



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIA E CONTABILIDADE
CURSO DE FINANÇAS

WEIDER LOURETO ALVES

MODELAGEM E PREVISÃO DA VOLATILIDADE REALIZADA: UM ESTUDO
COMPARATIVO PARA ATIVOS BRASILEIROS

FORTALEZA

2018

WEIDER LOURETO ALVES

MODELAGEM E PREVISÃO DA VOLATILIDADE REALIZADA: UM ESTUDO
COMPARATIVO PARA ATIVOS BRASILEIROS

Monografia apresentada ao Curso de Finanças da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Finanças.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Tatiwa Ferreira.

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

A482m Alves, Weider Loureto.
Modelagem e Previsão da Volatilidade Realizada: um Estudo Comparativo para Ativos Brasileiros /
Weider Loureto Alves. – 2018.
44 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Economia,
Administração, Atuária e Contabilidade, Curso de Finanças, Fortaleza, 2018.
Orientação: Prof. Dr. Roberto Tatiwa Ferreira.

1. Estimação. 2. Previsão. 3. Volatilidade. I. Título.

CDD 332

WEIDER LOURETO ALVES

MODELAGEM E PREVISÃO DA VOLATILIDADE REALIZADA: UM ESTUDO
COMPARATIVO PARA ATIVOS BRASILEIROS

Monografia apresentada ao Curso de Finanças da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Finanças.

Aprovada em: ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Roberto Tatiwa Ferreira (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Leandro de Almeida Rocco
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Vitor Borges Monteiro
Universidade Federal do Ceará (UFC)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, principal fortaleza nos momentos de dificuldade. Em segundo lugar agradeço aos meus pais, Sônia e Jorge, pelo apoio despendido de todas as formas durante toda a minha vida e, em especial, durante os anos de graduação.

Agradeço especialmente à minha mãe, Sônia, pelo apoio, incentivo e compreensão nos momentos de ausência. Agradeço também à minha irmã, Nicole, pelo companheirismo e sonhos compartilhados, e à minha tia Vitória, pela ajuda e conselhos cruciais.

Agradeço ao professor Roberto Tatiwa Ferreira, a quem guardo grande estima e admiração, pela confiança, paciência e orientação despendidas durante os últimos anos em que trabalhamos juntos nesta pesquisa.

Agradeço em especial ao professor Leandro de Almeida Rocco pela confiança, orientação e conselhos essenciais em minha vida acadêmica. E aos demais professores do curso de finanças pelos conhecimentos adquiridos.

Agradeço às minhas amigas e colegas de graduação, Cecília e Deylianne, que me acompanham dentro e fora da faculdade. Especialmente à minha amiga Gabriela e Emanuel, aos quais não tenho palavras para agradecer o apoio, o carinho e o amor de sempre.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a finalização deste trabalho, o meu muito obrigado.

RESUMO

O trabalho aplica o *Heterogeneous Autoregressive Model of Realized Volatility* (HAR-RV) proposto por Corsi (2004, 2009) a dados intradiários das cinco ações mais negociadas do índice Ibovespa de 08/02/2016 a 02/02/2018 compostas por ABEV3, BBDC4, ITUB4, PETR4 e VALE3, com o objetivo modelar e prever a volatilidade realizada e os componentes de saltos discretos desses ativos, comparando as previsões dos modelos tradicionais (HAR-RV e HAR-RV-J), com as previsões dos modelos modificados propostos neste trabalho, que adicionam informações do período inicial de abertura do mercado para estimação dos *jumps*. Quanto à estimação, ao contrário dos modelos tradicionais, nos modelos modificados praticamente todos os parâmetros são significantes confirmando a hipótese de persistência da volatilidade encontrada na literatura. Além disso, nos modelos modificados verificou-se que a adição dos saltos da manhã e da volatilidade realizada da manhã foram positivas e significativas levantando a hipótese de que pode existir uma transferência de volatilidade da manhã para a tarde, ou seja, transferência de volatilidade intramercado. Em relação às previsões, em termos de Erro Quadrático Médio (MSE), os resultados mostram que os modelos tradicionais apresentaram as piores previsões, tanto *in-sample* quanto *out-of-sample*. E que a adição de componentes de saltos melhorou as previsões tanto nos modelos tradicionais quanto nos modificados, corroborando com a literatura. Verificou-se também que a adição de informações do período de abertura do mercado, como os componentes de saltos da manhã e da volatilidade realizada da manhã, melhoraram significativamente as previsões dos modelos modificados, confirmando a hipótese levantada no presente trabalho.

Palavras-chave: Estimação. Previsão. Volatilidade.

ABSTRACT

This paper applies the Heterogeneous Autoregressive Model of Realized Volatility (HAR-RV) proposed by Corsi (2004, 2009) to intraday data of the five most traded stocks of the Ibovespa index from 08/02/2016 to 02/02/2018 composed by ABEV3, BBDC4, ITUB4, PETR4 and VALE3, in order of to model and forecast the realized volatility and the jumps of these stocks, comparing the forecasts of the traditional models (HAR-RV and HAR-RV-J) with the models proposed in this paper, which add information from the initial period of market opening for jumps estimation. As for the estimation, unlike the traditional models, in the modified models practically all the parameters are significant confirming the hypothesis of persistence of volatility found in the literature. Furthermore, in the modified models it was found that the addition of the morning jumps and the morning volatility were positive and significant, raising the hypothesis that there may be a transfer of volatility from morning to afternoon, i.e., intra-market volatility transfer. Regarding the forecasts, in terms of Mean Square Error (MSE), the results in-sample and out-of-sample show that traditional models present the worst forecasts. And the addition of jump improved the forecasts in traditional and modified models, corroborating with the literature. It was also verified the addition of information from the market opening period, such as the morning jumps and the morning volatility, significantly improved the forecasts of the modified models, confirming the hypothesis raised in this paper.

Keywords: Estimation. Forecast. Volatility.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	REVISÃO DE LITERATURA	10
2.1	Modelagem e Previsão da Volatilidade	10
2.2	Aplicações para a Volatilidade Realizada	12
3	METODOLOGIA	16
3.1	Volatilidade Realizada (RV)	16
3.2	Modelo Heterogêneo Autorregressivo de Volatilidade Realizada	18
3.3	Avaliação das Previsões	20
4	BASE DE DADOS	21
5	RESULTADOS	24
5.1	Estimação do modelo HAR-RV	24
5.2	Previsão da Volatilidade via HAR-RV	25
6	CONCLUSÃO	28
	REFERÊNCIAS	30
	APÊNDICE A – TABELA DOS COEFICIENTES ESTIMADOS, TESTE T E R^2	33
	APÊNDICE B – GRÁFICOS DAS VOLATILIDADES REALIZADAS E COMPONENTES DE SALTOS	35
	APÊNDICE C – GRÁFICOS DAS PREVISÕES <i>IN SAMPLE</i>	38
	APÊNDICE D – GRÁFICOS DAS PREVISÕES <i>OUT-OF-SAMPLE</i>	41
	APÊNDICE E – GRÁFICOS DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS ..	44

1 INTRODUÇÃO

Em finanças, a volatilidade de um ativo é considerada a principal característica do seu risco. Quanto maior essa medida, maior o risco de variações nos preços, isto é, de se ganhar ou perder dinheiro nas negociações, e por isso é considerada uma importante métrica na análise de risco e no apreçamento de ativos.

De acordo com Merton (1980) e Nelson (1992), a volatilidade pode ser estimada a partir de uma amostra dos retornos do ativo. O modelo proposto por Corsi (2004) denominado de *Heterogeneous Autoregressive Model of Realized Volatility* (HAR-RV) tem sido muito utilizado na modelagem e previsão da volatilidade. Esse modelo se baseia na premissa de que existe uma cascata aditiva de diferentes componentes de volatilidade gerados pelas ações de diferentes tipos de participantes do mercado, atendendo a hipótese de heterogeneidade no mercado. Essa cascata de volatilidade aditiva leva a um modelo simples do tipo autorregressivo (AR) de volatilidade realizada com a característica de considerar volatilidades realizadas ao longo de diferentes horizontes de tempo.

Entretanto, a hipótese de que os retornos de um ativo são descritos por um processo de difusão contínuo, utilizada em vários modelos de apreçamento e de previsão da volatilidade, é violada quando ocorrem grandes variações discretas em uma série, denominados de saltos (*jumps*). Esse fato inspirou a criação de modelos que consideram que o processo gerador dos preços no mercado financeiro é dividido em dois componentes: um contínuo, que representa a volatilidade característica do mercado e outro discreto denominado de saltos, causados por mudanças ou informações inesperadas no mercado.

Nesse sentido, diversos trabalhos têm incorporado a possibilidade de ocorrência de saltos no mercado para a estimação e previsão da volatilidade dos ativos como discutido em Muller et al. (1997), Andersen et al. (2007) e Corsi (2009), por exemplo. Este último inclui no modelo HAR-RV de Corsi (2004) um componente de salto pré-estimado para prever a volatilidade realizada (HAR-RV-J).

Além da ocorrência de saltos de volatilidade nas séries financeiras, observa-se também a transmissão assimétrica de volatilidade intramercados e intermercados. Para estes dois tipos de transmissão de volatilidade Engle et al. (1990) propõe os conceitos de ondas de calor (volatilidade possui componente de correlação com o seu próprio mercado) e chuvas de meteoros (fenômeno em que há *spillovers* de volatilidade de um mercado para outro). Sendo

assim, diversos trabalhos empíricos observam fortes evidências de que períodos de abertura ou fechamento dos principais mercados internacionais impactam na volatilidade do mercado acionário e de câmbio de diversos países com destaque para os trabalhos de Hamao et al. (1990), Koutmos e Booth (1995) e Diebold e Yilmaz (2009).

Nos modelos propostos por Corsi (2004, 2009), inclusive no HAR-RV-J, as estimativas dos *jumps* baseadas nos dias passados podem ser utilizadas na previsão da volatilidade realizada. Isso pode gerar um erro de previsão se no período previsto não houver saltos. Uma forma de diminuir esse problema é ampliar o conjunto de informação e observar a abertura do mercado para se realizar uma previsão da volatilidade para o resto do dia. O presente trabalho tem como objetivo verificar se a adição destas informações do período inicial de abertura do mercado, para estimação dos *jumps* e sua utilização em um modelo HAR-RV-J modificado por essa nova forma de inclusão da parte descontínua dos ativos, gera melhores previsões do que os modelos tradicionalmente propostos.

Nesta análise empírica são utilizados dados intradiários no período de 08/02/2016 a 02/02/2018 das cinco ações mais negociadas do índice Ibovespa: ABEV3, BBDC4, ITUB4, PETR4 e VALE3. A escolha desses ativos se deve principalmente pela disponibilidade de dados intradiários em uma economia que apresentou muitas novidades macroeconômicas e políticas durante o período analisado capazes de gerar uma série de *jumps* com comportamento complexo.

Além desta introdução, o presente trabalho está organizado em mais cinco seções. Na próxima seção apresentam-se as principais contribuições na literatura a respeito do tema, na terceira seção apresenta-se a metodologia de pesquisa utilizada, na quarta seção, uma discussão a respeito da base de dados utilizada, na quinta seção, discutem-se os resultados obtidos na estimação e previsão e na última seção, o encerramento do estudo com as considerações finais do trabalho.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Nesta seção, serão apresentados alguns dos principais estudos que dão fundamentação teórica para a análise e previsão da volatilidade de ativos financeiros, além das principais aplicações dos modelos de previsão da volatilidade realizada. Para isso, foi dividida da seguinte forma: na primeira subseção, tratam-se dos principais estudos que dão fundamentação teórica à modelagem e previsão da volatilidade realizada e na subseção seguinte as principais aplicações dos modelos de volatilidade realizada.

2.1 Modelagem e Previsão da Volatilidade

A volatilidade de um ativo financeiro, ou seja, o grau de variação da sua série de retornos ao longo do tempo, é usualmente medida pelo desvio padrão dos retornos do ativo em análise. Dada a importância da estimação desse risco, vários trabalhos sugeriram novos problemas e técnicas visando melhorar as estimativas da volatilidade dos ativos. As primeiras tentativas de estimar a volatilidade de ativos financeiros de maneira diferenciada das séries econômicas se deram com a utilização dos modelos ARCH e suas extensões a partir dos trabalhos de Engle (1982).

Os modelos *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH) e suas extensões são não lineares e modelam a volatilidade com base na premissa de que os retornos são não correlacionados temporalmente, mas a volatilidade é função do quadrado dos retornos passados. Esses modelos possuem a vantagem de considerar as caudas mais pesadas das distribuições de probabilidade relacionadas com esse tipo de série.

Já Taylor (1994) propôs a estimação da volatilidade por meio de Modelos de Volatilidade Estocástica (MVE) que assim como os modelos ARCH podem explicar os fatos estilizados para séries financeiras, porém ambos fazem suposições diferentes sobre como a magnitude das respostas do preço à informação altera a volatilidade e a quantidade de informações subsequentes. O MVE traz mais flexibilidade à modelagem, onde a volatilidade é tratada como uma variável não observável, ou seja, uma variável latente.

No entanto, os modelos ARCH e MVE não são capazes de reproduzir boa parte das características inerentes ao processo em análise. De acordo com Corsi (2004), os dados financeiros observados contêm flutuações significativas no tamanho das mudanças de preços em todas as escalas de tempo, enquanto no ARCH padrão e no MVE, que são modelos de memória curta, estas aparecem como ruído branco.

Sendo assim, Corsi (2004) propõe o *Heterogeneous Autoregressive Model of Realized Volatility* (HAR-RV), o qual permite que exista uma cascata aditiva de componentes de volatilidade definidos ao longo de diferentes períodos de tempo. Essa cascata de volatilidade leva a um simples modelo autorregressivo (AR) de volatilidade realizada, com a característica de considerar diferentes componentes de volatilidade realizada ao longo de diferentes horizontes de tempo. O modelo HAR-RV é uma extensão direta da chamada classe de modelos heterogêneos ARCH, ou HARCH, analisada por Müller et al. (1997).

A hipótese do mercado heterogêneo utilizada por Corsi vem sendo amplamente difundida neste campo de pesquisa. Como em Andersen e Bollerslev (1998) que utiliza essa ideia para acrescentar a heterogeneidade da chegada de informações em modelos de apreçamento de ativos. No mercado financeiro a hipótese de heterogeneidade pode surgir por várias razões: diferenças nas dotações dos agentes, limitações institucionais e perfis de risco de dissimilaridade no processamento de informações, horizontes temporais e localizações geográficas.

No que se refere ao horizonte de tempo, o mercado financeiro é composto por participantes que têm um largo espectro de frequência de negociação. Por um lado, temos revendedores, criadores de mercado, e os especuladores *intraday*, com alta frequência de negociação. No outro, há investidores institucionais, que negociam com muito menos frequência e, possivelmente, com quantidades maiores. A ideia principal é que os agentes com diferentes horizontes temporais percebem, reagem e causam diferentes tipos de componentes de volatilidade.

Corsi (2009) identifica três componentes de volatilidade principais: os comerciantes de curto prazo com frequência de negociação diária ou inferior, os investidores de médio prazo que normalmente reequilibram suas posições semanalmente, e os de longo prazo, com um horizonte de um ou mais meses. Apesar da simplificação da hipótese, esse modelo permite observar as inter-relações de volatilidade, medida ao longo de diferentes horizontes temporais e revela a dinâmica dos diferentes componentes do mercado.

Andersen et al. (2007), amplia o modelo HAR-RV proposto por Corsi (2004) ao incluir a possibilidade de processos de saltos (*jumps*), dando origem ao chamado HAR-RV-J. Neste modelo, primeiro os processos de salto devem ser estimados. Depois, esses valores são adicionados em um modelo dinâmico para prever a volatilidade realizada de ativos selecionados. Este é um dos modelos utilizado nesse trabalho, dado que a inclusão dos saltos

pode aumentar a qualidade das previsões.

Os processos de saltos tiveram origem no trabalho de Merton (1976) onde o autor modifica o modelo de apreçamento de Black e Scholes (1973) e introduz a ideia de que o processo gerador dos preços no mercado financeiro é dividido em dois componentes: um contínuo, que representa a volatilidade característica do mercado e os saltos, causados por mudanças ou informações inesperadas no mercado.

A abordagem de Merton influenciou diversos trabalhos nesta área que buscaram identificar os efeitos da não consideração dos saltos na estimação, os efeitos de períodos de instabilidade marcados pela maior volatilidade e conseqüentemente maior ocorrência de saltos e as inter-relações entre os *jumps*, os chamados *co-jumps* como mostraram Págan e Soydemir (2001), Fang e Miller (2002) e Ferreira e Zachis (2012).

O trabalho teórico de Merton gera o problema de como estimar esses movimentos discretos abruptos. Desta forma, alguns autores buscam responder essa questão como Barndorff-Nielsen e Shephard (2004, 2006), que propõem um teste não paramétrico baseado na comparação entre a variância realizada e a variação denominada de *bipower*, para identificação dos saltos. Lee e Mykland (2008) sugerem outra metodologia para testar e estimar esses movimentos através da variação *bipower* realizada (*Realized Bipower Variation*), que é um estimador consistente da volatilidade integrada, não importando a presença de saltos misturados com a parte difusa do processo formador da série. Este é o teste utilizado no presente trabalho para estimação dos saltos discretos.

Adicionando uma estimativa de salto no modelo HAR-RV, Andersen et al. (2007) mostram que a distinção das partes contínua e discreta podem melhorar a previsão da volatilidade de ativos e reporta que em várias de suas estimações há coeficientes negativos para os saltos, sugerindo que saltos na trajetória dos preços tendem a estar associados com explosões de curta duração na volatilidade.

2.2 Aplicações para a Volatilidade Realizada

Corsi e Renò (2009) realizam previsões dentro e fora da amostra para o índice S&P 500 utilizando uma amostra de quase 18 anos de dados intradiários. Os autores utilizaram o LHAR-RV-CJ, ou seja, eles separam a parte contínua dos componentes de salto da amostra, e a variável de previsão está em sua forma logarítmica. Além disso, quando outras medidas de volatilidade propostas na literatura são inseridas no modelo LHAR-CJ, elas

contribuem apenas marginalmente para o desempenho do modelo, confirmando a capacidade do modelo LHAR-CJ de capturar os principais determinantes da dinâmica de volatilidade.

Os autores mostraram também, usando estudos de simulação, que a presença de saltos é importante por duas razões distintas: em primeiro lugar, modelar explicitamente saltos tem efeito de corte na dinâmica do componente persistente da volatilidade; em segundo lugar, eles têm um impacto positivo e significativo na volatilidade futura. Ou seja, após um salto (geralmente um *crash* do mercado), o mercado leva um período mais longo para reavaliar seu valor fundamental dissipando a incerteza criada pelos saltos; durante esse período, a incerteza residual gera maior volatilidade.

Ainda sobre a importância dos componentes de saltos nas previsões da volatilidade, Liu et al. (2016) utilizaram uma amostra de pouco mais de 17 anos de dados intradiários com frequência de 5 minutos do índice S&P 500. Os autores utilizaram o HAR-RV para a previsão da volatilidade realizada e o teste de salto ABD-LM proposto por Andersen et al. (2007) e Lee e Mykland (2008) para calcular a significância dos componentes de saltos. Os resultados das previsões *out-of-sample* realizados pelos autores mostraram que os modelos que incluem os componentes de saltos superaram os modelos comuns de volatilidade. Além disso, a decomposição dos componentes de salto em positivos e negativos melhoraram ainda mais o desempenho das previsões.

Bollerslev, Law e Tauchen (2008) testaram a existência de descontinuidades de preços, ou saltos, em um painel de retornos intradiários de 40 ações e um índice igualmente ponderado construído a partir dessas ações, com dados de um período de cinco anos. Os autores propõem um novo teste para significância dos *jumps*, o BN-S, e encontraram fortes evidências para muitos *co-jumps* de tamanho modesto, mas altamente significativos, que simplesmente passam por estatísticas de detecção de saltos padrão.

Utilizando dados brasileiros, Carvalho et al. (2006) modelaram a volatilidade realizada dos cinco ativos mais negociados da Bovespa, com frequência intradiária de 15 minutos por um período de dois anos. Os autores verificaram que quando os retornos intradiários foram utilizados para estimar a variância diária, os log-retornos padronizados exibem uma distribuição quase gaussiana, ao contrário de quando são empregados os modelos de Médias Móveis Exponencialmente Ponderadas (EWMA) ou de Heterocedasticidade Condicional Autorregressiva Generalizada (GARCH) para estimar a variância diária.

Os autores verificaram também que quando estimado um modelo simples para o logaritmo das volatilidades realizadas não há evidências de memória longa, diferindo da maioria dos estudos na área. Quanto às previsões, a combinação da abordagem de variância realizada com modelos do tipo GARCH melhorou a cobertura dos intervalos de previsão para o mais próximo da cobertura nominal que os intervalos de EWMA.

Ainda com dados brasileiros, Junior e Pereira (2011) estimaram modelos de volatilidade realizada para as cinco ações mais líquidas do período negociadas na Bovespa, com frequências de 5, 10 e 15 minutos para um período de pouco mais de quatro anos. Os autores utilizaram, além do HAR-RV, a metodologia *Mixed-data Sampling* (MIDAS) desenvolvido por Ghysels et al. (2004) e o denominaram de MIDAS-RV. Os autores mostraram que os modelos MIDAS-RV geraram melhores previsões para a volatilidade em relação aos modelos HAR-RV, apenas no período considerado *in sample*.

Para previsões *out-of-sample*, não houve diferença estatisticamente significativa entre os modelos. Vale ressaltar que o estudo em questão não considera a presença de movimentos discretos nos componentes da volatilidade. O estudo também evidencia que a utilização da volatilidade realizada induz distribuições dos retornos padronizados mais próximas da distribuição normal, como já havia sido encontrado para dados brasileiros por Carvalho et al. (2006).

Já Santos e Ziegelmann (2014) utilizaram retornos intradiários com frequência de 15 minutos para um período de pouco mais de cinco anos para a previsão da volatilidade realizada diária, semanal e mensal do índice Ibovespa, usando modelos HAR-RV, MIDAS-RV, com e sem componentes de saltos, e combinações desses dois modelos. Além da volatilidade realizada, os autores utilizam a *Realized Power Variation* (RPV) e *Realized Bipower Variation* (RBP) como regressores nos modelos.

Os autores obtiveram resultados que indicam ganhos significantes de precisão, particularmente com o uso da volatilidade realizada em sua forma logarítmica. Os resultados sugeriram que os regressores que envolvem medidas de volatilidade robustas aos saltos (a RPV e a RBP) são melhores na previsão da volatilidade futura. No geral, entretanto, as previsões baseadas nesses regressores não são estatisticamente diferentes daquelas baseadas na volatilidade realizada (RV). Além disso, de forma geral, os desempenhos relativos das previsões utilizando as três abordagens (MIDAS, HAR e suas combinações) são estatisticamente equivalentes.

Enfatiza-se que a utilização de dados de alta frequência também possui limitações. Conforme Junior e Pereira (2011) o preço intradiário observado não é um preço único de mercado em um preciso instante do tempo, e sim um preço com um ruído associado à microestrutura de mercado.

De acordo com Andersen et al. (2007), o alto ruído associado a microestrutura de mercado verificado em dados intradiários pode prejudicar (enviesar) a estimativa da volatilidade realizada diária. Esse ruído, como afirmam os autores, está associado principalmente ao fato de que os preços observados não são contínuos, na verdade os preços de mercado são cotados em um *grid* de preços discretos. Por outro lado, em todos os trabalhos observa-se que há o consenso de que os saltos discretos são melhores estimados com dados de alta frequência.

Além do estudo dos *jumps* de volatilidade para modelagem e previsão desta, diversos autores incluem a possibilidade de transmissão de volatilidade. Engle et al. (1990) utilizaram modelos ARCH e Vetores Autorregressivos (VAR) para testar a existência de ondas de calor (transmissão de volatilidade intramercados) ou chuvas de meteoros (transmissão de volatilidade intermercados) no mercado de câmbio iene/dólar. Com dados intradiários de outubro de 1985 a setembro de 1986, os autores chegaram à conclusão de que a evidência empírica é geralmente contra a hipótese nula da onda de calor.

Fleming e Lopez (1999), seguiram a metodologia empregada por Engle et al. (1990) para examinar a dinâmica de volatilidade do rendimento intradiário no mercado de títulos do Tesouro dos EUA nos centros financeiros de Tóquio, Londres e Nova York. Os autores utilizaram dados de fevereiro de 1992 a agosto de 1994 para testar a existência de ondas de calor ou chuvas de meteoros e descobriram que a volatilidade do rendimento em Tóquio e Londres é melhor caracterizada por chuvas de meteoros, com a volatilidade entrando nesses mercados a partir dos outros centros comerciais. Em contraste, a volatilidade do rendimento em Nova York é melhor caracterizada por ondas de calor, já que há poucas evidências de que a volatilidade se espalhe para Nova York a partir dos outros centros comerciais.

3 METODOLOGIA

3.1 Volatilidade Realizada (RV)

De acordo com Andersen et al. (2003), seja $p(t)$ o log-preço de um ativo no tempo t . O processo de difusão, contínuo e componente de salto, tradicionalmente utilizado em apreçamento de ativos, pode ser convenientemente expresso pela seguinte equação diferencial estocástica como:

$$dp(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t) + \kappa(t)dq(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

Onde $\mu(t)$ é o processo de variação contínuo e localmente limitado, $\sigma(t)$ é um processo de volatilidade estocástica estritamente positivo com a parte contínua da amostra e com limites bem definidos, $W(t)$ é o movimento browniano padrão, $q(t)$ é processo de salto puro com intensidade $\lambda(t)$ e $\kappa(t)$ é o tamanho do salto.

A variação quadrática para o processo de retorno cumulativo, $r(t) = p(t) - p(t-1)$, é dada por:

$$[r, r]_t = \int_{t-1}^t \sigma^2(s)ds + \sum_{t-1 < s \leq t} \kappa^2(s) \quad (2)$$

Onde a soma representa os saltos $q(t)$ ao quadrado ocorridos entre o tempo 0 e o tempo t . Caso não ocorram saltos, $q(t) = 0$, a variação quadrática será igual à volatilidade integrada do componente da parte contínua da amostra.

Agora denotemos o retorno da amostra no período Δ por $r_{t,\Delta} = p(t) - p(t - \Delta)$. Para facilitar a notação, os autores sugerem normalizar o intervalo de tempo diário para a unidade e denotar os retornos diários por um único período de tempo subscrito, $r_t = r_{t,1}$. Dessa maneira, definimos a volatilidade realizada diária pelo somatório dos correspondentes $1/\Delta$ retornos intradiários ao quadrado:

$$RV_t^{(D)}(\Delta) = \sum_{j=1}^{1/\Delta} r_{t-1+j\Delta}^2 \quad (3)$$

Onde $1/\Delta$ é assumido como sendo a o total de dados intradiários em um dia, por isso há o subscrito (D) . No presente trabalho, $1/\Delta = 32$ corresponde a uma frequência amostral de 15 minutos para um dia com 8 horas de negociação. Neste trabalho comparativo, além da volatilidade realizada diária define-se também a volatilidade realizada da manhã e da tarde, respectivamente, como:

$$RV_t^{(M)}(\Delta) = \sum_{j=1}^{16} r_{t-1+j,\Delta}^2 \quad (4)$$

$$RV_t^{(T)}(\Delta) = \sum_{j=1}^{1/\Delta} r_{t-1+j,\Delta}^2 \quad (5)$$

À medida que a frequência de amostragem dos retornos subjacentes aumenta, $\Delta \rightarrow 0$, a volatilidade realizada converge uniformemente em probabilidade para o incremento do processo de variação quadrática:

$$RV_t(\Delta) \rightarrow \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds + \sum_{t-1 < s \leq t} k^2(s) \quad (6)$$

Assim, na ausência de saltos, a volatilidade realizada é um estimador consistente da volatilidade integrada que aparece na literatura de precificação de opções com a volatilidade estocástica.

Conforme Andersen et al. (2007) melhores modelos de previsão podem ser construídos medindo e modelando separadamente os componentes contínuos e de saltos. Através do uso dos resultados assintóticos de Barndorff-Nielsen e Shephard (2004, 2006), os autores identificaram de forma separada (não paramétrica) os dois componentes do processo de variação quadrática. Assim, Barndorff-Nielsen e Shephard (2004) definiram a *Standardized Realized Bipower Variation* (BPV) como:

$$BPV_t(\Delta) = \mu_1^{-2} \sum_{j=2}^{1/\Delta} |r_{t-1+j,\Delta}| |r_{t-1+(j-1),\Delta}| \quad (7)$$

Onde $\mu_1 = \sqrt{2/\pi} = E(|Z|)$ denota a média do valor absoluto da variável aleatória padrão normalmente distribuída, Z_t . É possível mostrar que quando $\Delta \rightarrow 0$:

$$BPV_t(\Delta) \rightarrow \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds \quad (8)$$

Assim, a contribuição para o processo de variação quadrática devido aos saltos, para $\Delta \rightarrow 0$, pode ser consistentemente estimada por:

$$RV_t(\Delta) - BPV_t(\Delta) \rightarrow \sum_{t-1 < s \leq t} k^2(s) \quad (9)$$

O resultado da equação acima nos permite identificar saltos. Porém, esses saltos podem ser muito pequenos para ser estatisticamente significativos. Sendo assim, utiliza-se o procedimento ABD-LM proposto por Andersen, Bollerslev e Diebold (2007) e Lee e Mykland (2008) testa os saltos comparando retornos intradiários padronizados a um limiar.

O teste é construído sob a hipótese nula de que não há saltos na realização do processo em um determinado momento, t_i . Isso permite que os usuários identifiquem o tempo exato de um salto, bem como o número de saltos dentro de um dia de negociação.

O teste ABD-LM consiste em calcular saltos robustos para a estimativa de volatilidade local (pontual) no tempo t_i , $\hat{\sigma}_{t,i}^2$, e depois padronizar os retornos intradiários, sendo assim:

$$\zeta_i = \frac{r_{t,i}}{\hat{\sigma}_{t,i}} \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}_{t,i}^2 = \frac{\pi}{2} \frac{1}{k-2} \sum_{j=i-K+2}^{i-1} |r_{t,j}| |r_{t,j-1}| \quad (11)$$

Onde k é o tamanho da janela de tempo determinada de acordo com a frequência dos dados que neste caso é de 15 minutos. Lee e Mykland (2008) mostram que ζ_i se distribui assintoticamente em uma normal padrão na ausência de saltos. Os autores especificam um limiar, digamos c , para a estatística de detecção de saltos baseada na teoria Gaussiana de valores extremos. Além disso, os autores assumem que quando ocorre um salto, seu tamanho determina $r_{t,i}$, isto é, quando $|\zeta_i| > c$, um salto é estabelecido no tempo i com tamanho r_i .

3.2 Modelo Heterogêneo Autorregressivo de Volatilidade Realizada (HAR-RV)

Corsi (2004, 2009) formulou um novo modelo de volatilidade realizada baseado em uma extensão direta da chamada classe de modelos heterogêneos ARCH, ou HARCH, analisada por Müller et al. (1997). A motivação por trás desse modelo está na existência de diferentes tipos de participantes do mercado com horizontes de investimento distintos, ou seja, na hipótese de mercado heterogêneo.

O autor propõe uma cascata aditiva de diferentes componentes de volatilidade gerados pelas ações de diferentes tipos de participantes do mercado. Essa cascata de volatilidade aditiva leva a um modelo simples do tipo autorregressivo (AR) de volatilidade realizada com a característica de considerar volatilidades realizadas ao longo de diferentes horizontes de tempo.

O objetivo do modelo é prever a volatilidade do retorno futuro no horizonte de previsão de h dias denominado de $RV_{t,t+h}$. Sendo assim, o modelo pode ser expresso como:

$$RV_{t,t+h}^{(D)} = \beta_{0,t} + \beta_{d,t} RV_{t-1,t}^{(D)} + \beta_{w,t} RV_{t-5,t}^{(D)} + \beta_{m,t} RV_{t-22,t}^{(D)} + \varepsilon_{t,t+h} \quad (12)$$

No presente trabalho em especial, realizamos previsões apenas para um dia à frente, ou seja, $h = 1$, devido ao problema que se pretende analisar. Neste modelo as variáveis explicativas são a volatilidade realizada atrasada um dia, uma semana e quatro semanas, ou seja, em diferentes tamanhos de intervalo. Segundo os autores as volatilidades realizadas sobre outros horizontes poderiam ser incluídas como variáveis explicativas adicionais, mas as medidas diárias, semanais e mensais empregadas proporcionam uma interpretação econômica natural.

Além disso, dadas as medidas não paramétricas do componente de salto discutido acima, a série temporal correspondente é prontamente incluída como uma variável explicativa adicional, resultando no novo modelo HAR-RV-J. No presente trabalho utilizamos o componente de salto de forma quadrática, sendo assim, teremos:

$$RV_{t,t+h}^{(D)} = \beta_{0,t} + \beta_{d,t}RV_{t-1,t}^{(D)} + \beta_{w,t}RV_{t-5,t}^{(D)} + \beta_{m,t}RV_{t-22,t}^{(D)} + \beta_{j,t}J_{t,t-1}^{2(D)} + \varepsilon_{t,t+h} \quad (13)$$

Os modelos apresentados em (12) e (13) constituem, respectivamente, os modelos tradicionais, T1 e T2, para previsão da volatilidade realizada diária propostos na literatura acima. No entanto, dado o objetivo do presente trabalho de verificar se a adição de informações do período inicial de abertura do mercado geram melhores previsões do que os modelos propostos por Corsi (2004, 2009), propõe-se a inclusão de novas variáveis aos modelos tradicionais.

Inicialmente modificam-se os modelos tradicionais de volatilidade realizada diária, T1 e T2, para modelos que utilizem apenas a volatilidade realizada da tarde e os componentes de saltos da manhã para previsão da volatilidade, representados pelos modelos modificados (14) e (15) abaixo:

$$RV_{t,t+h}^{(T)} = \beta_{0,t} + \beta_{d,t}RV_{t-1,t}^{(T)} + \beta_{w,t}RV_{t-5,t}^{(T)} + \beta_{m,t}RV_{t-22,t}^{(T)} + \varepsilon_{t,t+h} \quad (14)$$

$$RV_{t,t+h}^{(T)} = \beta_{0,t} + \beta_{d,t}RV_{t-1,t}^{(T)} + \beta_{w,t}RV_{t-5,t}^{(T)} + \beta_{m,t}RV_{t-22,t}^{(T)} + \beta_{j,t}J_{t,t}^{2(M)} + \varepsilon_{t,t+h} \quad (15)$$

Os modelos representados por (14) e (15) serão chamados, respectivamente, de M1 e M2. Outra tecnologia proposta é a utilização da variável de volatilidade realizada diária dos modelos tradicionais defasada, ainda com a presença do componente de saltos discretos da manhã. Assim, teremos o modelo M3 representado pela equação (16) abaixo:

$$RV_{t,t+h}^{(T)} = \beta_{0,t} + \beta_{d,t}RV_{t-1,t}^{(D)} + \beta_{w,t}RV_{t-5,t}^{(D)} + \beta_{m,t}RV_{t-22,t}^{(D)} + \beta_{j,t}J_{t,t}^{2(M)} + \varepsilon_{t,t+h} \quad (16)$$

As duas últimas modificações propostas pelo presente trabalho adiciona aos dois modelos anteriores a volatilidade realizada da manhã como uma variável dependente. Sendo assim, os modelos que serão chamados de M4 e M5 representados, respectivamente, pelas equações (17) e (18) abaixo são expressos da seguinte forma:

$$RV_{t,t+h}^{(T)} = \beta_{0,t} + \beta_{d,t}RV_{t-1,t}^{(D)} + \beta_{w,t}RV_{t-5,t}^{(D)} + \beta_{m,t}RV_{t-22,t}^{(D)} + \beta_{j,t}J_{t,t}^{2(M)} + \beta_{RVM,t}RV_{t,t}^{(M)} + \varepsilon_{t,t+h} \quad (17)$$

$$RV_{t,t+h}^{(T)} = \beta_{0,t} + \beta_{d,t}RV_{t-1,t}^{(T)} + \beta_{w,t}RV_{t-5,t}^{(T)} + \beta_{m,t}RV_{t-22,t}^{(T)} + \beta_{j,t}J_{t,t}^{2(M)} + \beta_{RVM,t}RV_{t,t}^{(M)} + \varepsilon_{t,t+h} \quad (18)$$

Sendo assim, há um total de sete modelos, dois tradicionais e cinco modificados, cujas estimações e previsões serão comparadas nas seções seguintes.

3.3 Avaliação das Previsões

Após as estimações, a qualidade das previsões da volatilidade realizada são avaliadas *in sample* e *out-of-sample* através do Erro Quadrático Médio de previsão (MSE). Seja $RV_{t,t+h}$ o valor atual da volatilidade realizada do dia ou da tarde e $\widehat{RV}_{t,t+h}$ a sua previsão. O MSE é calculado da seguinte forma:

$$MSE = N^{-1} \sum_{i=1}^N (RV_{i,i+h} - \widehat{RV}_{i,i+h})^2 \quad (19)$$

Onde N é o número de previsões *in sample* ou *out-of-sample*. A razão pela qual o MSE é a melhor escolha para a avaliação das previsões da volatilidade realizada é discutida no trabalho de Patton (2011), em que o autor argumenta que poucas funções de perda para previsão da volatilidade usadas na literatura são robustas para a escolha da *proxy* da volatilidade usada. E, por fim, o autor demonstra que o MSE é uma delas.

4 BASE DE DADOS

A base de dados é formada pelos retornos intradiários com frequência de 15 minutos para os cinco papéis mais negociados do índice Ibovespa no período 08/02/2016 a 02/02/2018, que são eles:

Tabela 1 – Informações das ações estudadas.

Código de Negociação	Nome da Empresa	Atividade Principal
ABEV3	AmBev S.A.	Consumo não Cíclico (Bebidas)
BBDC4	Banco Bradesco S.A.	Financeiro (Bancos)
ITUB4	Itaú Unibanco Holding S.A.	Financeiro (Bancos)
PETR4	Petróleo Brasileiro S.A.	Petróleo, Gás e Biocombustíveis
VALE3	Vale S.A.	Materiais Básicos (Mineração)

Fonte: BM&FBovespa.

Os retornos foram calculados da seguinte forma:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (20)$$

Onde P_t e P_{t-1} representam respectivamente o preço do ativo no período t no período $t - 1$.

A amostra contém 520 dias de negociação com 32 observações de retorno por dia, totalizando 16.640 retornos de 15 minutos, para um dia com oito horas de negociação. De acordo com Andersen et al. (2007) não há um consenso na literatura a respeito da escolha da frequência dos dados intradiários. Sabe-se que à medida que a frequência aumenta a precisão também aumenta, porém pode haver uma maior influência do ruído da microestrutura de mercado, dado a falta de negociação. Sendo assim, como verificado em vários outros estudos, utiliza-se a frequência de 15 minutos para aliviar as influências do ruído da microestrutura de mercado.

Dado o objetivo do presente trabalho de comparar as previsões dos modelos tradicionais, T1 e T2, com as previsões dos modelos modificados, M1 a M5, a volatilidade realizada da tarde foi estimada com uma base de dados sem as 16 primeiras observações de retorno de cada dia. Adicionalmente, os componentes de saltos discretos, J^2 , foram calculados com a base de dados completa.

As Figuras 1,2 e 3 no Apêndice B mostram os gráficos das volatilidades realizadas e seus componentes de saltos discretos do dia, da manhã e da tarde, respectivamente. Um

aumento pode ser percebido na volatilidade nos primeiros meses de 2016 ocasionado pelos desdobramentos do processo de *impeachment* de Dilma Rousseff que culminou no seu afastamento. E um grande salto na volatilidade é percebido em 18 de maio de 2017 ocasionado pela divulgação de escândalos envolvendo, o já presidente, Michel Temer, levando a bolsa a suspender suas operações durante alguns minutos como medida de proteção (*circuit breaker*).

As Tabelas 2, 3 e 4 abaixo apresentam as estatísticas descritivas dos retornos intradiários do dia, da manhã e da tarde, respectivamente, dos cinco ativos selecionados.

Tabela 2 – Estatísticas descritivas dos retornos intradiários dos ativos do dia.

	<i>r_abev3</i>	<i>r_bbdc4</i>	<i>r_itub4</i>	<i>r_petr4</i>	<i>r_vale3</i>
Média	0,000012	0,000041	0,000044	0,000089	0,000082
Máximo	0,031613	0,090214	0,083422	0,159831	0,104659
Mínimo	-0,077879	-0,190786	-0,211921	-0,207738	-0,087175
Desvio Padrão	0,002513	0,004106	0,003775	0,005284	0,005601
Assimetria	-2,195631	-6,208830	-9,399897	-1,060577	0,431161
Curtose	70,890857	346,510537	657,963932	223,056207	29,618895

Fonte: dados da pesquisa.

Tabela 3 – Estatísticas descritivas dos retornos intradiários dos ativos da manhã.

	<i>r_abev3_m</i>	<i>r_bbdc4_m</i>	<i>r_itub4_m</i>	<i>r_petr4_m</i>	<i>r_vale3_m</i>
Média	0,000027	0,000024	0,000065	0,000221	0,000152
Máximo	0,031613	0,090214	0,083422	0,159831	0,104659
Mínimo	-0,077879	-0,190786	-0,211921	-0,207738	-0,087175
Desvio Padrão	0,003029	0,005101	0,004852	0,006768	0,007088
Assimetria	-2,522267	-6,763839	-8,871961	-1,063157	0,383496
Curtose	66,117241	284,388212	481,586269	164,483066	21,613244

Fonte: dados da pesquisa.

Tabela 4 – Estatísticas descritivas dos retornos intradiários dos ativos da tarde.

	<i>r_abev3_t</i>	<i>r_bbdc4_t</i>	<i>r_itub4_t</i>	<i>r_petr4_t</i>	<i>r_vale3_t</i>
Média	-0,000004	0,000057	0,000023	-0,000044	0,000013
Máximo	0,015176	0,071882	0,021561	0,029900	0,030012
Mínimo	-0,012309	-0,038980	-0,018625	-0,031540	-0,044477
Desvio Padrão	0,001858	0,002775	0,002228	0,003162	0,003535
Assimetria	0,026897	1,811759	0,031707	0,075738	0,161086
Curtose	3,503807	67,412568	5,336568	10,134461	10,202457

Fonte: dados da pesquisa.

Verifica-se que, em geral, os retornos da manhã são maiores que os retornos do dia e da tarde, exceto para as ações ABEV3 e BBDC4. Já o menor desvio padrão (risco) foi verificado no período da tarde da amostra. Os dados também corroboram com o que

comumente é encontrado na literatura financeira, já que os retornos apresentam excesso de curtose, implicando que a distribuição dos retornos tem caudas pesadas e, portanto, não segue uma distribuição normal.

Em relação à assimetria da distribuição verificamos caudas mais pesadas à esquerda quando tratamos dos retornos do dia e da manhã, exceto para a ação VALE3, e caudas mais pesadas à direita quando tratamos dos retornos no período da tarde, ou seja, nesse caso os dados estão concentrados à esquerda da distribuição. As Figuras 14, 15 e 16 do Apêndice E apresentam os gráficos das distribuições dos retornos que ilustram estes fatos.

5 RESULTADOS

5.1 Estimações dos modelos HAR-RV

Inicialmente aplicam-se aos dados intradiários os modelos tradicionais, conforme as equações (12) e (13), para calcular a volatilidade realizada diária com os componentes de saltos correspondentes a cada uma das ações. Os coeficientes estimados para os modelos T1 e T2 são apresentados na Tabela 7 do Apêndice A com suas estatísticas t entre parênteses e o R^2 como medida de ajustamento dos modelos.

A Tabela 7 mostra que os parâmetros estimados para o modelo tradicional sem os componentes de salto (T1) são não significativos a 5%, exceto para o intercepto, contrariando a hipótese de alta persistência da volatilidade, exceto para a ação VALE3 cujos parâmetros são altamente significativos com volatilidade persistente, fato esse que pode ser confirmado pelo gráfico da volatilidade dessa ação na Figura 1 no Apêndice B.

Observa-se que as inclusões dos componentes de saltos discretos aumentaram moderadamente o ajustamento do modelo. Observa-se também que em T2 os parâmetros de saltos estimados são insignificantes a 5%, exceto em PERT4 e VALE3 que apresentaram parâmetros de saltos significantes confirmando a hipótese de que saltos na volatilidade são importantes para explicar o comportamento desta. Como observado na literatura, não há um padrão comum para todos os parâmetros nos diferentes horizontes de tempo.

Agora, em relação os resultados da estimação dos modelos modificados (14) e (15), que usam os componentes de salto da manhã para prever a volatilidade realizada da tarde, a Tabela 7 do Apêndice A mostra que para os modelos M1 e M2, todos os parâmetros das defasagens do dia e da semana são estatisticamente significantes a 5% pelo respectivo teste t , acordando com a hipótese de mercado heterogêneo conforme explanado em Corsi (2009). Além disso, a significância destes parâmetros confirma a hipótese de alta persistência da volatilidade nesses modelos, sendo esta maior do que nos modelos tradicionais T1 e T2. Esse fato pode ser verificado graficamente nas Figuras 1 e 3 do Apêndice B, onde a volatilidade realizada é mais persistente quando tomamos apenas o período da tarde.

A inclusão dos componentes de saltos da manhã (M2) gerou significativa melhora no ajustamento do modelo, exceto para a ação VALE3, cujo ajustamento pouco alterou. Verifica-se também que os parâmetros desta variável incluída são todos positivos e significantes levantando a hipótese de que pode existir uma transferência de volatilidade da

manhã para a tarde.

Já em relação aos modelos modificados (16), (17) e (18) cujos dois primeiros têm a volatilidade realizada diária e os componentes de salto da manhã como variáveis dependentes para estimar a volatilidade realizada da tarde, a Tabela 7 mostra que para os modelos M3, M4 e M5, todos os componentes de salto foram significantes a 5% via teste t confirmando a hipótese da importância dos saltos discretos de volatilidade apresentada anteriormente. Verifica-se também que, em geral, os parâmetros das defasagens mais distantes, especialmente as defasagens mensais, são não significantes a 5% via teste t .

Quando a volatilidade realizada da manhã é adicionada como variável explicativa (M4 e M5), observa-se significativa melhora no ajustamento do modelo, especialmente em M5. Os parâmetros estimados desta variável também são todos positivos confirmando a hipótese de que aumentos na volatilidade realizada da manhã causados, por exemplo, pela divulgação de notícias macroeconômicas ou de cunho político, são repassados para o período da tarde, ou seja, haveria uma transferência de volatilidade do próprio mercado.

5.2 Previsões da Volatilidade via HAR-RV

Inicialmente, comparam-se os resultados das previsões *in-sample* dos modelos HAR-RV e HAR-RV-J tradicionais e modificados por meio do MSE. Conforme apresentado na subseção 3.3, o MSE foi calculado após a estimação dos modelos, comparando as séries de volatilidade realizada estimadas com as observadas para a amostra. A Tabela 5 apresenta e compara os MSEs *in sample* para os ativos estudados.

Tabela 5 – MSE *in-sample*.

<i>MSE - in sample</i>	<i>ABEV3</i>	<i>BBDC4</i>	<i>ITUB4</i>	<i>PETR4</i>	<i>VALE3</i>
T1	1,6000e-07	5,1348e-06	6,4110e-06	6,6255e-06	8,7610e-07
T2	1,5920e-07	5,1302e-06	6,4009e-06	6,5025e-06	8,5008e-07
M1	2,0794e-09	3,3489e-08	6,9056e-09	4,0000e-08	3,8025e-08
M2	1,7808e-09	1,4161e-08	5,9598e-09	3,5344e-08	3,7636e-08
M3	1,9097e-09	1,5376e-08	7,1403e-09	4,0804e-08	3,5344e-08
M4	1,6000e-09	1,4400e-08	6,3840e-09	3,2761e-08	3,0276e-08*
M5	1,5524e-09*	1,3456e-08*	5,7912e-09*	3,0976e-08*	3,1684e-08

Fonte: dados da pesquisa.

De acordo com a Tabela 5, verifica-se que os modelos HAR-RV e HAR-RV-J tradicionais apresentam as piores previsões em termos de MSE. Já os modelos modificados propostos pelo presente trabalho geraram as melhores previsões *in sample*, em especial o M5

que tem como variáveis explicativas sua volatilidade realizada defasada, os saltos discretos da manhã e a volatilidade realizada da manhã, com exceção da ação VALE3, cuja melhor previsão foi gerada por M4.

Observa-se também tanto nos modelos tradicionais quanto nos modificados, aqueles que levam em consideração componentes de saltos discretos, apresentaram as melhores previsões *in sample* em termos de MSE, ou seja, a adição dos componentes de saltos melhoraram as previsões, corroborando com os trabalhos de Andersen et al. (2007), Santos e Ziegelmann (2014) e Liu et al. (2016). Em especial a adição dos componentes de saltos da manhã e da volatilidade realizada da manhã melhorou as previsões dos modelos modificados, confirmando a hipótese levantada no presente trabalho. Nos gráficos do Apêndice C são observadas as previsões *in sample* dos cinco ativos analisados.

Com relação às previsões *out-of-sample*, os modelos foram estimados utilizando as primeiras 475 observações e depois utilizados para prever um passo a frente as últimas 45 observações, ou seja, de 04/12/2017 a 02/02/2018. A Tabela 6 apresenta os MSEs desse exercício de comparação.

Tabela 6 – MSE *out-of-sample*.

<i>MSE - out-of-sample</i>	<i>ABEV3</i>	<i>BBDC4</i>	<i>ITUB4</i>	<i>PETR4</i>	<i>VALE3</i>
T1	1,1664e-08	1,6892e-07	1,0176e-07	2,8730e-07	1,2960e-07
T2	1,1025e-08	1,5682e-07	9,0601e-08	1,8662e-07	1,1834e-07
M1	1,2041e-09	5,6852e-09	3,8192e-09	6,7076e-09	5,7003e-09
M2	1,1022e-09	5,1984e-09	3,7577e-09	6,1937e-09	5,3290e-09
M3	1,1089e-09	5,8676e-09	4,2510e-09	7,4650e-09	3,1697e-09
M4	1,0824e-09	5,3729e-09	3,9188e-09	4,9280e-09*	1,9360e-09*
M5	1,0758e-09*	4,9562e-09*	3,6603e-09*	4,9985e-09	2,7458e-09

Fonte: dados da pesquisa.

Assim como nos resultados das previsões *in-sample*, verifica-se na Tabela 6 que nas previsões *out-of-sample* os modelos HAR-RV e HAR-RV-J tradicionais apresentaram as piores previsões em termos de MSE. Os modelos modificados também apresentaram as melhores previsões *out-of-sample*, com o M5 gerando as melhores previsões para ABEV3, BBDC4 e ITUB4. Já M4 que tem como variáveis dependentes a volatilidade realizada diária defasada, os componentes de saltos da manhã e a volatilidade realizada da manhã, gerou melhores previsões para PETR4 e VALE3. Assim como nas previsões *in-sample*, os resultados das previsões com os modelos M4 e M5 mostram que a adição de informações do período de abertura do mercado melhorou significativamente as previsões.

Verifica-se também que quando comparadas as previsões *in sample* com as previsões *out-of-sample*, estas últimas apresentaram as melhores previsões em termos de MSE. Observa-se também que os modelos com saltos discretos apresentaram as melhores previsões *out-of-sample*, confirmando hipótese verificada na literatura. Os gráficos do Apêndice D mostram as previsões *out-of-sample* dos cinco ativos estudados.

6 CONCLUSÃO

O *Heterogeneous Autoregressive Model of Realized Volatility* (HAR-RV) proposto por Corsi (2004) vem ganhando bastante destaque na literatura de finanças empíricas. Nesse trabalho tal modelo foi aplicado a dados intradiários das cinco ações mais negociadas no período de análise do índice Ibovespa com o objetivo modelar e prever a volatilidade realizada e os componentes de saltos discretos desses ativos, comparando as previsões dos modelos tradicionais (HAR-RV e HAR-RV-J), com as previsões dos modelos modificados propostos por este trabalho, que adicionam informações do período inicial de abertura do mercado para estimação dos *jumps*.

Os dados intradiários das cinco ações utilizadas neste trabalho apresentaram elevados picos de volatilidade nos primeiros meses de 2016 devido os desdobramentos da crise econômica e política brasileira. Os dados também mostraram que os retornos apresentaram um excesso de curtose, implicando que a distribuição dos retornos tem caudas pesadas e, portanto, não segue uma distribuição normal, corroborando com o que é comumente encontrado na literatura.

Quanto à estimação, os resultados mostraram diferenças nos parâmetros estimados dos modelos tradicionais e modificados no que se refere à persistência da volatilidade. Nos modelos tradicionais encontraram-se parâmetros, em sua maioria, não significantes evidenciando a ausência de volatilidade persistente. No entanto, nos modelos modificados praticamente todos os parâmetros são significantes confirmando a hipótese de persistência da volatilidade, corroborando com os resultados de Corsi (2009) e Júnior e Pereira (2011).

Assim como em Andersen et al. (2007), a inclusão dos componentes de saltos discretos melhorou o ajustamento dos modelos. Com destaque para os modelos modificados, onde a inclusão dos saltos da manhã melhorou o ajustamento destes modelos. Além disso, nos modelos modificados verificou-se que a adição dos saltos da manhã e da volatilidade realizada da manhã foram positivas e significativas levantando a hipótese de que pode existir uma transferência de volatilidade da manhã para a tarde, ou seja, transferência de volatilidade intramercado como vista em Fleming e Lopez (1999).

Em relação às previsões da volatilidade realizada, em termos de Erro Quadrático Médio (MSE), quando estoques idênticos para o mesmo horizonte de tempo são comparados, os resultados mostraram que os modelos tradicionais apresentaram as piores previsões, tanto

aquelas *in-sample* quando *out-of-sample*. Os resultados também mostraram que a adição de componentes de saltos discretos melhoraram as previsões tanto nos modelos tradicionais quanto nos modificados, corroborando com os trabalhos de Andersen et al. (2007), Santos e Ziegelmann (2014) e Liu et al. (2016).

Verificou-se também que a adição de informações do período de abertura do mercado, como os componentes de saltos da manhã e da volatilidade realizada da manhã, melhoraram significativamente as previsões dos modelos modificados, confirmando a hipótese levantada no presente trabalho. Ou seja, os resultados indicam que os modelos modificados propostos pelo presente trabalho foram bastante superiores em termos de MSE. Esse resultado foi o mesmo tanto para previsões *in-sample* quanto *out-of-sample*. Notou-se também que, assim como em Santos e Ziegelmann (2014), as previsões *out-of-sample* foram superiores as previsões *in-sample*, tanto nos modelos tradicionais quanto modificados.

Por fim, o presente trabalho se restringe a utilização de dados de ativos brasileiros com frequência intradiária de 15 minutos e com uma amostra limitada de dois anos. Sugere-se para futuras pesquisas, além da aplicação do modelo a dados com frequências diferentes e amostras maiores, alterar o tamanho do período inicial de abertura do mercado para melhorar as previsões, a utilização de filtros para correção da microestrutura de mercado apontada em Andersen et al. (2011) e a utilização de outros modelos de previsão diferentes dos utilizados nessa pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T. Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts. **International Economic Review**, v. 39, n. 4, p. 885–905, 1998.
- ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T.; CHRISTOFFERSEN, P. F.; DIEBOLD, F. X. Volatility and Correlation Forecasting. *In*: ELLIOT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. (Orgs.). **Handbook of Economic Forecasting**. Amsterdam: North-Holland, cap. 15, p. 778-787, 2006.
- ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T.; DIEBOLD, F.; BENS, H. The distribution of realized stock return volatility. **Journal of Financial Economics**, v. 61, n.1, p. 43–76, 2001.
- ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T.; DIEBOLD, F. Roughing It Up: Including Jump Components in the Measurement, Modeling, and Forecasting of Return Volatility. **The Review of Economics and Statistics**, v. 89, n. 4, p. 701–720, 2007.
- ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T.; MEDDAHIE, N. Realized volatility forecasting and market microstructure noise. **Journal of Econometrics**, v. 160, n. 1, p. 220-234, 2011.
- BARNDORFF-NIELSEN, O. E.; SHEPHARD, N. Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps. **Journal of Financial Econometrics**, v. 2, p. 1-37, 2004.
- BARNDORFF-NIELSEN, O. E.; SHEPHARD, N. Econometrics of testing for jumps in financial economics using bipower variation. **Journal of Financial Econometrics**, v. 4, p. 1-30, 2006.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**, v. 81, p. 637-659, 1973.
- BOLLERSLEV, T.; LAW, T. H.; TAUCHEN, G. Risk, Jumps, and Diversification. **Journal of Econometrics**, v. 144, n. 1, p. 234-256, 2008.
- CARVALHO, M. C.; FREIRE, M. A. S.; MEDEIROS, M. C.; SOUZA, L. R. Modeling and Forecasting the Volatility of Brazilian Asset Returns: a Realized Variance Approach. **Brazilian Review of Finance**, v.4, p. 321–343, 2006.
- CORSI, F. A Simple Approximate Long-Memory Model of Realized Volatility. **Journal of Financial Econometrics**, v. 7, n. 2, p. 174-196, 2009.
- CORSI, F. **A Simple Long Memory Model of Realized Volatility**. Manuscript, University of Southern Switzerland, 2004.
- CORSI, F.; RENÒ, R. **HAR volatility modeling with heterogeneous leverage and jumps**. Manuscript, 2009.
- DIEBOLD, F. X.; YILMAZ, K. Measuring Financial Asset Return and Volatility Spillovers, with Application to Global Equity Markets. **The Economic Journal**, v. 119, n. 534, p. 158-171, 2009.
- ENGLE, R.F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica**, v. 5, p. 987–1008, 1982.

- ENGLE, R. F.; ITO, T.; LIN, W. Meteor Showers or Heat Waves? Heteroskedastic Intra-Daily Volatility in the Foreign Exchange Market. **Econometrica**, v. 58, n. 3, p. 525-542, 1990.
- FANG, W.; MILLER, S. M. Dynamic Effects of Currency Depreciation on Stock Market Returns During the Asian Financial Crisis. **Working Paper Series**, University of Connecticut Department of Economics, n. 31, 2002.
- FERREIRA, R. T.; ZACHIS, S. M.. Análise dos Saltos e Co-Saltos nas Séries do IBOVESPA, Dow Jones, Taxa de Juros, Taxa de Câmbio e no *Spread* do C-Bond. **Revista Economia**, v. 13, p. 15-34, 2012.
- FLEMING, M. J.; LOPEZ, J. A. **Heat Waves, Meteor Showers, and Trading Volume: An Analysis of Volatility Spillovers in the U.S. Treasury Market**. Manuscript, Federal Reserve Bank of New York, 1999.
- FORSBERG, L.; GHYSELS, E. Why Do Absolute Returns Predict Volatility So Well? **Journal of Financial Econometrics**, v. 5, n. 1, p. 31–67, 2007.
- HAMAQ, Y.; MASULIS, R. W.; NG, V. Correlations in Price Changes and Volatility across International Stock Markets. **The Review of Finance Studies**, v. 3, n. 2, p. 281-307, 1990.
- HUANG, X.; TAUCHEN, G. The Relative Contribution of Jumps to Total Price Variance. **Journal of Financial Econometrics**, v. 3, n. 4, p. 456–499, 2005.
- JÚNIOR, M. V. W.; PEREIRA, P. L. V. Modeling and Forecasting Realized Volatility: Evidence from Brazil. **Brazilian Review of Econometrics**, v. 31, n. 2, p. 315-337, 2011.
- KOUTMOS, G.; BOOTH, G. G. Asymmetric volatility transmission in international stock markets. **Journal of International Money and Finance**, v. 14, n. 6, p. 747-762, 1995.
- LEE, S. S.; MYKLAND, P. A. Jumps in Financial Markets: A New Nonparametric Test and Jump Dynamics. **The Review of Financial Studies**, v. 21, n. 6, p. 2535-2563, 2008.
- LIU, Z.; MA, F.; WANG, X.; XIA, Z. Forecasting the realized volatility: the role of jumps. **Applied Economics Letters**, v. 23, n. 10, p. 736-739, 2016.
- McALEER, M.; MEDEIROS, M. C. A multiple regime smooth transition Heterogeneous Autoregressive model for long memory and asymmetries. **Journal of Econometrics**, v. 147, n. 1, p. 104-119, 2008.
- MERTON, R. C. Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous. **Journal of Financial Economics**, v. 3, p.125-144, 1976.
- MERTON, R. C. On Estimating the Expected Return on the Market: an Exploratory Investigation. **Journal of Financial Economics**, v. 8, n. 4, p. 323-361, 1980.
- MÜLLER U. A.; DACOROGNA, M. M.; DAVÉ, R. D.; OLSEN, R. B.; PICTET, O. V.; WEIZSÄCKER, J. E. Volatilities of different time resolutions – Analyzing the dynamics of market components. **Journal of Empirical Finance**, v. 4, n. 2-3, p. 213–239, 1997.
- MÜLLER, U. A.; DACOROGNA, M. M.; PICTET, OLIVER V. **A Practical Guide to Heavy Tails: Statistical Techniques and Applications**. Basileia: Birkhäuser, 1998, 539 p.
- NELSON, D. B.; CAO, C. Q. Inequality Constraints in the Univariate GARCH Model. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 10, n. 2, p. 229-235, 1992.

PAGÁN, J. A.; SOYDEMIR, G. A. Response asymmetries in the Latin American equity markets. **International Review of Financial Analysis**, v. 10, n. 2, p. 175-185, 2001.

PERLIN, M. S.; RAMOS, H. P. GetHFData: A R package for downloading and aggregating high frequency trading data from Bovespa. **Brazilian Review of Finance**, v. 14, n. 3, p. 443-478, 2016.

SANTOS, D. G.; ZIEGELMANN, F. A. Volatility Forecasting via MIDAS, HAR and their Combination: An Empirical Comparative Study for IBOVESPA. **Journal of Forecasting**, v. 33, n. 4, p. 284-299, 2014.

TAYLOR, S. J. Modeling Stochastic Volatility: A Review and Comparative Study. **Mathematical Finance**, v. 4, n. 2, p. 183-204, 1994.

APÊNDICE A – TABELA DOS COEFICIENTES ESTIMADOS, TESTE T E R^2

Tabela 7 – Coeficientes, valores do teste t e R^2 para os modelos HAR-RV.

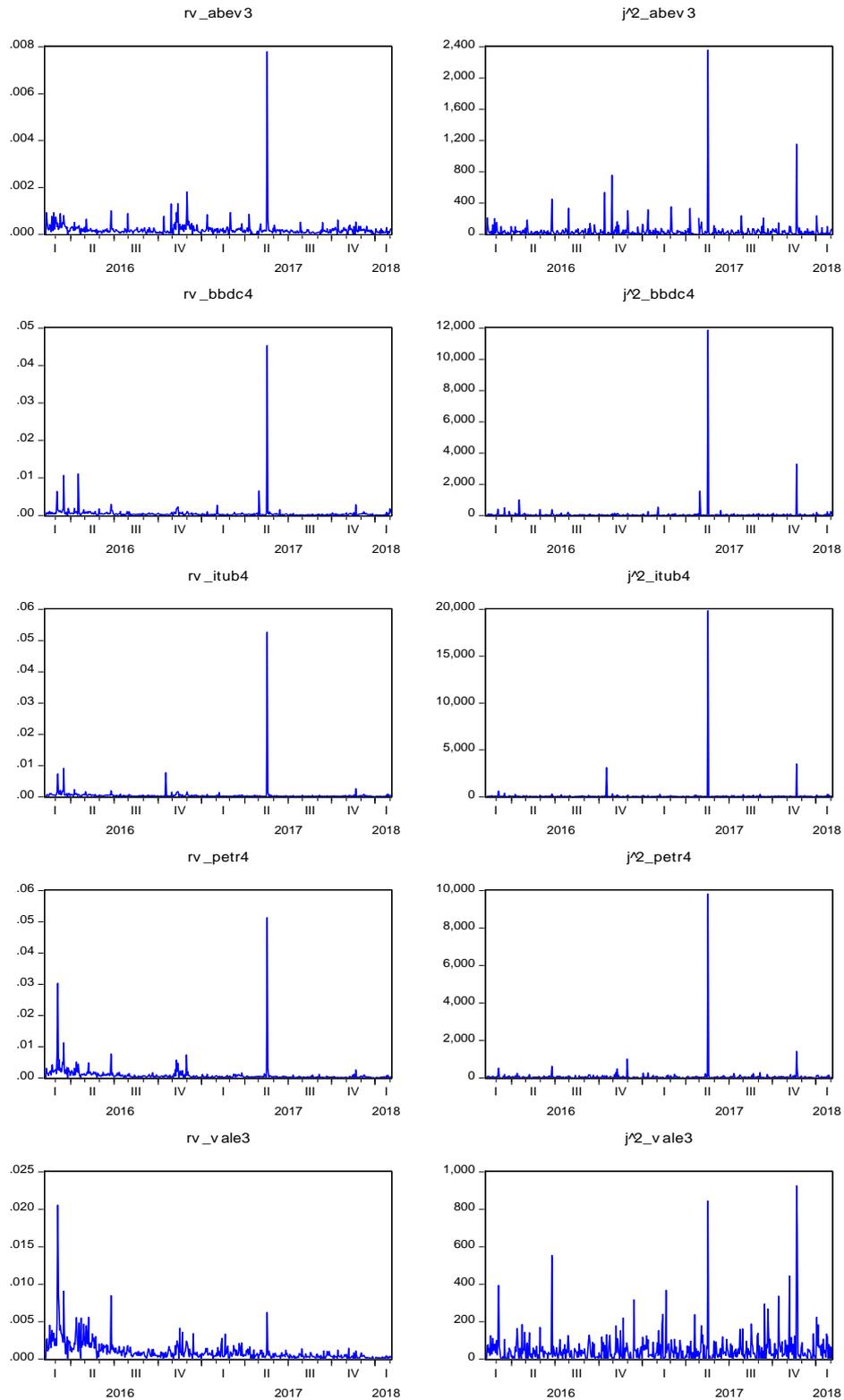
<i>Modelo</i>	$\beta_{0,t}$	$\beta_{d,t}$	$\beta_{w,t}$	$\beta_{m,t}$	$\beta_{j,t}$	$\beta_{RVM,t}$	R^2
ABEV3							
T1	0,00019 (-7,4512)	0,092604 (1,9699)	0,007512 (0,1599)	-0,020848 (-0,4490)			0,0091
T2	0,00018 (-7,0762)	0,239112 (-2,4105)	-0,0035 (-0,0738)	-0,024177 (-0,5206)	-4,87e-07 (-1,6775)		0,0153
M1	0,00003 (7,7859)	0,249026 (5,3939)	0,097781 (2,1401)	0,021886 (0,4934)			0,0821
M2	2,76e-05 (6,4755)	-0,254142 (5,9320)	0,121856 (2,8673)	0,042197 (1,0244)	1,28e-07 (8,6743)		0,2134
M3	4,35e-05 (15,4267)	0,019173 (3,7302)	0,008165 (1,5893)	0,009568 (1,8842)	1,23e-07 (8,1227)		0,1573
M4	3,99e-05 (15,2243)	0,009629 (1,9941)	0,004891 (1,0345)	0,009881 (2,1205)	-1,42e-07 (-4,4383)	0,10649 (9,2126)	0,2920
M5	2,91e-05 (7,2968)	0,167169 (4,0408)	0,07983 (1,9960)	0,046557 (1,2109)	-1,11e-07 (-3,4386)	0,095093 (8,1952)	0,3164
BBDC4							
T1	0,000515 (4,4302)	0,02022 (0,4286)	0,00288 (0,0616)	0,03498 (0,7464)			0,0017
T2	0,000491 (-4,0733)	0,12166 (-0,8424)	-0,00013 (-0,0027)	0,03424 (-0,7301)	-4,17e-07 (-0,7432)		0,0029
M1	0,00008 (7,6134)	0,15398 (3,3235)	0,06552 (2,5208)	0,00159 (0,0624)			0,0388
M2	0,00006 (9,0359)	0,15567 (5,1332)	0,07110 (4,1792)	0,00931 (0,5573)	2,40e-07 (24,4962)		0,5891
M3	8,62e-05 (13,3966)	0,00555 (2,1418)	0,00376 (1,4598)	-0,00084 (-0,3259)	2,40e-07 (23,4618)		0,5537
M4	7,83e-05 (12,3158)	0,00461 (1,8362)	0,00315 (1,2674)	-0,00255 (-1,0179)	7,47e-08 (2,4921)	0,04732 (5,8201)	0,5851
M5	6,08e-05 (8,6936)	0,12916 (4,2908)	0,06473 (3,8862)	0,00350 (0,2140)	1,05e-05 (3,5752)	0,03863 (4,8299)	0,6095
ITUB4							
T1	0,000454 (3,6133)	0,024625 (0,5219)	0,002004 (0,0428)	-0,007153 (-0,1527)			0,0007
T2	0,000425 (-3,1923)	0,170185 (-0,7806)	-0,000895 (-0,0190)	-0,007855 (-0,1675)	-3,96e-07 (-0,6839)		0,0017
M1	0,000042 (6,5643)	0,251161 (5,3154)	0,199182 (4,4376)	0,012489 (0,3092)			0,1490
M2	0,000037 (6,2376)	0,257755 (5,8650)	0,201925 (4,8375)	0,025495 (0,6782)	3,23e-08 (8,4381)		0,2657
M3	7,37e-05 (17,4634)	0,003699 (2,3461)	0,000884 (0,5655)	5,68e-05 (0,0362)	3,12e-05 (7,4584)		0,1202
M4	6,61e-05	0,002332	0,000296	-9,44e-05	-1,06e-07	0,053437	0,2135

M5	(16,0356)	(1,5502)	(0,1999)	(-0,0637)	(-5,4981)	(7,2794)	0,2865
	4,05e-05	0,221077	0,145468	0,017594	-4,17e-08	0,028793	
	(6,8312)	(4,9633)	(3,3016)	(0,4735)	(-1,9999)	(3,6109)	
PETRA4							
T1	0,00070	0,091472	0,037302	0,01855			0,0115
	(5,0931)	(1,9511)	(0,9051)	(0,4523)			
T2	0,00058	0,455483	0,013351	0,00423	-2,14e-06		0,0298
	(-4,0640)	(-3,4050)	(-0,3177)	(-0,1032)	(-2,9021)		
M1	0,00008	0,121968	0,255640	0,06586			0,1646
	(6,1910)	(2,6888)	(6,7724)	(1,8660)			
M2	0,00007	0,127811	0,257734	0,07173	1,45e-07		0,2594
	(5,5432)	(2,9887)	(7,2435)	(2,1554)	(7,5736)		
M3	0,00012	0,016177	0,009033	0,00398	1,41e-07		0,1472
	(10,6274)	(4,3905)	(2,7886)	(1,2332)	(6,8630)		
M4	9,03e-05	0,007089	0,003976	0,00040	-4,60e-07	0,11732	0,3185
	(8,9692)	(2,0807)	(1,3533)	(0,1381)	(-7,7141)	(10,6020)	
M5	6,90e-05	0,029845	0,179516	0,026122	-3,53e-05	0,096829	0,3563
	(6,0742)	(0,7164)	(5,1959)	(0,8279)	(-5,5739)	(8,2048)	
VALE3							
T1	0,00043	0,27985	0,172190	0,075500			0,2367
	(6,5320)	(6,2297)	(5,1703)	(2,4832)			
T2	0,00050	0,37744	0,13284	0,057902	-2,16e-06		0,2593
	(-7,4217)	(-7,3117)	(-3,8473)	(-1,9071)	(-3,6941)		
M1	0,00009	0,21353	0,210477	0,092041			0,2407
	(6,4859)	(4,3354)	(5,7936)	(3,1224)			
M2	7,18e-05	0,21946	0,213476	0,093757	2,36e-07		0,2489
	(5,0050)	(4,4684)	(5,8974)	(3,1932)	(2,2127)		
M3	5,26e-05	0,07969	0,030179	0,014037	2,50e-07		0,2443
	(3,6719)	(8,7897)	(4,5013)	(2,2939)	(2,4197)		
M4	5,14e-05	0,05679	0,015484	0,004836	-3,27e-07	0,09693	0,3970
	(3,8706)	(6,4599)	(2,4085)	(0,8395)	(-2,8083)	(8,7261)	
M5	6,60e-05	0,12744	0,12658	0,041798	-3,82e-07	0,10368	0,3672
	(5,0034)	(2,7561)	(3,6589)	(1,5159)	(-3,2037)	(9,1409)	

Fonte: dados da pesquisa.

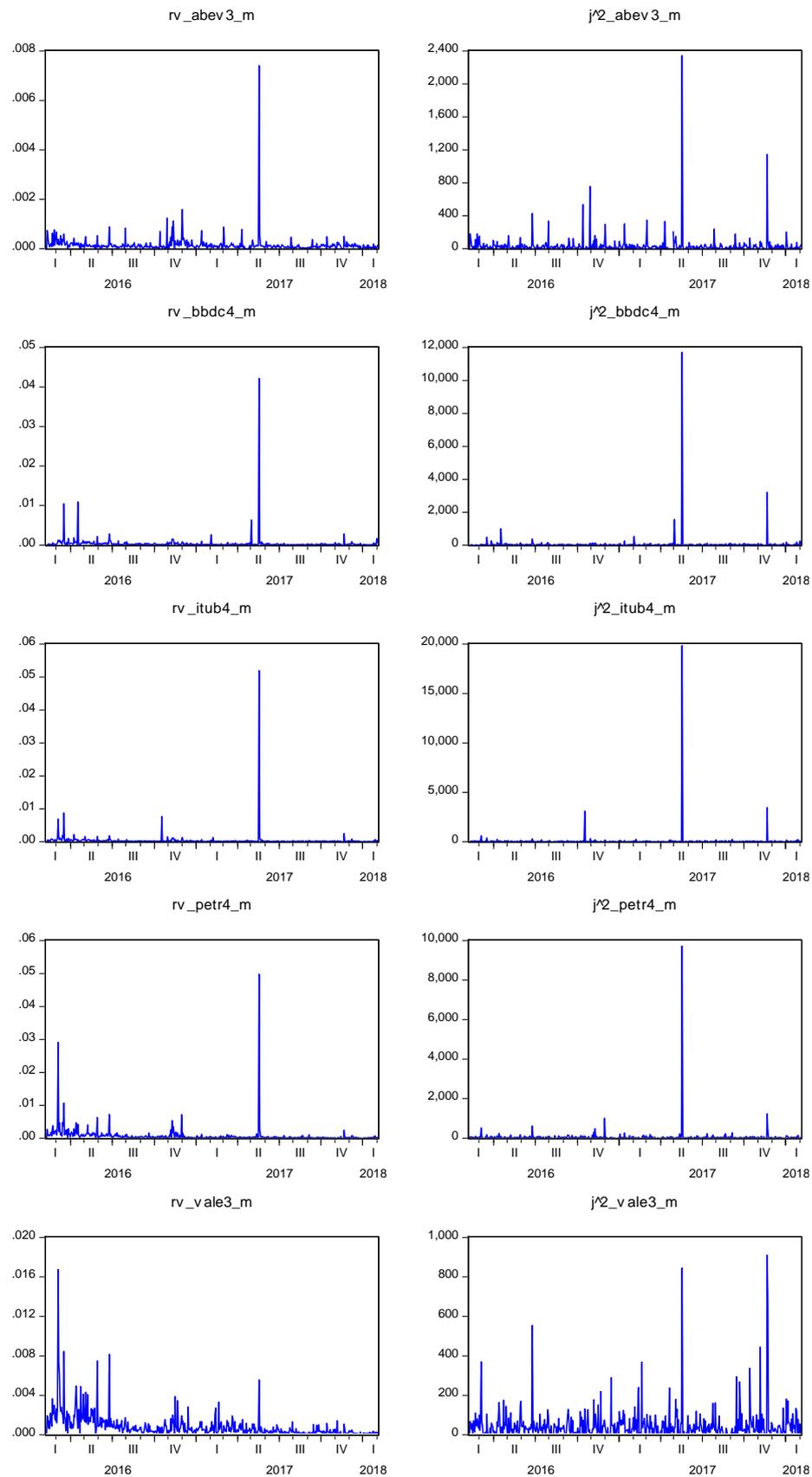
APÊNDICE B – GRÁFICOS DAS VOLATILIDADES REALIZADAS E COMPONENTES DE SALTOS

Figura 1 – Gráficos da volatilidade realizada do dia e componentes de saltos do dia.



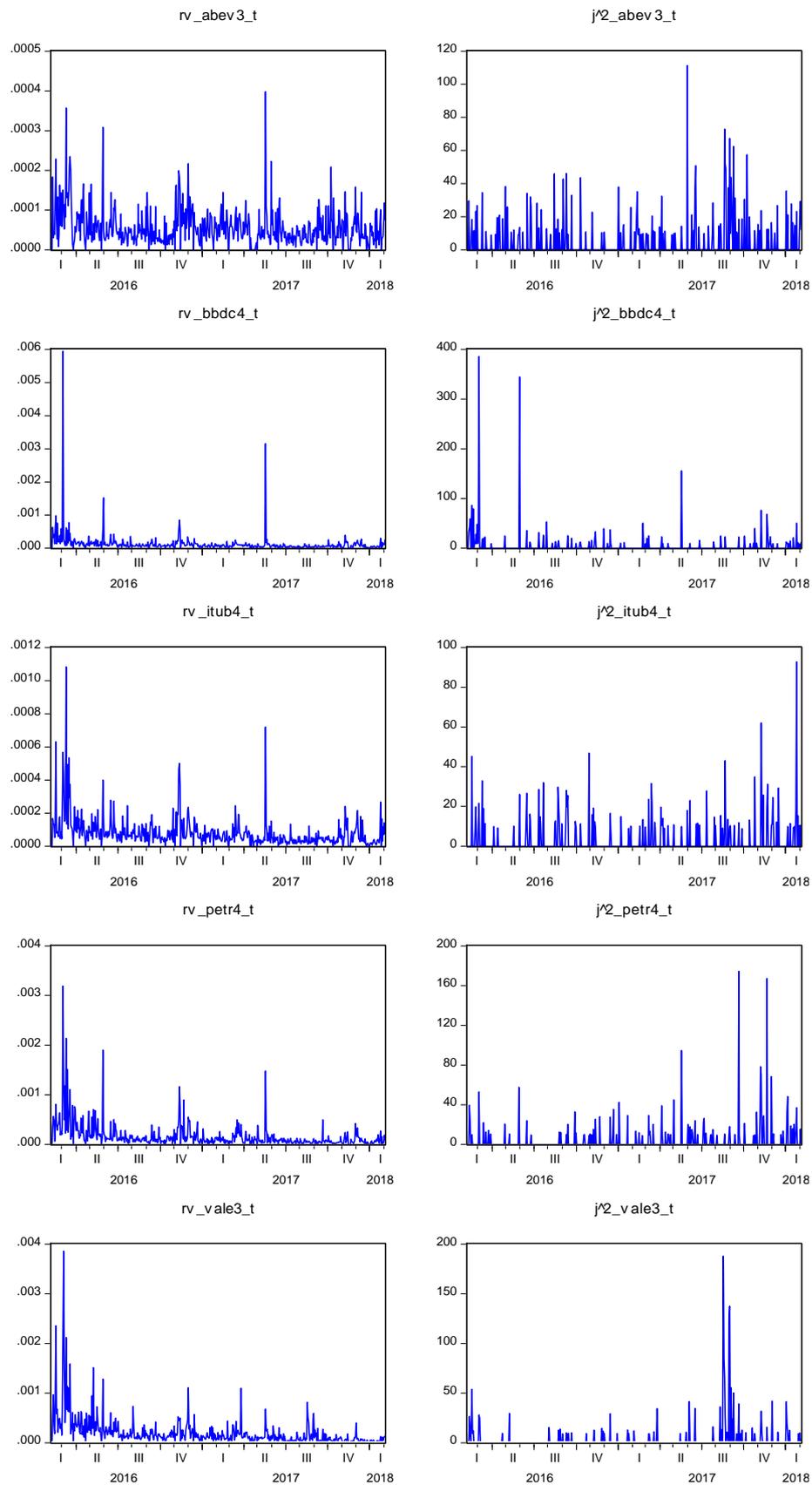
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 2 – Gráficos da volatilidade realizada da manhã e componentes de saltos da manhã.



Fonte: dados da pesquisa.

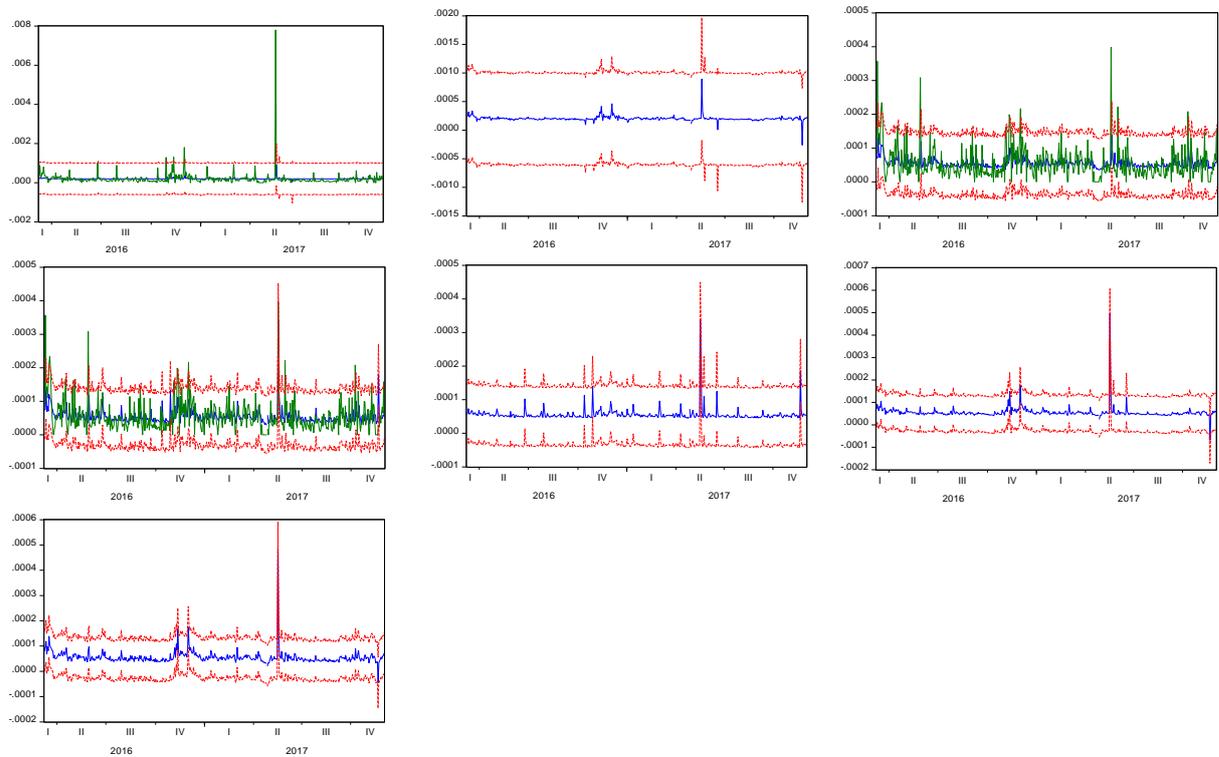
Figura 3 – Gráficos da volatilidade realizada da tarde e componentes de saltos da tarde.



Fonte: dados da pesquisa.

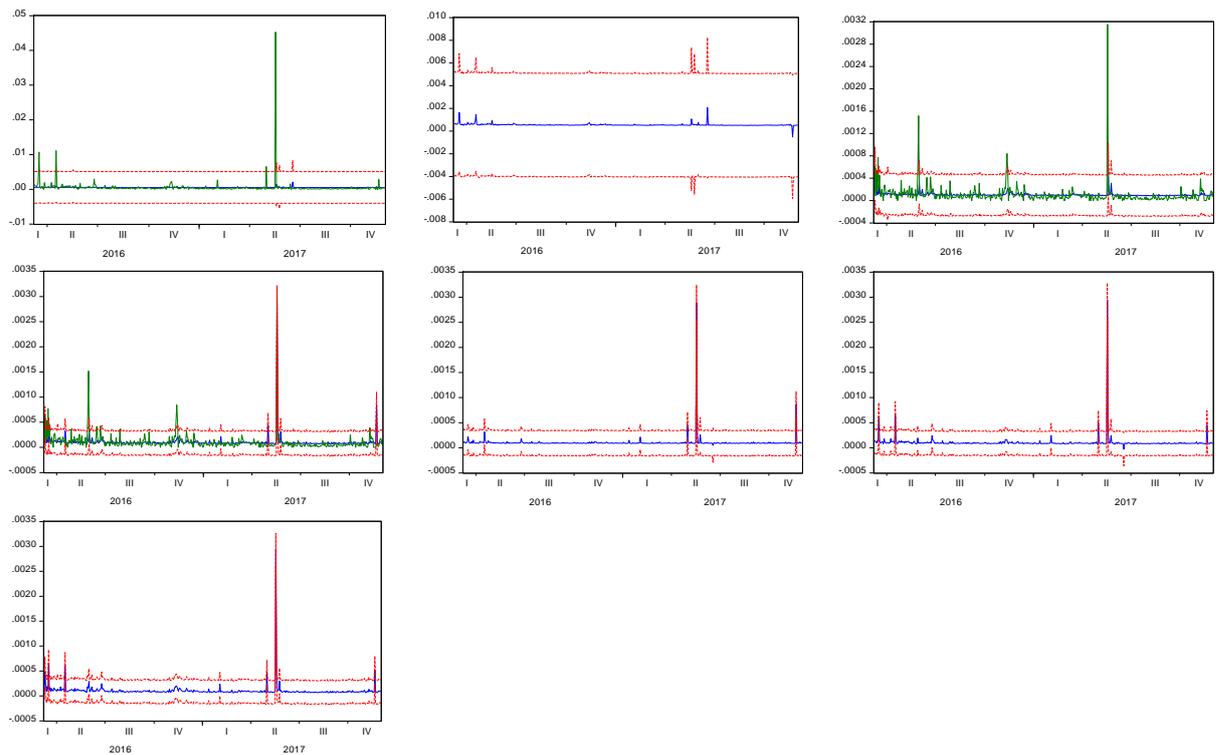
APÊNDICE C – GRÁFICOS DAS PREVISÕES *IN-SAMPLE*

Figura 4 – Gráficos das previsões *in-sample* para ABEV3 (T1, T2, M1, M2, M3, M4 e M5).

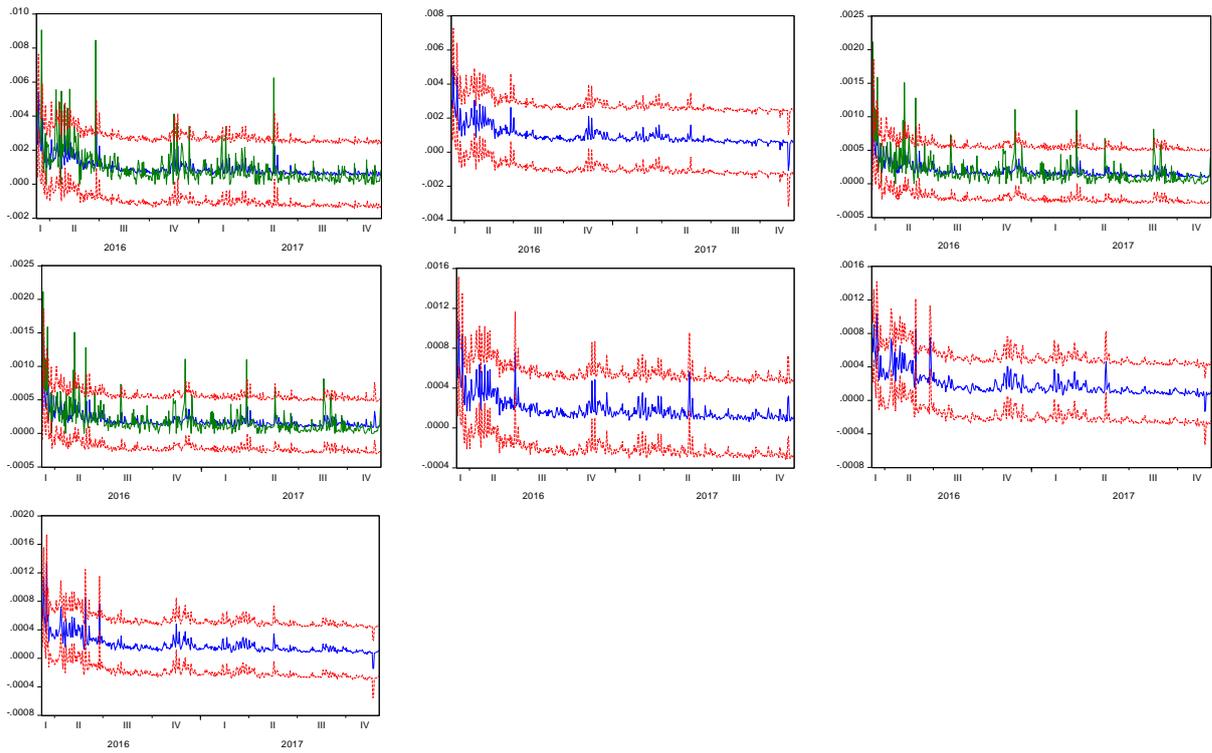


Fonte: dados da pesquisa.

Figura 5 – Gráficos das previsões *in-sample* para BBDC4 (T1, T2, M1, M2, M3, M4 e M5).



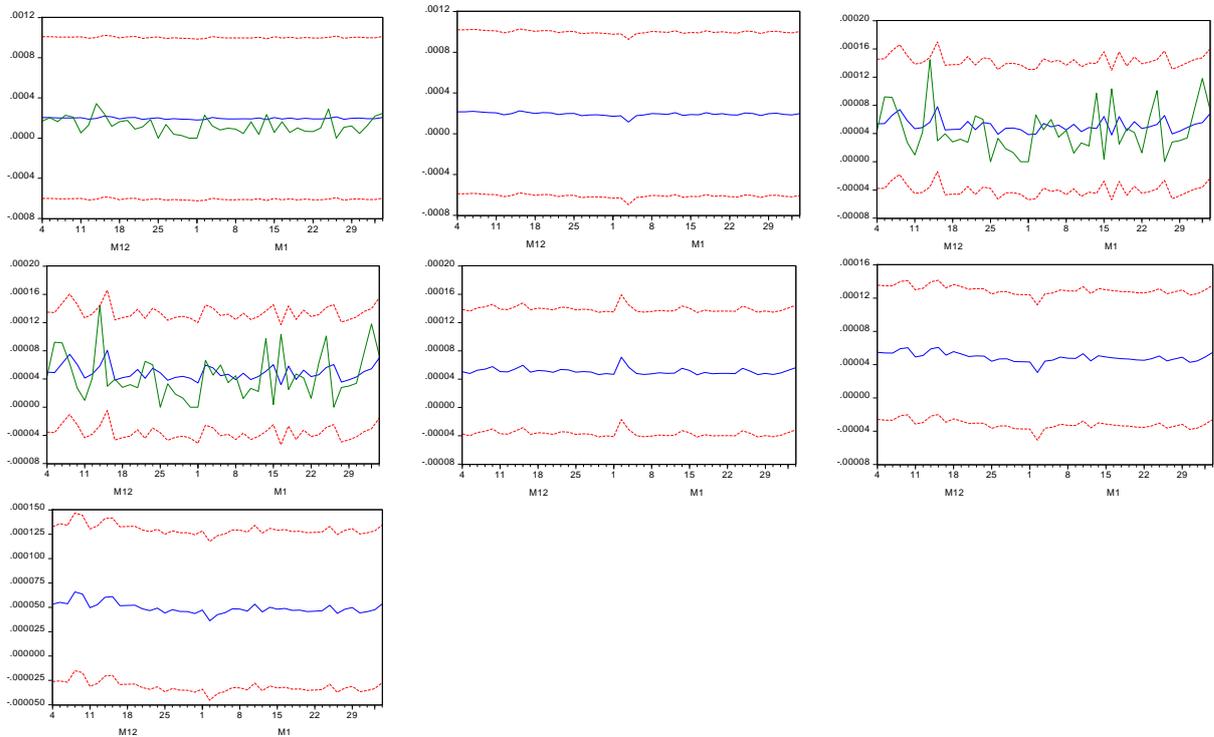
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 8 – Gráficos das previsões *in-sample* para VALE3 (T1, T2, M1, M2, M3, M4 e M5).

Fonte: dados da pesquisa.

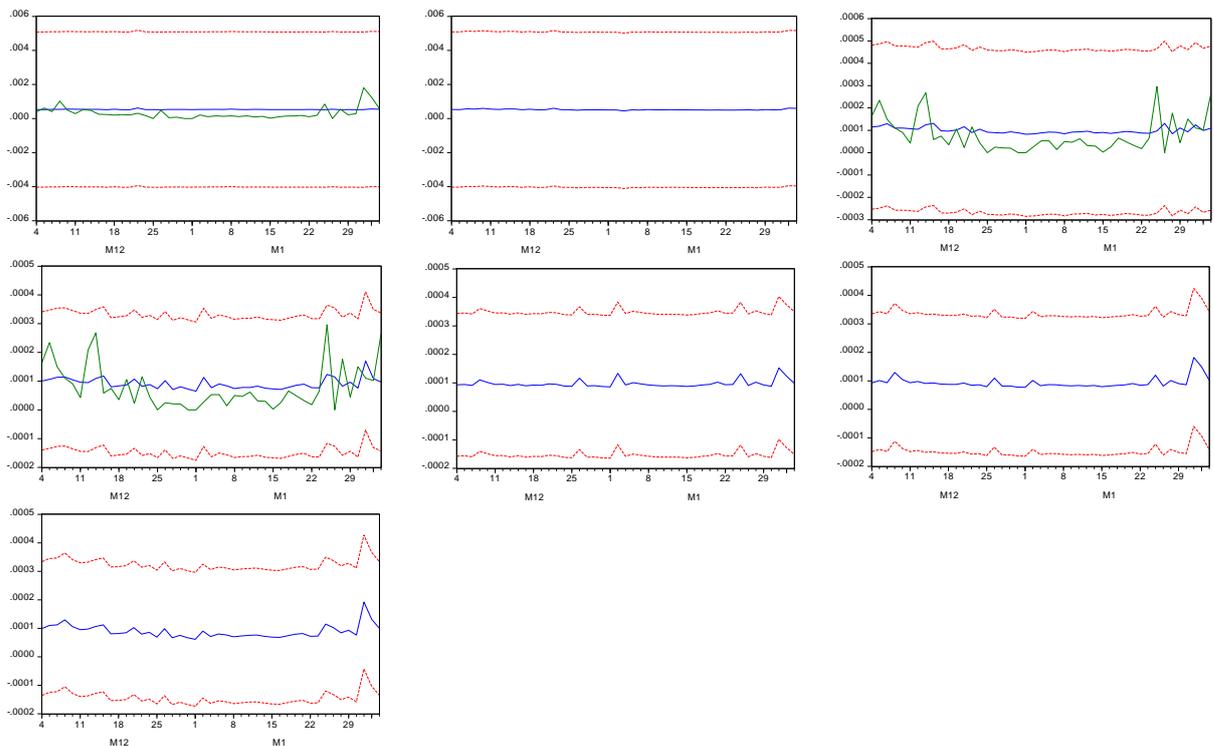
APÊNDICE D – GRÁFICOS DAS PREVISÕES *OUT-OF-SAMPLE*

Figura 9 – Gráficos das previsões *out-of-sample* para ABEV3 (T1, T2, M1, M2, M3, M4 e M5).



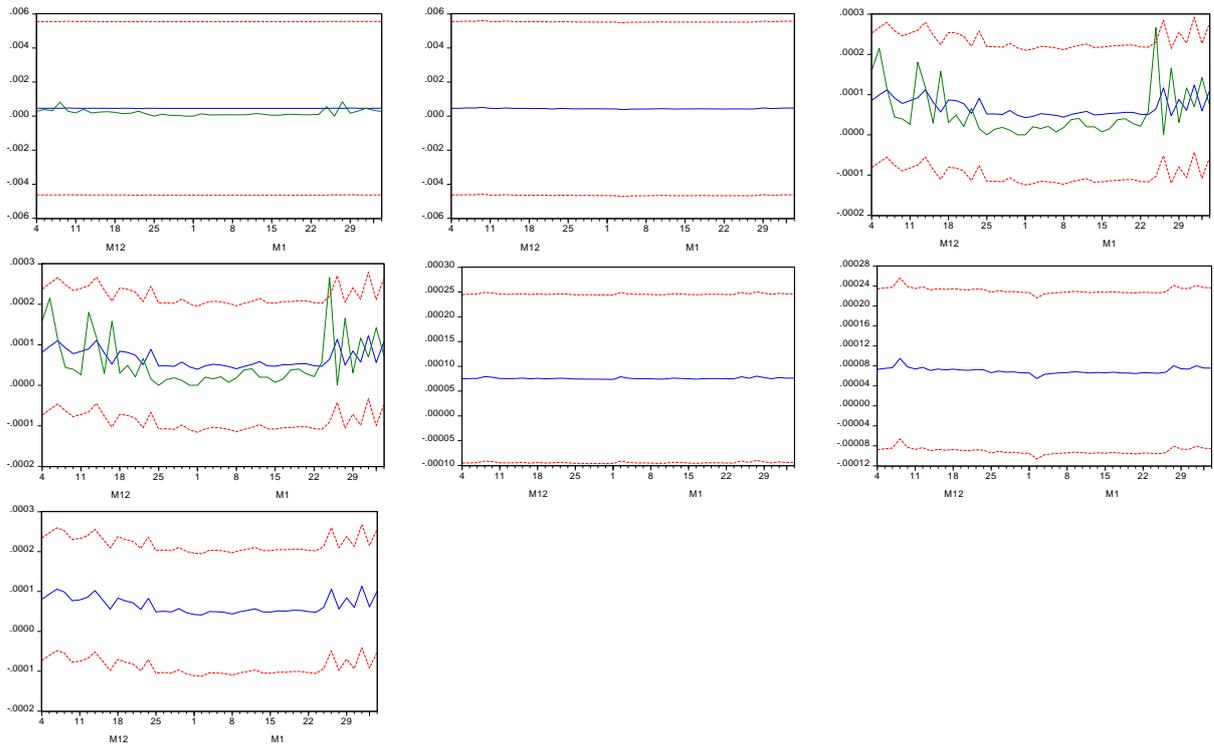
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 10 – Gráficos das previsões *out-of-sample* para BBDC4 (T1, T2, M1, M2, M3, M4 e M5).



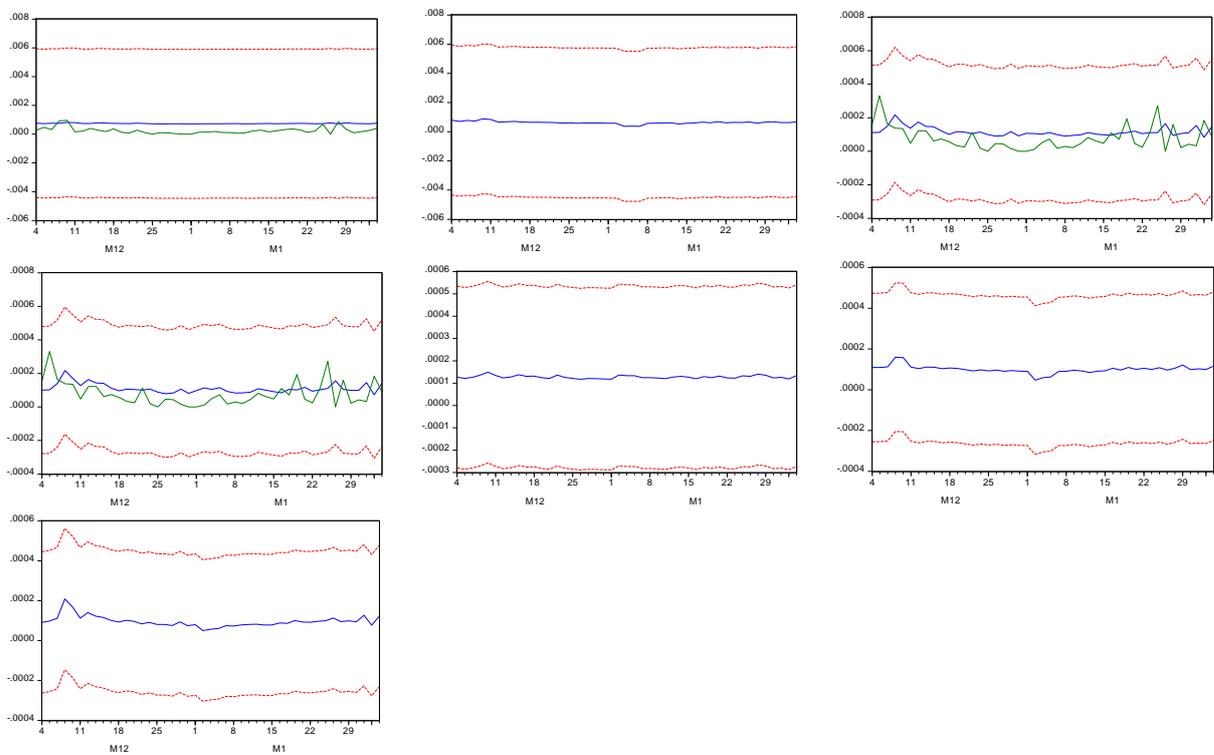
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 11 – Gráficos das previsões *out-of-sample* para ITUB4 (T1, T2, M1, M2, M3, M4 e M5).

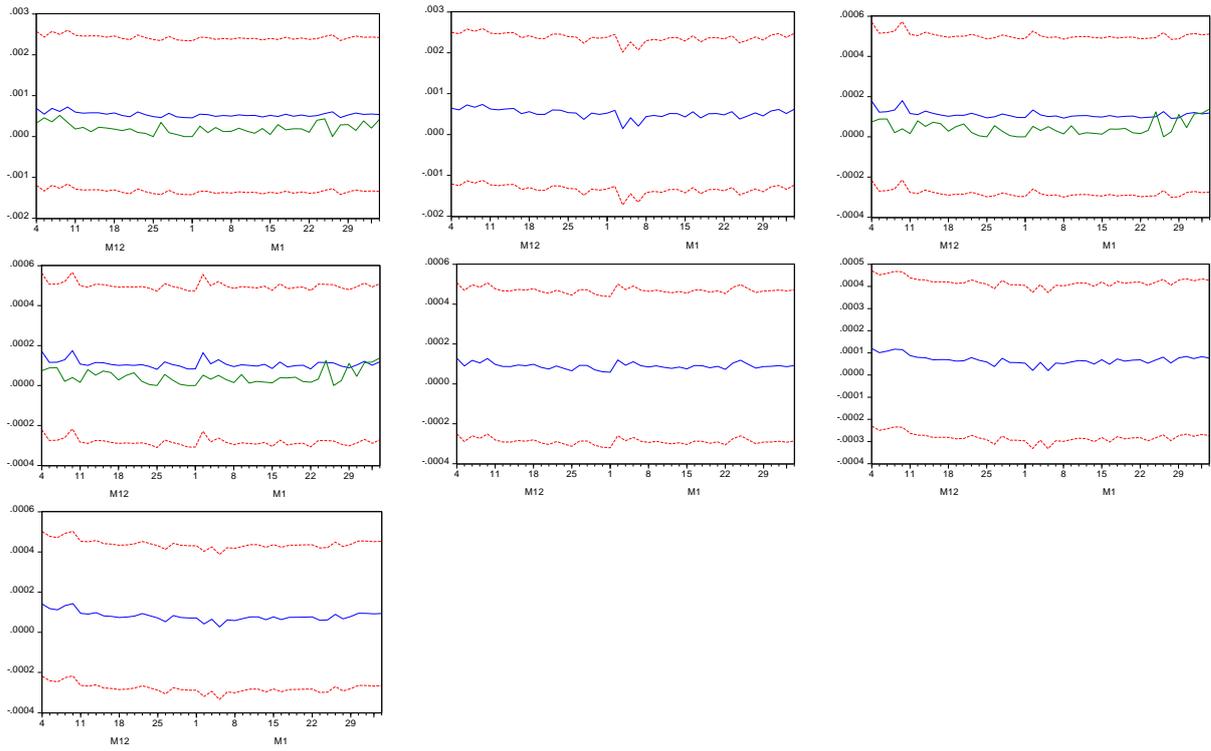


Fonte: dados da pesquisa.

Figura 12 – Gráficos das previsões *out-of-sample* para PETR4 (T1, T2, M1, M2, M3, M4 e M5).



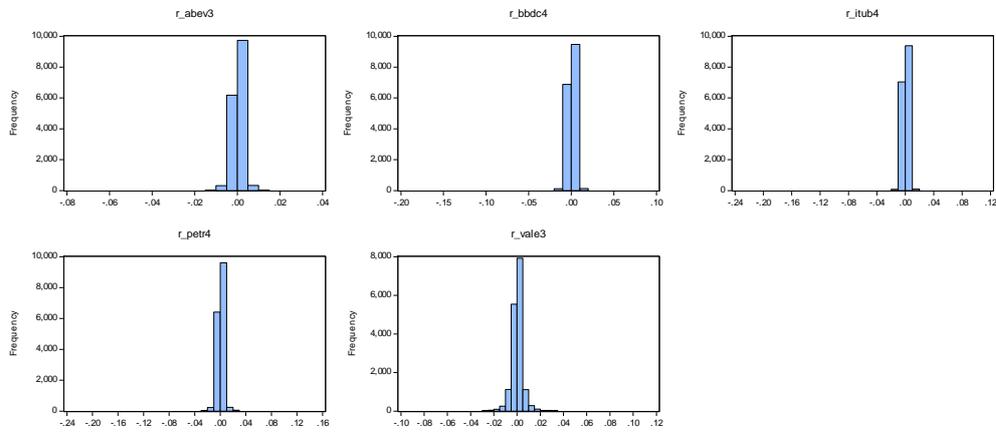
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 13 – Gráficos das previsões *out-of-sample* para VALE3 (T1, T2, M1, M2, M3, M4 e M5).

Fonte: dados da pesquisa.

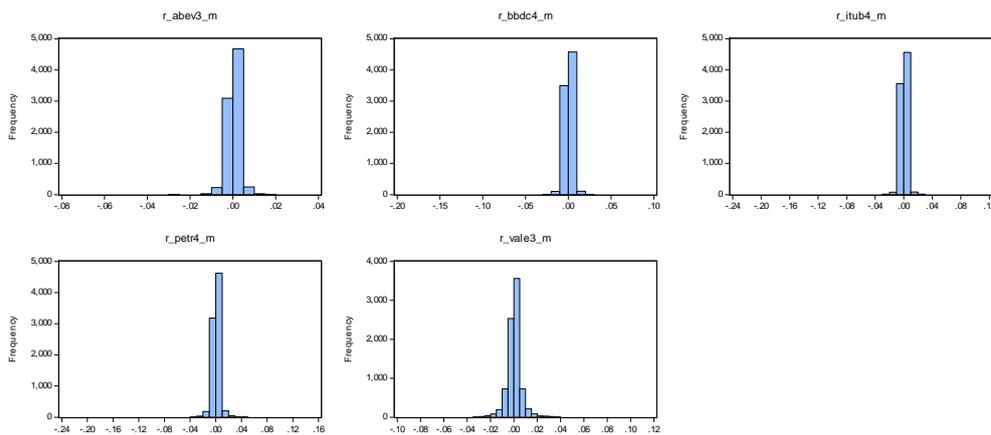
APÊNDICE E – GRÁFICOS DAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS

Figura 14 – Gráficos das distribuições dos retornos do dia.



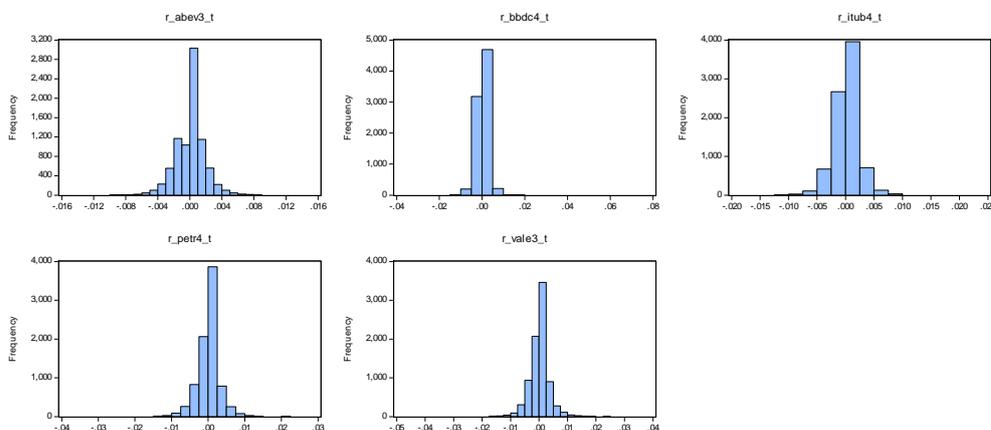
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 15 – Gráficos das distribuições dos retornos da manhã.



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 16 – Gráficos das distribuições dos retornos da tarde.



Fonte: dados da pesquisa.