoração da corrosão de armaduras.
- d) Maior resistência à fadiga do aço decorrente da oscilação proporcionalmente pequena de sua tensão, em face da inexistência ou de pouca fissuração do concreto, mesmo para grandes oscilações da carga.
- e) Melhor disposição da armadura na seção transversal, pois o aço de alta resistência exige menor área de armadura.
- f) Estruturas mais leves, custo menor dos pilares e das fundações, desforma mais rápida.
- g) Possibilidade de eliminação praticamente completa da variação da curvatura ao longo do tempo, proveniente da fluência do concreto sob ação das cargas permanentes.
- h) Maior resistência às tensões tangenciais originadas por força cortante e por torção.
- i) Uso de técnicas construtivas com vantagens estruturais e econômicas, em vários campos, por exemplo: pré-fabricação de peças estruturais; pontes de grandes vãos construídas em balanços sucessivos (eliminação de cimbramento); lajes lisas em edifícios, com consequente eliminação das vigas; fundações em lajes de edifícios.

Em contrapartida, deve-se ter em mente que, nas estruturas protendidas:

- a) É maior o risco de vibração por cargas móveis, decorrente da elevada esbeltez em pontes e lajes de garagens.
- b) O projeto estrutural exige uma compreensão clara da ação da protensão, e nele deve-se dar maior ênfase aos Estados Limites de Utilização.
- c) A protensão exige mão-de-obra especializada, com o devido domínio das técnicas de protensão.

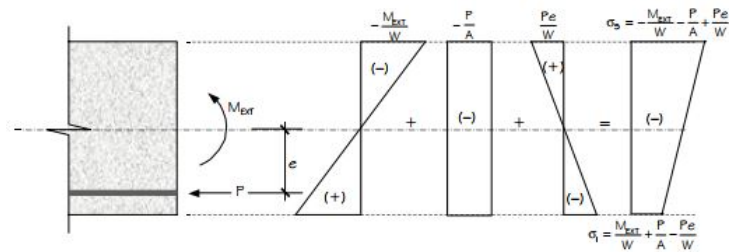
Segundo Emerick (2005), a eliminação das tensões de tração que podem dar origem

à formação de fissuras representa o principal objetivo da protensão, obtendo-se uma construção de maior qualidade. Modernamente, com o desenvolvimento da teoria de fissuração, tornou-se possível conviver com o controle da abertura de fissuras, obtendo construções satisfatórias com custos menores, admitindo-se o Estado Limite de Utilização.

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014), a protensão pode ser completa, limitada ou parcial de acordo com as definições:

Protensão completa: Existe protensão completa quando se verificam as duas condições seguintes:

Figura 32 – Tensões no concreto - protensão completa.



Fonte: Emerick (2005).

a) para as combinações frequentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o Estado Limite de Descompressão;

b) para as combinações raras de ações, quando previstas no projeto, é respeitado o Estado Limite de Formação de Fissuras.

Protensão limitada: Existe protensão limitada quando se verificam as duas condições seguintes:

a) para as combinações quase permanentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o Estado Limite de Descompressão;

b) para as combinações frequentes de ações, quando previstas no projeto, é respeitado o Estado Limite de Formação de Fissuras.

Protensão parcial: Existe protensão parcial quando se verificam as duas condições seguintes:

a) para as combinações quase permanentes de ações, previstas no projeto, é respeitado o Estado Limite de Descompressão;

b) para as combinações frequentes de ações, quando previstas no projeto, é respeitado o Estado Limite de Abertura de Fissuras com abertura característica menor ou igual a 0,2 mm.

2.5.2 Tipos de Protensão

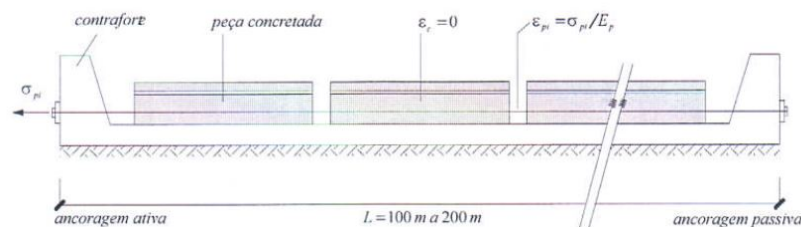
De acordo com Buchaim (2007), existem três tipos usuais de protensão. Esses tipos são definidos pelo modo de obtenção da protensão e pela existência ou não de aderência.

2.5.2.1 Protensão com Aderência Inicial

Este tipo de protensão é também chamado de protensão com aderência direta e é obtido em pistas de protensão, na fabricação de peças pré-moldadas. O estiramento da armadura se faz previamente ao lançamento do concreto nas formas, ancorando-as em apoios independentes da peça (contrafortes). Após o endurecimento do concreto, desfaz-se a ligação da armadura com os contrafortes.

A força de protensão, neste caso, é transmitida à peça exclusivamente por aderência entre os dois materiais, pois há impedimento ao encurtamento da armadura. Considerada apenas a ação da protensão, a aderência manifesta-se somente nas extremidades da peça, em um *comprimento de transferência* da força de protensão. A Figura 33 mostra uma pista de protensão com seus contrafortes nas extremidades.

Figura 33 – Protensão em pistas (pré-tração).



Fonte: Buchaim (2007).

Este tipo de protensão terá especial destaque neste trabalho.

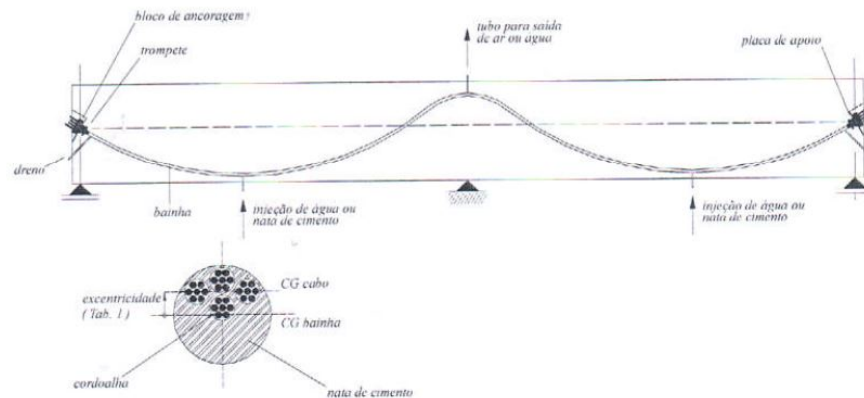
2.5.2.2 Protensão com Aderência Posterior

Nesse caso, a operação de protensão se dá após o endurecimento do concreto. Nas peças a serem concretadas, são dispostas bainhas metálicas e corrugadas, dentro das quais são inseridas os cabos a protender, antes ou após a concretagem. A protensão se faz através de macacos hidráulicos, apoiados na própria peça de concreto, os quais estiram a armadura até o alongamento e a força previstos.

Terminada a protensão, o cabo é ancorado nos dispositivos (peças ou blocos) de

ancoragem, após o que se faz a injeção de nata de cimento no interior da bainha, para expulsar o ar de seu interior e para obter-se a aderência entre o cabo e a bainha que, por sua vez, já está aderente ao concreto.

Figura 34 – Protensão com aderência posterior (pós-tração).



Fonte: Buchaim (2007).

Nota-se, que os cabos ao serem protendidos tendem a se retificar e entram em contato com a bainha. Com isso, além do atrito, há também uma mudança significativa do centro de gravidade da armadura protendida, devendo ser estimada.

2.5.2.3 Protensão sem Aderência

Este caso é idêntico ao anterior, porém a fase final de injeção de nata de cimento é eliminada. Assim, como não há aderência, o cabo pode deslizar dentro da bainha, também sob a ação dos demais carregamentos. Atualmente, vêm sendo muito utilizadas as monocordoalhas engraxadas e inseridas em bainhas plásticas. Obtém-se com essas duas providências, a proteção da armadura contra corrosão e a diminuição do atrito entre o cabo e a bainha.

Há vantagens econômicas e técnicas no uso desse tipo de cabo nas lajes lisas e nas lajes de fundação do tipo *radier*. Dentre as vantagens, destacam-se as facilidades de disposição dos cabos (pois são leves) e das operações de protensão e ancoragem. Essas lajes resultam mais esbeltas, os vãos são maiores para uma mesma espessura, os deslocamentos permanentes são reduzidos, impede-se ou diminui-se a fissuração em serviço e não há problema de fadiga, por causa da pequena oscilação da tensão.

Por outro lado, pode-se mencionar as seguintes desvantagens estruturais: em caso de ruptura local de um cabo, este perde em toda a sua extensão; no colapso da laje, a armadura não

aderente ao concreto pode não entrar em escoamento.

Figura 35 – Seção com 7 fios e ancoragem ativa para cordoalha não aderente.



Fonte: Emerick (2005).

Segundo Emerick (2005), a protensão sem aderência ocorre quando as armaduras de protensão só estão ancoradas no concreto nas extremidades das peças estruturais. Neste caso, o comprimento dos cabos não deve ultrapassar 40 m.

2.5.3 Propriedades do Concreto

As principais propriedades mecânicas do concreto acham-se relacionadas com sua *resistência à compressão simples*. Essa resistência é usualmente determinada em ensaios de ruptura de corpos de prova padronizados, com idade de 28 dias. A resistência à compressão do concreto pode ser definida pelo seu valor característico a 28 dias (f_{ck}), que é um valor estatístico mínimo, acima do qual devem ficar situados 95% dos resultados experimentais (PFEIL, 1984).

Nos projetos, o engenheiro especifica um valor de referência característico (f_{ck}), em função da qual as seções das peças são dimensionadas. Nas obras, é necessário dosar o concreto para uma resistência média, suficiente para garantir um valor igual ou superior ao especificado no projeto.

A *resistência à tração indireta do concreto* ($f_{ct,sp}$) e a *resistência à tração na flexão* ($f_{ct,f}$) podem ser determinadas em ensaios realizados segundo as ABNT NBR 7222 e ABNT NBR 12142, respectivamente. A *resistência à tração direta* (f_{ct}) pode ser considerada igual a $0,9f_{ct,sp}$ ou $0,7f_{ct,f}$.

Na falta de ensaios, a *resistência à tração média* pode ser dada relacionando-se com a resistência à compressão por meio de fórmulas empíricas. Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014), tem-se para concretos de classes até C50, em MPa:

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (2.31)$$

A resistência característica à tração simples (f_{ctk}) vale cerca de 70% da resistência média, conforme a equação:

$$f_{ctk} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (2.32)$$

O módulo de elasticidade deve ser obtido segundo o método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522, sendo considerado o módulo de deformação tangente inicial (E_{ci}), obtido aos 28 dias de idade. Quando não forem realizados ensaios, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial usando a expressão a seguir, para f_{ck} de 20 MPa a 50 MPa:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (2.33)$$

sendo

$$\alpha_E = 1,2 \text{ para basalto e diabásio}$$

$$\alpha_E = 1,0 \text{ para granito e gnaisse}$$

$$\alpha_E = 0,9 \text{ para calcário}$$

$$\alpha_E = 0,7 \text{ para arenito}$$

Na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal, pode ser adotado módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de deformação secante (E_{cs}), dado pela expressão:

$$E_{cs} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \cdot E_{ci} \leq 1,0 \quad (2.34)$$

A Tabela 5 apresenta valores estimados arredondados que podem ser usados no projeto estrutural.

Tabela 5 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado).

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47

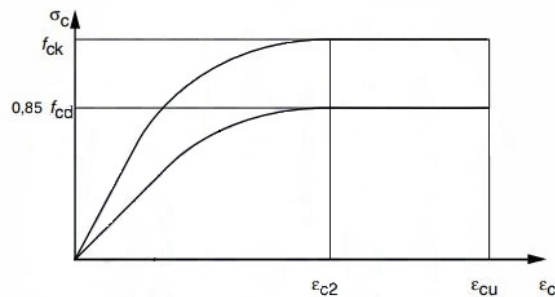
Fonte: ABNT NBR 6118/2014.

Para tensões de compressão menores que $0,5f_{ck}$ e tensões de tração menores que f_{ctk} , o coeficiente de Poisson ν pode ser tomado como igual a 0,2 e o módulo de elasticidade transversal G_c igual a $E_{cs}/2,4$.

Para tensões de compressão menores que $0,5f_{ck}$, pode-se admitir uma relação linear entre tensões e deformações, adotando-se para módulo de elasticidade o valor secante. Para aná-

lises no estado-limite último, podem ser empregados o diagrama tensão-deformação idealizado mostrado na Figura 36.

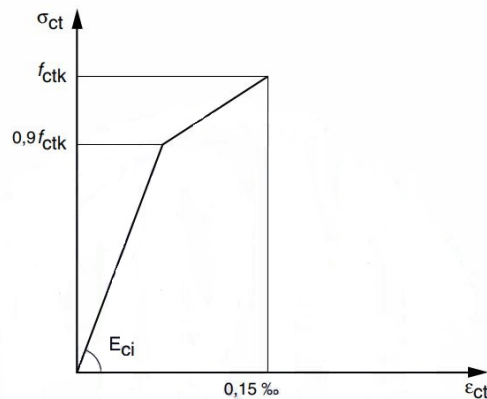
Figura 36 – Diagrama tensão-deformação.



Fonte: ABNT NBR 6118/2014.

Os valores a serem adotados para os parâmetros ϵ_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e ϵ_{cu} (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura) são definidos para concretos de classes até C50 como $\epsilon_{c2} = 0,2 \%$ e $\epsilon_{cu} = 0,35 \%$. Para o concreto não fissurado, pode ser adotado o diagrama tensão-deformação bilinear de tração, indicado na Figura 37.

Figura 37 – Diagrama tensão-deformação de tração.



Fonte: ABNT NBR 6118/2014.

2.5.4 Propriedades das Armaduras Não Protendidas

As armaduras não protendidas são geralmente formadas pelos vergalhões usualmente empregados em concreto armado. Em estruturas protendidas, essas armaduras recebem as designações de *convencionais* ou *suplementares* (PFEIL, 1984).

As principais propriedades mecânicas dos aços, em geral, podem ser obtidas em

ensaios de tração simples do material. Assim como no concreto, as resistências mecânicas dos aços são também tratadas estatisticamente.

Os aços empregados como armadura suplementar são designados pelas letras CA (Concreto Armado) seguidos do valor característico do limite de escoamento (f_{yk}) em kgf/mm^2 . Alguns tipos de aços têm patamar de escoamento real; outros aços não têm patamar de escoamento, definindo-se uma tensão convencional de escoamento correspondente a uma deformação residual de 0,2 %.

As principais características mecânicas dos aços de armadura suplementar acham-se reunidas na Tabela 6, segundo a NBR 7480 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2008).

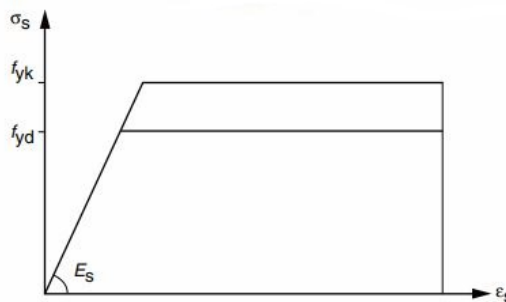
Tabela 6 – Características mecânicas para aços de armadura suplementar.

Designação	Limite de escoamento (f_{yk}) (MPa)	Resistência à ruptura (f_{stk}) (MPa)
CA-25	250	300
CA-50	500	540
CA-60	600	630

Fonte: ABNT NBR 7480/2008.

Na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, o módulo de elasticidade do aço pode ser admitido igual a 210 GPa. Para o cálculo nos estados-limite de serviço e último, pode-se utilizar o diagrama simplificado mostrado na Figura 38.

Figura 38 – Diagrama tensão-deformação para armaduras passivas.



Fonte: ABNT NBR 6118/2014.

2.5.5 Propriedades das Armaduras Protendidas

Os valores de resistência característica à tração das armaduras protendidas, diâmetro e área dos fios e das cordoalhas, bem como a classificação quanto à relaxação, a serem adotados em

projeto, são os nominais indicados na ABNT NBR 7482 e na ABNT NBR 7483, respectivamente.

Os aços utilizados para protensão podem ser divididos em três categorias:

Fios: Trefilados de aço carbono, com diâmetros variando entre 3 mm e 8 mm, fornecidos em rolos ou bobinas com grande comprimento de fio. Os fios de aço são, mais comumente, lisos ou entalhados. Possuem resistência à ruptura por tração na faixa de 1500 MPa a 1700 MPa.

Cordoalhas: Constituídas por 2, 3 ou 7 fios trefilados, enrolados em forma de hélice, como uma corda. São também fornecidos em bobinas, com grande comprimento. A resistência à ruptura por tração das cordoalhas de 7 fios, mais comuns na prática, é igual a 1750 MPa ou 1900 MPa, e elas são fabricadas com diâmetros nominais de 6,4 mm a 15,2 mm.

Figura 39 – Cordoalhas de 7 fios.



Fonte: ArcelorMittal (2010).

Barras: Constituídas por aços baixa liga, laminadas a quente, fornecidas em peças retilíneas de comprimento limitado.

Diferentemente dos aços para concreto armado, os aços para protensão apresentam, com o passar do tempo, uma perda de tensão devida à relaxação do aço. Os fios com alívio de tensão são geralmente denominados de *relaxação normal (RN)*. Além disso, pode-se fazer um tratamento termo-mecânico nos fios e cordoalhas com o intuito de reduzir a perda por relaxação, sendo denominados de aços com *relaxação baixa (RB)* (PFEIL, 1984).

Os aços de protensão são geralmente designados pelas letras CP (Concreto Protendido), seguidas da resistência característica à ruptura por tração (f_{ptk}), em kgf/mm^2 . Na Figura 40 apresentam-se algumas especificações de cordoalhas para protensão. Dentre as cordoalhas mais empregados nas obras, destaca-se a ϕ 12,7 mm CP-190 RB.

Assim como nos demais materiais, o valor do módulo de elasticidade deve ser obtido em ensaios ou fornecido pelo fabricante. Na falta de dados específicos, pode-se considerar o

Figura 40 – Cordoalhas para protensão CP-190 RB.

ESPECIFICAÇÕES DOS PRODUTOS - CORDOALHAS PARA PROTENSÃO							
Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm ²)	Área mínima (mm ²)	Massa aprox. (kg/1.000 m)	Carga mínima de ruptura (kN)	Carga mínima a 1% de deformação (kN)	Alongamento após ruptura (%)
Cordoalhas de 3 fios CP 190							
Cord. CP 190 RB 3 X 3,0	6,5	22	22	171	41	37	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 3,5	7,6	30	30	238	57	51	
Cord. CP 190 RB 3 X 4,0	8,8	38	38	304	71	64	
Cord. CP 190 RB 3 X 4,5	9,6	47	46	366	88	79	
Cord. CP 190 RB 3 X 5,0	11,1	67	66	520	125	112	
Cordoalhas de 7 fios CP 190							
Cord. CP 190 RB 9,50	9,5	56	55	441	104	94	3,5
Cord. CP 190 RB 12,70	12,7	101	99	792	187	169	
Cord. CP 190 RB 15,20	15,2	143	140	1.126	266	239	
Cord. CP 190 RB 15,70	15,7	150	147	1.172	279	246	

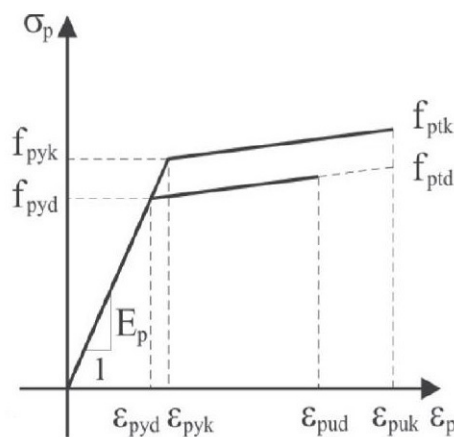
Fonte: ArcelorMittal (2010).

valor de 200 GPa para fios e cordoalhas.

Os valores característicos da resistência ao escoamento convencional f_{pyk} , da resistência à tração f_{ptk} e o alongamento após ruptura ϵ_{uk} das cordoalhas devem satisfazer os valores mínimos estabelecidos na ABNT NBR 7483. Para o caso particular das cordoalhas CP-190 RB, adota-se os valores de $f_{pyk} = 1710$ MPa, $f_{ptk} = 1900$ MPa e $\epsilon_{uk} = 3,5$ %.

O diagrama tensão-deformação deve ser fornecido pelo fabricante ou obtido através de ensaios realizados segundo a ABNT NBR 6349. Para cálculo nos estados-limite de serviço e último, pode-se utilizar o diagrama simplificado mostrado na Figura 41.

Figura 41 – Diagrama tensão-deformação.



Fonte: ABNT NBR 6118/2014.

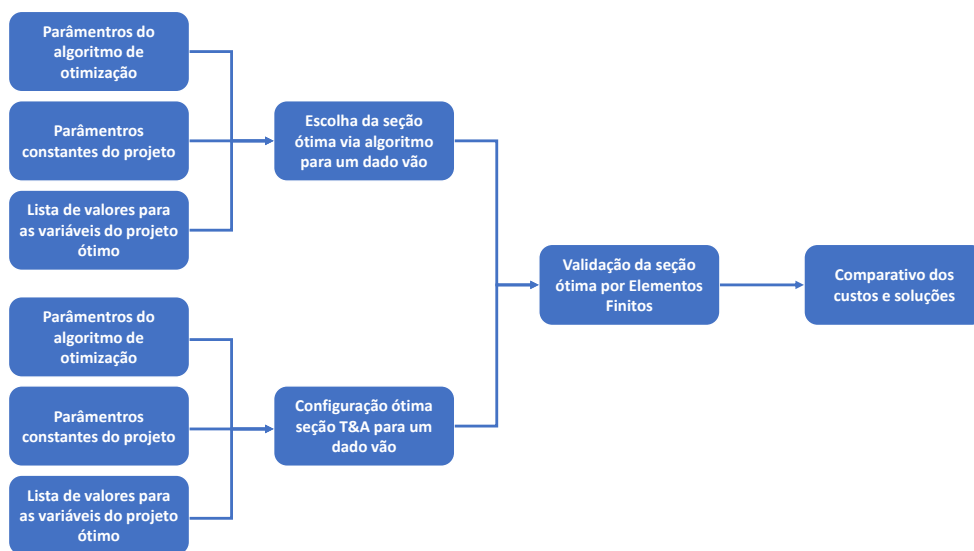
3 METODOLOGIA

3.1 Considerações Iniciais

O presente trabalho dará continuidade aos Projetos de Graduação de Juliana Jesus Gondim (GONDIM, 2016) e de Jorge Henrique Ribeiro Lins (LINS, 2017), em 2016 e 2017 respectivamente, sob orientação do Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota. A linha dos trabalhos consiste na análise de uma viga pré-moldada protendida de determinada seção para séries de vãos, destinada a compor o tabuleiro de uma ponte rodoviária. Em 2016, foram verificadas as faixas de utilização e a eficácia de uma seção para os vãos de 15 a 35 metros; em 2017, uma outra seção foi verificada para os vãos de 30 a 40 metros.

Na continuidade do trabalho de busca de seções eficazes para diferentes vãos, o presente estudo traz uma nova abordagem, onde uma seção transversal definida em parceria com a empresa T&A Pré-Fabricados é comparada a uma solução otimizada. Diferentes configurações serão verificadas para vãos de 15 a 30 metros, incluindo uma análise de custos. Para tanto, as etapas do trabalho foram determinadas da seguinte forma:

Figura 42 – Diagrama de representação da metodologia adotada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como destacado, a metodologia de trabalho divide-se em quatro processos. No primeiro deles, definem-se as atividades relacionadas com a escolha da seção ótima, a qual é fundamentada em um algoritmo para análise e otimização. Neste algoritmo, a análise estrutural é desenvolvida com auxílio de métodos de cálculo numérico, restrições construtivas e recomendações de projeto para pontes de concreto protendido. A otimização é baseada em algoritmos

bio-inspirados, os quais permitem a solução de problemas-ótimos fundamentados em conceitos da computação e matemática.

Semelhante procedimento é aplicado à seção da T&A. O intuito principal é discutir os ganhos de desempenho e custo que uma nova seção transversal otimizada, em relação a uma seção já existente, pode apresentar.

Visto que o algoritmo desenvolvido representa uma estratégia computacional de pré-dimensionamento, por utilizar-se de modelos simplificados em sua estrutura, adota-se uma terceira etapa para validação dos resultados, fazendo-se uso para isso de softwares comerciais de análise estrutural por Elementos Finitos. Por fim, são discutidos os resultados para cada vão possível comparando, em termos de projeto de otimização, os valores das Funções Objetivo (Funções Custo).

No caso do algoritmo desenvolvido para pré-dimensionamento, resume-se a seguir as etapas para cálculo do custo de cada solução, apresentada em detalhes nas seções abaixo.

Figura 43 – Diagrama de representação do algoritmo.



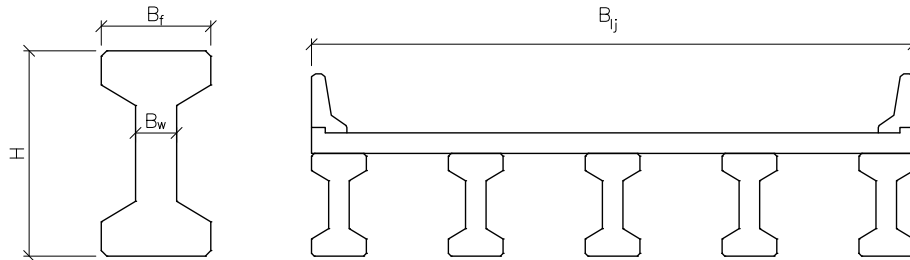
Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2 Definição da Geometria da Ponte

A escolha da configuração ótima para a ponte parte da definição de dois conjuntos de parâmetros: os definidos pelo usuário antes do processo de otimização e os escolhidos pelo algoritmo durante a análise. Uma vez que o intuito deste trabalho é apresentar uma seção ótima, são definidas como variáveis do projeto a altura da seção (H), a largura da mesa da viga (B_f), a espessura da alma (B_w), o número de vigas na seção transversal da ponte (N_l) e o f_{ck} do concreto. No mais, a largura do tabuleiro (B_{lj}), o vão da ponte (L) e as demais dimensões da longarina são

estabelecidas previamente pelo usuário.

Figura 44 – Variáveis geométricas de projeto.

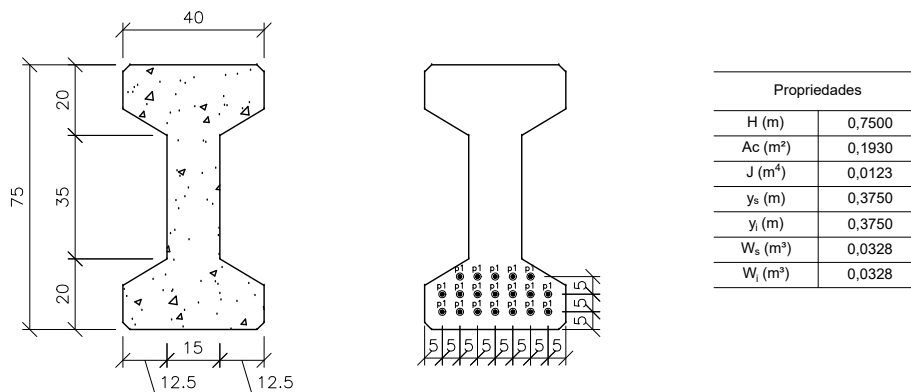


Fonte: Elaborado pelo autor.

Na situação particular do perfil a ser comparado com a solução ótima, uma vez que a seção transversal da viga neste caso é conhecida, apenas o número de longarinas na seção transversal e o f_{ck} são definidos como variáveis de projeto.

Dito isso, o perfil escolhido para análise de comparação tem uma geometria definida segundo o catálogo de produtos da empresa T&A Pré-Fabricados, uma das maiores indústrias fabricantes de elementos de concreto do país, sendo líder desse segmento nas regiões Norte e Nordeste do Brasil. Trata-se de perfil tipo I, o qual possibilita a construção de uma viga mais leve, com peso máximo de até 15 tf, permitindo a sua movimentação por equipamentos de pequeno e médio porte para ser utilizada em tabuleiros de pontes rodoviárias.

Figura 45 – Seção transversal, níveis de cordoalhas e características geométricas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para viabilizar a construção do perfil otimizado, uma restrição de projeto para dimensão mínima da alma é estabelecida:

$$B_w \geq B_{w,min} \quad (3.1)$$

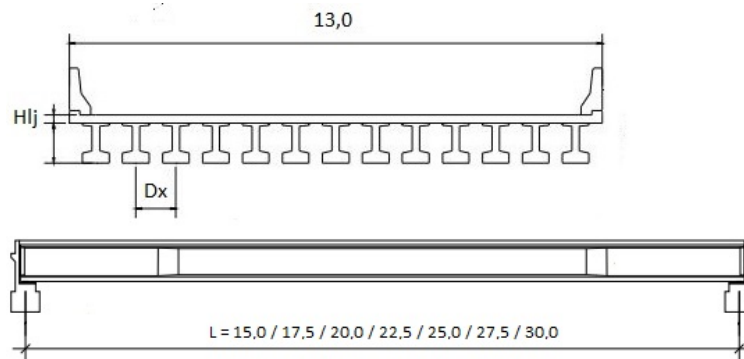
onde $B_{w,min}$ é definido como o menor valor que a alma pode assumir. Neste trabalho, tal valor é igual a 12,0 cm.

Outra restrição importante, que diz respeito ao peso da viga, determina que para o vão máximo de 30,0 m este valor não pode ser superior a 15,0 t. Em resumo, estabelece-se um limite para a área da seção transversal, dado por:

$$A \leq A_{max} \quad (3.2)$$

Considera-se para estudo um tabuleiro de ponte rodoviária com 13,0 m de largura e vão teórico variando de 15,0 m até 30,0 m, conforme apresentado na Figura 46. A laje tem uma espessura que varia de acordo o inter-eixo, complementando uma altura total de construção para o tabuleiro que pode variar de acordo com a seção transversal adotada para a viga.

Figura 46 – Seção transversal do tabuleiro e vãos (metros).



Fonte: Elaborado pelo autor.

O valor da altura da laje H_{lj} é estimado, segundo Thomaz (2018) como:

$$H_{lj} = 0,06 \cdot D_x \geq 0,15 \quad (3.3)$$

onde D_x é o inter-eixo (em metros), definido por:

$$D_x = \frac{B_{lj} - B_f}{N_l - 1} \quad (3.4)$$

Os possíveis valores que as variáveis de projeto podem assumir dentro do problema de otimização são representados na Tabela 7. Esses valores são inseridos no arquivo de entrada do programa BIOS, juntamente com os demais parâmetros constantes do projeto. A justificativa para o valor máximo da quantidade de longarinas ser variável deve-se ao fato de que este limite depende da largura da mesa da longarina (B_f).

Tabela 7 – Valores para as variáveis de projeto.

Variáveis	Valor Mínimo	Variação	Valor Máximo
B_f (cm)	40,0	5,0	90,0
B_w (cm)	12,0	1,0	21,0
H_l (cm)	55,0	5,0	100,0
N_l (un)	3	1	Variável
f_{ck} (MPa)	30,0	5,0	50,0

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3 Análise de Estabilidade Lateral

A verificação de estabilidade lateral consiste em, simplificada, assumir três restrições de projeto. A NBR 9062 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2017) indica que nas vigas de concreto, bi-apoiadas e com carregamentos sem excentricidades, deve-se obedecer a:

$$\frac{L}{B_f} \leq 50 \quad (3.5)$$

onde L é o comprimento do vão (m) e B_f é a menor largura da região comprimida da viga (m).

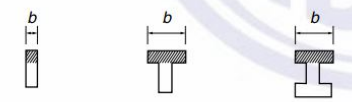
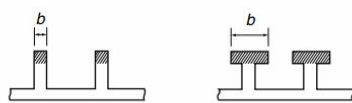

Para vigas bi-apoiadas, a ABNT NBR 9062/2017 recomenda também que pode se considerar que o estado limite por instabilidade é evitado antes do estado limite último se:

$$\frac{L \cdot H_l}{B_f^2} \leq 500 \quad (3.6)$$

onde H_l é a altura da viga (m).

A norma ABNT NBR 6118/2014, em seu item 15.10, *Instabilidade lateral de vigas*, diz que a segurança deve ser garantida por procedimentos apropriados, mas indica, como alternativas aproximadas, para vigas com armaduras passivas ou ativas, a seguinte condição:

Figura 47 – Valores de β_{fl} .

Tipologia da viga	Valores de β_{fl}
	0,40
	0,20
<p>onde  Zona comprimida</p>	

Fonte: ABNT NBR 6118/2014.

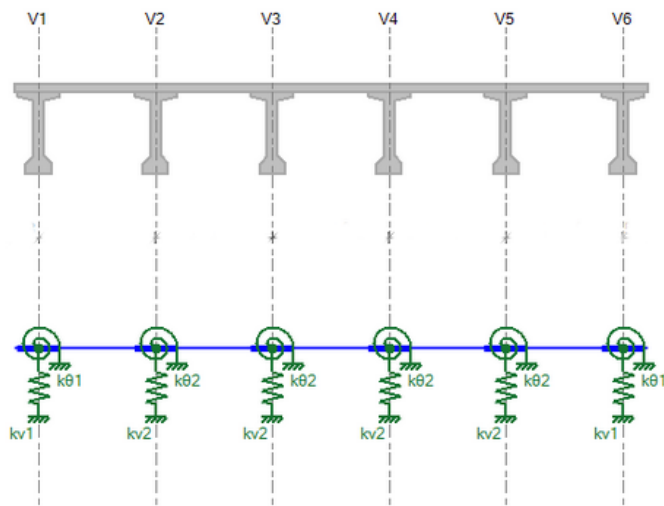
$$\frac{B_f}{H_l} \geq \beta_{fl} \quad (3.7)$$

onde β_{fl} é um coeficiente que depende da forma da viga, assumido valor constante de 0,4.

3.4 Modelo de Cálculo

O modelo físico proposto consiste no Método de Fauchart, conforme a Seção 2.3.1.1. A escolha por tal método se deve, essencialmente, pela possibilidade de implementação conjunta ao software de otimização (BIOS), e pela redução do custo computacional, se comparado aos softwares comerciais de elementos finitos (ver Figura 48).

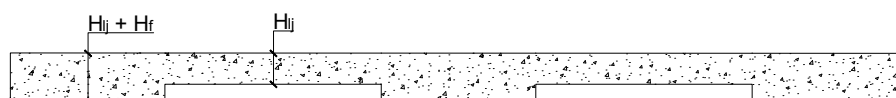
Figura 48 – Modelo de viga unitária - Método de Fauchart.



Fonte: TQS (2018).

A seção da viga de largura unitária é definida por duas diferentes inércias. Nas regiões sobre as longarinas, a viga assume altura $H_{lj} + H_f$, onde H_f é a altura da mesa das longarinas. Fora destes pontos, define-se simplesmente como H_{lj} .

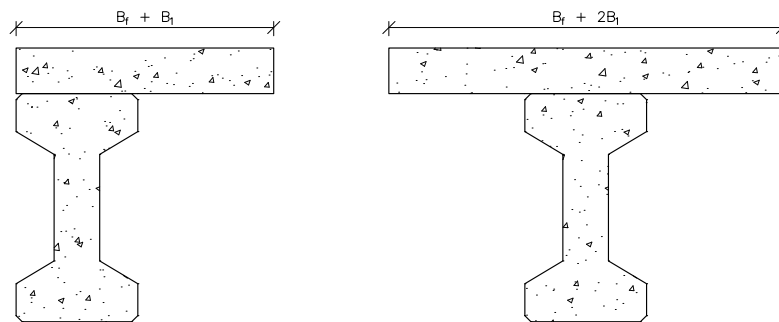
Figura 49 – Especificação da seção - Viga de largura unitária.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os apoios elásticos, por sua vez, possuem rigidezes conforme a Equação 2.12 e 2.13. Nestas equações, os módulos E e G são calculados segundo a ABNT NBR 6118/2014. No caso das inércias I e J , seus valores dependem da posição da longarina em relação à seção transversal da ponte. Para as de extremidade, as inércias são calculadas como a seção composta na Figura 50 (Esquerda). No caso das intermediárias, a seção composta correspondente à Figura 50 (Direita) deve ser utilizada.

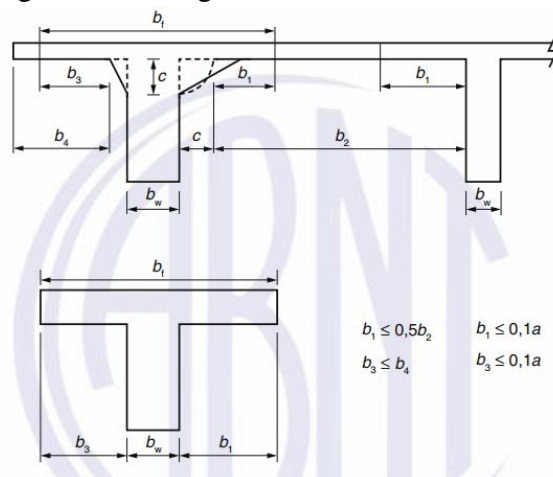
Figura 50 – Inércia das longarinas - Apoios elásticos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A especificação da parcela colaborante da laje na determinação das seções compostas segue as prescrições da ABNT NBR 6118/2014, conforme o item 14.6.2.2.

Figura 51 – Largura de mesa colaborante.

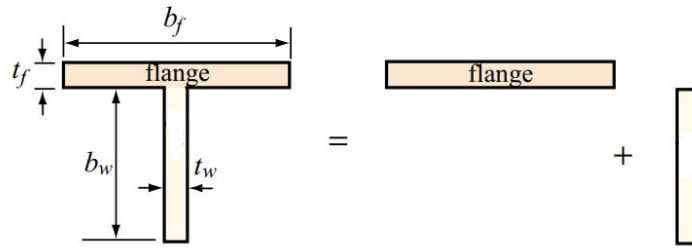


Fonte: ABNT NBR 6118/2014.

Especialmente para o cálculo da inércia à torção (J), adota-se a teoria para perfis esbeltos.

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{1}{3} \cdot b_i \cdot t_i^3 \quad (3.8)$$

Figura 52 – Inércia à torção - Perfil T.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.5 Solução Numérica do Modelo

A resolução do problema, em termos computacionais, é garantida pelo Método da Rigidez Direta aliado ao Método dos Gradientes Conjugados, como apresentado na Seção 2.3.1.2 e 2.3.1.3. Basicamente, com estes procedimentos, busca-se a determinação das linhas de influência da seção transversal da ponte.

Uma vez que as vigas externas de tabuleiros de múltiplas longarinas são as mais solicitadas, pois possuem apenas uma longarina como vizinha e não duas como as de centro, a metodologia se desenvolverá apenas em relação a estas. Portanto, a influência calculada por este processo deve ser referente a viga de extremidade.

O processo de cálculo da influência consiste em registrar quais reações uma força unitária aplicada sobre o tabuleiro provoca na longarina de referência. Assim, com este processo é possível identificar quais regiões são mais desfavoráveis para as vigas de extremidade.

A primeira etapa consiste na determinação da matriz de rigidez global $[K]$, conforme a Seção 2.3.1.2. Além disso, assume-se que nos graus de liberdade referentes aos apoios elásticos, um acréscimo de rigidez deve ser adotado, com valor igual ao calculado na Equação 2.12 e 2.13.

Definida a matriz de rigidez, estabelece-se o vetor de forças $\{F\}$. Este vetor varia de acordo com a posição da carga unitária. Assim como a matriz, tal vetor tem ordem igual ao número de graus de liberdade da estrutura, ou igual a duas vezes o número de nós. Transformando a força unitária em cargas nodais, tem-se conforme as equações:

$$g_{1,i} = \frac{L_i - x}{L_i} + \frac{g_{2,i} + g_{4,i}}{L_i} \quad (3.9)$$

$$g_{2,i} = \frac{x \cdot (L_i - x)^2}{L_i^2} \quad (3.10)$$

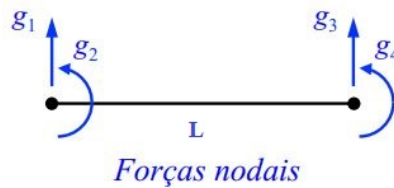
$$g_{3,i} = 1 - g_{1,i} \quad (3.11)$$

$$g_{4,i} = -\frac{(L_i - x) \cdot x^2}{L_i^2} \quad (3.12)$$

onde $g_{2,i}$ e $g_{4,i}$ são os momentos aplicados aos nós da barra i , $g_{1,i}$ e $g_{3,i}$ são as forças verticais aplicadas aos nós da barra i , L_i é o comprimento da barra i e x a posição da carga unitária. Os demais valores do vetor são nulos.

$$\{F\} = \left[0 \quad \dots \quad g_{1,i} \quad g_{2,i} \quad g_{3,i} \quad g_{4,i} \quad \dots \quad 0 \right]^T \quad (3.13)$$

Figura 53 – Forças nodais.

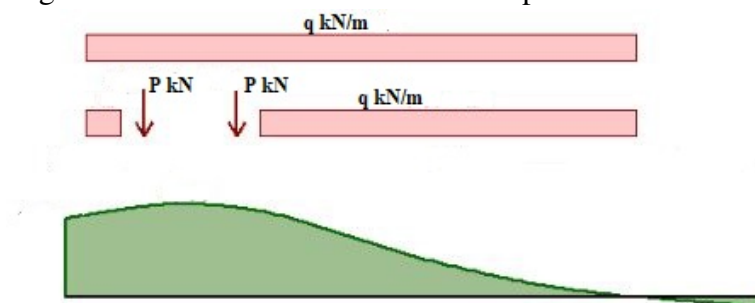


Fonte: Elaborado pelo autor.

Resolvido o sistema de equações a partir do Método dos Gradientes Conjugados, o valor da reação na longarina é determinado pelo produto entre as rigidezes K_v e K_t e os respectivos deslocamentos. Este processo é repetido n vezes, onde n é o número de posições da carga ao longo da seção transversal do tabuleiro.

Ao traçar um gráfico cujo eixo das abscissas corresponde à posição em que a carga unitária foi aplicada e o eixo das ordenadas o valor correspondente à reação de apoio vertical da viga de extremidade, tem-se a linha de influência de reação vertical da viga de extremidade. Já quando o eixo das ordenadas é preenchido com os valores de reação de rotação da viga de extremidade, este gráfico é denominado linha de influência de momento torçor da viga de extremidade.

Figura 54 – Linha de influência - Exemplo.



Fonte: TQS (2018).

A magnitude da carga distribuída longitudinalmente na longarina pode ser dada multiplicando-se o valor da carga distribuída transversalmente, se o valor for constante, pela

área do gráfico de influência da viga analisada. De modo análogo, multiplicando-se as cargas concentradas aplicadas no tabuleiro pela influência pontual da viga, se obtém o valor da carga pontual que é direcionada para ela.

3.6 Critérios de Dimensionamento da Viga

3.6.1 Armadura de Protensão Necessária

Definidos os esforços de cálculo, a partir das combinações de Estado Limite Último e de Estado Limite de Serviço, é preciso estabelecer os critérios de projeto. Em relação à protensão, é adotado o tipo Limitada, a qual exige que as peças atendam aos Estados Limites de Formação de Fissura (ELS-F) para a combinação frequente e ao Estado Limite de Descompressão (ELS-D) para a combinação quase permanente.

A escolha do número de cordoalha deve garantir que, após todas as perdas, a estrutura atenda ao ELS-F e ELS-D.

$$N_p = \max\left(\frac{P_{fiss}}{P_{inf}}, \frac{P_{desc}}{P_{inf}}\right) \quad (3.14)$$

onde:

N_p : Número de cordoalhas necessário;

P_{fiss} : Força de protensão necessária para atender ao ELS-F;

P_{desc} : Força de protensão necessária para atender ao ELS-D;

P_{inf} : Força de protensão no tempo infinito para uma cordoalha.

A força de protensão no tempo infinito é calculada considerando as perdas imediatas e diferidas, conforme:

$$P_{inf} = P_0 \cdot (1 - P_{imed}) \cdot (1 - P_{dif}) \quad (3.15)$$

onde:

P_0 : Força de protensão inicial igual a 140,0 kN (Φ 12,7mm CP-190);

A variável P_{imed} corresponde às perdas imediatas na protensão, sendo calculada conforme a equação a seguir, assumindo protensão excêntrica:

$$P_{imed} = \frac{n \cdot \rho \cdot \left(1 + y_p^2 \cdot \frac{A}{I}\right)}{1 + n \cdot \rho \cdot \left(1 + y_p^2 \cdot \frac{A}{I}\right)} \quad (3.16)$$

onde:

n : Razão entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto no ato da protensão;

ρ : Densidade de armaduras protendidas;

y_p : Distância entre o CG das armaduras protendidas e o CG da seção simples;

A : Área da seção simples da longarina;

I : Inércia da seção simples da longarina.

Para o cálculo das perdas progressivas ou diferidas, adapta-se do processo aproximado apresentado da ABNT NBR 6118/2014 (item 9.6.3.4.3), para aços de relaxação baixa (tipo RB).

$$P_{dif} = 7,4 + \frac{\alpha_p}{18,7} \cdot [\phi(t_\infty, t_0)]^{1,07} \cdot (3 + \sigma_{c,p0g}) \quad (3.17)$$

onde:

α_p : Razão entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto no tempo t_∞ ;

$\phi(t_\infty, t_0)$: Coeficiente de fluência do concreto no instante t para protensão e carga permanente, aplicadas no instante t_0 ;

$\sigma_{c,p0g}$: Tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0 , sendo positiva se for de compressão.

A força de protensão necessária para atender ao ELS-F é definida por:

$$P_{fiss} = \frac{M_{d,cf} \cdot A_c - \frac{I_c}{y_{i,c}} \cdot f_{ctk,f} \cdot A_c}{\frac{I_c}{y_{i,c}} + y_{p,c} \cdot A_c} \quad (3.18)$$

onde:

$M_{d,cf}$: Momento fletor na combinação frequente;

A_c : Área da seção composta da laje com a da longarina de extremidade;

I_c : Inércia da seção composta da laje com a longarina de extremidade;

$y_{i,c}$: Distância do CG da seção composta à fibra mais tracionada;

$y_{p,c}$: Distância entre o CG das armaduras protendidas e o CG da seção composta;

$f_{ctk,f}$: Resistência à tração do concreto na flexão, item 8.2.5 da ABNT NBR 6118/2014.

De modo análogo, a força de protensão necessária para atender ao ELS-D é dada:

$$P_{desc} = \frac{M_{d,cqp} \cdot A_c}{\frac{I_c}{y_{i,c}} + y_{p,c} \cdot A_c} \quad (3.19)$$

onde:

$M_{d,cqp}$: Momento fletor na combinação quase permanente;

A_c : Área da seção composta da laje com a da longarina de extremidade;

I_c : Inércia da seção composta da laje com a longarina de extremidade;

$y_{i,c}$: Distância do CG da seção composta à fibra mais tracionada;

$y_{p,c}$: Distância entre o CG das armaduras protendidas e o CG da seção composta.

3.6.2 Verificações das Tensões Normais

Após especificado o número de cordoalhas necessárias, verifica-se as tensões no ato da protensão para o Estado de Compressão Excessiva e Formação de Fissuras. No presente trabalho, tais verificações correspondem a restrições do projeto de otimização.

No ato da protensão, apenas o peso próprio atua na estrutura. Dito isso, verifica-se as tensões nas fibras superior (σ_s) e inferior (σ_i), de modo que:

$$\sigma_s = -M_{pp} \cdot \frac{y_s}{I} + N_p \cdot P_0 \cdot (1 - P_{imed}) \cdot \left(y_p \cdot \frac{y_s}{I} - \frac{1}{A} \right) \quad (3.20)$$

$$\sigma_i = M_{pp} \cdot \frac{y_i}{I} - N_p \cdot P_0 \cdot (1 - P_{imed}) \cdot \left(y_p \cdot \frac{y_i}{I} + \frac{1}{A} \right) \quad (3.21)$$

onde:

M_{pp} : Momento fletor devido ao peso próprio da viga;

y_s : Distância do CG da seção simples à fibra superior;

y_i : Distância do CG da seção simples à fibra inferior;

I : Inércia da seção simples da longarina;

N_p : Número de cordoalhas necessário;

P_0 : Força de protensão inicial igual a 140,0 kN (Φ 12,7mm CP-190);

P_{imed} : Perdas imediatas, calculadas como apresentado na seção anterior;

y_p : Distância entre o CG das armaduras protendidas e o CG da seção simples;

A : Área da seção simples da longarina.

As restrições consistem em garantir que a tensão máxima de compressão e máxima de tração (entre σ_s e σ_i), atendam:

$$\sigma_{max,c} \leq 0,7 \cdot f_{ckj} \quad (3.22)$$

$$\sigma_{max,t} \geq f_{ctkf,j} \quad (3.23)$$

em que f_{ckj} é a resistência à compressão característica no tempo j , definida no item 12.3.3-b da NBR 6118/2014:

$$f_{ckj} = f_{ck} \cdot e^{s(1-\sqrt{\frac{28}{t}})}$$

onde:

f_{ck} : Resistência característica do concreto;

s : Coeficiente que assume valor de 0.38 (CP III e CP IV), 0.25 (CP I e CP II) ou 0.20 (CPV-ARI);

t : Tempo, em dias.

A resistência à tração na fissuração $f_{ctkf,j}$, para seção tipo T na idade j , é calculada como:

$$f_{ctkf,j} = 1,2 \cdot (0,3 \cdot f_{ckj}^{2/3}) \quad (3.24)$$

Para o tempo infinito, verifica-se o ELS de Compressão Excessiva.

$$\sigma_{max,c} = -M_{d,cf} \cdot \frac{y_{s,c}}{I_c} + N_p \cdot P_{inf} \cdot (y_{p,c} \cdot \frac{y_{s,c}}{I_c} - \frac{1}{A_c}) \quad (3.25)$$

onde:

$M_{d,cf}$: Momento fletor na combinação frequente;

$y_{s,c}$: Distância do CG da seção composta à fibra mais comprimida;

I_c : Inércia da seção composta da laje com a longarina de extremidade;

N_p : Número de cordoalhas necessário;

P_{inf} : Força de protensão no tempo infinito para uma cordoalha;

$y_{p,c}$: Distância entre o CG das armaduras protendidas e o CG da seção composta;

A_c : Área da seção composta da laje com a da longarina de extremidade;

Neste caso, uma restrição é estabelecida:

$$\sigma_{max,c} \leq 0,5 \cdot f_{ck} \quad (3.26)$$

onde:

f_{ck} : Resistência característica do concreto.

3.6.3 Necessidade de Armadura Passiva Resistente a Flexão

O dimensionamento da armadura passiva na viga para resistir à flexão parte, inicialmente, da hipótese que apenas a armadura ativa é suficiente. Neste caso, o momento para a combinação de ELU deve ser inferior ao momento interno da seção, caso contrário será necessário a adição de armadura complementar.

Para que haja equilíbrio dos esforços internos, é necessário que a reação do concreto comprimido seja igual a reação do aço de protensão ($R_{cd} = R_{pd}$). O valor de R_{pd} é dado pelo produto entre a tensão no aço, conforme apresentado na Figura 41, e a área das cordoalhas. A tensão no aço, por sua vez, é função da deformação total ε_{pd} , determinada pela soma da deformação no estado de ruptura convencional (1 %) com o pré-alongamento ε_{pre} .

Este pré-alongamento consiste no alongamento que o aço de protensão experimenta na pista de protensão. O cálculo do pré-alongamento é dado pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{pre} = \frac{P_{inf}}{A_p \cdot E_p} \quad (3.27)$$

onde:

P_{inf} : Força de protensão no tempo infinito para uma cordoalha;

E_p : Módulo de elasticidade do aço de protensão;

A_p : Área de aço de protensão de uma cordoalha.

Em resumo, a reação devido ao aço de protensão é definida como:

$$R_{pd} = R_{cd} = N_p \cdot A_p \cdot f_{pyd} \quad (3.28)$$

onde:

f_{pyd} : Tensão de cálculo do aço de protensão.

Como dito anteriormente, é necessário que $R_{cd} = R_{pd}$. Partindo disto, a posição da linha neutra X_{LN} na seção da viga é calculada:

$$X_{LN} = \frac{R_{pd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b} \quad (3.29)$$

onde:

f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto;

b : Largura da seção considerada.

Assim, o momento resistente da seção de concreto M_{rd} é definido por:

$$M_{rd} = R_{pd} \cdot (d_p - 0,4 \cdot X_{LN}) \quad (3.30)$$

onde:

d_p : Distância entre a face superior da longarina composta com a laje e o centro da força de protensão.

Se $M_d \leq M_{rd}$, não há a necessidade de utilização de armadura passiva. Caso contrário, é necessário dimensionar a armadura passiva para que, somada à armadura ativa, ela resista aos momentos sollicitantes.

O dimensionamento da armadura passiva é realizado considerando que esta armadura entra no estado de ruptura convencional, ou seja, experimenta um alongamento de 1 %. Para simplificar este processo e considerando que o alongamento do aço passivo ε_s é conhecido, o valor da altura da linha neutra é encontrado de modo iterativo.

A partir de uma estimativa inicial de X_{LN} , calcula-se o alongamento do aço de protensão, a reação da protensão e a área de aço passivo necessário.

$$\varepsilon_{p1} = \varepsilon_s \cdot \frac{d_p - X_{LN}}{d_s - X_{LN}} \quad (3.31)$$

$$\varepsilon_{pd} = \varepsilon_{p1} + \varepsilon_{pre} \quad (3.32)$$

$$A_s = \frac{M_d - R_{pd} \cdot (d_p - 0,4 \cdot X_{LN})}{f_{yd} \cdot (d_s - 0,4 \cdot X_{LN})} \quad (3.33)$$

onde:

d_s : Distância entre a face superior da longarina composta com a laje e o centro das armaduras passivas.

Com a área de aço estimada, a posição da linha neutra é então atualizada.

$$R_{sd} = A_s \cdot f_{yd} \quad (3.34)$$

$$X_{LN} = \frac{R_{pd} + R_{sd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b} \quad (3.35)$$

$$M_{rd} = R_{pd} \cdot (d_p - 0,4 \cdot X_{LN}) + R_{sd} \cdot (d_s - 0,4 \cdot X_{LN}) \quad (3.36)$$

Caso a diferença entre M_d e M_{rd} respeite uma tolerância, o processo é encerrado. Como a seção da longarina composta com a laje possui uma geometria complexa, diferente de uma viga simplesmente retangular na qual largura não varia, estabelece-se diferentes equações para encontrar a posição do equilíbrio da linha para cada região da seção (quando a linha neutra situar-se na região da laje, na região da mesa da viga, na região da transição da mesa para a alma, etc.).

Além disso, a área de armadura passiva deve respeitar a um mínimo definido por norma:

$$A_{s,min} = \frac{0,15}{100} \cdot A \quad (3.37)$$

onde:

A: Área da seção simples da viga.

3.6.4 Dimensionamento da Armadura Resistente a Cortante e a Torção

A resistência da diagonal comprimida ao esforço cortante (V_{Rd2}), considerando o modelo I da ABNT NBR 6118/2014 do item 17.4.2.2 é:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (3.38)$$

onde:

V_{rd2} : Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

b_w : Largura da alma da longarina;

d : Altura útil da seção, distância entre a borda comprimida e o centro da armadura.

A resistência da diagonal comprimida à torção segundo o item 17.5.1.5 da NBR 6118/2014 considerando $\theta = 45^\circ$ é:

$$T_{Rd2} = 0,50 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot A_e \cdot h_e \quad (3.39)$$

onde:

T_{Rd2} : Resistência decorrente das diagonais comprimidas de concreto;

A_e : Área limitada pela linha média da parede da seção vazada, real ou equivalente, incluindo a parte vazada;

h_e : Espessura equivalente da parede da seção vazada, real ou equivalente, no ponto considerado.

Sendo que uma seção vazada equivalente com paredes de espessura (item 17.5.1.4.1) h_e deve obedecer a:

$$h_e \geq 2c_1 \quad (3.40)$$

$$h_e \leq \frac{A}{u} \quad (3.41)$$

onde:

c_1 : Distância entre o eixo da armadura longitudinal e a face lateral da peça;

A : Área da seção cheia de concreto;

u : Perímetro da seção cheia de concreto.

Neste caso é necessária uma verificação conjunta das solicitações cortantes e de torção prevista no item 17.7.2.2 da norma de projeto de estruturas de concreto.

$$\frac{V_{sd}}{V_{Rd2}} + \frac{T_{sd}}{T_{Rd2}} \leq 1 \quad (3.42)$$

onde:

V_{sd} : Força cortante de cálculo que age concomitantemente com T_{sd} na seção;

T_{sd} : Esforço de torção de cálculo que age concomitantemente com V_{sd} na seção.

Caso a seção atenda a essa combinação de solicitações cortantes e de torção, calcula-se a parcela resistida pelo concreto (V_c) a partir das equações:

$$M_0 = N_p \cdot P_{inf} \cdot 0,90 \cdot \left(y_{p,c} + \frac{I_c}{y_{i,c} \cdot A_c} \right) \quad (3.43)$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (3.44)$$

$$\beta_1 = 1 + \frac{M_0}{M_d} \quad (3.45)$$

$$V_c = \beta_1 \cdot V_{c0} \quad (3.46)$$

onde:

V_c : Força cortante resistente de cálculo resistida pelo concreto;

M_0 : Momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por M_d);

M_d : Momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise.

A parcela resistida pelos estribos V_{sw} é o esforço cortante de cálculo atuante menos o resistido pelo concreto V_c .

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \quad (3.47)$$

Portanto, a armadura necessária para resistir ao cisalhamento A_{sw} e à torção (A_{sl} para as armaduras longitudinais e A_{90} para as transversais):

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (3.48)$$

$$\frac{A_{sl}}{u_e} = \frac{A_{90}}{s} = \frac{T_{sd}}{2 \cdot A_e \cdot f_{yd}} \quad (3.49)$$

onde:

u_e : Perímetro da área A_e limitada pela linha média da parede da seção vazada, real ou equivalente.

Para verificação de fadiga, é necessário que a máxima variação de tensão nos estribos na combinação frequente não ultrapasse 85 MPa, item 23.5.5 da NBR 6118/2014. Nesta verificação a norma permite que se considere apenas metade a contribuição do concreto.

$$V_{sw1} = (V_g + \Psi_1 \cdot V_{q,max}) - 0,5 \cdot V_c \quad (3.50)$$

$$V_{sw2} = (V_g + \Psi_1 \cdot V_{q,min}) - 0,5 \cdot V_c \quad (3.51)$$

onde:

V_{sw1} : Máxima força atuante no estribo devido ao cisalhamento da combinação frequente;

V_{sw2} : Mínima força atuante no estribo devido ao cisalhamento da combinação frequente;

V_c : Parcela do cisalhamento resistida pelo concreto.

Portanto a tensão que atua no estribo é calculada pelas equações abaixo:

$$\sigma_{sw1} = \frac{V_{sw1}}{A_{sw}/s \cdot 0,9 \cdot d} \quad (3.52)$$

$$\sigma_{sw2} = \frac{V_{sw2}}{A_{sw}/s \cdot 0,9 \cdot d} \quad (3.53)$$

$$\Delta\sigma_{sw} = \sigma_{sw1} - \sigma_{sw2} \leq 85 \text{ MPa} \quad (3.54)$$

onde:

σ_{sw1} : Máxima tensão atuante no estribo devido a força cortante da combinação frequente;

σ_{sw2} : Mínima tensão atuante no estribo devido a força cortante da combinação frequente;

$\Delta\sigma_{sw}$: Variação de tensão no estribo durante a combinação frequente.

Se a tensão no estribo possuir uma variação maior que o limite de 85 MPa, a área do estribo deve ser aumentada de modo que a variação da tensão fique dentro do intervalo.

$$A_{sw,c} = A_{sw} \cdot \frac{\Delta\sigma_{sw}}{85} \quad (3.55)$$

onde:

$A_{sw,c}$: Área de estribos corrigida pela tensão limite de fadiga.

A mesma verificação precisa ser feita para os estribos resistentes a torção. Utiliza-se o maior valor em modulo do momento torçor obtido na combinação frequente.

$$\Delta\sigma_{sw90} = \frac{|T_{cf}|}{A_{90}/s \cdot 2 \cdot A_e} \quad (3.56)$$

onde:

$\Delta\sigma_{sw90}$: Variação de tensão na combinação frequente;

$|T_{cf}|$: Maior valor em modulo do momento torçor obtido na combinação frequente;

A_{90}/s : Densidade de armadura por metro de longarina;

A_e : área limitada pela linha média da parede da seção vazada, real ou equivalente.

Caso a variação da tensão na armadura seja maior que o limite de 85 MPa essa deve ser corrigida.

$$A_{90,c} = A_{90} \cdot \frac{\Delta\sigma_{sw90}}{85} \quad (3.57)$$

onde:

$A_{90,c}$: Área de estribos corrigida pela tensão limite de fadiga.

A NBR 6118/2014 estabelece, ainda, que estas armaduras de cisalhamento somadas com a de torção devem ser maiores que a mínima proposta no item 17.4.1.1. que é:

$$A_{sw,min} = 0,2 \cdot \left(\frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \right) \cdot b_w \quad (3.58)$$

3.7 Critérios de Dimensionamento da Laje

3.7.1 Dimensionamento da Armadura Resistente à Flexão

Para a obtenção dos esforços e, conseqüentemente, o dimensionamento da laje, adota-se a metodologia criada por RÜSCH (1965), o qual desenvolveu uma serie de tabelas práticas para o dimensionamento de lajes de pontes utilizando a teoria das placas, que leva em conta tanto o trabalho das cargas na direção transversal como na direção longitudinal do tabuleiro.

A tabela de RÜSCH (1965) utiliza o conceito de área de contato, em que esta área possui a forma de um quadrado. Portanto, para que se possa utilizar as tabelas de Rüsçh, é necessário o cálculo de um contato fictício t' , cuja área de contato seja a mesma do veículo tipo utilizado na ABNT NBR 7188/2013.

$$t' = \sqrt{0,2 \cdot b} \quad (3.59)$$

onde:

t' : Largura do contato fictício;

b : Largura da roda (para TB-450 igual a 50 cm).

A largura t utilizada como dado de entrada na tabela de Rüsç é calculada considerando um espraiamento de 45° até a superfície média da laje, calculado por:

$$t = t' + 2 \cdot \left(e_{pav} + \frac{H_{lj}}{2} \right) \tag{3.60}$$

onde:

t' : Largura do contato fictício;

e_{pav} : Espessura da capa do pavimento asfáltico;

H_{lj} : Espessura da laje de concreto.

De modo complementar, para extrair as informações necessárias nas tabelas de Rüsç deve-se determinar as relações l_x/a e t/a , em que l_x é o Vão transversal da laje (espaçamento entre longarinas) e a é a distância transversal entre as rodas do veículo, 2 m.

Neste trabalho, trata-se o tabuleiro a partir da sua divisão em regiões menores, delimitadas por longarinas vizinhas. Deste modo as lajes são simplificadas como engastadas no sentido do tráfego, com $l_y/l_x = \infty$ (ver Figura 55).

Figura 55 – Tabela de Rusch 27.

Nr. 27B		Gleichlast über die ganze Platte												$m = k \cdot g \cdot l_x^2$																				
		Fahrtrichtung												g oder p in kN/m ² ; l_x in m																				
		Für m_{fm} $k = 0,0417$																																
		Für m_{fm} $k = 0,0069$																																
		Für m_{xe} $k = -0,0833$																																
Brückenklasse 24 bis 60																																		
Raddruck des SLW von 1,0 kN																																		
Gleichlast um SLW von 1 kN/m ²																																		
l_x/a	m_{fm} in Plattenmitte				m_{fm} in Plattenmitte				$-m_{xe}$ in Randmitte				m_{fm}	m_{ym}	$-m_{xe}$																			
	t/a				t/a				t/a				für alle Werte t/a																					
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	k_1	k_2	k_3																			
	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1	κ_1																			
0,50	0,118	0,083	0,041	0,020	0,097	0,051	0,031	0,008	0,250	0,190	0,120	0,050	—	—	0,01	—	0,10																	
1,00	171	129	78	061	149	91	51	023	320	260	180	090	—	—	01	—	28																	
1,50	266	216	175	120	187	134	80	038	420	400	340	250	—	0,05	—	03	—	35																
2,00	332	290	250	195	215	168	096	064	58	56	51	400	—	10	—	05	0,03	35																
3,00	399	357	318	264	248	198	137	096	72	70	66	55	—	27	—	13	08	37																
4,00	452	415	370	330	287	239	179	141	85	84	80	78	0,30	53	0,05	24	20	80																
5,00	506	468	425	380	341	295	222	179	106	106	101	098	0,80	1,11	0,13	0,57	0,55	2,20																
6,00	561	522	480	435	400	357	308	255	121	121	118	114	1,25	1,79	21	83	1,00	4,25																
7,00	617	576	532	485	460	417	370	312	132	132	130	126	1,65	2,90	28	1,33	1,40	7,60																
8,00	674	631	587	540	510	467	423	363	141	141	140	136	2,00	4,50	33	2,03	2,00	11,80																
9,00	731	687	642	595	565	522	479	423	147	147	147	144	2,40	6,30	42	2,89	2,40	16,20																
10,00	789	743	697	650	620	577	534	479	152	152	152	150	2,75	8,40	48	3,82	3,00	21,60																
	0,94	0,91	0,87	0,82	0,71	0,67	0,63	0,58	1,54	1,54	1,54	1,53	3,12	10,35	0,56	4,85	3,50	126,30																
Brückenklasse 3 bis 16																																		
Hinterraddruck des LKW von 1,0 kN																																		
Gleichlast um LKW von 1 kN/m ²																																		
l_x/a	m_{fm} in Plattenmitte				m_{fm} in Plattenmitte				$-m_{xe}$ in Randmitte				m_{fm}	m_{ym}	$-m_{xe}$																			
	t/a				t/a				t/a				für alle Werte t/a																					
	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	0,125	0,250	0,50	1,0	k_1	k_2	k_3																			
	κ_2	κ_3	κ_2	κ_3	κ_2	κ_3	κ_2	κ_3	κ_2	κ_3	κ_2	κ_3	κ_3	κ_4	κ_3																			
0,50	0,118	—	0,083	—	0,041	—	0,020	—	0,097	—	0,051	—	0,031	—	0,080	—	0,250	—	0,190	—	0,120	—	0,050	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
1,00	171	—	129	—	078	—	061	—	148	004	090	006	046	010	023	—	285	—	250	—	175	—	090	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
1,50	200	0,012	150	0,014	106	0,018	080	0,010	176	017	123	019	074	021	042	0,008	358	0,020	341	0,015	258	0,010	228	0,005	—	—	—	—	—	—	—	—		
2,00	228	0,020	180	0,028	132	0,034	090	0,030	201	042	153	042	100	042	059	0,025	435	0,040	420	0,030	335	0,025	298	0,018	0,06	0,01	0,01	—	—	—	—	—		
2,50	252	0,042	205	0,044	158	0,046	105	0,055	224	062	177	062	121	059	077	0,042	492	0,112	472	0,088	390	0,084	345	0,079	12	05	02	0,01	23	07	—	—	—	—
3,00	279	0,067	232	0,065	185	0,065	125	0,087	246	088	200	080	146	075	096	0,060	53	0,261	52	0,250	438	0,239	380	0,220	24	15	05	04	40	40	—	—	—	—
4,00	0,325	0,104	0,280	0,104	0,232	0,101	0,164	0,149	0,286	0,114	0,240	0,114	0,189	0,106	0,132	0,098	0,59	0,418	0,58	0,410	0,520	0,393	0,450	0,378	0,50	0,50	0,09	0,16	0,60	1,50	—	—	—	—
5,00	367	142	325	141	278	140	201	201	322	147	270	147	228	138	167	134	63	51	63	51	58	486	51	471	89	1,09	17	34	0,63	2,88	—	—	—	—
6,00	407	180	353	175	319	175	237	237	355	180	309	180	264	171	200	166	67	57	67	57	62	55	58	54	1,32	2,05	25	68	1,00	5,15	—	—	—	—
7,00	440	211	400	206	354	206	270	270	383	209	340	208	295	202	228	195	69	61	69	61	66	60	62	59	1,84	3,33	36	1,20	1,60	8,60	—	—	—	—
8,00	466	242	430	235	385	235	300	300	406	234	365	235	321	231	254	223	71	64	71	64	69	64	67	63	2,40	5,05	47	1,92	2,05	13,00	—	—	—	—
9,00	486	269	454	262	410	262	326	326	424	269	384	259	342	257	278	247	73	67	73	67	72	66	70	66	3,00	7,30	60	2,78	2,60	18,20	—	—	—	—
10,00	0,496	0,286	0,469	0,287	0,427	0,288	0,348	0,348	0,434	0,280	0,398	0,280	0,355	0,281	0,296	0,267	0,73	0,68	0,73	0,68	0,73	0,68	0,72	0,68	3,66	10,15	1,05	3,86	3,07	23,00	—	—	—	—

Zusammenstellung der verwendeten Bezeichnungen, Formeln und Dimensionen siehe Abschnitt 13.3 bis 13.7

Momente errechnet aus Einflußflächen von Pucher [47]

Momentengrenzflächen siehe Abschnitt 14

Fonte: RÜSCH (1965).

Com base na tabela 27, os esforços são calculados da seguinte forma:

Momentos da carga permanente

$$M_{gx} = 0,0417 \cdot q_g \cdot l_x^2 \quad (3.61)$$

$$M_{gy} = 0,0069 \cdot q_g \cdot l_x^2 \quad (3.62)$$

$$M_{ge} = 0,0833 \cdot q_g \cdot l_x^2 \quad (3.63)$$

onde:

M_{gx} : Momento fletor positivo na direção X (transversal) devido cargas permanentes;

M_{gy} : Momento fletor positivo na direção Y (longitudinal) devido cargas permanentes;

M_{ge} : Momento fletor negativo na direção X (engaste) devido cargas permanentes;

q_g : Carga permanente, em kN/m²;

l_x : Vão transversal da laje (espaçamento entre longarinas).

Momentos da carga móvel

$$M_{qx} = CIV \cdot [P \cdot m_{xm} + q \cdot (m_{px} + m_{p'x})] \quad (3.64)$$

$$M_{qy} = CIV \cdot [P \cdot m_{ym} + q \cdot (m_{py} + m_{p'y})] \quad (3.65)$$

$$M_{qe} = CIV \cdot [P \cdot m_{em} + q \cdot (m_{pe} + m_{p'e})] \quad (3.66)$$

onde:

M_{qx} : Momento fletor positivo na direção X (transversal) devido cargas móveis;

M_{qy} : Momento fletor positivo na direção Y (longitudinal) devido cargas móveis;

M_{qe} : Momento fletor negativo na direção X (engaste) devido cargas móveis;

CIV : Coeficiente de impacto vertical;

P : Carga concentrada da roda do veículo tipo 75 kN;

q : Carga móvel distribuída na mesma faixa de rolagem 5 kN/m²;

$m_{xm}, m_{ym}, m_{em}, m_{px}, m_{py}, m_{pe}, m_{p'x}, m_{p'y}, m_{p'e}$: Coeficientes calculados de acordo

com a tabela de Rüsçh.

Determinados os esforços de cálculo, o dimensionamento da laje é realizado utilizando a teoria clássica de viga submetida a flexão simples assumindo uma largura unitária.

$$M_d = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (3.67)$$

$$A_s = \frac{M_d}{(d - 0,4 \cdot x) \cdot f_{yd}} \quad (3.68)$$

onde:

- x : Profundidade da linha neutra;
 d : Distância da borda comprimida até o CG da armadura;
 f_{cd} : Resistência de projeto do concreto;
 f_{yd} : Resistência de projeto do aço;
 A_s : Área de aço (para a largura unitária).

Por fim, uma verificação de fadiga deve ser realizada. A NBR 6118/2014 no item 23.5.5 estabelece um limite de variação de tensão durante a combinação frequente de 190 MPa para armaduras longitudinais, retas, resistentes a flexão e com diâmetro menor que 16 mm.

$$\sigma_{l1} = \frac{M_{cf1}}{A_s \cdot (d - 0,4 \cdot x)} \quad (3.69)$$

$$\sigma_{l2} = \frac{M_{cf2}}{A_s \cdot (d - 0,4 \cdot x)} \quad (3.70)$$

$$\Delta\sigma_l = \sigma_{l1} - \sigma_{l2} \leq 190 \text{ MPa} \quad (3.71)$$

onde:

σ_{l1} : Máxima tensão atuante na armadura longitudinal devido ao momento fletor da combinação frequente;

σ_{l2} : Mínima tensão atuante na armadura longitudinal devido ao momento fletor da combinação frequente;

M_{cf1} : Momento fletor máximo atuante na combinação frequente;

M_{cf2} : Momento fletor mínimo atuante na combinação frequente;

$\Delta\sigma_l$: Variação de tensão na armadura longitudinal devido ao momento fletor da combinação frequente.

3.7.2 Dimensionamento da Armadura Resistente à Força Cortante

O cisalhamento máximo na laje ocorre quando o veículo tipo tem o eixo de sua roda posicionada a uma distância x_1 do eixo da viga longarina, tal que o limite da projeção da aplicação da carga faceie o limite do apoio da laje, ou seja, o fim da mesa da viga longarina.

$$x_1 = \frac{B_f + t_x}{2} \quad (3.72)$$

onde:

B_f : Largura da mesa da longarina;

t_x : Projeção do espriamento da carga da roda no plano médio da laje (Direção X).

Assim sendo, é necessário determinar as dimensões t_x e t_y da área de aplicação da carga da roda no plano médio da laje.

$$t_x = 50 + 2 \cdot \left(e_{pav} + \frac{H_{lj}}{2} \right) \quad (3.73)$$

$$t_y = 20 + 2 \cdot \left(e_{pav} + \frac{H_{lj}}{2} \right) \quad (3.74)$$

onde:

t_x e t_y : Projeção do espriamento da carga no plano médio da laje;

e_{pav} : Espessura da capa do pavimento asfáltico;

H_{lj} : Espessura da laje de concreto.

A largura útil para força cortante b_m de lajes bi-engastadas, é expressa pela equação:

$$b_m = t_y + 0,3 \cdot x_1 \quad (3.75)$$

A força cortante V_{qk} que deve ser resistida pela laje de largura b_m devido ao carregamento variável é:

$$V_a = P \cdot \left(\frac{l_x - x_1}{l_x} \right) \quad (3.76)$$

$$V_{qk} = \frac{V_a \cdot CIV}{b_m} \quad (3.77)$$

onde:

V_a : Esforço cortante provocado pela carga concentrada de uma roda;

P : Carga concentrada da roda do veículo tipo 75 kN;

l_x : Vão da laje ou espaçamento entre longarinas;

V_{qk} : Esforço cortante característico devido as cargas móveis.

Aliado a isso, o esforço cortante V_{gk} oriundo do carregamento permanente devido ao peso próprio da laje e a pavimentação é:

$$V_{gk} = (H_{lj} \cdot \gamma_{conc} + e_{pav} \cdot \gamma_{rev}) \cdot \frac{l_x}{2} \quad (3.78)$$

onde:

V_{gk} : Esforço cortante provocado pelos carregamentos permanentes;

γ_{conc} : Peso específico do concreto armado (25 kN/m³);

γ_{rev} : Peso específico da pavimentação (24 kN/m³).

Com a determinação de V_d (combinação de ELU), a solicitação de cálculo deve ser comparada com a capacidade resistente de cálculo da laje V_{Rd1} (item 19.4.1 da ABNT

NBR 6118/2014). Caso $V_d \leq V_{Rd1}$ não é necessária a introdução de armadura resistente ao cisalhamento na laje.

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_i) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot d \quad (3.79)$$

onde:

$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$: Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d}$, não maior que |0,02|;

σ_{cp} : Tensão de compressão devido a protensão ou carregamento;

$k = |1,6 - d|$: Coeficiente não menor que |1|;

A_{s1} : Área de armadura de tração.

3.8 Verificação do Custo

Este estudo tem por objetivo apresentar uma metodologia para obtenção de solução ótima da superestrutura de pontes rodoviárias com múltiplas vigas isostáticas de seção transversal tipo I, em concreto protendido pré-tracionado com cabos retos, tendo em conta os custos dos materiais, da fabricação e da instalação. O custo total do tabuleiro C_T é determinado pela soma de todas as quantidades individuais multiplicadas pelos seus respectivos custos apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros da função de custo.

Variável	Unidade	Custo	Fonte
$C_{c,l,g}$	R\$/m ³	351,88 ~ 544,39	SEINFRA (2016) + 12,68%
$C_{a,l,f,l,g}$	R\$/kg	8,59	SEINFRA (2016) + 12,68%
$C_{a,lt,l,g}$	R\$/kg	8,59	SEINFRA (2016) + 12,68%
$C_{a,vtc,l,g}$	R\$/kg	8,59	SEINFRA (2016) + 12,68%
$C_{p,l,g}$	R\$/kg	16,73	SEINFRA (2016) + 12,68%
$C_{i,l,g}$	R\$/un	2249,54	DNIT (2018) + 2,81%
$C_{t,l,g}$	R\$/tkm	0,47	DNIT (2018) + 2,81%
$C_{c,l,j}$	R\$/m ³	351,88 ~ 544,39	SEINFRA (2016) + 12,68%
$C_{a,l,j}$	R\$/kg	8,59	SEINFRA (2016) + 12,68%

Fonte: Elaborado pelo autor.

onde:

$C_{c,l,g}$: Custo do concreto usinado bombeado, inclusive lançamento e adensamento – longarina;

$C_{a,l,f,l,g}$: Custo da armação, aço CA-50, inclusive corte, perda de 15%, dobra e colocação – armadura longitudinal resistente a flexão da longarina;

$C_{a,lt,lg}$: Custo da armação, aço CA-50, inclusive corte, perda de 15%, dobra e colocação – armadura longitudinal resistente a torção da longarina;

$C_{a,vtc,lg}$: Custo da armação, aço CA-50, inclusive corte, perda de 15%, dobra e colocação – armadura transversal resistente a força cortante e a torção da longarina;

$C_{p,lg}$: Custo da armadura de protensão, aço CP-190 RB, inclusive corte, colocação e protensão – longarina;

$C_{i,lg}$: Custo do içamento por longarina;

$C_{t,lg}$: Custo do transporte por longarina;

$C_{c,lj}$: Custo do concreto usinado bombeado, inclusive lançamento e adensamento – laje;

$C_{a,lj}$: Custo da armação, aço CA-50, inclusive corte, perda de 15%, dobra e colocação – armadura longitudinal resistente a flexão e cisalhamento da laje.

A determinação do custo do concreto usinado bombeado, inclusive lançamento e adensamento, parte da Tabela de Custos e Insumos da SEINFRA (Versão 024) (SEINFRA, 2016). Neste caso, adota-se a composição *C4135 - Lançamento de concreto em pré-moldado* e aquelas referentes aos concretos usinados para diferentes valores de f_{ck} , conforme a Tabela 9. Os valores de $C_{c,lg}$ e $C_{c,lj}$ são definidos, portanto, como a soma do custo de lançamento e adensamento (R\$ 28,73 / m³) com o custo de produção do concreto usinado.

Para que todos os preços unitários utilizados no cálculo do custo total tenham a mesma data-base, os valores apresentados são corrigidos pelo INCC (Índice Nacional de Custo da Construção), que para o período de Março/2016 a Agosto/2018 é de 12,68%.

Tabela 9 – Custo do concreto.

Classe	Composição	Mar/2016 (R\$/m ³)	Total em Mar/2016 (R\$/m ³)	Total em Ago/2018 (R\$/m ³)
C30	C0851	283,56	312,29	351,88
C35	C0852	295,46	324,19	365,29
C40	C0853	324,70	353,43	398,23
C45	C0854	379,14	407,87	459,57
C50	C4169	454,41	483,14	544,39

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os custos com CA-50 ($C_{a,lf,lg}$, $C_{a,lt,lg}$, $C_{a,vtc,lg}$ e $C_{a,lj}$) são estabelecidos segundo a composição *C0215 - Armadura CA-50A*, cujo valor após correção passa de R\$ 7,62 / kg para R\$ 8,59 / kg.

O custo com armadura de protensão $C_{p,lg}$ é definido segundo a composição *C3985 - Armadura de cordoalha CP-190RB*, cujo valor em Março/2016 era R\$ 14,85 / kg e após correção

passa a R\$ 16,73 / kg.

Alguns serviços muito específicos, como içamento e transporte das longarinas não constam em tabelas de orçamentos convencionais. Portanto, este custo foi obtido a partir do Manual de Custos do DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES - DNIT (2018). Para o içamento adota-se a composição 3806420 - *Lançamento de viga pré-moldada de até 500 kN com utilização de guindaste* para o estado do Ceará, que em Janeiro/2018 correspondia a R\$ 2.188,04 / un e passa a R\$ 2249,54 / un em Agosto/2018 (+ 2,81%).

No caso do transporte, usa-se a composição 5914479 - *Transporte com caminhão carroceria de 15 t - rodovia pavimentada* também definida pelo DNIT, que em Janeiro/2018 correspondia a R\$ 0,46 / tkm e mantém aproximadamente o mesmo valor em Agosto/2018 depois da correção pelo INCC (R\$ 0,47 / tkm).

Diante disso, a função de custo adotada neste trabalho é dada pela Equação 3.80. Esta função de custo limita-se em avaliar os custos diretos da construção apenas do tabuleiro, não considerando os demais fatores como o custo da meso e infraestrutura.

$$\begin{aligned}
 C_a &= (C_{a,lf,lg} \cdot V_{a,lf,lg} + C_{a,lt,lg} \cdot V_{a,lt,lg} + C_{a,vtc,lg} \cdot V_{a,vtc,lg} + C_{p,lg} \cdot V_{p,lg} + C_{a,lj} \cdot V_{a,lj}) \cdot \gamma_s \\
 C_c &= C_{c,lg} \cdot V_{c,lg} + C_{c,lj} \cdot V_{c,lj} \\
 C_T &= C_a + C_c + C_{i,lg} \cdot N_{lg} + C_{t,lg} \cdot V_{t,lg} \cdot \gamma_s \cdot D_{trans}
 \end{aligned} \tag{3.80}$$

A primeira parcela (C_a) descreve o custo das armaduras, de protensão e suplementares, sendo $V_{a,lf,lg}$, $V_{a,lt,lg}$, $V_{a,vtc,lg}$, $V_{p,lg}$ e $V_{a,lj}$ os volumes de aço e γ_s sua respectiva massa específica. A segunda parcela (C_c) representa o custo do concreto para toda a superestrutura da ponte, uma vez que leva em conta o comprimento total da obra, sendo $V_{c,lg}$ e $V_{c,lj}$ os volumes de concreto. A terceira e quarta parcelas representam o custo adicional com o içamento e transporte, onde D_{trans} é a distância transportada. Os valores dos volumes e áreas apresentados anteriormente são obtidos por intermédio das Equações 3.81 a 3.87.

$$V_{a,lf,lg} = N_{lg} \cdot A_{s,lf} \cdot L_{a,lf,lg} \tag{3.81}$$

onde N_{lg} é o número de vigas, $A_{s,lf}$ é a área de armadura longitudinal resistente a flexão (m^2) e $L_{a,lf,lg}$ é o comprimento da armadura longitudinal resistente a flexão (m).

$$V_{a,lt,lg} = N_{lg} \cdot A_{s,lt} \cdot L_{a,lt,lg} \tag{3.82}$$

onde $A_{s,lt}$ é a área de armadura longitudinal resistente a torção (m^2) e $L_{a,lf,lg}$ é o comprimento da armadura longitudinal resistente a torção (m).

$$V_{a,vtc,lg} = N_{lg} \cdot L_{estribo} \cdot N_{estribo} \cdot A_{s,estribo} \quad (3.83)$$

onde $L_{estribo}$ é o comprimento do estribo (m), $N_{estribo}$ é o número de estribos em toda extensão da longarina, $A_{s,estribo}$ é a área em metros quadrados de uma barra de estribo.

$$V_{p,lg} = N_{lg} \cdot A_{s,p} \cdot L_{p,lg} \quad (3.84)$$

onde $A_{s,p}$ é a área de armadura de protensão (m^2) e $L_{p,lg}$ é o comprimento da armadura de protensão (m).

$$V_{a,lj} = (A_{s,lj,x} + A_{s,lj,y}) \cdot (L_{lj,y} - c) \cdot (L_{lj,x} - c) \quad (3.85)$$

onde $A_{s,lj,x}$ e $A_{s,lj,y}$ são as taxas de aço nas direções X e Y do tabuleiro, $L_{lj,y}$ e $L_{lj,x}$ são as dimensões do tabuleiro em metros e c os cobrimentos (m).

$$V_{c,lg} = N_{lg} \cdot A_{c,lg} \cdot L_{lg} \quad (3.86)$$

onde $A_{c,lg}$ é a área da seção transversal da longarina (m^2) e L_{lg} é o comprimento da longarina (m).

$$V_{c,lj} = e_{lj} \cdot L_{lj,y} \cdot L_{lj,x} \quad (3.87)$$

onde e_{lj} é a espessura da laje em metros.

A parcela referente ao custo das formas da longarina não entrou no cálculo, visto que se trata de vigas pré-moldadas concretadas na própria fábrica com uso de formas de concreto já existentes e padronizadas para os diferentes tipos de vigas, e que podem ser utilizadas indefinidas vezes.

O custo da forma para confecção das pré-lajes não é avaliado nesta função, uma vez que a comparação de custos é feita entre viadutos de mesmo vão longitudinal e mesma largura transversal. Portanto, este é o mesmo para todas as soluções, podendo ser desconsiderado.

4 RESULTADOS

O presente trabalho apresenta uma metodologia moderna para o desenvolvimento de uma seção ótima para as vigas pré-moldadas perfil I. Conforme o pré-dimensionamento e análise computacional, avalia-se os limites de utilização das vigas para cada vão especificado, determinando inclusive as melhores soluções com base em uma análise de custos. Tais resultados são ilustrados em forma de gráficos, tabelas e discutidos conforme as recomendações para projeto de pontes.

Para ilustrar tal metodologia, apresenta-se o caso particular do vão de 20 m, intermediário ao intervalo proposto de 15 m a 30 m. Inclusive, são explorados os resultados para os demais vãos, com uma análise criteriosa acerca do comportamento global do modelo e da escolha do projeto ótimo.

A princípio, são apresentados os parâmetros de entrada do programa BIOS, responsável pela processo de otimização, conforme se observa a seguir. O BIOS trabalha com dois arquivos de entrada. O primeiro deles refere-se ao arquivo de extensão .opt, o qual lida com parâmetros relacionados ao algoritmo de otimização propriamente dito.

```
1 OPTIMIZATION.ALGORITHM
2 StdGA
3 StdPSO
4 StdAIS
5 StdABC
6 INDIVIDUAL.TYPE
7 IntegerVector
8 OPTIMIZATION.NUMBER
9 5
10 MAXIMUM.GENERATIONS
11 100
12 POPULATION.SIZE
13 50
14 CONSTRAINT.TOLERANCE
15 1.0e-3
16 PROBLEM.TYPE
```

```

17 Ponte
18 PENALTY.METHOD
19 Static
20 Adaptive
21 Deb2000
22 SELECTION.METHOD
23 Ranking
24 FitnessProportional
25 Tourney
26 CROSSOVER.METHOD
27 LinearCombination
28 Classical
29 PENALTY.CONSTANT.FACTOR
30 1.0e6
31 CROSSOVER.RATE
32 0.80
33 MUTATION.PROBABILITY
34 0.05
35 END

```

OPTIMIZATION.ALGORITHM: Determina o algoritmo de otimização. O BIOS trabalha com quatro diferentes modalidades, sendo o Algoritmo Genético (StdGA) adotado neste estudo.

INDIVIDUAL.TYPE: Especifica o tipo de indivíduo. Neste caso, uma vez que as variáveis são definidas a partir de uma lista de valores predefinidos, o algoritmo associará computacionalmente cada solução possível a um vetor de números inteiros.

OPTIMIZATION.NUMBER: Determina o número de otimizações executadas, onde cada otimização contempla n gerações.

MAXIMUM.GENERATIONS: Determina o número de gerações. Uma geração representa um ciclo completo do algoritmo.

POPULATION.SIZE: Determina o tamanho da população, ou seja, o número de soluções possíveis que serão avaliadas ao longo de uma geração.

CONSTRAINT.TOLERANCE: Representa a tolerância a partir da qual uma restrição passa a ser considerada violada.

PROBLEM.TYPE: Especifica o problema a ser otimizado. Tal descrição é importante para que o algoritmo reconheça qual processo será executado.

PENALTY.METHOD: Especifica o método de penalização adotado, ou seja, como o algoritmo trata as soluções com restrições violadas.

SELECTION.METHOD: Especifica o método de seleção adotado.

CROSSOVER.METHOD: Especifica o método de cruzamento entre indivíduos selecionados.

PENALTY.CONSTANT.FACTOR: Fator constante de penalização, adotado quando o método é do tipo estático (*Static*).

CROSSOVER.RATE: Taxa de cruzamento. Este parâmetro define qual percentual da população deverá ser substituído ao final de uma geração.

MUTATION.PROBABILITY: Percentual de indivíduos que sofrerão mutação ao final de uma geração.

O segundo arquivo necessário a execução do processo contém as informações particulares do problema. Tal arquivo, de extensão *.pnt*, é representado abaixo.

```

1 BEAM.SECTION
2 0.4 0.12 0.12 0.08 0.08 19
3 BRIDGE.SECTION
4 20 13 100
5 CONCRETE
6 5
7 30.0 35.0 40.0 45.0 50.0
8 351.88 365.29 398.23 459.57 544.39
9 BF.VALUES
10 10
11 0.40 0.45 0.50 0.55 0.60 0.65 0.70 0.75 0.80 0.90
12 BW.VALUES
13 10
14 0.12 0.13 0.14 0.15 0.16 0.17 0.18 0.19 0.20 0.21
15 H.VALUES

```

```

16 10
17 0.55 0.60 0.65 0.70 0.75 0.80 0.85 0.90 0.95 1.00
18 NL.VALUES
19 30
20 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
21 25 26 27 28 29 30 31 32
22 COST
23 8.59 8.59 8.59 16.73 0.47 2249.54 8.59
24 END

```

BEAM.SECTION: Especifica os parâmetros adotados como constantes na viga, nessa ordem: largura da base (m), altura da mesa (m), altura da base (m), altura da mísula superior (m), altura da mísula inferior (m) e número máximo de cordoalhas.

BRIDGE.SECTION: Especifica o vão da ponte (m), a largura da ponte (m) e a distância de transporte (km).

CONCRETE: Inicialmente, deve-se entrar com a quantidade de valores que f_{ck} pode assumir. Em seguida, determina-se os possíveis valores de resistência (MPa) e o respectivo custo (R\$/m³).

BF.VALUES: Quantidade e lista de valores para a largura da mesa (m).

BW.VALUES: Quantidade e lista de valores para a largura da alma (m).

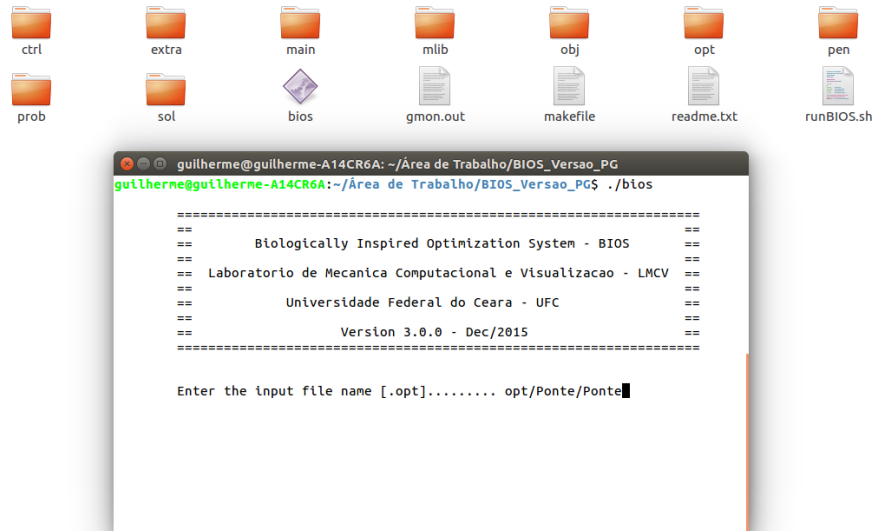
NL.VALUES: Quantidade e lista de valores para o número de longarinas.

COST: Especifica o custo do aço para armadura longitudinal de flexão (R\$/kg), aço para armadura longitudinal de torção (R\$/kg), aço para armadura transversal de cortante e torção (R\$/kg), aço para armadura de protensão (R\$/kg), transporte (R\$ / ton . km), içamento (R\$ / un) e aço para armadura de flexão e cortante da laje (R\$/kg).

Com base nestes arquivos de entrada o programa calcula as possíveis soluções e seleciona a melhor dentre todas. Para iniciar o processo, adotando o sistema operacional Ubuntu 16.04, deve-se executar o terminal e passar o endereço da pasta do programa BIOS. Após isso, executa-se a linha de comando `./bios`, conforme a Figura 56.

Com o surgimento da tela de apresentação do programa, insere-se o caminho relativo do arquivo de extensão `.opt` (`opt/Ponte/Ponte`). Automaticamente, é selecionado o arquivo de extensão `.pnt`, iniciando-se o processo.

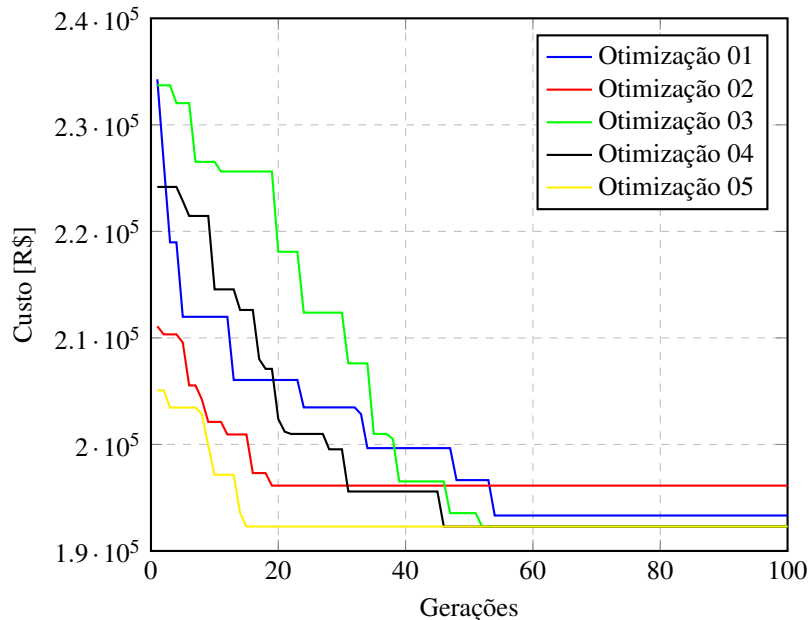
Figura 56 – Execução do processo de otimização - BIOS.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Concluído o processo, o programa retorna um arquivo de extensão .out, o qual apresenta os detalhes do projeto ótimo. Dentre estas informações, para o caso particular tratado, pode-se verificar a convergência para cada otimização. Tais dados são necessários para avaliar se de fato o algoritmo se comporta como esperado.

Figura 57 – Convergência ao longo das gerações - BIOS.



Fonte: Elaborado pelo autor.

As propriedades do projeto ótimo são ilustradas na Figura 58. Como pode se observar, a configuração ótima resultou em variáveis com valores de $f_{ck} = 35$ MPa, $B_f = 0,40$ m, $H_l = 0,90$ m, $B_w = 0,12$ m e $N_l = 8$ un. Nota-se que o inter-eixo obtido é próximo ao que se aplica aos

projetos de pontes (2,0 ~ 2,5 m).

Figura 58 – Propriedades do projeto ótimo.

PROPRIEDADES DO AÇO					
Ep (MPa)	fptk (MPa)	fpyk (MPa)	Es (MPa)	fy (MPa)	fy60 (MPa)
200000	1900	1710	210000	500	600
PROPRIEDADES DO CONCRETO					
fck (MPa)	fckj (MPa)	fctn (MPa)	fctknj (MPa)	Ecs (MPa)	Gc (MPa)
35.00	29.58	3.21	2.87	29403	12251
PROPRIEDADES DA LONGARINA					
H (m)	bw (m)	bf (m)	ycg (m)	I (m4)	A (m2)
0.90	0.120	0.400	0.450	0.0197	0.198
PROPRIEDADES DA PONTE					
Vão (m)	Alt laje (m)	Largura (m)	Num Longarinas	Intereixo (m)	
20.00	0.15	13.00	8	1.80	

Fonte: Elaborado pelo autor.

O algoritmo desenvolvido retorna, inclusive, as verificações de instabilidade lateral segundo a ABNT NBR 9062/2017 e ABNT NBR 6118/2014.

Figura 59 – Instabilidade lateral do projeto ótimo.

INSTABILIDADE LATERAL			
ABNT NBR 9062 / 2017 e ABNT NBR 6118 / 2014			
Norma	Critério	Limite	Valor calculado
9062/6118	L/bf	< 50	50.00
9062	L*H/bf^2	< 500	112.50
6118	bf/H	> 0.4	0.44

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 60, apresentam-se as propriedades para o cálculo das constantes K_v e K_t (Método de Fauchart), com referência às longarinas de extremidade e intermediárias.

Figura 60 – Parâmetros de Fauchart para o projeto ótimo.

MÉTODO DE FAUCHART					
Longarina de extremidade - Seção Composta					
Cont Laje (m)	ycg (m)	I (m4)	It (m4)	Kv (kN/m)	Kt (kNm/rad)
1.10	0.361	0.045	0.002	801.1	543.8
Longarina intermediária - Seção Composta					
Cont Laje (m)	ycg (m)	I (m4)	It (m4)	Kv (kN/m)	Kt (kNm/rad)
1.80	0.297	0.052	0.003	923.9	781.9

Fonte: Elaborado pelo autor.

O modelo de cálculo, por exigência do Método da Rigidez Direta, deve ser discretizado em elementos finitos. Como apresentado anteriormente, a viga de largura unitária apresenta duas seções transversais distintas (sobre as longarinas e fora destas). Na Figura 61 e 62 são apresentados os nós e barras do modelo, com suas respectivas identificações, coordenadas e tipo.

Figura 61 – Nós do modelo de viga.

MÉTODO DA RIGIDEZ DIRETA	
Definição dos nós	
ID	Coordenada X (m)
1	0.00
2	0.20
3	0.40
4	1.80
5	2.00
6	2.20
7	3.60
8	3.80
9	4.00
10	5.40
11	5.60
12	5.80
13	7.20
14	7.40
15	7.60
16	9.00
17	9.20
18	9.40
19	10.80
20	11.00
21	11.20
22	12.60
23	12.80
24	13.00

Fonte: Elaborado pelo autor.

As seções tipo 1 são aquelas de largura unitária cuja espessura é dada pela soma da altura laje (H_{lj}) com a altura da mesa das longarinas (H_f). Por outro lado, as seções tipo 2 consideram apenas a altura da laje (H_{lj}) para o cálculo das suas propriedades.

Figura 62 – Barras do modelo de viga.

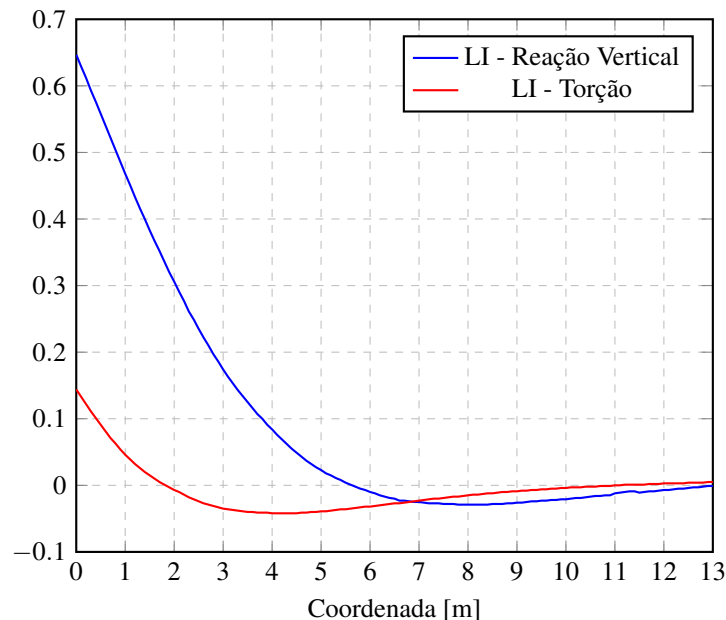
Definição das barras				
ID	No 1	No 2	Comprimento (m)	Tipo
1	1	2	0.20	1
2	2	3	0.20	1
3	3	4	1.40	2
4	4	5	0.20	1
5	5	6	0.20	1
6	6	7	1.40	2
7	7	8	0.20	1
8	8	9	0.20	1
9	9	10	1.40	2
10	10	11	0.20	1
11	11	12	0.20	1
12	12	13	1.40	2
13	13	14	0.20	1
14	14	15	0.20	1
15	15	16	1.40	2
16	16	17	0.20	1
17	17	18	0.20	1
18	18	19	1.40	2
19	19	20	0.20	1
20	20	21	0.20	1
21	21	22	1.40	2
22	22	23	0.20	1
23	23	24	0.20	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma vez definida a Matriz de Rigidez Global, as linhas de influência podem ser calculadas a partir das reações no apoio correspondente a longarina de extremidade, quando uma força de valor unitário é aplicada em diferentes posições. Em outras palavras, se desejamos obter a linha de influência para a carga vertical que atua na longarina, por exemplo, devemos calcular o deslocamento vertical no apoio flexível provocado por uma força unitária que atua em uma coordenada X da viga, e multiplicar tal valor pela constante elástica deste apoio.

Dito isso, apresentam-se a seguir as linhas de influência para o projeto ótimo. Repare que a medida que a carga unitária distancia-se do apoio, os valores das reações tendem a reduzir-se. Além disso, uma vez que a estrutura é hiperestática, a forma das linhas de influência assume um comportamento não-linear.

Figura 63 – Linhas de influência - Viga de Extremidade.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para determinar a parcela de carga permanente que é resistida pela longarina, deve-se proceder de acordo com as seguintes recomendações:

Cargas distribuídas: Multiplicar o valor da carga distribuída (kN/m^2) pela respectiva área do gráfico da linha de influência, dentro dos limites que as cargas atuam.

Cargas concentradas: Multiplicar o valor da carga linear (kN/m) pelo respectivo valor no gráfico da linha de influência, considerando a sua coordenada.

Neste trabalho, assume-se:

Guarda-rodas: Largura da base de 40,0 cm e carregamento equivalente a 6,0 kN/m . Aplicado nas duas bordas longitudinais da ponte, cujo centro de aplicação do carregamento

coincide com as coordenadas $X = 0,20$ m e $X = 12,8$ m da seção transversal da ponte.

Revestimento: Espessura de 7 cm e carregamento equivalente a $24,0 \cdot 0,07 = 1,68$ kN/m². É aplicado ao longo de todo o comprimento longitudinal e limitado transversalmente pelas coordenadas $X = 0,40$ m e $X = 12,60$ m.

Assim, apresentam-se os valores correspondentes aos carregamentos atuantes na longarina de referência (ver Figura 64).

Figura 64 – Cargas permanentes atuantes.

RESULTADOS - CARGA PERMANENTE		
Peso Próprio da Longarina	(kN/m)	4.94
Peso Próprio da Laje	(kN/m)	4.12
Peso Próprio dos Guarda-rodas	(kN/m)	3.65
Peso Próprio dos Guarda-rodas (Torção)	(kNm/m)	0.76
Peso Próprio da Pavimentação	(kN/m)	1.76
Peso Próprio da Pavimentação (Torção)	(kNm/m)	-0.22

Fonte: Elaborado pelo autor.

No caso das cargas móveis, tanto as cargas de multidão como o veículo padrão (TB-450) apresentados na Seção 2.4.2 são dispostos transversalmente, escolhendo-se convenientemente a posição destas de modo que os esforços sejam máximos. A Figura 65 apresenta os resultados obtidos a partir do algoritmo.

Figura 65 – Cargas móveis atuantes.

RESULTADOS - CARGA MÓVEL		
Força Concentrada Máxima	(kN/m)	58.21
Força Concentrada Máxima (Torção)	(kNm/m)	3.75
Força Concentrada Mínima	(kN/m)	-3.86
Força Concentrada Mínima (Torção)	(kNm/m)	-5.61
Carga Distribuída Máxima	(kN/m)	7.66
Carga Distribuída Máxima (Torção)	(kNm/m)	0.48
Carga Distribuída Mínima	(kN/m)	-0.85
Carga Distribuída Mínima (Torção)	(kNm/m)	-1.34

Fonte: Elaborado pelo autor.

Aplicando-se as relações clássicas da Mecânica para o cálculo de momento fletor, cortante e torção, bem como os conceitos de linhas de influência para vigas bi-apoiadas, têm-se os seguintes resultados:

Figura 66 – Esforços característicos atuantes.

ESFORÇOS CARACTERÍSTICOS									
Vg	Tg	Mg	Vq +	Tq +	Mq +	Vq -	Tq -	Mq -	
(kN)	(kNm)	(kNm)	(kN)	(kNm)	(kNm)	(kN)	(kNm)	(kNm)	
144.75	2.01	723.73	238.13	12.92	1168.82	-19.20	-23.87	-94.53	

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir de combinações de cálculo, seguindo as formulações apresentadas na Seção 2.4.3, e com base nas recomendações de dimensionamento apresentadas anteriormente, apresentam-se os resultados para a longarina de referência, conforme a Figura 67.

Figura 67 – Armaduras de flexão, cortante e torção.

RESULTADOS - ARMADURA LONGITUDINAL						
XLN (m)	ep	es	fpyd (MPa)	fyd (MPa)	As (cm ²)	Ap (cm ²)
0.162	1.47	1.00	1530.30	434.78	20.27	14.00
Perdas imed.	Perdas dif.	Asmin (cm ²)	yp (cm)	ys (cm)		
9.40	15.27	2.96	10.00	4.00		
RESULTADOS - ARMADURA DE CISCALHAMENTO E TORÇÃO						
Vrd2 (kN)	Trd2 (kN)	Vd/Vrd2 + Td/Trd2	Asw (cm ²)	As90 (cm ²)	Asl (cm ²)	
703.57	111.28	0.98	16.65	3.81	3.81	

Fonte: Elaborado pelo autor.

onde:

XLN: Posição da linha neutra (m);

ep: Alongamento do aço de protensão na condição de ELU (%);

es: Alongamento do aço CA-50 na condição de ELU (%);

fpyd: Tensão de cálculo para o aço de protensão (MPa);

fyd: Tensão de cálculo para o aço CA-50 (MPa);

As: Área de aço CA-50 para resistir aos esforços de flexão (cm²);

Ap: Área de aço de protensão (cm²);

Perdas imed.: Perdas imediatas (%);

Perdas dif.: Perdas diferidas (%);

Asmin: Armadura mínima longitudinal de flexão (cm²);

yp: Distância entre o CG das armaduras protendidas e a fibra inferior da viga (cm);

ys: Distância entre o CG das armaduras suplementares e a fibra inferior da viga (cm);

Asw: Densidade de armadura transversal por metro de longarina para resistir ao cortante (cm²/m);

As90: Densidade de armadura transversal por metro de longarina para resistir à torção (cm²/m);

Asl: Densidade de armadura longitudinal por metro para resistir à torção (cm²/m).

Semelhante procedimento é realizado para o cálculo da laje, utilizando, contudo, as tabela de Rüsç e as formulações discutidas na metodologia.

Figura 68 – Esforços atuantes na laje.

RESULTADOS - ESFORÇOS DA LAJE					
Mgx (kNm)	Mgy (kNm)	Mge (kNm)	Mqx (kNm)	Mqy (kNm)	Mqe (kNm)
0.73	0.12	1.47	10.68	7.43	24.01
Vglj (kN)	Vqlj (kN)	Vdlj (kN)	Vrd1 (kN)	Vrdlj (kN)	
4.89	87.05	137.18	94.37	182.15	

Fonte: Elaborado pelo autor.

onde:

M_{gx} : Momento positivo devido às cargas permanentes na direção X (kNm);

M_{gy} : Momento positivo devido às cargas permanentes na direção Y (kNm);

M_{ge} : Momento negativo devido às cargas permanentes na direção X (kNm);

M_{qx} : Momento positivo devido às cargas móveis na direção X (kNm);

M_{qy} : Momento positivo devido às cargas móveis na direção Y (kNm);

M_{qe} : Momento negativo devido às cargas móveis na direção X (kNm);

V_{glj} : Cortante devido às cargas permanentes (kN);

V_{qlj} : Cortante devido às cargas móveis (kN);

V_{dlj} : Cortante de cálculo (kN);

V_{rd1} : Resistência ao cortante da laje sem a utilização de armaduras (kN);

V_{rdlj} : Resistência ao cortante da laje com a utilização de armaduras (kN).

Por fim, o algoritmo retorna o custo total da solução, especificando individualmente as composições e percentual relativo destas em relação ao todo.

Figura 69 – Resumo do custo ótimo.

RESULTADOS - FUNÇÃO CUSTO					
ITEM	UNIDADE	CUSTO	QUANTIDADE	CUSTO TOTAL	%
Concreto longarina	R\$/m3	365.29	31.62	11549.01	6.0
Arm. longit. flexão long.	R\$/kg	8.59	2546.47	21874.19	11.4
Arm. longit. torção long.	R\$/kg	8.59	1270.14	10910.47	5.7
Arm. transversal long.	R\$/kg	8.59	4046.35	34758.16	18.1
Arm. protensão long.	R\$/kg	16.73	1758.40	29418.03	15.3
Transporte long.	R\$/t.km	0.47	7904.00	3714.88	1.9
Içamento long.	R\$/un	2249.54	8.00	17996.32	9.4
Concreto laje	R\$/m3	365.29	39.00	14246.31	7.4
Armaduras laje	R\$/kg	8.59	5568.16	47830.48	24.9
			TOTAL	192297.86	100.0

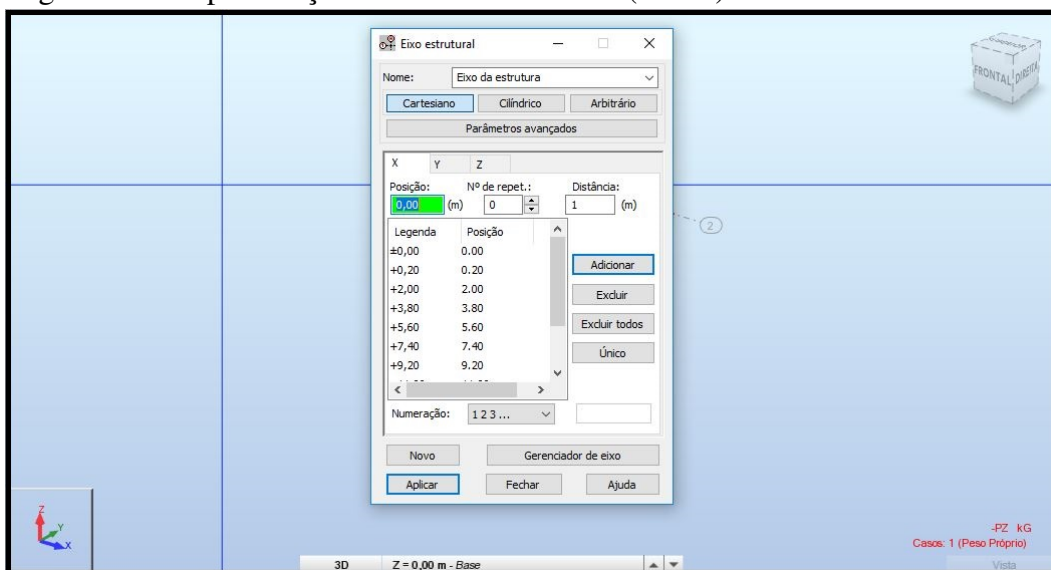
Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma vez apresentado o método simplificado, é imprescindível a modelagem via Elementos Finitos por um software comercial para a validação dos esforços e, portanto, da estimativa de custo. Para isso, adota-se o software Robot (Autodesk). A seguir, são apresentadas as principais etapas para a avaliação do modelo.

Criação dos eixos

A criação de eixos facilita a locação das longarinas e a determinação dos vértices da ponte. Por se tratar de um modelo tridimensional, são especificados os eixos secundários com referência aos principais X-Y-Z. Por convenção, arbitra-se a seção transversal da ponte como paralela ao X global e o eixo longitudinal da ponte alinhado com a direção +Y.

Figura 70 – Especificação dos eixos estruturais (Robot).

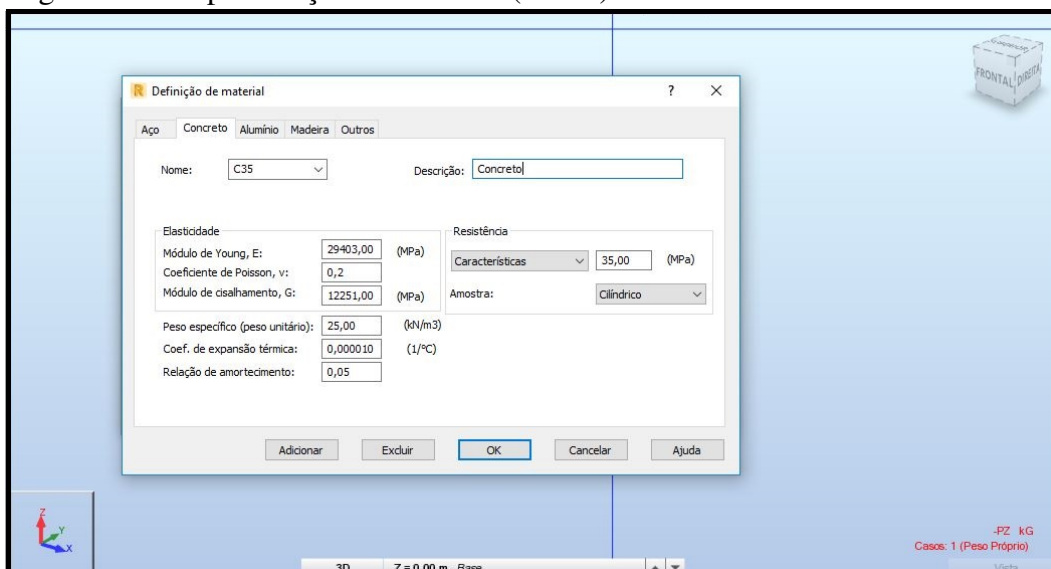


Fonte: Elaborado pelo autor.

Propriedades do material

Baseado na Figura 58, tomam-se os mesmos valores de f_{ck} , E_c e G_c , e especificam-se as propriedades do concreto conforme a Figura 71.

Figura 71 – Especificação do material (Robot).

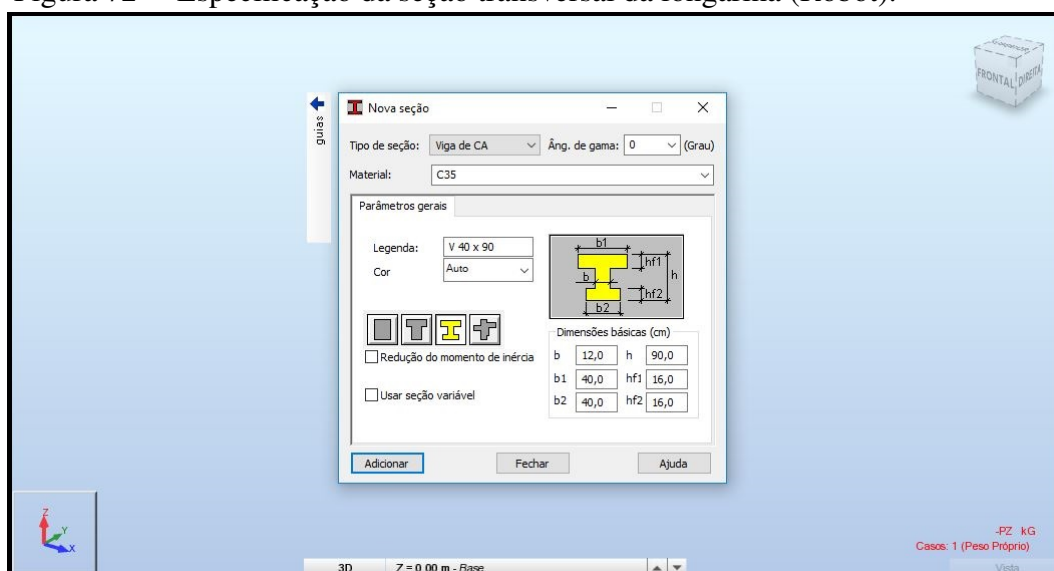


Fonte: Elaborado pelo autor.

Seções transversais

A criação da seção transversal da longarina, além da necessidade de fornecer as dimensões da peça, exige a determinação do tipo de seção (Modelo de Viga de CA), a resistência do material ($f_{ck} = 35$ MPa) e uma legenda para identificação.

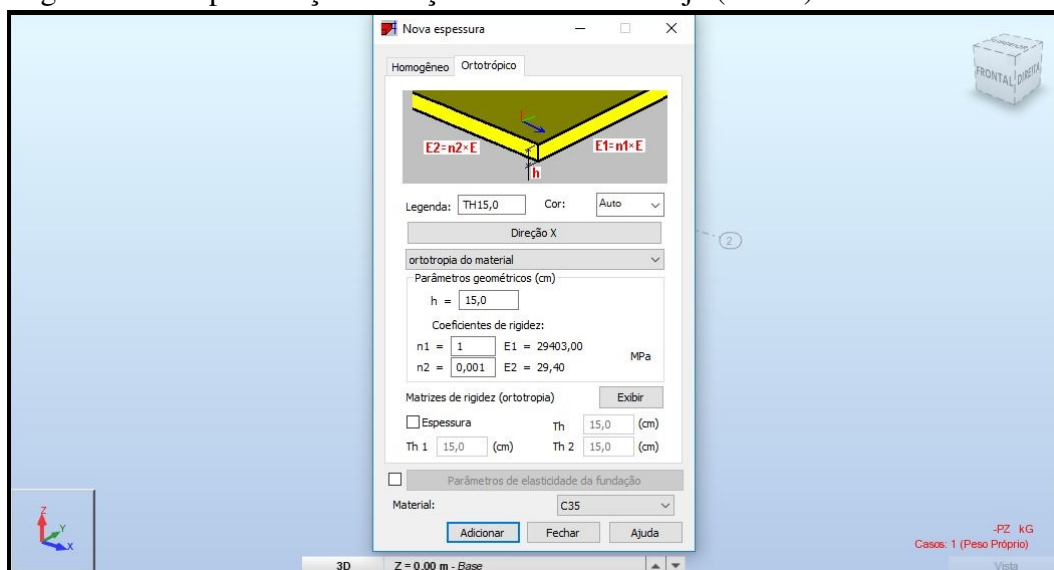
Figura 72 – Especificação da seção transversal da longarina (Robot).



Fonte: Elaborado pelo autor.

No caso da laje, o modelo é do tipo casca de concreto armado, em que as propriedades do material na direção longitudinal e transversal são diferentes (ortotrópico). Além disso, a laje é definida com altura $H_{lj} = 15$ cm e $f_{ck} = 35$ MPa.

Figura 73 – Especificação da seção transversal da laje (Robot).



Fonte: Elaborado pelo autor.

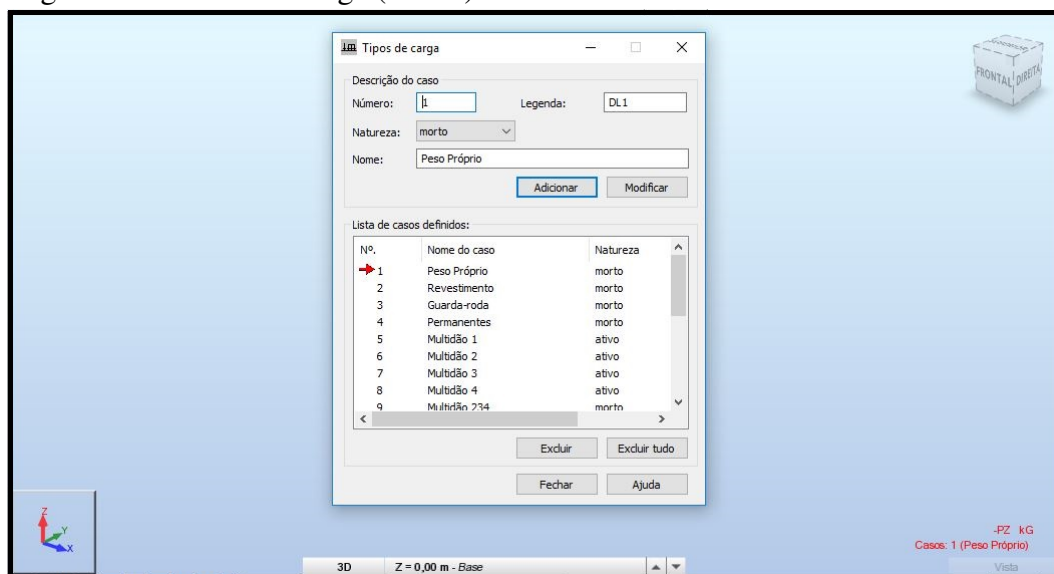
Como se observa na Figura 73, a estratégia do software para desconsiderar o trabalho longitudinal da laje consiste em reduzir sua rigidez a partir da aplicação de um fator minorador de E_c . Neste estudo, tal fator multiplicador é 1,0 para a direção transversal e 0,001 para a longitudinal.

Condições de contorno e carregamentos

No que se refere às condições de contorno (apoios), as longarinas são tratadas como elementos bi-apoiados, com translações impedidas em XYZ nos nós de um extremo e translações impedidas em Z no outro extremo. Em todos os apoios, as rotações em torno dos eixos XYZ são permitidas.

Para a inserção das cargas, de antemão deve-se proceder com a criação dos chamados casos de carga, especificando-se a descrição (nome) e tipo (permanente, acidental, etc.), como observado na Figura 74.

Figura 74 – Casos de carga (Robot).

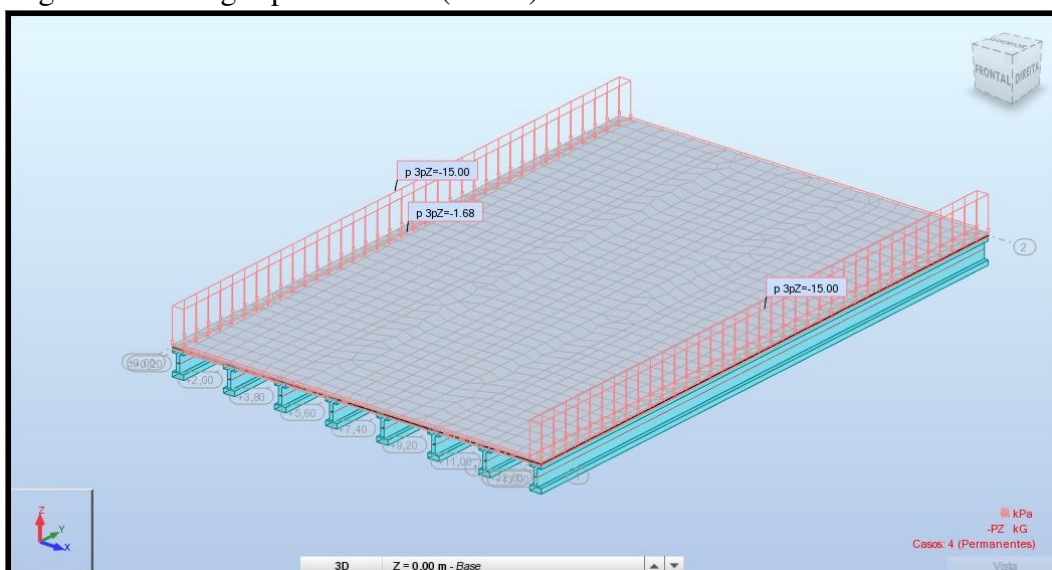


Fonte: Elaborado pelo autor.

Em relação às cargas permanentes, o peso próprio das longarinas e laje é definido automaticamente pelo software, em função do peso específico do concreto. Para o revestimento e guarda-rodas, o usuário deve definir manualmente seus valores.

No caso do revestimento, aplica-se uma carga uniformemente distribuída de módulo igual a $1,68 \text{ kN/m}^2$ ao longo do comprimento e limitada transversalmente pela posição dos guarda-rodas. Para os guarda-rodas, uma carga uniformemente distribuída de valor igual a $6,0 / 0,40 = 15,0 \text{ kN/m}^2$ é aplicada na região que compreende a projeção do elemento no plano superior da ponte (ver Figura 75).

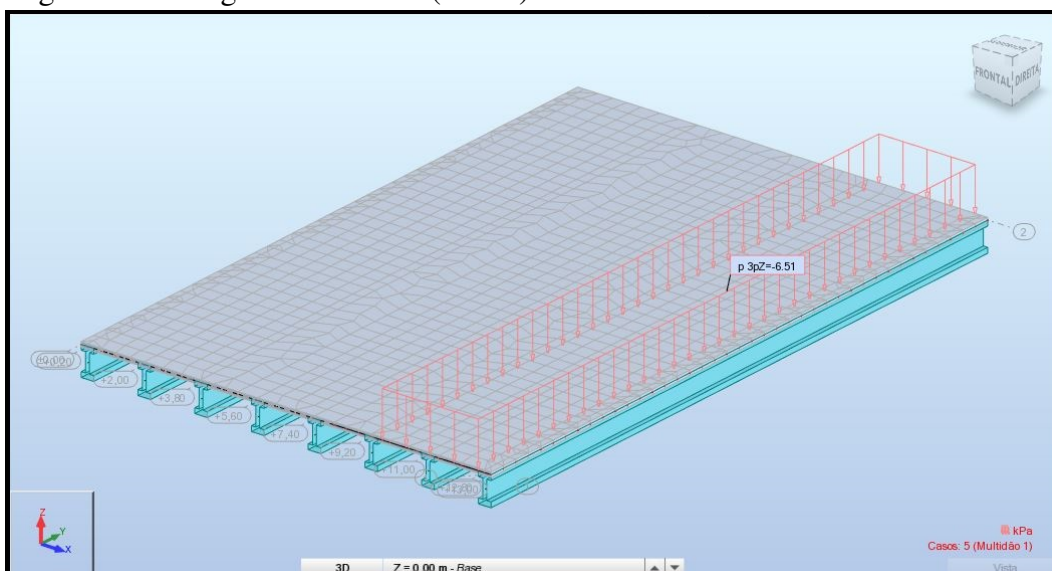
Figura 75 – Cargas permanentes (Robot).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Além disso, devem-se especificar as cargas móveis que atuam na estrutura. A primeira delas, a carga de multidão, é definida como uniformemente distribuída de módulo igual a $5,0 \cdot CIV = 6,51 \text{ kN/m}^2$, onde CIV é o Coeficiente de Impacto Vertical. Esta carga pode atuar em cada uma das 4 faixas de tráfego, como ilustra a Figura 76. A definição da posição deve proporcionar os maiores esforços possíveis na longarina.

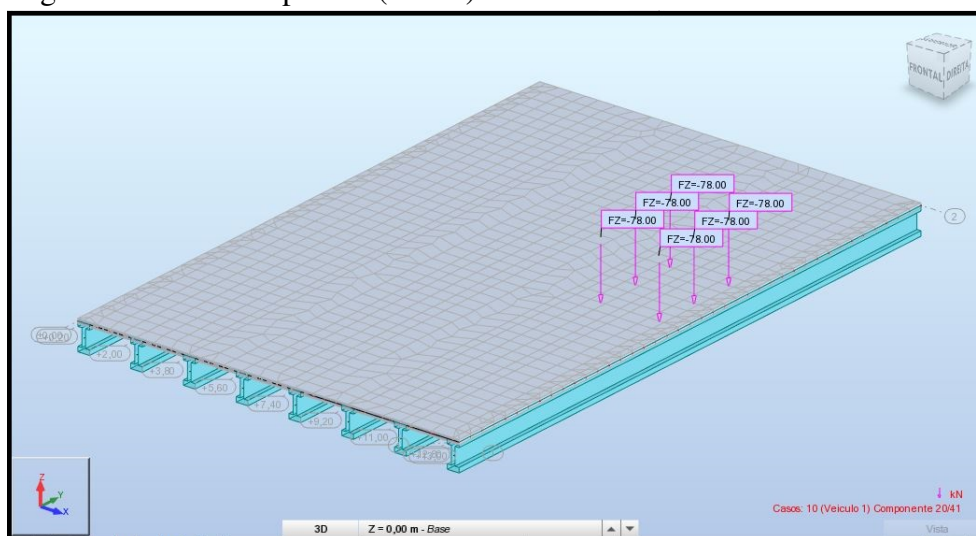
Figura 76 – Cargas de multidão (Robot).



Fonte: Elaborado pelo autor.

O mesmo princípio vale para a escolha da posição do veículo padrão, podendo atuar em qualquer uma das faixas. Por simplificação, adota-se o veículo com $(75,0 - 5,0 \cdot 3,0 \cdot 6,0 / 6,0) \cdot CIV = 78,0 \text{ kN / roda}$.

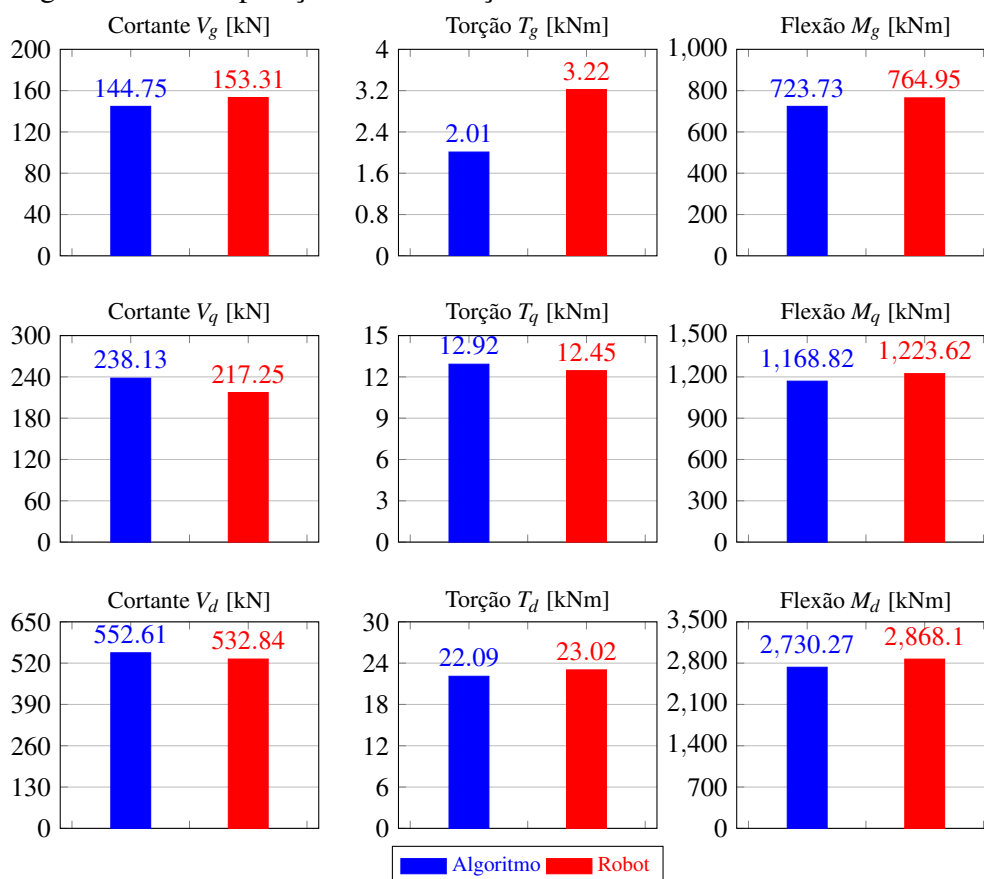
Figura 77 – Veículo padrão (Robot).



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir de análise estático-linear, o software retorna os esforços devido carga permanente e móvel. Comparando-se os valores calculados pelo algoritmo em relação ao verificado pelo software de análise estrutural, nota-se que a implementação computacional proposta é eficiente, aproximando-se do modelo por Elementos Finitos.

Figura 78 – Comparação entre esforços.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando estes esforços são majorados pelos respectivos coeficientes de cálculo na condição de ELU, as diferenças relativas em relação ao modelo por elementos finitos são 3,71 % (Cortante), 4,04 % (Momento Torçor) e 4,81 % (Momento Fletor). Deste modo, partindo dos resultados da Figura 78, é perfeitamente aceitável assumir que a metodologia pode ser aplicada na realização do pré-dimensionamento de um projeto de pontes composto por múltiplas longarinas pré-moldadas e protendidas, mesmo apresentando pequenos desvios em relação ao uso de um software comercial.

No intuito de comparar o desempenho da seção da T&A em relação ao projeto ótimo encontrado, aplica-se a mesma metodologia, contudo, adotando-se como variáveis apenas o valor do f_{ck} e o número de longarinas N_l . Em relação à implementação computacional desta abordagem, é necessário alterar o arquivo de entrada de extensão .pnt, definindo apenas um único valor para as variáveis B_w , H_l e B_f . Os demais parâmetros são mantidos constantes.

Com isso, o algoritmo realiza todas as mesmas verificações de cálculo apresentadas para a obtenção do projeto ótimo. Assim, para o vão de 20 m, a configuração ideal para a seção da T&A é aquela cujos valores de f_{ck} e N_l são, respectivamente, 40,0 MPa e 8 unidades, resultando em um custo total de R\$ 207.299,03. O custo detalhado é representado na Figura 79.

Figura 79 – Resumo do custo para seção da T&A.

RESULTADOS - FUNÇÃO CUSTO					
ITEM	UNIDADE	CUSTO	QUANTIDADE	CUSTO TOTAL	%
Concreto longarina	R\$/m3	398.23	30.80	12265.48	5.9
Arm. longit. flexão long.	R\$/kg	8.59	2790.76	23972.59	11.6
Arm. longit. torção long.	R\$/kg	8.59	1593.13	13684.97	6.6
Arm. transversal long.	R\$/kg	8.59	4301.80	36952.42	17.8
Arm. protensão long.	R\$/kg	16.73	2135.20	35721.90	17.2
Transporte long.	R\$/t.km	0.47	7700.00	3619.00	1.7
Içamento long.	R\$/un	2249.54	8.00	17996.32	8.7
Concreto laje	R\$/m3	398.23	39.00	15530.97	7.5
Armaduras laje	R\$/kg	8.59	5536.13	47555.38	22.9
TOTAL				207299.03	100.0

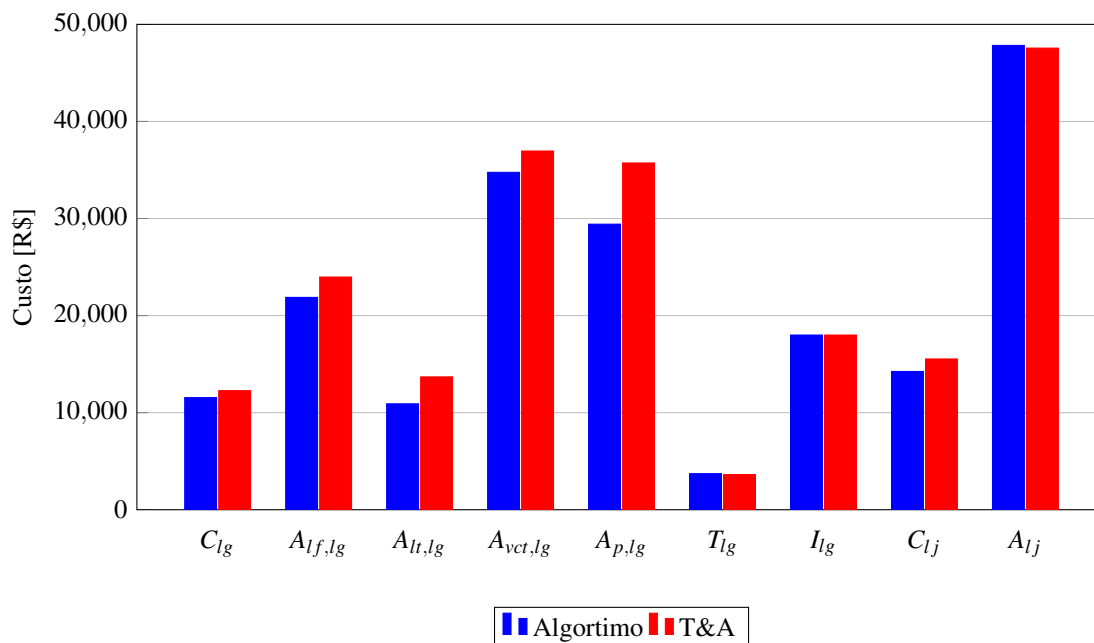
Fonte: Elaborado pelo autor.

Como se observa, a utilização deste método para a escolha do projeto ótimo representa, em relação à configuração ótima com o perfil T&A, uma economia de aproximadamente 7,24 %. Esta economia poderia ser ainda maior caso fossem adotadas apenas as relações convencionais de pré-dimensionamento. Um resumo entre as composições é apresentado a seguir.

Nota-se pelo gráfico, um dos principais motivos pela diferença de custos entre as duas soluções deve-se à significativa redução no aço das armaduras longitudinais de torção $A_{lt,lg}$ (-20,27%), armadura de protensão $A_{p,lg}$ (-17,65%), e na armadura longitudinal para flexão

$A_{lf,lg}$ (-8,75%). Por outro lado, os custos com concreto, transporte e içamento pouco sofreram alteração.

Figura 80 – Comparação de custos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir do processo apresentado para obtenção da solução ótima de um dado vão, destacam-se os resultados para a escolha da seção transversal para o intervalo de 15,0 m a 30,0 m. Para isso, subdividiu-se tal intervalo em três categorias de modo que, para cada uma destas, um perfil diferente é definido: 15,0 m a 20,0 m (Categoria 1); 20,0 m a 25,0 m (Categoria 2); e 25,0 m a 30,0 m (Categoria 3). Tal decisão se deve pois, em geral, as indústrias adotam perfis padronizados para uma faixa de vãos.

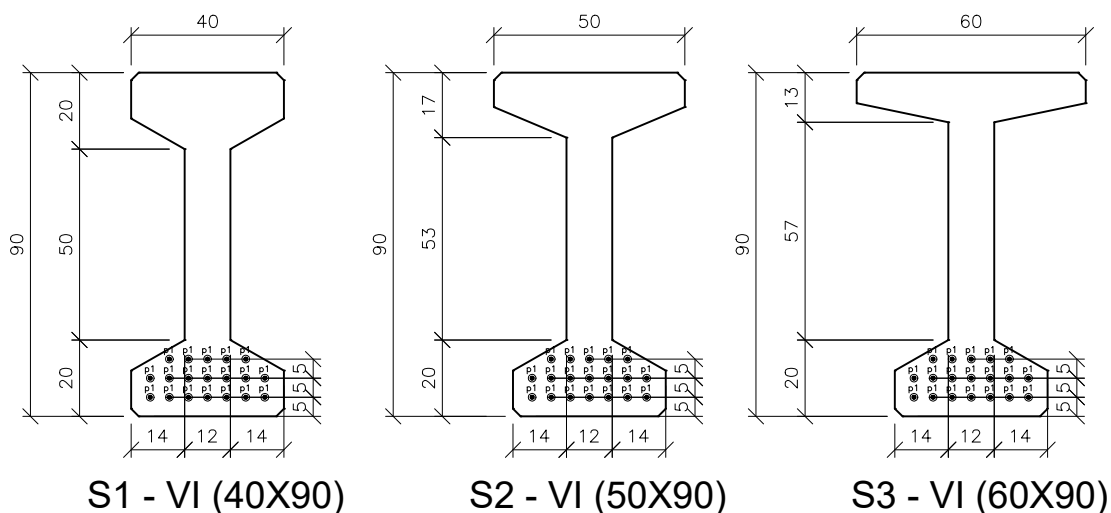
Assim, a escolha da seção ótima segue as seguintes determinações:

1) A geometria do perfil, para toda a categoria, é obtida a partir do vão correspondente ao limite superior de cada intervalo. Deste modo, as dimensões da seção transversal da longarina obtidas pelo processo de otimização para o vão de 20 m, por exemplo, são as mesmas em todo o intervalo (15,0 m a 20,0 m);

2) Com a geometria da seção transversal da longarina definida, as demais variáveis de projeto (f_{ck} e o número de longarinas, por exemplo) são obtidas de acordo com o respectivo vão dentro da categoria.

Dito isto, apresentam-se a seguir os três perfis escolhidos a partir do algoritmo de otimização. Em todos eles o número máximo de cordoalhas é o mesmo.

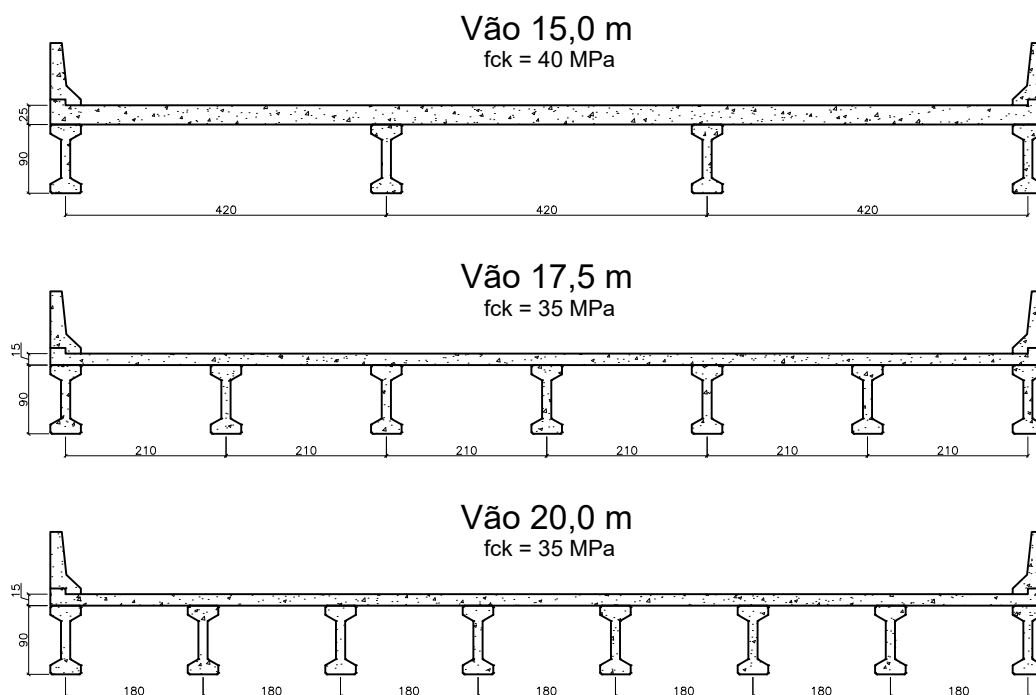
Figura 81 – Seções definidas para cada categoria.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a Categoria 1, as configurações ótimas são apresentadas na Figura 82, na qual adota-se o perfil S1. Neste caso, verificam-se as seções transversais das pontes com a descrição dos respectivos vãos e f_{ck} . O número de longarinas definido é de 4 unidades, 7 unidades e 8 unidades, respectivamente.

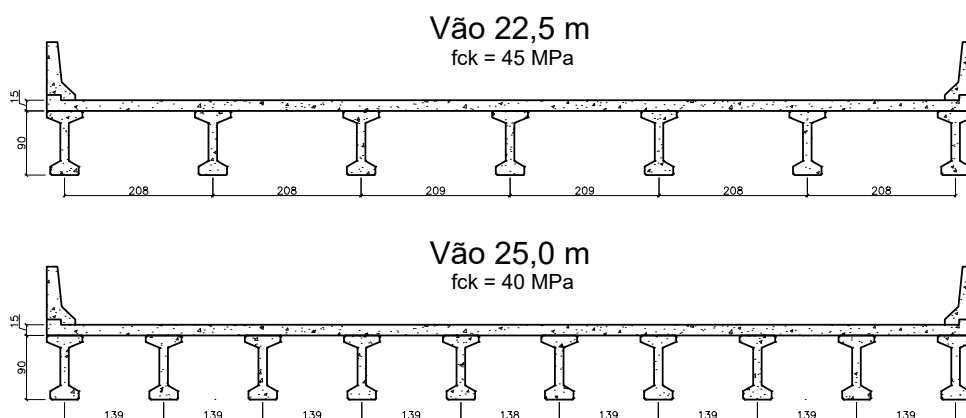
Figura 82 – Configurações ótimas para a Categoria 1.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em relação a Categoria 2, aplica-se o perfil S2 para os vãos de 22,5 m e 25,0 m. Nestes casos, o número de longarinas e f_{ck} é equivalente a 7 unidades e 45 MPa (Vão de 22,5 m), e 10 unidades e 40 MPa (Vão de 25,0 m).

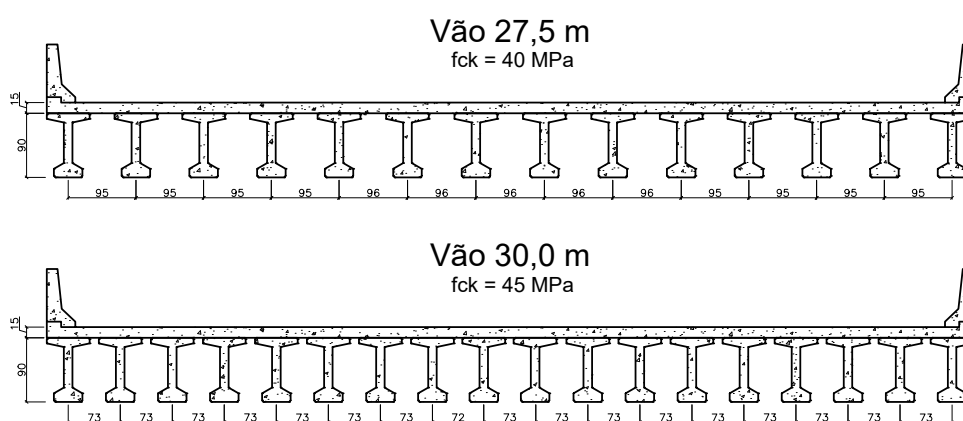
Figura 83 – Configurações ótimas para a Categoria 2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, apresentam-se as configurações para a Categoria 3, na qual adota-se o perfil S3. Nesta situação, os vãos utilizados são iguais a 27,5 m e 30,0 m, cujos valores de f_{ck} valem, respectivamente, 40 MPa e 45 MPa, e número de longarinas iguais a 14 unidades e 18 unidades, respectivamente.

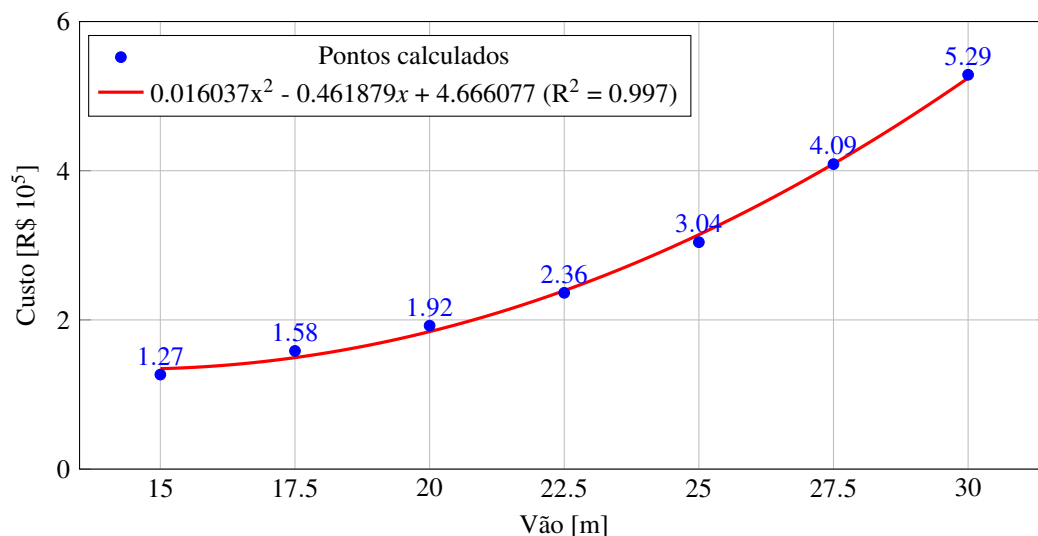
Figura 84 – Configurações ótimas para a Categoria 3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Um resumo dos custos totais estimados para cada uma das configurações é apresentado na Figura 85. Com base no modelo e resultados apresentados, uma estimativa de custo para a solução ótima de vãos intermediários pode ser obtida a partir da curva em vermelho.

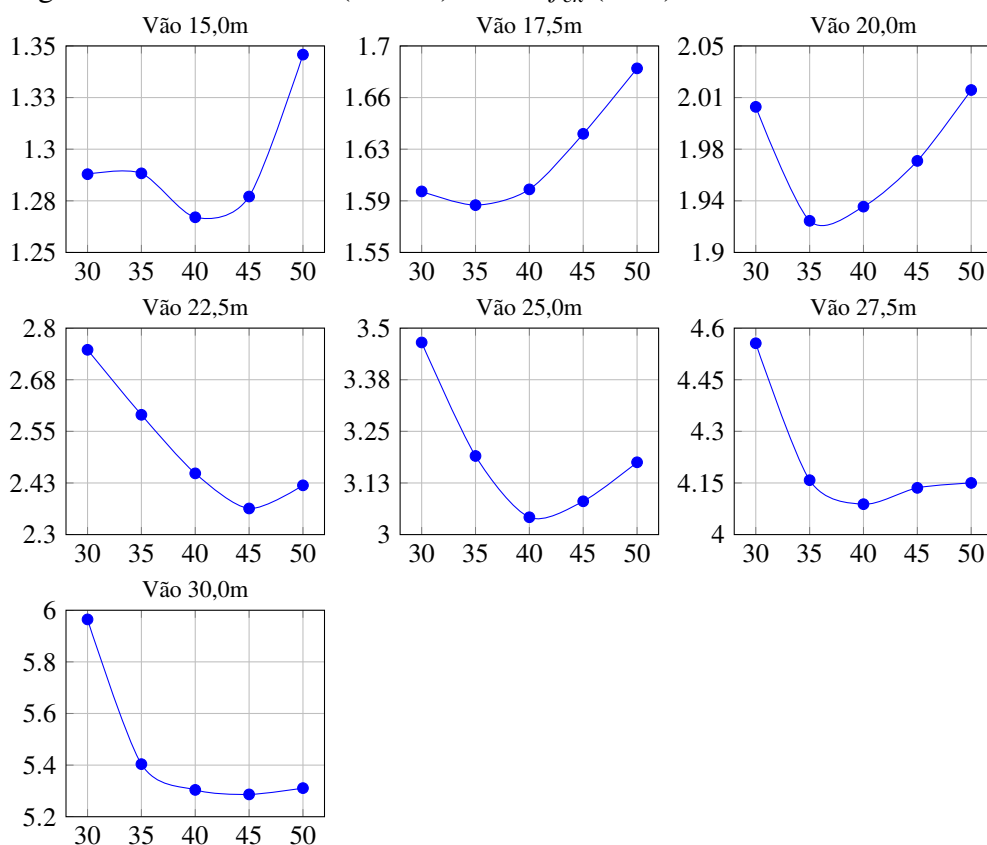
Figura 85 – Custos ótimos em função do vão para o intervalo de 15 m a 30 m.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Adotados os perfis S1, S2 e S3, uma análise de custos em função do f_{ck} é apresentada a seguir. Cada ponto representa o menor custo que pode ser obtido escolhendo apropriadamente o número de longarinas por um processo de otimização. Nota-se que, na maioria dos casos, há vantagem econômica quando valores para f_{ck} entre 35 MPa e 45 MPa são utilizados.

Figura 86 – Custo ótimo (R\$ 10⁵) versus f_{ck} (MPa).



Fonte: Elaborado pelo autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo visou desenvolver uma metodologia para obtenção de solução ótima da superestrutura de pontes rodoviárias com múltiplas vigas isostáticas de seção transversal tipo I. Em relação à análise estrutural, os esforços solicitantes foram calculados por meio de procedimentos tradicionais, como o Método de Fauchart, e por implementação computacional baseada no Método da Rigidez Direta. Posteriormente, foram comparados aos esforços obtidos por Elementos Finitos. Os resultados, considerando a combinação para Estado Limite Último, sugeriram a adequabilidade do modelo proposto em função dos pequenos desvios relativos apresentados (inferiores a 5%).

A implementação proposta indicou que a adoção de técnicas de otimização para a determinação da geometria da superestrutura da ponte, considerando o modelo de múltiplas longarinas, resultou em significativa redução nos custos quando comparado a um perfil comercializado no mercado. No caso particular estabelecido, para um vão de 20 m, tal redução proporcionou uma economia de aproximadamente 10 %.

O estudo destacou, inclusive, a importância que a escolha apropriada do número de longarinas e do f_{ck} têm em um projeto economicamente viável. Em todos os casos, os projetos ótimos apresentaram valores para a resistência característica compreendidos entre 35 MPa e 45 MPa, e o número ótimo de longarinas variando entre 4 unidades (vão de 15 m) e 18 unidades (vão de 30 m). Além disso, observou-se que a escolha do projeto ótimo, para o intervalo de vãos definidos, segue uma tendência de crescimento parabólico em relação aos custos da superestrutura.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- 1- Realizar estudo de projeto ótimo para vãos acima de 30 m;
- 2- Verificar a viabilidade de concretos de alto desempenho;
- 3- Aplicar diferentes algoritmos de otimização, como por exemplo, PSO (*Particle Swarm Optimization*), ABC (*Artificial Bee Colony*) e AIS (*Artificial Immunity System*);
- 4- Analisar outros métodos para análise estrutural que possibilitem a atuação conjunta com algum software de otimização, como o uso de metamodelos.

REFERÊNCIAS

- AHSAN, R.; RANA, S.; GHANI, S. N. Cost optimum design of posttensioned i-girder bridge using global optimization algorithm. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 138, n. 2, p. 273–284, 2011.
- ALMEIDA, F.; AWRUCH, A. Design optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis. **Composite structures**, Elsevier, v. 88, n. 3, p. 443–454, 2009.
- ARCELORMITTAL. Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido. Belgo Bekaert Arames, 2010.
- ARORA, J. **Introduction to Optimum Design**. [S.l.]: Academic Press, 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187: Projeto de pontes de concreto armado e concreto protendido**: Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado**: Especificação. Rio de Janeiro, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro, 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**: Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2017.
- BARROSO, E. S. **Análise e otimização de estruturas laminadas utilizando a formulação isogeométrica**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2015.
- BUCHAIM, R. **Concreto Protendido**. Londrina: EDUEL, 2007.
- CASTILHO, V. d. Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos. **Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos**, 2003.
- CAUDURO, E. L. **Manual para a boa execução de estruturas protendidas usando cordoalhas de aço engraxadas e plastificadas**. São Paulo: Belgo Mineira, 2003.
- CLICRBS. **Empresa e prefeitura reveem cronograma das obras no início de 2013**. 2013. Disponível em: <<http://wp.clicrbs.com.br/fiscaldobadenfurt/tag/ponte/?topo=52,2,18,,159,e159>>. Acesso em: 30 mai. 2018.
- COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. *et al.* **Concepts and applications of finite element analysis**. [S.l.]: Wiley New York, 1974. v. 4.
- DEB, K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, Elsevier, v. 186, n. 2, p. 311–338, 2000.

DEBS, M. K. E.; TAKEYA, T. **Introdução às pontes de concreto**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES - DNIT. **Sistema de Custos Referenciais de Obras - SICRO**: Ceará. 2018. Disponível em: <<http://www.dnit.gov.br/custos-e-pagamentos/sicro/nordeste/ceara/2018/janeiro/janeiro-2018>>. Acesso em: 08 jun. 2018.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES – DNIT. **Manual de Projeto de Obras-de-Arte Especiais**. Rio de Janeiro, 1996.

EMERICK, A. A. **Projeto e execução de lajes protendidas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2005.

GOLDBERG, D. K. **Deb ‘A Comparative Analysis of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms’ pp. 69–93 in Foundations of Genetic Algorithms, edited by G. Rawlins**. [S.l.]: San Mateo, CA, Morgan Kaufman, 1991.

GOLDBERG, D. E.; HOLLAND, J. H. Genetic algorithms and machine learning. **Machine learning**, Springer, v. 3, n. 2, p. 95–99, 1988.

GONDIM, J. J. **Avaliação de viga de concreto pré-moldado para pontes rodoviárias com vão entre 15 e 35 metros**. 2016. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) - Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

HOLLAND, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems*. Michigan Univ. Press, 1975.

LEMONGE, A. C.; BARBOSA, H. J. An adaptive penalty scheme for genetic algorithms in structural optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Wiley Online Library, v. 59, n. 5, p. 703–736, 2004.

LINS, J. H. R. **Avaliação de uma viga de concreto pré-moldado para pontes rodoviárias com vão entre 30 e 40 metros**. 2017. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) - Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

LMCV. **Biologically Inspired Optimization System (BIOS)**. 2018. Disponível em: <<http://www.pec.ufc.br/index.php/pt-br/downloads>>. Acesso em: 23 ago. 2018.

MARCHETTI, O. **Pontes de concreto armado**. São Paulo: Blucher, 2008.

MARTHA, L. F. **Métodos básicos da análise de estruturas**. Rio de Janeiro: Campus, 2010.

PFEIL, W. **Concreto protendido**. v. 1, 2, 3. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1984.

PINHO, M. F.; REGIS, P. de A.; ARAÚJO Ézio da R. Tabuleiros de pontes em vigas pré-moldadas protendidas com continuidade: Aspectos de projeto e construção. **Anais do 51º Congresso Brasileiro do Concreto – CBC**, 2009.

PIRES, R. **Começa o içamento das vigas da segunda ponte do Contorno Rodoviário de Caicó**. 2012. Disponível em: <<http://www.robsonpiresxerife.com/notas/comeca-o-icamento-das-vigas-da-segunda-ponte-do-contorno-rodoviario-de-caico/>>. Acesso em: 30 mai. 2018.

ROCHA, I. B. C. M. d. **Análise e otimização de cascas laminadas considerando não linearidade geométrica e falha progressiva**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2013.

RÜSCH, H. **Tabela de cálculo para lajes retangulares de pontes rodoviárias**. Berlin, Alemanha: Wilhelm Ernst & Sohn, 1965. v. 6.

SEINFRA. **Tabela de Custos Versão 0.24 - Secretaria de Infraestrutura do Estado do Ceará**. 2016. Disponível em: <<http://www.seinfra.ce.gov.br/tabela-de-custos/>>. Acesso em: 05 jun. 2018.

STUCCHI, F. R. **Pontes e Grandes Estruturas: Notas de Aula - PEF-2404**. Universidade de São Paulo - Escola Politécnica - Departamento de Estruturas e Fundações. São Paulo, 2006. Disponível em: <<http://www.lem.ep.usp.br/PEF2404/Apostila\%20Super.pdf>>. Acesso em: 30 mai. 2018.

THOMAZ, E. C. S. **Concreto Protendido - Pontes : Vigas Pré-Moldadas: Notas de Aula. Instituto Militar de Engenharia - IME**, 2018.

TQS. **LIP - TQS Store: Pontes em Vigas Múltiplas**. 2018. Disponível em: <<https://store.tqs.com.br/apps/lip/t5skijtpf6>>. Acesso em: 20 ago. 2018.

VALEC. **Norte-Sul usa alta tecnologia na fabricação de pontes**. 2013. Disponível em: <<http://www.valec.gov.br/noticias/47-norte-sul-usa-alta-tecnologia-na-fabricacao-de-pontes>>. Acesso em: 30 mai. 2018.

VASCONCELOS, A. C. de. **O concreto no Brasil - recordes, realizações, história, vol. 1**. São Paulo: Editora Pini Ltda., 1992.