



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIA E CONTABILIDADE
CURSO DE FINANÇAS

PAULO ICARO BARROS RODRIGUES DA COSTA

**MODELOS DE PREVISÃO DA INFLAÇÃO BRASILEIRA E COMBINAÇÕES
DE PREVISÕES: UMA ANÁLISE DE CURTO PRAZO**

FORTALEZA

2018

PAULO ICARO BARROS RODRIGUES DA COSTA

MODELOS DE PREVISÃO DA INFLAÇÃO BRASILEIRA E COMBINAÇÕES DE
PREVISÕES: UMA ANÁLISE DE CURTO PRAZO

Monografia apresentada ao Curso de Finanças da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Finanças.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

C875m Costa, Paulo Icaro Barros Rodrigues da.
Modelos de Previsão da Inflação Brasileira e Combinações de Previsões : Uma Análise de Curto Prazo /
Paulo Icaro Barros Rodrigues da Costa. – 2018.
55 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Economia,
Administração, Atuária e Contabilidade, Curso de Finanças, Fortaleza, 2018.
Orientação: Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar.

1. Inflação. 2. Previsão. 3. Combinação de Previsões. I. Título.

CDD 332

PAULO ICARO BARROS RODRIGUES DA COSTA

MODELOS DE PREVISÃO DA INFLAÇÃO BRASILEIRA E COMBINAÇÕES DE
PREVISÕES: UMA ANÁLISE DE CURTO PRAZO

Monografia apresentada ao Curso de Finanças da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Finanças.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar

Aprovada em: ____/____/____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Leandro de Almeida Rocco
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Vitor Borges Monteiro
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus.

Aos meus pais, Rizomar e Ana.

A Valeska Barros.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus e em segundo lugar à Universidade Federal do Ceará pela oportunidade que tive.

Aos meus pais, por todo o sacrifício empenhado para que eu fizesse uma graduação e pelo incentivo dado nos momentos mais difíceis dessa caminhada.

Ao Prof. Dr. Luiz Ivan de Melo Castelar, pela excelente orientação e pelos debates acerca do assunto.

Aos professores participantes da Banca Examinadora Leandro de Almeida Rocco e Vitor Borges Monteiro, pela disponibilidade de tempo e pelas colaborações e sugestões.

Ao professor Francisco Gildemir Ferreira da Silva, pelo apoio e incentivo nos momentos de dificuldade, e pelas valiosas sugestões dadas.

Aos secretários Susi Castro e Lúcio Rodrigues por toda a disponibilidade e ajuda com a documentação necessária para a formatura.

RESUMO

A inflação é uma variável chave para o ambiente econômico, sendo o seu controle um elemento crucial para o planejamento dos agentes e para criar condições favoráveis ao crescimento. É, portanto, de importância fundamental prever a sua trajetória a fim de utilizar mecanismos que possam mantê-la sob controle. Assim, o objetivo deste trabalho é realizar previsões para a inflação mensal brasileira no ano de 2017, mensurada pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo, IPCA. Para obtenção destas, foram utilizados três modelos estatísticos: ou seja, Autorregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA), Modelo Autorregressivo com Defasagens Distribuídas (ADL) adotando a modelagem da Curva de Phillips, e Modelo de Correção de Erros (VECM). Com o intuito de obter previsões ainda melhores, foi introduzida a técnica de combinação de previsões por meio das seguintes metodologias: média simples, média ponderada e regressão linear. Os critérios utilizados para a avaliação das previsões foram a raiz do erro quadrático médio (RMSE), e o erro percentual absoluto médio (MAPE), sendo o destaque da análise da qualidade das previsões dado a este último, pois ele indica, em termos percentuais, quanto cada previsão se distanciou do real valor da inflação no período. As previsões geradas foram ainda comparadas a dois *benchmarks*: o modelo *Naive*, que tem como única premissa a presença de inércia inflacionária, e as previsões de mercado, divulgadas pelo Boletim Focus. Dentre os resultados obtidos, pode-se destacar que, considerando o grupo das previsões geradas pelos modelos, a melhor série de previsão foi a do modelo de correção de erros, com um percentual de erro de 0.1274%. Já no grupo das previsões geradas por combinação, a metodologia de combinação por mínimos quadrados foi a que apresentou maior acurácia, com um percentual de erro na ordem de 0.1221%, sendo esta série, dentre todas, a que melhor se aproximou dos reais valores do IPCA nos meses de 2017. Em conclusão, combinar previsões, em geral, fornece previsões mais precisas que as dos modelos individuais.

Palavras-chave: Inflação. Previsão. Combinação de Previsões.

ABSTRACT

Inflation is a key variable to the economic environment, being its control a crucial element to the agents' decision making and to create favourable growth conditions. Therefore, it is of fundamental importance to foresee its trajectory in order to use mechanisms which can keep it under control. Thus the objective of this paper is to make forecasts of the Brazilian monthly inflation in 2017, measured by the Brazilian price index, called IPCA. To achieve them, three statistical models were used: that is, Autorregressive Integrated Moving Average (ARIMA), Autoregressive Distributed Lag (ADL) taking into account the Phillips Curve approach, and the Error Correction Model (VECM). Trying to obtain improved forecasts, the combination of forecasts methodology was implemented using the following methods: simple mean, weighted average and linear regression. The criteria used to rate the forecasts were the Root Mean Squared Error (RMSE), and the Mean Absolute Percent Error (MAPE), where the analysis emphasis is given to this last one, because it shows, in percentage terms, how distant is every forecast series from the real inflation values in the period. The forecasts made were still compared to two *benchmarks*: the *Naive* model, which has the supposition of inflation pass-through, and to the market forecasts, available in a report made by the Brazilian Central Bank called Focus. Among the results achieved, one can mention is, considering the group of forecasts made by the three models, the best forecast series was the one from the Error Correction Model, with an error percentage of 0.1274%. Now considering the group of combinations, the method of combining using linear regression was the one which had the best accuracy in its group, with an error percentage of 0.1221%, and it was also the series, among all, which has reached closer the real monthly inflation in 2017. Concluding, combine forecasts, in general, provides more accurate forecasts than the individual models.

Keywords: Inflation. Forecast. Forecasts Combining.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Variação Percentual da Inflação	37
Figura 2: Previsão ARIMA (1,1,0) x IPCA.....	42
Figura 3: Previsão ADL(3,4) x IPCA.....	43
Figura 4: Previsão VECM(2) x IPCA.....	44
Figura 5: Combinações x IPCA.....	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Identificação do modelo pelas funções de autocorrelação	21
Tabela 2: Variáveis trabalhadas nos modelos.....	37
Tabela 3: Verificação da Estacionariedade das Séries	40
Tabela 4: Critérios de Seleção	41
Tabela 5: Critérios de Seleção de Defasagens.....	43
Tabela 6: Teste de Cointegração de Johansen	44
Tabela 7: Combinações das Previsões.....	45
Tabela 8: Análise da Capacidade Preditiva em Termos Percentuais.....	48
Tabela 9: Resultados das Previsões	48

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADF	Teste de Dickey-Fuller Aumentado
ADL	Autorregressivo com Defasagens Distribuídas
AIC	Critério de Informação de Akaike
AR	Componente Autorregressivo
ARIMA	Autorregressivo Integrado de Médias Móveis
ARMA	Autorregressivo de Médias Móveis
BACEN	Banco Central do Brasil
BIC	Critério de Informação de Schwarz
EGARCH	Garch Exponencial
FAC	Função de Autocorrelação
FACP	Função de Autocorrelação Parcial
FOCUS	Boletim Focus
GARCH	Autorregressivo de Heterocedasticidade Condicional Generalizado
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
MA	Componente de Médias Móveis
MAE	Erro Absoluto Médio
MAPE	Erro Percentual Absoluto Médio
MQO	Mínimos Quadrados Ordinários
PIB	Produto Interno Bruto
RMSE	Raiz do Erro Quadrático Médio
UCI	Utilização da Capacidade Instalada
VAR	Vetor Autorregressivo
VECM	Vetor de Correção de Erros

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	LITERATURA	12
3	METODOLOGIA	19
3.1	Modelos	19
<i>3.1.1</i>	<i>Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA)</i>	<i>19</i>
<i>3.1.2</i>	<i>Modelo Autorregressivo com Defasagens Distribuídas (ADL)</i>	<i>24</i>
<i>3.1.3</i>	<i>Modelo de Correção de Erros (VECM)</i>	<i>26</i>
3.2	Combinações de Previsões	33
3.3	Modelo de Curva de Phillips	34
4	BASE DE DADOS	36
5	VERIFICAÇÃO DE ESTACIONARIEDADE	38
5.1	Testes Dickey-Fuller e Dickey-Fuller Aumentado	38
5.2	Estacionariedade das Séries	39
6	RESULTADOS	40
6.1	Modelo ARIMA	41
6.2	Modelo ADL-Curva de Phillips	42
6.3	Modelo VECM	43
6.4	Combinações das Previsões	45
6.5	Análise das Previsões	46
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
	REFERÊNCIAS	51
	APÊNDICE A – Estimação ARIMA (1,1,0)	53
	APÊNDICE B – Estimação ADL (3,4)	54
	APÊNDICE C – Estimação VECM(2)	55

1 INTRODUÇÃO

O monitoramento da inflação é uma das principais atribuições de qualquer Banco Central, uma vez que manter o seu controle é elemento diretamente associado a criação de condições favoráveis ao desenvolvimento de uma economia, além de interferir nos processos de tomada de decisão dos agentes. Como exemplo da consequência da não preservação de sua estabilidade, pode-se mencionar o período correspondente aos anos 80 para a economia brasileira tido como a “década perdida”, em que esta enfrentou uma série de problemas como aumento da dívida externa, desequilíbrio fiscal, nível de poupança insuficiente, recuo do investimento estrangeiro, causando baixos níveis de crescimento econômico no período. Todas estas dificuldades enfrentadas se agravaram em função da incapacidade dos planos econômicos lançados à época (Cruzado, Bresser e Verão) pelo governo brasileiro em conter o crescimento da inflação. Dito isto, é de importância fundamental prever com maior nível de precisão sua trajetória e intervir na economia de modo implementar corretamente políticas que a mantenha sob controle. Nesse sentido, o argumento de Meyler, Kenny e Quinn (1998) para o Banco Central Europeu¹ realça o uso de previsões por parte da autoridade monetária

Regardless of the exact strategy adopted by the ECB in the formulation of monetary policy, i.e., targeting monetary aggregates such as the broad money stock or direct inflation targeting, the provision of optimal and timely inflation forecasts represents a key ingredient in designing monetary policies which are geared toward the achievement of price stability.

O Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) retrata o custo de vida médio das famílias num intervalo de renda mensal entre 1 e 40 salários mínimos das principais metropolitanas do Brasil². Este é mensurado mensalmente e representa a variação de preços dos bens consumidos, sendo calculado com base nas despesas com os seguintes itens: moradia, alimentação e bebidas, saúde e higiene pessoal, artigos para casa, despesas pessoais, educação, comunicação, transporte e vestuário. O IPCA pode ser utilizado como uma aproximação para a inflação brasileira, uma vez que é calculado com base em uma cesta hipotética de consumo reunindo os itens anteriormente citados.

¹ European Central Bank – ECB.

² Belém, Fortaleza, Recife, Salvador, Belo Horizonte, Vitória, Rio de Janeiro, São Paulo, Curitiba, Porto Alegre, além do Distrito Federal e dos municípios de Goiânia e Campo Grande, de acordo com o IBGE.

O objetivo do estudo é, inicialmente, modelar a inflação brasileira por meio de métodos econométricos e, em seguida, realizar previsões para a mesma, de modo a verificar qual modelagem tem melhor capacidade de previsão. Os modelos utilizados na análise empírica são: Autorregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA), Autorregressivo com Defasagens Distribuídas (ADL) adotando a modelagem da Curva de Phillips, e Modelo de Correção de Erros (VECM). Em um segundo momento, serão realizadas combinações das previsões, buscando verificar se esse procedimento resulta em previsões ainda melhores, corroborando ou não o que a literatura dispõe acerca dessa discussão. A capacidade preditiva destas será comparada a dois *benchmarks*: o modelo *Naive*, cuja característica é a inércia inflacionária, e também à série Focus, adaptada de maneira a torná-la comparável as previsões.

Esse trabalho vem agregar a literatura que trata a respeito de previsões para a inflação brasileira por meio do uso da técnica de combinação, ainda pouco utilizada para essa finalidade, onde não há um consenso a respeito do processo de combinação melhorar ou não a qualidade das mesmas.

Ao se trabalhar com a série IPCA, será constatado que a mesma não é estacionária. Entretanto, a sua primeira diferença, a variação percentual³ da inflação, é estacionária, e essa será utilizada nas estimações de modo a se obter as predições.

Este trabalho apresenta seis secções, além desta introdução. A secção 2 contém a revisão de literatura, onde são apresentados estudos com a finalidade de gerar previsões para a inflação brasileira, e de outros países. Na terceira secção são apresentadas as metodologias tanto dos modelos, quanto das técnicas de combinação implementadas no estudo. Na secção 4 é feita uma breve descrição da amostra que foi trabalhada. Os resultados acerca da estacionariedade das variáveis trabalhadas são mostrados na quinta secção. Na sexta secção são discutidos os resultados das previsões obtidas pelos modelos e técnicas de combinação. Na última secção são feitas as considerações finais, sendo feita uma síntese do que foi trabalhado.

2 LITERATURA

Meyler, Kenny e Quinn (1998) utilizaram o modelo ARIMA com componente sazonal para realizar previsões para a série de inflação da Irlanda. As variáveis

³ A primeira diferença da série IPCA, inflação, representa o percentual de variação da série de preços em relação ao período base que é janeiro de 2013: $IPCA = 100$.

utilizadas foram o índice de preços harmonizado para o consumidor⁴ (HICP), e suas variantes que consideram a presença de outros componentes influentes na inflação, como energia e alimentos. Ao final, uma das conclusões feitas foi que o ajustamento do modelo por meio do critério de seleção se mostrou mais vantajoso. Uma consideração feita foi de que apesar de as previsões para o período analisado serem melhores que a de modelos autorregressivos bayesianos realizadas em outro trabalho⁵, isso não implica que este primeiro foi tecnicamente superior⁶ aos modelos multivariados.

Lima e Céspedes (2003) investigaram se era possível verificar que as previsões realizadas pelo Banco Central, através do relatório Focus, possuíam melhor capacidade preditiva em relação a modelos univariados, a saber, autorregressivos e ARIMA. O período utilizado para estimações se situa entre janeiro de 1995 e novembro de 2002 ou janeiro de 2003, dependendo da periodicidade da inflação prevista (mensal ou acumulada). O estudo comparou as previsões das especificações AR(2), AR(5), ARIMA(0,1,2) e ARIMA(2,1,4) às divulgadas no Boletim Focus, sendo o critério adotado como medida de qualidade da previsão o erro quadrático médio relativo; este era dado pela razão entre o erro quadrático médio do modelo e o erro quadrático médio do Focus, onde se esse valor fosse inferior à unidade, então o modelo linear teria melhor capacidade preditiva. Dentre os resultados encontrados, os autores concluíram que não havia indícios de que as previsões de mercado eram superiores às dos modelos univariados. Além disso, foi constatado que os modelos lineares superaram as previsões do Focus para horizontes superiores a três meses à frente; o argumento utilizado pelo autor foi de que as previsões de mercado não espelham as reais expectativas de mercado em função dos incentivos que os agentes econômicos têm de não revelar a sua verdadeira expectativa para a inflação.

Alencar (2006) realiza uma análise de modo a comparar os modelos de caráter estatístico e os amparados pela teoria econômica, e apontar qual apresenta a melhor capacidade de previsão no curto prazo. Os modelos adotados foram: *Naive*, ARIMA, ARCH, EGARCH, VAR e ADL – Curva de Phillips. As variáveis utilizadas pelo autor nas estimações foram: IPCA, taxa de câmbio, Selic/Overnight, base monetária, taxa de desemprego e produção física industrial. Os dados da amostra vão de janeiro de 1999 a

⁴ Harmonized Index of Consumer Prices: índice utilizado para comparar taxas de inflação entre os países da União Européia; funciona como um indicador de inflação e de estabilidade nos preços para o Banco Central Europeu.

⁵ Kenny, G., A. Meyler and T. Quinn, 1998. “Bayesian VAR Models for Forecasting Irish Inflation”, Central Bank of Ireland Technical Paper 4/RT/98.

⁶ Para mais detalhes, ver Meyler, Kenny e Quinn (1998).

dezembro de 2004, para estimação, e de janeiro a dezembro de 2005, para previsão. Aplicados os testes de raiz unitária, o autor constatou que as variáveis IPCA, base monetária, câmbio, produção industrial e taxa de desemprego somente eram estacionárias em primeira diferença. Nas estimações, várias *dummies* foram criadas, porém, vale chamar atenção para a correspondente ao período de novembro de 2002, referente ao período das eleições presidenciais. As previsões foram realizadas para um, dois e três passos à frente, sendo o critério adotado para analisá-las o RMSE. Para um passo à frente, o melhor modelo foi o ARCH, com RMSE de 0.145; para dois passos à frente o melhor foi novamente o ARCH, com RMSE de 0.170; e, por fim, para três passos à frente os modelos EGARCH e VAR apresentaram o menor RMSE, no valor de 0.160. Dessa forma, o autor constatou que os modelos ARCH e EGARCH foram mais eficazes nas predições de curto prazo.

Jastrombek (2006) analisou a curva de Phillips na sua relação direta, inflação contra desemprego, para o período de 2002 a 2005, buscando verificar a validade da relação para o Brasil, uma vez que se argumentou que na década de 70 houvera o que se chamou de estagflação, presença de altas taxas de inflação e também de desemprego, indo no sentido contrário ao qual o modelo propunha. As variáveis trabalhadas, inflação e desemprego, pelo teste de raiz unitária foram consideradas não estacionárias em nível, sendo necessário tomar a primeira diferença. Foi testada também a presença de cointegração entre as séries, entretanto, não foi constatada a sua presença, impedindo de se realizarem estimações em primeira diferença. Assim, foram testadas diferentes especificações funcionais para a relação entre inflação e desemprego. As estimações geraram resultados irrelevantes estatisticamente, levando a conclusão de que não houve relação entre inflação e desemprego no período estudado. O autor atentou ao fato de que isso pode ter sido causado devido aos procedimentos adotados no estudo, como, por exemplo, a redução da quantidade de observações, método de estimação inadequado (MQO), etc.

Schwartzman (2006) tratou de estimações para a Curva de Phillips utilizando o método de mínimos quadrados de três estágios. Foram estimados três tipos de modelos considerando desagregações na série de preços: preços de bens comercializáveis, bens não comercializáveis e bens monitorados. O autor tentou também contemplar variantes da curva de Phillips adicionando novos fatores explicativos aos modelos; além do hiato do produto, obtido através da capacidade da indústria divulgada pela sondagem

industrial da FGV⁷, foram levados em consideração fatores como repasse cambial, inércia inflacionária, expectativas de inflação futura e restrições de longo prazo. Foram tomados diferentes tamanhos de amostra onde os dados tinham frequência trimestral com o intuito de obter a sensibilidade dos parâmetros com respeito a esses diferentes tamanhos, com destaque para estimações com amostras começando em 1997, 1998 e 1999, e terminando todas em 2003. Dentre os resultados, pode-se dizer que o uso da utilização da capacidade industrial com *proxy* para o PIB apresentou resultados satisfatórios como representante do hiato do produto; não se conseguiu provar uma relação direta entre depreciação cambial e o modelo de bens comercializáveis, apesar de a chance de relação indireta não ser descartada; a hipótese de verticalidade da Curva de Phillips no longo prazo não foi rejeitada para o modelo de bens não comercializáveis.

Araripe (2008) avaliou a capacidade preditiva dos modelos ARMA, ADL, VAR e VECM para a inflação brasileira, e também os resultados com respeito ao processo de combinação de previsões. As previsões foram realizadas para três períodos distintos da economia: agosto de 1994 a março de 2008, janeiro de 1999 a março de 2008 e maio de 2003 a março de 2008. Para os modelos ARMA e ADL, o critério de seleção adotado foi o de Schwarz; já para os modelos VAR e VECM, o mecanismo de escolha foi pelo menor erro quadrático médio. As previsões foram realizadas para cada classe de modelo em cada um dos três intervalos de tempo adotados. Os métodos de combinação por média aritmética simples, média ponderada⁸ e por regressão linear foram adotados. A expectativa de mercado, divulgada pelo relatório Focus, também foi utilizada no processo de combinação.

Chan (2009) realizou previsões para a inflação, em termos de variação percentual, a partir de modelos de previsão do tipo univariado (*Naive*, ARIMA e GARCH), multivariado (VAR) e estrutural (Curva de Phillips). As variáveis utilizadas foram: produção industrial, taxa Selic, IPCA, expectativa de inflação dos agentes privados, taxa de câmbio, taxa de desemprego e utilização da capacidade da indústria. No tratamento dos dados se observou que a série IPCA não era estacionária, ao contrário de sua primeira diferença, sendo esta, portanto, usada nas estimações. A autora também sugeriu a criação de uma variável *dummy* para um *outlier* em novembro de 2002, onde esta foi justificada como sendo devido às incertezas no país e a depreciação cambial ocorrida no período anterior e posterior as eleições presidenciais daquele ano.

⁷ Fundação Getúlio Vargas.

⁸ Metodologia de Bates e Granger (1969).

O critério adotado na avaliação das previsões foi a raiz do erro quadrático médio (RMSE), sendo que o período adotado para estimação foi de janeiro de 1999 a agosto de 2008, e a previsão foi realizada para o período de setembro de 2008 a agosto de 2009. Com respeito aos resultados encontrados, o modelo que apresentou melhor previsibilidade foi o modelo *Naive*, que não apresentava nenhuma abordagem econométrica para o seu tratamento; dentre os modelos que traziam uma abordagem econométrica consigo, o que apresentou melhor desempenho foi o modelo ARIMA (1,1,4). Na comparação das previsões, a principal conclusão foi de que os modelos do tipo univariado apresentaram melhor capacidade preditiva no curto prazo frente aos do tipo multivariado e estrutural. Também foi implementada a técnica de combinação das previsões adotando o método de média aritmética e média ponderada, com base nos erros de previsão, e verificou-se que as combinações tinham um grau de precisão superior às projeções individuais.

Arruda, Ferreira e Castelar (2011) realizaram comparações de modelos, lineares e não lineares, para previsão da taxa de inflação mensal do Brasil. Os modelos utilizados foram: ARMA, VAR, modelo autorregressivo com *threshold* (TAR) e duas versões da Curva de Phillips, uma mais simples e outra ampliada. As variáveis utilizadas foram, para o VAR, inflação, PIB, taxa de juros e moeda. Já para o modelo Curva de Phillips algumas das variáveis foram o repasse cambial e a taxa de câmbio nominal. As estimações compreendem o intervalo de 1995 a 2005, sendo o ano seguinte utilizado para realizar previsões. O melhor modelo linear foi o VAR(4), e a melhor versão da Curva de Phillips foi a ampliada com *threshold*, sendo também a que gerou a melhor série de previsão dentre todos os modelos. O teste de Diebold e Mariano foi aplicado, e a hipótese nula de que os modelos possuem a mesma capacidade preditiva foi rejeitada, atestando que o modelo de Curva de Phillips Ampliada era o que apresentava melhor resultado.

Lima e Alves (2011) reproduzem o exercício proposto em Lima e Céspedes (2003) utilizando dados mais recentes da série da taxa de inflação mensal. Foram estimados modelos univariados ARMA e também foi estimado o modelo autorregressivo bayesiano. Na comparação das habilidades preditivas dos modelos em relação às previsões obtidas junto ao mercado, também foi utilizado o erro quadrático médio relativo. A conclusão dos autores foi novamente de que não havia indicativa significativa de superioridade na capacidade preditiva do Focus frente aos modelos estatísticos utilizados.

Em seu trabalho, Bonno (2014) analisou e comparou modelos de previsão da inflação mensal de modo a verificar a qualidade das previsões destes no curto prazo. O intervalo utilizado para estimações compreendeu março de 2003 a março de 2012, e o período entre abril de 2012 e março de 2013 foi utilizado para fins de previsão; já os modelos utilizados foram o Autorregressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal (SARIMA) e modelos estruturais. As variáveis utilizadas foram: IPCA, índice coincidente da produção industrial medida pelo IBC BR – BACEN, expectativa da inflação do mercado (Focus), taxa de câmbio, taxa de desemprego, índice de preços americano e taxa de juros (Selic). Dentre os resultados, foi constatado a superioridade do SARIMA em detrimento dos modelos estruturais. Outro resultado importante foi de que existe persistência inflacionária (inércia), ou seja, a inflação passada é repassada para períodos posteriores, devido ao fator de indexação de preços e salários.

Arruda e Brito (2015) analisaram modelos de previsão para a inflação da região metropolitana de Fortaleza, sendo esta dada como a variação percentual mensal compreendida entre o período de janeiro de 1995 a dezembro de 2014. Dentre os modelos utilizados para realizar previsão, tinha-se: modelo *Naive*, modelo ARMA e modelo VAR e Curva de Phillips. As variáveis utilizadas foram: inflação metropolitana de Fortaleza computada pelo IPCA, taxa de crescimento do Índice de Produção Industrial do Estado do Ceará, taxa de juros mensal (Selic), e a taxa de crescimento do agregado monetário, M1, deflacionado pelo IGP-DI. As variáveis inflação e taxa de juros eram estacionárias em nível, enquanto as outras duas eram estacionárias em primeira diferença, de acordo com os testes de Dickey-Fuller aumentado (ADF) e o teste KPSS⁹. No modelo Curva de Phillips, as variáveis utilizadas foram, além da inflação, o hiato da produção do Estado do Ceará e o repasse cambial; e estas se mostraram estacionárias de acordo com os testes ADF e KPSS. As estimações foram realizadas do período de 1995 a 2013, sendo o último ano mantido para fins de previsão. Os melhores modelos foram escolhidos com base na sua capacidade preditiva. O melhor Autorregressivo foi o AR(4,0) que se mostrou superior aos *benchmarks* adotados; o melhor Autorregressivo de Médias Móveis foi o ARMA(6,6); em se tratando do modelo VAR, o melhor foi aquele que possuía seis defasagens; com respeito ao modelo Curva de Phillips, as melhores especificações foram aquelas com cinco e seis defasagens. Na comparação das previsões foi empregado o teste de Diebold e Mariano, onde se

⁹ Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin.

concluiu que o melhor modelo para previsão da inflação na região metropolitana de Fortaleza foi o de Curva de Phillips com cinco defasagens; e comparado ao de Curva de Phillips com seis defasagens o teste apontou que os dois possuíam, estatisticamente, a mesma capacidade preditiva.

Kharimah *et al.* (2015) utilizaram o modelo ARIMA na previsão do índice de preços ao consumidor, CPI¹⁰, de Bandar Lampung¹¹, seguindo a metodologia de Box-Jenkins. Os dados utilizados no trabalho compreendiam o intervalo entre 2009 a 2013, com periodicidade mensal. Por meio do uso das funções de autocorrelação e pelo teste de raiz unitária, foi constatado que os dados tinham variância estacionária, entretanto, o mesmo não foi obtido para a média; e por isso foi aplicada a transformação Box-Cox. Feita a transformação, para se atingir a estacionariedade na média, foi tomada a primeira diferença da série transformada. Na identificação do modelo, as possíveis especificações apontadas foram ARIMA (1,1,1), ARIMA (1,1,0) e ARIMA (0,1,1). O processo de estimação foi realizado por mínimos quadrados condicional, sendo que o modelo ARIMA (1,1,1) foi descartado devido aos parâmetros AR(1) e MA(1) não terem sido significantes. Na etapa de verificação, o modelo ARIMA (1,1,0) passou no diagnóstico dos resíduos da estimação, pois as funções de autocorrelação apontaram o resíduo como sendo do tipo ruído branco¹²; o mesmo ocorreu para o ARIMA (0,1,1). Foram analisados os dois candidatos potenciais pelos critérios de erro quadrático médio (MSE), Akaike e Schwarz, sendo que aquele que apresentasse os menores valores seria dito o melhor. Analisados os critérios, o modelo ARIMA (1,1,0) foi selecionado, e este foi utilizado para realizar previsão para seis períodos a frente, ou seja, os valores de janeiro a junho de 2014.

Norbert, Wanjoya e Waititu (2016) trataram da modelagem e previsão do CPI de Ruanda, utilizando o modelo ARIMA. A metodologia de Box-Jenkins foi adotada. Os dados utilizados se referiam ao índice mensal de preços ao consumidor na moeda corrente de Ruanda, e se estendiam de fevereiro de 1995 a dezembro de 2015, onde os dados até dezembro de 2013 foram utilizados para o ajuste do modelo, e deste período até dezembro de 2015 para fins de previsão. Foi constatado, através de análise gráfica e do uso do teste de Dickey-Fuller aumentado (ADF), que a série não era estacionária. Para a obtenção da estacionariedade, foi tomada a primeira diferença da mesma. Na

¹⁰ Consumer Price Index.

¹¹ Capital da província de Lampung, na Indonésia.

¹² Ruído branco: tipo de erro que assume média nula, variância constante (σ^2) e autocorrelação também nula. Formalmente $\varepsilon_t \sim RB(0, \sigma^2)$.

identificação das possíveis especificações a serem adotadas, foram usadas as funções de autocorrelação, e os modelos ARIMA (4,1,6) e ARIMA (4,1,3) foram tidos como potenciais. Na análise do ajuste foram utilizados os critérios BIC, AIC e AICc (critério de Akaike corrigido). A estimação dos modelos foi feita por máxima verossimilhança condicional, e na verificação se os resíduos seguiam ou não ruído branco foram utilizados o teste de Ljung-Box, a função de autocorrelação (FAC), teste de Shapiro, entre outras ferramentas. Pelo teste de Ljung-Box foi constatado que os resíduos seguiam um ruído branco. O modelo ARIMA (4,1,6) foi o que apresentou o menor erro de previsão comparado ao ARIMA (4,1,3), pelos critérios RMSE e MAE.

3 METODOLOGIA

3.1 Modelos

Os modelos adotados no estudo são: Autorregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA), Autorregressivo com Defasagens Distribuídas (ADL) adotando a modelagem da Curva de Phillips, e o Vetor de Correção de Erros (VECM). A seguir serão apresentadas suas estruturas.

3.1.1 Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA)

O modelo ARIMA(p,d,q) possui três componentes: um componente autorregressivo, um de integração, e outro de médias móveis. Sua especificação deriva da forma de um ARMA (p,q), que é apresentado na sequência:

$$\begin{aligned} Y_t &= C + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \\ &= C + \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} ; \theta_0 = 1 \end{aligned}$$

O hiperparâmetro p se refere às ordens de defasagem da parte autorregressiva do modelo, AR(p), e o hiperparâmetro q por sua vez se refere à parte de médias móveis, MA(q). O hiperparâmetro d , de integração, se refere à quantidade de integrações (diferenciações) realizadas na série para que esta se torne estacionária. O modelo ARIMA, portanto, se torna um ARMA na medida em que a série é diferenciada até que

se torne estacionária. De modo simples, para um ARIMA (p,d,q), onde y denota a d -ésima diferenciação de Y , tem-se, por exemplo,

- para $d = 0$, $y_t^0 = Y_t$
- para $d = 1$, $y_t^1 = Y_t - Y_{t-1}$
- para $d = 2$, $y_t^2 = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$

Para sua elaboração, o mecanismo adotado é a metodologia de Box-Jenkins. Esta é composta pelos seguintes passos¹³:

i. Identificar as ordens p e q do modelo:

O procedimento de identificação se dá pela análise gráfica do correlograma dos dados que apresenta as funções de autocorrelação, FAC e FACP, e também pela estatística de Ljung-Box. A função de autocorrelação, FAC, é especificada por $e_j = \gamma_j / \gamma_0$, onde γ_j representa a covariância entre Y_t e Y_{t-j} , e γ_0 representa a variância de Y_t . A função de autocorrelação parcial, FACP, por exemplo, para Y_t e Y_{t-j} , tem como objetivo extinguir quaisquer efeitos intermediários (de Y_{t-1} até Y_{t-j+1}), de modo se extrair a correlação pura entre Y_t e Y_{t-j} . Para isso deve-se estimar o seguinte modelo:

$$Y_t' = \phi_{j1}Y_{t-1}' + \phi_{j2}Y_{t-2}' + \dots + \phi_{jj}Y_{t-j}' + E_{tj}; j = 1, 2, 3, \dots$$

onde Y_t' representa a série com desvios em torno da média. Em seguida, deve-se seguir o seguinte procedimento:

- 1) Regredir Y_t' contra Y_{t-1}' e obter $\hat{\phi}_{11}$;
- 2) Regredir Y_t' contra Y_{t-1}' e Y_{t-2}' obter $\hat{\phi}_{22}$;
- 3) Repetir o procedimento para j defasagens.

A função de autocorrelação é útil para a identificação das defasagens MA(q), enquanto a função de autocorrelação parcial serve para se identificar as defasagens AR(p). Os coeficientes de correlação amostral, e_j , seguem uma distribuição normal com média zero e variância igual a $1/T$, onde T representa o tamanho da amostra.

A tabela a seguir resume o mecanismo de identificação:

¹³ A metodologia aqui descrita está de acordo com Bueno (2008).

Tabela 1: Identificação do modelo pelas funções de autocorrelação

	FAC	FACP
AR(p)	Declina exponencialmente ou exhibe padrão senoide	Há queda brusca na defasagem p
MA(q)	Há queda brusca na defasagem q	Declina exponencialmente ou exhibe padrão senoide
ARMA(p,q)	Queda exponencial, com queda na defasagem onde $j > q$	Queda exponencial, com queda onde $j > p$

Fonte: adaptado de Bueno (2008).

Já o teste de Ljung-Box funciona como um teste complementar para dar robustez na seleção das potenciais especificações. As suas hipóteses são:

$$H_0: \sum_{j=1}^n e_j = 0 \qquad H_1: \sum_{j=1}^n e_j \neq 0$$

A estatística do teste é calculada por,

$$Q = T(T + 2) \sum_{j=1}^n \left(\frac{\hat{e}_j^2}{T - j} \right) \xrightarrow{d} X_n^2$$

onde n representa a quantidade de autocorrelações. A intuição por trás do teste é, estimada uma certa especificação, verificar se todas as autocorrelações até determinada defasagem são nulas. Se alguma destas for diferente de zero, há indícios para uma nova especificação ARMA (p,q). O procedimento é repetido novamente até que as autocorrelações não sejam mais significantes.

- ii. Estimar possíveis modelo, selecionando aquele com menor critério de informação (AIC, BIC):

A estimação¹⁴ pode ser realizada por máxima verossimilhança condicional ou por máxima verossimilhança exata, sendo que este primeiro é um método que equivale assintoticamente ao último. Bueno (2008) argumenta que “a vantagem do primeiro método é a facilidade de especificar e, conseqüentemente, estimar a função de verossimilhança. O problema é não ser tão eficiente quanto o método exato [...]”

Para especificação do modelo são utilizados os critérios de informação. A ideia é de que, se por um lado o acréscimo de parâmetros reduz a variância estimada dos

¹⁴ Para mais detalhes ver Hamilton (1994, p.132).

resíduos, por outro o critério é penalizado pelo acréscimo de regressores adicionais, sendo que quanto menor o valor do critério de informação, melhor ajustado o modelo está. O ganho líquido é que aponta se a inclusão de novas defasagens melhorou de fato o poder explicativo do modelo. O critério de formação é especificado de modo geral por:

$$C = \ln \hat{G}^2(T) + C_t \varphi(t)$$

Onde $\hat{G}^2(T) = \left(\frac{1}{T}\right) \sum_{t=1}^T \hat{E}_t^2$ é a variância estimada dos resíduos, C_t representa a quantidade de parâmetros estimados, e $\varphi(t)$ a ordem do processo. Dentre os critérios de informação, pode-se citar:

- Akaike: $AIC(p,q) = \ln \hat{G}^2(T) + \frac{2n}{T}$
- Schwarz: $BIC(p,q) = \ln \hat{G}^2(T) + \frac{n \ln(T)}{T}$

onde $n = p + q + 1$. Vale frisar que não se pode comparar critérios de modelos com tamanhos de amostra diferentes, muito menos comparar diferentes critérios entre si.

- iii. Verificar os resíduos: analisar se, após a estimação, os resíduos obtidos seguem um ruído branco (caso essa condição não seja satisfeita, deve-se retornar ao primeiro passo):

Feita a estimação, o próximo passo é fazer verificação dos resíduos da regressão, analisando se estes seguem um ruído branco. Para tanto, existem algumas maneiras de se verificar se os resíduos, como, por exemplo, checar as funções de autocorrelação dos mesmos, tendo como hipótese nula o fato de eles seguirem um ruído branco. Outro teste que pode ser aplicado é o teste ARCH-LM que é especificado da seguinte forma:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \beta_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \beta_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \beta_h \hat{\varepsilon}_{t-h}^2 + v_t$$

As hipóteses são:

$$H_0: \beta_1 = \dots = \beta_h = 0 \quad H_1: \text{algum } \beta_j \neq 0$$

A estatística do teste é a seguinte,

$$ARCH - LM = TR^2 \xrightarrow{d} X^2_{h, g.l.}$$

iv. Fazer previsão:

O último passo na metodologia de Box-Jenkins é realizar a previsão. Por simplificação, aqui serão também apresentadas apenas intuições do cálculo aplicado nas previsões. Será considerado um modelo bem simples: ARMA (1,0). Este é representado como segue,

$$Y_t = C + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Baseado no argumento de Enders (2014) que diz que se as seguintes condições forem satisfeitas: (i) todos os coeficientes são conhecidos, (ii) todas as variáveis com subíndice $t, t-1, t-2, \dots$ são conhecidas em t , e (iii) $E_t(\varepsilon_{t+1}) = 0$ para $j > 0$; então a esperança condicional de Y_{t+1} é

$$E_t(Y_{t+1}) = C + \phi_1 Y_t$$

para dois períodos a frente, tem-se

$$E_t(Y_{t+2}) = C + \phi_1 E_t(Y_{t+1}) = C + \phi_1(C + \phi_1 Y_t) = C + \phi_1 C + \phi_1^2 Y_t$$

logo, para j períodos de previsão a frente

$$E_t(Y_{t+j}) = C + \phi_1 E_t(Y_{t+j-1}) = C \sum_{i=1}^{j-1} \phi_1^{i-1} + \phi_1^j Y_t = C(1 + \phi_1 + \dots + \phi_1^{j-1}) + \phi_1^j Y_t$$

A diferença entre o valor observado e o valor da previsão (para j períodos a frente) é chamado de erro de previsão. Assim, para a especificação ARMA (1,0), o erro de previsão para j períodos a frente é:

$$\hat{\varepsilon}_t(j) = Y_{t+j} - E_t(Y_{t+j}) = \varepsilon_{t+j} + \phi_1 \varepsilon_{t+j-1} + (\dots) + \phi_1^{j-1} \varepsilon_{t+1}$$

Para avaliação da previsão¹⁵, pode-se adotar os seguintes critérios: raiz do erro quadrático médio (RMSE), erro absoluto médio (MAE) ou erro percentual absoluto médio (MAPE). A intuição é de que quanto menor o critério melhor é a previsão. A seguir é apresentada a especificação da raiz do erro quadrático médio e do erro percentual absoluto médio:

$$RMSE_{t,j} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J \hat{\varepsilon}_t^2(j)}{J}}$$

¹⁵ Ambos critérios foram utilizados na avaliação da qualidade de todas as previsões geradas.

$$MAPE_{t,j} = \left(\frac{1}{J}\right) \sum_{j=1}^J \left| \frac{\hat{\varepsilon}_t(j)}{Y_{t+j}} \right|$$

3.1.2 Modelo Autorregressivo com Defasagens Distribuídas (ADL)

O modelo ADL¹⁶ é um modelo dinâmico onde a variável dependente é afetada tanto por suas defasagens quanto por uma (ou mais) variável(is) exógena(s) e suas defasagens. Para o caso mais simples, com apenas uma variável exógena, ele é representado como segue:

$$\begin{aligned} Y_t &= C + A(L)Y_{t-1} + C(L)X_t + \varepsilon_t \\ &= C + (a_1Y_{t-1} + \dots + a_nY_{t-n}) + (X_t + c_1X_{t-1} + \dots + c_nX_{t-n}) + \varepsilon_t \end{aligned}$$

onde, ε_t é um termo de erro estacionário com média 0 e variância σ^2_ε , $A(L)$ e $C(L)$ são as polinomiais de defasagens associadas às variáveis Y_{t-1} e X_t .

O procedimento utilizado em seu ajuste possui semelhança com o utilizado no ARIMA. Supondo que X_t seja uma série do tipo ruído branco e não correlacionada com ε_t , tanto no valor atual quanto nas defasagens, e também supondo que X_t afete a variável dependente Y_t por um período de duração desconhecido por meio de suas defasagens, é possível calcular os efeitos de cada tipo de choque. Para tanto, são utilizadas as correlações cruzadas entre Y_t e os diversos X_{t-i} que o afetam. Esta é definida como

$$\rho_{Y,X}(i) \equiv \frac{\text{cov}(Y_t, X_{t-i})}{\sigma_Y \sigma_X} = \frac{\gamma_{Y,X}(i)}{\sigma_Y \sigma_X}$$

onde, σ_Y e σ_X são, respectivamente, os desvios padrão das séries Y_t e X_t . Gerando o gráfico das correlações cruzadas obtém-se a função de correlações cruzadas (correlograma destas). A sua análise produz as mesmas informações que as funções de autocorrelação, FAC e FACP, para o ARIMA.

Outro artifício utilizado no ajustamento é tomar as covariâncias cruzadas, representadas por: (i) $E(Y_t, X_{t-i})$, na forma tradicional, chamada de função de correlação cruzada, (ii) $\frac{E(Y_t, X_{t-i})}{\sigma^2_X}$, chamada de função de covariância cruzada padronizada.

¹⁶ Para um melhor detalhamento do modelo, ver Enders (2014).

Em resumo essas funções apresentam o seguinte padrão:

- i. todas $\gamma_{Y,X}(i)$ (covariâncias cruzadas) serão nulas até que surja o primeiro elemento não nulo do polinômio $C(L)$;
- ii. um pico na função de covariância cruzada padronizada indica um elemento de $C(L)$ diferente de zero. (Assim, por exemplo, um pico na defasagem de ordem 3 implicaria que X_{t-3} estaria afetando Y_t);
- iii. se todos os picos decaem por uma taxa a_1 de convergência, isso indica que o valor absoluto dessa taxa é inferior a 1. Se $0 < a_1 < 1$, o decaimento será direto, e caso $-1 < a_1 < 0$, o decaimento será oscilatório.

No processo de estimação do ADL, há dois modelos a serem estimados: um principal, representando o próprio ADL, e outro auxiliar, para se estimar a variável exógena. Formalmente:

$$Y_t = C + A(L)Y_{t-1} + C(L)X_t + \varepsilon_t$$

$$X_t = V(L)X_{t-1} + u_t$$

onde, $V(L)$ um polinômio de defasagens e u_t segue um ruído branco.

Inicialmente se deve estimar a variável exógena por meio de um processo autorregressivo, onde os resíduos dessa estimação devem ser do tipo ruído branco. Uma vez estimada a variável exógena, Enders (2014) sugere duas formas para estimar o modelo principal:

- estimar o modelo usando um valor máximo p e n para as defasagens das variáveis Y e X ; a partir daí, deve-se utilizar os testes F ou t para reduzir a quantidade de parâmetros, ou então os critérios de informação de Akaike ou Schwarz para determinar a quantidade ótima de defasagens;
- o segundo método é análogo à metodologia de Box-Jenkins; utilizam-se as funções de correlações cruzadas para determinar a especificação do modelo.

Feita a estimação, deve-se testar os resíduos obtidos, usando o teste Breusch-Godfrey (LM test) ou o próprio teste Q de Ljung-Box, para se verificar se os mesmos são ruído branco. Se rejeitada a hipótese nula de resíduos com essa característica, então há indicativa de que mais defasagens devem ser adicionadas.

O procedimento de previsão funciona da seguinte maneira: suponha um ADL (1,1),

$$Y_t = C + a_1 Y_{t-1} + X_t + c_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Utilizando o operador de esperança, a previsão para um período a frente seria:

$$\begin{aligned} E_t(Y_{t+1}) &= C + a_1 Y_t + X_{t+1} + c_1 X_t = C + a_1 (C + a_1 Y_{t-1} + X_t + c_1 X_{t-1}) + X_{t+1} + c_1 X_t \\ &= C(1 + a_1) + a_1^2 Y_{t-1} + (a_1 + c_1) X_t + a_1 c_1 X_{t-1} + X_{t+1} \end{aligned}$$

onde X_{t+1} pode, por exemplo, ser obtido por meio de um processo ARIMA.

3.1.3 Modelo de Correção de Erros (VECM)

Antes de apresentar o modelo VECM, faz-se necessário introduzir o modelo Vetor Autorregressivo (VAR). Este apresenta uma estrutura mais completa em relação aos univariados apresentados anteriormente, uma vez que se pode trabalhar com mais variáveis, e não há necessidade de especificar que estas são endógenas ou exógenas, pois todas são tratadas como endógenas, apesar de que ainda continua sendo um modelo sem fundamento teórico, assim como o ARIMA.

Considere¹⁷ um sistema de equações com duas variáveis, y_t e w_t , representado a seguir:

$$y_t = b_{10} - b_{12} w_t + \gamma_{11} y_{t-1} + \gamma_{12} w_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

$$w_t = b_{20} - b_{21} y_t + \gamma_{21} y_{t-1} + \gamma_{22} w_{t-1} + \varepsilon_{wt}$$

onde y_t e w_t são séries estacionárias, os termos de erro ε_{yt} e ε_{wt} seguem um ruído branco (respectivamente, com desvios-padrão σ_y e σ_w) e não são correlacionados. Na representação acima, cada variável dependente é afetada pela outra variável dependente do sistema e suas defasagens, e, além disso, é afetada também por suas próprias defasagens. No caso mostrado, o maior valor de cada defasagem é a unidade, e, portanto, o VAR é dito de primeira ordem. Cada parâmetro associado a uma variável explicativa tem um significado. Por exemplo, γ_{21} representa o efeito de uma variação unitária de y_{t-1} em w_t . Os termos de erro, por sua vez, representam choques (inovações) na variável dependente ao qual estão associados.

¹⁷ O modelo apresentado foi retirado de Enders (2014, p. 285)

As equações acima não poderiam ser estimadas tradicionalmente por MQO, uma vez que uma variável dependente tem efeito contemporâneo sobre a outra. Mais precisamente, as estimativas sofreriam do problema de viés devido a simultaneidade das equações, causado pela correlação entre os regressores e seus termos de erro.

Reorganizando o sistema de equações em notação matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ w_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ w_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{wt} \end{bmatrix}$$

$$BX_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 X_{t-1} + \epsilon_t$$

a equação matricial acima representa o vetor autorregressivo de primeira ordem, VAR(1), em sua forma estrutural. Deixando o sistema matricial em função de X_t , tem-se a chamada forma padrão ou reduzida:

$$X_t = B^{-1}\Gamma_0 + B^{-1}\Gamma_1 X_{t-1} + B^{-1}\epsilon_t = A_0 + A_1 X_{t-1} + e_t$$

logo,

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}w_{t-1} + e_{1t}$$

$$w_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}w_{t-1} + e_{2t}$$

A motivação de transformar o modelo para sua forma reduzida está no fato de que, nesse formato, elimina-se o problema de correlação dos termos de erro (agora e_t) com os regressores, apesar de que estes são correlacionados entre si contemporaneamente. Vale mencionar que os mesmos também não são autocorrelacionados.

A condição de estacionariedade segue a mesma lógica do modelo ARIMA, com o diferencial que agora está se tratando de um sistema de equações. Utilizando operadores de defasagens na forma reduzida do VAR, tem-se

$$y_t = a_{10} + a_{11}Ly_t + a_{12}Lw_t + e_{1t} \rightarrow (1 - a_{11}L)y_t = a_{10} + a_{12}Lw_t + e_{1t} \quad (1)$$

$$w_t = a_{20} + a_{21}Ly_t + a_{22}Lw_t + e_{2t} \rightarrow (1 - a_{22}L)w_t = a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{2t} \quad (2)$$

resolvendo para a equação (2),

$$w_t = (a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{2t})/(1 - a_{22}L) \quad (2')$$

em seguida, substituindo (2') em (1) e deixando em função de y_t ,

$$(1 - a_{11}L)y_t = a_{10} + a_{12}L \left[\frac{a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{2t}}{(1 - a_{22}L)} \right] + e_{1t} \quad \therefore$$

$$y_t = \frac{[a_{10}(1 - a_{22}L) + a_{12}a_{20} + (1 - a_{22}L)e_{1t} + a_{12}e_{2t-1}]}{(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2}$$

O mesmo mecanismo pode ser aplicado para w_t . O interessante nesse desenvolvimento está no fato do denominador, comum a y_t e w_t , determinar a estacionariedade ou não da série de interesse. A condição para estacionariedade é que $(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2$ se encontre fora do círculo unitário.

Com respeito à especificação, deve-se adicionar tantas variáveis defasadas quanto forem necessárias de modo que os resíduos após as estimações sigam um ruído branco. Entretanto, adicionar muitas defasagens tornaria o modelo demasiadamente parametrizado. Assim, deve-se levar em conta o princípio da parcimônia, de maneira a determinar uma quantidade ótima de defasagens a serem utilizadas nas estimações. Para isso os critérios de informação podem ser utilizados, bem como eram utilizados no processo ARIMA. A especificação geral do critério é dada por,

$$C(m) = \ln(\hat{\Omega}) + C_t\theta(m)$$

onde, $\hat{\Omega} = \frac{\sum_{t=1}^T e_t e_t'}{T}$ é o determinante da matriz de variâncias e covariâncias dos resíduos, C_t é uma sequência associada ao tamanho da amostra, e $\theta(m)$ é uma função associada ao número m de parâmetros estimados (funciona como uma espécie de penalização por adição de regressores). O critério de Akaike e Schwarz são, respectivamente,

- Akaike: $AIC(m) = \ln|\hat{\Omega}(m)| + \frac{2mn^2}{T}$
- Schwarz: $BIC(m) = \ln|\hat{\Omega}(m)| + \frac{mn^2 \ln(T)}{T}$

Onde mn^2 representa o total de parâmetros estimados nas equações do VAR.

Uma vez que o sistema esteja posto em sua forma reduzida, cada equação deste pode ser estimada normalmente por MQO. As estimações apresentam consistência e são assintoticamente eficientes. Entretanto, deve ser mencionado que, feitas as estimações, este modelo (forma reduzida) ainda não é o correto justamente por não ser o inicial (forma estrutural). Após as estimações, o procedimento é obter os parâmetros da forma estrutural baseado nos parâmetros da forma reduzida. Dessa situação surge um problema¹⁸, pois a quantidade de parâmetros da forma estrutural é superior à da forma

¹⁸ Para melhor abordagem, ver Bueno (2008, p.215).

reduzida; logo, a solução seria impossível, uma vez que o sistema de equações adotado para se encontrar os parâmetros da forma estrutural com base nos da forma reduzida seria subidentificado. Para se obter os parâmetros da forma estrutural, deve-se antes fazer restrições nesta, mais precisamente impor que alguns de seus coeficientes sejam nulos; dessa forma, o número de parâmetros da forma reduzida se igualará ao da estrutural, de modo que o sistema de identificação destes parâmetros seja exatamente identificado. Essa imposição nos valores de alguns parâmetros é uma das desvantagens na utilização do VAR.

Na verificação¹⁹ dos resíduos, o procedimento é bem semelhante ao do processo ARIMA: utiliza-se o teste de Ljung-Box adaptado para o VAR. As hipóteses são:

$$H_0: E(e_t e'_{t-1}) = 0, \forall j = 1, 2, \dots, J > p$$

$$H_1: E(e_t e'_{t-1}) \neq 0, \text{ para qualquer } j$$

A estatística tradicional do teste é,

$$Q = T \sum_{j=1}^T \text{tr} \left(\hat{\Omega}'_j \hat{\Omega}_0^{-1} \hat{\Omega}_j \hat{\Omega}_0^{-1} \right) \xrightarrow{d} \chi^2_{n^2(J-p)}$$

onde $\hat{\Omega}_j$ é a matriz de autocovariância para a defasagem j . Entretanto, há uma modificação no teste de modo que o mesmo apresente melhores propriedades estatísticas para pequenas amostras. A estatística modificada é,

$$Q = T^2 \sum_{j=1}^T \left(\frac{1}{T-j} \right) \text{tr} \left(\hat{\Omega}'_j \hat{\Omega}_0^{-1} \hat{\Omega}_j \hat{\Omega}_0^{-1} \right) \xrightarrow{d} \chi^2_{n^2(J-p)}$$

Na previsão, o mecanismo também é análogo ao do caso univariado. Por simplificação, aqui serão também apresentadas apenas intuições do cálculo aplicado nas previsões. Supondo um VAR de primeira ordem,

$$X_t = A_0 + A_1 X_{t-1} + e_t$$

obtidas as estimações para A_0 e A_1 , a previsão para um período a frente será dada por,

$$E_t[X_{t+1}] = A_0 + A_1 X_t = A_0 + A_1 [A_0 + A_1 X_{t-1} + e_t];$$

para dois períodos a frente, tem-se,

$$E_t[X_{t+2}] = A_0 + A_1 E_t[X_{t+1}] = A_0 + A_1 [A_0 + A_1 X_t]$$

¹⁹ Há outros testes que podem ser realizados: teste de Breusch-Godfrey ou teste de normalidade.

$$= A_0 + A_1[A_0 + A_1[A_0 + A_1X_{t-1} + e_t]]$$

e assim o mecanismo prossegue até a previsão para n períodos a frente. Realizada uma breve abordagem do modelo VAR, agora o modelo VECM pode ser apresentado.

O VECM é utilizado no caso onde as variáveis utilizadas não apresentam estacionariedade, sendo, portanto, um modelo mais completo. As séries temporais tratadas nesse modelo, apesar de não estacionárias, apresentam um componente (relação) de curto e longo prazo. Se for suposto o seguinte modelo,

$$p_t = b_0 + b_1d_t + g_2y_t + e_t$$

onde as todas as variáveis com exceção do termo de erro são não estacionárias. Ao se colocar e_t em evidência, obtém-se,

$$e_t = p_t - [b_0 + b_1d_t + b_2g_t]$$

Para que o termo de erro seja estacionário a combinação linear das variáveis p_t , d_t e g_t deve ser estacionária; portanto as séries devem ter alguma ligação entre si. Essa introdução ajuda a compreender o conceito de cointegração de Engle e Granger (1987)²⁰. Formalmente:

Os componentes do vetor $x_t = [x_{1t}, x_{2t}, (\dots), x_{nt}]'$ são cointegrados de ordem (d,b) , denotado por $x_t \sim CI(d, b)$ se

- i. todos²¹ os componentes de x_t são integrados de ordem d ;
- ii. há um vetor $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ tal que a combinação linear $Bx_t = b_1x_{1t} + b_2x_{2t} + (\dots) + b_nx_{nt}$ é integrada de ordem $(d - b)$ onde $b > 0$. B é chamado de vetor de cointegração.

Assim, pode-se entender cointegração como uma combinação linear de variáveis não estacionárias. Estas variáveis, em razão da definição acima apresentada, devem ser de mesma ordem de integração; outro ponto importante é que as mesmas possuem uma relação de longo prazo, devido justamente ao fato de não serem estacionárias. Se essas séries apresentam a mesma tendência, então elas apresentam um equilíbrio de longo prazo, denotado pela expressão $Bx_t = 0$. A expressão anterior representa o desvio do

²⁰ Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica*, 1987.

²¹ Apesar da definição apresentada, as séries não necessariamente possuem mesma ordem de integração. Entretanto, esse fato implica que as mesmas não cointegram. Contudo o equilíbrio ainda pode ser atingindo por variáveis com ordem de integração diferente. Uma melhor abordagem sobre esse caso está apresentada em Bueno (2008, p. 243); o autor também apresenta a definição para cointegração mais abrangente que a de Engle e Granger, enunciada por Campbell e Perron, no que diz respeito a variáveis de ordem de integração diferentes.

equilíbrio de longo prazo, ou seja, $e_t = Bx_t = 0$. No curto prazo há desvios em relação ao equilíbrio; daí o fato de se chamar $e_t = Bx_t$ como desvio ao equilíbrio de longo prazo. Bueno (2008) argumenta que “[...] não incluir os resíduos de cointegração no modelo implica incorrer no erro de omissão de variáveis explicativas, que resulta em estimativas de parâmetros viesadas.”

Deve-se atentar para o fato de que o vetor de cointegração B não é único. Sendo $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ o vetor de cointegração, ao se utilizar qualquer γ não-nulo tal que $\gamma B = (\gamma b_1, \gamma b_2, \dots, \gamma b_n)$ também será um vetor de cointegração. Assim, deve-se normalizar o vetor por meio de algum dos elementos que compõe o mesmo.

Basicamente o VECM incorpora informações relevantes relacionadas ao modo como as variáveis, não estacionárias, do mesmo interagem entre si. Assim, será considerado que as variáveis y_t e w_t do vetor X_t tratadas anteriormente no modelo VAR sejam agora integradas de primeira ordem, $I(1)$. Levando em conta um caso mais geral, o VECM com duas variáveis é escrito como,

$$\Delta y_t = a_{10} + \gamma_y(y_{t-1} - bw_{t-1}) + \Sigma[a_{11}(i) \cdot \Delta y_{t-i}] + \Sigma[a_{12}(i) \cdot \Delta w_{t-i}] + \varepsilon_{yt}$$

$$\Delta w_t = a_{20} + \gamma_w(y_{t-1} - bw_{t-1}) + \Sigma[a_{21}(i) \cdot \Delta y_{t-i}] + \Sigma[a_{22}(i) \cdot \Delta w_{t-i}] + \varepsilon_{wt}$$

onde γ_y e γ_w são valores positivos, e os termos Δy_{t-i} , Δw_{t-i} , e os termos de erro são estacionários. Deve-se atentar ao fato de que $y_{t-1} - bw_{t-1}$ representa o termo de desvio de longo prazo, $e_t = bx_t = 0$, onde b é um vetor já normalizado. O sistema de equações acima é um VAR em primeiras diferenças com a diferença de que possui um termo a mais que representa o desvio ao equilíbrio de longo prazo. Os parâmetros γ_y e γ_w representam a velocidade de ajustamento do modelo em relação ao equilíbrio de longo prazo: quanto maior os valores, mais rapidamente se dá o ajustamento ao equilíbrio e vice-versa. Matricialmente, podemos escrever o sistema anterior como,

$$\Delta X_t = \mu_0 + \rho X_{t-1} + \mu_1 \Delta X_{t-1} + \mu_2 \Delta X_{t-2} + e_t$$

Reorganizando,

$$\rho X_{t-1} = \Delta X_t - \mu_0 - \mu_1 \Delta X_{t-1} - \mu_2 \Delta X_{t-2} - e_t$$

Uma vez que o lado direito da expressão é estacionário, então ρX_{t-1} também deve ser; logo, a equação se ajusta no longo prazo ao equilíbrio.

Verificado como funciona o VECM, agora deve-se voltar as atenções para a detecção de cointegração entre as variáveis trabalhadas. Há dois testes que podem ser

aplicados na verificação de cointegração; um deles é o teste de Engle-Granger, indicado para quando há apenas uma equação cointegrante, e o teste de Johansen, que segundo Bueno (2008) o mesmo permite a estimação do VECM de maneira concomitante à estimação dos vetores de cointegração. Na análise empírica este último foi adotado, e, portanto, sua intuição será aqui apresentada.

A ideia por detrás do teste é verificar o posto da matriz ρ , e a partir daí identificar seus componentes, γ e b . Inicialmente Enders (2014) argumenta que o teste pode ser sensível ao número de defasagens utilizadas, e, para tanto, sugere que para se definir esse número deve-se estimar um VAR, ou seja, usando os dados não diferenciados. Feito isso, adota-se algum critério de informação (Schwarz ou Akaike) para se determinar o número de defasagens a serem usadas, onde esse valor passa a ser também a quantidade de defasagens utilizada no teste de cointegração, e conseqüentemente no VECM, caso haja cointegração. Verificada a quantidade de defasagens ótima, realiza-se o teste e em seguida se obtém o posto da matriz ρ , onde este representará a quantidade de equações cointegrantes no modelo; mais precisamente, são possíveis três resultados:

- i. se o posto é pleno, $r(\rho) = n$, então há n equações independentes (cada variável é estacionária), e estima-se um VAR normalmente;
- ii. se $0 < r(\rho) = n - r < n$, então há $n - r$ equações cointegrantes;
- iii. se $r(\rho) = 0$, então as variáveis do modelo não cointegram, e será estimado um VAR em primeira diferença.

Uma vez que o posto de uma matriz está associado ao determinante de uma matriz, e este, por sua vez, associado²² aos seus autovalores, há dois possíveis testes a serem utilizados para se determinar o posto da matriz utilizando seus autovalores: o teste do traço e o teste do máximo autovalor. Este último teste será o utilizado no trabalho por apresentar uma melhor robustez em relação ao primeiro.

Inicialmente para se executar o teste, os autovalores devem ser organizados do maior para o menor. A estatística do teste é dada por:

$$\lambda_{Max}(r) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$$

²² O determinante de uma matriz é o produto de seus autovalores.

onde $\hat{\lambda}_i$ representa a estimativa de cada autovalor, e T o número de observações úteis. Quanto menor o autovalor mais próxima de zero é a estatística, e vice-versa. As hipóteses são:

$$H_0: r(\rho) = r^*(\rho)$$

$$H_1: r(\rho) = r^*(\rho) + 1$$

O teste é sequencial, no sentido que inicialmente supõe-se que o posto seja nulo, e caso a hipótese nula seja rejeitada, então o posto é aumentado em uma unidade, e novamente é realizado o teste até que a hipótese nula não seja mais rejeitada. De acordo com Bueno (2008) “[...] é um teste que verifica qual o máximo autovalor significativo que produz um vetor de cointegração. Esse autovalor máximo correspondente ao vetor de cointegração r^* mostra que há r^* vetores de cointegração.”

3.2 Combinações de Previsões

Bates e Granger (1969) em seu trabalho argumentam que de maneira geral o foco dos estudiosos ao realizar previsão é definir qual modelo melhor prevê determinada variável de interesse. Diferentemente do que era realizado a época em termos de previsões, os autores, utilizando dados de duas séries de previsões para vendas de passagens de linhas aéreas, realizaram novas previsões implementando diversas metodologias de combinação. Eles concluíram que empregar a técnica de combinação gera previsões com erros ainda menores em relação aos das previsões utilizadas no procedimento.

E por que combinar previsões? Nesse sentido há um ganho informacional, uma vez que ao agregar previsões, não se limita mais a somente um único, e melhor, método de geração de previsões (WINKLER e MAKRIDAKIS, 1983). Em outras palavras, implementar a técnica de combinação implica incorrer em ganhos de diversificação.

Nesta secção são apresentados, de maneira breve, três mecanismos para combinação de previsões: média aritmética, média ponderada em função do RMSE, e regressão linear múltipla.

O primeiro mecanismo, mais intuitivo, é o de média simples, que consiste em atribuir pesos iguais às previsões. Nesse caso, o grau de precisão da previsão não é necessário para a implementação do procedimento, sendo exatamente isso a

desvantagem do método (CLEMEN e WINKLER, 1986). Considerando o caso mais simples, com apenas duas previsões, modelos x e y , tem-se,

$$C_{prev} = wP_x + (1 - w)P_y$$

onde w representa o peso atribuído às previsões de x , e este assume, neste caso, o valor de 0,5.

Outro mecanismo é o de combinação por média ponderada baseada nos erros de previsão. Este mecanismo está apresentado em Stock e Watson (2001), e, de maneira simples, os pesos atribuídos a cada série de previsão é dado por,

$$w_i = \frac{\left(\frac{1}{RMSE_i^k}\right)}{\left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{RMSE_j^k}\right)}$$

onde k é a potência atribuída ao RMSE, sendo normalmente $k = 1$.

O último mecanismo de combinação se dá por regressão via MQO. A ideia é realizar uma regressão linear das previsões individuais tendo como variável dependente a própria série de inflação, onde os parâmetros obtidos nas estimações são os pesos a serem utilizados no procedimento de combinação das previsões. De acordo com Cavaleri e Ribeiro (2011), o modelo de estimação dos pesos é:

$$C_{prev} = \alpha + w_1P_1 + w_2P_2 + \dots + w_nP_n$$

onde α é uma constante e $i = 1, 2, \dots, n$ representa cada série de previsão utilizada no processo.

3.3 Modelo de Curva de Phillips

O desenvolvimento da curva de Phillips foge ao escopo do trabalho, sendo aqui feita apenas uma rápida discussão a seu respeito²³. A sua especificação é dada como segue,

$$\pi = \pi^e - \varphi(d - d_n)$$

onde π representa a taxa de inflação, π^e a expectativa de inflação, d a taxa de desemprego, d_n a taxa de desempenho natural (equilíbrio de longo prazo), e φ a

²³ Para mais detalhes consultar o capítulo 7 do Manual de Macroeconomia da USP (2008).

sensibilidade dos preços à taxa de desemprego. Essa relação é um *trade-off*: um aumento na taxa de inflação é causado pela redução da taxa de desemprego e vice-versa.

Devido à indisponibilidade de dados para representar a variável desemprego para todo o período que foi estudado, além da mudança da metodologia de cálculo desta variável recentemente, optou-se por trabalhar com outra especificação também muito utilizada na literatura, que relaciona inflação ao hiato do produto. Após algumas manipulações, a nova especificação da curva de Phillips é:

$$\pi = \pi^e + \lambda(Y - Y_p) = \pi^e + \lambda h$$

onde $h = (Y - Y_p)$ representa o hiato do produto, dado pela diferença entre o produto de uma economia e o produto potencial desta, e λ , por sua vez, a sensibilidade da inflação aos desvios do produto de pleno emprego. O produto potencial é obtido por meio do chamado filtro de Hodrick-Prescott (HP) que, de maneira simples, faz uma suavização na série temporal que representa o produto de uma economia. Sendo o Produto Interno Bruto (PIB) a variável escolhida para representar o nível de produção da economia brasileira, o filtro funciona de modo a minimizar o somatório do quadrado do hiato do produto dada uma restrição sobre a variação do crescimento do produto potencial representada pelo segundo termo da expressão, onde este tem α como multiplicador. O filtro é representado como segue:

$$\sum_{t=1}^T (PIB_t - \widehat{PIB}_t)^2 + \alpha \sum_{t=2}^{T-1} [(\widehat{PIB}_{t+1} - \widehat{PIB}_t) - (\widehat{PIB}_t - \widehat{PIB}_{t-1})]^2$$

A modelagem da curva de Phillips será incorporada ao mecanismo do modelo ADL. Inicialmente foi assumindo a presença de inércia inflacionária, ou seja, os agentes esperam que a inflação do período atual seja igual à do período anterior: $\pi_t^e = \pi_{t-1}$. Assim, a curva de Phillips seria

$$\pi = \pi_t^e + \lambda h_t = \pi_{t-1} + \lambda h_t$$

A versão do processo ADL utilizada nas estimações é aquela em que a variável dependente e suas defasagens são dadas em primeira diferença e a variável exógena e suas defasagens estão em nível. Portanto,

$$\Delta\pi_t = C + (a_1\Delta\pi_{t-1} + \dots + a_n\Delta\pi_{t-n-1}) + (h_t + c_1h_{t-1} + \dots + c_nh_{t-n}) + \varepsilon_t$$

A especificação acima, com a adição de uma variável *dummy* para captar o efeito das eleições realizadas no ano de 2002, será a utilizada nas estimações.

4 BASE DE DADOS

As variáveis utilizadas no estudo foram obtidas no Sistema Gerenciador de Séries Temporais do Banco Central do Brasil e no banco de dados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, Ipeadata. A seguir é feita uma breve descrição das variáveis utilizadas:

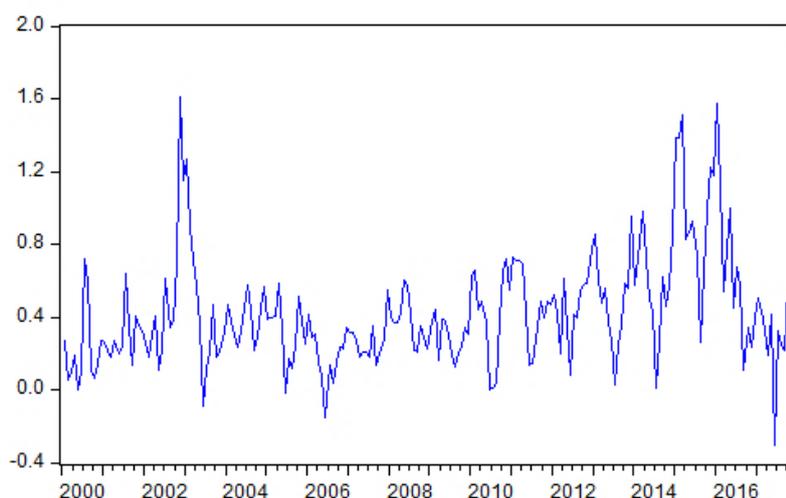
- i. Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA): mensurado mensalmente pelo IBGE, representa o índice de inflação brasileira, uma vez que leva em consideração os principais segmentos da economia que afetam a vida de um indivíduo, como alimentação e bebidas, educação, vestuário, etc. A série utilizada corresponde ao nível, e não à variação percentual do índice. A mesma se encontra devidamente transformada para o período base correspondente a janeiro de 2013;
- ii. Produto Interno Bruto (PIB): representa a soma de todos os bens e serviços produzidos, em sua forma final, na economia em termos monetários, mais precisamente para o Brasil, em milhões de reais. A série possui periodicidade mensal e foi deflacionada pelo IGP-DI²⁴ (também em nível e com base em 01/2013 = 100), que é uma média ponderada de três índices de preços da economia brasileira, dentre eles o próprio IPCA;
- iii. Taxa de Câmbio: de maneira simples reflete o preço de uma moeda estrangeira em termos da moeda nacional. Reflete a taxa de câmbio R\$/US\$ comercial média do período em termos de valor de venda;
- iv. Taxa de Juros (Selic-Overnight): é a taxa básica de juros da economia. Representa a média dos juros que o Governo paga aos bancos que lhe emprestam dinheiro. A série utilizada tem periodicidade mensal;
- v. Utilização da Capacidade Instalada (UCI): é um indicador do nível de atividade industrial que mostra o percentual da indústria brasileira que está de fato sendo utilizado. O índice é um percentual que varia entre 0% e 100%, onde quanto mais próximo de 100% maior o nível de uso da capacidade instalada. É

²⁴ Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna

calculado mensalmente pela Confederação Nacional da Indústria e pela Fundação Getúlio Vargas.

A amostra utilizada compreende o período de janeiro de 2000 a dezembro de 2017, totalizando 216 observações, sendo esta dividida em duas partes: o intervalo de janeiro de 2000 a dezembro de 2016 foi utilizado para fins de estimações, o restante da amostra foi utilizado para fins de previsão. Em concordância com Alencar (2006) e Chan (2009), nos modelos univariados foi introduzida uma variável *dummy* para captar o efeito do período das eleições ocorridas no final de 2002. Mais precisamente, a *dummy* foi criada para o período de novembro de 2002, período em que houve alta variação na taxa de inflação, como pode ser visto na figura que segue:

Figura 1: Variação Percentual da Inflação



A tabela a seguir resume o uso das variáveis que foram trabalhadas em cada modelo:

Tabela 2: Variáveis trabalhadas nos modelos

	IPCA	PIB	Câmbio	Juros	UCI	<i>Dummy</i> (11/2002)
ARIMA	•					•
ADL	•	•				•
VECM	•		•	•	•	

Fonte: Elaborado pelo autor.

5 VERIFICAÇÃO DE ESTACIONARIEDADE

Outro importante ponto a ser considerado é a verificação da estacionariedade das séries utilizadas no estudo. Um processo y_t é considerado fracamente estacionário quando as seguintes condições são satisfeitas para todo t e $t - s$:

- i. $E(y_t) = E(y_{t-s}) = \mu$ (média constante e finita);
- ii. $E[(y_t - \mu)^2] = E[(y_{t-s} - \mu)^2] = \sigma^2_y$ (variância finita);
- iii. $E[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = E[(y_{t-j} - \mu)(y_{t-j-s} - \mu)] = \gamma_s$ (autocovariância depende da distância temporal entre as observações e não do tempo).

Entretanto, considerando essa definição de estacionariedade, pode ocorrer de algum desses pontos não serem atendidos, caracterizando a série como não-estacionária. Tendo a série essa característica, há problemas em realizar inferências estatísticas, pois os choques aleatórios que esta sofre são permanentes, alterando sua média condicional (não mais constante). Portanto, antes de se realizar estimações, a série deve ser adequadamente tratada. Geralmente, tomar a primeira diferença resolve o problema de não-estacionariedade.

Existem diversos testes para se verificar a estacionariedade de uma série: Dickey-Fuller, Dickey-Fuller Aumentado; Phillips-Perron; KPSS; etc. Neste trabalho será utilizado o teste Dickey-Fuller Aumentado para a verificação de estacionariedade das séries, que é uma expansão do teste Dickey-Fuller.

5.1 Testes Dickey-Fuller e Dickey-Fuller Aumentado

Para entendimento da mecânica do teste Dickey-Fuller, considere o seguinte processo AR(1),

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

A hipótese nula do teste é que se $\gamma = 1$ se diz que o processo possui raiz unitária, ou seja, a série não é estacionária. A hipótese alternativa é, se $\gamma < 1$, o processo não possui raiz unitária, e a série é estacionária. Subtraindo Y_{t-1} em ambos os lados da equação acima tem-se,

$$\Delta Y_t = \mu Y_{t-1} + \varepsilon_t; \mu = \gamma - 1$$

onde, $H_0: \mu = 0$ e $H_1: \mu < 0$.

A estatística do teste é diferente em relação ao teste t tradicional, que, nesse caso, não pode ser aplicado²⁵. Obtido o valor do teste, este é comparado com o valor crítico para um determinado nível de significância, e então é decidido sobre a presença ou não de raiz unitária, ou seja, se a série não é estacionária ou é estacionária.

Enders (2014) argumenta que o teste anterior assume que os erros são independentes e possuem variância constante. De outra maneira, o teste seria inapropriado em situações onde o erro não é estacionário. Outro problema por ele levantado se refere ao fato de que este se aplica apenas na situação em que há apenas uma raiz unitária; porém um modelo AR(p) pode, por exemplo, possuir p raízes características, sendo necessário, nesse caso, diferenciar a série p vezes para se chegar a estacionariedade. Dito isso, foi desenvolvido o chamado teste Dickey-Fuller Aumentado que, contorna os problemas apresentados. Não é objetivo do trabalho desenvolver a metodologia do teste, sendo apresentado apenas o teste em sua forma final. O teste, considerando um AR(p) com raiz unitária, é:

$$\Delta Y_t = \alpha + \mu Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t;$$

onde $\mu = -(1 - \sum_{i=1}^p \gamma_i)$ e $\lambda_i = -\sum_{j=1}^{p-1} \gamma_{j+1}$.

As hipóteses do teste continuam sendo as mesmas do anterior. Uma das maneiras de se determinar a quantidade ótima de p, é ir adicionando defasagens até o ponto onde os resíduos sejam livres de autocorrelação. Vale ressaltar que o excesso de defasagens reduz a eficácia do teste.

5.2 Estacionariedade das Séries

Apresentado o teste que será utilizado, a tabela a seguir resume os resultados para verificação de estacionariedade das séries utilizadas. O teste foi aplicado tanto para a série em nível quanto em primeira diferença.

²⁵ Para mais detalhes, ver Bueno (2008).

Tabela 3: Verificação da Estacionariedade das Séries

Variáveis	Teste de Raiz Unitária				Decisão
	Dickey-Fuller Aumentado				
	Nível		Primeira Diferença		
	Teste	p-valor (5%)	Teste	p-valor (5%)	
IPCA	-0.799673	0.9631	-5.973309	0.0000	Estacionária em primeira diferença
PIB	-2.229961	0.4701	-3.6538844	0.0055	Estacionária em primeira diferença
Taxa de Câmbio	-1.625008	0.4681	-10.16222	0.0000	Estacionária em primeira diferença
Selic	-1.758754	0.4003	-4.717116	0.0001	Estacionária em primeira diferença
UCI	-1.999909	0.2869	-4.007786	0.0017	Estacionária em primeira diferença

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota: Para as variáveis utilizadas, o teste aplicado no nível foi uma variante do teste Dickey-Fuller Aumentado que considera presença de constante no processo autorregressivo; além disso, nas séries IPCA e PIB foi também considerada a presença de tendência determinística. Nos testes em primeira diferença, foi considerado apenas a presença de constante.

6 RESULTADOS

Esta secção será subdividida em 5 partes. Nas três primeiras subsecções serão apresentados os resultados para as previsões²⁶ obtidas pelos modelos trabalhados. Na quarta serão apresentadas as combinações destas e as implicações a respeito da melhora ou não na qualidade das predições. Na quinta, e última, subsecção é feita uma análise mais apurada das previsões obtidas, sendo estas comparadas com as geradas pela pesquisa Focus e pelo *Naive*, tidos como *benchmark*. Vale mencionar que apesar de ter sido adotado um critério de escolha das especificações, o processo de ajustamento dos modelos não foi tão rigoroso, sendo o enfoque voltado para as previsões, como defendido por Meyler, Kenny e Quinn (1998). Assim, o fato de que os erros das estimações não são do tipo ruído branco foi desconsiderado na análise. Embora o RMSE tenha sido utilizado para avaliar as previsões, o destaque principal foi dado ao MAPE que avalia a qualidade destas em termos percentuais.

²⁶ Como mencionado, serão utilizadas para objeto de estimação as observações de janeiro de 2000 a dezembro de 2016, sendo as observações restantes, até dezembro de 2017, utilizadas para fins de previsão, sendo que estas foram realizadas em nível.

6.1 Modelo ARIMA

Com respeito ao processo ARIMA, tentou-se obter um modelo parcimonioso, ou seja, que por um lado se ajustasse bem aos dados e por outro fosse simples, sem muitas defasagens na sua composição. Assim, foram testadas diversas combinações, sendo a quantidade máxima de defasagens permitida para os componentes autorregressivo e de média móvel igual a 4, totalizando 24 especificações. As estimações foram ranqueadas de acordo com os critérios de informação de Akaike e Schwarz, sendo escolhida as duas melhores por cada critério. A tabela a seguir mostra as dez melhores especificações de acordo com o critério de informação considerado:

Tabela 4: Critérios de Seleção

Posição	Critérios de Informação					
	Akaike	AR	MA	Schwarz	AR	MA
1°	-0.408612	4	2	-0.2888	1	0
2°	-0.404844	4	3	-0.26946	1	1
3°	-0.383383	3	4	-0.26718	2	0
4°	-0.37878	2	4	-0.26222	4	2
5°	-0.373999	4	4	-0.25532	1	2
6°	-0.372849	1	4	-0.25428	3	0
7°	-0.369689	3	3	-0.25353	0	4
8°	-0.367391	0	4	-0.2516	2	1
9°	-0.360877	2	3	-0.24561	4	0
10°	-0.359463	4	0	-0.24273	1	4

Fonte: Elaborado pelo autor.

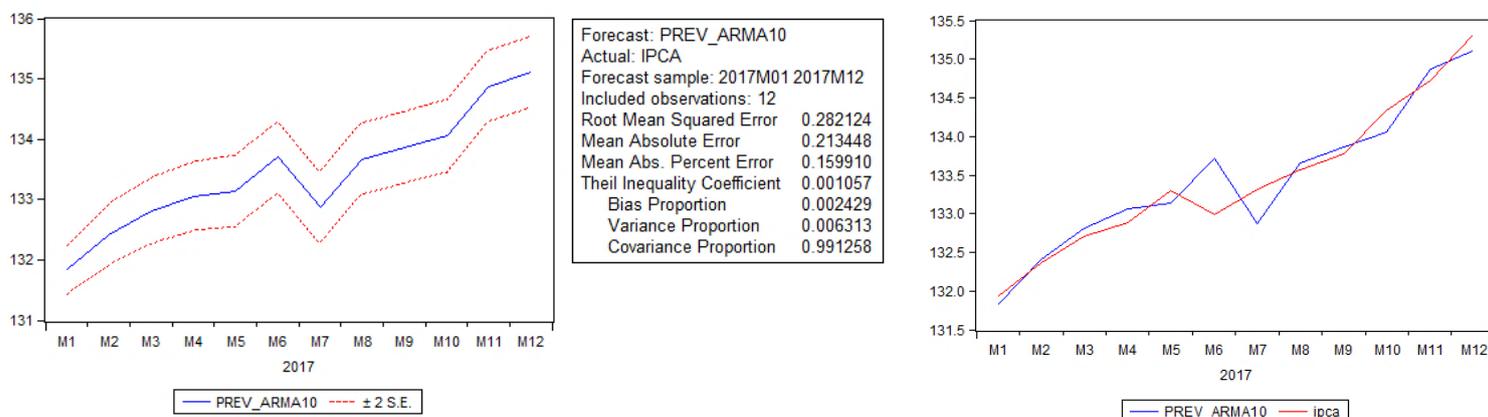
As melhores especificações, em termos de ajustamento, foram: ARIMA (4,1,2), ARIMA (4,1,3), ARIMA (1,1,0) e ARIMA (1,1,1). Obtidas as estimações, foram realizadas previsões. Para se obter o melhor ARIMA em termos de previsão, foi considerado aquele que apresentava a menor raiz do erro quadrático médio. A especificação que apresentou o menor erro de previsão foi o modelo ARIMA (1,1,0)²⁷, com um RMSE de 0.2821. Deve-se ressaltar que a *dummy*, referente ao período de eleições em 2002 utilizada na estimação se mostrou significativa²⁸, contribuindo positivamente para o aumento da inflação naquele período. O resultado da previsão para

²⁷ Os resultados obtidos na estimação serão apresentados no Apêndice A.

²⁸ Aos níveis de 1%, 5% e 10%.

o ano de 2017 será apresentado a seguir, juntamente com a série de previsão comparada ao IPCA no período.

Figura 2: Previsão ARIMA (1,1,0) x IPCA



Nota: PREV_ARMA10 refere-se a previsão do modelo ARIMA (1,1,0), onde ARMA10 se refere aos componentes AR e MA do mesmo.

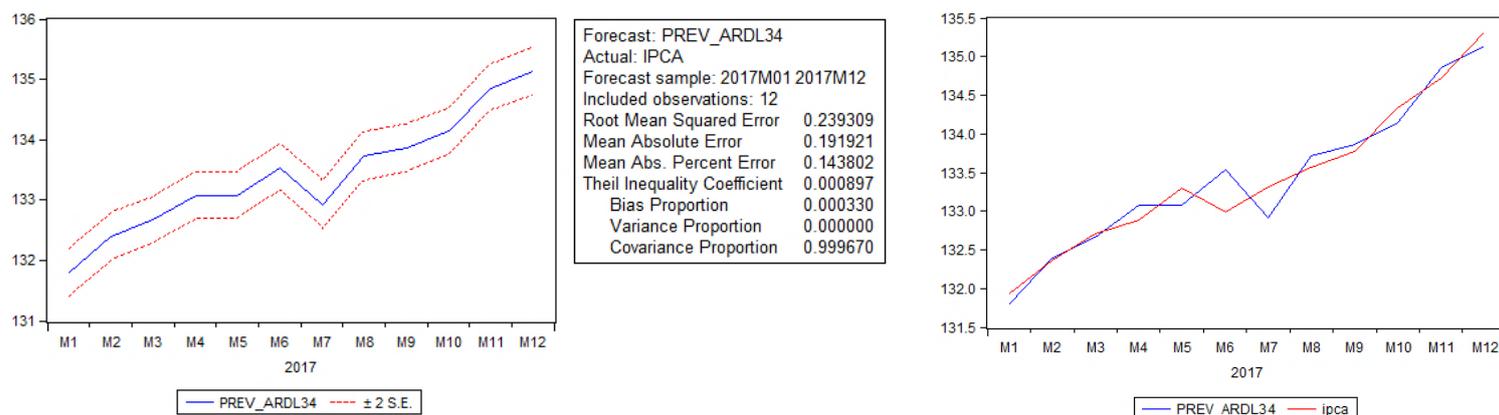
6.2 Modelo ADL-Curva de Phillips

Para o modelo ADL-Curva de Phillips o procedimento adotado foi semelhante ao aplicado no ARIMA: foram selecionadas as duas melhores especificações em termos de ajuste, uma para cada critério de informação adotado no estudo, sendo em seguida decidido qual a melhor para realizar previsões em função da qualidade destas. A quantidade limite de defasagens foi a mesma aplicada ao processo ARIMA.

As especificações selecionadas de acordo com os critérios de informação de Schwarz e Akaike, foram, respectivamente, ADL(1,2) e ADL(3,4). Em seguida foram realizadas previsões, sendo o RMSE utilizado para a escolha entre as duas. A especificação selecionada foi ADL(3,4)²⁹, que apresentou um RMSE de 0.2393, sendo por esse critério o modelo com melhor desempenho preditivo dentre os utilizados no estudo. A variável *dummy* novamente foi estatisticamente significativa, apresentando efeito positivo na inflação em novembro de 2002. Vale destacar também que o hiato do produto se mostrou significativo apenas na segunda e quarta defasagens. O resultado das previsões geradas pelo ADL(3,4) é apresentado na sequência:

²⁹ Os resultados obtidos na estimação serão apresentados no Apêndice B.

Figura 3: Previsão ADL(3,4) x IPCA



6.3 Modelo VECM

Inicialmente, para a verificação da presença ou não de cointegração é necessário identificar a quantidade ideal de defasagens a ser utilizada no teste de Johansen. Foi, então, utilizada a mecânica explicada anteriormente: estimar o VAR em nível, apesar de as séries serem não estacionárias, e em seguida adotar critérios de informação para determinar o número defasagens a serem aplicadas no teste, sendo a quantidade máxima permitida igual a oito. Nesse procedimento, o número ótimo de defasagens de acordo com os critérios foram dois, pelo critério de Schwarz, e oito, pelo critério de Akaike. O ordenamento das variáveis, tanto na seleção das defasagens, quanto no teste de cointegração e nas estimações foi: IPCA, taxa de juros, taxa de câmbio e UCI. Deve-se frisar que a escolha das variáveis, juntamente com o ordenamento dado a estas, foram feitos de modo semelhante ao adotado pelo Banco Central³⁰ na geração de previsões para a inflação brasileira. A seguir são apresentados os resultados da escolha das defasagens:

Tabela 5: Critérios de Seleção de Defasagens

	N° de Defasagens								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Schwarz	14.1803	0.23601	-0.4308*	-0.2042	-0.15061	0.00040	0.32068	0.46447	0.7078
Akaike	14.1153	-0.08929	-1.01635	-1.05001	-1.25665	-1.36588	-1.30584	-1.42230	-1.4392*

Fonte: Elaborado pelo autor.

³⁰ Ver relatório 'Perspectivas para a Inflação' de junho de 2004, divulgado pelo Banco Central através de seus relatórios de inflação.

Em seguida, foram realizados testes de cointegração sendo consideradas duas e oito defasagens. Para ambas especificações, o teste de Johansen apontou a presença de uma equação cointegrante. O passo seguinte seria estimar o VECM com as defasagens anteriormente mencionadas, e considerando a presença de cointegração entre as variáveis. Entretanto, não seria parcimonioso estimar um modelo com oito defasagens dado que se pode trabalhar com um modelo menos parametrizado (duas defasagens), sendo este, portanto, descartado. Logo, o VECM utilizado nas previsões foi o que continha duas defasagens³¹. A seguir são apresentados os resultados do teste de cointegração.

Tabela 6: Teste de Cointegração de Johansen

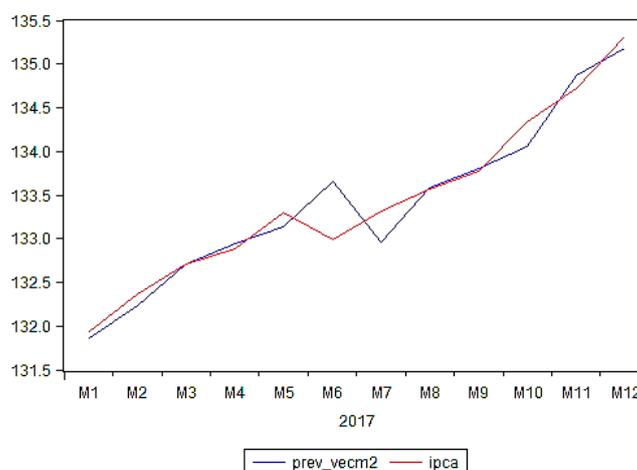
Teste de Cointegração de Johansen (Máximo Autovalor)				
Nº de Eq. Cointegrantes	Nenhuma	No máximo uma	No máximo duas	No máximo três
Autovalor	0.180325	0.056193	0.052391	0.008026
p-valor	0.0003*	0.4999	0.1256	0.1871

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota: o p-valor para a hipótese nula de que não havia nenhuma equação cointegrante foi inferior ao nível de 5% de significância, indicando que esta deveria ser rejeitada. Por outro lado, o p-valor para a hipótese nula de presença de uma equação cointegrante foi superior ao nível de 5% de significância, apontando a não rejeição desta.

Em termos de qualidade preditiva, o VECM(2) apresentou um RMSE de 0.2467. A seguir é apresentado o gráfico da previsão da série de inflação em comparação a série real para o ano de 2017.

Figura 4: Previsão VECM(2) x IPCA



³¹ Os resultados da estimação serão apresentados no Apêndice C.

6.4 Combinações das Previsões

Como dito anteriormente, três maneiras de combinar previsões seriam aplicadas: média aritmética simples, média ponderada em função dos erros quadráticos médios das previsões, e regressão linear. Bates e Granger (1969) concluíram em seu estudo que as mecânicas de combinação por eles utilizada geraram resultados satisfatórios em relação às previsões utilizadas, resultado este também constatado por Chan (2009).

Para a primeira metodologia de combinação, realizada por média simples, o RMSE das previsões geradas foi de 0.2523. Para a combinação por média ponderada, o valor do RMSE não se alterou bastante; este foi 0.2551. O menor, e melhor, foi obtido na combinação por regressão linear: 0.2175. Em relação às previsões individuais, as duas primeiras metodologias de combinação não se mostraram superiores as previsões geradas pelos modelos ADL(3,4) e VECM(2), entretanto, a série de previsão gerada por regressão linear se mostrou superior a todas geradas. A tabela que segue resume os resultados para o RMSE dos modelos e das combinações.

Tabela 7: Combinações das Previsões

	Previsões - Modelos Econométricos			Previsões - Técnica de Combinação		
	ARIMA(1,1,0)	ADL(3,4)	VECM(2)	Comb. Média Simples	Comb. Média Ponderada	Comb. Regressão Linear
RMSE	0.2821	0.2393	0.2467	0.2523	0.2551	0.2175

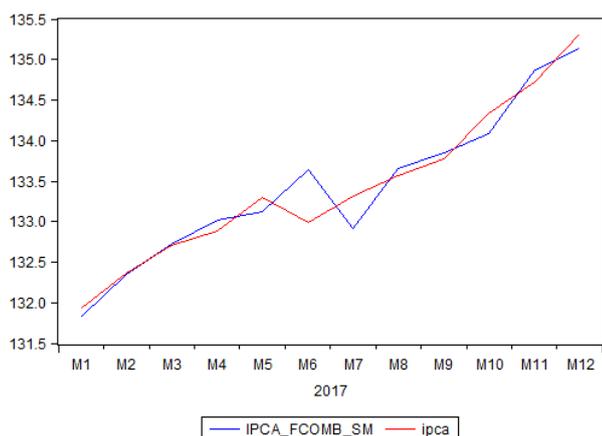
Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota₁: os valores acima apresentados estão arredondados na quarta casa decimal.

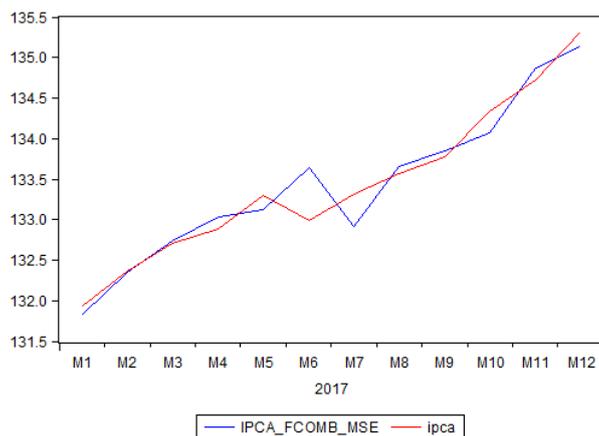
Os gráficos das combinações com a série da inflação são apresentados na sequência.

Figura 5: Combinações x IPCA

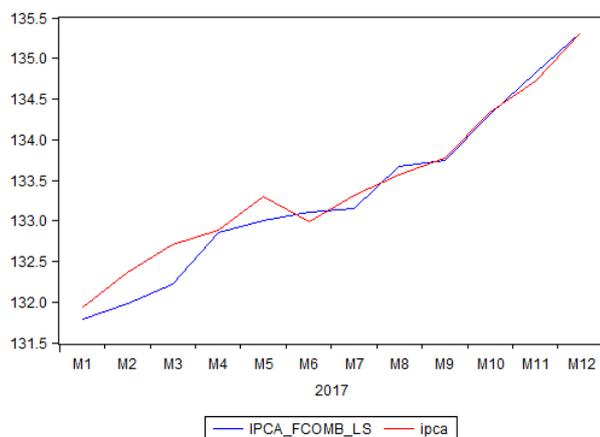
5.a: Média Simples x IPCA



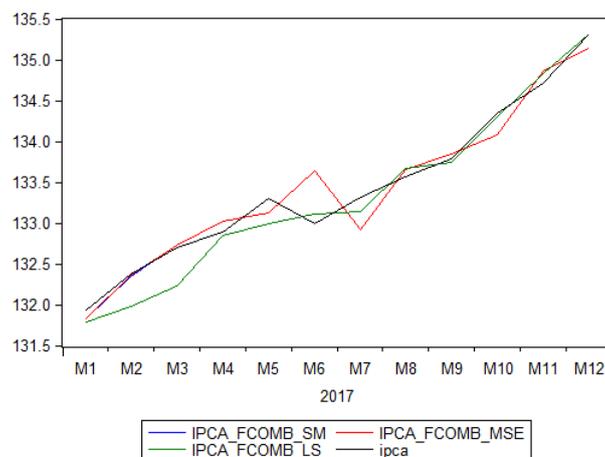
5.b: Média Ponderada x IPCA



5.c: Regressão Linear x IPCA



5.d: Previsões Juntas



Nota: Na figura 9.d, as combinações por média simples e por média ponderada são muito próximas, e isso reflete no gráfico das previsões conjuntas, onde as séries de previsão obtidas se confundem no gráfico.

6.5 Análise das Previsões

Até aqui foram apresentadas as melhores especificações escolhidas para cada um dos modelos utilizados. O procedimento adotado nas escolhas foi, basicamente: análise dos critérios de informação e parcimônia, para o ajustamento, e RMSE, para previsões. Foram também realizadas combinações das previsões utilizando três diferentes métodos: média simples, média ponderada com base no RMSE, e regressão linear.

Utilizando agora o MAPE para avaliar a qualidade das previsões em termos percentuais, as séries geradas pelos modelos e pelas técnicas de combinação serão comparadas a dois *benchmarks*: o modelo *Naive* e as previsões Focus. Este primeiro não apresenta nenhum embasamento na teoria econômica tendo como única premissa a presença de inércia inflacionária. Formalmente, sua especificação é dada como segue,

$$\pi_{t+1} = \pi_t + w_t, \text{ onde } w_t \sim N(0, G_w^2)$$

$$E[\pi_{t+1}] = \pi_t$$

Ou seja, a previsão para a inflação no período $t + 1$ é o valor desta em t . Já a expectativa do mercado para a inflação mensal foi obtida pelo Boletim Focus, publicado semanalmente, que contém um resumo das expectativas de agentes econômicos com respeito a importantes indicadores da economia brasileira, como, por exemplo, a própria inflação. Os dados coletados correspondiam à mediana das expectativas em termos de

variações percentuais do IPCA. Inicialmente, deve-se notar que para serem comparáveis, a série de expectativas do Focus deveria estar em nível (e não em termos percentuais), em concordância com as séries de previsões que foram geradas. Outro ponto a ser atentado é o fato de que as previsões do Focus não possuem um período base ao qual são consideradas as previsões, diferentemente da série do IPCA utilizada nesse trabalho que possui base em janeiro de 2013, o que poderia levantar discussão acerca da compatibilidade das previsões. Dessa forma é sugerida a seguinte adaptação: tomar o produto entre o fator de variação, advindo do Focus, e a série IPCA em nível, que já possui uma base definida. Formalmente:

$$IPCA_{Focus} = IPCA(i)_{2013.01=100} * (1 + \Delta\% \pi_{Focus})$$

Onde:

$IPCA_{Focus}$ – Previsão do mercado em nível;

$IPCA(i)_{2013.01=100}$ – Inflação mensal, em nível, com base em janeiro de 2013;

$(1 + \Delta\% \pi_{Focus})$ – Fator de variação;

$\Delta\% \pi_{Focus}$ – Variação percentual da inflação obtida no relatório Focus.

Dessa maneira, seria obtido a previsão do mercado compatível com as previsões geradas.

Em relação aos resultados, considerando o grupo dos modelos, o que apresentou melhor performance em termos de previsão foi o VECM(2) apresentou um percentual de erro (MAPE) na ordem de 0.1274%. Frente ao *Naive*, que apresentou um percentual de erro de 0.2801%, o VECM(2) se mostrou 0.1527% mais eficiente; comparado ao mercado, seu o erro de previsão foi 0.0315% menor. No grupo das combinações de previsões, a metodologia de combinação por regressão linear foi a que se destacou, com um percentual de erro de 0.1221%; uma eficiência de 0.1579% em relação ao *Naive*, e de 0.0368% em comparação ao mercado. Dentre todas as séries de previsão geradas, a série gerada por esta metodologia foi a que apresentou o menor erro percentual de previsão, sendo, portanto, a que mais se aproximou do real valor da inflação no período. Já os outros métodos de combinação de previsão apresentaram percentuais de erro superiores aos dos modelos univariados, mas inferiores ao modelo multivariado.

As tabelas 8 e 9 apresentadas a seguir contém, respectivamente, os dados da qualidade das previsões em termos de erros percentuais e o quanto cada uma foi eficiente em relação aos *benchmarks* adotados (Tabela 8), e o *ranking* destas de acordo o grau de eficiência (Tabela 9).

Tabela 8: Análise da Capacidade Preditiva em Termos Percentuais

Período	IPCA	Previsões - <i>Benchmarks</i>		Previsões – Modelos Econométricos			Previsões - Técnicas de Combinação		
		<i>NAIVE</i>	FOCUS	ARIMA(1,1,0)	ADL(3,4)	VECM(2)	Média Simples	Média Ponderada	Regressão Linear
2017/01	131.9370	131.4374	132.2129	131.8385	131.8003	131.8618	131.8335	131.8343	131.7837
2017/02	132.3724	131.9370	132.7154	132.4169	132.3905	132.2402	132.3492	132.3553	131.9801
2017/03	132.7032	132.3724	132.7827	132.8048	132.6668	132.7044	132.7253	132.7335	132.2247
2017/04	132.8889	132.7032	133.2340	133.0581	133.0725	132.9390	133.0232	133.0261	132.8504
2017/05	133.3009	132.8889	133.5800	133.1365	133.0830	133.1391	133.1195	133.1215	132.9974
2017/06	132.9944	133.3009	133.5676	133.7160	133.5409	133.6530	133.6367	133.6452	133.1131
2017/07	133.3136	132.9944	133.2337	132.8773	132.9090	132.9657	132.9174	132.9136	133.1458
2017/08	133.5668	133.3136	133.7135	133.6600	133.7209	133.5838	133.6549	133.6548	133.6667
2017/09	133.7804	133.5668	133.9675	133.8643	133.8668	133.8045	133.8452	133.8468	133.7472
2017/10	134.3424	133.7804	134.2620	134.0485	134.1371	134.0558	134.0805	134.0769	134.3027
2017/11	134.7186	134.3424	134.8395	134.8686	134.8552	134.8681	134.8639	134.8645	134.8314
2017/12	135.3114	134.7186	135.2844	135.1072	135.1347	135.1752	135.1390	135.1360	135.3221
Resultados	MAPE	0.2801%	0.1589%	0.1599%	0.1438%	0.1274%*	0.1395%	0.1410%	0.1221%**
	Eficiência - <i>NAIVE</i>	-	-	0.1201%	0.1363%	0.1527%	0.1405%	0.1391%	0.1579%
	Eficiência - FOCUS	-	-	-0.0010%	0.0151%	0.0315%	0.0194%	0.0179%	0.0368%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota₁: os valores acima apresentados estão arredondados na quarta casa decimal.

Nota₂: (*) melhor previsão no grupo dos modelos; (**) melhor previsão dentre todas as previsões.

Tabela 9: Resultados das Previsões

Posição	Previsões	Eficiência em relação ao <i>NAIVE</i>	Eficiência em relação ao FOCUS	RMSE	MAPE
1°	Comb. Regressão Linear	0.1579%	0.0368%	0.2175	0.1221%
2°	VECM(2)	0.1527%	0.0315%	0.2467	0.1274%
3°	Comb. Média Simples	0.1405%	0.0194%	0.2523	0.1395%
4°	Comb. Média Ponderada	0.1391%	0.0179%	0.2551	0.1410%
5°	ADL(3,4)	0.1363%	0.0151%	0.2393	0.1438%
6°	ARIMA(1,1,0)	0.1201%	-0.0010%	0.28211	0.1599%

Fonte: Elaborado pelo autor.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse trabalho foi o de realizar previsões para a inflação mensal brasileira, mensurada pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo, IPCA, no ano de 2017. Para obtenção das previsões, foram utilizados três modelos econométricos: ARIMA, ADL - Curva de Phillips e VECM. Além das previsões geradas por cada modelo, foi utilizada a técnica de combinação destas previsões, uma vez que trabalhos

anteriores constataram melhora na acurácia quando diferentes previsões são combinadas. As metodologias de combinação utilizadas foram: média aritmética simples, média ponderada e combinação por regressão linear. A amostra foi dividida em duas partes: a primeira utilizada para ajustamento (2000/01 - 2016/12), e a segunda para fins de previsões (2017/01 - 2017/12).

A seguir são resumidos os resultados obtidos:

- i. As especificações escolhidas, após um mecanismo de seleção razoavelmente criterioso, foram: ARIMA(1,1,0), ADL(3,4) e VECM(2). Estes apresentaram, respectivamente, RMSE de 0.2821, 0.2393 e 0.2467, sendo a série de previsão gerada pelo ADL(3,4) a melhor entre estas;
- ii. Foram realizadas combinações das previsões geradas, onde os valores do RMSE foram 0.2523, 0.2551 e 0.2175 para, respectivamente, as metodologias de combinação por média simples, média ponderada e regressão linear, onde esta última apresentou melhor desempenho;
- iii. Na comparação das previsões, também foi adotado o critério MAPE, que verifica, em termos percentuais, o quanto cada série de previsão se desvia do real valor da inflação no período considerado. Este critério foi comparado a dois *benchmarks*: (i) o modelo *Naive*, que tem como premissa a inércia inflacionária; (ii) previsões de mercado, divulgadas pelo Boletim Focus;
- iv. Considerando este critério, a série de previsão gerada por combinação via regressão linear apresentou a melhor performance em relação a todas as previsões geradas, com um MAPE de 0.1221%, valor este 0.1579% menor que o *Naive*, e 0.0368% menor que as previsões de mercado, sendo também, obviamente, a melhor no grupo das previsões geradas por combinação. No grupo dos modelos, o destaque ficou para o modelo VECM(2), com um MAPE de 0.1274%;

Os resultados encontrados, portanto, sugerem que combinar previsões pode gerar uma aproximação ainda melhor. Apesar disso, foi visto que as outras metodologias de combinação utilizadas, média simples e ponderada, não se mostraram absolutamente melhores que as previsões geradas pelos modelos individualmente, o que indica que adotar esse procedimento não necessariamente irá aumentar a qualidade da previsão.

São deixadas as seguintes sugestões para trabalhos posteriores de pontos que não foram tão bem abordados neste trabalho:

- i. Nas estimações do modelo ADL-Curva de Phillips foi considerada a hipótese de que a expectativa dos agentes para a inflação em t seja igual o valor desta

em $t - 1$, ou seja, $\pi^e_t = \pi_{t-1}$. Essa hipótese de que os agentes são do tipo *backward-looking*³² pode ser muito forte e não condizer totalmente com a realidade.

- ii. Existem outros esquemas de combinações de previsões que não foram considerados no estudo. Por exemplo, pode-se citar Bates e Granger (1969), que em seu estudo implementaram outros mecanismos de ponderação de previsões, e também Diebold e Lopez (1995), que revisitam métodos de combinação já desenvolvidos por essa literatura, como, por exemplo, pesos variantes no tempo, e combinação por regressão não linear.

³² Os agentes formam suas expectativas apenas olhando para o que já aconteceu.

REFERÊNCIAS

- ALENCAR, B. K. **Modelos de Previsão da Inflação: uma Análise Comparativa no Curto Prazo**. 2006. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Economia) – Programa de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração e Economia, Faculdades IBMEC, Rio de Janeiro, 2006.
- ARARIPE, A. A. **Prevedo Inflação Usando Séries Temporais e Combinações de Previsões**. 2008. Dissertação (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) – Escola de Pós-Graduação em Economia, Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2008.
- ARRUDA, E.; BRITO, A. C. Modelos Econométricos para Previsão da Inflação na Região Metropolitana de Fortaleza. In: XI ENCONTRO ECONOMIA DO CEARÁ EM DEBATE, 2015, Fortaleza. XI Encontro Economia do Ceará em Debate, 2015.
- ARRUDA, E. F.; FERREIRA, R. T.; CASTELAR, I. Modelos Lineares e Não Lineares da Curva de Phillips para Previsão da Taxa de Inflação no Brasil. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 65, n. 3, p. 237-252, jul./set. 2011.
- BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The Combination of Forecasts. **Operational Research Society**, v. 20, n. 4, p. 451-468, dec. 1969.
- BONNO, S. J. P. **Previsão de Inflação Utilizando Modelos de Séries Temporais**. 2014. Dissertação (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) – Escola de Pós-Graduação em Economia, Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2014.
- BROOKS, Chris. **Introductory Econometrics for Finance**. 2. ed. Estados Unidos: Cambridge University Press, 2008.
- BUENO, Rodrigo de Losso da Silveira. **Econometria de Séries Temporais**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008.
- CAVALERI, R.; RIBEIRO, E. P. Combinação de Previsões de Volatilidade: um Estudo. **EconomiA**, Brasília, v.12, n. 2, p. 239-261, mai/ago 2011.
- CHAN, M. **Modelos de Previsão de Inflação e Estudo da Dinâmica Inflacionária Brasileira**. 2009. Dissertação (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) – Escola de Pós-Graduação em Economia, Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2009.
- CLEMEN, R. T.; WINKLER, R. L. Combining Economic Forecasts. **American Statistical Association**, v. 4, n. 1, p. 39-46, jan. 1986.
- DIELBOLD, F. X.; LOPEZ, J. A. Forecast Evaluation and Combination. Technical Working Paper, 1995.
- ENDERS, Walter. **Applied Econometrics Time Series**. 4.ed. Estados Unidos: Wiley, 2014.

HAMILTON, James Douglas. **Time Series Analysis**. New Jersey: Princeton University Press, 1994.

JASTROMBEK, L. A **Estimativa da Curva de Phillips para Economia Brasileira no Período de 2002 a 2005**. 2006. 16 p. Monografia (Graduação em Ciências Econômicas) – Departamento de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

KHARIMAH, F.; USMAN, M.; WIDIARTI; ELFAKI, F. Time Series Modeling and Forecasting of the Consumer Price Index Bandar Lampung. **Science International**, p. 4619-4624, 2015.

LIMA, E. C. R.; ALVES, P. P. O Desempenho do Mercado (Focus) na Previsão da Inflação: Novos Resultados? Texto para Discussão, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), No. 1621, 2011.

LIMA, E. C. R.; CÉSPEDES, B. J. V. O Desempenho do Mercado (Focus) e do Bacen na Previsão da Inflação: Comparações com Modelos Lineares Univariados. Nota Técnica, Boletim de Conjuntura IPEA 60, 2003.

MEYLER, A.; KENNY, G.; QUINN, T. Forecasting Irish Inflation Using ARIMA Models. MPRA, Technical Paper, 1998.

MORAIS, I. A. C. de; STONA, F.; SCHUCK, G. **Econometria Aplicada no EViews®**. Porto Alegre: FEE, 2016.

NEWBOLD, P.; GRANGER, W. J. Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 137, n. 2, p. 131-165, 1974.

NORBERT, H.; WANJOYA, A.; WAITITU, A. Modeling and Forecasting Consumer Price Index (Case of Rwanda). **American Journal of Theoretical and Applied Statistics**, v. 5, n. 3, p. 101-107, 2016.

SCHWARTZMAN, F. F. Estimativa de Curva de Phillips para o Brasil com Preços Desagregados. **Economia Aplicada**, v. 10, n. 1, p. 137-155, jan./mar. 2006.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. A comparison of Linear and Nonlinear Univariate Models for Forecasting Macroeconomic Time Series. **Cambridge University Press**, p. 1-44, 2001.

WINKLER, R. L.; MAKRIDAKIS, S. The Combination of Forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 146, p. 150-157, 1983.

APÊNDICE A – Estimação ARIMA (1,1,0)

Variável Dependente: Primeira Diferença do IPCA			
Modelo: $\Delta\pi_t = C + \phi_1\Delta\pi_{t-1} + dummy(2002.11) + \varepsilon_t$ ($\bar{R}^2 = 0.574106$)			
Variáveis	C	$Dummy$	$\Delta\pi_{t-1}$
Coefficientes	0.423928	0.711247	0.740497
(p-valor)	(0.0000)*	(0.0000)*	(0.0000)*

Nota₁: Níveis de Significância: (*) 1%, (**) 5%; (***) 10%.

Nota₂: π – Inflação (IPCA).

APÊNDICE B – Estimação ADL (3,4)

Variável Dependente: Primeira Diferença do IPCA										
Modelo: $\Delta\pi_t = C + (a_1\Delta\pi_{t-1} + \dots + a_3\Delta\pi_{t-3}) + (h_t + c_1h_{t-1} + \dots + c_4h_{t-4}) + dummy(2002.11) + \varepsilon_t$ ($\bar{R}^2 = 0.623346$)										
Variáveis	C	$\Delta\pi_{t-1}$	$\Delta\pi_{t-2}$	$\Delta\pi_{t-3}$	h_t	h_{t-1}	h_{t-2}	h_{t-3}	h_{t-4}	<i>Dummy</i>
Coefficientes	0.104875	0.685592	-0.093869	0.160035	-1.51E-06	1.42E-06	3.48E-06	-1.60E-06	4.15E-06	0.943843
(p-valor)	(0.0002)*	(0.0000)*	(0.2538)	(0.0175)**	(0.2380)	(0.3137)	(0.0146)**	(0.2595)	(0.0012)*	(0.0000)*

Nota₁: Níveis de Significância: (*) 1%, (**) 5%; (***) 10%.

Nota₂: π – Inflação (IPCA); h - Hiato do Produto.

APÊNDICE C – Estimação VECM(2)

* **Equação Cointegrante:** $e_{t-1} = \pi_{t-1} - [b_0 + b_1 r_{t-1} + b_2 e_{t-1} + b_3 uci_{t-1}]$

$$\pi_{t-1} = -11306.22 - 63.36117r_{t-1} + 351.3705e_{t-1} + 128.664uci_{t-1}$$

Estatística t (-0.55906) (4.36706) (6.07798)

* **Sistema de Equações:**

$$\Delta\pi_t = a_{10} + \gamma_\pi(e_{t-1}) + \sum_{i=1}^2[a_{11}(i) \cdot \Delta\pi_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{12}(i) \cdot \Delta r_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{13}(i) \cdot \Delta e_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{14}(i) \cdot \Delta uci_{t-i}] + \varepsilon_{\pi t}$$

$$\Delta r_t = a_{20} + \gamma_r(e_{t-1}) + \sum_{i=1}^2[a_{21}(i) \cdot \Delta\pi_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{22}(i) \cdot \Delta r_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{23}(i) \cdot \Delta e_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{24}(i) \cdot \Delta uci_{t-i}] + \varepsilon_{rt}$$

$$\Delta e_t = a_{30} + \gamma_e(e_{t-1}) + \sum_{i=1}^2[a_{31}(i) \cdot \Delta\pi_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{32}(i) \cdot \Delta r_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{33}(i) \cdot \Delta e_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{34}(i) \cdot \Delta uci_{t-i}] + \varepsilon_{et}$$

$$\Delta uci_t = a_{40} + \gamma_{uci}(e_{t-1}) + \sum_{i=1}^2[a_{41}(i) \cdot \Delta\pi_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{42}(i) \cdot \Delta r_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{43}(i) \cdot \Delta e_{t-i}] + \sum_{i=1}^2[a_{44}(i) \cdot \Delta uci_{t-i}] + \varepsilon_{(uci)t}$$

	$\Delta\pi_t$	Δr_t	Δe_t	Δuci_t
C	0.126396 (4.84619)	-0.03763 (-3.04043)	0.014847 (1.13683)	-0.075502 (-0.53232)
Eq. Cointegrante	0.000182 (2.3501)	7.71E-05 (2.09662)	-1.12E-05 (-0.28853)	-0.001992 (-4.72356)
$\Delta\pi_{t-1}$	0.698788 (9.68144)	0.039629 (1.15701)	-0.003202 (-0.08858)	0.300902 (0.7666)
$\Delta\pi_{t-2}$	-0.001203 (-0.0174)	0.039224 (1.19554)	-0.019412 (-0.56071)	-0.166521 (-0.44289)
Δr_{t-1}	-0.047299 (-0.33484)	-0.592243 (-8.83514)	0.004759 (0.06728)	-1.913507 (-2.49095)
Δr_{t-2}	0.023529 (0.17247)	-0.307795 (-4.75438)	0.1232 (1.80345)	-0.438966 (-0.59168)
Δe_{t-1}	0.453704 (3.13228)	-0.02868 (-0.41725)	0.360991 (4.97707)	0.190107 (0.24134)
Δe_{t-2}	0.050373 (0.33418)	-0.00985 (-0.13771)	-0.002281 (-0.03022)	-0.622137 (-0.75897)
Δuci_{t-1}	-0.041261 (-3.0914)	-0.02485 (-3.92345)	-0.000535 (-0.08003)	0.145846 (2.00939)
Δuci_{t-2}	0.001024 (0.01399)	0.021328 (3.21259)	-0.000128 (-0.01822)	-0.021414 (-0.28147)

Nota1: Estatística t em ().

Nota2: π – Inflação (IPCA); r – Taxa de Juros; e – Taxa de Câmbio; uci – Utilização da Capacidade Instalada.