



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

DANIEL COSTA ARAÚJO

**SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES COM SINAIS m -QAM
NÃO-ORTOGONAIS**

FORTALEZA
2012

DANIEL COSTA ARAÚJO

**SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES COM SINAIS *m*-QAM
NÃO-ORTOGONAIS**

Dissertação submetida à coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Teleinformática.

Área de concentração: Sinais e Sistemas.

Orientador: Prof. Dr. João César Moura Mota

Co-orientador: Dr. Antônio Macilio Pereira de Lucena

FORTALEZA

2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia - BPGE

-
- A688s Araújo, Daniel Costa.
 Sistema de comunicações com sinais m-QAM não – ortogonais / Daniel Costa Araújo – 2012.
 70 f. : il. color., enc. ; 30 cm.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia de Teleinformática, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Fortaleza, 2012.
 Área de Concentração: Sinais e sistemas.
 Orientação: Prof. Dr. João César Moura Mota.
 Coorientação: Prof. Dr. Antônio Macilio Pereira de Lucena.
1. Teleinformática. 2. Telecomunicações. 3. Modulação digital. 4. Processamento de sinais – Técnicas digitais. I. Título.

DANIEL COSTA ARAÚJO

**SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES COM SINAIS *m*-QAM NÃO-
ORTOGONAIS**

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Teleinformática.

Área de concentração: Sinais e Sistemas

Aprovada em 23/07/2012.

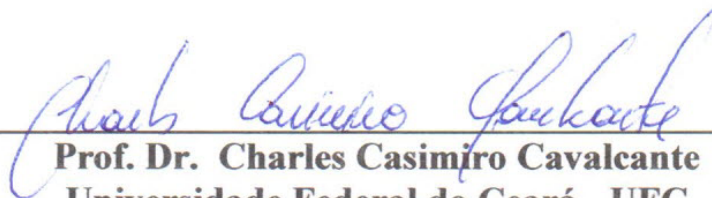
BANCA EXAMINADORA



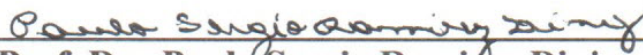
Prof. Dr. João Cesar Moura Mota (Orientador)
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. André Lima Férrer de Almeida
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. Charles Casimiro Cavalcante
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. Paulo Sergio Ramirez Diniz
Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer ao meu orientador Prof. Dr. João César Moura Mota e ao meu co-orientador Dr. Antônio Macilio Pereira de Lucena pela dedicação de ambos na orientação e pelas valiosas discussões técnicas que enriquecem este trabalho.

Gostaria de agradecer em especial à minha mãe Nágila Costa Araújo, ao meu pai Moisés David Façanha Araújo, ao meu irmão David Costa Araújo e à minha namorada Nicole Marques Sousa por todo o apoio, incentivo e compreensão.

Por fim, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro com manutenção da bolsa.

RESUMO

Este trabalho apresenta estudos sobre sistemas de comunicação cujos sinais utilizados para a transmissão das informações são não-ortogonais, superpostos em frequência, e com espaçamento entre portadoras menor do que a taxa de símbolo. As pesquisas estão direcionadas na obtenção de estruturas de transmissor e receptor ótimos e sub-ótimos, na modelagem e análise matemática dos sistemas incluindo o canal, em propostas de estratégias para detecção de símbolo, e na avaliação de desempenho.

São propostas sete estratégias de recepção de N sinais m -QAM não-ortogonais através do canal AWGN. Dentre as estratégias de detecção duas são ótimas e as outras cinco são subótimas. As duas estruturas de receptores ótimos apresentados neste trabalho são: o receptor de máxima verossimilhança (ML) clássico e o receptor de máxima verossimilhança com base na decomposição de Gram-Schmidt.

Os receptores sub-ótimos desenvolvidos neste trabalho são de dois tipos: receptores com equalização linear e receptores com equalização não-linear. O primeiro tipo de receptor é desenvolvido com base nos critérios de erro quadrático médio mínimo (MMSE) e o de força zero (ZF). É apresentado o desenvolvimento analítico do projeto de cada uma das arquiteturas de receptores lineares, assim como é determinado o erro dos estimadores. Os receptores com equalização não-linear são baseados no cancelamento de interferência sucessiva (SIC). Neste trabalho, é proposta uma modificação no algoritmo do SIC original, resultando em uma nova arquitetura de equalização.

O desempenho dos receptores propostos é avaliado em diferentes condições de número de portadoras e de grau de superposição espectral através de simulação computacional. Por fim, são apresentados as conclusões e as perspectivas futuras de pesquisa.

Palavras-chave: Multiportadoras. Portadoras Não-ortogonais. Erro Quadrático Médio mínimo. Força zero. Cancelamento de Interferência Sucessiva. Máxima Verossimilhança. Gram-Schmidt.

ABSTRACT

This work presents studies on communication systems, whose signals used for transmission of information are non-orthogonal, overlapping in frequency and carrier spacing less than the rate of symbols. The research is aimed to obtain structures of transmitter, optimal and sub-optimal receivers using modeling and mathematical analysis of systems including the channel. Furthermore, propose strategies for symbol detection and performance evaluation.

Seven strategies of reception to N signals m -QAM non-orthogonal through the AWGN channel. Among the strategies of detection two are optimal and the others five are suboptimal. The two optimal receivers structures presented in this paper are: the classical receiver maximum likelihood (ML) receiver and maximum likelihood based on the Gram-Schmidt decomposition.

The suboptimal receivers in this work are of two types: receivers with linear and nonlinear equalization. The first type of receiver is developed based on the criteria of minimum mean square error (MMSE) and the zero forcing (ZF). It is presented the development of analytical design of each linear receiver architectures, as well as determined the error of the estimators. The receivers with nonlinear equalization are based on successive interference cancellation (SIC). In this paper, we propose a modification to the original algorithm of SIC, resulting in a new architecture of equalization.

The performance of the proposed receivers is evaluated under different number of carriers and the degree of spectral overlap using computer simulation. Finally, we present the conclusions of this work and future prospects of the research.

Keywords: Multicarrier. Nonorthogonal carrier. Minimum Mean Square Error, Zero forcing, Successive Interference Cancellation, Maximum Likelihood, Gram-Schmidt.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Espectro de potência do OFDM.	13
1.2	Espectro de potência de um sistema com portadoras não-ortogonais.	14
2.1	Arquitetura do transmissor.	19
2.2	Arquitetura do receptor de máxima verossimilhança.	21
2.3	Arquitetura do transmissor do sistema GSNOMC.	31
2.4	Arquitetura do receptor do sistema GSNOMC.	31
3.1	Arquitetura do receptor com equalizador MMSE.	35
3.2	Arquitetura do receptor com equalizador ZF.	36
4.1	Representação em diagrama de blocos das operações do SIC.	45
4.2	Estrutura do receptor utilizando equalizador não linear SIC.	46
4.3	Representação em diagrama de blocos da primeira fase do SIC modificado. . .	47
4.4	Representação em diagrama de blocos da segunda fase do SIC modificado. . .	48
4.5	Representação em diagrama de blocos do receptor utilizando um equalizador com base no SIC modificado.	49

LISTA DE GRÁFICOS

2.1	Gráfico da função de correlação na frequência $E\{z_n(k)z_m^*(k)\}$	23
3.1	Distribuição dos autovalores da matriz $\mathbf{H}(k)$, considerando $N=12$ portadoras não-ortogonais.	38
5.1	Gráfico de desempenho do sistema 4-QAM com duas portadoras com detetor ML.	51
5.2	Gráfico de desempenho do sistema GS-NOMC com símbolos 4-QAM.	52
5.3	Gráfico da distância mínima entre dois símbolos 4-QAM com duas portadoras não ortogonais.	53
5.4	Gráfico da distância mínima entre dois símbolos 4-QAM com cinco portadoras não ortogonais.	54
5.5	Taxa de erro de bits para o detector de máxima verossilhança, erro médio quadrático (MMSE) e o de forçagem a zero, para $N = 2$ e $\Delta fT = 0.6$	55
5.6	Taxa de erro de bits para o detector de máxima verossilhança, erro quadrático médio mínimo (MMSE) e o de forçagem a zero para $N = 5$ e $\Delta fT = 0.73$	56
5.7	Taxa de erro de bits para os receptores ML, SIC e o SIC modificado, considerando $N = 5$, $\Delta fT = 0.73$	57
5.8	Taxa de erro de bits para o detector de máxima verossilhança, erro quadrático médio mínimo (MMSE), SIC modificado e SIC tradicional considerando $N = 5$ e $\Delta fT = 0.8$	58
5.9	Taxa de erro de bits para o receptor SIC modificado comparando com o caso ortogonal, considerando $N = 64$, $\Delta fT = 0.85$ e $\Delta fT = 0.9$	59

LISTA DE ABREVIATURAS

AWGN *Additive White Gaussian Noise*

BER *Bit Error Rate*

dB *Decibel*

GS-NOMC *Gram-Schmidt Non-Orthogonal Multicarrier*

ICI *Inter Carrier Interference*

ISI *Inter Symbol Interference*

ML *Maximum Likelihood*

MMSE *Minimum Mean Square Error*

NOFDM *Non-Orthogonal Frequency Division Multiplexing*

OFDM *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*

PAM *Pulse Amplitude Modulation*

QAM *Quadrature Amplitude Modulation*

SIC *Successive Interference Cancelation*

ZF *Zero Foring*

SÍMBOLOS E NOTAÇÕES

$E\{ \}$	Operador esperança
$\text{tr}\{ \}$	traço da Matriz
$\mathbf{H}(k)$	Notação para matriz (letra maiúscula e em negrito) no instante discreto k
$\mathbf{H}^{-1}(k)$	Inversa da matriz $\mathbf{H}(k)$ no instante discreto k
$\mathbf{H}^H(k)$	Hermitiano da matriz $\mathbf{H}(k)$ no instante discreto k
$\mathbf{x}(k)$	Notação para vetor (letra minúscula e em negrito) no instante discreto k
$\mathbf{x}^H(k)$	Hermitiano do vetor $\mathbf{x}(k)$
$\mathbf{x}^T(k)$	Transposto do vetor $\mathbf{x}(k)$
$Q()$	Função <i>Q-function</i>
$x(k)$	Variável real ou complexa no instante discreto k
$x^*(k)$	Conjugado de $x(k)$
$\tilde{x}(k)$	Estimativa da variável $x(k)$
$D_k[\]$	Função distância euclidiana entre dois sinais de uma constelação no instante discreto k
$C_k[\]$	Função correlação entre dois sinais no instante discreto k
\mathbb{N}	Conjunto dos Naturais
\mathbb{N}_0	Conjunto dos Naturais sem o zero

SUMÁRIO

1	Introdução	12
2	Detector de Máxima Verossimilhança para N Sinais m-QAM Não-Ortogonalis em Canal AWGN	17
2.1	Modelo do sistema	17
2.2	Receptor de máxima verossimilhança	18
2.3	Desempenho Teórico do Sistema	24
2.4	Distância Mínima entre Símbolos da Constelação de Portadoras Não-Ortogonalis	25
2.5	Sistema de Portadoras Não-Ortogonalis por Decomposição em Base de Gram-Schmidt	28
3	Receptores Lineares para N Sinais m-QAM Não-Ortogonalis em Canal AWGN	32
3.1	Receptor de Erro Quadrático Médio Mínimo	33
3.2	Receptor de Forçagem a Zero	35
3.3	Erro de Estimção dos Equalizadores Lineares	37
3.3.1	Erro de Estimção do receptor ZF.	37
3.3.2	Erro de Estimção do receptor MMSE.	39
3.4	Filtro de Branqueamento	41

4	Receptores Subótimos Não-Lineares	43
4.1	Cancelador de Interferência Sucessivo	43
4.2	Cancelador de Interferência Sucessivo Modificado	44
5	Resultados e Discussões	50
6	Conclusões	60
	Apêndice A – Sistema GS-NOMC	63
A.1	Independência Linear entre Portadoras Não-Ortogonais	63
	Apêndice B – Sinais com Portadoras Não-Ortogonais	66
B.1	Energia do Sinal de Portadoras Não-Ortogoanis	66
	Referências Bibliográficas	68

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

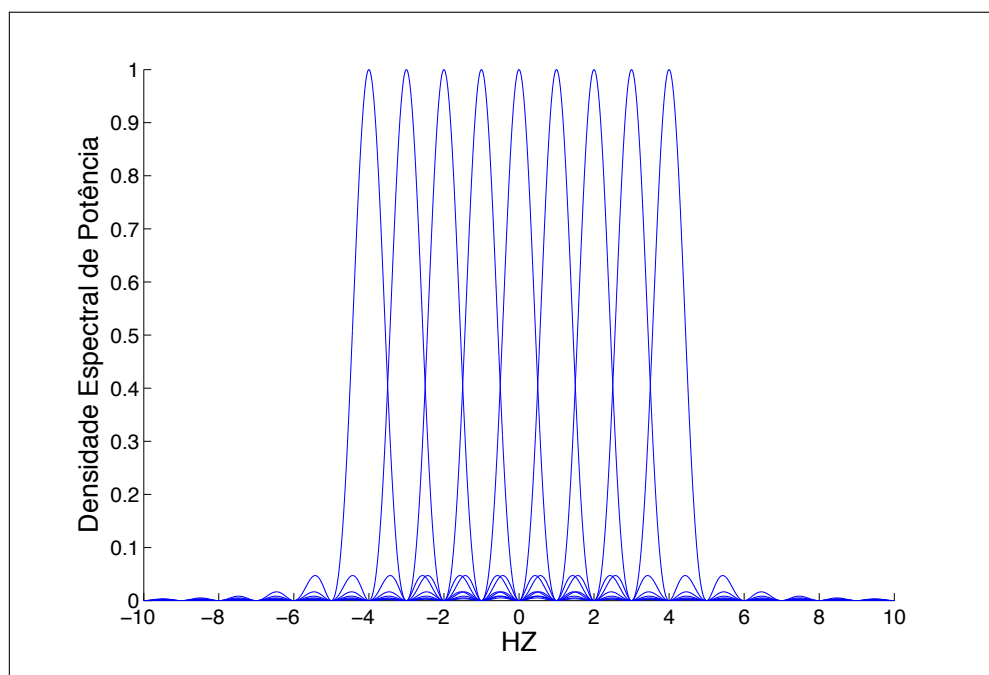
Nos últimos anos, tem-se observado um aumento sem precedentes do fluxo de dados nos sistemas de comunicações [1], portanto há uma demanda enorme para conceber sistemas com altas taxas de transmissão [2]. Para isso dois grandes desafios de projeto surgem: a melhoria da eficiência espectral e o cancelamento dos efeitos de propagação do canal. Muitas pesquisas têm sido desenvolvidas e mostram que a característica de ortogonalidade entre sinais transmitidos é uma condição importante para uma transmissão confiável [1], [2], [3].

A ortogonalidade entre sinais pode trazer grandes vantagens ao sistema de comunicação em termos de eficiência espectral. Exemplo disto é a modulação QAM (do inglês *Quadrature Amplitude Modulation*) que utiliza dois sinais PAM (do inglês *Pulse Amplitude Modulation*) ortogonais, na mesma frequência, para dobrar a eficiência espectral em relação ao sinal PAM. Outros sistemas de comunicação, tais como o OFDM (do inglês *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), também conseguem aumentar sua eficiência espectral usando sinais ortogonais [2], [4]. A Figura 1.1 ilustra o espectro de potência do sinal OFDM em banda-básica para o pulso retangular.

O OFDM é uma modulação eficiente para atingir altas taxas de transmissão em canais móveis [2], [4]. No entanto, o OFDM clássico com um pulso formatador retangular e suas portadoras ortogonais não é a melhor escolha para canais dispersivos no tempo e na frequência [5], [6]. Pois, haverá a perda de ortogonalidade entre as portadoras e consequentemente interferência entre as mesmas, resultando na queda de desempenho do sistema [7].

Apesar de sistemas que adotam sinais ortogonais para transmitir informação proporcionarem vantagens, há canais em que não é possível manter a ortogonalidade, como os canais duplamente dispersivos. Canais deste tipo geram dois tipos de degradação ao sistema:

Figura 1.1 – Espectro de potência do OFDM.



Fonte: Elaborada pelo autor.

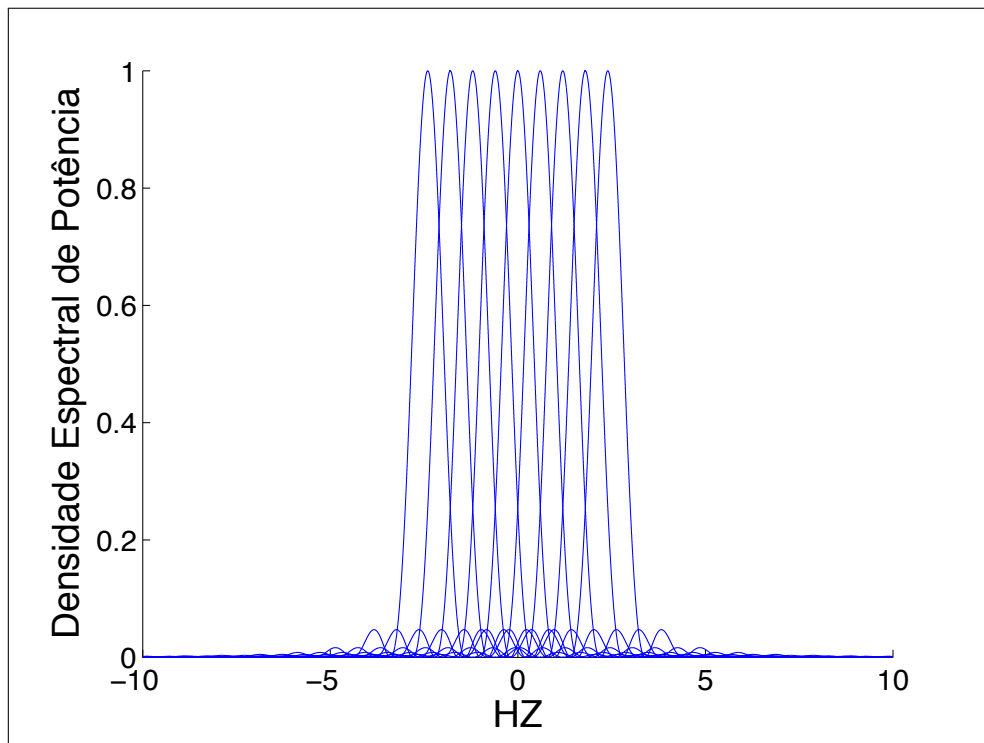
a interferência entre símbolos (ISI, do inglês *Inter Symbol Interference*) e a interferência entre portadoras (ICI, do inglês *Inter Carrier Interference*). Embora, a inserção do prefixo cíclico no sinal transmitido OFDM elimine a ISI [8], isto não proporciona proteção contra a ICI. Por isso, os sinais não-ortogonais também estão presentes em muitos sistemas de comunicação [7], [9], [10]. A Figura 1.2 ilustra o espectro de potência de portadoras não-ortogonais.

Os sistemas NOFDM (do inglês, *Non-orthogonal Frequency Division Multiplexing*), assim como o OFDM, caracterizam-se por serem sistemas multiportadoras, mas a ortogonalidade entre as portadoras não é mantida, propositalmente, afim de aumentar a robustez do sistema. Além disto, é de fundamental importância estudar o NOFDM por dois motivos. Primeiramente, o grau de liberdade no projeto do filtro formatador do transmissor aumenta consideravelmente [11]. Segundo, há canais em que a ortogonalidade não é mantida, portanto a detecção da informação enviada pode ser vista como um problema de multiportadora não-ortogonais.

Sistemas de transmissão com sinais não-ortogonais foram apresentados em [7] e [5] e demonstram vantagens quando comparado ao OFDM clássico em canais duplamente dispersivos. Uma característica comum dos sistemas propostos naqueles trabalhos é que $\Delta f \geq 1/T$, em que Δf representa a separação em frequência entre as portadoras e T o período de símbolo.

No artigo [7], o transceptor do NOFDM é projetado usando as funções de base de

Figura 1.2 – Espectro de potência de um sistema com portadoras não-ortogonais.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Weyl-Heisenberg (W-H) descritos por $g(t - kT)e^{j2\pi l\Delta f t}$, em que $g(t)$ é o pulso formatador e $l=1, 2, \dots$. Conforme apresentado em [7], os símbolos transmitidos só podem ser recuperados se a razão entre a separação das portadoras e a taxa de símbolos for tal que $\Delta f T \geq 1$, evitando a ICI. Caso esta condição não seja atendida, não seria possível recuperar a informação transmitida.

Diferentemente dos sistemas descritos em [7] e [5], um outro sistema com sinais não-ortogonais foi proposto na literatura [12], em que duas portadoras m -QAM não-ortogonais, com $\Delta f \leq 1/T$, são transmitidas em um canal AWGN. Usando o detector de máxima verossimilhança (ML, do inglês *Maximum Likelihood*), o sistema proposto, na condição de $1 \geq \Delta f T > 0.61$, tem uma taxa de erro de bits semelhante ao caso de duas portadoras ortogonais. Portanto, o sistema descrito em [12] apresenta um aumento na eficiência espectral quando comparado ao caso ortogonal. Além de [12], um outro trabalho, [13], também mostra que é possível recuperar a informação na condição $\Delta f T < 1$. Em [13], o sistema proposto é similar ao apresentado em [7], as funções de base de W-H também são usadas para projetar o sinal transmitido. No entanto, os resultados mostram que o sinal é recuperado, impondo uma série de restrições no projeto do filtro formatador para diminuir o nível de ICI.

Os resultados em [12] mostram que mesmo havendo superposição entre duas portadoras, para $\Delta f T > 0.61$ não há perda na taxa de erro de bits (BER, do inglês *Bit Error Rate*) para

o receptor de máxima verossimilhança. Um resultado promissor pois está fornecendo uma economia de banda de quase 40% comparado ao sistema ortogonal. No entanto, os resultados apresentados em [12] não abordam um sistema com mais de duas portadoras.

É importante estudar uma arquitetura de receptor ML para N portadoras não-ortogonais, com $N > 2$, para verificar sobre que condições de $\Delta f T$ não há uma degradação da BER em relação ao caso de N portadoras ortogonais. No entanto, um receptor ML requer elevada complexidade computacional o que desperta a necessidade de pesquisar outras estruturas de receptor.

Os resultados apresentados em [12] e [14] motivaram este trabalho que tem como objetivo desenvolver estruturas de receptor para um sistema de comunicação com N portadoras não-ortogonais e com superposição espectral através de um canal AWGN. Desenvolve-se um receptor baseado no critério de máxima verossimilhança, dois receptores que utilizam a filtragem linear, um usando filtro que minimiza o erro quadrático médio (MMSE, do inglês Minimum Mean Square Error) e o outro usando um filtro de forçagem a zero (ZF, do inglês Zero Forcing) da interferência entre portadoras. Além disso, são propostos dois receptores não-lineares, um baseado no algoritmo cancelador de interferência sucessiva, SIC (do inglês, *Successive Interference Cancellation*), e o outro baseado em uma nova versão da estrutura anterior, concebida neste trabalho.

A organização deste trabalho está na seguinte forma:

- ▶ No capítulo 2, deriva-se o receptor de máxima verossimilhança para detecção de N sinais m -QAM não-ortogonais, modulados com pulsos retangulares, e com espaçamento entre portadoras menor do que a taxa de símbolo $\Delta f < 1/T$, através do canal AWGN. Além disso, é feita uma análise teórica da taxa de erro de bits (BER) do sistema, discute-se como encontra a distância mínima euclidiana entre os pontos da constelação do sistema com N portadoras não-ortogonais e por fim é apresentado uma segunda estrutura de receptor, também baseado no critério de máxima verossimilhança, para o problema em análise.
- ▶ No capítulo 3, deriva-se duas estruturas de receptores: uma utilizando o equalizador que minimiza o erro quadrático médio (MMSE) e outro equalizador que visa cancelar toda a interferência entre portadoras (ZF). Para cada equalizador é feita uma análise matemática do erro de estimação causado por tais receptores.
- ▶ No capítulo 4, são propostas duas estruturas de receptores não-lineares. A primeira estrutura é baseado no SIC e a segunda estrutura baseia-se no SIC modificado, uma estrutura nova que esta sendo proposta neste trabalho.

- ▶ No capítulo 5, são apresentados os resultados de desempenho dos sistemas propostos nos capítulos 2, 3 e 4 em termos da BER. Estes resultados são comparados entre si e reforçam a argumentação teórica apresentada em cada um dos capítulos anteriores.
- ▶ No capítulo 6, apresentam-se as conclusões dos estudos realizados, as contribuições resultantes deste trabalho, e novas perspectivas de pesquisas relacionadas a esta dissertação.

Trabalhos gerados pelo autor relativos a esta dissertação:

- ▶ **D. C. Araújo**, A. M. P. de Lucena., J. C. M. Mota, "Sistema de Comunicação com Múltiplas Portadoras m -QAM Não-Ortogonais", publicado nos anais do XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, 2012.
- ▶ **D. C. Araújo**, W. C. Freitas JR., A. L. F. de Almeida, "A Bidirectional Processing Receiver for Layered Space-Time MIMO Systems.", publicado nos anais do XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, 2012.

CAPÍTULO 2

DETECTOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA PARA N SINAIS M -QAM NÃO-ORTOGONAIS EM CANAL AWGN

Neste capítulo, deriva-se o receptor de máxima verossimilhança para a detecção de N sinais m -QAM não-ortogonais transmitidos em um canal AWGN, considerando a separação entre as portadoras menor do que a taxa de símbolo, $\Delta f \leq 1/T$. É apresentada a análise da BER do sistema, assim como sua relação com a expressão da distância mínima entre dois símbolos da constelação do sistema m -QAM de N portadoras não-ortogonais. Além disso, é discutido uma segunda estratégia de transmissão e recepção para N sinais m -QAM não-ortogonais em canal AWGN. Esta segunda estrutura é derivada usando a expansão em base de Gram-Schmidt.

O capítulo está organizado da seguinte forma: na seção 2.1 é apresentado o modelo do sinal transmitido, na seção 2.2 deriva-se o receptor ML, na seção 2.3 apresenta-se uma análise da BER do sistema, na seção 2.4 estuda-se o problema de minimização da função distância para o problema em questão e por fim, na seção 2.5 apresenta-se o sistema GS-NOMC (do inglês, *Gram-Schmidt Non-Orthogonal Multicarriers*) e sua relação com o critério de máxima verossimilhança.

2.1 Modelo do sistema

No transmissor, N sinais m -QAM são combinados para formar $M = m^N$ possíveis formas de ondas. A i -ésima forma de onda, correspondente ao sinal equivalente em banda-básica, é expressa por:

$$s_i(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{i,n}(k) e^{j2\pi n \Delta f t} p(t - kT) \quad (2.1)$$

em que, $i = 1, 2, \dots, M$, $(k-1)T \leq t \leq kT$ é o intervalo de tempo correspondente ao k -ésimo símbolo transmitido, $x_{i,n}(k)$ é o k -ésimo subsímbolo associado à n -ésima portadora m -QAM e é estatisticamente independente para todo n e k . O pulso formatador $p(u)$ é retangular com amplitude unitária e $u \in [0, T)$. A variável Δf define o espaçamento entre as portadoras e $\Delta f < 1/T$. Assim, há uma superposição espectral entre os lóbulos principais das subportadoras que compõe $s_i(t)$ da Eq. (2.1). A Figura 2.1 representa o transmissor do sistema.

O canal é considerado AWGN e o sinal no receptor é dado por:

$$r(t) = s_i(t) + q(t), \quad (2.2)$$

em que, $q(t)$ representa o sinal de ruído equivalente em banda-básica, que é suposto branco, complexo, com distribuição gaussiana e densidade espectral de potência $2N_o$ e média nula [15].

Este trabalho objetiva estudar diferentes configurações de receptor para detecção dos símbolos $x_{i,n}(k)$. Na próxima seção, apresenta-se a detecção de máxima verossimilhança.

2.2 Receptor de máxima verossimilhança

Deseja-se projetar um receptor que realize a decisão do sinal transmitido $s_i(t)$ em cada intervalo de símbolo baseado na observação do sinal recebido $r(t)$, expresso pela Eq. (2.2), de maneira que a probabilidade de decidir corretamente seja maximizada. Portanto, deve-se maximizar a função de densidade de probabilidade *a posteriori* dada por:

$$f[s_i(t)|r(t)], \quad i = 1, 2, \dots, m^N.$$

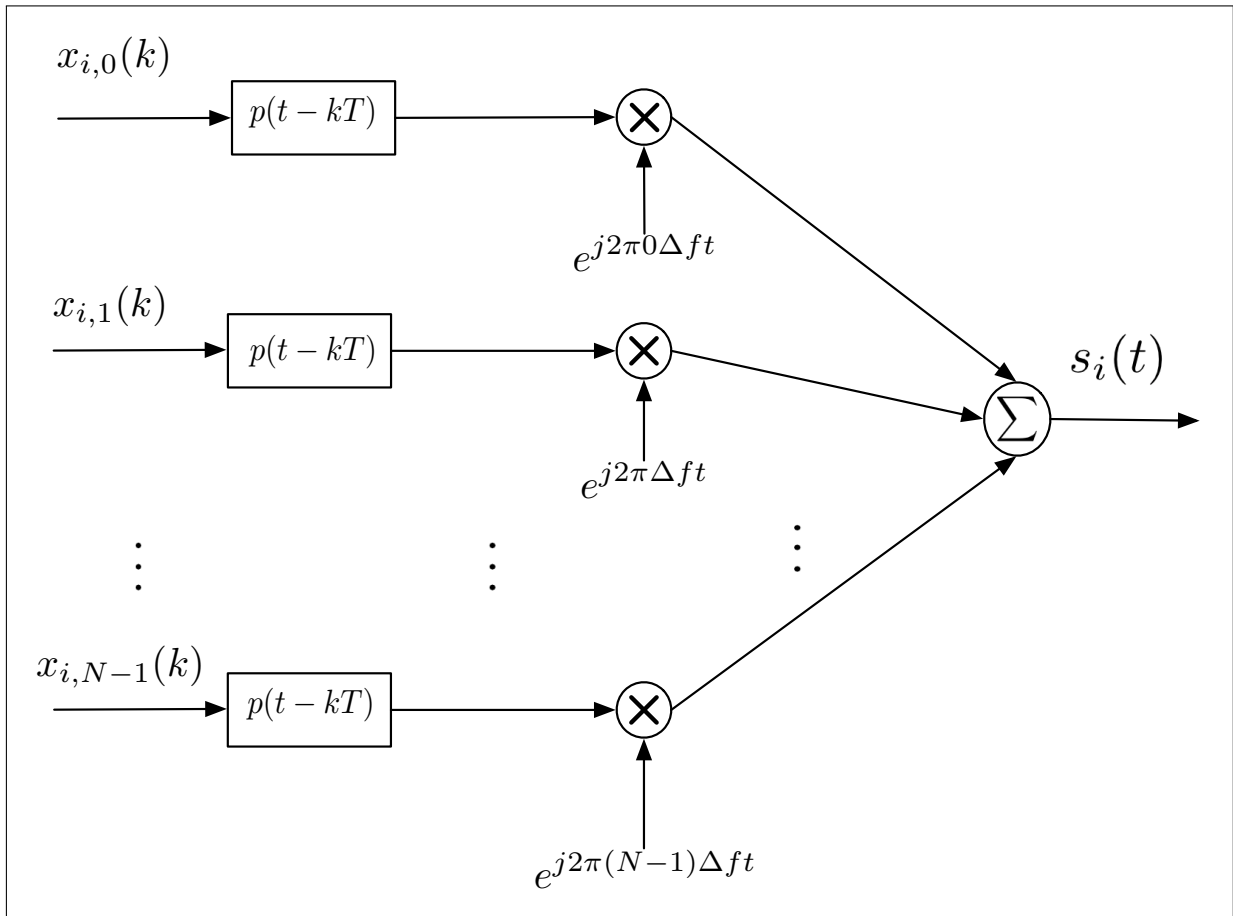
Com essa estratégia, a probabilidade de erro é minimizada [16], [17] [18].

Usando o teorema de Bayes, a probabilidade *a posteriori* pode ser expressa como [19]:

$$f[s_i(t)|r(t)] = \frac{f[r(t)|s_i(t)]f[s_i(t)]}{f[r(t)]}. \quad (2.3)$$

Analisando a Eq. (2.3), para maximizar $f[s_i(t)|r(t)]$ seria necessário maximizar o produto $f[r(t)|s_i(t)]f[s_i(t)]$. No entanto, para o sistema em estudo os m^N possíveis símbolos não-ortogonais são equiprováveis, ou seja $f[s_i(t)] = 1/(m^N)$. Desta forma, deseja-se maximizar

Figura 2.1 – Arquitetura do transmissor.



a função de densidade de probabilidade de máxima verossimilhança $f[r(t)|s_i(t)]$.

O receptor de máxima verossimilhança visa maximizar a função de densidade de probabilidade de $r(t)$ condicionada ao conhecimento do sinal transmitido $s_i(t)$, denotada por $f[r(t)|s_i(t)]$. Esta estratégia de detecção é ótima para canais AWGN e pode ser implementada através do cálculo da distância mínima $D_k[r(t), s_i(t)]$ para cada instante kT , representada pela Eq. (2.4) [16]

$$D_k[r(t), s_i(t)] = \int_{(k-1)T}^{kT} |r(t) - s_i(t)|^2 dt \quad (2.4)$$

em que, $i \in [1, M]$ e $k, i \in \mathbb{N}$.

Outra maneira de implementar o critério de máxima verossimilhança é através da maximização das M métricas de correlação $C_k[r(t), s_i(t)]$, $i = 1, 2, 3, \dots, M$, representada pela Eq. (2.5) [16]:

$$C_k[r(t), s_i(t)] = 2\text{Re} \left\{ \int_{(k-1)T}^{kT} r(t) s_i^*(t) dt \right\} - \int_{(k-1)T}^{kT} |s_i(t)|^2 dt. \quad (2.5)$$

Observe que o segundo termo da Eq. (2.5) representa a energia $E_i(k)$ do sinal $s_i(t)$ transmitido no intervalo de tempo $(k-1)T \leq t \leq kT$, e dada por:

$$\begin{aligned} E_i(k) &= \int_{(k-1)T}^{kT} |s_i(t)|^2 dt \\ E_i(k) &= E_p \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} |x_{i,n}(k)|^2 + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq n}}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) h_{n,m}(\Delta f T, k) \right\}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

em que,

$$h_{n,m}(\Delta f T, k) = \text{sinc}((n-m)\Delta f T) e^{j2\pi(n-m)\Delta f T(k-1/2)},$$

e $E_p = \int_0^T |p(t)|^2 dt$ é a energia do pulso $p(t)$. Note que, $E_i(k)$ é uma função que depende dos símbolos m -QAM, do instante k e do fator $\Delta f T$, o qual indica o grau de superposição entre as portadoras. Caso o leitor queira aprofundar compreender a demonstração da Eq. (2.6), a mesma encontra-se no Apêndice B.1.

A Eq. (2.6) pode ser reescrita na forma vetorial:

$$E_i(k) = E_p [\mathbf{x}_i^H(k) \mathbf{H}(k) \mathbf{x}_i(k)], \quad (2.7)$$

em que, $\mathbf{x}_i(k) = [x_{i,0}(k), x_{i,1}(k), \dots, x_{i,N-1}(k)]^T$, o operador $[\cdot]^T$ indica o transposto e a matriz:

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} 1 & h_{1,2}(\Delta f T, k) & \dots & h_{1,N-1}(\Delta f T, k) \\ h_{2,1}(\Delta f T, k) & 1 & \dots & h_{2,N-1}(\Delta f T, k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1,1}(\Delta f T, k) & h_{N-1,2}(\Delta f T, k) & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Note que, a matriz $\mathbf{H}(k)$ é uma matriz hermitiana, pois $h_{n,m}(\Delta f T, k) = h_{m,n}^*(\Delta f T, k)$. Além disto, se $\Delta f T = 1$, então $\mathbf{H}(k) = \mathbf{I}$ e, por outro lado, se $\Delta f T \leq 1$, $\mathbf{H}(k)$ é dependente do tempo discreto k . Portanto, a energia do símbolo varia com o tempo.

Analisando o primeiro termo do segundo membro da Equação (2.5) e substituindo $s_i(t)$, a

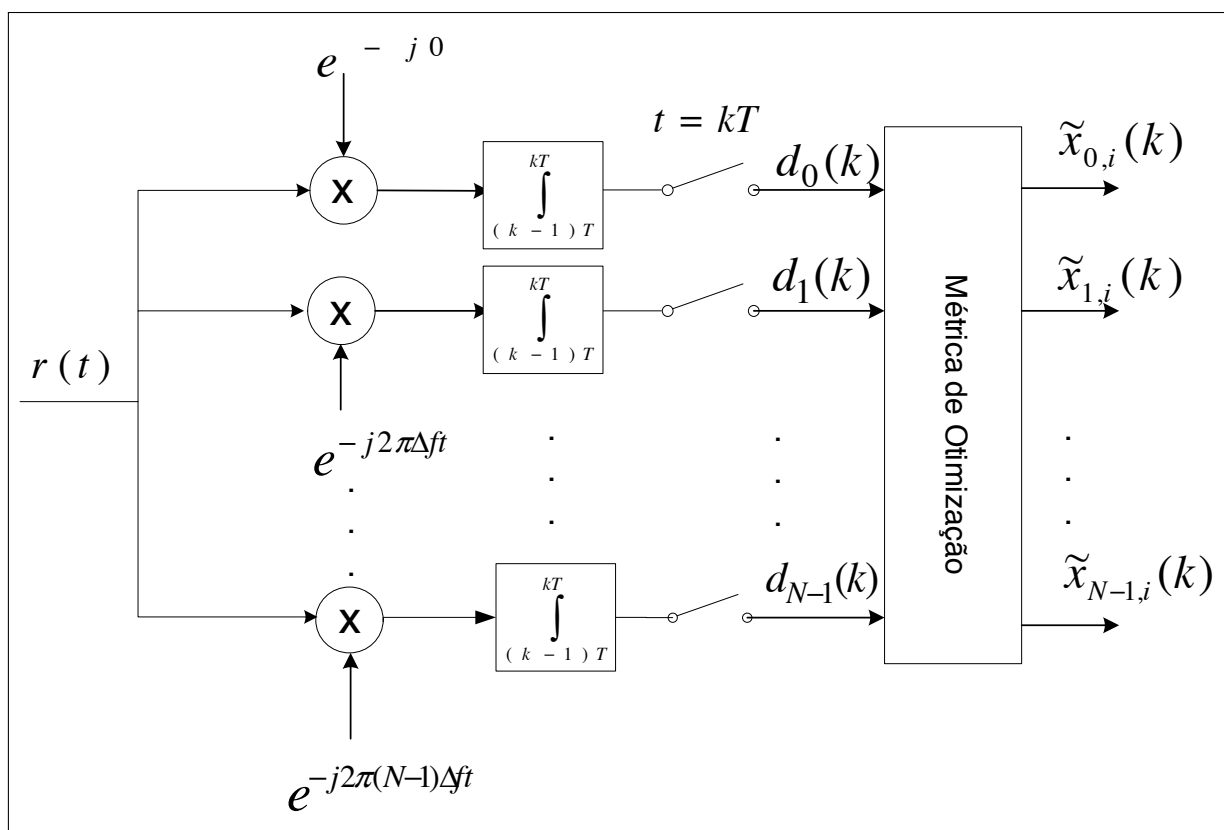
métrica de correlação entre $r(t)$ e $s_i(t)$, é dada por :

$$C_k[r(t), s_i(t)] = 2\text{Re}\left\{ \sum_{n=0}^{N-1} x_{i,n}^*(k) \int_{(k-1)T}^{kT} r(t) e^{-j2\pi n\Delta f t} dt - E_i(k) \right\}. \quad (2.8)$$

O receptor de máxima verossimilhança deve calcular a métrica de correlação expressa pela Eq. (2.8) para todas as possíveis formas de ondas transmitidas e decidir pelo conjunto de subsímbolos $[x_{0,i}(k), x_{1,i}(k), \dots, x_{N-1,i}(k)]$ que maximiza tal métrica. A Figura 2.2 mostra a arquitetura do receptor ML.

É importante observar na Figura 2.2 e a Eq. (2.8) que as amostras na saída do integrador e do circuito amostrador possuem estatísticas suficientes para a detecção dos símbolos [12], [16], ou seja, toda informação que foi transmitida está contida nas amostras na saída do banco de integradores.

Figura 2.2 – Arquitetura do receptor de máxima verossimilhança.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A complexidade do detector de máxima verossimilhança cresce exponencialmente na forma de $M = m^N$ seqüências de símbolos. Tomando como exemplo um sistema 4-QAM com 16 portadoras, o detector deverá calcular 4^{16} métricas de correlação $C_k[r(t), s_i(t)]$, tendo, portanto,

um custo computacional elevado.

Para determinar as amostras na saída do integrador considere:

$$d_l(k) = \int_{(k-1)T}^{kT} r(t) e^{-j2\pi l \Delta f t} dt, \quad 0 \leq l \leq N-1,$$

e

$$r(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{i,n}(k) e^{j2\pi n \Delta f t} + q(t).$$

Portanto, tem-se que:

$$\begin{aligned} d_l(k) &= x_{i,l}(k) \int_{(k-1)T}^{kT} dt + \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq l}}^{N-1} x_{i,n}(k) \int_{(k-1)T}^{kT} e^{j2\pi(n-l)\Delta f t} dt + z_l(k) \\ &= T x_{i,l}(k) + T \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq l}}^{N-1} x_{i,n}(k) h_{n,l}(\Delta f T, k) + z_l(k). \end{aligned} \quad (2.9)$$

O sinal amostrado na saída do integrador no l -ésimo braço possui a informação $x_{i,l}(k)$ carregada pela l -ésima portadora. O segundo termo da Eq. (2.9) representa a parcela de interferência entre as portadoras, enquanto que o terceiro termo, $z_l(k)$, é a contribuição do ruído Gaussiano na saída do integrador. Este ruído é dado pela Eq. (2.10)

$$z_l(k) = \int_{(k-1)T}^{kT} q(t) e^{-j2\pi l \Delta f t} dt. \quad (2.10)$$

Sendo $z_l(k)$, uma variável aleatória Gaussiana, para caracterizá-la é suficiente a determinação de suas estatísticas de primeira e segunda ordem. A média estatística de $z_l(k)$, para qualquer k e l , é dada por:

$$E\{z_l(k)\} = \int_{(k-1)T}^{kT} E\{q(t)\} e^{-j2\pi l \Delta f t} dt.$$

$$E\{z_l(k)\} = 0.$$

Sendo a média da variável $E\{z_l(k)\} = 0$, a função de autocorrelação para os instantes k_1 e k_2 é:

$$E\{z_l(k_1) z_l^*(k_2)\} = \int_{(k_1-1)T}^{k_1 T} \int_{(k_2-1)T}^{k_2 T} E\{q(t_1) q^*(t_2)\} e^{j2\pi l \Delta f (t_2 - t_1)} dt_2 dt_1. \quad (2.11)$$

Desenvolvendo-se a Eq. (2.11), encontra-se o seguinte resultado:

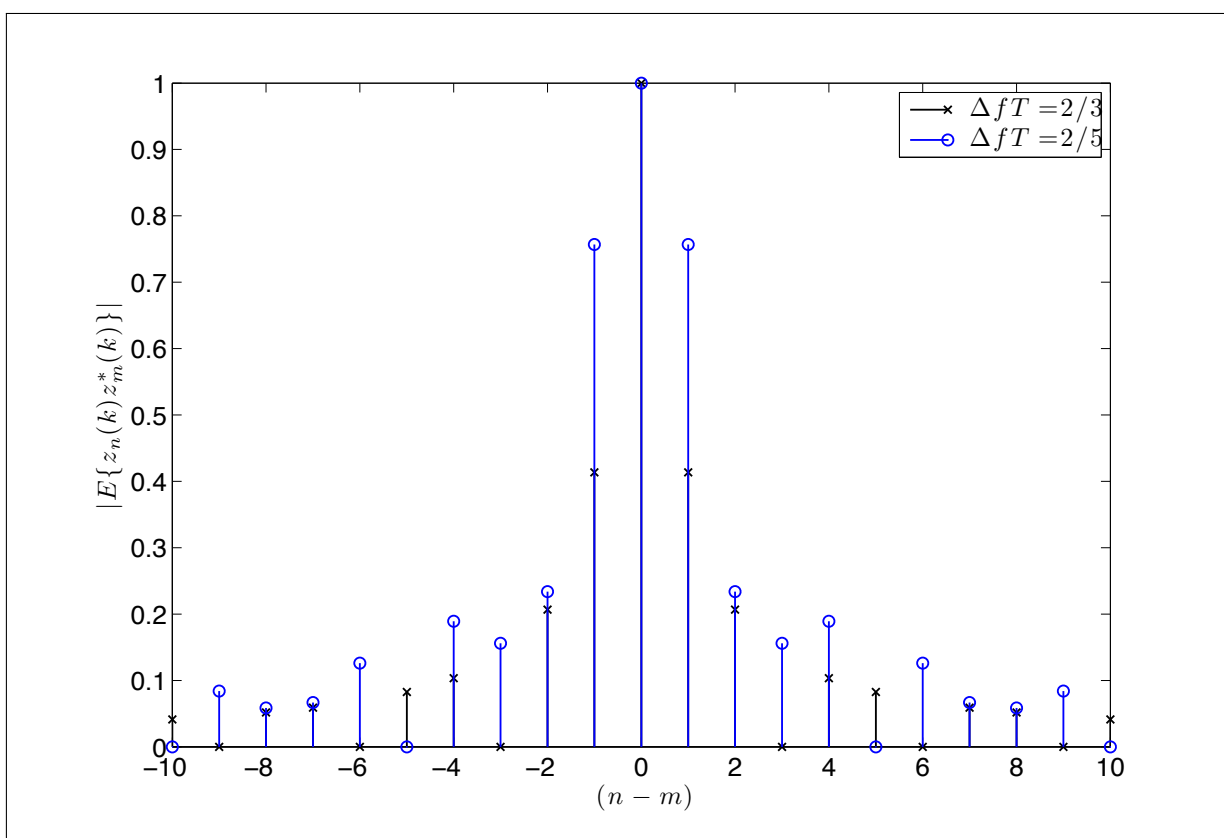
$$E\{z_l(k_1) z_l^*(k_2)\} = 2TN_0 \delta(k_2 - k_1). \quad (2.12)$$

Note na Eq. (2.10), que o ruído $z_l(k)$ depende da variável l associada a cada portadora. Portanto, é importante investigar qual a correlação entre ruídos de diferentes portadoras em um dado instante k :

$$\begin{aligned} E\{z_n(k)z_m^*(k)\} &= \int_{(k-1)T}^{kT} \int_{(k-1)T}^{kT} E\{q(t_1)q^*(t_2)\} e^{j2\pi n\Delta f t_1} e^{-j2\pi m\Delta f t_2} dt_1 dt_2, \\ &= \int_{(k-1)T}^{kT} 2N_0 e^{j2\pi(n-m)\Delta f t_2} dt_2 \\ &= 2TN_0 \text{sinc}((n-m)\Delta f T) e^{j2\pi(n-m)\Delta f T(k-1/2)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

A Eq. (2.13) mostra que se o $\Delta f T = 1$ a função $E\{z_n(k)z_m^*(k)\} = 2TN_0$ se somente se $n = m$, $\forall k$. Neste caso, o ruído associado a cada portadora em um dado instante k é descorrelacionado. No entanto, se $\Delta f T < 1$ este ruído é correlacionado. O Gráfico 2.1 mostra a relação entre a magnitude $|E\{z_n(k)z_m^*(k)\}|$ e a diferença $(n - m)$. É importante salientar que, o processo conjunto $\mathbf{z} = [z_0(k), z_1(k), \dots, z_{N-1}(k)]$, que define as parcelas de ruído para cada uma das portadoras, é não estacionário.

Gráfico 2.1 – Gráfico da função de correlação na frequência $E\{z_n(k)z_m^*(k)\}$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3 Desempenho Teórico do Sistema

Para calcular o desempenho teórico do sistema é necessário compreender primeiramente que, o detector de máxima verossimilhança proposto na Figura 2.2 calcula as M métricas de correlação $C[r(t), s_1(t)], \dots, C[r(t), s_M(t)]$ definida pela Eq. (2.5), para cada intervalo de tempo $(k-1)T < t < kT$. Portanto, para determinar a probabilidade de erro média \bar{P}_e do receptor de máxima verossimilhança, considere uma dada forma de onda $s_i(t)$, em banda-básica equivalente, transmitida no intervalo $(k-1)T < t < kT$. O evento erro e_j ocorrerá quando $C[r(t), s_j(t)] > C[r(t), s_i(t)]$, para $i \neq j$. A taxa de erro de símbolos condicionada à $s_i(t)$ é dada por:

$$P_i(k) = P \left[\bigcup_{j \neq i} e_j \right] \leq \sum_{i \neq j} P[e_j] \quad (2.14)$$

em que, $P[\bigcup_{j \neq i} e_j]$ representa a probabilidade de união de todos os eventos de erros, em que $j \neq i$, e $P[e_j]$ representa a probabilidade de ocorrer o evento e_j .

Para obter o limitante superior da probabilidade de erro descrita na Eq. (2.14) é necessário determinar a expressão de $P[e_j]$, sendo assim, considere o evento de erro e_j . A partir da Eq. (2.4) e da Eq. (2.2), é possível concluir que a condição para a ocorrência de e_j é [12], [16]:

$$\text{Re} \left\{ \int_{(k-1)T}^{kT} q(t) [s_j(t) - s_i(t)]^* dt \right\} > \frac{1}{2} D_k[s_j(t), s_i(t)]. \quad (2.15)$$

em que, $D_k[s_j(t), s_i(t)]$ representa a distância entre os símbolos $s_j(t)$ e $s_i(t)$ definida pela Eq. (2.4). Considerando $s_j(t)$ e $s_i(t)$ definidos pela Eq. (2.1) a distância é dada por:

$$D_k[s_j(t), s_i(t)] = E_j(k) + E_i(k) - 2\text{Re} \left\{ \int_{(k-1)T}^{kT} s_j(t) s_i^*(t) dt \right\} \quad (2.16)$$

em que, a integral na Eq. (2.16) é dada por :

$$\begin{aligned} \int_{(k-1)T}^{kT} s_j(t) s_i^*(t) dt &= E_p \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} x_{j,n} x_{i,n}^* \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{j,n} x_{i,m}^* \text{sinc}((n-m)\Delta f T) e^{j2\pi(n-m)\Delta f T(k-1/2)} \right\}. \end{aligned}$$

Na Inequação (2.15), supondo conhecidos $s_j(t)$ e $s_i(t)$, $i, j = 1, 2, \dots, M$ e reconhecendo que $q(t)$ é um processo estocástico Gaussiano, o termo do primeiro membro é uma variável

aleatória gaussiana definida por γ , a qual possui média nula e variância $\sigma_\gamma^2 = \frac{N_0}{2} D_k[s_j(t), s_i(t)]$. Portanto, a função de densidade de probabilidade da variável γ é:

$$f(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\gamma^2}} e^{-\frac{\gamma^2}{2\sigma_\gamma^2}}, \quad (2.17)$$

usando a Eq. (2.17), a probabilidade do evento e_j é:

$$\begin{aligned} P[e_j] &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\gamma^2}} \int_0^\infty e^{-\frac{\gamma^2}{2\sigma_\gamma^2}} d\gamma \\ &= Q\left(\sqrt{\frac{D_k[s_j(t), s_i(t)]}{2N_0}}\right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

substituindo a Eq. (2.18) em (2.14) tem-se um limitante superior para $P_i(k)$:

$$P_i(k) \leq \sum_{i \neq j} Q\left(\sqrt{\frac{D_k[s_j(t), s_i(t)]}{2N_0}}\right). \quad (2.19)$$

Observa-se da Eq. (2.16) que $P_i(k)$ depende do fator ΔfT , $\forall k \in \mathbb{N}$ [12], [14]. Finalmente, considerando todos os M possíveis sinais $s_i(t)$ equiprováveis, a probabilidade de erro média é:

$$\bar{P}_e = \lim_{L \rightarrow \infty} \left[\sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^M \frac{P_i(k)}{M} \right] / L, \quad (2.20)$$

em que, L é o número total de instantes no tempo discreto.

É importante salientar que, quanto menor é a distância entre os símbolos, maior será a probabilidade de erro média, definido na Eq. (2.20). Portanto, a parcela mais significativa do somatório na Eq. (2.19) é aquela correspondente à menor distância mínima. Com isso, o desempenho do sistema é fortemente influenciado pela distância mínima entre os símbolos da constelação do sistema não-ortogonal. Isto é esperado haja visto que a ocorrência de erros para símbolos $s_j(k)$ mais distantes de $s_i(k)$ é menos esperado do ponto de vista da formação de erros.

2.4 Distância Mínima entre Símbolos da Constelação de Portadoras Não-Ortogonais

O cálculo da distância mínima entre os símbolos da constelação não-ortogonal é de fundamental importância para obtermos o desempenho teórico do sistema de multiportadoras não-ortogonais. Portanto, com base na Eq. (2.16) e técnicas de otimização é discutido nesta seção como obter uma fórmula analítica para o problema da distância mínima.

Considere o conjunto de subsímbolos $b_n(k)$, $0 \leq n \leq N-1$, $\forall n \in \mathbb{N}$, associado ao sinal $b(t)$ transmitido no intervalo $(k-1)T \leq t < kT$. Deseja-se determinar qual o conjunto de subsímbolos $x_n(k)$, $0 \leq n \leq N-1$, $\forall n \in \mathbb{N}$, que minimiza a distância entre $x(t)$ e $b(t)$ expressa pela equação :

$$D_k[x(t), b(t)] = \int_{(k-1)T}^{kT} |x(t) - b(t)|^2 dt \quad (2.21)$$

em que,

$$x(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n(k) e^{j2\pi n \Delta f t} p(t - kT),$$

$$b(t) = \sum_{n=0}^{N-1} b_n(k) e^{j2\pi n \Delta f t} p(t - kT).$$

A função distância pode ser escrita na forma vetorial. Para determiná-la considere a Eq. (2.21) reescrita da seguinte forma:

$$D_k[x(t), b(t)] = E_b(k) + E_x(k) - 2\text{Re}\left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_n(k) b_m^* \int_{(k-1)T}^{kT} e^{-j2\pi(n-m)\Delta f t} dt \right\}$$

$$= E_b(k) + E_x(k) - 2\text{Re}\left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_n(k) b_m^* h_{n,m}(\Delta f T, k) \right\}, \quad (2.22)$$

em que, $E_b(k)$ e $E_x(k)$ correspondem à energia das formas de onda $b(t)$ e $x(t)$ respectivamente no intervalo $(k-1)T \leq t < kT$. Substituindo a Eq. (2.7) na Eq. (2.22) e representando o duplo somatório na forma matricial tem-se que:

$$D_k[x(t), b(t)] = \mathbf{x}^H(k) \mathbf{H}(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{b}^H \mathbf{H}(k) \mathbf{b}(k) - \mathbf{x}^H(k) \mathbf{H}(k) \mathbf{b}(k) - \mathbf{b}^H(k) \mathbf{H}(k) \mathbf{x}(k)$$

$$= [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)]^H \mathbf{H}(k) [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)], \quad (2.23)$$

se $\Delta f T = 1$, condição de ortogonalidade, $\mathbf{H}(k) = \mathbf{I}$, obtem-se a distância quadrática para o caso ortogonal:

$$D_k[x(t), b(t)] = [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)]^H [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)] = \|\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)\|^2.$$

Deseja-se minimizar a distância entre $x(t)$ e $b(t)$ definida pela Eq. (2.23), mantendo-se $b(t)$ fixo e variando-se $x(t)$. A minimização deve ser efetuada com a seguinte restrição:

$$g_k(\mathbf{x}(k)) > 0,$$

em que,

$$g_k(\mathbf{x}(k)) = [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)]^H [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)],$$

$\mathbf{x}(k) = [x_0(k), \dots, x_{N-1}(k)]^T$ e $\mathbf{b}(k) = [b_0(k), \dots, b_{N-1}(k)]^T$. A restrição $g_k(\mathbf{x}(k)) > 0$ garante que $\mathbf{x}(k) \neq \mathbf{b}(k)$. Esta condição é necessária para que a distância seja não nula. Portanto, a função custo para o problema em questão é dada por:

$$J_k(\mathbf{x}(k)) = D_k[x(k), b(k)] + \lambda_0 g_k(\mathbf{x}(k)). \quad (2.24)$$

Derivando a Eq. (2.24) com relação ao vetor $\mathbf{x}(k)$, tem-se que

$$\frac{\partial J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}(k)} = [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)]^H \mathbf{H}(k) - \lambda_0 [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)]^H,$$

em que,

$$\frac{\partial J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}(k)} = \left[\frac{\partial J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_0(k)} \quad \frac{\partial J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_1(k)} \quad \frac{\partial J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_2(k)} \quad \dots \quad \frac{\partial J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_{N-1}(k)} \right],$$

o que resulta em:

$$\frac{\partial J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}(k)} = [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)]^H [\mathbf{H}(k) - \lambda_0 \mathbf{I}]. \quad (2.25)$$

Para determinar o $\mathbf{x}(k)$ que minimiza a função custo, primeiramente deve-se obter os pontos críticos a partir da seguinte equação [20]:

$$\frac{\partial J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}(k)} = \mathbf{0}^T \quad (2.26)$$

em que, $\mathbf{0}$ representa o vetor coluna nulo.

Observe que para determinar os pontos críticos na Eq. (2.25) há três possibilidades. A primeira, seria $\mathbf{x}(k) = \mathbf{b}(k)$, no entanto, isto não ocorre pois a restrição $g_k(\mathbf{x}(k))$ garante que $\mathbf{x}(k) \neq \mathbf{b}(k)$. A segunda seria se $\mathbf{H}(k) = \mathbf{I}$ e $\lambda_0 = 1$, isso só ocorre se $\Delta fT = 1$, o que não interessa pois estamos interessados no $\Delta fT < 1$. A terceira e última possibilidade seria se:

$$\mathbf{e}^H(k) [\mathbf{H}(k) - \lambda_0 \mathbf{I}] = \mathbf{0},$$

em que, $\mathbf{e}(k) = [\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(k)]$ é o vetor erro. Para que tal condição seja satisfeita $\det([\mathbf{H}(k) - \lambda_0 \mathbf{I}]) = 0$. A determinação da Hessiana é importante para verificar a existencia do ponto mínimo. A seguir obtem-se a matriz Hessiana:

$$\frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}(k) \partial \mathbf{x}^*(k)} = \mathbf{H}(\mathbf{k}) - \lambda_0 \mathbf{I} \quad (2.27)$$

em que,

$$\frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}(k) \partial \mathbf{x}^*(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_0(k) \partial x_0^*(k)} & \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_0(k) \partial x_1^*(k)} & \cdots & \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_0(k) \partial x_{N-1}^*(k)} \\ \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_1(k) \partial x_0^*(k)} & \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_1(k) \partial x_1^*(k)} & \cdots & \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_1(k) \partial x_{N-1}^*(k)} \\ \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_2(k) \partial x_0^*(k)} & \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_2(k) \partial x_1^*(k)} & \cdots & \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_2(k) \partial x_{N-1}^*(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_{N-1}(k) \partial x_0^*(k)} & \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_{N-1}(k) \partial x_1^*(k)} & \cdots & \frac{\partial^2 J_k(\mathbf{x}(k))}{\partial x_{N-1}(k) \partial x_{N-1}^*(k)} \end{bmatrix},$$

que mostra não haver ponto de inflexão, como esperado para um funcional quadrático.

De acordo com a literatura [20], [21], [22], se a Hessiana for semi-definida positiva, então há um mínimo local. Isto nos leva à restrição que $|\lambda_0| < 1$ e que, há pelo menos uma solução para encontrar um ponto extremo $\hat{\mathbf{x}}(k)$, o qual é mínimo, já que a Hessiana é simétrica e portanto, seus autovalores são positivos se $\lambda_0 > 0$.

2.5 Sistema de Portadoras Não-Ortogonais por Decomposição em Base de Gram-Schmidt

Nesta seção é apresentado uma outra estrutura de transmissor e receptor de múltiplas portadoras não-ortogonais, em que se utiliza a decomposição de base de Gram-Schmidt para representação dos sinais tanto no transmissor como no receptor. A arquitetura do receptor também faz uso do critério de máxima verossimilhança. A decomposição em uma base de Gram-Schmidt permite obter um conjunto de funções ortonormais para representar um conjunto de sinais de energia finita e forma de onda $\{s_i(t), i = 1, 2, \dots, m^N\}$ [16] [23], [24].

Considere um sinal equivalente em banda-básica de N portadoras não-ortogonais,

$$s_i(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{i,n}(k) e^{j2\pi n \Delta f t} p(t - kT),$$

com pulso formatador $p(t - kT)$ retangular, amplitude unitária e superposição espectral. Utilizando o procedimento de ortogonalização de Gram-Schmidt é possível construir uma base ortonormal a partir de um conjunto de funções linearmente independentes $e^{j2\pi 0 \Delta f t} \dots e^{j2\pi(N-1)\Delta f t}$ para representar $s_i(t)$ como se segue:

$$s_i(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_{i,n}[k] \phi_{n,k}(t), \quad (2.28)$$

em que, $(k-1)T \leq t < kT, k \in \mathbb{N}$ e

$$\phi_{n,k}(t) = \frac{\psi_{n,k}(t)}{\int_{(k-1)T}^{kT} |\psi_{n,k}(t)|^2 dt},$$

$$\psi_{n,k}(t) = e^{j2\pi n \Delta f t} - \sum_{\alpha=0}^{n-1} \left(\int_{(k-1)T}^{kT} e^{j2\pi n \Delta f t} \phi_{\alpha,k}^*(t) dt \right) \phi_{\alpha,k}(t).$$

A função $\phi_{n,k}(t)$ forma uma base ortogonal e $a_{i,n}(k) = \int_{(k-1)T}^{kT} s_i(t) \phi_{n,k}^*(t) dt$, $(k-1)T \leq t < kT$ é a projeção do sinal $s_i(t)$ em $\phi_{n,k}(t)$, em que $n = 0, \dots, N-1$.

É importante ressaltar que no trabalho [25], é mostrado que as funções $e^{j2\pi 0 \Delta f t} \dots e^{j2\pi(N-1) \Delta f t}$ são linearmente independentes no primeiro intervalo de símbolo $[0, T)$. No entanto, o problema em estudo considera o k -ésimo intervalo de tempo ($k = 1, 2, 3, \dots$). Sendo assim, as funções devem ser linearmente independente em qualquer intervalo, $(k-1)T \leq t < kT$. Nesta dissertação, é feita uma demonstração de independência linear para qualquer que seja o intervalo, a qual encontra-se no apêndice A.1, ampliando-se o resultado obtido em [25].

Sejam as componentes de projeção do sinal $s_i(t)$, $a_{i,0}(k)$, $a_{i,1}(k)$, \dots , $a_{i,N-1}(k)$, em uma base ortonormal, obtidas de maneira iterativa utilizando o procedimento de Gram-Schmidt. Uma outra forma de obtê-las é através da transformação linear

$$\mathbf{a}_i(k) = \mathbf{B}(k) \mathbf{x}_i(k), \quad (2.29)$$

em que, $\mathbf{a}_i(k) = [a_{i,0}(k), a_{i,1}(k), \dots, a_{i,N-1}(k)]^T$, $\mathbf{x}_i(k) = [x_{i,0}(k), x_{i,1}(k), \dots, x_{i,N-1}(k)]^T$ e $\mathbf{B}(k)$ é a matriz transformação. Para determinar a matriz $\mathbf{B}(k)$, considere os dois sinais

$$s_i(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{i,n}(k) e^{j2\pi n \Delta f t} p(t - kT) \quad (2.30)$$

$$s_j(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{j,n}(k) e^{j2\pi n \Delta f t} p(t - kT) \quad (2.31)$$

com pulso formatador $p(t - kT)$ retangular, amplitude unitária e superposição espectral no intervalo de tempo $(k-1)T \leq t < kT, k \in \mathbb{N}$, possuindo a distância euclidiana dada por:

$$D[s_i(t), s_j(t)] = [\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_j(k)]^H \mathbf{H}(k) [\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_j(k)]. \quad (2.32)$$

Ao obter uma representação em base Gram-Schmidt dos sinais $s_i(t)$ e $s_j(t)$, tem-se que:

$$s_i(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_{i,n}(k) \phi_{n,k}(t) \quad (2.33)$$

$$s_j(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_{j,n}(k) \phi_{n,k}(t). \quad (2.34)$$

A Eq. (2.33) e a Eq. (2.34) representam os mesmos sinais $s_i(t)$ da Eq. (2.30) e $s_j(t)$ da Eq. (2.31) respectivamente. Portanto, é possível concluir que a distância euclidiana entre os sinais, definidos nas Eq. (2.33) e Eq. (2.34), é igual à distância euclidiana definida na Eq. (2.32). Com isso considere:

$$D[s_i(t), s_j(t)] = [\mathbf{a}_i(k) - \mathbf{a}_j(k)]^H [\mathbf{a}_i(k) - \mathbf{a}_j(k)], \quad (2.35)$$

substituindo a Eq. (2.29) na Eq. (2.35) tem-se que

$$\begin{aligned} D[s_i(t), s_j(t)] &= [\mathbf{B}(k)\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{B}(k)\mathbf{x}_j(k)]^H [\mathbf{B}(k)\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{B}(k)\mathbf{x}_j(k)] \\ &= [\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_j(k)]^H \mathbf{B}^H(k) \mathbf{B}(k) [\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_j(k)], \end{aligned} \quad (2.36)$$

igualando a Eq. (2.32) com a Eq. (2.36) conclui-se que:

$$\mathbf{H}(k) = \mathbf{B}^H(k) \mathbf{B}(k). \quad (2.37)$$

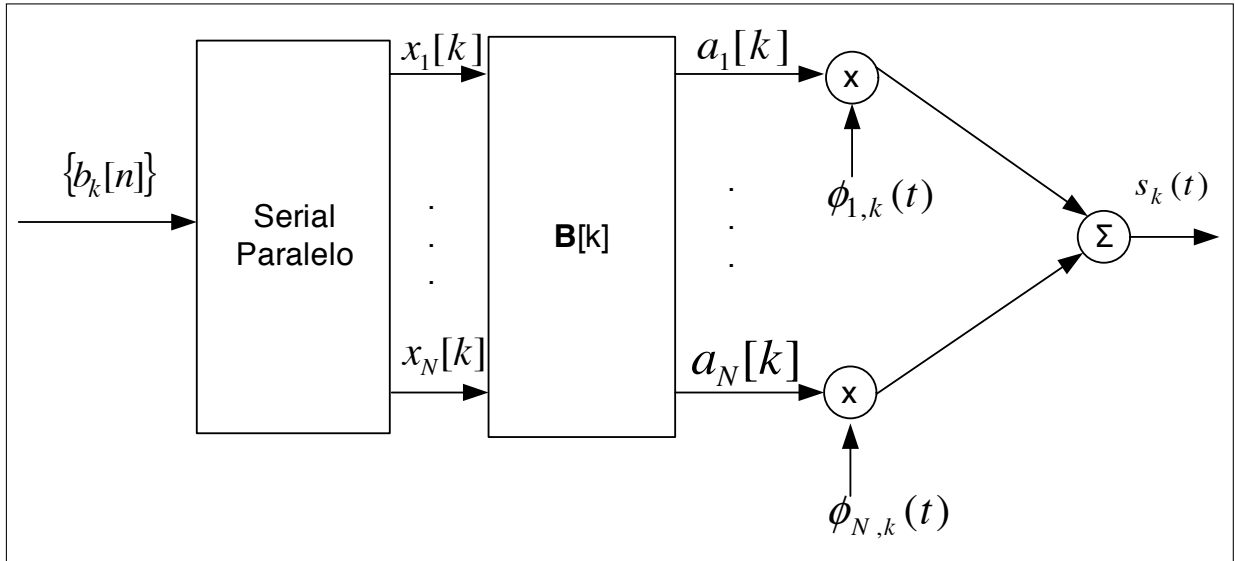
A Eq. (2.37) mostra que há uma relação entre a matriz $\mathbf{H}(k)$ e matriz transformação linear definida na Eq. (2.29). Esta relação é representada na forma da decomposição de Cholesky da matriz $\mathbf{H}(k)$, em que $\mathbf{B}(k)$ é uma matriz triangular superior. A Figura 2.3 e a Figura 2.4 representam o transmissor e o receptor do sistema projetado com base na ortogonalização de Gram-Schmidt. O sistema apresentado é chamado de *Gram-Schmidt Non-Orthogonal Multicarrier* (GS-NOMC).

Note que, na estrutura do transmissor há a presença do bloco $\mathbf{B}(k)$ responsável por realizar a transformação linear definida na Eq. (2.29). Esta operação resulta na criação de novos símbolos pertencentes a uma nova constelação. Isso ocorre porque os símbolos m -QAM agora estão representados em uma nova base. Importante ressaltar que a matriz $\mathbf{B}(k)$ é não-singular, pois é triangular superior, já que ela é resultado da decomposição de Cholesky. Portanto, ela é inversível. Desta forma, é possível recuperar a constelação inicial através de uma de inversão de matriz.

O sinal recebido $r_k(t)$, durante o intervalo $(k-1)T \leq t < kT, k \in \mathbb{N}$, é projetado em cada uma das N funções ortonormais. A saída do banco de integradores pode ser representada pela equação vetorial

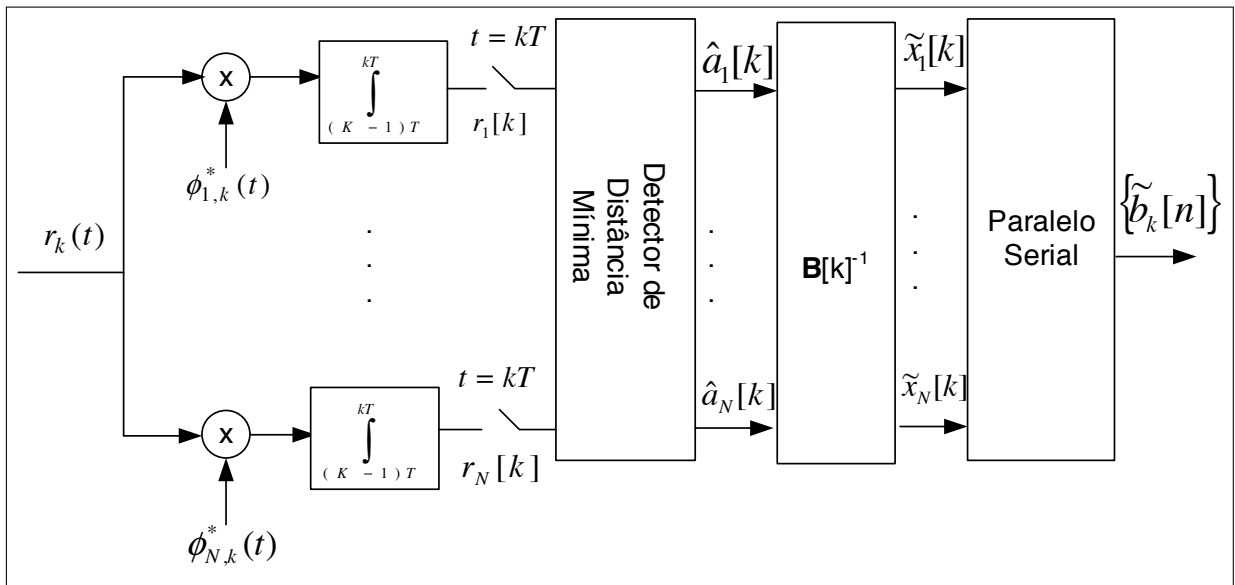
$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{B}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k),$$

Figura 2.3 – Arquitetura do transmissor do sistema GSNOMC.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 2.4 – Arquitetura do receptor do sistema GSNOMC.



Fonte: Elaborada pelo autor.

em que, $\mathbf{x}(k) = [x_0(k), x_1(k), \dots, x_{N-1}(k)]^T$, $\mathbf{r}(k) = [r_0(k), r_1(k), \dots, r_{N-1}(k)]^T$ e $\mathbf{v}(k)$ representa a projeção do ruído branco em cada uma das funções ortonormais. O bloco Detector de Distância Mínima estima $\mathbf{a}(k) = [a_0(k), a_1(k), \dots, a_{N-1}(k)]^T$ a partir de $\mathbf{r}(k)$. Em seguida, é obtido uma estimativa dos símbolos m -QAM transmitidos, $x_0(k), x_1(k), \dots, x_{N-1}(k)$, através da transformação linear definida pela inversa de $\mathbf{B}(k)$ conforme ilustrado na Fig 2.4.

CAPÍTULO 3

RECEPTORES LINEARES PARA N SINAIS M -QAM NÃO-ORTOGONAIS EM CANAL AWGN

No capítulo 2, foi apresentada a estrutura do receptor de máxima verossimilhança para os N sinais não-ortogonais cuja a complexidade computacional aumenta exponencialmente na detecção dos sinais transmitidos. Por esta razão, estudou-se e desenvolveu-se outras estruturas de sub-ótimas receptores.

Neste capítulo, é projetado dois tipos de receptores equalizadores lineares: MMSE e o ZF. Ambos os equalizadores combatem a ICI, no entanto, o ZF amplifica o ruído Gaussiano [26], [27]. Portanto, como será apresentado há uma vantagem do MMSE em relação ao ZF.

Os receptores lineares aproveitam a mesma arquitetura do receptor de máxima verossimilhança até a amostragem do sinal. Conforme apresentado no capítulo anterior, o sinal amostrado na saída do integrador, correspondente a l -ésima portadora, é definido pela Eq. (2.9), aqui repetida:

$$d_l(k) = T \{x_l(k) + \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq l}}^{N-1} x_n(k) h_{l,n}(\Delta f T, k)\} + z_l(k)$$

em que, $d_l(k)$, $x_l(k)$ e $z_l(k) = \int_{(k-1)T}^{kT} q(t) e^{j2\pi l \Delta f t} dt$ representam respectivamente, as amostras dos sinais na saída do integrador, os subsímbolos complexos transmitidos e o ruído presente na l -ésima portadora no instante k . Note que na Eq. (2.9), o subsímbolo transmitido pela l -ésima portadora sofre interferência dos símbolos transmitidos nas outras $(N - 1)$ portadoras e o grau depende de $\Delta f T$.

Na Eq. (2.9), tem-se apenas a representação discreta da informação na l -ésima frequência, no entanto, é desejável que o detector estime conjuntamente todos N símbolos m -QAM

transmitidos. Para tal, utiliza-se a abordagem de transformação linear para expressar todas as equações, considerando os símbolos QAM desejados no instante de tempo kT conforme mostrado a seguir:

$$\mathbf{d}(k) = T\mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{z}(k) \quad (3.1)$$

em que, $\mathbf{x}(k)$ é o vetor coluna dos N símbolos complexos transmitidos no instante discreto k , $\mathbf{H}(k)$ é a matriz de transformação definida por:

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} 1 & h_{1,2}(\Delta fT, k) & \dots & h_{1,N-1}(\Delta fT, k) \\ h_{2,1}(\Delta fT, k) & 1 & \dots & h_{2,N-1}(\Delta fT, k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1,1}(\Delta fT, k) & h_{N-1,2}(\Delta fT, k) & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

e o vetor $\mathbf{z}(k)$ representa a parcela de ruído complexo para cada um das N portadoras, sendo sua média nula e a matriz de correlação entre as amostras do sinal de ruído em cada uma das portadoras no instante kT dado por $E[\mathbf{z}(k)\mathbf{z}(k)^H] = 2TN_o\mathbf{H}(k)$.

Se o parâmetro $\Delta fT = 1$, então $\mathbf{H}(k)$ torna-se diagonal, e as parcelas de ruído associadas a cada portadora são descorrelacionadas e o problema se reduz a detecção de sinais ortogonais. Por outro lado, se $\Delta fT < 1$, observa-se que $\mathbf{H}(k)$ é variante no tempo.

A seguir são apresentadas as metodologias de detecção baseadas na filtragem linear.

3.1 Receptor de Erro Quadrático Médio Mínimo

O detector de erro quadrático médio mínimo combina linearmente os sinais recebidos $\{d_n(k), 0 \leq n \leq N-1\}$ para realizar uma estimação dos sinais transmitidos $\{x_n(k), 0 \leq n \leq N-1\}$ [16], [28], [29]. A combinação linear é representada na forma matricial como se segue:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}^H(k)\mathbf{d}(k) \quad (3.2)$$

em que, $\mathbf{W}(k)$ é uma matriz de filtragem $N \times N$ no instante k , que minimiza o erro quadrático médio e é definida por $\mathbf{W}(k) = [\mathbf{w}_0(k)\mathbf{w}_1(k)\mathbf{w}_2(k) \dots \mathbf{w}_{N-1}(k)]$, as colunas $\mathbf{w}_n(k) = [w_{n,0}w_{n,1}w_{n,2} \dots w_{n,N-1}]^T$ e $n=0, 1, \dots, N-1$. A função custo é o erro quadrático médio dada por:

$$J[\mathbf{W}(k)] = E\{|\mathbf{x}(k) - \mathbf{W}^H(k)\mathbf{d}(k)|^2\}. \quad (3.3)$$

Minimizando a função custo $J[\mathbf{W}(k)]$ em relação aos vetores $\mathbf{w}_n(k)$, temos que:

$$\frac{\partial J[\mathbf{W}(k)]}{\partial \mathbf{w}_n(k)} = -2E\{x_n^*(k)\mathbf{d}(k)\} + 2\mathbf{R}_{dd}\mathbf{w}_n(k)$$

$$\frac{\partial J[\mathbf{W}(k)]}{\partial \mathbf{w}_n(k)} = 0$$

$$\mathbf{w}_{o,l}(k) = \mathbf{R}_{dd}^{-1}\mathbf{p}_l(k) \quad (3.4)$$

em que, $\mathbf{w}_{o,l}(k)$ é o filtro que minimiza o erro quadrático médio referente a l -ésima portadora, $\mathbf{R}_{dd}(k) = E\{\mathbf{d}(k)\mathbf{d}^H(k)\} = \mathbf{H}(k)\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}^H(k) + 2N_0T\mathbf{H}(k)$, $\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)\}$, $\mathbf{p}_l(k) = E\{x_n^*(k)\mathbf{d}(k)\}$ e $E\{\mathbf{z}(k)\mathbf{z}^H(k)\} = 2N_0T\mathbf{H}(k)$. Portanto,

$$\mathbf{W}_o(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{o,0}(k) & \mathbf{w}_{o,1}(k) & \mathbf{w}_{o,2}(k) & \dots & \mathbf{w}_{o,N-1}(k) \end{bmatrix},$$

representa a matriz transformação ótima que combina linearmente as amostras recebidas como mostrado na Eq. (3.2).

No caso específico deste trabalho, $\mathbf{R}_{xx} = \sigma_{xx}^2\mathbf{I}$, em que σ_{xx}^2 é a potência de cada subsímbolo transmitido, \mathbf{I} é a matrix identidade, $\mathbf{H}^H(k) = \mathbf{H}(k)$, portanto $\mathbf{R}_{dd}(k) = \sigma_{xx}^2\mathbf{H}(k)\mathbf{H}(k) + N_0T\mathbf{H}(k)$. O vetor $\mathbf{p}_l(k)$ é dado por:

$$\mathbf{p}_l(k) = [E\{x_l^*(k)d_1(k)\} \quad E\{x_l^*(k)d_2(k)\} \quad \dots \quad E\{x_l^*(k)d_{N-1}(k)\}]^T,$$

para calcular $E\{x_l^*(k)d_n(k)\}$, usa-se a Eq. (2.9), de maneira que:

$$E\{x_l^*(k)d_n(k)\} = \sum_{m=0}^{N-1} E\{x_l^*(k)x_m(k)\}h_{n,m}(\Delta fT, k) + E\{x_l^*(k)z_n(k)\},$$

o que resulta:

$$E\{x_l^*(k)d_n(k)\} = \sigma_{xx}^2 h_{n,l}(\Delta fT, k). \quad (3.5)$$

Analisando a Eq. (3.5) é fácil notar que:

$$\mathbf{p}_l(k) = \sigma_{xx}^2 [h_{0,l}(\Delta fT, k) \quad \dots \quad h_{l-1,l}(\Delta fT, k) \quad 1 \quad h_{l+1,l}(\Delta fT, k) \quad \dots \quad h_{N-1,l}(\Delta fT, k)]^T.$$

Usando a Eq. (3.4), a matriz ótima $\mathbf{W}_o(k)$ é

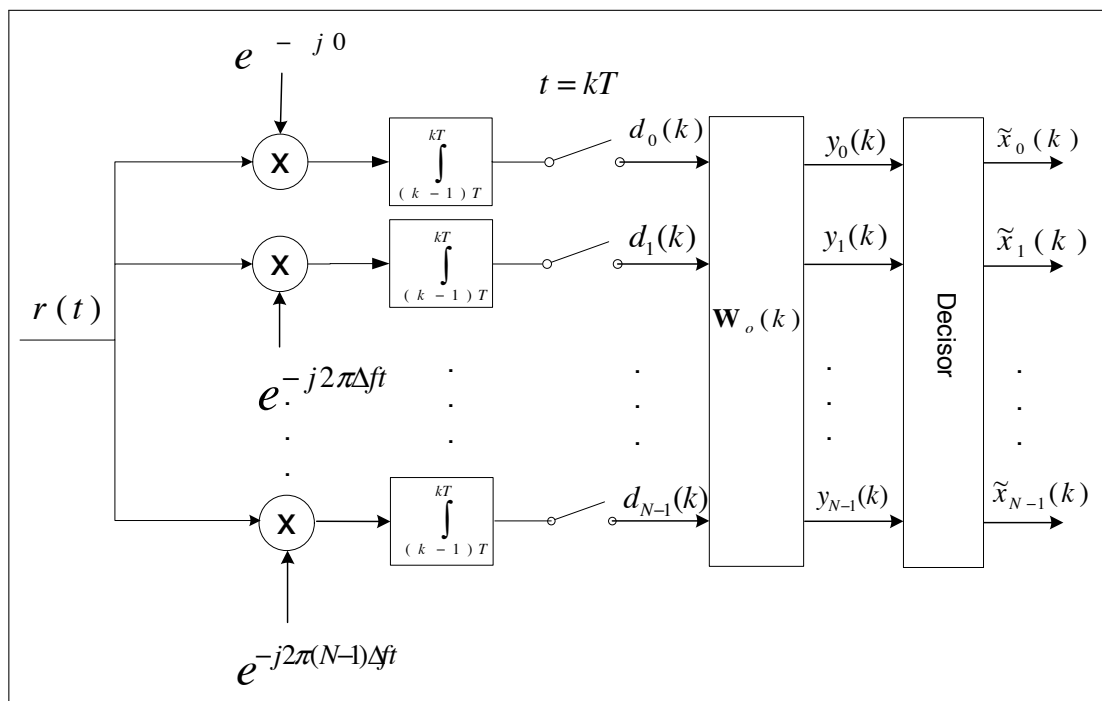
$$\mathbf{W}_o(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{dd}^{-1} \mathbf{p}_0(k) & \mathbf{R}_{dd}^{-1} \mathbf{p}_1(k) & \dots & \mathbf{R}_{dd}^{-1} \mathbf{p}_{N-1}(k) \end{bmatrix},$$

colocando $\mathbf{R}_{dd}^{-1}(k)$ em evidência tem-se que:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_o(k) &= \sigma_{xx}^2 \mathbf{R}_{dd}^{-1} \mathbf{H}(k) \\ \mathbf{W}_o(k) &= \sigma_{xx}^2 (\sigma_{xx}^2)^{-1} (\mathbf{H}(k) \mathbf{H}(k) + \frac{2N_0 T}{\sigma_{xx}^2} \mathbf{H}(k))^{-1} \mathbf{H}(k) \\ \mathbf{W}_o(k) &= (\mathbf{H}(k) \mathbf{H}(k) + \frac{2T}{SNR} \mathbf{H}(k))^{-1} \mathbf{H}(k) \end{aligned} \quad (3.6)$$

em que, $SNR = \frac{\sigma_{xx}^2}{N_0}$ define a relação sinal-ruído. A Figura 3.1 representa a arquitetura do receptor com equalização MMSE.

Figura 3.1 – Arquitetura do receptor com equalizador MMSE.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.2 Receptor de Forçagem a Zero

Um equalizador de forçagem a zero também efetua uma transformação linear sobre os sinais recebidos $\{d_n(k), 0 \leq n \leq N-1\}$ de modo a estimar os subsímbolos transmitidos $\{x_n(k), 0 \leq n \leq N-1\}$. A matriz $\mathbf{W}(k)$ é selecionada de forma a cancelar completamente a interferência entre portadoras. Portanto $\mathbf{W}^H(k) = \mathbf{H}^{-1}(k)$ e o sinal transformado é [16], [28]:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k) &= \mathbf{H}(k)^{-1} \mathbf{d}(k) \\ &= \mathbf{x}(k) + \mathbf{H}(k)^{-1} \mathbf{z}(k). \end{aligned} \quad (3.7)$$

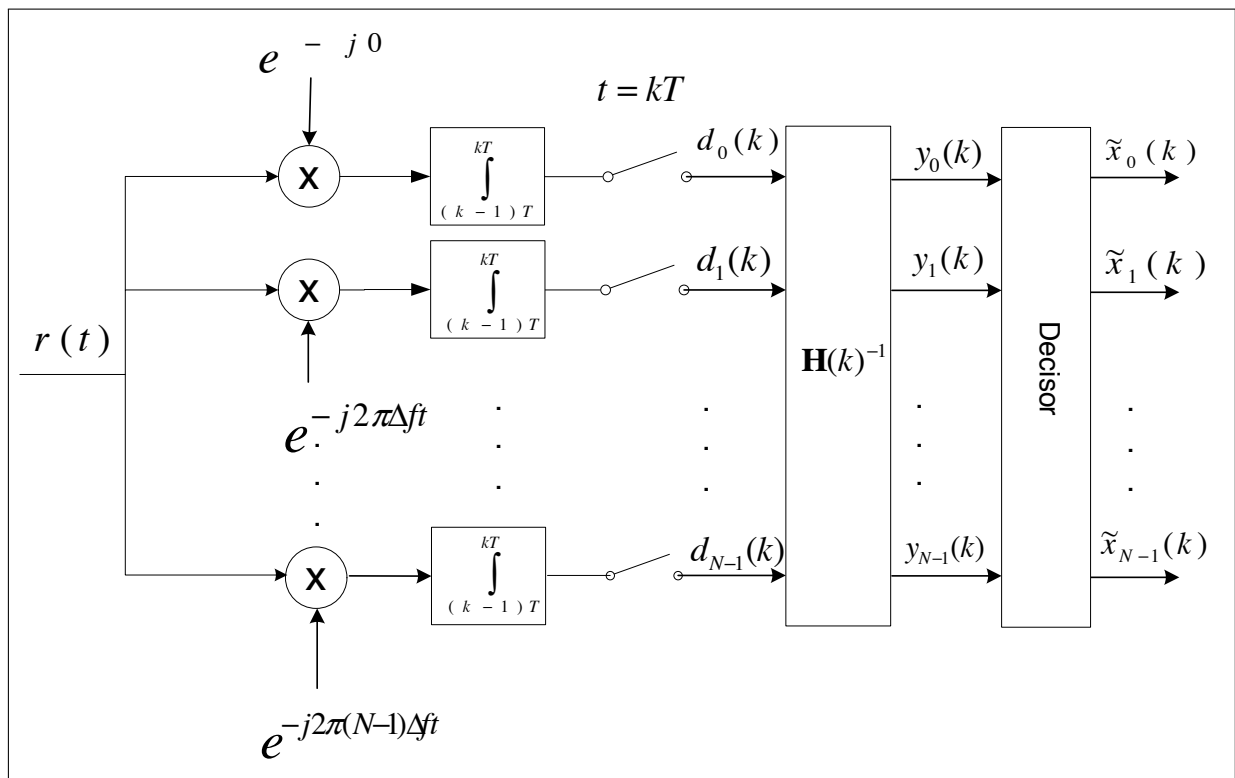
Note que, em $\mathbf{y}(k)$, não há interferência entre portadoras, no entanto, dependendo de $\mathbf{H}(k)^{-1}$ pode haver amplificação da potência do ruído. A Figura (3.2) apresenta a estrutura do receptor com equalização ZF.

É importante ressaltar que existe uma relação entre os detectores de erro quadrático médio mínimo e de forçagem a zero [28], [29], [30]. Observe que na condição $SNR \rightarrow \infty$, o que significa dizer a de ruído, a Eq. (3.6) se reduz à:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_o(k) &= [\mathbf{H}(k)\mathbf{H}(k)]^{-1}\mathbf{H}(k) \\ \mathbf{W}_o(k) &= \mathbf{H}^{-1}(k). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Portanto, na condição de ausência de ruído o filtro de erro quadrático médio mínimo é igual ao filtro de forçagem a zero. Ou seja, a estratégia de forçagem a zero não leva em consideração a potência do ruído. Isto será abordado em detalhes na seção 3.3.

Figura 3.2 – Arquitetura do receptor com equalizador ZF.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.3 Erro de Estimação dos Equalizadores Lineares

A utilização de equalizadores lineares proporciona uma redução computacional significativa quando comparado com o receptor ML. No entanto, há uma queda no desempenho do sistema devido ao erro inerente à estimação feita pelos equalizadores lineares [30], [31]. Nesta secção, é analisado o erro de estimação dos equalizadores MMSE e ZF apresentados nas secções 3.1 e 3.2 respectivamente.

3.3.1 Erro de Estimação do receptor ZF.

O equalizador ZF cancela a interferência entre as portadoras utilizando $\mathbf{W}(k) = [\mathbf{H}(k)]^{-1}$, como demonstrado na Eq. (3.7). O segundo termo desta equação corresponde à transformação linear sobre a parcela de ruído. Essa transformação retorna:

$$\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}(k) = \mathbf{H}^{-1}(k)\mathbf{z}(k).$$

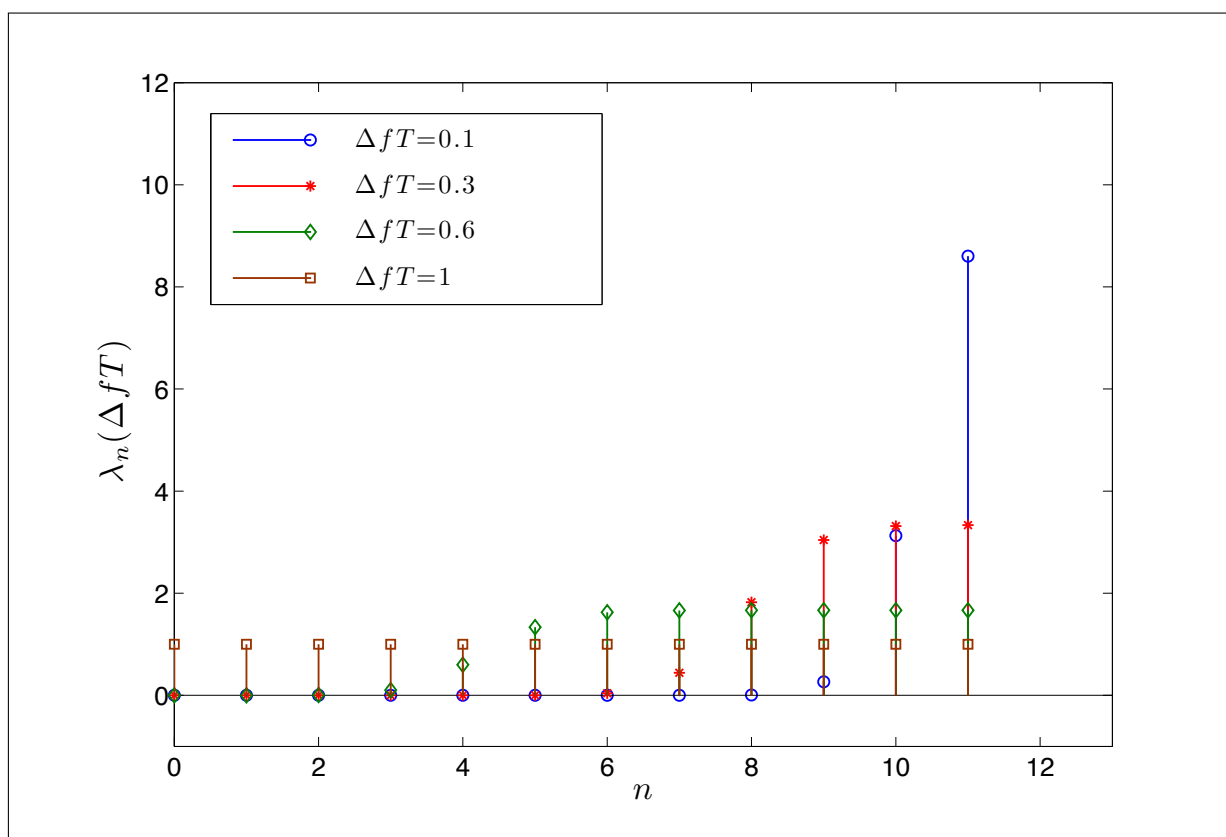
O erro ξ_{ZF} no equalizador ZF é definido e determinado como se segue:

$$\begin{aligned} \xi_{ZF} &= E\{|\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}(k)|^2\} \\ &= E\{\text{tr}\{\mathbf{H}^{-1}(k)\mathbf{z}(k)\mathbf{z}(k)^H\mathbf{H}^{-1}(k)\}\} \\ &= \text{tr}\{\mathbf{H}^{-1}(k)E\{\mathbf{z}(k)\mathbf{z}(k)^H\}\mathbf{H}^{-1}(k)\} \\ &= 2N_0T\text{tr}\{\mathbf{H}^{-1}(k)\mathbf{H}(k)\mathbf{H}^{-1}(k)\} \\ &= 2N_0T\text{tr}\{\mathbf{H}^{-1}(k)\}, \end{aligned}$$

em que, $\mathbf{H}(k) = \mathbf{Q}(k)\Lambda(\Delta fT)\mathbf{Q}^{-1}(k)$ e o operador $\text{tr}\{\}$ representa o traço. A matriz $\mathbf{Q}(k)$ representa a matriz de autovetores e $\Lambda(\Delta fT)$ representa a matriz diagonal dos autovalores $\lambda_0(\Delta fT), \lambda_1(\Delta fT), \dots, \lambda_{N-1}(\Delta fT)$ [32]. Desta forma tem-se que:

$$\begin{aligned} \xi_{ZF} &= 2N_0T\text{tr}\{(\mathbf{Q}(k)\Lambda(\Delta fT)\mathbf{Q}^{-1}(k))^{-1}\} \\ &= 2N_0T\text{tr}\{(\mathbf{Q}(k)\mathbf{Q}^{-1}(k)\Lambda(\Delta fT))^{-1}\} \\ &= 2N_0T\text{tr}\{\Lambda^{-1}(\Delta fT)\} \\ &= 2N_0T \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\lambda_n(\Delta fT)}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Há uma dependência do erro com relação ao ΔfT , já que os autovalores da matriz $\mathbf{H}(k)$ variam de acordo com grau de superposição das portadoras. O Gráfico 3.1 mostra o gráfico dos

Gráfico 3.1 – Distribuição dos autovalores da matriz $\mathbf{H}(k)$, considerando $N=12$ portadoras não-ortogonais.

Fonte: Elaborada pelo autor.

autovalores para $\Delta f T = 1, 0.6, 0.3$ e 0.1 no caso $N = 12$. Note que, ao diminuir o $\Delta f T$ alguns autovalores estão se aproximando de zero, isso faz com que o número de condicionamento da matriz $\mathbf{H}(k)$, $C = \lambda_{max}(\Delta f T) / \lambda_{min}(\Delta f T)$, aumente e $\xi_{ZF} \rightarrow \infty$. Ou seja, o filtro $\mathbf{H}^{-1}(k)$ está amplificando a potência do ruído. Se $\Delta f T = 1$, então $\mathbf{H}(k) = \mathbf{I}$, ou seja $\lambda_0(1) = \lambda_1(1) = \dots = \lambda_{N-1}(1)$, e a Eq. (3.9) pode ser reescrita:

$$\xi_{ZF} = 2N_0T \frac{N}{\lambda_0(1)}. \quad (3.10)$$

Sendo

$$\sum_{n=0}^{N-1} \lambda_n(\Delta f T) = \text{tr}\{\mathbf{H}(k)\},$$

se $\Delta f T = 1$,

$$N\lambda_0(1) = N,$$

ou seja:

$$\lambda_0(1) = 1. \quad (3.11)$$

Substituindo Eq. (3.11) em (3.10) tem-se

$$\xi_{ZF} = 2N_0TN,$$

isto é, a potência do erro devido ao ruído aumenta na proporo que aumenta o número de portadoras.

3.3.2 Erro de Estimaco do receptor MMSE.

Na seco 3.3.1, foi apresentado uma análise do erro de estimativa do equalizador ZF na sua saıda. Observou-se que sua utilizao pode aumentar a potência do ruído. Por outro lado, como o equalizador MMSE considera tanto a parcela de ruído como a parcela de interferência em sua estimativa, ele não apresenta o problema de amplificaco do ruído. Nesta seco, é obtido o erro ξ_{MMSE} do equalizador MMSE e comparado com o ξ_{ZF} .

Considere o filtro $\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}_o(k)$ definido na Eq. (3.6). Aplicando o $\mathbf{W}(k)$ em $\mathbf{d}(k)$ definido na Eq. (3.1) tem-se a seguinte relao:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}_o(k)\mathbf{d}(k),$$

o que resulta

$$\mathbf{y}(k) = T\mathbf{W}_o(k)\mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{z}(k)_{MMSE},$$

em que,

$$\mathbf{z}(k)_{MMSE} = \mathbf{W}_o(k)\mathbf{z}(k).$$

Obtem-se ξ_{MMSE} a partir da parcela de ruído da estimativa $\mathbf{z}(k)_{MMSE}$ conforme abaixo:

$$\begin{aligned} \xi_{MMSE} &= E\{|\mathbf{z}(k)_{MMSE}|^2\} \\ &= E\{\text{tr}\{\mathbf{W}_o(k)\mathbf{z}(k)\mathbf{z}(k)^H\mathbf{W}_o(k)^H\}\} \\ &= \text{tr}\{\mathbf{W}_o(k)E\{\mathbf{z}(k)\mathbf{z}(k)^H\}\mathbf{W}_o(k)^H\} \\ &= N_oT\text{tr}\{\mathbf{W}_o(k)\mathbf{H}(k)\mathbf{W}_o(k)^H\}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

substituindo a Eq. (3.6) em (3.12), e lembrando que $\mathbf{H}^H(k) = \mathbf{H}(k)$, tem-se que:

$$\xi_{MMSE} = N_oT\text{tr}\left\{\left[\mathbf{H}(k)\mathbf{H}(k) + \frac{T}{SNR}\mathbf{H}(k)\right]^{-1}\mathbf{H}(k)\mathbf{H}(k)\mathbf{H}(k)\left[\mathbf{H}(k)\mathbf{H}(k) + \frac{T}{SNR}\mathbf{H}(k)\right]^{-1}\right\}.$$

Utilizando a decomposio em autovalores e autovetores, $\mathbf{H}(k) = \mathbf{Q}(k)\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^{-1}(k)$, em que $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}(\Delta fT)$ que   a matriz de autovalores já definida na seco anterior. Considerando que $\mathbf{H}^m(k) = \mathbf{Q}(k)\mathbf{\Lambda}^m\mathbf{Q}^{-1}(k)$, a expressão para ξ_{MMSE} pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
\xi_{MMSE} &= 2N_oT \text{tr}\{\mathbf{Q}(k)^{-1}[\mathbf{\Lambda}^2 + \frac{T}{SNR}\mathbf{\Lambda}]^{-1}\mathbf{\Lambda}^3[\mathbf{\Lambda}^2 + \frac{T}{SNR}\mathbf{\Lambda}]^{-1}\mathbf{Q}(k)\}. \\
&= 2N_oT \text{tr}\{\mathbf{Q}(k)^{-1}\mathbf{Q}(k)\mathbf{\Lambda}^3[\mathbf{\Lambda}^2 + \frac{T}{SNR}\mathbf{\Lambda}]^{-2}\} \\
&= 2N_oT \text{tr}\{\mathbf{\Lambda}^3[\mathbf{\Lambda}^2 + \frac{T}{SNR}\mathbf{\Lambda}]^{-2}\} \\
&= 2N_oT \sum_{n=0}^{N-1} \frac{[\lambda_n(\Delta fT)]^3}{([\lambda_n^2(\Delta fT)]^2 + \frac{T}{SNR}[\lambda_n^2(\Delta fT)]^2)} \\
&= 2N_oT \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\lambda_n(\Delta fT) + \frac{2T}{SNR} + (\frac{T}{SNR})^2 \frac{1}{\lambda_n(\Delta fT)}}. \tag{3.13}
\end{aligned}$$

Comparando a Eq. (3.13) com a Eq. (3.9), nota-se que, ξ_{MMSE} possui uma dependência da relao sinal-ruido. Portanto, para uma baixa relao ruido $\xi_{MMSE} < \xi_{ZF}$, o que demonstra que o equalizador MMSE   menos suscetível ao efeito de amplificaco do ruido.

Considere agora uma alta relao sinal-ruido, então:

$$\begin{aligned}
\lim_{SNR \rightarrow \infty} 2N_oT \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\lambda_n(\Delta fT) + \frac{2T}{SNR} + (\frac{T}{SNR})^2 \frac{1}{\lambda_n(\Delta fT)}} &= 2N_oT \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\lambda_n(\Delta fT)} \\
&= \xi_{ZF}.
\end{aligned}$$

Observe que, se for possível garantir uma alta relao sinal-ruido para o sistema, os equalizadores MMSE e ZF tero o mesmo erro e portanto o mesmo desempenho, como constatado anteriormente na seco 3.2.

Na seco 3.3.2 demonstrou-se que se $\Delta fT = 1$, então $\lambda_0(1) = \lambda_1(1) = \dots = \lambda_{N-1}(1) = 1$. Portanto, a equao que define ξ_{MMSE} pode ser simplificada para:

$$\xi_{MMSE} = 2N_oTN \frac{1}{1 + \frac{2T}{SNR} + (\frac{T}{SNR})^2}.$$

Pela equao anterior, nota-se que para o caso ortogonal o MMSE tmbem possui um desempenho melhor.

3.4 Filtro de Branqueamento

O filtro de branqueamento é uma estrutura utilizada em problemas que envolvem ruídos correlacionados tornando-os branco. O uso de tais filtros resulta em uma melhoria de desempenho em termos da BER dos equalizadores lineares. Isto porque, ruídos correlacionados, se não branqueados, causam uma estimação polarizada da informação que deseja-se obter.

A literatura [16] mostra que o filtro de branqueamento $\mathbf{W}_b(k)$ é dado por:

$$\mathbf{W}_b(k) = \mathbf{Q}^{-1/2}(k), \quad (3.14)$$

em que, $\mathbf{Q}(k) = E[\mathbf{z}(k)\mathbf{z}^H(k)]$ e $\mathbf{Q}(k) = \mathbf{Q}^{1/2}(k)\mathbf{Q}^{1/2}(k)$. Desta forma, por que não foi utilizado um filtro branqueador até o presente estudo?

A resposta para o questionamento é obtida ao observar a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(k) &= T\mathbf{H}(k)\mathbf{x}_i(k) + \mathbf{z}(k) \\ &= \sqrt{T}[\mathbf{H}^H(k)]^{1/2} \underbrace{[\sqrt{T}\mathbf{H}^{1/2}(k)\mathbf{x}_i(k) + \mathbf{n}(k)]}_{\mathbf{r}(k)}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

O vetor $\mathbf{x}_i(k) = [x_{i,0}x_{i,1} \dots x_{i,N-1}]^T$ representa a i -ésimo combinação de símbolos m -QAM dentre os m^N possíveis combinações, o ruído $\mathbf{n}(k) = \mathbf{H}^{-1/2}(k)\mathbf{z}(k)$ possui média zero, a matriz de correlação é igual à matriz identidade $E[\mathbf{n}(k)\mathbf{n}^H(k)] = \mathbf{I}(k)$ e $[\mathbf{H}^H(k)]^{1/2} = \mathbf{H}^{1/2}(k)$ pois $\mathbf{H}(k)$ é uma matriz hermitiana. Analisando a Eq. (3.15) do ponto de vista discreto, o vetor $\mathbf{r}(k)$ representa o sinal discreto recebido e a matriz $[\mathbf{H}^H(k)]^{1/2}$ é a transformação linear realizada pela estrutura de banco de filtros integradores em conjunto com os osciladores locais sobre o sinal recebido $\mathbf{r}(k)$ na entrada do receptor. E a matrix $\mathbf{H}^{1/2}(k)$, é a transformação linear efetuada sobre os símbolos m -QAM pelo transmissor devido ao banco de filtros transmissores e osciladores locais.

Utilizando o filtro de branqueamento

$$\mathbf{W}_b(k) = \frac{1}{\sqrt{T}}\mathbf{H}^{-1/2}(k),$$

tem-se que:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}(k) &= \mathbf{W}_b(k)\mathbf{d}(k) \\ &= \mathbf{r}(k).\end{aligned}\tag{3.16}$$

O primeiro termo de $\mathbf{r}(k)$ contém o conjunto de símbolos m -QAM projetados em uma nova base. Considerando o receptor ótimo é possível estimá-los através da métrica de distância mínima. Para determinar a distância entre dois vetores $\tilde{\mathbf{x}}_i(k) = \mathbf{H}^{1/2}(k)\mathbf{x}_i(k)$ e $\tilde{\mathbf{x}}_j(k) = \mathbf{H}^{1/2}(k)\mathbf{x}_j(k)$ tem-se que:

$$\begin{aligned}D[\tilde{\mathbf{x}}_i(k), \tilde{\mathbf{x}}_j(k)] &= \|\mathbf{H}^{1/2}(k)(\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_j(k))\|^2 \\ &= [\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_j(k)]^H \mathbf{H}(k) [\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_j(k)].\end{aligned}\tag{3.17}$$

A Eq. 3.17 é igual a Eq. 2.23. Conclui-se então que o filtro de branqueamento realiza uma transformação de similaridade mantendo a distância entre os símbolos iguais. Desta forma, não há a necessidade de utilizar tal estrutura, antes dos equalizadores lineares pois não haverá melhoria de desempenho.

CAPÍTULO 4

RECEPTORES SUBÓTIMOS NÃO-LINEARES

De um modo geral, métodos de equalização linear exigem uma baixa complexidade de implementação de *hardware*, por outro lado, o desempenho de equalizadores lineares pode ser melhorado com a incorporação de estruturas não-lineares em sua cadeia de processamento. Utilizando o cancelamento de interferência sucessivo (SIC), uma técnica de equalização não-linear, é possível melhorar o desempenho do sistema em termos da taxa de erro de bits (BER) sem aumentar significativamente a complexidade [30].

Neste capítulo, propõe-se uma estrutura de receptor com um equalizador não-linear SIC para mitigar a interferência entre as portadoras. Além disso, é proposta uma segunda estrutura baseada em uma modificação do SIC.

4.1 Cancelador de Interferência Sucessivo

O SIC é um banco de receptores lineares, de forma que cada um pertencente a um estágio e detecta o símbolo associado a uma portadora. À medida que os símbolos vão sendo estimados, as componentes do sinal interferente são canceladas em cada estágio. Mais especificamente, o sinal detectado em cada estágio é subtraído do sinal recebido. Portanto, o sinal na saída do último estágio terá a interferência entre as portadoras reduzida [33], [34], [35].

A Figura 4.1 ilustra o processo de detecção do SIC. Seja $x_i(k)$ o símbolo a ser detectado na i -ésima portadora no instante kT e o símbolo estimado de $x_i(k)$ é dado por

$$\tilde{x}_i(k) = \mathbf{w}_i^H(k) \mathbf{d}(k)$$

em que, $\mathbf{w}_i(k)$ é o vetor que corresponde a i -ésima coluna da matriz $\mathbf{W}(k)$. Para a estimação

do símbolo transmitido $x_i(k)$ tanto o filtro MMSE ($\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}_o(k)$), definido pela Eq. (3.6), quanto o filtro ZF ($\mathbf{W}(k) = \mathbf{H}^{-1}(k)$) podem ser utilizados para a estimação. No entanto, para este trabalho considere apenas o MMSE.

Observe na Figura 4.1, que o símbolo da primeira portadora é estimado com $\mathbf{w}_0^H(k)$, o qual representa a primeira linha da matriz que representa o filtro MMSE. Após a determinação $\tilde{x}_0(k)$, o sinal no segundo estágio é dado por

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{d}}_1(k) &= \mathbf{d}(k) - \mathbf{h}_0(k)\tilde{x}_0(k) \\ &= T\mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{z}(k) - \mathbf{h}_0(k)\tilde{x}_0(k) \\ &= T\{\mathbf{h}_0(k)[x_0(k) - \tilde{x}_0(k)] + \dots + \mathbf{h}_{N-1}(k)x_{N-1}(k)\} + \mathbf{z}(k), \end{aligned} \quad (4.1)$$

em que, o vetor $\mathbf{h}_i(k)$ corresponde a i -ésima coluna da matriz $\mathbf{H}(k)$. A Figura 4.2 representa a estrutura do receptor com equalização SIC. O bloco SIC, na Figura 4.2, implementa as operações ilustradas na Fig 4.1.

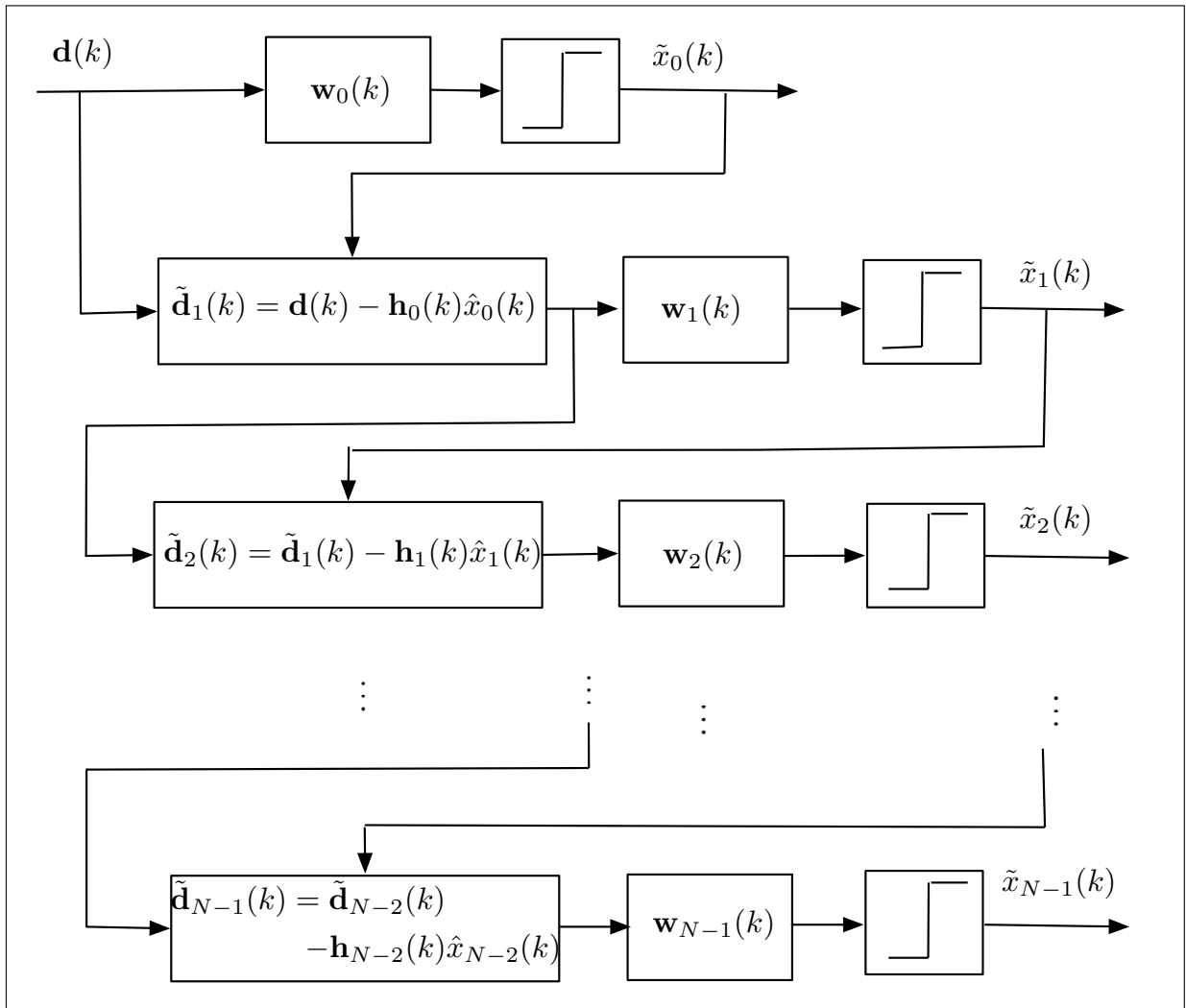
Uma desvantagem deste método de equalização é que apenas a última portadora tem todos os símbolos interferentes cancelados, pois apenas no último estágio de detecção tem-se a estimativa de todos os símbolos interferentes como mostrado na Figura 4.1. Claramente isso é injusto com as primeiras portadoras, pois não há o cancelamento de todos os símbolos interferentes [36], [37], [38]. Na próxima secção é apresentado uma versão modificada do SIC que cancela todos os termos interferentes em cada uma das portadoras.

4.2 Cancelador de Interferência Sucessivo Modificado

Objetivando melhorar o desempenho do receptor apresentado na secção anterior, propõe-se modificar o SIC, implementando um segundo equalizador SIC atuando em paralelo. O primeiro SIC atua recursivamente cancelando a interferência da primeira portadora em direção a N -ésima portadora. Enquanto, o segundo equalizador SIC atua da N -ésima portadora para a primeira portadora. Desta forma, a cada iteração dois símbolos são estimados. Sendo assim, na $N/2$ -ésima iteração, todos os símbolos já foram estimados e nas próximas $N/2$ iterações os dois equalizadores SIC's continuam cancelando as interferências e melhorando cada vez mais as estimativas.

Com base na descrição feita anteriormente, é possível separar o equalizador em duas etapas. A primeira etapa refere-se as primeiras $N/2$ iterações, tempo necessário para realizar a estimação dos símbolos de todas as portadoras. A segunda etapa refere-se ao cancelamento

Figura 4.1 – Representação em diagrama de blocos das operações do SIC.



Fonte: Elaborada pelo autor.

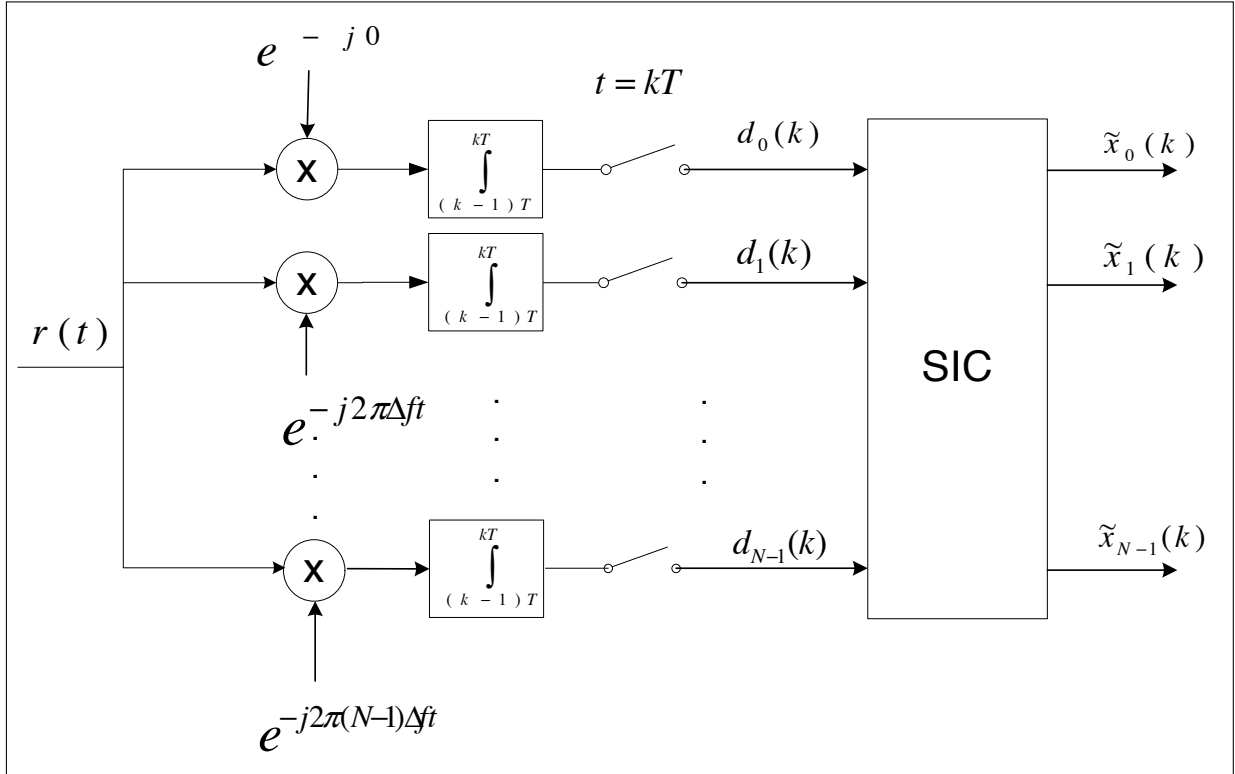
da interferência entre as portadoras e a realização de uma segunda estimação dos símbolos transmitidos, mas agora com as portadoras sem componentes interferentes.

Considere a Figura 4.3, ela ilustra a primeira etapa do equalizador SIC modificado. Veja que para cada estágio há dois filtros MMSE, portanto considerando o j -ésimo estágio, tem-se que os filtros MMSE são $\mathbf{w}_j(k)$ e $\mathbf{w}_i(k)$ responsáveis por extrair $\hat{x}_j(k)$ e $\hat{x}_i(k)$ respectivamente. Se N for par, então $i + j = N - 1$. Após a detecção de $\hat{x}_j(k)$ e $\hat{x}_i(k)$ o sinal no $\{j + 1\}$ -ésimo estágio é:

$$\tilde{\mathbf{d}}_{j+1}(k) = \tilde{\mathbf{d}}_j(k) - \mathbf{h}_j(k)\hat{x}_j(k) - \mathbf{h}_i(k)\hat{x}_i(k), \quad (4.2)$$

em que, $0 < j \leq N/2 - 2$ e $N/2 + 1 \leq i \leq N - 1$, $\forall j, i \in \mathbb{N}$. É possível reescrever a Eq. (4.2)

Figura 4.2 – Estrutura do receptor utilizando equalizador não linear SIC.



Fonte: Elaborada pelo autor.

em função de $\mathbf{d}(k)$:

$$\tilde{\mathbf{d}}_{j+1}(k) = \mathbf{d}(k) - \sum_{m=0}^j \mathbf{h}_m(k) \hat{x}_m(k) - \sum_{n=i}^{N-1} \mathbf{h}_n(k) \hat{x}_n(k). \quad (4.3)$$

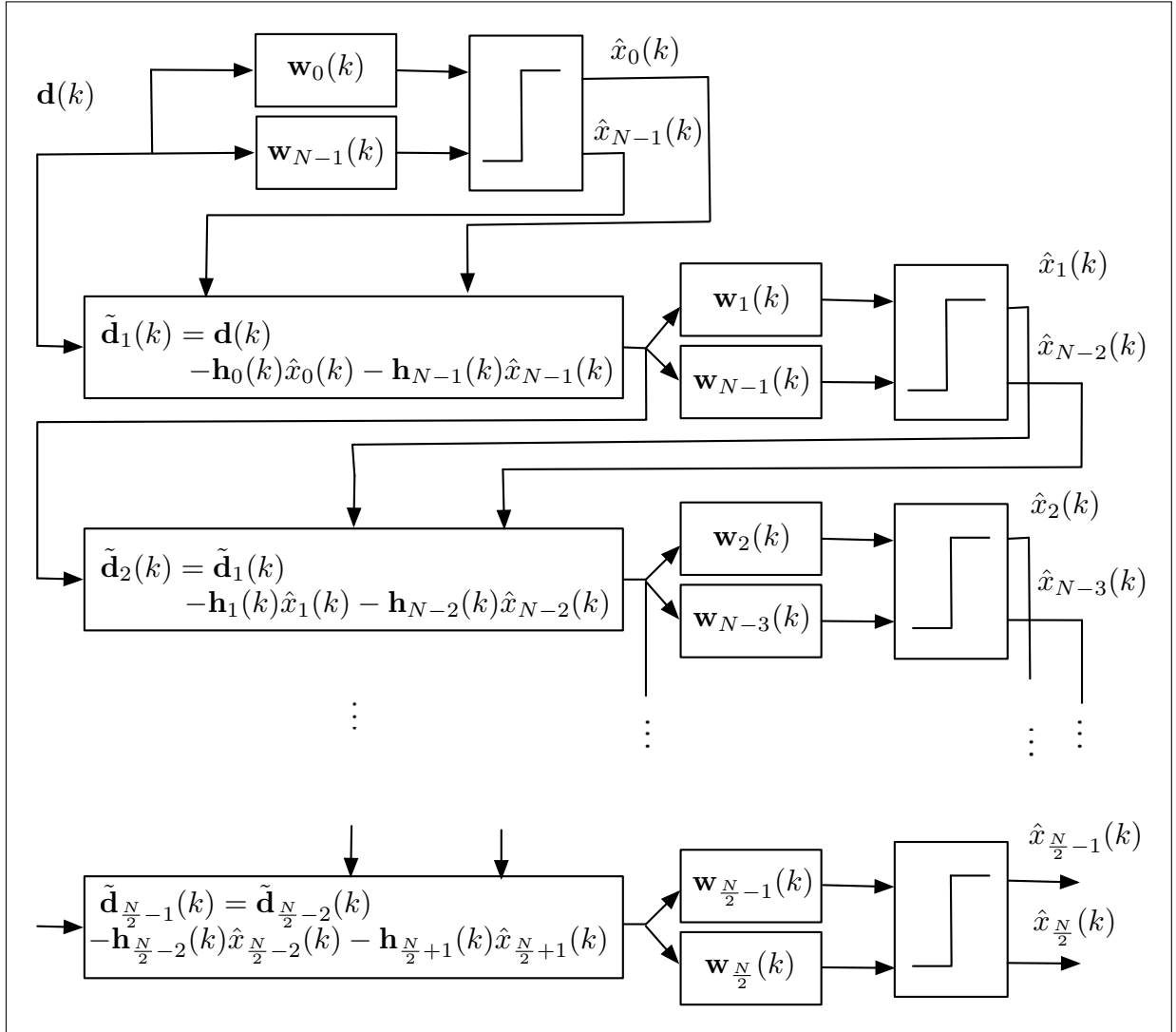
A partir da Eq. (4.3) é possível saber quais componentes foram canceladas até o $\{j+1\}$ -ésimo estágio. As condições $0 < j \leq N/2 - 2$ e $N/2 + 1 \leq i \leq N - 1$ definem os intervalos dos sub-índices i e j , os quais representam a primeira etapa do equalizador.

A Figura 4.4 representa o diagrama de bloco da segunda etapa do equalizador proposto. Assim como no primeiro estágio, no segundo estágio há um par de filtros MMSE $\mathbf{w}_j(k)$ e $\mathbf{w}_i(k)$ responsáveis por extrair $\tilde{x}_j(k)$ e $\tilde{x}_i(k)$ respectivamente, em que, $0 < i \leq N/2 - 1$, $N/2 \leq j \leq N - 1$ e $i + j = N - 1$. Os sinais do $\{j+1\}$ -ésimo estágio são:

$$\tilde{\mathbf{d}}_{j+1}(k) = \tilde{\mathbf{d}}_j(k) - \sum_{m=i}^j \mathbf{h}_m(k) \tilde{x}_m(k) - \mathbf{h}_{i-1}(k) \hat{x}_{i-1}(k), \quad (4.4)$$

$$\tilde{\mathbf{d}}_{i-1}(k) = \tilde{\mathbf{d}}_i(k) - \sum_{n=i}^j \mathbf{h}_n(k) \tilde{x}_n(k) - \mathbf{h}_{j+1}(k) \hat{x}_{j+1}(k), \quad (4.5)$$

Figura 4.3 – Representação em diagrama de blocos da primeira fase do SIC modificado.



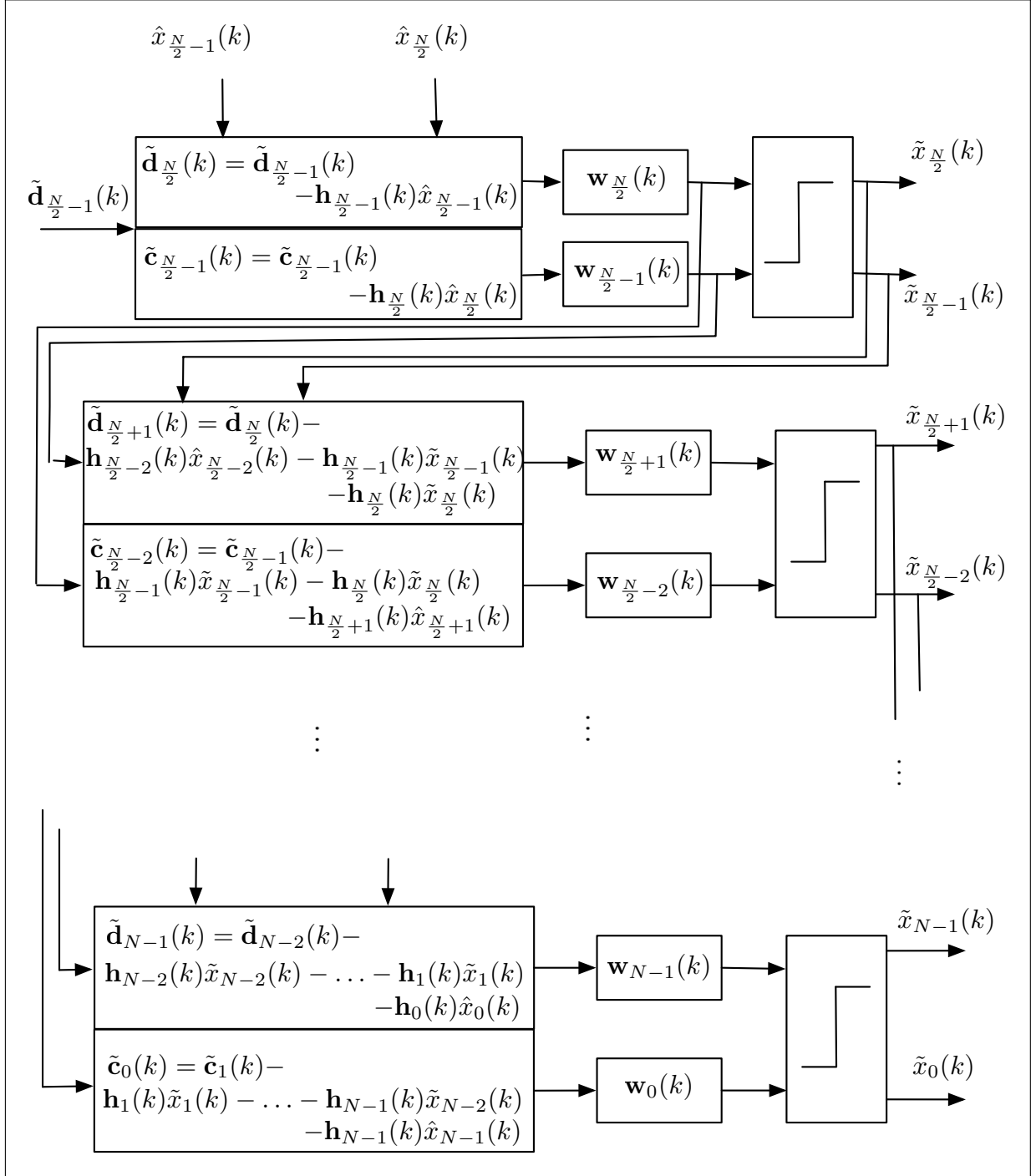
em que, $0 < i \leq N/2 - 2$, $N/2 + 1 \leq j \leq N - 1$. Se $i = N/2 - 1$ e $j = N/2$ então

$$\tilde{\mathbf{d}}_{N/2}(k) = \tilde{\mathbf{d}}_{N/2-1}(k) - \mathbf{h}_{N/2-1}(k)\hat{x}_{N/2-1}(k), \quad (4.6)$$

$$\tilde{\mathbf{d}}_{N/2-1}(k) = \tilde{\mathbf{d}}_{N/2-1}(k) - \mathbf{h}_{N/2}(k)\hat{x}_{N/2}(k). \quad (4.7)$$

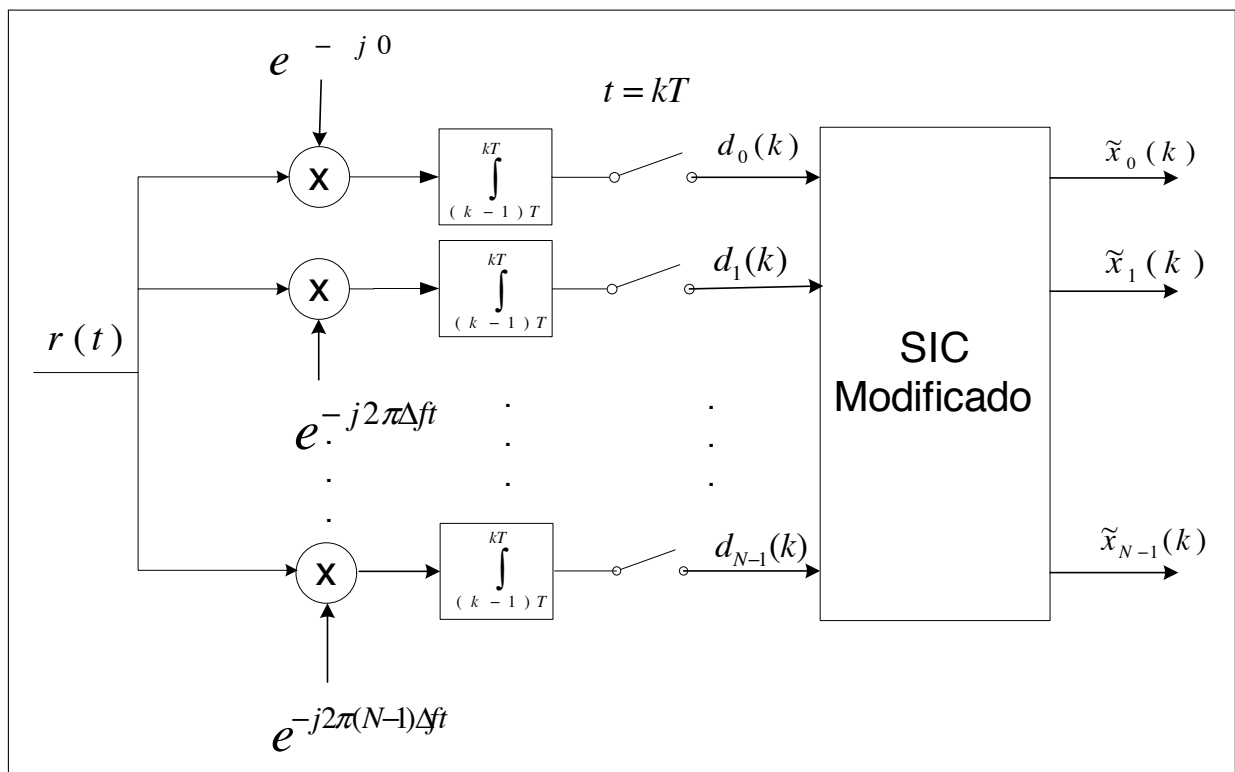
A Figura 4.5 mostra a estrutura do receptor utilizando a estratégia de equalização proposta nesta secção. O bloco SIC modificado implementa os diagramas de bloco representados na Figura 4.3 e na Figura 4.4

Figura 4.4 – Representação em diagrama de blocos da segunda fase do SIC modificado.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.5 – Representação em diagrama de blocos do receptor utilizando um equalizador com base no SIC modificado.



Fonte: Elaborada pelo autor.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta secção, são apresentados os resultados da taxa de erro de bits (BER) para os receptores ML, MMSE, ZF, SIC e SIC modificado. Os receptores foram simulados para diferentes valores do produto ΔfT e seus resultados são comparados com a análise teórica feita nos capítulos anteriores.

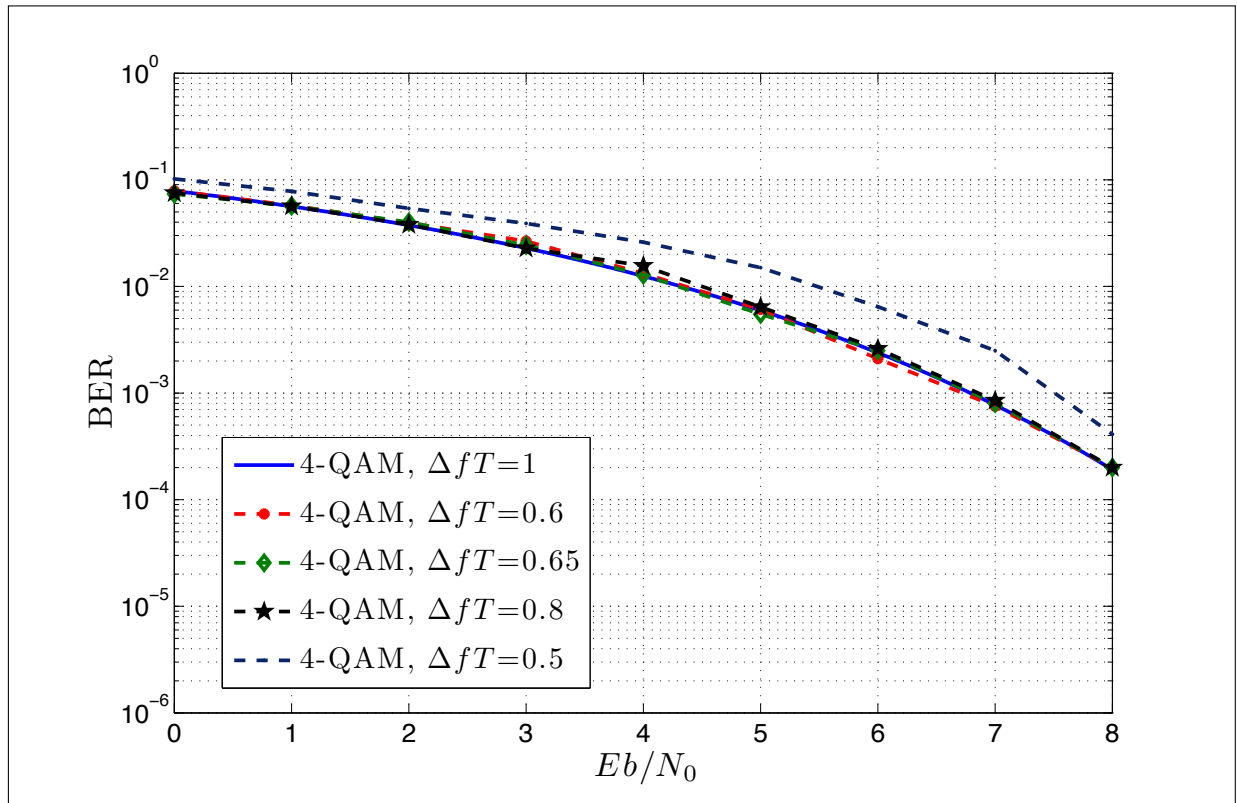
Utilizando o detector de máxima verossimilhança, apresentado na secção 2.2, foi traçada na Figura 5.1 a taxa de erro de bits (BER, *Bit Error Rate*) do sistema 4-QAM para duas portadoras, considerando o grau de superposição $\Delta fT = 1; 0.8; 0.65 ; 0.6$ e 0.5 , medido na forma de taxa de erro de bits.

Nota-se que, o desempenho do sistema se manteve o mesmo para $\Delta fT = 1; 0.8; 0.65$ e 0.6 . Isso significa dizer que, houve um aumento da superposição espectral sem nenhum aumento na BER. Esse resultado é promissor pois, considerando $\Delta fT = 0.6$, o sistema apresenta uma economia de banda de 40%, quando comparado ao 4-QAM com duas portadoras ortogonais.

O Gráfico 5.2 apresenta a BER do sistema GS-NOMC com duas portadoras, utilizando uma modulação 4-QAM. O parâmetro ΔfT é variado e assim como o desempenho do sistema ilustrado na Fig 5.1, o GS-NOMC obteve a mesma BER do caso ortogonal para $\Delta fT = 1; 0.8; 0.65$ e 0.6 . Tal resultado era esperado, pois o GS-NOMC é o sistema de portadoras não-ortogonais representado em bases de Gram-Schmidt. Tal representação preserva todas as características do sinal multiportadoras não-ortogonais, resultando em um desempenho igual como mostrado nas figuras.

A princípio os resultados apresentados no Gráfico 5.1 e no Gráfico 5.2 podem parecer estranhos, mas a explicação foi apresentada em [12] e [14] e está relacionada a distância mínima entre os símbolos da constelação do sistema 4-QAM com duas portadoras não-ortogonais. É

Gráfico 5.1 – Gráfico de desempenho do sistema 4-QAM com duas portadoras com detetor ML.



Fonte: Elaborada pelo autor.

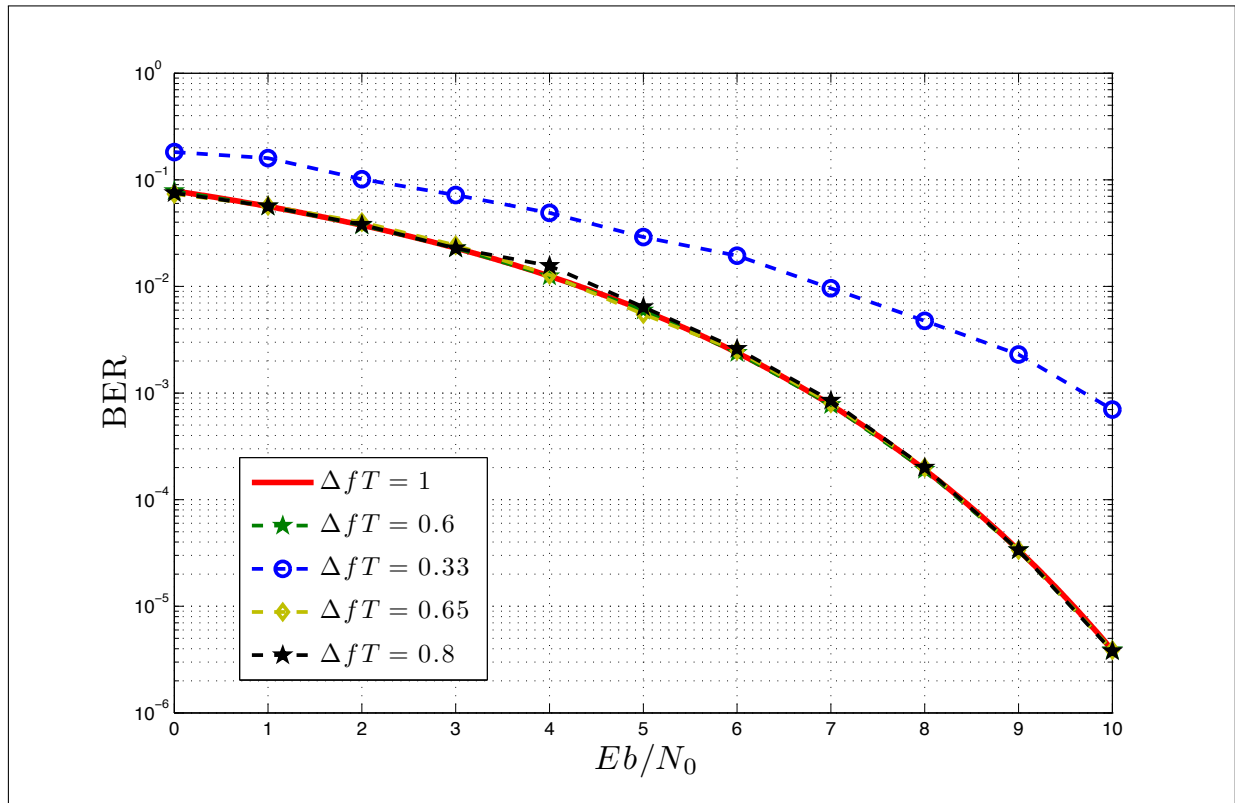
mostrado que para $\Delta fT = 1$ até $\Delta fT = 0.6$, a distância mínima é $2E_p$, o qual corresponde ao mesmo valor do caso ortogonal.

O problema da distância é estudado para cinco portadoras. A Figura 5.4 apresenta o gráfico da distância mínima para este caso. Observa-se que para o intervalo entre $0.73 \leq \Delta fT \leq 1$ a distância mínima entre os símbolos é de $2E_p$. Portanto, dentro desta faixa de superposição o sistema com cinco portadoras não-ortogonais possui o desempenho igual ao caso ortogonal e representa uma economia de banda de até 27%. Comparando as Figuras 5.1 e 5.4, nota-se que o intervalo o qual o sistema permanece com a distância mínima igual ao caso ortogonal foi reduzido.

A obtenção da solução da distância mínima é feita iterativamente. Porém, a alta complexidade do algoritmo dificulta a obtenção destas curvas para um número elevado de portadoras. Portanto, este problema da distância mínima para $N > 5$ continua em aberto.

Simulou-se também o sistema com duas portadoras 4-QAM, para as estratégias de detecção: MMSE e ZF. A Figura 5.5 apresenta os resultados da simulação em que compara a BER do MMSE, ZF e ML, considerando $\Delta fT = 0.6$. Observe que comparando o detector de máxima de

Gráfico 5.2 – Gráfico de desempenho do sistema GS-NOMC com símbolos 4-QAM.



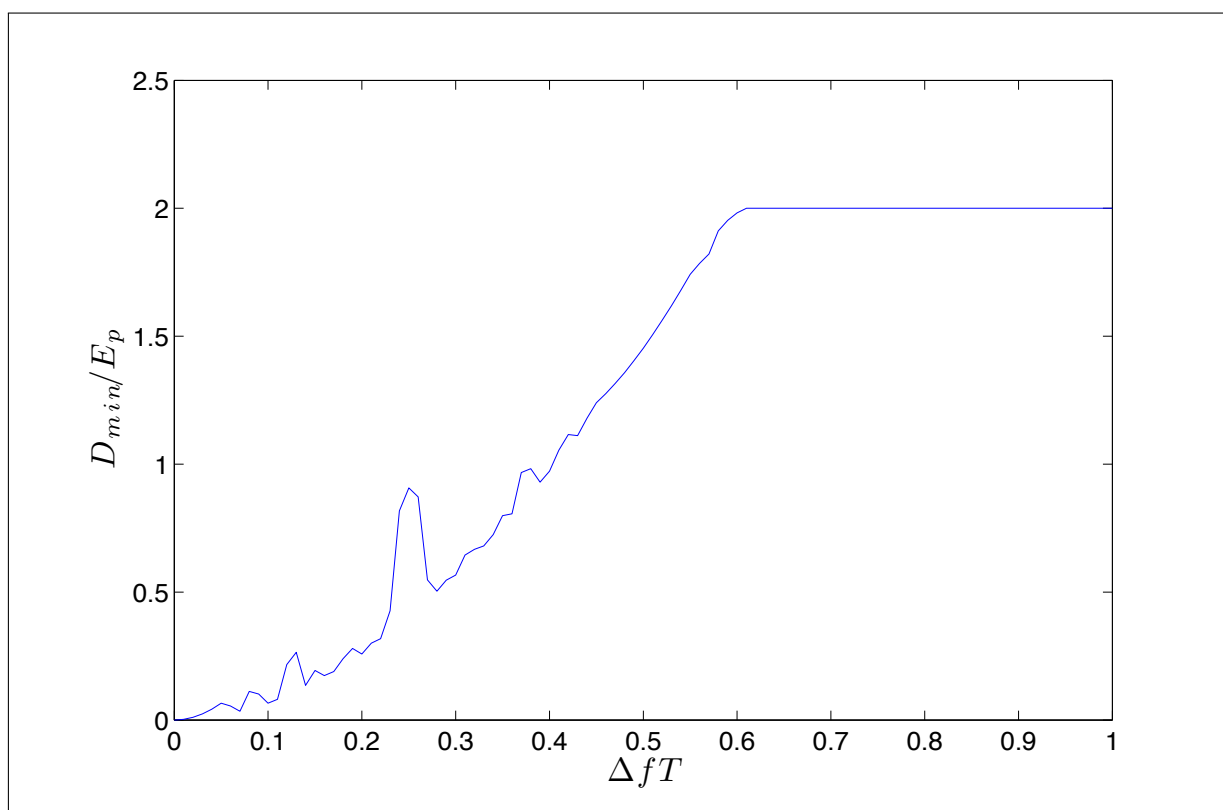
Fonte: Elaborada pelo autor.

verossimilhança com o de erro quadrático médio mínimo e o de forçagem a zero há uma perda de 1.0 dB e 1.3 dB, respectivamente. Observa-se que, o receptor de forçagem a zero obteve o pior desempenho, já que o detector de erro quadrático médio mínimo leva em consideração as características do ruído, enquanto que o detector de forçagem a zero não o considera.

Repetiu-se a simulação para os receptores ML, MMSE e ZF, para $N = 5$ e $\Delta fT = 0.73$, e os resultados estão apresentados no Gráfico 5.6. Comparando as Figuras 5.5 e 5.6, verifica-se um aumento na perda de desempenho dos receptores lineares. O receptor de forçagem a zero possui uma perda de 3.5 dB, enquanto que o de erro quadrático médio mínimo perde 3 dB. Portanto, conclui-se que o aumento do número de portadoras causa uma degradação no desempenho dos equalizadores lineares.

Os resultados mostram que os equalizadores lineares são sensíveis ao aumento do número de portadoras e ao ΔfT . Por outro lado, com a utilização de equalizadores não-lineares há uma menor perda de desempenho, como é possível perceber no Gráfico 5.7. Os receptores SIC e o SIC modificado apresentaram uma perda de desempenho 2.5 dB e 1 dB respectivamente, considerando as mesmas condições das simuladas no Gráfico 5.6, $N = 5$ e $\Delta fT = 0.73$.

Gráfico 5.3 – Gráfico da distância mínima entre dois símbolos 4-QAM com duas portadoras não ortogonais.



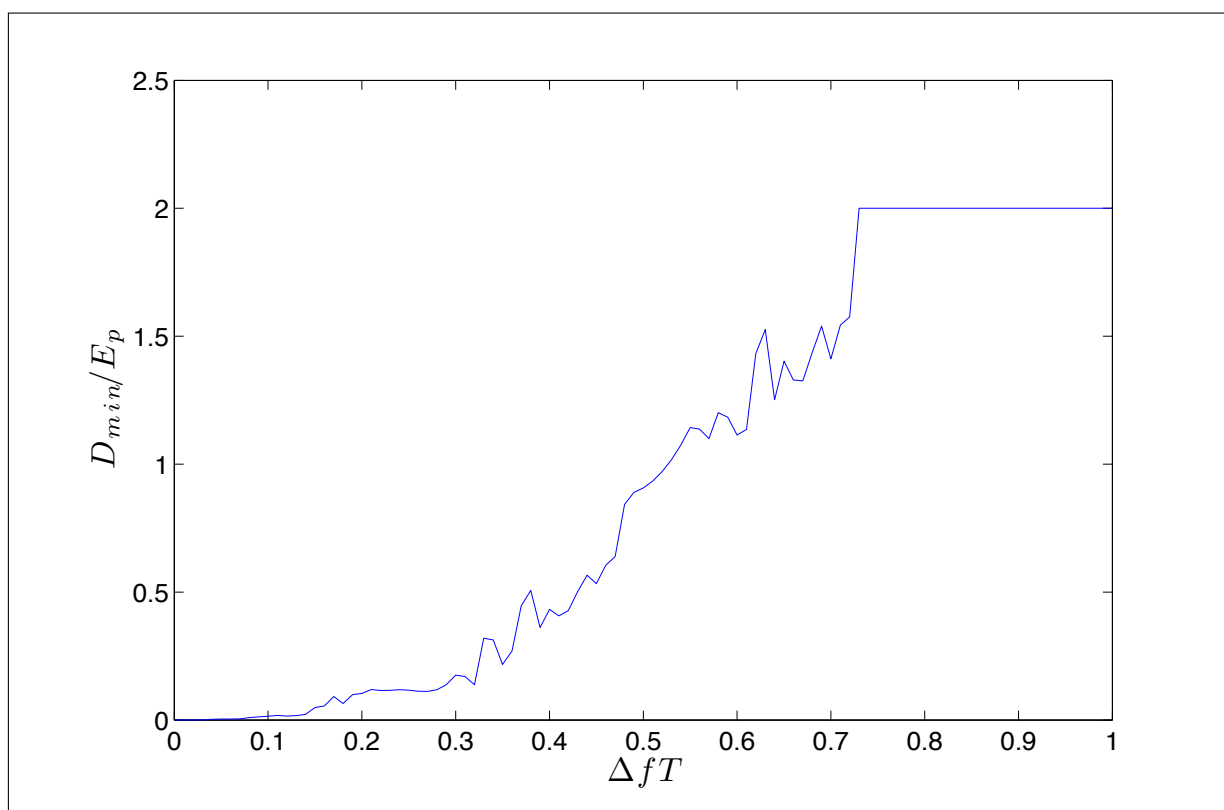
Fonte: Elaborada pelo autor.

Ambas as técnicas de equalização não-linear demonstraram um melhor desempenho em termos da BER, em especial o SIC modificado. Como visto na secção 4.2, o SIC modificado visa cancelar todos os termos interferentes em todas as portadoras. Porém, o SIC proporciona o total cancelamento dos termos interferentes apenas para a $(N - 1)$ -ésima portadora, como pode ser observado no diagrama de bloco ilustrado pelo Gráfico 4.1.

A Fig 5.8 mostra o desempenho dos equalizadores não-lineares e do ML para $\Delta fT = 0.8$ e $N = 5$. Há uma melhora em termos da BER dos equalizadores não-lineares comparado com as curvas ilustradas no Gráfico 5.7. O SIC apresenta uma diminuição na perda de desempenho de 2.5 dB para 1.2 dB em relação ao desempenho do ML. O SIC modificado apresenta um resultado muito promissor, o seu desempenho foi praticamente igual ao ML. Ou seja, dependendo do ΔfT o SIC modificado possui o mesmo desempenho do caso ortogonal, obtendo uma economia de banda sem a complexidade exigida pelo receptor ML.

Está claro que a equalização não-linear é uma solução melhor, em termos da BER, comparado com os equalizadores lineares. Os receptores ZF e MMSE realizam a estimação dos símbolos transmitidos através de uma transformação linear, operada por uma matriz

Gráfico 5.4 – Gráfico da distância mínima entre dois símbolos 4-QAM com cinco portadoras não ortogonais.

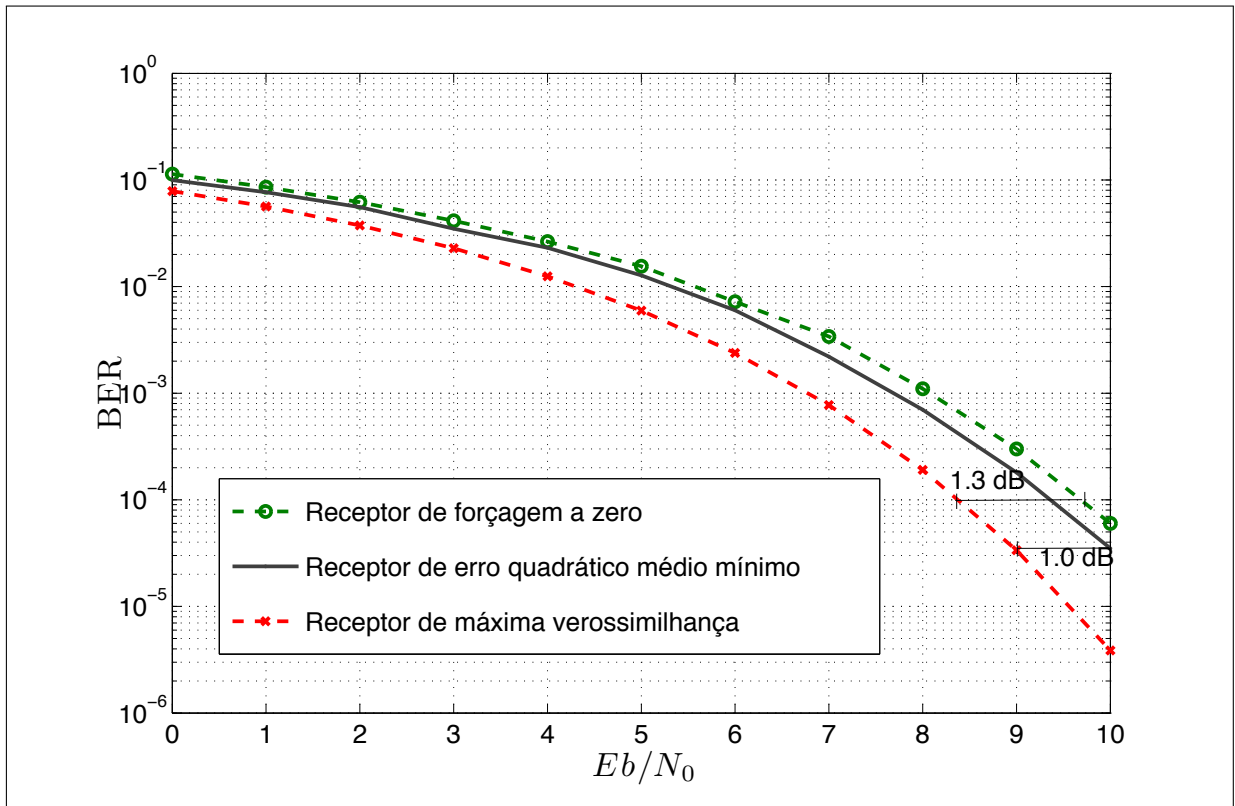


Fonte: Elaborada pelo autor.

transformação, o qual dependendo do critério de detecção adotado (cancelamento de interferência ou minimização do erro médio quadrático) esta matriz muda, desta forma a estimação dos símbolos é obtida de forma conjunta. Porém o desempenho de tais receptores estão limitados ao número de condicionamento da matriz $\mathbf{H}(k)$, $C = \lambda_{max}(\Delta fT)/\lambda_{min}(\Delta fT)$. Porém, os equalizadores não-lineares apresentados neste trabalho não realizam esta estimação conjunta, mas sim de portadora em portadora. E a informação filtrada em cada portadora é decidida e utilizada para cancelar a componente interferente na portadora adjacente, como pode ser visto nos diagramas de blocos ilustrados nas Fig. 4.1, Fig. 4.3 e Fig. 4.4. A estratégia de aproveitar a informação obtida em uma portadora, para cancelar a sua componente interferente em outra traz ganhos em termos da BER como pode ser constatado nos resultados.

Por fim, o Gráfico 5.9 apresenta o desempenho do sistema ortogonal e do sistema com superposição espectral utilizando equalizador SIC modificado para $\Delta fT = 0.8$ e 0.9 e $N = 64$. Este resultado chama atenção pois a curva de desempenho do SIC modificado para $\Delta fT = 0.9$ é praticamente igual ao caso ortogonal, mesmo com um número de portadoras $N = 64$. A partir deste resultado, é possível concluir que a distância mínima dos símbolos da constelação para,

Gráfico 5.5 – Taxa de erro de bits para o detector de máxima verossilhança, erro médio quadrático (MMSE) e o de forçagem a zero, para $N = 2$ e $\Delta fT = 0.6$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

$\Delta fT = 0.9$ e $N = 64$, é $D_{min} = 2Ep$, pois, o desempenho do SIC modificado não pode ser melhor do que o ML. Por outro lado, é importante ressaltar que, se fossemos implementar o receptor ML, o algoritmo teria que testar 4^{64} combinações de símbolos. Portanto, fica evidente que o SIC modificado é uma excelente opção em termos de desempenho e simplicidade.

Gráfico 5.6 – Taxa de erro de bits para o detector de máxima verossilhança, erro quadrático médio mínimo (MMSE) e o de forçagem a zero para $N = 5$ e $\Delta fT = 0.73$.

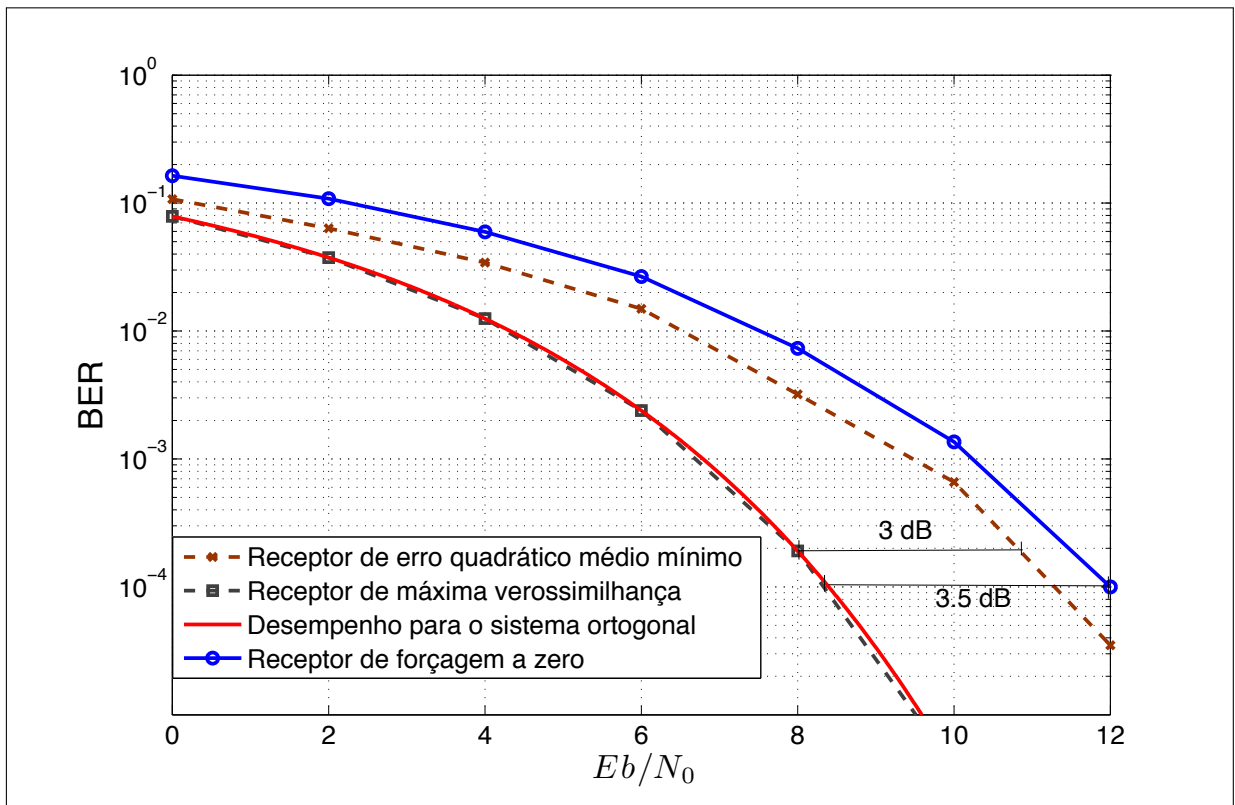
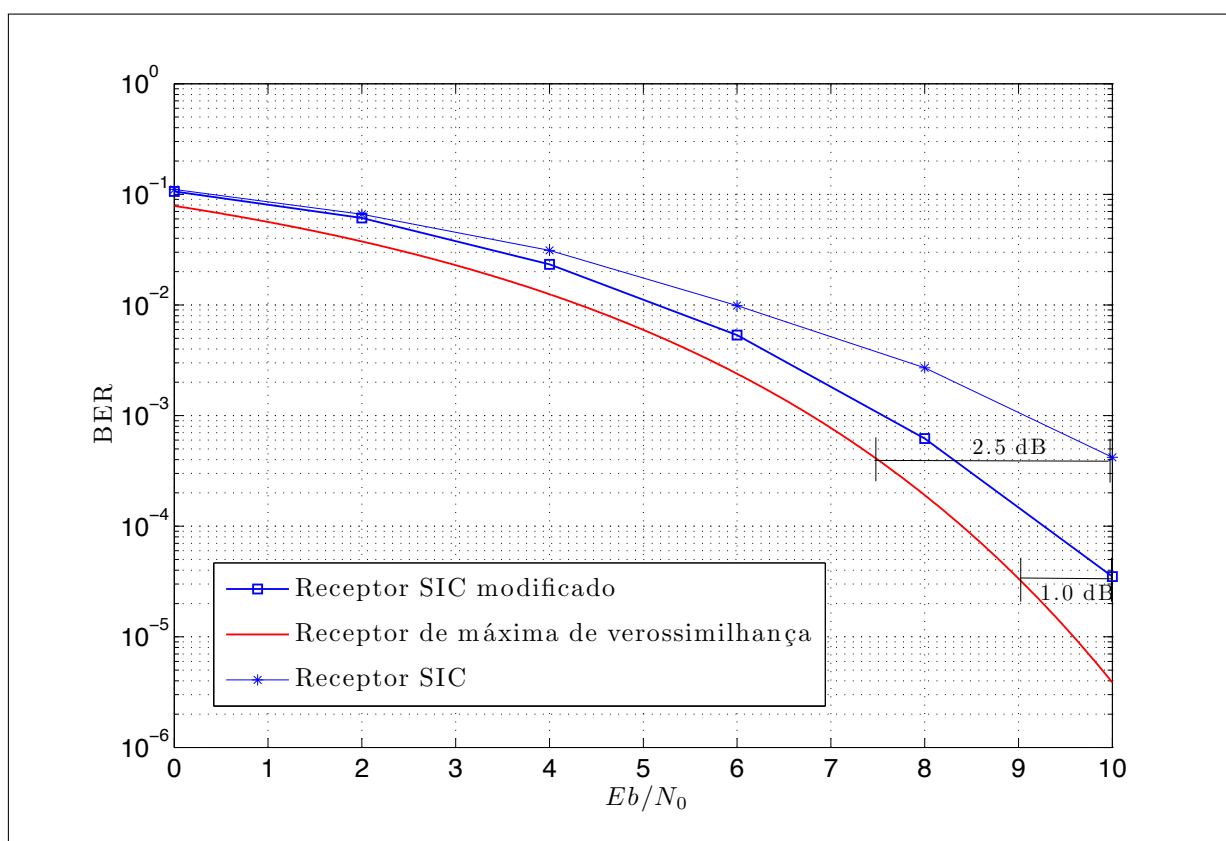
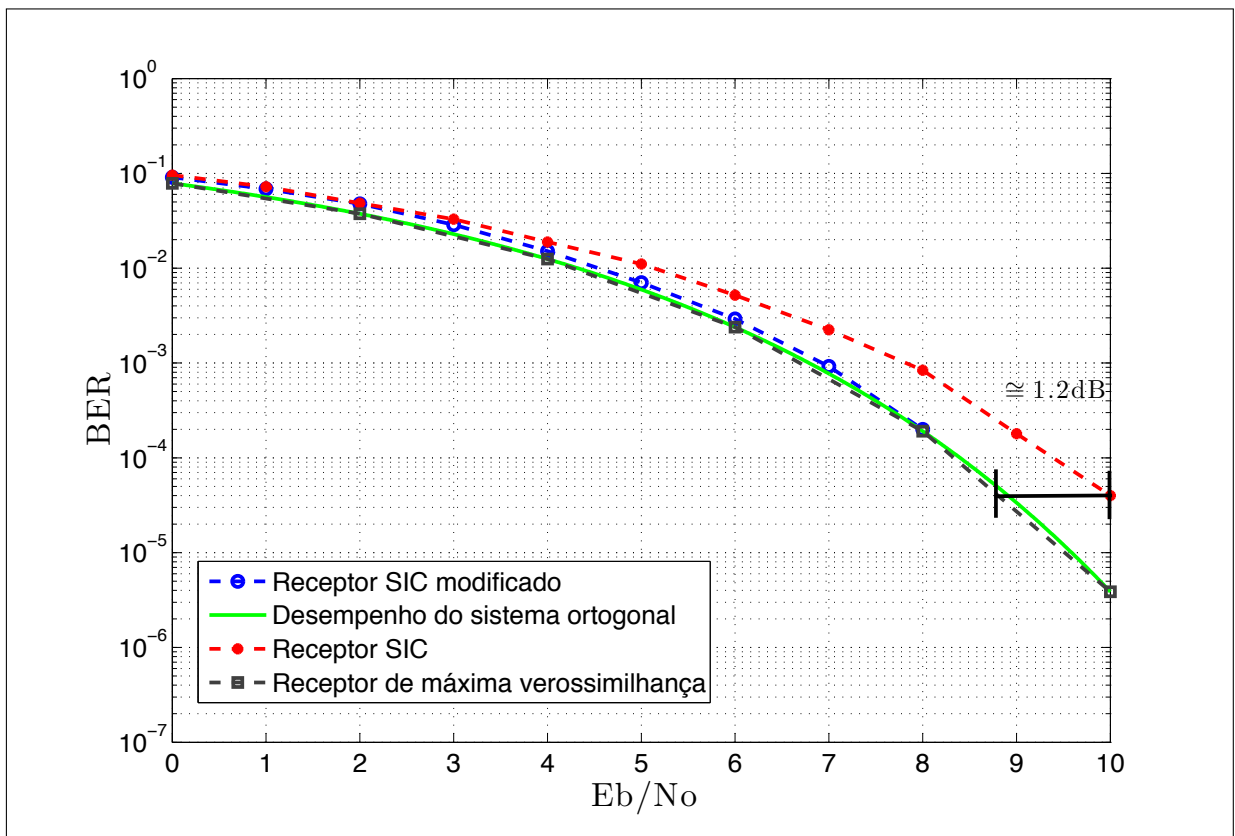


Gráfico 5.7 – Taxa de erro de bits para os receptores ML, SIC e o SIC modificado, considerando $N = 5$, $\Delta fT = 0.73$.



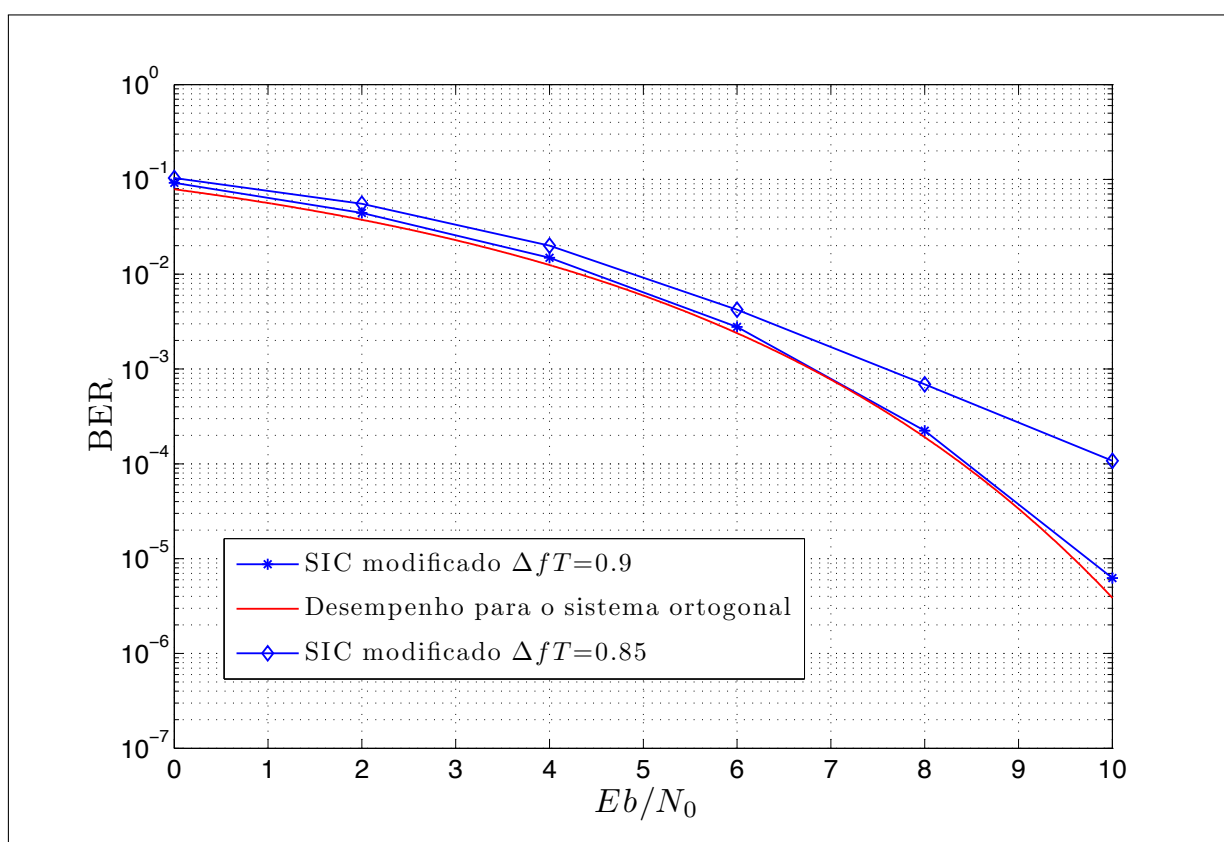
Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 5.8 – Taxa de erro de bits para o detector de máxima verossilhança, erro quadrático médio mínimo (MMSE), SIC modificado e SIC tradicional considerando $N = 5$ e $\Delta fT = 0.8$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 5.9 – Taxa de erro de bits para o receptor SIC modificado comparando com o caso ortogonal, considerando $N = 64$, $\Delta fT = 0.85$ e $\Delta fT = 0.9$.



CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi analisado o problema de portadoras não-ortogonais, anteriormente proposto e estudado para duas portadoras em [12] e [14]. Como contribuição deste trabalho foi desenvolvido um modelo para um número N de portadoras, bem como a obtenção de estruturas de receptores: ML, MMSE, ZF, SIC e SIC modificado. Sendo este último uma estrutura nova que obteve curvas de desempenho próximas as do ML.

Verificou-se que apesar da perda de ortogonalidade o desempenho do receptor de máxima verossimilhança se manteve o mesmo dependendo do grau de superposição. Este resultado já havia sido constatado em [12] para $N = 2$ e foi constatado neste trabalho para $N = 5$. Através dos resultados demonstrados, observou-se que o sinal não-ortogonal 4-QAM possui desempenho igual ao 4-QAM ortogonal na condição de $0.6 \leq \Delta fT \leq 1$ para $N = 2$ e $0.73 \leq \Delta fT \leq 1$ para $N = 5$. Isso significa dizer que há uma economia na largura de banda sem nenhum aumento da BER. Porém, é difícil determinar se ao aumentar o número de portadoras esta economia de banda permanecerá, já que as curvas de distância entre os símbolos são obtidas iterativamente, como concluiu-se na secção 2.4 a partir da solução do espaço nulo do erro. O algoritmo que determina tal ponto demanda um alto recurso computacional pois sua complexidade cresce exponencialmente.

Como contribuição deste trabalho, foi proposto o GS-NOMC, uma segunda estrutura de transmissor e receptor para sistemas de multiportadoras não-ortogonais. Utilizando uma representação em bases de Gram-Schmidt foi desenvolvido a arquitetura do transmissor e do receptor. Demonstrou-se e foi verificado via simulação que o desempenho do GS-NOMC possui o mesmo desempenho do sistema de multiportadoras portadoras não ortogonais utilizando o receptor ML proposto na secção 2.2.

O uso do receptor ótimo traz grandes vantagens como mencionado anteriormente, no entanto o custo computacional é elevado. A complexidade do algoritmo cresce exponencialmente a medida que o número de portadoras aumenta ou a medida que a ordem da modulação cresce. Isso desperta a necessidade de pesquisar novas arquiteturas sub-ótimas de receptores, visando diminuir a complexidade computacional e aproximar-se do desempenho do receptor de máxima verossimilhança. Com essa motivação este trabalho apresentou as estruturas de equalização subótima: MMSE, ZF, SIC e SIC modificado.

Os receptores de erro quadrático médio mínimo e forçagem a zero demonstram uma perda de desempenho a medida que aumenta o número de portadoras, fato que é justificado através das expressões do erro obtidas na secção 3.3. Através da análise matemática conclui-se que o desempenho de tais receptores está atrelado ao número de condicionamento da matriz $\mathbf{H}(k)$, quanto maior este número pior será o desempenho dos receptores lineares. Este número de condicionamento, C , depende do parâmetro ΔfT , o qual se o mesmo for próximo de zero C aumenta, resultando em uma forte queda de desempenho para ambos os equalizadores lineares. A perda devido ao aumento do número de condicionamento é mais sensível no receptor de forçagem a zero, em que o problema de amplificação do ruído é crítico como ficou constatado tanto na análise matemática como nos resultados.

Os equalizadores não-lineares obtiveram um melhor desempenho em termos de taxa de erro de bits comparado com os equalizadores lineares. Eles são menos suscetíveis ao ΔfT e o aumento do número de portadoras. Dentre as estratégias não-lineares apresentadas o SIC modificado possui a BER mais próxima do receptor ML e além disto, dependendo do ΔfT o desempenho do receptor SIC modificado é igual ao caso ortogonal. Isso é uma grande contribuição deste trabalho, já que nos trabalhos [12] e [14] esse aumento de eficiência espectral só havia sido alcançado para duas portadoras não-ortogonais utilizando o receptor ML.

O detector SIC modificado obteve resultados bastante expressivos, principalmente o ilustrado na Figura 5.9. A curva de desempenho foi igual ao caso ortogonal para $\Delta fT = 0.9$, proporcionando 10% de economia de banda para 64 portadoras não-ortogonais. Este resultado mostra a grande potencialidade desta estratégia de detecção visto que apenas o receptor ML dentre os receptores apresentados neste trabalho poderia obter este desempenho, porém o custo computacional seria muito elevado (complexidade na ordem 4^{64}). Devido a esse desempenho e a sua complexidade computacional bem mais baixa comparada com o ML, o SIC modificado pode ser visualizado como possível estratégia de equalização para uma futura implementação do sistema de portadoras não-ortogonais para canais AWGN. Em trabalhos futuros este método será avaliado para canais com disperso temporal e/ou disperso na frequência.

Embora o SIC modificado tenha apresentado desempenho próximo ao ML, neste trabalho não foi feito um estudo de convergência e estabilidade da técnica proposta. O que desperta a necessidade de continuar estudando esta estratégia de equalização.

Este trabalho estudou a fundo técnicas de equalização para tentar mitigar a interferência entre portadoras não-ortogonais causada pela superposição espectral em um canal AWGN. Portanto, a fim de ampliar os resultados obtidos, futuras pesquisas visam:

- ▶ investigar se é possível aumentar a eficiência espectral utilizando outros formatos de pulso além do retangular;
- ▶ estudar o desempenho deste sistema em um canal com desvanecimento plano, visando comparar o desempenho do receptor ML com os receptores sub-ótimos desenvolvidos neste trabalho;
- ▶ desenvolver novas técnicas de equalização sempre tentando obter o desempenho próximo ao ML com uma estratégia de menor complexidade.

APÊNDICE A – Sistema GS-NOMC

A.1 Independência Linear entre Portadoras Não-Ortogonais

Considere as N portadoras não ortogonais, $g(t - kT)e^{j2\pi f_0 t} \dots g(t - kT)e^{j2\pi f_{N-1} t}$, definidas para o intervalo de tempo $(k-1)T \leq t < kT, k \in \mathbb{N}_0$ e $g(u)$ é a função que define o pulso formatador e está definida para $u \in [0, T)$. Considere que as portadoras são igualmente espaçadas por Δf . Este espaçamento é suposto menor que a taxa de símbolo ($\Delta f < 1/T$).

Para provar que as N portadoras são linearmente independentes considere

$$\begin{aligned} v(t) &= \alpha_0 g(t - kT)e^{j2\pi f_0 t} + \alpha_1 g(t - kT)e^{j2\pi f_1 t} + \dots + \alpha_{N-1} g(t - kT)e^{j2\pi f_{N-1} t} \\ v(t) &= \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n g(t - kT)e^{j2\pi f_n t} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

As portadoras serão linearmente independentes quando

$$\alpha_0 g(t - kT)e^{j2\pi f_0 t} + \alpha_1 g(t - kT)e^{j2\pi f_1 t} + \dots + \alpha_{N-1} g(t - kT)e^{j2\pi f_{N-1} t} = 0, \quad (\text{A.2})$$

se somente se $\alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_{N-1} = 0$. A Eq. (A.1) pode ser reescrita na forma de série de potência

$$\begin{aligned} v(t) &= \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n g(t - kT) \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{1}{m!} (j2\pi f_n t)^m \\ v(t) &= \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{1}{m!} g(t - kT) t^m \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n (j2\pi f_n)^m \\ v(t) &= \left[\sum_{m=0}^{+\infty} \gamma_m t^m \right] g(t - kT). \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Considere agora

$$\gamma_m = \frac{1}{m!} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n (j2\pi f_n)^m, \quad (\text{A.4})$$

substituindo a Eq. (A.4) na Eq. (A.3) tem-se:

$$\begin{aligned} v(t) &= g(t - kT)\{\gamma_0 + \gamma_1 t + \dots + \gamma_N t^N + \dots\} \\ v(t) &= g(t - kT)\gamma_0 + v_1(t), \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

em que,

$$\begin{aligned} v_1(t) &= g(t - kT)\{\gamma_1 t + \gamma_2 t^2 \dots + \gamma_N t^N + \dots\} \\ &= g(t - kT)t\{\gamma_1 + \gamma_2 t^1 \dots + \gamma_N t^{N-1} + \dots\}, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

suponha $v_1(t) = 0 \forall t \in [(k-1)T, kT)$ e $k \in \mathbb{N}_0$. Essa condição é satisfeita se

$$\gamma_1 + \gamma_2 t^1 \dots + \gamma_N t^{N-1} + \dots = 0,$$

já que, $g(t - kT)$ é não nulo para qualquer $t \in [(k-1)T, kT)$, $k \in \mathbb{N}_0$. Considere

$$v_2(t) = \gamma_1 + \gamma_2 t^1 \dots + \gamma_N t^{N-1} + \dots,$$

se $v_2(t) = 0 \forall t \in [(k-1)T, kT)$ e $k \in \mathbb{N}_0$ ou de outra maneira $t \in [0, \infty)$, então para $v_2(t) = 0$

$$\gamma_1 = 0. \quad (\text{A.7})$$

Similarmente para $\gamma_2 = \gamma_3 = \dots = 0$. Este resultado mostra que os monômios de $v_2(t)$ são linearmente independentes.

Portanto, para que $v_1(t)$ em (A.1) seja nulo, é necessário que $\gamma_i = 0$, $i \in \mathbb{N}^*$. No entanto, falta verificar γ_0 . Para isto, de (A.4), se tem $\gamma_0 = \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n$. Não há informação sobre α_n , não sendo possível afirmar se $\gamma_0 = 0$ através desta abordagem. Porém supondo $\gamma_0 = 0$ é possível verificar se as N portadoras não-ortogonais são linearmente independente. Para tanto, se faz Eq. (A.4) a zero resultando em:

$$\frac{1}{m!} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n (j2\pi f_n)^m = 0. \quad (\text{A.8})$$

As portadoras não-ortogonais estão espaçadas de $\Delta f = \beta/T$, portanto

$$\begin{aligned} f_n &= n\Delta f \\ f_n &= \beta \frac{n}{T}, \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

em que, $0 < \beta < 1$. Substituindo a Eq. (A.9) na Eq. (A.8) tem-se que

$$\frac{1}{m!} \left(j2\pi \frac{\beta}{T} \right)^m \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n n^m = 0,$$

descartando as constantes tem-se

$$\sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n n^m = 0. \quad (\text{A.10})$$

Substituindo $m = 0, 1, \dots, N-1$ na Eq. (A.10), obtém-se um sistema de equações com N incógnitas e N equações representada por:

$$\mathbf{A}\alpha = \mathbf{0} \quad (\text{A.11})$$

em que, $\alpha = [\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{N-1}]^T$ e

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & N-1 \\ 0 & 1^2 & 2^2 & \dots & (N-1)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1^{N-1} & 2^{N-1} & \dots & (N-1)^{N-1} \end{bmatrix},$$

sendo \mathbf{A} a matriz de Vandermonde, definida por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{N-1} \\ a_0^2 & a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_{N-1}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_0^{N-1} & a_1^{N-1} & a_2^{N-1} & \dots & a_{N-1}^{N-1} \end{bmatrix}.$$

Calculando o

$$\det(\mathbf{A}) = \prod_{1 \leq i < j \leq N} (a_j - a_i),$$

observa-se que é impossível o $\det(\mathbf{A}) = 0$. Portanto, a única solução para a Eq. (A.11) é $\alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_{N-1} = 0$. Provando a independência linear entre as funções $g(t - kT)e^{j2\pi f_0 t} \dots g(t - kT)e^{j2\pi f_{N-1} t}$. Importante observar que a independência linear não depende da função $g(t - kT)$, permitindo a escolha de qualquer pulso formatador sem interferir na independência linear das funções $e^{j2\pi f_0 t}, \dots, e^{j2\pi f_{N-1} t}$.

APÊNDICE B – Sinais com Portadoras Não-Ortogonais

B.1 Energia do Sinal de Portadoras Não-Ortogonais

S seja o sinal de multiportadoras não-ortogonais dado por:

$$s_i(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{i,n}(k) e^{j2\pi n \Delta f t} p(t - kT),$$

em que, $i = 1, 2, \dots, M$, $(k-1)T \leq t \leq kT$ é o intervalo de tempo correspondente ao k -ésimo símbolo transmitido, $x_{i,n}(k)$ é o k -ésimo subsímbolo associado à n -ésima portadora m -QAM e é estatisticamente independente para todo n e k . O pulso formatador $p(u)$ é retangular com amplitude unitária e $u \in [0, T)$. A variável Δf define o espaçamento entre as portadoras e é considerada $\Delta f < 1/T$. A energia do sinal $s_i(t)$ é dada por:

$$\begin{aligned} E_i(k) &= \int_{(k-1)T}^{kT} |s_i(t)|^2 dt \\ &= \int_{(k-1)T}^{kT} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) e^{j2\pi(n-m)\Delta f t} |p(t - kT)|^2 dt \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) \int_{(k-1)T}^{kT} |p(t - kT)|^2 e^{j2\pi(n-m)\Delta f t} dt, \end{aligned}$$

sendo o pulso formatador retangular tem-se que:

$$\begin{aligned}
E_i(k) &= |p(t - kT)|^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) \int_{(k-1)T}^{kT} e^{j2\pi(n-m)\Delta f t} dt \\
&= |p(t - kT)|^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) \frac{1}{j2\pi(n-m)\Delta f} \left[e^{j2\pi(n-m)\Delta f(k-1)T} - e^{-j2\pi(n-m)\Delta f kT} \right] \\
&= |p(t - kT)|^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) \frac{e^{j2\pi(n-m)\Delta f(k-1/2)T}}{j2\pi(n-m)\Delta f} \left[e^{j2\pi(n-m)\Delta f T/2} - e^{-j2\pi(n-m)\Delta f T/2} \right] \\
&= \frac{T}{2} |p(t - kT)|^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) \frac{e^{j2\pi(n-m)\Delta f(k-1/2)T}}{j2\pi(n-m)\Delta f T/2} \left[e^{j2\pi(n-m)\Delta f T/2} - e^{-j2\pi(n-m)\Delta f T/2} \right] \\
&= T |p(t - kT)|^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) e^{j2\pi(n-m)\Delta f(k-1/2)T} \frac{\left[e^{j\pi(n-m)\Delta f T} - e^{-j\pi(n-m)\Delta f T} \right]}{j2\pi(n-m)\Delta f T} \\
&= E_p \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) e^{j2\pi(n-m)\Delta f(k-1/2)T} \frac{\text{sen}(\pi(n-m)\Delta f T)}{\pi(n-m)\Delta f T} \\
&= E_p \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x_{i,n}(k) x_{i,m}^*(k) \text{sinc}((n-m)\Delta f T) e^{j2\pi(n-m)\Delta f(k-1/2)T}, \tag{B.1}
\end{aligned}$$

em que, $E_p = T|p(t - kT)|^2$ é a energia do pulso retangular $p(t - kT)$ no intervalo $(k-1)T \leq t \leq kT$.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Mingyan He, Dequn Liang, and Qisheng Cao. A modulation with higher bandwidth efficiency than ofdm. In *Signal Processing Systems (ICSPS), 2010 2nd International Conference on*, volume 1, pages V1–393 –V1–397, july 2010.
- [2] T. Strohmer and S. Beaver. Optimal ofdm design for time-frequency dispersive channels. *Communications, IEEE Transactions on*, 51(7):1111 – 1122, july 2003.
- [3] Xiaozhou Huang and Hsiao-Chun Wu. Robust and efficient intercarrier interference mitigation for ofdm systems in time-varying fading channels. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 56(5):2517 –2528, sept. 2007.
- [4] J.A.C. Bingham. Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come. *Communications Magazine, IEEE*, 28(5):5 –14, may 1990.
- [5] D. Schafhuber, G. Matz, and F. Hlawatsch. Pulse-shaping ofdm/bfdm systems for time-varying channels: Isi/ici analysis, optimal pulse design, and efficient implementation. In *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2002. The 13th IEEE International Symposium on*, volume 3, pages 1012 – 1016 vol.3, sept. 2002.
- [6] Theodore Rappaport. *Wireless Communications: Principles and Practice*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, USA, 2nd edition, 2001.
- [7] W. Kozek and A.F. Molisch. Nonorthogonal pulseshapes for multicarrier communications in doubly dispersive channels. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 16(8):1579 –1589, oct 1998.
- [8] S. Weinstein and P. Ebert. Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete fourier transform. *Communication Technology, IEEE Transactions on*, 19(5):628 –634, october 1971.
- [9] M.K. Varanasi and A. Russ. Noncoherent decorrelative detection for nonorthogonal multipulse modulation over the multiuser gaussian channel. *Communications, IEEE Transactions on*, 46(12):1675 –1684, dec 1998.
- [10] M.L. McCloud and L.L. Scharf. Mmse multiuser detection for noncoherent non-orthogonal multipulse modulation. In *Information Theory, 2000. Proceedings. IEEE International Symposium on*, page 356, 2000.

- [11] Wing-Kin Ma, P.C. Ching, and Kon Max Wong. Maximum likelihood detection for multicarrier systems employing non-orthogonal pulse shapes. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2000. ICASSP '00. Proceedings. 2000 IEEE International Conference on*, volume 5, pages 2489–2492 vol.5, 2000.
- [12] A.M.P. de Lucena, J.C.M. Mota, and C.C. Cavalcante. Optimum detection of non-orthogonal qam signals with spectral overlapping. *Communications, IET*, 3(2):249–256, february 2009.
- [13] Fang ming Han and Xian da Zhang. Wireless multicarrier digital transmission via weyl-heisenberg frames over time-frequency dispersive channels. *Communications, IEEE Transactions on*, 57(6):1721–1733, june 2009.
- [14] Antônio Macilio Pereira de Lucena. *Estudo sobre Sistemas de Comunicações com Sinais Não-Ortogonalais Superpostos em Frequência*. PhD thesis, Universidade Federal do Ceará, 2006.
- [15] W. Zhang and M.J. Miller. Baseband equivalents in digital communication system simulation. *Education, IEEE Transactions on*, 35(4):376–382, nov 1992.
- [16] John Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 4 edition, August 2000.
- [17] Bernard Sklar. *Digital communications: fundamentals and applications*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1988.
- [18] Simon Haykin. *Communications Systems*. Wiley, 4th edition, May 2000.
- [19] Athanasios Papoulis. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill Companies, 3rd edition, February 1991.
- [20] Stephen Boyd and Lieven Vandenberghe. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2004.
- [21] Mokhtar S. Bazaraa, Hanif D. Sherali, and C. M. Shetty. *Nonlinear programming - theory and algorithms (2. ed.)*. Wiley, 1993.
- [22] David G. Luenberger. *Introduction to Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley, 1973.
- [23] T. Fujino and S. Yusuke. A lattice-reduction aided mmse detection based on gram-schmidt orthogonalization. In *Advanced Technologies for Communications, 2008. ATC 2008. International Conference on*, pages 59–64, oct. 2008.
- [24] K. Matsumura and T. Ohtsuki. Orthogonal beamforming using gram-schmidt orthogonalization for multi-user mimo downlink system. In *Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2011 IEEE 73rd*, pages 1–5, may 2011.
- [25] Peijian Zhang, Li Fang, Wei Jiang, and Daoben Li. A novel orthogonal transmission scheme for non-orthogonal multi-carrier signal. In *Broadband Network and Multimedia Technology (IC-BNMT), 2010 3rd IEEE International Conference on*, pages 467–471, oct. 2010.

- [26] K.S. Carson Pun and T.Q. Nguyen. Widely linear filter bank equalizer for real stbc. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 56(9):4544–4548, sept. 2008.
- [27] T. Yucek and H. Arslan. Mmse noise plus interference power estimation in adaptive ofdm systems. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 56(6):3857–3863, nov. 2007.
- [28] Andrea Goldsmith. *Wireless Communications*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2005.
- [29] D. C. Araújo, A.M.P. de Lucena, and J.C.M. Mota. Sistema de comunicação com múltiplas portadoras m -qam não-ortogonais. Aceito para anais do XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações.
- [30] Yong S. Cho, Jaekwon Kim, Won Y. Yang, and Chung-Gu Kang. *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB*. John Wiley & Sons, 2010.
- [31] Y. Kakishima, H. Le, See Ho Ting, K. Sakaguchi, and K. Araki. Experimental analysis of mimo-ofdm eigenmode transmission with mmse interference canceller. In *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2006 IEEE 17th International Symposium on*, pages 1–5, sept. 2006.
- [32] Paulo S. R. Diniz. *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation*. Springer, softcover reprint of hardcover 3rd ed. 2008 edition, October 2010.
- [33] G. J. Foschini and M. J. Gans. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. *Wireless Personal Communications*, 6:311–335, 1998.
- [34] G.D. Golden, C.J. Foschini, R.A. Valenzuela, and P.W. Wolniansky. Detection algorithm and initial laboratory results using v-blast space-time communication architecture. *Electronics Letters*, 35(1):14–16, jan 1999.
- [35] P.W. Wolniansky, G.J. Foschini, G.D. Golden, and R.A. Valenzuela. V-blast: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel. In *Signals, Systems, and Electronics, 1998. ISSSE 98. 1998 URSI International Symposium on*, pages 295–300, sep-2 oct 1998.
- [36] A. Zanella, M. Chiani, and M.Z. Win. Mmse reception and successive interference cancellation for mimo systems with high spectral efficiency. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 4(3):1244–1253, may 2005.
- [37] D. C. Araújo, W. C. Freitas JR., and A. L. F. de Almeida. A bidirectional processing receiver for layered space-time mimo systems. Aceito para anais do XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações.
- [38] W. C. Freitas Jr., D. C. Moreira, C. C. Cavalcante, and A. L. F. de Almeida. Backward recursion in layered space-time non-linear interference cancellation detectors. *Journal of Communication and Information Systems (JCIS)*, 2011.