



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO EM LOGÍSTICA E PESQUISA OPERACIONAL

FELIPE PINHEIRO BEZERRA

**UM ALGORITMO GENÉTICO APLICADO NO PROBLEMA DA ROTEIRIZAÇÃO
PERIÓDICA DE VEÍCULOS COM CASO PRÁTICO**

FORTALEZA

2012

FELIPE PINHEIRO BEZERRA

**UM ALGORITMO GENÉTICO APLICADO NO PROBLEMA DA ROTEIRIZAÇÃO
PERIÓDICA DE VEÍCULOS COM CASO PRÁTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Logística e Pesquisa Operacional.

Linha de Pesquisa: Tomada de Decisão e Pesquisa Operacional

Orientador: Prof. José Lassance de Castro e Silva, D.Sc.

FORTALEZA

2012

FELIPE PINHEIRO BEZERRA

**UM ALGORITMO GENÉTICO APLICADO NO PROBLEMA DA ROTEIRIZAÇÃO
PERIÓDICA DE VEÍCULOS COM CASO PRÁTICO**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Logística e Pesquisa Operacional com ênfase em Tomada de Decisão e Pesquisa Operacional e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Logística e Pesquisa Operacional da Universidade Federal do Ceará.

Fortaleza, 31 de agosto de 2012.

Prof. Maxweel Veras Rodrigues, D.Sc.
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Prof. José Lassance de Castro Silva, D.Sc. (Orientador).
Universidade Federal do Ceará

Prof. João Welliandre Carneiro Alexandre, D.Sc.
Universidade Federal do Ceará

Prof. Gerardo Valdisio Rodrigues Viana, D.Sc.
Universidade Estadual do Ceará

Aos meus Pais, minha Esposa e Filho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela minha vida e livre arbítrio;

Aos meus pais, que, com a dedicação de toda uma vida, me proporcionaram oportunidades que eles não tiveram;

À minha esposa e ao meu irmão, pelo incentivo e compreensão pelas "ausências";

Ao prof. José Lassance de Castro Silva, meu orientador, por ter confiado em mim e, mesmo sem saber, por não ter permitido que eu desistisse;

À Universidade Federal do Ceará (UFC), pela oportunidade dupla de aprendizado. Na graduação e na pós-graduação;

Ao corpo docente do Departamento de Engenharia de Transportes (DET), pelo acolhimento durante a graduação e incentivo à pesquisa acadêmica;

Ao corpo docente do programa de mestrado interdisciplinar de Logística e Pesquisa Operacional (GESLOG), pelo acolhimento durante a pós-graduação;

Aos meus colegas-irmãos do GESLOG, pela convivência verdadeiramente fraterna e pelo aprendizado com a troca de experiências;

Aos professores participantes da Banca examinadora João Welliandre Carneiro Alexandre e Gerardo Valdisio Rodrigues Viana pelo tempo concedido e pelas valiosas colaborações e sugestões.

“Caminhante não há caminho, o caminho faz-se caminho ao andar.”

(Antônio Machado)

RESUMO

O nível de serviço de uma empresa atacadista distribuidora pode ser medido pela frequência e regularidade com que sua equipe de vendas atende os clientes. Mas, como o sucesso no mercado também depende dos custos envolvidos, o planejamento adequado das sistemáticas de atendimento é crítico. Aproveitando as similaridades entre essa situação e o Problema de Roteirização Periódica de Veículos (PRPV), foi proposta uma técnica de resolução deste problema. Para o PRPV, dado um horizonte de planejamento composto de vários dias, clientes devem ter suas visitas alocadas aos dias conforme combinações possíveis ao mesmo tempo em que rotas são geradas para cada dia, objetivando a redução do custo total de atendimento nesse mesmo horizonte de planejamento. A técnica proposta também foi adaptada para aplicação no caso prático de roteirização de uma equipe de vendas com horizonte de planejamento semanal e consiste em um algoritmo genético para o qual foi desenvolvido um operador de cruzamento original. A técnica foi validada com instâncias da literatura para o PRPV e suas soluções para o caso prático indicaram economias anuais significativas.

Palavras-chave: Problema da Roteirização Periódica de Veículos. Algoritmos Genéticos. Logística. Nível de Serviço. Planejamento de Rotas.

ABSTRACT

The service level of a wholesale distributor can be measured by the frequency and regularity with which its sales staff serves customers. But as the market success also depends on the costs involved, the proper planning of systematic servings is critical. Taking advantage of the similarities between this situation and the Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP), a technique for solving the later was proposed. For the PVRP, given a planning horizon of several days, visits to customers must be assigned to possible days according to predefined schedule combinations at the same time as routes are generated for each day, aiming to reduce the total cost of serving in the same planning horizon. The proposed technique was also adapted to be applied to the practical case of routing a sales team within a weekly planning horizon and it consists of a genetic algorithm for which was developed an original crossover operator. The technique was validated with instances from the literature for the PVRP and its solutions for the case study indicated significant annual savings.

Keywords: Periodic Vehicle Routing Problem. Genetic Algorithms. Logistics. Service Level. Route Planning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 –	Instância de um PRPV e solução	20
Figura 2.2 –	Evolução das abordagens do PRPV	22
Figura 2.3 –	Evolução dos resultados do PRPV	25
Figura 2.4 –	Operador de combinação de Chu, Labadi e Prins (2006)	28
Figura 2.5 –	CROSS Interchange e OR Opt	29
Figura 2.6 –	Representação da Solução de Vidal <i>et al.</i> (2012)	31
Figura 2.7 –	Exemplo do Cruzamento de Vidal <i>et al.</i> (2012)	32
Figura 2.8 –	Resumo das atividades realizadas no PDV	35
Figura 2.9 –	Espacialização da sistemática atual. No canto superior direito a setorização utilizada	37
Figura 2.10 –	Sistemática atual de um vendedor	38
Figura 2.11 –	Código com a rotina de Prins (2004) adaptada ao caso prático	40
Figura 3.1 –	Pseudocódigo de AG genérico	44
Figura 3.2 –	Exemplo de cromossomo permutacional e a rota que representa	45
Figura 3.3 –	Cruzamento com um ponto de corte	47
Figura 3.4 –	Mutação com swap e o efeito na rota. Em (a) antes e em (b) depois da mutação	48
Figura 3.5 –	Modelo de um AG híbrido	49
Figura 3.6 –	Codificação proposta	50
Figura 3.7 –	Visões do Split	52
Figura 3.8 –	Código do Split e decodificador	53
Figura 3.9 –	Fluxograma da rotina de geração de soluções viáveis	54
Figura 3.10 –	Fluxograma da rotina de inserção	55
Figura 3.11 –	Exemplo de Cruzamento	56
Figura 3.12 –	Movimentos do tipo 2-Opt e 3-Opt	57
Figura 4.1 –	Comparação dos desvios médios por instância entre P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100) e P(50, pX, pM, pT, pSM, 1, 100)	60
Figura 4.2 –	Comparação de desvios diversos entre P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100) e P(50, pX, pM, pT, pSM, 1, 100)	60
Figura 4.3 –	Comparação dos tempo de processamento entre P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100) e P(50, pX, pM, pT, pSM, 1, 100)	61

Figura 4.4 –	Comparação da evolução do desvio médio por iteração entre P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100) e P(50, pX, pM, pT, pSM, 1, 100)	61
Figura 4.5 –	Gráfico de ocorrências de melhoria por iterações consecutivas	62
Figura 4.6 –	Comparação de desvios diversos entre P(50, pX, pM, pT, pSM, 5, 50) e os anteriores	62
Figura 4.7 –	Comparação dos desvios médios por instância entre P(50, pX, pM, pT, pSM, 5, 50) e os anteriores	63
Figura 4.8 –	Comparação dos tempos de processamento entre P(50, pX, pM, pT, pSM, 5, 50) e os anteriores	63
Figura 4.9 –	Comparação dos desvios médios por instância entre P(100, 1, 100, 1, 5, 100) e P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100)	65
Figura 4.10 –	Comparação de desvios diversos entre P(100, 1, 100, 1, 5, 100) e P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100)	65
Figura 4.11 –	Comparação dos tempos de processamento entre P(100, 1, 100, 1, 5, 100) e P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100)	65
Figura 4.12 –	Comparação da evolução do desvio médio por iteração entre P(100, 1, 100, 1, 5, 100) e P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100)	66
Figura 4.13 –	Perfis das instâncias da literatura para o PRPV	67
Figura 4.14 –	Desvios mínimos por instância	69
Figura 4.15 –	Rotas da segunda-feira pela solução atual	74
Figura 4.16 –	Rotas da segunda-feira pela solução proposta	74
Figura 4.17 –	Rotas da terça-feira pela solução atual	75
Figura 4.18 –	Rotas da terça-feira pela solução proposta	75
Figura 4.19 –	Rotas da quarta-feira pela solução atual	76
Figura 4.20 –	Rotas da quarta-feira pela solução proposta	76
Figura 4.21 –	Rotas da quinta-feira pela solução atual	77
Figura 4.22 –	Rotas da quinta-feira pela solução proposta	77
Figura 4.23 –	Rotas da sexta-feira pela solução atual	78
Figura 4.24 –	Rotas da sexta-feira pela solução proposta	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados das consultas ao <i>Google Maps</i>	41
Tabela 2 – Principais indicadores para todas as configurações possíveis de P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100)	64
Tabela 3 – Melhores resultados nas instâncias da literatura para o PRPV	68
Tabela 4 – Comparativo do tempo de processamento médio em minutos	69
Tabela 5 – Redução de distâncias percorridas no período	71
Tabela 6 – Perfis médios da jornada de trabalho diária dos vendedores. Valores em minutos	71
Tabela 7 – Estimativa das economias decorrentes das soluções propostas	73
Tabela 8 – Comparação das distâncias e das jornadas totais por dia da semana entre a solução atual e a proposta	73

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG	Algoritmos Genéticos
BD	Busca dispersa
BT	Busca Tabu
HGSADC	Algoritmo desenvolvido por Vidal <i>et al.</i> (2012)
OX	Order Crossover
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PDV	Ponto de Venda
PI	Melhoria do padrão de atendimento do HGSADC
PIX	Periodic Crossover with Insertions
PRPV	Problema da Roteirização Periódica de Veículos
PRPVMD	Problema da Roteirização Periódica de Veículos com Múltiplos Depósitos
PRV	Problema da Roteirização de veículos
PRVMD	Problema da Roteirização de Veículos com Múltiplos Depósitos
Ps	Os quatro componentes do marketing mix: preço, promoção, produto e PDV
RI	Melhoria de rota do HGSADC
RMF	Região Metropolitana de Fortaleza
XPD	Cruzamento com período dominante

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Considerações iniciais	14
1.2	Problemática	15
1.3	Objetivos: Geral e Específicos	16
1.4	Metodologia	17
1.5	Estrutura da Dissertação	17
2	O PROBLEMA DA ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA DE VEÍCULOS	19
2.1	Introdução e Definições	19
2.2	Modelos de Abordagem e Evolução do Estado da Arte	22
2.3	Algoritmos Evolutivos Aplicados ao PRPV	25
2.3.1	<i>Algoritmo de Chu, Labadi e Prins (2006)</i>	25
2.3.2	<i>Algoritmo de Alegre, Laguna e Pacheco (2007)</i>	28
2.3.3	<i>Algoritmo de Vidal et al. (2012)</i>	30
2.4	Aplicações do PRPV	33
2.5	Aplicação Prática Proposta	33
2.5.1	<i>Caracterização do Problema</i>	34
2.5.2	<i>Problema a resolver</i>	38
2.5.3	<i>Limitações e adaptações</i>	39
3	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO	43
3.1	Algoritmos Genéticos	43
3.1.1	<i>Modo de Operação</i>	43
3.1.2	<i>Representação ou codificação das soluções e schema</i>	44
3.1.3	<i>Estratégia geracional e seleção</i>	46
3.1.4	<i>Operadores genéticos e hibridização</i>	47
3.1.5	<i>Critério de parada e outros parâmetros</i>	49
3.2	O AG desenvolvido	50
3.2.1	<i>Representação</i>	50

3.2.2	<i>Avaliação dos Indivíduos</i>	51
3.2.2.1	<i>O algoritmo Split</i>	51
3.2.3	<i>Geração da População Inicial e Estratégia Geracional</i>	54
3.2.4	<i>Operador de cruzamento e seleção</i>	56
3.2.5	<i>Operadores de Mutação e Hibridização</i>	57
3.2.6	<i>Critério de Parada e Outros Parâmetros</i>	58
4	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	59
4.1	Investigação dos Parâmetros do AG	59
4.2	Validação com as Instâncias da Literatura	67
4.3	Aplicação Prática	70
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	79
5.1	Conclusões	79
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	80
	REFERÊNCIAS	82
	ANEXO – Soluções encontradas pelo F-AG para as instâncias da literatura	86

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo é dividido em cinco seções, onde serão abordadas as considerações de contextualização do tema, justificando-o, a caracterização do problema, os objetivos, a metodologia usada no trabalho e, por fim, a estrutura da dissertação.

1.1 Considerações Iniciais

É cada vez mais clara a importância dos serviços logísticos prestados pelos fornecedores (i.e. indústria) para o melhor desempenho dos varejistas, uma vez que possibilitam a redução do custo operacional das lojas e a melhora do seu atendimento aos consumidores finais. Segundo Figueiredo *et al.* (2007), alguns desses serviços são: disponibilidade de produto, tempo de ciclo de pedido, consistência do prazo de entrega e frequência de entrega.

Já para Motta, Santos e Serralvo (2008), o serviço logístico esperado está relacionado a uma sistemática de visitas da equipe de vendas que evite o desabastecimento. Os autores também relacionam a boa execução das estratégias de *marketing* da indústria no varejo com a frequência de atendimento dos vendedores aos Pontos-de-Vendas (PDVs). São ações relacionadas a promoção, precificação e presença dos produtos nos PDVs. É um trabalho de difícil execução para a indústria por causa da capilaridade de atendimento necessária.

Nesse contexto, destaca-se a atuação do setor atacadista distribuidor enquanto intermediador entre a indústria e o varejo e responsável pela execução das boas práticas de abastecimento e *marketing* demandadas pelo mercado. Segundo Santos (1979 *apud* Xavier, 2009), o bom desempenho do setor na realização dessas atividades contribui com o desenvolvimento profissional dos pequenos varejos. Para se sustentar no mercado, no entanto, o atacado distribuidor precisa exercer suas funções de forma eficiente e sem deixar de manter os custos sob controle.

A competitividade do distribuidor também é função das sistemáticas de visitas das equipes de vendas, pois garantem a presença dos produtos dentro dos padrões exigidos pela indústria no maior número de PDVs possível e evitam a ruptura de oferta nessas lojas. O perfil operacional intensivo de tais sistemáticas, devido à regularidade necessária e ao grande número de clientes atendidos, é arriscado em termos de custos. Francis, Smilowitz e Tzur (2008) informam que "em operações de atendimento periódicas, onde as visitas são realizadas

para um grupo de clientes em um horizonte de vários dias, a otimização dessas operações repetitivas pode agregar ganhos de custos significativos". Portanto, é necessário o planejamento criterioso dessas sistemáticas.

Para Golden e Watts (1987), com o crescimento do mercado e com a competição acirrada, não há mais espaço para vendas ao acaso, em que o distribuidor é contemplado com um pedido não esperado. A rotina atual é de planejamento e previsão de vendas. Ao ponto em que rotas de vendedores são elaboradas de acordo com seus potenciais de demanda.

Devido à complexidade, torna-se necessário o uso de ferramentas computacionais nessa tarefa. Existem pacotes computacionais (*softwares*) para esse fim, mas seu uso ainda é restrito por causa dos valores de aquisição e manutenção e à incapacidade dos mesmos de se adequar as diversas particularidades encontradas nas empresas. Ainda contra tais pacotes, Cunha (2000) relata haver casos em que os benefícios obtidos são aquém do esperado por não considerarem problemas específicos das operações. Uma alternativa a isto tudo seria o desenvolvimento de sistemas computacionais específicos para cada empresa, ou seja: sob medida.

Este trabalho se propõe a tratar essa questão apresentando uma técnica automatizada para o planejamento de sistemáticas de visitas para a equipe de vendas de uma empresa atacadista distribuidora no ramo de sorvetes e picolés.

1.2 Problemática

Dadas as suas características, o planejamento de rotas de equipes de vendas pode ser enquadrado como um Problema de Roteirização Periódica de Veículos (PRPV). Conforme Francis, Smilowitz e Tzur (2008, p.74), o PRPV foi apresentado em Beltrami e Bodin (1974), mas é pouco estudado em comparação com outros problemas de roteirização, apesar da sua alta aplicabilidade. E definem:

O PRPV é uma generalização do problema clássico de roteirização de veículos no qual as rotas dos veículos devem ser construídas em múltiplos dias. Durante cada dia do período de planejamento, uma frota de veículos capacitados viaja ao longo das rotas que começam e terminam em um único depósito. Inclui o depósito e os clientes que são visitados com uma frequência pré-determinada no período de planejamento.

Segundo Wu (2007), o PRPV pertence à classe de problemas NP-Difícil, uma vez que pode ser reduzido ao Problema da Roteirização de Veículos (PRV). Isso significa que a resolução do PRPV é extremamente difícil, não sendo possível obter a solução ótima a partir

de métodos exatos para grandes instâncias, mesmo que o estado da arte os disponha, devido ao tempo computacional. É o caso normalmente encontrado em problemas do mundo real, como o que será abordado neste trabalho.

Em situações como essa, admite-se o uso de técnicas que levam a uma solução viável, mas não necessariamente à solução ótima. Um *trade-off* entre qualidade de solução e custo computacional (GOLDBARG; LUNA, 2000). Essas técnicas, denominadas heurísticas, “buscam boas soluções com custo computacional razoável sem garantia de otimalidade ou viabilidade, ou ainda determinar a sua proximidade da solução ótima” (REEVES, 1993, p. 8).

Entretanto, surgiu o interesse no desenvolvimento de outras técnicas mais robustas com possibilidade de aplicação geral. Estas técnicas se tornaram conhecidas como metaheurísticas, sendo as mais populares as seguintes: a busca tabu, a têmpera simulada e os algoritmos genéticos (REEVES, 1993; VIANA 1998). Neste trabalho, será utilizada a metaheurística Algoritmos Genéticos (AG) como base para a resolução do problema.

Como não se espera encontrar uma solução exata para o problema prático, dada a dificuldade de resolução do PRPV, a técnica de resolução proposta deverá trazer soluções de qualidade comparável àquelas encontradas na literatura para problemas padrão. E, independente da forma de avaliação das soluções, é importante que se considere um dos seguintes critérios previstos nos trabalhos de Golden e Watts (1987) e Francis, Smilowitz e Tzur (2008) para o caso prático:

- a) Redução dos custos de atendimento;
- b) Melhoria do serviço aos clientes;
- c) Balanceamento da carga de trabalho e resultados financeiros.

1.3 Objetivos: Geral e Específicos

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver uma técnica de resolução para o PRPV aplicável ao caso prático, determinando melhores soluções quando comparadas com aquelas praticadas pela empresa.

Como objetivos específicos, tem-se:

- a) Pesquisar e apresentar abordagens existentes para o PRPV;
- b) Desenvolver, implementar, testar e validar a técnica de resolução para o PRPV;
- c) Criar pelo menos um operador genético específico para o PRPV;
- d) Implementar e adaptar a técnica ao caso prático.

1.4 Metodologia

Para a realização deste trabalho, foi necessário cumprir um conjunto de tarefas de forma disciplinada:

- a) *Realizar uma revisão bibliográfica sobre os assuntos envolvidos:* nesta etapa, assuntos como problemas diversos de roteirização de veículos e suas variantes, a roteirização periódica, algoritmos genéticos, formas de modelagem, algoritmos, heurísticas, metaheurísticas, otimização combinatória e outros mais que são necessárias foram estudados para formar um "cenário mental" geral e servir de base para o trabalho;
- b) *Pesquisar e experimentar algoritmos de roteirização:* esta etapa teve por objetivo criar familiaridade e experiência com problemas de roteirização clássica e periódica, seus modelos e soluções de programação e implementação. Obteve-se com esta atividade mais facilidade no desenvolvimento de soluções próprias ou adaptadas;
- c) *Criar uma técnica própria ou adaptada e avaliá-la:* esta foi a principal etapa do trabalho. Nela, elaborou-se o modelo para o PRPV, o qual pôde ser avaliado com conjuntos de dados padrão do meio acadêmico e, caso sejam competitivos ou estejam próximos o suficiente da melhor solução vigente, aplicá-los ao caso real e seus resultados comparados com as soluções "humanas" da empresa.
- d) *Desenvolver, implementar e testar a técnica de solução para o problema:* uma vez realizadas as avaliações, o algoritmo pôde ser revisto para que ganhe eficiência computacional.
- e) *Escrever a versão final da dissertação.*

1.5 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação foi dividida em seis capítulos:

No Capítulo 1, foi realizada a contextualização do problema tratado e expostos os objetivos e a metodologia do trabalho. No Capítulo 2, a definição do PRPV é aprofundada. Nele são apresentadas uma formulação matemática, a evolução do estado da arte, estratégias de solução semelhantes à que será proposta e aplicações do problema ao mundo real. Ao final, é apresentado o caso prático, com a descrição detalhada das rotinas de venda e de

planejamento de rotas para uma empresa distribuidora de sorvetes e picolés, para o qual foi desenvolvida a técnica de resolução do PRPV aplicado.

No Capítulo 3, é descrita a estratégia de solução. Primeiramente, é feita uma revisão dos conceitos dos AGs e seus componentes essenciais, os quais serão utilizados na técnica de resolução do problema. Depois a técnica é descrita em detalhes, entre os quais se destaca o operador de cruzamento, para o qual é proposta uma formulação original.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados. Primeiro, aqueles dos testes de calibração dos parâmetros para definição da configuração usada para a validação da técnica com instâncias da literatura. Depois são apresentados os resultados da validação e da aplicação da técnica adaptada ao caso prático.

No Capítulo 5, constam as considerações finais, onde são apresentadas as conclusões obtidas com a realização do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

Ao final, são apresentados ainda as referências e o Anexo, onde se encontram as melhores soluções obtidas pela técnica proposta para as instâncias da literatura.

2 O PROBLEMA DA ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA DE VEÍCULOS

Neste capítulo, são apresentadas mais definições do PRPV, sua formulação matemática e a evolução do estado da arte, com ênfase nas abordagens que utilizam algoritmos evolutivos ou baseados em populações. Ao final, serão relacionadas algumas aplicações práticas do modelo e apresentado o caso real.

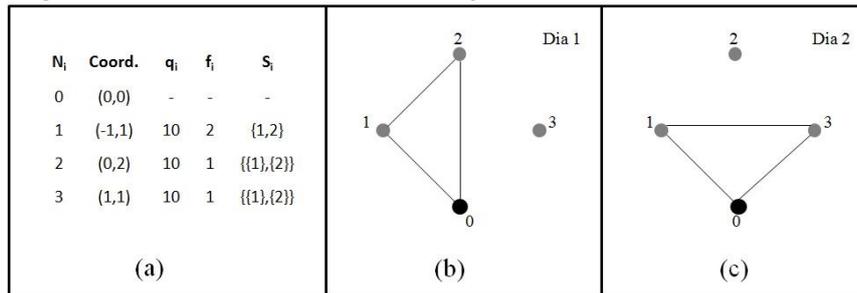
2.1 Introdução e Definições

O PRPV é uma generalização do PRV em que, em vez de se considerar um único período na elaboração do planejamento, são considerados vários dias (ou períodos) em um horizonte de planejamento durante o qual os pontos podem ser visitados mais de uma vez, com demandas e custos de atendimento pré-definidos. Além disso, deve-se respeitar a lista de opções de agendas (ou combinações) de atendimento para cada cliente. Baldacci *et al.* (2011, p. 228), o definem como:

[...] o problema de determinar um conjunto de rotas para uma frota homogênea com base em um depósito central para cada dia de um período de p dias. Essas rotas atendem clientes com demandas conhecidas. Cada veículo executa no máximo uma rota por dia, com no máximo m_k veículos disponíveis no dia k . Cada rota é iniciada e finalizada no depósito central e atende a uma demanda de clientes que seja menor ou igual à capacidade Q do veículo que a executa. Cada cliente i deve ser visitado em f_i dias durante o período e demanda q_i unidades de produto a cada visita. As f_i visitas ao cliente i só podem ocorrer uma das combinações de visitas permitidas.

Para ilustrar o problema, usa-se o exemplo de Gulczynski, Golden e Wasil (2011) adaptado, no qual é dado um período de planejamento de dois dias, $P = \{1,2\}$, e de forma que as combinações de visitas possíveis são $S = \{\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$. Há três clientes e um único depósito, assim o conjunto de pontos considerado é $N = \{0,1,2,3\}$, onde o depósito é o de índice zero. A capacidade dos veículos é de, no máximo, 30 unidades. Na Figura 2.1a, detalha-se para cada cliente, a sua posição cartesiana, a demanda q , a frequência de visitas f e o conjunto de agendas possíveis S . Já nas Figuras 2.1b e 2.1c, são mostradas as rotas dos dias 1 e 2 de uma configuração viável.

Figura 2.1 – Instância de um PRPV e solução.



Fonte: Adaptado de Gulczynski, Golden e Wasil (2011).

Uma solução do PRPV define simultaneamente uma combinação de visitas para cada cliente e as rotas de cada veículo para cada dia do período de planejamento, de forma que cada cliente é visitado com a frequência certa, o número de rotas por dia não excede a quantidade de veículos disponíveis, e o custo total das rotas em todo período de planejamento é minimizado (BALDACCI *et al.*, 2011). O problema envolve três decisões simultâneas, segundo Francis, Smilowitz e Tzur (2008):

- a) Selecionar uma combinação de visitas a partir das opções de cada cliente;
- b) definir os clientes a serem visitados por cada veículo em cada dia;
- c) sequenciar as rotas dos veículos para cada dia do horizonte de planejamento.

É curioso observar que o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) envolve somente a terceira decisão e que o Problema da Roteirização de Veículos (PRV) envolve a segunda e a terceira decisões. Ainda, o PRV é um PRPV com um período de somente um dia, e o PCV é um PRPV com um período de somente um dia e somente um carro disponível, porém este com capacidade de carga ilimitada. Por isso, pode-se afirmar que o PRV é uma generalização do PCV e que o PRPV é uma generalização do PRV. O que reforça a sua classificação como um problema do tipo NP-Difícil.

Christofides e Beasley (1984 *apud* Francis, Smilowitz e Tzur, 2008) apresentaram a primeira formulação formal do PRPV, quando o definiram como o problema de determinação de um conjunto de rotas para cada dia de um período de planejamento diário de forma a satisfazer a frequência de visitas demandada pelos clientes. A formulação, do tipo binária, apresentada pelos autores é a que segue:

$$\text{Min} \sum_{d \in D} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijk}^d \quad (2.1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{s \in S_i} z_i^s = 1 \quad \forall i \in N_c \quad (2.2)$$

$$v_i^d = \sum_{s \in S_i} z_i^s a_{sd} \quad \forall d \in D; i \in N_c \quad (2.3)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ijk}^d \leq \frac{v_i^d + v_j^d}{2} \quad \forall d \in D; i, j \in N_c (i \neq j) \quad (2.4)$$

$$\sum_{j \in N_c} x_{ijk}^d = \sum_{j \in N_c} x_{jik}^d \quad \forall i \in N; k \in K; d \in D \quad (2.5)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in N} x_{ijk}^d = \begin{cases} v_j^d & \forall j \in N_c \\ |K| & j = 0 \end{cases} \quad \forall d \in D \quad (2.6)$$

$$\sum_{i, j \in C} x_{ijk}^d \leq |C| - 1 \quad \forall C \subseteq N_c; k \in K; d \in D \quad (2.7)$$

$$\sum_{j \in N_c} x_{0jk}^d \leq 1 \quad k \in K; d \in D \quad (2.8)$$

$$\sum_{i \in N_c} q_i \sum_{j \in N} x_{ijk}^d \leq Q \quad \forall k \in K; d \in D \quad (2.9)$$

$$\sum_{(i, j) \in A} c_{ij} x_{ijk}^d \leq L \quad \forall k \in K; d \in D \quad (2.10)$$

$$z_i^s \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N_c; s \in S_i \quad (2.11)$$

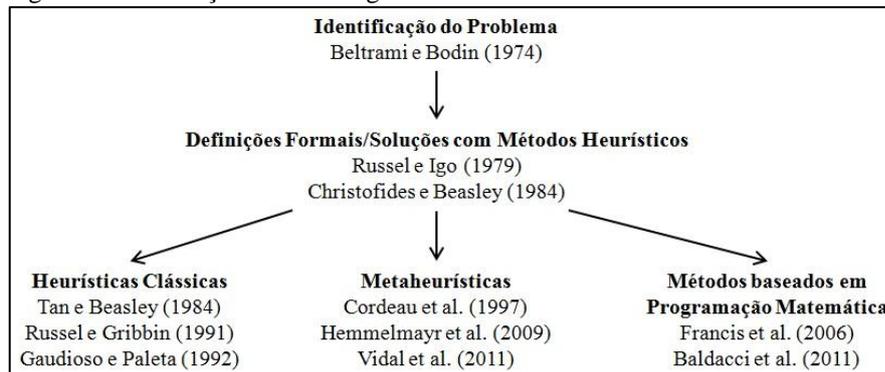
$$x_{ijk}^d \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A; k \in K; d \in D \quad (2.12)$$

A função objetivo (2.1) minimiza os custos associados às viagens de todo o período. A restrição (2.2) garante que somente uma agenda de visita seja escolhida para cada cliente, enquanto a restrição (2.3) assegura que as visitas a um determinado cliente só aconteçam nos dias da agenda selecionada para o mesmo. A restrição (2.4) permite viagens somente entre clientes definidos para um dia $d \in D$. A restrição (2.5) se refere à conservação do fluxo. As restrições (2.6) garantem que os nós estão incluídos nos dias das suas combinações de visitas. A restrição (2.7) impossibilita a ocorrência de *subtours*. A restrição (2.8) não permite que um veículo seja utilizado mais de uma vez ao dia. As restrições (2.9) e (2.10) garantem que as capacidades de carga e duração das rotas, respectivamente, sejam respeitadas. Finalmente, (2.11) e (2.12) definem as variáveis de decisão. Para o primeiro caso, a combinação de visitas escolhida para o cliente i e, no segundo, se o veículo k vai do cliente i ao cliente j no dia d . Em ambos os casos, 1 significa que sim e 0 o oposto.

2.2 Modelos de Abordagem e Evolução do Estado da Arte

Da identificação do problema ao estado da arte atual, já se passaram aproximadamente quarenta anos, tendo o problema sido formalmente apresentado há quase trinta anos. Neste período, foram propostos vários modelos de abordagem, os quais podem ser organizados conforme a Figura 2.2, em que são ressaltados trabalhos expoentes.

Figura 2.2 – Evolução das abordagens do PRPV.



Fonte: Adaptado de Francis, Smilowitz e Tzur (2008).

Beltrami e Bodin (1974) desenvolveram heurísticas considerando duas abordagens ao problema: uma de desenvolver rotas e depois agrupá-las em dias de visita e a outra de agrupar clientes em dias de visitas e então roteirizá-los separadamente. Depois, em Russel e Igo (1979), três heurísticas com abordagens distintas foram propostas: na primeira, definindo os dias de visitas para cada cliente conforme a geração de agrupamentos de clientes em cada dia ao redor daqueles com uma única opção, e, na outras duas, são adaptadas heurísticas de roteirização de veículos em dia único, sendo uma de Russel (1977) e outra de Clarke e Wright (1964).

Já em Christofides e Beasley (1984), foi apresentada uma heurística na qual é gerada uma solução inicial viável, e a partir da qual são feitos procedimentos de trocas de agendas de clientes baseadas em distâncias médias e no PCV em busca de melhorias. Por fim, em seu trabalho, Tan e Beasley (1984) também apresentam sua heurística para o PRPV como uma extensão do algoritmo de roteirização de veículos em dia único de Fisher e Jaikumar (1981).

Russel e Gribbin (1991), segundo Hallal (2004) e Francis, Smilowitz e Tzur (2008), propõem um heurística em quatro etapas: atribuem-se os clientes aos dias de visitas segundo modelo matemático próprio, depois são realizadas trocas de clientes de um dia para outro à moda de Chrsitofides e Beasley (1984) e avaliando os dias como PCVs, a seguir,

procede-se da mesma forma que na segunda etapa, porém a avaliação é feita abordando como PRVs em vez de PCVs e finaliza com um modelo matemático inteiro binário para refinar os resultados.

Francis, Smilowitz e Tzur (2008) descrevem também a abordagem de Gaudioso e Paletta (1992), que tratam o PRPV como um problema tático com o objetivo de minimizar a frota de veículos, não a distância percorrida, aproximando o problema ao do corte e empacotamento de uma dimensão. Gaudioso e Paletta (1992) adotam uma fase de construção que aloca clientes às combinações de entregas, um de cada vez. Depois, propõem vários procedimentos de pós-processamento para melhorar as rotas construídas.

Cordeau, Gendreau e Laporte (1997) destacam os trabalhos de Chrsitofides e Beasley (1984), Tan e Beasley (1984), Russel e Gribbin (1991) e Gaudioso e Paletta (1992) como mais bem elaborados do que os demais até então. Os autores consideram como o melhor método aquele desenvolvido em Chao, Golden e Wasil (1995), que utiliza programação linear inteira para definir a combinação de visitas de cada cliente e depois resolvem um PRV para cada dia do período com uma versão adaptada de Clarke e Wright (1964), aplicando ainda buscas locais para refinamentos e reinicializações para diversificação.

Vidal *et al.* (2012) destacam o trabalho de Chao, Golden e Wasil (1995) por ser o primeiro a usar movimentos de deterioração para fugir de ótimos locais e também permitir a relaxação da capacidade dos veículos. Os autores afirmam, porém, que foi a Busca Tabu (BT) proposta por Cordeau, Gendreau e Laporte (1997) para o PRPV que se manteve como o Estado da Arte por um longo período, sendo superada somente recentemente pelo algoritmo de Hemmelmayr, Doerner e Hartl (2009), baseado no modelo de Busca em Vizinhança Variável. Porém o trabalho de Alegre, Laguna e Pacheco (2007), um algoritmo de Busca Dispersa, tem resultados bastante próximos aos de Hemmelmayr, Doerner e Hartl (2009), sendo anterior ao mesmo.

É importante voltar ao trabalho de Cordeau, Gendreau e Laporte (1997), para ressaltar que a BT utilizada nele é combinada com o conjunto de procedimentos de inserção e retirada de nós GENIUS, apresentado por Gendreau, Hertz e Laporte (1992). Esses procedimentos equivalem a movimentos de busca local 4-Opt, de forma que o pós-processamento das soluções para refinamento foi desnecessário. Essa combinação dos procedimentos equivale à hibridização vista em AGs. Neste sentido, Vidal *et al.* (2012) propõem um modelo evolucionário híbrido robusto que congrega vários operadores de busca local e de vizinhança, tornando-se o Estado da Arte atual.

Nos anos 2011 e 2012, além do trabalho de Vidal *et al.* (2012), foram publicados também os artigos de Gulczynski, Golden e Wasil (2011) e Baldacci *et al.* (2011). Na realidade, a obra de Vidal *et al.* (2012) foi pré-publicada em 2011, de forma que parece ter havido uma "corrida" entre os três. Não sem motivo, pois tanto Gulczynski, Golden e Wasil (2011) quanto Baldacci *et al.* (2011) apresentam trabalhos baseados em programação matemática bastante competitivos com o Estado da Arte. No caso do último, os autores revelam um método exato, que comprova a optimalidade de determinadas instâncias da literatura acadêmica e a quase optimalidade de outras, não conseguindo ser totalmente efetivo devido a *overflow* da memória computacional.

Para melhor ilustrar os avanços alcançados pelas diversas soluções propostas ao PRPV, os mesmos serão apresentados ao longo do tempo, na Figura 2.3. A quantificação é feita em termos do acúmulo dos *desvios* (D) entre as instâncias da literatura. A fórmula do desvio é dada em (2.13), onde z é a solução apresentada pelo método de resolução para o problema e z^* é a melhor solução conhecida para o problema.

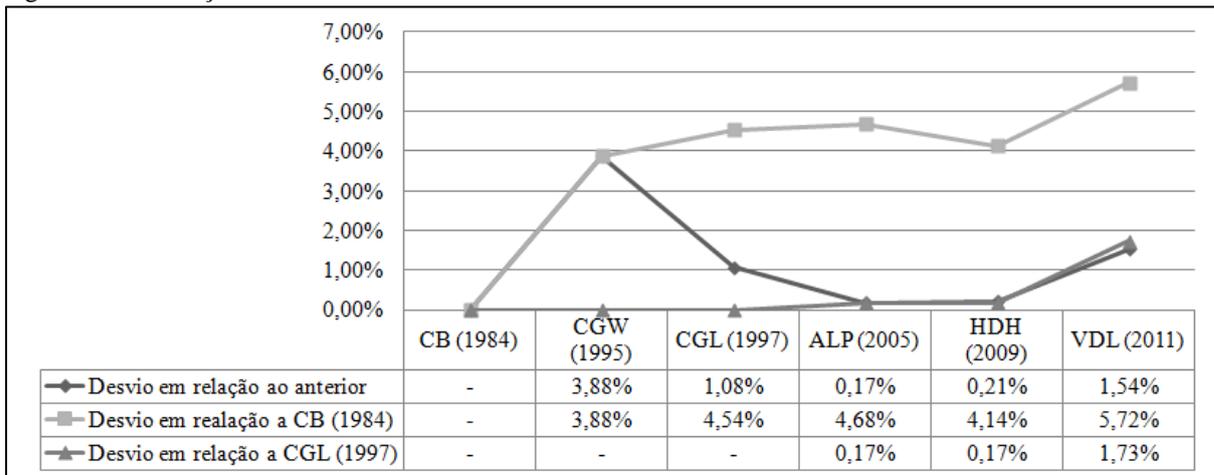
$$D = \frac{z - z^*}{z^*} \quad (2.13)$$

O *desvio médio* (DM) é dado pela média aritmética dos *desvios* entre elas para cada uma das n instâncias resolvidas por ambas as propostas, como em (2.14).

$$DM = \frac{\sum_1^n desvio_i}{n} \quad (2.14)$$

No gráfico da Figura 2.3, são apresentadas três séries de dados. Na primeira, os desvios negativos são em relação ao trabalho anterior; na segunda, toma-se como *referência zero* o trabalho de Christofides e Beasley (1984), o qual assumirá o valor de melhor solução (z^*). O mesmo é feito na terceira série, porém considerando os resultados de Cordeau, Gendreau e Laporte (1997) como referência. Os dados são de Christofides e Beasley (1984), Chao, Golden e Wasil (1995), Cordeau, Gendreau e Laporte (1997), Alegre, Laguna e Pacheco (2007), Hemmelmayr, Doerner e Hartl (2009) e Vidal *et al.* (2012). Eles serão identificados respectivamente por CB, CGW, CGL, ALP, HDH e VDL na Figura 2.3, constando um gráfico e uma tabela.

Figura 2.3 – Evolução dos resultados do PRPV.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Existe uma aparente distorção dos resultados de Hemmelmayr, Doerner e Hartl (2009), na comparação aos do trabalho de Christofides e Beasley (1984), que pode ser explicada pelo fato de que, até a publicação deste, só havia onze instâncias na literatura, com perfis distintos aos apresentados depois, compondo o conjunto de trinta e duas instâncias conhecido como "antigo". Mais detalhes sobre as instâncias acadêmicas serão vistos no Capítulo 4. Além disso, percebe-se o "salto" dado por Vidal *et al.* (2012), o que reforça o valor da sua contribuição. Mas convém lembrar também que existe um limite pra os avanços nos resultados dessa base, uma vez que vários dos valores ótimos foram alcançados, conforme visto em Baldacci *et al.* (2011) e Vidal *et al.* (2012).

2.3 Algoritmos Evolutivos Aplicados ao PRPV

São detalhados nesta seção alguns trabalhos recentes que utilizaram algoritmos evolutivos aplicados ao PRPV devido à similaridade com a técnica abordada nesta dissertação.

2.3.1 Algoritmo de Chu, Labadi e Prins (2006)

Chu, Labadi e Prins (2006) usam o paradigma da Busca Dispersa (BD) para solucionar um PRPV em arcos capacitados. Segundo os autores, a BD é uma metaheurística que trabalha sobre uma população de soluções viáveis. Mantém um conjunto de soluções de alta qualidade encontradas durante a busca, o *refset*, e também garante a diversidade ao

adicionar soluções bem diferentes para direcionar a exploração a outras áreas do espaço amostral e evitar que se prenda a um mínimo local.

Os autores definem o problema como uma espécie de PRPV em que, em vez de as tarefas serem atendimentos a nós, são atendimentos a arestas de um grafo não direcionado. Também diferenciando-se do PRPV, a demanda das tarefas não é constante a cada visita a um cliente, neste caso, considera-se que demanda tem uma taxa diária constante, e que a demanda de uma visita é o produto da demanda diária e a quantidade de dias decorridos desde a visita anterior.

A codificação das soluções é feita por uma lista ordenada das tarefas que contém sublistas na quantidade de dias do período, e cada sublista contém n tarefas ordenadas de um determinado dia, sem delimitadores. O decodificador da solução utilizado pelo algoritmo não precisa desse artifício. Dessa forma, cada solução pode ser vista como uma grande *tour* feita por um único veículo com capacidade infinita. Os autores afirmam também que existe pelo menos uma lista ordenada (permutação das tarefas) que codifique uma solução de valor ótimo.

O problema é encarado como de nível tático, dado que representa uma solução de médio e longo prazo. Por isso, na avaliação das soluções, além dos custos variáveis relacionados ao deslocamento, consideram os custos fixos inerentes a cada veículo da frota. De forma que a avaliação final de uma solução é a soma ponderada dos custos fixos e variáveis. Em ambos os casos, uma versão do algoritmo *Split* de Prins (2004) é usada. O funcionamento do *Split* é detalhado no Capítulo 3.

No caso dos custos fixos, ele avalia a quantidade de carros mínima para cada dia do período, de forma que a quantidade mínima para todo o período é o maior valor entre eles, pois é o único que atende a necessidade de todos os dias. Para os custos variáveis, o *Split* é usado para achar a configuração de menor custo limitando a quantidade máxima de veículos à quantidade mínima necessária definida na etapa anterior. De forma que o custo variável de uma solução é a soma dos custos de cada sublista ordenada, pois cada uma dessas sublistas representa um dia do período.

A população inicial é gerada aleatoriamente, com tamanho fixo, em que, para cada operação de inserção de elemento, é escolhida uma tarefa e uma combinação de dias viável para a mesma. É feito ainda um controle de diversidade da população baseado em uma metodologia própria que mede a "distância" entre soluções. Recomenda-se consultar o próprio trabalho para maiores detalhes devido à complexidade.

São usados cinco operadores de busca local com uma determinada probabilidade. O primeiro permuta duas tarefas de mesma frequência, mas com agendas distintas; o segundo inverte a direção de atendimento de uma tarefa (trata-se de uma aresta em um grafo não orientado); o terceiro move uma tarefa para jusante de outra, mesmo que esta seja o próprio depósito; a quarta é semelhante à anterior, porém move duas tarefas consecutivas; e, finalmente, a quinta simplesmente permuta duas tarefas executadas em um mesmo dia.

Como operador de combinação, os autores propõem um operador adaptado do LOX (*Linear Order Crossover*). No caso, dadas duas "soluções-pais" P_1 e P_2 , são definidos dois pontos de corte aleatoriamente, de forma que o trecho entre os pontos de corte é copiado de P_1 no primeiro "filho" C_1 , mantendo-se os dias das visitas para cada tarefa copiada. Então, é realizada uma varredura do segundo pai desde a primeira tarefa do primeiro dia de forma que:

- i. Se a frequência de visitas daquela tarefa já foi atendida, então não copia;
- ii. Caso contrário, a tarefa deve ser anexada àquelas de mesmo dia em C_1 , considerando que haja uma combinação de visitas compatível;
- iii. Se não houver, a tarefa é anexada às demais do primeiro dia compatível com a combinação vigente da tarefa em C_1 .

No exemplo da figura 2.4, o trecho entre os pontos de corte definidos foi destacado em cinza no primeiro pai (P_1) e compreende do quinto ao oitavo gene, estes inclusos, totalizando uma sequência de quatro genes. Entretanto, os três primeiros elementos do trecho pertencem ao segundo dia do período (*tuesday*) e o quarto elemento ao terceiro dia (*wednesday*). Estas características são herdadas pelo filho (C_1).

Os demais genes são herdados pelo segundo pai (P_2) conforme as regras citadas. Ainda, valendo-se do exemplo, o filho herda somente as tarefas 6 e 4, nessa ordem, do segundo pai no primeiro dia (*monday*) porque a tarefa 7 neste dia não é compatível com a agenda herdada pelo primeiro pai, por isso foi alocada no quarto dia (*thursday*). Já a tarefa 5 já teve a sua frequência atendida quando herdada pelo primeiro pai também.

Figura 2.4 – Operador de combinação de Chu, Labadi e Prins (2006).

Task u	$f(u)$	$comb(u)$
1	3	{Mon, Wed, Thu}, {Tue, Wed, Thu}
2	2	{Mon, Wed}, {Tue, Thu}
3	1	{Mon}, {Thu}
4	1	{Mon}
5	1	{Mon}, {Tue}
6	3	{Tue, Wed, Thu}, {Mon, Tue, Thu}, {Mon, Tue, Wed}
7	2	{Tue, Thu}, {Mon, Wed}
8	1	{Tue}, {Thu}

	Monday				Tuesday			Wednesday			Thursday				
P_1	1	2	3	4	5	6	7	1	2	6	1	6	7	8	
	Monday				Tuesday			Wednesday			Thursday				
P_2	7	6	5	4	8	6	2	1	7	1		3	6	1	2
	Monday		Tuesday						Wednesday		Thursday				
C_1	6	4	5	6	7	8	2	1	1	6	7	1	3	2	

Fonte: Chu, Labadi e Prins (2006).

O critério de parada utilizado é o número máximo de iterações sem evolução da melhor solução. Outros parâmetros são: o tamanho da população e do conjunto de referência, a quantidade de tentativas para se gerar uma nova solução, a taxa de busca local, a amplitude percentual de vizinhanças para a busca e o peso do tamanho da frota na ponderação dos custos. Apesar das muitas semelhanças com o PRPV, este trabalho não é aplicado sobre a base de teste acadêmica padrão desse tipo de problema.

2.3.2 Algoritmo de Alegre, Laguna e Pacheco (2007)

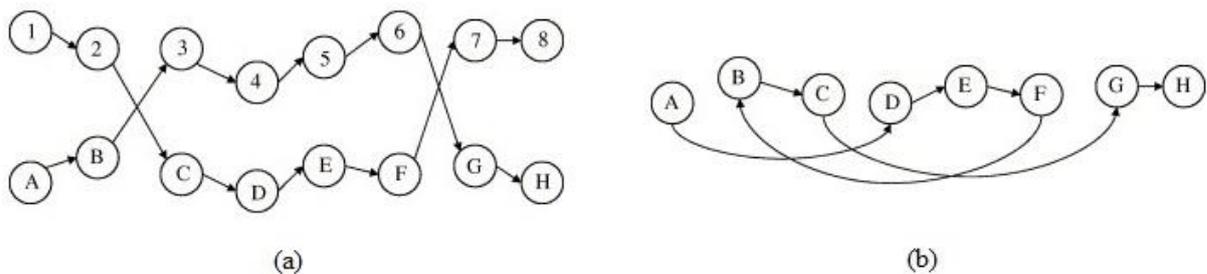
A solução de Alegre, Laguna e Pacheco (2007) para um PRPV aplicado à coleta de componentes para uma indústria de autopeças também faz uso da Busca Dispersa (BD). Eles ressaltam a necessidade de longos horizontes de planejamento para o seu problema, chegando a noventa dias. Segundo os autores, todos os trabalhos até então e os problemas-testes da literatura lidaram com problemas de, no máximo, dez dias.

A abordagem apresentada é feita em duas fases: primeiro, são definidas as agendas de cada coleta, depois são construídas as rotas para cada dia do horizonte de planejamento. Para os autores, a primeira etapa é a crítica, por isso sua BD é dedicada a manipular as combinações de agendas para as tarefas. O cálculo das rotas é feito resolvendo PRVs independentes, para cada dia. As soluções são codificadas como vetores de tamanho np , em que np também é a quantidade de coletas distintas. Os autores consideram essa representação completa, pois entendem que os PRVs equivalentes são resolvidos.

Para a etapa de roteirização, são consideradas duas situações: quando há alterações de agenda e quando uma solução está em fase de construção. Em ambos os casos, a rota atual serve de ponto de partida para a alteração. No primeiro caso, da troca de agenda, primeiro a coleta com a agenda alterada é retirada, e as rotas são recalculadas, depois a tarefa é reinserida de acordo com a nova agenda, e as rotas são novamente recalculadas. O segundo caso ocorre como a segunda etapa do primeiro, em que a medida que novas tarefas são inseridas, e as rotas são recalculadas. Não são detalhadas a forma de guarda das configurações das rotas em manipulação e a metodologia de inserção dos novos pontos nas rotas.

A rotina de roteirização executa os procedimentos de troca tipo *CROSS* e *Or* sobre uma solução inicial, ambos são ilustrados nas Figuras 2.5a e 2.5b, respectivamente. O procedimento *CROSS* de Taillard *et al.* (1997) troca sequências correspondentes entre rotas. Já o procedimento *Or* de Or (1976) manipula arcos dentro de uma rota, retirando-os e os reconectando em novas posições. O procedimento *Or* é executado sempre que o *CROSS* é executado. Para ambos, foi determinado um limite máximo de manipulação de três arcos cada. Os autores trabalham ainda com controle de vizinhanças, usando listas de distâncias ordenadas entre pontos com controle binário para limitar as buscas de acordo com os resultados. Se uma determinada vizinhança não render movimentos de melhoria, ela é desativada para as próximas buscas.

Figura 2.5 – CROSS Interchange e OR Opt.



Fonte: Alegre, Laguna e Pacheco (2007).

Os autores trabalham com uma atualização estática do *refset*, atualizando todos os elementos de uma só vez. O grupo de atualização é dividido em dois conjuntos, um com os b_1 melhores elementos da população de apoio e outro com os b_2 elementos mais diversos, para garantir a variabilidade. Esse segundo conjunto é selecionado pela distância dos elementos da população base em relação aos elementos do *refset*. Essa distância é dada pela quantidade de agendas distintas entre duas soluções. A combinação é feita pela cópia de proporções de cada

elemento pai. Maiores detalhes podem ser obtidos em Delgado, Laguna e Pacheco (2005), cujos procedimentos são compartilhados pelos autores em ambos os trabalhos.

A parametrização do algoritmo é feita de forma automatizada com o sistema CALIBRA proposto por Diaz e Laguna (2002). Entre os parâmetros considerados estão a quantidade máxima de iterações, o tamanho da população base, e os valores b_1 e b_2 , cuja soma é o tamanho do *refset*.

2.3.3 Algoritmo de Vidal et al. (2012)

Vidal et al. (2012) apresentam um trabalho robusto e complexo, assim como o algoritmo que propõem, com o objetivo de tratar o Problema da Roteirização Periódica de Veículos com Múltiplos Depósitos (PRPVMD) e, conseqüentemente, seus casos particulares: o Problema da Roteirização de Veículos com Múltiplos Depósitos (PRVMD) e o Problema da Roteirização Periódica de Veículos. O primeiro é o caso do PRPVMD com mais de um depósito, mas somente com um período (roteirização em um único dia, por exemplo), e o segundo em que há vários dias no horizonte de planejamento e somente um único depósito.

Segundo os próprios autores, é proposta uma metaheurística que combina a amplitude de busca permitida por um paradigma evolucionário baseado em populações e a possibilidade de melhorias agressivas possibilitadas por metaheurísticas baseadas em buscas por vizinhanças. Dessa forma, propõem um algoritmo que chamam de *Hybrid Genetic Search with Adaptive Diversity Control* (HGSADC) baseado no paradigma dos AGs. Esse algoritmo estabelece o Estado da Arte atual para os três problemas.

A população é dividida em dois subconjuntos, um com soluções viáveis e o outro com soluções inviáveis. O algoritmo trabalha de forma *relaxada*, mas aplica penalidades pelos excessos de carga e tempo de viagem. Os autores apresentam dois operadores denominados de *educação* e *reparo*, que utilizam técnicas de busca local configuradas de acordo com a situação. A primeira para melhorar soluções, e a segunda para tentar transformar soluções inviáveis em viáveis. Ambas se apoiam em dois conjuntos de procedimentos: melhoria de rota (RI) e melhoria de padrão de atendimento (PI).

O procedimento RI é voltado ao tratamento de rotas já existentes, sendo composto por nove rotinas:

- i. Mover um cliente u e realocá-lo após outro cliente v ;
- ii. Mover os clientes u e x para depois do cliente v , nessa ordem;
- iii. Mover os clientes u e x para depois do cliente v , em ordem inversa;

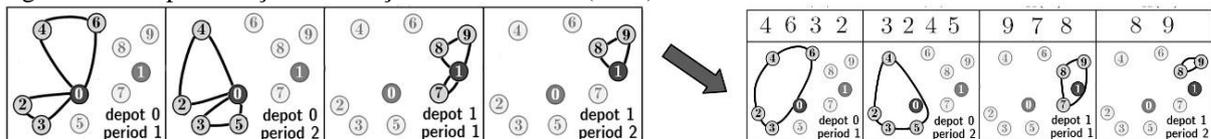
- iv. Trocar as posições dos clientes u e v ;
- v. Trocar as posições dos clientes u e x pela de v ;
- vi. Trocar as posições dos clientes u e x pelas de v e y ;
- vii. Se u e v pertencem a mesma rota, trocar os arcos (u, x) e (v, y) por (u, v) e (x, y) ;
- viii. Se u e v pertencem a rotas distintas; trocar os arcos (u, x) e (v, y) por (u, v) e (x, y) ;
- ix. Se u e v pertencem a rotas distintas; trocar os arcos (u, x) e (v, y) por (u, y) e (x, v) .

Todas essas trocas acontecem para um mesmo período e um mesmo depósito. A parada acontece quando todos os movimentos possíveis foram realizados sem ocorrência de melhora. Já o procedimento PI atua sobre padrão de atendimento dos clientes, alterando a combinação de visitas ou o depósito que os atende. Esse procedimento também testa todas as possibilidades e para depois que uma sequência completa é realizada sem nenhum sucesso.

Os operadores de *educação* e de *reparo* acionam a mesma sequência de procedimentos RI, PI e RI; no entanto, no caso do *reparo*, os parâmetros de penalidades são elevados a cada insucesso do procedimento, em uma tentativa de forçar a mudança de rumo da exploração que o indivíduo em questão representa. Os dois operadores ocorrem com probabilidades pré-definidas.

A representação escolhida pelos autores é semelhante à de Chu, Labadi e Prins (2006), em que as rotas diárias são concatenadas em uma grande *tour*. A única diferença é que, por tratar problemas de múltiplos depósitos também, a representação necessária tem um nível de concatenação a mais: a das sequências de cada depósito. A Figura 2.6 mostra a concatenação de sete rotas, distribuídas em dois períodos e dois depósitos, em uma única sequência (cromossomo).

Figura 2.6 – Representação da Solução de Vidal *et al.* (2012).



Fonte: Vidal *et al.* (2012).

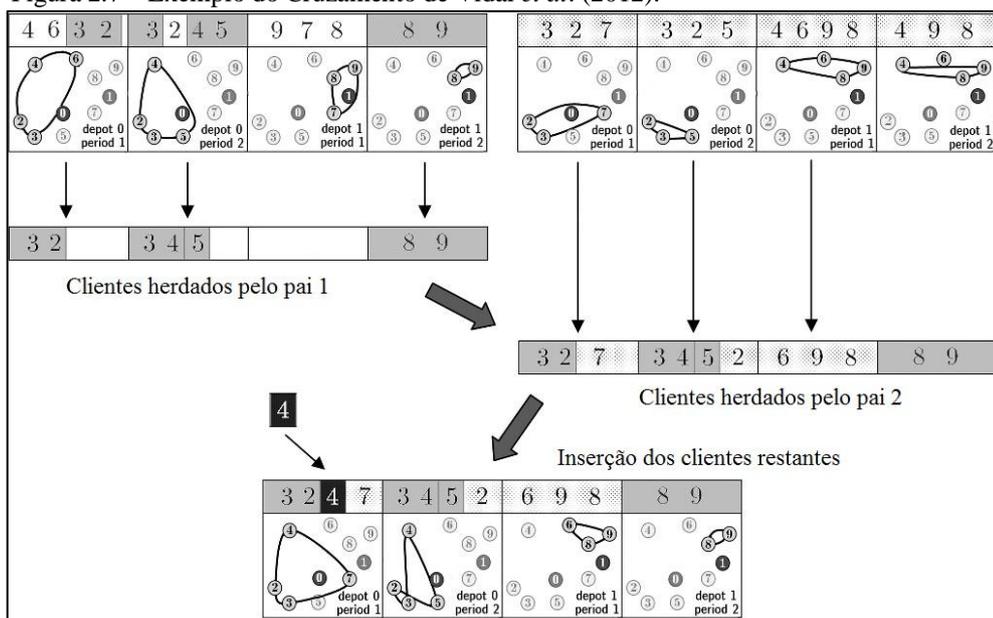
A seleção dos indivíduos para cruzamento é feita por torneios binários da população total, ou seja, podem participar soluções viáveis ou não. Os autores propõem um operador de cruzamento original para combinar as características dos cromossomos-pais

selecionados. Sua proposta, denominada *PIX* (*Periodic Crossover with Insertions*), é executada em quatro etapas, conforme Figura 2.7:

- i. Criar, por seleção aleatória, três conjuntos de pares de depósitos e períodos: Λ_1 , Λ_2 e Λ_{mix} ;
- ii. Para cada par do conjunto Λ_1 , é copiado o material genético do primeiro pai, da mesma forma, o material genético de pares selecionados aleatoriamente de Λ_{mix} também é copiado desse pai;
- iii. Para cada par do conjunto Λ_2 , é copiado o material genético do segundo pai, da mesma forma, o material genético de pares restantes de Λ_{mix} também é copiado desse pai. Nesses casos, clientes cuja frequência de visitas estiver satisfeita não são copiados.
- iv. Aqueles que não tiveram a frequência de visitas satisfeita são inseridos no filho de forma racional.

Os autores destacam ainda a importância da estratégia geracional, pois complementa o trabalho dos demais mecanismos para identificar e propagar boas soluções, melhorar a diversidade e prover meios para uma boa busca. Para tanto, trabalham a população com procedimentos relacionados a inicialização da mesma, a parâmetros de penalidades, a rotinas de diversificação e a diversidade. De forma que a atuação conjunta desses mecanismos leva o algoritmo a alcançar os resultados apresentados em termos de desvios, na seção 4.2.

Figura 2.7 – Exemplo do Cruzamento de Vidal *et al.* (2012).



Fonte: Vidal *et al.* (2012).

2.4 Aplicações do PRPV

Diversos problemas do mundo real podem ser resolvidos com um PRPV puro ou adaptado. Além do caso da coleta de componentes para a fabricação de peças da indústria automobilística apresentada por Alegre, Laguna e Pacheco (2007), há diversos outros casos, como o tratado por Delgado, Laguna e Pacheco (2005), sobre carregamentos de veículos. Baldacci *et al.* (2011) citam aplicações no abastecimento de mercearias, na distribuição de bebidas e de gases industriais, na coleta de lixo, na roteirização e o agendamento de equipes de manutenção preventiva de elevadores e a roteirização de representantes de loteria na visita a revendedores.

Francis, Smilowitz e Tzur (2008) descrevem o caso de uma aplicação para a estruturação de entrega de roupas hospitalares a diversas clínicas dentro de um hospital, o de entrega periódica de produtos sanguíneos pela Cruz Vermelha da Áustria, a coleta de suprimentos periódica para uma rede de abastecimento, a definição de rotas de pronta-entrega, a coleta de leite para a indústria de laticínios, coleta de lixo contaminado de instalações médicas, coleta de material reciclado em um campus universitário, entre outras aplicações.

São inúmeros casos que podem ser relacionados ao PRPV devido a questões de determinação de frequência e regularidade, em que o atendimento é realizado por agentes com alguma limitação operacional, seja capacidade de carga, autonomia, tempo de execução ou outro recurso limitado com métrica definida. Essas aplicações a problemas reais reforçam a importância do estudo do problema e o desenvolvimento de uma técnica de resolução desse problema aplicado ao caso abordado neste trabalho.

2.5 Aplicação Prática Proposta

Apresenta-se o problema real de roteirização da equipe de vendas do segmento de picolés e sorvetes de uma empresa atacadista distribuidora localizada em Fortaleza, CE. A seguir, são detalhadas as rotinas de planejamento e de operação atual dessa equipe. Depois, é formulado o problema a ser solucionado considerando o confronto dessa realidade com as diversas exigências do mercado. As limitações da proposta são explicadas ao final.

2.5.1 Caracterização do Problema

A empresa atacadista distribuidora, doravante denominada *Distribuidora* trabalha com a distribuição de sorvetes e picolés de uma determinada indústria, que será chamada de *Fabricante*. A obrigação da Distribuidora com a Fabricante é garantir que seus produtos estejam presentes na maior quantidade de pontos-de-venda (PDVs) possíveis, com a melhor exposição e precificação ao consumidor final de acordo com o planejado pela Fabricante de forma a incentivar seu consumo.

A divisão de vendas de sorvetes e picolés dessa empresa trabalha na modalidade de pré-venda, em que a equipe de vendedores visita os PDVs e negocia os pedidos com os clientes. A entrega dos produtos é realizada em outro momento por uma equipe dedicada de entregas. Essa equipe de vendas é dividida ainda em duas subdivisões: uma para atender o interior do Estado do Ceará e a outra para atender a Região Metropolitana de Fortaleza (RMF). Isso se justifica pelas características distintas de perfil dos clientes, das equipes de vendas e das equipes de entregas.

Uma diferença entre a distribuição de sorvetes e picolés e a distribuição de produtos de *linha seca* é a necessidade de cuidados com a temperatura durante o armazenamento e o transporte em qualquer elo da cadeia. A temperatura máxima deve ser de -18°C. Por isso, a Fabricante comodata equipamentos (*freezers* aos quais se convencionou chamar de *conservadoras*) para o Distribuidor, que, por sua vez, os subcomodata para os PDVs. O equipamento deve estar sempre em perfeito funcionamento para garantir a qualidade do produto. Em casos de falha ou quebra, o produto perdido é custeado pela Distribuidora.

Outra característica marcante da operação é que as conservadoras representam a primeira exposição do produto ao consumidor final. De forma que a sua apresentação visual e seu posicionamento dentro do PDV têm influência no consumo dos produtos armazenados nela. É bom, por exemplo, que a conservadora possa ser vista da rua e que seja de fácil acesso dentro da loja. Além disso, existe também um conjunto de regras de arrumação dos produtos em seu interior, chamado *planograma*, que determina suas localizações de acordo com seu público alvo ou por necessidades de destaques eventuais, como é o caso dos produtos recém lançados.

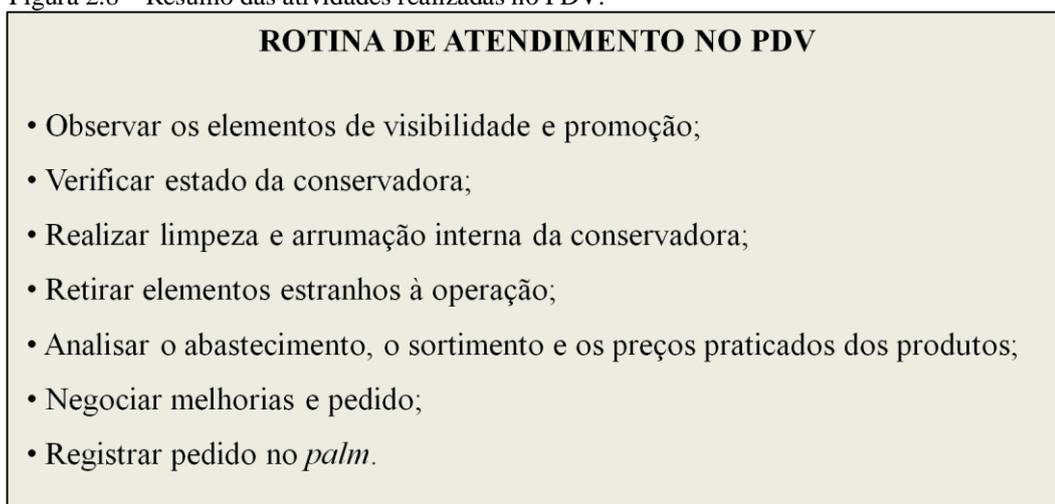
A importância desses e de outros fatores é tão considerada pela indústria que a mesma trabalha com um programa de excelência há quase 10 anos. A edição atual contempla auditorias que verificam questões relacionadas aos produtos (abastecimento, sortimento, apresentação e organização), às conservadoras (adesivação, limpeza interna, localização, e

presença de produtos estranhos), à visibilidade (presença, conservação e visibilidade do material de *mechandising*) e à precificação, que deve ser a sugerida pela indústria.

A responsabilidade pelo sucesso do programa de excelência cabe à equipe de vendas (a equipe de entregas colabora, mas não é cobrada). Assim, antes de negociar com o responsável pelas compras do PDV, o vendedor deve verificar todos os itens do programa de excelência, inclusive retirando o excesso de gelo das conservadoras quando houver. Dessa forma, ele estará preparado para negociar não só o pedido, mas também as possíveis melhorias concernentes ao programa de excelência. A Fabricante considera que o ciclo de atendimento total no PDV, cujo resumo é apresentado na Figura 2.8, leva entre dez e quinze minutos para o atendimento completo.

A locomoção dos vendedores é realizada com carros de pequeno porte no interior do Estado e com motos na região metropolitana. O deslocamento, em ambos os casos, é componente considerável da jornada de trabalho dessa equipe. No primeiro caso, devido às longas distâncias percorridas, no segundo, por conta do trânsito. O outro componente é o próprio tempo de atendimento, conforme a descrição realizada. Entretanto, é de entendimento da Distribuidora e da Fabricante que o tempo de atendimento é *produtivo*, ao contrário do deslocamento, que, além de improdutivo, também é gerador de custos (manutenção do veículo, desgaste de pneus e consumo de combustível).

Figura 2.8 – Resumo das atividades realizadas no PDV.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para minimizar as perdas com o deslocamento, um bom planejamento de rotas de vendas é necessário. Mas não só por isso, o programa de excelência da Fabricante reconhece a importância da percepção de um cronograma planejado de visitas pelo cliente varejista, o que

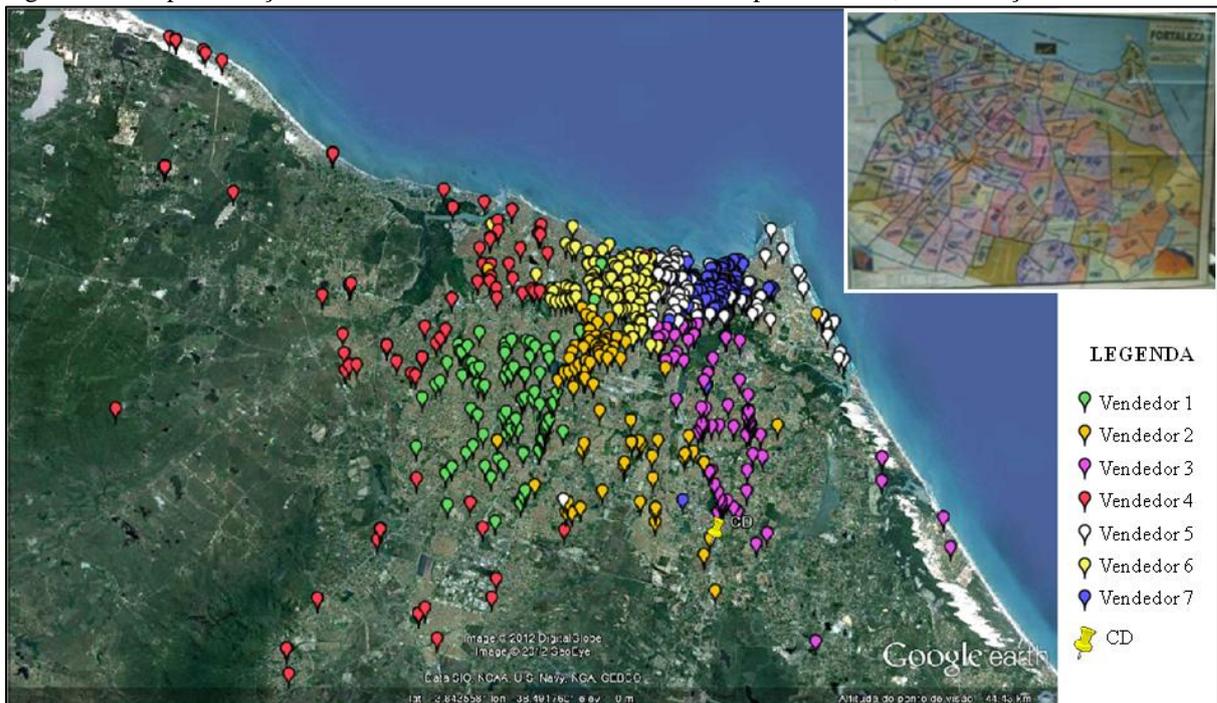
vai ao encontro dos conceitos de relação entre nível de serviço e sistemática de visitas expostos por Motta, Santos e Serralvo (2008). Aliás, todo o programa de excelência da indústria em questão segue a cartilha desse autor, pois trabalha os quatro *Ps* do *marketing mix* (produto, preço, promoção e PDV).

Do ponto de vista do vendedor, a melhor roteirização das suas visitas diminui os desgastes e riscos inerentes à locomoção. Desonera-o também da ansiedade pela decisão de que sequência executar em determinado dia caso faça algum planejamento antes de iniciar a jornada. E, por fim, um bom planejamento permite o cumprimento das rotas diárias sem *estourar* a jornada de trabalho. Por todos esses pontos, a roteirização, para este caso, é importante não só pela questão dos custos, mas também pela qualidade do serviço.

A técnica de planejamento de rotas atual da Distribuidora para a equipe de vendas segue a linha tradicional de dividir a região geográfica de atendimento em vários setores menores, os quais são agrupados em grandes áreas de atendimento para cada vendedor. A Distribuidora chama essas grandes áreas de rotas. Por essa técnica, as rotas devem ser compostas por setores adjacentes, e são considerados todos os dias do horizonte de planejamento. Assim são formadas as *sistemáticas* atuais, em que já ficam definidos os setores que devem ser visitados por cada vendedor em cada dia.

Uma vantagem desse tipo de planejamento de rotas é que ele permite que a visita de um determinado cliente possa acontecer *fora de rota* sem grandes transtornos. Permite ainda a familiarização do vendedor com toda a região, facilitando o deslocamento. Além disso, a inclusão de novos clientes também é intuitiva. Referências dessa técnica de roteirização são encontradas em Bard, Jarrah e Zan (2010) e Kalcsics, Nickel e Schröder (2005). Na Figura 2.9, é mostrada a espacialização dos PDVs na RMF e o mapa original da Distribuidora com a definição dos setores usados nas composições das sistemáticas de vendas.

Figura 2.9 – Espacialização da sistemática atual na RMF. No canto superior direito, a setorização utilizada.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Essa técnica, apesar de ter sido útil à Distribuidora, possui inconvenientes que devem ser tratados, entre eles a falta do sequenciamento das rotas diárias, a dificuldade do replanejamento das rotas em caso de mudanças estruturais, a curva de aprendizado por novos funcionários e a incapacidade de lidar com situações de múltiplas solicitações de atendimento com frequência superior a um. Na Figura 2.10, é mostrado um exemplo de "rota geral" que, pelo entendimento da Distribuidora, é o conjunto de clientes atendidos por um vendedor e rotas diárias reais para suas visitas.

Figura 2.10 – Sistemática atual de um vendedor.



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.5.2 Problema a resolver

A Distribuidora precisa de uma ferramenta de planejamento de rotas que leve em consideração a frequência de visitas necessária e garanta a regularidade das mesmas. Além

disso, é preciso otimizar as rotas para ganhar tempo, aumentando a oportunidade de venda e diminuindo os riscos e custos inerentes ao deslocamento. A roteirização deve ser de fácil uso e relativamente rápida para permitir seu uso no apoio à tomada de decisão. Deve ainda levar em consideração a quantidade de vendedores disponíveis e considerar a jornada de trabalho dos mesmos. Se existe uma sistemática de vendas ótima, é papel dessa ferramenta se aproximar desse valor caso não o encontre.

2.5.3 Limitações e adaptações

Apesar do alinhamento entre o problema da Distribuidora e o PRPV, existem limitações no desenvolvimento da técnica de resolução de origens distintas que estão relacionadas à falta de informações completas, adaptações necessárias ao PRPV e limitações de escopo do trabalho desenvolvido.

Em se tratando de um problema de roteirização em que o tempo da jornada de trabalho é uma restrição, informações sobre as distâncias entre os PDVs, suas localizações, o tempo de deslocamento e o tempo de atendimento são essenciais. Mesmo assim, nenhuma dessas informações, exceto a localização dos PDVs, é exata. O principal motivo foi a falta de recursos para obtenção de dados mais detalhados.

As distâncias entre os PDVs e entre estes e a sede da Distribuidora, chamado CD, foram definidas como as distâncias *euclidianas* entre esses pontos, os quais foram georreferenciados por uma rotina de consulta a base do *Google Maps*. Os tempos de deslocamento dos trechos foi calculado como a razão entre as distâncias e a velocidade média de 30km/h para a RMF. Esse valor de velocidade foi estimado a partir das observações feitas por Paula *et al.* (2005), da realidade atual e de conversas com a própria equipe de vendas. E o tempo de atendimento no PDV considerado foi o limite superior estimado pela Fabricante: 15 minutos.

Também foi necessário adaptar o PRPV ao caso prático. Em sua formulação original, o problema não considera uma quantidade mínima de veículos, o tempo de deslocamento entre os pontos de atendimento e o balanceamento, por qualquer métrica, entre as rotas. O primeiro problema foi resolvido pela penalização no valor da função objetivo de soluções com quantidade de veículos utilizados inferior à disponível. O segundo foi resolvido com o cálculo do tempo de viagem paralelamente às distâncias computadas. Neste caso, foi usada a velocidade média estimada.

A soma do tempo de viagem e do tempo de atendimentos totais realizadas na rota de um vendedor foi o elemento de restrição da sua capacidade de atendimento, pois a sua jornada de trabalho é o seu fator limitante, definido em 8 horas diárias. No entanto, não foi implementada nenhuma adaptação para tratar do balanceamento de rotas. Neste caso, uma alternativa encontrada foi a diminuição do valor da jornada de trabalho, conseqüentemente as folgas, para forçar a acomodação mais justa entre as rotas. Com isso, foi possível obter desvios entre as rotas próximos aos obtidos com a técnica atual da Distribuidora, porém, com menores distâncias totais percorridas. A Figura 2.11 apresenta as adaptações realizadas no código do método *Split* de Prins (2004). Com destaque em vermelho, aquelas relacionadas ao tempo de viagem e, com destaque na cor verde, as da quantidade mínima de veículos utilizados.

Figura 2.11 – Código com a rotina de Prins (2004) adaptada ao caso prático.

```

Function SLSplit(ByRef tiorder() As Integer, ByVal p As Integer, ByVal io As Integer) As Double
    Dim load, cost, ltime As Double
    Dim VS1(tiorder.Length - 1) As Double
    Dim Trips(tiorder.Length - 1) As Integer
    Dim n, Tio, i, j As Integer
    Dim nvu As Integer = Atributos(1)
    ReDim PSplit(tiorder.Length - 1)
    Tio = tiorder.Length - 1
    VS1(0) = 0
    Trips(0) = 0
    For i = 1 To Tio
        VS1(i) = Ncli * raio
        PSplit(i) = 0
    Next
    n = 0
    For i = 1 To Tio
        load = 0
        ltime = 0
        j = i
        While load + ltime <= PCarros(p - 1, 1) And j <= Tio
            load = load + Clientes(tiorder(j), 4)
            If load + ltime + ((AlenD(0, tiorder(j)) * 2) * 60 / 30) <= PCarros(p - 1, 1) Then
                If i = j Then
                    cost = AlenD(0, tiorder(i)) * 2
                    ltime = (cost / 30) * 60
                Else
                    cost = cost - AlenD(tiorder(j - 1), 0) + AlenD(tiorder(j - 1), tiorder(j)) + AlenD(tiorder(j), 0)
                    ltime = (cost / 30) * 60
                End If
                If VS1(i - 1) + cost < VS1(j) And load + ltime <= PCarros(p - 1, 1) And Trips(i - 1) + 1 <= nvu Then
                    VS1(j) = VS1(i - 1) + cost
                    PSplit(j) = i - 1
                    Trips(j) = Trips(i - 1) + 1
                    n = Trips(j)
                End If
                j = j + 1
            End While
        End For
    Next
    SLSplit = VS1(Tio) + ((nvu - n) * 2 * VS1(Tio))
End Function

```

Fonte: Elaborada pelo autor

Por fim, foi necessário limitar o escopo do trabalho para resolver a questão da roteirização da equipe da RMF somente. Os motivos da limitação aconteceram devido à redução da complexidade na obtenção e no tratamento de informações e outras situações diversos conforme listadas abaixo:

- a) A malha viária da RMF é densa, permitindo considerar que todos os PDVs e o CD estão diretamente conectados, o mesmo não acontece com as cidades do interior;
- b) O uso de distâncias euclidianas em grandes centros urbanos, como a RMF, é uma aproximação razoável das distâncias reais, conforme constatado por Gomes (2011);
- c) A equipe de vendas da RMF realmente inicia e termina sua jornada de trabalho no CD, para a equipe do interior isso não é possível;
- d) A RMF sozinha apresenta mais de 600 PDVs, o que já representa uma grande instância;
- e) A informação da localização dos PDVs obtidas pela consulta ao *Google Maps* é mais confiável, conforme Tabela 1;
- f) A facilidade de acompanhamento e correção de eventuais falhas de informação ou de execução durante uma possível implantação é mais simples para a RMF devido às distâncias envolvidas.

Tabela 1 – Resultados das consultas ao *Google Maps*.

Crítica do Google Maps	Confiável ?	Total	RMF	Interior
<i>Ambiguous Auto Street Ref Geocode</i>	Não	9,2%	10,3%	8,5%
<i>City Center Geocoded</i>	Não	23,7%	0,0%	41,0%
<i>Exact Auto Street Reference Geocoded</i>	Sim	14,0%	29,5%	2,8%
<i>High Confidence Auto Street Ref Geocoded</i>	Sim	27,1%	49,6%	10,8%
<i>Low Confidence Auto Street Ref Geocoded</i>	Não	10,1%	3,9%	14,5%
<i>Med Confidence Auto Street Ref Geocoded</i>	Sim	4,1%	4,3%	4,0%
<i>Not Geocoded</i>	Não	6,6%	0,2%	11,3%
<i>Postal. Geocoded</i>	Não	5,1%	2,2%	7,1%
	Confiáveis	45,2%	83,3%	17,5%
	Não confiáveis	54,8%	16,7%	82,5%

Fonte: Elaborada pelo autor

Para validar as sistemáticas obtidas com a nova técnica, foi necessário refazer as rotas diárias de cada vendedor da sistemática atual, uma vez que não havia sequenciamento de visitas definido. Foram utilizados os dados de hora de registro dos pedidos nos *palms* pelos próprios vendedores, excluindo-se aqueles fora da sistemática (i.e. o dia de visita era quarta-feira, e o pedido foi registrado na terça-feira). A ordenação das visitas foi realizada da seguinte forma:

- i. Para cada dia de visita, os PDVs que registraram pedidos de acordo com a sistemática receberam pontos equivalentes a sua ordem de visita naquele dia específico;

- ii. Para cada PDV, foi calculada a média da sua pontuação, desconsiderando os dias sem visitas registradas;
- iii. Os PDVs foram sequenciados para cada combinação de dia e vendedor, seguindo a ordem crescente de pontuação.

O resultado obtido foi ainda submetido à mesma rotina de *pós-processamento* utilizado na técnica proposta. Dessa forma, foram reduzidos os *desequilíbrios* que pudessem tornar as comparações injustas. Por fim, todas essas limitações, adaptações e ajustes não diminuem ou invalidam o trabalho, pois, além de poderem sempre ser refinadas, trata-se de um exercício de investigação científica.

3 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados conceitos fundamentais ao entendimento do modo de operação de um AG e os componentes do AG proposto como técnica de resolução do PRPV: a codificação da solução, a formação da população inicial, a forma de avaliação dos indivíduos, um operador de cruzamento original, os operadores de mutação, a sistemática de seleção de cromossomos para cruzamento e o critério de parada.

3.1 Algoritmos Genéticos

O paradigma dos Algoritmos Genéticos (AGs) foi criado por Holland (1975) e consolidado por trabalhos como os de Goldberg (1989) e Davis (1989). Assim como a Busca Tabu e a Têmpera Simulada, os AGs são classificados como metaheurísticas, modelos generalistas capazes de abordar problemas de naturezas diversas ao contrário das heurísticas tradicionais, que são criadas para tratar problemas específicos.

Nos AGs, as soluções potenciais de um problema específico são codificadas em uma estrutura de dados semelhante a um cromossomo, sobre a qual são aplicados operadores de recombinação com o objetivo de preservar informações críticas. AGs têm sido aplicados em uma grande quantidade de problemas (WHITLEY, 1993). Os AGs são definidos por Gen (2006) como técnicas estocásticas de busca baseadas nos princípios da seleção natural e da genética.

3.1.1 *Modo de Operação*

Um AG baseia-se em conjuntos de soluções chamadas populações, formadas por indivíduos, os quais são soluções codificadas. Esses indivíduos, os cromossomos, são avaliados por uma função objetivo, de forma que os melhores têm mais chance de permanecer na população ou de gerar novos indivíduos a partir de suas próprias características. Com isso, espera-se obter uma evolução dos valores de avaliação dos cromossomos ao longo do tempo e, assim, obter a melhoria das soluções. O critério de parada é a convergência das soluções para praticamente uma solução dominante ou a imposição de limites de tempo ou de iterações. Nesse momento, o indivíduo com a melhor avaliação representa a melhor solução encontrada para o problema tratado pelo algoritmo (KOZA, 1992; GEN, 2006).

Segundo Gomes (2008) e Koza (1992), os passos na preparação de um AG são a determinação da representação do cromossomo, da função de aptidão, das regras de geração da população inicial, do método de seleção, dos operadores genéticos, da estratégia geracional, dos parâmetros e variáveis para controlar o algoritmo, do modo de reconhecimento do resultado e do critério de parada. Na Figura 3.1, é apresentado o pseudocódigo de um AG genérico.

Figura 3.1 – Pseudocódigo de AG genérico.

```

Início
  gera população inicial
  avalia a população
  Enquanto o critério de parada não for atingido faça
    executa cruzamento
    executa mutação
    avalia os novos indivíduos
    seleciona os indivíduos a substituir e seus substitutos
    atualiza o critério de parada
  Fim
  apresenta a melhor solução
Fim

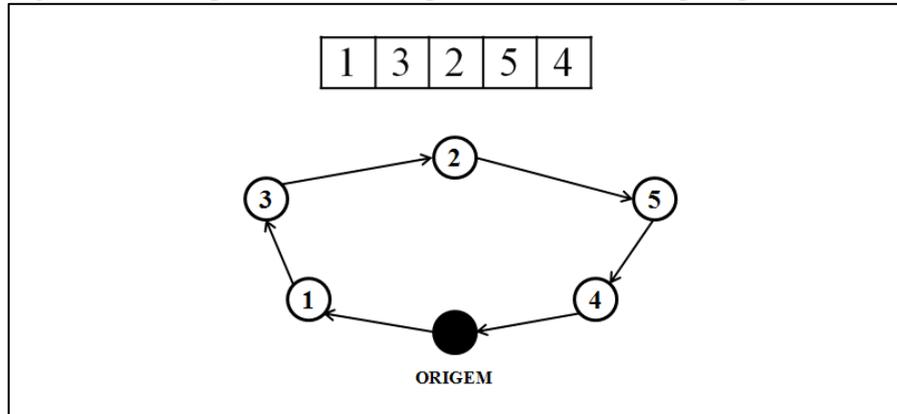
```

Fonte: Elaborada pelo autor.

3.1.2 Representação ou codificação das soluções e schema

Baker (2003) afirma que o ponto de partida para qualquer AG é a representação das soluções da população e ressalta que, apesar de cromossomos binários terem sido favorecidos por vários estudiosos, boas implementações têm sido feitas com o uso de representações não binárias. Em um cromossomo, cada variável é um gene. Os valores possíveis de cada gene são os alelos, e a posição de cada gene é seu *locus* (REEVES, 1993). O cromossomo representa o mapeamento de cada ponto possível no espaço de busca explorado pelo AG. Essa representação das possíveis soluções pode ser intuitiva, ou não. E, como a sua escolha pode facilitar a própria solução do problema, requer cuidado, inspiração e bom senso. Na Figura 3.2., é apresentado um exemplo de codificação não binária, do tipo permutacional, em que os genes correspondem a pontos de uma rota, e a sequência dos genes no cromossomo correspondem à sequência de visita da rota. Esse é o tipo de representação usada neste trabalho.

Figura 3.2 – Exemplo de cromossomo permutacional e a rota que representa.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Holland (1975) introduz a noção de *schema* para formalizar o conceito de *building blocks*¹. O *schema* ou máscara é uma forma de representar configurações em que se fixam valores de determinados genes, deixando os demais em "aberto", representados por asteriscos. A *ordem* de um *schema* é a quantidade de elementos definidos. Por exemplo, o *schema* de ordem quatro (1 2 3 * * 6), considerando o universo de permutações de 1 a 6, representa os elementos (1 2 3 4 5 6) e (1 2 3 5 4 6). Estas são instâncias desse *schema*, de forma que o mesmo define um hiperplano². Assim, o termo *schema* serve para denotar tanto a máscara em si quanto o conjunto de cromossomos que possuem essa máscara (MITCHELL, 1998; VIANA, 1998).

Na avaliação de uma população com n indivíduos, o AG estima implicitamente a aptidão média de todos os *schemas* que a compõem, variando suas participações de acordo com seus resultados. Por exemplo, os *schemas* cuja aptidão estimada ficam acima da média, recebem mais números de tentativas (membros da população). Esse é o papel da seleção: achar os melhores *schemas* a cada geração. Já a avaliação simultânea e indireta dos *schemas* na população é conhecida como *paralelismo implícito*. E à medida que um AG avança em sua exploração do espaço de soluções, a estimativa da média de aptidão de um *schema* se torna mais assertiva porque o algoritmo avaliou mais instâncias desse mesmo *schema* (MITCHELL, 1998).

Por isso, é clara a importância da medida de aptidão. Seu cálculo deve ocorrer para cada indivíduo da população. Assim como a representação dos indivíduos, a escolha da medida de aptidão e da sua função geradora requer bom senso. Uma medida de desempenho

¹ Blocos básicos.

² Planos multidimensionais no espaço n -dimensional em que n é o tamanho do cromossomo.

dos indivíduos mal definida pode levar o AG a fazer seleções erradas, distanciando sua exploração das regiões com as soluções realmente desejadas. Além disso, a complexidade da extração do valor de aptidão de um cromossomo requer capacidade computacional, o que pode impactar no tempo de processamento do AG.

3.1.3 Estratégia geracional e seleção

A estratégia geracional de um AG é o tratamento dado para as diferentes gerações de populações durante o seu processamento. É a política de renovação e de manutenção de indivíduos de acordo com seus desempenhos e os interesses e objetivos do AG implementado. Na forma tradicional apresentada por Holland (1975), os novos elementos criados, por cruzamento ou mutação, são inseridos em uma nova população que substituirá a antiga. Na estratégia *steady-state*³, segundo Baker (2003), os filhos entram na população à medida que são criados e ao mesmo tempo em que são retirados os piores indivíduos, de forma que o tamanho da população permanece constante. Há também o *elitismo*, que implica na manutenção de uma determinada quantidade dos melhores indivíduos da população para a próxima geração. Mitchell (1998) ressalta a melhora significativa da performance de AGs devido ao elitismo.

Nos AGs, o modo de seleção dos indivíduos de acordo com as suas aptidões também desempenha papel fundamental. A seleção ocorre para a escolha dos indivíduos que serão preservados entre gerações ou para definir os pais que serão combinados para gerar filhos. Como exemplos de modelos de seleção, há o método da roleta, a seleção por torneios, a por *ranking* e a dinâmica. Na roleta, a chance de seleção de um indivíduo é função da sua aptidão, podendo ser linear ou não. Já no torneio, indivíduos escolhidos aleatoriamente formam grupos de tamanho fixo, e, dada uma determinada probabilidade, o melhor indivíduo do grupo é escolhido para cruzamento, caso contrário, qualquer um é escolhido aleatoriamente. Blickle (1997) apresenta estudos mostrando que quanto maior o tamanho do torneio, maior a pressão seletiva.

Na seleção por *ranking*, tenta-se prevenir a convergência prematura da população. Nesse tipo de seleção, os indivíduos da população são classificados de acordo com sua aptidão. E a chance de seleção do indivíduo é função da sua classificação. Dessa forma, indivíduos em posição imediatamente superior ou inferior na classificação têm praticamente

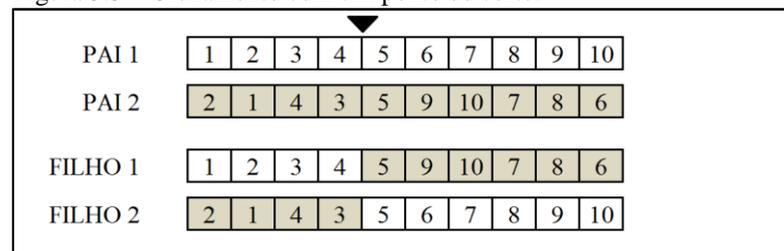
³ Estado estacionário.

as mesmas chances independentemente dos valores absolutos da medida de aptidão. Com isso, mantém-se a pressão alta quando a variabilidade é baixa e a reduz na situação oposta. Este racional também é a base dos processos de seleção dinâmicos, do tipo Boltzmann, segundo os quais, em momentos distintos do processamento, são necessárias pressões distintas de seleção.

3.1.4 Operadores genéticos e hibridização

O papel dos operadores genéticos em um AG é criar novos indivíduos a partir de cromossomos existentes na população. Existem operadores de cruzamento e de mutação. No primeiro caso, considerado por Mitchell (1998) e Gen (2006) o principal operador genético, são criados cromossomos filhos pela recombinação das características dos cromossomos pais, os quais são escolhidos conforme o método de seleção vigente. Um exemplo de cruzamento pode ser visto na Figura 3.3, em que um ponto de corte é escolhido aleatoriamente, e os filhos são gerados pela combinação do segmento à esquerda de um dos pais com o segmento à direita do outro pai e vice-versa.

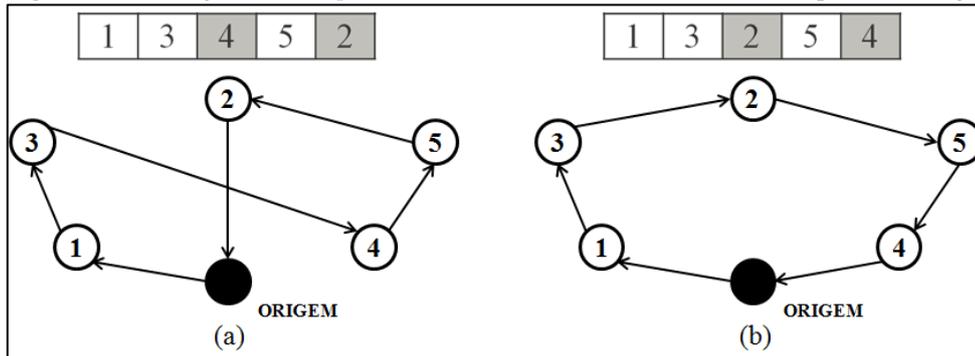
Figura 3.3 – Cruzamento com um ponto de corte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Já as mutações são operadores de retaguarda que produzem mudanças aleatórias e espontâneas em vários cromossomos. Seu papel, normalmente, é pequeno nos AGs, pois estes tomam como base os efeitos criativos da recombinação cromossômica propiciada pelas operações de cruzamento e a exploração dos efeitos do princípio *darwiniano* da sobrevivência dos mais fortes (KOZA, 1992). Ainda assim, as mutações podem atuar tanto na diversificação quanto na intensificação da busca pelo espaço de soluções independentemente do mecanismo codificado. Na Figura 3.4, é mostrada uma forma simples de mutação com a troca de posições entre dois genes, um método denominado *swap*.

Figura 3.4 – Mutação com *swap* e o efeito na rota. Em (a) antes e em (b) depois da mutação.

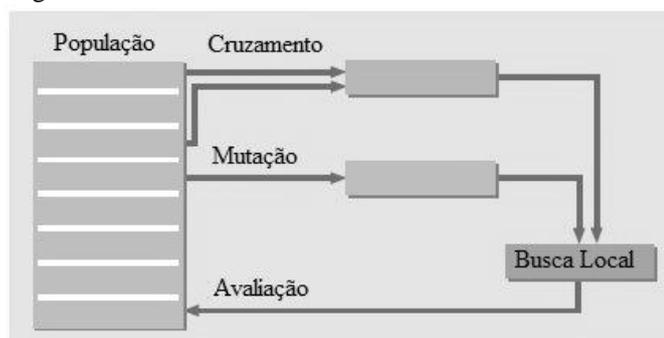


Fonte: Elaborada pelo autor.

Mitchell (1998) expõe a ideia de Holland (1975) na qual a adaptação é a tensão entre a busca pelo novo e a exploração desse novo encontrado. A autora explica que a tensão surge porque qualquer movimento no sentido de explorar novas áreas do espaço de soluções, experimentando novos *schemas* ao testar instâncias cuja aptidão são baixas desvia a exploração de *schemas* já testados e com bons resultados. Ela afirma também que o sistema tem que continuar testando novas possibilidades, mas também tem que incorporar e usar continuamente a experiência passada como guia para o comportamento futuro, pois um balanceamento ótimo entre explorar o certo e o incerto deve ser encontrado. De certa forma, também por causa dessa "indecisão" e do seu caráter generalista, diz-se que os AGs realizam buscas superficiais e por isso é conveniente hibridizá-los com outras heurísticas.

Uma das formas mais comuns de hibridização é incorporar otimização local como um implemento ao ciclo básico do AG de recombinar e selecionar, mostrado na Figura 3.5. Com a abordagem híbrida, técnicas de otimização local, são aplicadas a cada novo filho da população. Nessas situações, os AGs são usados para explorar a população enquanto os métodos heurísticos são usados para explorar as soluções. Por causa dessas características complementares dos AGs e das heurísticas convencionais, o método híbrido normalmente se sai melhor que cada qual individualmente (GEN, 2006).

Figura 3.5 – Modelo de um AG híbrido.



Fonte: Adaptado de Gen (2006).

Blum e Roli (2003) reforçam esse conceito ao afirmarem que a maior parte dos casos de sucesso com modelos evolucionários utilizam procedimentos de busca local. Para estes autores, as razões se tornam aparentes ao se analisar as forças de cada método: métodos baseados em populações são melhores em identificar áreas promissórias no espaço de soluções, enquanto heurísticas de busca local são boas em explorar essas áreas. Essas heurísticas partem de uma solução provavelmente razoável ou boa e trabalham de forma orientada ao problema, refinando o cromossomo trabalhado de uma forma que o AG não faria.

3.1.5 Critério de parada e outros parâmetros

Em se tratando de um método não exato, no qual se busca ótimo sem necessariamente encontrá-lo, o AG pode seguir avaliando e gerando indivíduos indefinidamente. Por isso, é preciso estabelecer um critério de parada para interromper a busca e apresentar um resultado, normalmente a melhor solução encontrada até a interrupção do processamento. Gomes (2008) cita o número de gerações, o tempo de processamento e a diversidade da população como os critérios mais comuns de encerramento de execução de um AG.

Juntamente com o critério de parada e seu valor, outros parâmetros também devem ser estabelecidos para a execução de um AG. Koza (1992) coloca o tamanho da população e o número máximo de gerações como os principais parâmetros de controle de um AG, enquanto os secundários são as taxas de reprodução e mutação. E, dependendo do modelo e da implementação, pode haver outros parâmetros.

Apesar de existirem estudos nesse sentido, Mitchell (1998) não acredita na existência de uma formulação geral de parametrização por causa da variedade de problemas,

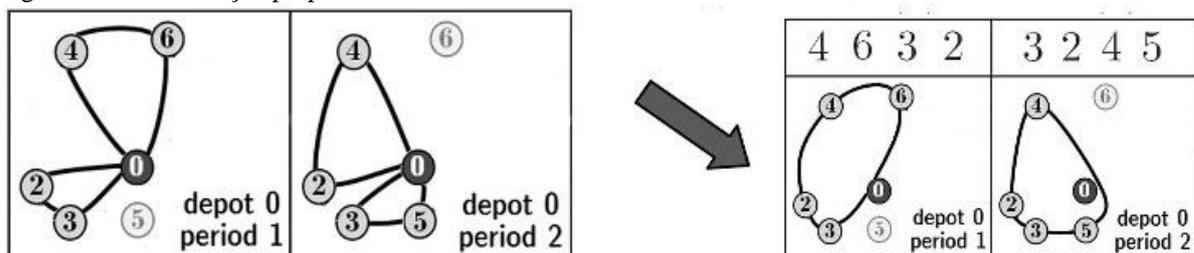
codificações e outras especificidades possíveis em diferentes aplicações. A autora afirma ainda que o tamanho ótimo de uma população, a taxas de cruzamento e de mutação, muda ao longo do processamento.

3.2 O AG desenvolvido

3.2.1 Representação

A escolha da forma de representação de uma solução é um dos aspectos críticos para o sucesso de um AG quando aplicado ao problema de interesse (OMBUKI; ROSS; HANSHAR, 2006). Neste caso, a codificação é a mesma de Chu, Labadi e Prins (2006) e Vidal *et al.* (2012): a concatenação de p sequências, em que p é o número de períodos do horizonte de planejamento, que, por sua vez, são concatenações de até m sequências de inteiros que representam os clientes atendidos no período p pelo veículo m em ordem de visita. Tudo sem delimitadores de rotas ou de dias. De forma que se obtém uma grande permutação com repetições cujo tamanho é a somatória da frequência de visitas de todos os clientes da instância. Essa representação como uma grande *tour* facilita implementações de operadores de cruzamento simples e eficientes (VIDAL *et al.*, 2012). Na Figura 3.6, um exemplo da representação proposta para dois períodos e um único depósito.

Figura 3.6 – Codificação proposta.



Fonte: Vidal *et al.* (2012).

Pela técnica proposta nesta dissertação, também são guardadas as informações da quantidade de clientes atendidos por dia para cada cromossomo da população em um vetor à parte, o que, combinado ao uso do algoritmo *Split*, permite decodificá-lo em solução e avaliar seu desempenho. Pois, enquanto o primeiro possibilita a *extração* da sequência que representa os clientes visitados em um determinado dia no cromossomo, o segundo analisa esse trecho e o segmenta de forma ótima, em que cada subsegmento representa a rota de um veículo.

Também são guardadas as informações da soma das cargas atendidas por dia de cada cromossomo e a combinação de agenda escolhida para cada cliente de todos os cromossomos.

3.2.2 Avaliação dos Indivíduos

A medida de aptidão dos indivíduos é dada pela distância total percorrida por todos os veículos em todos os dias, ou seja, é a própria função a ser minimizada na formulação apresentada no Capítulo 2, feita por Christofides e Beasley (1984). Por ser simples e direta em relação ao problema, torna-se fácil e instintiva de ser trabalhada. No caso, o valor absoluto da função é inversamente proporcional à aptidão do indivíduo, ou seja, quanto menor for a distância total percorrida pela solução representada em um cromossomo, mais apto é o indivíduo. Como comentado, o *Split* é a principal ferramenta de decodificação e avaliação dos cromossomos no algoritmo proposto, por isso ele foi detalhado no item seguinte.

3.2.2.1 O algoritmo Split

O algoritmo *Split* foi apresentado por Prins (2004), quando o autor propôs um AG *simples e eficiente* para solucionar PRVs. Ele descreve uma representação sem delimitadores de rotas, como uma permutação simples à moda das que representam a solução de um PCV que, segundo o autor, "evita procedimentos de reparo e permite o uso de operadores de cruzamento tradicionais, como o *OX (Order Crossover)*".

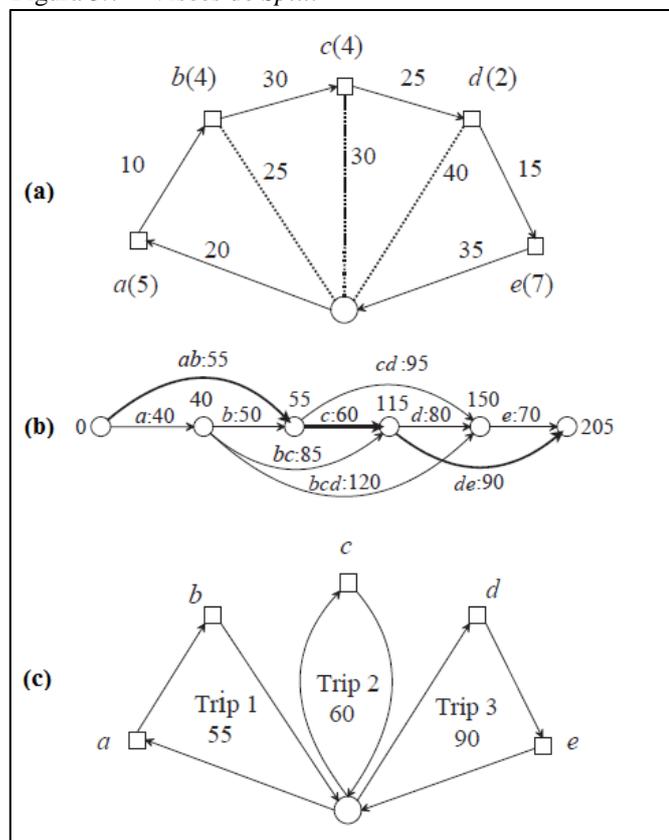
A ideia não era nova, mas diferente das proposições anteriores, a segmentação do cromossomo em novas rotas não aconteceria somente quando a inserção de um cliente a uma rota ultrapassasse a sua capacidade de carga, mas pela avaliação do custo de todas as opções possíveis. É o que o *Split* faz, considerando que a sequência do cromossomo é a mesma de atendimento. Ao final, o *Split* indica a segmentação ótima das rotas de uma sequência e avalia seu custo total.

Segundo Vidal *et al.* (2012), o *Split* "reduz o problema de definir a delimitação das rotas a um problema de caminho mínimo em um grafo auxiliar acíclico.". Prins (2004) afirma que o *Split* é razoavelmente rápido porque o grafo é acíclico, e a numeração dos nós (clientes) provê uma ordem topológica natural. Quanto menos clientes puderem ser atendidos por um veículo, mais rápido é o algoritmo, pois a sua complexidade é dada por $O(nb)$ onde n

é o tamanho do cromossomo e b é a quantidade máxima de clientes que pode ser atendida por um veículo.

O *Split* considera a capacidade dos veículos, a demanda dos clientes e os custos associados ao deslocamento e ao atendimento. Para ilustrar, apresenta-se a Figura 3.7, em (a), é mostrada a disposição espacial de uma instância com cinco pontos, a distância entre os pontos é apresentada nas arestas, e a demanda entre parênteses. Em (b), é mostrado o grafo acíclico auxiliar explorado pelo *Split* considerando a topologia da sequência $S=(a, b, c, d, e)$. E em (c), a melhor segmentação de rotas, dado que o veículo tem capacidade $Q=10$.

Figura 3.7 – Visões do *Split*.



Fonte: Prins (2004).

Em Prins (2004), o cromossomo já é a própria sequência a ser segmentada pelo *Split*, que o faz avaliando seus custos também. Esse foi o diferencial do trabalho do autor, que o combinou com procedimentos de busca local e obteve um AG competitivo. Na Figura 3.8, são apresentados o código básico do *Split* em (a) e o decodificador da solução em (b). É possível adaptar o *Split* para considerar outras funções objetivo, como custo total e número de veículos e levar em conta o tipo de frota ou uma quantidade limitada de veículos.

Figura 3.8 - Código do *Split* e decodificador.

```

(a)   $V_0 := 0$ 
for  $i := 1$  to  $n$  do  $V_i := +\infty$  endfor
for  $i := 1$  to  $n$  do
   $load := 0; cost := 0; j := i$ 
  repeat
     $load := load + q_{S_j}$ 
    if  $i = j$  then
       $cost := c_{0,S_j} + d_{S_j} + c_{S_j,0}$ 
    else
       $cost := cost - c_{S_{j-1},0} + c_{S_{j-1},S_j} + d_{S_j} + c_{S_j,0}$ 
    endif
    if  $(load \leq W)$  and  $(cost \leq L)$  then
      //here substring  $S_i \dots S_j$  corresponds to arc  $(i-1, j)$  in  $H$ 
      if  $V_{i-1} + cost < V_j$  then
         $V_j := V_{i-1} + cost$ 
         $P_j := i - 1$ 
      endif
       $j := j + 1$ 
    endif
  until  $(j > n)$  or  $(load > W)$  or  $(cost > L)$ 
endfor.

(b)  for  $i := 1$  to  $n$  do  $trip(i) := \emptyset$  endfor
 $t := 0$ 
 $j := n$ 
repeat
   $t := t + 1$ 
   $i := P_j$ 
  for  $k := i + 1$  to  $j$  do  $enqueue(trip(t), S_k)$  endfor
   $j := i$ 
until  $i = 0$ .

```

Fonte: Prins (2004).

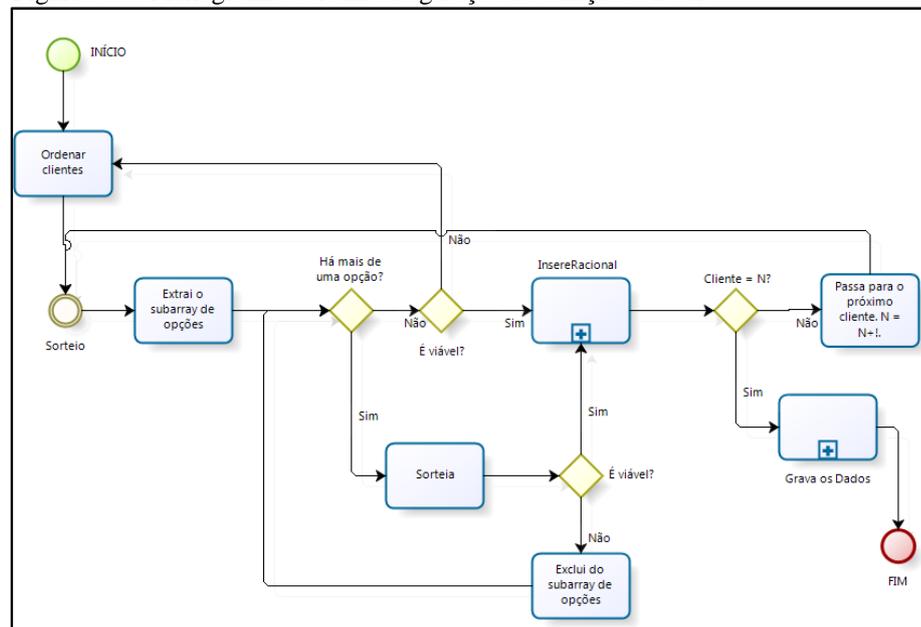
Foram elaboradas duas versões do *Split* neste trabalho. A que é testada com as instâncias da literatura leva em consideração a quantidade máxima de veículos disponíveis. A segunda versão, voltada para o caso prático, considera não só a quantidade máxima, como também não permite uma quantidade menor do que a estabelecida por meio da aplicação de penalidades sobre a função objetivo. A segunda versão considera ainda o tempo de jornada total de cada rota ao combinar a *carga* de atendimento de cada cliente, dada em minutos, com o tempo de viagem calculado como a razão entre as distâncias percorridas e a velocidade média considerada. Em ambos os casos, a segmentação ótima é aquela que minimiza a distância total percorrida.

3.2.3 Geração da População Inicial e Estratégia Geracional

A geração da população inicial se dá como em Drummond, Ochi e Vianna (2001). São geradas soluções viáveis de forma aleatória. Primeiro, os clientes são ordenados por quantidade de frequência de visitas de forma crescente e de tamanho de demanda em ordem decrescente. Depois, seguindo essa ordenação, sorteia-se para cada cliente uma combinação de visitas dentre as opções disponíveis. Se a inserção do cliente em cada dia da sua agenda não infringir a capacidade total de atendimento dos veículos naquele dia, assume-se essa agenda, caso contrário, outra combinação é sorteada.

Se nenhuma combinação de visitas para determinado cliente for viável, descarta-se o cromossomo, e inicia-se outro do começo. Essa rotina garante que somente soluções viáveis componham a população. Considera-se uma solução viável aquela que atende a forma básica do PRPV abordada, em que os clientes são atendidos de acordo com uma de suas combinações possíveis e que os limites de atendimento diários, definidos pela quantidade e capacidade de veículos, são respeitados. Em nenhum momento do processamento, são aceitas soluções inviáveis. Ou seja, não há relaxação. A Figura 3.9 mostra o fluxograma do procedimento de geração de indivíduos viáveis.

Figura 3.9 – Fluxograma da rotina de geração de soluções viáveis

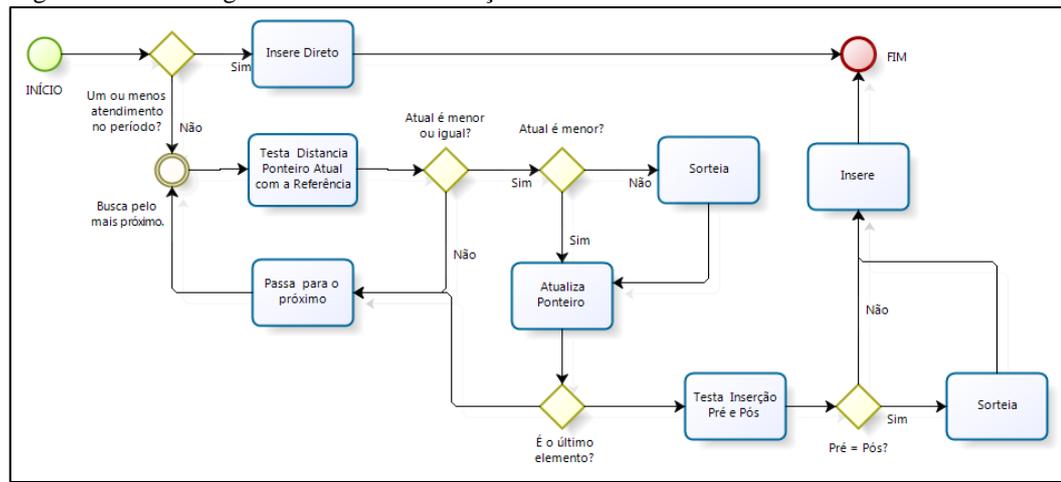


Fonte: Elaborada pelo autor.

Como a solução é codificada como um *grand tour*, as posições em que os clientes são inseridos na sequência importam para a sua avaliação. Dessa forma, incorporou-se uma

rotina simples, do tipo *greedy*, em que os pontos são inseridos ao lado do ponto mais próximo que já tenha sido alocado àquele dia. Da mesma forma, a decisão de serem inseridos antes ou depois desse ponto também influencia no resultado, por isso é escolhida a situação com menor custo. Caso ocorram empates, a posição anterior é escolhida, sem nenhum motivo especial. O fluxograma dessa rotina de inserção é mostrado na Figura 3.10. Após a inserção, o cromossomo é tratado com uma rotina do tipo 3-opt para refinar a inserção.

Figura 3.10 – Fluxograma da rotina de inserção



Fonte: Elaborada pelo autor.

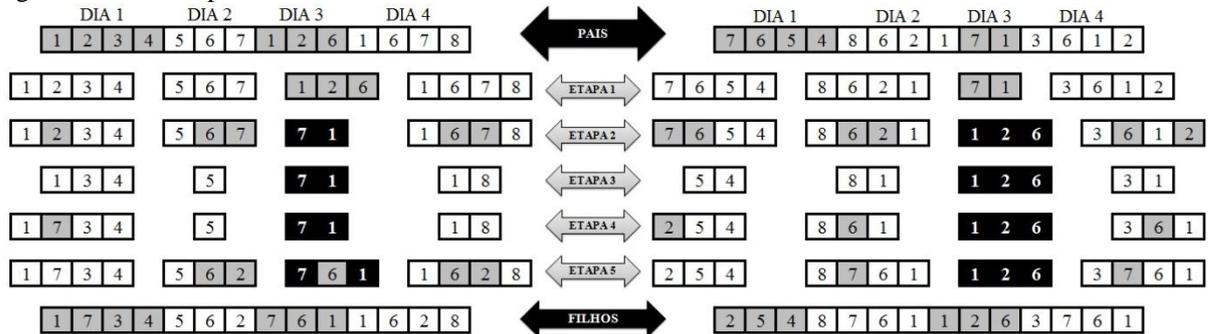
A população segue o modelo *steady-state*, em que a quantidade de indivíduos se mantém fixa durante todo o processamento e os piores indivíduos são substituídos por novos à medida que esses são criados. A população é ordenada (*ranking*) de acordo com as aptidões dos cromossomos e dividida em quatro subconjuntos de mesmo tamanho, como se fossem quartis. As chances de seleção estão associadas a cada quartil, dessa forma, os indivíduos de um mesmo quartil têm as mesmas chances de seleção.

Como são quatro subconjuntos, são definidas quatro probabilidades de seleção diferentes atribuídas de forma que quanto melhor a qualidade do quartil, maior a chance de seleção dos seus componentes. E, como a renovação acontece pela substituição dos piores elementos, a informação do melhor nunca será perdida, o que torna essa estratégia *elitista*. A tentativa de controle de diversificação da população é feita com o descarte de indivíduos gerados com a mesma aptidão de outro elemento da população. Também é possível configurar reinícios de população para aumentar o espectro de diversificação. Nessas ocasiões, no entanto, é guardado o melhor indivíduo da população anterior para futuros cruzamentos. Reforçando seu caráter *elitista*.

3.2.4 Operador de cruzamento e seleção

O cruzamento de duas soluções se dá com um operador diferenciado para o PRPV, o qual será denominado XPD (Cruzamento com Período Dominante). O XPD pode ser descrito em cinco etapas, conforme a Figura 3.11, na qual são utilizados cromossomos iguais de Chu, Labadi e Prins (2006), apresentado no Capítulo 2, a título de comparação dos resultados.

Figura 3.11 – Exemplo de Cruzamento



Fonte: Elaborada pelo autor.

Primeiramente, é selecionado aleatoriamente um dia do horizonte de planejamento que servirá de base para o cruzamento. No exemplo da Figura 3.11, o dia selecionado foi o terceiro. Na etapa seguinte, os trechos que representam esse dia são trocados entre os cromossomos. E os genes que representam os clientes não comuns a ambos os pais no dia cruzado são selecionados para serem excluídos na terceira etapa. Esse procedimento tem por objetivo garantir que não sejam gerados filhos inviáveis por incompatibilidade de agenda. Na quarta etapa, os genes que representam os clientes exclusivos do pai 1 no trecho cruzado são reinscritos nos demais dias, de acordo com as suas combinações de visita originais. Neste caso, não é feito teste de viabilidade de capacidade de carga, pois o objetivo é garantir que o filho preserve ao máximo as características contidas no trecho herdado do pai 1. Já na quinta etapa, são inseridos os demais genes, que representam os clientes do trecho cruzado exclusivos do pai 2. Aqui é feita a avaliação de viabilidade de cargas em todos os dias. De forma que, se uma agenda não for viável, outra é selecionada. Se houver uma situação em que um cliente não tem uma combinação de visitas viável, o filho é descartado.

Com esse operador, são transmitidas simultaneamente as combinações de visitas de determinados elementos de cada pai e sequências de visitas (trechos de cromossomo). De maneira que há a possibilidade de herança, pelos filhos, de componentes que possam resultar

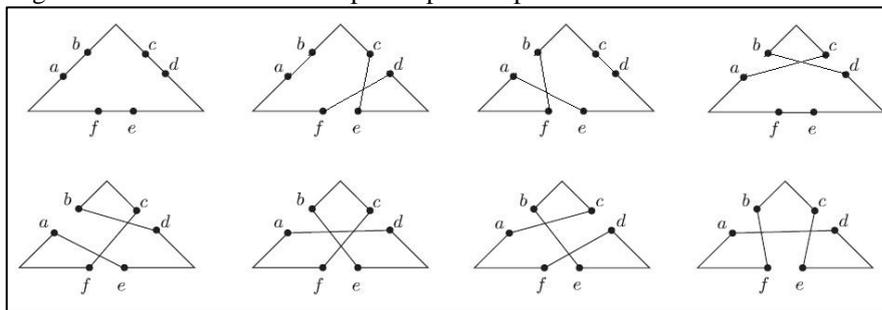
em boa aptidão. Além disso, nas reinscrições de elementos e no ressorteio de combinações de visitas, a amplitude de diversificação aumenta. Outra vantagem é que esse operador permite a criação de até $2p$ filhos, em que p é a quantidade de dias no horizonte de planejamento.

A seleção de cada pai para o cruzamento é feito de forma "quase" aleatória. Conforme explicado, a população é ordenada de acordo com a aptidão de seus componentes, do melhor para o pior, e dividida em quatro subpopulações de praticamente mesmo tamanho. Dessa forma, segregam-se os cromossomos em quatro níveis de aptidão. Indivíduos de um mesmo grupo possuem a mesma chance de serem sorteados, enquanto a chance é maior para aqueles que pertencem aos grupos com melhores indivíduos. A cada geração, a população é reordenada, e os grupos de controle redefinidos. Entretanto, com determinada probabilidade, o segundo pai não é sorteado, sendo escolhido o melhor indivíduo da população, reforçando a característica *elitista* do modelo.

3.2.5 Operadores de Mutação e Hibridização

Para aumentar a diversificação, dois operadores de mutação foram implementados. Um do tipo *2-Opt* e *3-Opt*, conforme Figura 3.12, que "perturba" a topologia de um trecho até que encontre uma combinação melhor ou até um determinado número de iterações, o que ocorrer primeiro. Neste caso, a escolha dos arcos é aleatória, mas o trecho considerado deve equivaler a um dia do horizonte de planejamento. O outro que troca as combinações de visitas de determinados clientes, também escolhidos ao acaso.

Figura 3.12 – Movimentos do tipo 2-Opt e 3-Opt.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As mesmas rotinas *2-Opt* ou *3-Opt* dos operadores de mutação são aproveitadas para realizar procedimentos de busca local. A diferença entre as duas situações é que, no primeiro caso, três arcos são sempre sorteados, já no segundo, são testados todos os arcos possíveis. A hibridização acontece no momento de inserção de um elemento no cromossomo.

O objetivo é emular o método de inserção utilizada por Cordeau, Gendreau e Laporte (1997). Ao final da execução do algoritmo, a melhor solução é refinada por essas rotinas *2-Opt* e *3-Opt* de varredura completa no nível intrarrotas, o que configura um *tratamento de pós-processamento*.

3.2.6 Critério de Parada e Outros Parâmetros

O critério de parada do modelo é dado pelo número máximo de iterações sem melhorias. Este e os demais parâmetros que compõem o modelo são:

- i. o tamanho da população ($NSeq$, inteiro);
- ii. a taxa de cruzamento (pX , inteiro);
- iii. a taxa de mutação da agenda (pM , inteiro);
- iv. a taxa de mutação Opt (pT , inteiro);
- v. taxa com que o segundo pai é o melhor indivíduo (pSM , inteiro);
- vi. a quantidade de inicializações ($PTot$, inteiro);
- vii. quantidade de iterações sem melhora ($MaxG$, inteiro).

São muitos parâmetros, os quais podem assumir uma grande variação de valores, o que dificulta a calibração do AG proposto. Por isso, foi dedicada uma seção ao assunto no Capítulo 4, onde foram apresentados resultados de experimentos com parametrizações diversas.

4 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo, são apresentados os estudos para definição da parametrização do algoritmo proposto como técnica de resolução do PRPV, depois o algoritmo é testado com as instâncias da literatura acadêmica e, ao final, é aplicado ao caso real para realizar o planejamento de rotas de atendimento para a equipe de vendas de uma distribuidora de sorvetes e picolés. Em todas as situações, os algoritmos foram codificados em Visual Basic 2010 e compilados no Visual Studio 2010, ambos da Microsoft, sendo processados em um Centrino 2Duo de 2,67GHz para cada núcleo.

4.1 Investigação dos Parâmetros do AG

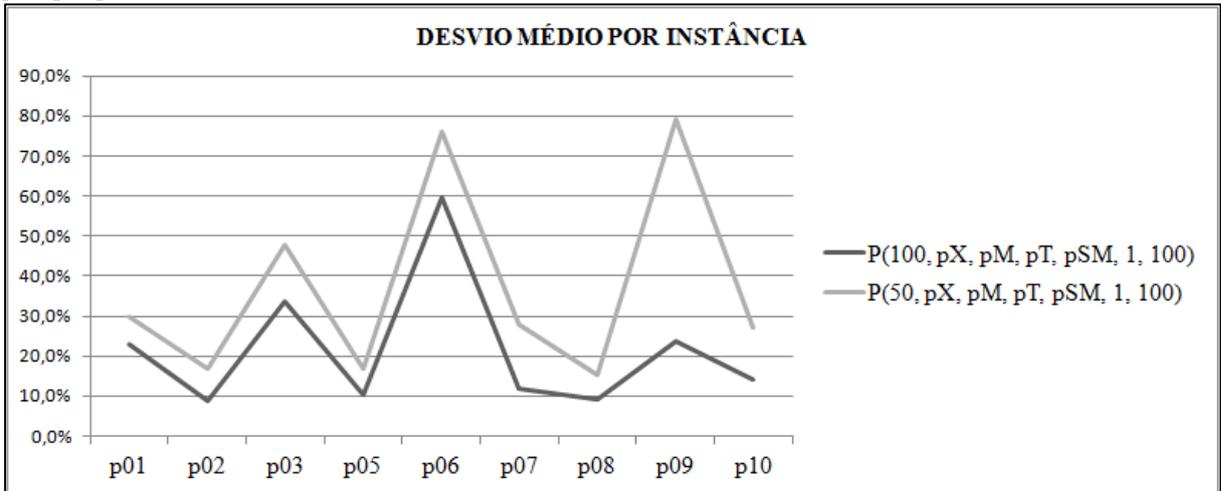
Devido às várias possibilidades de parametrização do AG, foram realizadas baterias de testes comparativos entre configurações de parâmetros para determinar aquela utilizada para concorrer com o Estado da Arte e para o caso prático. Em todas essas etapas, foram utilizadas as primeiras 10 instâncias do conjunto padrão da literatura dedicado ao PRPV. Essas instâncias foram originalmente apresentadas por Christofides e Beasley (1984) e também serviram para os testes das dissertações de Hallal (2004) e Wu (2007).

Os dois principais indicadores considerados para a análise da influência dos parâmetros nos resultados são o desvio entre a média das soluções apresentadas pelo AG proposto e as soluções de referência (*benchmarking*) para cada instância, conforme a fórmula 2.13, e o tempo médio de processamento. Também foram considerados os desvios mínimos e o desvio padrão dos desvios médios.

No primeiro momento, foram testadas 48 combinações de parâmetros identificadas por $P(Nseq, pX, pT, pSM, PTot, MaxG)$, onde: $Nseq \in \{50, 100\}$, $pX \in \{25, 30\}$, $pM \in \{1, 5, 9\}$, $pT \in \{1, 5\}$, $pSM \in \{5, 10\}$, $PTot = 1$ e $MaxG = 100$. Cada combinação foi executada cinco vezes para cada instância. Nessa etapa, as observações indicaram que as configurações com $Nseq = 100$ são melhores. Além de mais eficientes em todas as instâncias testadas⁴, conforme Figura 4.1, os resultados para as configurações com esse tamanho de população também foram mais consistentes, pois apresentaram os menores valores de desvio mínimo e de desvio padrão dos resultados. Estes números são apresentados na Figura 4.2.

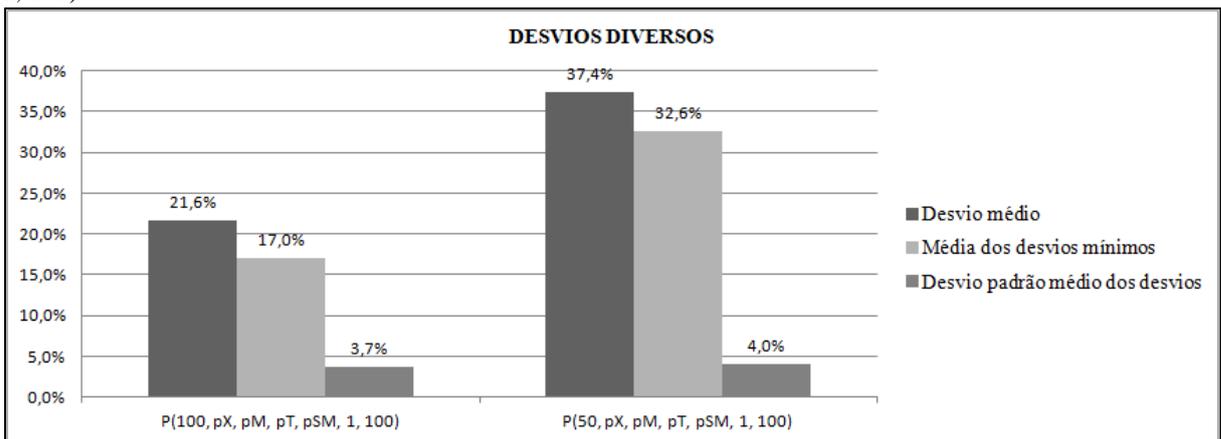
⁴ Os resultados da instância 4 não foram usados devido à dificuldade do algoritmo de encontrar soluções viáveis em parte dos testes, o que distorceu os resultados médios para essa instância.

Figura 4.1 – Comparação dos desvios médios por instância entre P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100) e P(50, pX, pM, pT, pSM, 1, 100).



Fonte: Elaborada pelo autor.

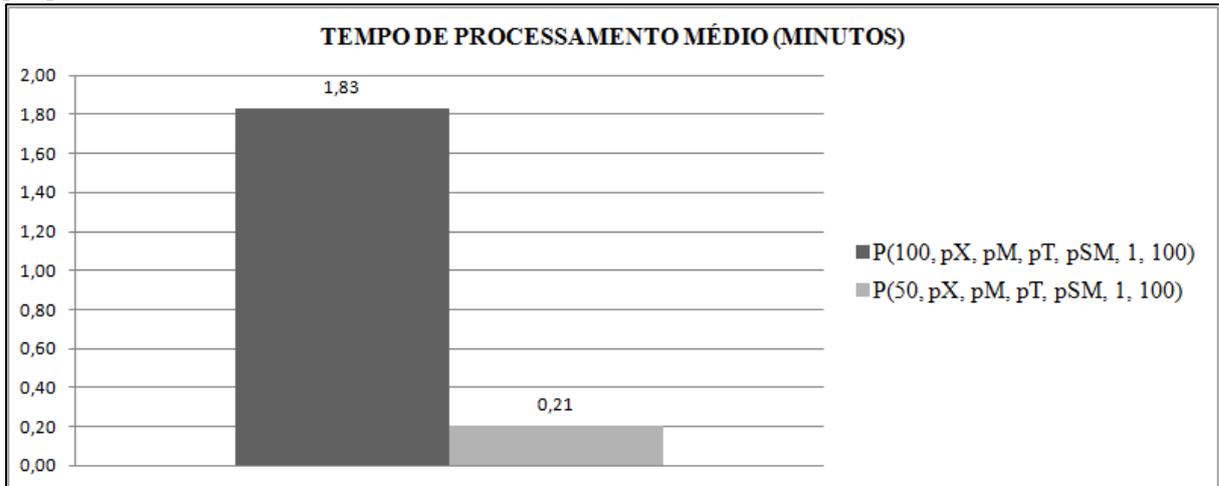
Figura 4.2 – Comparação de desvios diversos entre P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100) e P(50, pX, pM, pT, pSM, 1, 100).



Fonte: Elaborada pelo autor.

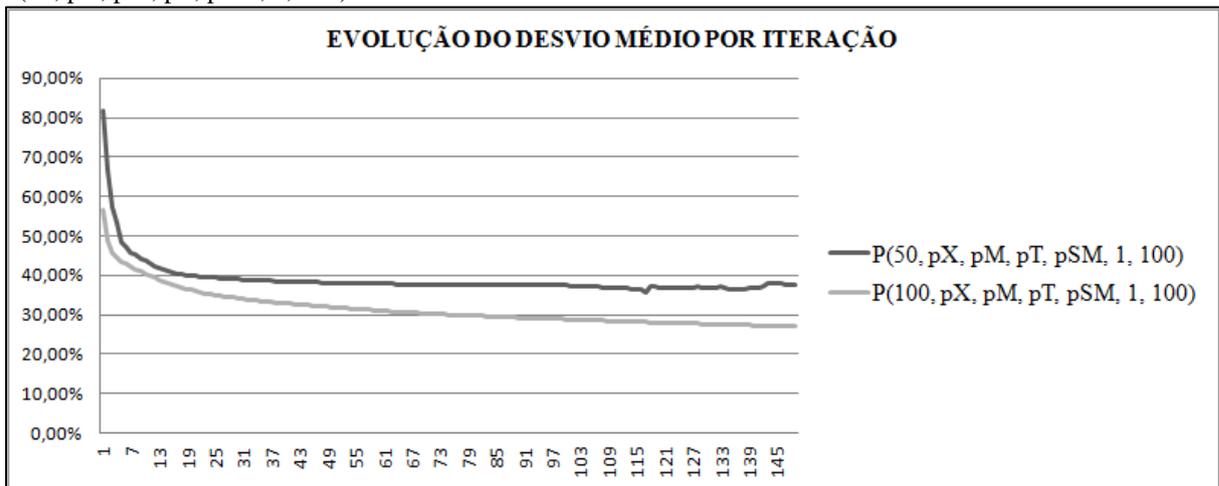
Já o custo computacional para as configurações com $NSeq = 50$ foi melhor, com um tempo médio de processamento quase 9 vezes menor do que as configurações com $NSeq = 100$, conforme apresentado no gráfico da Figura 4.3. Entretanto, em termos de velocidade de evolução do desvio por iteração, as configurações com $NSeq = 100$ também se saem melhor, pois, de acordo com os dados *plotados* na Figura 4.4, alcançam melhores resultados com menos iterações.

Figura 4.3 – Comparação dos tempos de processamento entre P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100) e P(50, pX, pM, pT, pSM, 1, 100).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.4 – Comparação da evolução do desvio médio por iteração entre P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100) e P(50, pX, pM, pT, pSM, 1, 100).



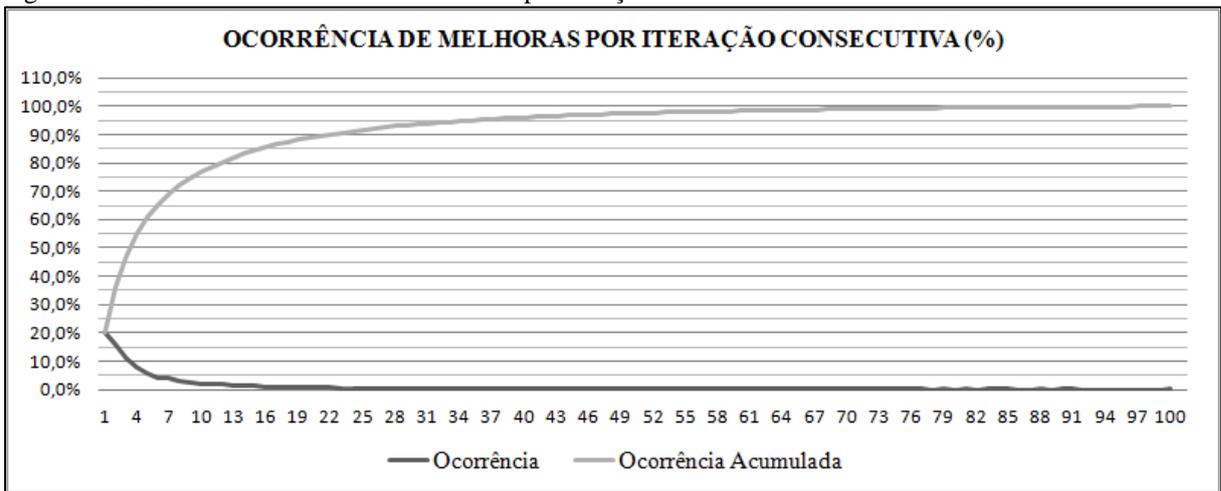
Fonte: Elaborada pelo autor.

Acreditando-se haver espaço para melhorias, foram realizados outros testes nas configurações com $NSeq = 50$, pois se imaginou que a superioridade daquelas com $NSeq = 100$ foi devido à maior chance de variabilidade de indivíduos iniciais, levando à exploração de mais regiões do espaço amostral. Além disso, uma população maior também resulta em mais cruzamentos e mutações em números absolutos.

Por isso, buscou-se melhorar os resultados das configurações com $NSeq = 50$, aumentando a quantidade de inicializações para 5, na tentativa de renovar a diversidade quando houvesse estagnação da população. E, como também foi verificado que mais de 95% das melhoras eram obtidas em até 40 iterações consecutivas e mais de 97,5% em até 50 iterações, conforme mostrado no gráfico da Figura 4.5, decidiu-se reduzir a quantidade

máxima de iterações para finalização de uma população. Assim, os valores de $NSeq$, $PTot$ e $MaxG$ foram definidos em 50, 5 e 50, respectivamente. Os demais parâmetros variaram da mesma forma que na primeira etapa. O objetivo desses novos testes foi tentar obter a velocidade da população menor, combinada com a diversidade da população maior.

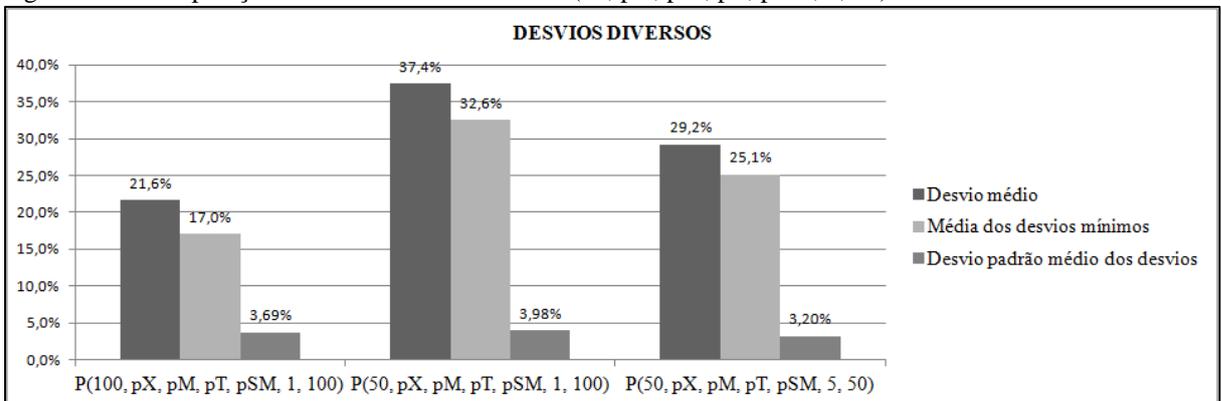
Figura 4.5 – Gráfico de ocorrências de melhoria por iterações consecutivas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

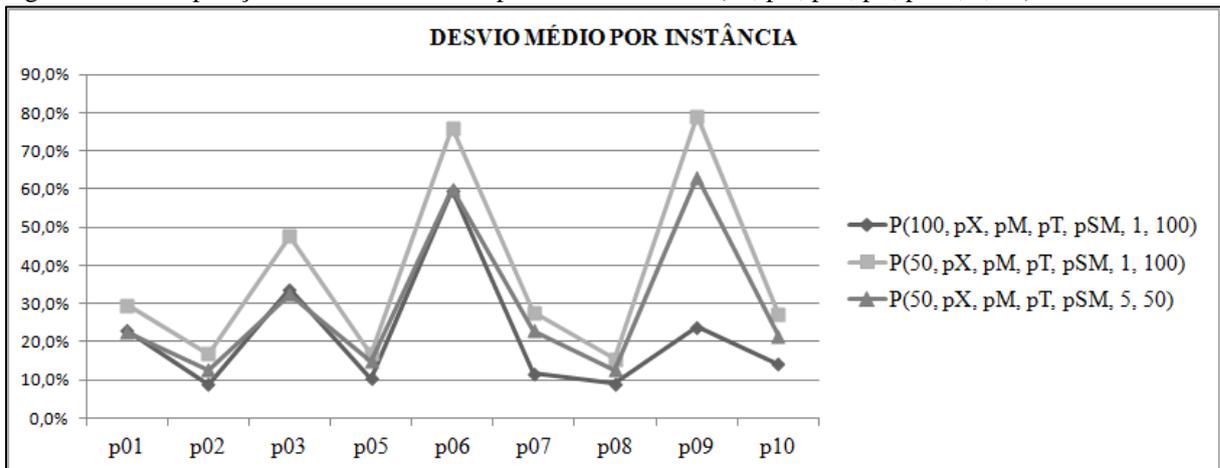
Houve sucesso nessa implementação quando considerados os avanços em relação às configurações anteriores para $NSeq = 50$. A qualidade das soluções melhorou, com os desvios médio e mínimo caindo em cerca de 8 pontos percentuais brutos. Além disso, o desvio padrão dos desvios também diminuiu. Mesmo assim, os resultados foram inferiores aos das configurações com $NSeq = 100$, conforme apresentado nos gráficos das Figuras 4.6 e 4.7.

Figura 4.6 – Comparação de desvios diversos entre $P(50, pX, pM, pT, pSM, 5, 50)$ e os anteriores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

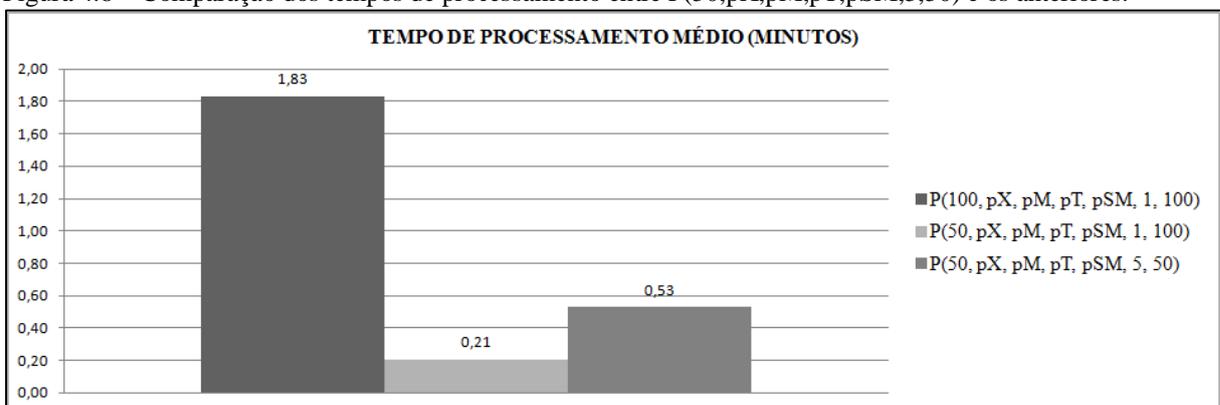
Figura 4.7 – Comparação dos desvios médios por instância entre P(50, pX, pM, pT, pSM, 5, 50) e os anteriores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com as alterações, o custo médio de processamento aumentou conforme esperado, triplicando em relação às configurações anteriores para $NSeq = 50$, mas foi menor do que aquele para as configurações com $NSeq = 100$. Os resultados dessa mensuração podem ser vistos no gráfico da Figura 4.8. Mesmo assim, decidiu-se interromper os experimentos com as configurações com $NSeq = 50$ e focar no estudo das configurações com $NSeq = 100$.

Figura 4.8 – Comparação dos tempos de processamento entre P(50,pX,pM,pT,pSM,5,50) e os anteriores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O conjunto de 24 configurações, representado por P(100, pX, pT, pSM, 1, 100), foi submetido às mesmas análises anteriores. No entanto, observou-se que os valores dos desvios médios diversos eram muito próximos entre si para se chegar a uma conclusão definitiva sobre a melhor configuração. Então, o critério utilizado foi escolher a configuração com o menor tempo de processamento médio, uma vez que essa é a métrica com maior variabilidade entre as observações, e também porque esse foi o pior indicador dessas configurações nas comparações anteriores. Dessa forma, foi escolhida a melhor situação para o indicador menos

favorável, a configuração P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100). Os valores dos indicadores considerados foram expostos na Tabela 2, onde também foi apresentada a análise das suas variabilidades.

Tabela 2 – Principais indicadores para todas as configurações possíveis de P(100, pX, pM, pT, pSM, 1, 100)

Configuração	Desvio médio	Desvio Padrão do Desvio	Desvio Mínimo	Tempo de Processamento Médio (Minutos)
P(100, 25, 1, 1, 10, 1, 100)	22,2%	3,7%	17,2%	3,51
P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100)	21,9%	3,9%	17,0%	1,10
P(100, 25, 1, 5, 10, 1, 100)	22,0%	4,8%	17,2%	1,42
P(100, 25, 1, 5, 5, 1, 100)	21,3%	3,9%	16,3%	3,74
P(100, 25, 5, 1, 10, 1, 100)	21,6%	3,2%	18,0%	2,75
P(100, 25, 5, 1, 5, 1, 100)	22,0%	3,8%	17,8%	1,26
P(100, 25, 5, 5, 10, 1, 100)	20,8%	2,7%	17,1%	1,56
P(100, 25, 5, 5, 5, 1, 100)	21,0%	4,2%	15,2%	1,94
P(100, 25, 9, 1, 10, 1, 100)	22,2%	3,4%	18,0%	1,20
P(100, 25, 9, 1, 5, 1, 100)	21,7%	3,1%	17,6%	1,28
P(100, 25, 9, 5, 10, 1, 100)	23,0%	4,1%	17,2%	1,46
P(100, 25, 9, 5, 5, 1, 100)	21,8%	3,8%	17,7%	1,80
P(100, 30, 1, 1, 10, 1, 100)	21,4%	3,5%	17,5%	2,09
P(100, 30, 1, 1, 5, 1, 100)	21,9%	3,2%	18,3%	1,72
P(100, 30, 1, 5, 10, 1, 100)	20,1%	3,7%	15,3%	1,79
P(100, 30, 1, 5, 5, 1, 100)	20,6%	3,4%	16,6%	1,16
P(100, 30, 5, 1, 10, 1, 100)	22,2%	3,9%	16,5%	1,20
P(100, 30, 5, 1, 5, 1, 100)	21,0%	3,4%	16,5%	2,39
P(100, 30, 5, 5, 10, 1, 100)	21,7%	3,8%	16,6%	1,75
P(100, 30, 5, 5, 5, 1, 100)	21,5%	3,9%	16,9%	2,68
P(100, 30, 9, 1, 10, 1, 100)	21,7%	4,0%	16,5%	2,02
P(100, 30, 9, 1, 5, 1, 100)	22,1%	4,0%	17,7%	1,11
P(100, 30, 9, 5, 10, 1, 100)	21,9%	3,9%	17,2%	5,25
P(100, 30, 9, 5, 5, 1, 100)	21,0%	3,3%	17,1%	2,38
Desvio Padrão	0,62%	0,44%	0,77%	1,00
[Desvio Padrão]/[Média]	2,9%	11,8%	4,5%	49,3%

Fonte: Elaborada pelo autor.

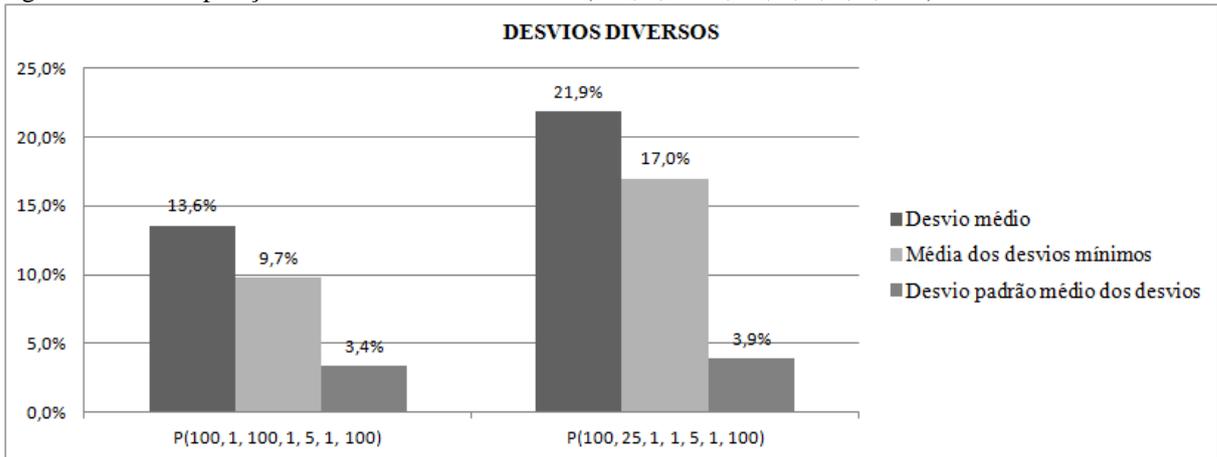
No entanto, antes de aplicar a configuração escolhida nas demais instâncias da literatura, foi realizado um último teste, a título de curiosidade científica, com o objetivo de verificar a influência dos operadores de mutação e cruzamento no desempenho do algoritmo desenvolvido. O teste consistiu em reduzir a taxa de cruzamento ao valor mínimo permitido pela aplicação e a taxa de mutação de agendas para o valor máximo, de forma que $pX=1\%$ e $pM = 100\%$. Foram mantidos os mesmos valores da última configuração escolhida para os outros parâmetros, resultando em P(100, 1, 100, 1, 5, 100). Os resultados surpreenderam, pois esta configuração superou as demais nos principais indicadores e podem ser conferidos nas Figuras 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12, comparando-se com P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100).

Figura 4.9 – Comparação dos desvios médios por instância entre P(100, 1, 100, 1, 5, 100) e P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100).



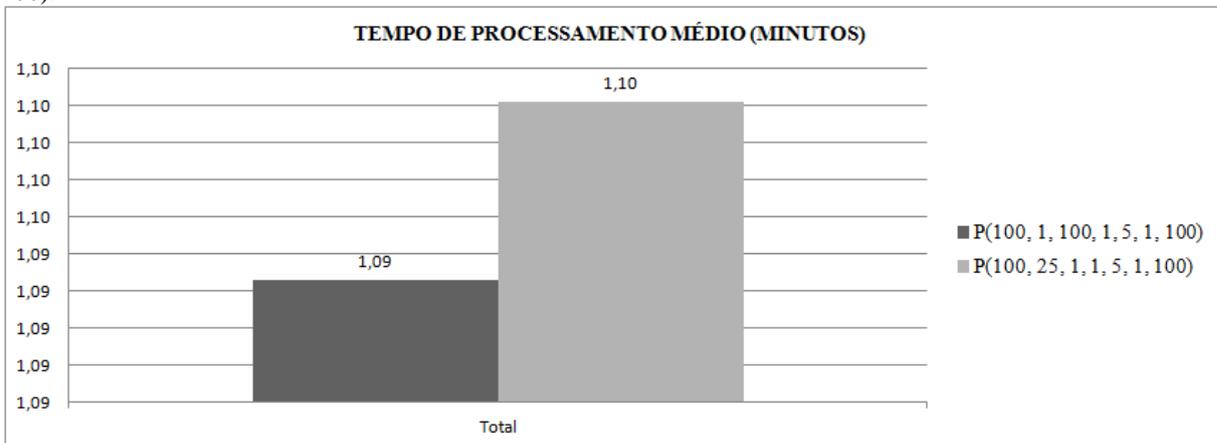
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.10 – Comparação de desvios diversos entre P(100, 1, 1000, 25, 1, 1, 5, 1, 100).



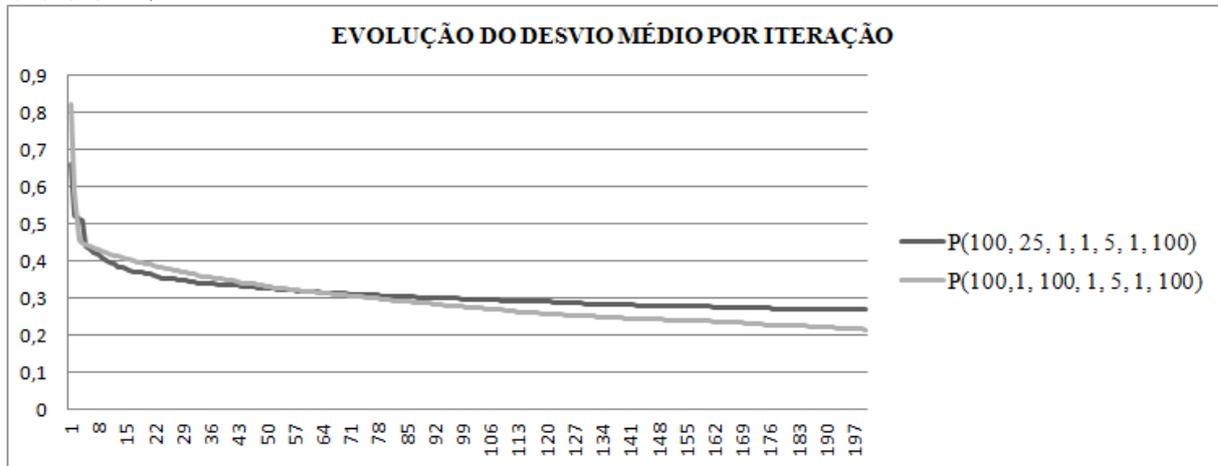
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.11 – Comparação dos tempos de processamento entre P(100, 1, 100, 1, 5, 100) e P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.12 – Comparação da evolução do desvio médio por iteração entre P(100, 1, 100, 1, 5, 100) e P(100, 25, 1, 1, 5, 1, 100).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados obtidos com esses testes de investigação levaram às seguintes considerações:

- a) O operador de cruzamento funcionou a contento, o resultado apresentado na Figura 4.11 mostrou que, na configuração P(100,25,1,1,5,1,100), esse operador levou a uma rápida evolução da população logo nas primeiras iterações, mas deve ser resolvida a aparente convergência precoce;
- b) Os dados apresentados no gráfico da Figura 4.10 levaram à conclusão de que a rotina do operador de cruzamento deve ser revista para torná-la mais eficaz, pois a configuração P(100,1,100,1,5,1,100) foi mais rápida mesmo apresentando taxas de operadores globais superiores;
- c) Creditou-se o sucesso da configuração P(100,1,100,1,5,1,100) à força bruta da mutação simultânea de todos os indivíduos da população, que, em conjunto com a estratégia *steady state*, o ordenamento (*ranking*) e a divisão em quartis, levou à substituição progressiva dos piores indivíduos pelos melhores, sendo utilizados como base de exploração de novas áreas do espaço de soluções, o que também levou a concluir que;
- d) A técnica de resolução para o PRPV proposta é robusta.

Após as investigações, foi resolvido que a configuração P(100,1,100,1,5,1,100) seria utilizada nos testes de validação da técnica proposta com as demais instâncias da literatura para posterior uso no caso prático.

4.2 Validação com as Instâncias da Literatura

Uma vez definida a configuração para os testes, a técnica de resolução proposta foi validada com todas as 32 instâncias⁵ da literatura, em que não há preocupação com os custos do atendimento, considerando-se somente as distâncias percorridas, a capacidade dos veículos e demanda de cada cliente em cada visita. As primeiras 10 instâncias foram elaboradas por Christofides e Beasley (1984), adaptando-as de PRVs para o PRPV, a 11^a por Russel e Igo (1979), a 12^a e a 13^a por Russel e Gribbin (1991) e da 14^a a 32^a por Chao, Golden e Wasil (1995).

No quadro da Figura 4.13, são apresentados os perfis dessas instâncias, onde n é a quantidade de clientes, p os dias do período, m o tamanho da frota disponível e Q a capacidade de carga de cada veículo. A primeira instância, p01, originalmente considera a disponibilidade de dois veículos para o primeiro dia e três para o segundo. Cordeau, Gendreau e Laporte (1997) propuseram uma adaptação em que é criado um ponto extra, localizado na origem, com demanda igual à capacidade do veículo e com opção única de visita no primeiro dia. Dessa forma, equalizaram a quantidade de veículos necessários para o período completo. Esta versão adaptada é a que foi utilizada neste trabalho.

Figura 4.13 – Perfis das instâncias da literatura para o PRPV

<i>Nome</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	<i>m</i>	<i>Q</i>	<i>Nome</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	<i>m</i>	<i>Q</i>
p01	50	2	3	160	p17	40	4	4	20
p02	50	5	3	160	p18	76	4	4	30
p03	50	5	1	160	p19	112	4	4	40
p04	75	5	6	140	p20	184	4	4	60
p05	75	10	1	140	p21	60	4	6	20
p06	75	10	1	140	p22	114	4	6	30
p07	100	2	4	200	p23	168	4	6	40
p08	100	5	5	200	p24	51	6	3	20
p09	100	8	1	200	p25	51	6	3	20
p10	100	5	4	200	p26	51	6	3	20
p11	126	5	4	235	p27	102	6	6	20
p12	163	5	3	140	p28	102	6	6	20
p13	417	7	9	2000	p29	102	6	6	20
p14	20	4	2	20	p30	153	6	9	20
p15	38	4	2	30	p31	153	6	9	20
p16	56	4	2	40	p32	153	6	9	20

Fonte: Elaborada pelo autor.

⁵ Disponíveis em: <http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/Problem_Instances/PVRPInstances.html>. Acesso em: 01 ago. 2012.

Os melhores resultados obtidos com a configuração de parâmetros (100, 1, 100, 1, 5, 100) são apresentados na Tabela 3, confrontando-os com aqueles dos trabalhos historicamente mais bem avaliados: Christofides e Beasley (1984), Chao, Golden e Wasil (1995), Cordeau, Gendreau e Laporte (1997), Alegre, Laguna e Pacheco (2007), Hemmelmayr, Doerner e Hartl (2009), Baldacci *et al.*(2011) e Vidal *et al.* (2012), identificados como CB, CGW, CGL, ALP, HDR, BLD e VDL, respectivamente. A técnica deste trabalho foi identificada por F-AG. Os melhores resultados conhecidos (z^*) para as instâncias até o momento estão em negrito, e se confundem com os de Vidal *et al.* (2012). Foram sombreados aqueles para os quais os resultados encontrados pela técnica proposta foram iguais ou melhores. As melhores soluções encontradas pela técnica proposta foram detalhadas no ANEXO.

Tabela 3 – Melhores resultados nas instâncias da literatura para o PRPV.

NOME	TB	CB	CGW	CGL	ALP	HDH	BDC	VDL (z^*)	F-AG
p01	-	547,40	524,60	524,61	531,02	524,61	524,61	524,61	590,90
p02	1.481,30	1.443,10	1.337,20	1.330,09	1.324,74	1.322,87	1.322,87	1.322,87	1.373,15
p03	-	546,70	524,60	524,61	537,37	524,61	524,61	524,61	619,22
p04	-	843,90	860,90	837,93	845,97	835,26	835,26	835,26	988,10
p05	2.192,50	2.187,30	2.089,00	2.061,36	2.043,75	2.028,02	2.027,99	2.024,96	2.089,17
p06	-	938,20	881,10	840,30	840,10	835,45	835,26	835,26	1.057,21
p07	-	839,20	832,00	829,45	829,65	827,39	825,14	826,14	862,78
p08	2.281,80	2.151,30	2.075,10	2.054,90	2.052,21	2.034,15	2.034,15	2.022,47	2.098,81
p09	-	875,00	829,90	829,45	829,65	827,39	826,14	826,14	881,42
p10	1.833,70	1.674,00	1.633,20	1.629,58	1.621,21	1.593,45	1.593,45	1.593,43	1.697,88
p11	878,50	847,30	791,30	817,56	782,17	779,06	779,06	770,89	825,14
p12	-	-	1.237,40	1.239,58	1.230,95	1.201,79	-	1.186,47	1.308,86
p13	-	-	3.629,80	3.602,76	-	3.513,69	-	3.492,89	-
p14	-	-	954,81	954,81	954,81	954,81	954,81	954,81	954,81
p15	-	-	1.862,60	1.862,63	1.862,63	1.862,63	1.862,63	1.862,63	1.864,52
p16	-	-	2.875,20	2.875,24	2.875,24	2.875,24	2.875,24	2.875,24	2.891,50
p17	-	-	1.614,40	1.597,75	1.597,75	1.597,75	1.597,75	1.597,75	1.597,75
p18	-	-	3.217,70	3.159,22	3.157,00	3.136,69	3.136,69	3.131,09	3.183,93
p19	-	-	4.846,50	4.902,64	4.846,49	4.834,34	4.834,34	4.834,34	4.945,63
p20	-	-	8.367,40	8.367,40	8.412,02	8.367,40	-	8.367,40	8.776,81
p21	-	-	2.216,10	2.184,04	2.173,58	2.170,61	2.170,61	2.170,61	2.200,90
p22	-	-	4.436,40	4.307,19	4.330,59	4.193,95	4.193,95	4.193,95	4.416,00
p23	-	-	6.769,00	6.620,50	6.813,45	6.420,71	-	6.420,71	7.113,13
p24	-	-	3.773,00	3.704,11	3.702,02	3.687,46	3.687,46	3.687,46	3.748,45
p25	-	-	3.826,00	3.781,38	3.781,38	3.777,15	3.777,15	3.777,15	3.781,38
p26	-	-	3.834,00	3.795,32	3.795,33	3.795,32	3.795,32	3.795,32	3.810,61
p27	-	-	23.401,60	23.017,45	22.561,33	21.956,00	21.912,85	21.833,87	22.378,36
p28	-	-	23.105,10	22.569,40	22.562,44	22.305,34	22.242,51	22.242,51	22.693,78
p29	-	-	24.248,20	24.012,92	23.752,15	22.639,85	22.543,76	22.543,75	23.021,93
p30	-	-	80.982,10	77.179,33	76.793,99	74.464,26	74.464,26	73.875,19	76.639,43
p31	-	-	80.279,10	79.382,35	77.944,79	76.552,25	76.322,04	76.001,57	78.309,61
p32	-	-	83.838,70	80.908,95	81.055,52	78.072,88	78.072,88	77.598,00	80.756,82
DESVIO	12,4%	6,2%	2,9%	1,8%	1,6%	0,2%	0,1%	0,0%	5,4%

Fonte: Elaborada pelo autor.

O F-AG saiu-se melhor com as instâncias de Chao, Golden e Wasil (1995), mas obteve um resultado razoável em relação ao conjunto completo, com desvio médio de 5,4%. No gráfico da Figura 4.14, são apresentados os menores desvios por instâncias.

Figura 4.14 – Desvios mínimos por instância.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Não houve solução para a instância p13, pois é uma instância complexa, com mais de 400 visitas e com baixa ociosidade dos veículos. Neste caso, com somente 8%, e a técnica apresentada neste trabalho precisa de uma folga mínima para realizar as operações de cruzamento e mutação por descartar soluções inviáveis. Além disso, o *Split* trabalha com topologias predefinidas e respeita o limite máximo de veículos e suas capacidades, sem relaxação, o que também desfavorece o algoritmo para esse tipo de situação. Alegre, Laguna e Pacheco (2007) e Baldacci *et al.* (2011) também não apresentam resultados para essa instância.

O tempo de processamento médio do F-AG foi de 3 minutos. Na comparação com outros trabalhos, conforme Tabela 4, foi considerado eficaz. O resultado indica espaço para melhorar a qualidade das soluções. No caso, poder-se-ia aumentar a quantidade de iterações sem melhorias do critério de parada para permitir mais buscas no espaço de soluções.

Tabela 4 – Comparativo do tempo de processamento médio em minutos.

	CGL	ALP	HDH	VDL	F-AG
Desvio Médio (%)	1,6	1,4	1,43	0,14	5,3
Tempo (min)	4,28	3,64	3,34	5,56	3,00

Fonte: Vidal *et al.* (2012).

Não foram efetuados estudos para relacionar os resultados e as características das instâncias em termos de desvio ou tempo de processamento por causa da quantidade de variáveis envolvidas (i.e. o tamanho do cromossomo dado pela quantidade de visitas totais, as relações entre demandas e capacidades disponíveis e a quantidade de visitas por viagem).

De forma geral, os resultados foram satisfatórios, a técnica proposta encontrou soluções razoáveis com um bom custo computacional. Ela pode ser melhorada com uma revisão dos operadores propostos e implementação da capacidade de relaxação. O baixo tempo de processamento, conforme comentado, também proporciona oportunidades de melhorias. É válido comentar ainda a questão da parametrização do algoritmo, pois, dadas as quantidades e valores de parâmetros possíveis, podem existir configurações mais favoráveis. Nos trabalhos de Alegre, Laguna e Pacheco (2007) e Vidal *et al.* (2012), por exemplo, foram utilizadas técnicas sofisticadas de calibração.

Por fim, pelo que foi apresentado, a técnica desenvolvida para resolver o PRPV foi considerada válida para aplicação no caso prático.

4.3 Aplicação Prática

Uma vez validada, a técnica de resolução do PRPV desenvolvida foi aplicada ao caso real: o planejamento das rotas de atendimento de uma das equipes de vendas de um atacado distribuidor.

Essa instância é definida por 629 PDVs, localizados na RMF, que devem ser visitados por um dos 7 vendedores da equipe. A frequência das visitas é semanal, podendo ser em qualquer dia de segunda-feira a sexta-feira, de forma que cada PDV possui 5 combinações de visitas. A exceção fica por conta de 36 desses clientes que definiram seu dia de atendimento, de forma que só permitem uma combinação de visitas. Considerou-se que o tempo de atendimento ao PDV é de 15 minutos e que a velocidade de deslocamento é de 30 km/h. Todos os vendedores iniciam e finalizam sua jornada de trabalho na sede da empresa. A única restrição do problema é a jornada de trabalho, que não deve ultrapassar 8 horas diárias ou, na unidade trabalhada pelo algoritmo, 480 minutos.

A técnica de resolução do PRPV foi adaptada para computar o tempo de deslocamento, levando em consideração a velocidade média estimada. Também foi adicionada uma penalidade na função objetivo para garantir que todos os vendedores tivessem rotas todos os dias. Foi usado o mesmo padrão de arquivos das instâncias da literatura para a entrada de dados. A saída de dados também seguiu o padrão da literatura, entretanto, foi

adicionada a capacidade de gerar arquivos para visualização no *Google Earth*, do tipo **.kml*, os quais foram usados para ilustrar as soluções encontradas. Também foram gerados mapas nesse padrão para as soluções obtidas com a técnica atual da empresa, que é manual.

Como não foi possível implementar uma adaptação que considerasse o balanceamento entre as diversas rotas, foi processada uma segunda instância onde o limite da jornada de trabalho foi reduzido para 425 minutos. Essa alternativa teve o objetivo de forçar a distribuição das jornadas pela redução da ociosidade. Os resultados comparativos entre as duas soluções encontradas e a solução atual foram descritos na Tabela 5 para informações relacionadas às distâncias percorridas no período e na Tabela 6 relacionadas à jornada de trabalho diária.

Tabela 5 – Redução de distâncias percorridas no período.

	Atual	F-AG	F-AG
Limite considerado (min)	480,00	480,00	425,00
Distância total percorrida (km)	1.337,40	956,80	1.188,84
Economia (km)	-	380,60	148,56
Economia (%)	-	28,46	11,11

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 6 – Perfis médios da jornada de trabalho diária dos vendedores (minutos).

	Atual	F-AG	F-AG
Limite considerado	480,00	480,00	425,00
Jornada proposta	346,00	324,25	337,51
Tempo de atendimento	269,57	269,57	269,57
Tempo de deslocamento	76,42	54,67	67,93
Tempo ocioso	134,00	155,75	142,49
Jornada mínima	195,46	15,39	35,65
Jornada máxima	550,28	464,42	409,86
Desvio padrão	75,41	167,49	87,02

Fonte: Elaborada pelo autor.

Verificou-se que ambas as soluções propostas apresentaram economias devido à melhoria das rotas. Porém, houve um *trade-off* entre elas relacionado às economias e ao balanceamento das jornadas. A solução sem esforço de balanceamento resultou em economia de quase 30% das distâncias percorridas, conforme a Tabela 5, enquanto a melhor balanceada apresentou um pouco mais de 10% de redução em relação à rota atual. As economias proporcionais de tempo são as mesmas, porque o tempo ganho foi devido à redução das rotas e a velocidade considerada é única.

Com essas informações, foi possível intuir que quanto melhor o balanceamento, maior será a distância percorrida, de forma que um balanceamento semelhante ao da

roteirização vigente deve levar a pouca ou nenhuma economia com a roteirização. Assim, a vantagem da técnica proposta seria resumida ao tempo de planejamento e à possibilidade de implantação de um novo processo de planejamento em que a curva de aprendizado é menor. Entretanto, a consolidação das informações resultantes da técnica possibilitou um questionamento maior: qual o custo do balanceamento?

Foram levantadas algumas informações com a Distribuidora sobre custos. Não foram exatos, mas próximos o suficiente em ordem de grandeza para permitir prosseguir com a questão levantada. Os custos relacionados foram classificados em três tipos: os de deslocamento, os de folha de pagamento e os custos de oportunidade. No primeiro caso, foram considerados os custos relacionados à manutenção das motos, depreciação e combustível. Os controles da empresa indicaram que esse custo estava em torno de R\$ 0,16/km. O que equivale a R\$ 4,80/h considerando a velocidade de deslocamento de 30 km/h.

Os custos de folha de pagamento são oriundos da parcela fixa do salário do vendedor que, considerando os encargos trabalhistas e sua jornada de trabalho, gira em torno de R\$ 7,50/h. Por fim, o custo de oportunidade, que é o quanto a empresa poderia se beneficiar caso o vendedor estivesse realizando atendimento no lugar de deslocar-se. Para este custo, foi considerado o *ticket médio* das vendas, que gira em torno de R\$ 500,00. Calculou-se a margem de contribuição em 15%, o que resulta em R\$ 75,00. Porém o índice de venda é de 45% das visitas, por isso o valor foi reduzido para R\$ 33,75 por atendimento. Como o atendimento leva 15 minutos, o custo de oportunidade foi calculado em R\$ 135,00/h.

A consolidação dos custos foi realizada na Tabela 7, onde foi considerado haver 52 semanas no ano. E foram consideradas somente as horas ganhas com a roteirização, pois o custo do tempo ocioso existente foi considerado *afundado*⁶. Além disso, também não foram considerados custos indiretos, como a equipe de retaguarda ou a estrutura física disponível na sede ou mesmo treinamentos. De forma que os custos apresentados são os diretamente relacionados com o tempo de deslocamento e de atendimento do vendedor.

⁶ Referente a custo afundado, aquele não relevante que independe da decisão tomada.

Tabela 7 – Estimativa das economias decorrentes das soluções propostas.

	F-AG	
Jornada considerada	480,00	425,00
Economia de tempo ao dia por vendedor (min.)	21,75	8,49
Economia de tempo total ao ano (min.)	39.585,73	15.453,98
Economia de tempo total ao ano (h)	659,76	257,57
Custo de deslocamento a R\$ 4,8/h	3.166,86	1.236,32
Custo de folha de pagamento a R\$ 7,5/h	4.948,22	1.931,75
Custo de oportunidade a R\$ 135,00/h	89.067,89	34.771,46
Economia ao ano (R\$)	97.182,96	37.939,53

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os ganhos financeiros estimados resultantes da implantação de uma das duas soluções são significativos, com o maior chegando a quase R\$ 100.000,00 ao ano. A dúvida do *trade-off* com o balanceamento das rotas permaneceu, mas essa é uma questão que só cabe à Distribuidora. A título de ilustração, foram apresentadas as economias por dia, em distância e percentual, das rotas obtidas na solução mais balanceada em relação à solução atual na Tabela 8, uma vez que o balanceamento da rotas foi uma das propostas deste trabalho. Os resultados também foram *plotados* nas Figuras 4.15 a 4.24, nas quais são mostradas as rotas como são e as propostas para cada dia da semana, de forma intercalada. Não houve preocupação em manter as rotas dos vendedores próximas de um dia para o outro.

Tabela 8 – Comparação das distâncias e das jornadas totais por dia da semana entre a solução atual e a proposta.

Dia	Solução atual		Solução proposta		Economias	
	Distância	Jornada	Distância	Jornada	Distância	Jornada
segunda-feira	252,55	2.545,11	228,51	2.197,03	10%	14%
terça-feira	246,03	2.427,06	221,08	2.542,16	10%	-5%
quarta-feira	284,17	2.323,34	235,75	2.256,50	17%	3%
quinta-feira	277,66	2.445,33	254,90	2.384,80	8%	2%
sexta-feira	277,02	2.369,04	248,59	2.432,19	10%	-3%
Total	1.337,44	12.109,87	1.188,84	11.812,68	11%	2%

Fonte: Elaborada pelo autor.

No final, os benefícios com aplicação da técnica desenvolvida foram além dos ganhos com a redução das rotas, pois permitiu o melhor conhecimento do próprio problema e a certeza de um procedimento confiável que garante o nível de serviço exigido sem ultrapassar os valores de custo permitidos.

Figura 4.15 – Rotas da segunda-feira pela solução atual.



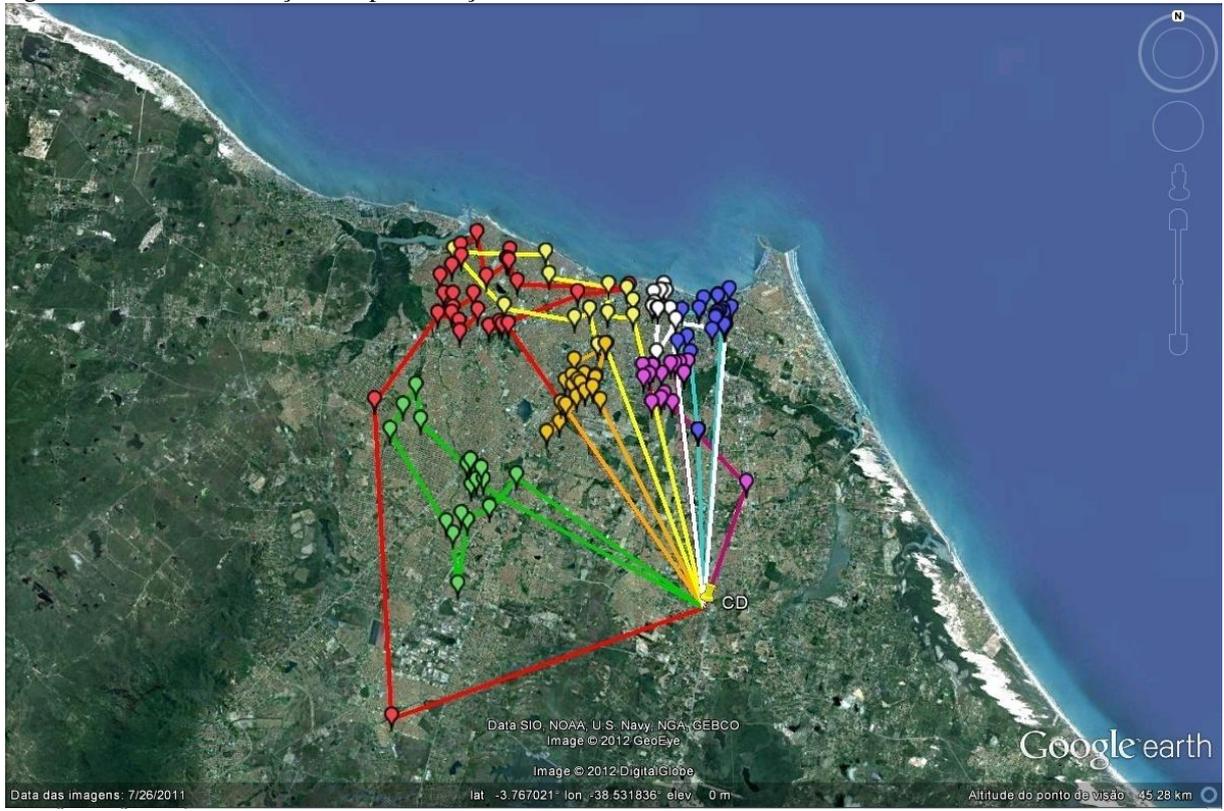
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.16 – Rotas da segunda-feira pela solução proposta.



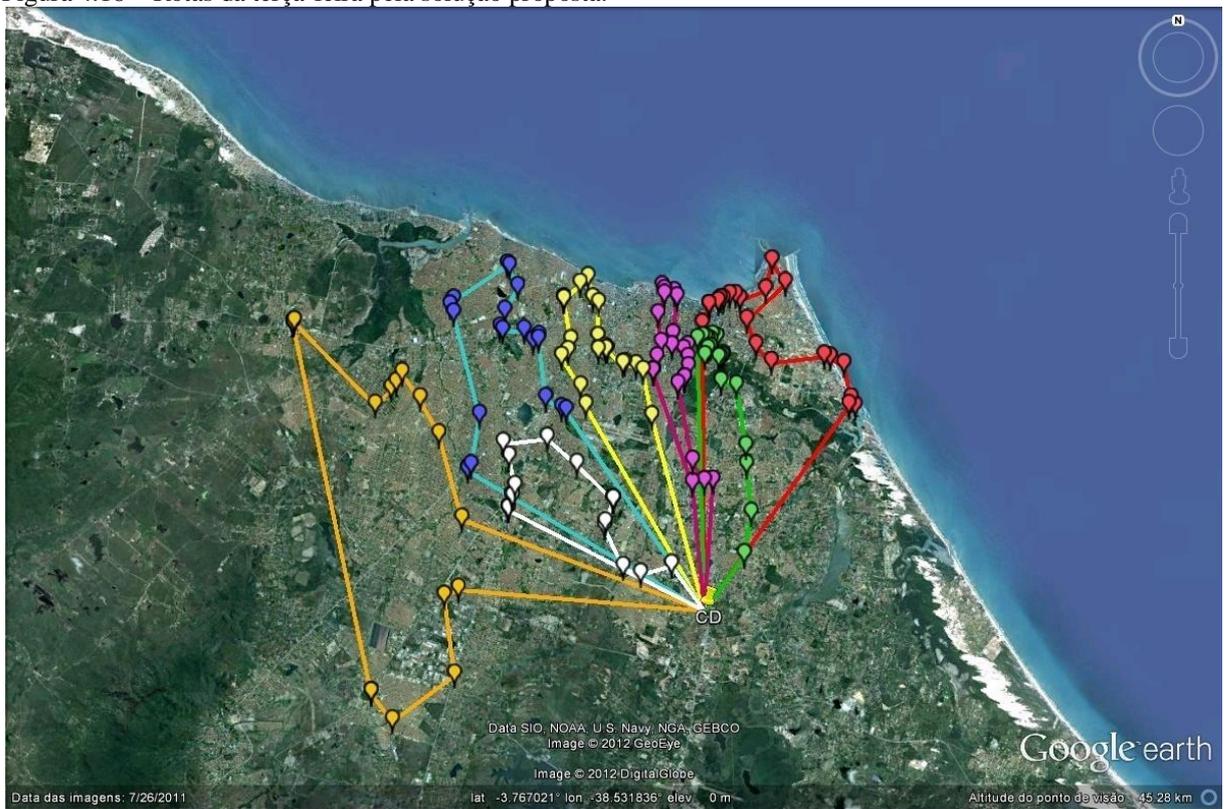
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.17 – Rotas da terça-feira pela solução atual.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.18 – Rotas da terça-feira pela solução proposta.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.19 – Rotas da quarta-feira pela solução atual.



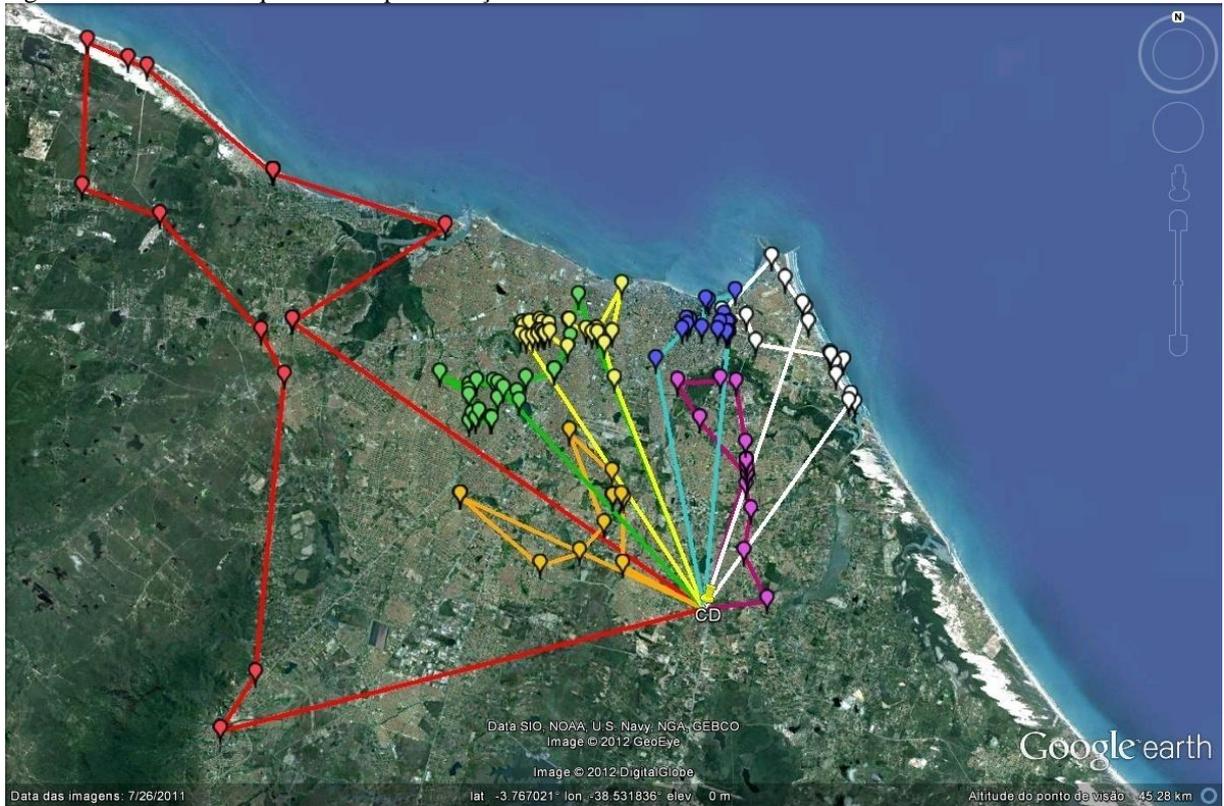
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.20 – Rotas da quarta-feira pela solução proposta.



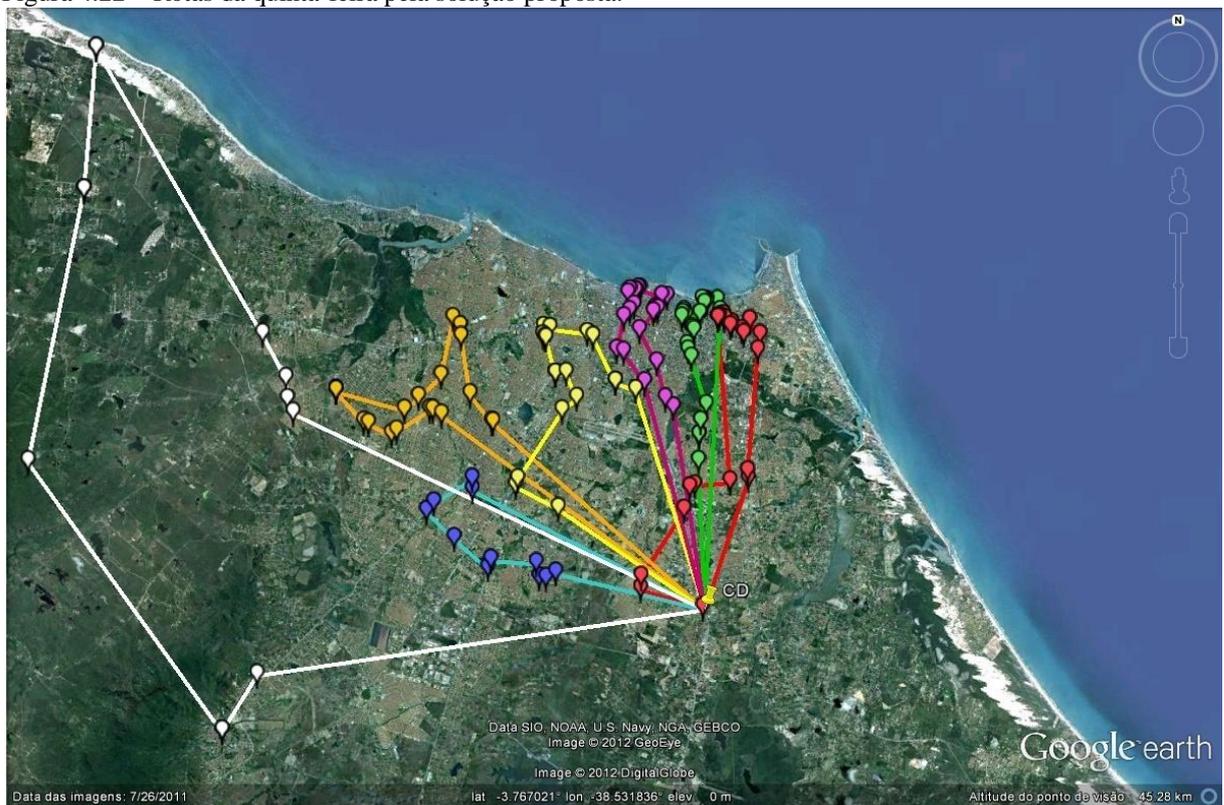
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.21 – Rotas da quinta-feira pela solução atual.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.22 – Rotas da quinta-feira pela solução proposta.



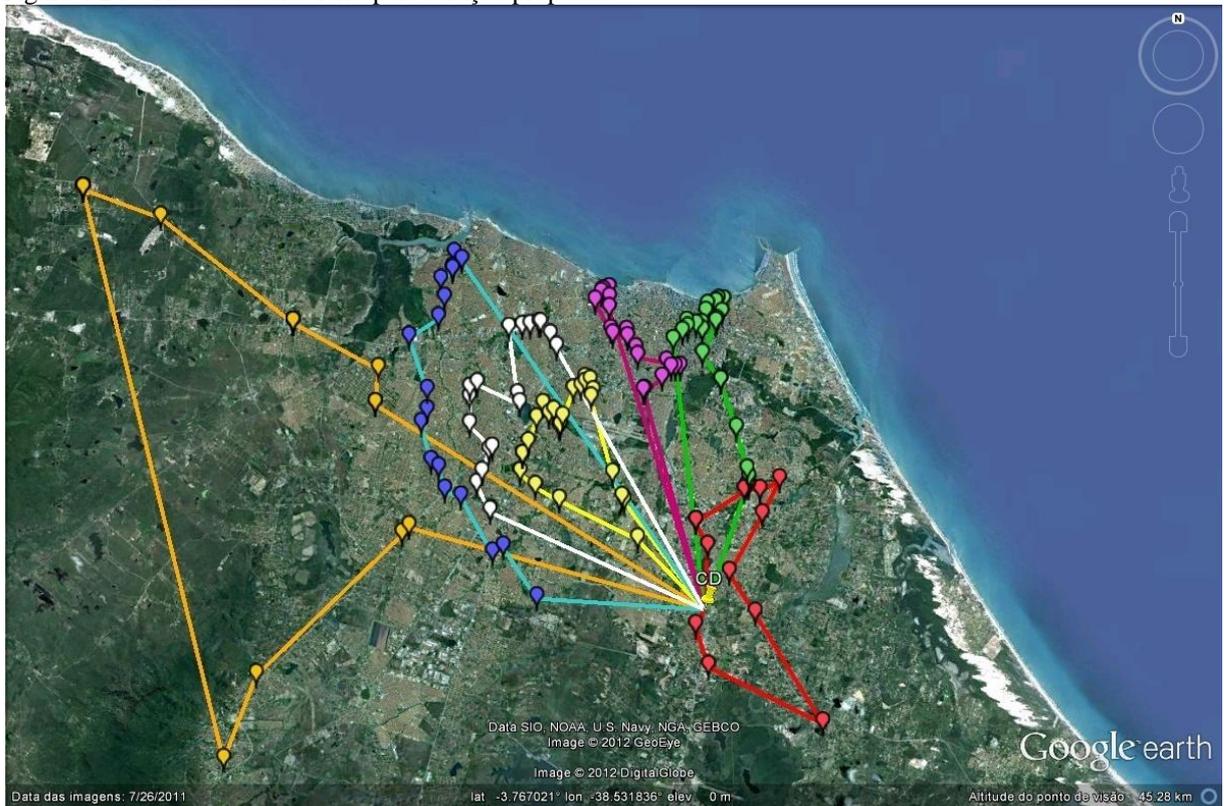
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.23 – Rotas da sexta-feira pela solução atual.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.24 – Rotas da sexta-feira pela solução proposta.



Fonte: Elaborada pelo autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, são apresentadas as conclusões da dissertação, onde são avaliadas as realizações e os resultados.

5.1 Conclusões

Depois de uma ampla revisão bibliográfica e experimentações diversas com programação e modelagem de problemas de roteirização distintos, foi possível vencer os hiatos lógico e ferramental para criar um algoritmo funcional, baseado no paradigma dos AGs e com um operador de mutação original. E, apesar do desempenho razoável quando comparado com as melhores soluções acadêmicas, o modelo proposto foi capaz de obter ganhos quantitativos significativos com a redução de tempos de deslocamento em uma situação real, garantindo a melhoria do nível de serviço ao propor sistemáticas de visita executáveis e ao liberar tempo perdido em deslocamentos improdutos. E, mesmo não sendo capaz de lidar diretamente com a questão do balanceamento de trabalho entre as rotas, mostrou-se, por vias indiretas, uma poderosa ferramenta de apoio à tomada de decisão em relação ao *trade-off* entre distribuição de carga de trabalho e custos financeiros.

As similaridades do problema prático com o PRPV permitiram o desenvolvimento do algoritmo proposto pela revisão bibliográfica sobre o problema e a assimilação de teorias e técnicas já propostas pelo meio acadêmico para a sua resolução. Apesar das limitações referentes à experiência prática de codificação de algoritmos, a implementação da solução própria, já tendo em vista o caso prático, foi bem sucedida. A técnica proposta obteve resultados satisfatórios quando comparados ao Estado da Arte, mas com um custo computacional em média menor do que o apresentado pelos demais, o que foi considerado uma oportunidade de melhoria.

De qualquer forma, o AG implementado foi considerado robusto, pois, mesmo com variações extremas de alguns parâmetros, sempre cumpriu a tarefa de *evoluir* sua população base, com mais ou menos eficiência e eficácia dependendo da calibração realizada. O operador de cruzamento proposto, por exemplo, mostrou-se agressivo na busca por boas soluções, mas levando à convergência rápida da população. Já o operador de mutação que trabalha a troca de combinações de visitas apresentou consistência de longo prazo. Essas são algumas nuances do AG, entre outras, cuja combinação em maior ou menor grau define seu

sucesso ou fracasso. A calibração correta mostrou-se tão necessária quanto difícil. Durante a revisão bibliográfica, foram encontrados vários casos de uso de técnicas sofisticadas de calibração, como as *meta-evolucionárias* utilizadas em Vidal *et al.* (2012), o atual Estado da Arte.

Os resultados da técnica aplicada ao caso prático foram ainda melhores. As adaptações realizadas para considerar a jornada de trabalho como restrição e computar os tempos de deslocamento, considerando-os esse cálculo junto com os tempos de atendimento, também foram bem sucedidas. A única questão não resolvida diretamente foi a do balanceamento entre as rotas, a qual foi tratada com a redução do valor de restrição da jornada de trabalho, na tentativa de forçar a acomodação pela diminuição da folga de tempo disponível. Mesmo não atingindo o nível de balanceamento da sistemática vigente na empresa, as soluções propostas apresentaram ganhos de custos consideráveis, o que levou à reflexão sobre esse *trade-off*.

Ainda assim, a leitura desses resultados deve ser realizada de maneira crítica, no sentido de não tomá-los como verdade absoluta ou exatos, uma vez que foram usados alguns valores estimados no processo, como o tempo de atendimento e a velocidade média. Sabe-se que esses valores no mundo real não são determinísticos como a técnica pressupõe. Por isso, é reconhecida a falta de análises de sensibilidade do efeito da variação desses valores sobre os resultados. Devendo ser considerado também que não foram utilizadas as distâncias reais entre os pontos.

Não obstante, a técnica proposta garantiu o atendimento dos níveis de serviço, entendidos como a frequência e regularidade das visitas de atendimento, sem descuidar dos custos da operação, pelo contrário. Apesar de não ter sido necessário no caso prático, ela permitiria ainda o planejamento ao considerar frequências de visitas múltiplas no horizonte de planejamento. Essa opção, dada aos clientes e à equipe de vendas, possivelmente, passaria a sensação de nível de serviço superior, e de que talvez não fosse ofertada ainda pela limitação técnica da empresa. Esse seria mais um benefício proporcionado pela técnica desenvolvida.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Com a conclusão do trabalho, foi fácil perceber os diferentes caminhos que poderiam ter sido tomados, inclusive os imaginados inicialmente que não puderam ser trilhados. Foram reconhecidas diversas oportunidades de melhoria a serem testadas para incorporação. Algumas já comentadas.

Em relação à técnica aplicada ao PRPV puro, poderiam ser consideradas a incorporação de outras técnicas de inserção de pontos nas rotas, como a GENI de Gendreau, Hertz e Laporte (1992), controles de diversidade de população mais sofisticados, permitindo diminuir o tamanho da população e ganhar custo computacional, e admitir a relaxação, combinando-a com penalizações adequadas. A técnica poderia ser evoluída também para resolver problemas semelhantes, como o PRVMD e o Problema do Caixeiro Viajante Periódico. Outros algoritmos voltados para a resolução do PRPV já o fazem. E desenvolver soluções para a questão da parametrização do AG. Sendo este um ponto interessante, uma vez que a aplicabilidade desse tipo de *inteligência* é vasta.

Para o que foi experimentado com o caso prático, imaginou-se a melhoria da função objetivo de forma que a mesma considerasse o balanceamento das rotas e o agrupamento espacial das rotas de atendimento de um determinado agente ao longo dos dias do horizonte de planejamento. Além disso, em casos de múltiplas visitas aos clientes, seria importante que as mesmas fossem realizadas pelo mesmo agente. Algo que a técnica proposta não garante. Para essas situações, vislumbrou-se o uso de análises multicritérios, como Ombuki, Ross e Hanshar (2006) fez uso de Pareto.

REFERÊNCIAS

- ALEGRE, J., LAGUNA, M. e PACHECO, J. Optimizing the periodic pick-up of raw materials for a manufacturer of auto parts. **European Journal of Operational Research**, v. 179, n. 3, p. 736-746, 2007.
- BAKER, B. M. A genetic algorithm for the vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 30, n. 5, p. 787-800, 2003.
- BALDACCI, R. *et al.* An exact algorithm for the period routing problem. **Operations Research**, v. 59, n. 1, p. 228-241, 2011.
- BARD, J.F.; JARRAH, I.A.; ZAN, J. Validating vehicle routing zone construction using Monte Carlo simulation. **European Journal of Operational Research**, v. 206, p. 73-85, 2010.
- BELTRAMI, E. J.; BODIN, L. D. Networks and vehicle routing for municipal waste collection. **Networks**, v. 4, n. 1, p. 65-94, 1974.
- BLICKLE, T. Tournament Selection. Separata de: BACK, T.; FOGEL, D.; MICHALEWICZ, Z. (Ed.). **Handbook of Evolutionary Computation**. Oxford: Oxford University Press, 1997.
- BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison. **Computing Surveys**, v. 35, n. 3, p. 268-308, 2003.
- CHAO, I.M.; GOLDEN, B. L.; WASIL, E. A. An improved heuristic for the period vehicle routing problem. **Networks**, v. 26, n. 1, p. 25-44, 1995.
- CHRISTOFIDES, N.; BEASLEY, J.E. The Period Routing Problem. **Networks**, v. 14, p. 237-256, 1984.
- CHU, F., LABADI, N. e PRINS, C. A scatter search for the periodic capacitated arc routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 169, n. 2, p. 586-605, 2006.
- CLARKE, G.; WRIGHT, J. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. **Operations Research**, v. 12, n. 4, p. 568-581, 1964.
- CORDEAU, J. F.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. **Networks**, v. 30, n. 2, p. 105-119, 1997.
- CUNHA, C. B. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. **Revista Transportes**. v. 8, n. 2, p. 51-74, nov. 2000.
- DAVIS, L. D. Adapting operator probabilities in genetic algorithms. Separata de: SCHAFFER, J. D. (Ed.). **Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms**, 1989.

DELGADO, C.; LAGUNA, M.; PACHECO, J. Minimizing labor requirements in a periodic vehicle loading problem. **Computational Optimization and Applications**, v. 32, p. 299-320, 2005.

DIAZ, B; LAGUNA, M. Fine-tuning of algorithms using fractional experimental designs and local search. **Operations Research**, v. 54, n. 1, p. 99-114, 2002.

DRUMMOND, L. M. A.; OCHI, L. S.; VIANNA, D. S. An asynchronous parallel metaheuristic for the period vehicle routing problem. **Future Generation Computer Systems**. v. 17, n. 4, p. 379–386, 2001.

FIGUEIREDO, Kleber *et al.* Segmentação logística: um estudo na relação entre fornecedores e varejistas no Brasil. **Rev. adm. contemp.**, v. 11, n. 4, p. 11-31, dez. 2007.

FISHER, M. L; JAIKUMAR, R. A generalized assignment heuristic for vehicle routing problems. **Networks**, v. 11, n. 2, p. 109-124, 1981.

FRANCIS, P. M.; SMILOWITZ, K. R.; TZUR, M. Period Vehicle Routing Problem and its Extensions. **The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges**, p. 73-02. 2008. (Operations Research/Computer Science Interfaces Series, v. 43)

GAUDIOSO, M.; PALETTA, G. A heuristic for the period vehicle routing problem. **Transportation Science**, v. 26, n. 2, p. 86-92, 1992.

GEN, M. Genetic Algorithms and Their Applications. **Springer Handbook of Engineering Statistics**. Springer London. p. 749-773, 2006.

GENDREAU, M.; HERTZ, A.; LAPORTE, G. New insertion and postoptimization procedures for the traveling salesman problem. **Operation Research**, v. 40, n. 6, p. 1086-1094, 1992.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear**. Brasil: Campus, 2000.

GOLDBERG, D.E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning** Addison Wesley, Reading, MA, 1989.

GOLDEN, B. L. & WATTS, E. Computerized vehicle routing in the soft drink industry, **Operations Research**, v. 35, p. 6-17, 1987.

GOMES, F. R. A. **Algoritmo genético aplicado aos problemas de sequenciamento Flowshop sem e com restrição de espera**. 2008. 141 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2008.

GOMES, R. F. S. **Aplicação da metaheurística Tabu Search na otimização de rotas de manutenção preventiva em campo**. 2011. 108 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

GULCZYNSKI, A.; GOLDEN, B.; WASIL, E. The period vehicle routing problem: New heuristics and real-world variants. **Transportation Research**, v. 47, n. 5, p. 648-668, 2011.

HALLAL, R. **Desenvolvimento e aplicação de algoritmos adaptativos de busca tabu para a resolução de problemas de roteamento de veículos periódico (PRVP)**. 2004. 108 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2004.

HEMMELMAYR, V. C., DOERNER, K. F. e HARTL, R. F. A variable neighborhood search heuristic for periodic routing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 195, n. 3, p. 791-802, 2009.

HOLLAND, J.H. **Adaptation in natural artificial systems**. University of Michigan Press, Michigan, 1975.

KALCSICS, J.; NICKEL., S.; SCHRÖDER, M. Toward a unified territorial design approach - applications, algorithms and GIS integration. **Top**, v. 13, n. 1, p. 1-74, 2005.

KOZA, J. R. **Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection**. Cambridge: MIT Press, 1992.

MITCHELL, Melanie. **An introduction to genetic algorithms**. Cambridge: MIT Press, 1998.

MOTTA, R.; SANTOS, N.; SERRALVO, F. A. **Trade Marketing: teoria e prática para gerenciar os canais de distribuição**. São Paulo: Campus, 2008.

OMBUKI, B.; ROSS, B. J.; HANSHAR, F. Multi-objective genetic algorithms for vehicle routing problem with time windows. **Applied Intelligence**. v. 24, n. 1, p. 17-30, 2006.

PAULA, F. S. M. *et al.* Avaliação do Nível de Serviço e do Momento de Tráfego nas Vias Arteriais de Fortaleza. 15º CONGRESSO BRASILEIRO DE TRÂNSITO E TRANSPORTES. **Anais...** ANTP, Goiânia, GO, Comunicações Técnicas, 2005.

PRINS, C. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. **Computers and Operations Research**, v. 31, n. 12, p. 1985-2002, 2004.

REEVES, C. **Modern heuristic techniques for combinatorial problems**. Berkshire: McGraw Hill Book Company, 1993.

RUSSEL, R. A. An improved heuristic for the An Effective Heuristic for the M-Tour Traveling Salesman Problem with Some Side Conditions. **Operations Research**, v. 25, n. 3, p. 517-524, 1977.

RUSSEL, R. A.; GRIBBIN, D. A multiphase approach to the period routing problem. **Networks**, v. 21, n. 7, p. 747-765, 1991.

RUSSELL, R. A.; IGO, W. An assignment routing problem. **Networks**, v. 9, n. 1, p. 1-17, 1979.

TAILLARD, E *et al.* A Tabu search heuristic for the vehicle routing problem with time windows. **Transportation Science**, v. 31, p. 170-186, 1997.

TAN, C. C. R.; BEASLEY, J. E. A heuristic algorithm for the period vehicle routing problem. **Omega**, v. 12, n. 5, p. 497-504, 1984.

VIANA, G. V. R. **Metaheurísticas e Programação Paralela em Otimização Combinatória**. UFC edições. 1998.

VIDAL, T. *et al.* A hybrid genetic algorithm for multi-depot and periodic vehicle routing problems. **Operations Research**, v. 60, n. 3, p. 611-624, 2012.

WHITLEY, D. **A Genetic Algorithm Tutorial**. Fort Collins: Colorado State University, 1993.

XAVIER, M. A. M. **Os elos entre os dois circuitos da economia urbana brasileira no atual período: os atacadistas distribuidores e seu papel intermediador**. 2009. Tese (Doutorado em Ciências, Análise Ambiental e Dinâmica Territorial) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

WU, L. **O problema da roteirização periódica de veículos**. 2007. 109 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

ANEXO – Soluções encontradas pelo F-AG para as instâncias da literatura

Para cada instância, são apresentadas as rotas geradas em cada linha, contendo: o dia, o veículo, a distância percorrida, a demanda atendida e a sequência de atendimento a partir da origem (0) separados por espaços simples.

p01

1 1 131,04 160 0 1 8 22 36 35 20 29 16 9 49 5
 1 2 123,22 157 0 12 13 25 14 24 43 23 7
 1 3 0 160 0 51
 2 1 107,94 156 0 27 32 11 2 3 28 31 26 48 6
 2 2 122,77 154 0 37 15 45 33 39 10 30 34 21 50 38 46
 2 3 105,93 150 0 47 18 4 41 40 19 42 44 17

p02

1 1 97,37 157 0 18 25 13 41 19 42 44
 1 2 72,76 125 0 11 16 50 34 9 38 12
 1 3 105,73 157 0 8 31 28 3 36 35 20 2 32
 2 1 128,58 151 0 27 23 43 7 48 1 22 20 2
 2 2 84,27 157 0 47 18 41 25 14 6
 2 3 103,49 140 0 34 30 39 33 45 15 37 12
 3 1 105,66 158 0 32 2 20 35 3 28 31 26 8
 3 2 80,94 154 0 12 5 49 9 34 16 38 11
 3 3 113,21 158 0 18 25 13 41 40 42 44 17
 4 1 68,80 136 0 18 41 4 47 12 46
 4 2 105,97 152 0 27 6 48 23 7 43 24 14 25
 4 3 131,96 153 0 10 33 39 30 34 21 20 2
 5 1 97,87 158 0 12 5 49 34 29 20 2
 5 2 76,53 96 0 25 41 18

p03

1 1 110,04 159 0 8 48 6 14 25 13 17 12
2 1 123,89 147 0 5 37 15 39 30 9 16 29 2 32
3 1 132,66 157 0 46 38 49 10 33 45 44 42 19 40 41 4
4 1 129,70 155 0 31 28 3 36 35 20 21 34 50 11
5 1 122,93 159 0 47 18 24 43 23 7 26 22 1 27

p04

1 1 103,39 135 0 45 29 20 36 47 21 17
1 2 106,16 136 0 63 23 56 41 1 22 2 30
1 3 99,22 139 0 58 72 39 32 50 24 49 16
1 4 76,61 135 0 7 53 11 66 38
1 5 62,47 138 0 26 67 34 46 52 19 35
2 1 55,39 140 0 75 4 68 6 51 40 12
2 2 112,49 138 0 27 15 57 13 54 59 14 8
2 3 142,16 140 0 44 18 55 25 9 31 10 65
2 4 118,90 129 0 74 62 64 42 43 73 33 3
2 5 111,31 134 0 48 5 37 70 60 71 69 61 28

p05

1 1 103,02 132 0 30 21 28 64 73 6
1 2 46,26 135 0 26 67 52 27 45 4
1 3 81,57 127 0 14 66 11 53
1 4 54,65 126 0 17 40 32 9 12
2 1 109,70 131 0 62 64 42 43 56 63 16
2 2 78,55 137 0 48 47 21 61 28 2
2 3 43,27 137 0 67 7 8 46 34 4
2 4 90,13 129 0 11 66 59 14
2 5 108,31 138 0 44 32 25 55 31 10 58
2 6 88,33 135 0 40 9 50 18 24 3

3 1 37,35 118 0 17 26 67 4 75
3 2 60,10 123 0 12 72 39 9 32 40
3 3 91,87 133 0 28 22 64 1 33 6
3 4 108,23 140 0 30 5 20 70 60 71 36 69 21
3 5 86,43 131 0 14 19 54 13 52 27 45
3 6 76,54 120 0 38 66 11 53
4 1 109,98 137 0 2 62 64 41 43 56 23
4 2 69,93 136 0 4 48 47 21 28 74
4 3 33,06 92 0 34 46 8 67
4 4 90,26 139 0 11 66 59 14 35
4 5 81,16 134 0 40 9 31 10 58
4 6 84,47 130 0 51 16 49 24 50 32 44
5 1 104,72 140 0 68 21 28 64 1 33
5 2 15,46 50 0 67 75
5 3 94,51 138 0 54 57 15 20 37 5 29 4
5 4 84,92 138 0 38 65 66 11 14
5 5 56,38 106 0 40 32 9 39

p06

1 1 95,65 132 0 7 14 59 19 54 13 52
2 1 130,06 140 0 47 36 69 61 22 1 3 44 32
3 1 101,21 140 0 57 15 20 70 60 71 37 5 29 45
4 1 123,27 131 0 23 56 41 42 64 62 46
5 1 111,67 140 0 17 24 18 55 25 9 67
6 1 73,54 136 0 68 2 74 21 28 73 33
7 1 110,70 126 0 50 49 43 63 16 51 6 75
8 1 121,91 140 0 26 12 72 10 66 48 30
9 1 83,70 139 0 40 58 53 8 27 4
10 1 105,51 140 0 39 31 38 65 11 35 34

p07

1 1 101,12 199 0 26 12 80 68 24 29 34 78 79 3 77 76 50 28
 1 2 104,42 139 0 52 88 7 82 48 19 63 90 32 70 69
 1 3 105,27 199 0 6 96 99 93 85 44 14 38 86 17 84 89
 1 4 101,31 166 0 58 2 73 72 74 22 41 57 15 43 42 87 13
 2 1 124,04 187 0 33 81 51 9 35 71 65 66 20 30 1 27
 2 2 115,01 188 0 53 40 21 75 56 23 67 39 25 55 4 54
 2 3 73,39 186 0 60 5 61 16 91 100 37 98 59 92 97 95 94
 2 4 138,22 194 0 31 10 62 11 64 49 36 47 46 8 45 83 18

p08

1 1 40,91 108 0 94 95 97 87 13
 1 2 82,33 198 0 60 83 5 61 86 16 85 93 59
 1 3 119,39 193 0 31 32 90 63 64 49 47 48 82 18
 1 4 120,60 192 0 40 74 23 39 25 55 54 68 77 81 50
 2 1 114,02 200 0 59 92 98 85 86 38 14 43 15 57 87
 2 2 120,23 197 0 19 49 47 48 8 45 17 84 5 94
 2 3 86,54 197 0 28 12 68 3 79 81 33 30 70 31
 2 4 96,21 171 0 26 4 39 67 23 75 22 53
 3 1 65,96 200 0 94 96 5 99 59 95 97 87 13 58
 3 2 81,27 180 0 89 61 16 86 44 100 85 93
 3 3 105,23 188 0 18 83 82 48 47 49 11 62 88 27
 3 4 132,63 198 0 50 81 78 34 9 71 65 66 32 10 31
 3 5 96,80 183 0 21 72 23 39 54 80 68 77 76
 4 1 94,94 198 0 94 59 85 86 38 14 42 87
 4 2 125,65 188 0 31 19 49 36 47 48 46 45 5 6
 4 3 90,96 200 0 28 12 68 3 79 33 81 51 20 30 1 69
 4 4 96,46 180 0 26 4 39 67 23 75 22 73 53
 5 1 100,85 185 0 94 87 2 41 23 39 56 72 21 58
 5 2 84,84 200 0 89 5 86 44 91 85 100 37 59 96

5 3 101,48 197 0 27 31 10 62 11 49 47 48 7 52

5 4 141,53 185 0 68 24 29 34 35 71 65 66 9 81 76

p09

1 1 142,96 195 0 50 33 81 9 51 30 90 63 64 49 36 47 7 52

2 1 114,74 185 0 18 83 45 46 8 82 48 19 11 62 88 31

3 1 76,23 165 0 26 12 68 80 54 4 72 21 53

4 1 89,00 200 0 89 60 5 84 17 86 91 85 100 37 92 95 13

5 1 139,90 193 0 79 78 34 35 71 65 66 20 32 10 70 1 69 27

6 1 121,02 200 0 94 99 93 61 16 44 38 14 43 15 41 22 73 40

7 1 125,98 193 0 28 76 77 3 29 24 55 25 39 67 23 56 75 74

8 1 71,59 127 0 6 96 59 98 97 87 42 57 2 58

p10

1 1 115,43 187 0 31 63 64 49 36 47 48 82 18 89

1 2 121,79 170 0 58 87 42 15 43 14 38 86 17 84 5

1 3 37,61 75 0 94 59 99 96

2 1 87,79 188 0 12 68 77 3 79 81 9 51 30 1

2 2 109,13 190 0 53 2 57 41 22 75 23 67 39 4 26

2 3 64,59 183 0 13 87 97 59 85 5 94

2 4 127,39 197 0 27 52 62 11 19 49 47 48 46 45 83 60

3 1 112,81 154 0 58 21 72 54 24 29 34 78 33 50 76 28

3 2 100,75 195 0 6 96 93 61 16 86 38 14 44 91 100 95

3 3 143,39 182 0 31 70 71 65 66 32 90 10 7 82 18 89

4 1 89,84 199 0 12 68 77 3 79 81 9 20 30 69 27

4 2 97,02 197 0 53 40 73 74 22 75 23 67 39 4 26

4 3 65,98 193 0 13 87 97 59 98 85 5 94

4 4 116,35 186 0 88 62 11 19 49 47 48 8 45 83

5 1 78,60 195 0 93 85 61 16 86 44 100 37 92 95

5 2 128,84 198 0 50 33 81 34 35 71 65 66 32 10 31

5 3 100,55 199 0 21 72 56 23 39 25 55 54 80 68 76 28

p11

1 1 60,44 229 0 36 7 5 1 28 9 79 115 8 56 113 3 29

1 2 26,27 227 0 25 15 33 19 90 4

1 3 28,68 158 0 16 38 51 49 27 50 48 96 35 37

1 4 57,26 231 0 89 39 68 67 32 64 21 66 108 109 12 83 44 2 17 86 34

2 1 43,34 113 0 102 71 17 2 85 100 70 16

2 2 73,93 235 0 15 121 132 31 59 116 61 11 20 117 10 13 22 12 40 81 98 97 14

2 3 55,90 233 0 53 52 5 127 131 76 54 55 136 6 26 91

3 1 62,07 229 0 7 128 28 8 114 30 9 60 110 18 133 29

3 2 25,68 234 0 37 123 69 112 19 77 137

3 3 53,82 220 0 101 14 41 24 119 125 23 62 11 63 118 72 43 2 45 120 46

4 1 116,84 235 0 38 27 5 129 7 138 134 31 57 58 10 13 22 12 2 17 34

4 2 28,56 233 0 88 39 94 95 25 15 122 33 47 6 111 74 35 93 16

5 1 14,16 111 0 104 84 24 42 14 103 87

5 2 25,67 224 0 26 92 139 6 124 73 105

5 3 71,74 229 0 135 18 8 30 9 78 130 5 126 36 75

5 4 80,77 233 0 2 99 82 13 106 10 65 21 80 32 107 20 11 23

p12

1 1 117,29 108 0 73 74 72 77 78 79 80 45 46 48 51 53 54 55 66 62 87

1 2 143,63 139 0 134 133 128 127 118 119 124 121 122 145 144 143 141 140 5 25 26 23 27 33 34 41

1 3 78,47 139 0 114 137 152 160 161 162 163

2 1 91,78 116 0 104 99 97 92 93 85 84 69 68 70 52 48 76 72 81 103

2 2 115,77 131 0 146 3 4 5 6 10 37 38 109 105

2 3 74,79 111 0 132 129 155 157 158 153 150 151 126 117 113 116 114 138

3 1 82,65 134 0 137 9 112 36 111 108 106 90 91 94

3 2 147,47 123 0 63 86 61 60 57 56 47 43 44 31 30 28 18 22 24 25 21 20 19 17 29 14 35

4 1 71,44 125 0 131 130 123 120 115 114 139 138 142 148 149 150 153 159 132 136 135

4 2 117,04 140 0 40 107 39 10 8 5 7 3 2 1 147

4 3 91,82 131 0 103 101 102 72 75 48 49 50 71 67 65 64 82 83 97 96 110 95

5 1 100,71 120 0 15 10 11 12 13 16 32 43 42 58 59 88 89 98 100

5 2 76,00 140 0 132 156 154 125 137

p14

1 1 120,57 15 0 6 15 10 4 2

1 2 120,57 15 0 5 14 9 3 1

2 1 123,48 16 0 7 18 11 4 16 2

2 2 118,13 15 0 1 13 3 12 8

3 1 118,13 15 0 6 10 4 17 2

3 2 115,22 14 0 1 3 9 5

4 1 115,22 14 0 7 11 4 2

4 2 123,48 16 0 8 19 12 3 20 1

p15

1 1 220,74 24 0 7 11 15 19 31 5 3 1

1 2 250,61 27 0 9 28 13 17 36 21 35 6 4 26 2

2 1 220,40 24 0 10 29 14 18 22 5 3 1

2 2 242,34 25 0 8 12 16 33 20 34 6 4 2

3 1 244,91 26 0 1 30 3 5 19 32 15 11 24 7

3 2 219,85 24 0 2 9 13 17 21 6 4 27

4 1 220,40 24 0 8 25 12 16 20 6 4 2

4 2 245,26 26 0 10 14 18 37 22 38 5 3 23 1

p16

1 1 321,33 32 0 12 3 5 7 29 25 21 17 13 1

1 2 338,11 35 0 2 4 45 6 8 52 30 26 22 18 14 35 10

2 1 361,03 36 0 1 9 33 3 41 5 7 56 32 28 24 47 20 16

2 2 341,02 36 0 11 38 15 19 23 27 31 53 8 6 44 4 36 2

3 1 405,28 38 0 34 13 17 42 21 25 50 29 49 7 5 48 3 40 12 1

3 2 377,79 34 0 2 4 6 8 30 51 26 22 43 18 14 10

4 1 366,24 34 0 1 9 3 5 7 32 55 28 24 20 16 39

4 2 380,70 35 0 11 15 19 46 23 27 54 31 8 6 4 37 2

p17

1 1 114,36 20 0 1 9 26 17 5 24 40 16

1 2 114,36 20 0 15 38 23 8 22 35 14 4

1 3 114,36 20 0 3 12 31 20 7 21 33 13

1 4 114,36 20 0 10 28 18 6 19 29 11 2

2 1 170,71 20 0 1 5 6 2

2 2 170,71 20 0 3 7 8 4

3 1 114,36 20 0 1 9 25 17 5 24 39 16

3 2 114,36 20 0 14 36 22 8 23 37 15 4

3 3 114,36 20 0 13 34 21 7 20 32 12 3

3 4 114,36 20 0 2 10 27 18 6 19 30 11

4 1 170,71 20 0 2 6 7 3

4 2 170,71 20 0 4 8 5 1

p18

1 1 222,95 30 0 3 17 53 25 33 11 40 68 32 7 24 51

1 2 206,87 26 0 2 6 65 10 38 63 30 22 48 14

1 3 202,89 25 0 13 46 21 29 62 37 9 5 1

1 4 222,75 30 0 4 19 18 26 8 73 12 43 74 35 27 58

2 1 215,30 30 0 1 5 61 9 44 75 36 28 20 4

2 2 214,56 30 0 3 2 15 49 23 31 39 10 64 6

2 3 329,01 30 0 8 12 42 71 34 70 41 11 7 16

3 1 211,13 30 0 18 56 55 26 8 12 43 35 27 57 19 4

3 2 221,80 30 0 17 54 25 7 33 69 11 40 67 32 24 3

3 3 195,78 24 0 14 47 22 30 38 10 6 2

3 4 200,42 25 0 1 13 45 21 29 37 9 76 5
 4 1 204,83 30 0 1 20 60 5 9 44 36 28 59 4
 4 2 322,83 30 0 16 52 7 11 41 42 12 72 34 8
 4 3 212,80 30 0 2 6 10 39 66 31 23 50 15 3

p19

1 1 300,61 34 0 4 8 12 16 62 107 54 46 38 30 75 22
 1 2 313,84 36 0 17 66 25 33 41 49 98 57 13 112 9 81 5 1
 1 3 309,14 35 0 21 29 37 45 53 106 61 15 104 11 7 73 3
 1 4 323,34 35 0 2 19 69 27 6 34 42 50 99 58 14 101 10
 2 1 313,12 36 0 20 28 36 44 52 103 60 15 105 11 89 7 72 3
 2 2 313,75 35 0 2 18 68 26 6 10 14 59 102 51 43 85 35
 2 3 292,69 34 0 24 79 32 40 95 48 56 64 13 9 5 1
 2 4 341,95 36 0 4 23 77 31 39 8 92 12 108 16 63 110 55 47
 3 1 296,67 35 0 21 74 29 37 90 45 53 61 15 11 88 7 3
 3 2 315,42 35 0 2 19 70 27 6 34 83 42 50 58 14 100 10
 3 3 305,20 36 0 17 25 33 82 41 49 57 13 97 9 96 5 65 1
 3 4 301,22 35 0 22 30 38 91 46 54 62 16 109 12 8 76 4
 4 1 293,35 34 0 3 20 71 28 36 87 44 52 60 15 11 7
 4 2 299,89 34 0 24 32 40 48 56 111 64 13 9 5 80 1
 4 3 322,98 35 0 4 23 78 31 8 39 94 93 12 16 63 55 47
 4 4 302,45 35 0 2 35 86 43 51 59 14 10 84 6 26 67 18

p20

1 1 550,54 57 0 32 119 40 48 135 56 64 72 80 88 183 104 96 184 21 17 13 137 9 49 5 1
 1 2 528,85 55 0 2 26 108 34 6 124 42 123 50 58 66 74 82 90 98 22 18 157 14 141 10
 1 3 540,87 55 0 29 37 130 53 61 146 69 77 85 93 178 101 23 19 15 144 11 44 7 113 3
 1 4 577,96 56 0 4 31 118 39 8 46 132 54 12 63 150 71 79 166 87 95 103 24 20 164 16 148
 2 1 510,10 53 0 25 106 33 41 121 57 65 73 154 81 89 97 169 21 17 13 152 9 5 1
 2 2 596,49 56 0 2 27 110 35 6 43 126 51 10 59 67 75 158 83 91 174 99 22 18 156 14 140

2 3 535,54 55 0 30 115 38 8 62 70 78 163 86 94 102 180 24 20 16 149 12 55 133 47 4
 2 4 573,30 53 0 3 28 111 36 7 45 11 52 60 68 15 19 23 176 100 92 84 159 76
 3 1 554,41 56 0 2 26 107 34 6 125 10 14 18 22 172 98 171 90 82 155 74 66 139 58 50 42
 3 2 552,75 57 0 1 32 120 40 5 48 56 64 151 72 80 167 88 96 104 21 17 153 13 9 49 122
 3 3 551,83 55 0 31 117 39 8 63 71 79 87 95 182 103 181 24 20 165 16 12 54 131 46 4
 3 4 530,93 55 0 3 29 114 37 7 44 128 11 15 160 19 23 177 101 93 85 162 77 69 61 53
 4 1 544,99 54 0 30 116 38 8 62 147 70 78 86 94 179 102 24 20 16 12 55 134 47 4
 4 2 579,30 53 0 1 25 105 33 41 5 136 9 57 138 65 73 81 89 170 97 21 17 168 13
 4 3 486,08 53 0 27 35 43 51 59 142 67 75 83 91 99 173 22 18 14 10 6 109 2
 4 4 562,87 57 0 3 28 112 36 7 45 129 11 145 15 161 19 23 100 175 92 84 76 68 143 60 52 127

p21

1 1 40,00 15 0 3 4 5
 1 2 40,00 15 0 6 1 2
 1 3 155,64 20 0 22 55 34 12 36 7 60 24
 1 4 156,70 20 0 19 50 31 10 11 33 54 21
 1 5 155,64 20 0 15 42 27 8 28 9 45 17
 2 1 40,00 15 0 5 4 3
 2 2 156,70 20 0 13 38 25 7 8 26 39 14
 2 3 40,00 15 0 6 1 2
 2 4 156,70 20 0 20 51 32 11 12 35 57 23
 2 5 155,64 20 0 16 44 9 29 10 30 47 18
 3 1 156,70 20 0 24 59 36 7 12 34 56 22
 3 2 30,00 10 0 6 1
 3 3 50,00 20 0 2 3 4 5
 3 4 155,86 20 0 17 46 9 28 27 8 41 15
 3 5 160,32 20 0 21 52 33 11 31 10 49 19
 4 1 155,86 20 0 16 43 9 29 30 10 48 18
 4 2 153,74 20 0 13 37 7 25 26 8 40 14
 4 3 30,00 10 0 6 1

4 4 50,00 20 0 2 3 4 5

4 5 161,38 20 0 20 53 32 11 12 35 58 23

p22

1 1 70,00 30 0 3 4 5 6 1 2

1 2 213,89 30 0 20 69 32 8 44 93 56 14 95 45 33 72 71 70 21

1 3 280,77 30 0 12 110 18 65 112 113 66 13 7 31 67

1 4 281,05 30 0 79 37 10 103 16 105 17 11 38 82 26

1 5 199,85 24 0 22 73 34 9 46 98 15 59 100 76 23

2 1 205,12 26 0 24 36 48 102 60 16 61 49 10 78 25

2 2 282,91 30 0 8 14 57 97 58 15 99 47 9 35

2 3 204,93 29 0 1 19 30 90 42 7 54 114 13 55 43

2 4 50,00 20 0 5 4 3 2

2 5 200,71 30 0 28 40 52 109 64 18 53 12 41 29 6

2 6 209,74 25 0 27 84 39 11 50 106 62 17 63 108 51

3 1 275,38 28 0 12 18 65 66 13 91 7 31 68

3 2 183,57 16 0 26 81 38 17 107 11

3 3 285,01 30 0 74 34 9 46 15 59 101 16 10 37

3 4 226,36 29 0 21 20 32 8 44 56 14 96 45 33 22 23

3 5 70,00 30 0 3 4 5 6 1 2

4 1 213,49 27 0 25 24 77 36 10 48 60 16 61 104 49 80

4 2 281,82 30 0 8 94 14 57 58 15 47 9 35 75

4 3 208,33 29 0 1 19 30 89 42 7 54 13 55 92 43

4 4 57,32 20 0 4 3 2 6

4 5 200,21 28 0 27 83 39 51 63 17 62 50 11 5

4 6 215,53 29 0 29 28 85 40 52 64 18 111 53 12 41 88 87 86

p23

1 1 395,17 40 0 33 114 45 11 17 23 92 91 22 16 132 10

1 2 315,82 40 0 35 116 47 59 141 71 83 95 24 94 82 18 58 12 46 115 34

1 3 422,47 40 0 50 124 14 20 86 147 85 19 145 73 13 61 7 37
 1 4 113,81 12 0 26 100 101 102 39 8
 1 5 305,10 40 0 4 30 108 42 53 130 65 77 89 21 153 15 9 40 103 28
 1 6 60,00 25 0 3 2 1 6 5
 2 1 351,88 34 0 7 49 122 123 62 14 74 148 20 87 150 75 63 126 51
 2 2 433,02 40 0 12 70 18 165 24 166 167 96 19 168 84 13 72 143 60
 2 3 308,61 37 0 10 54 131 66 16 78 90 22 157 79 67 133 55 43 110 31
 2 4 327,76 39 0 27 38 8 64 76 151 88 21 15 128 52 9 41 106 29
 2 5 136,87 39 0 2 3 4 5 6 1 36 119 48 120 97 25
 2 6 316,48 38 0 112 11 57 137 69 81 162 93 23 80 17 68 135 56 44 111 32
 3 1 430,48 40 0 121 61 13 73 19 85 146 86 20 149 14 50 8 39
 3 2 317,51 35 0 46 58 18 82 163 94 24 95 83 71 142 59 12 47
 3 3 407,06 39 0 16 156 22 91 158 159 92 23 161 17 136 11 45 113 33
 3 4 311,36 32 0 28 105 104 40 9 53 129 65 15 152 21 89 154 77
 3 5 113,93 20 0 5 4 30 10 42 107
 3 6 148,66 34 0 1 6 34 35 7 37 98 26 2 3
 4 1 483,28 40 0 60 144 72 13 84 96 19 62 74 20 87 75 14 63 125
 4 2 351,30 31 0 118 117 139 70 164 24 18 140 12 48 7 49
 4 3 307,19 33 0 44 11 56 68 17 80 160 23 93 81 69 138 57
 4 4 315,44 36 0 31 109 43 10 54 66 16 78 155 90 22 79 67 134 55
 4 5 326,79 40 0 27 99 38 8 51 127 64 76 88 21 15 52 9 41 29
 4 6 113,13 36 0 2 3 4 32 5 6 1 36 25

p24

1 1 290,96 19 0 3 4 29 10 31 5
 1 2 247,73 20 0 6 49 15 1 2 13
 2 1 290,96 19 0 2 20 8 23 3 4
 2 2 290,96 19 0 5 6 36 12 39 1
 3 1 235,92 17 0 50 1 17 7 18 2
 3 2 235,92 17 0 5 32 11 35 6 48

3 3 246,65 20 0 3 24 9 26 4 44 14

4 1 247,73 20 0 13 2 1 51 15 6

4 2 290,96 19 0 5 30 10 28 4 3

5 1 233,23 15 0 2 21 8 22 3

5 2 233,23 15 0 6 37 12 38 1

5 3 173,49 12 0 4 45 47 5

6 1 242,03 19 0 1 16 7 19 2 40 41

6 2 246,65 20 0 14 46 5 33 11 34 6

6 3 242,03 19 0 43 42 3 25 9 27 4

p25

1 1 234,91 19 0 3 42 13 2 1

1 2 234,91 19 0 6 5 47 14 4

2 1 235,92 18 0 2 20 8 22 3 43

2 2 233,23 16 0 6 36 12 38 1

2 3 233,23 16 0 4 28 10 30 5

3 1 238,62 20 0 50 1 16 7 19 2 41

3 2 246,65 20 0 5 32 11 34 6 49 15

3 3 233,23 16 0 3 25 9 26 4

4 1 234,91 19 0 3 13 40 2 1

4 2 234,91 19 0 6 5 14 45 4

5 1 233,23 16 0 2 21 8 23 3

5 2 233,23 16 0 6 37 12 39 1

5 3 235,92 18 0 4 29 10 31 5 46

6 1 246,65 20 0 15 51 1 17 7 18 2

6 2 235,92 18 0 5 33 11 35 6 48

6 3 235,92 18 0 3 24 9 27 4 44

p26

1 1 240,81 19 0 1 38 12 36 6 49

1 2 233,23 17 0 3 22 8 21 2
 1 3 233,23 17 0 5 30 10 29 4
 2 1 234,91 20 0 4 45 14 5 6
 2 2 241,88 20 0 51 1 2 13 3
 3 1 240,81 19 0 42 3 24 9 26 4
 3 2 244,77 19 0 1 17 16 7 18 2
 3 3 246,04 20 0 5 32 11 34 6 15
 4 1 235,92 19 0 44 4 28 10 31 5
 4 2 235,92 19 0 41 2 20 8 23 3
 4 3 235,92 19 0 48 6 37 12 39 1
 5 1 234,91 20 0 1 2 40 13 3
 5 2 234,91 20 0 4 14 47 5 6
 6 1 245,50 20 0 15 50 1 7 19 2
 6 2 235,92 19 0 46 5 33 11 35 6
 6 3 235,92 19 0 43 3 25 9 27 4

p27

1 1 893,16 17 0 42 10 96 29 98 11
 1 2 193,22 12 0 5 45 44 4
 1 3 242,49 19 0 55 2 1 21 64 6
 1 4 1.443,37 20 0 3 9 8 7 12
 2 1 180,48 17 0 4 59 20 62 5 61
 2 2 1.195,34 20 0 9 75 24 77 10 16 43
 2 3 1.233,24 20 0 7 68 22 70 8 92 28
 2 4 1.233,24 20 0 11 84 26 86 12 100 30
 2 5 291,57 20 0 58 3 2 1 66 6
 3 1 233,23 15 0 3 39 15 41 4
 3 2 1.189,88 20 0 14 9 74 23 72 8 35
 3 3 246,65 20 0 1 32 13 33 2 56 19
 3 4 1.189,89 20 0 52 12 87 27 89 7 18

3 5 233,23 15 0 5 47 17 49 6
3 6 1.170,39 17 0 10 80 25 81 11 46
4 1 292,04 19 0 3 2 1 21 6
4 2 1.445,34 20 0 12 102 7 8 93 9
4 3 882,85 19 0 4 10 29 11 5
5 1 1.233,24 20 0 30 99 12 85 26 83 11
5 2 1.233,24 20 0 28 91 8 69 22 67 7
5 3 1.199,10 20 0 16 10 78 24 76 9 94
5 4 242,49 19 0 57 3 4 60 20 5
5 5 261,11 18 0 63 6 54 53 1 2
6 1 1.193,09 19 0 97 11 82 25 79 10 95
6 2 1.179,61 17 0 101 7 90 27 88 12
6 3 1.187,79 20 0 40 15 9 73 23 71 8
6 4 288,80 20 0 19 36 14 37 38 3 4
6 5 235,92 17 0 65 1 31 13 34 2
6 6 334,37 20 0 5 48 17 50 6 51 18

p28

1 1 244,77 18 0 1 31 13 33 34 2
1 2 200,68 14 0 5 49 50 6
1 3 1.449,09 19 0 7 27 87 12 11
1 4 1.235,61 19 0 29 10 9 28 8
1 5 244,77 18 0 3 39 15 41 42 4
2 1 1.179,61 18 0 9 75 24 78 10 95
2 2 1.166,13 16 0 7 67 22 69 8
2 3 1.187,79 20 0 47 17 11 84 26 86 12
2 4 231,23 19 0 1 66 64 6 5
2 5 230,94 15 0 4 3 2
3 1 1.190,18 20 0 14 94 9 73 23 72 8
3 2 177,17 14 0 2 19 58 3

3 3 918,11 20 0 53 18 12 100 30 102 7

3 4 177,78 16 0 6 63 21 65 1

3 5 1.187,79 20 0 45 16 10 80 25 82 11

3 6 176,57 12 0 4 20 5

4 1 1.223,87 18 0 12 88 27 90 89 7

4 2 910,56 20 0 40 15 10 96 29 98 11

4 3 173,49 14 0 5 62 60 4

4 4 204,76 16 0 1 54 51 52 6

4 5 912,65 20 0 37 9 93 28 91 8 13

4 6 204,76 16 0 2 35 36 38 3

5 1 1.179,61 18 0 12 85 26 83 11 97

5 2 1.166,14 16 0 8 70 22 68 7

5 3 1.174,39 20 0 44 43 10 77 24 76 9

5 4 289,82 19 0 6 17 48 5 4

5 5 231,23 19 0 3 57 55 2 1

6 1 177,78 16 0 5 61 20 59 4

6 2 1.189,89 20 0 16 10 79 25 81 11 46

6 3 1.190,18 20 0 14 92 8 71 23 74 9

6 4 177,17 14 0 2 56 19 3

6 5 912,66 20 0 32 7 101 30 99 12 18

6 6 176,57 12 0 6 21 1

p29

1 1 1.166,13 17 0 10 80 25 82 11

1 2 905,37 18 0 13 8 28 93 9

1 3 288,67 20 0 6 1 2 3

1 4 907,54 20 0 12 99 30 7 18 51

1 5 177,78 17 0 4 60 20 61 5

2 1 888,91 17 0 11 98 29 96 10

2 2 1.166,13 17 0 7 89 27 88 12

2 3 1.185,62 20 0 14 9 73 23 72 8
2 4 177,78 17 0 2 56 19 58 3
2 5 233,16 19 0 6 63 21 1 32 31
2 6 244,78 19 0 4 43 16 46 45 5
3 1 289,82 20 0 1 6 50 17 5
3 2 258,42 19 0 4 40 39 3 2
3 3 1.185,63 20 0 9 75 24 77 10 15
3 4 1.166,14 17 0 7 68 22 70 8
3 5 1.204,02 19 0 11 83 26 85 12 100
4 1 1.166,14 17 0 11 81 25 79 10
4 2 907,54 20 0 34 13 7 102 30 12
4 3 893,16 19 0 9 94 28 91 8 33
4 4 173,49 14 0 2 55 57 3
4 5 244,77 19 0 6 52 18 54 53 1
4 6 177,78 17 0 4 59 20 62 5
5 1 242,62 19 0 19 38 37 14 35 36 2
5 2 258,42 19 0 5 4 42 41 3
5 3 907,54 20 0 11 29 95 10 16 44
5 4 1.179,61 19 0 92 8 71 23 74 9
5 5 1.166,14 17 0 12 87 27 90 7
5 6 180,48 19 0 65 1 66 21 64 6
6 1 1.179,61 19 0 12 86 26 84 11 97
6 2 1.179,61 19 0 8 69 22 67 7 101
6 3 1.185,63 20 0 15 10 78 24 76 9
6 4 244,77 19 0 6 49 17 48 47 5
6 5 288,67 20 0 4 3 2 1

p30

1 1 3.632,38 18 0 32 18 139 42 140 13
1 2 888,91 15 0 10 111 35 112 11

1 3 3.643,21 20 0 92 30 16 130 40 133 17
1 4 331,23 19 0 3 4 75 77 5 22
1 5 886,96 19 0 20 9 108 106 8 2
1 6 2.849,26 20 0 15 144 43 142 14 29 86
1 7 1.069,66 20 0 66 24 36 12 103 102 7
1 8 288,03 20 0 48 19 47 1 80 27 6
2 1 3.630,48 19 0 14 121 37 118 13 153 152
2 2 3.579,25 19 0 146 16 128 39 126 15 145
2 3 2.007,35 20 0 7 105 33 45 18 12
2 4 1.087,89 17 0 34 8 87 89 88 9
2 5 247,16 18 0 6 79 81 1 49 2
2 6 1.979,82 20 0 10 94 149 17 11 5
2 7 193,22 12 0 3 55 56 4
3 1 235,52 19 0 3 73 25 70 2 1
3 2 230,03 14 0 21 57 4 74 26
3 3 3.498,40 19 0 14 122 38 124 15 9
3 4 1.261,76 19 0 117 7 83 82 28 84 8
3 5 4.364,43 19 0 17 135 41 137 18 13
3 6 2.007,35 20 0 10 16 44 31 96 11
3 7 616,15 19 0 78 6 12 23 62 5
4 1 1.394,62 20 0 10 110 35 113 11 99 32
4 2 3.680,95 20 0 17 132 40 131 16 30 93
4 3 3.498,40 19 0 7 13 141 42 138 18
4 4 685,11 20 0 6 67 24 114 12 115 36
4 5 639,74 18 0 107 8 19 46 1 27
4 6 2.782,55 20 0 9 15 43 14 143 29
4 7 286,92 19 0 3 72 71 2 50 20 52
4 8 235,92 17 0 76 5 61 22 58 4
5 1 924,35 13 0 91 90 9 109 34
5 2 3.498,40 19 0 10 16 129 39 127 15

5 3 1.990,91 20 0 6 12 101 17 148 11
5 4 193,22 12 0 4 59 60 5
5 5 250,95 16 0 1 2 51 53 3
5 6 3.498,40 19 0 13 119 37 120 14 8
5 7 2.016,42 18 0 7 104 33 45 151 18
6 1 3.566,92 19 0 97 17 134 41 136 18 150
6 2 1.944,19 18 0 10 16 147 44 31 95
6 3 1.011,26 20 0 1 68 69 12 100 98 11
6 4 257,59 20 0 26 5 63 23 65 64 6
6 5 293,18 20 0 2 25 3 54 21 4
6 6 1.962,57 19 0 8 85 28 13 7 116
6 7 3.498,40 19 0 9 15 125 38 123 14

p31

1 1 2.069,98 18 0 96 149 17 32 98 11
1 2 3.643,21 20 0 91 30 15 126 39 129 16
1 3 1.403,92 19 0 115 12 110 10 9
1 4 3.690,64 20 0 18 138 42 141 13 45 33
1 5 1.962,87 19 0 19 8 14 28 7
1 6 231,23 19 0 3 72 70 2 1
1 7 231,23 19 0 6 5 77 75 4
2 1 256,32 20 0 6 64 65 23 63 62 5
2 2 2.629,12 19 0 83 13 153 18 12
2 3 663,76 20 0 80 1 68 24 36 117 7
2 4 244,77 18 0 3 54 21 56 57 4
2 5 657,78 20 0 51 20 34 106 8 50 2
2 6 3.554,59 20 0 88 15 124 38 123 14 84
2 7 866,03 10 0 10 9
2 8 3.546,50 20 0 17 132 40 130 16 93 92
2 9 644,45 9 0 35 113 11

3 1 247,12 19 0 3 25 2 1 27
3 2 2.006,79 20 0 87 29 43 144 15 90 9
3 3 3.566,92 20 0 152 13 119 37 121 14 86
3 4 3.544,43 20 0 97 148 17 135 41 136 18
3 5 1.944,19 18 0 10 16 147 44 31 95
3 6 626,88 18 0 26 74 4 59 22 11
3 7 115,47 5 0 5
3 8 1.154,70 20 0 8 7 12 6
4 1 3.690,64 20 0 18 139 42 140 13 45 33
4 2 1.949,09 19 0 8 14 28 82 7
4 3 233,23 16 0 1 47 19 48 2
4 4 258,42 19 0 6 5 61 60 4
4 5 1.949,09 19 0 11 17 32 100 12
4 6 577,35 5 0 10
4 7 3.660,47 20 0 30 15 127 39 128 16 94
4 8 825,81 18 0 3 53 52 108 89 9
5 1 193,22 14 0 1 46 49 2
5 2 2.629,12 19 0 101 18 151 13 7
5 3 663,76 20 0 78 6 67 24 36 114 12
5 4 289,82 19 0 5 4 21 55 3
5 5 3.553,83 20 0 146 16 131 40 133 17 23
5 6 888,91 16 0 10 111 35 112 11
5 7 3.584,65 20 0 85 14 122 38 125 15 145
5 8 908,40 18 0 20 9 109 34 107 8
6 1 3.630,48 20 0 13 118 37 120 14 142 143
6 2 3.566,92 20 0 99 17 134 41 137 18 150
6 3 2.001,63 19 0 10 16 44 31 11
6 4 245,51 18 0 26 76 5 22 58 4
6 5 231,95 20 0 79 27 81 1 69 66 6
6 6 1.095,02 20 0 116 7 104 105 102 103 12

6 7 2.001,63 19 0 9 15 43 29 8

6 8 177,78 16 0 2 71 25 73 3

p32

1 1 3.671,61 19 0 14 122 123 38 124 15

1 2 2.694,81 19 0 103 18 151 45 153 13

1 3 1.949,09 20 0 11 17 32 100 12

1 4 177,78 17 0 5 76 26 75 4

1 5 244,78 19 0 1 68 24 67 66 6

1 6 233,23 17 0 2 51 20 52 3

1 7 1.523,03 20 0 9 87 8 28 7

1 8 1.934,59 17 0 10 16 30 90 91

2 1 979,55 16 0 7 82 85 8 107

2 2 901,16 17 0 59 22 11 12 114

2 3 244,77 19 0 6 64 65 23 62 5

2 4 234,91 20 0 2 25 72 3 4

2 5 216,61 10 0 19 46 1

2 6 3.632,38 20 0 13 119 37 120 14 29

2 7 3.538,83 19 0 17 134 41 137 18 150

2 8 1.340,80 15 0 10 94 95 31 44

2 9 3.481,25 20 0 9 15 126 39 16

3 1 3.538,83 19 0 17 132 40 131 16 146

3 2 1.033,18 19 0 36 117 7 105 102 12

3 3 2.657,64 20 0 14 143 43 15 9

3 4 3.632,38 20 0 33 18 139 42 140 13

3 5 918,93 20 0 5 61 10 35 11

3 6 235,92 19 0 73 3 55 21 57 4

3 7 667,16 19 0 2 49 48 8 106 34

3 8 177,18 15 0 6 27 81 1

4 1 177,78 17 0 4 74 26 77 5

4 2 1.942,80 19 0 30 16 93 10 110 58
4 3 2.154,41 19 0 11 99 32 17 148 149
4 4 266,44 17 0 79 1 69 24 6
4 5 2.676,66 20 0 104 13 45 18 12
4 6 1.179,61 19 0 8 84 28 83 7 116
4 7 3.481,25 20 0 9 15 125 38 14
4 8 239,66 17 0 70 2 20 53 3
5 1 3.526,50 19 0 97 17 135 41 136 18
5 2 1.944,19 20 0 10 16 147 44 31 96
5 3 1.223,87 19 0 8 86 29 88 89 9
5 4 606,56 15 0 1 7 19 47
5 5 234,91 20 0 4 3 25 71 2
5 6 1.040,60 19 0 12 101 98 11 22 60
5 7 232,08 15 0 6 23 63 5
5 8 3.538,83 19 0 14 121 37 118 13 152
5 9 3.660,23 18 0 128 129 39 127 15 145 144
6 1 177,78 17 0 6 78 27 80 1
6 2 3.544,23 19 0 92 16 130 40 133 17
6 3 919,46 19 0 11 113 112 35 111 10
6 4 3.632,38 20 0 33 13 141 42 138 18
6 5 919,51 20 0 5 12 115 36 7
6 6 233,23 17 0 3 54 21 56 4
6 7 685,83 19 0 9 108 109 34 50 2
6 8 2.657,64 20 0 8 14 142 43 15