



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA APLICADA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS
QUANTITATIVOS
MESTRADO ACADÊMICO EM MODELAGEM E MÉTODOS
QUANTITATIVOS

CAMILA RAQUEL CÂMARA LIMA

UTILIZAÇÃO DA ESTATÍSTICA GRADIENTE NOS MODELOS
HURDLE

FORTALEZA

2018

CAMILA RAQUEL CÂMARA LIMA

UTILIZAÇÃO DA ESTATÍSTICA GRADIENTE NOS MODELOS HURDLE

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Modelagem e Métodos Quantitativos do Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Modelagem e Métodos Quantitativos. Área de Concentração: Métodos Quantitativos

Orientadora: Prof. Dr. Silvia Maria de Freitas

Co-Orientador: Prof. Dr. Juvêncio Santos Nobre

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

L697u Lima, Camila Raquel Câmara.

Utilização da estatística gradiente nos modelos Hurdle / Camila Raquel Câmara Lima. – 2019.
242 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos, Fortaleza, 2019.

Orientação: Profa. Dra. Silvia Maria de Freitas.

Coorientação: Profa. Dra. Juvêncio Santos Nobre.

1. Modelos Hurdle. 2. Estatística Gradiente. 3. Estatística razão de verossimilhanças generalizada. 4. Estatística Escore. 5. Estatística Wald. I. Título.

CDD 510

CAMILA RAQUEL CÂMARA LIMA

UTILIZAÇÃO DA ESTATÍSTICA GRADIENTE NOS MODELOS HURDLE

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Modelagem e Métodos Quantitativos do Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Modelagem e Métodos Quantitativos. Área de Concentração: Métodos Quantitativos

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Silvia Maria de Freitas (Orientadora)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Juvêncio Santos Nobre (Co-Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Roberto Ferreira Manghi
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Prof. Dr. João Maurício Araújo Mota
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Rafael Bráz Azevedo Farias
Universidade Federal do Ceará (UFC)

AGRADECIMENTOS

É muito gratificante quando um ideal se torna realidade. Para muitos, fazer mais um mestrado soava como “loucura”, para mim não. Por isso agradeço primeiramente à Deus, por ter me feito perseverar nas horas mais difíceis e alcançar esse ideal.

À minha orientadora Profa. Silvia Maria de Freitas agradeço pela sua paciência, por acreditar em mim, pela sempre presente ajuda e por todos os ensinamentos. A disponibilidade que sempre manifestou e a empatia com que recebeu as minhas ideias, foram o estímulo que me permitiu vencer as inseguranças deste processo.

Meu eterno agradecimento ao meu co-orientador Prof. Juvêncio Santos Nobre, que aceitou me orientar com uma condição, a de não desistir. Agradeço pela sua confiança na condução dessa pesquisa e pelas valiosas considerações. Acima de tudo, por trás dessa função que você desempenha exemplarmente, esta um ser humano admirável, sempre disposto a apoiar e orientar pessoalmente.

Ao meu marido e companheiro, Emir Nascimento e Silva, por acumular as responsabilidades domésticas e financeiras nesses últimos tempos e por compreender todos os meus momentos e dificuldades. Seu incansável apoio e valioso amor foram definitivos em todos os momentos deste trabalho. Obrigada por ter feito do meu sonho o nosso sonho!

Aos membros da banca examinadora, Dr. Roberto Ferreira Manghi, Dr. João Maurício Araújo Mota e Dr. Rafael Bráz Azevedo Farias pelas sugestões e modificações que aprimoraram o trabalho.

Aos meus amigos do mestrado, pelos momentos divididos juntos.

RESUMO

Em muitos problemas práticos, há interesse em modelar dados oriundos de contagem, como por exemplo, incidência de doenças, número de ocorrência de acidentes de trânsito, entre outras situações de interesse. Na maioria das aplicações que envolvem esse tipo de dados, utiliza-se para modelagem as distribuições Poisson e Binomial Negativa. No entanto, a estrutura dos dados de contagem pode apresentar excesso de zeros e superdispersão, o que torna a modelagem utilizando tais distribuições inadequada, pois estas não possuem flexibilidade para acomodar tal comportamento. Uma classe de modelos capaz de acomodar ambas as propriedades (excesso de zeros e superdispersão) é a classe dos Modelos *Hurdle* (Cameron; Trivedi, 1998, *Regression analysis of count data*). Nesta classe de modelos, devido a sua complexidade, é comum utilizar os testes de hipóteses baseados na razão de verossimilhanças generalizada (Wilks, 1938, *Annals of Mathematical Statistics*), Wald (Wald, 1943, *Transactions of the American Mathematical Society*) e Escore (Rao, 1948, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*). Entretanto, uma nova estatística foi proposta, chamada Gradiente (Terrel, 2002, *Computing Science and Statistics*), como uma alternativa aos testes clássicos e tem recebido particular atenção da comunidade estatística devido as suas boas propriedades. O presente trabalho considera o desempenho da estatística Gradiente em comparação ao desempenho das demais estatísticas usuais nos modelos *Hurdle*. Para isso, descreve-se a classe de modelos *Hurdle*, suas propriedades, aspectos inferenciais e apresenta-se os principais resultados assintóticos dos testes. Considera-se um estudo de simulação Monte Carlo com base nos modelos *Hurdle* Poisson - Binomial e *Hurdle* Binomial Negativa - Binomial para avaliar o desempenho dos testes em amostras finitas e ao final da simulação, aplicam-se os resultados a um conjunto real de dados.

Palavras-chave: Modelos *Hurdle*. Estatística Gradiente. Estatística da Razão de Verossimilhanças Generalizada. Estatística de Wald. Estatística Escore.

ABSTRACT

In many practical problems, there is an interest in modeling data from counting, such as disease incidence. In many practical problems, there is an interest in modeling data from counting, such as incidence of diseases, number of transit, among others situations of interest. In most applications involving this type of data, the Poisson and Binomial Negative distributions are used for modeling. However, the structure of the counting data may exhibit excess zeros and superdispersion, which makes modeling using such distributions undue because they do not have the flexibility to accommodate such behavior. A class of models capable of accommodating both properties (zeros excess and superdispersion) is the class of the Hurdle Models (Cameron; Trivedi, 1998, Regression analysis of count data). In this class of models, because of their complexity, it is common to use hypothesis tests based on the generalized likelihood ratio (Wilks, 1938, Annals of Mathematical Statistics), Wald (Wald, 1943, Transactions of the American Mathematical Society) and Escore (Rao, 1948, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society). However, a new statistic has been proposed, called Gradiente (Terrel, 2002, Computing Science and Statistics) as an alternative to classical tests and has received particular attention from the statistical community due to its good properties. The present work considers the performance of the Gradient statistic in comparison to the performance of the other statistics usual in the model textit Hurdle. For this, the class of textit Hurdle models are described, their properties, inferences aspects and the main asymptotic results of the tests are presented. A Monte Carlo simulation study based on the Poisson-Binomial and Hurdle Binomial Negative Binomial models is used to evaluate the performance of the tests in finite samples and at the end of the simulation, the results to a real set of data.

Keywords: Hurdle models. Gradient Statistics. Generalized Likelihood Ratio Statistics.

Wald statistics. Statistic Score.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Distribuição de frequência para o número de visitas ao consultório médico.	24
Figura 2 – Gráfico de setores das variáveis gênero e seguro privado.	25
Figura 3 – Distribuição de frequência para o número de internações hospitalares, condições crônicas e anos de educação.	25
Figura 4 – Boxplot do número de visitas ao consultório médico contra as variáveis regressoras consideradas.	26
Figura 5 – Envelope simulado para os resíduos componentes do desvio para o modelo Poisson.	28
Figura 6 – Envelope simulado para os resíduos componentes do desvio do modelo Binomial Negativo.	29
Figura 7 – Comparação gráfica das escalas das estatísticas razão de verossimilhanças generalizada, Wald e Escore.	45
Figura 8 – Comparação gráfica das estatísticas razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente na escala do logaritmo da verossimilhança.	47
Figura 9 – Comparação gráfica das estatísticas razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente na escala Escore.	48
Figura 10 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ no modelo HPB (logito).	70
Figura 10 – Continuação da página anterior.	71
Figura 11 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ no modelo HPB (probit).	72
Figura 11 – Continuação da página anterior.	73
Figura 12 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ no modelo HPB (cloglog).	74
Figura 12 – Continuação da página anterior.	75
Figura 13 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ no modelo HPB (Cauchy).	76
Figura 13 – Continuação da página anterior.	77
Figura 14 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) com $p = 20\%$	94

Figura 14 – Continuação da página anterior.	95
Figura 15 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) com $p = 30\%$	96
Figura 15 – Continuação da página anterior.	97
Figura 16 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) com $p = 40\%$	98
Figura 16 – Continuação da página anterior.	99
Figura 17 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) com $p = 50\%$	100
Figura 17 – Continuação da página anterior.	101
Figura 18 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) com $p = 20\%$	102
Figura 18 – Continuação da página anterior.	103
Figura 19 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) com $p = 30\%$	104
Figura 19 – Continuação da página anterior.	105
Figura 20 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) com $p = 40\%$	106
Figura 20 – Continuação da página anterior.	107
Figura 21 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) com $p = 50\%$	108
Figura 21 – Continuação da página anterior.	109
Figura 22 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) com $p = 20\%$	110

Figura 22 – Continuação da página anterior.	111
Figura 23 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) com $p = 30\%$	112
Figura 23 – Continuação da página anterior.	113
Figura 24 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) com $p = 40\%$	114
Figura 24 – Continuação da página anterior.	115
Figura 25 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) com $p = 50\%$	116
Figura 25 – Continuação da página anterior.	117
Figura 26 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) com $p = 20\%$	118
Figura 26 – Continuação da página anterior.	119
Figura 27 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) com $p = 30\%$	120
Figura 27 – Continuação da página anterior.	121
Figura 28 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) com $p = 40\%$	122
Figura 28 – Continuação da página anterior.	123
Figura 29 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) com $p = 50\%$	124
Figura 29 – Continuação da página anterior.	125
Figura 30 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ do modelo HBNN (logito).	136
Figura 30 – Continuação da página anterior.	137

Figura 31 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ do modelo HBNN (probito).	138
Figura 31 – Continuação da página anterior.	139
Figura 32 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ do modelo HBNN (cloglog).	140
Figura 32 – Continuação da página anterior.	141
Figura 33 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ do modelo HBNN (Cauchy).	142
Figura 33 – Continuação da página anterior.	143
Figura 34 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) com $p = 20\%$	159
Figura 34 – Continuação da página anterior.	160
Figura 35 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) com $p = 30\%$	161
Figura 35 – Continuação da página anterior.	162
Figura 36 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) com $p = 40\%$	163
Figura 36 – Continuação da página anterior.	164
Figura 37 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) com $p = 50\%$	165
Figura 37 – Continuação da página anterior.	166
Figura 38 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probito) com $p = 20\%$	167
Figura 38 – Continuação da página anterior.	168
Figura 39 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probito) com $p = 30\%$	169

Figura 39 – Continuação da página anterior.	170
Figura 40 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probit) com $p = 40\%$	171
Figura 40 – Continuação da página anterior.	172
Figura 41 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probit) com $p = 50\%$	173
Figura 41 – Continuação da página anterior.	174
Figura 42 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cloglog) com $p = 20\%$	175
Figura 42 – Continuação da página anterior.	176
Figura 43 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cloglog) com $p = 30\%$	177
Figura 43 – Continuação da página anterior.	178
Figura 44 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cloglog) com $p = 40\%$	179
Figura 44 – Continuação da página anterior.	180
Figura 45 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cloglog) com $p = 50\%$	181
Figura 45 – Continuação da página anterior.	182
Figura 46 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (Cauchy) com $p = 20\%$	183
Figura 46 – Continuação da página anterior.	184
Figura 47 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (Cauchy) com $p = 30\%$	185

Figura 47 – Continuação da página anterior.	186
Figura 48 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (Cauchy) com $p = 40\%$	187
Figura 48 – Continuação da página anterior.	188
Figura 49 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (Cauchy) com $p = 50\%$	189
Figura 49 – Continuação da página anterior.	190
Figura 50 – Gráfico de setores das variáveis cor da carapaça do caranguejo fêmea e histograma das variável largura da carapaça.	192
Figura 51 – Distribuição de frequência do número de caranguejos satélite.	193
Figura 52 – Correlograma das variáveis em estudo.	193
Figura 53 – Rootograma dos modelos HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy	195
Figura 54 – Gráfico quantil-quantil do modelo ajustado (5.1).	196
Figura 55 – Gráficos de dispersão dos resíduos contra valores ajustados dos modelos HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy.	198
Figura 56 – Gráficos de barras das frequências observadas e esperadas dos modelos HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy.	199
Figura 57 – Rootograma do modelo simplificado HBNB (probit).	199
Figura 58 – Rootograma dos modelos HPB logito, probito, complemento log-log e Cauchy.	202
Figura 59 – Rootograma dos modelos HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy.	205
Figura 60 – Gráfico quantil-quantil dos modelos ajustados HPB logito, probito, complemento log-log e Cauchy	205
Figura 61 – Gráfico quantil-quantil dos modelos ajustados HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy	206
Figura 62 – Rootograma do modelo simplificado HBNB (Cauchy).	206
Figura 63 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) $p=20\%$	226

Figura 64 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) p=30%	226
Figura 65 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) p=40%	227
Figura 66 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) p=50%	227
Figura 67 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) p=20%	228
Figura 68 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) p=30%	228
Figura 69 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) p=40%	229
Figura 70 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) p=50%	229
Figura 71 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) p=20%	230
Figura 72 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) p=30%	230
Figura 73 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) p=40%	231
Figura 74 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) p=50%	231
Figura 75 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) p=20%	232
Figura 76 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) p=30%	232
Figura 77 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) p=40%	233
Figura 78 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) p=50%	233
Figura 79 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (logito) p=20%	234

Figura 80 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) p=30%	234
Figura 81 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) p=40%	235
Figura 82 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) p=50%	235
Figura 83 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probita) p=20%	236
Figura 84 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probita) p=30%	236
Figura 85 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probita) p=40%	237
Figura 86 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probita) p=50%	237
Figura 87 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (clog) p=20%	238
Figura 88 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (clog) p=30%	238
Figura 89 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (clog) p=40%	239
Figura 90 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (clog) p=50%	239
Figura 91 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cauchy) p=20%	240
Figura 92 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cauchy) p=30%	240
Figura 93 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cauchy) p=40%	241
Figura 94 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cauchy) p=50%	241

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estimativas do modelo Poisson (2.1).	27
Tabela 2 – Estimativas do modelo Binomial Negativo (2.2).	28
Tabela 3 – Funções de ligação utilizadas para o modelo Binomial.	35
Tabela 4 – Logaritmo da verossimilhança do modelo <i>Hurdle</i> Poisson-Binomial. . .	35
Tabela 5 – Quantidades μ_i , w_i e $\frac{\partial \eta_i}{\partial \mu_i}$ para cada função de ligação utilizada no modelo Binomial.	37
Tabela 6 – Composição dos modelos <i>Hurdle</i> considerados neste trabalho.	50
Tabela 7 – Quantidades $\mathbf{U}(\tilde{\gamma})$, $\mathbf{K}(\hat{\gamma})$, $\mathbf{K}(\tilde{\gamma})$ para o modelo Binomial em função da ligação adotada.	52
Tabela 8 – Modelos <i>Hurdle</i> simulados.	56
Tabela 9 – Hipóteses consideradas sobre os parâmetros dos modelos.	57
Tabela 10 – Vetor de parâmetros γ fixado para testar hipótese $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$	57
Tabela 11 – Vetor de parâmetros γ fixado para testar hipótese $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$	57
Tabela 12 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 20\%$	59
Tabela 13 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 30\%$	60
Tabela 14 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 40\%$	61
Tabela 15 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 50\%$	62
Tabela 16 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 20\%$	63
Tabela 17 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 30\%$	64
Tabela 18 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 40\%$	65
Tabela 19 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 50\%$	66
Tabela 20 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 20\%$	78

Tabela 21 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 30\%$	79
Tabela 22 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 40\%$	81
Tabela 23 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 50\%$	83
Tabela 24 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 20\%$	84
Tabela 25 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 30\%$	86
Tabela 26 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 40\%$	88
Tabela 27 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 50\%$	89
Tabela 28 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 20\%$	126
Tabela 29 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 30\%$	127
Tabela 30 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 40\%$	128
Tabela 31 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 50\%$	129
Tabela 32 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 20\%$	130
Tabela 33 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 30\%$	131
Tabela 34 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 40\%$	132
Tabela 35 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 50\%$	133
Tabela 36 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 20\%$	144

Tabela 37 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 30\%$	145
Tabela 38 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 40\%$	147
Tabela 39 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 50\%$	149
Tabela 40 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 20\%$	150
Tabela 41 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 30\%$	152
Tabela 42 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 40\%$	154
Tabela 43 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 50\%$	155
Tabela 44 – Estimativas de coeficientes (e erros padrão) do ajuste do modelos <i>Hurdle</i> Binomial Negativo-Binomial para satélites de caranguejo.	194
Tabela 45 – Estatísticas dos testes de hipóteses (valor p) para as estimativas dos parâmetros no ajuste do modelo <i>Hurdle</i> Binomial Negativo - Binomial (probit).	196
Tabela 46 – Estimativas de coeficientes (e erros padrão) do ajuste do modelo simplificado <i>Hurdle</i> Binomial Negativo-Binomial (probit) para satélites de caranguejo.	197
Tabela 47 – Estimativas de coeficientes (e erros padrão) do ajuste do modelos.	200
Tabela 48 – Estatísticas dos testes de hipóteses (valor p) para as estimativas dos parâmetros no ajuste do modelo <i>Hurdle</i> Binomial Negativo - Binomial (Cauchy).	202
Tabela 49 – Estimativas dos parâmetros(erro padrão) do ajuste do modelo <i>Hurdle</i> Binomial Negativo - Binomial (Cauchy).	203

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Objetivos	21
1.2	Organização dos capítulos	22
2	MODELOS HURDLE	23
2.1	Modelos usuais para dados de contagem	23
2.2	Modelos Hurdle	29
2.2.1	<i>Modelo Hurdle Poisson - Binomial (HPB)</i>	33
2.2.2	<i>Modelo Hurdle Poisson - Poisson (HPP)</i>	36
2.2.3	<i>Modelo Hurdle Binomial Negativa - Binomial (HBNB)</i>	38
3	TESTES DE HIPÓTESES	40
3.1	Introdução	40
3.2	Testes assintóticos clássicos e Gradiente	42
3.3	Comparações gráficas	45
3.3.1	<i>Comparação na escala do logaritmo da verossimilhança</i>	45
3.3.2	<i>Comparação na escala Escore</i>	46
4	TESTES DE HIPÓTESES NOS MODELOS <i>HURDLE</i>	49
4.1	Introdução	49
4.2	Testes de hipóteses no componente binário	50
4.3	Testes de hipóteses no componente de contagens positivas	53
5	APLICAÇÕES	55
5.1	Estudo de simulação	55
5.1.1	<i>Simulação do modelo HPB</i>	58
5.1.2	<i>Simulação do modelo HBNB</i>	126
5.2	Aplicação a dados reais	191
5.2.1	<i>Caranguejos-ferradura femea e seus satélites</i>	191
5.2.2	<i>Visitas ao consultório médico</i>	200
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	207
6.1	Conclusão	207
6.2	Trabalhos futuros	208
	REFERÊNCIAS	209

	APÊNDICES	212
	APÊNDICE A – Aspectos computacionais	212
A.1	Pacotes, função escore e informação de Fisher	212
A.2	Simulações com uma covariável	217
A.3	Simulações com duas covariáveis	221
	APÊNDICE B – Gráfico do poder empírico dos testes	226

1 INTRODUÇÃO

Modelos para dados de contagem ocupam um lugar importante na Ciência Estatística e são amplamente utilizados em diversas áreas de estudo para modelar diversos fenômenos. Nas Ciências da Saúde e Ciências Econômicas, por exemplo, a natureza dos dados disponíveis, exigem, por muitas vezes, o uso de modelos de contagem. Na área da Saúde, pode-se citar, como exemplo, estudos de demanda por serviços de saúde (URIBE, 2008) e estudos epidemiológicos (TADANO *et al.*, 2009); na área da Economia, pode-se citar os estudos sobre a procura de bens de lazer (SHAW, 1988), a entrada e saída de indústrias do mercado (CHAPPELL *et al.*, 1990), número de ocorrência de acidentes de trânsito (CARDOSO, 2006), estudos sobre acesso à justiça e crimes (JUSTUS *et al.*, 2015), dentre outros.

Na grande maioria das aplicações envolvendo dados de contagem utiliza-se para a modelagem as distribuições Poisson e Binomial Negativa, por serem as distribuições mais conhecidas, usualmente atrelados a modelos de regressão. Entretanto, em alguns cenários, o ajuste utilizando essas distribuições se mostra não adequado. Em algumas situações, a estrutura dos dados de contagem pode apresentar excesso de zeros, isto é, uma incidência muito alta de zeros em relação aos valores esperados para essas distribuições, o que pode, ainda, ocasionar superdispersão, quando o conjunto de dados apresenta variabilidade maior do que a esperada pelos modelos probabilísticos. A superdispersão e o excesso de zeros podem comprometer as inferências do modelo, como produzir erros-padrão subestimados e resultados de testes de hipóteses, estimativas e previsões incorretos, pois os modelos usuais para dados de contagem (Poisson e Binomial Negativa) não possuem flexibilidade para acomodar tais comportamentos.

Particularmente, para modelar dados de contagem que apresentam excesso de zeros e superdispersão, as classes de modelos utilizados são os modelos inflacionados de zeros (não utilizados neste trabalho), propostos inicialmente por Johnson e Kotz (1969) e os modelos *Hurdle*, propostos inicialmente por Cragg (1971). Ambos são considerados modelos de mistura e lidam com o excesso de zeros, mas tem uma distinção importante em como se interpreta e analisa as contagens zeros.

Segundo Zeviani *et al.* (2016) a ocorrência de valores nulos pode ser caracterizada como: zeros amostrais, que ocorrem segundo um processo gerador de contagens e zeros estruturais, que indicam ausência de determinada característica da população. Nos modelos

inflacionados de zeros pressupõe-se que as observações zero tem origem amostral e estrutural e, em contraste, nos modelos *Hurdle* assume-se que todos os zeros têm origem estrutural. Apesar de parecer uma diferença sutil entre os dois modelos, esta pode produzir resultados com interpretações diferentes, podendo um ou outro modelo ser mais apropriado, como exemplo, pode-se citar os trabalhos de Hu *et al.* (2011) e Rose *et al.* (2006).

Como motivação para o estudo dos modelos *Hurdle* neste trabalho, foram consideradas duas análises em situação de contagem com excesso de zeros e superdispersão: a primeira refere-se à inadequação do ajuste do modelo com uso da distribuição Poisson e a segunda com o uso da distribuição Binomial Negativa.

Nos testes de hipóteses utilizados nos modelos *Hurdle*, devido a complexidade do modelo, é comum recorrer a métodos assintóticos, em especial aos testes clássicos baseados nas estatísticas da Razão de verossimilhanças generalizada proposta por Wilks (WILKS, 1938), de Wald (WALD, 1943) e Escore (RAO, 1948). Entretanto, uma nova estatística, chamada Gradiente, foi proposta por Terrell (2002), como uma alternativa para os testes clássicos por sua simplicidade de cálculo, pois não envolve a matriz de informação de Fisher (observada e esperada) e, ocasionalmente, a sua inversão. Rao (RAO, 2005) comenta: “*The suggestion by Terrell is attractive as it is simple to compute. It would be of interest to investigate the performance of the [gradient] statistic*”.

Essa nova estatística vem sendo bastante estudada e alguns estudos vêm sendo realizados afim de comparar o seu desempenho em relação às usuais clássicas em diversos modelos, como por exemplo, os trabalhos de Lemonte (2015), Canterle e Bayer (2015), Lemonte (2013), Lemonte (2012), Carneiro (2012), Lemonte (2011), Lemonte e Ferrari (2011), dentre outros . A análise realizada neste trabalho apresenta avanços em relação a estes estudos na medida que introduz essa nova estatística para testar hipóteses sobre os parâmetros dos modelos *Hurdle* e comparar seu desempenho em relação às clássicas por meio de exemplo prático e simulação.

1.1 Objetivos

O presente trabalho tem por objetivo estudar o desempenho da estatística Gradiente em comparação às demais, a saber: razão de verossimilhanças generalizada, Wald e Escore, via exemplo prático e simulação na classe dos modelos *Hurdle*.

Como objetivos específicos: apresentar e estudar as propriedades dos modelos

Hurdle, apresentar e estudar as propriedades da estatística Gradiente e estudar o comportamento do teste Gradiente nos modelos *Hurdle* através de exemplo prático e simulação para avaliar o seu desempenho comparado aos testes usuais.

1.2 Organização dos capítulos

A presente dissertação encontra-se dividida em 6 capítulos e 1 apêndice. No Capítulo 1 é apresentada a introdução. No Capítulo 2 é introduzida a formulação dos modelos *Hurdle*, em que discute-se aspectos inferenciais, tais como: função escore, informação de Fisher e estimação dos parâmetros e para exemplificar os aspectos mencionados apresenta-se os modelos *Hurdle* Poisson-Binomial, *Hurdle* Poisson-Poisson e *Hurdle* Binomial Negativa-Binomial. No Capítulo 3, apresenta-se os testes de hipóteses baseados nas estatísticas da Razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente e uma comparação gráfica do comportamento dessas quatro estatísticas. No Capítulo 4, apresenta-se a estrutura dos quatro testes nos modelos *Hurdle*. No Capítulo 5 é apresentado a principal contribuição dessa dissertação através do estudo de simulação e aplicação a dados reais. No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e possibilidades de pesquisas futuras. No apêndice A são apresentados os aspectos computacionais utilizados neste trabalho.

2 MODELOS HURDLE

Neste Capítulo são apresentados os modelos de regressão usuais para modelar dados de contagem (modelo linear generalizado Poisson e Binomial Negativo) com um exemplo da inadequação desses modelos em situação de excesso de zeros e superdispersão, como motivação para o estudo dos modelos *Hurdle*. É apresentada a formulação inicial dos modelos *Hurdle* proposta por Cragg (1971), a sua modificação e representação estocástica proposta por Mullahy (1986), que permite especificações flexíveis para o modelo inicialmente proposto, as suas propriedades, aspectos inferenciais e para exemplificar os conceitos apresentados considerou-se os modelos *Hurdle* Poisson-Binomial, *Hurdle* Poisson-Poisson e *Hurdle* Binomial Negativa-Binomial.

2.1 Modelos usuais para dados de contagem

O dados de contagem são dados que apresentam apenas valores inteiros não negativos e são muito frequentes em diversas áreas de estudo. Geralmente, para tais dados, os modelos de regressão Poisson e Binomial Negativa, que são casos especiais dos Modelos Lineares Generalizados (MLG's) propostos por Nelder e Wedderburn (1972), são usados para explicar a relação entre a variável de resultado de um experimento e um conjunto de variáveis explicativas. Entretanto, em alguns cenários, o ajuste desses modelos não se mostra adequado, dado em vista algumas características das supracitadas distribuições.

Em experimentos de diversas áreas de estudo é comum os dados de contagem apresentarem excesso de zeros e conseqüentemente superdispersão, exemplos disso são encontrados com frequência nas áreas da Saúde e da Economia. Na área da Saúde, por exemplo, em estudos de incidência de doenças (COSTA *et al.*, 2016) e na área da Economia, em estudos do mercado de seguros (ZANIBONI; MONTINI, 2015). Neste cenário (excesso de zeros e superdispersão), o ajuste dos modelos padrões (Poisson e Binomial Negativo) pode resultar em: erros padrões incorretos e subestimados; grandes mudanças no valor dos desvios, as quais podem conduzir à seleção de modelos extremamente complexos. Assim, as inferências produzidas pelo modelo ficam comprometidas, podendo-se obter interpretações e predições incorretas.

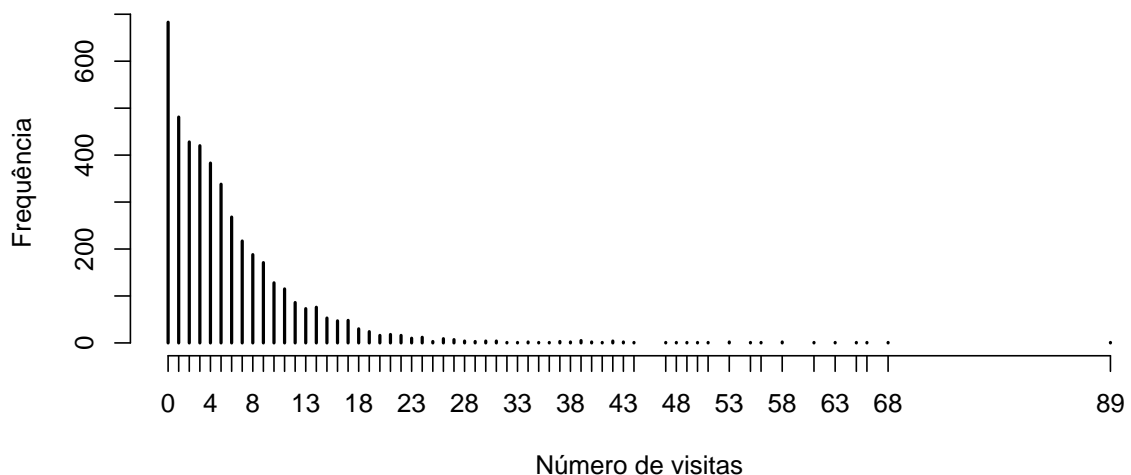
Na presença de superdispersão, quando a variância é maior que a média, se o modelo Poisson for aplicado, as estimativas dos parâmetros obtidas podem ser ineficientes

e os erros padrões inconsistentes, dado que uma particularidade desse modelo é a suposição de equidispersão (média igual a variância). Neste caso, a abordagem padrão é recorrer ao modelo de regressão Binomial Negativo. Este modelo surge como alternativa ao modelo Poisson, pois admite uma maior flexibilidade na modelagem da variância, que permite resolver ou atenuar o problema da superdispersão. Entretanto, não resolve o problema do excesso de zeros.

Para ilustrar a inadequação do ajuste dos modelos Poisson e Binomial Negativo em situação de excesso de zeros e superdispersão considerou-se um caso prático de interesse. Os dados utilizados referem-se a demanda por cuidados médicos de 4406 pessoas com idade igual ou superior a 66 anos, que são cobertas pelo *Medicare*, um programa de seguro público, originalmente obtidos da Pesquisa Nacional de Gastos Médicos (NMES) dos EUA disponíveis no pacote **AER** (KLEIBER; ZEILEIS, 2008) do *software* R (TEAM, 2017). Estes dados foram analisados inicialmente por Deb e Trivedi (1997) e posteriormente por Zeileis *et al.* (2008).

Primeiramente, é apresentada uma breve descrição dos dados, em que o número de visitas ao consultório médico é adotado como variável dependente (Y) e o número de internações hospitalares (\mathbf{x}_1), o número de condições crônicas (\mathbf{x}_2), o gênero (\mathbf{x}_3), o número de anos de educação (\mathbf{x}_4) e o indicador de seguro privado (\mathbf{x}_5), são adotados como variáveis predictoras. A distribuição do número de visitas ao consultório médico é apresentada na Figura 1 com a distribuição das frequências de contagem observadas.

Figura 1 – Distribuição de frequência para o número de visitas ao consultório médico.



Conforme apresentado na Figura 1, observa-se um número bastante grande de zeros, precisamente 683 pessoas não visitaram o consultório médico.

Com o objetivo de visualização de características das variáveis preditoras de forma simples, na Figura 2 é apresentado o gráfico de setores das variáveis gênero e indicador de seguro privado e na Figura 3 é apresentado o gráfico da distribuição das frequências observadas para o número de internações hospitalares, número de condições crônicas e número de anos de educação.

Figura 2 – Gráfico de setores das variáveis gênero e seguro privado.

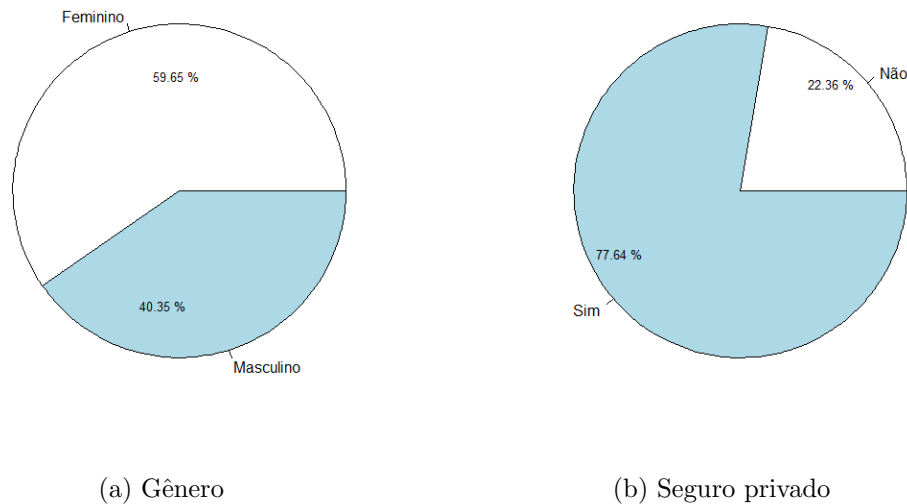
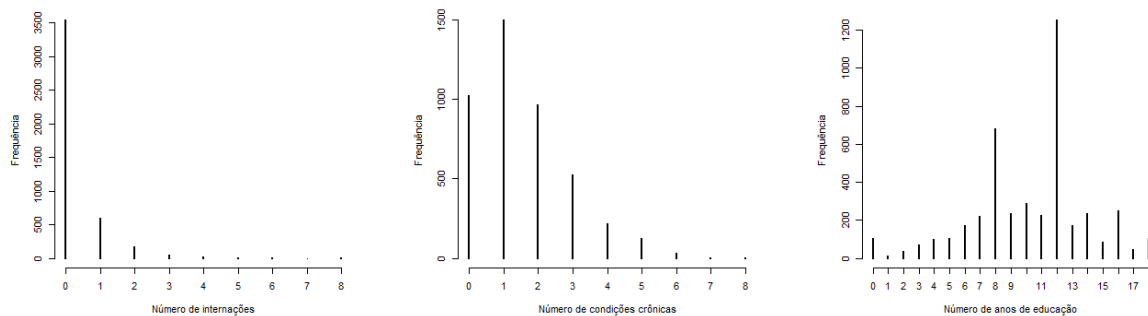


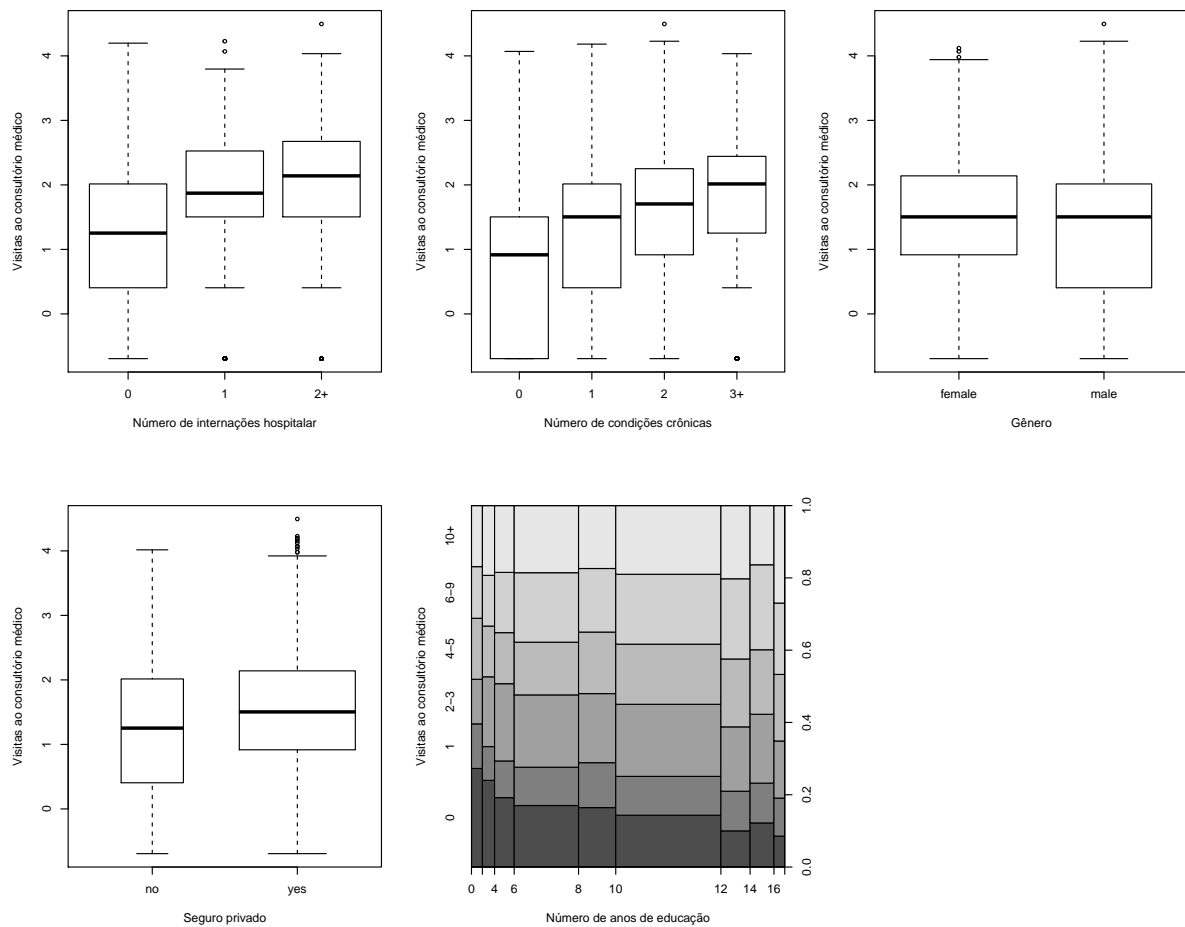
Figura 3 – Distribuição de frequência para o número de internações hospitalares, condições crônicas e anos de educação.



Nos gráficos da Figura 2 nota-se que, com relação ao gênero, a maioria das pessoas são do sexo feminino (59,65%) e com relação ao seguro privado, a maioria possui cobertura (77,64%). Nos gráficos da Figura 3 nota-se que a maioria das pessoas do estudo não realizaram internações hospitalares, apresentam uma condição crônica e tem 12 anos

de educação. Em seguida, apresenta-se na Figura 4 as relações parciais do número de visitas com as variáveis regressoras consideradas. Para fins de visualização, as variáveis predictoras foram agrupadas em fator e o número de visitas ao consultório médico sofreram uma transformação logarítmica com correção de continuidade (KLEIBER; ZEILEIS, 2008).

Figura 4 – Boxplot do número de visitas ao consultório médico contra as variáveis regressoras consideradas.



Observa-se que o número de visitas ao consultório médico aumenta com o número de internações hospitalares e condições crônicas. Constata-se que o número de visitas é levemente superior para indivíduos com seguro privado e com relação ao gênero, é menor para pacientes do sexo masculino comparado ao sexo feminino. Nota-se que o número de visitas aumenta com o aumento do número de anos de educação.

A modelagem do número de visitas em relação as regressoras supracitadas é avaliada primeiramente segundo um modelo de regressão Poisson. Considere a variável aleatória Y , que representa a variável dependente, $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_p)^\top$ um vetor $n \times p$

de covariáveis, em que cada linha consiste do vetor $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$, $i = 1, 2, \dots, n$ e x_{ij} , $j = 1, 2, \dots, p$, as variáveis independentes, assume-se

$$Y_i | \mathbf{X} = \mathbf{x}_i \sim P(\mu_i(\mathbf{x}_i)), \quad (2.1)$$

$$\ln(\mu(\mathbf{x}_i)) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4} + \beta_5 x_{i5},$$

para $i = 1, 2, \dots, 4406$, em que $\mu_i = \mu(\mathbf{x}_i)$ é o número médio de visitas ao consultório dada a observação \mathbf{x}_i . Ajustando o modelo linear generalizado Poisson (2.1) com apoio computacional do *software* R (TEAM, 2017), obteve-se as estimativas dos parâmetros e suas respectivas significâncias apresentadas na Tabela 1.

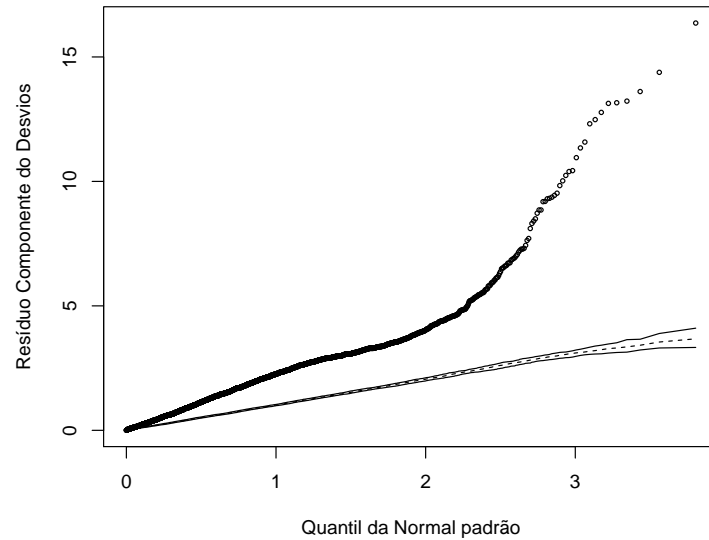
Tabela 1 – Estimativas do modelo Poisson (2.1).

Parâmetros	Estimativas	Erro padrão	Valor z	valor p
β_0	1,053	0,023	45,020	< 0,0001
β_1	0,182	0,006	31,020	< 0,0001
β_2	0,175	0,004	40,930	< 0,0001
β_3	-0,116	0,013	-9,000	< 0,0001
β_4	0,022	0,002	11,930	< 0,0001
β_5	0,183	0,017	10,890	< 0,0001

Ao analisar os valores apresentados na Tabela 1 os valores p indicam que os parâmetros do modelo ajustado são altamente significativos (marginalmente). Este modelo contudo evidencia problemas de superdispersão, uma vez que o ajuste do modelo forneceu um desvio residual de 23527 com 4400 graus de liberdade, isto é, quando o desvio residual é próximo dos graus de liberdade pode-se assumir a não existência de superdispersão. Ainda, o desvio do modelo nulo, com apenas um parâmetro, ou seja, β_0 , é de 26943 e 4405 graus de liberdade, apresentando uma redução de 3416 com a adição de todos os parâmetros ao modelo, induzindo a escolha de um modelo com muitos parâmetros. A superdispersão observada, acarretando em um ajuste inadequado do modelo Poisson, pode ainda ser visualizada na Figura 5 através do envelope simulado para os resíduos componente do desvio com bandas de confiança de 95%, em que grande parte dos resíduos não pertence ao intervalo de confiança.

Comparando as frequências estimadas pelo modelo Poisson com as frequências observadas, constata-se mais um indício de que o modelo Poisson não é apropriado, visto que foram observadas que 683 não visitaram o consultório médico e o número esperado de zero visitas no modelo corresponde a 39.

Figura 5 – Envelope simulado para os resíduos componentes do desvio para o modelo Poisson.



Visto que o modelo Poisson é claramente inadequado, usualmente recorre-se ao modelo linear generalizado Binomial Negativo, que em comparação com a distribuição Poisson, apresenta um termo adicional na variância, o que pode melhorar o ajuste do modelo quando os dados apresentam superdispersão. Assim, considera-se que

$$Y_i | \mathbf{X} = \mathbf{x}_i \sim \text{BN}(\mu(\mathbf{x}_i), \phi), \quad (2.2)$$

$$\ln(\mu(\mathbf{x}_i)) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4} + \beta_5 x_{i5},$$

para $i = 1, 2, \dots, 4406$, em que $\mu_i = \mu(\mathbf{x}_i)$ é o número médio de visitas dada a observação \mathbf{x}_i . Ajustando o modelo linear generalizado Binomial Negativo (2.2) com função de ligação logarítmica, obteve-se um desvio residual de 5046,6 com 4400 graus de liberdade, dando indícios que se resolveu parcialmente o problema da superdispersão.

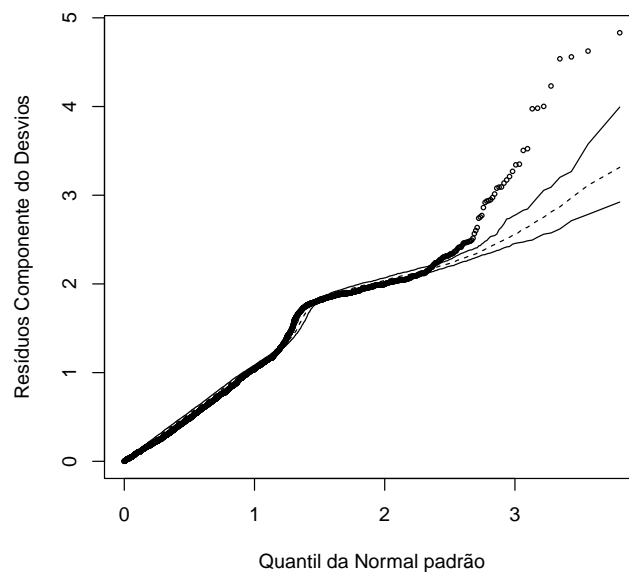
A Tabela 2 apresenta as estimativas dos parâmetros do modelo Binomial Negativo e suas respectivas significâncias.

Tabela 2 – Estimativas do modelo Binomial Negativo (2.2).

Parâmetros	Estimativas	Erro padrão	Valor z	valor p
β_0	0,986	0,054	18,206	< 0,0001
β_1	0,240	0,020	11,900	< 0,0001
β_2	0,204	0,012	17,652	< 0,0001
β_3	-0,136	0,031	-4,337	< 0,0001
β_4	0,021	0,004	4,833	< 0,0001
β_5	0,192	0,040	4,844	< 0,0001

Os valores apresentados na Tabela 2 indicam que todas as variáveis preditoras são, marginalmente, estatisticamente significativas (valor $p < 0,0001$). Em relação ao número de visitas igual a zero observada e a esperada pelo modelo, o modelo Binomial Negativo se mostra melhor que o Poisson, uma vez que apresenta um valor esperado de 611. Entretanto, pode-se constatar na Figura 6, através do envelope simulado dos resíduos componente do desvio para o modelo Binomial Negativo com bandas de confiança de 95% que, apesar de apresentar um melhor ajuste comparado ao modelo Poisson, o modelo é inadequado, pois ainda apresenta uma quantidade considerável dos resíduos fora das bandas de confiança.

Figura 6 – Envelope simulado para os resíduos componentes do desvio do modelo Binomial Negativo.



De posse dessas informações, devem ser considerados modelos alternativos afim de melhor acomodar o excesso de zeros e superdispersão e uma classe de modelos candidata capaz de acomodar tais comportamentos são os modelos *Hurdle*, apresentados na próxima seção.

2.2 Modelos Hurdle

A classe de modelos *Hurdle* foi inicialmente proposta por Cragg (1971) no contexto do modelo de Tobin (1958). O modelo de Tobin, conhecido atualmente como

modelo *Tobit*, é definido como:

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}, \quad \boldsymbol{\epsilon} \sim \mathcal{N}_n(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_n), \quad \text{com } \mathbf{y} = \max\{0, \mathbf{y}^*\}, \quad (2.3)$$

em que $\boldsymbol{\beta}$ é um vetor $p \times 1$ de coeficientes, \mathbf{X} é uma matriz de dimensão $n \times p$ denominada matriz de especificação do modelo, $\boldsymbol{\epsilon}$ é um vetor $n \times 1$ associado a fonte de variação suposta com distribuição normal n variada, $\mathbf{0}$ é um vetor $n \times 1$ de zeros, \mathbf{I}_n é uma matriz identidade de dimensão n .

Cragg (1971) inicia sua exposição com um exemplo que trata do montante resultante na compra de um determinado tipo de bem durável por um indivíduo em um determinado período t , no qual y_t^* pode ser pensada como a aquisição desejada de uma mercadoria (variável latente) e y_t como a aquisição real de uma mercadoria. Se y_t^* é negativa, então y_t é zero, se y_t^* é positiva, $y_t = y_t^*$. O autor destaca que, embora haja o desejo do indivíduo adquirir o bem, podem existir fatores que o impeçam de adquirir, isto é, se y_t^* é positiva, y_t ainda pode ser zero, o que, segundo o autor, não é incorporado pelo modelo *Tobit*. Entretanto, o autor destaca que este aspecto pode ser representado por um modelo Probit ou Logito.

Dessa maneira, podem-se obter zeros por dois motivos: não existe desejo de aquisição e/ou há fatores impeditivos. Essa característica sugere que o processo gerador de zeros e não zeros tem naturezas diferentes, ou seja, considera que as contagens zero são geradas a partir de um processo diferente do que as contagens positivas em uma determinada situação de dados. Assim, o autor considera a análise de aquisição estimada em duas partes: a primeira relacionada à decisão de compra da mercadoria, um modelo binário (Logito ou Probit); e a segunda relacionada ao montante adquirido, um modelo de regressão *Tobit*. É sugerido, ainda, a truncagem em zero na segunda parte do modelo para garantir a não negatividade de y_t .

Fundamentada no modelo em dois estágios (hierárquico) postulado por Cragg (1971), Mullahy (1986) atribui a seguinte ideia para os modelos *Hurdle*: sejam $f_1(y, \gamma)$ e $f_2(y, \delta)$ duas funções definidas em \mathbb{Z}^+ , satisfazendo $f_1, f_2 > 0$, tais que:

$$f_1(0, \gamma) + \sum_{y \in \mathbb{Z}^{++}} f_2(y, \delta) = 1, \quad (2.4)$$

em que f_1 representa a parte binária do modelo, f_2 a parte de contagens positivas, γ representa o vetor de coeficientes da parte binária do modelo e δ representa o vetor de

parâmetros da parte de contagens positivas do modelo. Quando $f_1(y, \gamma) = f_2(y, \delta)$ tem-se o modelo de contagem padrão, de modo que:

$$\sum_{y \in \mathbb{Z}^+} f_1(y, \gamma) = \sum_{y \in \mathbb{Z}^+} f_2(y, \delta) = 1. \quad (2.5)$$

Assim, o autor propõe uma modificação no qual (2.4) é satisfeito, mas $f_1(y, \gamma) \neq f_2(y, \delta)$, sendo considerado uma mistura na qual as contagens zero e não zeros são geradas a partir de processos supostamente diferentes. Essa modificação proposta permite especificações flexíveis das probabilidades relativas de zeros e não zeros que, segundo o autor, podem ser atraentes em uma variedade de circunstâncias e proporcionam um meio natural para modelar superdispersão ou subdispersão dos dados.

Dessa forma, os modelos *Hurdle* podem ser interpretados como um modelo de dois estágios: o primeiro é formulado segundo um modelo binário e o segundo é formulado usando um modelo de contagem truncada à esquerda, no zero. Algumas distribuições de probabilidade para o componente binário e de contagens positivas que podem ser utilizadas para compor os modelos *Hurdle*, como por exemplo (HILBE, 2011):

- a) componente binário: Binomial, Poisson, Geometrica, Binomial Negativa,
- b) componente de contagem positiva: Poisson, Geometrica, Binomial Negativa.

Considerando que os zeros e não zeros não tem o mesmo processo gerador, os zeros são determinados pela densidade $f_z(\cdot)$, de modo que $P(y = 0) = f_z(0)$ e as contagens positivas vem da densidade truncada $f_c(y|y > 0) = \frac{f_c(y)}{1 - f_c(0)}$. Assim, os modelos *Hurdle* podem ser especificados como:

$$f(y, \gamma, \delta) = \begin{cases} 0, & \text{se } y < 0 \\ f_z(0, \gamma), & \text{se } y = 0 \\ [1 - f_z(0, \gamma)] \times \frac{f_c(y, \delta)}{1 - f_c(0, \delta)}, & \text{se } y > 0, \end{cases} \quad (2.6)$$

e terá notação $Y \sim \mathcal{HU}(f_c, f_z)$.

A função de probabilidade de y pode ser reescrita como:

$$f(y) = \{f_z(0, \gamma)^{I_0(y)} [1 - f_z(0, \gamma)]^{(1-I_0(y))}\} \{[f_c(y, \delta)/(1 - f_c(0, \delta))]^{(1-I_0(y))}\}, \quad (2.7)$$

sendo $I_0(y)$ a variável indicadora que recebe o valor 1 se $y = 0$ e zero caso contrário. Nota-se que a função definida em (2.7) pode ser fatorada em dois termos: o primeiro termo depende apenas de $f_z(y, \gamma)$, que envolve apenas o processo binário; e o segundo depende

de $f_c(y, \delta)$, que envolve apenas a parte de contagens positivas. Se $f_z(\cdot) = f_c(\cdot)$ recai no modelo de contagem padrão.

Considere Y uma variável aleatória seguindo uma distribuição *Hurdle* como definido em (2.6). As inferências nos modelos *Hurdle* apresentadas neste trabalho visam a estimação e aplicação de testes de hipóteses decorrentes da teoria de verossimilhança. Assim, baseado em uma amostra com n observações, a função de verossimilhança do modelo *Hurdle* é obtida a partir da equação (2.7) e é dada por:

$$L(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}) = \prod_{i=1}^n f_{zi}(0, \boldsymbol{\gamma})^{I_0(y_i)} \prod_{i=1}^n [1 - f_{zi}(0, \boldsymbol{\gamma})]^{[1-I_0(y_i)]} \prod_{i=1}^n \left[\frac{f_{ci}(y, \boldsymbol{\delta})}{1 - f_{ci}(0, \boldsymbol{\delta})} \right]^{[1-I_0(y_i)]}, \quad (2.8)$$

em que $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\gamma}^\top, \boldsymbol{\delta}^\top)^\top$ é o vetor de parâmetros do modelo *Hurdle*, com $\boldsymbol{\gamma}$ representando o vetor de parâmetros do componente binário e $\boldsymbol{\delta}$ representando o vetor de parâmetros do componente de contagens positivas.

Constata-se claramente que a função de verossimilhança, assim como a função de probabilidade em (2.7), pode ser fatorada em dois termos, em que $\boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\delta}$ não estão relacionados, ou seja, a função de verossimilhança em (2.8) é separável (PACE; SALVAN, 1997) e os parâmetros $\boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\delta}$ são ortogonais (COX; REID, 1987). Uma vez que a função de verossimilhança é separável em relação aos parâmetros $\boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\delta}$, o logaritmo da verossimilhança pode ser reescrito como:

$$\ell(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}) = \ell_z(\boldsymbol{\gamma}) + \ell_c(\boldsymbol{\delta}), \quad (2.9)$$

em que

$$\begin{aligned} \ell_z(\boldsymbol{\gamma}) &= \sum_{i=1}^n I_0(y_i) \ln [f_{zi}(0, \boldsymbol{\gamma})] + \sum_{i=1}^n [1 - I_0(y_i)] \ln [1 - f_{zi}(0, \boldsymbol{\gamma})], \\ \ell_c(\boldsymbol{\delta}) &= \sum_{i=1}^n [1 - I_0(y_i)] \{ \ln [f_{ci}(y, \boldsymbol{\delta})] - \ln [1 - f_{ci}(0, \boldsymbol{\delta})] \}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Devido a separabilidade, $\ell_z(\boldsymbol{\gamma})$ é função apenas de $\boldsymbol{\gamma}$ e $\ell_c(\boldsymbol{\delta})$ é função apenas de $\boldsymbol{\delta}$ e o logaritmo da função de verossimilhança do modelo *Hurdle* pode sempre ser maximizado, sem perda de informação, maximizando os dois componentes separadamente. Assim, a função escore de $\boldsymbol{\theta}$, $\mathbf{U}(\boldsymbol{\theta})$, tem a forma

$$\mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}) = (\mathbf{U}(\boldsymbol{\gamma})^\top, \mathbf{U}(\boldsymbol{\delta})^\top)^\top, \quad (2.11)$$

e o estimador de máxima verossimilhança de $\boldsymbol{\gamma}$ é obtido como solução do sistema $\mathbf{U}(\boldsymbol{\gamma}) = \mathbf{0}$, assim como o estimador de máxima verossimilhança de $\boldsymbol{\delta}$ é obtido como solução do sistema $\mathbf{U}(\boldsymbol{\delta}) = \mathbf{0}$.

A matriz de informação de Fisher para os modelos *Hurdle* é dada por:

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\delta}} \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

em que as submatrizes $\mathbf{K}_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}}$ e $\mathbf{K}_{\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\delta}}$ são, respectivamente, a matriz de informação de Fisher associada à parte binária do modelo e a matriz de informação de Fisher associada a parte de contagens positivas.

Uma vez que $\boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\delta}$ são ortogonais, $\mathbf{K}_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{0}$, tem-se que a matriz de informação total $\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta})$ tem estrutura bloco diagonal, desse modo, a ortogonalidade de $\boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\delta}$ implica que os estimadores de máxima verossimilhança são assintoticamente independentes, o que simplifica a determinação numérica de $(\hat{\boldsymbol{\gamma}}^\top, \hat{\boldsymbol{\delta}}^\top)^\top$ (COX; REID, 1987).

Para exemplificar as propriedades mencionadas, foi considerado o modelo *Hurdle* Poisson-Binomial (HPB), que assume um modelo Poisson truncado no zero para estimar as contagens positivas e um modelo Binomial para a estimação da proporção de zeros, o modelo *Hurdle* Poisson-Poisson (HPP), que assume um modelo Poisson truncado no zero para estimar as contagens positivas e um modelo Poisson para a estimação da proporção de zeros e o modelo *Hurdle* Binomial Negativo-Binomial (HBNB), que assume um modelo Binomial Negativo truncado no zero para estimar as contagens positivas e um modelo Binomial para a estimação da proporção de zeros. Utilizando a estrutura dos MLG's, nos modelos de regressão Poisson, Poisson truncado no zero e Binomial Negativo truncado no zero foi considerada a função de ligação logarítmica e no modelo de regressão Binomial foram consideradas as funções de ligação logito, probito, complemento log-log e Cauchy, pois são as funções de ligação disponíveis no pacote `pscl` (ZEILEIS *et al.*, 2008) do *software* R (TEAM, 2017), que será utilizado como apoio computacional.

2.2.1 Modelo *Hurdle* Poisson - Binomial (HPB)

Considere Y_1, Y_2, \dots, Y_n variáveis aleatórias independentes, em que $Y_i \sim \mathcal{HU}(f_{z_i}, f_{c_i})$. No modelo HPB, assume-se que f_{z_i} é a função de probabilidade da distribuição Binomial, $Z_i \sim \text{Binomial}(m_i, p_i)$, com $p_i = g^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma})$, em que $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i1}, \dots, x_{ip})^\top$, $i = 1, \dots, n$, é o vetor de variáveis explicativas, $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \dots, \gamma_p)^\top$ o vetor de parâmetros do modelo e f_{c_i}

a função de probabilidade da distribuição Poisson, $C_i \sim P(\mu_i)$, com $\mu_i = g^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta})$, em que \mathbf{x}_i^\top é o vetor de variáveis explicativas e $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_p)^\top$ o vetor de parâmetros do modelo.

A função de probabilidade f_{z_i} é definida como

$$f_{z_i}(y_i, \boldsymbol{\gamma}) = \binom{m_i}{y_i} p_i^{y_i} (1 - p_i)^{m_i - y_i}, \quad (2.13)$$

em que $m_i \in \mathbb{Z}^+$ e $p_i \in [0, 1]$.

A função de probabilidade f_{c_i} truncada no zero é definida como

$$f_{c_i}(y_i | y_i > 0) = \frac{f_{c_i}(y_i | \boldsymbol{\delta})}{1 - f_{c_i}(0, \boldsymbol{\delta})} = \frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i! (1 - e^{-\mu_i})}, \quad y_i \in \mathbb{Z}^+, \mu_i > 0, \quad (2.14)$$

e os momentos principais são dados por

$$\begin{aligned} E_c(Y_i) &= \mu_{ci} = \frac{\mu_i}{1 - e^{-\mu_i}} = \frac{\mu_i e^{\mu_i}}{e^{\mu_i} - 1}, \\ \text{Var}_c(Y_i) &= \frac{\mu_i}{1 - e^{-\mu_i}} \left(1 - \frac{\mu_i e^{-\mu_i}}{1 - e^{-\mu_i}} \right). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Então, considerando a distribuição Binomial para estimar a proporção de zeros e a distribuição Poisson truncado no zero para estimar as contagens positivas, o modelo *Hurdle* Poisson-Binomial, é expresso por:

$$f(y_i, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}) = \begin{cases} (1 - p_i)^{m_i}, & y_i = 0 \\ [1 - (1 - p_i)^{m_i}] \frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i! (1 - e^{-\mu_i})}, & y_i = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2.16)$$

Cuja respectiva verossimilhança é dada por:

$$L(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}, y_i) = \prod_{i \in \Omega_0} (1 - p_i)^{m_i} \prod_{i \in \Omega_1} [1 - (1 - p_i)^{m_i}] \prod_{i \in \Omega_1} \frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i! (1 - e^{-\mu_i})}, \quad (2.17)$$

em que $\Omega_0 = \{i | y_i = 0\}$, $\Omega_1 = \{i | y_i \neq 0\}$ e $\Omega_0 \cup \Omega_1 = \{1, 2, \dots, n\}$ e o logaritmo da função de verossimilhança pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}, y_i) &= \sum_{i \in \Omega_0} m_i \ln(1 - p_i) + \sum_{i \in \Omega_1} \ln[1 - (1 - p_i)^{m_i}] + \sum_{i \in \Omega_1} \ln \left[\frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i! (1 - e^{-\mu_i})} \right] \\ &= \ell_z(\boldsymbol{\gamma}, y_i) + \ell_c(\boldsymbol{\delta}, y_i). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Assim, tem-se que $\ell_z(\boldsymbol{\gamma}, y_i)$ corresponde ao logaritmo da verossimilhança de um modelo linear generalizado Binomial com resposta binária e $\ell_c(\boldsymbol{\delta}, y_i)$ corresponde ao logaritmo da verossimilhança de um modelo linear generalizado Poisson truncado no zero.

No modelo linear generalizado cada distribuição tem uma função de ligação canônica, que implica em algumas propriedades interessantes. Entretanto, não implica necessariamente em qualidade de ajuste do modelo. Existem diversas funções de ligação disponíveis para cada modelo a ser considerado, entretanto, por razões de implementação serão consideradas: no modelo Poisson truncado, a função de ligação logarítmica, $\log(\mu_i) = \eta_i = \mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}$, que implica $\mu_i = e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}}$ e no modelo linear generalizado Binomial, as funções de ligação: logito, probito, complemento log-log e Cauchy, apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Funções de ligação utilizadas para o modelo Binomial.

Função de ligação	η_i	p_i
logito	$\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right)$	$\frac{e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}}{1 + e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}}$
probito	$\Phi^{-1}(p_i)$	$\Phi(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma})$
complemento log-log	$\ln[-\ln(1-p_i)]$	$1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}}$
Cauchy	$\tan[\pi(p_i - 0,5)]$	$\frac{\tan^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma})}{\pi} + 0,5$

A Tabela 4 apresenta o logaritmo das funções de verossimilhança do modelo *Hurdle* Poisson-Binomial utilizando as diferentes funções de ligação para o modelo Binomial apresentadas na Tabela 3 e função de ligação logarítmica para o modelo Poisson truncado no zero.

Tabela 4 – Logaritmo da verossimilhança do modelo *Hurdle* Poisson-Binomial.

Função de ligação	Logaritmo da verossimilhança
logito	$-\sum_{i \in \Omega_0} m_i \ln(1 + e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}) + \sum_{i \in \Omega_1} \ln[1 - (1 + e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}})^{-m_i}] + \sum_{i \in \Omega_1} \ln\left[\frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i!(1 - e^{-\mu_i})}\right]$
probito	$\sum_{i \in \Omega_0} m_i \ln[\Phi(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma})] + \sum_{i \in \Omega_1} \ln[1 - (1 - \Phi(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}))^{m_i}] + \sum_{i \in \Omega_1} \ln\left[\frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i!(1 - e^{-\mu_i})}\right]$
complemento log-log	$\sum_{i \in \Omega_0} m_i e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}} + \sum_{i \in \Omega_1} \ln(1 - e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma} m_i}) + \sum_{i \in \Omega_1} \ln\left[\frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i!(1 - e^{-\mu_i})}\right]$
Cauchy	$\sum_{i \in \Omega_0} m_i \ln\left(0,5 - \frac{\tan^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma})}{\pi}\right) + \sum_{i \in \Omega_1} \ln\left[1 - \left(0,5 - \frac{\tan^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma})}{\pi}\right)^{m_i}\right] + \sum_{i \in \Omega_1} \ln\left[\frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i!(1 - e^{-\mu_i})}\right]$

De maneira geral, diante das diferentes especificações para as funções de ligação, as funções escore para $\boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\delta}$, no modelo HPB, podem ser escritas como,

$$\begin{aligned}
\mathbf{U}(\boldsymbol{\gamma}) &= \sum_{i=1}^n -\frac{y_i - m_i p_i}{p_i(1-p_i)} \frac{\partial p_i}{\partial \gamma_p}, \\
\mathbf{U}(\boldsymbol{\delta}) &= \sum_{i \in \Omega_1} \left[\frac{y_i}{\mu_i} - (e^{\mu_i} - 1)^{-1} - 1 \right] \frac{\partial \mu_i}{\partial \delta_p},
\end{aligned} \tag{2.19}$$

e os componentes da matriz de informação de Fisher, podem ser escritos como

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i - m_i p_i}{p_i(1-p_i)} \frac{\partial^2 p_i}{\partial \gamma_p^2} - \left[\frac{y_i}{p_i^2} - \frac{m_i - y_i}{(1-p_i)^2} \right] \left(\frac{\partial p_i}{\partial \gamma_p} \right)^2, \\
\mathbf{K}_{\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\delta}} &= \sum_{i \in \Omega_1} \left(\frac{y_i}{\mu_i} - \frac{e^{-\mu_i}}{1 - e^{-\mu_i}} - 1 \right) \frac{\partial^2 \mu_i}{\partial \delta_p^2} - \left[\frac{y_i}{\mu_i^2} + (e^{\mu_i} - 1)^{-1} + (e^{\mu_i} - 1)^{-2} \right] \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial \delta_p} \right)^2, \\
\mathbf{K}_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\delta}} &= \mathbf{K}_{\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\gamma}}^\top = \mathbf{0}.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Para fins de simplificação, usando a estrutura dos modelos lineares generalizados (MLG's), o vetor escore e matriz de informação de Fisher para $\boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\delta}$ podem ser reescritos, em forma matricial, como

$$\begin{aligned}
\mathbf{U} &= \frac{1}{\varphi} \mathbf{x}^\top \mathbf{W} \mathbf{G} (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}), \\
\mathbf{K} &= \varphi^{-1} \mathbf{x}^\top \mathbf{W} \mathbf{x},
\end{aligned} \tag{2.21}$$

em que $\boldsymbol{\mu}$ é o vetor de médias do modelo, \mathbf{G} é uma matriz diagonal formada pelas derivadas de primeira ordem da função de ligação, isto é, $\mathbf{G} = \text{diag}\{\partial \eta_1 / \partial \mu_1, \dots, \partial \eta_n / \partial \mu_n\}$ e \mathbf{W} uma matriz diagonal de pesos que traz a informação da distribuição e a função de ligação usadas, ou seja, $\mathbf{W} = \text{diag}\{w_1, \dots, w_n\}$, sendo $w_i = \frac{1}{V_i} \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial \eta_i} \right)^2$.

Utilizando a estrutura dos MLG's, para o modelo Poisson truncado no zero com função de ligação logarítmica, o vetor escore e matriz de informação de Fisher para $\boldsymbol{\delta}$ são compostos pelas quantidades $\ln(\mu_i) = \eta_i$, $\mu_i = \frac{e^{\eta_i}}{1 + e^{-\eta_i}}$, $\frac{\partial \eta_i}{\partial \mu_i} = \frac{(1 + e^{-\eta_i})^2}{e^{\eta_i}(1 + e^{-\eta_i}) - e^{2\eta_i - e^{\eta_i}}}$ e $w_i = \frac{1}{V_i} \frac{1}{\left(\frac{\partial \eta_i}{\partial \mu_i} \right)^2}$, em que $V_i = \frac{(1 + e^{-\eta_i})^2}{e^{\eta_i}(1 + e^{-\eta_i}) - e^{2\eta_i - e^{\eta_i}}}$. Analogamente, para o modelo Binomial o vetor escore e a matriz de informação de Fisher para $\boldsymbol{\gamma}$, são compostos pelas quantidades apresentadas na Tabela 5.

2.2.2 Modelo Hurdle Poisson - Poisson (HPP)

No modelo HPP, f_{z_i} e f_{c_i} são funções de probabilidade da distribuição Poisson, denotadas por $Z_i \sim P(\mu_i)$ e $C_i \sim P(\mu_i^*)$, com $\mu_i = g^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma})$ e $\mu_i^* = g^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta})$. Assim, a função de probabilidade do modelo Hurdle Poisson-Poisson é definida como

Tabela 5 – Quantidades μ_i , w_i e $\frac{\partial \eta_i}{\partial \mu_i}$ para cada função de ligação utilizada no modelo Binomial.

Função de ligação	μ_i	w_i	$\frac{\partial \eta_i}{\partial \mu_i}$
logito	$\frac{m_i e^{\eta_i}}{1 + e^{\eta_i}}$	$\frac{1}{m_i p_i (1 - p_i)}$	$m_i p_i (1 - p_i)$
probit	$m_i \Phi(\eta_i)$	$\frac{m_i [\phi(\eta_i)]^2}{\Phi(\eta_i)_i (1 - \Phi(\eta_i))}$	$\frac{1}{m_i \phi(\eta_i)}$
complemento loglog	$m_i (1 - e^{-e^{\eta_i}})$	$\frac{m_i e^{\eta_i} e^{-e^{\eta_i}}}{1 - e^{\eta_i} e^{-e^{\eta_i}}}$	$\frac{1}{m_i e^{\eta_i} e^{-e^{\eta_i}}}$
Cauchy	$m_i \left[\frac{\tan^{-1}(\eta_i)}{\pi} + 0,5 \right]$	$\frac{m_i}{\pi(\eta_i^2 + 1)^2} \frac{1}{p_i(1 - p_i)}$	$\frac{\pi(\eta_i^2 + 1)}{m_i}$

$$f(y_i, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}) = \begin{cases} e^{-\mu_i^*}, & y_i = 0 \\ [1 - e^{-\mu_i^*}] \frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i! (1 - e^{-\mu_i})}, & y_i = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2.22)$$

A função de verossimilhança e o logaritmo da função de verossimilhança do modelo HPP, utilizando a função de ligação logarítmica nas duas partes do modelo, são dados, respectivamente, por

$$L(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}, y_i) = \prod_{i \in \Omega_0} e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}} \prod_{i \in \Omega_1} (1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}}) \prod_{i \in \Omega_1} \frac{e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}}} e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta} y_i}}{y_i! (1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}}})} \quad (2.23)$$

$$\ell(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}, y_i) = - \sum_{i \in \Omega_0} e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}} + \sum_{i \in \Omega_1} \ln(1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}}) + \sum_{i \in \Omega_1} \ln \left[\frac{e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}}} e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta} y_i}}{y_i! (1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}}})} \right].$$

A função escore para $\boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\delta}$ são

$$\mathbf{U}(\boldsymbol{\gamma}) = \sum_{i=1}^n -\mathbf{x}_i^\top e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}, \quad (2.24)$$

$$\mathbf{U}(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{i \in \Omega_1} (\mathbf{x}_i^\top - \mathbf{x}_i^\top e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}}),$$

e os componentes da matriz de informação de Fisher são da seguinte forma

$$\mathbf{K}_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}} = \sum_{i=1}^n -\mathbf{x}_i^\top \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{K}_{\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\delta}} = \sum_{i \in \Omega_1} -\mathbf{x}_i^\top \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}}.$$

2.2.3 Modelo Hurdle Binomial Negativa - Binomial (HBNB)

Considere $Y_i \sim \mathcal{HU}(f_{z_i}, f_{c_i})$, tal que f_{z_i} é a função de probabilidade da distribuição Binomial conforme definido na Seção 2.2.1 e f_{c_i} a função de probabilidade da distribuição Binomial Negativa, $C_i \sim \text{BN}(w_i, p_i^*)$ usando a parametrização $w_i = 1/\phi$ e $p_i^* = 1/(1 + \phi\mu_i)$, conhecida como BN2, $\mu_i = g^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta})$, em que $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})^\top$ é o vetor de variáveis explicativas e $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_p)^\top$ o vetor de parâmetros do modelo.

A função de probabilidade da distribuição Binomial Negativa truncada no zero é definida como

$$f_{c_i}(y_i, \phi, \boldsymbol{\delta}) = \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\phi}\right)}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)} \left(\frac{1}{1 + \mu_i\phi}\right)^{\frac{1}{\phi}} \left(\frac{\mu_i\phi}{1 + \mu_i\phi}\right)^{y_i} \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \mu_i\phi}\right)^{\frac{1}{\phi}}\right]^{-1}, \quad (2.26)$$

e os seus momentos principais são dados por

$$\begin{aligned} \text{E}_c(Y_i) &= \mu_{ci} = \frac{\mu_i}{1 - (1 + \mu_i\phi)^{-\frac{1}{\phi}}}, \\ \text{Var}_c(Y_i) &= \frac{\mu_i}{1 - (1 + \mu_i\phi)^{-\frac{1}{\phi}}} \left[(1 + \phi\mu_i) - \frac{\mu_i}{(1 + \phi\mu_i)^{\frac{1}{\phi}-1}} \right]. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Assim, usando um modelo Binomial para estimar a proporção de zeros e um modelo Binomial negativo truncado no zero para estimar as contagens positivas, o modelo *Hurdle* Binomial Negativa - Binomial é dado por:

$$f(y_i, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}) = \begin{cases} (1 - p_i)^{m_i}, & y_i = 0 \\ [1 - (1 - p_i)^{m_i}] \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\phi}\right)}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)} \left(\frac{1}{1 + \mu_i\phi}\right)^{\frac{1}{\phi}} \left(\frac{\mu_i\phi}{1 + \mu_i\phi}\right)^{y_i} \times \\ \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \mu_i\phi}\right)^{\frac{1}{\phi}}\right]^{-1}, & y_i = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.28)$$

a sua função de verossimilhança é

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}, y_i) &= \prod_{i \in \Omega_0} (1 - p_i)^{m_i} \prod_{i \in \Omega_1} [1 - (1 - p_i)^{m_i}] \times \\ &\prod_{i \in \Omega_1} \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\phi}\right)}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma\left(\frac{1}{\phi}\right)} \left(\frac{1}{1 + \mu_i\phi}\right)^{\frac{1}{\phi}} \left(\frac{\mu_i\phi}{1 + \mu_i\phi}\right)^{y_i} \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \mu_i\phi}\right)^{\frac{1}{\phi}}\right]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.29)$$

e o logaritmo da função verossimilhança tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\ell(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}, y_i) &= \sum_{i \in \Omega_0} m_i \ln(1 - p_i) + \sum_{i \in \Omega_1} \ln[1 - (1 - p_i)^{m_i}] + \\
&\quad \sum_{i \in \Omega_1} \ln \left(\frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\phi})}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma(\frac{1}{\phi})} \right) + \frac{1}{\phi} \ln \left(\frac{1}{1 + \mu_i \phi} \right) + y_i \ln \left(\frac{\mu_i \phi}{1 + \mu_i \phi} \right) - \ln \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \mu_i \phi} \right)^{1/\phi} \right] \\
&= \ell_z(\boldsymbol{\gamma}, y_i) + \ell_c(\boldsymbol{\delta}, y_i).
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Então, tem-se que $\ell_z(\boldsymbol{\gamma}, y_i)$ corresponde ao logaritmo da verossimilhança de um modelo Binomial com resposta binária e $\ell_c(\boldsymbol{\delta}, y_i)$ corresponde ao logaritmo da verossimilhança de um modelo Binomial Negativa truncado no zero, que pode ser escrito como $\ell_c(\boldsymbol{\delta}, y_i) = \ell^*(\boldsymbol{\delta}, y_i) - \sum_{i=1}^n \log \left[1 - \left(\frac{\phi}{e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}} + \phi} \right)^\phi \right]$, sendo $\ell^*(\boldsymbol{\delta}, y_i)$ o logaritmo da função verossimilhança do modelo Binomial Negativa não truncado.

Usando a estrutura dos modelos lineares generalizados, conforme (2.19), a função escore e informação de Fisher para $\boldsymbol{\gamma}$ são compostas pelas quantidades apresentadas na Tabela 5 e a função escore e informação de Fisher para $\boldsymbol{\delta}$, considerando a função de ligação logarítmica $\ln(\mu_i) = \eta_i = \mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}$, são compostas pelas quantidades

$$\begin{aligned}
\mu_{ci} &= \frac{e^{\eta_i}}{1 - (1 + \phi e^{\eta_i})^{-\frac{1}{\phi}}}, \\
\frac{\partial \mu_{ci}}{\partial \eta_i} &= \frac{e^{\eta_i}}{1 - (1 + \phi e^{\eta_i})^{-\frac{1}{\phi}}} - \frac{(1 + \phi e^{\eta_i})^{-\frac{1}{\phi} - 1} e^{2\eta_i}}{[1 - (1 + \phi e^{\eta_i})^{-\frac{1}{\phi}}]^2}, \\
w_i &= \frac{1}{V_i \left(\frac{\partial \mu_{ci}}{\partial \eta_i} \right)^2},
\end{aligned} \tag{2.31}$$

em que $V_i = \frac{1}{\phi} \text{Var}_c(Y_i)$.

3 TESTES DE HIPÓTESES

Neste capítulo apresenta-se a formulação de teste de hipóteses, os testes assintóticos baseados nas estatísticas razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente. Apresenta-se ainda uma representação gráfica dos quatro testes em uma escala comum, fundamentada em Muggeo e Lovison (2014), para favorecer a compreensão dos seus significados geométricos e suas conexões.

3.1 Introdução

Considera-se $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^\top$ um vetor de variáveis aleatórias definida segundo o modelo estatístico $(\mathcal{Y}, \mathcal{A}, \mathcal{F})$, em que \mathcal{Y} corresponde ao espaço amostral, \mathcal{A} é uma σ -álgebra de subconjuntos do conjunto não vazio \mathcal{Y} e \mathcal{F} é uma família de distribuições de probabilidade em \mathcal{A} . Assume-se que \mathcal{F} é indexada por uma quantidade $\boldsymbol{\theta}$ desconhecida (e de interesse), podendo este ser um escalar ou um vetor, desse modo $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}_\theta, \boldsymbol{\theta} \in \Theta\}$, em que Θ representa o espaço paramétrico. Supõe-se, ainda, uma relação biunívoca entre $\boldsymbol{\theta}$ e \mathcal{F} , isto é, assume-se a identificabilidade do modelo.

Uma formulação geral para um teste de hipóteses segue a notação:

$$\mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\theta} \in \Theta_0 \text{ contra } \mathcal{H}_1 : \boldsymbol{\theta} \in \Theta_1, \quad (3.1)$$

em que \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 são denominadas, respectivamente, de hipótese nula e hipótese alternativa e Θ_0 e Θ_1 formam uma partição de Θ , isto é, $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ e $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$.

O procedimento de testes de hipóteses é definido segundo uma estatística $T(Y) \in [0, 1]$, em que rejeita-se \mathcal{H}_0 com probabilidade $T(Y)$ e não rejeita-se com probabilidade $1 - T(Y)$. Se $T(Y) = 0$ ou 1 quase certamente, então, $T(Y)$ é um teste não aleatorizado; caso contrário, $T(Y)$ é um teste aleatorizado.

A decisão de rejeitar ou não \mathcal{H}_0 ocasiona a possibilidade de cometer dois tipos de erro: rejeitar a hipótese nula quando ela é válida (erro tipo I) e aceitar a hipótese nula quando ela é inválida (erro tipo II). O objetivo é obter um teste no qual as probabilidades dos erros sejam relativamente baixas, entretanto, para uma amostra de tamanho fixo, a probabilidade dos dois tipos de erro não podem ser minimizadas simultaneamente. A abordagem de Neyman-Pearson sugere fixar uma probabilidade máxima para o erro tipo I

e encontrar um teste com a menor probabilidade de erro tipo II, equivalente a maximizar a função poder do teste. A função poder do teste é definida como:

$$\beta_T(\boldsymbol{\theta}) = E[T(Y)], \quad \boldsymbol{\theta} \in \Theta, \quad (3.2)$$

que é a probabilidade de erro tipo I de $T(Y)$, quando $\boldsymbol{\theta} \in \Theta_0$, e um menos a probabilidade do erro tipo II, quando $\boldsymbol{\theta} \in \Theta_1$. Assim, pode-se obter um teste ótimo ao determinar um pequeno valor para α , tal que se maximize $\beta_T(\boldsymbol{\theta})$, para todo $\boldsymbol{\theta} \in \Theta_1$, sujeito a

$$\sup_{\boldsymbol{\theta} \in \Theta_0} \beta_T(\boldsymbol{\theta}) \leq \alpha, \quad (3.3)$$

em que valor de $\alpha \in [0, 1]$ chama-se nível de significância do teste e $\sup_{\boldsymbol{\theta} \in \Theta_0} \beta(\boldsymbol{\theta})$ é denominado de tamanho do teste.

Os testes uniformemente mais poderosos (TUMP) são considerados procedimentos ótimos e um método geral para obtê-los é dado pelo Lema de *Neyman-Pearson* (NEYMAN; PEARSON, 1938) Entretanto, nem sempre é possível obter um TUMP, somente em situações especiais (SHAO, 2008). Neste trabalho o interesse é testar o caso em que a hipótese nula é simples contra alternativa composta, isto é, hipóteses do tipo

$$\mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_0 \text{ contra } \mathcal{H}_1 : \boldsymbol{\theta} \neq \boldsymbol{\theta}_0. \quad (3.4)$$

Neste tipo de hipóteses, em geral, não é possível obter um TUMP e a distribuição de probabilidade dos dados segundo a hipótese nula nem sempre é conhecida, assim, é comum o uso de testes aproximados com boas propriedades assintóticas. Os testes mais comuns (testes clássicos) indicados para este caso são os testes assintóticos baseados nas estatísticas da razão de verossimilhanças generalizada proposta por Wilks (1938), de Wald (WALD, 1943) e de Escore (RAO, 1948). Entretanto, uma estatística foi proposta por Terrell (2002), chamada estatística Gradiente. O teste de hipóteses baseado na estatística Gradiente tem sido explorado em pesquisas recentes em comparação com os testes clássicos em diversos modelos. Essa nova estatística comparada as estatísticas de Wald e Escore, apresenta uma forma mais simples de ser calculada pois não envolve a matriz de informação (nem observada, nem esperada) nem sua eventual inversão. A seguir faz-se uma breve explanação sobre os trabalhos mais representativos disponíveis.

Dentre os diversos estudos que vem sendo realizados no sentido de explorar o comportamento da estatística Gradiente comparado com o das estatísticas clássicas,

Lemonte (2011) apresenta um estudo de simulação de Monte Carlo para comparar o desempenho desses testes, em amostras finitas, para testar um subconjunto de parâmetros de regressão em modelos não-lineares da família exponencial. Analogamente, Lemonte e Ferrari (2011) consideram os parâmetros do modelo da regressão Birnbaum-Saunders e Lemonte (2012) considera modelos de regressão lineares simétricos. Lemonte e Ferrari (2012) concluem que nenhum dos testes, considerando o poder local, é uniformemente mais poderoso. Assim, além de ser mais simples de ser calculado, é competitivo em relação aos usuais em termos de poder local.

Dentre os estudos, destaca-se ainda: o trabalho de Carneiro (2012) que descreve resultados e interpretações dos quatro testes em modelos de sobrevivência com fração de cura. A autora considera ainda um estudo de simulação para o teste da razão de verossimilhanças generalizada e Gradiente, em amostras finitas, para testar hipóteses sobre alguns parâmetros do vetor β relacionados a frações de cura. Mais recentemente Vargas (2013) utiliza uma expansão assintótica para função distribuição acumulada da estatística Gradiente para testes de hipóteses na possível presença de parâmetros de perturbação, Lemonte (2013) propõe uma estatística Gradiente robusta que pode ser usada para testar hipóteses sob má especificação do modelo; Canterle e Bayer (2015), que utilizam o teste Gradiente para verificar a especificação da função de ligação em MLG para dados binários em comparação com a razão de verossimilhanças generalizada, Wald e Escore.

Assim, a partir das referências supracitadas, a estatística de Gradiente tem sido considerada em várias classes especiais de modelos paramétricos para testar hipóteses nos parâmetros do modelo e, neste trabalho, propõe-se avaliar o desempenho da estatística Gradiente em comparação às demais clássicas nos modelos *Hurdle*.

3.2 Testes assintóticos clássicos e Gradiente

Considere as hipóteses (3.4) em que $\boldsymbol{\theta}_0 = (\theta_{10}, \theta_{20}, \dots, \theta_{p0})^\top$ é um vetor de parâmetros especificados para $\boldsymbol{\theta}$ e assume-se que todas as condições de regularidade do tipo Frechet-Cramer-Rao (F.C.R.) são válidas.

Os testes são utilizados para testar a nulidade conjunta de $q \leq p$ parâmetros a partir de modelos encaixados, em que testa-se a hipótese nula de que o modelo irrestrito (com p parâmetros) não se ajusta significativamente melhor que o modelo restrito (com q parâmetros). A estatística da razão de verossimilhanças generalizada (\mathcal{S}_{RV}), para as

hipóteses em (3.4), é dada por:

$$\mathcal{S}_{RV} = 2(\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}, y) - \ell(\boldsymbol{\theta}_0, y)), \quad (3.5)$$

em que $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ corresponde ao estimador de máxima verossimilhança (EMV) irrestrito de $\boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\theta}_0$ é o EMV restrito a hipótese nula, $\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}, y)$ corresponde ao logaritmo da verossimilhança do modelo irrestrito (p parâmetros) e $\ell(\boldsymbol{\theta}_0, y)$ é o logaritmo da verossimilhança do modelo restrito (q parâmetros). Sob \mathcal{H}_0 , a estatística dada em (3.5) tem distribuição assintótica qui-quadrado com $p - q$ graus de liberdade e portanto, rejeita-se a hipótese nula, para nível de significância fixo α , se $\mathcal{S}_{RV} \geq \chi_{\alpha, (p-q)}^2$, em que $\chi_{\alpha, (p-q)}^2$ é o quantil $1 - \alpha$ da distribuição $\chi_{(p-q)}^2$.

O teste de Wald baseia-se na distribuição assintótica normal dos estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros do modelo e é expresso por:

$$\mathcal{S}_W = (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0)^\top \mathbf{K}(\hat{\boldsymbol{\theta}})(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0), \quad (3.6)$$

em que $\mathbf{K}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ é a matriz da informação de Fisher estimada. Sob \mathcal{H}_0 , a estatística Wald tem distribuição assintótica qui-quadrado com $p - q$ graus de liberdade e rejeita-se \mathcal{H}_0 ao nível de significância α se $\mathcal{S}_W \geq \chi_{\alpha, (p-q)}^2$.

A estatística Escore para testar \mathcal{H}_0 contra \mathcal{H}_1 é expressa por:

$$\mathcal{S}_E = \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0)^\top (\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}_0))^{-1} \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0), \quad (3.7)$$

em que $\mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0)$ e $\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}_0)$ são, respectivamente a função escore e informação de Fisher avaliadas em $\boldsymbol{\theta}_0$. Assintoticamente e sob a hipótese nula, a estatística dada em (3.7) tem distribuição qui-quadrado com $p - q$ graus de liberdade e rejeita-se a hipótese nula, ao nível α , se $\mathcal{S}_E \geq \chi_{\alpha, (p-q)}^2$.

Em problemas complexos, a obtenção das estatísticas de teste Wald e Escore podem ser bastante complicadas, pois envolvem a obtenção da matriz de informação de Fisher e sua inversão. Lidar com a estatística da razão de verossimilhanças generalizada também pode apresentar uma desvantagem, pois envolve a estimação dos parâmetros do modelo geral e sob a hipótese nula, sendo necessário o ajuste de tantos modelos quantos parâmetros a serem testados.

A estatística Gradiente proposta por Terrell (2002) foi deduzida a partir das estatísticas Escore e Wald e configura-se em uma estatística notavelmente simples de ser

calculada em comparação as demais clássicas. A proposta do autor é encontrar uma raiz quadrada $\mathbf{L}_{p \times p}$ da matrix de informação de Fisher, isto é, $\mathbf{L}^\top \mathbf{L} = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta})$. Dessa forma, pode-se reescrever as estatísticas Wald e Escore como função de \mathbf{L} da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_W &= (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0)^\top \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}_0) (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0) \\ &= (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0)^\top (\mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0)^\top \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0)) (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0) \\ &= (\mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0) (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0))^\top \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0) (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0), \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_E &= \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0)^\top (\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}_0))^{-1} \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0) \\ &= \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0)^\top (\mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0)^\top \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0))^{-1} \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0) \\ &= ((\mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0)^{-1})^\top \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0))^\top (\mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0)^{-1})^\top \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0). \end{aligned}$$

Terrell (2002) define os vetores $\mathbf{P}_1 = (\mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0)^{-1})^\top \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0)$ e $\mathbf{P}_2 = \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0) (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0)$, com dimensão $p \times 1$. Sob as condições de regularidade de F.C.R., estes vetores padronizados tem distribuição assintoticamente normal multivariada, isto é,

$$\mathbf{P}_1 \sim \mathcal{N}_p(\mathbf{0}_p, \mathbf{I}_p) \text{ e } \mathbf{P}_2 \sim \mathcal{N}_p(\mathbf{0}_p, \mathbf{I}_p),$$

de forma que o produto interno entre \mathbf{P}_1 e \mathbf{P}_2 tem distribuição assintótica χ_p^2 :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_1^\top \mathbf{P}_2 &= ((\mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0)^{-1})^\top \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0))^\top \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0) (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0) \\ &= \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0)^\top \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0)^{-1} \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}_0) (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0) \\ &= \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0)^\top (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0). \end{aligned}$$

Assim, Terrell (2002) define a estatística Gradiente, \mathcal{S}_T , para testar a hipótese nula simples $\mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_0$ contra $\mathcal{H}_1 : \boldsymbol{\theta} \neq \boldsymbol{\theta}_0$ da seguinte forma:

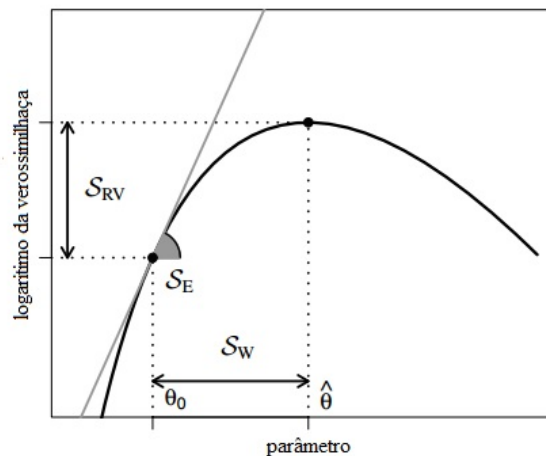
$$\mathcal{S}_G = \mathbf{U}(\boldsymbol{\theta}_0)^\top (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0). \quad (3.8)$$

Sob \mathcal{H}_0 , a estatística \mathcal{S}_G possui distribuição assintoticamente χ_{p-q}^2 , dessa forma, rejeita-se a hipótese nula, ao nível α , se a estatística \mathcal{S}_G exceder o quantil superior $(1 - \alpha)$ da χ_{p-q}^2 . Assim, todas as estatísticas \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G são assintoticamente equivalentes, isto é, todas tem distribuição assintótica χ_{p-q}^2 . Entretanto, apesar de possuírem as mesmas propriedades assintóticas, as estatísticas diferem no grau de dificuldade de obtenção, ressaltando a simplicidade do cálculo da estatística Gradiente, que não envolve cálculo matricial como produto e inversa de matrizes.

3.3 Comparações gráficas

As estatísticas dos testes da razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore são medidas em escalas diferentes: o teste da razão de verossimilhanças generalizada, na escala do logaritmo da verossimilhança, a estatística Wald na escala dos parâmetros e a Escore na escala da primeira derivada, como mostrado na Figura 7, o que não favorece informações úteis sobre suas conexões. Muggeo e Lovison (2014) apresentam uma comparação gráfica dessas estatísticas comparadas à Gradiente em uma escala comum, favorecendo uma melhor compreensão do significado geométrico e relações entre essas estatísticas.

Figura 7 – Comparação gráfica das escalas das estatísticas razão de verossimilhanças generalizada, Wald e Escore.



Fonte: Adaptado de Muggeo e Lovison (2014).

Conforme apresentado na Figura 7, as estatísticas da razão de verossimilhanças generalizada, Wald e Escore são medidas em escalas diferentes, assim, fundamentada em Muggeo e Lovison (2014), será considerada uma ilustração gráfica das quatro estatísticas em escala comum, na escala do logaritmo da verossimilhança e função escore.

3.3.1 Comparação na escala do logaritmo da verossimilhança

Para introduzir as estatísticas do teste Wald, Escore e Gradiente na escala do logaritmo da função de verossimilhança Muggeot e Lovinson (2014) consideram as hipóteses em (3.4) para o caso de um parâmetro escalar e assumem que a estimativa de máxima verossimilhança $\hat{\theta} = \arg \max\{\ell(\theta)\}$ existe e é única. Sob as condições de regularidade, é possível aproximação de $\ell(\theta)$ por meio de polinômios de segunda ordem. Assim, utiliza-se

as aproximações quadráticas baseadas na expansão de Taylor em $\theta = \hat{\theta}$ para a estatística Wald, em $\theta = \theta_0$ para a estatística Escore e de primeira ordem para $\ell(\theta)$ em θ_0 para a estatística Gradiente, obtendo:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_W(\theta) &\cong \ell(\hat{\theta}) + (\theta - \hat{\theta})\ell'(\hat{\theta}) + \frac{1}{2}(\theta - \hat{\theta})^2\ell''(\hat{\theta}), \\ \mathcal{P}_E(\theta) &\cong \ell(\theta_0) + (\theta - \theta_0)\ell'(\theta_0) + \frac{1}{2}(\theta - \theta_0)^2\ell''(\theta_0), \\ \mathcal{P}_G(\theta) &\cong \ell(\theta_0) + (\theta - \theta_0)\ell'(\theta_0).\end{aligned}\tag{3.9}$$

Então, utilizando a mesma abordagem utilizada para a razão de verossimilhanças generalizada, a qual considera a diferença entre o logaritmo da verossimilhança do modelo em \mathcal{H}_0 , ou seja, $\ell(\theta_0)$ e o máximo do logaritmo da verossimilhança do modelo, ou seja, $\ell(\hat{\theta})$ e utilizando-se as aproximações em (3.9), as estatísticas Wald, Escore e Gradiente podem ser obtidas por meio de:

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_W &\cong 2(\mathcal{P}_W(\hat{\theta}) - \mathcal{P}_W(\theta_0)), \\ \mathcal{S}_E &\cong 2(\mathcal{P}_E(\tilde{\theta}_0) - \mathcal{P}_E(\theta_0)), \\ \mathcal{S}_G &\cong \mathcal{P}_G(\hat{\theta}) - \mathcal{P}_G(\theta_0),\end{aligned}\tag{3.10}$$

em que $\tilde{\theta}_0 = \theta_0 - \frac{\ell'(\theta_0)}{\ell''(\theta_0)}$.

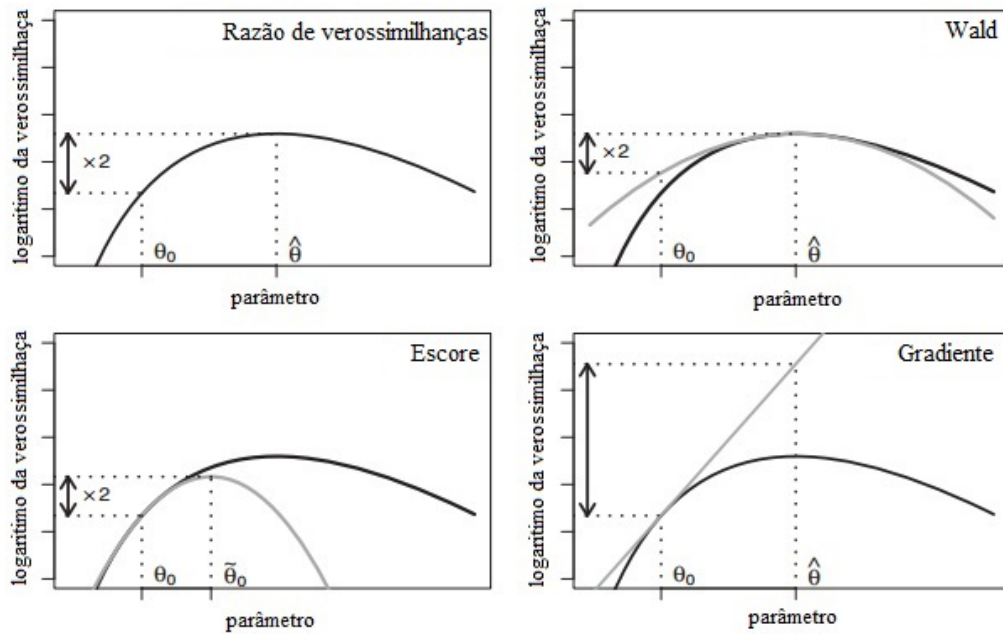
Na Figura 8 é apresentada a representação geométrica das quatro estatísticas na escala do logaritmo da verossimilhança, em que a linha preta representa o logaritmo da verossimilhança, as linhas cinzas representam $\mathcal{P}_W(\theta)$, $\mathcal{P}_E(\theta)$ e $\mathcal{P}_G(\theta)$ e as setas representam a estatística de teste observada.

Através do gráfico da Figura 8 pode-se perceber que quanto maiores as setas maiores serão as evidências para a rejeição de \mathcal{H}_0 e considerando a escala do logaritmo da verossimilhança, os comprimentos das setas (diferença dos logaritmos da verossimilhança) das estatísticas razão de verossimilhanças generalizada, Wald e Escore devem ser duplicados em comparação a da estatística Gradiente.

3.3.2 Comparação na escala Escore

As estatísticas usuais e a Gradiente também possuem uma representação gráfica na escala Escore, conforme apresentada na Figura 9, em que as áreas dos “triângulos” cinza representam o valor das estatísticas na referida escala. Quanto maior a área cinza do triângulo, maior a evidência contra a hipótese nula.

Figura 8 – Comparação gráfica das estatísticas razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente na escala do logaritmo da verossimilhança.



Fonte: Adaptado de Muggeo e Lovison (2014).

Considerando $\ell'(\theta) = \mathbf{U}(\theta)$ constante, a área sob a curva \mathcal{A}_{RV} no gráfico da verossimilhança é obtido por

$$\mathcal{A}_{RV} = \int_{\theta_0}^{\hat{\theta}} \mathbf{U}(\theta) d(\theta) = \ell(\theta) \Big|_{\theta_0}^{\hat{\theta}} = \ell(\hat{\theta}) - \ell(\theta_0) = \frac{1}{2} \mathcal{S}_{RV}. \quad (3.11)$$

As áreas dos triângulos das estatísticas Wald, Escore e Gradiente podem ser obtidas por relações trigonométricas simples. Na obtenção da área da estatística Wald, a base do triângulo é dada por $b = \hat{\theta} - \theta_0$ e a altura é obtida por $-\mathbf{U}'(\hat{\theta}) = \frac{h}{b}$,

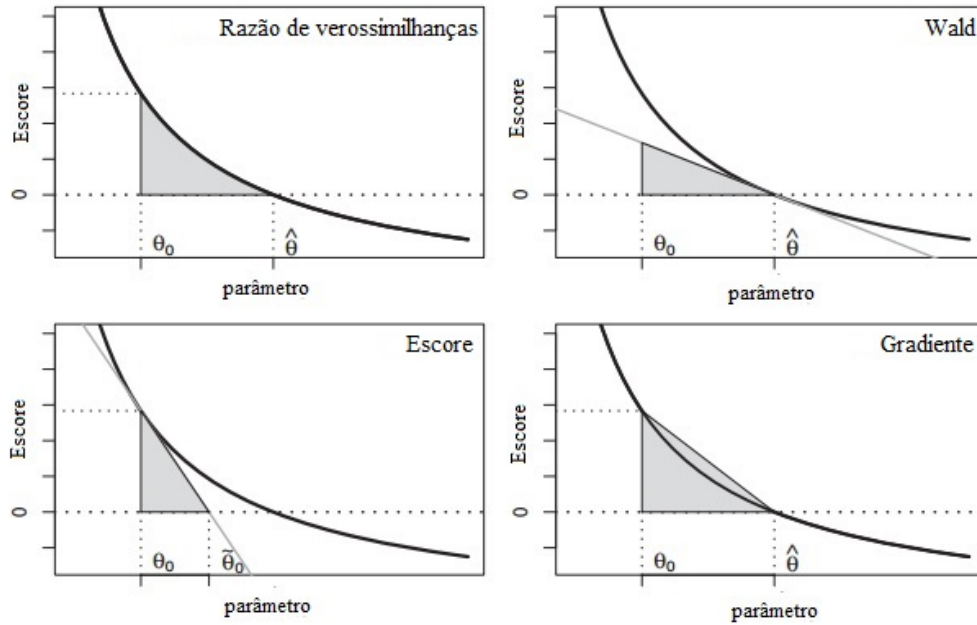
$$\mathcal{A}_W = \frac{b \times h}{2} = \frac{-\mathbf{U}'(\hat{\theta})(\hat{\theta} - \theta_0)^2}{2} = \frac{1}{2} \mathcal{S}_W. \quad (3.12)$$

Para a área da estatística Escore, a altura $h = \mathbf{U}(\theta_0)$ e $\frac{b}{h} = -\mathbf{U}'(\theta_0)$, obtendo-se

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_E &= \frac{b \times h}{2} = \frac{1}{2} \times -\mathbf{U}'(\theta_0)[\mathbf{U}(\theta_0)]^2, \text{ tomando } -\mathbf{U}'(\theta_0) = I(\theta_0) \\ &= \frac{1}{2} \mathcal{S}_E. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Muggeo e Lovison (2014) ressaltam que para a obtenção das estatísticas Wald e Escore utiliza a informação de Fisher observada em θ_0 e $\hat{\theta}$ uma vez que elas são assintoticamente equivalentes e até mesmo idênticas em casos importantes e pelo mesmo motivo, não faz distinção entre variância exata e assintótica.

Figura 9 – Comparação gráfica das estatísticas razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente na escala Escore.



Fonte: Adaptado de Muggeo e Lovison (2014).

Na estatística gradiente, $b = \hat{\theta} - \theta_0$ e altura $h = \mathbf{U}(\theta_0)$ e então

$$\mathcal{A}_G = \frac{b \times h}{2} = \frac{(\hat{\theta} - \theta_0)^\top \mathbf{U}(\theta_0)}{2} = \frac{1}{2} \mathcal{S}_G. \quad (3.14)$$

Assim, neste exemplo, a área cinza em cada estatística é metade do valor real de cada estatística. Contudo, essa relação depende do modelo assumido, dependendo de $\mathbf{U}(\cdot)$ e das localizações de $\hat{\theta}$ e θ_0 .

4 TESTES DE HIPÓTESES NOS MODELOS *HURDLE*

Nos capítulos anteriores foram apresentados os modelos *Hurdle* e os testes de hipóteses baseados nas estatísticas razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente. O objetivo deste capítulo é descrever as referidas estatísticas de teste nos modelos *Hurdle* utilizando como exemplo os modelos *Hurdle* Poisson-Binomial, *Hurdle* Poisson-Poisson e *Hurdle* Binomial Negativa-Binomial.

4.1 Introdução

Conforme apresentado anteriormente, nos modelos *Hurdle*, a função de verossimilhança é separável, o que implica na obtenção dos estimadores de máxima verossimilhança de forma independente nas duas partes dos modelos, na parte binária e na parte que envolve as contagens positivas. Sendo considerado um modelo de mistura e devido a esta separabilidade, os testes de hipóteses sobre as estimativas dos parâmetros do modelo são realizados separadamente em cada parte do modelo, ou seja, são realizados testes sobre os parâmetros estimados na parte binária e na parte de contagens positivas.

Seja $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\gamma}^\top, \boldsymbol{\delta}^\top)^\top$ o vetor de parâmetros do modelo *Hurdle*, em que $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_p)^\top$ representa o vetor de parâmetros do componente binário e $\boldsymbol{\delta} = (\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_p)^\top$ representa os parâmetros do componente de contagens positivas do modelo. Considera-se a partição $\boldsymbol{\gamma} = (\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2)^\top$ e $\boldsymbol{\delta} = (\boldsymbol{\delta}_1, \boldsymbol{\delta}_2)^\top$, em que a dimensão de $\boldsymbol{\gamma}_1$ e $\boldsymbol{\delta}_1$ é r e a dimensão de $\boldsymbol{\gamma}_2$ e $\boldsymbol{\delta}_2$ é $p - r$. Dada as partições, as hipóteses a serem testadas, neste trabalho, são da forma:

$$\mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\gamma}_1 = \mathbf{0} \text{ contra } \mathcal{H}_1 : \boldsymbol{\gamma}_1 \neq \mathbf{0}, \quad (4.1)$$

$$\mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\delta}_1 = \mathbf{0} \text{ contra } \mathcal{H}_1 : \boldsymbol{\delta}_1 \neq \mathbf{0}. \quad (4.2)$$

Neste caso de hipóteses, nos modelos *Hurdle*, os testes mais comuns indicados são o da razão de verossimilhanças generalizada, de Wald, Escore. Considerando os testes de hipóteses sobre as estimativas dos parâmetros da parte de binária do modelo, sob a hipótese $\mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\gamma}_1 = \mathbf{0}$, as estatísticas dos testes da razão de verossimilhanças generalizada, de Wald, Escore e Gradiente são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}_{\text{RV}} &= 2[\ell(\hat{\gamma}) - \ell(\tilde{\gamma})], \\
\mathcal{S}_{\text{W}} &= [\hat{\gamma} - \tilde{\gamma}]^{\top} \mathbf{K}(\hat{\gamma}) [\hat{\gamma} - \tilde{\gamma}], \\
\mathcal{S}_{\text{E}} &= \mathbf{U}(\tilde{\gamma})^{\top} [\mathbf{K}(\hat{\gamma})]^{-1} \mathbf{U}(\hat{\gamma}), \\
\mathcal{S}_{\text{G}} &= \mathbf{U}(\tilde{\gamma})^{\top} (\hat{\gamma} - \tilde{\gamma}),
\end{aligned} \tag{4.3}$$

em que $\hat{\gamma} = (\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2)^{\top}$ representam os estimadores de máxima verossimilhança do modelo irrestrito, $\tilde{\gamma} = (\mathbf{0}, \tilde{\gamma}_2)^{\top}$ representam os estimadores de máxima verossimilhança do modelo restrito a hipótese nula e usando as expressões para o logaritmo da verossimilhança, função escore e informação de Fisher apresentados na Seção (2.2) obtêm-se as expressões para as referidas estatísticas dos testes. Analogamente, considerando os testes sobre as estimativas dos parâmetros da parte de contagens positivas do modelo, sob a hipótese $\mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\delta}_1 = \mathbf{0}$, as estatísticas dos testes da razão de verossimilhanças generalizada, de Wald, Escore e Gradiente são da forma (4.3), tomando $\hat{\boldsymbol{\delta}} = (\hat{\boldsymbol{\delta}}_1, \hat{\boldsymbol{\delta}}_2)^{\top}$ os estimadores de máxima verossimilhança do modelo irrestrito e $\tilde{\boldsymbol{\delta}} = (\mathbf{0}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}_2)^{\top}$ os estimadores de máxima verossimilhança do modelo restrito a hipótese nula.

Para exemplificar o formato de cada estatística do teste nos modelos *Hurdle* considerou-se, como exemplo, os *Hurdle* Poisson-Binomial, *Hurdle* Poisson-Poisson e *Hurdle* Binomial Negativa-Binomial, que possuem composição conforme mostrado na Tabela 6.

Tabela 6 – Composição dos modelos *Hurdle* considerados neste trabalho.

Modelo	Componente binário	Componente de contagens positivas
HPB	Binomial	Poisson
HPP	Poisson	Poisson
HBNB	Binomial	Binomial Negativa

Assim, para a estimação dos parâmetros na parte binária são usados o modelo Binomial, que incluem, neste trabalho, as funções de ligação logito, probito, complemento log-log e Cauchy e o modelo Poisson com função de ligação logarítmica. Já a parte de contagens positivas, serão usados os modelos Poisson e Binomial Negativa, ambos com função de ligação logarítmica.

4.2 Testes de hipóteses no componente binário

Considera-se a estimação dos parâmetros da parte binária dos modelos *Hurdle*, em que as hipóteses sobre os parâmetros estimados são dadas em (4.1), as estatísticas dos

testes em (4.3) e, conforme já mencionado, utilizando as expressões para do logaritmo da função verossimilhança em (2.10), função escore em (2.11) e informação de Fisher em (2.12), obtêm-se as expressões para as estatísticas do teste da razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente.

Suponha a utilização da distribuição Binomial nesta parte do modelo. O logaritmo da função verossimilhança do modelo restrito e irrestrito, são dados, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}\ell(\tilde{\boldsymbol{\gamma}}) &= \sum_{i \in \Omega_0} \log(1 - g^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\gamma}})) + \sum_{i \in \Omega_1} \log[1 - (1 - g^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\gamma}}))], \\ \ell(\hat{\boldsymbol{\gamma}}) &= \sum_{i \in \Omega_0} \log(1 - g^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\gamma}})) + \sum_{i \in \Omega_1} \log[1 - (1 - g^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\gamma}}))].\end{aligned}\tag{4.4}$$

Considerando as funções de ligação logito, probito, complemento log-log e Cauchy nesta partedo modelo, a matriz de Informação de Fisher (\mathbf{K}) e o vetor escore (\mathbf{U}), utilizando a estrutura dos MLG's em (2.21), são compostos pelas quantidades apresentadas na Tabela 5. Para obtenção da estatística Wald, nas quantidades apresentadas na Tabela 5, toma-se $\boldsymbol{\gamma} = \hat{\boldsymbol{\gamma}}$. Similarmente, para a obtenção das estatísticas Escore e Gradiente, toma-se $\boldsymbol{\gamma} = \tilde{\boldsymbol{\gamma}}$, resultando nas quantidades apresentadas na Tabela 7.

Tabela 7 – Quantidades $\mathbf{U}(\tilde{\gamma})$, $\mathbf{K}(\hat{\gamma})$, $\mathbf{K}(\tilde{\gamma})$ para o modelo Binomial em função da ligação adotada.

logito	$\mathbf{U}(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \left(y_i - \frac{e^{\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma}}}{1 + e^{\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma}}} \right)$ $K(\hat{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \mathbf{x}_i \frac{e^{\mathbf{x}_i^{\top} \hat{\gamma}}}{(1 + e^{\mathbf{x}_i^{\top} \hat{\gamma}})^2}$ $K(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \mathbf{x}_i \frac{(1 + e^{\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma}})^2}{e^{\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma}}}$
probit	$\mathbf{U}(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \frac{\phi(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})}{\Phi(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})[1 - \Phi(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})]} (y_i - \Phi(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma}))$ $K(\hat{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \mathbf{x}_i \frac{[\phi(\mathbf{x}_i^{\top} \hat{\gamma})]^2}{\Phi(\mathbf{x}_i^{\top} \hat{\gamma})[1 - \Phi(\mathbf{x}_i^{\top} \hat{\gamma})]}$ $K(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \mathbf{x}_i \frac{[\phi(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})]^2}{\Phi(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})[1 - \Phi(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})]}$
cloglog	$\mathbf{U}(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \frac{1}{1 - e^{-\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma}}} (y_i - m_i(1 - e^{-\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma}}))$ $K(\hat{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \mathbf{x}_i \frac{m_i e^{n_i} e^{-e^{n_i}}}{1 - e^{-\mathbf{x}_i^{\top} \hat{\gamma}}}$ $K(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \mathbf{x}_i \frac{m_i e^{n_i} e^{-e^{n_i}}}{1 - e^{-\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma}}}$
Cauchy	$\mathbf{U}(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \frac{(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})^2 + 1}{(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma} + 1)^2} [(\tan^{-1}(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})/\pi + 0,5)(0,5 - \tan^{-1}(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})/\pi)]^{-1} (y_i - \tan^{-1}(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma})/\pi + 0,5)$ $K(\hat{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \mathbf{x}_i \frac{1}{\pi(\mathbf{x}_i^{\top} \hat{\gamma} + 1)^2} [(\tan^{-1}(\mathbf{x}_i^{\top} \hat{\gamma})/\pi + 0,5)(0,5 - \tan^{-1}(\mathbf{x}_i^{\top} \hat{\gamma})/\pi)]^{-1}$ $K(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{\top} \mathbf{x}_i \frac{1}{\pi(\mathbf{x}_i^{\top} \tilde{\gamma} + 1)^2} [(\tan^{-1}(\tilde{\gamma})/\pi + 0,5)(0,5 - \tan^{-1}(\tilde{\gamma})/\pi)]^{-1}$

No uso da distribuição Poisson na parte binária do modelo *Hurdle*, o logaritmo da verossimilhança do modelo irrestrito e restrito a hipótese nula, para a obtenção da estatística da razão de verossimilhanças generalizada, são dados por:

$$\begin{aligned}\ell(\hat{\gamma}) &= - \sum_{i \in \Omega_0} e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\gamma}} + \sum_{i \in \Omega_1} \log(1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\gamma}}}), \\ \ell(\tilde{\gamma}) &= - \sum_{i \in \Omega_0} e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\gamma}} + \sum_{i \in \Omega_1} \log(1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\gamma}}}).\end{aligned}\tag{4.5}$$

o vetor escore avaliado em $\gamma = \tilde{\gamma}$, para obtenção da estatística Gradiente, é dado por

$$\mathbf{U}(\tilde{\gamma}) = \sum_{i=1}^n -\mathbf{x}_i^\top e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\gamma}},\tag{4.6}$$

e a matriz de informação de Fisher avaliada em $\gamma = \hat{\gamma}$ e $\gamma = \tilde{\gamma}$, para a obtenções das estatísticas Wald e Escore, respectivamente, são dadas por:

$$\mathbf{K}(\gamma) = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^\top \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}_i^\top \gamma}.\tag{4.7}$$

4.3 Testes de hipóteses no componente de contagens positivas

Nos modelos *Hurdle* Poisson-Binomial e *Hurdle* Poisson-Poisson, que utilizam a distribuição Poisson truncada no zero para modelar as contagens positivas, os testes de hipóteses sobre os parâmetros do modelo são da forma (4.2) e as estatísticas dos testes, sob a hipótese nula, são dadas por:

$$\begin{aligned}S_{RV} &= 2(\ell(\hat{\boldsymbol{\delta}}) - \ell(\tilde{\boldsymbol{\delta}})), \\ S_W &= (\hat{\boldsymbol{\delta}} - \tilde{\boldsymbol{\delta}})^\top \mathbf{K}(\hat{\boldsymbol{\delta}})(\hat{\boldsymbol{\delta}} - \tilde{\boldsymbol{\delta}}), \\ S_E &= \mathbf{U}(\tilde{\boldsymbol{\delta}})^\top (\mathbf{K}(\boldsymbol{\delta}_0))^{-1} \mathbf{U}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}), \\ S_T &= \mathbf{U}(\tilde{\boldsymbol{\delta}})^\top (\hat{\boldsymbol{\delta}} - \tilde{\boldsymbol{\delta}}).\end{aligned}\tag{4.8}$$

sendo

$$\begin{aligned}\ell(\hat{\boldsymbol{\delta}}) &= \sum_{i \in \Omega_1} y_i \mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}} - e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}} - \log(y_i!) - \log(1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}}}), \\ \ell(\tilde{\boldsymbol{\delta}}) &= \sum_{i \in \Omega_1} y_i \mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}} - e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}} - \log(y_i!) - \log(1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}}}), \\ \mathbf{K}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) &= \sum_{i \in \Omega_1} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{x}_i \frac{e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}}}{1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}}}} \left(1 - \frac{e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}} e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}}}}{1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}}}} \right),\end{aligned}$$

$$\mathbf{K}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}) = \sum_{i \in \Omega_1} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{x}_i \frac{e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}}}{1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}}}} \left(1 - \frac{e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}} e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}}}}{1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}}}} \right),$$

$$\mathbf{U}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}) = \sum_{i \in \Omega_1} \mathbf{x}_i^\top \left(y_i - \frac{e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}}}{1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}}}} \right),$$

no qual $\hat{\boldsymbol{\delta}} = (\hat{\boldsymbol{\delta}}_1, \hat{\boldsymbol{\delta}}_2)^\top$ representam os estimadores de máxima verossimilhança do modelo irrestrito e $\tilde{\boldsymbol{\delta}} = (\mathbf{0}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}_2)^\top$ representam os estimadores de máxima verossimilhança do modelo restrito a hipótese nula.

No uso da distribuição Binomial negativa truncada no zero para modelar as contagens positivas, sob $\mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\delta}_1 = \mathbf{0}$, as estatísticas dos testes são dadas conforme (4.8), em que o logaritmo da verossimilhança do modelo irrestrito e restrito são da forma:

$$\begin{aligned} \ell(\hat{\boldsymbol{\gamma}}) &= \sum_{i \in \Omega_1} \frac{1}{\alpha} \log \left(\frac{1}{1 + \alpha e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}}} \right) + y_i \log \left(\frac{\alpha e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}}}{1 + \alpha e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}}} \right) - \log \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \alpha e^{\mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}}} \right)^{1/\alpha} \right], \\ \ell(\tilde{\boldsymbol{\gamma}}) &= \sum_{i \in \Omega_1} \frac{1}{\alpha} \log \left(\frac{1}{1 + \alpha e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\gamma}}}} \right) + y_i \log \left(\frac{\alpha e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\gamma}}}}{1 + \alpha e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\gamma}}}} \right) - \log \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \alpha e^{\mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\gamma}}}} \right)^{1/\alpha} \right], \end{aligned} \quad (4.9)$$

o vetor escore e a matriz de informação de Fisher para a obtenção das estatísticas dos testes de Wald, Escore e Gradiente são compostos pelas quantidades em (2.31), tomando $\eta_i = \mathbf{x}_i^\top \hat{\boldsymbol{\delta}}$ em $\mathbf{K}(\hat{\boldsymbol{\delta}})$ e $\eta_i = \mathbf{x}_i^\top \tilde{\boldsymbol{\delta}}$ em $\mathbf{U}(\tilde{\boldsymbol{\delta}})$ e $\mathbf{K}(\tilde{\boldsymbol{\delta}})$.

5 APLICAÇÕES

Neste capítulo apresenta-se o comportamento das estatísticas dos testes da razão de verossimilhanças generalizada (\mathcal{S}_{RV}), Wald (\mathcal{S}_W), Escore (\mathcal{S}_E) e Gradiente (\mathcal{S}_G) em pequenas amostras através dos resultados de simulações de Monte Carlo para os modelos *Hurdle*. Foram considerados os modelos *Hurdle* Poisson - Binomial (HPB) e *Hurdle* Binomial Negativo - Binomial (HBNB) descritos nas seções (2.2.1) e (2.2.3) em cenários com proporções de zero na amostra em torno de 20%, 30%, 40% e 50%. Os tamanhos amostrais utilizados foram iguais a $n = 20, 30, 50$ e 100 e os níveis nominais fixados em $0,01, 0,05$ e $0,10$. A implementação computacional foi realizada em linguagem R (TEAM, 2017). O número de réplicas de Monte Carlo foi $N = 5000$.

5.1 Estudo de simulação

Para a geração dos dados foram considerados casos com uma e duas covariáveis ($\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$) associadas a cada indivíduo. Para $i = 1, 2, \dots, n$ com n fixado ($n = 20, 30, 50$ e 100) tem-se que x_{i1} e x_{i2} são independentes e identicamente distribuídos com valores obtidos da distribuição Uniforme e Normal, $\mathcal{U}(-0,5, 0,5)$ e $\mathcal{N}(0, 1)$, respectivamente, e mantidos constantes durante toda simulação. Para cada indivíduo foram gerados valores para Y_i como uma amostra aleatória da distribuição *Hurdle* Poisson - Binomial, $Y_i \sim \mathcal{HU}(\mathcal{B}(m_i, p_i), \mathcal{P}(\mu_i))$, e *Hurdle* Binomial Negativa - Binomial, $Y_i \sim \mathcal{HU}(\mathcal{B}(m_i, p_i), \mathcal{BN}(1/\phi, 1/(1 + \phi\mu_i)))$, através de funções já implementadas no R disponíveis no pacote `countreg` (ZEILEIS; KLEIBE, 2017), em que na parte de contagens positivas dos modelos foi considerado função de ligação logarítmica, $\mu_i = e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\delta}}$, e na parte binária, foram consideradas as funções de ligação logito, $p_i = \frac{e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}}{1 + e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}}$, probito, $p_i = \Phi(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma})$, complemento log-log, $p_i = 1 - e^{-e^{\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma}}}$, e Cauchy, $p_i = \frac{\tan^{-1}(\mathbf{x}_i^\top \boldsymbol{\gamma})}{\pi} + 0,5$. Assim, foram realizadas simulações de 8 modelos conforme apresentado na Tabela 8:

Tabela 8 – Modelos *Hurdle* simulados.

Modelo 1	HPB (logito)	<i>Hurdle</i> Poisson-Binomial com ligação logito.
Modelo 2	HPB (probit)	<i>Hurdle</i> Poisson-Binomial com ligação probito.
Modelo 3	HPB (cloglog)	<i>Hurdle</i> Poisson-Binomial com ligação complemento log-log.
Modelo 4	HPB (Cauchy)	<i>Hurdle</i> Poisson-Binomial com ligação Cauchy.
Modelo 5	HBNB (logito)	<i>Hurdle</i> Binomial Negativa-Binomial com ligação logito.
Modelo 6	HBNB (probit)	<i>Hurdle</i> Binomial Negativa-Binomial com ligação probito.
Modelo 7	HBNB (cloglog)	<i>Hurdle</i> Binomial Negativa-Binomial com ligação complemento log-log.
Modelo 8	HBNB (Cauchy)	<i>Hurdle</i> Binomial Negativa-Binomial com ligação Cauchy.

Assumindo $\boldsymbol{\eta}_c$ o preditor linear da parte de contagens positivas (Poisson/Binomial negativa) com função de ligação logarítmica e $\boldsymbol{\eta}_z$ o preditor linear da parte binária (Binomial) com função de ligação logito, probito, complemento log-log e Cauchy, tem-se que:

1. para os modelos 1 e 5:

$$\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} = \ln \left(\frac{\mu_{zi}}{m_i - \mu_{zi}} \right) = \gamma_0 + \gamma_1 x_{i1} + \gamma_2 x_{i2}, & y = 0 \\ \eta_{pi} = \ln(\mu_{ci}) = \delta_0 + \delta_1 x_{i1} + \delta_2 x_{i2}, & y > 0; \end{cases}$$

2. para os modelos 2 e 6:

$$\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} = \Phi^{-1}(\mu_{zi}/m_i) = \gamma_0 + \gamma_1 x_{i1} + \gamma_2 x_{i2}, & y = 0 \\ \eta_{pi} = \ln(\mu_{ci}) = \delta_0 + \delta_1 x_{i1} + \delta_2 x_{i2}, & y > 0, \end{cases}$$

3. para os modelos 3 e 7:

$$\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} = \ln[-\ln(1 - \mu_{zi}/m_i)] = \gamma_0 + \gamma_1 x_{i1} + \gamma_2 x_{i2}, & y = 0 \\ \eta_{pi} = \ln(\mu_{ci}) = \delta_0 + \delta_1 x_{i1} + \delta_2 x_{i2}, & y > 0 \end{cases}$$

4. e para os modelos 4 e 8:

$$\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} = \tan[\pi(\mu_{zi}/m_i - 0,5)] = \gamma_0 + \gamma_1 x_{i1} + \gamma_2 x_{i2}, & y = 0 \\ \eta_{pi} = \ln(\mu_{ci}) = \delta_0 + \delta_1 x_{i1} + \delta_2 x_{i2}, & y > 0. \end{cases}$$

Foram consideradas as hipóteses nulas $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ na parte binária e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ na parte de contagens positivas, a serem testadas contra uma alternativa bilateral. Os testes sob essas hipóteses foram realizados sobre modelos encaixados adicionando sequencialmente as covariáveis nos modelos, conforme mostrado na Tabela 9.

Tabela 9 – Hipóteses consideradas sobre os parâmetros dos modelos.

Hipóteses	Modelos
$\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0, \mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$	completo: $\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} = \gamma_0 + \gamma_1 x_{i1}, & y = 0 \\ \eta_{pi} = \delta_0 + \delta_1 x_{i1}, & y > 0 \end{cases}$
	encaixado: $\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} = \gamma_0, & y = 0 \\ \eta_{pi} = \delta_0, & y > 0 \end{cases}$
$\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0, \mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$	completo: $\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} = \gamma_0 + \gamma_1 x_{i1} + \gamma_2 x_{i2}, & y = 0 \\ \eta_{pi} = \delta_0 + \delta_1 x_{i1} + \delta_2 x_{i2}, & y > 0 \end{cases}$
	encaixado: $\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} = \gamma_0 + \gamma_1 x_{i1}, & y = 0 \\ \eta_{pi} = \delta_0 + \delta_1 x_{i1}, & y > 0 \end{cases}$

Nas simulações de todos os modelos, o vetor de parâmetros δ fixados na parte de contagens positivas considerando uma covariável foi: $\delta = (\delta_0 = 0, 8 \quad \delta_1 = 0)^\top$ para testar a hipótese $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ e considerando duas covariáveis $\delta = (\delta_0 = 0, 8 \quad \delta_1 = 1 \quad \delta_2 = 0)^\top$ para testar a hipótese $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$. Já na parte binária, o vetor de parâmetros γ fixados foram escolhidos de forma que quando combinados com as covariáveis, a média da proporção de zeros em Y fossem em torno de 20%, 30%, 40% e 50% para cada função de ligação considerada, conforme apresentado nas Tabelas 10, em que foi considerada uma covariável e 11, em que foram consideradas duas covariáveis).

Tabela 10 – Vetor de parâmetros γ fixado para testar hipótese $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$.

Proporção de zeros	Ligação			
	logito	probita	cloglog	Cauchy
$p = 20\%$	$(1, 50 \quad 0)^\top$	$(0, 85 \quad 0)^\top$	$(0, 50 \quad 0)^\top$	$(1, 35 \quad 0)^\top$
$p = 30\%$	$(0, 85 \quad 0)^\top$	$(0, 52 \quad 0)^\top$	$(0, 20 \quad 0)^\top$	$(0, 75 \quad 0)^\top$
$p = 40\%$	$(0, 40 \quad 0)^\top$	$(0, 25 \quad 0)^\top$	$(-0, 10 \quad 0)^\top$	$(0, 32 \quad 0)^\top$
$p = 50\%$	$(0, 02 \quad 0)^\top$	$(0, 02 \quad 0)^\top$	$(-0, 36 \quad 0)^\top$	$(0, 01 \quad 0)^\top$

Tabela 11 – Vetor de parâmetros γ fixado para testar hipótese $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$.

Proporção de zeros	Ligação			
	logito	probita	cloglog	Cauchy
$p = 20\%$	$(2, 00 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(1, 25 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(0, 70 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(2, 00 \quad 1 \quad 0)^\top$
$p = 30\%$	$(0, 85 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(0, 50 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(0, 20 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(0, 70 \quad 1 \quad 0)^\top$
$p = 40\%$	$(0, 35 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(0, 20 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(-0, 10 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(0, 30 \quad 1 \quad 0)^\top$
$p = 50\%$	$(-0, 05 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(-0, 05 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(-0, 40 \quad 1 \quad 0)^\top$	$(-0, 05 \quad 1 \quad 0)^\top$

Na simulação do modelo *Hurdle* Binomial Negativa-Binomial considerou-se ainda o parâmetro de variabilidade fixo, $\phi = 2$.

Para a realização dos testes da razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente apresentados nas equações (3.5), (3.6), (3.7) e (3.8), faz-se necessário encontrar os estimadores de máxima verossimilhanças do modelo irrestrito e restrito à hipótese nula, a função escore e a matriz de informação de Fisher, obtidos separadamente em cada parte do modelo descritos no capítulo 4. Uma vez encontradas tais quantidades, os testes foram realizados e os valores das estatísticas foram então comparados com os respectivos quantis $\alpha = 0,01$, $\alpha = 0,05$ e $\alpha = 0,10$ da distribuição qui-quadrado. Foram consideradas $N = 5000$ réplicas de cada modelo, em que estimou-se a proporção de vezes que os testes levam a falsa rejeição da hipóteses nula \mathcal{H}_0 , que define o tamanho empírico dos testes. Foram também gerados valores sob a hipótese alternativa \mathcal{H}_1 e calculou-se a proporção de vezes em que \mathcal{H}_0 é rejeitada, o que define o poder empírico dos testes.

5.1.1 Simulação do modelo HPB

Considera-se $Y_i \sim \mathcal{HU}(Bin(m_i, p_i), P(\mu_i))$, com função de ligação logarítmica na parte de contagens positivas e funções de ligação logito, probito, complemento log-log e Cauchy na parte binária, conforme os modelos 1, 2, 3 e 4. Os resultados das taxas de rejeição dos testes da razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente para as hipóteses $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ são apresentados nas Tabelas 12, 13, 14 e 15, em que cada tabela corresponde a média de proporção de zeros na amostra em torno de 20%, 30%, 40% e 50%, respectivamente. Analogamente, os resultados das taxas de rejeição dos quatro testes para as hipóteses $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ são apresentados nas Tabelas 16, 17, 18 e 19.

Tabela 12 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 20\%$.

HPB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_1	1,54	0,00	0,60	2,44	6,30	3,24	5,20	7,46	11,44	8,88	10,38	12,58
	δ_1	1,32	1,00	0,54	1,12	5,14	4,94	3,40	5,68	9,92	9,98	7,14	10,80
probito	γ_1	2,20	0,14	1,06	3,18	6,88	4,78	5,72	7,74	12,24	10,30	10,94	13,00
	δ_1	1,28	0,90	0,56	1,24	5,46	4,88	3,38	5,48	10,10	9,70	7,26	10,48
clog-log	γ_1	2,10	0,06	0,94	3,48	8,02	3,52	6,06	8,68	13,60	12,66	11,58	14,28
	δ_1	1,10	0,82	0,30	1,36	5,02	5,26	3,46	5,92	10,26	10,08	7,54	10,94
Cauchy	γ_1	1,60	0,00	0,80	4,14	7,06	0,36	6,04	9,64	12,80	7,64	11,66	15,38
	δ_1	1,40	0,88	0,38	1,34	5,94	5,00	3,24	5,56	11,10	9,58	7,20	10,32
$n = 30$													
logito	γ_1	1,22	0,16	0,78	1,86	5,84	3,90	4,78	6,72	11,28	9,38	10,50	12,14
	δ_1	0,88	1,12	0,62	1,26	5,24	5,18	3,38	5,54	10,92	10,64	7,98	11,04
probito	γ_1	1,62	0,56	1,14	2,10	6,28	5,02	5,28	6,90	11,74	10,88	11,02	12,24
	δ_1	1,18	1,04	0,50	1,28	5,24	4,76	3,36	5,28	9,90	10,26	7,88	10,74
clog-log	γ_1	1,64	0,22	1,00	2,08	7,04	6,18	5,56	7,64	12,86	12,28	11,64	13,20
	δ_1	1,24	0,90	0,46	1,16	5,20	4,76	3,24	5,06	10,12	9,84	7,18	10,36
Cauchy	γ_1	1,38	0,00	0,96	2,50	5,56	4,72	4,92	6,76	10,38	11,00	9,74	11,80
	δ_1	1,02	0,88	0,46	1,02	5,46	5,40	3,50	5,78	10,30	10,28	7,58	10,68
$n = 50$													
logito	γ_1	1,32	0,64	0,96	1,44	5,38	4,42	4,88	5,92	11,14	9,88	10,44	11,64
	δ_1	1,00	0,90	0,44	0,96	5,00	5,00	3,32	5,20	10,44	10,24	7,68	10,36
probito	γ_1	1,30	0,76	1,00	1,54	5,48	4,94	5,12	5,92	11,08	10,18	10,42	11,28
	δ_1	0,98	1,08	0,60	1,10	4,80	5,58	3,82	5,68	9,72	9,98	7,72	10,12
clog-log	γ_1	1,18	0,74	0,72	1,40	5,90	5,60	5,20	6,42	11,34	11,00	10,76	11,66
	δ_1	1,12	0,94	0,46	0,96	5,34	4,66	3,24	4,78	9,96	9,46	7,28	9,66
Cauchy	γ_1	1,06	0,70	0,86	1,36	5,22	6,32	4,94	5,44	10,66	12,42	10,12	10,80
	δ_1	0,84	1,00	0,64	1,04	5,14	5,12	3,42	5,20	10,72	10,40	7,96	10,52
$n = 100$													
logito	γ_1	1,08	0,68	0,84	1,16	5,30	4,82	5,12	5,70	11,12	10,68	10,92	11,50
	δ_1	1,24	0,82	0,46	0,96	4,80	4,84	3,54	5,06	9,68	10,28	7,76	10,48
probito	γ_1	1,10	0,86	0,98	1,12	5,82	5,30	5,50	6,12	11,42	11,20	11,02	11,52
	δ_1	0,90	0,72	0,38	0,74	5,08	5,08	3,18	5,30	9,96	10,28	7,82	10,48
clog-log	γ_1	0,98	0,86	0,84	1,08	5,34	5,22	5,14	5,44	10,36	10,38	9,98	10,52
	δ_1	1,04	0,94	0,52	0,96	4,84	5,30	3,60	5,24	9,68	10,16	7,82	10,26
Cauchy	γ_1	1,02	1,72	0,88	1,12	5,06	6,40	4,92	5,28	10,18	11,56	9,94	10,20
	δ_1	1,20	0,94	0,60	1,00	5,04	4,74	3,20	4,98	9,94	9,84	7,32	10,00

Tabela 13 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 30\%$.

HPB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_1	1,56	0,00	0,94	2,50	6,36	3,66	5,40	7,60	12,72	9,80	11,66	13,66
	δ_1	1,34	0,84	0,34	1,34	5,42	5,04	3,16	5,78	10,60	10,00	7,26	10,74
probito	γ_1	1,56	0,28	0,88	2,04	6,42	4,54	5,26	7,26	12,04	10,82	10,86	12,56
	δ_1	1,38	0,98	0,58	1,30	5,94	5,02	3,12	6,04	11,06	10,34	7,74	11,22
clog-log	γ_1	1,86	0,10	0,78	2,30	6,62	4,58	5,46	7,28	11,64	11,20	10,30	12,14
	δ_1	1,08	1,06	0,62	1,48	5,50	4,60	3,08	5,20	10,98	9,36	6,80	10,02
Cauchy	γ_1	1,82	0,00	0,80	3,72	6,04	0,12	5,14	8,78	12,10	3,80	10,88	14,50
	δ_1	1,16	1,16	0,56	1,46	5,72	5,52	3,62	6,38	11,52	10,76	7,76	11,52
$n = 30$													
logito	γ_1	1,32	0,26	0,84	1,72	6,06	4,00	5,18	6,82	11,86	10,00	10,98	12,58
	δ_1	1,16	0,92	0,52	1,18	5,56	4,54	3,06	5,04	10,52	9,44	6,86	9,98
probito	γ_1	1,68	0,84	1,08	1,96	6,20	5,02	5,38	6,58	11,26	10,34	10,60	11,64
	δ_1	0,84	0,98	0,54	1,46	5,04	5,14	3,52	5,44	9,76	9,64	7,40	10,08
clog-log	γ_1	1,50	0,80	0,98	1,78	6,16	5,82	5,24	6,52	11,60	11,32	10,64	11,92
	δ_1	1,10	0,98	0,42	1,12	5,30	5,10	3,24	5,48	10,28	10,28	7,48	10,74
Cauchy	γ_1	1,64	0,00	1,26	2,76	5,90	1,94	5,56	7,52	11,28	8,62	10,82	13,10
	δ_1	0,92	0,98	0,54	1,26	4,86	5,56	3,50	5,84	9,54	10,30	7,98	10,68
$n = 50$													
logito	γ_1	0,98	0,46	0,72	1,24	5,60	4,46	5,06	5,86	10,74	9,66	10,38	11,14
	δ_1	1,22	1,10	0,54	1,14	5,62	5,06	3,28	5,18	10,64	10,86	7,84	10,92
probito	γ_1	1,18	0,78	0,90	1,32	5,70	5,16	5,24	5,92	10,46	9,72	10,14	10,62
	δ_1	0,96	1,18	0,62	1,20	5,34	5,26	3,26	5,38	10,42	10,30	7,92	10,52
clog-log	γ_1	1,26	1,00	0,98	1,38	5,36	5,14	4,76	5,56	11,24	10,90	10,72	11,40
	δ_1	0,94	1,00	0,60	1,04	4,90	5,50	3,46	5,72	10,26	10,88	8,06	11,08
Cauchy	γ_1	1,12	0,24	0,90	1,58	5,50	4,24	4,92	6,30	10,76	9,90	10,28	11,44
	δ_1	1,10	1,00	0,54	1,10	5,02	4,68	3,22	4,88	10,28	9,96	7,36	9,96
$n = 100$													
logito	γ_1	0,82	0,64	0,70	0,90	4,80	4,38	4,58	5,00	9,96	9,32	9,70	10,20
	δ_1	0,90	1,10	0,62	1,18	5,32	5,20	3,84	5,32	10,16	10,12	7,94	10,20
probito	γ_1	0,98	0,84	0,88	0,98	5,10	4,76	4,76	5,22	10,16	9,76	9,86	10,28
	δ_1	0,92	0,66	0,36	0,84	5,20	4,70	3,20	4,80	10,10	10,22	7,60	10,30
clog-log	γ_1	1,02	0,94	0,88	1,04	4,90	4,70	4,68	4,98	10,04	9,88	9,88	10,08
	δ_1	0,78	1,00	0,58	1,08	4,90	4,66	3,08	4,56	9,78	9,80	7,34	9,96
Cauchy	γ_1	0,86	0,74	0,86	1,26	4,70	4,56	4,50	5,02	9,88	9,82	9,58	10,24
	δ_1	1,02	1,02	0,62	1,14	4,70	4,94	3,48	5,06	9,70	9,82	7,38	9,94

Tabela 14 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 40\%$.

HPB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_1	1,58	0,00	0,96	2,16	6,78	3,82	5,78	7,46	11,60	9,34	10,88	12,44
	δ_1	1,12	0,94	0,36	1,44	5,68	4,68	2,94	5,82	11,16	9,98	7,22	10,94
probito	γ_1	1,54	0,44	0,82	1,90	6,52	4,88	5,26	6,96	11,28	10,16	10,32	11,80
	δ_1	1,36	1,08	0,38	1,74	5,94	5,26	3,60	6,44	10,96	10,30	7,62	11,40
clog-log	γ_1	1,62	0,64	0,96	2,06	6,36	5,32	5,30	6,74	11,76	11,48	10,80	12,38
	δ_1	0,96	0,92	0,54	1,44	5,92	4,94	2,92	5,90	10,90	10,36	7,20	11,18
Cauchy	γ_1	1,52	0,00	0,96	3,76	6,50	0,06	5,54	9,06	11,90	1,22	11,04	14,64
	δ_1	1,62	1,04	0,40	1,64	5,68	4,94	3,10	6,04	10,36	9,76	6,88	10,80
$n = 30$													
logito	γ_1	0,98	0,36	0,74	1,32	5,56	4,00	5,02	6,16	10,98	9,72	10,46	11,40
	δ_1	1,48	1,10	0,50	1,56	5,58	5,12	3,60	5,72	11,10	9,72	7,42	10,18
probito	γ_1	1,26	0,68	0,86	1,48	5,76	4,98	5,22	6,14	11,50	10,84	10,88	11,90
	δ_1	1,12	0,98	0,50	1,32	5,44	5,12	3,32	5,58	10,70	10,24	7,56	10,88
clog-log	γ_1	1,62	1,18	1,18	1,82	6,36	6,24	5,68	6,50	11,26	10,92	10,58	11,52
	δ_1	1,24	0,80	0,34	1,18	5,46	4,86	3,26	5,64	10,14	10,02	7,24	10,58
Cauchy	γ_1	1,20	0,00	1,04	2,38	5,92	0,52	5,28	7,46	10,90	5,50	10,32	12,92
	δ_1	1,28	0,88	0,42	1,26	5,60	4,80	3,22	5,22	11,16	9,56	7,14	10,10
$n = 50$													
logito	γ_1	1,12	0,50	0,90	1,48	5,56	4,64	5,32	5,84	10,74	9,52	10,36	11,26
	δ_1	1,30	1,28	0,56	1,34	5,52	5,62	3,74	5,70	10,48	10,38	7,82	10,60
probito	γ_1	0,98	0,78	0,86	1,24	5,12	4,72	4,78	5,44	10,68	10,14	10,30	10,88
	δ_1	0,98	1,02	0,42	1,14	5,88	5,10	3,36	5,16	11,00	9,92	7,46	9,96
clog-log	γ_1	0,90	0,84	0,80	0,96	5,46	5,36	5,04	5,58	10,48	10,42	10,14	10,80
	δ_1	1,00	0,94	0,40	1,08	4,72	5,08	3,42	5,20	10,12	9,90	7,26	9,96
Cauchy	γ_1	1,04	0,00	0,90	1,72	5,50	1,92	5,24	6,74	11,54	7,14	11,00	12,52
	δ_1	1,20	1,06	0,54	1,10	5,86	5,08	3,48	5,34	10,96	10,32	7,70	10,40
$n = 100$													
logito	γ_1	1,02	0,66	0,88	1,12	5,22	4,78	5,08	5,44	10,70	10,16	10,44	10,82
	δ_1	0,98	1,20	0,46	1,24	4,96	5,74	4,12	6,00	10,46	10,44	8,16	10,54
probito	γ_1	1,24	1,04	1,16	1,32	5,54	5,42	5,38	5,56	10,52	10,26	10,38	10,58
	δ_1	0,98	0,80	0,36	0,84	4,74	4,80	3,08	5,12	10,14	9,84	7,54	10,00
clog-log	γ_1	1,32	1,12	1,22	1,36	5,12	5,14	5,00	5,16	10,50	10,44	10,48	10,44
	δ_1	1,02	1,02	0,36	1,06	5,18	5,10	3,30	5,22	9,94	9,88	7,62	10,08
Cauchy	γ_1	1,06	0,36	0,94	1,36	4,98	3,30	4,84	5,48	10,28	8,28	9,98	10,70
	δ_1	0,86	1,04	0,50	1,12	5,26	4,90	3,42	5,00	10,40	9,74	7,64	9,80

Tabela 15 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 50\%$.

HPB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_1	1,64	0,00	1,12	2,04	5,86	3,66	5,22	6,50	11,28	9,00	10,36	12,12
	δ_1	1,04	0,90	0,40	1,70	5,56	5,10	3,14	6,14	11,38	10,16	7,32	11,30
probito	γ_1	1,32	0,50	0,92	1,68	5,82	4,88	5,26	6,32	10,94	9,78	10,14	11,54
	δ_1	1,48	0,78	0,38	1,46	6,10	4,46	2,78	5,52	11,62	9,18	6,44	10,64
clog-log	γ_1	1,62	0,98	0,98	1,92	6,24	5,84	5,54	6,82	11,76	11,78	10,92	12,26
	δ_1	1,30	1,00	0,62	1,90	5,90	5,28	3,44	6,24	11,36	10,02	7,36	11,20
Cauchy	γ_1	1,54	0,00	1,06	3,82	6,90	0,08	5,90	9,52	12,50	0,56	11,74	15,60
	δ_1	1,26	1,10	0,56	1,80	5,88	5,18	3,10	6,18	11,98	10,24	7,30	11,84
$n = 30$													
logito	γ_1	1,54	0,54	1,06	1,88	6,32	4,94	5,90	6,74	11,40	9,78	10,88	11,78
	δ_1	0,78	1,04	0,52	1,46	5,64	4,84	3,18	5,12	10,80	9,48	6,86	10,26
probito	γ_1	1,06	0,62	0,74	1,38	5,66	5,14	5,22	5,96	10,82	10,26	10,36	11,00
	δ_1	1,28	0,92	0,44	1,42	5,32	4,76	3,00	5,40	10,70	10,24	7,44	11,00
clog-log	γ_1	1,28	1,14	0,90	1,52	6,22	6,06	5,76	6,42	11,52	11,36	10,76	11,86
	δ_1	1,30	1,10	0,52	1,42	5,62	5,24	3,50	6,16	11,20	11,02	8,20	11,72
Cauchy	γ_1	1,40	0,00	0,96	2,78	6,00	0,10	5,52	7,50	11,10	4,56	10,66	12,66
	δ_1	1,22	0,92	0,40	1,40	5,24	4,98	3,28	5,80	10,58	10,32	7,60	11,04
$n = 50$													
logito	γ_1	1,14	0,48	0,98	1,40	5,74	4,54	5,42	6,08	10,70	9,70	10,32	10,92
	δ_1	0,98	1,02	0,56	1,14	5,18	4,88	3,44	5,10	10,96	10,36	7,32	10,64
probito	γ_1	1,04	0,82	0,90	1,06	5,22	4,72	4,94	5,54	10,86	10,42	10,54	11,02
	δ_1	1,16	1,04	0,52	1,10	5,36	4,88	3,30	5,02	10,14	9,68	6,96	9,78
clog-log	γ_1	1,20	1,12	0,98	1,30	5,54	5,54	5,32	5,64	11,42	11,36	10,94	11,58
	δ_1	1,32	1,10	0,58	1,24	5,22	5,24	3,68	5,46	9,88	10,38	7,44	10,56
Cauchy	γ_1	1,22	0,00	1,00	2,02	5,50	1,54	5,42	6,60	10,38	6,10	10,06	11,68
	δ_1	1,02	1,08	0,54	1,22	5,16	4,94	3,06	5,08	10,66	9,96	7,62	10,22
$n = 100$													
logito	γ_1	1,06	0,78	1,00	1,28	5,56	4,76	5,34	5,80	10,38	10,02	10,24	10,64
	δ_1	0,88	1,02	0,38	1,00	4,84	5,64	3,76	5,80	10,04	10,80	8,34	11,08
probito	γ_1	0,96	0,92	0,94	1,00	5,48	5,16	5,26	5,50	10,44	10,26	10,32	10,56
	δ_1	0,74	0,88	0,48	0,98	4,24	4,88	3,16	4,90	9,24	10,26	7,86	10,48
clog-log	γ_1	1,18	1,20	1,06	1,26	5,20	5,22	5,00	5,24	10,34	10,38	9,90	10,40
	δ_1	0,94	0,98	0,50	1,04	5,06	5,06	3,56	5,38	10,58	9,86	7,56	10,02
Cauchy	γ_1	0,94	0,24	0,96	1,32	5,24	3,22	5,12	5,84	10,52	8,14	10,32	11,14
	δ_1	1,22	1,02	0,50	1,08	5,16	4,52	3,06	4,76	10,18	9,84	7,00	10,10

Tabela 16 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 20\%$.

HPB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_2	2,50	0,00	1,02	4,48	8,72	3,56	6,86	10,48	14,49	10,42	12,87	16,23
	δ_2	1,18	1,06	0,46	1,42	5,48	5,06	3,42	5,82	10,54	10,08	7,14	10,90
probito	γ_2	2,56	0,00	1,15	3,97	8,52	4,31	6,65	10,07	14,52	11,24	12,55	15,63
	δ_2	1,10	0,94	0,42	1,32	5,36	5,12	3,04	5,68	10,52	10,08	7,36	10,74
clog-log	γ_2	2,56	0,02	0,81	3,85	8,52	2,90	5,64	10,25	14,47	12,50	11,54	15,64
	δ_2	0,92	0,88	0,44	1,14	5,44	5,08	3,04	5,82	10,62	10,34	7,40	10,84
Cauchy	γ_2	2,86	0,65	1,14	8,73	10,53	2,33	6,22	15,43	17,14	7,18	13,18	20,98
	δ_2	1,45	1,27	0,61	1,80	5,76	5,41	3,33	6,20	11,59	11,04	7,76	12,12
$n = 30$													
logito	γ_2	1,66	0,38	1,32	2,40	6,70	4,52	5,82	7,66	12,20	10,24	11,20	13,16
	δ_2	0,98	0,84	0,46	1,08	5,12	4,88	3,08	5,42	10,36	10,16	7,68	10,74
probito	γ_2	1,62	0,36	0,98	2,24	6,64	5,10	5,40	7,40	12,75	11,52	11,60	13,47
	δ_2	1,24	1,20	0,62	1,42	5,46	5,20	3,70	5,56	9,98	9,72	7,48	10,24
clog-log	γ_2	1,72	0,34	0,82	2,46	6,63	5,60	5,38	7,51	12,69	11,97	10,91	13,35
	δ_2	1,28	1,18	0,70	1,40	5,24	4,94	3,52	5,44	10,90	10,60	8,02	11,10
Cauchy	γ_2	2,04	0,73	0,98	4,61	8,12	6,33	6,49	11,22	14,80	12,78	12,51	17,41
	δ_2	1,08	0,98	0,49	1,20	4,86	4,55	3,04	5,02	9,98	9,67	6,78	10,25
$n = 50$													
logito	γ_2	1,46	0,68	1,00	1,94	6,18	4,88	5,52	6,68	11,06	9,88	10,54	11,68
	δ_2	1,16	1,12	0,52	1,20	5,16	5,22	3,66	5,18	10,16	10,52	7,66	10,28
probito	γ_2	1,66	0,96	1,18	1,96	6,66	5,60	5,90	6,92	11,70	10,84	11,00	12,10
	δ_2	1,00	1,02	0,62	1,02	4,84	4,88	3,36	4,86	9,72	9,76	7,30	9,74
clog-log	γ_2	1,36	0,68	0,92	1,68	5,72	5,64	4,82	6,24	11,76	11,76	10,18	12,16
	δ_2	0,98	0,96	0,62	1,02	4,50	4,58	2,90	4,52	9,66	9,64	7,52	9,68
Cauchy	γ_2	1,58	1,56	1,16	2,40	6,74	7,76	5,36	7,46	12,20	14,02	10,76	13,00
	δ_2	1,26	1,18	0,58	1,32	5,64	5,42	3,92	5,88	10,46	10,46	7,94	10,58
$n = 100$													
logito	γ_2	1,06	0,80	0,90	1,24	5,90	5,32	5,62	6,34	11,26	10,72	10,94	11,52
	δ_2	0,80	0,82	0,50	0,86	5,06	5,00	3,72	5,12	10,20	10,18	8,34	10,28
probito	γ_2	1,08	0,94	0,98	1,30	5,62	5,10	5,30	5,84	11,16	10,92	10,96	11,42
	δ_2	1,26	1,26	0,86	1,30	5,28	5,16	4,18	5,34	9,70	9,64	8,32	9,70
clog-log	γ_2	1,42	1,18	1,08	1,46	5,64	5,38	5,18	5,78	10,24	10,40	9,78	10,40
	δ_2	0,90	0,84	0,54	0,92	5,04	4,94	3,68	5,06	10,42	10,34	8,66	10,50
Cauchy	γ_2	1,08	2,00	0,86	1,34	6,36	8,06	5,70	6,72	11,54	13,46	10,76	11,72
	δ_2	1,20	1,14	0,76	1,22	5,32	5,30	4,24	5,34	10,80	10,78	8,64	10,84

Tabela 17 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 30\%$.

HPB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_2	2,16	0,00	1,12	3,50	7,78	3,66	6,44	8,95	13,21	9,77	12,11	14,59
	δ_2	1,22	0,90	0,46	1,44	5,40	4,92	3,04	5,86	10,50	10,26	7,26	10,90
probito	γ_2	1,68	0,02	0,90	2,58	7,65	4,75	6,05	8,60	14,07	11,68	12,42	15,17
	δ_2	0,88	0,66	0,30	1,12	5,38	4,72	2,76	5,86	10,76	10,44	7,24	11,24
clog-log	γ_2	2,41	0,22	0,86	3,57	7,66	4,51	6,00	9,05	13,96	12,74	11,86	15,05
	δ_2	1,10	0,84	0,36	1,26	5,68	5,32	3,18	5,96	10,86	10,44	7,50	11,38
Cauchy	γ_2	3,00	0,27	1,24	7,20	9,47	0,92	6,51	14,22	15,90	3,59	12,86	19,31
	δ_2	1,33	1,12	0,57	1,65	5,20	4,84	3,18	5,88	10,76	10,33	7,39	11,25
$n = 30$													
logito	γ_2	1,78	0,54	1,26	2,34	6,32	4,78	5,80	7,02	12,30	10,48	11,58	12,88
	δ_2	1,06	0,94	0,52	1,16	4,50	4,28	3,00	4,78	10,04	9,68	7,00	10,18
probito	γ_2	1,70	0,92	1,28	2,06	6,78	5,68	5,90	7,28	12,24	11,40	11,44	12,82
	δ_2	1,14	1,02	0,58	1,30	4,94	4,66	3,42	5,24	10,34	9,90	7,48	10,66
clog-log	γ_2	1,56	0,68	0,84	1,78	7,06	6,52	5,66	7,74	13,03	12,57	11,55	13,47
	δ_2	1,06	1,00	0,62	1,18	5,06	4,88	3,54	5,36	9,92	9,74	7,38	10,20
Cauchy	γ_2	1,63	0,27	0,86	3,75	6,84	2,39	5,90	9,43	13,37	8,55	11,51	15,33
	δ_2	0,86	0,78	0,51	0,96	4,75	4,57	3,06	5,08	10,27	10,00	7,43	10,49
$n = 50$													
logito	γ_2	1,28	0,46	0,94	1,60	5,84	4,74	5,42	6,18	10,90	9,80	10,58	11,34
	δ_2	1,04	1,16	0,50	1,14	5,26	5,28	3,74	5,42	10,02	10,06	7,74	10,08
probito	γ_2	1,38	0,80	1,02	1,58	5,94	5,28	5,42	6,20	11,34	10,58	10,72	11,66
	δ_2	1,00	0,94	0,62	1,10	4,38	4,64	3,16	4,44	9,44	9,42	7,16	9,62
clog-log	γ_2	1,22	0,86	0,88	1,46	5,92	5,56	5,06	6,28	11,10	11,18	10,34	11,44
	δ_2	1,10	1,06	0,52	1,20	5,48	5,46	3,88	5,54	10,88	10,78	8,86	11,00
Cauchy	γ_2	1,48	0,26	1,06	2,58	6,48	3,88	5,82	7,72	11,88	9,68	10,90	13,04
	δ_2	0,98	0,96	0,50	1,08	5,06	4,90	3,30	5,16	10,00	9,98	7,60	10,14
$n = 100$													
logito	γ_2	1,14	0,80	1,02	1,26	4,82	4,40	4,64	5,04	10,08	9,52	9,80	10,24
	δ_2	1,12	1,04	0,66	1,14	5,52	5,48	4,28	5,58	10,14	10,12	8,56	10,24
probito	γ_2	1,12	0,94	1,04	1,26	5,52	5,24	5,36	5,62	10,46	10,18	10,14	10,56
	δ_2	1,02	0,92	0,52	1,04	4,74	4,66	3,74	4,76	9,36	9,30	8,02	9,44
clog-log	γ_2	1,02	0,96	0,92	1,04	5,52	5,48	5,28	5,64	10,94	10,92	10,50	11,00
	δ_2	1,08	1,02	0,72	1,08	4,58	4,52	3,72	4,66	9,66	9,52	7,84	9,70
Cauchy	γ_2	1,24	0,66	1,06	1,60	5,84	5,40	5,36	6,20	11,88	11,44	11,20	12,32
	δ_2	1,02	0,96	0,60	1,06	5,28	5,22	4,00	5,30	10,92	10,84	9,00	10,98

Tabela 18 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 40\%$.

HPB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_2	1,84	0,00	0,94	2,98	7,66	3,48	6,24	8,98	13,36	10,34	12,36	14,42
	δ_2	1,22	0,86	0,40	1,46	5,42	4,72	2,94	6,14	11,22	10,58	6,94	11,84
probito	γ_2	2,46	0,22	1,08	3,42	7,77	5,23	6,33	8,71	14,14	12,07	12,86	14,78
	δ_2	1,34	0,92	0,52	1,66	5,44	4,96	2,84	6,10	11,18	10,48	7,34	11,84
clog-log	γ_2	2,20	0,50	0,92	3,36	8,09	6,67	6,17	9,05	14,01	13,63	12,25	14,97
	δ_2	1,12	0,96	0,36	1,44	5,46	4,94	3,16	6,06	11,02	10,30	7,56	11,52
Cauchy	γ_2	2,45	0,25	0,96	6,47	8,14	0,75	5,71	12,94	14,59	2,47	12,12	18,16
	δ_2	0,98	0,75	0,35	1,35	5,61	4,84	2,92	6,18	11,08	10,45	7,29	11,67
$n = 30$													
logito	γ_2	1,24	0,52	0,88	1,72	6,76	5,10	6,30	7,28	12,40	10,78	11,66	12,74
	δ_2	1,02	0,88	0,34	1,34	5,16	4,88	3,38	5,44	10,14	9,72	7,48	10,64
probito	γ_2	1,72	0,84	1,20	2,08	6,34	5,54	5,72	6,76	12,22	11,46	11,64	12,52
	δ_2	1,08	0,90	0,52	1,28	5,00	4,58	3,18	5,52	10,34	9,96	7,70	10,72
clog-log	γ_2	1,28	0,82	0,74	1,82	7,10	6,68	5,74	7,98	12,82	12,82	11,86	13,50
	δ_2	1,14	0,88	0,52	1,30	5,08	4,92	3,52	5,46	9,96	9,60	7,40	10,30
Cauchy	γ_2	1,73	0,10	1,10	3,53	7,41	1,04	6,29	9,37	12,80	7,14	11,63	14,82
	δ_2	1,37	1,24	0,63	1,57	5,24	4,82	3,47	5,51	9,96	9,80	7,45	10,39
$n = 50$													
logito	γ_2	1,10	0,50	0,94	1,48	5,44	4,46	5,06	5,70	11,10	9,74	10,56	11,66
	δ_2	1,12	1,10	0,46	1,20	5,54	5,48	3,62	5,68	10,62	10,48	8,08	10,74
probito	γ_2	1,60	1,02	1,22	1,74	6,38	5,72	6,00	6,58	11,58	10,90	11,00	11,88
	δ_2	0,84	0,86	0,50	0,92	4,72	4,80	3,12	4,96	10,32	10,32	7,66	10,32
clog-log	γ_2	1,68	1,42	1,22	1,90	6,40	6,40	5,88	6,72	11,16	11,44	10,58	11,40
	δ_2	1,16	1,16	0,62	1,30	5,36	5,50	3,96	5,50	10,14	10,26	8,00	10,26
Cauchy	γ_2	1,50	0,00	1,16	2,64	6,12	2,02	5,58	7,40	11,78	7,44	11,14	13,16
	δ_2	0,86	0,84	0,44	0,94	4,64	4,54	3,24	4,80	9,38	9,36	7,24	9,66
$n = 100$													
logito	γ_2	1,26	0,94	1,10	1,32	5,70	5,18	5,46	5,86	10,66	10,34	10,58	10,88
	δ_2	1,24	1,16	0,80	1,30	5,18	5,02	3,76	5,20	9,98	9,88	8,20	10,12
probito	γ_2	0,98	0,90	0,96	1,02	5,36	5,10	5,12	5,40	10,56	10,38	10,44	10,64
	δ_2	1,04	1,00	0,70	1,06	4,80	4,76	3,62	4,90	8,94	8,90	7,62	8,98
clog-log	γ_2	1,12	1,18	0,94	1,18	5,54	5,46	5,16	5,66	11,78	11,38	11,28	11,90
	δ_2	1,08	1,00	0,70	1,14	4,92	4,90	3,70	4,98	9,64	9,58	8,06	9,66
Cauchy	γ_2	1,10	0,34	1,00	1,46	5,82	4,42	5,66	6,40	10,68	9,58	10,20	11,16
	δ_2	0,86	0,84	0,58	0,90	4,52	4,44	3,46	4,56	9,72	9,62	7,74	9,78

Tabela 19 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HPB com $p = 50\%$.

HPB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_2	2,08	0,00	1,00	2,90	6,88	3,74	5,80	8,24	12,60	9,54	11,50	13,82
	δ_2	1,16	0,88	0,42	2,14	6,20	5,18	3,18	7,28	11,87	10,67	7,68	12,91
probito	γ_2	1,82	0,30	0,88	2,76	7,60	5,22	6,06	8,64	13,29	11,54	11,90	14,23
	δ_2	1,30	0,92	0,44	2,08	5,56	4,72	2,86	6,32	10,97	10,19	7,04	11,95
clog-log	γ_2	1,82	0,80	0,94	2,68	7,58	6,56	5,86	8,72	13,15	12,99	11,88	14,39
	δ_2	1,40	0,84	0,38	2,16	5,74	4,96	3,20	6,46	10,88	10,12	6,96	11,84
Cauchy	γ_2	2,51	0,16	0,96	6,73	8,84	1,00	6,29	12,55	14,75	2,80	12,16	17,76
	δ_2	1,24	0,98	0,61	2,00	5,92	5,00	3,12	6,80	10,57	9,84	7,27	11,43
$n = 30$													
logito	γ_2	1,62	0,68	1,28	1,94	6,02	4,68	5,44	6,48	11,12	9,54	10,62	11,56
	δ_2	1,18	1,00	0,62	1,52	5,90	5,48	3,78	6,22	11,40	11,04	8,28	11,82
probito	γ_2	1,36	0,92	1,10	1,82	6,66	5,74	5,82	7,06	12,00	11,46	11,50	12,40
	δ_2	1,06	0,88	0,44	1,34	5,36	5,02	3,54	5,68	10,58	10,02	7,70	11,00
clog-log	γ_2	1,58	1,34	1,16	1,82	6,36	6,34	5,70	6,82	11,94	11,80	10,70	12,28
	δ_2	1,10	0,94	0,54	1,22	5,70	5,46	3,80	6,08	10,72	10,52	7,96	11,12
Cauchy	γ_2	1,75	0,04	1,20	3,14	6,39	0,96	5,49	8,80	12,53	6,69	11,12	14,35
	δ_2	1,14	0,82	0,41	1,49	5,25	4,76	3,22	5,53	10,43	10,04	7,25	11,06
$n = 50$													
logito	γ_2	1,18	0,52	1,02	1,62	5,96	4,82	5,60	6,34	11,22	10,02	10,80	11,68
	δ_2	1,18	1,12	0,60	1,24	5,08	5,14	3,52	5,22	10,38	10,38	7,68	10,46
probito	γ_2	1,08	0,82	0,90	1,30	5,68	5,18	5,24	5,84	10,48	9,94	9,88	10,86
	δ_2	1,04	1,02	0,48	1,16	5,00	5,00	3,70	5,08	10,04	10,14	7,54	10,26
clog-log	γ_2	1,30	1,26	0,92	1,46	6,08	6,24	5,74	6,32	11,58	11,84	10,96	11,66
	δ_2	1,14	1,04	0,60	1,20	5,20	5,16	3,58	5,32	10,02	10,04	7,78	10,10
Cauchy	γ_2	1,24	0,00	0,96	2,34	6,12	1,54	5,52	7,76	11,40	7,16	11,04	12,90
	δ_2	0,78	0,80	0,40	0,90	4,70	4,54	2,98	4,88	8,92	8,84	6,84	9,18
$n = 100$													
logito	γ_2	1,00	0,78	0,92	1,06	5,12	4,78	5,02	5,20	10,06	9,74	9,96	10,14
	δ_2	0,98	0,94	0,60	1,02	5,00	4,90	3,98	5,10	10,16	10,06	8,50	10,20
probito	γ_2	1,32	1,10	1,22	1,38	5,24	4,98	5,10	5,32	10,42	10,22	10,22	10,46
	δ_2	0,92	0,92	0,68	0,96	4,76	4,70	3,86	4,86	10,02	9,94	8,18	10,10
clog-log	γ_2	1,06	1,06	0,94	1,14	4,68	4,60	4,64	4,78	10,46	10,40	10,20	10,54
	δ_2	0,90	0,82	0,50	0,90	4,48	4,44	3,64	4,58	9,74	9,70	8,28	9,78
Cauchy	γ_2	1,14	0,30	1,02	1,46	5,76	3,98	5,46	6,20	10,64	9,26	10,62	11,16
	δ_2	0,84	0,80	0,48	0,84	4,92	4,78	3,64	4,94	9,92	10,00	8,34	10,02

Os resultados da simulação do modelo HPB (logito) mostram que o teste da razão de verossimilhanças generalizada tende a ser liberal (apresenta a taxa de rejeição maior que o nível nominal fixado) para amostras pequenas e, conforme se aumenta n , a taxa de rejeição deste teste passa a se aproximar do nível nominal fixado. Observa-se que este teste, praticamente, não sofre influência do número de covariáveis e da proporção de zeros na amostra, entretanto, para amostras pequenas mostra-se levemente mais liberal com duas covariáveis. Assim como o teste da razão de verossimilhanças generalizada, o teste Gradiente não sofre influência do número de covariáveis e da proporção de zeros na amostra. Este teste tende a ser liberal em amostras pequenas e passa a se aproximar dos níveis nominais fixados a medida que n aumenta. O teste Wald tende a ser conservativo em amostras pequenas e passa, em grandes amostras, a apresentar o tamanho do teste aproximado ao nível nominal para os níveis $\alpha = 0,01$ e $0,05$. O teste Escore, por sua vez, em amostras pequenas, é liberal nos níveis nominais $\alpha = 0,05$ e $0,10$ independente do número de covariáveis, já para o nível nominal $\alpha = 0,01$ tende a ser conservador considerando uma covariável e liberal considerando duas covariáveis. Em todos os cenários, a taxa de rejeição do referido teste tende a se aproximar dos níveis nominais fixados conforme se aumenta o tamanho da amostra.

Na simulação do modelo HPB (probit) o teste da razão de verossimilhanças generalizada tende a ser liberal em amostras pequenas e passa a se aproximar dos níveis nominais fixados a medida que n aumenta. Neste modelo, as taxas de rejeição desse teste não apresenta influência do número de covariáveis e proporção de zeros. O teste Wald apresenta uma influência do número de covariáveis: tende a apresentar valores bem próximos dos níveis nominais fixados $0,05$ e $0,10$ quando se considera uma covariável e quando se considera duas, em amostras pequenas, tende a ser conservador para o nível nominal fixado $\alpha = 0,01$ e liberal para os níveis nominais fixados $\alpha = 0,05$ e $0,10$. Contudo, com o aumento do tamanho da amostra, as taxas de rejeição se aproximam dos níveis fixados em todos os cenários. O teste Escore tende a ser liberal em amostras pequenas e passam a se aproximar dos níveis nominais fixados com o aumento do tamanho da amostra quando $\alpha = 0,05$ e $0,10$. Já para $\alpha = 0,01$, as taxas de rejeição se mostram próximas ao nível nominal em todos os tamanhos de amostra considerados. O teste Gradiente tende a ser liberal para amostras pequenas e suas taxas se aproximam dos níveis nominais conforme se aumenta o tamanho da amostra. As taxas de rejeição deste teste apresentam valores

próximos aos níveis nominal fixados $n = 100$ nas proporções de zero em torno de 30%, 40% e 50%. Já para $p = 20\%$ sugere-se o aumento de n para que as taxas se aproximem dos níveis nominais fixados.

Os resultados da simulação do modelo HPB (cloglog) mostram que, em geral, os quatro testes tendem a ser liberais para amostras pequenas e passam a se aproximar do nível nominal fixado a medida que n aumenta, com exceção do teste Wald para o nível $\alpha = 0,01$ e $\alpha = 0,05$ com proporção de zeros em torno de 20% e 30%, em que o teste se mostrou conservativo. Sugere-se o aumento de n ($n > 100$) no modelo com duas covariáveis e proporção de zeros de 40% e 50% para que as taxas de rejeição dos testes da razão de verossimilhanças generalizada, Wald e Gradiente se aproximem do nível nominal fixado para $\alpha = 0,05$.

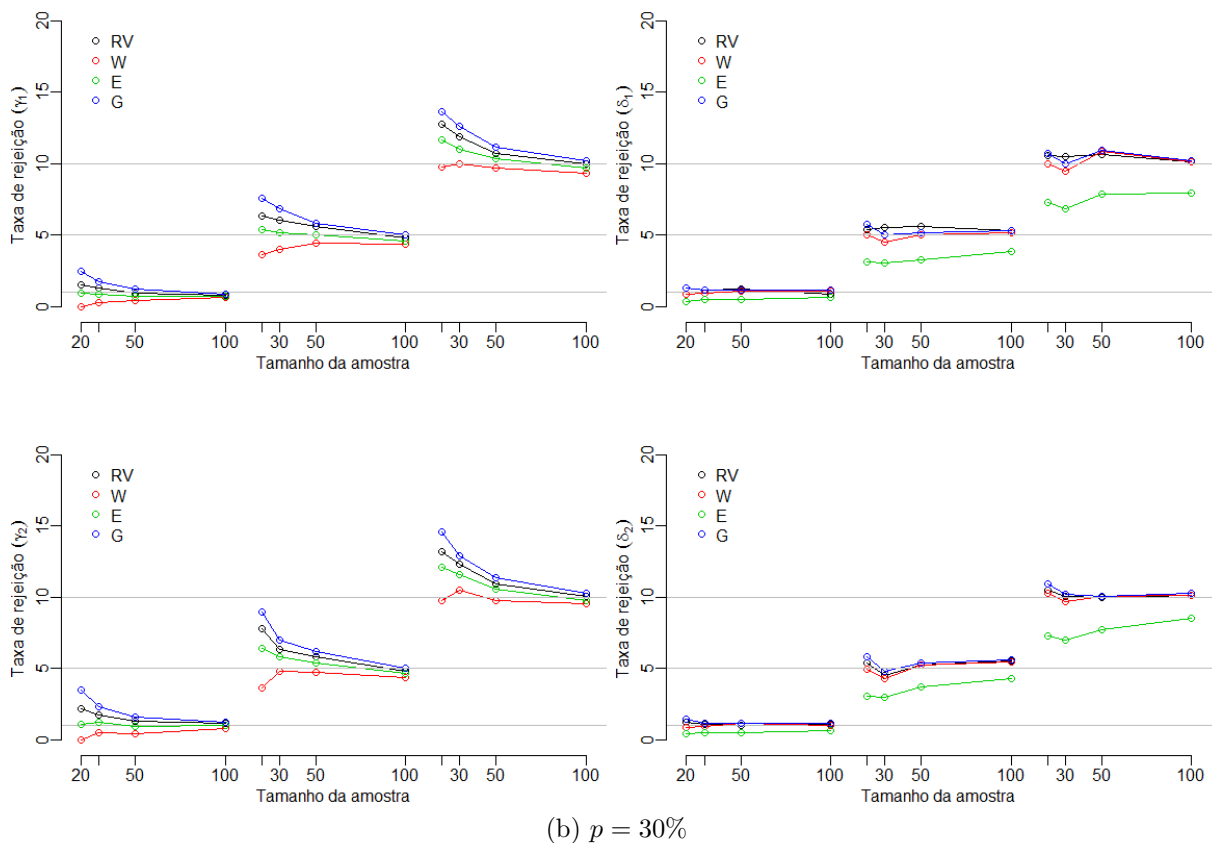
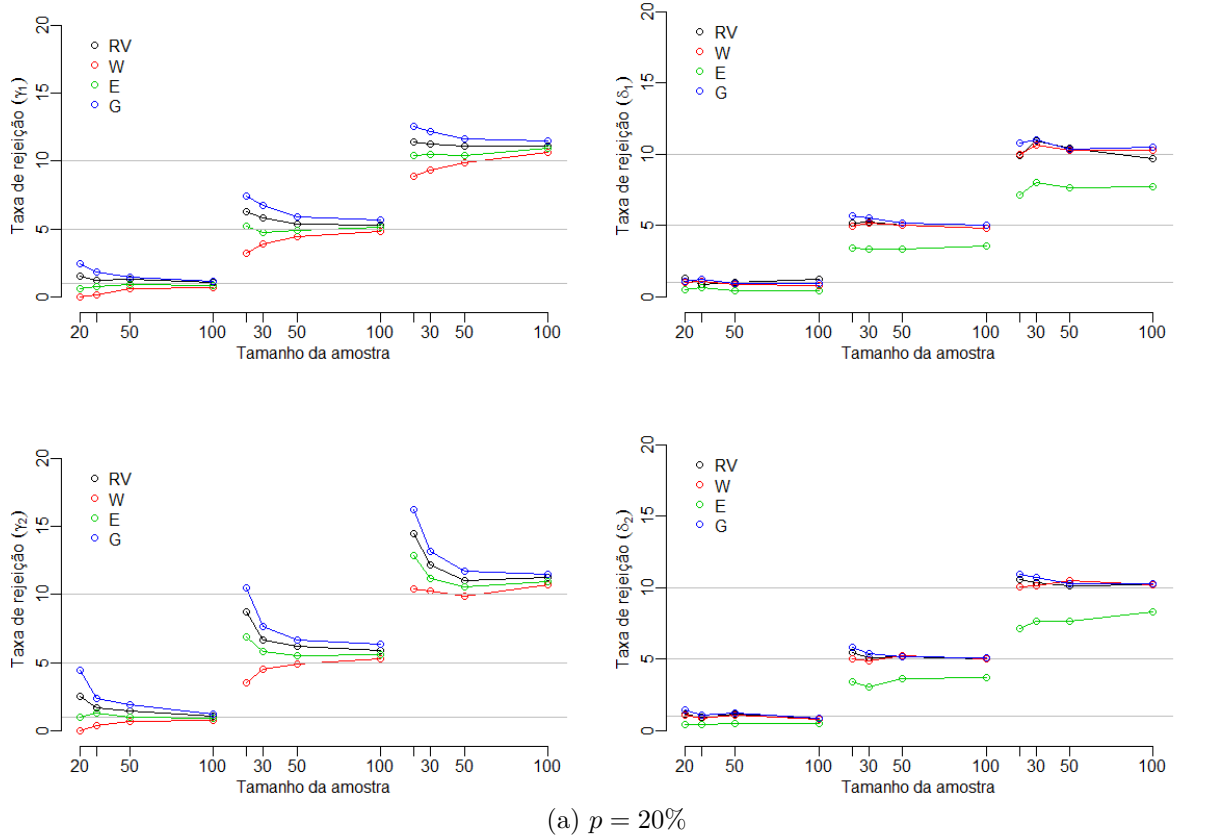
Na simulação do modelo HPB (Cauchy) os testes da razão de verossimilhanças generalizada e Gradiente tendem a ser liberais para pequenas amostras e à medida que n aumenta, se aproximam dos níveis nominais fixados. Para $n = 100$, as taxas do teste da razão de verossimilhanças generalizada são próximas dos níveis nominais fixados quando se consideram as proporções de zero 20% e 30%, já para as proporções em torno de 40% e 50% sugere-se o aumento de n ($n > 100$) para que se verifique essa aproximação. Já as taxas do teste Gradiente, com o aumento de n , as taxas só apresentaram valores aproximados dos níveis nominais quando se considera a proporção de zeros em torno de 40% com uma covariável e 20% com duas covariáveis. O teste Escore, considerando o nível $\alpha = 0,01$, apresenta taxas de rejeição próximas do nível nominal em todos os tamanhos de amostra considerados, já nos níveis $\alpha = 0,05$ e $0,10$ para pequenas amostras tendem a ser liberais e se aproximam dos níveis nominais conforme se aumenta tamanho da amostra. O teste Wald tende a ser conservativo para amostras pequenas e liberal para amostras maiores na proporção de zeros 20%, já nas demais proporções consideradas, tendem a ser conservativos para amostras pequenas e se aproximam dos níveis nominais com o aumento de n .

Na parte de contagens positivas, como esperado, os resultados apresentam comportamento equivalente nos quatro modelos, pois estes permaneceram inalterados na referida parte, sendo mudado somente a função de ligação da parte binária. O teste da razão de verossimilhanças generalizada apresenta taxas de rejeição próximas dos níveis nominais fixados, exceto para proporção de zero 50% para $\alpha = 0,05$ e $0,10$, em que tendeu a ser liberal para amostras pequenas. O teste Wald não sofre influência da proporção

de zeros e tende a apresentar taxas próximas aos níveis nominais fixados em todos os tamanhos de n . O teste Escore tende a ser conservador em todos os tamanhos de amostra considerados, sugerindo o aumento de n ($n > 100$) para que suas taxas se aproximem dos níveis nominais fixados. O teste Gradiente tende a ser liberal em amostras pequenas nas diferentes proporções de zero e passa a se aproximar dos níveis nominais a medida que o tamanho da amostra aumenta. Observa-se que as taxas desse teste já apresentam valores bem próximos aos níveis nominais para $n \geq 30$ quando a proporção de zeros está em torno de 20%, 30% e 40% e para $n \geq 50$ quando a proporção está em torno de 50%. Em geral, os quatro testes não sofreram influência do número de covariáveis.

Para facilitar a visualização desses resultados foram feitos os gráficos apresentados nas Figuras 10, 11, 12 e 13 que exibem as taxas de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os modelos HPB (logito), HPB (probit), HPB (cloglog) e HPB (Cauchy), respectivamente. Nos gráficos de todos os modelos, a coluna esquerda representa sempre a parte binária do modelo e os da coluna direita representam a parte de contagens positivas. Ainda, em cada gráfico, apresentam-se três cenários de tendência dos quatro testes: o primeiro (esquerda) refere-se a tendência em relação ao nível nominal $\alpha = 0,01$, o segundo (central), refere-se a tendência em relação ao nível nominal $\alpha = 0,05$ e o terceiro (direita), em relação ao nível nominal $\alpha = 0,10$.

Figura 10 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ no modelo HPB (logito).



Continua na próxima página

Figura 10 – Continuação da página anterior.

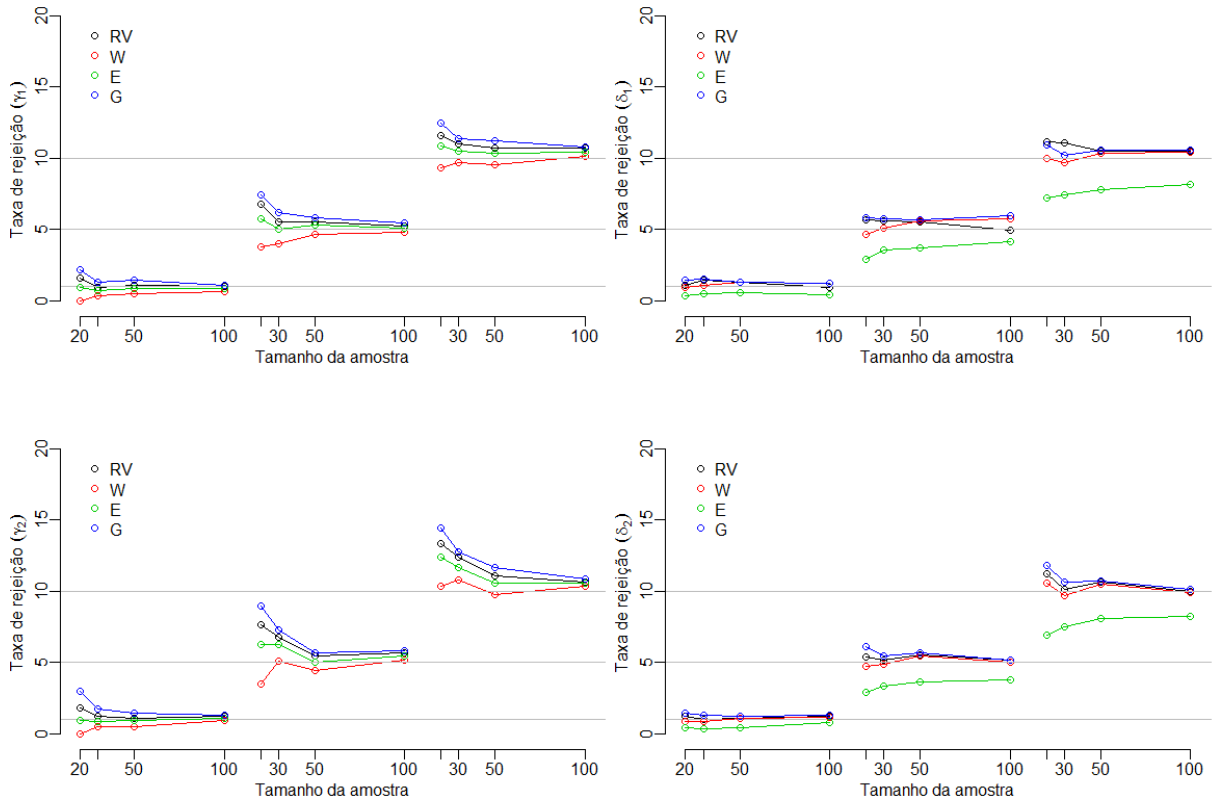
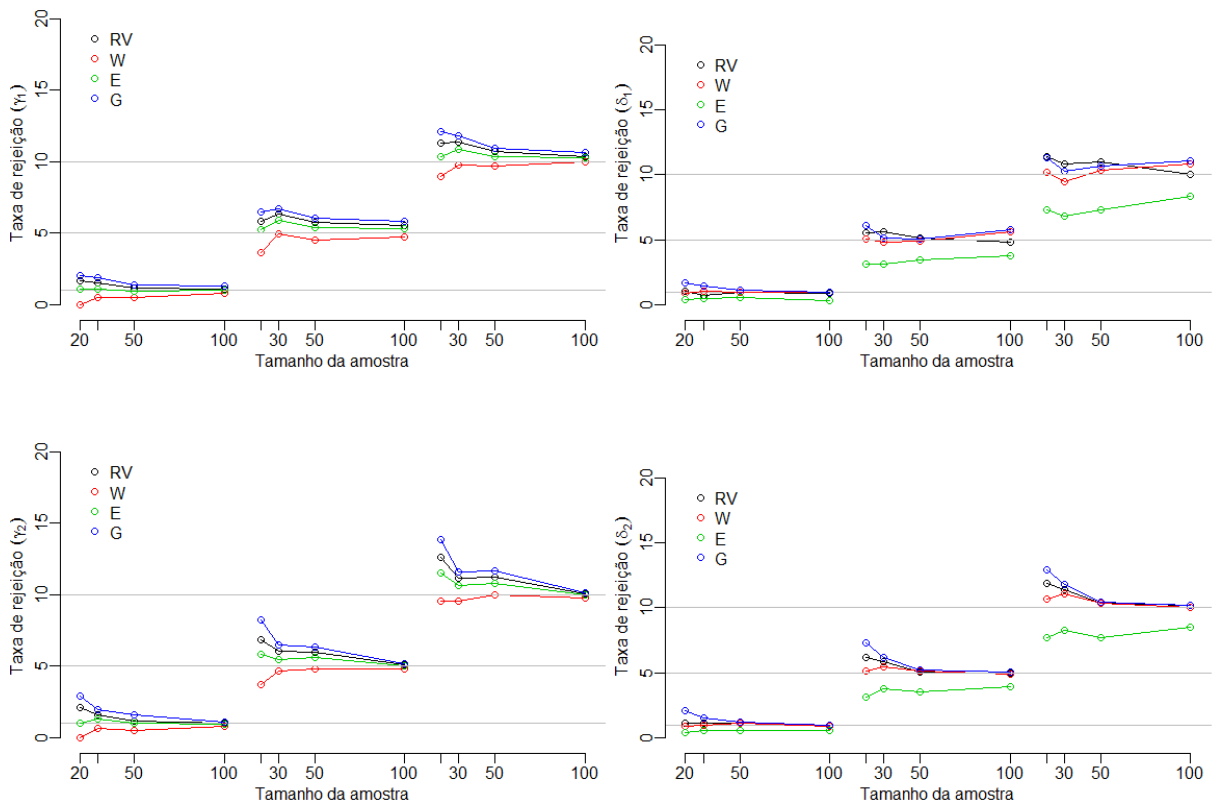
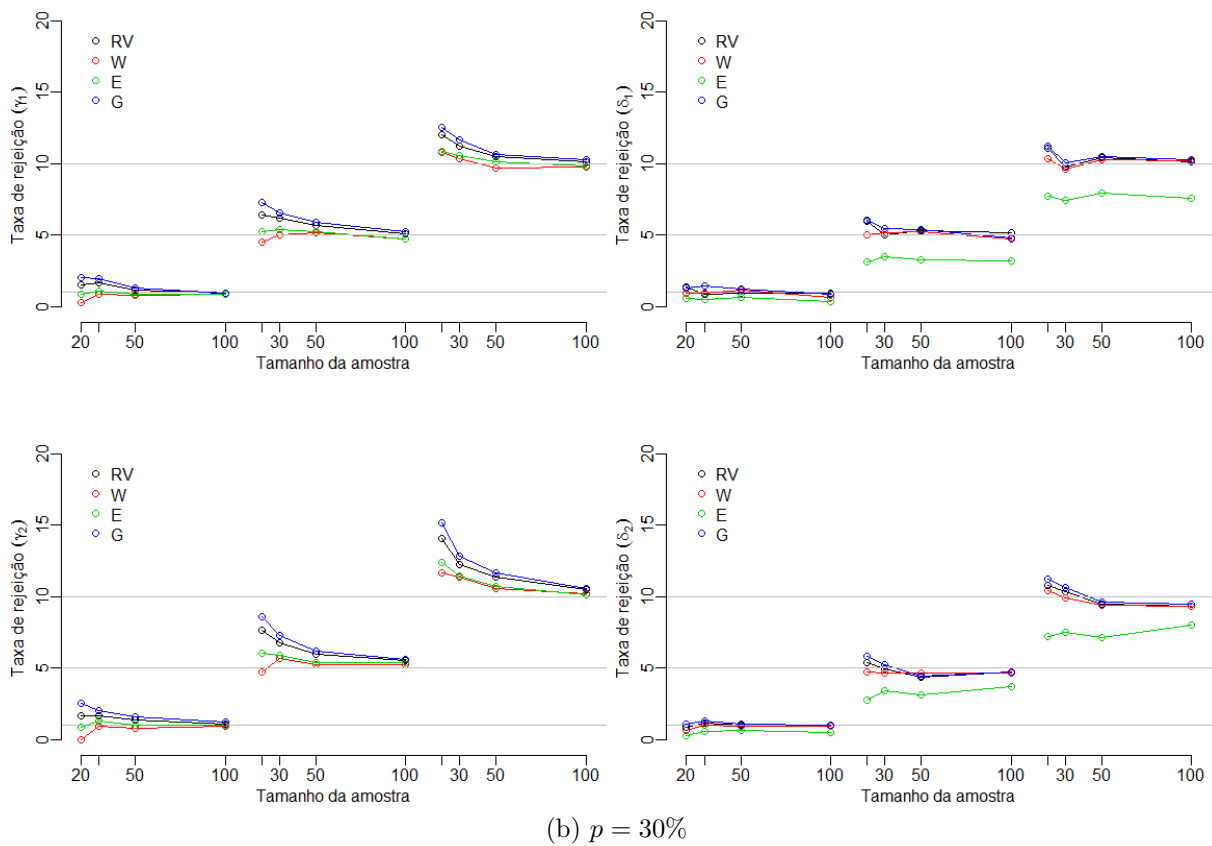
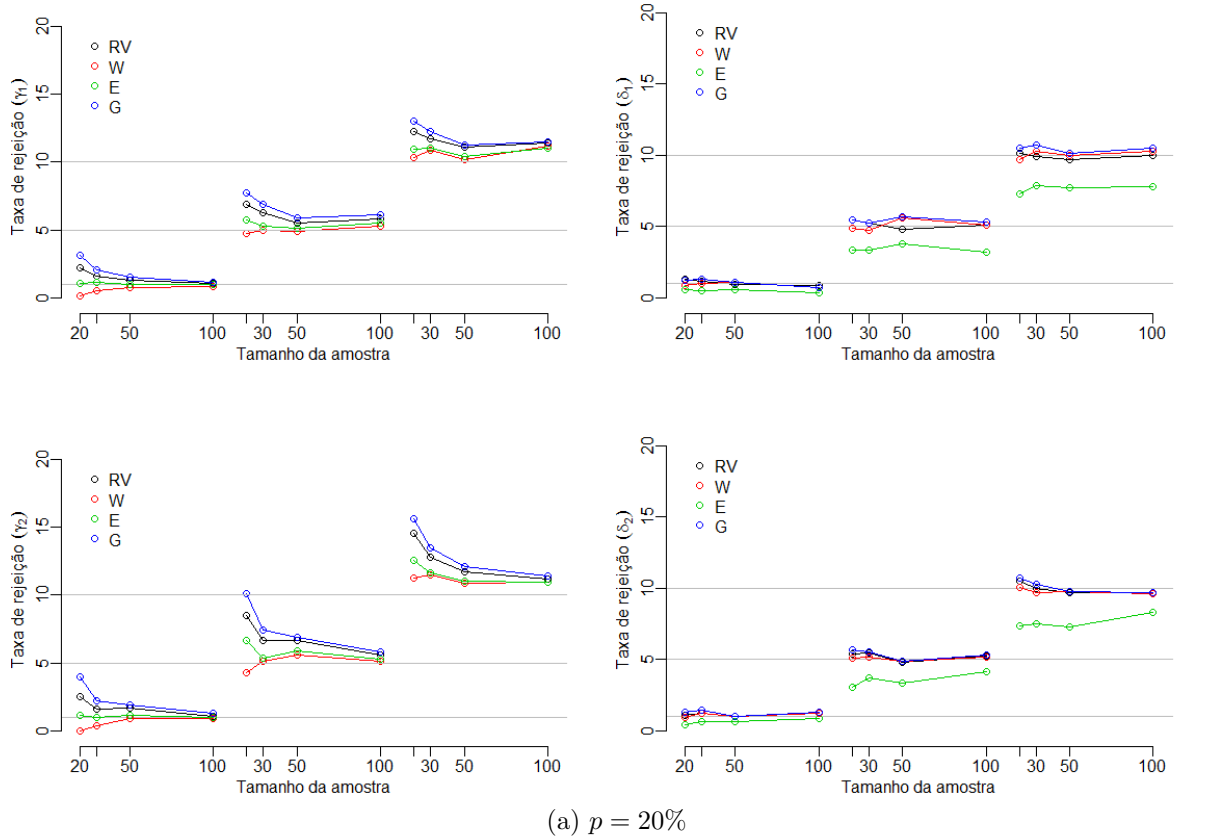
(c) $p = 40\%$ (d) $p = 50\%$

Figura 11 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ no modelo HPB (probit).



Continua na próxima página

Figura 11 – Continuação da página anterior.

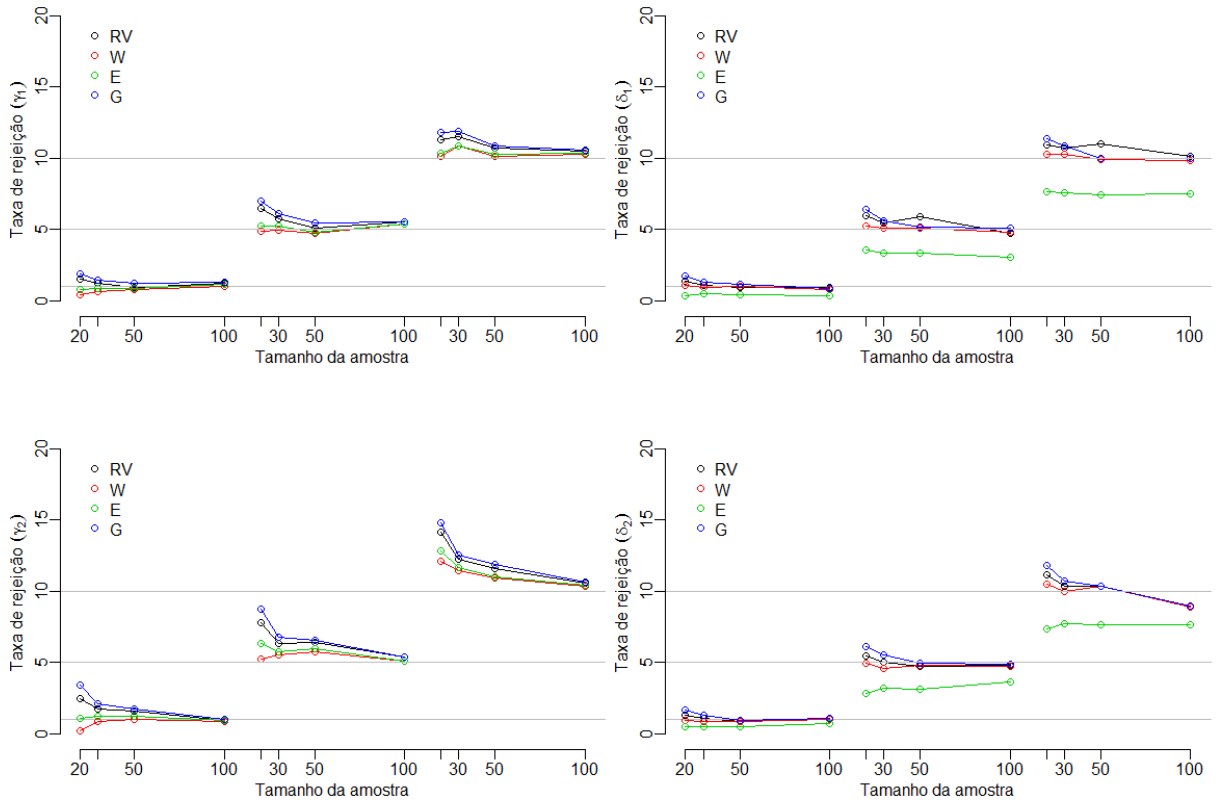
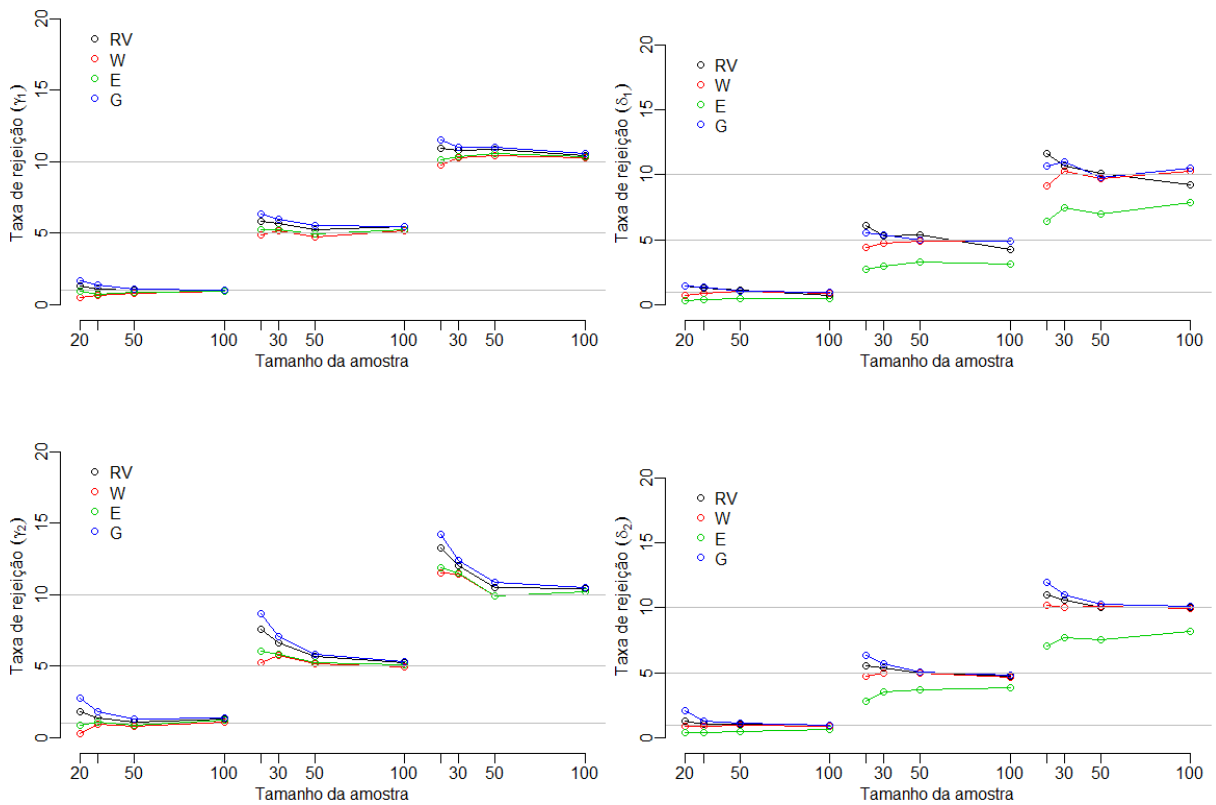
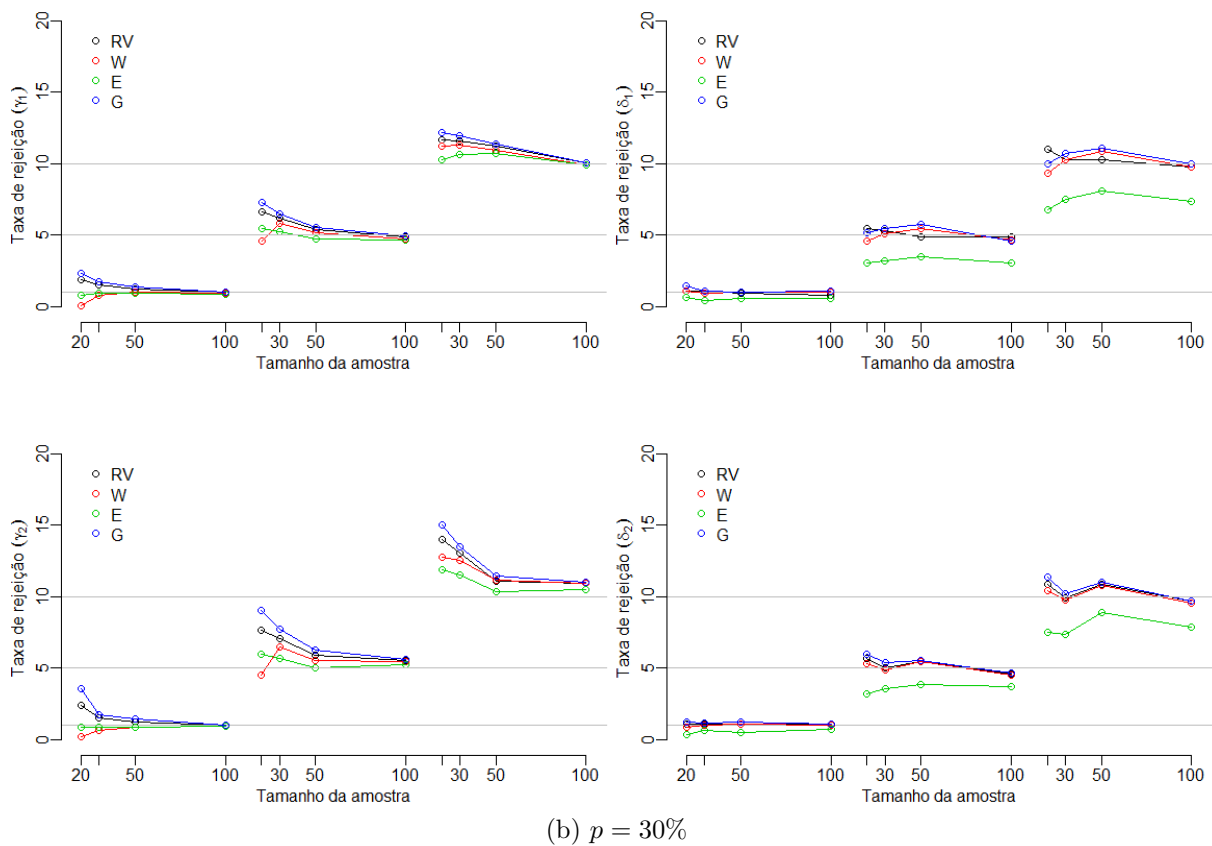
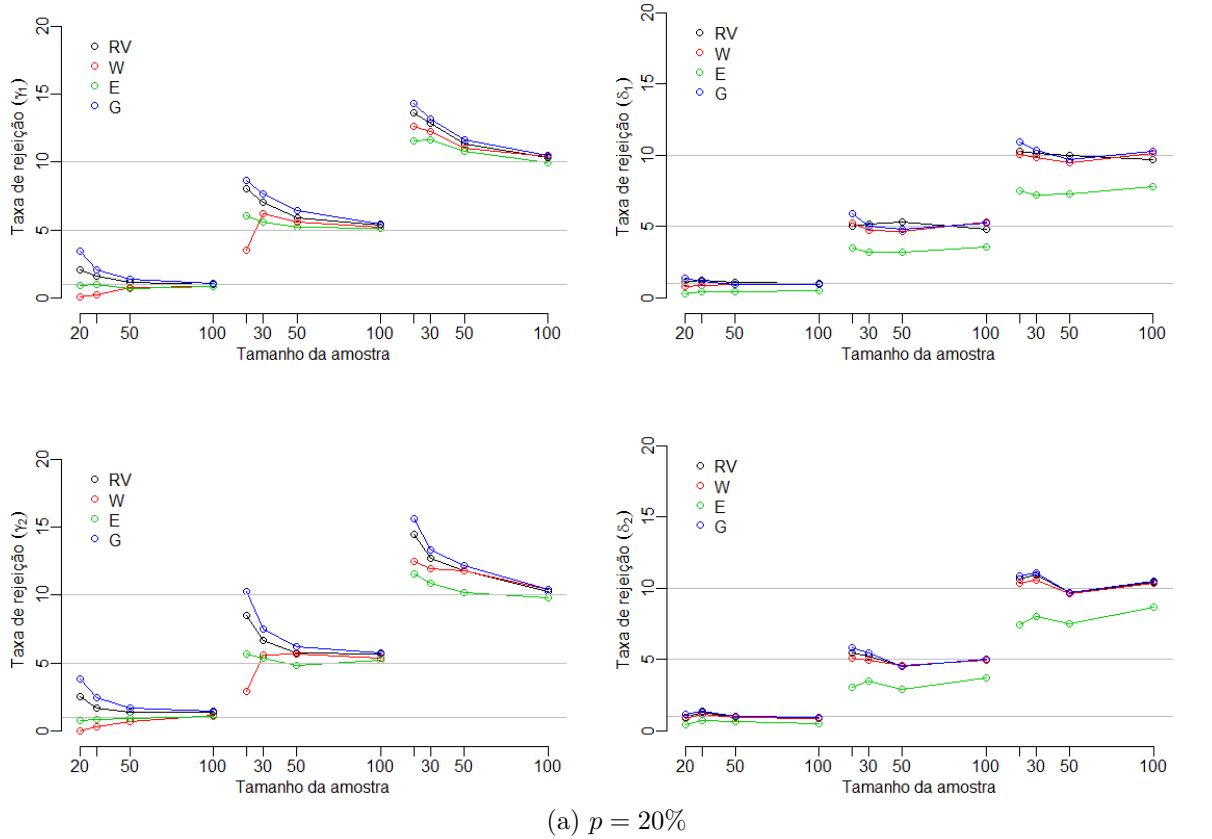
(c) $p = 40\%$ (d) $p = 50\%$

Figura 12 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ no modelo HPB (cloglog).



Continua na próxima página

Figura 12 – Continuação da página anterior.

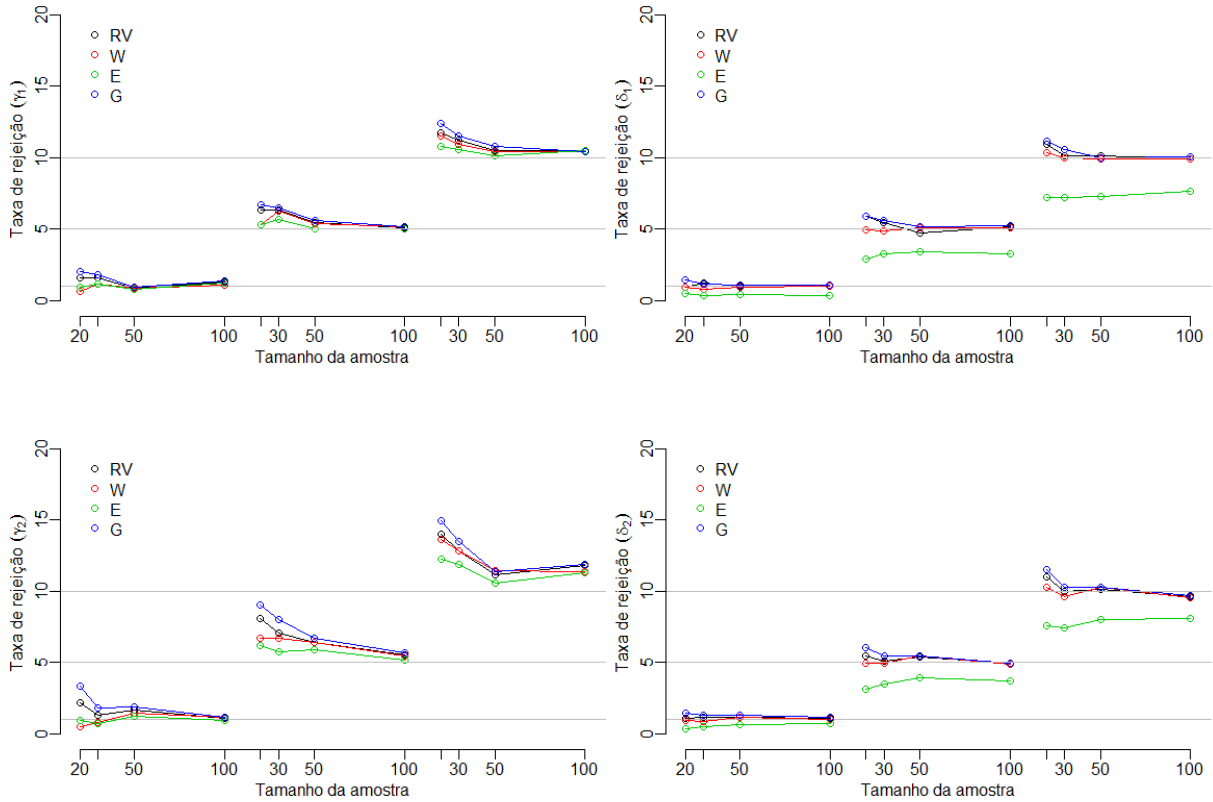
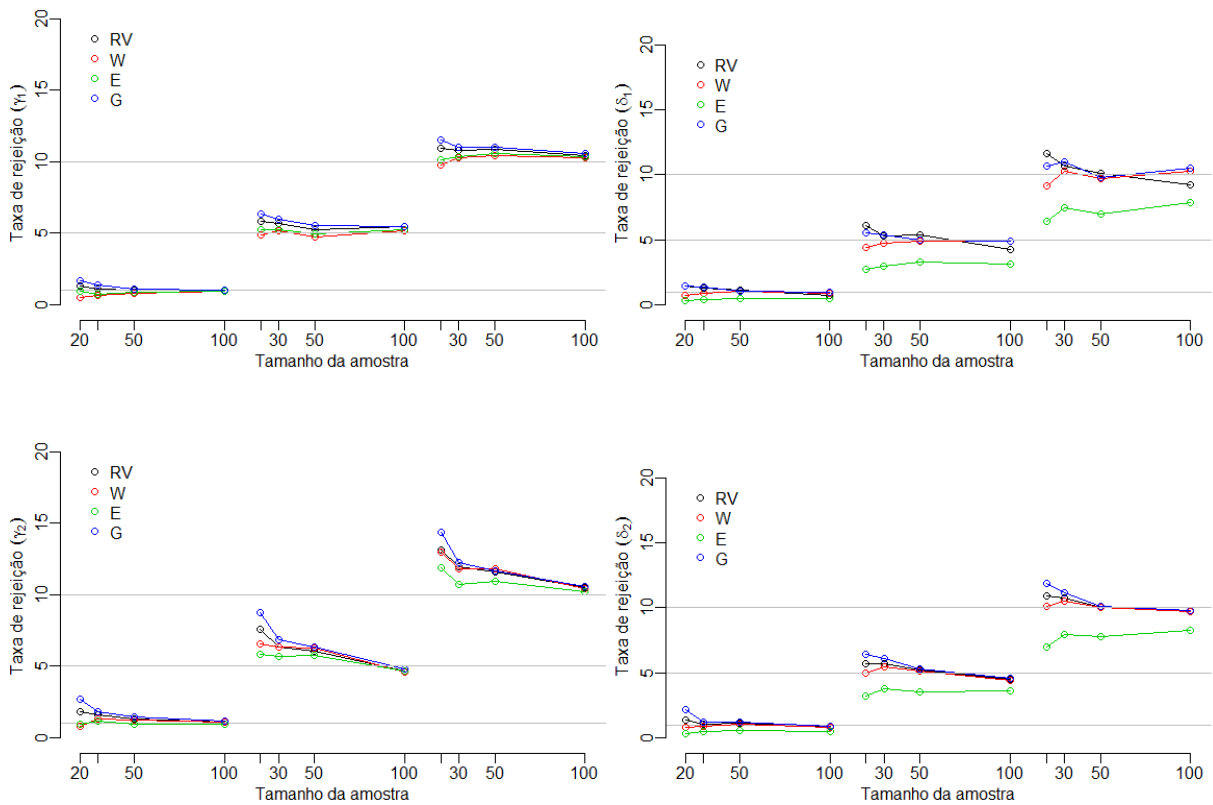
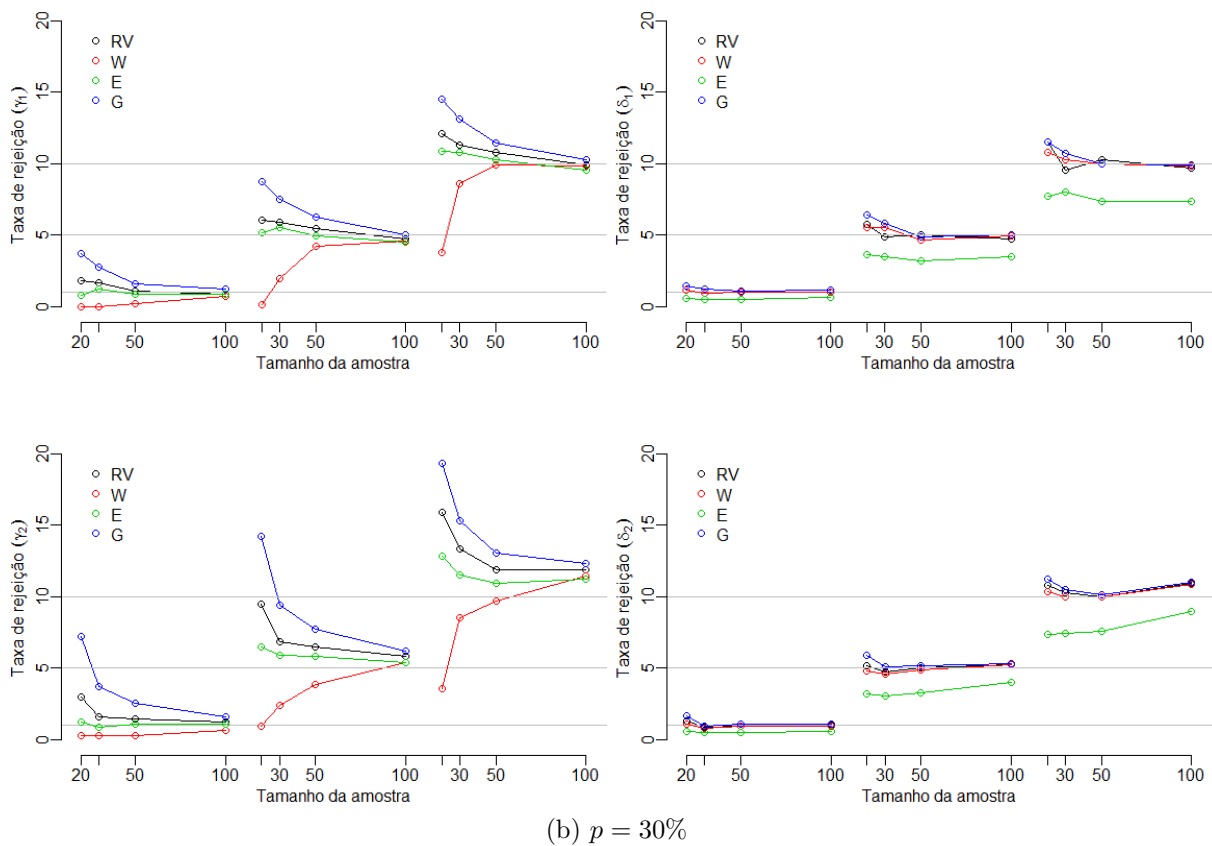
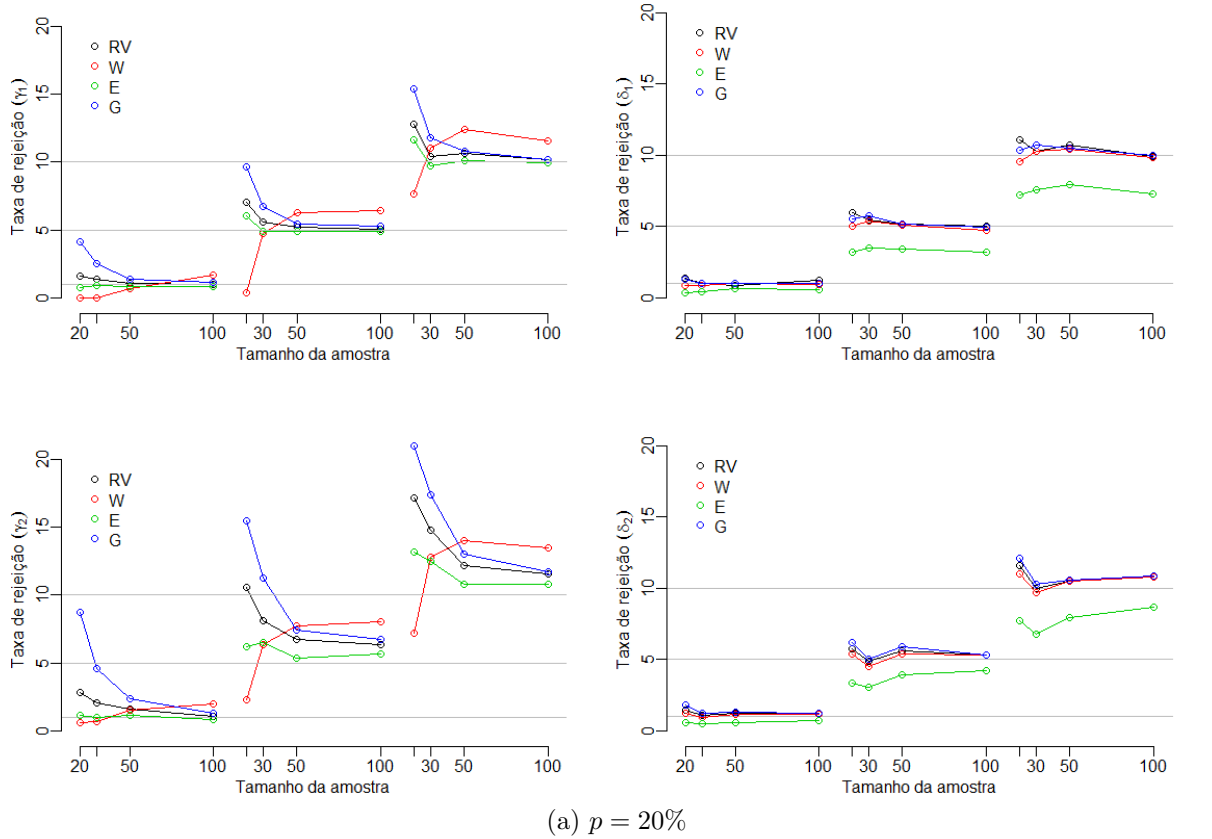
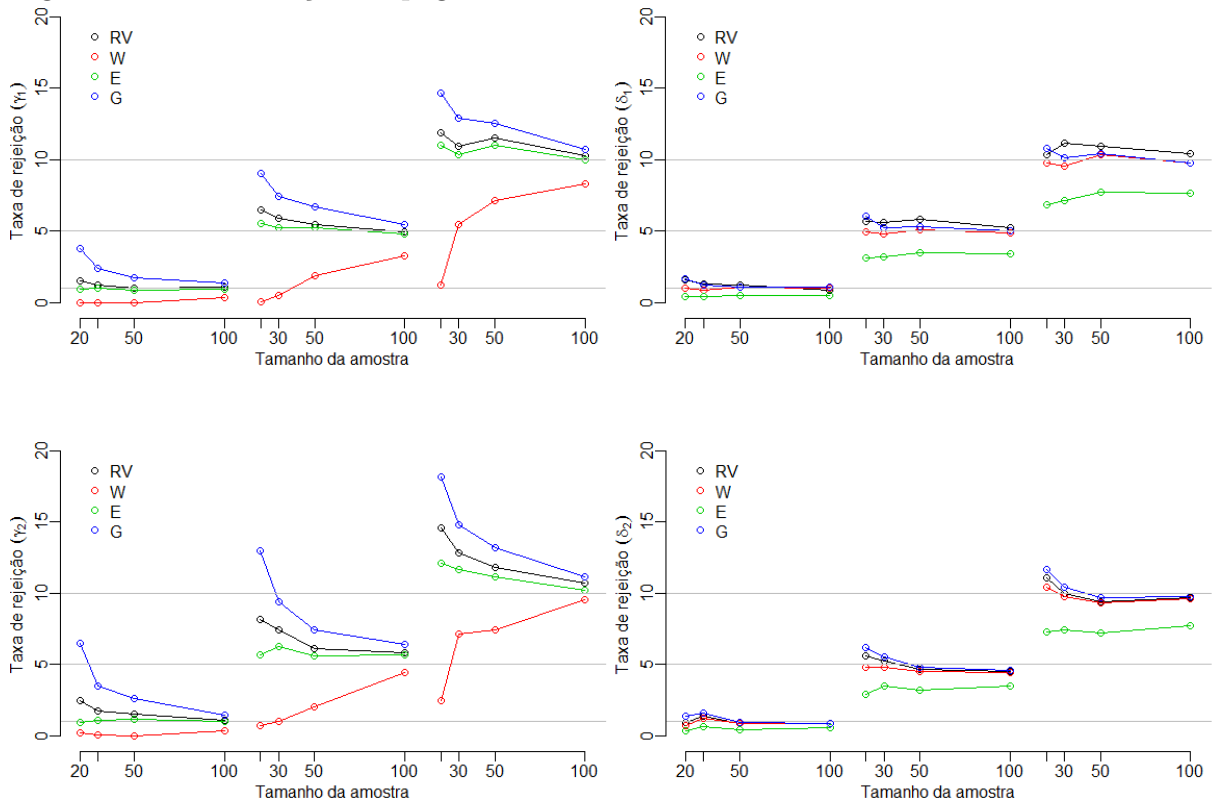
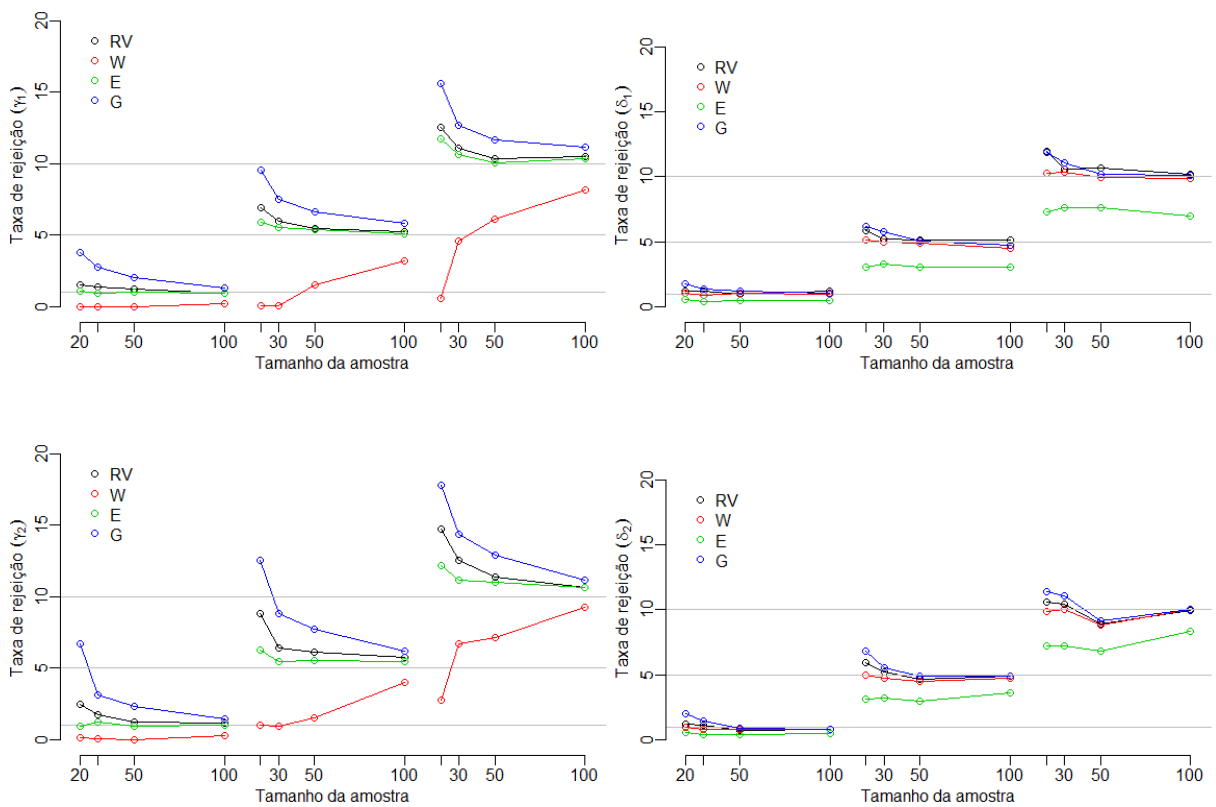
(c) $p = 40\%$ (d) $p = 50\%$

Figura 13 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ no modelo HPB (Cauchy).



Continua na próxima página

Figura 13 – Continuação da página anterior.

(c) $p = 40\%$ (d) $p = 50\%$

Após a análise das taxas de rejeição dos testes, investigou-se o poder empírico dos quatro testes ao nível nominal $\alpha = 0,05$. As Tabelas 20, 21, 22, 23 apresentam as taxas de rejeição para as seguintes hipóteses alternativas: $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, para diferentes valores de ϖ (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3), em que cada tabela corresponde as proporções de zeros 20%, 30%, 40% e 50%. Analogamente, as Tabelas 24, 25, 26, 27 apresentam as taxas de rejeição para as seguintes hipóteses alternativas: $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$.

Tabela 20 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 20\%$.

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n = 20</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,42	0,24	0,11	0,06	0,10	0,23	0,42	0,98	0,85	0,37	0,05	0,36	0,85	0,97
	\mathcal{S}_W	0,45	0,24	0,08	0,03	0,08	0,23	0,46	0,98	0,87	0,39	0,05	0,38	0,87	0,98
	\mathcal{S}_E	0,49	0,27	0,11	0,05	0,10	0,26	0,50	0,94	0,77	0,31	0,03	0,30	0,76	0,93
	\mathcal{S}_G	0,40	0,23	0,12	0,07	0,11	0,23	0,40	0,97	0,83	0,36	0,06	0,36	0,83	0,97
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,81	0,53	0,19	0,07	0,19	0,53	0,81	0,97	0,84	0,36	0,05	0,37	0,85	0,98
	\mathcal{S}_W	0,83	0,54	0,18	0,05	0,18	0,54	0,83	0,98	0,87	0,38	0,05	0,39	0,87	0,99
	\mathcal{S}_E	0,86	0,60	0,21	0,06	0,21	0,60	0,87	0,93	0,76	0,30	0,03	0,31	0,77	0,94
	\mathcal{S}_G	0,79	0,53	0,20	0,08	0,20	0,52	0,79	0,97	0,83	0,35	0,05	0,36	0,84	0,98
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,85	0,58	0,22	0,08	0,21	0,58	0,84	0,98	0,85	0,36	0,06	0,36	0,84	0,98
	\mathcal{S}_W	0,88	0,62	0,22	0,04	0,21	0,61	0,87	0,98	0,87	0,38	0,05	0,38	0,87	0,98
	\mathcal{S}_E	0,89	0,64	0,22	0,06	0,22	0,63	0,88	0,93	0,76	0,29	0,03	0,29	0,77	0,93
	\mathcal{S}_G	0,83	0,57	0,22	0,09	0,21	0,57	0,82	0,97	0,83	0,35	0,06	0,35	0,83	0,97
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,27	0,18	0,10	0,07	0,10	0,17	0,28	0,97	0,84	0,36	0,05	0,36	0,84	0,97
	\mathcal{S}_W	0,51	0,33	0,14	0,00	0,14	0,34	0,52	0,98	0,86	0,38	0,05	0,38	0,86	0,98
	\mathcal{S}_E	0,32	0,20	0,10	0,06	0,10	0,20	0,32	0,93	0,76	0,30	0,03	0,30	0,76	0,93
	\mathcal{S}_G	0,14	0,12	0,10	0,10	0,10	0,12	0,14	0,97	0,83	0,36	0,06	0,36	0,83	0,97
<i>n = 30</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,58	0,32	0,13	0,06	0,13	0,31	0,55	1,00	0,95	0,51	0,05	0,53	0,96	1,00
	\mathcal{S}_W	0,61	0,33	0,11	0,04	0,12	0,34	0,60	1,00	0,96	0,53	0,05	0,54	0,97	1,00
	\mathcal{S}_E	0,63	0,35	0,12	0,05	0,14	0,36	0,62	0,98	0,90	0,45	0,03	0,45	0,93	0,99
	\mathcal{S}_G	0,56	0,32	0,13	0,07	0,13	0,30	0,53	1,00	0,94	0,50	0,06	0,53	0,96	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,93	0,70	0,26	0,06	0,26	0,68	0,91	1,00	0,94	0,50	0,05	0,53	0,96	1,00
	\mathcal{S}_W	0,94	0,71	0,25	0,05	0,25	0,69	0,93	1,00	0,95	0,52	0,05	0,54	0,97	1,00
	\mathcal{S}_E	0,96	0,75	0,27	0,05	0,28	0,74	0,94	0,98	0,89	0,44	0,03	0,46	0,92	0,99
	\mathcal{S}_G	0,93	0,69	0,26	0,07	0,26	0,66	0,90	0,99	0,94	0,49	0,05	0,52	0,95	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,94	0,74	0,28	0,07	0,30	0,76	0,94	1,00	0,95	0,50	0,05	0,52	0,96	1,00
	\mathcal{S}_W	0,96	0,77	0,29	0,06	0,30	0,78	0,96	1,00	0,96	0,53	0,05	0,53	0,97	1,00
	\mathcal{S}_E	0,96	0,78	0,29	0,06	0,33	0,80	0,96	0,99	0,90	0,43	0,03	0,46	0,92	0,99
	\mathcal{S}_G	0,94	0,73	0,28	0,08	0,30	0,75	0,93	1,00	0,94	0,49	0,05	0,52	0,96	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,38	0,23	0,10	0,06	0,10	0,21	0,34	1,00	0,94	0,50	0,06	0,52	0,96	1,00
	\mathcal{S}_W	0,60	0,38	0,16	0,05	0,17	0,38	0,57	1,00	0,95	0,53	0,05	0,53	0,97	1,00

Continua na próxima página

Tabela 20 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
	\mathcal{S}_E	0,43	0,26	0,11	0,05	0,11	0,24	0,39	0,99	0,89	0,43	0,04	0,45	0,93	0,99
	\mathcal{S}_G	0,24	0,16	0,10	0,07	0,08	0,12	0,17	1,00	0,93	0,49	0,06	0,52	0,96	1,00
<i>n</i> = 50															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,49	0,26	0,11	0,05	0,11	0,27	0,49	1,00	0,94	0,44	0,05	0,45	0,94	1,00
	\mathcal{S}_W	0,52	0,27	0,10	0,04	0,10	0,28	0,52	1,00	0,94	0,45	0,05	0,46	0,95	1,00
	\mathcal{S}_E	0,53	0,28	0,11	0,05	0,11	0,29	0,53	0,99	0,90	0,38	0,03	0,38	0,90	1,00
	\mathcal{S}_G	0,48	0,26	0,11	0,06	0,11	0,27	0,48	1,00	0,93	0,44	0,05	0,45	0,94	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,90	0,63	0,22	0,05	0,20	0,59	0,89	1,00	0,94	0,45	0,06	0,45	0,94	1,00
	\mathcal{S}_W	0,91	0,64	0,22	0,05	0,20	0,60	0,90	1,00	0,94	0,45	0,06	0,46	0,94	1,00
	\mathcal{S}_E	0,93	0,66	0,24	0,05	0,21	0,63	0,91	0,99	0,90	0,38	0,04	0,38	0,90	1,00
	\mathcal{S}_G	0,90	0,62	0,23	0,06	0,21	0,59	0,88	1,00	0,94	0,44	0,06	0,45	0,94	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,93	0,69	0,25	0,06	0,24	0,67	0,93	1,00	0,94	0,45	0,05	0,45	0,94	1,00
	\mathcal{S}_W	0,94	0,70	0,25	0,06	0,24	0,69	0,94	1,00	0,94	0,46	0,05	0,46	0,95	1,00
	\mathcal{S}_E	0,95	0,72	0,26	0,05	0,26	0,71	0,94	1,00	0,91	0,38	0,03	0,37	0,91	0,99
	\mathcal{S}_G	0,93	0,68	0,25	0,06	0,24	0,67	0,92	1,00	0,94	0,44	0,05	0,44	0,94	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,32	0,18	0,09	0,05	0,08	0,18	0,33	1,00	0,93	0,45	0,05	0,45	0,94	1,00
	\mathcal{S}_W	0,49	0,29	0,13	0,07	0,14	0,31	0,50	1,00	0,94	0,46	0,05	0,46	0,95	1,00
	\mathcal{S}_E	0,34	0,19	0,09	0,05	0,09	0,19	0,35	1,00	0,90	0,38	0,03	0,39	0,90	1,00
	\mathcal{S}_G	0,24	0,15	0,08	0,05	0,07	0,14	0,24	1,00	0,93	0,45	0,05	0,44	0,94	1,00
<i>n</i> = 100															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,91	0,65	0,23	0,05	0,25	0,71	0,95	1,00	1,00	0,95	0,05	0,91	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,93	0,68	0,24	0,05	0,24	0,72	0,96	1,00	1,00	0,95	0,05	0,92	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,93	0,69	0,25	0,05	0,25	0,72	0,96	1,00	1,00	0,93	0,04	0,88	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,90	0,64	0,23	0,06	0,25	0,71	0,95	1,00	1,00	0,95	0,05	0,91	1,00	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,97	0,55	0,06	0,58	0,99	1,00	1,00	1,00	0,94	0,05	0,91	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,98	0,57	0,05	0,57	0,99	1,00	1,00	1,00	0,94	0,05	0,92	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,98	0,59	0,06	0,58	0,99	1,00	1,00	1,00	0,92	0,03	0,88	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,97	0,55	0,06	0,58	0,99	1,00	1,00	1,00	0,94	0,05	0,91	1,00	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,99	0,66	0,05	0,66	1,00	1,00	1,00	1,00	0,94	0,05	0,92	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,66	0,05	0,68	1,00	1,00	1,00	1,00	0,94	0,05	0,92	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,99	0,69	0,05	0,67	1,00	1,00	1,00	1,00	0,92	0,04	0,89	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,99	0,66	0,05	0,66	1,00	1,00	1,00	1,00	0,94	0,05	0,92	1,00	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,66	0,41	0,15	0,05	0,16	0,50	0,79	1,00	1,00	0,95	0,05	0,91	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,80	0,57	0,25	0,06	0,22	0,62	0,88	1,00	1,00	0,95	0,05	0,92	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,68	0,43	0,17	0,05	0,17	0,51	0,80	1,00	1,00	0,92	0,03	0,88	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,55	0,31	0,12	0,05	0,16	0,45	0,74	1,00	1,00	0,95	0,05	0,91	1,00	1,00

Tabela 21 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 30\%$.

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n</i> = 20															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,46	0,26	0,11	0,06	0,12	0,28	0,48	0,96	0,79	0,33	0,05	0,34	0,81	0,96

Continua na próxima página

Tabela 21 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
probito	\mathcal{S}_W	0,49	0,26	0,08	0,04	0,10	0,28	0,51	0,97	0,82	0,35	0,05	0,36	0,84	0,97
	\mathcal{S}_E	0,52	0,29	0,11	0,05	0,12	0,31	0,54	0,90	0,70	0,27	0,03	0,28	0,73	0,91
	\mathcal{S}_G	0,44	0,25	0,12	0,08	0,13	0,27	0,46	0,95	0,78	0,33	0,06	0,34	0,80	0,96
	\mathcal{S}_{RV}	0,83	0,55	0,20	0,06	0,21	0,56	0,84	0,96	0,80	0,33	0,05	0,34	0,81	0,96
	\mathcal{S}_W	0,85	0,56	0,19	0,05	0,19	0,58	0,86	0,96	0,83	0,35	0,05	0,36	0,84	0,97
cloglog	\mathcal{S}_E	0,88	0,61	0,21	0,05	0,22	0,63	0,89	0,90	0,71	0,28	0,03	0,28	0,72	0,91
	\mathcal{S}_G	0,83	0,55	0,21	0,07	0,21	0,56	0,83	0,95	0,79	0,33	0,06	0,34	0,80	0,95
	\mathcal{S}_{RV}	0,83	0,56	0,19	0,07	0,21	0,57	0,85	0,96	0,82	0,33	0,05	0,34	0,81	0,96
	\mathcal{S}_W	0,86	0,60	0,19	0,05	0,21	0,60	0,88	0,97	0,84	0,35	0,05	0,36	0,84	0,97
	\mathcal{S}_E	0,87	0,61	0,20	0,05	0,21	0,63	0,89	0,91	0,73	0,28	0,03	0,28	0,73	0,91
Cauchy	\mathcal{S}_G	0,82	0,55	0,19	0,07	0,21	0,56	0,84	0,96	0,80	0,33	0,05	0,33	0,80	0,95
	\mathcal{S}_{RV}	0,36	0,22	0,12	0,06	0,11	0,23	0,36	0,96	0,79	0,33	0,06	0,34	0,81	0,96
	\mathcal{S}_W	0,58	0,38	0,12	0,00	0,12	0,38	0,58	0,97	0,82	0,35	0,06	0,37	0,84	0,97
	\mathcal{S}_E	0,41	0,25	0,12	0,05	0,11	0,26	0,40	0,90	0,70	0,27	0,04	0,28	0,72	0,90
	\mathcal{S}_G	0,21	0,16	0,11	0,09	0,11	0,15	0,21	0,95	0,78	0,33	0,06	0,34	0,79	0,95
<i>n = 30</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,64	0,36	0,14	0,06	0,14	0,35	0,61	0,99	0,92	0,47	0,05	0,48	0,95	1,00
	\mathcal{S}_W	0,66	0,37	0,12	0,04	0,13	0,37	0,65	0,99	0,94	0,49	0,05	0,50	0,96	1,00
	\mathcal{S}_E	0,68	0,39	0,14	0,05	0,15	0,39	0,67	0,97	0,86	0,40	0,03	0,41	0,90	0,99
	\mathcal{S}_G	0,62	0,36	0,14	0,07	0,14	0,34	0,58	0,99	0,91	0,46	0,05	0,48	0,95	1,00
	probito	\mathcal{S}_{RV}	0,95	0,74	0,28	0,06	0,26	0,71	0,94	0,99	0,91	0,46	0,05	0,50	0,95
\mathcal{S}_W		0,95	0,75	0,27	0,05	0,26	0,73	0,95	1,00	0,93	0,49	0,05	0,51	0,96	1,00
\mathcal{S}_E		0,97	0,78	0,29	0,05	0,28	0,77	0,96	0,97	0,86	0,40	0,04	0,42	0,91	0,99
\mathcal{S}_G		0,94	0,73	0,28	0,07	0,26	0,70	0,93	0,99	0,91	0,45	0,05	0,50	0,94	1,00
cloglog		\mathcal{S}_{RV}	0,95	0,72	0,26	0,06	0,29	0,76	0,95	0,99	0,92	0,47	0,05	0,48	0,94
	\mathcal{S}_W	0,96	0,75	0,28	0,06	0,30	0,77	0,96	0,99	0,94	0,50	0,05	0,49	0,95	1,00
	\mathcal{S}_E	0,96	0,76	0,28	0,05	0,32	0,80	0,96	0,97	0,87	0,41	0,03	0,42	0,90	0,99
	\mathcal{S}_G	0,94	0,71	0,26	0,07	0,29	0,74	0,94	0,99	0,92	0,46	0,05	0,48	0,94	1,00
	Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,51	0,32	0,13	0,06	0,13	0,30	0,47	0,99	0,91	0,46	0,06	0,49	0,94
\mathcal{S}_W		0,70	0,46	0,17	0,02	0,19	0,46	0,67	0,99	0,93	0,49	0,06	0,50	0,95	1,00
\mathcal{S}_E		0,54	0,35	0,14	0,06	0,14	0,33	0,51	0,97	0,85	0,40	0,04	0,42	0,90	0,99
\mathcal{S}_G		0,36	0,24	0,13	0,07	0,11	0,20	0,30	0,99	0,90	0,45	0,06	0,49	0,94	1,00
<i>n = 50</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,56	0,30	0,11	0,06	0,12	0,30	0,55	1,00	0,91	0,41	0,05	0,41	0,91	1,00
	\mathcal{S}_W	0,58	0,30	0,11	0,04	0,11	0,30	0,57	1,00	0,92	0,42	0,05	0,42	0,92	1,00
	\mathcal{S}_E	0,59	0,32	0,11	0,05	0,12	0,32	0,58	0,99	0,86	0,35	0,03	0,35	0,86	0,99
	\mathcal{S}_G	0,54	0,30	0,12	0,06	0,12	0,30	0,54	1,00	0,91	0,41	0,05	0,41	0,91	0,99
	probito	\mathcal{S}_{RV}	0,92	0,65	0,22	0,06	0,22	0,65	0,93	0,99	0,92	0,41	0,05	0,42	0,91
\mathcal{S}_W		0,92	0,65	0,22	0,05	0,22	0,65	0,93	1,00	0,92	0,42	0,05	0,43	0,92	1,00
\mathcal{S}_E		0,94	0,68	0,24	0,05	0,23	0,68	0,94	0,99	0,88	0,35	0,03	0,36	0,87	0,99
\mathcal{S}_G		0,91	0,64	0,23	0,06	0,23	0,64	0,92	0,99	0,91	0,41	0,05	0,41	0,91	0,99
cloglog		\mathcal{S}_{RV}	0,93	0,67	0,24	0,05	0,24	0,67	0,92	1,00	0,91	0,41	0,06	0,42	0,92
	\mathcal{S}_W	0,94	0,68	0,25	0,05	0,24	0,68	0,94	1,00	0,92	0,43	0,06	0,43	0,92	1,00
	\mathcal{S}_E	0,95	0,70	0,25	0,05	0,25	0,70	0,94	0,99	0,86	0,35	0,03	0,36	0,88	0,99
	\mathcal{S}_G	0,93	0,66	0,24	0,06	0,24	0,66	0,92	1,00	0,91	0,41	0,06	0,42	0,91	1,00

Continua na próxima página

Tabela 21 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,46	0,27	0,10	0,06	0,12	0,27	0,47	0,99	0,91	0,42	0,05	0,42	0,92	1,00
	\mathcal{S}_W	0,61	0,36	0,13	0,04	0,14	0,38	0,62	1,00	0,92	0,42	0,05	0,43	0,93	1,00
	\mathcal{S}_E	0,48	0,28	0,11	0,05	0,12	0,29	0,49	0,99	0,86	0,35	0,03	0,36	0,88	0,99
	\mathcal{S}_G	0,37	0,22	0,10	0,06	0,11	0,22	0,38	0,99	0,91	0,41	0,05	0,42	0,92	1,00
$n = 100$															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,96	0,74	0,27	0,05	0,29	0,78	0,98	1,00	1,00	0,92	0,05	0,90	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,97	0,76	0,28	0,04	0,28	0,78	0,98	1,00	1,00	0,92	0,05	0,91	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,97	0,76	0,29	0,05	0,29	0,79	0,98	1,00	1,00	0,90	0,04	0,85	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,96	0,72	0,27	0,05	0,29	0,77	0,98	1,00	1,00	0,92	0,05	0,89	1,00	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,99	0,61	0,05	0,62	0,99	1,00	1,00	1,00	0,92	0,05	0,88	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,62	0,05	0,62	1,00	1,00	1,00	1,00	0,92	0,05	0,89	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,99	0,64	0,05	0,63	1,00	1,00	1,00	1,00	0,89	0,03	0,84	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,99	0,61	0,05	0,61	0,99	1,00	1,00	1,00	0,92	0,05	0,87	1,00	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	1,00	0,67	0,05	0,62	0,99	1,00	1,00	1,00	0,93	0,04	0,89	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	1,00	0,67	0,05	0,64	0,99	1,00	1,00	1,00	0,93	0,05	0,90	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	1,00	0,69	0,05	0,63	0,99	1,00	1,00	1,00	0,90	0,03	0,84	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,99	0,67	0,05	0,61	0,99	1,00	1,00	1,00	0,93	0,05	0,88	1,00	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,87	0,63	0,25	0,05	0,26	0,71	0,93	1,00	1,00	0,93	0,05	0,89	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,93	0,74	0,33	0,05	0,30	0,79	0,96	1,00	1,00	0,93	0,05	0,90	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,87	0,65	0,26	0,05	0,27	0,72	0,94	1,00	1,00	0,90	0,03	0,85	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,81	0,54	0,21	0,05	0,26	0,67	0,91	1,00	1,00	0,93	0,05	0,88	1,00	1,00

Tabela 22 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 40\%$.

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
$n = 20$															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,50	0,29	0,12	0,07	0,12	0,28	0,51	0,93	0,74	0,30	0,05	0,30	0,74	0,93
	\mathcal{S}_W	0,52	0,28	0,09	0,04	0,10	0,28	0,53	0,95	0,78	0,32	0,05	0,32	0,78	0,95
	\mathcal{S}_E	0,55	0,31	0,12	0,06	0,12	0,31	0,56	0,86	0,65	0,24	0,03	0,25	0,66	0,85
	\mathcal{S}_G	0,48	0,28	0,12	0,07	0,13	0,27	0,48	0,92	0,72	0,29	0,06	0,30	0,73	0,92
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,87	0,57	0,20	0,07	0,21	0,59	0,86	0,92	0,73	0,29	0,06	0,31	0,75	0,93
	\mathcal{S}_W	0,88	0,58	0,19	0,05	0,20	0,60	0,88	0,94	0,77	0,32	0,05	0,33	0,79	0,95
	\mathcal{S}_E	0,91	0,63	0,22	0,05	0,23	0,65	0,90	0,85	0,65	0,24	0,04	0,26	0,66	0,86
	\mathcal{S}_G	0,86	0,56	0,21	0,07	0,21	0,58	0,85	0,91	0,72	0,29	0,06	0,31	0,74	0,92
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,81	0,53	0,20	0,06	0,19	0,52	0,81	0,92	0,74	0,29	0,05	0,30	0,74	0,93
	\mathcal{S}_W	0,84	0,57	0,21	0,05	0,20	0,55	0,85	0,94	0,78	0,31	0,05	0,32	0,78	0,95
	\mathcal{S}_E	0,85	0,58	0,21	0,05	0,20	0,57	0,86	0,86	0,64	0,24	0,03	0,24	0,66	0,85
	\mathcal{S}_G	0,80	0,52	0,20	0,07	0,19	0,51	0,79	0,91	0,72	0,29	0,06	0,30	0,73	0,92
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,47	0,29	0,13	0,06	0,13	0,27	0,44	0,92	0,73	0,29	0,05	0,30	0,74	0,93
	\mathcal{S}_W	0,67	0,43	0,09	0,00	0,08	0,40	0,65	0,94	0,77	0,31	0,05	0,33	0,78	0,95
	\mathcal{S}_E	0,51	0,32	0,14	0,06	0,13	0,30	0,48	0,85	0,64	0,24	0,03	0,25	0,66	0,86
	\mathcal{S}_G	0,30	0,22	0,13	0,09	0,12	0,20	0,28	0,91	0,72	0,29	0,06	0,30	0,73	0,92

Continua na próxima página

Tabela 22 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n</i> = 30															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,68	0,39	0,15	0,06	0,13	0,37	0,66	0,98	0,88	0,41	0,05	0,43	0,91	0,99
	\mathcal{S}_W	0,72	0,39	0,13	0,04	0,13	0,38	0,69	0,99	0,90	0,44	0,05	0,44	0,92	0,99
	\mathcal{S}_E	0,73	0,42	0,15	0,05	0,14	0,41	0,71	0,95	0,81	0,35	0,04	0,36	0,85	0,97
	\mathcal{S}_G	0,66	0,38	0,15	0,06	0,13	0,36	0,64	0,98	0,87	0,40	0,06	0,43	0,90	0,99
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,96	0,76	0,29	0,06	0,27	0,74	0,95	0,98	0,87	0,40	0,05	0,45	0,91	0,99
	\mathcal{S}_W	0,97	0,76	0,28	0,05	0,27	0,75	0,96	0,99	0,89	0,43	0,05	0,46	0,92	0,99
	\mathcal{S}_E	0,98	0,79	0,30	0,05	0,30	0,79	0,97	0,94	0,80	0,34	0,03	0,37	0,85	0,97
	\mathcal{S}_G	0,96	0,75	0,29	0,06	0,27	0,73	0,95	0,98	0,86	0,39	0,06	0,44	0,90	0,99
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,93	0,68	0,25	0,06	0,27	0,72	0,94	0,98	0,87	0,41	0,05	0,44	0,90	0,99
	\mathcal{S}_W	0,94	0,72	0,26	0,06	0,27	0,74	0,95	0,99	0,89	0,44	0,05	0,45	0,92	0,99
	\mathcal{S}_E	0,95	0,72	0,26	0,06	0,29	0,76	0,95	0,94	0,79	0,36	0,03	0,36	0,85	0,97
	\mathcal{S}_G	0,92	0,67	0,24	0,06	0,27	0,72	0,94	0,98	0,86	0,40	0,06	0,43	0,90	0,99
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,64	0,42	0,16	0,06	0,16	0,41	0,62	0,98	0,87	0,41	0,05	0,42	0,91	0,99
	\mathcal{S}_W	0,79	0,53	0,17	0,01	0,17	0,54	0,78	0,99	0,90	0,45	0,05	0,44	0,92	0,99
	\mathcal{S}_E	0,67	0,44	0,17	0,05	0,18	0,43	0,65	0,95	0,81	0,35	0,03	0,36	0,85	0,97
	\mathcal{S}_G	0,51	0,33	0,15	0,07	0,14	0,31	0,47	0,98	0,86	0,40	0,05	0,42	0,91	0,99
<i>n</i> = 50															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,59	0,33	0,12	0,06	0,12	0,33	0,60	0,99	0,86	0,37	0,06	0,36	0,87	0,99
	\mathcal{S}_W	0,61	0,33	0,11	0,05	0,12	0,34	0,62	0,99	0,87	0,38	0,06	0,37	0,88	0,99
	\mathcal{S}_E	0,63	0,35	0,12	0,05	0,13	0,35	0,63	0,98	0,81	0,31	0,04	0,30	0,81	0,97
	\mathcal{S}_G	0,58	0,32	0,12	0,06	0,13	0,33	0,60	0,99	0,86	0,37	0,06	0,36	0,86	0,98
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,94	0,68	0,24	0,05	0,23	0,68	0,94	0,99	0,87	0,36	0,05	0,37	0,87	0,99
	\mathcal{S}_W	0,95	0,69	0,24	0,05	0,23	0,68	0,94	0,99	0,88	0,38	0,05	0,38	0,88	0,99
	\mathcal{S}_E	0,95	0,71	0,25	0,05	0,25	0,70	0,95	0,98	0,81	0,30	0,03	0,30	0,82	0,98
	\mathcal{S}_G	0,94	0,68	0,24	0,05	0,23	0,68	0,93	0,99	0,87	0,36	0,05	0,37	0,87	0,99
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,92	0,63	0,23	0,05	0,21	0,62	0,91	0,99	0,87	0,36	0,05	0,37	0,87	0,99
	\mathcal{S}_W	0,93	0,64	0,23	0,05	0,22	0,64	0,92	0,99	0,88	0,37	0,05	0,38	0,88	0,99
	\mathcal{S}_E	0,93	0,66	0,23	0,05	0,22	0,65	0,92	0,98	0,81	0,30	0,03	0,32	0,82	0,98
	\mathcal{S}_G	0,91	0,62	0,23	0,06	0,21	0,62	0,90	0,99	0,86	0,35	0,05	0,37	0,87	0,99
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,63	0,37	0,14	0,06	0,16	0,39	0,65	0,99	0,86	0,37	0,05	0,37	0,86	0,99
	\mathcal{S}_W	0,74	0,46	0,14	0,02	0,15	0,47	0,75	0,99	0,87	0,38	0,05	0,38	0,88	0,99
	\mathcal{S}_E	0,65	0,39	0,15	0,05	0,16	0,40	0,66	0,97	0,81	0,31	0,03	0,31	0,81	0,98
	\mathcal{S}_G	0,54	0,32	0,13	0,07	0,15	0,34	0,57	0,99	0,86	0,37	0,05	0,37	0,86	0,99
<i>n</i> = 100															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,98	0,81	0,31	0,05	0,30	0,81	0,99	1,00	1,00	0,88	0,06	0,83	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,98	0,82	0,31	0,05	0,30	0,82	0,99	1,00	1,00	0,88	0,06	0,85	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,99	0,83	0,32	0,05	0,31	0,83	0,99	1,00	1,00	0,84	0,04	0,78	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,98	0,81	0,30	0,05	0,30	0,81	0,99	1,00	1,00	0,88	0,06	0,82	1,00	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,99	0,63	0,06	0,66	0,99	1,00	1,00	1,00	0,88	0,05	0,84	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,64	0,05	0,66	0,99	1,00	1,00	1,00	0,88	0,05	0,85	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,99	0,66	0,05	0,68	1,00	1,00	1,00	1,00	0,84	0,03	0,79	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,99	0,63	0,06	0,66	0,99	1,00	1,00	1,00	0,88	0,05	0,83	1,00	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,99	0,61	0,05	0,59	0,99	1,00	1,00	1,00	0,87	0,05	0,83	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,61	0,05	0,60	0,99	1,00	1,00	1,00	0,87	0,05	0,85	1,00	1,00

Continua na próxima página

Tabela 22 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	S_E	1,00	0,99	0,63	0,05	0,60	0,99	1,00	1,00	1,00	0,83	0,03	0,78	1,00	1,00
	S_G	1,00	0,99	0,61	0,05	0,58	0,98	1,00	1,00	1,00	0,87	0,05	0,83	1,00	1,00
	S_{RV}	0,97	0,83	0,38	0,05	0,39	0,88	0,99	1,00	1,00	0,88	0,05	0,83	1,00	1,00
	S_W	0,99	0,89	0,44	0,03	0,41	0,92	0,99	1,00	1,00	0,88	0,05	0,85	1,00	1,00
	S_E	0,97	0,84	0,39	0,05	0,40	0,89	0,99	1,00	1,00	0,83	0,03	0,78	1,00	1,00
	S_G	0,95	0,79	0,34	0,05	0,37	0,85	0,98	1,00	1,00	0,88	0,05	0,83	1,00	1,00

Tabela 23 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 50\%$.

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n = 20</i>															
logito	S_{RV}	0,52	0,28	0,11	0,06	0,12	0,27	0,52	0,89	0,68	0,26	0,05	0,26	0,67	0,88
	S_W	0,54	0,28	0,10	0,04	0,10	0,27	0,54	0,91	0,72	0,28	0,05	0,28	0,71	0,91
	S_E	0,56	0,32	0,12	0,05	0,12	0,31	0,57	0,80	0,59	0,21	0,03	0,21	0,58	0,79
	S_G	0,50	0,28	0,12	0,06	0,12	0,27	0,50	0,87	0,66	0,26	0,06	0,26	0,65	0,86
probito	S_{RV}	0,87	0,59	0,21	0,06	0,20	0,59	0,87	0,89	0,67	0,26	0,05	0,26	0,67	0,89
	S_W	0,88	0,60	0,20	0,05	0,19	0,59	0,88	0,92	0,71	0,28	0,04	0,27	0,71	0,91
	S_E	0,91	0,65	0,22	0,05	0,22	0,65	0,92	0,80	0,58	0,21	0,03	0,20	0,58	0,79
	S_G	0,86	0,59	0,21	0,06	0,21	0,58	0,87	0,87	0,65	0,26	0,06	0,26	0,65	0,87
cloglog	S_{RV}	0,76	0,47	0,17	0,06	0,18	0,49	0,77	0,88	0,68	0,26	0,06	0,25	0,66	0,88
	S_W	0,80	0,51	0,18	0,06	0,19	0,52	0,81	0,91	0,72	0,27	0,05	0,27	0,70	0,90
	S_E	0,81	0,51	0,18	0,06	0,19	0,53	0,82	0,79	0,59	0,21	0,03	0,19	0,56	0,78
	S_G	0,74	0,45	0,17	0,07	0,18	0,47	0,74	0,87	0,66	0,26	0,06	0,25	0,64	0,86
Cauchy	S_{RV}	0,51	0,31	0,14	0,07	0,14	0,31	0,50	0,87	0,65	0,26	0,06	0,26	0,67	0,88
	S_W	0,68	0,42	0,06	0,00	0,07	0,42	0,68	0,91	0,70	0,28	0,05	0,28	0,72	0,90
	S_E	0,53	0,33	0,15	0,06	0,15	0,33	0,54	0,77	0,57	0,22	0,03	0,21	0,57	0,79
	S_G	0,33	0,23	0,14	0,10	0,14	0,23	0,33	0,86	0,64	0,26	0,06	0,26	0,66	0,86
<i>n = 30</i>															
logito	S_{RV}	0,69	0,41	0,15	0,06	0,15	0,39	0,68	0,96	0,82	0,35	0,05	0,38	0,86	0,98
	S_W	0,71	0,42	0,13	0,05	0,14	0,40	0,71	0,97	0,85	0,38	0,05	0,39	0,88	0,98
	S_E	0,73	0,44	0,15	0,06	0,15	0,42	0,72	0,91	0,74	0,30	0,03	0,32	0,78	0,94
	S_G	0,67	0,40	0,15	0,07	0,15	0,38	0,66	0,95	0,80	0,34	0,05	0,38	0,85	0,98
probito	S_{RV}	0,96	0,76	0,29	0,06	0,28	0,76	0,96	0,96	0,81	0,35	0,05	0,38	0,85	0,97
	S_W	0,97	0,77	0,29	0,05	0,28	0,76	0,97	0,97	0,84	0,38	0,05	0,40	0,87	0,98
	S_E	0,98	0,80	0,31	0,05	0,30	0,80	0,98	0,90	0,73	0,30	0,03	0,31	0,78	0,94
	S_G	0,96	0,76	0,29	0,06	0,29	0,75	0,96	0,95	0,79	0,34	0,05	0,38	0,84	0,97
cloglog	S_{RV}	0,90	0,65	0,24	0,06	0,22	0,65	0,91	0,96	0,81	0,37	0,06	0,38	0,84	0,97
	S_W	0,92	0,68	0,25	0,06	0,23	0,67	0,93	0,98	0,84	0,40	0,05	0,39	0,86	0,98
	S_E	0,92	0,69	0,25	0,06	0,24	0,69	0,93	0,91	0,73	0,32	0,04	0,32	0,77	0,93
	S_G	0,89	0,63	0,23	0,06	0,23	0,64	0,90	0,96	0,79	0,36	0,06	0,38	0,84	0,96
Cauchy	S_{RV}	0,69	0,45	0,17	0,06	0,18	0,46	0,70	0,96	0,81	0,36	0,05	0,38	0,85	0,98
	S_W	0,82	0,57	0,16	0,00	0,17	0,58	0,83	0,97	0,84	0,39	0,05	0,39	0,87	0,98

Continua na próxima página

Tabela 23 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
	\mathcal{S}_E	0,71	0,47	0,18	0,06	0,19	0,48	0,72	0,90	0,72	0,30	0,03	0,31	0,77	0,94
	\mathcal{S}_G	0,54	0,34	0,16	0,08	0,17	0,36	0,56	0,95	0,79	0,35	0,06	0,38	0,84	0,97
<i>n</i> = 50															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,62	0,34	0,13	0,06	0,12	0,34	0,62	0,97	0,80	0,31	0,05	0,31	0,80	0,97
	\mathcal{S}_W	0,63	0,34	0,12	0,05	0,11	0,35	0,63	0,98	0,81	0,33	0,05	0,32	0,82	0,97
	\mathcal{S}_E	0,65	0,36	0,13	0,05	0,12	0,36	0,65	0,95	0,73	0,26	0,03	0,26	0,74	0,94
	\mathcal{S}_G	0,61	0,34	0,13	0,06	0,12	0,34	0,60	0,97	0,79	0,31	0,05	0,31	0,80	0,97
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,94	0,69	0,25	0,05	0,24	0,68	0,94	0,98	0,80	0,31	0,05	0,31	0,81	0,98
	\mathcal{S}_W	0,95	0,69	0,24	0,05	0,23	0,69	0,94	0,98	0,82	0,32	0,05	0,33	0,83	0,98
	\mathcal{S}_E	0,96	0,72	0,26	0,05	0,25	0,72	0,96	0,95	0,74	0,26	0,03	0,26	0,75	0,95
	\mathcal{S}_G	0,94	0,68	0,25	0,06	0,24	0,68	0,94	0,97	0,80	0,31	0,05	0,31	0,81	0,98
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,88	0,57	0,21	0,06	0,19	0,57	0,87	0,98	0,81	0,33	0,05	0,30	0,79	0,97
	\mathcal{S}_W	0,89	0,60	0,21	0,06	0,20	0,59	0,88	0,98	0,82	0,35	0,05	0,31	0,81	0,97
	\mathcal{S}_E	0,90	0,60	0,21	0,05	0,20	0,60	0,89	0,95	0,75	0,27	0,04	0,25	0,72	0,94
	\mathcal{S}_G	0,88	0,57	0,20	0,06	0,19	0,57	0,86	0,97	0,80	0,33	0,05	0,30	0,79	0,97
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,69	0,41	0,15	0,06	0,16	0,44	0,71	0,97	0,80	0,32	0,05	0,31	0,80	0,97
	\mathcal{S}_W	0,79	0,48	0,13	0,02	0,14	0,52	0,80	0,98	0,81	0,33	0,05	0,33	0,82	0,98
	\mathcal{S}_E	0,70	0,43	0,15	0,05	0,16	0,46	0,72	0,94	0,73	0,26	0,03	0,26	0,74	0,95
	\mathcal{S}_G	0,59	0,36	0,14	0,07	0,15	0,38	0,62	0,97	0,79	0,32	0,05	0,31	0,80	0,97
<i>n</i> = 100															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,99	0,82	0,30	0,06	0,32	0,84	0,98	1,00	1,00	0,81	0,06	0,76	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,99	0,83	0,30	0,05	0,32	0,84	0,99	1,00	1,00	0,81	0,06	0,78	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,99	0,84	0,31	0,05	0,33	0,85	0,99	1,00	1,00	0,75	0,04	0,71	0,99	1,00
	\mathcal{S}_G	0,99	0,82	0,30	0,06	0,32	0,83	0,98	1,00	1,00	0,81	0,06	0,76	1,00	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	1,00	0,65	0,05	0,67	1,00	1,00	1,00	1,00	0,82	0,05	0,77	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	1,00	0,65	0,05	0,67	1,00	1,00	1,00	1,00	0,82	0,05	0,79	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	1,00	0,67	0,05	0,68	1,00	1,00	1,00	1,00	0,77	0,03	0,71	0,99	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	1,00	0,65	0,06	0,67	1,00	1,00	1,00	1,00	0,82	0,05	0,76	1,00	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,98	0,56	0,05	0,53	0,97	1,00	1,00	1,00	0,82	0,05	0,76	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,98	0,55	0,05	0,55	0,98	1,00	1,00	1,00	0,82	0,05	0,78	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,98	0,57	0,05	0,54	0,98	1,00	1,00	1,00	0,77	0,04	0,70	0,99	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,98	0,56	0,05	0,52	0,97	1,00	1,00	1,00	0,82	0,05	0,75	1,00	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,99	0,90	0,45	0,05	0,42	0,90	0,99	1,00	1,00	0,81	0,05	0,76	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,94	0,48	0,03	0,45	0,93	1,00	1,00	1,00	0,82	0,05	0,78	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,99	0,90	0,46	0,05	0,44	0,90	0,99	1,00	1,00	0,76	0,03	0,71	0,99	1,00
	\mathcal{S}_G	0,99	0,86	0,42	0,06	0,39	0,86	0,98	1,00	1,00	0,81	0,05	0,75	1,00	1,00

Tabela 24 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 20\%$.

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n</i> = 20															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,35	0,21	0,11	0,09	0,12	0,22	0,36	0,96	0,78	0,32	0,05	0,29	0,75	0,95

Continua na próxima página

Tabela 24 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
probito	\mathcal{S}_W	0,36	0,18	0,06	0,04	0,09	0,22	0,39	0,97	0,80	0,34	0,05	0,30	0,78	0,96
	\mathcal{S}_E	0,40	0,22	0,10	0,07	0,12	0,25	0,43	0,91	0,69	0,25	0,03	0,22	0,66	0,88
	\mathcal{S}_G	0,35	0,21	0,13	0,10	0,14	0,22	0,34	0,95	0,76	0,31	0,06	0,28	0,74	0,94
	\mathcal{S}_{RV}	0,68	0,41	0,16	0,09	0,19	0,43	0,69	0,96	0,79	0,32	0,05	0,29	0,75	0,95
	\mathcal{S}_W	0,71	0,42	0,13	0,04	0,16	0,44	0,73	0,97	0,81	0,34	0,05	0,31	0,78	0,96
cloglog	\mathcal{S}_E	0,76	0,48	0,16	0,07	0,20	0,51	0,78	0,92	0,70	0,26	0,03	0,23	0,66	0,88
	\mathcal{S}_G	0,68	0,42	0,17	0,10	0,20	0,43	0,68	0,96	0,78	0,31	0,06	0,29	0,74	0,94
	\mathcal{S}_{RV}	0,65	0,41	0,17	0,09	0,20	0,47	0,74	0,96	0,78	0,31	0,05	0,28	0,76	0,95
	\mathcal{S}_W	0,73	0,47	0,17	0,03	0,18	0,50	0,78	0,97	0,80	0,32	0,05	0,30	0,79	0,96
	\mathcal{S}_E	0,73	0,47	0,16	0,06	0,19	0,52	0,79	0,92	0,70	0,25	0,03	0,23	0,66	0,88
Cauchy	\mathcal{S}_G	0,64	0,40	0,17	0,10	0,21	0,47	0,72	0,96	0,77	0,30	0,06	0,28	0,75	0,94
	\mathcal{S}_{RV}	0,21	0,15	0,11	0,11	0,13	0,17	0,23	0,95	0,76	0,31	0,06	0,28	0,75	0,94
	\mathcal{S}_W	0,43	0,29	0,11	0,02	0,11	0,31	0,45	0,96	0,80	0,33	0,05	0,29	0,79	0,95
	\mathcal{S}_E	0,19	0,13	0,08	0,06	0,11	0,17	0,25	0,89	0,68	0,25	0,03	0,22	0,64	0,87
	\mathcal{S}_G	0,14	0,15	0,16	0,15	0,14	0,14	0,14	0,94	0,75	0,30	0,06	0,28	0,74	0,93
<i>n = 30</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,54	0,31	0,13	0,07	0,13	0,30	0,54	1,00	0,96	0,55	0,05	0,55	0,96	1,00
	\mathcal{S}_W	0,59	0,33	0,12	0,05	0,11	0,31	0,58	1,00	0,97	0,57	0,05	0,57	0,97	1,00
	\mathcal{S}_E	0,61	0,35	0,13	0,06	0,13	0,33	0,60	0,99	0,93	0,48	0,03	0,48	0,94	0,99
	\mathcal{S}_G	0,52	0,30	0,13	0,08	0,13	0,29	0,52	1,00	0,96	0,54	0,05	0,54	0,96	1,00
	probito	\mathcal{S}_{RV}	0,88	0,64	0,24	0,07	0,25	0,64	0,89	1,00	0,97	0,56	0,05	0,56	0,97
\mathcal{S}_W		0,91	0,66	0,24	0,05	0,24	0,66	0,91	1,00	0,98	0,58	0,05	0,58	0,97	1,00
\mathcal{S}_E		0,93	0,70	0,27	0,05	0,26	0,69	0,93	0,99	0,94	0,49	0,04	0,50	0,94	0,99
\mathcal{S}_G		0,88	0,63	0,25	0,07	0,25	0,64	0,89	1,00	0,97	0,55	0,06	0,55	0,96	1,00
cloglog		\mathcal{S}_{RV}	0,91	0,70	0,29	0,07	0,25	0,65	0,88	1,00	0,97	0,55	0,05	0,56	0,97
	\mathcal{S}_W	0,94	0,74	0,29	0,06	0,28	0,71	0,92	1,00	0,98	0,57	0,05	0,58	0,97	1,00
	\mathcal{S}_E	0,94	0,75	0,30	0,05	0,26	0,71	0,92	0,99	0,94	0,49	0,04	0,50	0,94	0,99
	\mathcal{S}_G	0,91	0,69	0,29	0,07	0,25	0,63	0,88	1,00	0,97	0,55	0,05	0,55	0,96	1,00
	Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,33	0,22	0,13	0,08	0,11	0,21	0,32	1,00	0,96	0,55	0,05	0,54	0,96
\mathcal{S}_W		0,57	0,40	0,19	0,07	0,15	0,37	0,56	1,00	0,97	0,57	0,05	0,55	0,97	1,00
\mathcal{S}_E		0,35	0,23	0,12	0,07	0,10	0,22	0,35	0,99	0,93	0,47	0,03	0,47	0,93	0,99
\mathcal{S}_G		0,17	0,14	0,12	0,11	0,12	0,15	0,18	1,00	0,96	0,54	0,05	0,53	0,96	1,00
<i>n = 50</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,60	0,34	0,13	0,06	0,14	0,38	0,67	1,00	1,00	0,67	0,05	0,61	0,98	1,00
	\mathcal{S}_W	0,65	0,37	0,13	0,05	0,12	0,38	0,69	1,00	1,00	0,67	0,05	0,63	0,99	1,00
	\mathcal{S}_E	0,66	0,39	0,14	0,06	0,13	0,39	0,70	1,00	0,99	0,61	0,04	0,55	0,97	1,00
	\mathcal{S}_G	0,58	0,33	0,13	0,07	0,15	0,38	0,66	1,00	1,00	0,67	0,05	0,60	0,98	1,00
	probito	\mathcal{S}_{RV}	0,94	0,72	0,27	0,07	0,30	0,79	0,97	1,00	1,00	0,69	0,05	0,61	0,99
\mathcal{S}_W		0,95	0,74	0,27	0,06	0,29	0,79	0,97	1,00	1,00	0,69	0,05	0,63	0,99	1,00
\mathcal{S}_E		0,96	0,78	0,31	0,06	0,30	0,81	0,98	1,00	0,99	0,63	0,03	0,55	0,97	1,00
\mathcal{S}_G		0,93	0,71	0,27	0,07	0,30	0,78	0,97	1,00	1,00	0,69	0,05	0,60	0,99	1,00
cloglog		\mathcal{S}_{RV}	0,96	0,79	0,33	0,06	0,33	0,81	0,97	1,00	1,00	0,68	0,04	0,62	0,99
	\mathcal{S}_W	0,97	0,82	0,34	0,06	0,35	0,84	0,98	1,00	1,00	0,68	0,05	0,64	0,99	1,00
	\mathcal{S}_E	0,97	0,83	0,36	0,05	0,33	0,83	0,98	1,00	0,99	0,62	0,03	0,56	0,97	1,00
	\mathcal{S}_G	0,95	0,78	0,33	0,06	0,32	0,79	0,97	1,00	1,00	0,68	0,05	0,61	0,98	1,00

Continua na próxima página

Tabela 24 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,34	0,21	0,11	0,07	0,12	0,26	0,45	1,00	1,00	0,68	0,06	0,59	0,98	1,00
	\mathcal{S}_W	0,57	0,38	0,18	0,08	0,16	0,40	0,64	1,00	1,00	0,68	0,05	0,62	0,98	1,00
	\mathcal{S}_E	0,35	0,21	0,11	0,05	0,11	0,26	0,45	1,00	0,99	0,62	0,04	0,53	0,96	1,00
	\mathcal{S}_G	0,20	0,13	0,08	0,07	0,12	0,22	0,35	1,00	1,00	0,69	0,06	0,58	0,98	1,00
$n = 100$															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,90	0,61	0,22	0,06	0,21	0,61	0,90	1,00	1,00	0,96	0,05	0,95	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,91	0,63	0,22	0,05	0,21	0,63	0,91	1,00	1,00	0,97	0,05	0,96	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,91	0,63	0,22	0,06	0,22	0,64	0,91	1,00	1,00	0,95	0,04	0,94	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,89	0,60	0,22	0,06	0,21	0,60	0,89	1,00	1,00	0,96	0,05	0,95	1,00	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,95	0,48	0,06	0,50	0,96	1,00	1,00	1,00	0,96	0,05	0,96	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,95	0,49	0,05	0,50	0,96	1,00	1,00	1,00	0,97	0,05	0,96	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,96	0,50	0,05	0,52	0,97	1,00	1,00	1,00	0,95	0,04	0,95	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,95	0,48	0,06	0,50	0,96	1,00	1,00	1,00	0,96	0,05	0,96	1,00	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,98	0,58	0,06	0,59	0,98	1,00	1,00	1,00	0,97	0,05	0,96	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,98	0,60	0,05	0,60	0,98	1,00	1,00	1,00	0,97	0,05	0,96	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,98	0,61	0,05	0,60	0,98	1,00	1,00	1,00	0,96	0,04	0,95	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,97	0,58	0,06	0,59	0,98	1,00	1,00	1,00	0,97	0,05	0,96	1,00	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,60	0,34	0,12	0,06	0,15	0,37	0,62	1,00	1,00	0,95	0,05	0,95	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,76	0,49	0,19	0,08	0,22	0,52	0,77	1,00	1,00	0,95	0,05	0,96	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,61	0,35	0,12	0,06	0,15	0,38	0,64	1,00	1,00	0,94	0,04	0,94	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,51	0,28	0,11	0,07	0,13	0,31	0,52	1,00	1,00	0,95	0,05	0,95	1,00	1,00

Tabela 25 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 30\%$.

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
$n = 20$															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,39	0,23	0,11	0,08	0,12	0,24	0,40	0,92	0,71	0,28	0,05	0,25	0,69	0,91
	\mathcal{S}_W	0,40	0,21	0,07	0,04	0,09	0,23	0,43	0,94	0,74	0,29	0,05	0,27	0,73	0,92
	\mathcal{S}_E	0,44	0,24	0,10	0,06	0,12	0,27	0,47	0,86	0,62	0,22	0,03	0,19	0,59	0,82
	\mathcal{S}_G	0,38	0,23	0,12	0,09	0,13	0,24	0,39	0,92	0,69	0,27	0,06	0,25	0,68	0,89
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,74	0,45	0,17	0,08	0,19	0,48	0,75	0,92	0,72	0,28	0,05	0,25	0,66	0,90
	\mathcal{S}_W	0,76	0,46	0,15	0,05	0,17	0,49	0,77	0,94	0,75	0,30	0,05	0,26	0,71	0,93
	\mathcal{S}_E	0,81	0,52	0,18	0,06	0,20	0,55	0,82	0,87	0,63	0,23	0,03	0,20	0,57	0,82
	\mathcal{S}_G	0,73	0,45	0,17	0,08	0,19	0,48	0,74	0,91	0,71	0,28	0,06	0,24	0,65	0,89
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,66	0,41	0,17	0,08	0,19	0,47	0,73	0,94	0,72	0,29	0,06	0,25	0,68	0,90
	\mathcal{S}_W	0,73	0,47	0,18	0,04	0,19	0,50	0,78	0,95	0,75	0,30	0,05	0,27	0,72	0,92
	\mathcal{S}_E	0,72	0,45	0,17	0,06	0,19	0,51	0,78	0,87	0,63	0,24	0,03	0,19	0,58	0,82
	\mathcal{S}_G	0,63	0,39	0,17	0,09	0,20	0,46	0,71	0,93	0,71	0,29	0,06	0,25	0,67	0,89
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,32	0,21	0,12	0,09	0,13	0,22	0,32	0,92	0,71	0,28	0,05	0,25	0,67	0,90
	\mathcal{S}_W	0,52	0,31	0,08	0,01	0,07	0,33	0,53	0,94	0,74	0,30	0,05	0,27	0,71	0,92
	\mathcal{S}_E	0,30	0,20	0,10	0,07	0,12	0,22	0,32	0,85	0,62	0,23	0,03	0,20	0,57	0,81
	\mathcal{S}_G	0,19	0,17	0,14	0,14	0,15	0,17	0,19	0,91	0,70	0,28	0,06	0,25	0,66	0,89

Continua na próxima página

Tabela 25 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n</i> = 30															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,63	0,36	0,14	0,06	0,14	0,35	0,62	0,99	0,94	0,49	0,04	0,49	0,94	0,99
	\mathcal{S}_W	0,66	0,38	0,13	0,05	0,12	0,36	0,65	1,00	0,95	0,51	0,04	0,51	0,95	1,00
	\mathcal{S}_E	0,68	0,40	0,15	0,06	0,14	0,38	0,67	0,98	0,89	0,43	0,03	0,42	0,90	0,98
	\mathcal{S}_G	0,61	0,36	0,15	0,07	0,14	0,34	0,60	0,99	0,93	0,48	0,05	0,48	0,94	0,99
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,94	0,73	0,29	0,07	0,26	0,70	0,93	0,99	0,93	0,49	0,05	0,48	0,94	1,00
	\mathcal{S}_W	0,95	0,74	0,29	0,06	0,26	0,71	0,94	1,00	0,94	0,51	0,05	0,50	0,95	1,00
	\mathcal{S}_E	0,96	0,77	0,31	0,06	0,28	0,74	0,95	0,98	0,89	0,43	0,03	0,42	0,90	0,98
	\mathcal{S}_G	0,94	0,72	0,29	0,07	0,26	0,69	0,93	0,99	0,92	0,48	0,05	0,48	0,94	0,99
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,92	0,71	0,27	0,07	0,27	0,67	0,90	1,00	0,94	0,50	0,05	0,50	0,95	1,00
	\mathcal{S}_W	0,94	0,74	0,29	0,07	0,29	0,72	0,94	1,00	0,95	0,52	0,05	0,52	0,96	1,00
	\mathcal{S}_E	0,94	0,75	0,28	0,06	0,28	0,71	0,93	0,98	0,90	0,44	0,04	0,44	0,91	0,98
	\mathcal{S}_G	0,92	0,69	0,28	0,08	0,27	0,66	0,89	0,99	0,93	0,49	0,05	0,49	0,94	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,50	0,32	0,15	0,07	0,14	0,31	0,51	0,99	0,93	0,48	0,05	0,48	0,93	1,00
	\mathcal{S}_W	0,71	0,49	0,18	0,02	0,17	0,47	0,70	1,00	0,95	0,50	0,05	0,50	0,95	1,00
	\mathcal{S}_E	0,52	0,34	0,15	0,06	0,14	0,33	0,53	0,98	0,89	0,42	0,03	0,42	0,89	0,98
	\mathcal{S}_G	0,33	0,23	0,14	0,09	0,14	0,24	0,34	0,99	0,92	0,47	0,05	0,47	0,93	0,99
<i>n</i> = 50															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,68	0,39	0,14	0,06	0,16	0,44	0,75	1,00	0,99	0,62	0,05	0,57	0,97	1,00
	\mathcal{S}_W	0,72	0,42	0,14	0,05	0,14	0,44	0,76	1,00	0,99	0,62	0,05	0,60	0,98	1,00
	\mathcal{S}_E	0,73	0,43	0,15	0,05	0,16	0,46	0,78	1,00	0,98	0,56	0,04	0,51	0,94	1,00
	\mathcal{S}_G	0,66	0,38	0,14	0,06	0,16	0,44	0,74	1,00	0,99	0,63	0,05	0,56	0,97	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,97	0,78	0,29	0,06	0,34	0,83	0,99	1,00	0,99	0,63	0,04	0,58	0,97	1,00
	\mathcal{S}_W	0,97	0,79	0,30	0,05	0,33	0,84	0,99	1,00	0,99	0,63	0,05	0,60	0,98	1,00
	\mathcal{S}_E	0,98	0,82	0,32	0,05	0,35	0,86	0,99	1,00	0,98	0,56	0,03	0,51	0,95	1,00
	\mathcal{S}_G	0,96	0,77	0,29	0,06	0,34	0,83	0,98	1,00	0,99	0,63	0,04	0,57	0,97	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,97	0,81	0,32	0,06	0,32	0,80	0,97	1,00	0,99	0,63	0,05	0,58	0,97	1,00
	\mathcal{S}_W	0,98	0,83	0,33	0,06	0,34	0,83	0,98	1,00	0,99	0,62	0,05	0,60	0,98	1,00
	\mathcal{S}_E	0,98	0,84	0,35	0,05	0,32	0,82	0,98	1,00	0,99	0,56	0,04	0,51	0,95	1,00
	\mathcal{S}_G	0,97	0,80	0,33	0,06	0,31	0,78	0,96	1,00	0,99	0,63	0,06	0,56	0,97	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,55	0,35	0,15	0,06	0,17	0,41	0,65	1,00	0,99	0,61	0,05	0,56	0,97	1,00
	\mathcal{S}_W	0,72	0,50	0,20	0,04	0,18	0,52	0,79	1,00	0,99	0,61	0,05	0,59	0,98	1,00
	\mathcal{S}_E	0,55	0,36	0,15	0,06	0,17	0,42	0,65	1,00	0,98	0,55	0,03	0,50	0,94	1,00
	\mathcal{S}_G	0,41	0,26	0,12	0,08	0,17	0,36	0,55	1,00	0,99	0,61	0,05	0,55	0,97	1,00
<i>n</i> = 100															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,95	0,71	0,25	0,05	0,24	0,70	0,95	1,00	1,00	0,94	0,06	0,94	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,96	0,72	0,25	0,04	0,24	0,71	0,96	1,00	1,00	0,94	0,05	0,94	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,96	0,73	0,26	0,05	0,25	0,72	0,96	1,00	1,00	0,92	0,04	0,92	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,95	0,70	0,25	0,05	0,24	0,69	0,95	1,00	1,00	0,94	0,06	0,94	1,00	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,98	0,55	0,06	0,56	0,98	1,00	1,00	1,00	0,95	0,05	0,94	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,98	0,55	0,05	0,56	0,98	1,00	1,00	1,00	0,95	0,05	0,94	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,98	0,57	0,05	0,58	0,98	1,00	1,00	1,00	0,93	0,04	0,93	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,98	0,55	0,06	0,56	0,98	1,00	1,00	1,00	0,95	0,05	0,94	1,00	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,98	0,59	0,06	0,60	0,99	1,00	1,00	1,00	0,95	0,05	0,95	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,60	0,05	0,61	0,99	1,00	1,00	1,00	0,95	0,05	0,95	1,00	1,00

Continua na próxima página

Tabela 25 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	S_E	1,00	0,99	0,61	0,05	0,61	0,99	1,00	1,00	1,00	0,93	0,04	0,94	1,00	1,00
	S_G	1,00	0,98	0,59	0,06	0,60	0,99	1,00	1,00	1,00	0,95	0,05	0,95	1,00	1,00
	S_{RV}	0,86	0,61	0,23	0,06	0,24	0,64	0,86	1,00	1,00	0,93	0,05	0,93	1,00	1,00
	S_W	0,92	0,71	0,28	0,05	0,30	0,73	0,92	1,00	1,00	0,94	0,05	0,93	1,00	1,00
	S_E	0,87	0,62	0,23	0,05	0,25	0,64	0,87	1,00	1,00	0,91	0,04	0,91	1,00	1,00
	S_G	0,82	0,55	0,21	0,06	0,22	0,57	0,81	1,00	1,00	0,93	0,05	0,93	1,00	1,00

Tabela 26 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 40\%$.

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n = 20</i>															
logito	S_{RV}	0,41	0,23	0,11	0,08	0,12	0,24	0,43	0,87	0,64	0,25	0,05	0,22	0,60	0,85
	S_W	0,43	0,22	0,08	0,03	0,08	0,23	0,45	0,89	0,67	0,26	0,05	0,23	0,64	0,88
	S_E	0,46	0,26	0,11	0,06	0,12	0,27	0,49	0,78	0,55	0,20	0,03	0,17	0,51	0,75
	S_G	0,39	0,23	0,12	0,09	0,13	0,24	0,41	0,85	0,62	0,25	0,06	0,22	0,59	0,83
probito	S_{RV}	0,74	0,47	0,18	0,08	0,20	0,49	0,77	0,88	0,64	0,24	0,05	0,22	0,60	0,83
	S_W	0,77	0,47	0,16	0,05	0,18	0,50	0,79	0,90	0,68	0,25	0,05	0,23	0,64	0,87
	S_E	0,80	0,54	0,19	0,06	0,21	0,55	0,83	0,80	0,56	0,19	0,03	0,17	0,50	0,74
	S_G	0,73	0,46	0,19	0,09	0,21	0,49	0,76	0,86	0,63	0,24	0,06	0,21	0,58	0,82
cloglog	S_{RV}	0,64	0,39	0,16	0,08	0,18	0,44	0,70	0,88	0,64	0,26	0,05	0,22	0,61	0,85
	S_W	0,71	0,45	0,18	0,07	0,18	0,48	0,75	0,90	0,68	0,28	0,05	0,24	0,65	0,88
	S_E	0,71	0,43	0,16	0,06	0,18	0,48	0,76	0,80	0,56	0,21	0,03	0,17	0,53	0,76
	S_G	0,62	0,38	0,16	0,09	0,19	0,44	0,69	0,87	0,63	0,27	0,06	0,22	0,60	0,84
Cauchy	S_{RV}	0,35	0,23	0,13	0,08	0,13	0,23	0,36	0,87	0,64	0,25	0,06	0,22	0,60	0,85
	S_W	0,56	0,33	0,06	0,01	0,06	0,34	0,56	0,89	0,67	0,26	0,05	0,24	0,64	0,88
	S_E	0,35	0,23	0,11	0,06	0,12	0,24	0,36	0,79	0,56	0,20	0,03	0,17	0,51	0,74
	S_G	0,21	0,18	0,14	0,13	0,15	0,19	0,22	0,86	0,63	0,25	0,06	0,22	0,58	0,83
<i>n = 30</i>															
logito	S_{RV}	0,67	0,38	0,16	0,07	0,15	0,39	0,66	0,98	0,89	0,43	0,05	0,42	0,89	0,99
	S_W	0,70	0,39	0,15	0,05	0,14	0,40	0,69	0,99	0,91	0,45	0,05	0,44	0,91	0,99
	S_E	0,72	0,41	0,16	0,06	0,15	0,42	0,70	0,96	0,83	0,37	0,03	0,36	0,84	0,96
	S_G	0,65	0,37	0,16	0,07	0,15	0,38	0,65	0,98	0,88	0,42	0,05	0,41	0,89	0,98
probito	S_{RV}	0,95	0,74	0,28	0,06	0,29	0,74	0,95	0,98	0,88	0,43	0,05	0,42	0,89	0,98
	S_W	0,96	0,75	0,28	0,06	0,29	0,75	0,96	0,99	0,90	0,45	0,05	0,44	0,90	0,99
	S_E	0,97	0,79	0,30	0,06	0,32	0,78	0,97	0,96	0,83	0,37	0,03	0,36	0,83	0,96
	S_G	0,95	0,73	0,28	0,07	0,29	0,73	0,94	0,98	0,88	0,42	0,06	0,42	0,88	0,98
cloglog	S_{RV}	0,92	0,66	0,26	0,07	0,25	0,66	0,89	0,99	0,90	0,44	0,05	0,43	0,91	0,99
	S_W	0,94	0,70	0,27	0,07	0,27	0,70	0,92	0,99	0,92	0,47	0,05	0,45	0,93	0,99
	S_E	0,94	0,69	0,27	0,06	0,27	0,70	0,91	0,97	0,85	0,39	0,04	0,37	0,86	0,97
	S_G	0,91	0,65	0,26	0,08	0,25	0,64	0,87	0,99	0,90	0,43	0,05	0,42	0,90	0,99
Cauchy	S_{RV}	0,59	0,38	0,16	0,07	0,16	0,38	0,59	0,98	0,90	0,42	0,05	0,44	0,89	0,98
	S_W	0,76	0,54	0,18	0,01	0,18	0,52	0,77	0,99	0,92	0,45	0,05	0,46	0,91	0,99

Continua na próxima página

Tabela 26 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
	\mathcal{S}_E	0,61	0,40	0,16	0,06	0,16	0,39	0,60	0,96	0,83	0,36	0,03	0,37	0,84	0,96
	\mathcal{S}_G	0,43	0,29	0,15	0,09	0,15	0,28	0,42	0,98	0,89	0,42	0,06	0,43	0,89	0,98
<i>n</i> = 50															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,75	0,45	0,16	0,05	0,16	0,47	0,77	1,00	0,97	0,54	0,06	0,50	0,94	0,99
	\mathcal{S}_W	0,78	0,46	0,16	0,04	0,15	0,48	0,79	1,00	0,98	0,54	0,05	0,53	0,95	1,00
	\mathcal{S}_E	0,79	0,48	0,17	0,05	0,17	0,49	0,80	1,00	0,96	0,48	0,04	0,45	0,90	0,99
	\mathcal{S}_G	0,73	0,44	0,16	0,06	0,17	0,46	0,76	1,00	0,97	0,55	0,06	0,49	0,94	0,99
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,98	0,83	0,33	0,06	0,33	0,84	0,98	1,00	0,98	0,55	0,05	0,49	0,94	1,00
	\mathcal{S}_W	0,98	0,84	0,33	0,06	0,33	0,85	0,99	1,00	0,98	0,55	0,05	0,52	0,95	1,00
	\mathcal{S}_E	0,99	0,86	0,36	0,06	0,35	0,87	0,99	1,00	0,96	0,48	0,03	0,43	0,90	0,99
	\mathcal{S}_G	0,98	0,82	0,33	0,07	0,33	0,84	0,98	1,00	0,98	0,55	0,05	0,48	0,94	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,97	0,80	0,30	0,06	0,29	0,77	0,96	1,00	0,98	0,57	0,05	0,52	0,95	1,00
	\mathcal{S}_W	0,98	0,81	0,30	0,06	0,32	0,80	0,97	1,00	0,98	0,57	0,06	0,54	0,96	1,00
	\mathcal{S}_E	0,98	0,83	0,32	0,06	0,30	0,79	0,97	1,00	0,96	0,49	0,04	0,46	0,91	0,99
	\mathcal{S}_G	0,96	0,79	0,31	0,07	0,28	0,76	0,95	1,00	0,98	0,57	0,06	0,51	0,94	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,69	0,45	0,17	0,06	0,20	0,51	0,76	1,00	0,98	0,55	0,05	0,51	0,95	1,00
	\mathcal{S}_W	0,81	0,58	0,20	0,02	0,20	0,61	0,86	1,00	0,98	0,55	0,05	0,54	0,96	1,00
	\mathcal{S}_E	0,70	0,46	0,18	0,06	0,20	0,52	0,76	1,00	0,97	0,49	0,03	0,45	0,91	0,99
	\mathcal{S}_G	0,56	0,36	0,15	0,07	0,19	0,44	0,66	1,00	0,98	0,56	0,05	0,50	0,94	1,00
<i>n</i> = 100															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,97	0,77	0,29	0,06	0,27	0,77	0,97	1,00	1,00	0,90	0,05	0,90	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,98	0,78	0,29	0,05	0,27	0,78	0,98	1,00	1,00	0,90	0,05	0,90	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,98	0,79	0,30	0,05	0,28	0,79	0,98	1,00	1,00	0,87	0,04	0,87	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,97	0,76	0,28	0,06	0,27	0,76	0,97	1,00	1,00	0,90	0,05	0,89	1,00	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,99	0,60	0,05	0,59	0,99	1,00	1,00	1,00	0,92	0,05	0,91	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,60	0,05	0,59	0,99	1,00	1,00	1,00	0,92	0,05	0,91	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,99	0,62	0,05	0,60	0,99	1,00	1,00	1,00	0,90	0,04	0,88	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,99	0,60	0,05	0,59	0,99	1,00	1,00	1,00	0,92	0,05	0,90	1,00	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,98	0,57	0,06	0,56	0,98	1,00	1,00	1,00	0,91	0,05	0,91	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,98	0,58	0,05	0,58	0,99	1,00	1,00	1,00	0,92	0,05	0,92	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,98	0,58	0,05	0,58	0,99	1,00	1,00	1,00	0,89	0,04	0,89	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,98	0,57	0,06	0,56	0,98	1,00	1,00	1,00	0,91	0,05	0,91	1,00	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,95	0,77	0,32	0,06	0,33	0,78	0,96	1,00	1,00	0,91	0,05	0,90	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,97	0,84	0,37	0,04	0,36	0,85	0,98	1,00	1,00	0,91	0,04	0,90	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,95	0,78	0,32	0,06	0,33	0,79	0,96	1,00	1,00	0,89	0,03	0,87	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,93	0,73	0,30	0,06	0,31	0,74	0,94	1,00	1,00	0,90	0,05	0,90	1,00	1,00

Tabela 27 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB com $p = 50\%$.

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n</i> = 20															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,41	0,23	0,11	0,07	0,11	0,23	0,42	0,78	0,55	0,21	0,06	0,19	0,52	0,76

Continua na próxima página

Tabela 27 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
probito	S_W	0,43	0,22	0,08	0,04	0,08	0,22	0,44	0,82	0,58	0,23	0,05	0,20	0,55	0,80
	S_E	0,47	0,25	0,11	0,06	0,10	0,25	0,48	0,69	0,46	0,17	0,03	0,14	0,42	0,64
	S_G	0,39	0,23	0,12	0,08	0,12	0,23	0,40	0,77	0,53	0,22	0,07	0,20	0,51	0,74
	S_{RV}	0,74	0,47	0,18	0,08	0,19	0,49	0,77	0,79	0,55	0,20	0,06	0,18	0,50	0,75
	S_W	0,76	0,48	0,17	0,05	0,17	0,49	0,79	0,83	0,58	0,21	0,05	0,19	0,55	0,80
cloglog	S_E	0,81	0,54	0,20	0,06	0,20	0,54	0,83	0,71	0,47	0,16	0,03	0,13	0,42	0,64
	S_G	0,72	0,47	0,19	0,09	0,20	0,48	0,76	0,78	0,53	0,21	0,06	0,18	0,49	0,73
	S_{RV}	0,60	0,36	0,15	0,08	0,16	0,39	0,64	0,80	0,56	0,21	0,06	0,18	0,51	0,77
	S_W	0,67	0,41	0,16	0,07	0,16	0,43	0,70	0,84	0,59	0,22	0,05	0,19	0,56	0,81
Cauchy	S_E	0,66	0,39	0,15	0,06	0,16	0,43	0,70	0,71	0,48	0,17	0,03	0,14	0,43	0,65
	S_G	0,57	0,34	0,15	0,09	0,17	0,39	0,62	0,79	0,54	0,21	0,06	0,18	0,50	0,75
	S_{RV}	0,35	0,23	0,12	0,09	0,13	0,23	0,37	0,81	0,56	0,22	0,06	0,18	0,50	0,76
	S_W	0,56	0,33	0,07	0,01	0,06	0,34	0,57	0,84	0,60	0,23	0,05	0,19	0,55	0,80
	S_E	0,35	0,23	0,11	0,06	0,11	0,23	0,37	0,71	0,48	0,17	0,03	0,13	0,42	0,65
	S_G	0,22	0,18	0,14	0,13	0,15	0,19	0,23	0,79	0,55	0,22	0,07	0,18	0,49	0,74
<i>n = 30</i>															
logito	S_{RV}	0,68	0,38	0,14	0,06	0,14	0,39	0,69	0,95	0,81	0,36	0,06	0,37	0,82	0,96
	S_W	0,71	0,39	0,13	0,05	0,14	0,40	0,72	0,97	0,84	0,38	0,05	0,40	0,85	0,97
	S_E	0,72	0,41	0,15	0,05	0,15	0,42	0,73	0,91	0,74	0,30	0,04	0,31	0,75	0,92
	S_G	0,66	0,37	0,15	0,06	0,15	0,38	0,67	0,95	0,80	0,35	0,06	0,36	0,81	0,96
probito	S_{RV}	0,95	0,74	0,28	0,07	0,29	0,74	0,95	0,96	0,83	0,38	0,05	0,36	0,82	0,96
	S_W	0,96	0,75	0,28	0,06	0,29	0,75	0,96	0,97	0,85	0,40	0,05	0,38	0,84	0,97
	S_E	0,97	0,78	0,30	0,06	0,31	0,79	0,97	0,92	0,76	0,32	0,04	0,31	0,75	0,91
	S_G	0,95	0,74	0,28	0,07	0,29	0,73	0,94	0,95	0,81	0,37	0,06	0,35	0,81	0,95
cloglog	S_{RV}	0,88	0,61	0,22	0,06	0,23	0,61	0,88	0,96	0,83	0,38	0,06	0,38	0,83	0,97
	S_W	0,91	0,65	0,23	0,06	0,26	0,66	0,91	0,97	0,85	0,39	0,05	0,39	0,86	0,98
	S_E	0,91	0,65	0,23	0,06	0,25	0,66	0,91	0,91	0,76	0,32	0,04	0,32	0,77	0,93
	S_G	0,87	0,60	0,22	0,07	0,23	0,60	0,86	0,96	0,82	0,37	0,06	0,37	0,82	0,96
Cauchy	S_{RV}	0,60	0,38	0,16	0,06	0,17	0,39	0,58	0,96	0,82	0,37	0,05	0,36	0,82	0,96
	S_W	0,77	0,53	0,18	0,01	0,18	0,52	0,77	0,97	0,84	0,39	0,05	0,38	0,85	0,97
	S_E	0,61	0,39	0,16	0,06	0,17	0,40	0,60	0,91	0,75	0,31	0,03	0,31	0,76	0,91
	S_G	0,44	0,30	0,15	0,09	0,15	0,29	0,42	0,95	0,80	0,36	0,06	0,36	0,81	0,95
<i>n = 50</i>															
logito	S_{RV}	0,77	0,46	0,16	0,06	0,18	0,47	0,78	1,00	0,94	0,47	0,05	0,43	0,89	0,99
	S_W	0,79	0,46	0,15	0,05	0,17	0,49	0,80	1,00	0,95	0,46	0,05	0,45	0,91	0,99
	S_E	0,80	0,49	0,16	0,06	0,18	0,51	0,81	0,99	0,91	0,39	0,04	0,37	0,84	0,96
	S_G	0,75	0,45	0,16	0,06	0,18	0,46	0,76	1,00	0,94	0,47	0,05	0,42	0,89	0,98
probito	S_{RV}	0,98	0,84	0,33	0,06	0,33	0,84	0,98	1,00	0,95	0,47	0,05	0,44	0,90	0,99
	S_W	0,99	0,85	0,33	0,05	0,33	0,84	0,99	1,00	0,95	0,47	0,05	0,47	0,91	0,99
	S_E	0,99	0,87	0,35	0,05	0,36	0,87	0,99	0,99	0,92	0,40	0,04	0,39	0,84	0,97
	S_G	0,98	0,84	0,34	0,06	0,33	0,83	0,98	1,00	0,95	0,47	0,05	0,43	0,89	0,99
cloglog	S_{RV}	0,96	0,74	0,27	0,06	0,27	0,71	0,94	1,00	0,95	0,47	0,05	0,44	0,90	0,99
	S_W	0,97	0,75	0,27	0,06	0,29	0,74	0,95	1,00	0,95	0,47	0,05	0,47	0,91	0,99
	S_E	0,97	0,77	0,29	0,06	0,28	0,74	0,95	0,99	0,92	0,40	0,04	0,39	0,85	0,97
	S_G	0,96	0,74	0,28	0,06	0,26	0,69	0,93	1,00	0,95	0,47	0,05	0,43	0,89	0,99

Continua na próxima página

Tabela 27 – Continuação da página anterior

HPB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,75	0,50	0,20	0,06	0,20	0,50	0,74	1,00	0,95	0,48	0,05	0,42	0,90	0,99
	\mathcal{S}_W	0,86	0,61	0,21	0,02	0,22	0,62	0,85	1,00	0,96	0,48	0,05	0,45	0,91	0,99
	\mathcal{S}_E	0,76	0,51	0,21	0,06	0,21	0,51	0,75	0,99	0,92	0,41	0,03	0,37	0,84	0,97
	\mathcal{S}_G	0,65	0,42	0,19	0,08	0,18	0,42	0,63	1,00	0,95	0,49	0,05	0,41	0,89	0,99
$n = 100$															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,98	0,79	0,29	0,05	0,29	0,78	0,98	1,00	1,00	0,85	0,05	0,84	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,98	0,80	0,29	0,05	0,29	0,79	0,98	1,00	1,00	0,86	0,05	0,85	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,98	0,80	0,30	0,05	0,30	0,80	0,98	1,00	1,00	0,82	0,04	0,81	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,98	0,78	0,29	0,05	0,29	0,78	0,98	1,00	1,00	0,85	0,05	0,84	1,00	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,99	0,62	0,05	0,59	0,99	1,00	1,00	1,00	0,86	0,05	0,86	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,62	0,05	0,59	0,99	1,00	1,00	1,00	0,86	0,05	0,87	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,99	0,63	0,05	0,60	0,99	1,00	1,00	1,00	0,83	0,04	0,83	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,99	0,61	0,05	0,59	0,99	1,00	1,00	1,00	0,85	0,05	0,86	1,00	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,98	0,52	0,05	0,51	0,97	1,00	1,00	1,00	0,87	0,04	0,86	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,98	0,53	0,05	0,52	0,98	1,00	1,00	1,00	0,87	0,04	0,87	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,98	0,54	0,05	0,52	0,98	1,00	1,00	1,00	0,84	0,04	0,83	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,98	0,52	0,05	0,51	0,97	1,00	1,00	1,00	0,87	0,05	0,85	1,00	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,97	0,82	0,36	0,06	0,38	0,85	0,98	1,00	1,00	0,86	0,05	0,84	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,99	0,88	0,39	0,04	0,41	0,90	0,99	1,00	1,00	0,86	0,05	0,85	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,98	0,83	0,36	0,05	0,39	0,86	0,98	1,00	1,00	0,83	0,04	0,81	1,00	1,00
	\mathcal{S}_G	0,96	0,78	0,33	0,06	0,36	0,81	0,97	1,00	1,00	0,85	0,05	0,84	1,00	1,00

Na simulação do poder empírico dos testes no componente binário dos modelos HPB (logito), HPB (probito) e HPB (cloglog), assim como ocorreu com as taxas de erro tipo I, praticamente não houve efeito da proporção de zeros na amostra nos valores do poder. Nesta parte do modelo, todos os testes tendem a apresentar um comportamento similar em todos os cenários de tamanho de amostra e proporção de zeros.

Na simulação do poder empírico dos testes no componente binário do modelo HPB (Cauchy), para pequenas amostras, o teste Wald apresenta um desempenho superior aos demais, entretanto, em geral, quando n aumenta, os quatro testes tendem a ter um comportamento similar. Neste modelo, o poder dos testes sofre influência das proporções de zero consideradas na amostra, sendo indicado uma amostra $n > 100$ quando a proporção média de zeros é em torno de 20% para os testes se apresentarem similares.

Fazendo uma comparação do comportamento do poder testes em relação a função da ligação utilizada na parte binária dos modelos, de modo geral, para amostras pequenas, os quatro testes são mais poderosos quando se utilizam as funções de ligação probito e complemento log-log: os valores do poder dos testes quando $n = 20$ são maiores

ou iguais a 0,80, enquanto os testes nos modelos com ligação logito e Cauchy apresentam poder bem menor. Assim, para amostras pequenas, os testes atingem o poder 1 mais rapidamente utilizando as funções de ligação probito e complemento log-log e para amostras grandes, os quatro modelos apresentam poder dos testes com comportamento similar. As proporções de zero exercem uma influência na comparação dos modelos entre si, de forma que conforme se aumenta a proporção de zeros na amostra os testes aumentam seu poder.

Em relação ao número de covariáveis no modelo, percebe-se que o poder empírico dos testes diminui com o acréscimo de uma para duas covariáveis, como por exemplo, nos modelos com ligação probito e complemento log-log com uma covariável, os testes atingem poder $\geq 0,80$ quando $n = 20$, já com duas covariáveis, os testes só atingem estes valores quando $n = 30$. Entretanto, quando se aumenta o tamanho da amostra ($n = 100$) os testes apresentam poder empírico próximos de 1 em todas as funções de ligação.

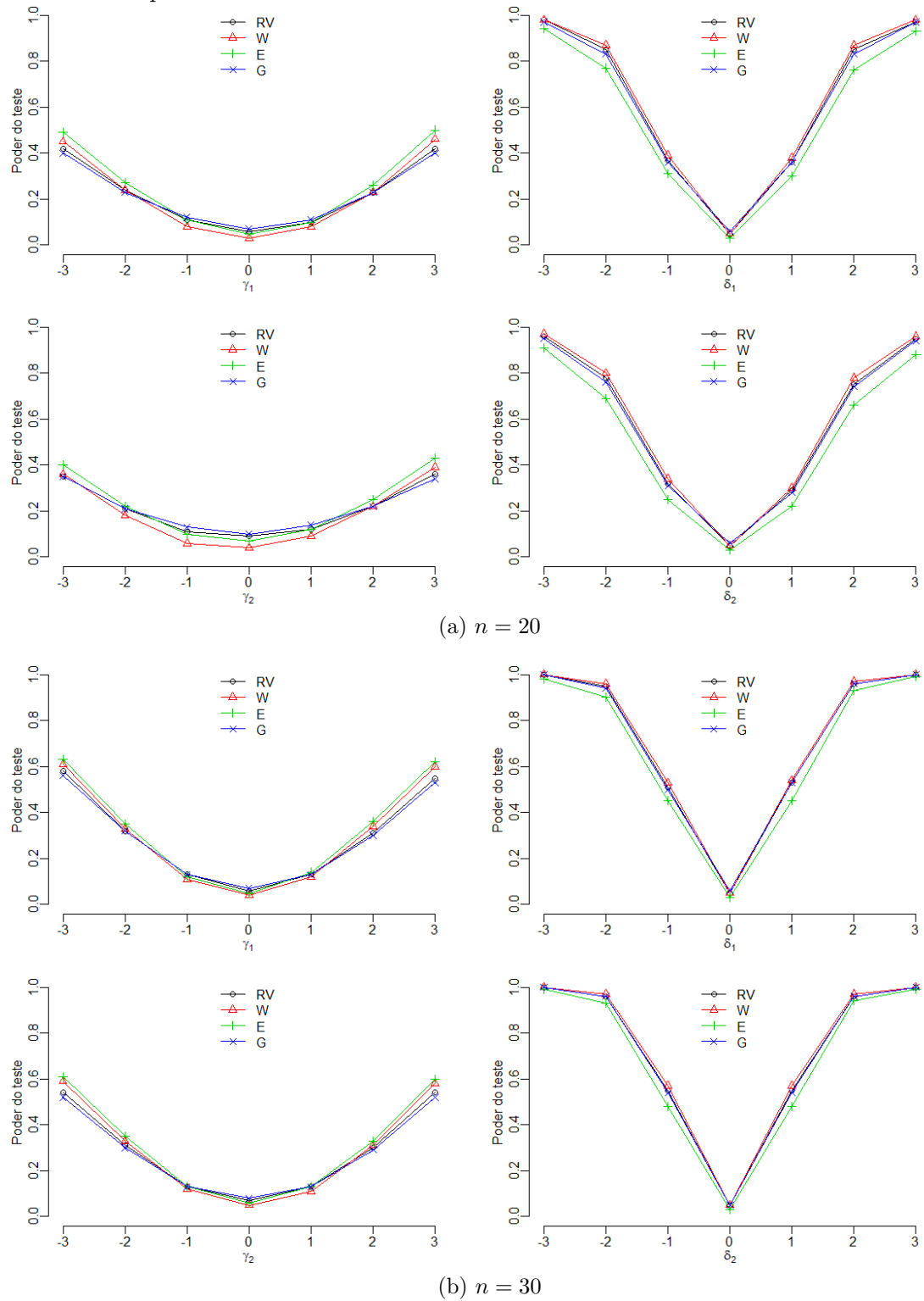
No componente de contagens positivas, observa-se que os quatro testes têm um comportamento equivalente em relação ao poder, e novamente, como esperado, conforme ϖ se distancia de 0 na hipótese alternativa e n cresce, o poder dos testes aumentam se aproximando de 1. Diante da composição do modelo, a proporção de zeros exerce influência na quantidade de contagens positivas na amostra, entretanto, não influencia no comportamento do poder empírico dos testes com uma covariável, já considerando duas covariáveis, observa-se que para a proporção de zeros 50% os testes demoram mais para atingir o poder 1 em amostras de tamanho $n = 20$ e 30. Fazendo uma comparação com a parte binária dos modelos, os testes atingem o poder $\geq 0,80$ mais rapidamente na parte de contagens positivas considerando qualquer uma das funções de ligação consideradas na parte binária e tamanho de amostra fixados.

Para facilitar a visualização desses resultados foram feitos os gráficos apresentados nas Figuras 14, 15, 16, 17 que representam o poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ para os modelos HPB (logito), em que cada figura retrata a proporção de zeros na amostra de 20%, 30%, 40% e 50%. Analogamente, os resultados do poder dos testes para o modelo HPB (probit) são apresentados nos gráficos das Figuras 18, 19, 20 e 21; para o modelo HPB (cloglog), os resultados são apresentados nos gráficos das Figuras 22, 23, 24 e 25 e para o modelo HPB (Cauchy), nos gráficos das Figuras 26, 27, 28 e 29.

Para complementar a ilustração do poder empírico de cada teste, além dos

gráficos mencionados, foram construídos os gráficos apresentados nas figuras contidas no Apêndice B, que retratam o poder empírico de cada teste em relação ao tamanho da amostra nas proporções consideradas. Ressalta-se que, devido a similaridade do comportamento dos testes com uma e com duas covariáveis, foram considerados, nestes gráficos, apenas os resultados para simulação com duas covariáveis.

Figura 14 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) com $p = 20\%$.



Continua na próxima página

Figura 14 – Continuação da página anterior.

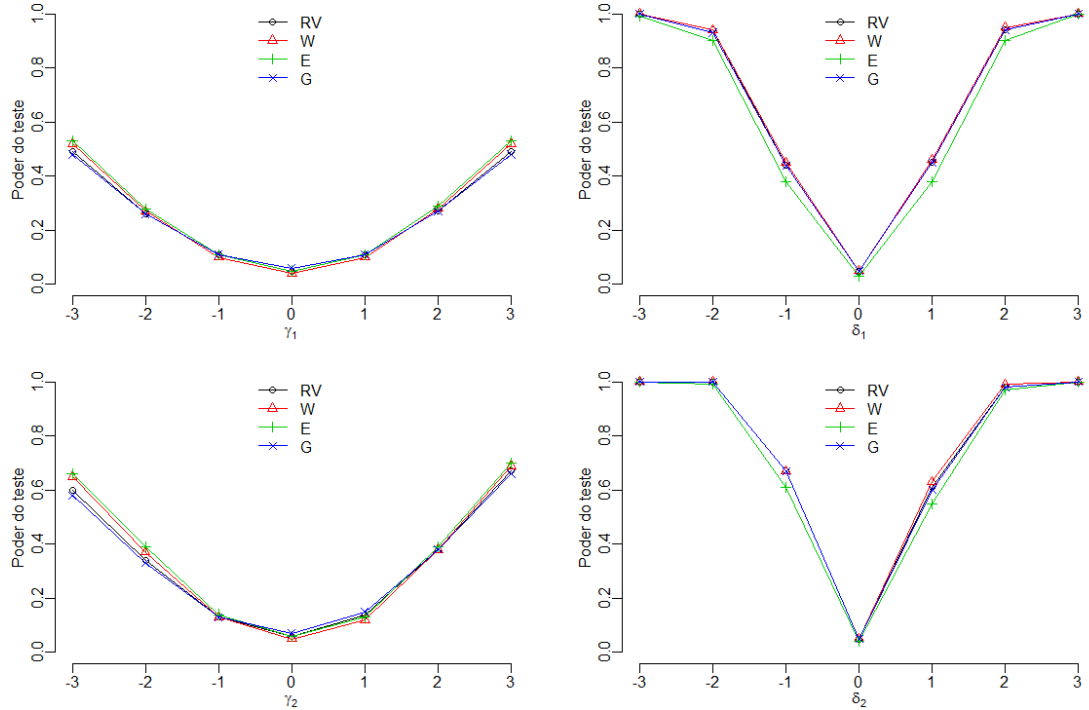
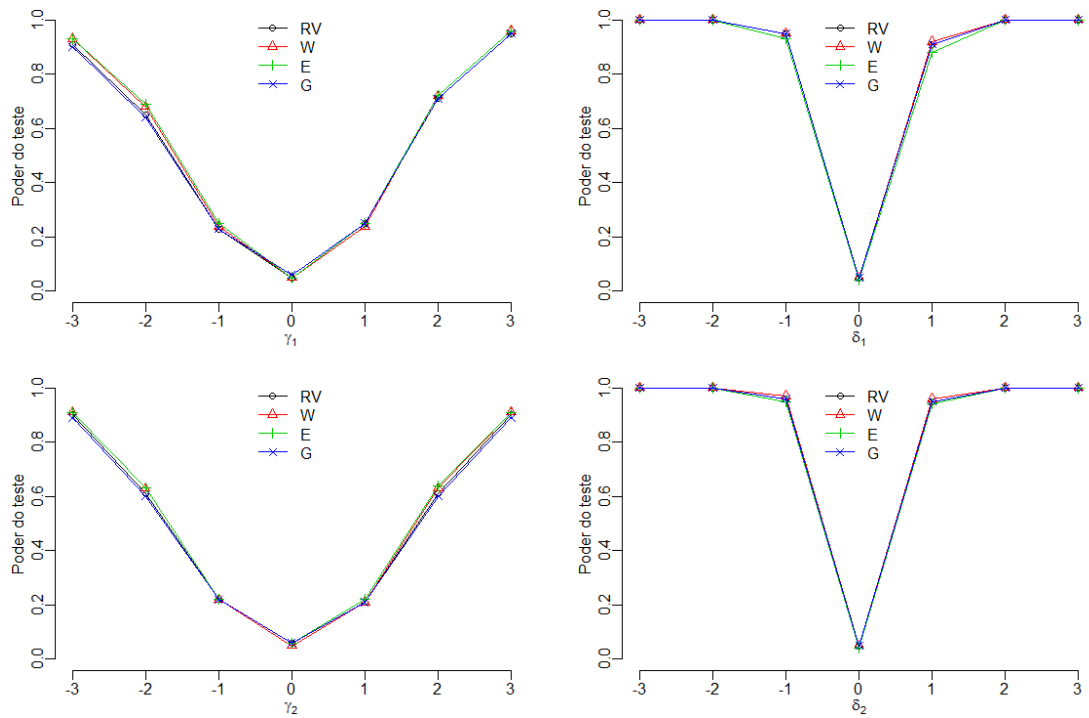
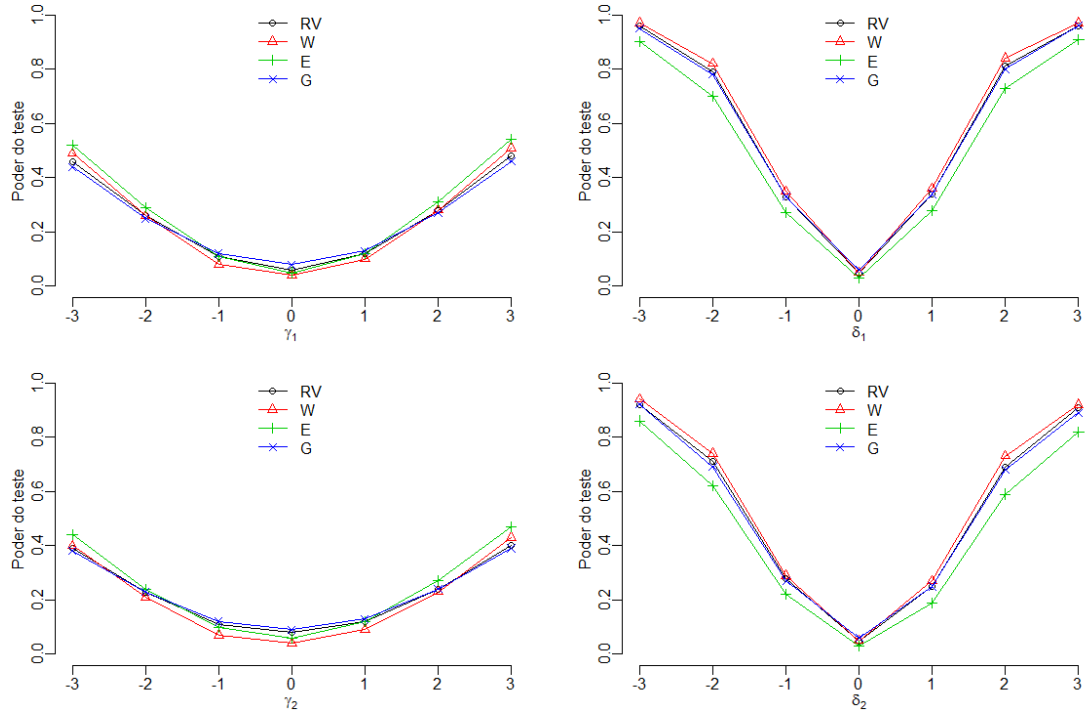
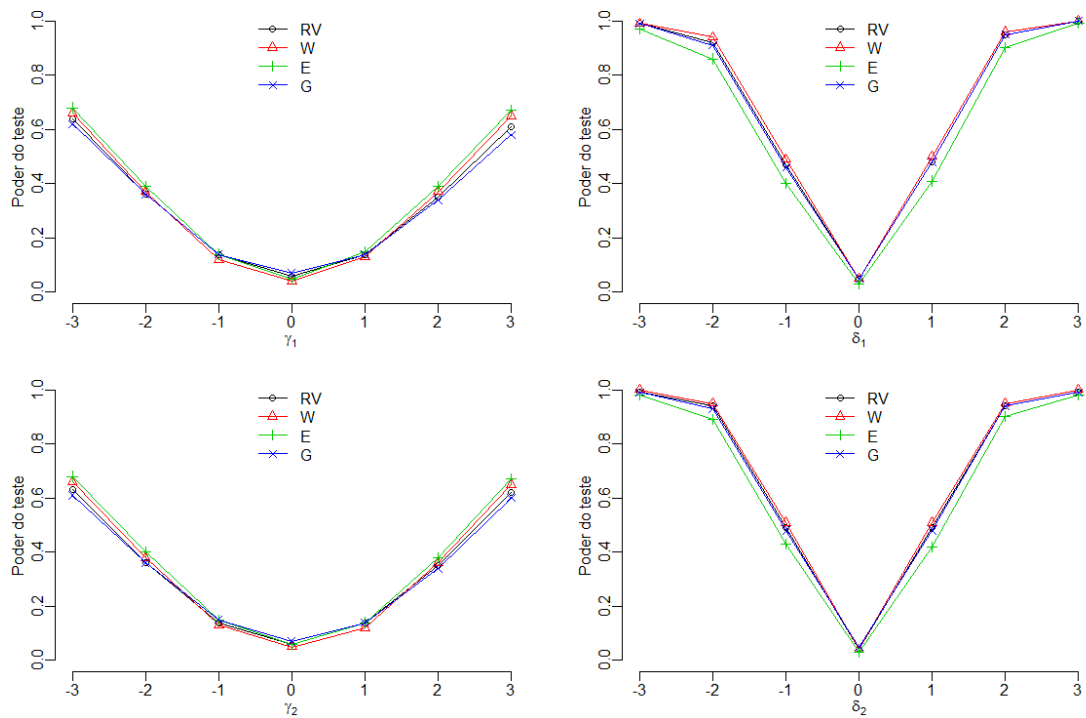
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 15 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) com $p = 30\%$.



(a) $n = 20$



(b) $n = 30$

Continua na próxima página

Figura 15 – Continuação da página anterior.

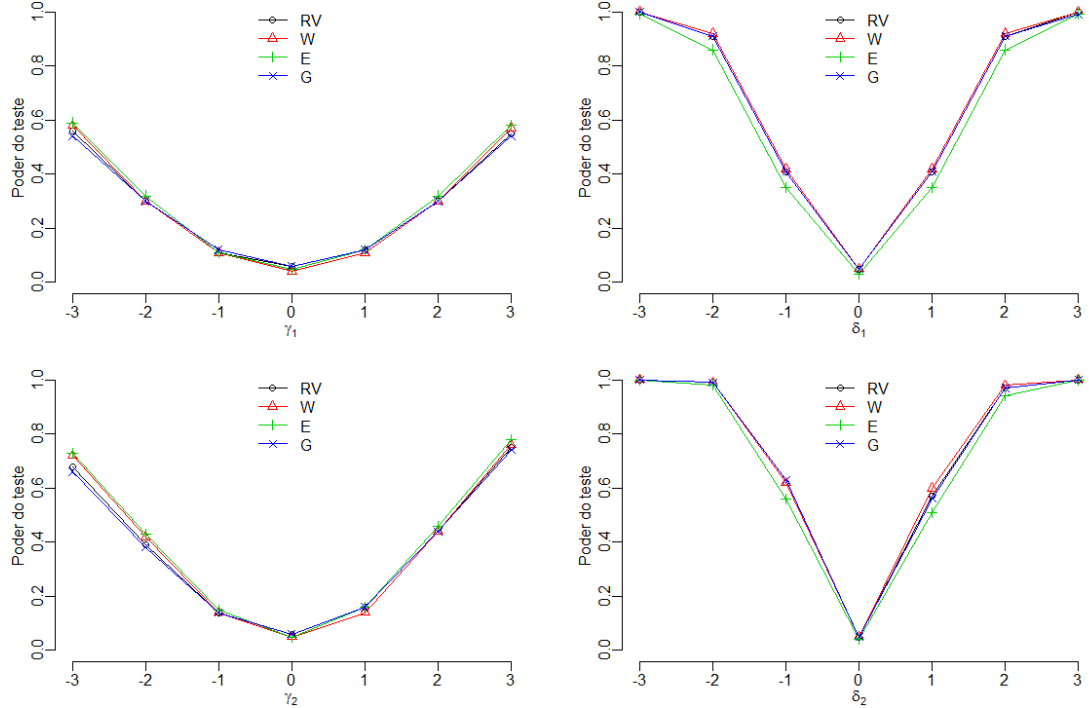
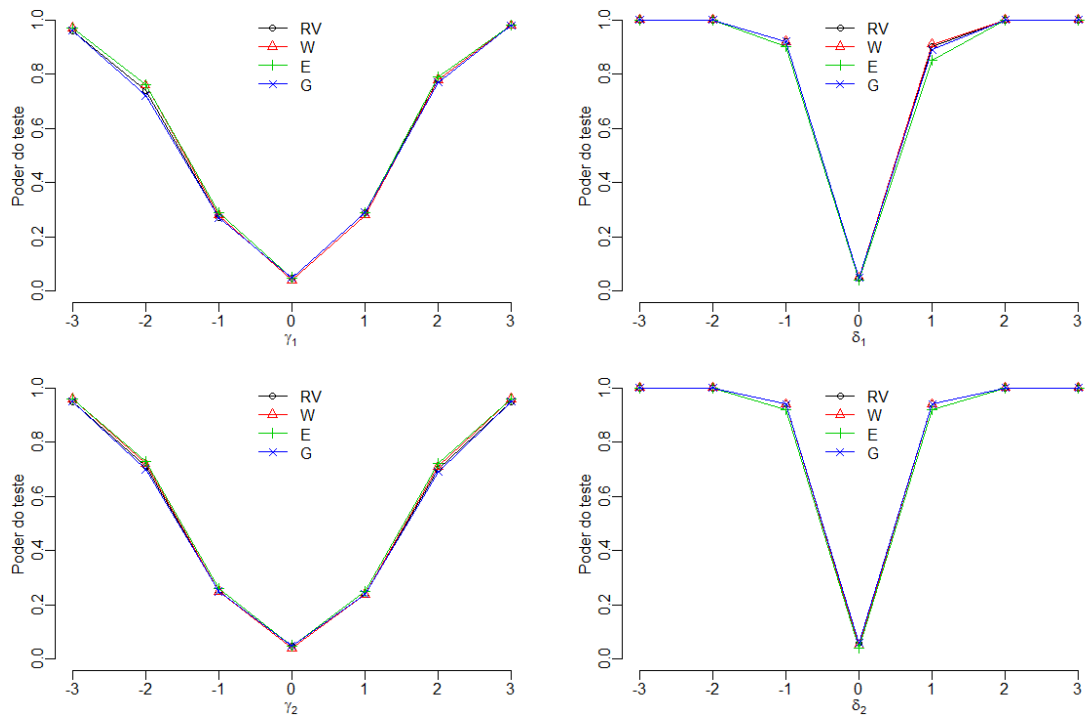
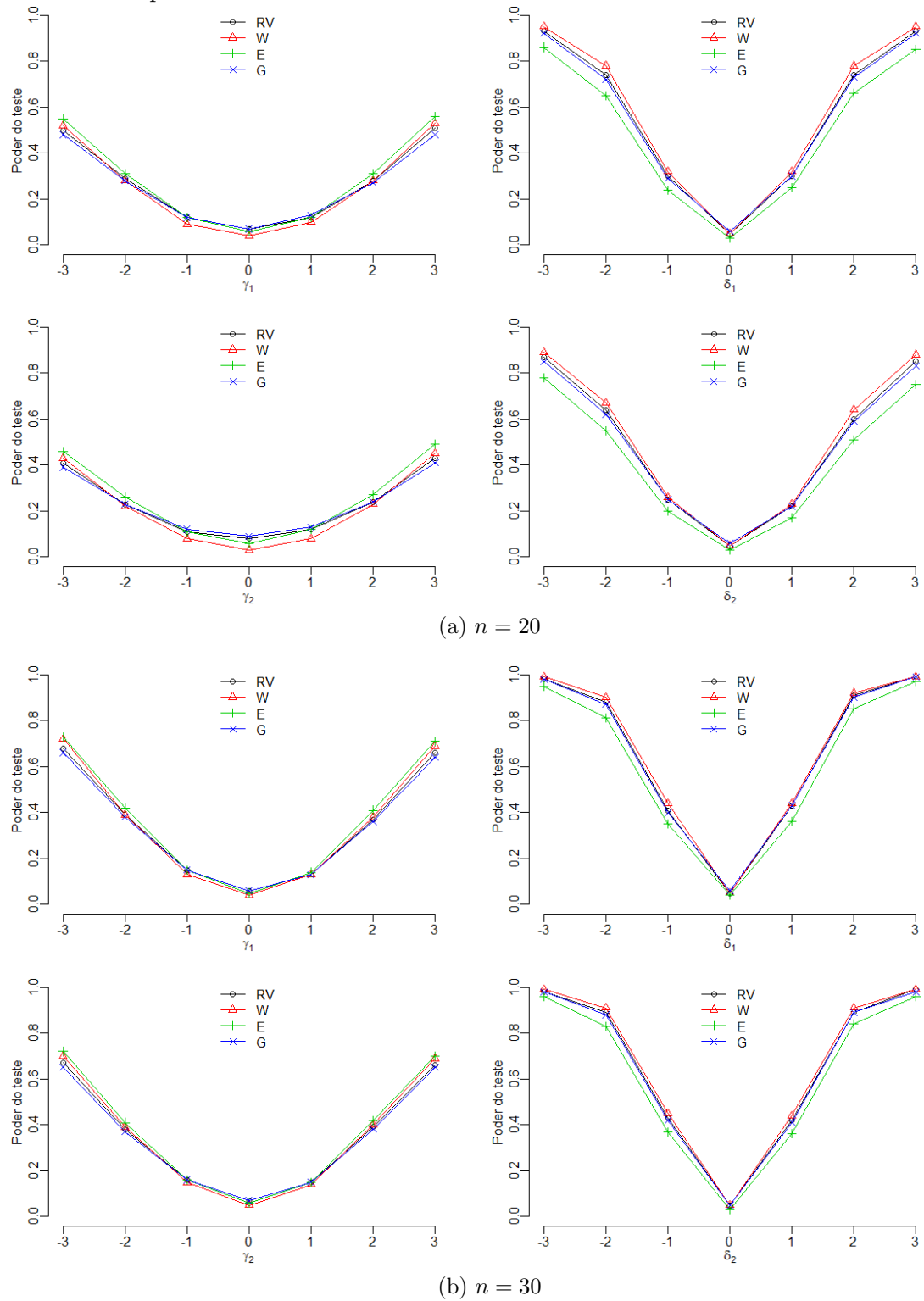
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 16 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) com $p = 40\%$.



Continua na próxima página

Figura 16 – Continuação da página anterior.

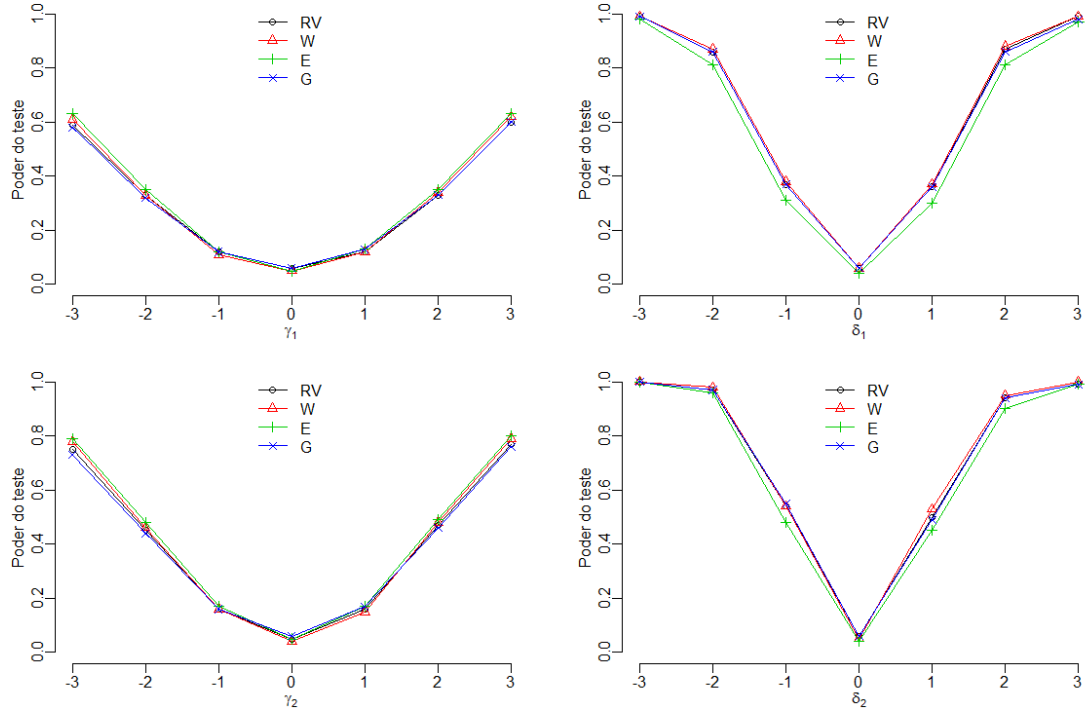
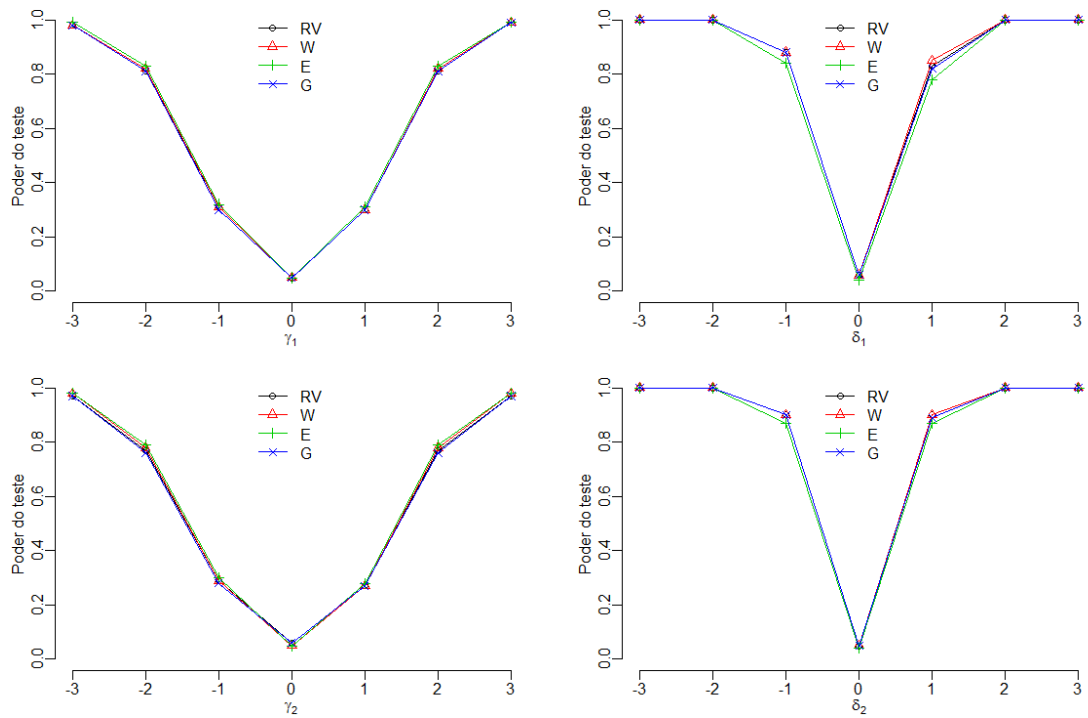
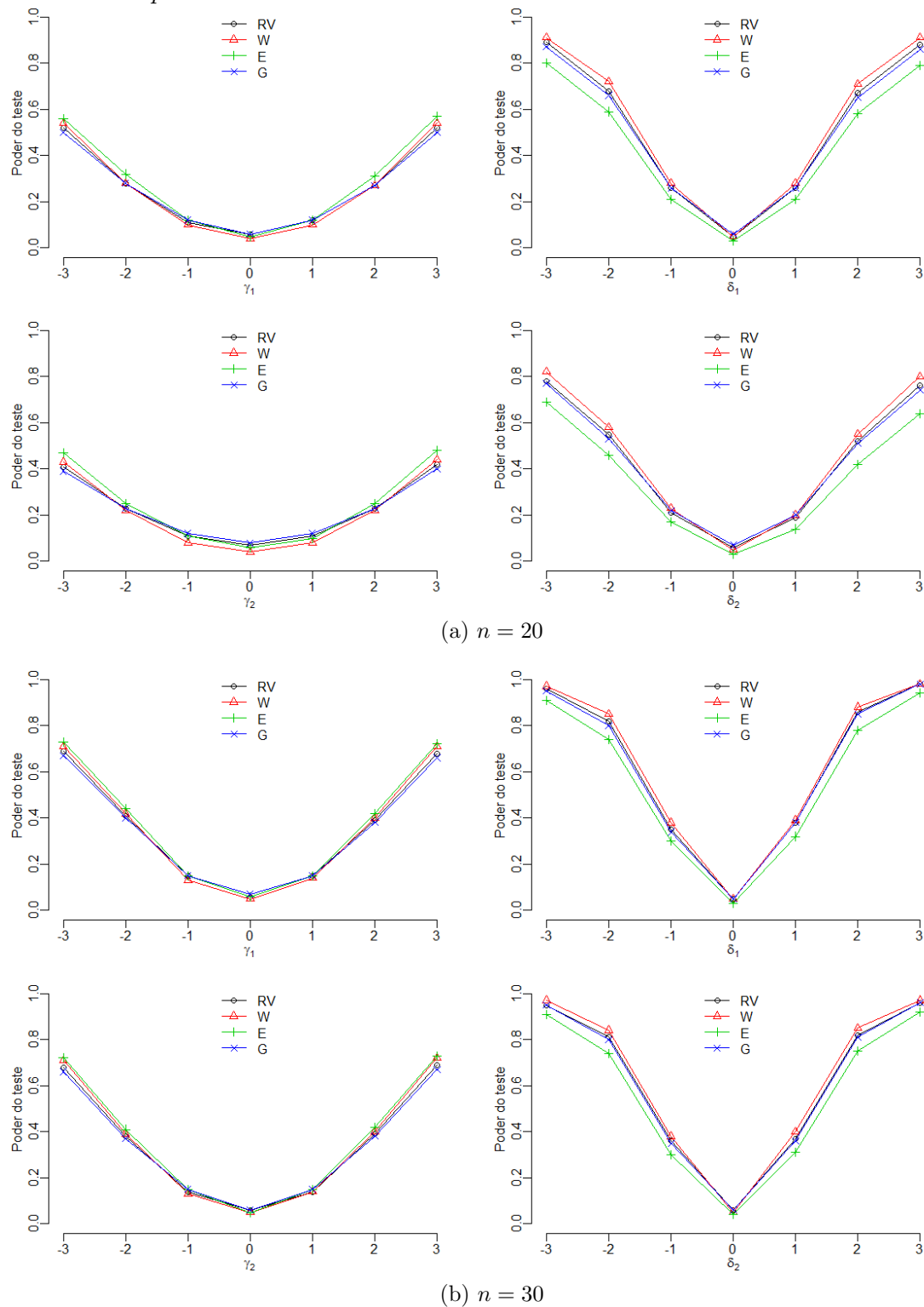
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 17 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) com $p = 50\%$.



Continua na próxima página

Figura 17 – Continuação da página anterior.

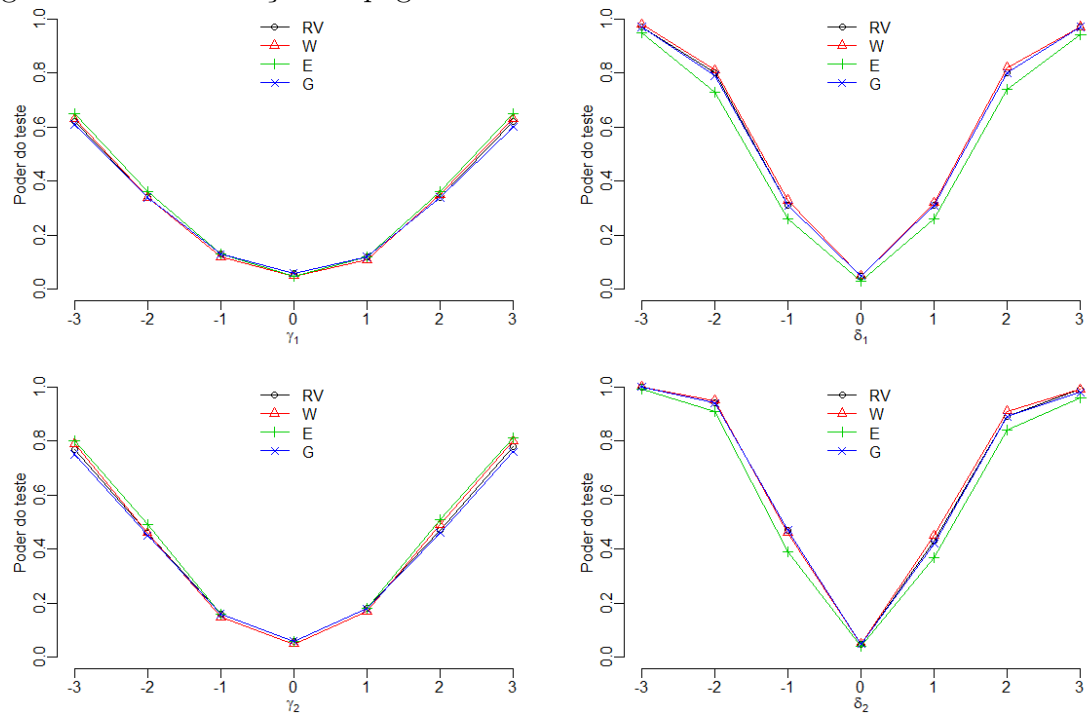
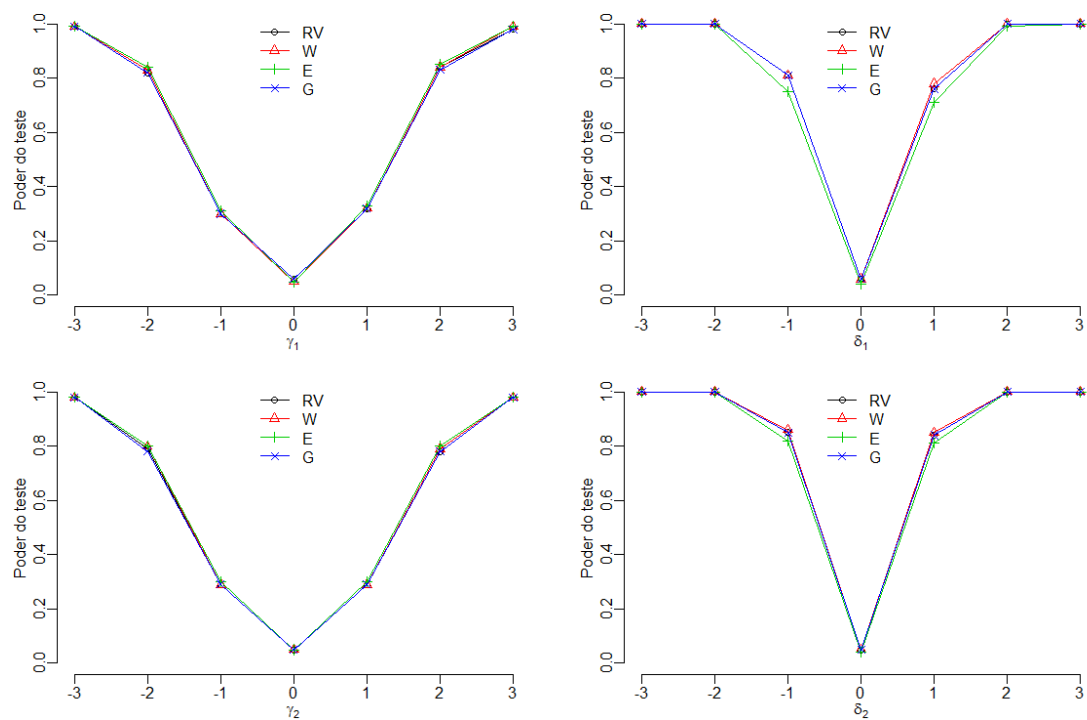
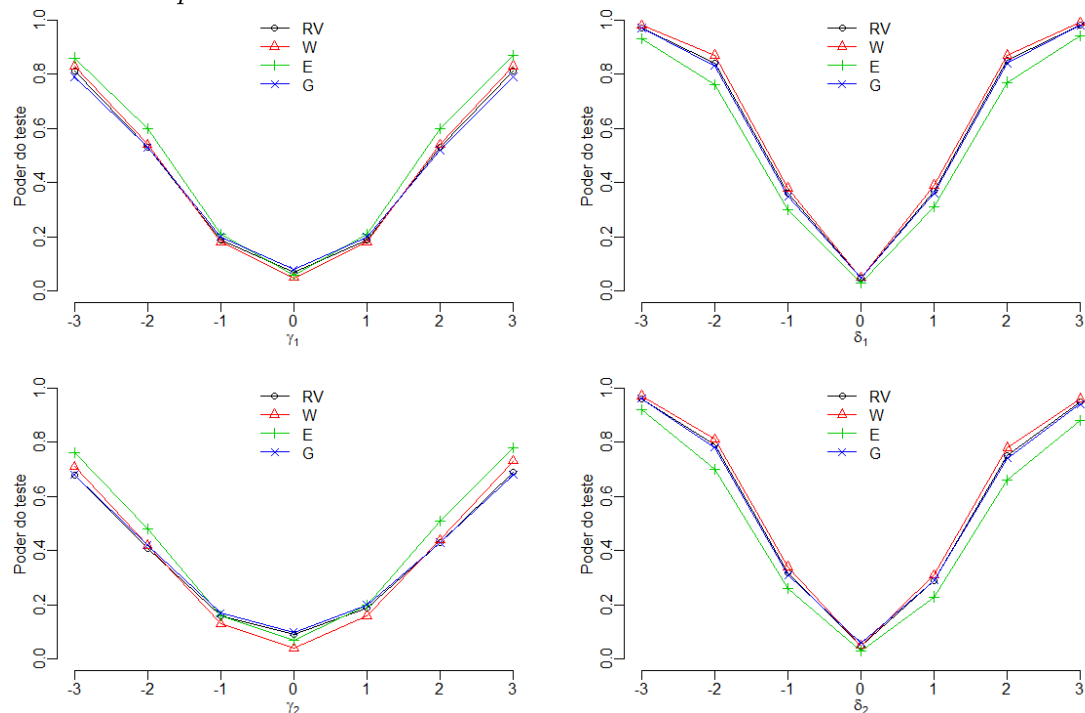
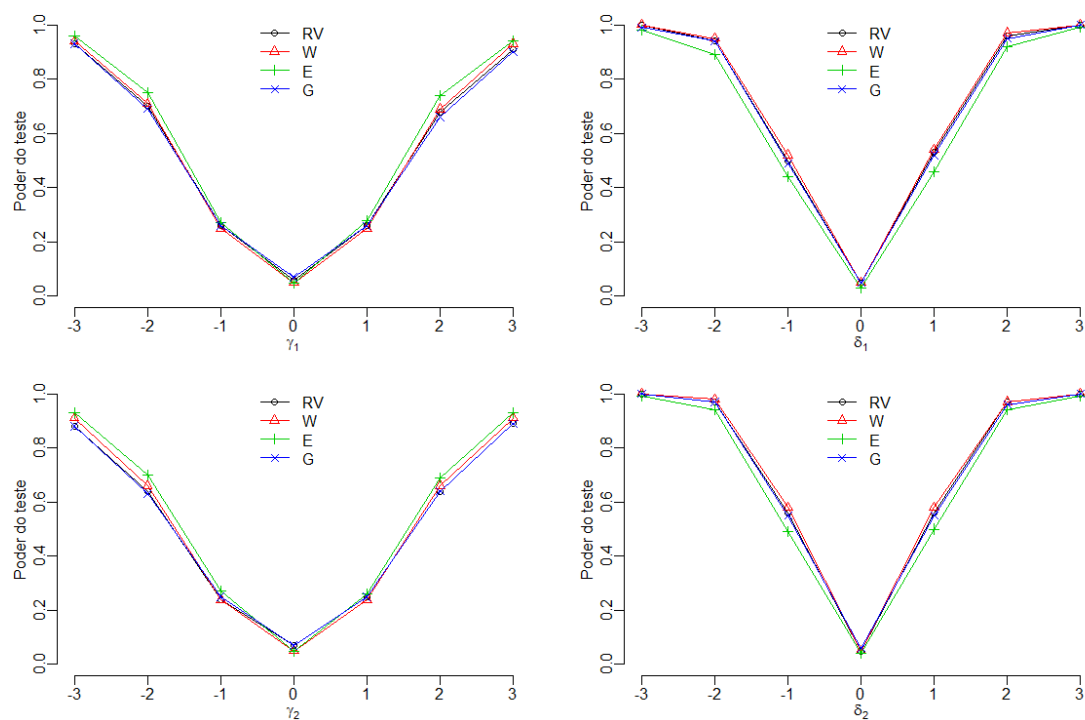
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 18 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) com $p = 20\%$.



(a) $n = 20$



(b) $n = 30$

Continua na próxima página

Figura 18 – Continuação da página anterior.

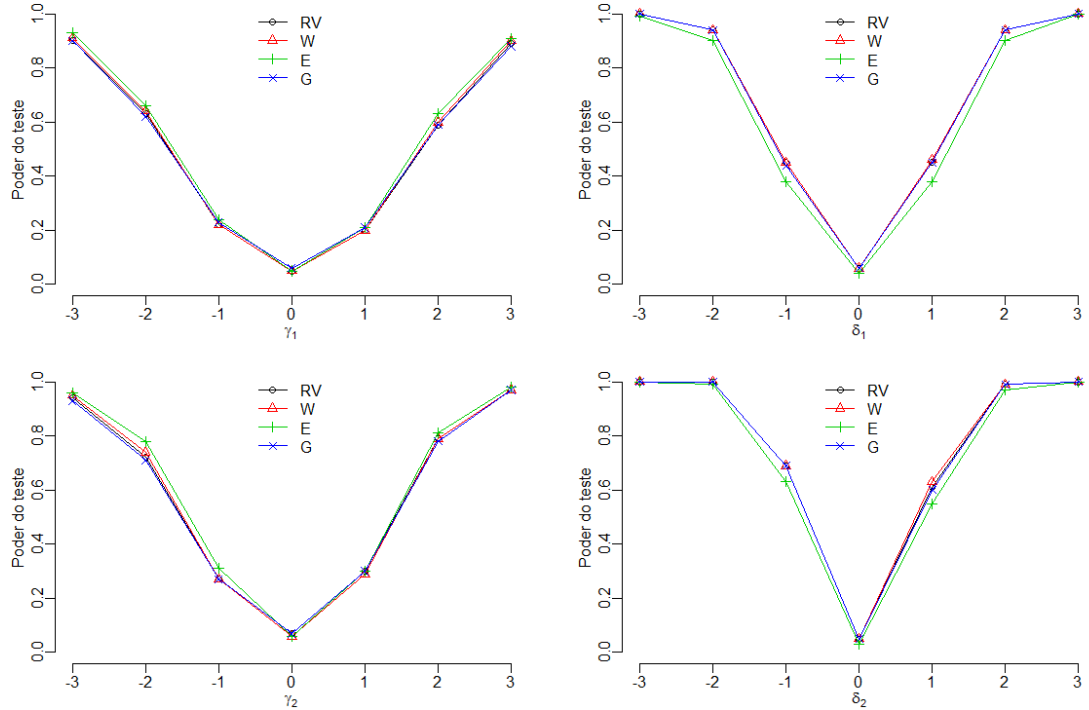
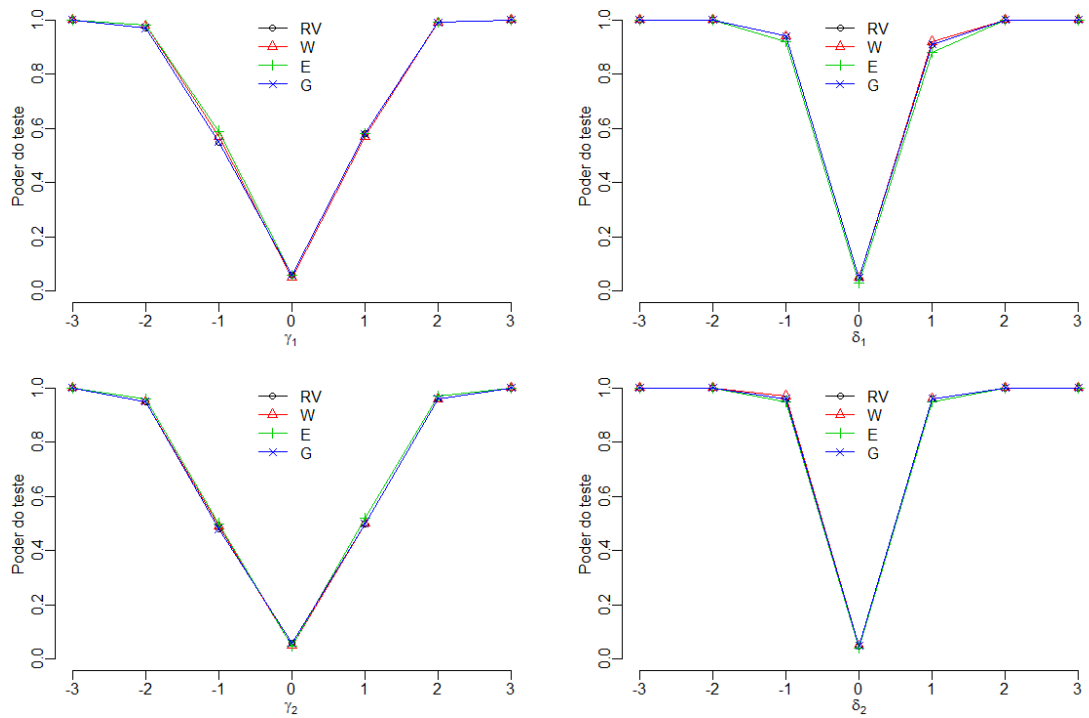
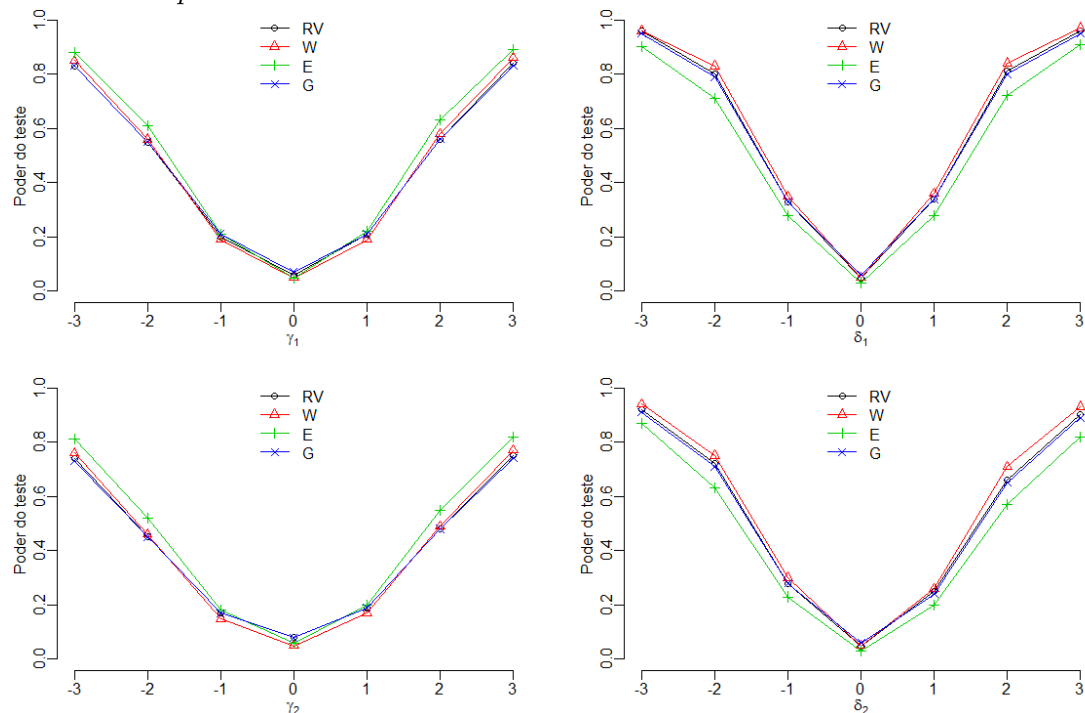
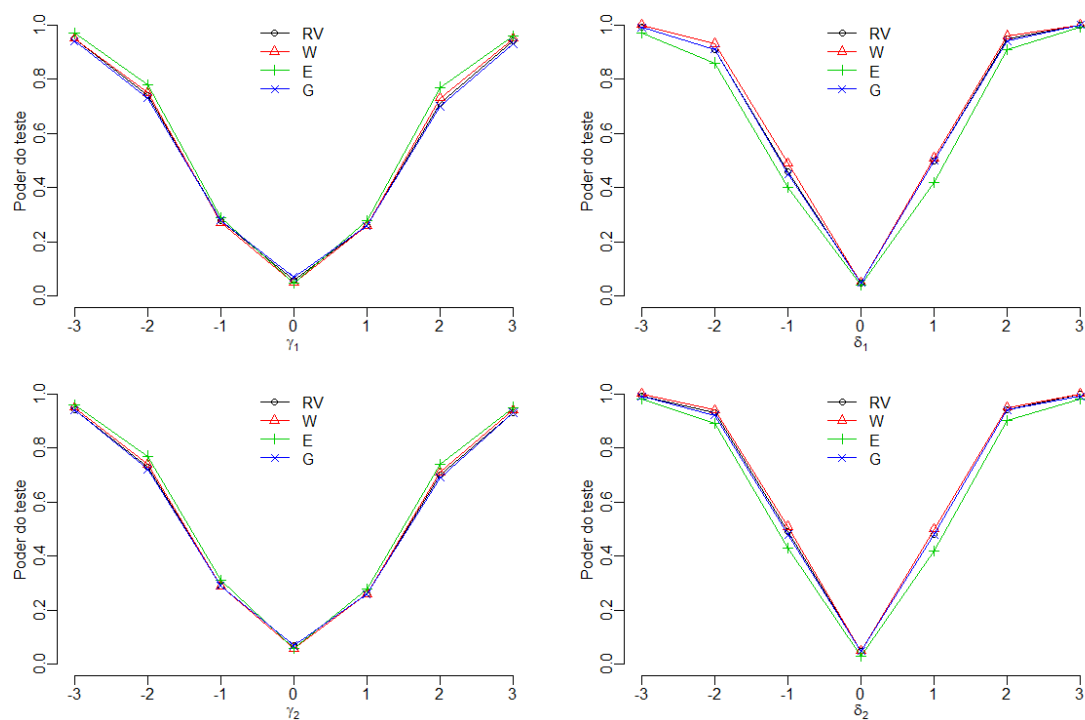
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 19 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) com $p = 30\%$.



(a) $n = 20$



(b) $n = 30$

Continua na próxima página

Figura 19 – Continuação da página anterior.

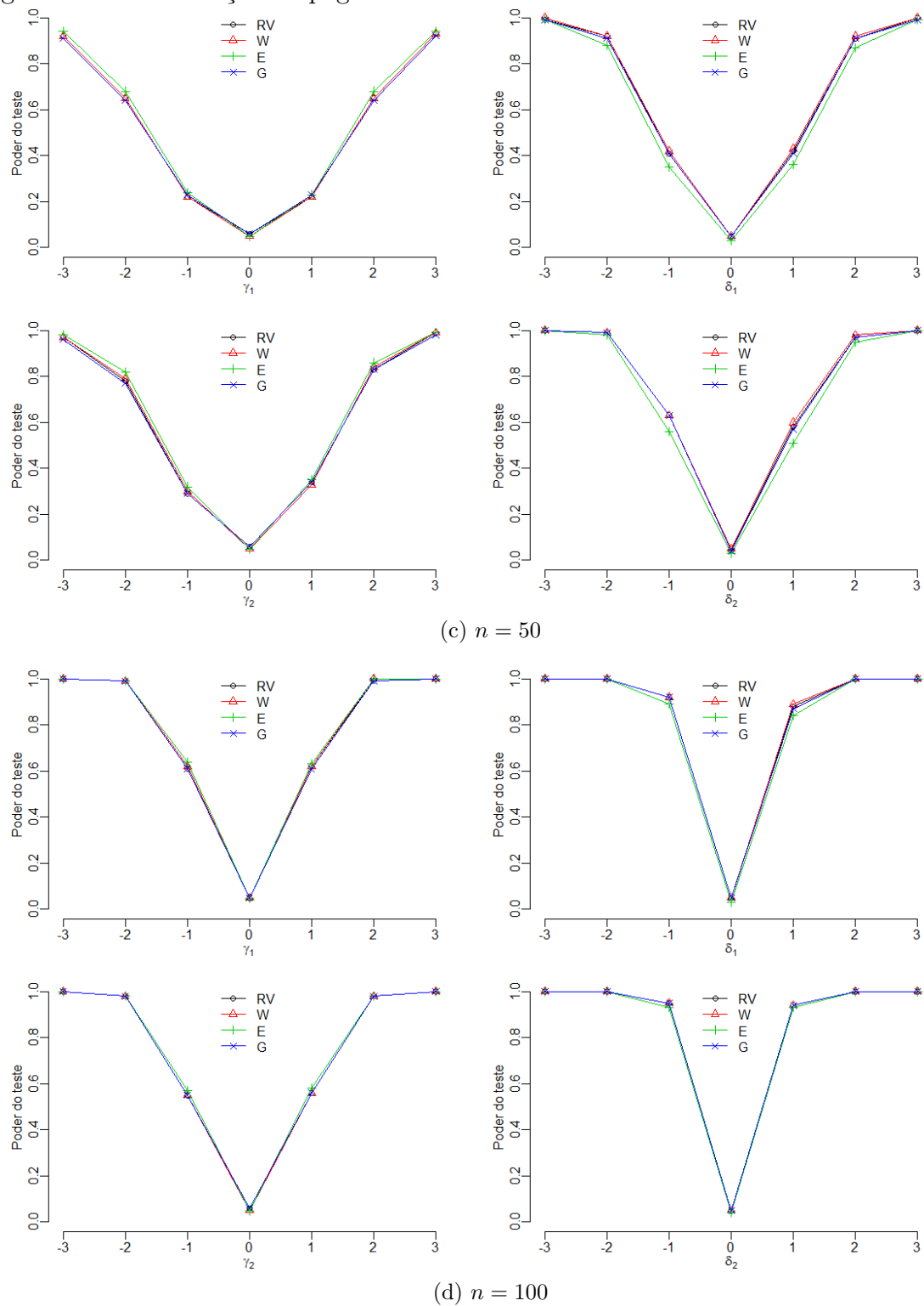
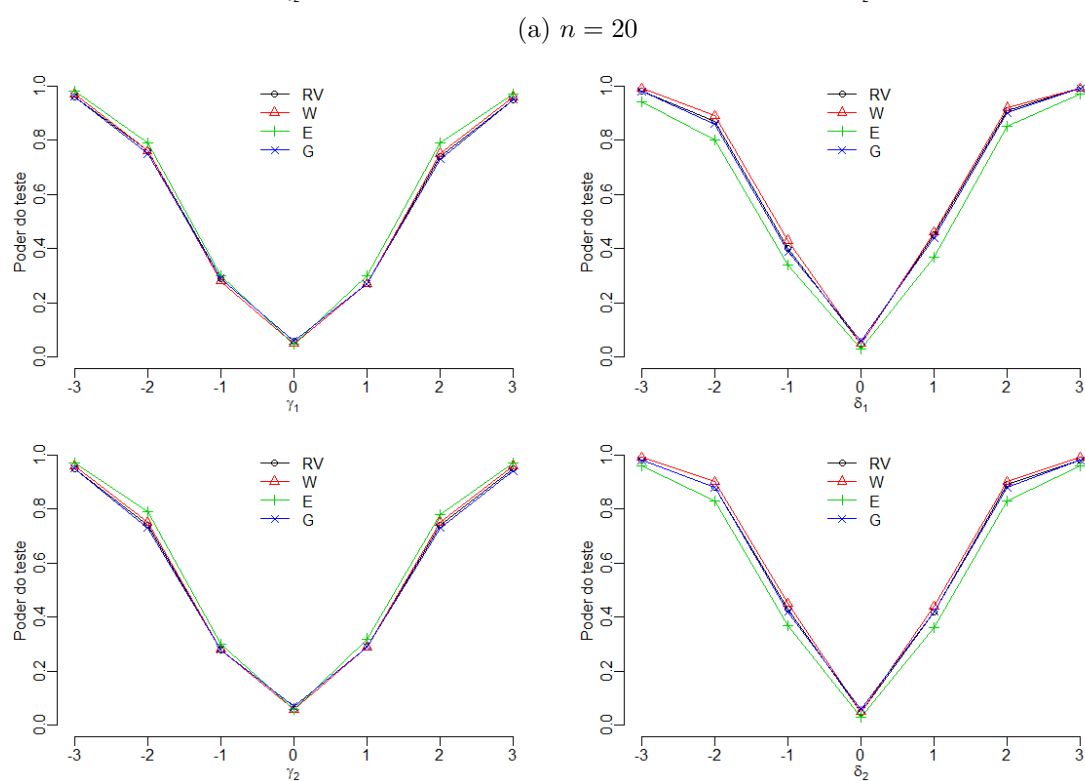
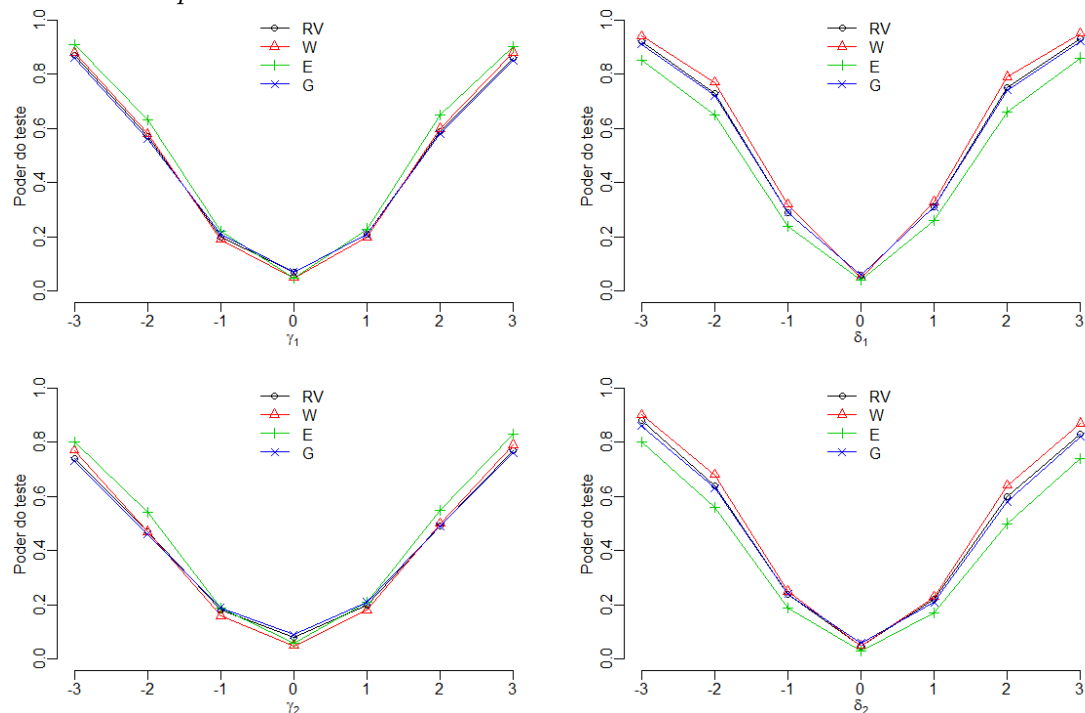


Figura 20 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) com $p = 40\%$.



Continua na próxima página

Figura 20 – Continuação da página anterior.

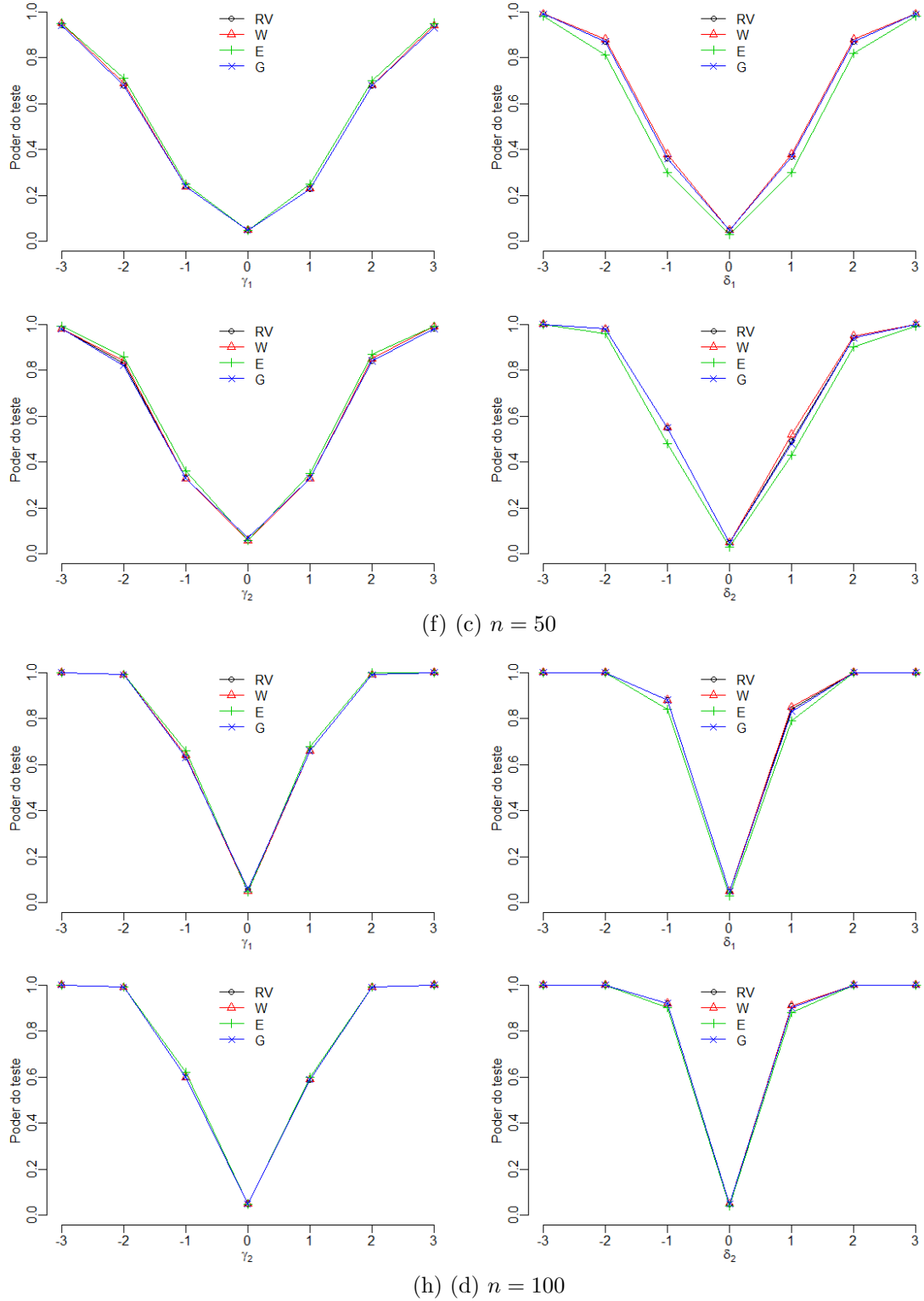
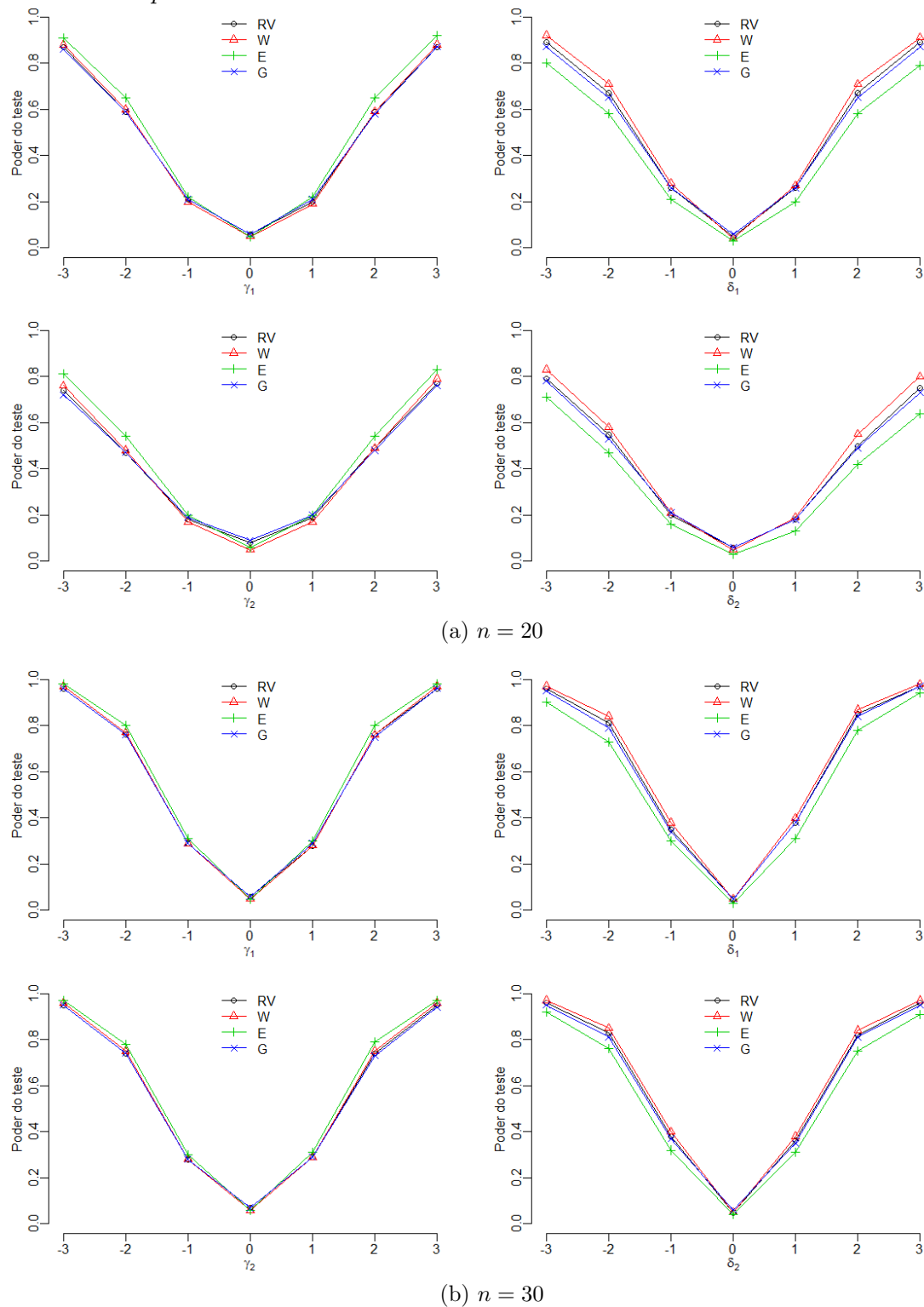


Figura 21 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) com $p = 50\%$.



Continua na próxima página

Figura 21 – Continuação da página anterior.

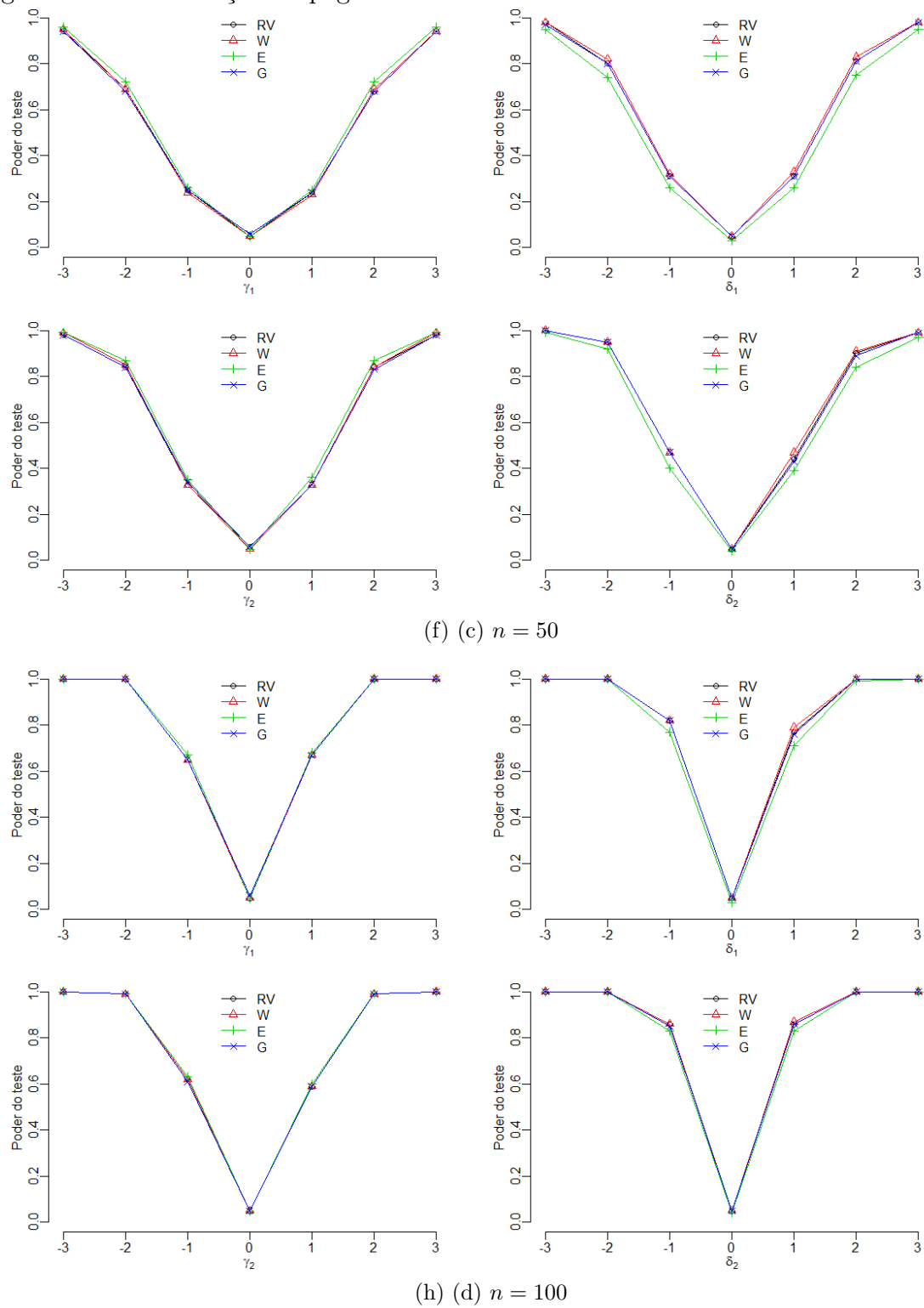
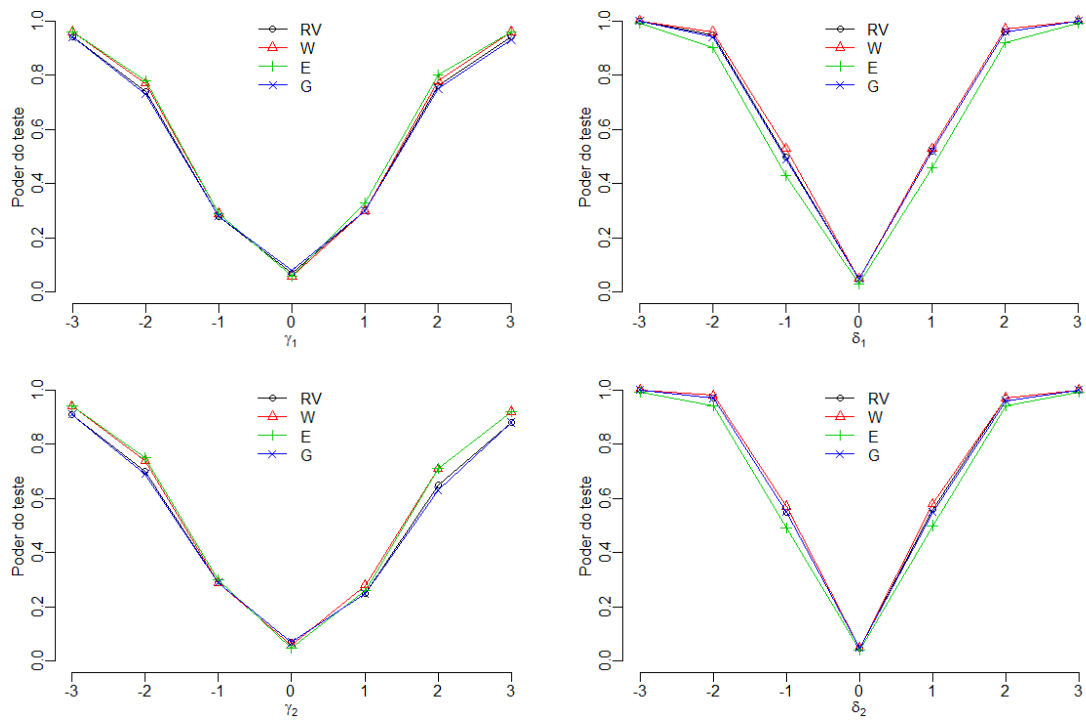
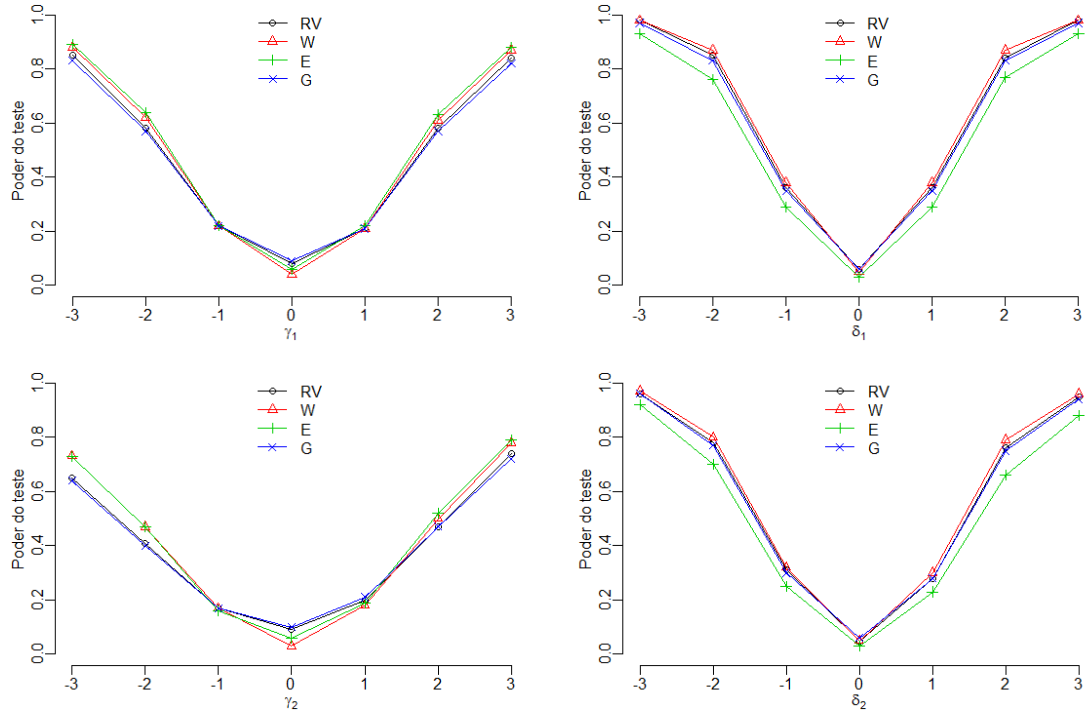


Figura 22 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) com $p = 20\%$.



Continua na próxima página

Figura 22 – Continuação da página anterior.

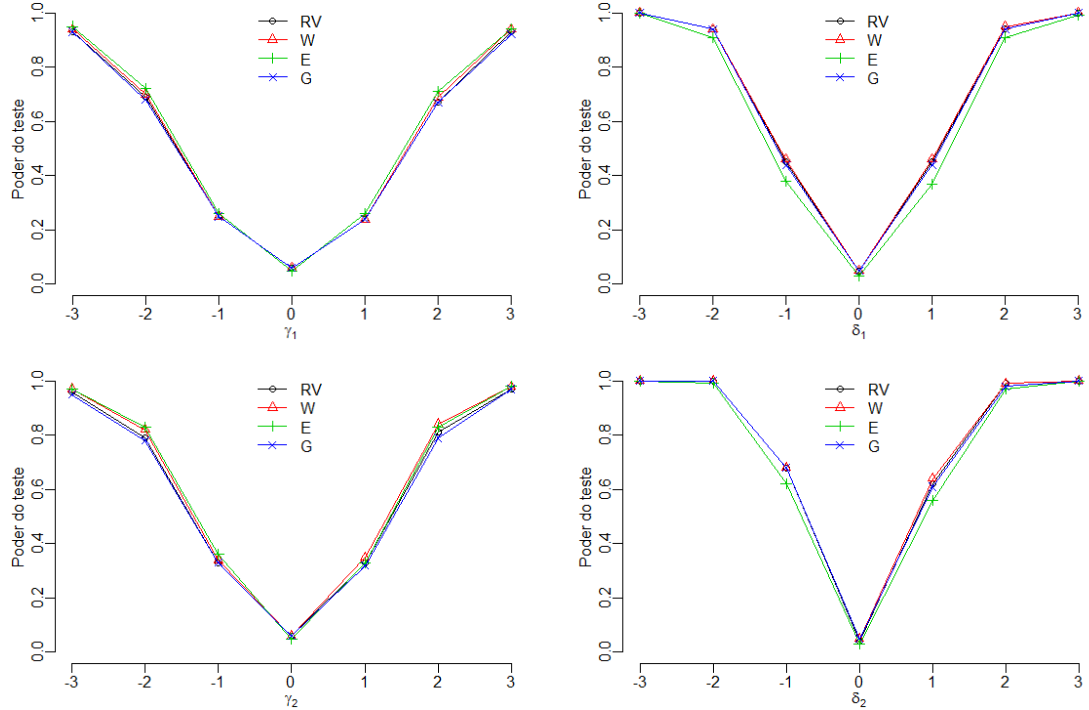
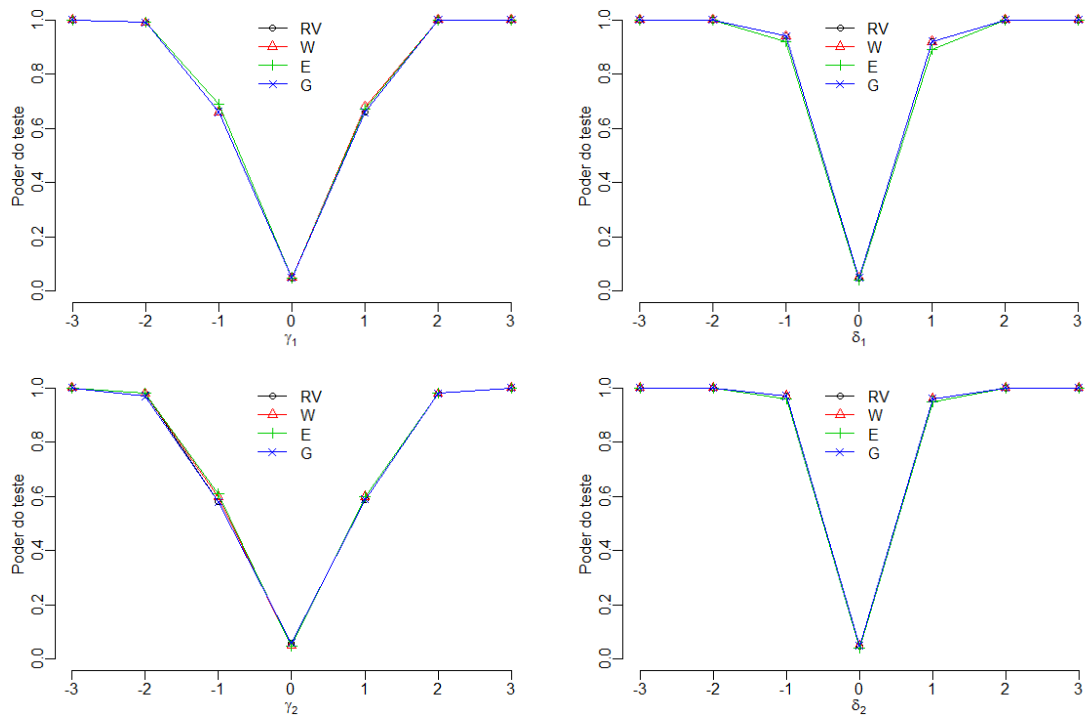
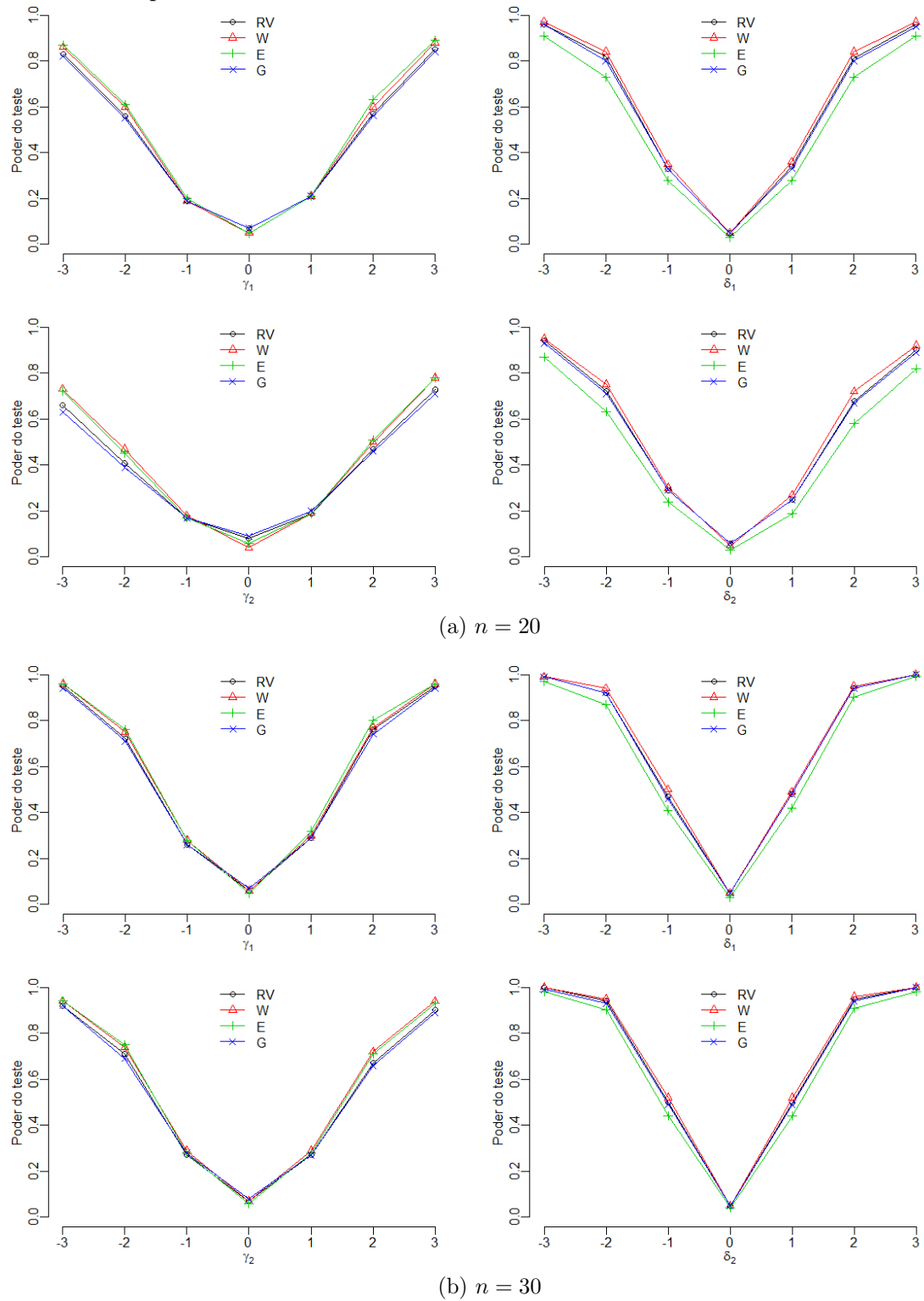
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 23 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) com $p = 30\%$.



Continua na próxima página

Figura 23 – Continuação da página anterior.

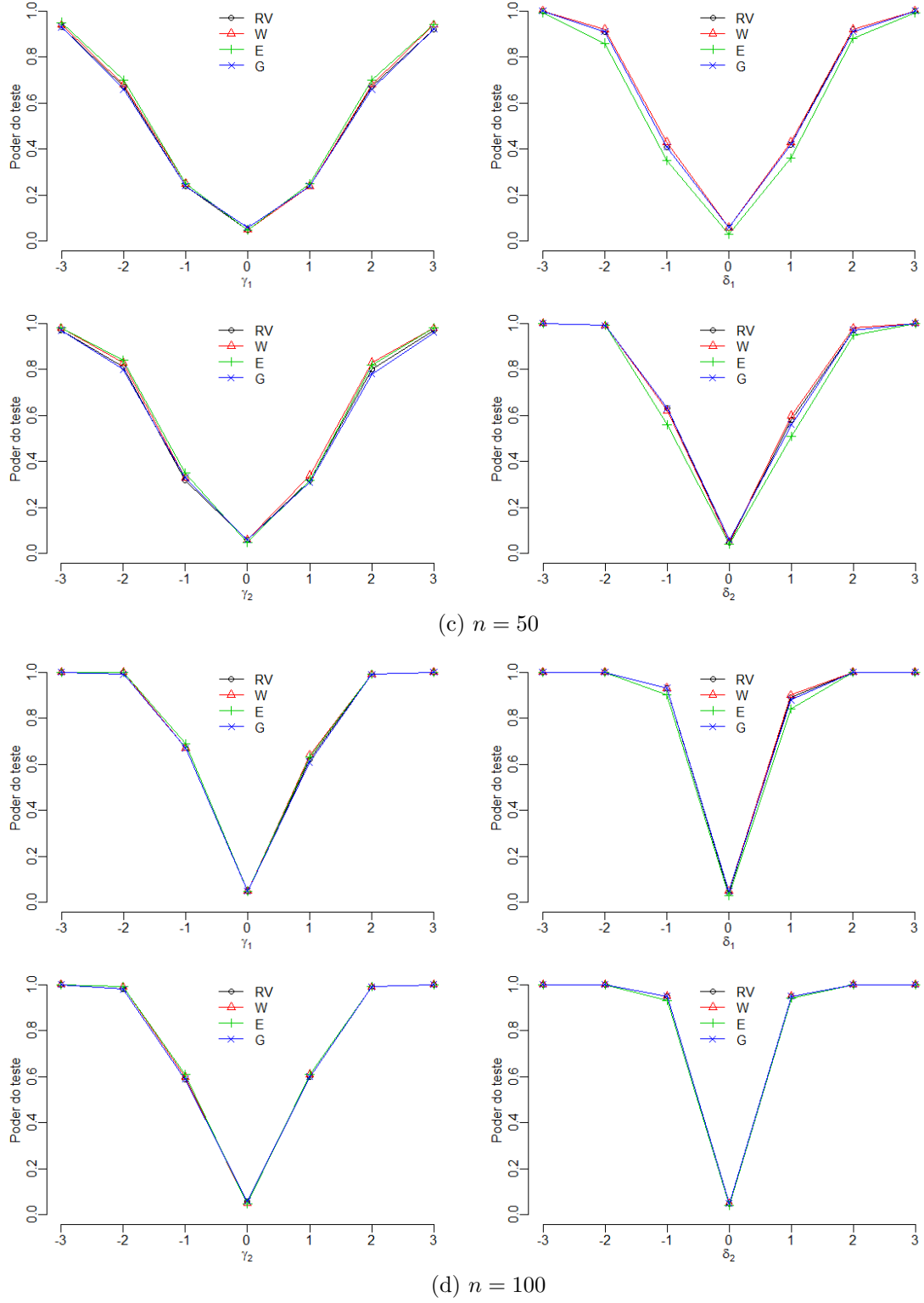
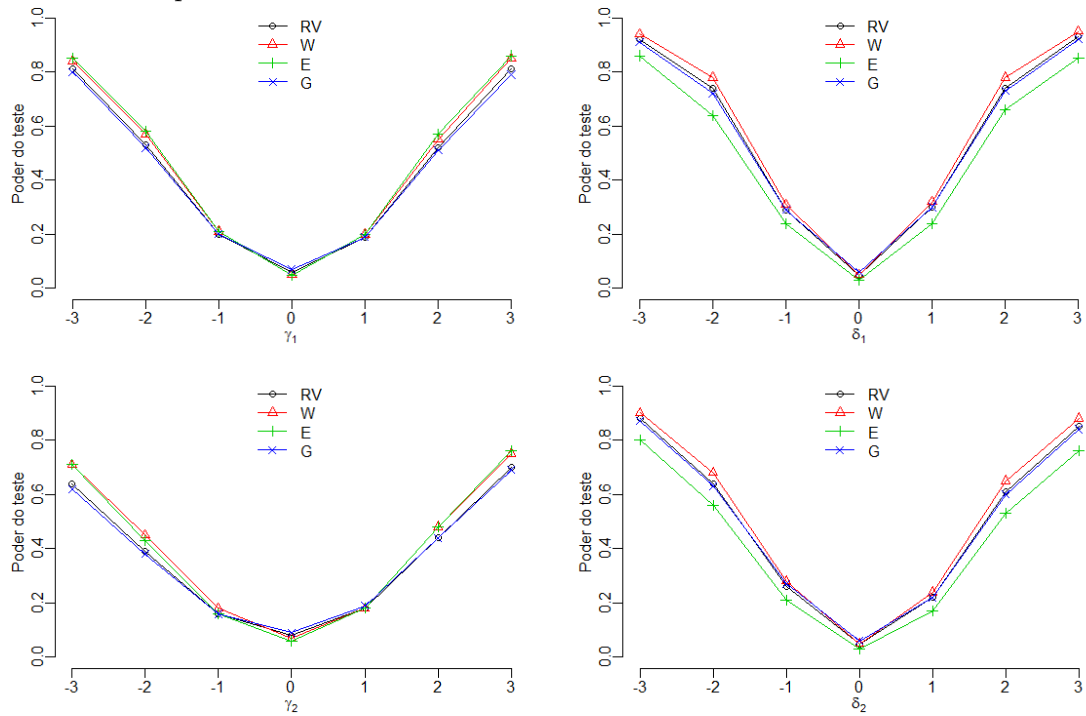
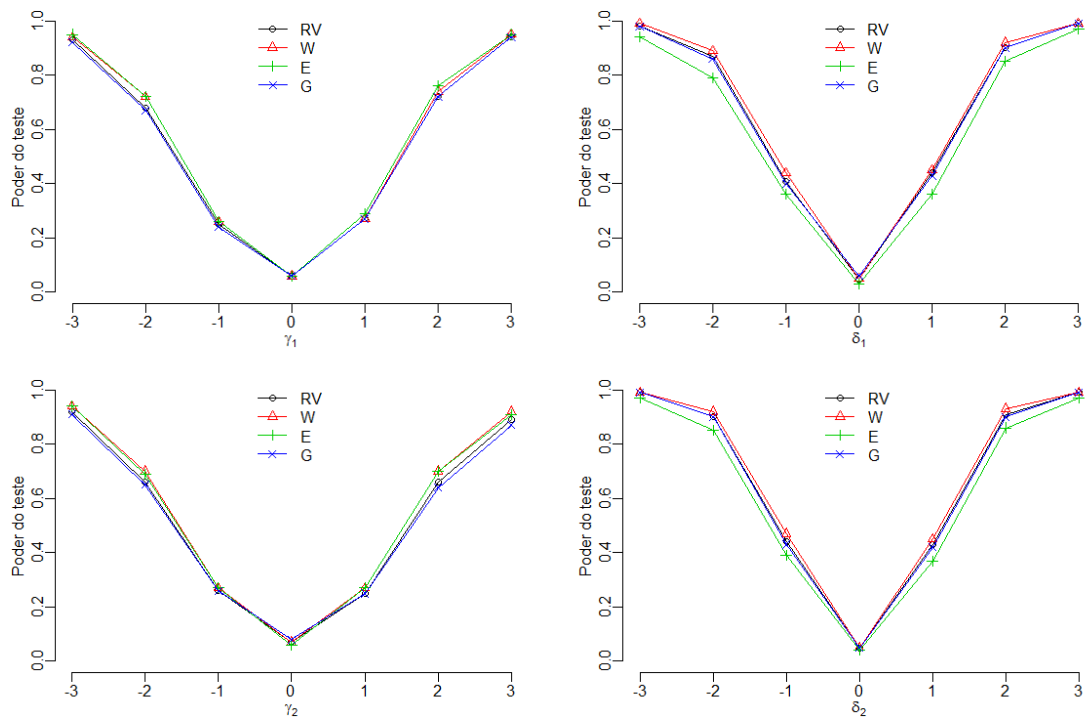


Figura 24 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) com $p = 40\%$.



(a) $n = 20$



(b) $n = 30$

Continua na próxima página

Figura 24 – Continuação da página anterior.

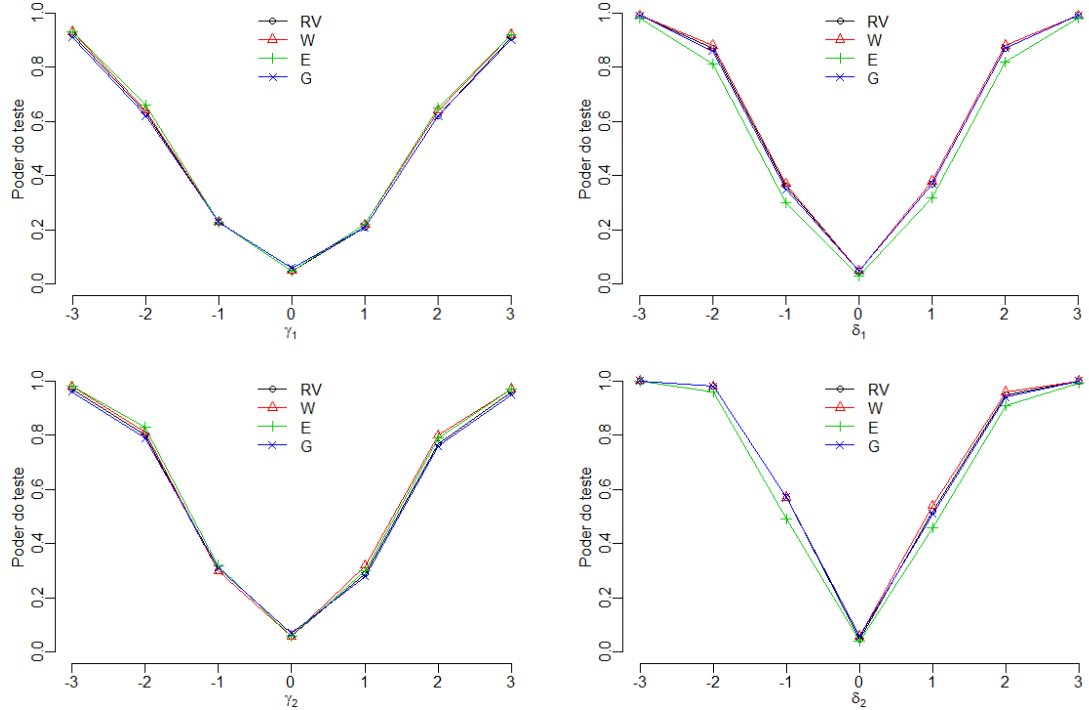
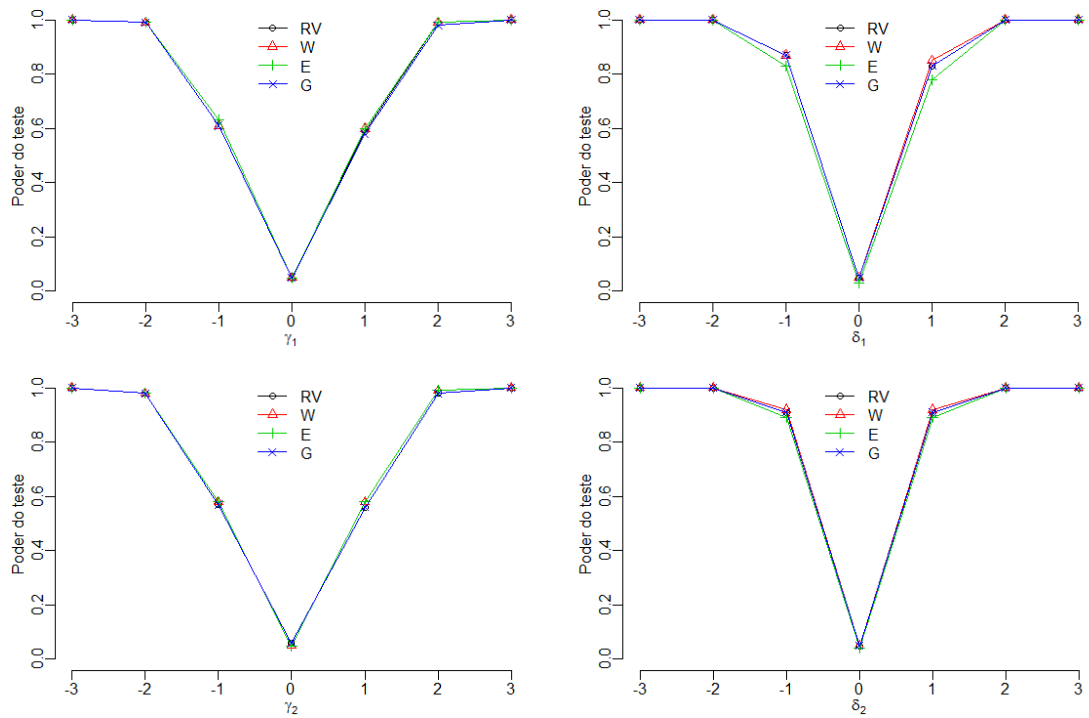
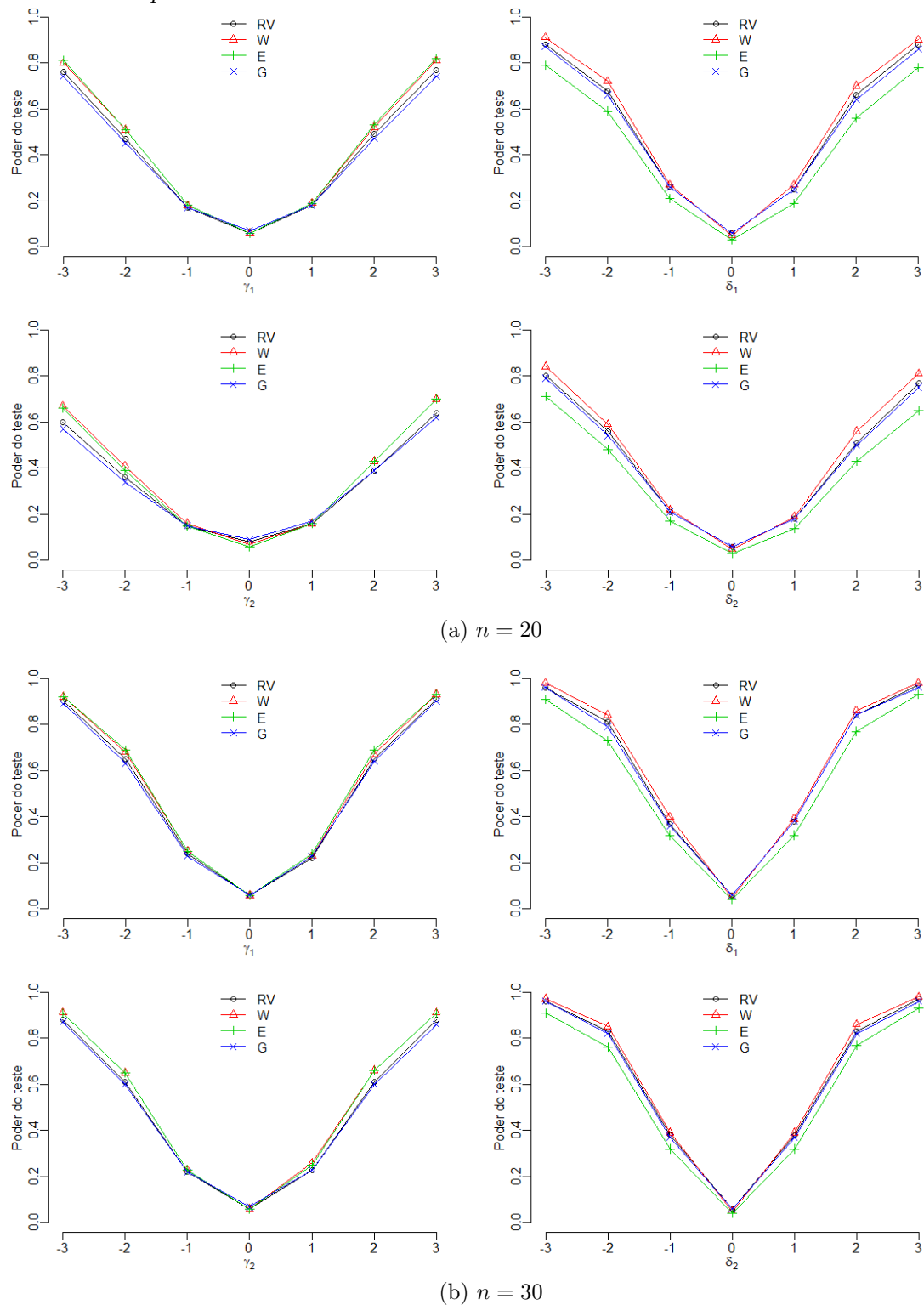
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 25 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) com $p = 50\%$.



Continua na próxima página

Figura 25 – Continuação da página anterior.

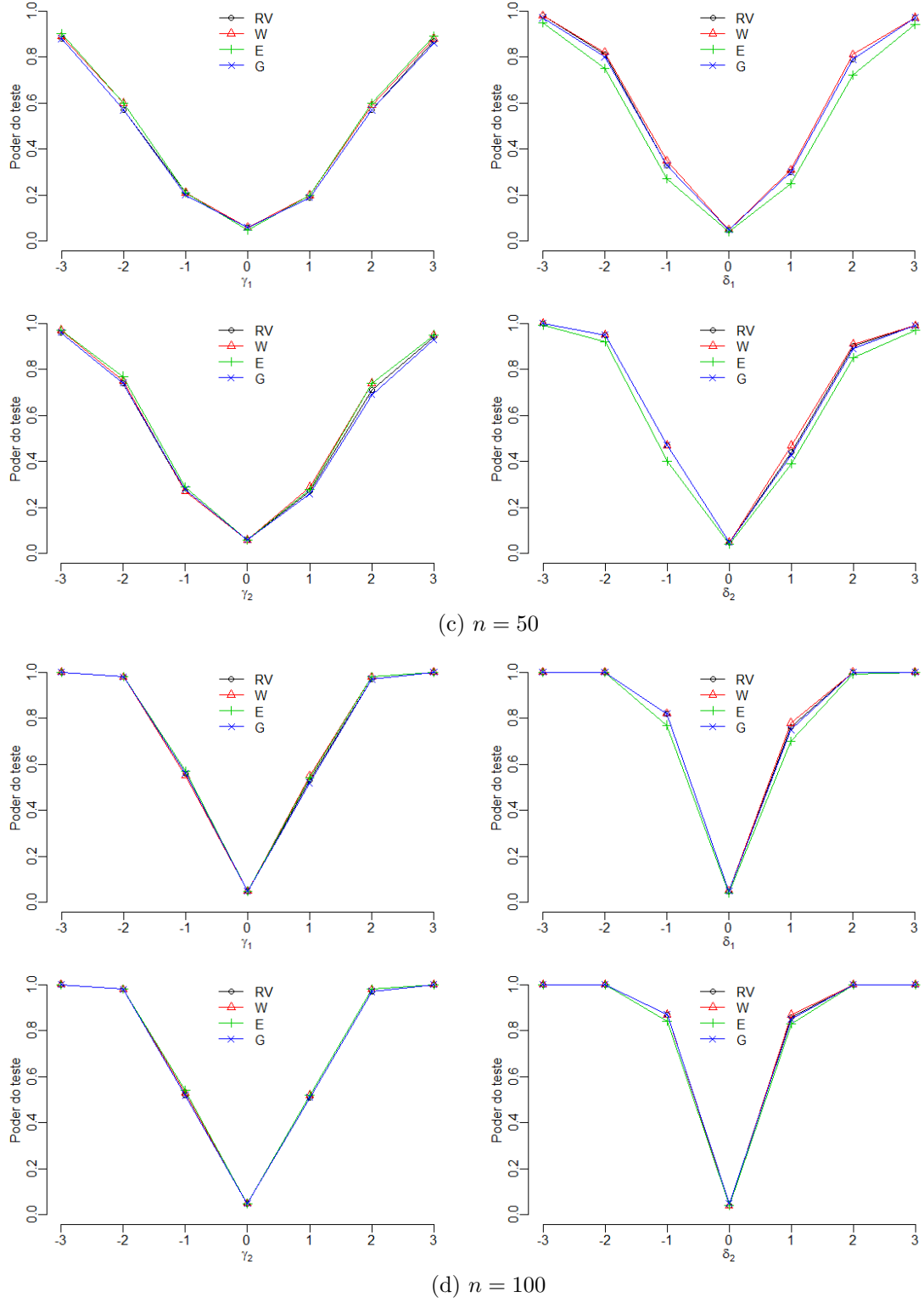
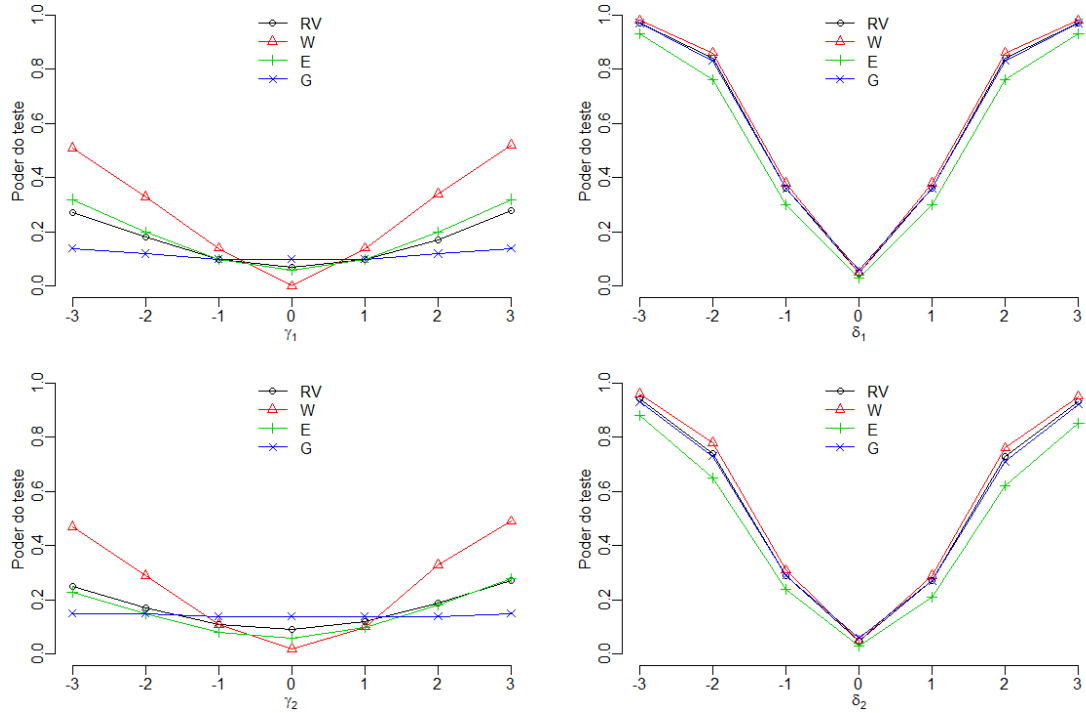
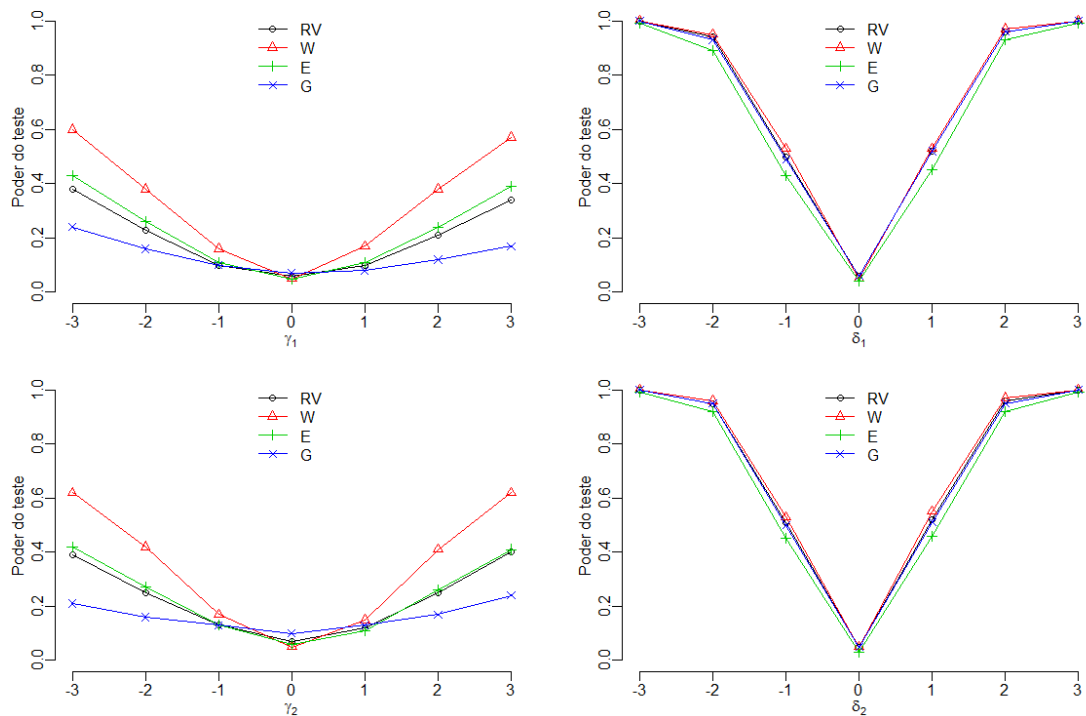


Figura 26 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) com $p = 20\%$.



(a) $n = 20$



(b) $n = 30$

Continua na próxima página

Figura 26 – Continuação da página anterior.

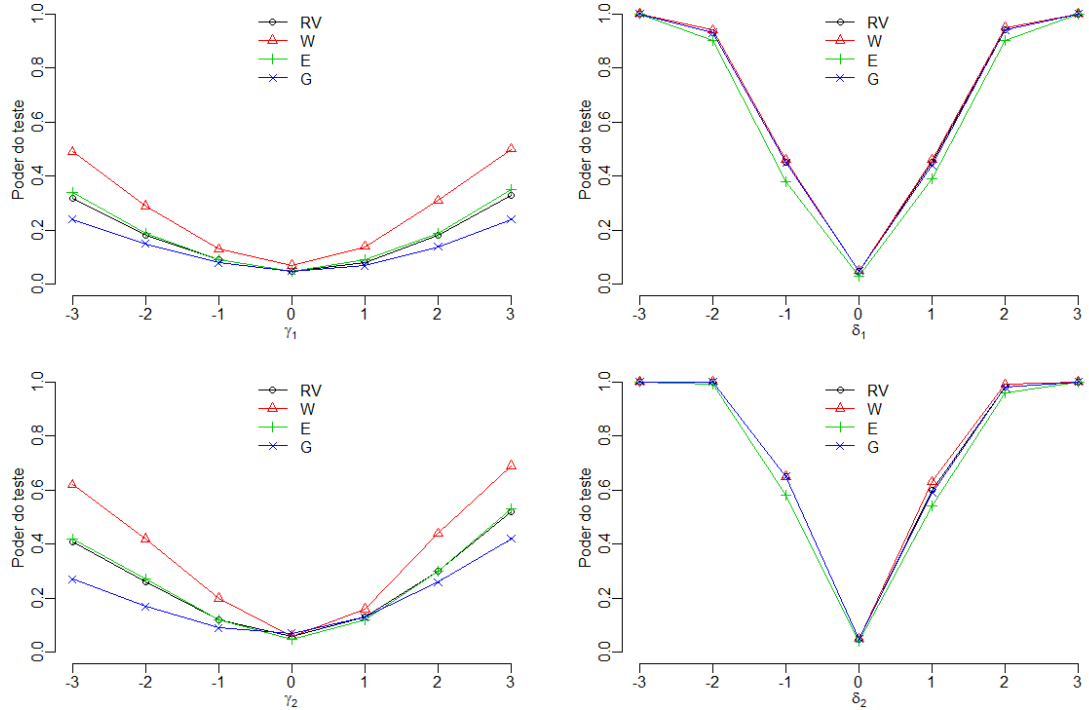
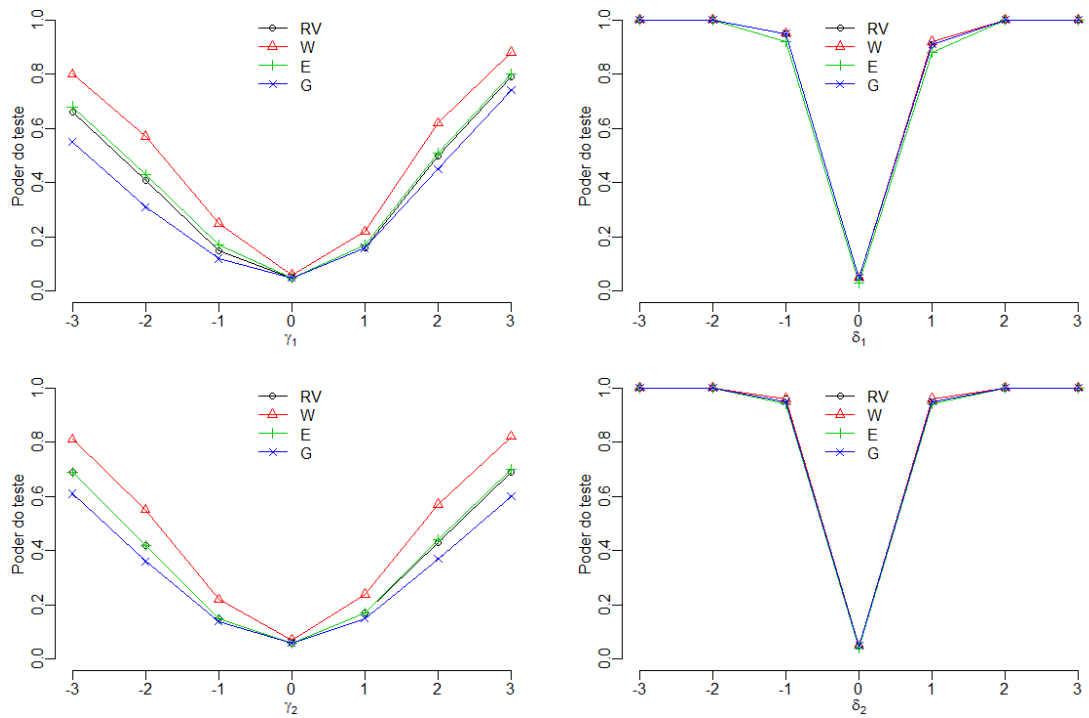
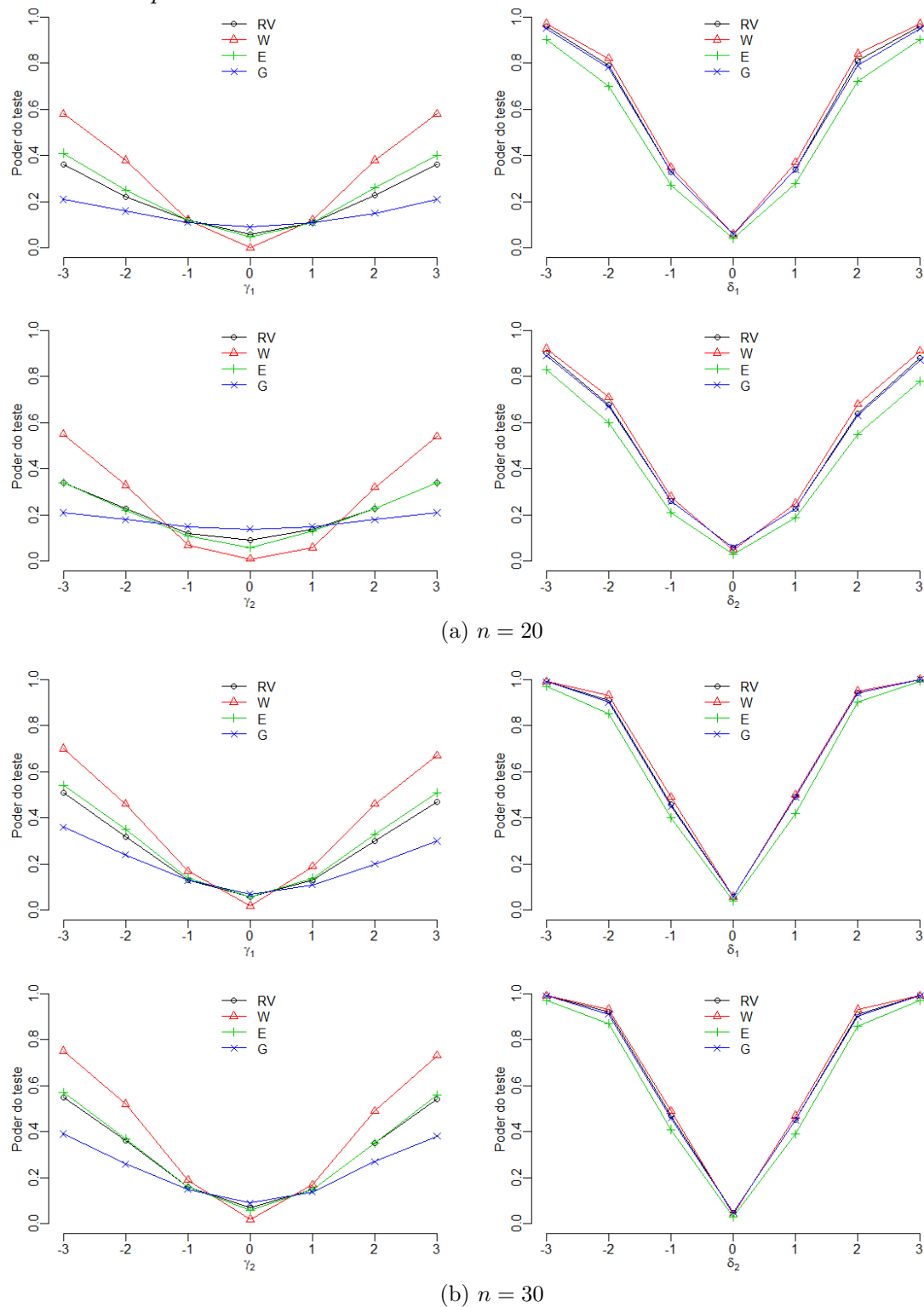
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 27 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) com $p = 30\%$.



Continua na próxima página

Figura 27 – Continuação da página anterior.

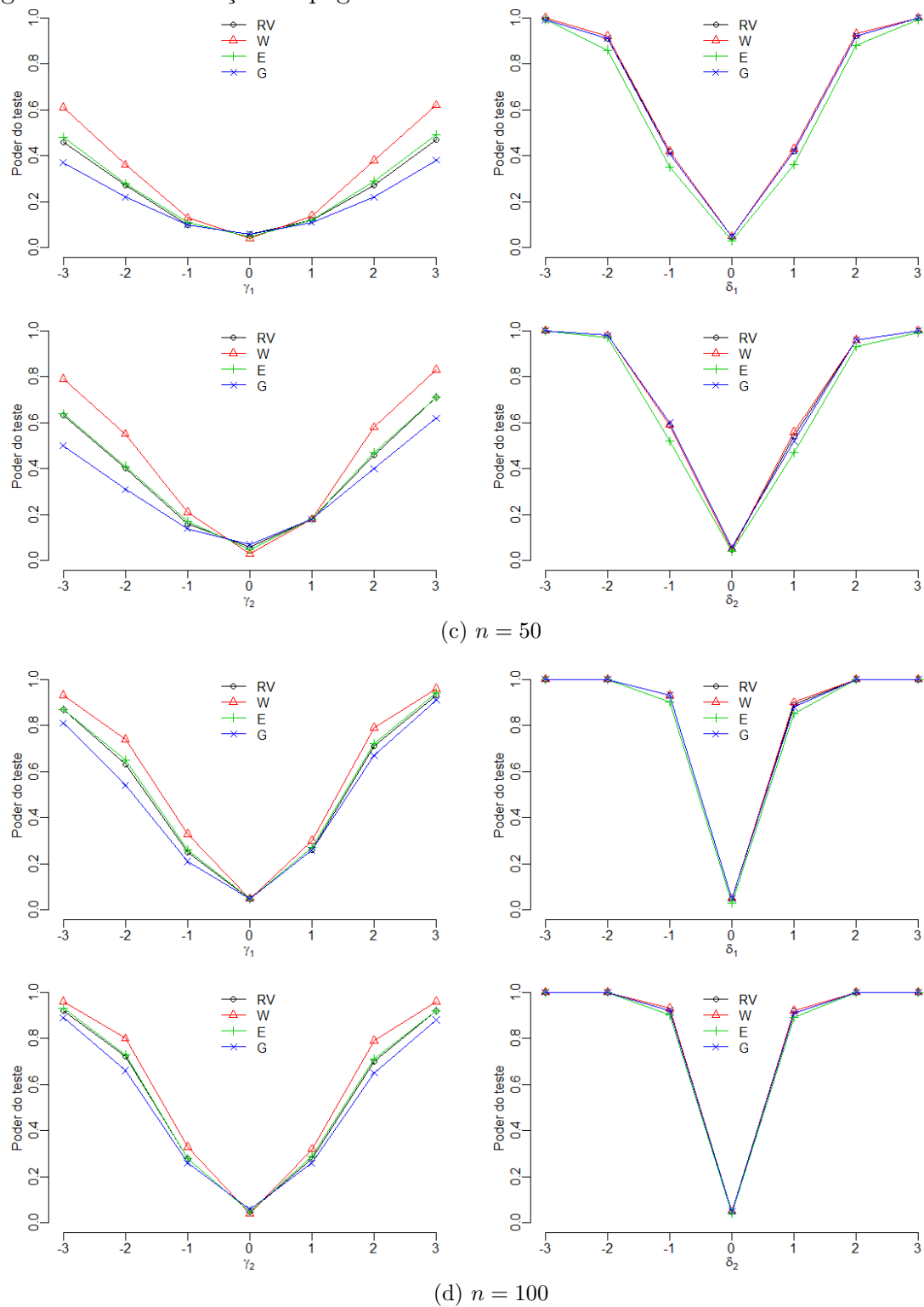
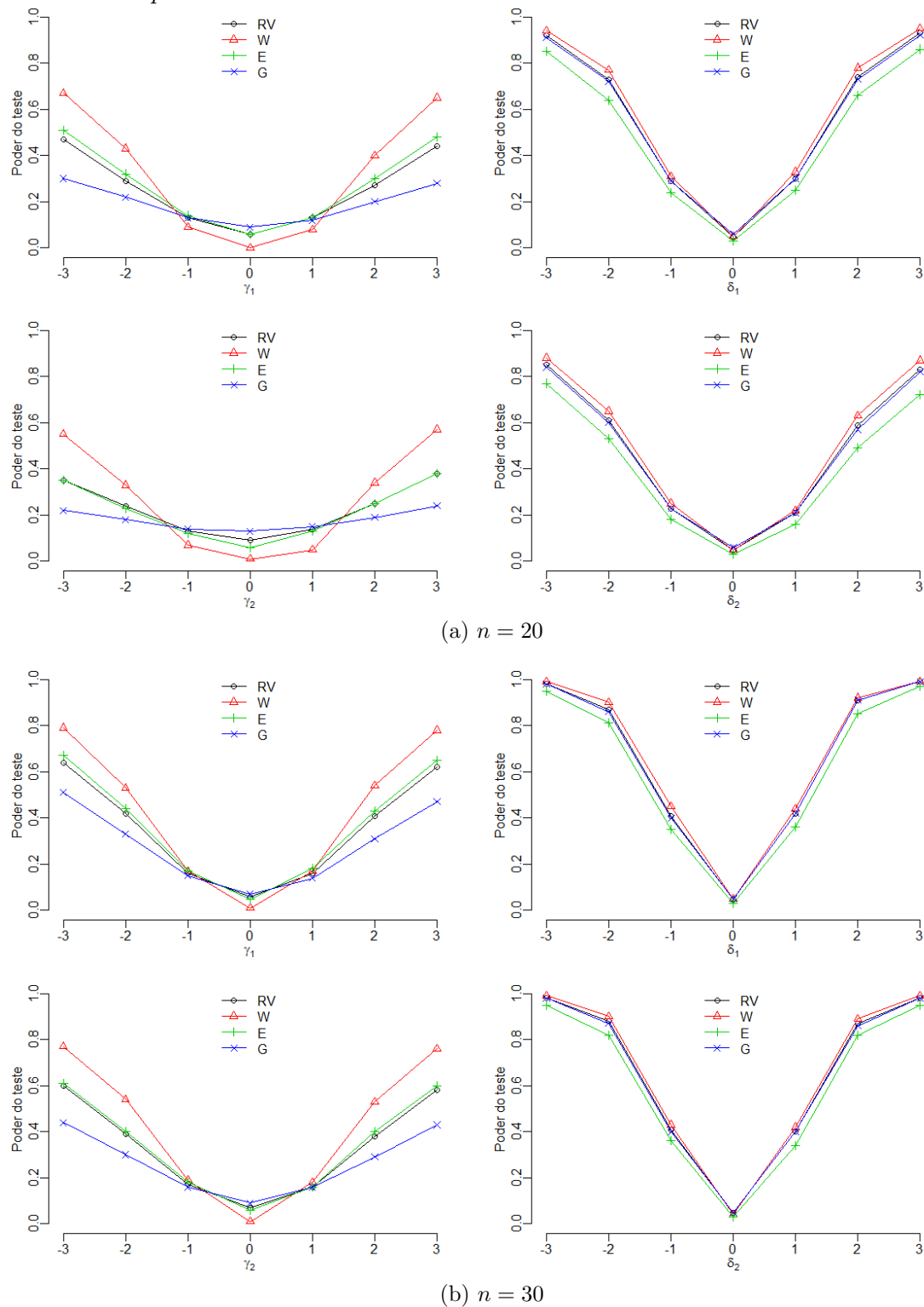


Figura 28 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) com $p = 40\%$.



Continua na próxima página

Figura 28 – Continuação da página anterior.

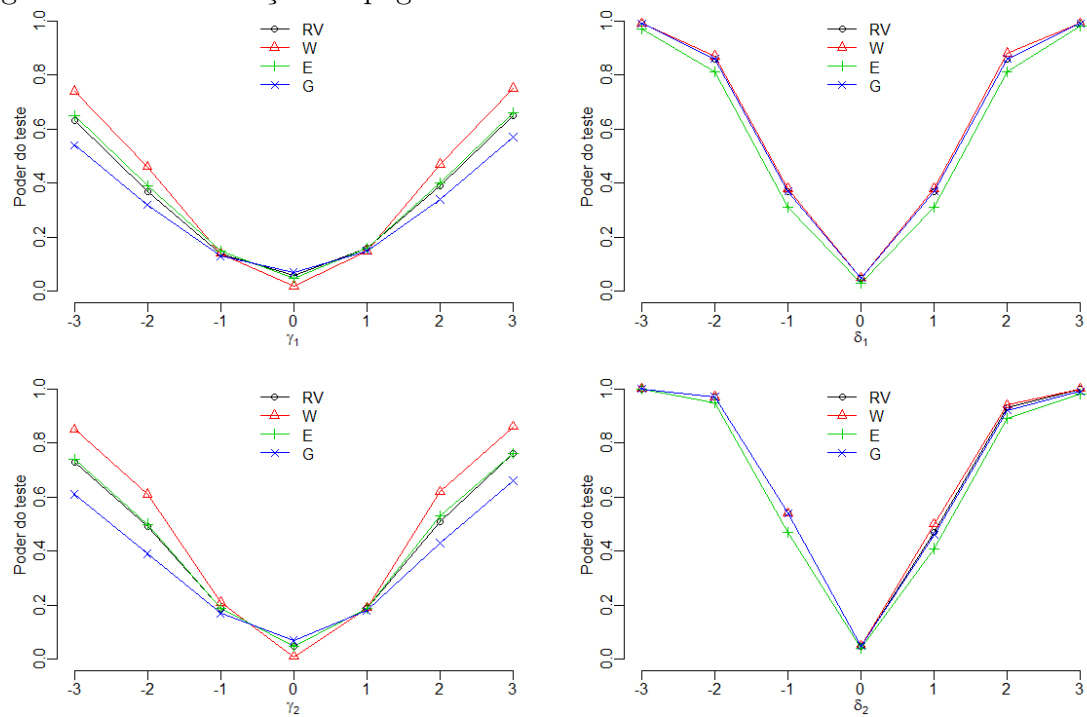
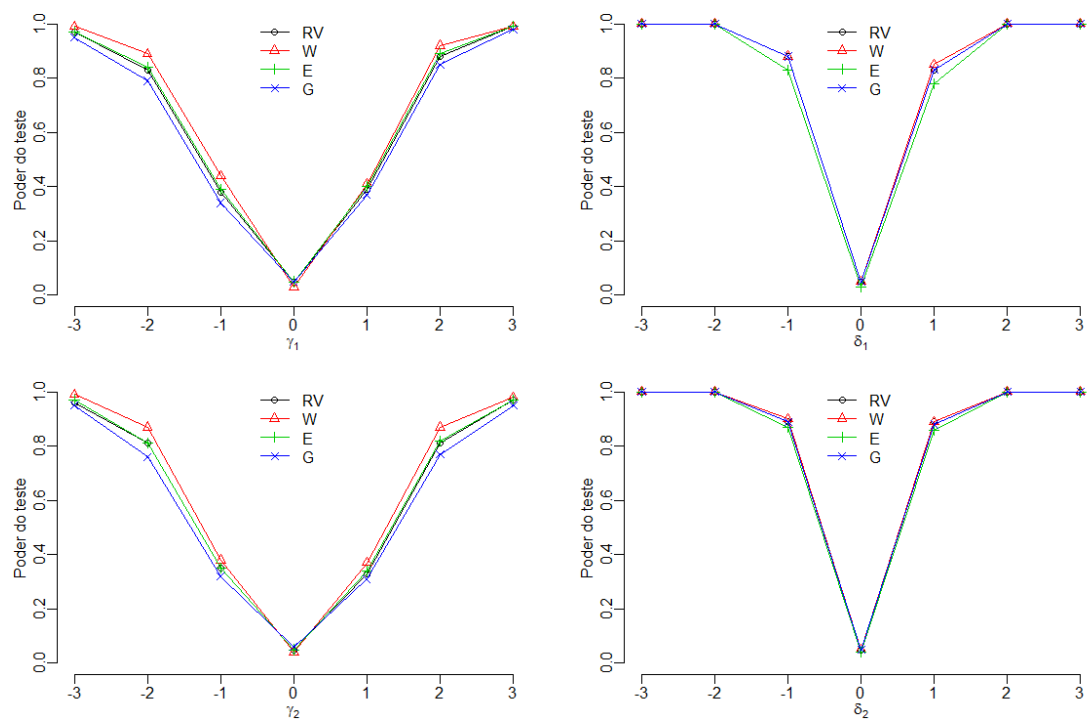
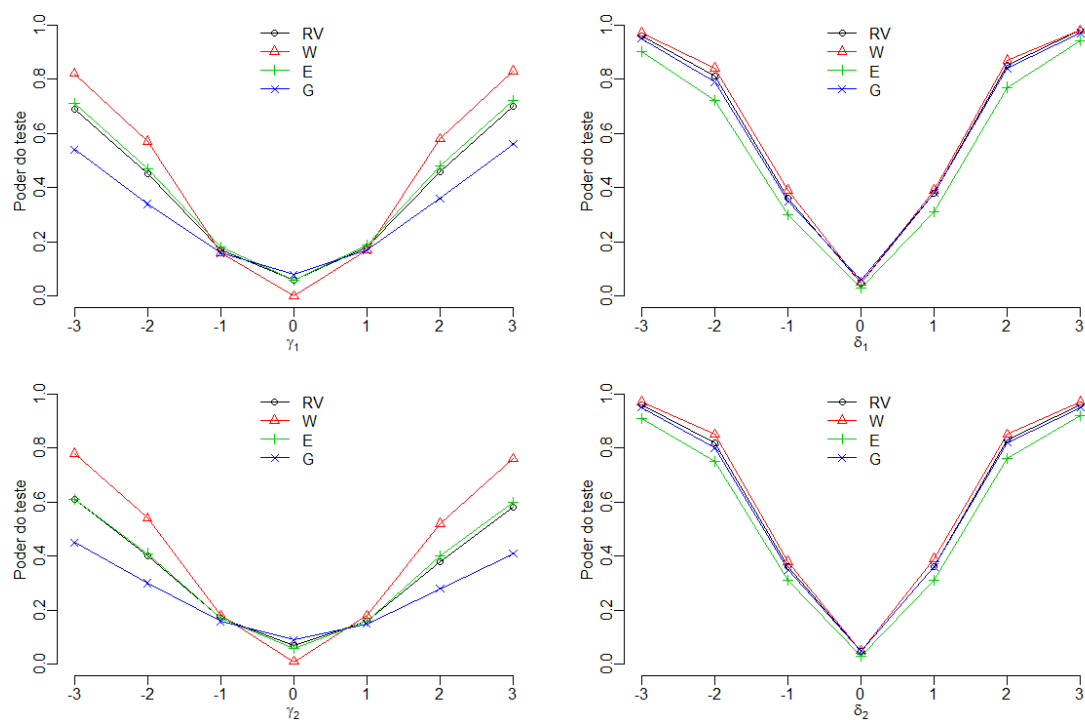
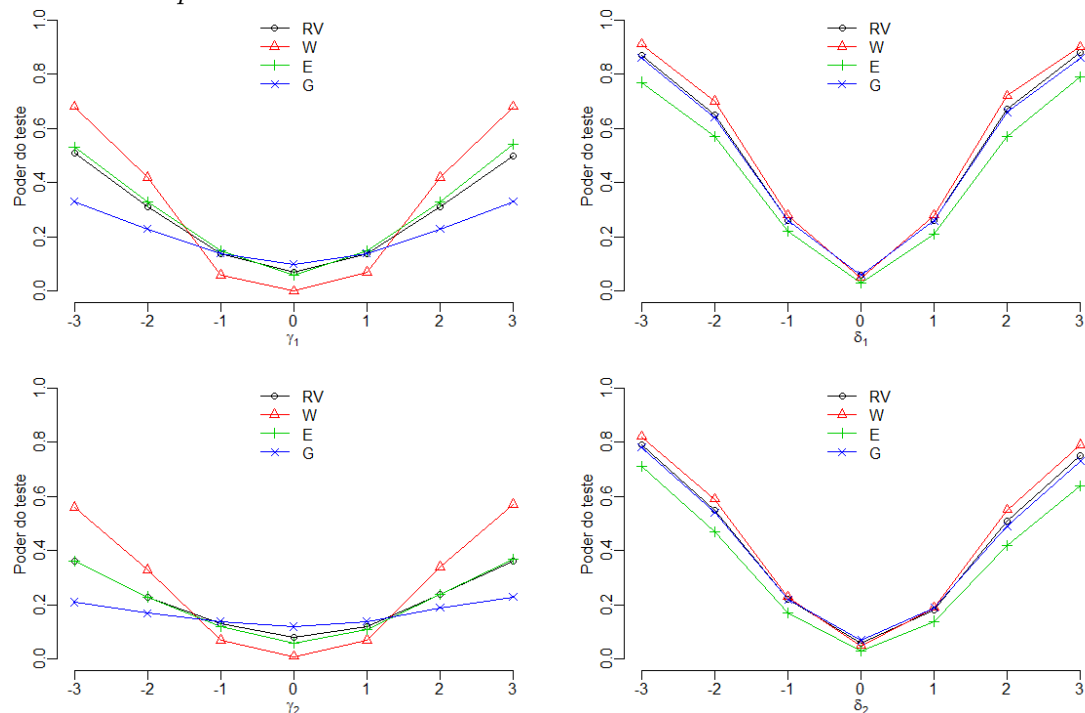
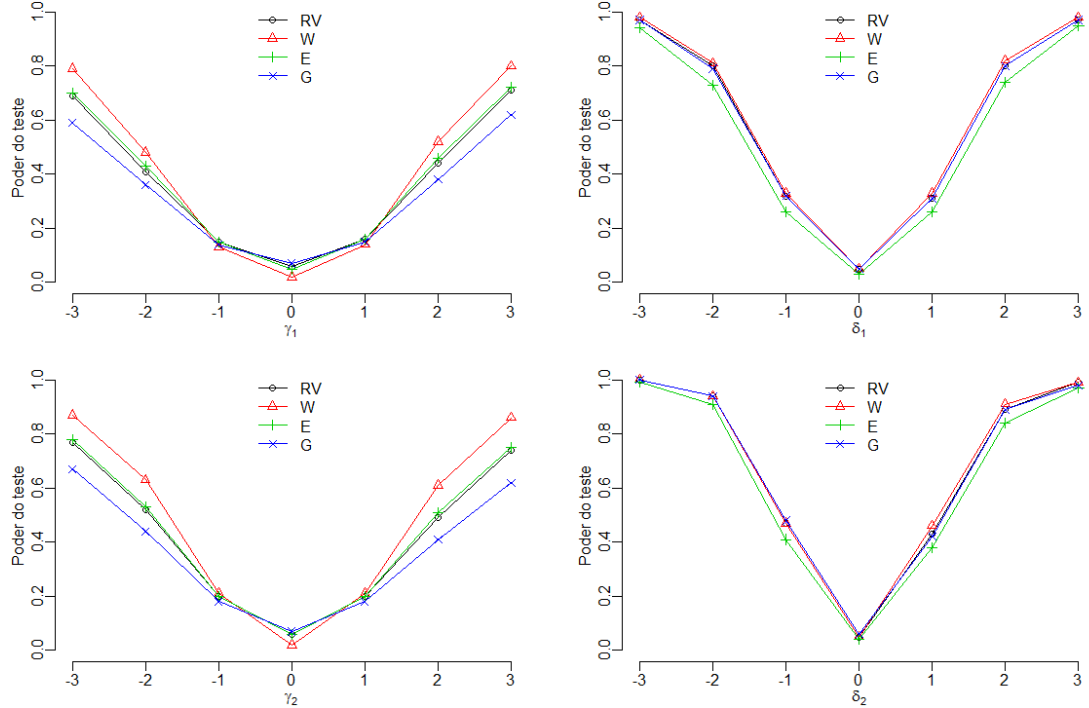
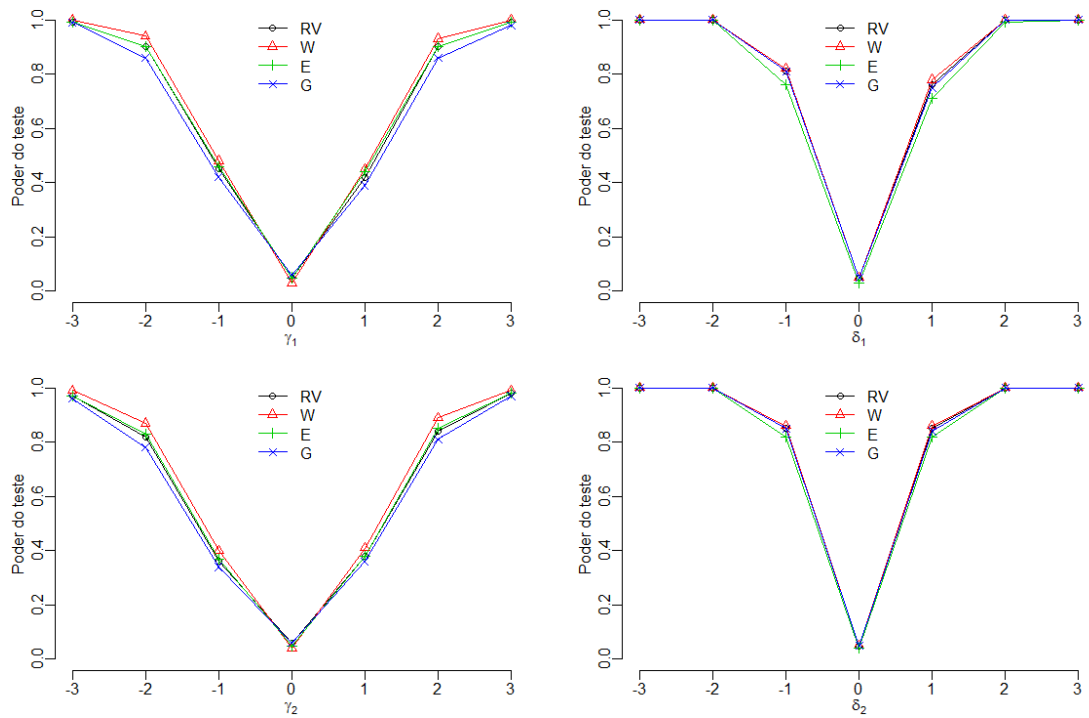
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 29 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) com $p = 50\%$.



Continua na próxima página

Figura 29 – Continuação da página anterior.

(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

5.1.2 Simulação do modelo HBNB

Considera-se agora que $Y_i \sim \mathcal{HU}(Bin(m_i, p_i), BN(1/\phi, 1/(1 + \phi\mu_i)))$, conforme os modelos 5, 6, 7 e 8, em que se considera a função de ligação logarítmica na parte de contagens positivas e as ligações logito, probito, complemento log-log e Cauchy na parte binária do modelo.

Assim como na simulação dos modelos HPB, os resultados das taxas de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ são apresentados nas Tabelas 28, 29, 30 e 31. Similarmente, os resultados das taxas de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ são apresentados nas Tabelas 32, 33, 34 e 35.

Tabela 28 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNB com $p = 20\%$.

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
<i>n = 20</i>													
logito	γ_1	2,42	0,00	0,64	4,52	8,20	3,52	5,34	10,60	13,74	9,82	11,14	16,30
	δ_1	2,06	3,42	6,86	5,04	8,08	9,32	13,20	11,58	14,12	15,26	18,90	17,20
probito	γ_1	1,92	0,08	0,96	2,92	7,26	4,74	5,72	8,46	13,52	11,74	12,30	14,22
	δ_1	1,72	3,60	6,96	5,46	7,76	9,50	13,98	12,08	13,68	15,38	19,26	17,86
clog-log	γ_1	2,32	0,04	1,08	3,30	7,74	3,02	5,94	8,66	12,94	12,04	11,10	13,76
	δ_1	1,96	4,04	7,26	5,50	7,40	10,06	13,48	12,06	14,02	15,60	19,06	17,78
Cauchy	γ_1	2,10	0,00	1,04	4,30	6,52	0,36	5,54	9,16	12,04	7,34	10,82	14,24
	δ_1	2,32	4,40	7,30	5,66	8,22	10,38	13,88	12,62	14,30	15,80	19,50	18,06
<i>n = 30</i>													
logito	γ_1	1,40	0,26	0,66	2,52	6,46	4,40	5,10	7,40	12,14	9,86	11,12	13,30
	δ_1	1,54	2,74	4,80	3,70	7,24	8,36	11,18	9,86	13,64	14,34	16,84	15,86
probito	γ_1	1,38	0,56	0,92	1,82	6,86	5,72	5,96	7,54	12,54	11,38	11,86	13,06
	δ_1	1,76	3,20	5,18	4,10	7,40	7,76	10,80	9,30	13,42	13,28	16,46	15,18
clog-log	γ_1	1,34	0,26	0,90	1,82	6,16	5,62	4,98	6,62	11,54	11,04	10,56	11,94
	δ_1	1,70	3,14	5,58	4,30	7,02	8,96	11,72	10,36	13,36	14,92	17,54	16,50
Cauchy	γ_1	1,28	0,02	0,86	2,22	5,76	4,40	4,88	7,14	10,94	11,54	10,50	12,26
	δ_1	1,62	3,24	5,54	4,36	6,58	8,60	11,44	9,96	12,02	14,10	16,90	15,56
<i>n = 50</i>													
logito	γ_1	1,60	0,98	1,26	1,96	6,38	5,14	5,72	6,84	11,54	10,64	11,20	12,12
	δ_1	1,32	1,72	2,78	1,98	5,92	6,66	8,32	7,44	11,40	12,12	13,76	12,80
probito	γ_1	1,28	0,76	1,06	1,62	5,40	4,82	4,84	5,64	10,32	9,66	9,84	10,72
	δ_1	1,42	2,56	3,92	3,04	6,82	7,14	8,64	7,72	12,68	12,56	14,14	13,20
clog-log	γ_1	1,26	0,82	0,78	1,48	6,14	5,90	5,54	6,44	11,22	11,32	10,66	11,66
	δ_1	1,48	2,14	3,22	2,54	6,50	6,98	8,46	7,64	12,24	12,18	13,86	12,92
Cauchy	γ_1	1,36	0,68	0,94	1,64	6,22	7,14	5,84	6,48	11,50	13,50	10,78	11,62
	δ_1	1,32	2,08	3,18	2,48	5,70	6,54	8,18	7,24	11,30	11,72	13,56	12,62

Continua na próxima página

Tabela 28 – Continuação da página anterior

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 100$													
logito	γ_1	1,18	0,86	0,98	1,26	5,50	5,00	5,36	5,62	10,04	9,54	9,72	10,28
	δ_1	1,40	1,48	1,92	1,56	5,76	5,48	6,36	5,74	11,10	10,76	11,20	11,00
probito	γ_1	0,90	0,76	0,74	1,08	4,80	4,50	4,84	5,22	10,04	9,76	9,86	10,26
	δ_1	1,06	1,72	2,26	1,86	5,28	5,92	6,66	6,22	10,08	11,14	11,74	11,30
clog-log	γ_1	1,32	1,08	1,12	1,32	5,42	5,26	4,90	5,56	10,28	10,30	10,02	10,40
	δ_1	1,22	1,58	1,90	1,70	5,98	5,84	6,54	6,06	10,76	10,58	11,16	10,78
Cauchy	γ_1	1,12	2,00	1,00	1,38	6,08	7,20	5,60	6,24	10,84	12,58	10,94	11,32
	δ_1	1,24	1,62	1,94	1,68	6,16	5,96	6,72	6,22	11,84	11,30	12,22	11,74

Tabela 29 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 30\%$.

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_1	1,62	0,00	0,76	2,76	6,72	3,54	5,34	7,74	11,86	9,12	10,46	13,12
	δ_1	2,26	4,22	7,86	6,14	8,90	10,80	14,64	12,78	15,12	16,16	20,10	18,68
probito	γ_1	1,64	0,26	0,82	2,10	6,30	4,58	5,22	7,02	11,54	10,16	10,42	12,20
	δ_1	2,40	4,52	8,08	6,42	8,92	10,82	14,54	12,94	15,40	16,26	20,26	18,90
clog-log	γ_1	1,98	0,20	1,02	2,66	7,26	5,18	5,76	7,86	12,74	12,20	11,32	13,32
	δ_1	2,30	4,90	8,10	6,26	8,44	11,36	14,56	13,12	14,86	17,20	20,72	19,26
Cauchy	γ_1	1,78	0,00	1,06	4,10	6,30	0,10	5,18	9,22	12,22	4,38	11,26	14,72
	δ_1	2,04	4,24	7,16	5,84	7,98	9,88	13,68	12,02	13,62	15,46	19,08	17,68
$n = 30$													
logito	γ_1	1,38	0,32	0,82	1,98	6,24	4,36	5,56	7,12	11,66	9,94	10,96	12,16
	δ_1	1,80	3,64	6,12	4,70	7,40	9,12	12,26	11,00	13,26	14,70	17,88	16,54
probito	γ_1	1,68	0,82	1,04	1,90	6,12	5,24	5,58	6,72	11,64	10,80	10,88	12,10
	δ_1	1,52	3,40	6,06	4,64	6,46	9,18	12,36	10,86	12,76	14,46	17,54	16,22
clog-log	γ_1	1,66	0,76	1,06	1,82	6,00	5,60	5,22	6,50	11,12	10,82	10,22	11,38
	δ_1	1,68	3,26	5,42	4,20	7,28	8,64	11,40	10,04	13,06	14,38	17,24	16,18
Cauchy	γ_1	1,36	0,00	0,96	2,84	6,44	2,28	5,74	7,96	11,58	8,64	11,06	13,06
	δ_1	1,74	3,08	5,36	4,20	6,88	8,78	11,64	10,34	12,54	14,42	17,60	16,22
$n = 50$													
logito	γ_1	1,08	0,56	0,88	1,28	5,76	4,60	5,28	6,14	10,88	9,92	10,44	11,20
	δ_1	1,64	2,32	3,56	2,78	6,40	7,06	9,26	7,86	11,96	13,26	15,14	14,34
probito	γ_1	1,02	0,72	0,88	1,22	5,14	4,48	4,68	5,48	10,96	10,20	10,32	11,18
	δ_1	1,54	2,12	3,50	2,64	6,62	7,26	9,22	8,22	12,06	12,52	14,12	13,40
clog-log	γ_1	1,54	1,24	1,20	1,76	6,16	5,92	5,64	6,36	11,48	11,42	10,66	11,70
	δ_1	1,56	2,26	3,82	2,68	6,32	7,26	9,32	8,14	11,80	12,62	14,80	13,50
Cauchy	γ_1	1,18	0,30	0,94	1,78	5,56	4,42	5,20	6,14	10,60	9,84	10,30	11,18
	δ_1	1,46	2,02	3,24	2,42	5,78	7,36	9,30	8,04	10,96	12,82	14,54	13,58

Continua na próxima página

Tabela 29 – Continuação da página anterior

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
<i>n</i> = 100													
logito	γ_1	1,22	0,86	1,14	1,40	5,24	4,60	4,92	5,46	9,92	9,52	9,80	10,12
	δ_1	1,20	1,32	1,98	1,42	6,08	5,98	6,80	6,44	11,72	11,36	12,38	11,70
probito	γ_1	1,00	0,94	0,96	1,12	5,00	4,84	4,88	5,20	10,02	9,74	9,78	10,14
	δ_1	0,98	1,50	2,16	1,60	5,50	5,88	6,66	6,26	10,54	10,88	11,78	11,40
clog-log	γ_1	1,28	1,18	1,04	1,36	6,06	6,02	5,86	6,20	11,54	11,24	11,34	11,62
	δ_1	1,14	1,56	2,06	1,68	5,60	5,90	6,84	6,22	11,14	11,22	11,98	11,44
Cauchy	γ_1	0,96	0,76	0,86	1,28	5,72	5,46	5,46	6,30	11,30	11,02	10,92	11,72
	δ_1	1,22	1,70	2,22	1,90	6,18	6,14	6,86	6,42	11,58	11,02	12,10	11,64

Tabela 30 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 40\%$.

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
<i>n</i> = 20													
logito	γ_1	1,66	0,00	1,00	2,54	6,44	3,86	5,54	7,18	11,52	9,54	10,94	12,30
	δ_1	2,48	5,28	8,52	6,78	9,24	11,18	14,78	13,48	15,88	16,56	19,88	18,90
probito	γ_1	1,66	0,50	1,00	2,30	6,46	5,06	5,52	7,02	11,70	10,68	11,00	12,02
	δ_1	2,50	5,28	8,54	6,80	9,20	11,16	14,84	13,50	15,92	16,52	19,94	18,94
clog-log	γ_1	1,76	0,64	0,96	2,32	6,52	6,02	5,70	7,16	12,30	12,10	11,24	12,70
	δ_1	1,98	4,92	7,98	6,32	8,66	10,44	14,24	12,76	14,86	16,08	19,96	18,44
Cauchy	γ_1	1,62	0,00	0,90	3,54	5,76	0,02	5,00	9,04	12,04	1,42	10,90	14,92
	δ_1	2,36	5,04	8,26	6,60	8,82	10,82	14,64	13,38	15,44	17,00	20,62	19,68
<i>n</i> = 30													
logito	γ_1	1,36	0,42	0,96	1,66	6,30	4,50	5,72	6,90	11,94	10,08	11,34	12,38
	δ_1	2,08	3,32	6,22	4,78	8,06	9,52	12,78	11,40	14,34	14,64	17,52	16,50
probito	γ_1	1,20	0,76	0,98	1,42	5,78	5,02	5,28	6,04	11,28	10,50	10,84	11,58
	δ_1	1,84	3,72	6,44	4,92	7,46	9,46	12,98	11,68	13,54	15,44	18,46	17,38
clog-log	γ_1	1,14	0,70	0,82	1,28	5,76	5,56	5,02	6,16	11,58	11,28	10,80	11,84
	δ_1	1,84	3,56	6,38	4,98	7,76	9,30	12,52	11,20	13,88	15,04	18,26	16,88
Cauchy	γ_1	1,26	0,00	0,90	2,64	6,18	0,52	5,38	8,10	11,96	5,36	11,08	13,72
	δ_1	1,94	3,66	6,60	5,28	7,94	9,64	13,28	11,70	13,40	15,30	18,62	17,34
<i>n</i> = 50													
logito	γ_1	1,14	0,56	0,98	1,38	5,78	4,54	5,38	6,18	10,84	9,82	10,48	11,08
	δ_1	1,60	2,12	3,68	2,72	6,14	7,50	9,74	8,42	11,78	13,00	15,38	14,26
probito	γ_1	1,16	0,88	0,96	1,32	5,30	4,76	5,00	5,50	11,18	10,74	10,86	11,54
	δ_1	1,26	2,42	4,28	2,98	6,38	8,14	10,20	9,22	11,78	13,64	15,52	14,68
clog-log	γ_1	1,22	1,20	0,94	1,36	5,80	5,52	5,20	5,94	10,80	10,64	10,54	11,00
	δ_1	1,72	2,60	4,44	3,36	6,62	7,64	9,86	8,66	12,34	12,58	14,70	13,64
Cauchy	γ_1	1,02	0,06	0,92	1,68	5,18	1,88	4,88	6,18	10,22	6,82	9,96	11,36
	δ_1	1,40	1,90	3,40	2,48	6,30	6,48	8,46	7,38	12,04	11,86	14,10	12,78

Continua na próxima página

Tabela 30 – *Continuação da página anterior*

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 100$													
logito	γ_1	1,16	1,00	1,14	1,30	5,94	5,44	5,82	6,12	10,78	10,30	10,60	10,90
	δ_1	0,98	1,62	2,28	1,82	5,94	6,04	7,14	6,32	10,96	11,14	11,98	11,54
probito	γ_1	1,04	0,90	0,96	1,08	5,12	4,84	4,90	5,24	10,56	10,38	10,38	10,74
	δ_1	1,46	1,32	2,08	1,56	5,86	6,52	7,66	6,78	11,28	12,14	13,24	12,62
clog-log	γ_1	1,14	1,06	1,00	1,18	5,34	5,28	5,14	5,42	10,66	10,54	10,42	10,66
	δ_1	1,32	1,70	2,34	1,76	6,30	6,28	7,28	6,60	11,56	11,74	12,74	12,06
Cauchy	γ_1	0,98	0,22	0,90	1,28	4,74	3,32	4,68	5,48	10,08	8,38	9,86	10,68
	δ_1	1,12	1,48	2,04	1,72	5,30	6,38	7,26	6,68	10,48	11,32	12,36	11,66

Tabela 31 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 50\%$.

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_1	1,38	0,00	0,94	2,14	6,24	3,84	5,66	7,16	12,48	9,92	11,66	13,22
	δ_1	2,30	6,18	9,18	7,64	9,24	11,62	15,06	13,94	15,98	17,46	20,70	19,66
probito	γ_1	1,64	0,60	1,06	2,06	6,54	5,32	5,64	7,14	12,24	10,94	11,30	12,64
	δ_1	2,38	5,36	9,18	7,26	9,32	11,66	15,94	14,40	16,36	17,38	21,80	21,00
clog-log	γ_1	1,48	0,94	0,88	1,92	6,32	6,26	5,60	6,88	12,22	12,18	11,42	12,68
	δ_1	2,36	6,48	9,30	7,78	9,30	11,90	15,18	14,02	15,94	17,62	20,74	19,48
Cauchy	γ_1	1,72	0,00	1,00	3,98	6,36	0,00	5,46	9,08	11,96	0,32	11,10	14,24
	δ_1	2,88	5,54	8,74	7,14	9,62	11,38	15,10	13,94	16,08	17,66	21,06	20,18
$n = 30$													
logito	γ_1	1,40	0,44	1,18	1,80	6,06	4,46	5,62	6,78	11,96	10,14	11,38	12,48
	δ_1	2,18	3,66	6,94	5,26	7,74	9,30	13,26	11,78	14,12	14,84	19,14	17,98
probito	γ_1	1,36	0,90	1,12	1,60	6,10	5,34	5,60	6,48	11,92	10,94	11,22	12,30
	δ_1	2,14	3,54	6,88	5,28	8,10	9,68	13,64	12,14	14,48	15,24	19,54	18,26
clog-log	γ_1	1,40	1,28	1,04	1,70	6,16	6,00	5,30	6,48	12,04	12,00	11,28	12,28
	δ_1	2,00	4,20	7,42	5,62	8,12	9,94	13,78	12,46	14,78	16,36	20,20	18,42
Cauchy	γ_1	1,50	0,00	1,16	2,66	5,66	0,20	5,16	7,64	10,94	4,46	10,56	12,52
	δ_1	2,04	3,82	6,62	5,00	8,10	9,34	12,44	11,36	13,90	15,02	18,24	17,10
$n = 50$													
logito	γ_1	1,44	0,84	1,18	1,64	6,16	5,00	5,80	6,54	11,38	10,42	11,00	11,78
	δ_1	1,44	2,62	4,56	3,50	6,58	8,26	10,64	9,34	12,36	13,68	16,26	15,34
probito	γ_1	1,20	1,12	1,16	1,34	5,84	5,24	5,50	6,00	10,74	10,24	10,30	10,96
	δ_1	1,66	2,52	4,78	3,42	6,48	8,12	10,56	9,38	12,52	13,70	16,06	14,84
clog-log	γ_1	1,12	1,12	1,06	1,34	5,62	5,44	5,34	5,78	11,18	11,08	10,78	11,32
	δ_1	1,40	2,70	5,10	3,74	7,00	8,26	10,80	9,44	13,04	14,10	16,68	15,34
Cauchy	γ_1	1,40	0,00	1,08	2,08	5,42	1,62	5,18	6,46	10,70	5,94	10,26	11,86
	δ_1	1,60	2,66	4,50	3,64	6,74	7,80	10,22	8,90	12,44	13,08	15,62	14,36

Continua na próxima página

Tabela 31 – *Continuação da página anterior*

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
<i>n = 100</i>													
logito	γ_1	1,00	0,72	0,90	1,08	4,56	4,26	4,48	4,72	9,84	9,40	9,64	9,96
	δ_1	1,40	1,72	2,68	2,16	6,50	7,20	8,48	7,62	11,94	12,48	13,84	12,98
probito	γ_1	1,24	1,08	1,14	1,30	5,64	5,46	5,42	5,70	10,42	10,24	10,22	10,54
	δ_1	1,36	1,50	2,22	1,72	6,00	6,72	7,80	7,12	11,28	11,90	12,84	12,16
clog-log	γ_1	1,10	1,08	1,04	1,20	5,12	5,18	4,92	5,20	10,64	10,66	10,40	10,78
	δ_1	1,34	1,70	2,56	2,12	6,02	6,90	7,96	7,32	11,42	12,60	13,68	13,16
Cauchy	γ_1	1,30	0,22	1,22	1,58	5,66	3,40	5,48	6,16	10,28	8,10	10,20	11,00
	δ_1	1,42	1,76	2,60	2,00	5,88	6,10	7,00	6,46	11,52	11,28	12,28	11,76

Tabela 32 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNB com $p = 20\%$.

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
<i>n = 20</i>													
logito	γ_2	2,62	0,00	1,02	4,77	8,47	3,63	6,49	9,79	13,96	9,49	11,98	15,54
	δ_2	2,18	4,02	0,60	0,82	7,92	9,82	4,96	5,54	13,96	15,94	10,64	11,76
probito	γ_2	2,71	0,10	1,15	4,87	9,10	3,25	6,69	11,28	14,80	11,83	13,12	17,08
	δ_2	2,22	4,32	0,54	0,70	8,58	11,16	5,46	5,44	15,26	17,20	12,10	12,64
clog-log	γ_2	2,70	0,02	0,73	4,06	8,36	2,56	5,48	10,11	14,57	12,20	11,32	15,83
	δ_2	2,20	3,80	0,46	0,72	8,02	9,96	5,14	5,70	14,68	16,20	10,64	11,80
Cauchy	γ_2	2,92	0,58	0,90	7,52	9,38	1,88	6,40	13,88	16,98	4,92	13,18	20,72
	δ_2	2,52	4,78	0,68	0,76	8,74	11,08	5,42	6,22	14,66	17,06	11,24	12,10
<i>n = 30</i>													
logito	γ_2	1,36	0,26	0,96	2,00	6,54	4,46	5,54	7,10	11,90	10,06	11,14	12,72
	δ_2	1,48	3,28	0,56	0,54	7,40	9,50	5,26	5,52	13,78	15,68	11,22	11,70
probito	γ_2	1,64	0,44	1,06	2,08	7,33	5,67	5,79	7,97	12,52	11,14	11,30	13,12
	δ_2	1,96	3,50	0,64	0,78	7,54	9,34	5,18	5,44	12,94	14,32	10,52	10,96
clog-log	γ_2	1,94	0,26	1,02	2,70	7,69	6,39	5,89	8,47	13,58	13,02	11,46	14,34
	δ_2	1,94	3,48	0,76	0,80	7,54	9,52	5,42	5,62	13,86	15,22	11,18	11,66
Cauchy	γ_2	1,62	0,50	0,98	3,86	6,76	3,94	5,38	9,42	12,64	10,14	10,96	14,96
	δ_2	1,58	2,74	0,70	0,80	6,78	8,80	4,52	4,78	12,54	14,20	10,14	10,56
<i>n = 50</i>													
logito	γ_2	1,46	0,68	1,06	1,88	6,16	4,56	5,56	6,88	11,00	9,82	10,28	11,62
	δ_2	1,22	2,04	0,92	0,88	6,20	7,24	5,18	5,08	11,42	12,28	10,28	10,50
probito	γ_2	1,44	0,88	1,12	1,76	5,62	4,76	4,94	6,00	11,18	10,36	10,48	11,66
	δ_2	1,34	2,12	0,92	0,78	5,98	7,06	4,70	4,80	11,22	12,30	10,18	10,32
clog-log	γ_2	1,48	0,70	0,98	1,86	6,38	5,88	5,36	6,78	11,54	11,50	10,36	12,12
	δ_2	1,48	1,94	0,80	0,88	6,00	6,80	5,06	5,18	11,68	12,46	10,26	10,70
Cauchy	γ_2	1,60	0,88	1,24	2,62	6,80	6,52	5,66	7,80	12,80	13,12	11,36	13,52
	δ_2	1,52	2,16	0,92	0,96	5,86	6,72	4,92	5,08	10,48	11,32	9,30	9,70

Continua na próxima página

Tabela 32 – *Continuação da página anterior*

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0, 01$				$\alpha = 0, 05$				$\alpha = 0, 10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
<i>n = 100</i>													
logito	γ_2	1,08	0,78	0,86	1,26	5,28	4,78	4,98	5,54	10,36	9,86	10,12	10,46
	δ_2	1,36	1,68	0,98	1,06	5,74	6,18	5,10	5,08	11,02	11,52	10,24	10,38
probito	γ_2	1,12	0,88	1,00	1,28	5,90	5,58	5,52	6,12	10,98	10,60	10,74	11,26
	δ_2	1,36	1,70	1,02	1,02	5,64	6,14	5,12	5,18	10,86	11,34	10,46	10,40
clog-log	γ_2	1,32	1,18	1,18	1,46	5,50	5,40	5,10	5,74	10,96	10,80	10,52	11,22
	δ_2	0,88	1,16	0,68	0,68	5,26	5,66	4,78	4,80	10,60	10,98	9,90	10,02
Cauchy	γ_2	1,08	1,40	0,98	1,26	5,32	6,30	4,90	5,78	10,54	11,98	9,52	10,72
	δ_2	1,28	1,68	0,92	0,98	5,94	6,34	5,64	5,48	11,32	11,66	10,40	10,58

Tabela 33 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNB com $p = 30\%$.

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0, 01$				$\alpha = 0, 05$				$\alpha = 0, 10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
<i>n = 20</i>													
logito	γ_2	1,88	0,00	1,02	2,96	7,70	3,24	5,80	8,96	13,08	9,60	11,86	14,16
	δ_2	2,16	4,32	0,56	0,82	7,76	10,14	4,76	5,62	13,62	15,84	10,40	11,46
probito	γ_2	2,54	0,10	1,18	4,13	8,67	4,19	6,63	10,02	14,50	11,58	12,58	15,75
	δ_2	1,78	4,44	0,46	0,44	8,08	10,40	4,88	5,16	14,24	16,36	10,72	11,44
clog-log	γ_2	2,55	0,18	0,94	3,75	8,19	5,58	6,16	9,37	14,63	14,04	11,84	15,73
	δ_2	2,58	5,38	0,58	0,86	8,96	11,32	4,82	5,56	14,98	17,82	10,92	11,82
Cauchy	γ_2	2,84	0,36	0,84	6,94	9,62	1,10	6,42	14,10	16,12	2,96	13,22	20,52
	δ_2	2,30	4,56	0,36	0,58	8,32	10,96	4,84	5,60	15,44	17,36	11,40	12,24
<i>n = 30</i>													
logito	γ_2	1,38	0,38	0,96	1,88	6,78	5,04	6,08	7,58	12,26	11,02	11,70	12,76
	δ_2	1,98	3,80	0,72	0,92	7,92	10,38	5,18	5,78	14,22	16,32	11,56	12,16
probito	γ_2	1,38	0,66	0,98	1,68	6,50	5,50	5,80	6,98	12,26	11,38	11,64	12,68
	δ_2	1,98	3,56	0,76	0,76	7,38	9,40	4,98	5,30	13,62	15,84	10,86	11,32
clog-log	γ_2	1,94	0,86	1,18	2,50	6,66	6,32	5,68	7,10	12,04	11,70	10,66	12,48
	δ_2	2,02	3,94	0,54	0,54	7,78	10,60	4,38	4,92	14,72	16,92	10,64	11,40
Cauchy	γ_2	1,68	0,12	1,04	4,02	7,18	1,64	6,08	9,36	13,10	7,70	12,06	15,32
	δ_2	2,12	4,36	0,76	0,88	7,84	10,54	5,18	5,64	14,12	16,48	10,68	11,46
<i>n = 50</i>													
logito	γ_2	1,42	0,64	1,08	1,70	5,90	4,66	5,40	6,30	11,70	10,56	11,26	12,14
	δ_2	1,30	1,92	0,76	0,80	5,66	6,58	4,40	4,60	11,50	12,22	9,92	10,16
probito	γ_2	1,48	1,06	1,26	1,68	6,46	5,86	5,80	6,74	11,80	11,28	11,26	12,06
	δ_2	1,58	2,20	1,02	0,98	6,46	7,68	5,08	5,24	12,26	13,18	10,90	11,04
clog-log	γ_2	1,22	1,00	0,96	1,42	5,56	5,32	4,84	5,86	10,94	11,06	10,00	11,24
	δ_2	1,46	2,10	0,74	0,72	6,30	7,40	5,06	4,92	12,32	13,44	10,22	11,00
Cauchy	γ_2	1,30	0,14	1,06	2,14	5,90	2,74	5,28	7,18	11,36	8,56	10,66	12,58
	δ_2	1,40	2,08	0,68	0,74	6,00	7,36	4,80	4,94	12,10	12,96	10,10	10,64

Continua na próxima página

Tabela 33 – Continuação da página anterior

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 100$													
logito	γ_2	1,32	0,98	1,18	1,38	5,36	4,96	5,22	5,74	10,54	9,98	10,30	10,70
	δ_2	1,34	1,62	0,90	0,98	5,98	6,64	5,40	5,26	11,40	11,90	10,86	10,88
probito	γ_2	1,36	1,14	1,26	1,48	5,72	5,42	5,56	5,86	10,62	10,50	10,42	10,78
	δ_2	1,14	1,42	0,76	0,82	5,38	5,92	4,78	4,80	10,80	11,52	9,80	10,14
clog-log	γ_2	1,12	0,96	0,94	1,18	5,02	5,00	4,76	5,10	10,54	10,60	10,14	10,64
	δ_2	0,92	1,32	0,64	0,58	5,54	6,08	4,86	4,94	11,30	11,78	10,02	10,36
Cauchy	γ_2	1,28	0,66	1,12	1,62	5,44	4,28	5,10	5,92	10,90	10,02	10,30	11,44
	δ_2	1,54	1,96	1,08	1,06	5,34	6,00	4,86	4,92	10,78	11,32	10,02	10,00

Tabela 34 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 40\%$.

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 20$													
logito	γ_2	2,16	0,00	1,10	3,32	7,76	3,96	6,38	8,98	13,88	10,26	12,74	15,14
	δ_2	2,48	5,00	0,38	1,00	9,10	11,72	4,78	6,36	15,90	17,84	11,30	13,38
probito	γ_2	2,62	0,10	1,40	3,85	8,41	4,71	6,57	9,69	14,40	11,54	12,62	15,62
	δ_2	2,38	5,06	0,38	0,76	8,54	11,22	4,64	5,62	15,02	17,30	10,82	11,88
clog-log	γ_2	2,20	0,68	1,14	3,34	8,51	6,99	6,77	9,53	14,00	13,92	12,33	14,88
	δ_2	3,32	7,18	0,26	0,64	10,62	13,94	4,94	6,12	17,34	20,14	11,68	13,30
Cauchy	γ_2	2,50	0,18	1,14	6,16	8,48	0,66	5,68	12,64	14,68	2,18	11,90	18,86
	δ_2	2,72	5,86	0,40	0,68	9,28	12,34	4,76	5,68	15,80	18,30	11,20	12,76
$n = 30$													
logito	γ_2	1,88	0,58	1,56	2,32	6,56	5,18	6,18	7,04	11,94	10,64	11,56	12,46
	δ_2	2,02	4,22	0,66	0,92	7,52	10,28	4,82	5,52	14,12	16,36	10,88	11,72
probito	γ_2	1,44	0,84	1,08	1,68	6,40	5,60	5,70	6,72	12,76	11,76	11,90	13,18
	δ_2	2,46	5,00	0,66	0,78	8,28	11,06	5,38	5,90	14,44	16,30	10,76	11,74
clog-log	γ_2	1,74	1,20	1,06	2,10	6,70	6,26	5,62	7,16	12,36	12,42	11,28	12,94
	δ_2	2,28	5,18	0,36	0,52	8,78	11,76	5,10	5,60	15,08	17,80	10,98	11,86
Cauchy	γ_2	1,60	0,02	1,02	2,96	6,42	0,96	5,46	8,40	11,32	6,20	10,44	13,48
	δ_2	2,10	4,52	0,50	0,68	8,16	10,96	4,94	5,54	14,20	16,76	10,56	11,66
$n = 50$													
logito	γ_2	1,18	0,58	0,98	1,42	5,80	4,24	5,18	6,12	10,92	9,98	10,66	11,28
	δ_2	1,74	2,70	0,92	0,88	6,72	8,02	5,00	5,22	12,30	13,38	10,60	11,08
probito	γ_2	1,34	0,88	1,06	1,50	5,78	5,22	5,42	6,14	11,14	10,54	10,64	11,52
	δ_2	1,88	2,78	1,14	1,08	6,80	8,04	5,28	5,30	12,60	13,88	10,78	11,28
clog-log	γ_2	1,36	1,32	1,06	1,56	6,32	6,30	5,76	6,52	11,96	12,12	11,20	12,24
	δ_2	1,50	2,36	0,78	0,88	6,46	7,64	4,90	5,20	11,98	13,20	10,00	10,46
Cauchy	γ_2	1,52	0,00	1,02	2,52	5,96	2,08	5,62	7,24	11,16	6,92	10,30	12,44
	δ_2	1,58	2,52	0,70	0,80	6,34	7,76	4,76	4,98	12,30	13,32	10,50	10,62

Continua na próxima página

Tabela 34 – Continuação da página anterior

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
<i>n</i> = 100													
logito	γ_2	1,16	0,96	1,12	1,30	5,82	5,36	5,64	5,96	10,86	10,42	10,76	10,96
	δ_2	1,48	1,90	0,96	0,94	6,60	7,16	5,72	5,88	11,76	12,38	10,74	10,94
probito	γ_2	1,08	0,90	1,00	1,16	5,76	5,48	5,64	5,84	11,18	10,94	10,98	11,28
	δ_2	1,30	1,66	0,90	0,88	5,96	6,68	5,24	5,30	11,44	12,20	10,60	10,66
clog-log	γ_2	1,08	1,08	1,00	1,16	5,70	5,68	5,36	5,74	10,92	10,94	10,58	10,98
	δ_2	1,54	1,98	1,00	0,88	6,16	7,06	5,34	5,34	11,60	12,42	10,40	10,84
Cauchy	γ_2	1,54	0,38	1,40	1,82	6,08	4,54	5,90	6,56	11,10	9,62	10,74	11,54
	δ_2	1,58	1,92	1,08	0,92	6,26	6,98	5,36	5,22	11,76	12,40	10,84	11,08

Tabela 35 – Taxa de rejeição de $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ para os testes \mathcal{S}_{RV} , \mathcal{S}_W , \mathcal{S}_E e \mathcal{S}_G no modelo HBNN com $p = 50\%$.

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
<i>n</i> = 20													
logito	γ_2	1,87	0,00	1,02	2,80	6,94	3,57	5,75	8,26	12,68	9,62	11,70	13,67
	δ_2	2,78	6,12	0,25	1,25	10,58	13,00	4,69	7,20	17,20	19,39	12,00	14,55
probito	γ_2	1,96	0,10	1,00	2,80	7,70	4,70	5,98	8,59	13,33	11,05	11,79	14,29
	δ_2	2,68	5,78	0,28	0,84	9,72	12,38	4,88	6,30	16,46	19,04	11,10	13,28
clog-log	γ_2	2,20	0,56	1,10	3,41	7,65	6,07	5,73	8,69	13,60	13,30	11,80	14,44
	δ_2	3,28	6,66	0,32	0,84	10,42	13,30	5,38	6,40	17,10	19,46	11,70	13,30
Cauchy	γ_2	2,40	0,26	0,98	6,28	8,30	0,64	6,20	12,56	14,94	1,84	12,52	18,62
	δ_2	2,80	5,84	0,32	0,86	9,58	12,10	4,58	6,46	16,20	18,40	10,94	12,98
<i>n</i> = 30													
logito	γ_2	1,42	0,32	1,02	1,74	5,76	4,18	5,22	6,38	11,54	9,98	10,94	12,14
	δ_2	2,46	5,24	0,58	0,90	9,20	11,70	5,02	6,10	16,02	18,42	11,76	13,00
probito	γ_2	1,58	0,68	1,00	1,76	5,94	5,14	5,42	6,34	11,88	10,94	10,94	12,18
	δ_2	2,40	5,58	0,58	0,90	9,64	12,02	5,30	6,44	15,94	18,32	12,04	13,00
clog-log	γ_2	1,38	0,90	0,86	1,74	5,94	5,54	4,86	6,30	11,30	11,16	9,96	11,76
	δ_2	2,18	4,84	0,46	0,54	8,20	10,98	4,80	5,06	14,20	16,70	10,60	11,48
Cauchy	γ_2	1,48	0,10	0,86	2,98	6,36	0,94	5,28	8,34	12,06	5,84	10,84	14,36
	δ_2	2,64	5,38	0,60	0,98	9,72	12,36	5,32	6,40	16,02	18,40	12,10	13,12
<i>n</i> = 50													
logito	γ_2	1,34	0,62	1,12	1,70	5,98	4,56	5,64	6,36	10,62	9,54	10,30	11,04
	δ_2	1,56	2,58	0,84	0,88	6,60	8,10	4,88	4,96	13,10	14,42	10,74	11,26
probito	γ_2	1,60	1,00	1,28	1,78	5,80	5,26	5,44	6,04	11,28	10,76	10,90	11,46
	δ_2	1,66	2,78	0,76	0,80	6,48	8,06	4,94	4,88	12,30	13,44	10,20	10,84
clog-log	γ_2	1,40	1,32	1,12	1,60	5,60	5,52	5,06	5,82	10,66	10,46	9,90	10,88
	δ_2	1,60	2,48	0,80	0,66	7,06	8,10	4,98	5,30	12,28	13,56	10,46	10,72
Cauchy	γ_2	1,32	0,02	0,92	2,32	6,06	1,66	5,42	7,46	11,76	7,26	10,86	13,30
	δ_2	1,48	2,78	0,76	0,64	6,74	8,50	4,62	5,16	12,24	13,96	10,12	10,42

Continua na próxima página

Tabela 35 – Continuação da página anterior

HBNB	Parâm.	$\alpha = 0,01$				$\alpha = 0,05$				$\alpha = 0,10$			
		\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G	\mathcal{S}_{RV}	\mathcal{S}_W	\mathcal{S}_E	\mathcal{S}_G
$n = 100$													
logito	γ_2	1,30	1,14	1,18	1,34	5,88	5,32	5,72	5,96	11,08	10,72	10,96	11,20
	δ_2	1,38	1,90	1,10	1,08	6,10	6,80	5,08	5,14	11,82	12,72	10,78	10,70
probito	γ_2	1,10	0,90	0,96	1,18	5,40	5,20	5,26	5,50	10,86	10,62	10,66	10,92
	δ_2	1,46	2,18	1,18	1,06	6,14	6,78	5,26	5,22	11,52	12,14	10,42	10,46
clog-log	γ_2	1,06	1,02	0,72	1,12	5,64	5,68	5,08	5,68	10,76	10,92	10,40	10,86
	δ_2	1,14	1,50	0,66	0,78	5,80	6,46	4,92	5,00	11,32	12,04	10,30	10,50
Cauchy	γ_2	1,18	0,42	1,12	1,54	5,78	4,28	5,86	6,42	11,24	9,48	10,76	11,68
	δ_2	1,26	1,84	0,90	0,86	6,50	7,20	5,22	5,38	12,16	12,84	11,12	11,32

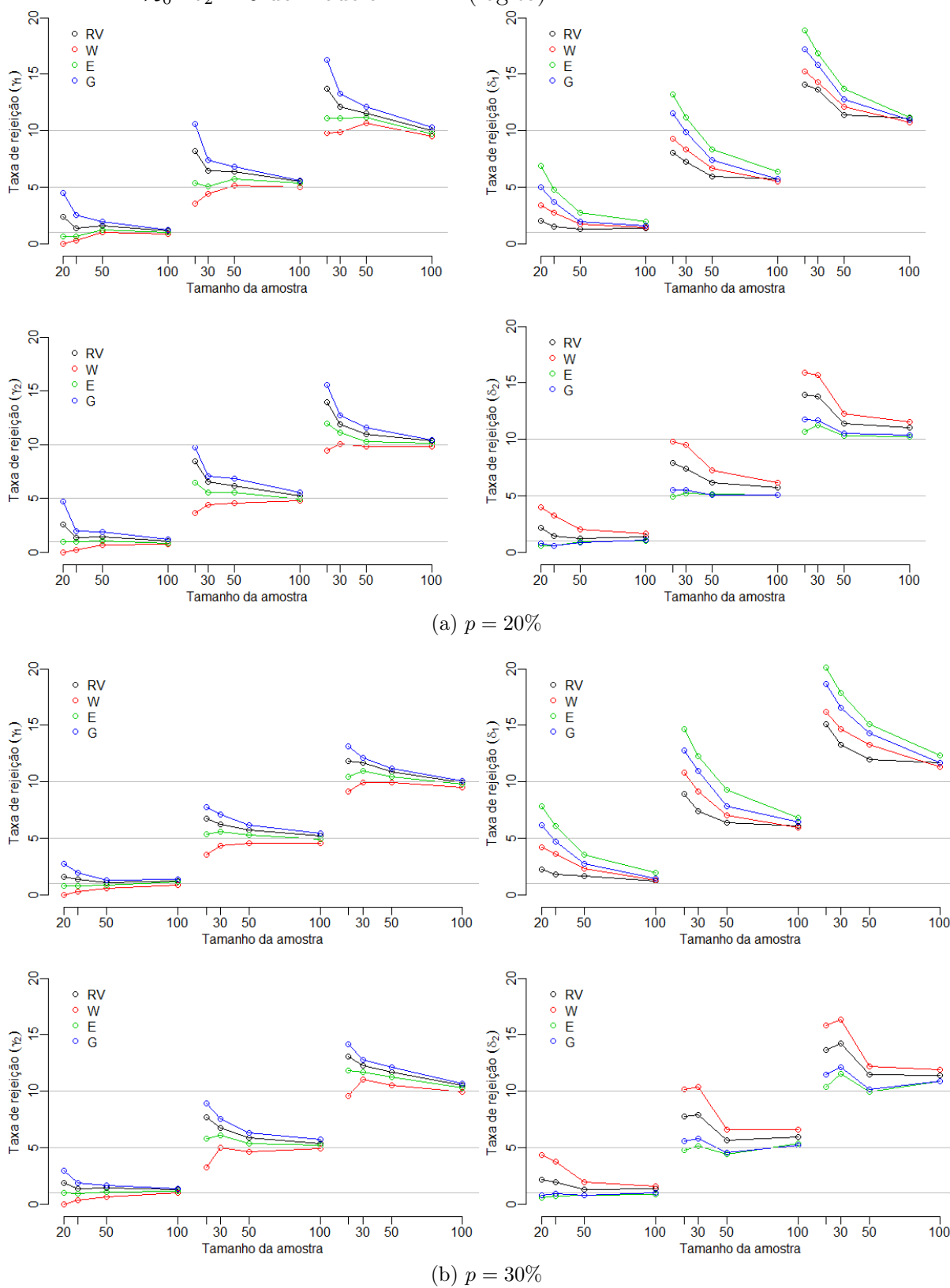
Na simulação dos modelos HBNB com as ligações logito, probito, complemento log-log e Cauchy, os testes apresentam o mesmo padrão de comportamento dos testes, com as mesmas ligações, da parte binária do modelo HPB, pois só houve alteração na parte de contagens positivas de um para o outro.

No componente de contagens positivas dos quatro modelos, como esperado, os testes apresentam mesmo padrão de comportamento, pois nas simulações dos quatro modelos só foram mudadas as funções de ligação da parte binária, a parte de contagens positivas permaneceu inalterada. O teste da razão de verossimilhanças generalizada e Wald não sofrem influência da proporção de zeros na amostra, nem do aumento de uma covariável, tendendo a ser liberais em amostras pequenas e se aproximam do nível nominal especificado conforme se aumenta o tamanho da amostra. O teste Escore tende a ser liberal quando se considera uma covariável em todos os níveis fixados, já no cenário com duas covariáveis tende a ser conservativo para $\alpha = 0,01$ e apresenta taxas de rejeição próximas ao nível nominal quando $\alpha = 0,05$. Para o nível nominal $\alpha = 0,10$, o teste Escore tende a ser liberal, para pequenas amostras, e passa a se aproximar dos níveis nominais fixados com o aumento de n . O teste Gradiente, em geral, tende a ser liberal nas simulações com uma covariável, em todos os níveis nominais fixados, e com o aumento do tamanho da amostra se aproxima dos mesmos. Já no cenário com duas covariáveis, apresenta valores de taxa próximos ao nível nominal fixado quando $\alpha = 0,01$ e para os níveis nominais $\alpha = 0,05$ e $0,10$, no cenário com duas covariáveis, em geral, tende a ser liberal em amostras pequenas e tende a se aproximar dos níveis nominais quando se aumenta o tamanho de n . Destaca-se, ainda, que para proporção de zeros em torno de 20% e 30% as taxas do

desse teste apresentam valores próximos ao nível nominal fixado ($\alpha = 0,05$) em todos os tamanhos de amostra considerados.

Para facilitar a visualização desses resultados foram feitos os gráficos apresentados nas Figuras 30, 31, 32 e 33 que representam as taxas de rejeição de $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = 0$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = 0$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = 0$ para os modelos 5, 6, 7 e 8, respectivamente.

Figura 30 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ do modelo HBNB (logito).



Continua na próxima página

Figura 30 – Continuação da página anterior.

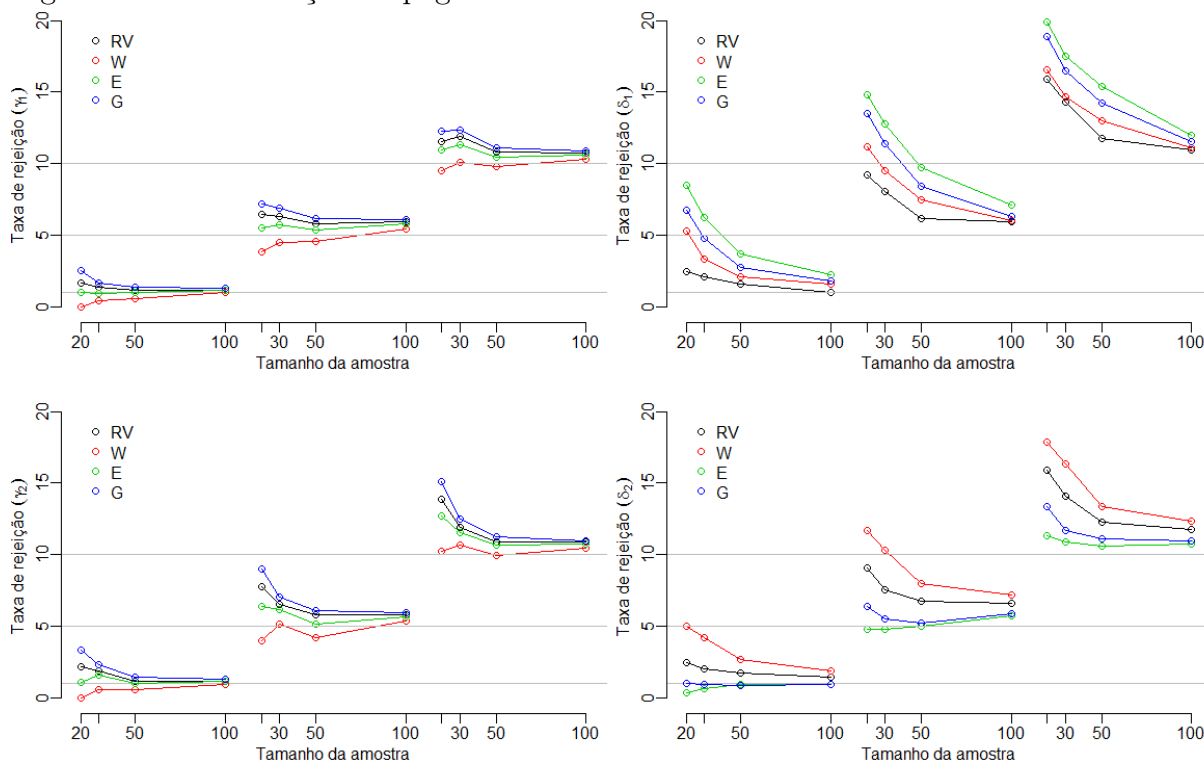
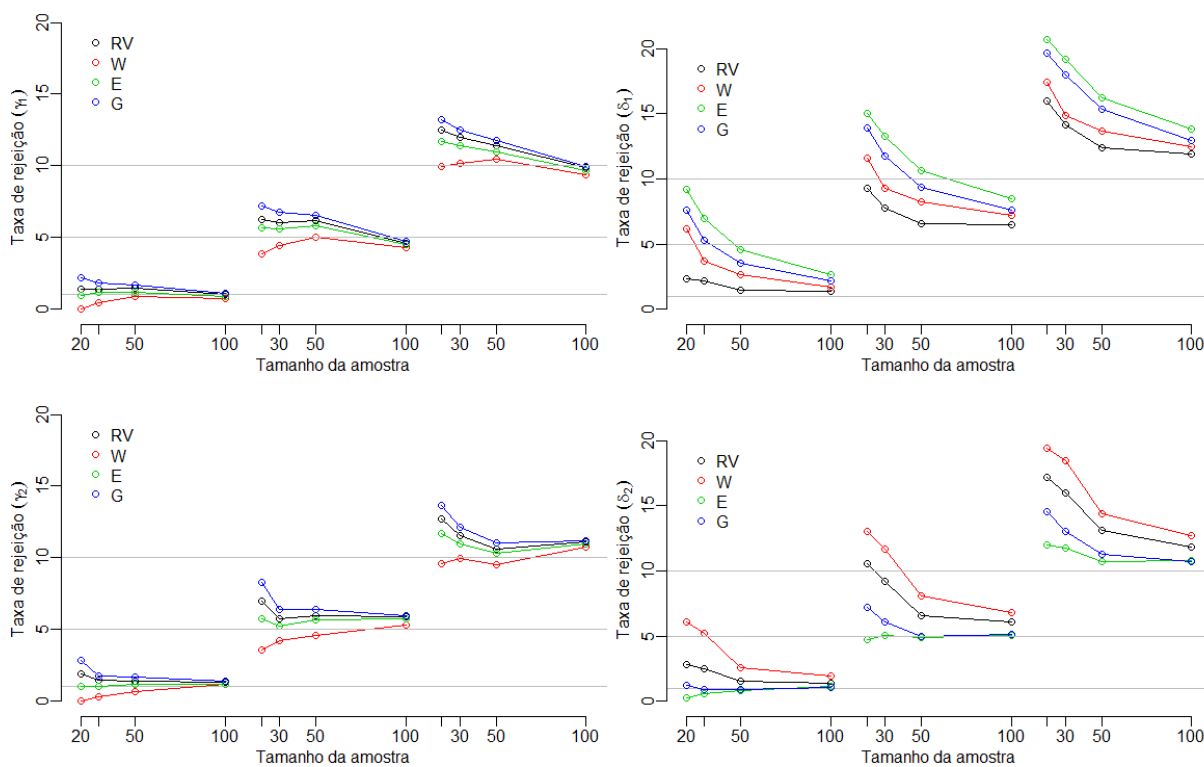
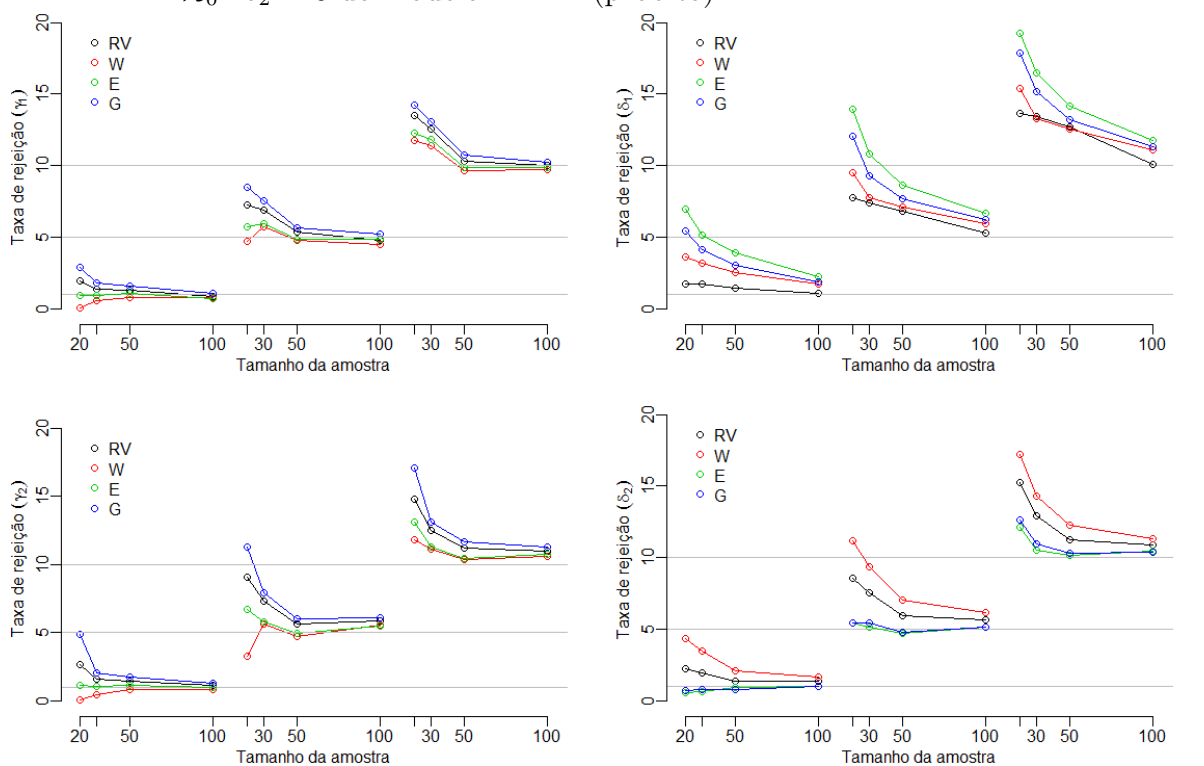
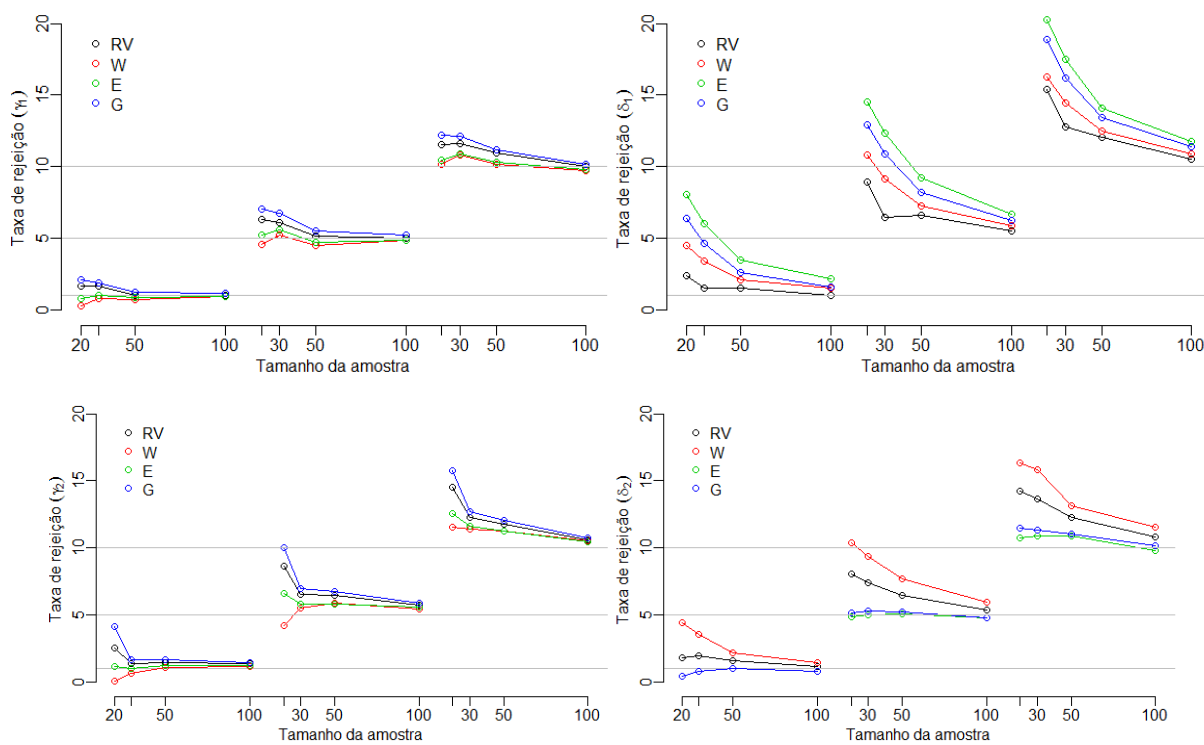
(c) $p = 40\%$ (d) $p = 50\%$

Figura 31 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ do modelo HBNN (probito).



(a) $p = 20\%$



(b) $p = 30\%$

Continua na próxima página

Figura 31 – Continuação da página anterior.

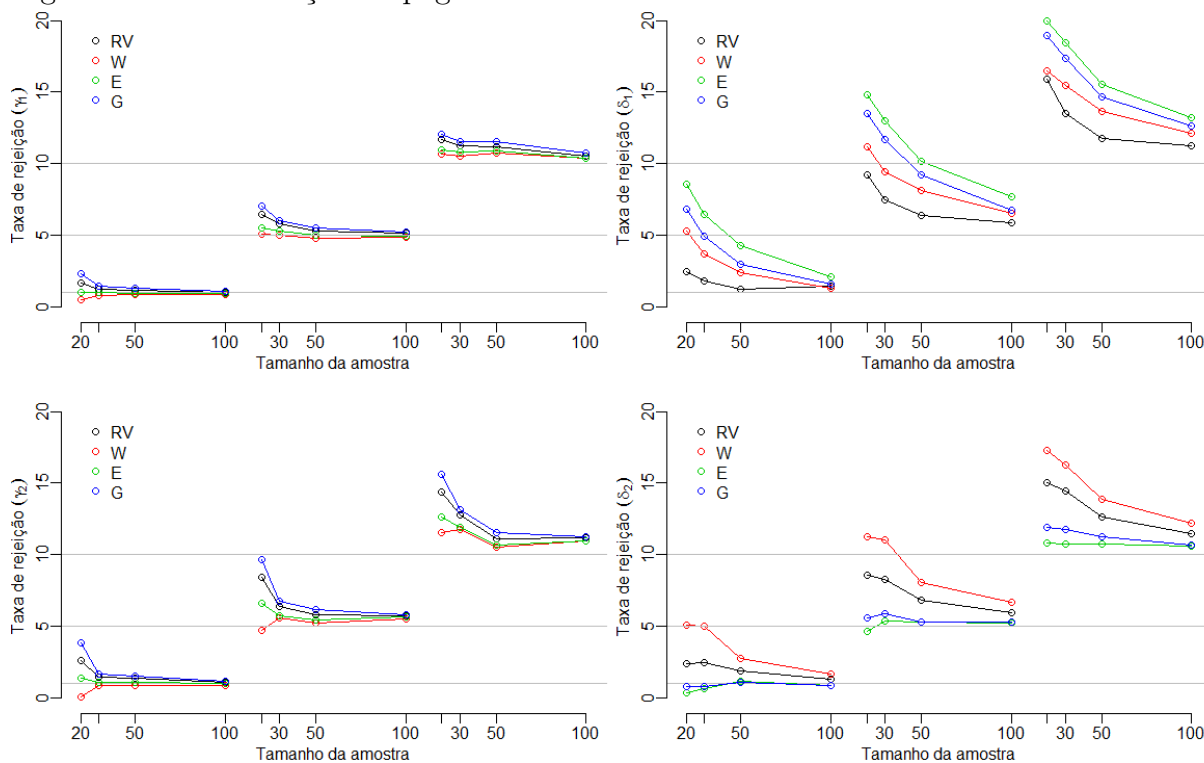
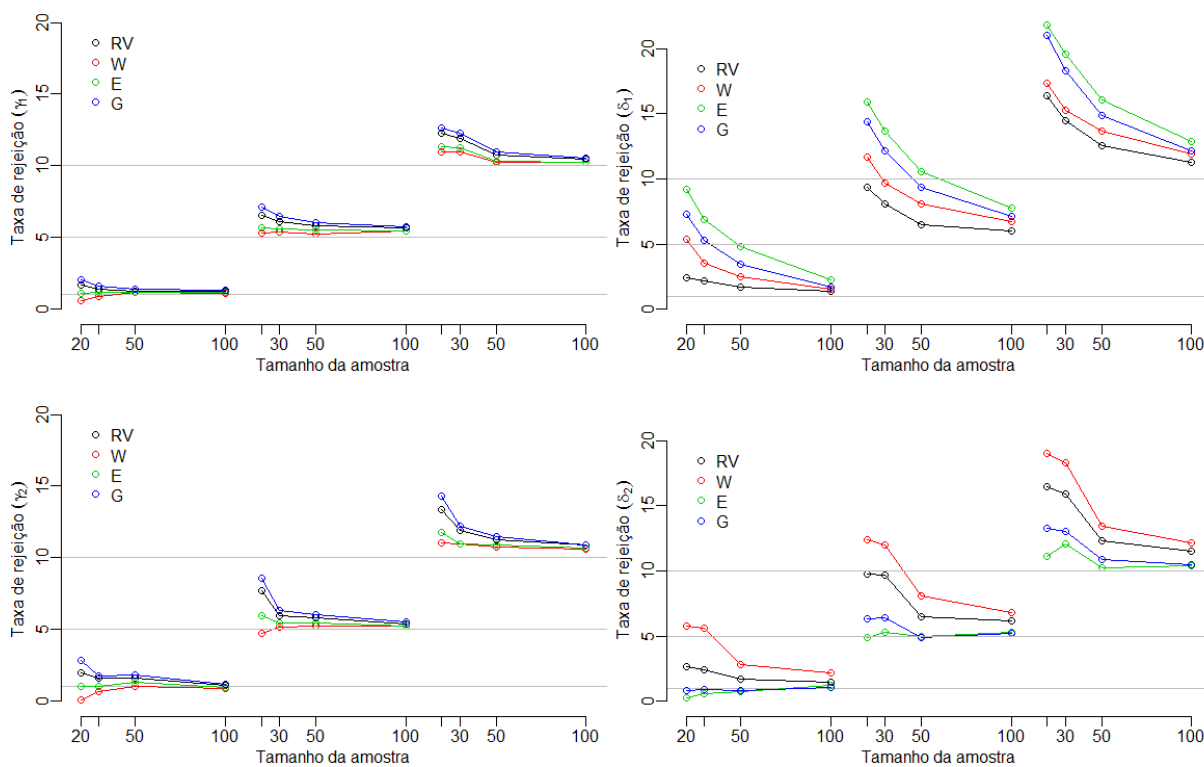
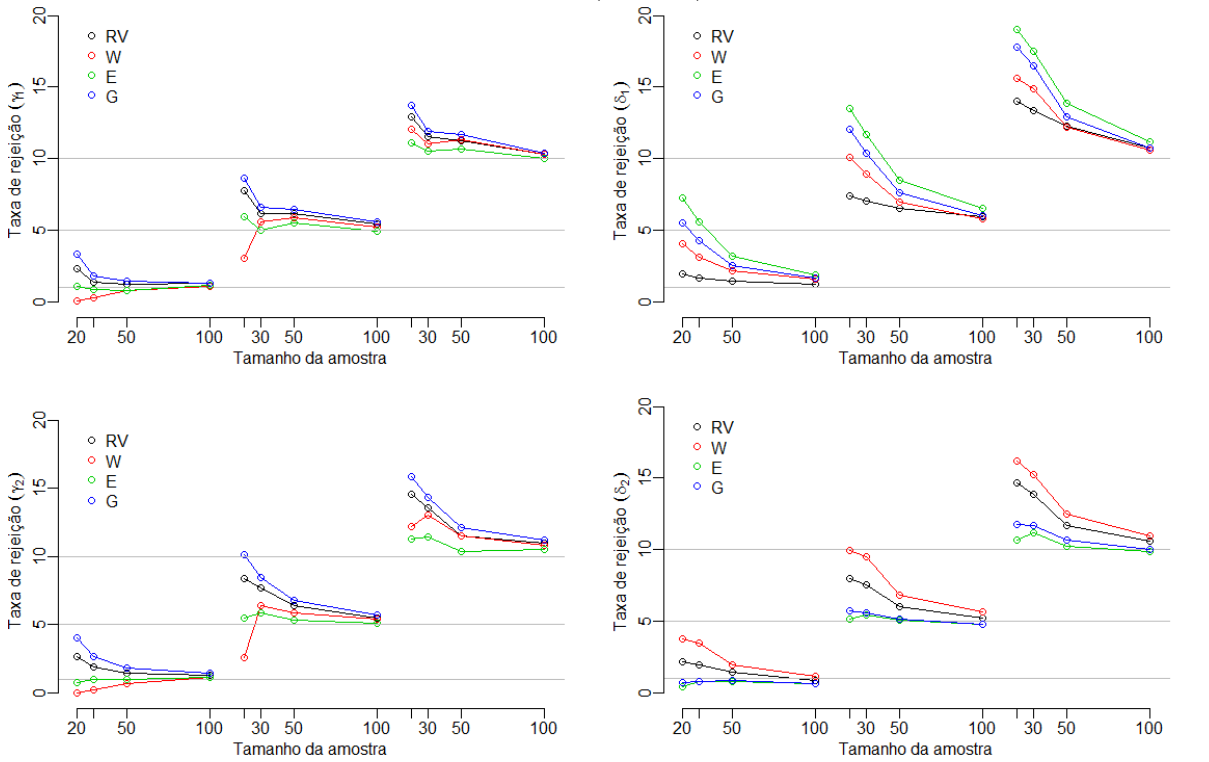
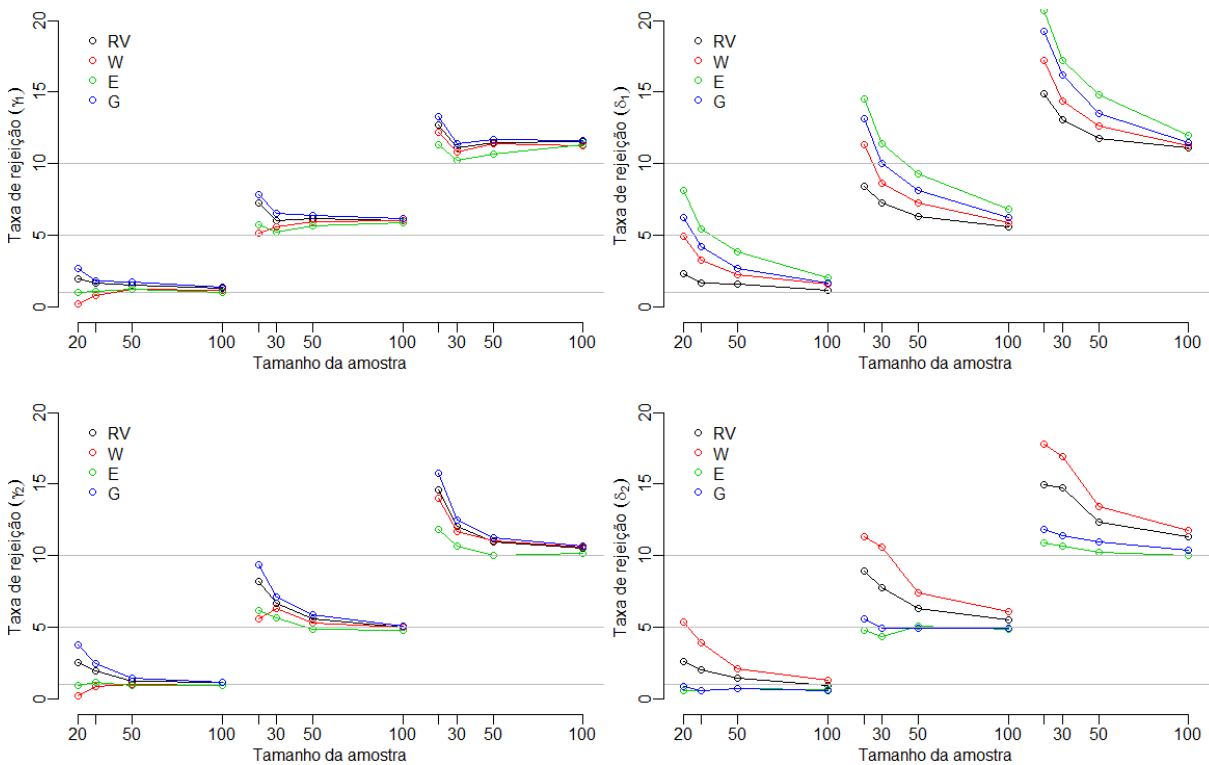
(c) $p = 40\%$ (d) $p = 50\%$

Figura 32 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ do modelo HBNN (cloglog).



(a) $p = 20\%$



(b) $p = 30\%$

Continua na próxima página

Figura 32 – Continuação da página anterior.

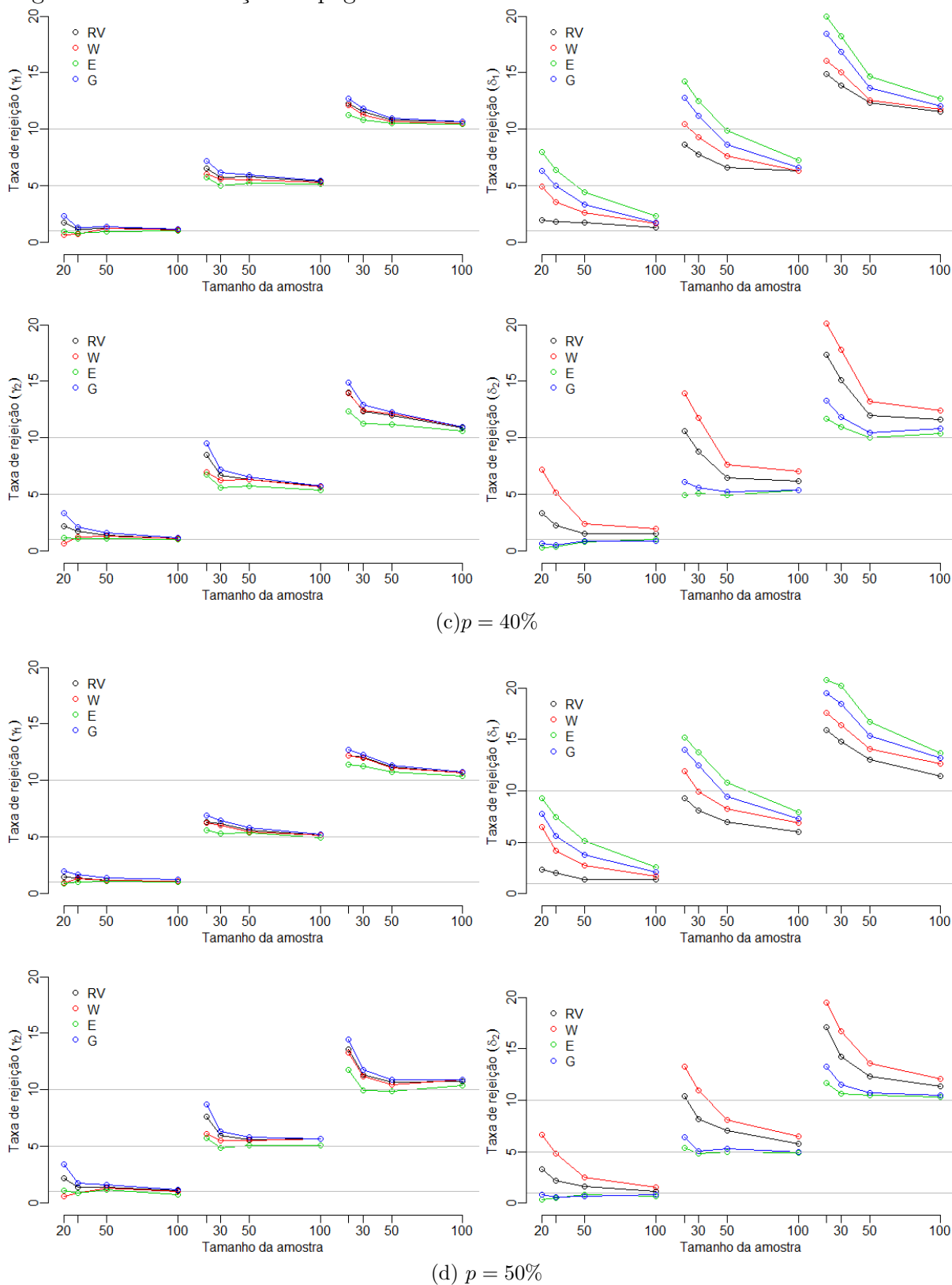
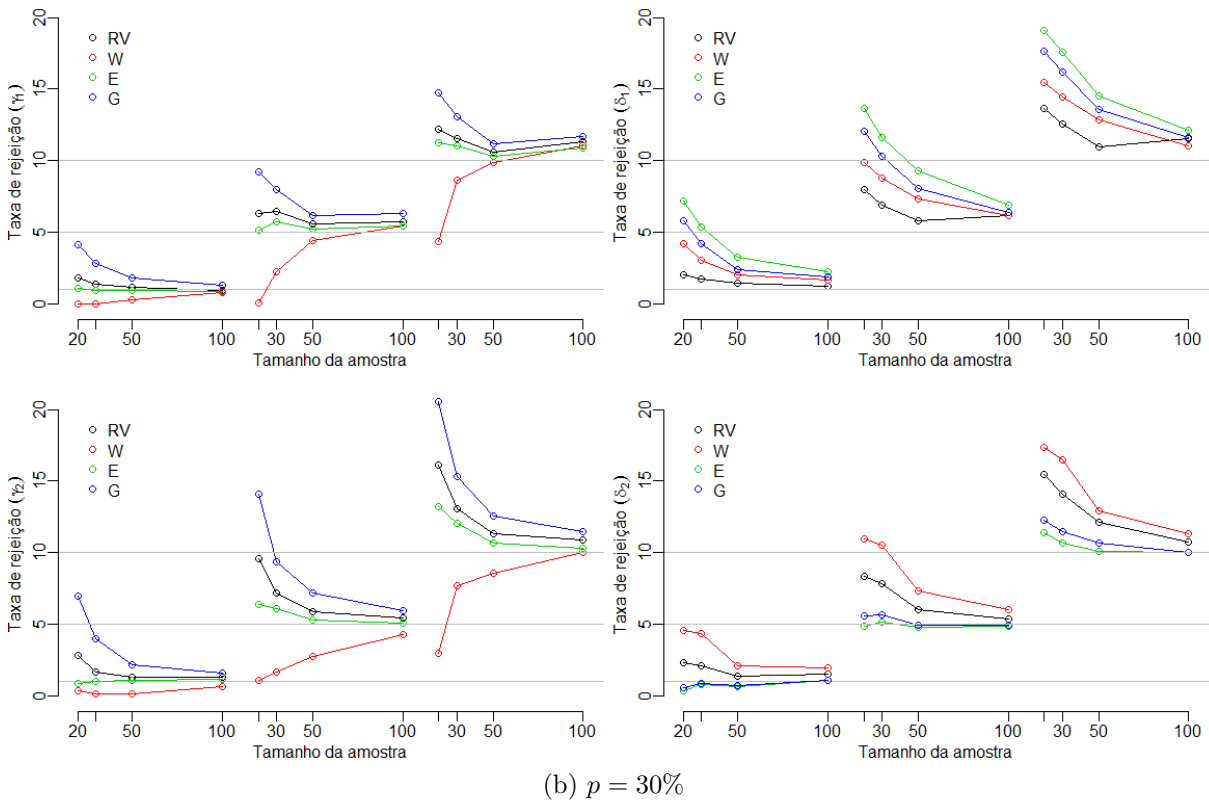
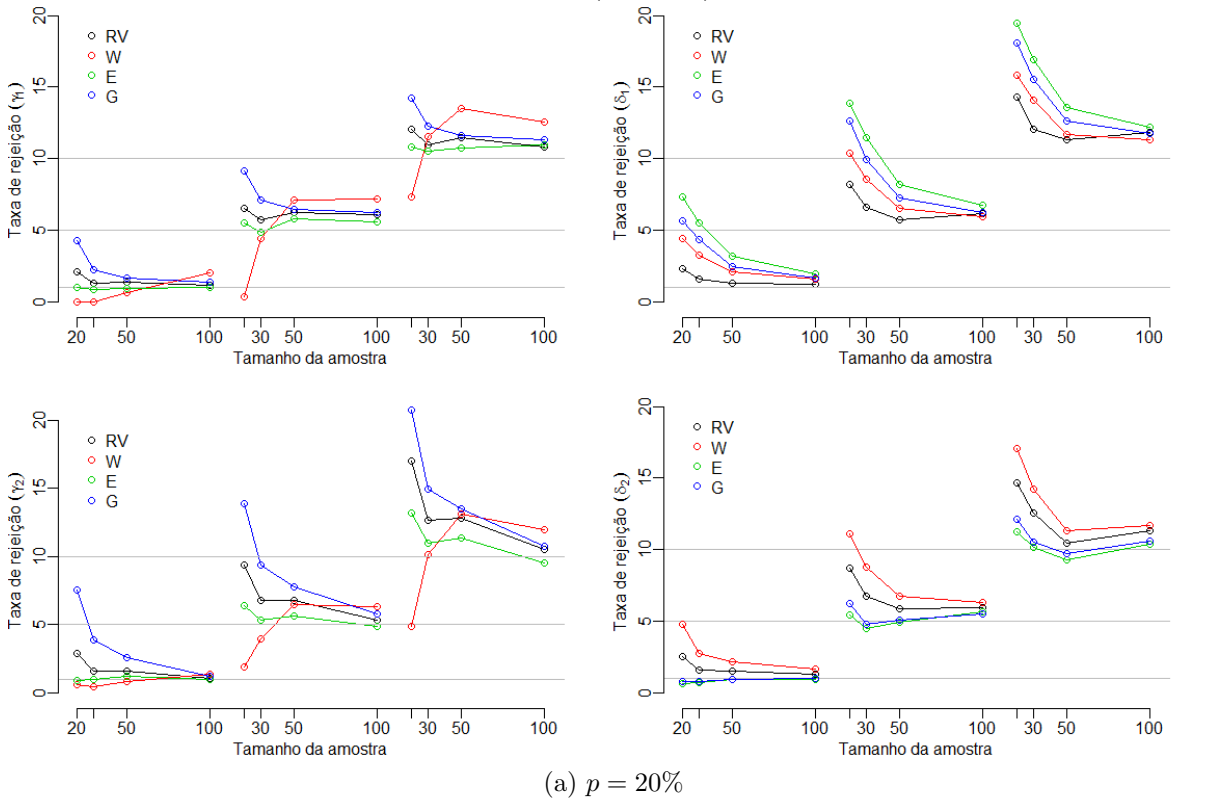
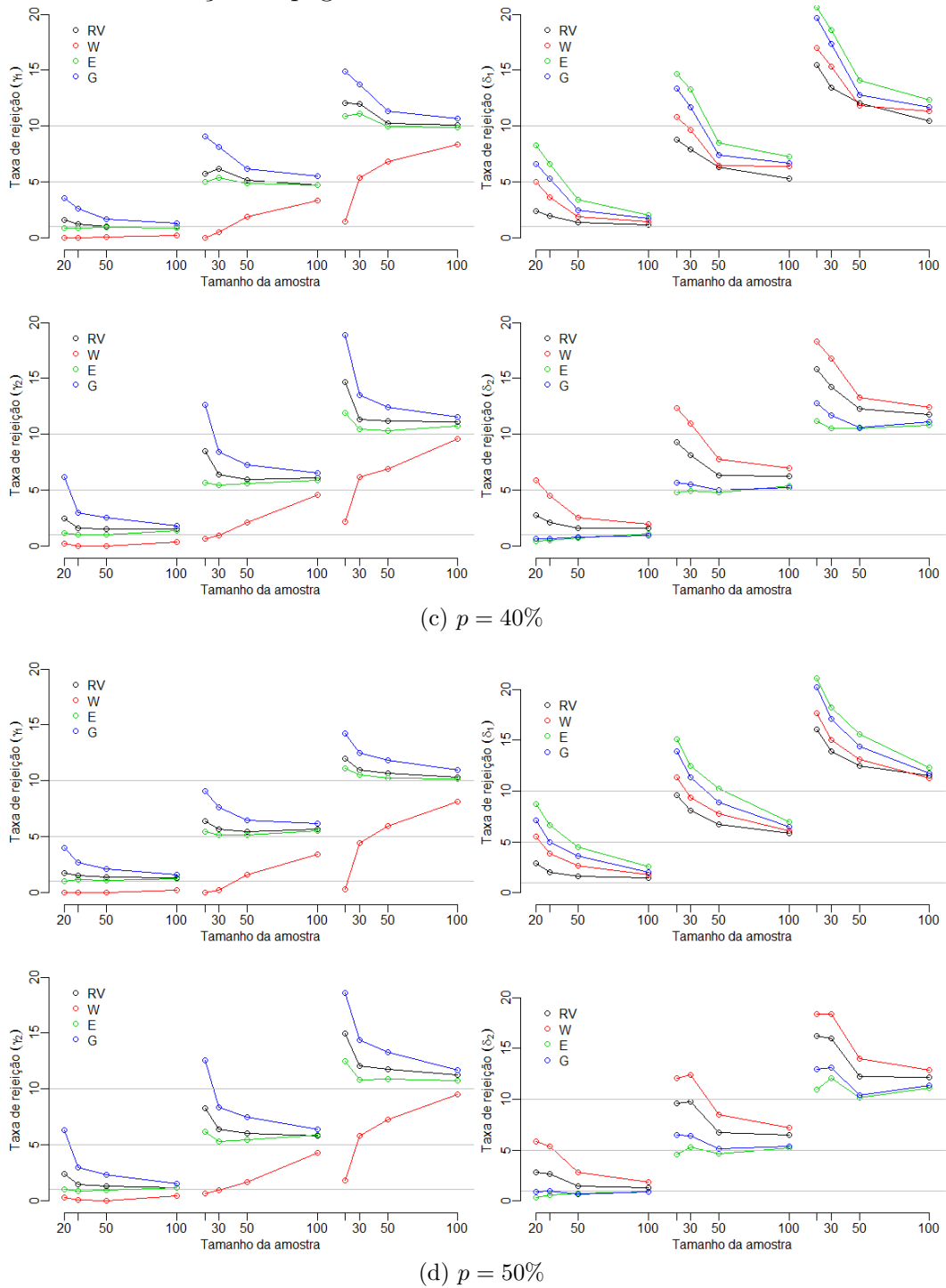


Figura 33 – Taxa de rejeição dos testes para $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$ do modelo HBNB (Cauchy).



Continua na próxima página

Figura 33 – Continuação da página anterior.



Após a análise das taxas de rejeição dos testes, investigou-se o poder empírico dos testes ao nível nominal $\alpha = 0,05$. As Tabelas 36, 37, 38, 39 apresentam as taxas de rejeição para as seguintes hipóteses alternativas: $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, para diferentes valores de ϖ , em que cada tabela corresponde as proporções de zeros 20%, 30%, 40% e 50%. Analogamente, as Tabelas 40, 41, 42, 43 apresentam as taxas de rejeição para

as seguintes hipóteses alternativas: $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$.

Tabela 36 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 20\%$.

HBNN	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n</i> = 20															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,39	0,23	0,12	0,08	0,11	0,22	0,37	0,80	0,57	0,24	0,07	0,23	0,56	0,80
	\mathcal{S}_W	0,43	0,23	0,08	0,04	0,08	0,22	0,41	0,93	0,75	0,35	0,09	0,34	0,75	0,93
	\mathcal{S}_E	0,45	0,25	0,10	0,05	0,10	0,25	0,45	0,32	0,26	0,13	0,03	0,12	0,26	0,32
	\mathcal{S}_G	0,37	0,24	0,14	0,11	0,14	0,23	0,36	0,42	0,27	0,11	0,04	0,11	0,26	0,41
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,81	0,52	0,20	0,07	0,20	0,53	0,81	0,79	0,55	0,23	0,07	0,23	0,54	0,78
	\mathcal{S}_W	0,83	0,53	0,18	0,05	0,18	0,55	0,83	0,93	0,74	0,34	0,09	0,34	0,72	0,92
	\mathcal{S}_E	0,87	0,59	0,21	0,06	0,21	0,61	0,87	0,28	0,24	0,11	0,04	0,12	0,23	0,27
	\mathcal{S}_G	0,80	0,52	0,20	0,08	0,20	0,53	0,80	0,38	0,24	0,10	0,04	0,10	0,23	0,36
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,85	0,58	0,21	0,08	0,22	0,58	0,84	0,78	0,55	0,22	0,07	0,22	0,55	0,80
	\mathcal{S}_W	0,88	0,61	0,22	0,03	0,21	0,62	0,87	0,91	0,72	0,35	0,10	0,34	0,73	0,93
	\mathcal{S}_E	0,88	0,64	0,22	0,06	0,23	0,64	0,88	0,28	0,22	0,11	0,04	0,11	0,23	0,32
	\mathcal{S}_G	0,83	0,56	0,22	0,09	0,22	0,57	0,82	0,36	0,23	0,10	0,05	0,10	0,22	0,41
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,28	0,18	0,10	0,07	0,09	0,17	0,27	0,79	0,54	0,22	0,07	0,22	0,54	0,78
	\mathcal{S}_W	0,51	0,35	0,14	0,00	0,14	0,33	0,50	0,92	0,73	0,35	0,10	0,33	0,73	0,92
	\mathcal{S}_E	0,32	0,20	0,10	0,06	0,10	0,20	0,31	0,28	0,23	0,12	0,04	0,12	0,23	0,27
	\mathcal{S}_G	0,14	0,12	0,10	0,09	0,09	0,11	0,13	0,37	0,23	0,11	0,05	0,11	0,22	0,36
<i>n</i> = 30															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,53	0,29	0,12	0,06	0,12	0,28	0,50	0,93	0,74	0,31	0,06	0,31	0,74	0,93
	\mathcal{S}_W	0,56	0,30	0,10	0,04	0,11	0,31	0,56	0,98	0,85	0,42	0,08	0,42	0,87	0,98
	\mathcal{S}_E	0,58	0,32	0,12	0,05	0,12	0,33	0,57	0,72	0,55	0,24	0,04	0,19	0,44	0,55
	\mathcal{S}_G	0,51	0,29	0,13	0,07	0,12	0,27	0,48	0,80	0,55	0,22	0,05	0,20	0,51	0,75
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,93	0,69	0,26	0,07	0,26	0,68	0,91	0,91	0,71	0,29	0,06	0,31	0,72	0,92
	\mathcal{S}_W	0,94	0,71	0,25	0,06	0,26	0,70	0,92	0,97	0,83	0,39	0,08	0,42	0,86	0,98
	\mathcal{S}_E	0,95	0,74	0,27	0,06	0,29	0,74	0,94	0,68	0,51	0,21	0,04	0,19	0,41	0,50
	\mathcal{S}_G	0,92	0,69	0,26	0,08	0,26	0,67	0,90	0,77	0,51	0,19	0,04	0,19	0,48	0,71
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,95	0,76	0,28	0,06	0,28	0,75	0,94	0,92	0,72	0,30	0,07	0,31	0,72	0,93
	\mathcal{S}_W	0,96	0,78	0,30	0,06	0,29	0,77	0,96	0,97	0,85	0,42	0,09	0,41	0,85	0,98
	\mathcal{S}_E	0,96	0,79	0,30	0,05	0,31	0,79	0,96	0,69	0,53	0,22	0,05	0,19	0,41	0,55
	\mathcal{S}_G	0,95	0,74	0,28	0,07	0,29	0,74	0,94	0,77	0,53	0,20	0,05	0,19	0,48	0,75
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,37	0,22	0,10	0,06	0,10	0,20	0,34	0,91	0,71	0,30	0,06	0,31	0,73	0,92
	\mathcal{S}_W	0,60	0,38	0,15	0,04	0,18	0,39	0,57	0,97	0,83	0,40	0,09	0,42	0,86	0,98
	\mathcal{S}_E	0,42	0,24	0,10	0,05	0,11	0,23	0,38	0,68	0,52	0,22	0,04	0,19	0,41	0,51
	\mathcal{S}_G	0,23	0,15	0,09	0,07	0,08	0,12	0,17	0,76	0,52	0,19	0,05	0,20	0,49	0,72
<i>n</i> = 50															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,45	0,25	0,11	0,06	0,11	0,24	0,45	0,93	0,71	0,27	0,06	0,28	0,71	0,93
	\mathcal{S}_W	0,48	0,25	0,10	0,05	0,10	0,25	0,47	0,97	0,79	0,33	0,07	0,33	0,79	0,97
	\mathcal{S}_E	0,49	0,26	0,11	0,06	0,11	0,26	0,48	0,82	0,59	0,22	0,05	0,23	0,60	0,83
	\mathcal{S}_G	0,44	0,25	0,11	0,07	0,11	0,24	0,44	0,87	0,61	0,22	0,05	0,22	0,61	0,87
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,89	0,60	0,20	0,05	0,22	0,62	0,90	0,92	0,69	0,27	0,06	0,26	0,69	0,92
	\mathcal{S}_W	0,90	0,61	0,20	0,05	0,22	0,63	0,91	0,96	0,78	0,33	0,07	0,32	0,77	0,96
	\mathcal{S}_E	0,92	0,64	0,21	0,05	0,23	0,66	0,93	0,81	0,57	0,22	0,05	0,22	0,58	0,81

Continua na próxima página

Tabela 36 – *Continuação da página anterior*

HBNB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
cloglog	S_G	0,89	0,59	0,20	0,06	0,22	0,62	0,90	0,86	0,58	0,21	0,05	0,21	0,59	0,85
	S_{RV}	0,93	0,68	0,25	0,06	0,24	0,68	0,93	0,93	0,70	0,28	0,06	0,25	0,67	0,93
	S_W	0,94	0,70	0,25	0,06	0,24	0,70	0,94	0,97	0,78	0,34	0,07	0,30	0,77	0,97
	S_E	0,95	0,72	0,26	0,06	0,26	0,71	0,94	0,80	0,58	0,23	0,05	0,20	0,56	0,83
Cauchy	S_G	0,93	0,67	0,25	0,06	0,24	0,67	0,92	0,86	0,59	0,22	0,04	0,20	0,58	0,87
	S_{RV}	0,33	0,18	0,09	0,06	0,09	0,19	0,33	0,92	0,68	0,27	0,05	0,26	0,70	0,93
	S_W	0,49	0,30	0,14	0,07	0,14	0,31	0,49	0,96	0,77	0,33	0,07	0,32	0,78	0,96
	S_E	0,35	0,20	0,09	0,06	0,09	0,20	0,35	0,80	0,57	0,22	0,05	0,22	0,57	0,81
	S_G	0,25	0,15	0,08	0,06	0,09	0,14	0,24	0,85	0,59	0,21	0,05	0,21	0,58	0,86
$n = 100$															
logito	S_{RV}	0,90	0,65	0,22	0,06	0,22	0,68	0,94	1,00	1,00	0,71	0,05	0,69	0,99	1,00
	S_W	0,92	0,67	0,24	0,05	0,21	0,68	0,95	1,00	1,00	0,76	0,05	0,73	1,00	1,00
	S_E	0,92	0,68	0,24	0,05	0,21	0,69	0,95	1,00	0,99	0,63	0,05	0,68	0,99	1,00
	S_G	0,89	0,63	0,22	0,06	0,22	0,67	0,93	1,00	0,99	0,66	0,04	0,66	0,99	1,00
probito	S_{RV}	1,00	0,98	0,57	0,05	0,58	0,99	1,00	1,00	1,00	0,70	0,05	0,68	0,99	1,00
	S_W	1,00	0,98	0,58	0,04	0,57	0,99	1,00	1,00	1,00	0,75	0,06	0,73	1,00	1,00
	S_E	1,00	0,98	0,60	0,05	0,59	0,99	1,00	1,00	0,98	0,63	0,05	0,66	0,99	1,00
	S_G	1,00	0,97	0,56	0,05	0,58	0,99	1,00	1,00	0,99	0,66	0,05	0,65	0,99	1,00
cloglog	S_{RV}	1,00	0,99	0,67	0,05	0,66	0,99	1,00	1,00	1,00	0,72	0,05	0,67	0,99	1,00
	S_W	1,00	0,99	0,67	0,05	0,67	0,99	1,00	1,00	1,00	0,77	0,06	0,71	1,00	1,00
	S_E	1,00	0,99	0,69	0,05	0,66	0,99	1,00	1,00	0,98	0,65	0,05	0,65	0,99	1,00
	S_G	1,00	0,99	0,67	0,06	0,65	0,99	1,00	1,00	0,99	0,68	0,05	0,63	0,99	1,00
Cauchy	S_{RV}	0,66	0,40	0,16	0,06	0,18	0,51	0,79	1,00	1,00	0,70	0,05	0,69	0,99	1,00
	S_W	0,80	0,56	0,25	0,07	0,23	0,61	0,87	1,00	1,00	0,75	0,06	0,73	1,00	1,00
	S_E	0,68	0,42	0,16	0,06	0,17	0,51	0,80	1,00	0,98	0,62	0,05	0,67	0,99	1,00
	S_G	0,55	0,32	0,12	0,06	0,18	0,46	0,73	1,00	0,99	0,65	0,05	0,66	0,99	1,00

Tabela 37 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HBNNB com $p = 30\%$.

HBNB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
$n = 20$															
logito	S_{RV}	0,45	0,25	0,11	0,07	0,12	0,26	0,46	0,74	0,51	0,22	0,07	0,22	0,52	0,75
	S_W	0,48	0,25	0,08	0,04	0,09	0,26	0,49	0,90	0,70	0,33	0,11	0,34	0,71	0,90
	S_E	0,51	0,28	0,11	0,05	0,12	0,29	0,52	0,25	0,21	0,11	0,04	0,11	0,20	0,23
	S_G	0,43	0,25	0,12	0,08	0,13	0,26	0,43	0,32	0,20	0,09	0,04	0,10	0,19	0,31
probito	S_{RV}	0,83	0,55	0,20	0,06	0,22	0,56	0,84	0,73	0,50	0,21	0,08	0,22	0,50	0,74
	S_W	0,85	0,56	0,19	0,05	0,20	0,57	0,86	0,89	0,69	0,33	0,11	0,33	0,71	0,90
	S_E	0,88	0,62	0,22	0,05	0,23	0,63	0,89	0,23	0,19	0,11	0,04	0,11	0,19	0,22
	S_G	0,82	0,54	0,20	0,07	0,22	0,56	0,83	0,29	0,18	0,09	0,05	0,09	0,18	0,28
cloglog	S_{RV}	0,83	0,56	0,20	0,07	0,21	0,58	0,85	0,74	0,51	0,22	0,08	0,21	0,50	0,75
	S_W	0,86	0,59	0,21	0,05	0,22	0,60	0,88	0,89	0,70	0,33	0,11	0,32	0,70	0,90
	S_E	0,87	0,61	0,21	0,06	0,22	0,62	0,88	0,25	0,21	0,11	0,05	0,10	0,19	0,23

Continua na próxima página

Tabela 37 – Continuação da página anterior

HBNB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	\mathcal{S}_G	0,81	0,55	0,21	0,08	0,22	0,56	0,83	0,30	0,20	0,10	0,05	0,10	0,18	0,31
	\mathcal{S}_{RV}	0,37	0,22	0,12	0,06	0,11	0,22	0,35	0,74	0,50	0,21	0,07	0,21	0,51	0,75
	\mathcal{S}_W	0,59	0,38	0,12	0,00	0,12	0,37	0,57	0,91	0,70	0,32	0,10	0,33	0,71	0,91
	\mathcal{S}_E	0,41	0,26	0,11	0,05	0,11	0,25	0,40	0,22	0,18	0,10	0,04	0,10	0,19	0,23
	\mathcal{S}_G	0,20	0,15	0,11	0,09	0,11	0,15	0,20	0,29	0,18	0,09	0,04	0,09	0,18	0,30
<i>n = 30</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,62	0,36	0,14	0,06	0,14	0,34	0,59	0,90	0,68	0,29	0,07	0,29	0,68	0,90
	\mathcal{S}_W	0,65	0,36	0,12	0,04	0,13	0,36	0,63	0,96	0,81	0,40	0,09	0,40	0,83	0,97
	\mathcal{S}_E	0,67	0,39	0,14	0,06	0,14	0,38	0,65	0,62	0,47	0,21	0,05	0,17	0,36	0,44
	\mathcal{S}_G	0,60	0,35	0,14	0,07	0,14	0,33	0,57	0,71	0,46	0,18	0,05	0,17	0,42	0,64
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,95	0,73	0,28	0,06	0,27	0,70	0,93	0,89	0,67	0,27	0,07	0,29	0,68	0,89
	\mathcal{S}_W	0,96	0,74	0,27	0,05	0,26	0,72	0,94	0,96	0,81	0,38	0,09	0,40	0,82	0,97
	\mathcal{S}_E	0,97	0,77	0,29	0,06	0,29	0,76	0,96	0,61	0,46	0,20	0,05	0,16	0,34	0,42
	\mathcal{S}_G	0,94	0,73	0,28	0,07	0,27	0,70	0,93	0,70	0,45	0,17	0,05	0,17	0,41	0,63
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,95	0,74	0,28	0,06	0,27	0,74	0,95	0,89	0,68	0,29	0,06	0,27	0,69	0,90
	\mathcal{S}_W	0,96	0,77	0,29	0,06	0,28	0,76	0,96	0,96	0,81	0,39	0,09	0,39	0,84	0,97
	\mathcal{S}_E	0,97	0,78	0,29	0,05	0,30	0,78	0,96	0,62	0,47	0,22	0,04	0,16	0,36	0,44
	\mathcal{S}_G	0,95	0,73	0,27	0,06	0,27	0,73	0,94	0,71	0,46	0,19	0,04	0,17	0,42	0,64
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,50	0,30	0,13	0,06	0,13	0,31	0,48	0,89	0,67	0,28	0,07	0,28	0,68	0,90
	\mathcal{S}_W	0,69	0,45	0,16	0,02	0,19	0,47	0,68	0,96	0,81	0,40	0,09	0,39	0,83	0,97
	\mathcal{S}_E	0,53	0,33	0,13	0,06	0,15	0,33	0,52	0,61	0,47	0,21	0,04	0,16	0,34	0,43
	\mathcal{S}_G	0,34	0,23	0,12	0,08	0,12	0,20	0,30	0,70	0,46	0,17	0,04	0,17	0,41	0,63
<i>n = 50</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,56	0,30	0,12	0,06	0,11	0,30	0,54	0,90	0,66	0,26	0,06	0,25	0,65	0,90
	\mathcal{S}_W	0,58	0,31	0,11	0,05	0,11	0,30	0,56	0,95	0,75	0,32	0,07	0,30	0,74	0,94
	\mathcal{S}_E	0,59	0,32	0,12	0,05	0,12	0,32	0,57	0,76	0,54	0,21	0,05	0,20	0,52	0,76
	\mathcal{S}_G	0,55	0,30	0,12	0,06	0,12	0,29	0,53	0,81	0,55	0,20	0,04	0,19	0,53	0,80
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,92	0,65	0,24	0,05	0,23	0,64	0,91	0,90	0,65	0,25	0,06	0,24	0,64	0,89
	\mathcal{S}_W	0,92	0,65	0,23	0,04	0,22	0,65	0,92	0,95	0,75	0,31	0,07	0,29	0,74	0,95
	\mathcal{S}_E	0,94	0,69	0,25	0,05	0,24	0,67	0,93	0,75	0,53	0,20	0,05	0,19	0,52	0,76
	\mathcal{S}_G	0,91	0,64	0,24	0,05	0,23	0,63	0,91	0,81	0,53	0,19	0,05	0,18	0,53	0,81
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,93	0,67	0,24	0,06	0,24	0,67	0,92	0,89	0,64	0,25	0,06	0,25	0,65	0,90
	\mathcal{S}_W	0,94	0,69	0,25	0,06	0,24	0,68	0,94	0,95	0,74	0,31	0,07	0,31	0,74	0,94
	\mathcal{S}_E	0,94	0,70	0,25	0,06	0,25	0,70	0,93	0,74	0,51	0,20	0,05	0,20	0,52	0,76
	\mathcal{S}_G	0,93	0,66	0,24	0,06	0,24	0,66	0,92	0,80	0,53	0,19	0,05	0,19	0,53	0,80
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,48	0,28	0,11	0,06	0,11	0,27	0,47	0,90	0,65	0,24	0,06	0,25	0,65	0,89
	\mathcal{S}_W	0,61	0,38	0,14	0,04	0,15	0,37	0,61	0,95	0,75	0,31	0,07	0,30	0,74	0,95
	\mathcal{S}_E	0,49	0,29	0,11	0,05	0,12	0,28	0,49	0,76	0,52	0,20	0,05	0,20	0,53	0,77
	\mathcal{S}_G	0,39	0,23	0,10	0,06	0,10	0,22	0,38	0,81	0,54	0,19	0,05	0,19	0,54	0,80
<i>n = 100</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,96	0,74	0,27	0,05	0,29	0,78	0,98	1,00	0,99	0,66	0,05	0,63	0,99	1,00
	\mathcal{S}_W	0,97	0,76	0,27	0,05	0,28	0,78	0,98	1,00	1,00	0,71	0,06	0,68	0,99	1,00
	\mathcal{S}_E	0,97	0,76	0,28	0,05	0,29	0,79	0,98	1,00	0,96	0,57	0,05	0,61	0,98	1,00
	\mathcal{S}_G	0,96	0,72	0,26	0,05	0,29	0,77	0,97	1,00	0,98	0,60	0,05	0,59	0,98	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,99	0,60	0,05	0,63	0,99	1,00	1,00	0,99	0,65	0,05	0,64	0,99	1,00

Continua na próxima página

Tabela 37 – Continuação da página anterior

HBNB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
cloglog	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,61	0,05	0,63	0,99	1,00	1,00	0,99	0,70	0,06	0,69	0,99	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,99	0,63	0,05	0,64	0,99	1,00	0,99	0,96	0,57	0,05	0,62	0,98	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,99	0,60	0,05	0,63	0,99	1,00	1,00	0,98	0,60	0,05	0,60	0,98	1,00
	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,99	0,65	0,06	0,63	0,99	1,00	1,00	0,99	0,65	0,05	0,64	0,98	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,66	0,06	0,65	0,99	1,00	1,00	0,99	0,70	0,06	0,69	0,99	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,99	0,68	0,06	0,64	0,99	1,00	1,00	0,96	0,57	0,05	0,62	0,98	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,99	0,66	0,06	0,63	0,99	1,00	1,00	0,98	0,60	0,05	0,60	0,98	1,00
	\mathcal{S}_{RV}	0,84	0,61	0,24	0,06	0,27	0,72	0,93	1,00	0,99	0,66	0,06	0,63	0,99	1,00
	\mathcal{S}_W	0,92	0,73	0,32	0,06	0,31	0,79	0,97	1,00	0,99	0,71	0,06	0,67	0,99	1,00
	\mathcal{S}_E	0,85	0,63	0,25	0,06	0,28	0,73	0,94	1,00	0,97	0,58	0,05	0,61	0,98	1,00
	\mathcal{S}_G	0,78	0,53	0,20	0,06	0,27	0,68	0,91	1,00	0,98	0,61	0,05	0,59	0,98	1,00

Tabela 38 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HBNB com $p = 40\%$.

HBNB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n = 20</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,50	0,27	0,11	0,06	0,12	0,28	0,49	0,68	0,45	0,20	0,08	0,20	0,47	0,69
	\mathcal{S}_W	0,53	0,27	0,09	0,04	0,10	0,28	0,52	0,86	0,65	0,30	0,11	0,32	0,67	0,88
	\mathcal{S}_E	0,56	0,31	0,11	0,06	0,12	0,31	0,56	0,17	0,15	0,09	0,05	0,08	0,14	0,18
	\mathcal{S}_G	0,49	0,27	0,12	0,07	0,13	0,28	0,48	0,21	0,14	0,08	0,05	0,08	0,13	0,21
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,86	0,58	0,20	0,06	0,22	0,58	0,87	0,67	0,45	0,20	0,08	0,20	0,46	0,69
	\mathcal{S}_W	0,87	0,59	0,19	0,05	0,21	0,59	0,88	0,86	0,65	0,30	0,11	0,31	0,67	0,87
	\mathcal{S}_E	0,90	0,64	0,22	0,06	0,23	0,64	0,91	0,17	0,15	0,09	0,05	0,08	0,14	0,18
	\mathcal{S}_G	0,85	0,58	0,21	0,07	0,22	0,57	0,86	0,20	0,13	0,07	0,05	0,07	0,13	0,21
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,81	0,53	0,19	0,07	0,19	0,52	0,81	0,68	0,46	0,19	0,07	0,19	0,46	0,69
	\mathcal{S}_W	0,84	0,56	0,20	0,06	0,20	0,57	0,84	0,87	0,66	0,31	0,10	0,32	0,66	0,88
	\mathcal{S}_E	0,85	0,57	0,20	0,06	0,20	0,58	0,85	0,18	0,15	0,09	0,04	0,08	0,15	0,18
	\mathcal{S}_G	0,80	0,52	0,19	0,07	0,19	0,51	0,79	0,21	0,14	0,07	0,04	0,08	0,13	0,21
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,46	0,29	0,13	0,06	0,13	0,30	0,46	0,68	0,47	0,20	0,07	0,20	0,45	0,67
	\mathcal{S}_W	0,66	0,41	0,08	0,00	0,09	0,41	0,66	0,87	0,67	0,32	0,11	0,31	0,65	0,86
	\mathcal{S}_E	0,50	0,31	0,13	0,05	0,13	0,32	0,50	0,18	0,16	0,09	0,04	0,09	0,15	0,16
	\mathcal{S}_G	0,29	0,21	0,12	0,09	0,13	0,21	0,30	0,22	0,15	0,08	0,05	0,08	0,14	0,20
<i>n = 30</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,68	0,40	0,16	0,06	0,14	0,38	0,65	0,84	0,61	0,24	0,07	0,26	0,63	0,85
	\mathcal{S}_W	0,70	0,41	0,14	0,04	0,13	0,39	0,68	0,94	0,77	0,36	0,09	0,38	0,79	0,95
	\mathcal{S}_E	0,72	0,43	0,16	0,06	0,15	0,41	0,70	0,50	0,38	0,17	0,04	0,13	0,27	0,32
	\mathcal{S}_G	0,66	0,39	0,16	0,07	0,14	0,37	0,63	0,57	0,36	0,14	0,04	0,14	0,32	0,50
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,96	0,76	0,28	0,06	0,28	0,75	0,96	0,84	0,62	0,27	0,07	0,25	0,61	0,85
	\mathcal{S}_W	0,97	0,77	0,28	0,05	0,27	0,76	0,97	0,94	0,77	0,38	0,09	0,36	0,79	0,95
	\mathcal{S}_E	0,98	0,80	0,30	0,05	0,30	0,80	0,97	0,51	0,39	0,18	0,04	0,13	0,27	0,32
	\mathcal{S}_G	0,96	0,75	0,29	0,06	0,28	0,74	0,95	0,59	0,37	0,15	0,04	0,13	0,31	0,50
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,92	0,68	0,24	0,06	0,27	0,71	0,94	0,84	0,61	0,25	0,07	0,26	0,61	0,85

Continua na próxima página

Tabela 38 – *Continuação da página anterior*

HBNB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	S_W	0,94	0,72	0,27	0,06	0,27	0,73	0,95	0,93	0,77	0,36	0,09	0,37	0,78	0,95
	S_E	0,94	0,72	0,26	0,05	0,29	0,76	0,96	0,50	0,37	0,17	0,04	0,14	0,26	0,32
	S_G	0,92	0,67	0,24	0,06	0,27	0,71	0,94	0,57	0,36	0,14	0,04	0,14	0,31	0,50
	S_{RV}	0,63	0,40	0,16	0,06	0,17	0,41	0,63	0,84	0,61	0,25	0,07	0,26	0,63	0,85
	S_W	0,78	0,52	0,16	0,01	0,18	0,55	0,78	0,94	0,76	0,36	0,10	0,38	0,79	0,95
	S_E	0,66	0,43	0,17	0,05	0,18	0,44	0,65	0,50	0,38	0,17	0,05	0,14	0,27	0,32
	S_G	0,49	0,32	0,16	0,08	0,15	0,30	0,48	0,58	0,36	0,15	0,05	0,15	0,32	0,50
$n = 50$															
logito	S_{RV}	0,61	0,34	0,13	0,06	0,12	0,33	0,60	0,85	0,58	0,22	0,06	0,22	0,59	0,84
	S_W	0,62	0,34	0,12	0,05	0,12	0,33	0,62	0,92	0,70	0,28	0,07	0,28	0,70	0,92
	S_E	0,64	0,36	0,13	0,05	0,13	0,35	0,63	0,66	0,45	0,17	0,04	0,17	0,45	0,67
probito	S_G	0,60	0,33	0,13	0,06	0,13	0,32	0,58	0,71	0,45	0,16	0,04	0,16	0,46	0,71
	S_{RV}	0,93	0,68	0,25	0,05	0,24	0,67	0,93	0,84	0,60	0,23	0,06	0,22	0,57	0,84
	S_W	0,94	0,68	0,24	0,05	0,24	0,67	0,94	0,93	0,71	0,29	0,08	0,28	0,69	0,92
cloglog	S_E	0,95	0,71	0,26	0,05	0,25	0,70	0,95	0,66	0,46	0,18	0,05	0,16	0,44	0,66
	S_G	0,93	0,68	0,25	0,06	0,24	0,66	0,93	0,72	0,47	0,17	0,05	0,16	0,45	0,71
	S_{RV}	0,91	0,61	0,22	0,06	0,23	0,62	0,91	0,84	0,58	0,22	0,06	0,22	0,58	0,84
Cauchy	S_W	0,91	0,64	0,23	0,06	0,23	0,64	0,92	0,92	0,69	0,29	0,08	0,28	0,69	0,92
	S_E	0,92	0,64	0,23	0,05	0,24	0,66	0,93	0,65	0,44	0,17	0,05	0,16	0,44	0,67
	S_G	0,90	0,61	0,22	0,06	0,23	0,62	0,91	0,70	0,45	0,16	0,05	0,16	0,44	0,71
	S_{RV}	0,63	0,38	0,14	0,05	0,15	0,38	0,64	0,86	0,59	0,22	0,05	0,21	0,58	0,84
Cauchy	S_W	0,74	0,46	0,14	0,02	0,13	0,47	0,75	0,93	0,70	0,28	0,06	0,27	0,70	0,92
	S_E	0,65	0,40	0,15	0,05	0,15	0,40	0,66	0,66	0,45	0,17	0,04	0,16	0,44	0,67
	S_G	0,54	0,33	0,13	0,06	0,13	0,33	0,56	0,72	0,45	0,16	0,04	0,15	0,44	0,71
	S_{RV}	0,98	0,81	0,32	0,06	0,31	0,81	0,98	1,00	0,98	0,58	0,06	0,56	0,97	1,00
$n = 100$															
logito	S_W	0,98	0,82	0,32	0,05	0,31	0,82	0,99	1,00	0,99	0,65	0,06	0,62	0,98	1,00
	S_E	0,99	0,82	0,33	0,06	0,31	0,82	0,99	0,98	0,92	0,49	0,05	0,54	0,95	1,00
	S_G	0,98	0,80	0,31	0,06	0,31	0,81	0,98	1,00	0,95	0,53	0,05	0,52	0,96	1,00
	S_{RV}	1,00	0,99	0,64	0,05	0,65	1,00	1,00	1,00	0,98	0,58	0,06	0,57	0,97	1,00
probito	S_W	1,00	0,99	0,64	0,05	0,66	1,00	1,00	1,00	0,99	0,65	0,07	0,62	0,98	1,00
	S_E	1,00	1,00	0,66	0,05	0,67	1,00	1,00	0,98	0,93	0,49	0,05	0,54	0,95	1,00
	S_G	1,00	0,99	0,64	0,05	0,65	1,00	1,00	1,00	0,95	0,52	0,05	0,52	0,95	1,00
	S_{RV}	1,00	0,99	0,60	0,05	0,59	0,99	1,00	1,00	0,98	0,58	0,05	0,57	0,97	1,00
cloglog	S_W	1,00	0,99	0,60	0,05	0,61	0,99	1,00	1,00	0,99	0,64	0,06	0,62	0,98	1,00
	S_E	1,00	0,99	0,62	0,05	0,60	0,99	1,00	0,98	0,92	0,49	0,05	0,55	0,95	1,00
	S_G	1,00	0,99	0,61	0,05	0,58	0,99	1,00	1,00	0,96	0,52	0,05	0,52	0,95	1,00
	S_{RV}	0,97	0,84	0,38	0,05	0,40	0,87	0,99	1,00	0,98	0,58	0,05	0,57	0,97	1,00
Cauchy	S_W	0,99	0,90	0,44	0,03	0,42	0,91	0,99	1,00	0,99	0,65	0,06	0,63	0,98	1,00
	S_E	0,98	0,85	0,39	0,05	0,40	0,88	0,99	0,98	0,92	0,50	0,05	0,55	0,96	1,00
	S_G	0,96	0,80	0,34	0,05	0,38	0,84	0,98	1,00	0,96	0,52	0,05	0,53	0,96	1,00
	S_{RV}	0,97	0,84	0,38	0,05	0,40	0,87	0,99	1,00	0,98	0,58	0,05	0,57	0,97	1,00

Tabela 39 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 50\%$.

HBNN	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n = 20</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,50	0,29	0,12	0,06	0,12	0,29	0,53	0,62	0,41	0,18	0,08	0,18	0,41	0,61
	\mathcal{S}_W	0,53	0,28	0,10	0,04	0,10	0,29	0,55	0,82	0,62	0,29	0,12	0,29	0,62	0,82
	\mathcal{S}_E	0,56	0,31	0,12	0,06	0,12	0,32	0,58	0,14	0,12	0,07	0,04	0,07	0,11	0,13
	\mathcal{S}_G	0,48	0,28	0,13	0,07	0,13	0,28	0,51	0,14	0,10	0,06	0,04	0,06	0,10	0,14
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,86	0,59	0,21	0,07	0,22	0,58	0,87	0,62	0,40	0,18	0,08	0,18	0,41	0,62
	\mathcal{S}_W	0,88	0,60	0,20	0,05	0,21	0,59	0,88	0,82	0,61	0,29	0,12	0,29	0,62	0,83
	\mathcal{S}_E	0,90	0,65	0,22	0,06	0,24	0,65	0,91	0,13	0,11	0,07	0,04	0,06	0,11	0,13
	\mathcal{S}_G	0,86	0,59	0,21	0,07	0,23	0,58	0,86	0,14	0,09	0,06	0,05	0,06	0,09	0,13
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,75	0,47	0,18	0,06	0,18	0,48	0,77	0,61	0,40	0,18	0,08	0,19	0,41	0,61
	\mathcal{S}_W	0,80	0,50	0,19	0,06	0,19	0,52	0,81	0,82	0,62	0,29	0,12	0,29	0,61	0,82
	\mathcal{S}_E	0,81	0,52	0,19	0,06	0,19	0,53	0,81	0,13	0,12	0,07	0,04	0,07	0,11	0,13
	\mathcal{S}_G	0,74	0,45	0,18	0,07	0,18	0,47	0,75	0,14	0,10	0,06	0,05	0,06	0,10	0,14
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,50	0,30	0,13	0,06	0,14	0,31	0,50	0,60	0,40	0,18	0,08	0,18	0,41	0,61
	\mathcal{S}_W	0,68	0,42	0,06	0,00	0,07	0,43	0,69	0,82	0,61	0,29	0,11	0,30	0,62	0,82
	\mathcal{S}_E	0,52	0,33	0,13	0,05	0,14	0,34	0,53	0,13	0,11	0,07	0,04	0,07	0,11	0,12
	\mathcal{S}_G	0,32	0,22	0,13	0,09	0,14	0,23	0,33	0,14	0,09	0,06	0,05	0,06	0,10	0,14
<i>n = 30</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,70	0,41	0,15	0,06	0,15	0,38	0,67	0,77	0,54	0,23	0,07	0,23	0,56	0,78
	\mathcal{S}_W	0,72	0,42	0,14	0,04	0,14	0,39	0,70	0,91	0,72	0,34	0,09	0,35	0,74	0,92
	\mathcal{S}_E	0,74	0,44	0,16	0,06	0,15	0,41	0,72	0,37	0,29	0,13	0,04	0,10	0,19	0,22
	\mathcal{S}_G	0,68	0,40	0,16	0,07	0,15	0,37	0,66	0,42	0,26	0,11	0,04	0,10	0,22	0,35
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,96	0,76	0,30	0,06	0,28	0,75	0,96	0,77	0,54	0,23	0,07	0,23	0,56	0,79
	\mathcal{S}_W	0,97	0,77	0,30	0,05	0,28	0,76	0,96	0,91	0,72	0,33	0,10	0,35	0,74	0,92
	\mathcal{S}_E	0,98	0,80	0,32	0,06	0,30	0,79	0,97	0,38	0,30	0,13	0,04	0,10	0,19	0,22
	\mathcal{S}_G	0,96	0,76	0,30	0,06	0,28	0,74	0,96	0,42	0,26	0,11	0,04	0,10	0,23	0,36
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,89	0,63	0,23	0,06	0,24	0,66	0,91	0,77	0,55	0,23	0,07	0,23	0,54	0,78
	\mathcal{S}_W	0,91	0,67	0,25	0,06	0,24	0,68	0,93	0,90	0,72	0,34	0,10	0,33	0,73	0,92
	\mathcal{S}_E	0,92	0,67	0,24	0,05	0,25	0,69	0,93	0,38	0,28	0,14	0,04	0,10	0,19	0,22
	\mathcal{S}_G	0,88	0,61	0,22	0,06	0,24	0,65	0,91	0,43	0,26	0,11	0,04	0,10	0,22	0,35
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,69	0,44	0,17	0,06	0,18	0,45	0,70	0,77	0,54	0,22	0,06	0,22	0,55	0,78
	\mathcal{S}_W	0,82	0,56	0,16	0,00	0,17	0,58	0,83	0,91	0,72	0,34	0,09	0,33	0,74	0,92
	\mathcal{S}_E	0,71	0,47	0,18	0,05	0,19	0,48	0,72	0,38	0,28	0,13	0,04	0,10	0,19	0,22
	\mathcal{S}_G	0,55	0,34	0,16	0,08	0,16	0,36	0,55	0,42	0,25	0,11	0,04	0,10	0,21	0,34
<i>n = 50</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,61	0,33	0,13	0,06	0,13	0,35	0,63	0,77	0,51	0,19	0,06	0,20	0,52	0,79
	\mathcal{S}_W	0,63	0,33	0,12	0,05	0,12	0,35	0,65	0,88	0,64	0,25	0,08	0,27	0,66	0,89
	\mathcal{S}_E	0,64	0,35	0,13	0,06	0,13	0,37	0,66	0,54	0,36	0,14	0,05	0,14	0,37	0,54
	\mathcal{S}_G	0,60	0,33	0,13	0,07	0,13	0,35	0,61	0,59	0,36	0,13	0,05	0,14	0,37	0,60
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,94	0,68	0,23	0,06	0,25	0,70	0,95	0,79	0,52	0,20	0,06	0,20	0,52	0,77
	\mathcal{S}_W	0,95	0,68	0,23	0,05	0,25	0,70	0,95	0,89	0,65	0,26	0,08	0,27	0,64	0,88
	\mathcal{S}_E	0,95	0,71	0,25	0,06	0,26	0,73	0,96	0,56	0,37	0,15	0,05	0,15	0,37	0,56
	\mathcal{S}_G	0,94	0,67	0,23	0,06	0,25	0,69	0,94	0,60	0,37	0,14	0,04	0,14	0,36	0,60

Continua na próxima página

Tabela 39 – Continuação da página anterior

HBNB	Teste	$\gamma_1 = \varpi$							$\delta_1 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n = 100</i>															
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,88	0,58	0,20	0,06	0,19	0,57	0,87	0,78	0,52	0,20	0,06	0,20	0,51	0,79
	\mathcal{S}_W	0,89	0,60	0,21	0,05	0,20	0,59	0,88	0,89	0,65	0,26	0,08	0,26	0,64	0,89
	\mathcal{S}_E	0,89	0,61	0,21	0,05	0,20	0,59	0,89	0,55	0,36	0,15	0,05	0,14	0,37	0,54
	\mathcal{S}_G	0,87	0,58	0,20	0,06	0,19	0,56	0,86	0,60	0,36	0,14	0,04	0,14	0,37	0,60
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,68	0,43	0,16	0,05	0,15	0,43	0,69	0,78	0,51	0,19	0,06	0,19	0,52	0,77
	\mathcal{S}_W	0,79	0,50	0,14	0,02	0,13	0,49	0,79	0,89	0,64	0,26	0,08	0,26	0,64	0,88
	\mathcal{S}_E	0,70	0,45	0,17	0,05	0,16	0,44	0,71	0,54	0,36	0,14	0,04	0,14	0,36	0,55
	\mathcal{S}_G	0,61	0,37	0,16	0,06	0,14	0,36	0,61	0,58	0,36	0,13	0,04	0,13	0,36	0,59
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,99	0,83	0,31	0,05	0,33	0,83	0,99	1,00	0,95	0,52	0,06	0,51	0,94	0,99
	\mathcal{S}_W	0,99	0,84	0,32	0,04	0,33	0,84	0,99	1,00	0,98	0,59	0,07	0,57	0,96	1,00
	\mathcal{S}_E	0,99	0,84	0,32	0,04	0,34	0,84	0,99	0,95	0,85	0,41	0,05	0,48	0,91	0,98
	\mathcal{S}_G	0,99	0,82	0,31	0,05	0,33	0,83	0,99	0,99	0,91	0,44	0,05	0,45	0,91	0,99
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,99	0,65	0,06	0,66	0,99	1,00	1,00	0,96	0,52	0,06	0,50	0,93	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,66	0,05	0,66	0,99	1,00	1,00	0,98	0,60	0,07	0,56	0,96	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	1,00	0,67	0,05	0,68	1,00	1,00	0,95	0,85	0,41	0,05	0,47	0,91	0,99
	\mathcal{S}_G	1,00	0,99	0,65	0,06	0,66	0,99	1,00	0,99	0,91	0,45	0,05	0,44	0,91	0,99
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,98	0,56	0,05	0,53	0,97	1,00	1,00	0,95	0,51	0,06	0,50	0,94	0,99
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,55	0,05	0,55	0,97	1,00	1,00	0,98	0,58	0,07	0,56	0,96	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,99	0,57	0,05	0,54	0,97	1,00	0,94	0,84	0,41	0,05	0,47	0,90	0,98
	\mathcal{S}_G	1,00	0,98	0,56	0,05	0,52	0,97	1,00	0,99	0,90	0,44	0,05	0,45	0,91	0,99
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,99	0,89	0,42	0,06	0,45	0,90	0,99	1,00	0,95	0,51	0,05	0,51	0,94	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,93	0,45	0,03	0,48	0,94	0,99	1,00	0,98	0,58	0,06	0,57	0,96	1,00
	\mathcal{S}_E	0,99	0,90	0,43	0,05	0,46	0,91	0,99	0,94	0,85	0,41	0,04	0,48	0,90	0,99
	\mathcal{S}_G	0,98	0,86	0,39	0,06	0,42	0,87	0,98	0,99	0,90	0,44	0,05	0,45	0,91	0,99

Tabela 40 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HB NB com $p = 20\%$.

HBNB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n = 20</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,35	0,20	0,11	0,08	0,12	0,21	0,35	0,76	0,52	0,22	0,08	0,21	0,50	0,74
	\mathcal{S}_W	0,36	0,17	0,06	0,04	0,08	0,21	0,39	0,90	0,68	0,31	0,10	0,28	0,64	0,87
	\mathcal{S}_E	0,40	0,21	0,10	0,06	0,11	0,24	0,42	0,33	0,29	0,14	0,05	0,12	0,25	0,28
	\mathcal{S}_G	0,35	0,21	0,13	0,10	0,13	0,21	0,34	0,36	0,28	0,14	0,06	0,12	0,26	0,37
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,58	0,34	0,15	0,09	0,15	0,34	0,56	0,68	0,45	0,20	0,09	0,19	0,45	0,68
	\mathcal{S}_W	0,60	0,34	0,11	0,03	0,12	0,34	0,59	0,82	0,58	0,26	0,11	0,26	0,60	0,85
	\mathcal{S}_E	0,65	0,38	0,14	0,07	0,16	0,41	0,65	0,40	0,29	0,14	0,05	0,10	0,20	0,25
	\mathcal{S}_G	0,57	0,35	0,17	0,11	0,17	0,35	0,56	0,39	0,26	0,12	0,05	0,11	0,23	0,32
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,66	0,41	0,17	0,09	0,20	0,47	0,73	0,78	0,55	0,23	0,08	0,20	0,49	0,74
	\mathcal{S}_W	0,73	0,47	0,17	0,03	0,18	0,50	0,78	0,91	0,71	0,32	0,10	0,27	0,63	0,86
	\mathcal{S}_E	0,74	0,47	0,17	0,05	0,19	0,52	0,78	0,24	0,25	0,13	0,05	0,11	0,24	0,30
	\mathcal{S}_G	0,64	0,40	0,17	0,10	0,21	0,46	0,71	0,29	0,25	0,13	0,06	0,12	0,26	0,38

Continua na próxima página

Tabela 40 – Continuação da página anterior

HBNB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,23	0,17	0,11	0,09	0,12	0,16	0,22	0,65	0,42	0,19	0,09	0,18	0,43	0,66
	\mathcal{S}_W	0,38	0,22	0,06	0,02	0,07	0,24	0,40	0,79	0,56	0,25	0,11	0,26	0,59	0,84
	\mathcal{S}_E	0,21	0,14	0,08	0,06	0,09	0,15	0,22	0,34	0,25	0,12	0,05	0,09	0,19	0,23
	\mathcal{S}_G	0,16	0,16	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,34	0,22	0,11	0,06	0,10	0,20	0,28
<i>n</i> = 30															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,55	0,31	0,13	0,07	0,12	0,30	0,54	0,93	0,75	0,33	0,07	0,33	0,74	0,93
	\mathcal{S}_W	0,60	0,33	0,12	0,04	0,11	0,31	0,58	0,99	0,87	0,43	0,10	0,42	0,86	0,98
	\mathcal{S}_E	0,62	0,35	0,14	0,06	0,12	0,33	0,60	0,54	0,47	0,22	0,05	0,24	0,51	0,65
	\mathcal{S}_G	0,53	0,30	0,13	0,07	0,12	0,29	0,52	0,74	0,54	0,23	0,06	0,23	0,55	0,78
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,89	0,65	0,25	0,07	0,24	0,63	0,90	0,93	0,75	0,33	0,08	0,33	0,77	0,94
	\mathcal{S}_W	0,91	0,67	0,25	0,06	0,23	0,65	0,91	0,98	0,86	0,42	0,09	0,43	0,87	0,98
	\mathcal{S}_E	0,93	0,71	0,27	0,06	0,25	0,69	0,93	0,57	0,48	0,22	0,05	0,24	0,52	0,64
	\mathcal{S}_G	0,88	0,64	0,26	0,08	0,24	0,63	0,89	0,76	0,54	0,22	0,05	0,23	0,57	0,79
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,90	0,69	0,28	0,08	0,26	0,65	0,87	0,94	0,76	0,33	0,08	0,34	0,76	0,93
	\mathcal{S}_W	0,93	0,73	0,29	0,06	0,29	0,71	0,91	0,98	0,87	0,43	0,10	0,43	0,86	0,98
	\mathcal{S}_E	0,93	0,75	0,29	0,06	0,28	0,70	0,91	0,48	0,45	0,21	0,05	0,24	0,54	0,65
	\mathcal{S}_G	0,90	0,69	0,29	0,08	0,26	0,64	0,87	0,71	0,52	0,22	0,06	0,24	0,59	0,80
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,38	0,24	0,12	0,07	0,12	0,24	0,39	0,92	0,73	0,32	0,07	0,32	0,74	0,92
	\mathcal{S}_W	0,62	0,43	0,18	0,04	0,15	0,40	0,62	0,98	0,86	0,42	0,09	0,43	0,86	0,98
	\mathcal{S}_E	0,42	0,26	0,11	0,05	0,11	0,25	0,41	0,50	0,43	0,21	0,04	0,21	0,48	0,59
	\mathcal{S}_G	0,21	0,16	0,11	0,09	0,12	0,17	0,23	0,70	0,49	0,20	0,05	0,20	0,51	0,74
<i>n</i> = 50															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,60	0,34	0,12	0,06	0,15	0,38	0,68	0,99	0,87	0,40	0,06	0,37	0,83	0,98
	\mathcal{S}_W	0,64	0,36	0,13	0,05	0,13	0,38	0,69	1,00	0,93	0,47	0,07	0,43	0,89	0,99
	\mathcal{S}_E	0,65	0,38	0,14	0,06	0,14	0,40	0,70	0,77	0,68	0,30	0,05	0,35	0,78	0,93
	\mathcal{S}_G	0,57	0,32	0,12	0,07	0,15	0,38	0,67	0,93	0,78	0,33	0,05	0,32	0,78	0,95
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,94	0,72	0,28	0,06	0,29	0,78	0,97	0,98	0,87	0,39	0,06	0,38	0,84	0,98
	\mathcal{S}_W	0,95	0,75	0,28	0,05	0,29	0,79	0,98	1,00	0,93	0,47	0,07	0,45	0,89	0,99
	\mathcal{S}_E	0,96	0,78	0,31	0,05	0,30	0,81	0,98	0,81	0,68	0,29	0,05	0,35	0,78	0,94
	\mathcal{S}_G	0,93	0,71	0,28	0,06	0,30	0,78	0,97	0,94	0,78	0,33	0,05	0,32	0,78	0,95
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,95	0,79	0,33	0,06	0,33	0,81	0,98	0,99	0,89	0,43	0,06	0,39	0,85	0,98
	\mathcal{S}_W	0,97	0,81	0,33	0,06	0,35	0,84	0,98	1,00	0,94	0,48	0,07	0,44	0,89	0,99
	\mathcal{S}_E	0,96	0,82	0,36	0,05	0,33	0,83	0,98	0,76	0,71	0,31	0,05	0,35	0,80	0,95
	\mathcal{S}_G	0,95	0,78	0,33	0,07	0,33	0,79	0,97	0,93	0,80	0,36	0,05	0,33	0,81	0,96
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,42	0,25	0,12	0,07	0,14	0,31	0,53	0,98	0,85	0,39	0,06	0,36	0,83	0,97
	\mathcal{S}_W	0,62	0,42	0,19	0,07	0,17	0,44	0,70	0,99	0,92	0,46	0,07	0,43	0,88	0,99
	\mathcal{S}_E	0,42	0,26	0,12	0,06	0,13	0,32	0,54	0,79	0,65	0,27	0,05	0,33	0,76	0,92
	\mathcal{S}_G	0,27	0,16	0,10	0,08	0,14	0,27	0,43	0,93	0,75	0,31	0,05	0,30	0,75	0,94
<i>n</i> = 100															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,89	0,60	0,21	0,05	0,22	0,62	0,91	1,00	1,00	0,70	0,06	0,69	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	0,91	0,62	0,21	0,05	0,22	0,64	0,92	1,00	1,00	0,75	0,06	0,73	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,91	0,63	0,21	0,05	0,23	0,64	0,93	1,00	0,99	0,66	0,05	0,65	0,99	1,00
	\mathcal{S}_G	0,88	0,59	0,20	0,06	0,22	0,61	0,90	1,00	0,99	0,67	0,05	0,66	0,99	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,96	0,49	0,06	0,49	0,95	1,00	1,00	1,00	0,72	0,06	0,71	1,00	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,96	0,49	0,06	0,50	0,96	1,00	1,00	1,00	0,76	0,06	0,74	1,00	1,00

Continua na próxima página

Tabela 40 – Continuação da página anterior

HBNB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
cloglog	S_E	1,00	0,96	0,51	0,06	0,52	0,96	1,00	1,00	0,99	0,68	0,05	0,67	0,99	1,00
	S_G	1,00	0,95	0,48	0,06	0,49	0,95	1,00	1,00	1,00	0,68	0,05	0,68	0,99	1,00
	S_{RV}	1,00	0,98	0,58	0,06	0,59	0,98	1,00	1,00	1,00	0,75	0,05	0,75	1,00	1,00
	S_W	1,00	0,98	0,59	0,05	0,60	0,98	1,00	1,00	1,00	0,78	0,06	0,78	1,00	1,00
	S_E	1,00	0,98	0,60	0,05	0,60	0,99	1,00	0,99	0,95	0,71	0,05	0,71	1,00	1,00
Cauchy	S_G	1,00	0,98	0,57	0,06	0,59	0,98	1,00	1,00	0,98	0,72	0,05	0,71	1,00	1,00
	S_{RV}	0,69	0,42	0,15	0,05	0,16	0,43	0,70	1,00	0,99	0,69	0,06	0,68	0,99	1,00
	S_W	0,82	0,55	0,22	0,06	0,24	0,57	0,82	1,00	1,00	0,73	0,06	0,72	1,00	1,00
	S_E	0,69	0,43	0,15	0,05	0,17	0,44	0,71	1,00	0,99	0,65	0,06	0,64	0,99	1,00
	S_G	0,61	0,37	0,13	0,06	0,14	0,36	0,61	1,00	0,99	0,66	0,05	0,64	0,99	1,00

Tabela 41 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN com $p = 30\%$.

HBNB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
$n = 20$															
logito	S_{RV}	0,40	0,23	0,11	0,08	0,11	0,22	0,39	0,71	0,47	0,20	0,08	0,19	0,44	0,66
	S_W	0,42	0,21	0,07	0,03	0,08	0,22	0,41	0,86	0,63	0,28	0,10	0,26	0,59	0,83
	S_E	0,46	0,25	0,10	0,06	0,11	0,25	0,45	0,25	0,24	0,12	0,05	0,10	0,21	0,23
	S_G	0,39	0,23	0,12	0,09	0,12	0,22	0,37	0,26	0,22	0,11	0,06	0,10	0,21	0,28
probito	S_{RV}	0,62	0,36	0,15	0,09	0,17	0,37	0,61	0,63	0,41	0,18	0,08	0,17	0,41	0,63
	S_W	0,64	0,36	0,12	0,04	0,14	0,38	0,64	0,78	0,55	0,25	0,10	0,25	0,57	0,82
	S_E	0,69	0,41	0,15	0,07	0,17	0,43	0,70	0,33	0,24	0,12	0,05	0,08	0,16	0,20
	S_G	0,62	0,37	0,17	0,10	0,18	0,37	0,60	0,31	0,20	0,10	0,05	0,09	0,18	0,25
cloglog	S_{RV}	0,66	0,41	0,17	0,08	0,19	0,45	0,72	0,68	0,47	0,22	0,09	0,17	0,38	0,59
	S_W	0,73	0,47	0,18	0,06	0,18	0,49	0,77	0,87	0,67	0,31	0,12	0,23	0,52	0,76
	S_E	0,72	0,46	0,17	0,06	0,18	0,50	0,77	0,14	0,14	0,09	0,05	0,08	0,15	0,18
	S_G	0,64	0,39	0,17	0,09	0,19	0,45	0,70	0,18	0,15	0,09	0,06	0,08	0,17	0,24
Cauchy	S_{RV}	0,30	0,20	0,12	0,10	0,12	0,18	0,26	0,61	0,40	0,18	0,08	0,18	0,40	0,62
	S_W	0,44	0,23	0,04	0,01	0,05	0,24	0,43	0,77	0,53	0,25	0,11	0,25	0,55	0,81
	S_E	0,28	0,19	0,10	0,06	0,10	0,17	0,25	0,30	0,23	0,12	0,05	0,08	0,15	0,18
	S_G	0,21	0,18	0,15	0,14	0,14	0,16	0,17	0,28	0,19	0,10	0,06	0,09	0,16	0,22
$n = 30$															
logito	S_{RV}	0,63	0,36	0,14	0,07	0,15	0,36	0,62	0,89	0,69	0,30	0,08	0,30	0,68	0,89
	S_W	0,66	0,37	0,13	0,05	0,13	0,37	0,66	0,97	0,82	0,40	0,10	0,41	0,82	0,96
	S_E	0,67	0,39	0,14	0,06	0,15	0,39	0,68	0,42	0,38	0,19	0,05	0,20	0,41	0,51
	S_G	0,61	0,35	0,14	0,08	0,15	0,35	0,60	0,60	0,43	0,19	0,06	0,19	0,45	0,66
probito	S_{RV}	0,94	0,72	0,28	0,07	0,27	0,70	0,93	0,88	0,69	0,30	0,07	0,30	0,69	0,89
	S_W	0,95	0,73	0,28	0,06	0,27	0,72	0,94	0,96	0,82	0,40	0,09	0,40	0,83	0,96
	S_E	0,96	0,77	0,30	0,06	0,29	0,75	0,96	0,42	0,38	0,18	0,05	0,19	0,42	0,50
	S_G	0,94	0,71	0,28	0,07	0,27	0,70	0,93	0,61	0,43	0,18	0,05	0,18	0,44	0,64
cloglog	S_{RV}	0,93	0,69	0,27	0,07	0,27	0,68	0,91	0,85	0,62	0,27	0,08	0,27	0,61	0,83
	S_W	0,95	0,73	0,28	0,06	0,29	0,73	0,94	0,95	0,78	0,36	0,11	0,36	0,76	0,93

Continua na próxima página

Tabela 41 – Continuação da página anterior

HBNB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	\mathcal{S}_E	0,95	0,73	0,27	0,06	0,28	0,72	0,93	0,29	0,26	0,14	0,04	0,16	0,33	0,41
	\mathcal{S}_G	0,92	0,68	0,27	0,07	0,26	0,66	0,89	0,49	0,32	0,14	0,05	0,16	0,38	0,58
	\mathcal{S}_{RV}	0,54	0,35	0,16	0,07	0,16	0,35	0,56	0,87	0,66	0,30	0,08	0,29	0,66	0,86
	\mathcal{S}_W	0,74	0,51	0,18	0,02	0,17	0,51	0,74	0,96	0,81	0,39	0,10	0,40	0,80	0,95
	\mathcal{S}_E	0,56	0,37	0,16	0,06	0,15	0,36	0,57	0,38	0,34	0,18	0,05	0,18	0,38	0,46
	\mathcal{S}_G	0,38	0,27	0,15	0,09	0,15	0,26	0,39	0,56	0,39	0,18	0,06	0,17	0,41	0,59
<i>n = 50</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,69	0,41	0,15	0,06	0,16	0,42	0,74	0,97	0,82	0,37	0,06	0,33	0,79	0,96
	\mathcal{S}_W	0,72	0,43	0,15	0,05	0,14	0,43	0,76	0,99	0,90	0,44	0,07	0,39	0,86	0,98
	\mathcal{S}_E	0,74	0,45	0,16	0,05	0,16	0,44	0,77	0,68	0,59	0,26	0,04	0,30	0,72	0,89
	\mathcal{S}_G	0,67	0,39	0,15	0,06	0,16	0,42	0,73	0,87	0,71	0,29	0,05	0,27	0,70	0,92
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,96	0,79	0,31	0,06	0,32	0,82	0,98	0,97	0,82	0,36	0,06	0,35	0,79	0,96
	\mathcal{S}_W	0,97	0,80	0,32	0,06	0,31	0,82	0,98	0,99	0,90	0,42	0,08	0,41	0,86	0,98
	\mathcal{S}_E	0,98	0,82	0,34	0,06	0,33	0,84	0,99	0,72	0,59	0,24	0,05	0,32	0,71	0,90
	\mathcal{S}_G	0,96	0,78	0,31	0,07	0,32	0,81	0,98	0,89	0,69	0,29	0,05	0,29	0,71	0,92
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,97	0,81	0,32	0,06	0,32	0,80	0,97	0,94	0,73	0,29	0,06	0,28	0,70	0,92
	\mathcal{S}_W	0,98	0,83	0,33	0,05	0,34	0,83	0,98	0,98	0,83	0,37	0,08	0,34	0,78	0,96
	\mathcal{S}_E	0,98	0,84	0,35	0,05	0,32	0,82	0,98	0,53	0,45	0,18	0,05	0,25	0,61	0,82
	\mathcal{S}_G	0,97	0,81	0,33	0,06	0,31	0,78	0,97	0,75	0,57	0,22	0,05	0,23	0,62	0,86
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,64	0,40	0,17	0,06	0,17	0,45	0,71	0,96	0,80	0,35	0,06	0,31	0,76	0,95
	\mathcal{S}_W	0,79	0,55	0,21	0,03	0,18	0,56	0,83	0,99	0,88	0,43	0,07	0,39	0,84	0,98
	\mathcal{S}_E	0,64	0,41	0,17	0,05	0,17	0,46	0,72	0,68	0,56	0,24	0,05	0,28	0,68	0,86
	\mathcal{S}_G	0,49	0,30	0,14	0,07	0,17	0,38	0,61	0,86	0,66	0,28	0,05	0,25	0,67	0,89
<i>n = 100</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,95	0,69	0,24	0,05	0,26	0,71	0,95	1,00	0,99	0,66	0,06	0,66	0,99	1,00
	\mathcal{S}_W	0,96	0,70	0,24	0,05	0,26	0,72	0,96	1,00	0,99	0,70	0,07	0,71	1,00	1,00
	\mathcal{S}_E	0,96	0,71	0,25	0,05	0,26	0,73	0,96	1,00	0,98	0,61	0,05	0,61	0,98	1,00
	\mathcal{S}_G	0,94	0,68	0,24	0,06	0,26	0,70	0,95	1,00	0,98	0,62	0,05	0,62	0,99	1,00
probito	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,98	0,55	0,06	0,56	0,98	1,00	1,00	0,99	0,66	0,05	0,65	0,99	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,98	0,55	0,05	0,56	0,98	1,00	1,00	1,00	0,71	0,06	0,70	0,99	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,98	0,57	0,06	0,57	0,98	1,00	1,00	0,98	0,62	0,05	0,61	0,98	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,97	0,55	0,06	0,55	0,98	1,00	1,00	0,99	0,63	0,05	0,61	0,98	1,00
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	1,00	0,98	0,58	0,05	0,61	0,99	1,00	1,00	0,98	0,54	0,06	0,55	0,97	1,00
	\mathcal{S}_W	1,00	0,99	0,60	0,05	0,62	0,99	1,00	1,00	0,99	0,58	0,06	0,59	0,98	1,00
	\mathcal{S}_E	1,00	0,99	0,60	0,05	0,62	0,99	1,00	0,97	0,86	0,47	0,05	0,49	0,94	1,00
	\mathcal{S}_G	1,00	0,98	0,58	0,05	0,61	0,99	1,00	0,99	0,90	0,49	0,05	0,50	0,96	1,00
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,92	0,70	0,28	0,05	0,28	0,71	0,92	1,00	0,99	0,63	0,05	0,62	0,99	1,00
	\mathcal{S}_W	0,96	0,78	0,33	0,04	0,33	0,79	0,96	1,00	0,99	0,68	0,06	0,67	0,99	1,00
	\mathcal{S}_E	0,93	0,71	0,28	0,05	0,28	0,72	0,92	1,00	0,97	0,57	0,05	0,58	0,97	1,00
	\mathcal{S}_G	0,89	0,65	0,26	0,06	0,26	0,66	0,88	1,00	0,98	0,58	0,05	0,58	0,98	1,00

Tabela 42 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HB NB com $p = 40\%$.

HB NB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
<i>n = 20</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,43	0,24	0,12	0,08	0,12	0,24	0,41	0,64	0,43	0,20	0,09	0,18	0,39	0,60
	\mathcal{S}_W	0,45	0,23	0,09	0,04	0,09	0,23	0,43	0,82	0,59	0,28	0,12	0,25	0,54	0,77
	\mathcal{S}_E	0,49	0,27	0,12	0,06	0,12	0,26	0,47	0,19	0,18	0,10	0,05	0,08	0,15	0,18
	\mathcal{S}_G	0,41	0,24	0,13	0,09	0,13	0,24	0,40	0,19	0,17	0,10	0,06	0,09	0,15	0,20
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,66	0,41	0,17	0,08	0,16	0,37	0,61	0,57	0,37	0,17	0,09	0,18	0,38	0,59
	\mathcal{S}_W	0,68	0,40	0,14	0,05	0,13	0,37	0,64	0,74	0,51	0,24	0,11	0,24	0,54	0,78
	\mathcal{S}_E	0,73	0,45	0,16	0,07	0,16	0,43	0,69	0,28	0,21	0,10	0,05	0,08	0,13	0,15
	\mathcal{S}_G	0,66	0,41	0,18	0,10	0,16	0,37	0,60	0,24	0,17	0,09	0,06	0,09	0,15	0,19
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,62	0,39	0,16	0,09	0,18	0,43	0,68	0,62	0,43	0,21	0,11	0,18	0,35	0,54
	\mathcal{S}_W	0,69	0,44	0,18	0,07	0,18	0,46	0,74	0,84	0,62	0,30	0,15	0,25	0,50	0,72
	\mathcal{S}_E	0,69	0,43	0,16	0,07	0,18	0,46	0,74	0,10	0,11	0,08	0,05	0,07	0,12	0,14
	\mathcal{S}_G	0,60	0,37	0,16	0,09	0,19	0,42	0,67	0,12	0,11	0,08	0,06	0,08	0,13	0,17
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,31	0,20	0,12	0,08	0,11	0,19	0,30	0,56	0,37	0,18	0,09	0,17	0,37	0,57
	\mathcal{S}_W	0,47	0,22	0,02	0,01	0,04	0,24	0,45	0,72	0,51	0,25	0,12	0,24	0,52	0,75
	\mathcal{S}_E	0,31	0,19	0,10	0,06	0,10	0,18	0,30	0,25	0,19	0,10	0,05	0,07	0,12	0,14
	\mathcal{S}_G	0,21	0,18	0,14	0,13	0,13	0,16	0,19	0,21	0,15	0,09	0,06	0,09	0,14	0,18
<i>n = 30</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,67	0,39	0,16	0,07	0,15	0,39	0,66	0,83	0,62	0,26	0,08	0,27	0,62	0,85
	\mathcal{S}_W	0,70	0,40	0,14	0,05	0,14	0,40	0,69	0,94	0,77	0,36	0,10	0,38	0,78	0,94
	\mathcal{S}_E	0,72	0,42	0,16	0,06	0,15	0,42	0,70	0,29	0,28	0,14	0,05	0,17	0,33	0,40
	\mathcal{S}_G	0,65	0,38	0,16	0,07	0,15	0,38	0,64	0,44	0,32	0,14	0,06	0,16	0,35	0,51
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,96	0,74	0,30	0,06	0,29	0,72	0,94	0,83	0,61	0,27	0,08	0,27	0,61	0,83
	\mathcal{S}_W	0,96	0,75	0,29	0,06	0,29	0,74	0,95	0,94	0,77	0,37	0,11	0,38	0,77	0,94
	\mathcal{S}_E	0,97	0,78	0,31	0,06	0,31	0,77	0,96	0,30	0,29	0,15	0,05	0,16	0,32	0,37
	\mathcal{S}_G	0,95	0,73	0,30	0,07	0,29	0,72	0,94	0,45	0,31	0,15	0,06	0,15	0,34	0,48
cloglog	\mathcal{S}_{RV}	0,91	0,66	0,25	0,07	0,25	0,65	0,89	0,78	0,56	0,24	0,09	0,24	0,55	0,78
	\mathcal{S}_W	0,93	0,70	0,27	0,06	0,27	0,70	0,92	0,92	0,74	0,34	0,12	0,34	0,71	0,91
	\mathcal{S}_E	0,93	0,69	0,26	0,06	0,26	0,69	0,92	0,20	0,20	0,11	0,05	0,13	0,25	0,29
	\mathcal{S}_G	0,90	0,65	0,25	0,07	0,24	0,64	0,88	0,34	0,24	0,12	0,06	0,13	0,29	0,44
Cauchy	\mathcal{S}_{RV}	0,59	0,38	0,15	0,06	0,16	0,39	0,60	0,82	0,61	0,27	0,08	0,27	0,61	0,82
	\mathcal{S}_W	0,77	0,53	0,17	0,01	0,18	0,54	0,77	0,93	0,77	0,37	0,11	0,37	0,76	0,93
	\mathcal{S}_E	0,60	0,39	0,15	0,05	0,16	0,40	0,61	0,30	0,28	0,15	0,05	0,16	0,32	0,37
	\mathcal{S}_G	0,43	0,28	0,14	0,08	0,15	0,29	0,43	0,44	0,31	0,14	0,06	0,15	0,33	0,47
<i>n = 50</i>															
logito	\mathcal{S}_{RV}	0,76	0,45	0,16	0,06	0,15	0,46	0,77	0,94	0,76	0,32	0,07	0,31	0,72	0,92
	\mathcal{S}_W	0,78	0,47	0,15	0,04	0,14	0,47	0,79	0,98	0,86	0,40	0,08	0,37	0,81	0,96
	\mathcal{S}_E	0,79	0,49	0,17	0,05	0,16	0,49	0,80	0,56	0,50	0,20	0,05	0,27	0,63	0,82
	\mathcal{S}_G	0,74	0,44	0,16	0,06	0,16	0,45	0,76	0,77	0,60	0,24	0,05	0,24	0,62	0,85
probito	\mathcal{S}_{RV}	0,98	0,83	0,33	0,06	0,33	0,83	0,98	0,94	0,76	0,32	0,07	0,30	0,71	0,92
	\mathcal{S}_W	0,98	0,84	0,33	0,05	0,33	0,84	0,99	0,98	0,86	0,39	0,08	0,37	0,80	0,96
	\mathcal{S}_E	0,99	0,86	0,35	0,05	0,35	0,86	0,99	0,61	0,49	0,20	0,05	0,27	0,63	0,81
	\mathcal{S}_G	0,98	0,82	0,33	0,06	0,33	0,83	0,98	0,81	0,60	0,24	0,05	0,24	0,61	0,84

Continua na próxima página

Tabela 42 – Continuação da página anterior

HBNB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
cloglog	S_{RV}	0,97	0,78	0,30	0,06	0,30	0,75	0,96	0,89	0,65	0,25	0,07	0,26	0,63	0,87
	S_W	0,98	0,80	0,30	0,06	0,33	0,79	0,97	0,96	0,78	0,33	0,08	0,32	0,72	0,93
	S_E	0,98	0,81	0,32	0,06	0,31	0,78	0,97	0,40	0,34	0,14	0,05	0,22	0,52	0,74
	S_G	0,96	0,78	0,31	0,07	0,30	0,74	0,95	0,62	0,45	0,18	0,05	0,20	0,52	0,78
Cauchy	S_{RV}	0,73	0,48	0,20	0,06	0,19	0,51	0,75	0,93	0,74	0,32	0,06	0,29	0,71	0,91
	S_W	0,85	0,61	0,22	0,02	0,19	0,61	0,86	0,98	0,84	0,39	0,08	0,36	0,80	0,96
	S_E	0,74	0,49	0,20	0,06	0,19	0,52	0,76	0,57	0,47	0,21	0,05	0,26	0,61	0,81
	S_G	0,62	0,39	0,18	0,07	0,18	0,43	0,65	0,78	0,57	0,24	0,05	0,22	0,59	0,83
$n = 100$															
logito	S_{RV}	0,97	0,77	0,29	0,06	0,28	0,76	0,97	1,00	0,98	0,60	0,07	0,57	0,97	1,00
	S_W	0,98	0,78	0,29	0,05	0,28	0,77	0,97	1,00	0,98	0,65	0,07	0,62	0,99	1,00
	S_E	0,98	0,79	0,30	0,06	0,28	0,77	0,97	0,98	0,95	0,54	0,06	0,52	0,95	0,99
	S_G	0,97	0,76	0,28	0,06	0,28	0,76	0,97	1,00	0,96	0,55	0,06	0,52	0,96	1,00
probito	S_{RV}	1,00	0,99	0,61	0,06	0,58	0,99	1,00	1,00	0,98	0,60	0,06	0,58	0,98	1,00
	S_W	1,00	0,99	0,61	0,05	0,58	0,99	1,00	1,00	0,99	0,65	0,07	0,63	0,99	1,00
	S_E	1,00	0,99	0,62	0,06	0,60	0,99	1,00	0,99	0,95	0,54	0,05	0,53	0,95	0,99
	S_G	1,00	0,99	0,61	0,06	0,58	0,99	1,00	1,00	0,97	0,55	0,05	0,54	0,96	1,00
cloglog	S_{RV}	1,00	0,98	0,57	0,06	0,55	0,98	1,00	1,00	0,95	0,48	0,06	0,48	0,94	1,00
	S_W	1,00	0,98	0,58	0,06	0,56	0,98	1,00	1,00	0,97	0,53	0,07	0,52	0,96	1,00
	S_E	1,00	0,98	0,59	0,05	0,56	0,99	1,00	0,94	0,78	0,41	0,05	0,42	0,89	0,98
	S_G	1,00	0,98	0,57	0,06	0,55	0,98	1,00	0,98	0,83	0,43	0,05	0,43	0,91	0,99
Cauchy	S_{RV}	0,96	0,80	0,34	0,06	0,34	0,81	0,97	1,00	0,97	0,58	0,06	0,58	0,97	1,00
	S_W	0,98	0,86	0,38	0,05	0,37	0,87	0,98	1,00	0,98	0,63	0,07	0,63	0,99	1,00
	S_E	0,96	0,81	0,35	0,06	0,35	0,82	0,97	0,99	0,94	0,51	0,05	0,53	0,95	0,99
	S_G	0,94	0,75	0,32	0,07	0,32	0,77	0,95	1,00	0,96	0,52	0,05	0,53	0,96	1,00

Tabela 43 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$ e $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB com $p = 50\%$.

HBNB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
$n = 20$															
logito	S_{RV}	0,41	0,23	0,11	0,07	0,11	0,25	0,43	0,61	0,40	0,20	0,11	0,18	0,35	0,53
	S_W	0,43	0,22	0,08	0,04	0,09	0,23	0,45	0,80	0,57	0,28	0,13	0,25	0,49	0,72
	S_E	0,47	0,26	0,11	0,06	0,11	0,27	0,48	0,13	0,14	0,09	0,05	0,08	0,13	0,14
	S_G	0,39	0,23	0,12	0,08	0,13	0,24	0,41	0,12	0,12	0,10	0,07	0,09	0,13	0,15
probito	S_{RV}	0,67	0,39	0,16	0,08	0,16	0,38	0,63	0,50	0,32	0,16	0,10	0,17	0,33	0,53
	S_W	0,68	0,39	0,13	0,05	0,15	0,39	0,66	0,67	0,46	0,23	0,12	0,24	0,49	0,73
	S_E	0,73	0,44	0,16	0,06	0,17	0,44	0,71	0,21	0,16	0,09	0,05	0,07	0,10	0,11
	S_G	0,66	0,40	0,17	0,09	0,17	0,38	0,62	0,17	0,12	0,08	0,06	0,08	0,12	0,13
cloglog	S_{RV}	0,66	0,40	0,16	0,08	0,18	0,43	0,71	0,65	0,44	0,20	0,11	0,18	0,38	0,57
	S_W	0,72	0,46	0,18	0,06	0,18	0,47	0,76	0,85	0,63	0,30	0,14	0,26	0,52	0,75
	S_E	0,71	0,44	0,16	0,06	0,18	0,47	0,76	0,12	0,12	0,08	0,05	0,08	0,14	0,15
	S_G	0,63	0,39	0,16	0,09	0,19	0,42	0,69	0,15	0,13	0,08	0,06	0,10	0,15	0,20

Continua na próxima página

Tabela 43 – Continuação da página anterior

HBNB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
Cauchy	S_{RV}	0,32	0,21	0,12	0,08	0,12	0,20	0,30	0,50	0,32	0,16	0,10	0,17	0,33	0,53
	S_W	0,48	0,23	0,02	0,01	0,04	0,25	0,47	0,67	0,46	0,22	0,12	0,23	0,49	0,73
	S_E	0,32	0,20	0,10	0,06	0,10	0,19	0,30	0,21	0,16	0,09	0,05	0,06	0,10	0,12
	S_G	0,21	0,17	0,14	0,12	0,13	0,16	0,20	0,17	0,12	0,08	0,06	0,09	0,12	0,13
<i>n</i> = 30															
logito	S_{RV}	0,68	0,39	0,15	0,06	0,14	0,38	0,66	0,77	0,55	0,24	0,09	0,25	0,56	0,77
	S_W	0,71	0,40	0,13	0,04	0,13	0,40	0,70	0,91	0,71	0,34	0,12	0,35	0,73	0,91
	S_E	0,73	0,42	0,15	0,05	0,15	0,42	0,72	0,20	0,21	0,12	0,05	0,13	0,25	0,28
	S_G	0,66	0,39	0,15	0,06	0,14	0,37	0,64	0,29	0,23	0,12	0,06	0,13	0,25	0,35
probito	S_{RV}	0,96	0,75	0,29	0,06	0,28	0,73	0,95	0,76	0,54	0,24	0,10	0,25	0,55	0,76
	S_W	0,96	0,76	0,29	0,05	0,28	0,74	0,96	0,90	0,71	0,34	0,12	0,35	0,73	0,90
	S_E	0,97	0,79	0,31	0,05	0,30	0,78	0,97	0,21	0,21	0,12	0,05	0,13	0,24	0,26
	S_G	0,95	0,74	0,29	0,06	0,28	0,73	0,94	0,31	0,23	0,12	0,06	0,13	0,24	0,34
cloglog	S_{RV}	0,93	0,68	0,26	0,06	0,25	0,65	0,90	0,81	0,58	0,25	0,08	0,23	0,56	0,79
	S_W	0,95	0,72	0,28	0,06	0,27	0,70	0,93	0,93	0,75	0,35	0,11	0,33	0,73	0,91
	S_E	0,95	0,72	0,27	0,05	0,26	0,70	0,93	0,22	0,21	0,11	0,05	0,13	0,27	0,34
	S_G	0,92	0,67	0,26	0,06	0,24	0,63	0,88	0,39	0,26	0,12	0,05	0,13	0,30	0,49
Cauchy	S_{RV}	0,60	0,39	0,17	0,06	0,16	0,37	0,58	0,77	0,55	0,24	0,10	0,24	0,56	0,77
	S_W	0,78	0,53	0,18	0,01	0,17	0,52	0,75	0,91	0,72	0,34	0,12	0,35	0,73	0,90
	S_E	0,61	0,40	0,16	0,05	0,16	0,39	0,60	0,22	0,22	0,12	0,05	0,13	0,24	0,28
	S_G	0,44	0,30	0,16	0,08	0,15	0,27	0,41	0,32	0,24	0,12	0,06	0,13	0,25	0,35
<i>n</i> = 50															
logito	S_{RV}	0,78	0,47	0,17	0,06	0,16	0,46	0,77	0,89	0,67	0,29	0,07	0,27	0,63	0,86
	S_W	0,80	0,48	0,16	0,05	0,15	0,48	0,80	0,96	0,80	0,36	0,08	0,34	0,74	0,93
	S_E	0,81	0,50	0,17	0,06	0,17	0,49	0,81	0,43	0,39	0,17	0,05	0,23	0,53	0,72
	S_G	0,77	0,46	0,17	0,06	0,16	0,45	0,76	0,62	0,49	0,20	0,05	0,20	0,50	0,74
probito	S_{RV}	0,98	0,84	0,33	0,06	0,33	0,83	0,98	0,89	0,68	0,28	0,06	0,27	0,65	0,86
	S_W	0,99	0,84	0,33	0,05	0,33	0,84	0,98	0,96	0,79	0,36	0,08	0,34	0,75	0,93
	S_E	0,99	0,87	0,35	0,05	0,36	0,87	0,99	0,47	0,38	0,16	0,05	0,23	0,54	0,71
	S_G	0,98	0,83	0,34	0,06	0,33	0,83	0,98	0,67	0,49	0,19	0,05	0,20	0,52	0,75
cloglog	S_{RV}	0,97	0,80	0,31	0,06	0,30	0,77	0,97	0,91	0,67	0,27	0,07	0,27	0,66	0,89
	S_W	0,98	0,82	0,31	0,06	0,33	0,81	0,98	0,97	0,80	0,34	0,08	0,33	0,75	0,94
	S_E	0,98	0,83	0,33	0,05	0,31	0,80	0,98	0,44	0,36	0,16	0,05	0,23	0,56	0,77
	S_G	0,97	0,80	0,31	0,06	0,29	0,76	0,96	0,66	0,47	0,19	0,05	0,21	0,56	0,80
Cauchy	S_{RV}	0,77	0,52	0,20	0,06	0,19	0,49	0,74	0,88	0,68	0,27	0,07	0,27	0,64	0,86
	S_W	0,87	0,63	0,21	0,02	0,20	0,62	0,86	0,96	0,81	0,35	0,08	0,34	0,75	0,93
	S_E	0,78	0,53	0,21	0,05	0,20	0,51	0,75	0,48	0,39	0,16	0,05	0,22	0,53	0,71
	S_G	0,66	0,43	0,19	0,07	0,17	0,40	0,64	0,67	0,49	0,19	0,05	0,20	0,51	0,75
<i>n</i> = 100															
logito	S_{RV}	0,98	0,78	0,28	0,06	0,30	0,79	0,98	1,00	0,95	0,51	0,06	0,52	0,95	1,00
	S_W	0,98	0,79	0,28	0,05	0,30	0,80	0,98	1,00	0,97	0,57	0,07	0,58	0,97	1,00
	S_E	0,98	0,79	0,29	0,06	0,31	0,80	0,98	0,95	0,89	0,45	0,05	0,47	0,90	0,98
	S_G	0,97	0,77	0,28	0,06	0,30	0,79	0,98	0,99	0,92	0,46	0,05	0,46	0,92	0,99
probito	S_{RV}	1,00	0,99	0,61	0,05	0,60	0,99	1,00	1,00	0,96	0,53	0,06	0,54	0,95	1,00
	S_W	1,00	0,99	0,61	0,05	0,60	0,99	1,00	1,00	0,98	0,58	0,07	0,59	0,97	1,00

Continua na próxima página

Tabela 43 – Continuação da página anterior

HBNB	Teste	$\gamma_2 = \varpi$							$\delta_2 = \varpi$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	-2	-3	0	1	2	3
cloglog	S_E	1,00	0,99	0,62	0,05	0,61	0,99	1,00	0,98	0,91	0,45	0,05	0,48	0,91	0,98
	S_G	1,00	0,99	0,61	0,06	0,60	0,99	1,00	0,99	0,93	0,47	0,05	0,48	0,93	0,99
	S_{RV}	1,00	0,99	0,57	0,06	0,58	0,99	1,00	1,00	0,96	0,51	0,06	0,50	0,95	1,00
	S_W	1,00	0,99	0,58	0,06	0,59	0,99	1,00	1,00	0,98	0,55	0,06	0,55	0,97	1,00
	S_E	1,00	0,99	0,59	0,05	0,59	0,99	1,00	0,96	0,81	0,44	0,05	0,45	0,91	0,99
Cauchy	S_G	1,00	0,98	0,57	0,06	0,58	0,98	1,00	0,99	0,86	0,46	0,05	0,46	0,93	1,00
	S_{RV}	0,98	0,84	0,37	0,06	0,37	0,84	0,97	1,00	0,96	0,53	0,06	0,51	0,95	1,00
	S_W	0,99	0,89	0,41	0,04	0,39	0,88	0,99	1,00	0,97	0,59	0,07	0,57	0,97	1,00
	S_E	0,98	0,85	0,38	0,06	0,38	0,84	0,98	0,98	0,90	0,46	0,05	0,46	0,91	0,98
	S_G	0,96	0,80	0,34	0,06	0,35	0,80	0,96	0,99	0,93	0,47	0,05	0,46	0,92	0,99

Através dos resultados apresentados nas Tabelas, constata-se um comportamento padrão, na parte binária do modelo, equivalente as simulações do modelo HPB, uma vez que esta parte não foi alterada na simulação dos modelos HB NB. Na parte de contagens positivas, o teste Wald, para pequenas amostras, atinge poder $> 0,80$ mais rapidamente que os demais, seguido pelos testes da razão de verossimilhanças generalizada, Gradiente e Escore, respectivamente. Para amostras maiores, $n = 100$, os quatro testes apresentam comportamento equivalente.

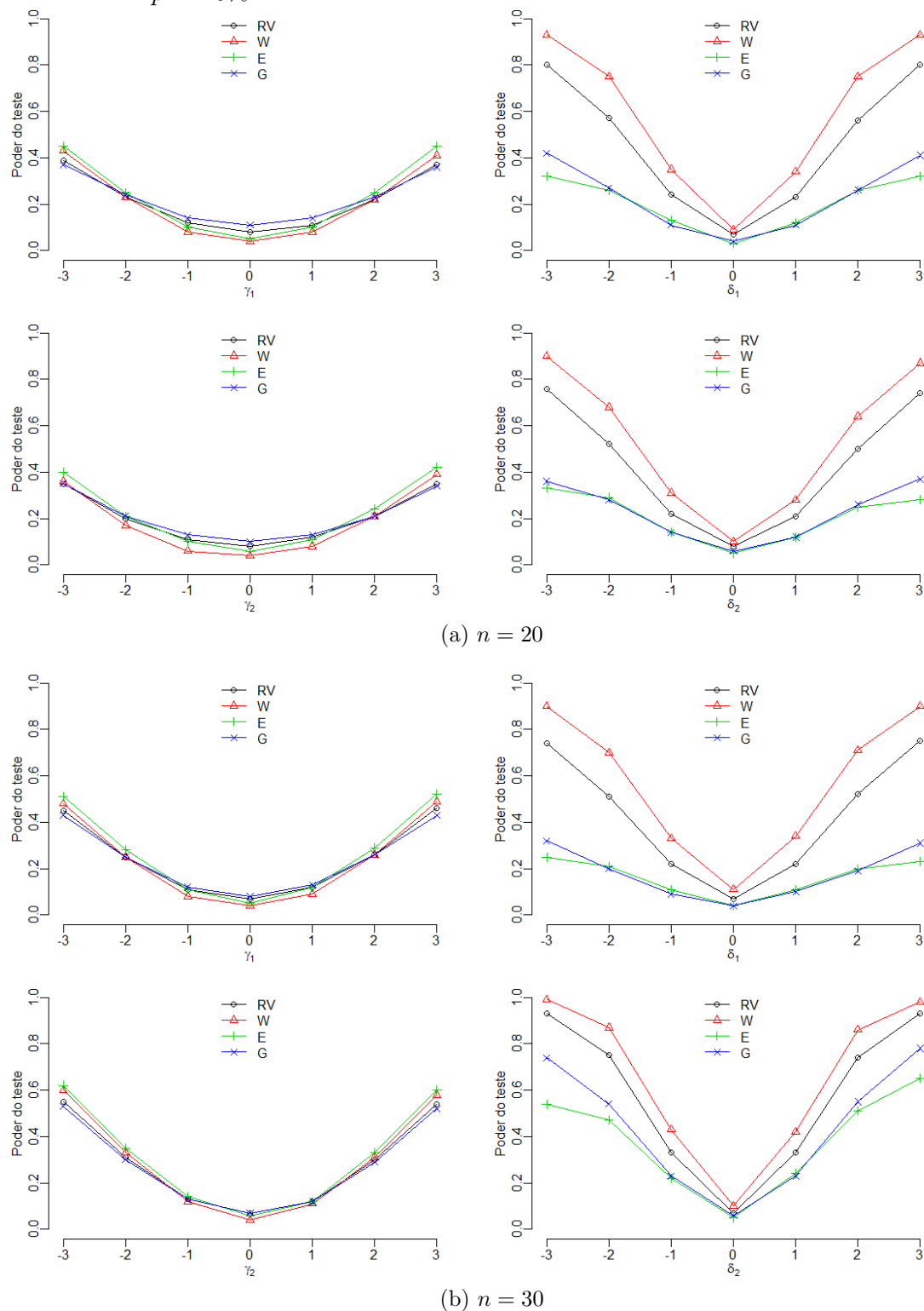
Fazendo uma comparação do desempenho da cada teste na parte binária em relação ao seu desempenho na parte de contagens positivas, observa-se que: no modelo HB NB (logito), em amostras pequenas, os testes da razão de verossimilhanças generalizada e Wald são notavelmente superiores na parte de contagens positivas, o teste Escore apresenta um comportamento superior na parte binária e o teste Gradiente apresentaram comportamento equivalente nas duas partes do modelo, com algumas exceções, como, por exemplo, quando se aumenta a proporção de zeros, para amostras pequenas, os testes Gradiente e Escore apresentam desempenho inferior na parte de contagens positivas; no modelo HB NB (probit), em amostras pequenas, o teste Wald é levemente superior na parte de contagens positivas, o testes da razão de verossimilhanças generalizada apresenta comportamento similar nas duas partes do modelo e os testes Escore e Gradiente apresentam comportamento inferior na parte de contagens positivas, em amostras pequenas, entretanto, a medida que n aumenta, os testes tendem a ter um poder levemente superior na parte de contagens positivas. Fazendo a mesma comparação no modelo HB NB (cloglog), os testes apresentaram praticamente o mesmo comportamento da comparação feita no modelo HB NB (probit). Já no modelo HB NB (Cauchy), para amostras e proporção de

zeros pequena, os testes da razão de verossimilhanças generalizadas, Wald e Gradiente apresentam desempenho superior na parte de contagens positivas e o teste Escore apresenta desempenho levemente superior e conforme se aumenta a proporção de zeros e tamanho da amostra, em geral, os testes tendem a ter desempenho equivalente..

Para facilitar a visualização desses resultados foram feitos os gráficos apresentados nas Figuras 34, 35, 36 e 37 para o modelo HBNB (logito), em que cada gráfico representa a proporção de zeros na amostra em torno de 20%, 30%, 40% e 50%, respectivamente. Analogamente, para o modelo HBNB (probita), tem-se os gráficos apresentados nas Figuras 38, 39, 40 e 41, para o modelo HBNB (cloglog) nas Figuras 42, 43, 44 e 45 e para o modelo HBNB (Cauchy) tem-se os gráficos apresentados nas Figuras 46, 47, 48 e 49.

Para fins de complementar a ilustração do poder empírico de cada teste, além dos gráficos mencionados, foram construídos os gráficos apresentados nas figuras contidas no Apêndice B, que retratam o poder empírico de cada teste em relação ao tamanho da amostra nas proporções consideradas. Ressalta-se que, devido a similaridade do comportamento dos testes com uma e com duas covariáveis, foram considerados, nestes gráficos, apenas os resultados para simulação com duas covariáveis.

Figura 34 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) com $p = 20\%$.



Continua na próxima página

Figura 34 – Continuação da página anterior.

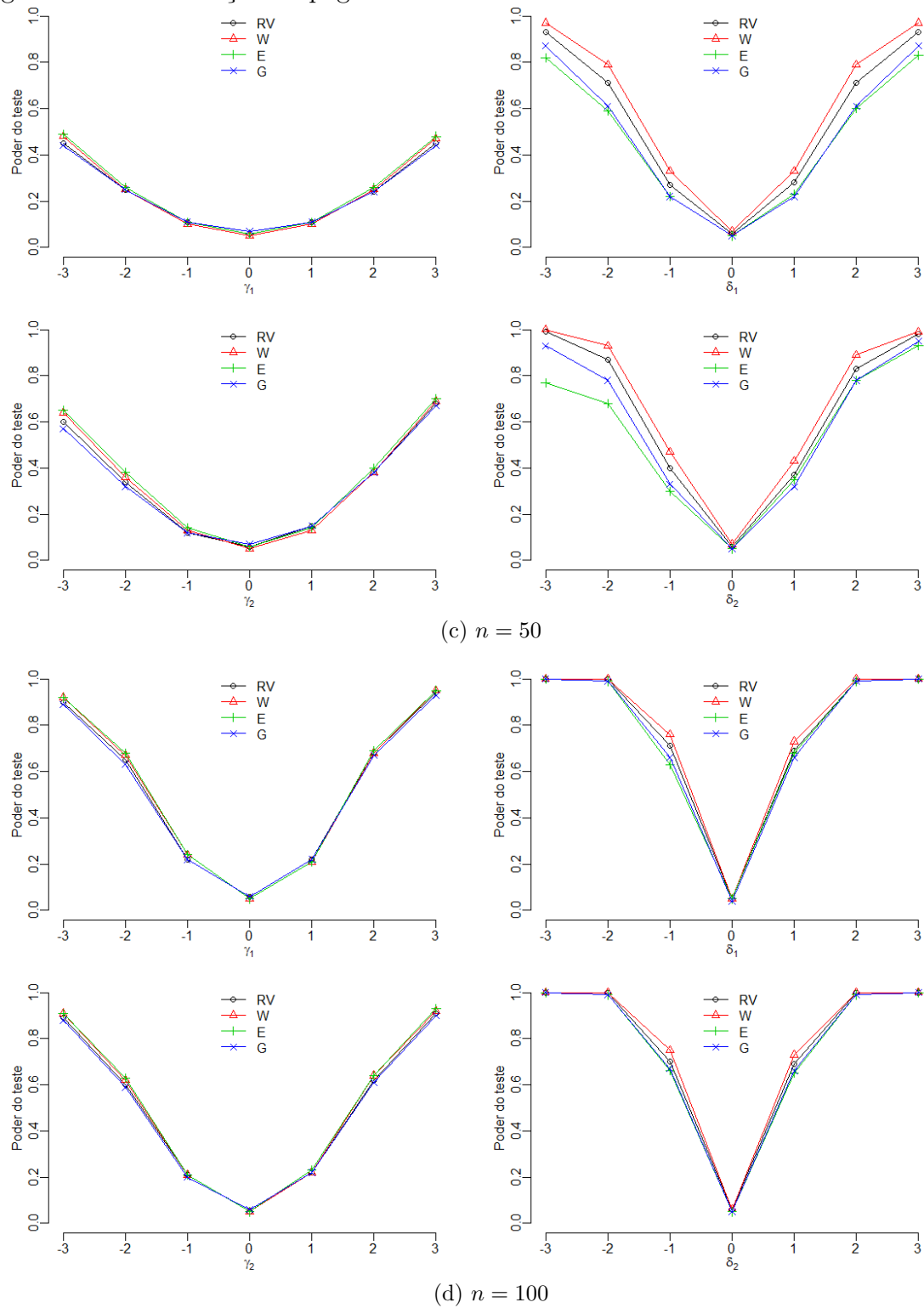
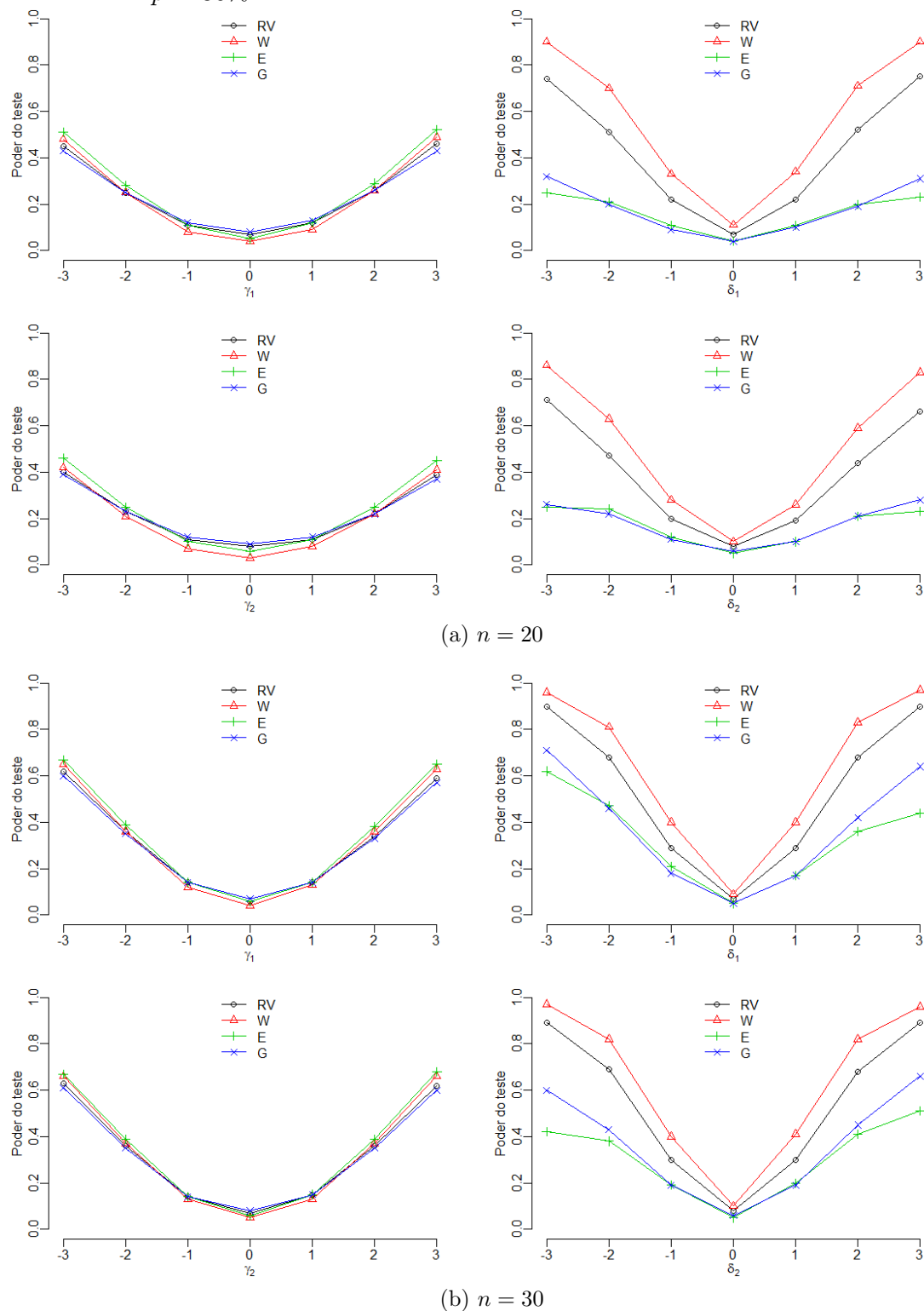
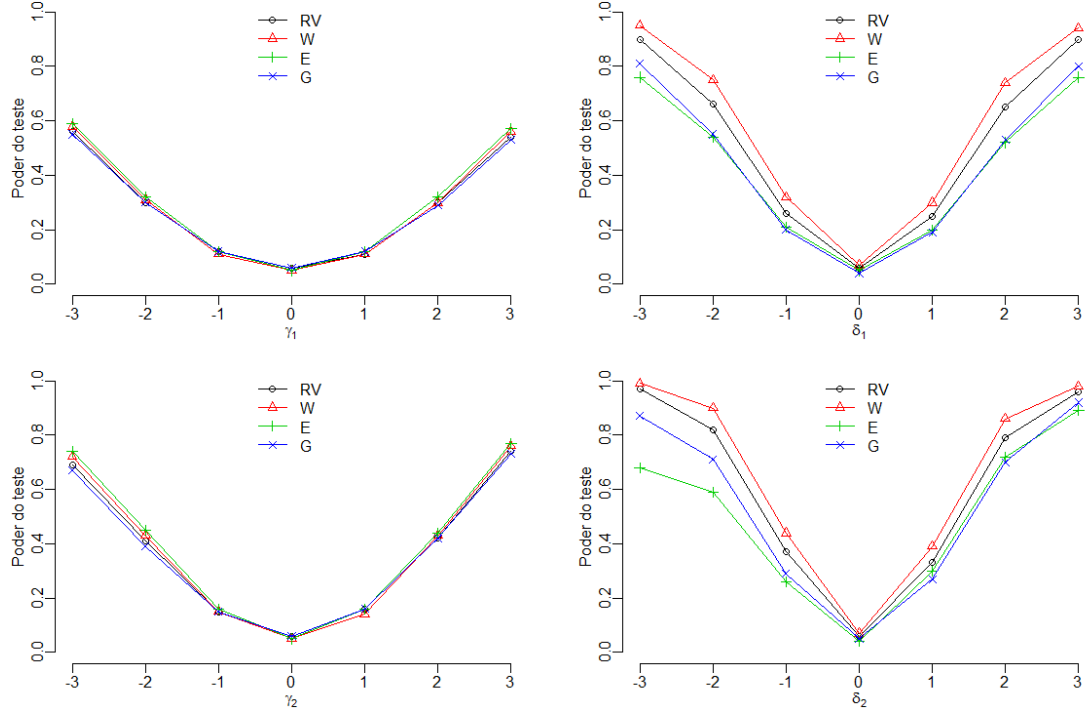


Figura 35 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) com $p = 30\%$.

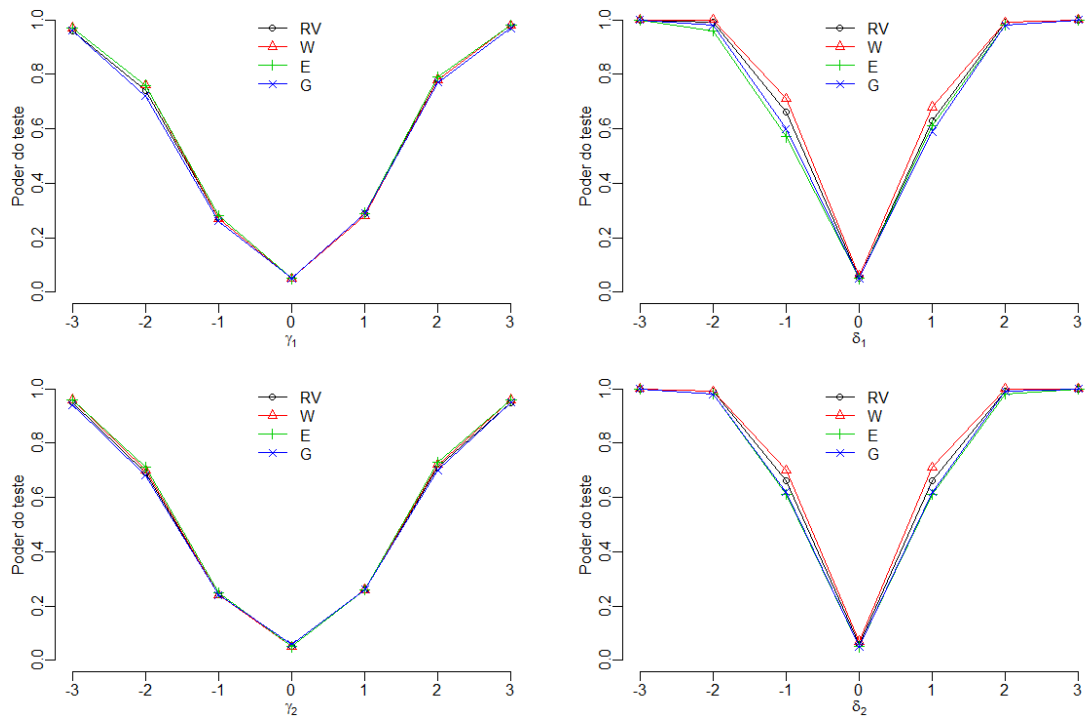


Continua na próxima página

Figura 35 – Continuação da página anterior.

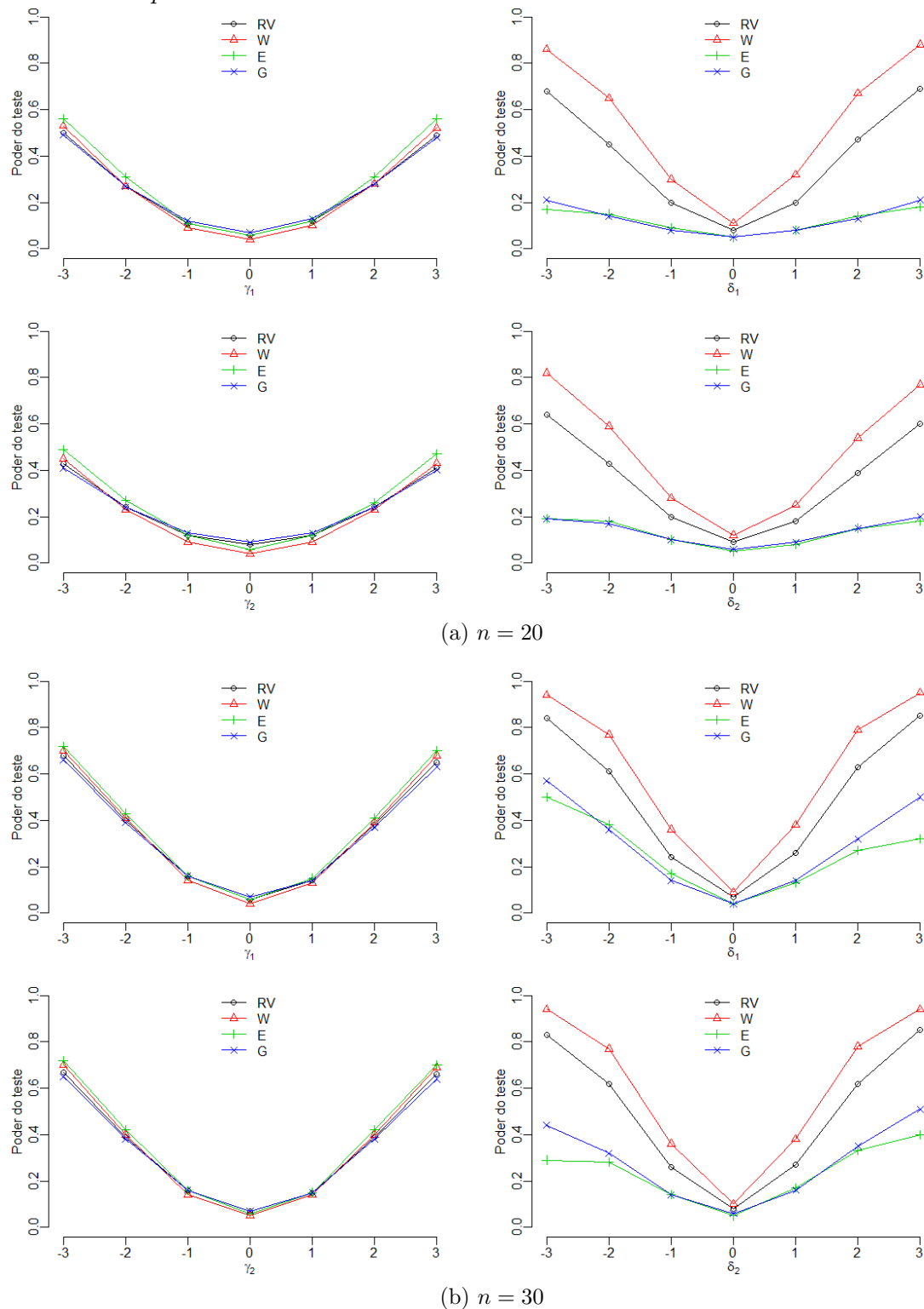


(c) $n = 50$



(d) $n = 100$

Figura 36 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) com $p = 40\%$.



Continua na próxima página

Figura 36 – Continuação da página anterior.

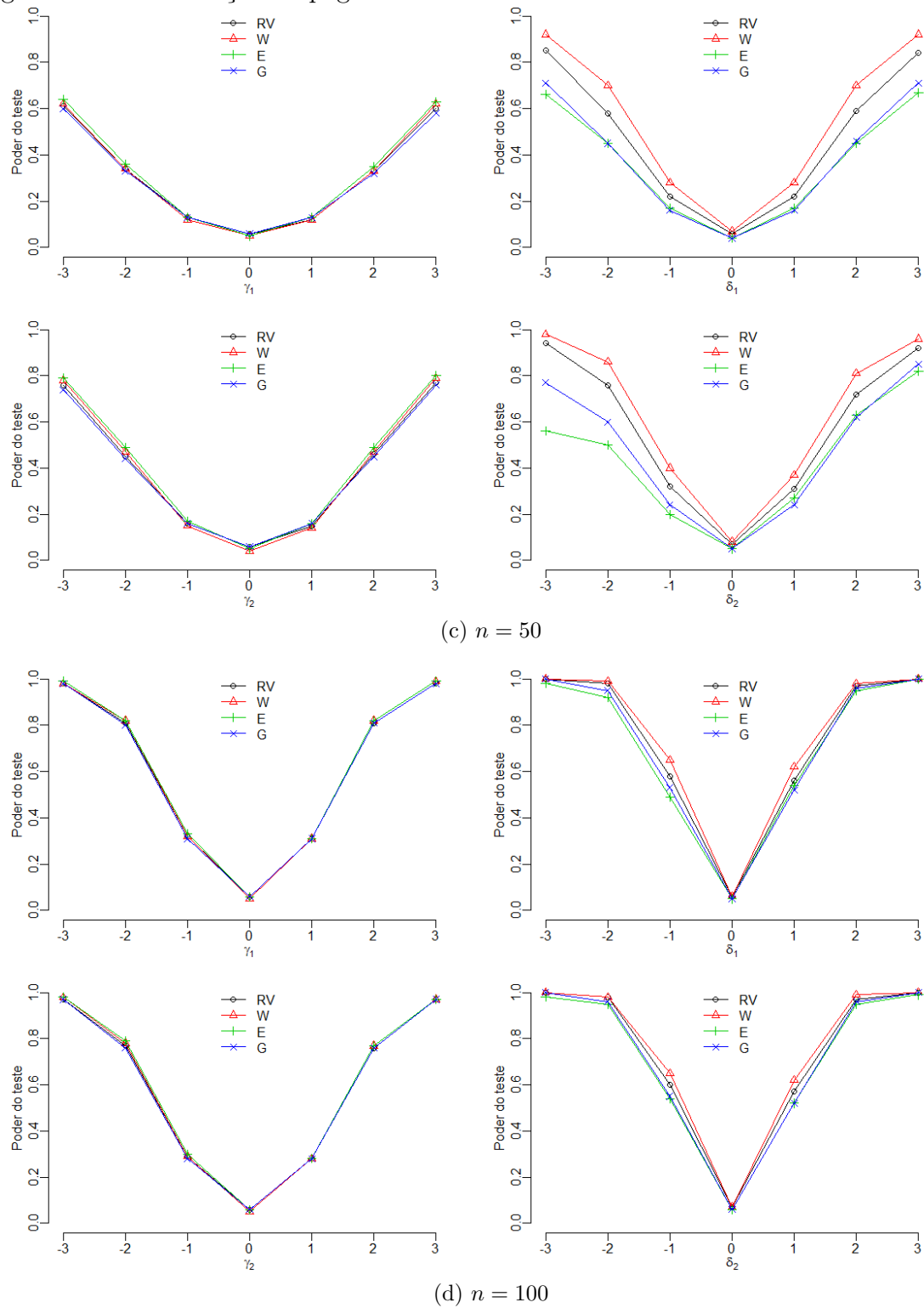
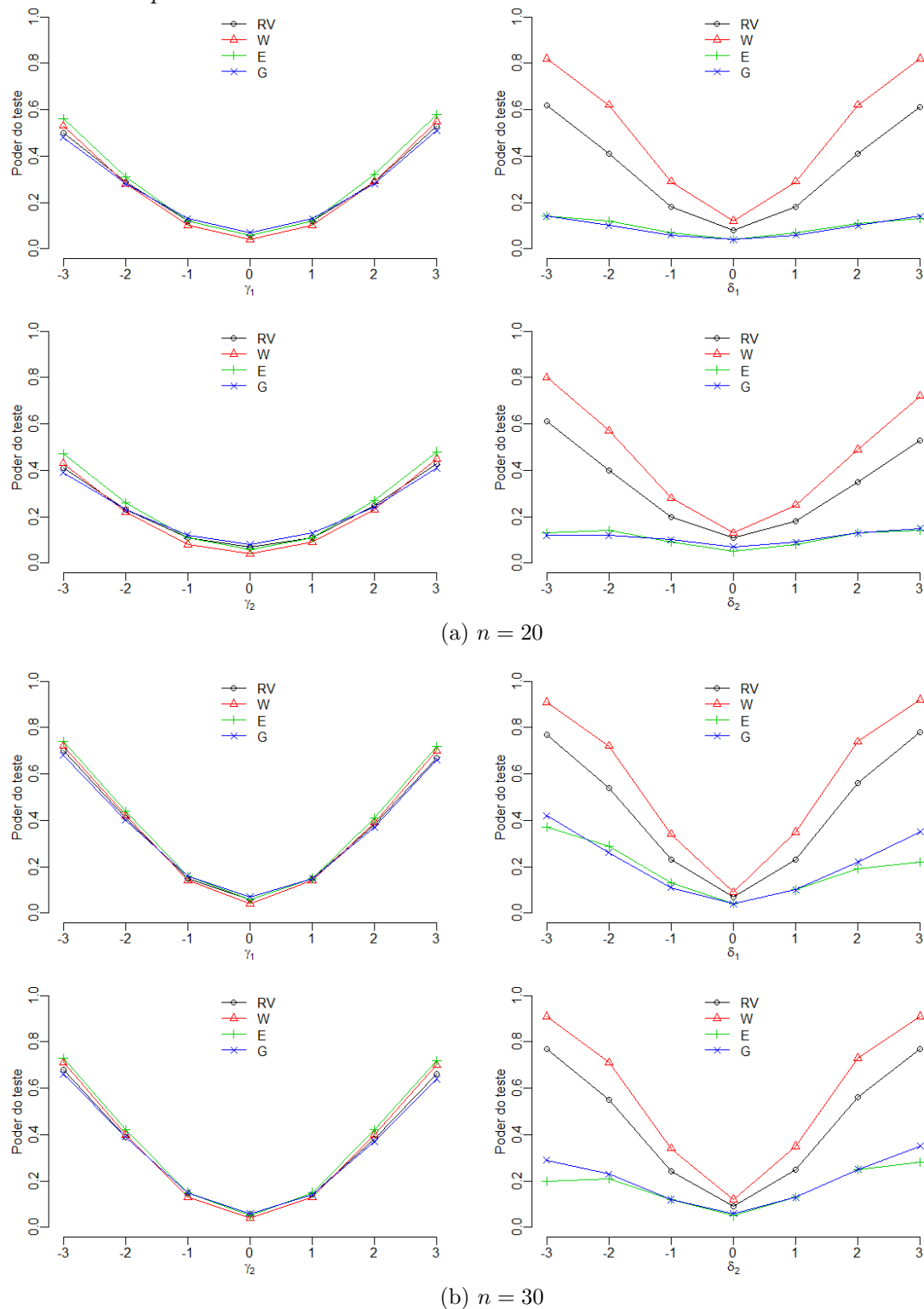


Figura 37 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (logito) com $p = 50\%$.



Continua na próxima página

Figura 37 – Continuação da página anterior.

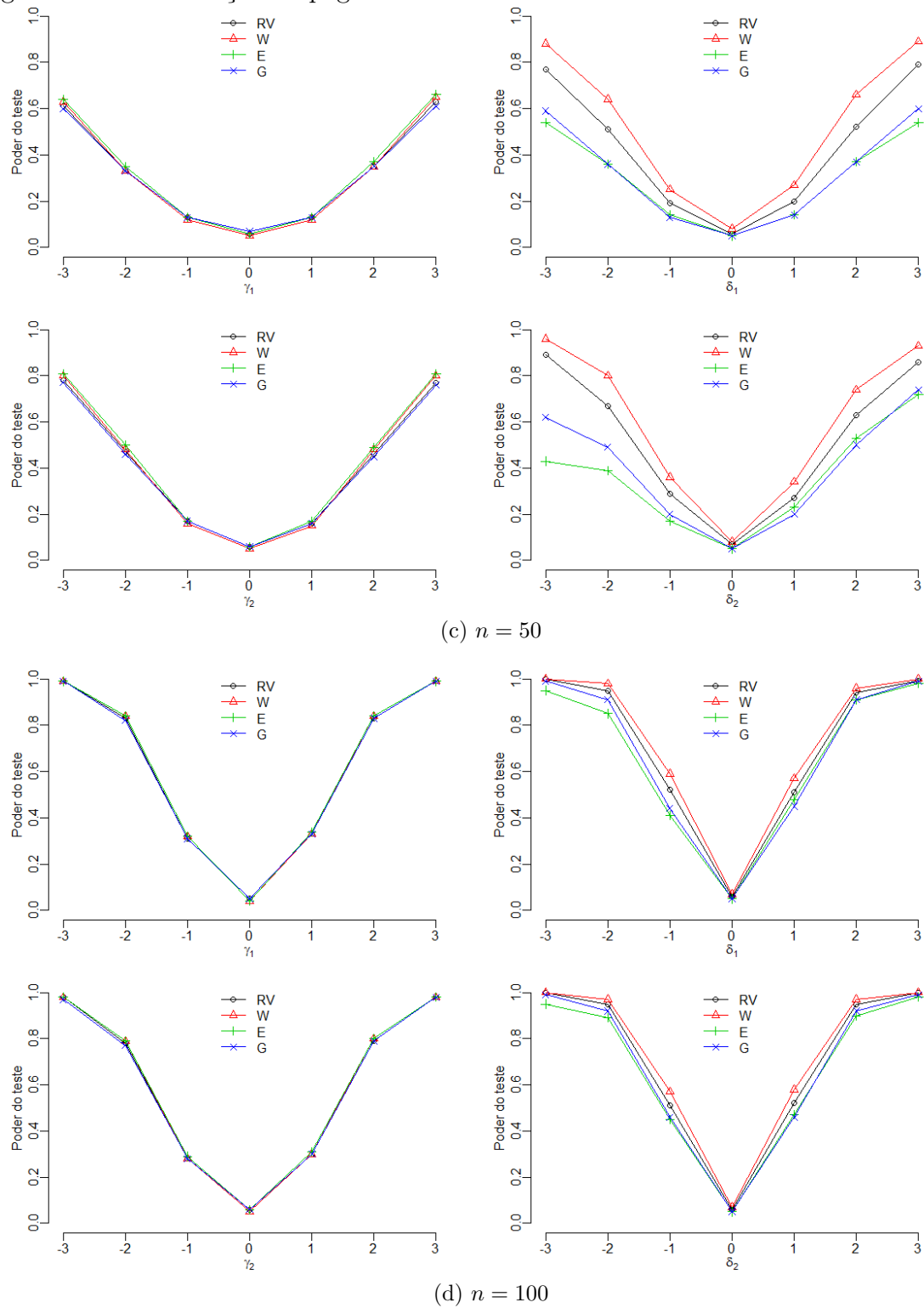
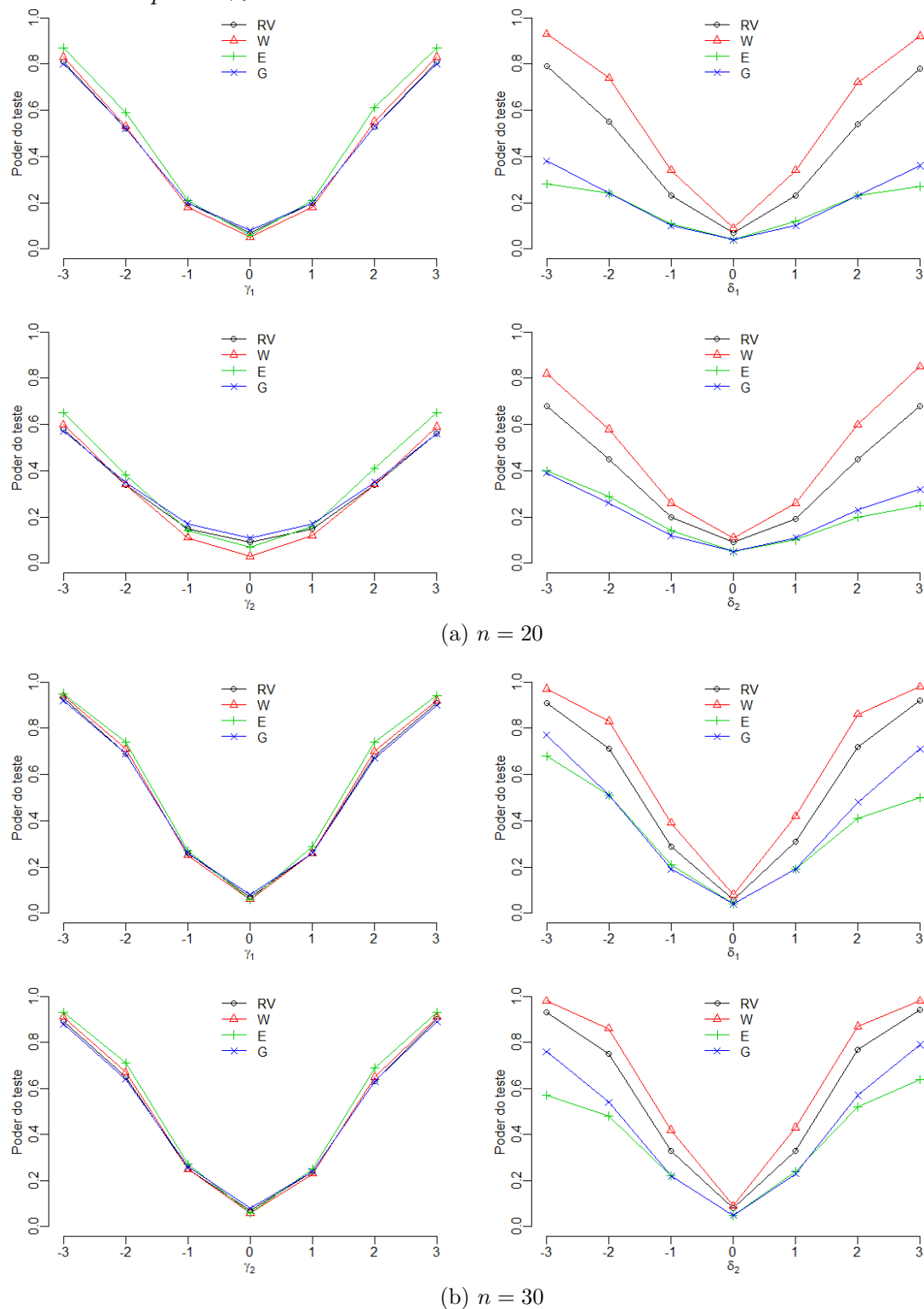


Figura 38 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probit) com $p = 20\%$.



Continua na próxima página

Figura 38 – Continuação da página anterior.

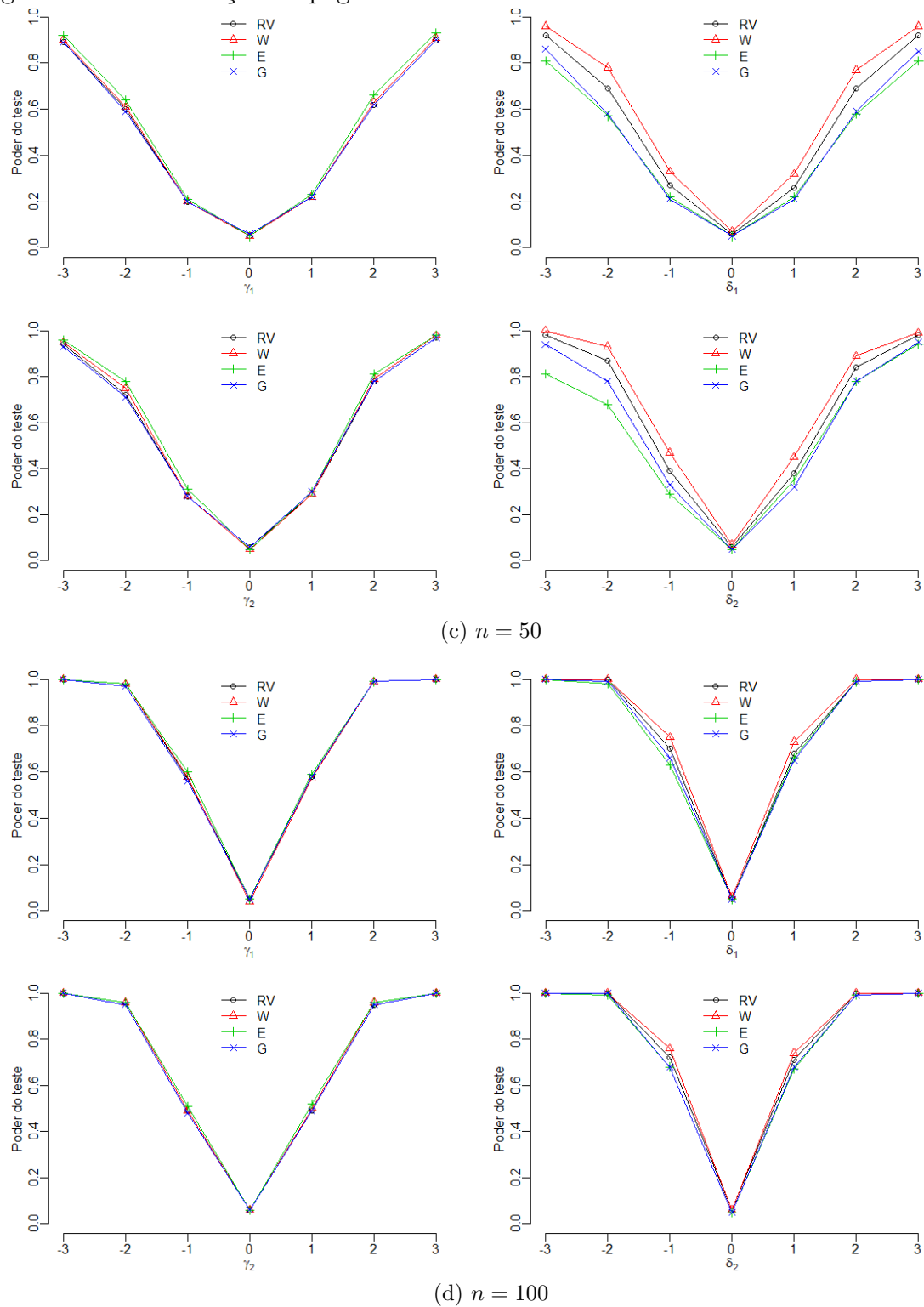
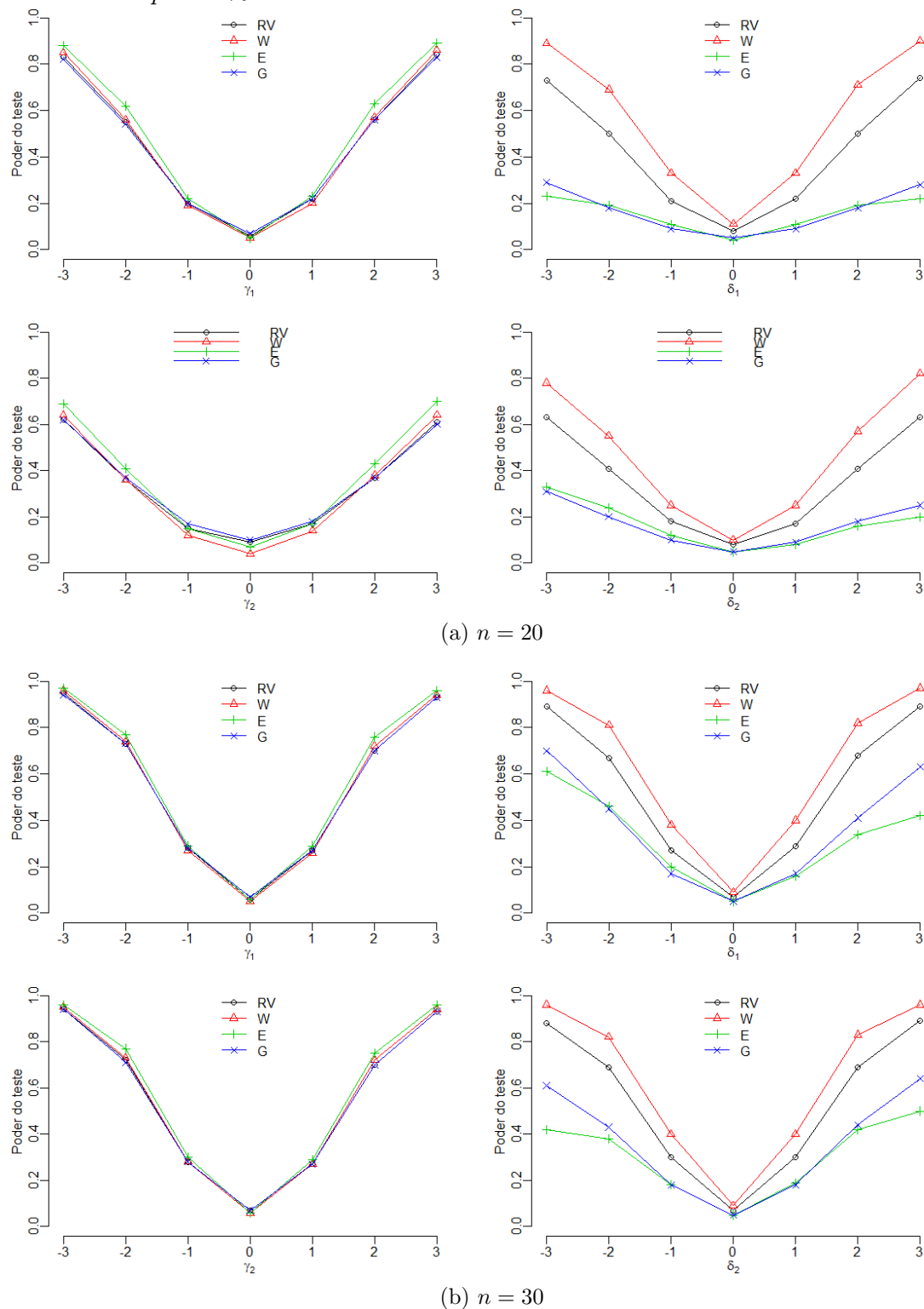


Figura 39 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (probit) com $p = 30\%$.



Continua na próxima página

Figura 39 – Continuação da página anterior.

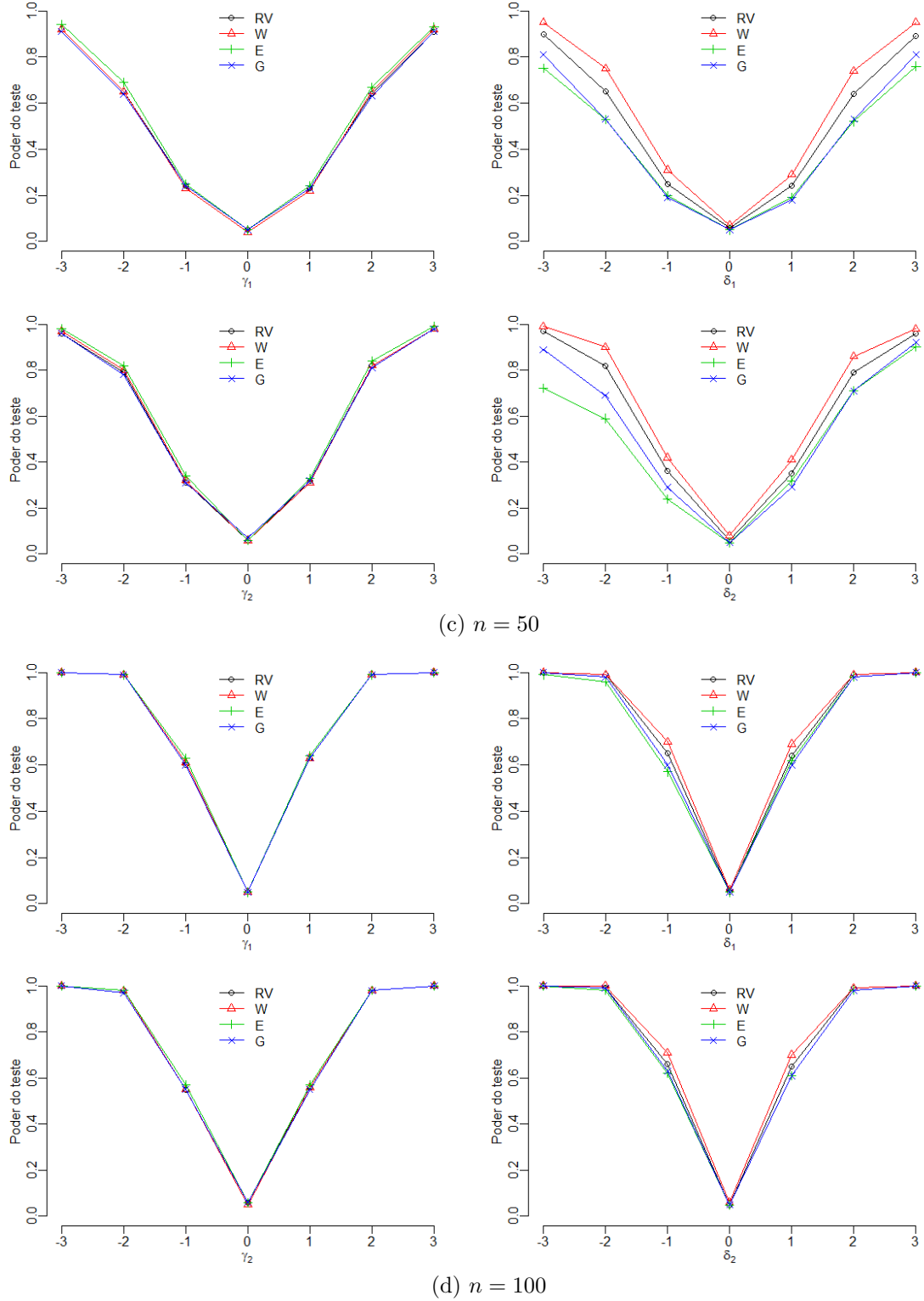
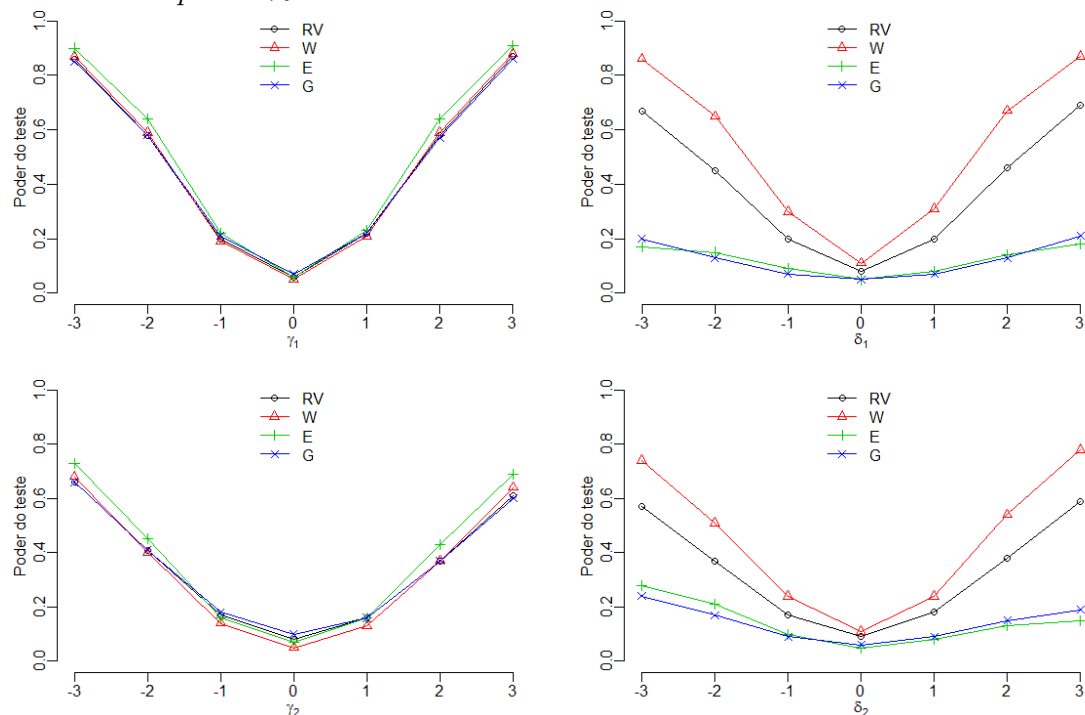
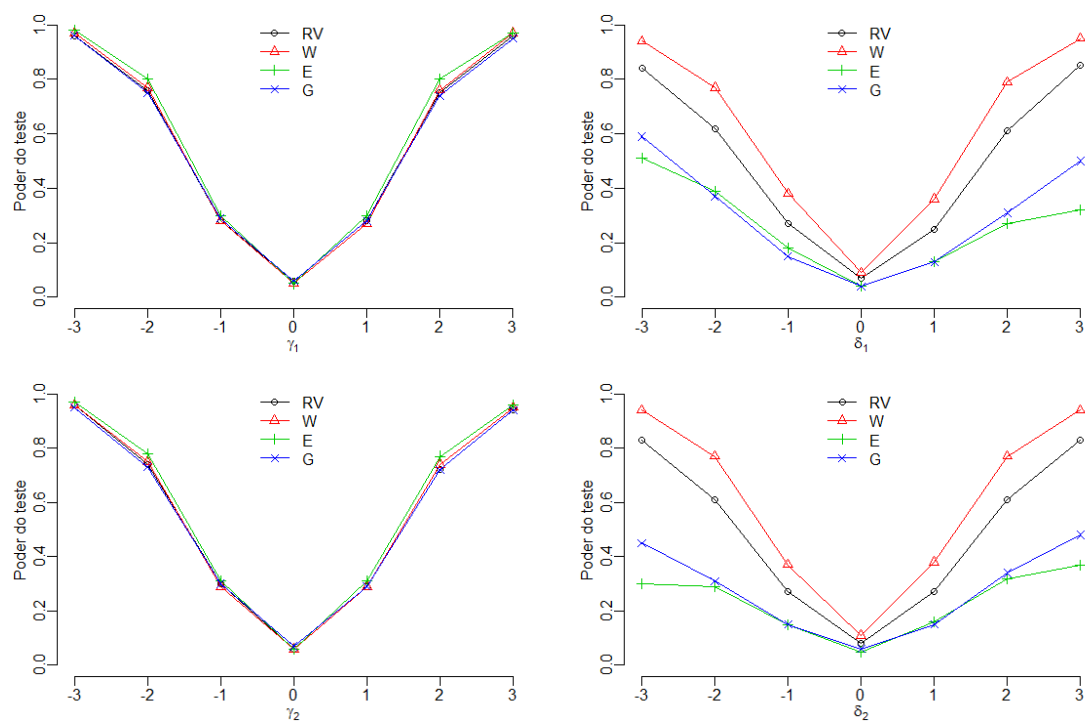


Figura 40 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probit) com $p = 40\%$.



(a) $n = 20$



(b) $n = 30$

Continua na próxima página

Figura 40 – Continuação da página anterior.

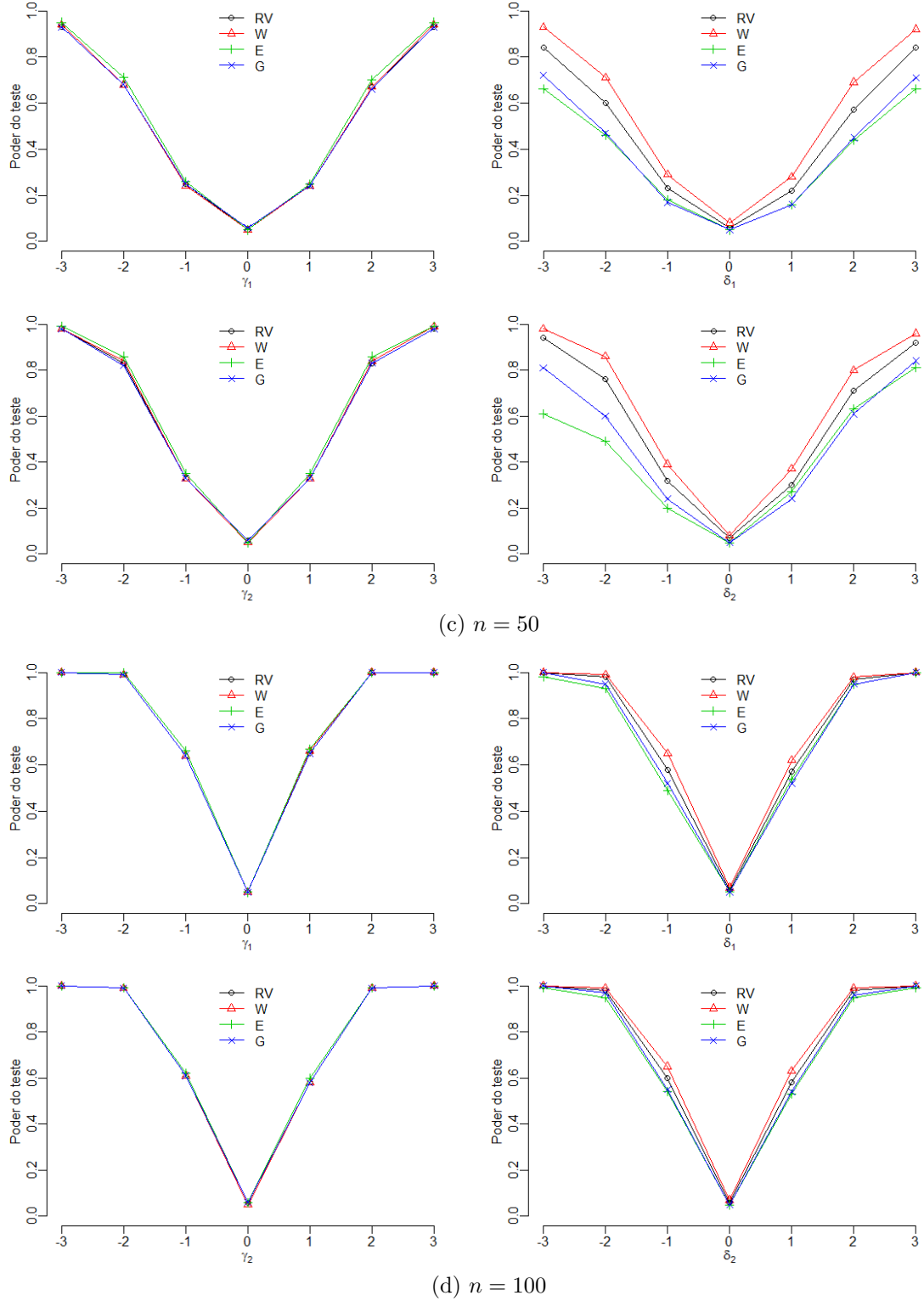
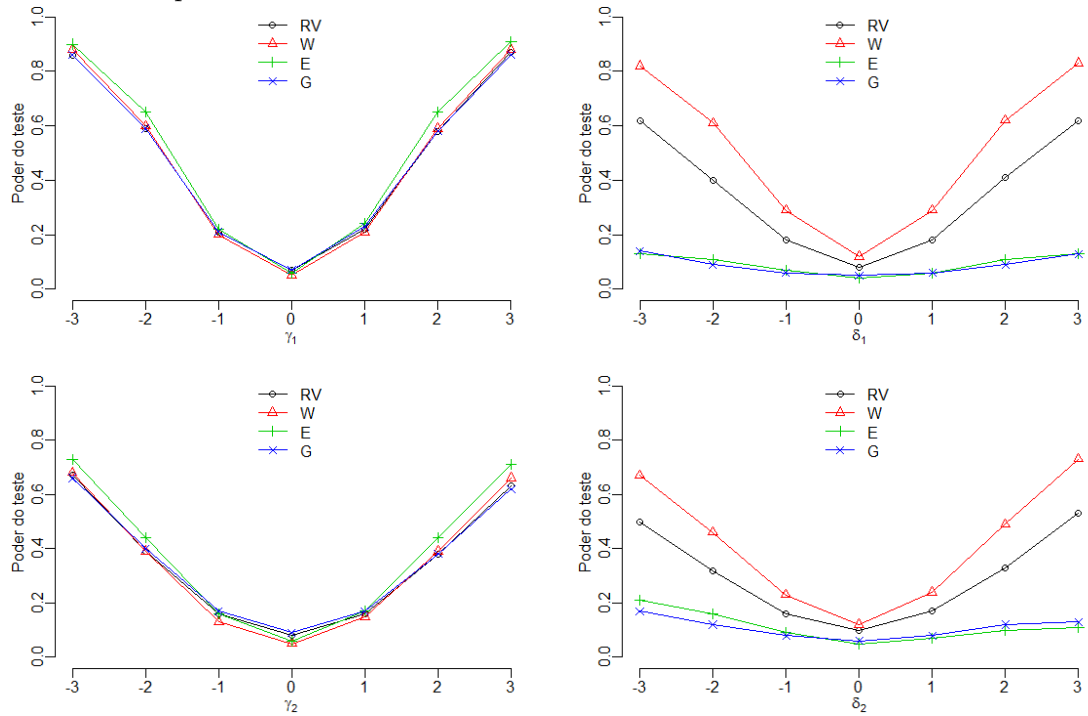
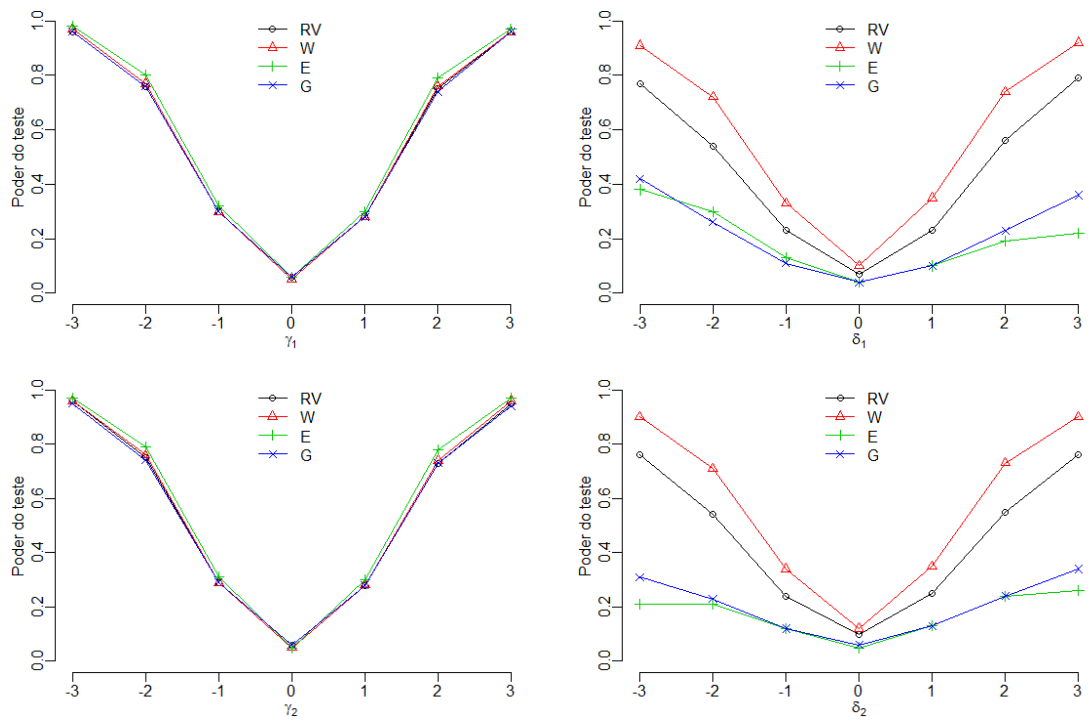


Figura 41 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probit) com $p = 50\%$.



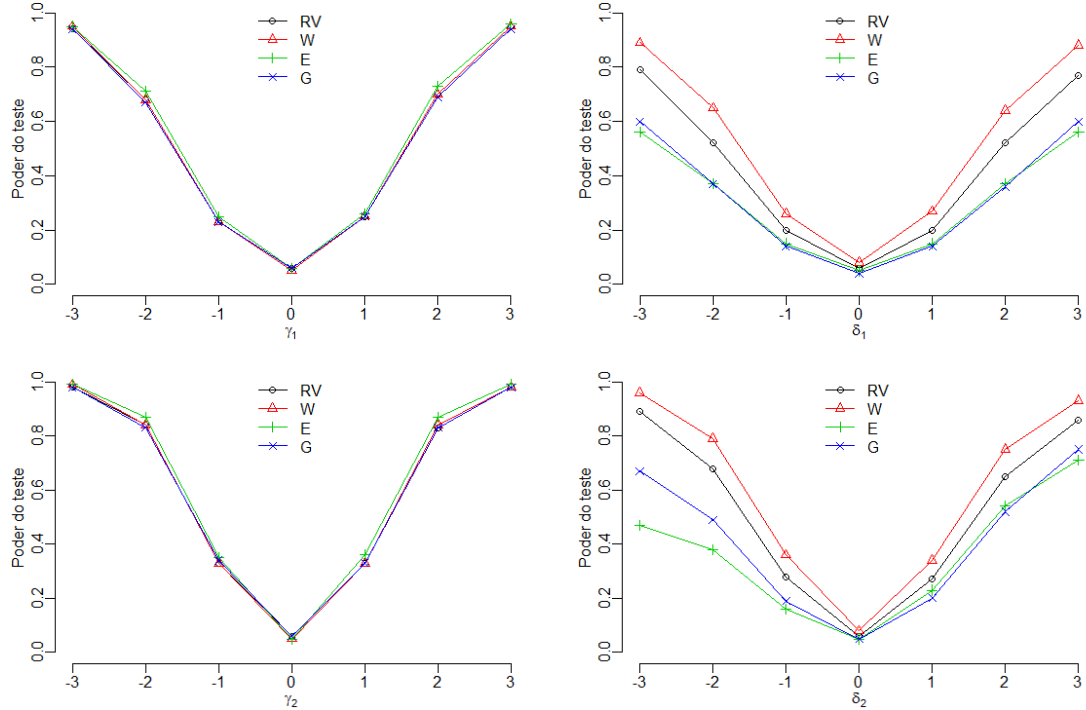
(a) $n = 20$



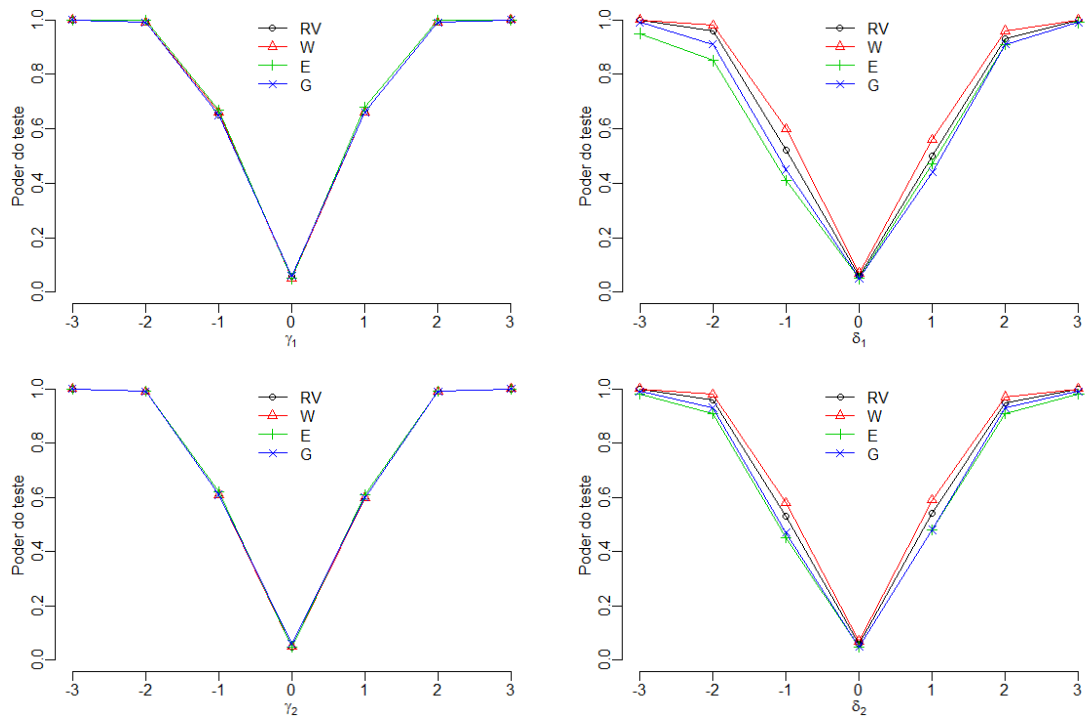
(b) $n = 30$

Continua na próxima página

Figura 41 – Continuação da página anterior.

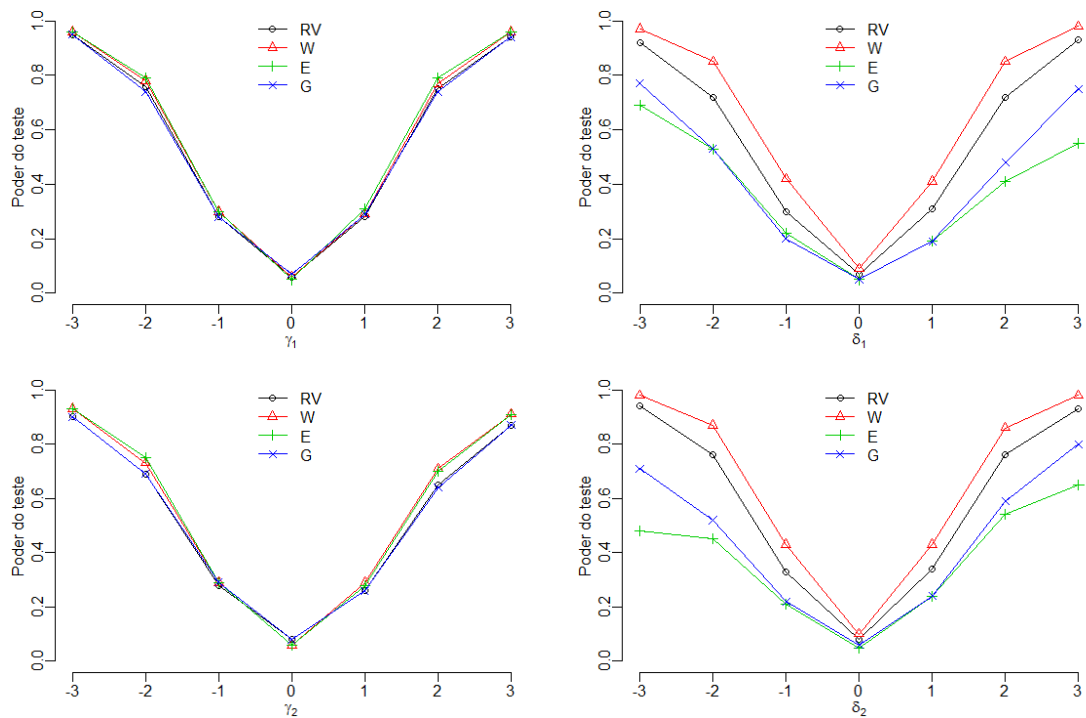
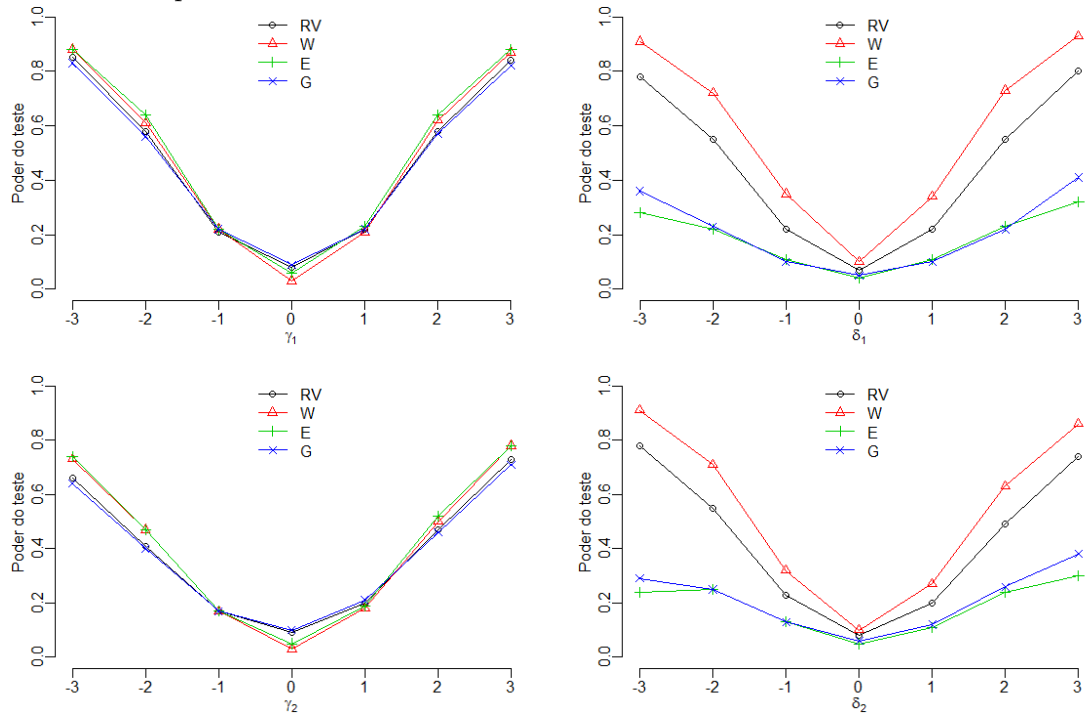


(c) $n = 50$



(d) $n = 100$

Figura 42 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cloglog) com $p = 20\%$.



Continua na próxima página

Figura 42 – Continuação da página anterior.

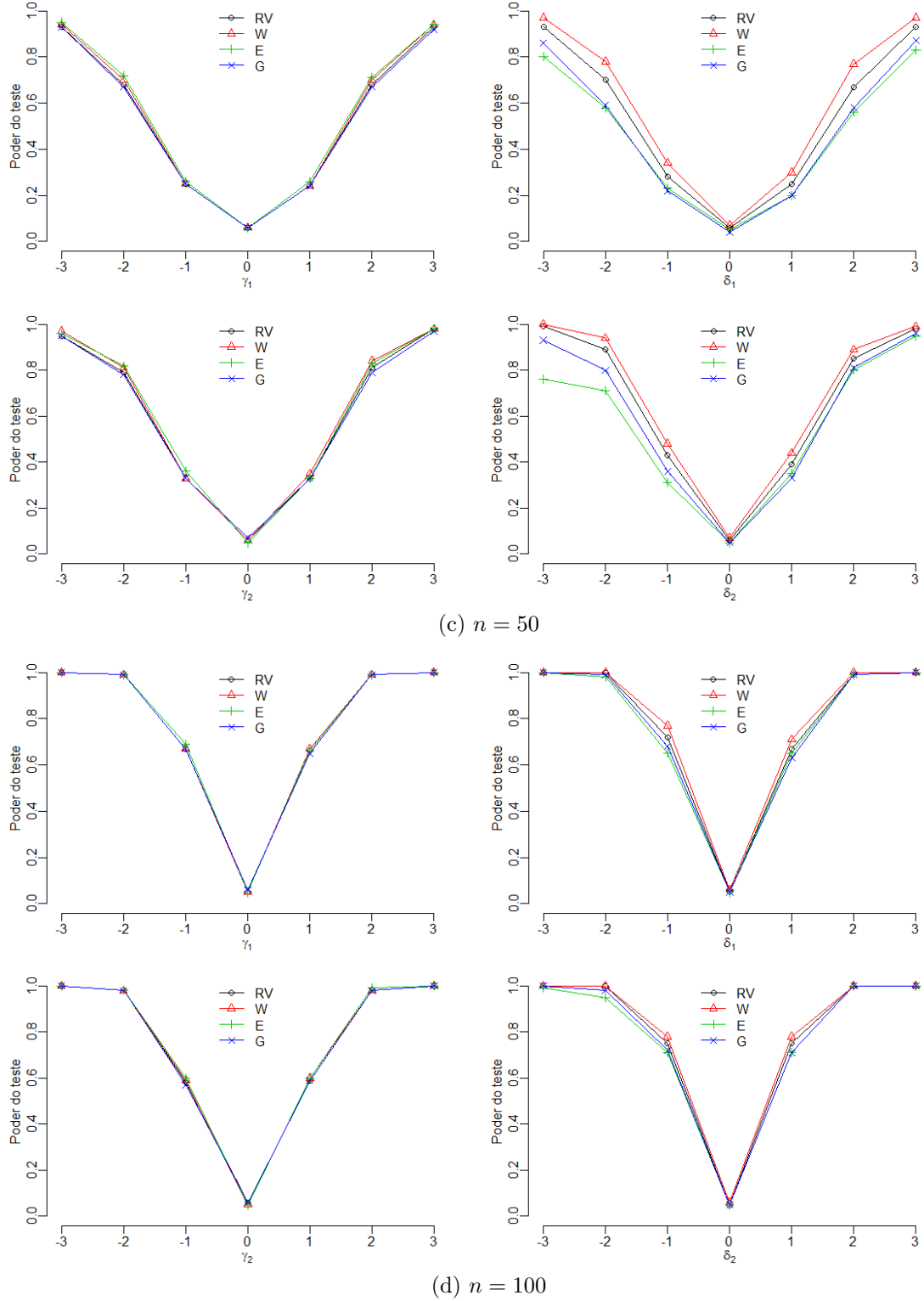
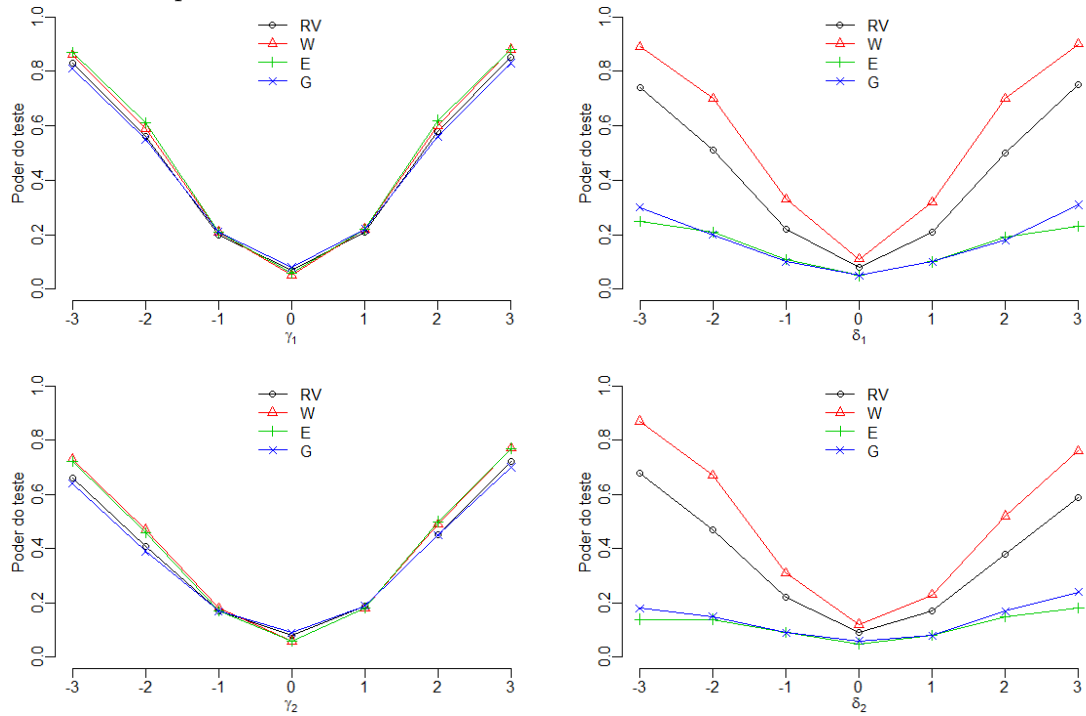
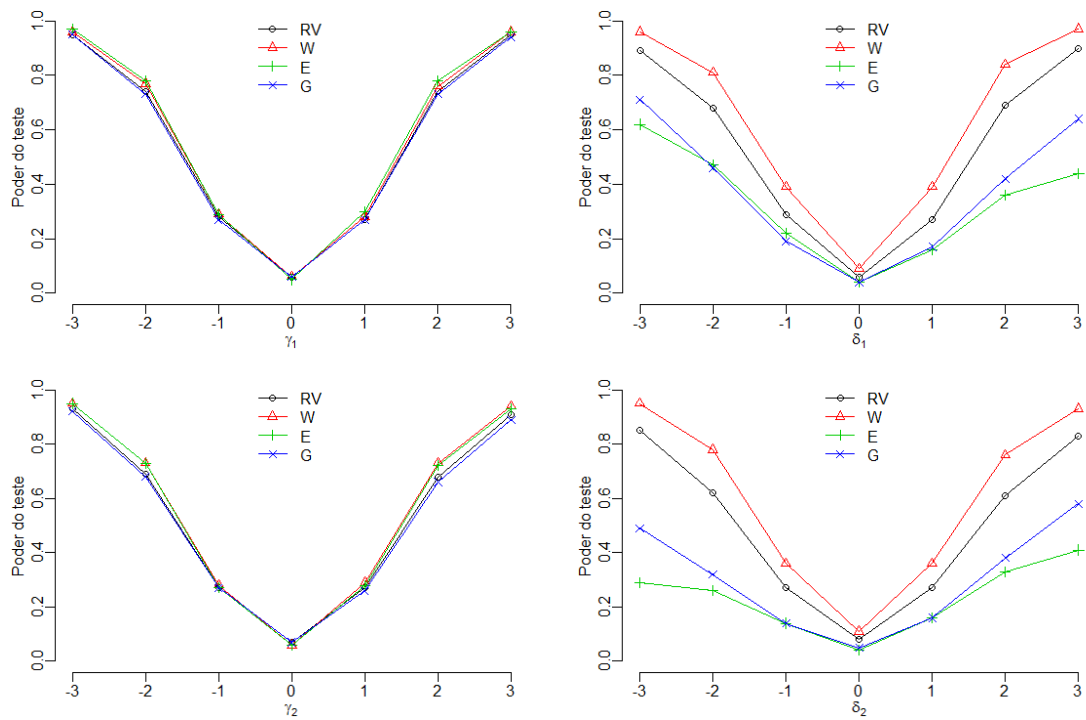


Figura 43 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (cloglog) com $p = 30\%$.



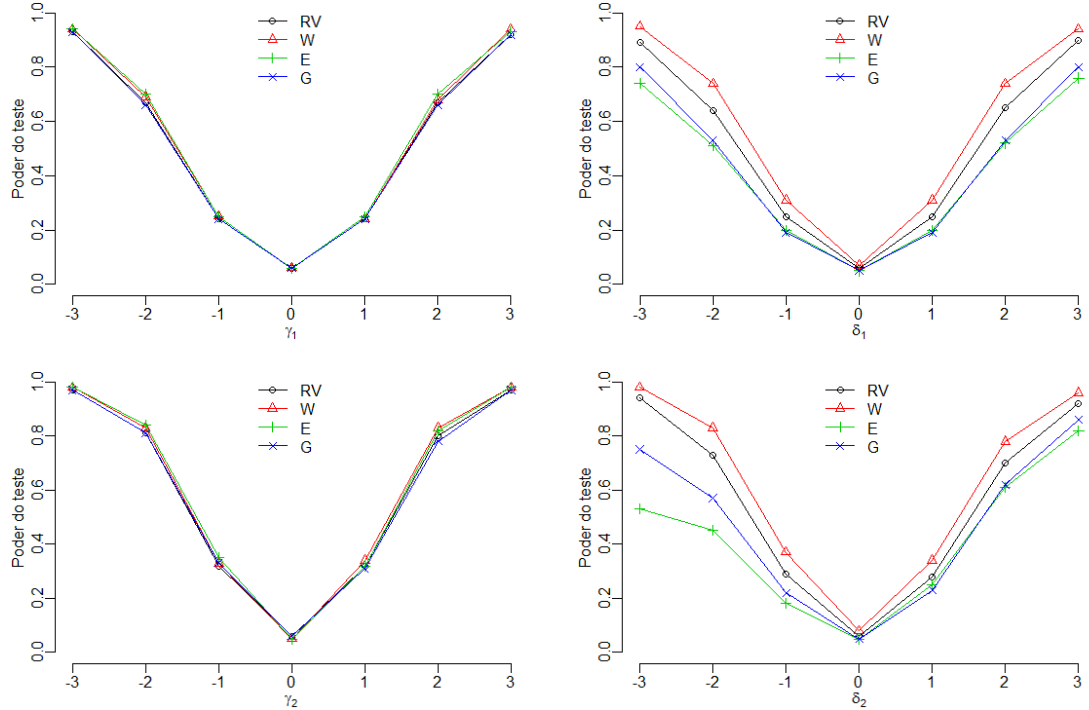
(a) $n = 20$



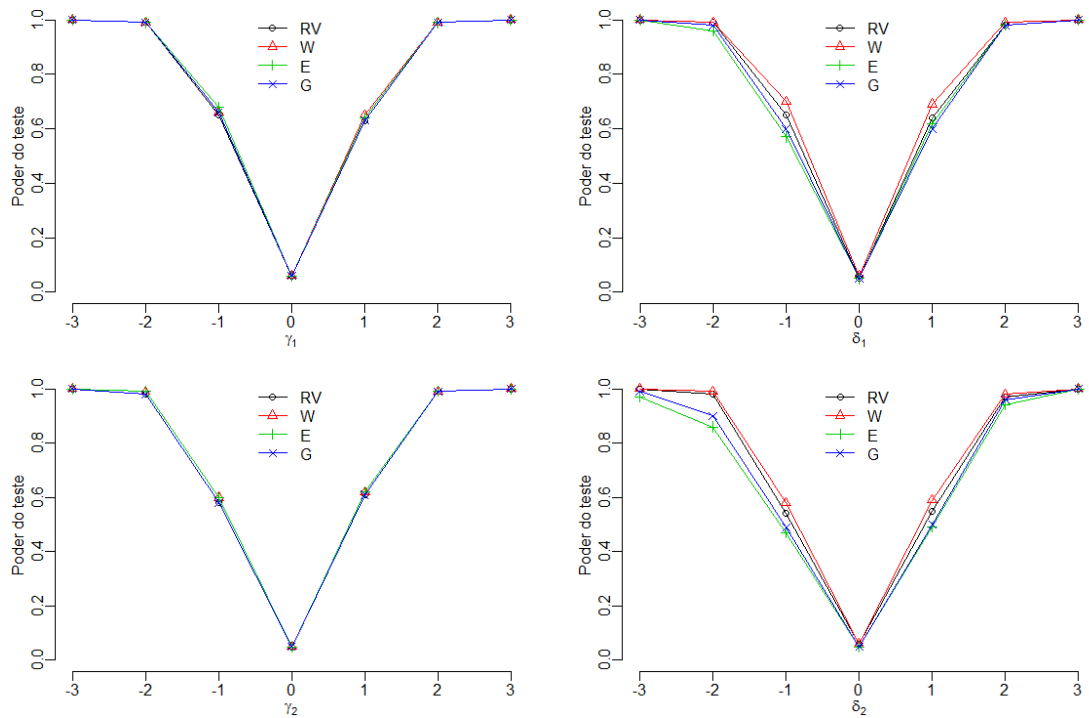
(b) $n = 30$

Continua na próxima página

Figura 43 – Continuação da página anterior.

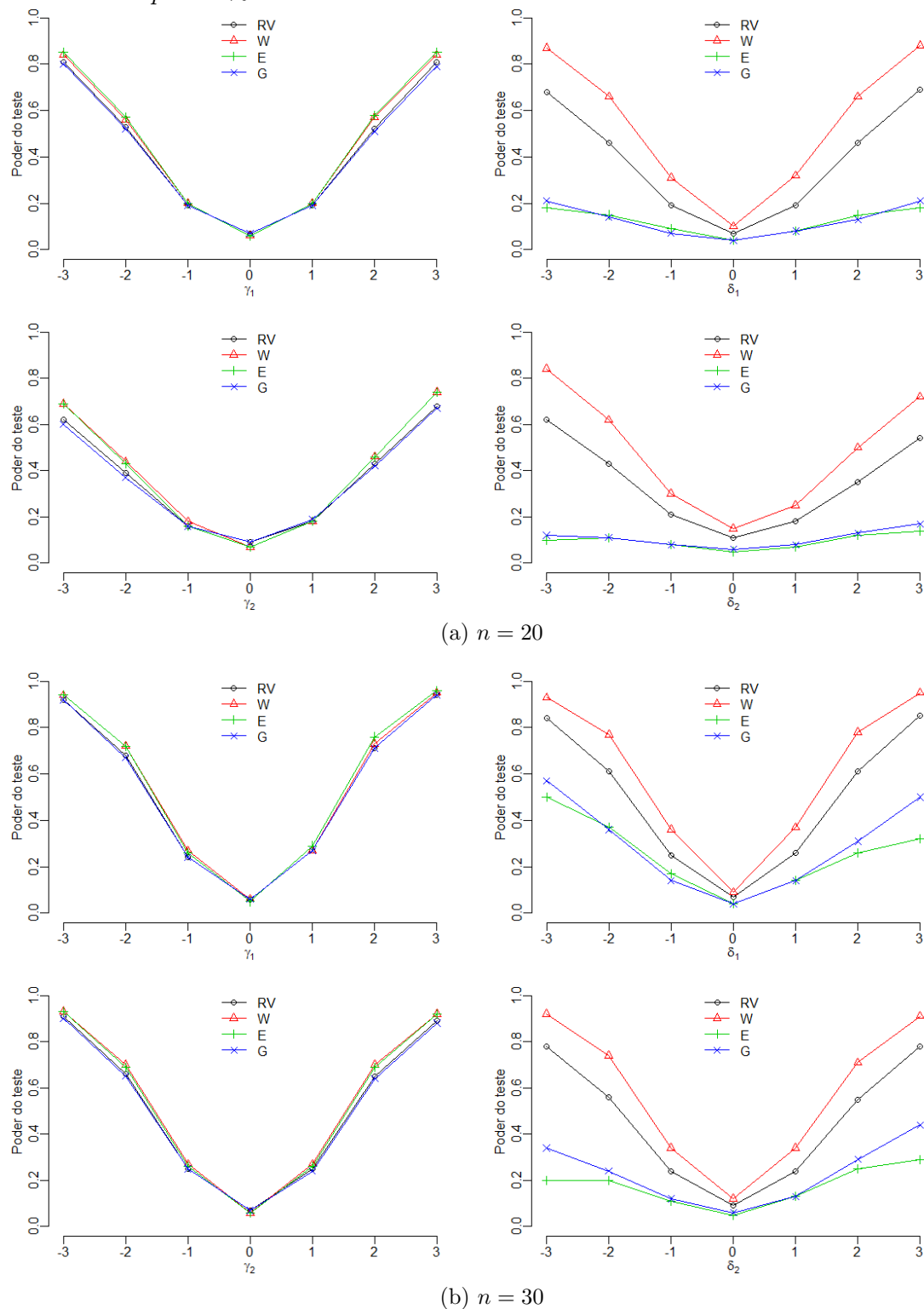


(c) $n = 50$



(d) $n = 100$

Figura 44 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cloglog) com $p = 40\%$.



Continua na próxima página

Figura 44 – Continuação da página anterior.

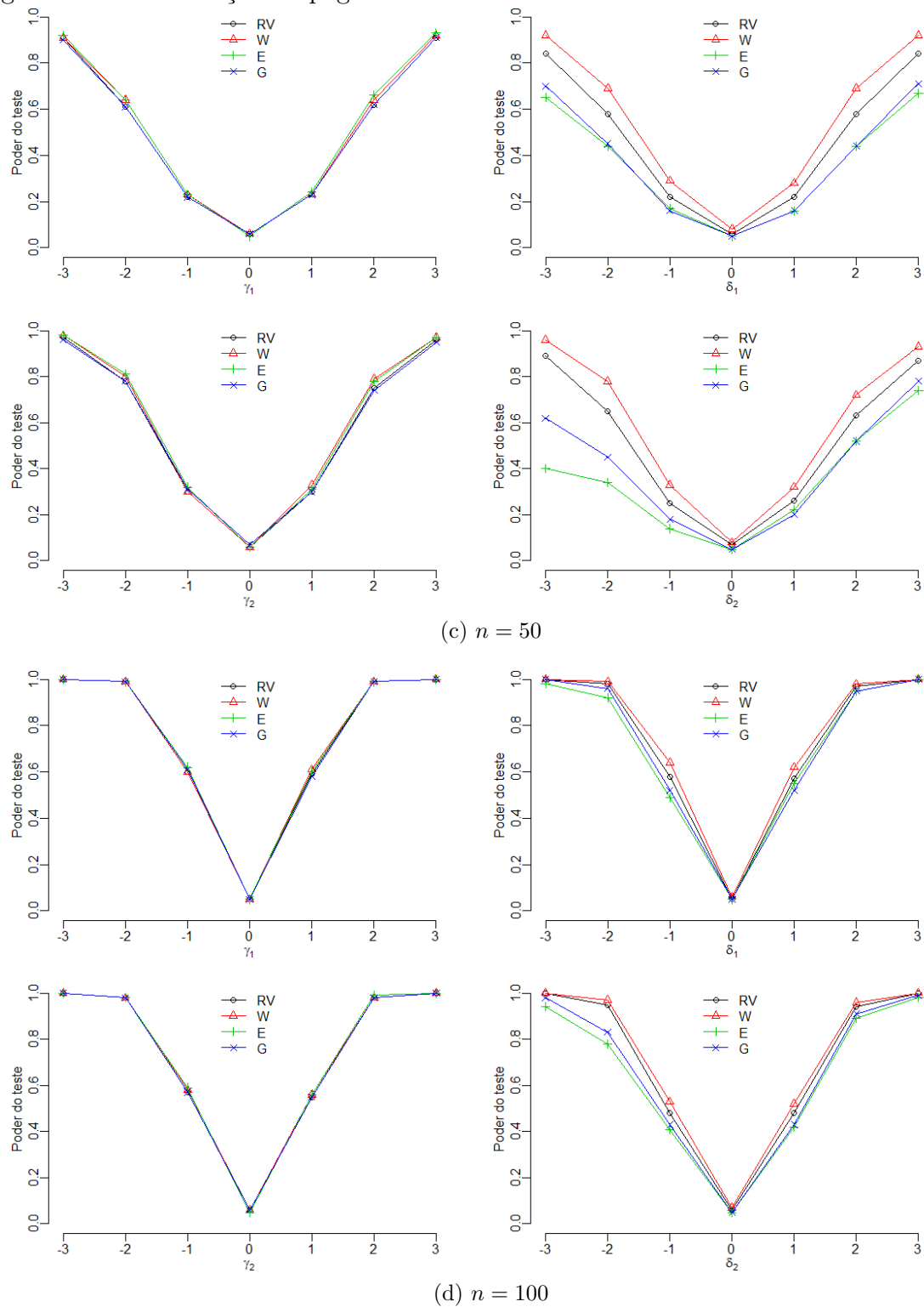
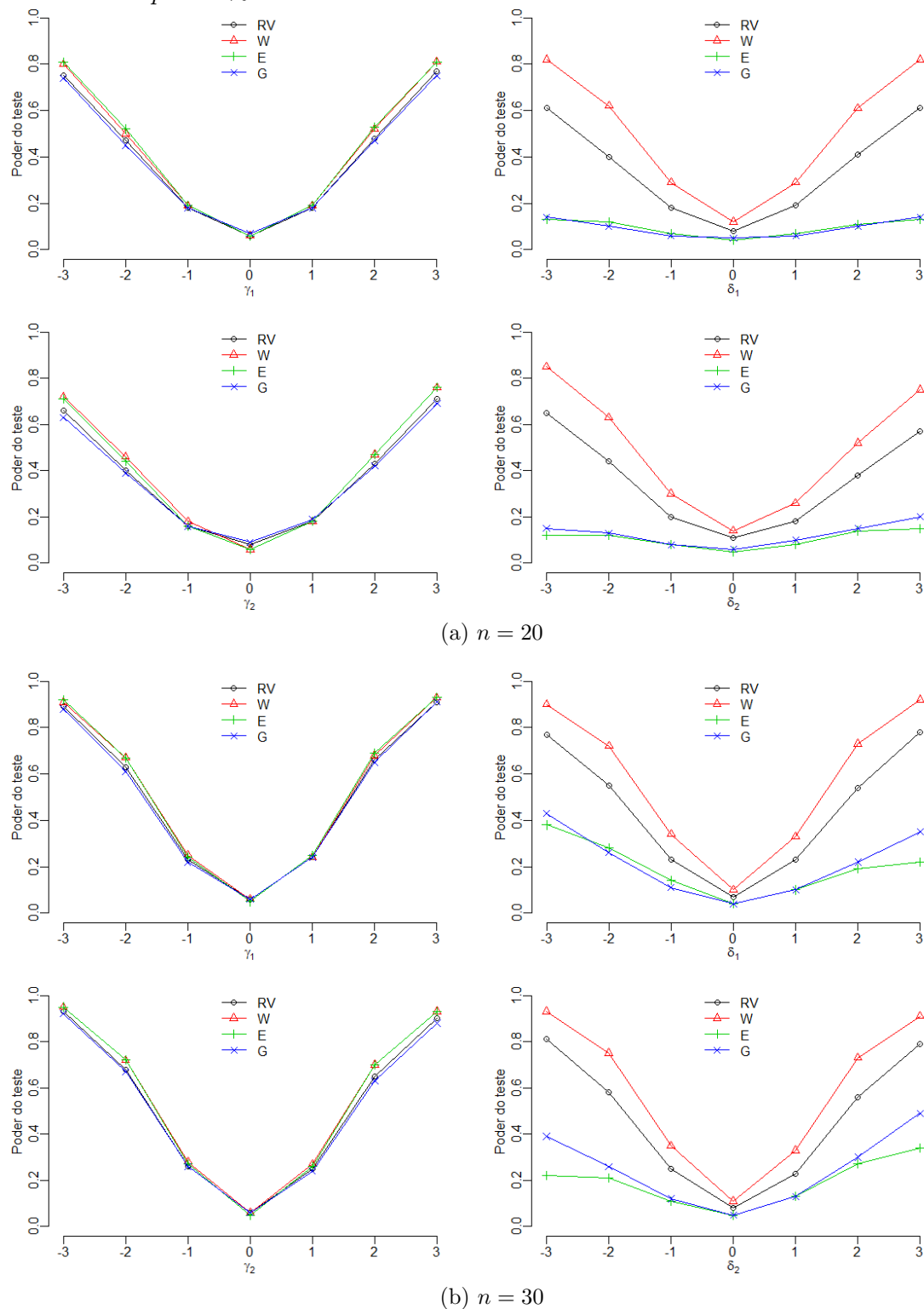


Figura 45 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cloglog) com $p = 50\%$.



Continua na próxima página

Figura 45 – Continuação da página anterior.

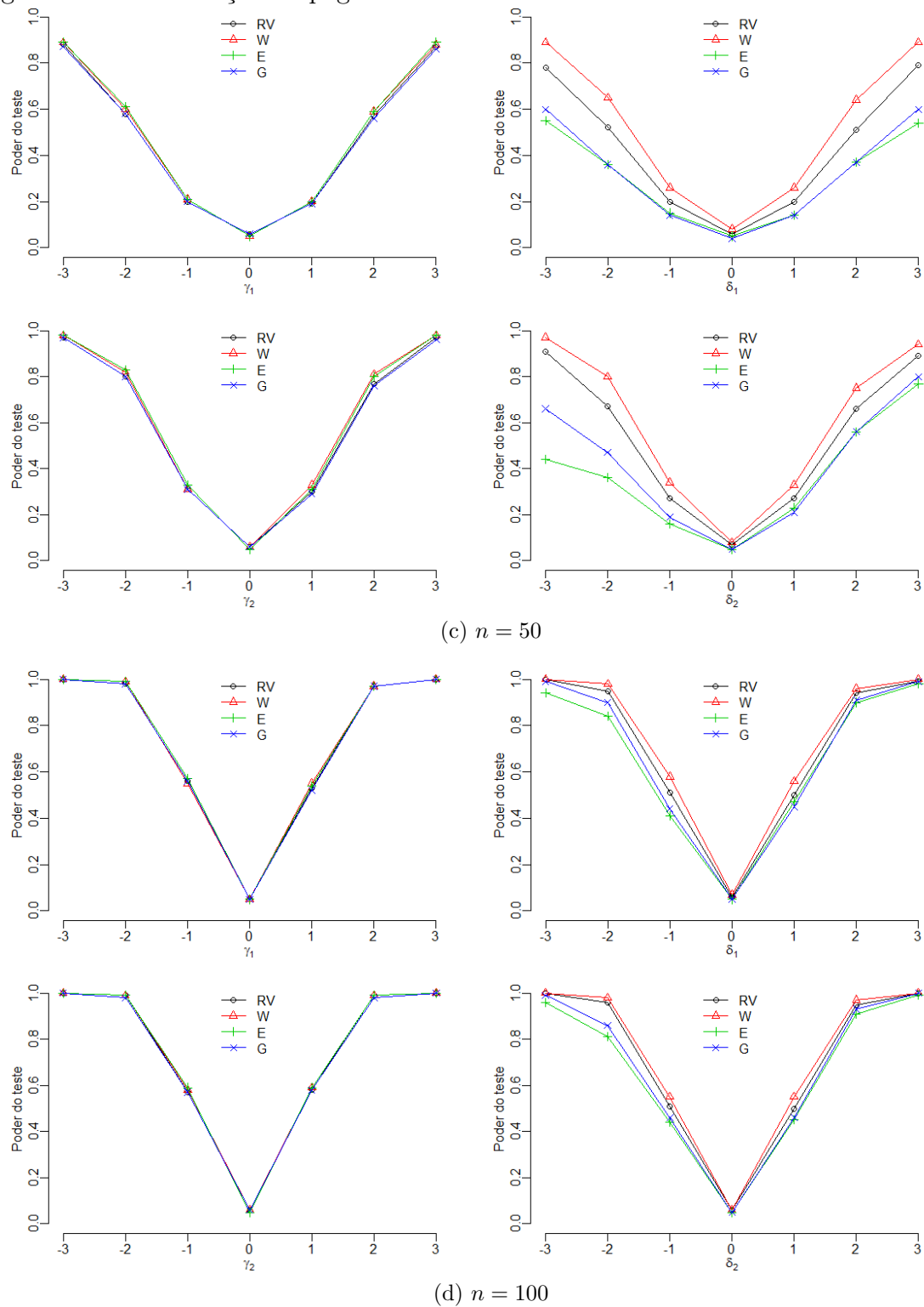
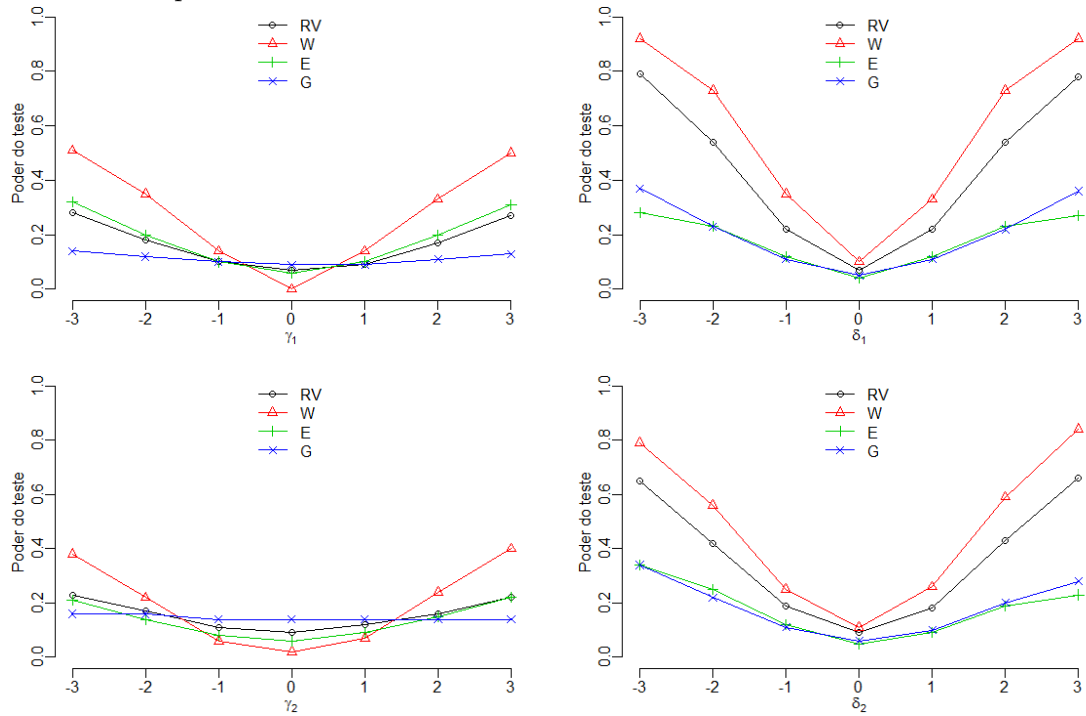
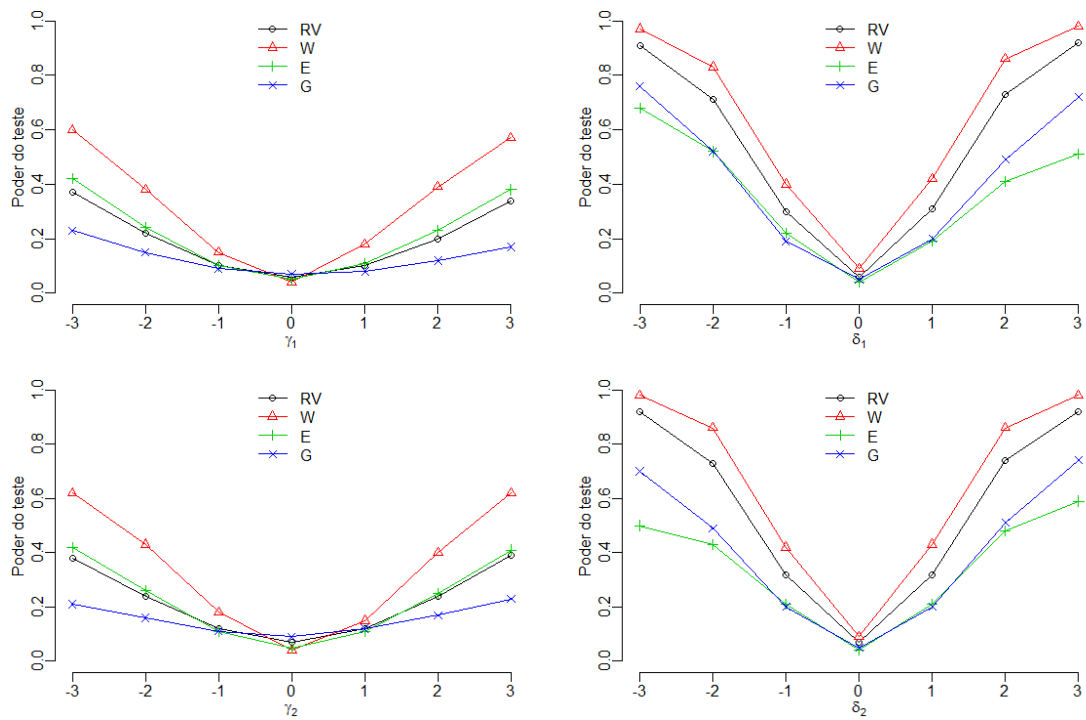


Figura 46 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (Cauchy) com $p = 20\%$.



(a) $n = 20$



(b) $n = 30$

Continua na próxima página

Figura 46 – Continuação da página anterior.

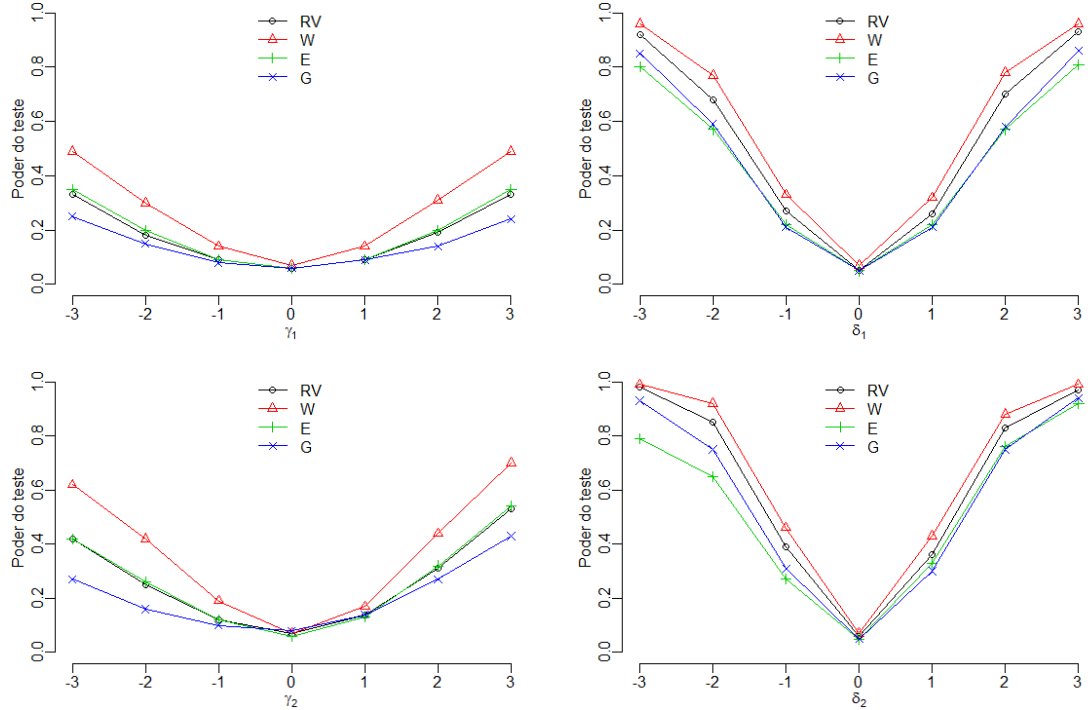
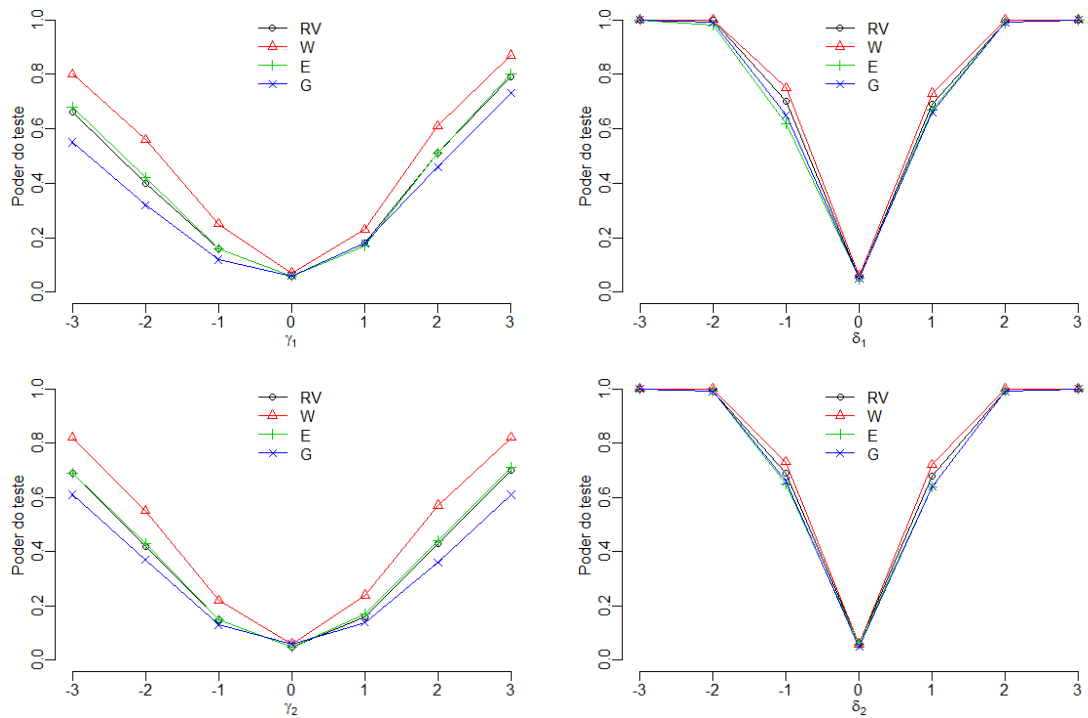
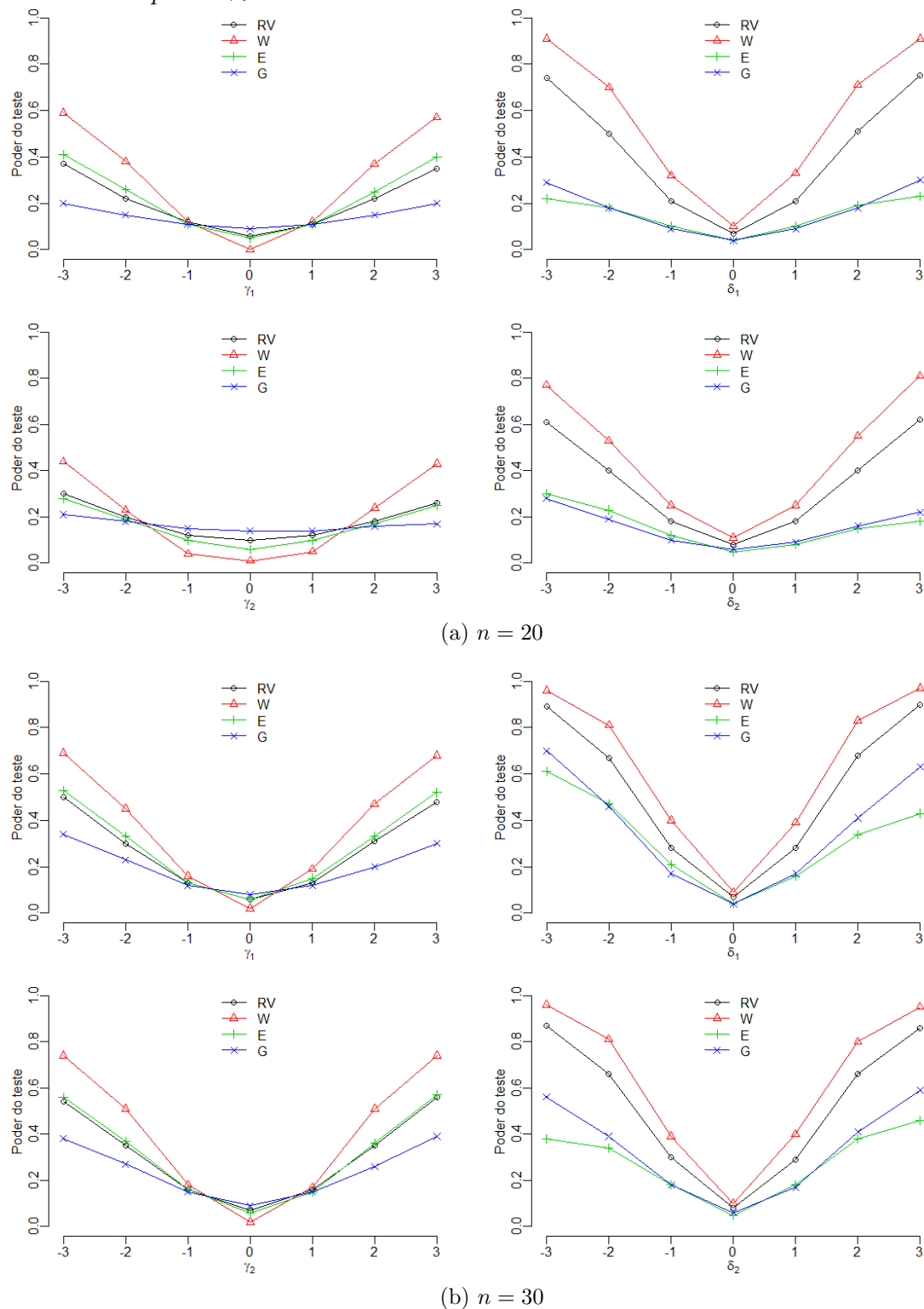
(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

Figura 47 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (Cauchy) com $p = 30\%$.



Continua na próxima página

Figura 47 – Continuação da página anterior.

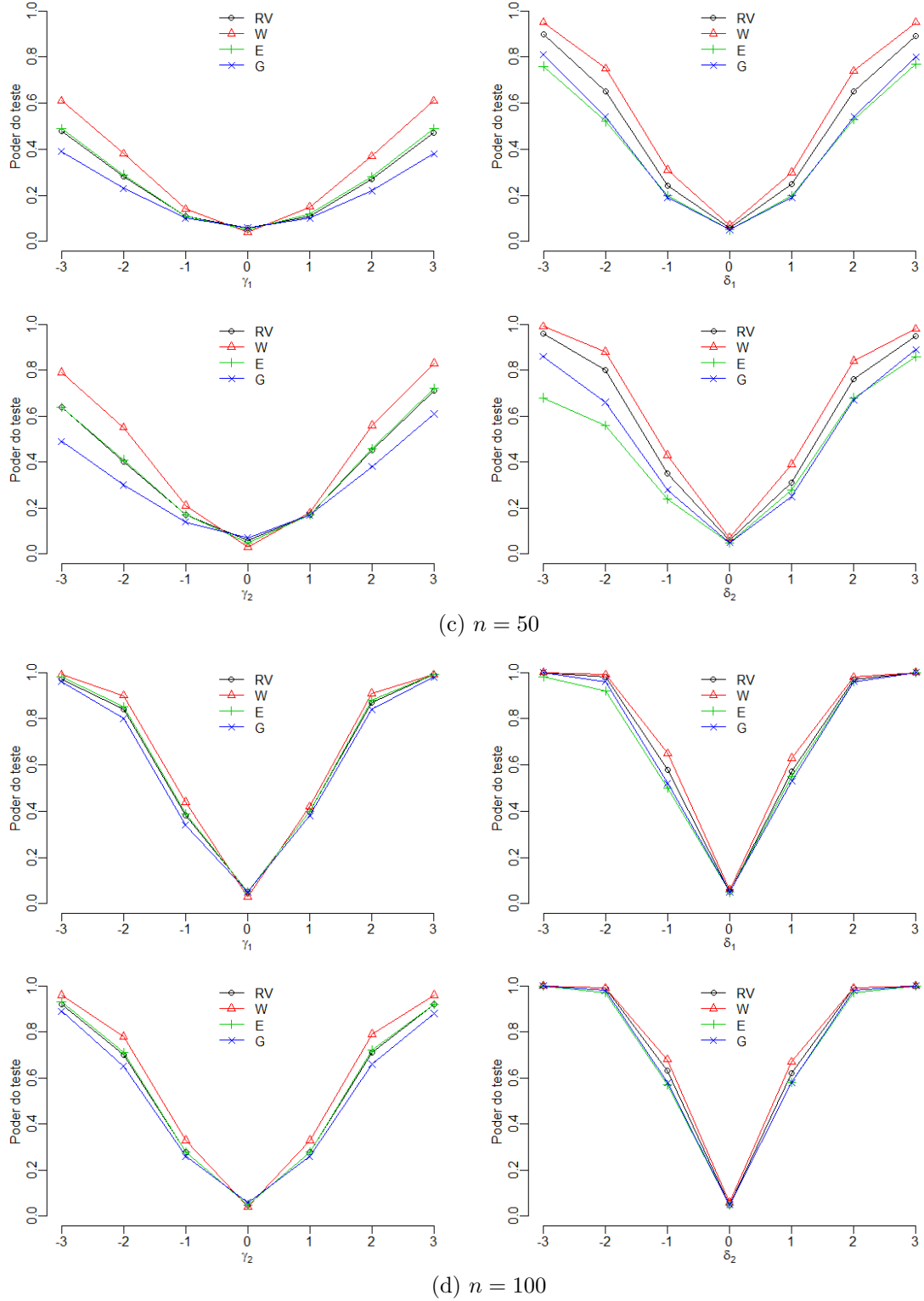
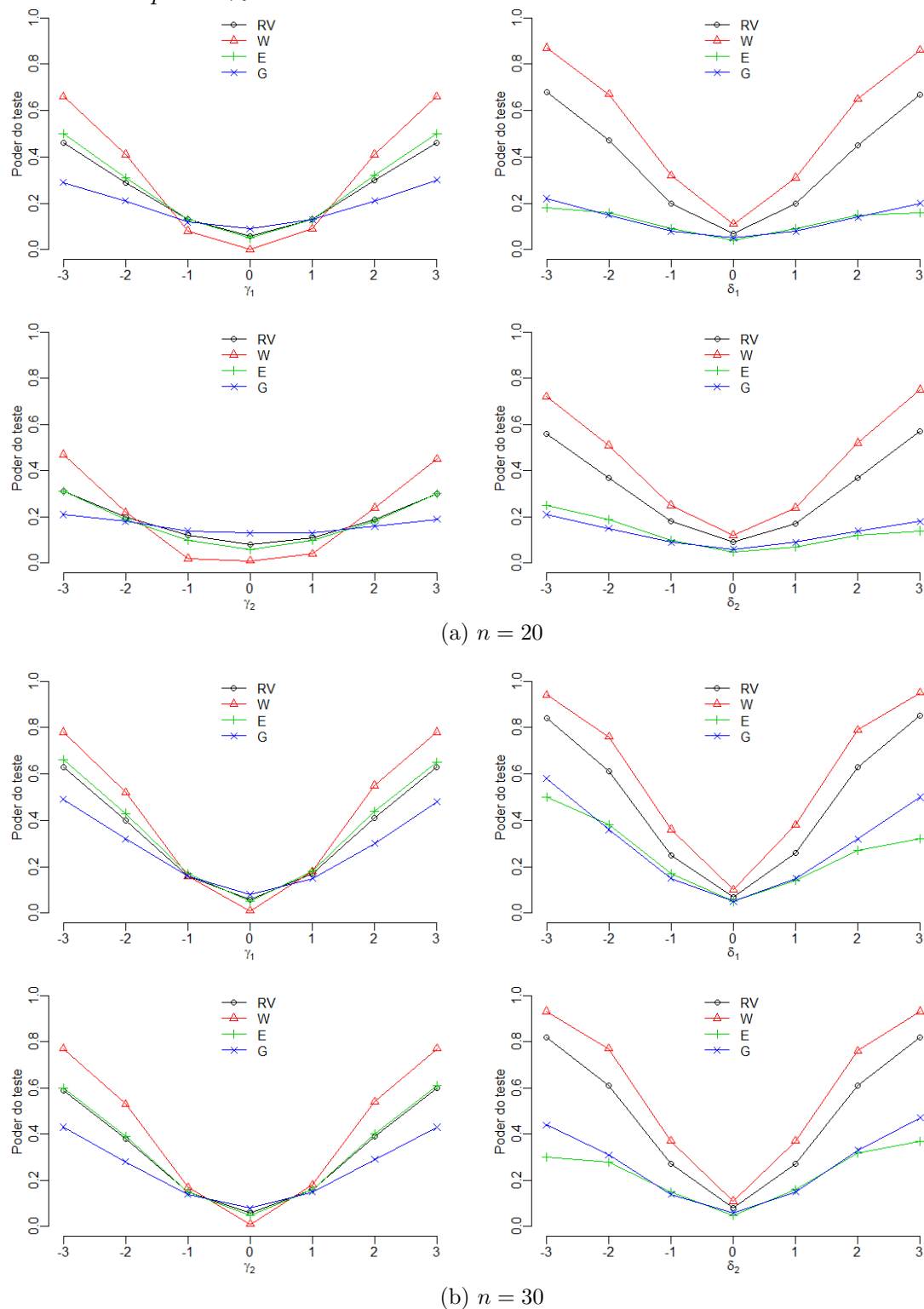


Figura 48 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (Cauchy) com $p = 40\%$.



Continua na próxima página

Figura 48 – Continuação da página anterior.

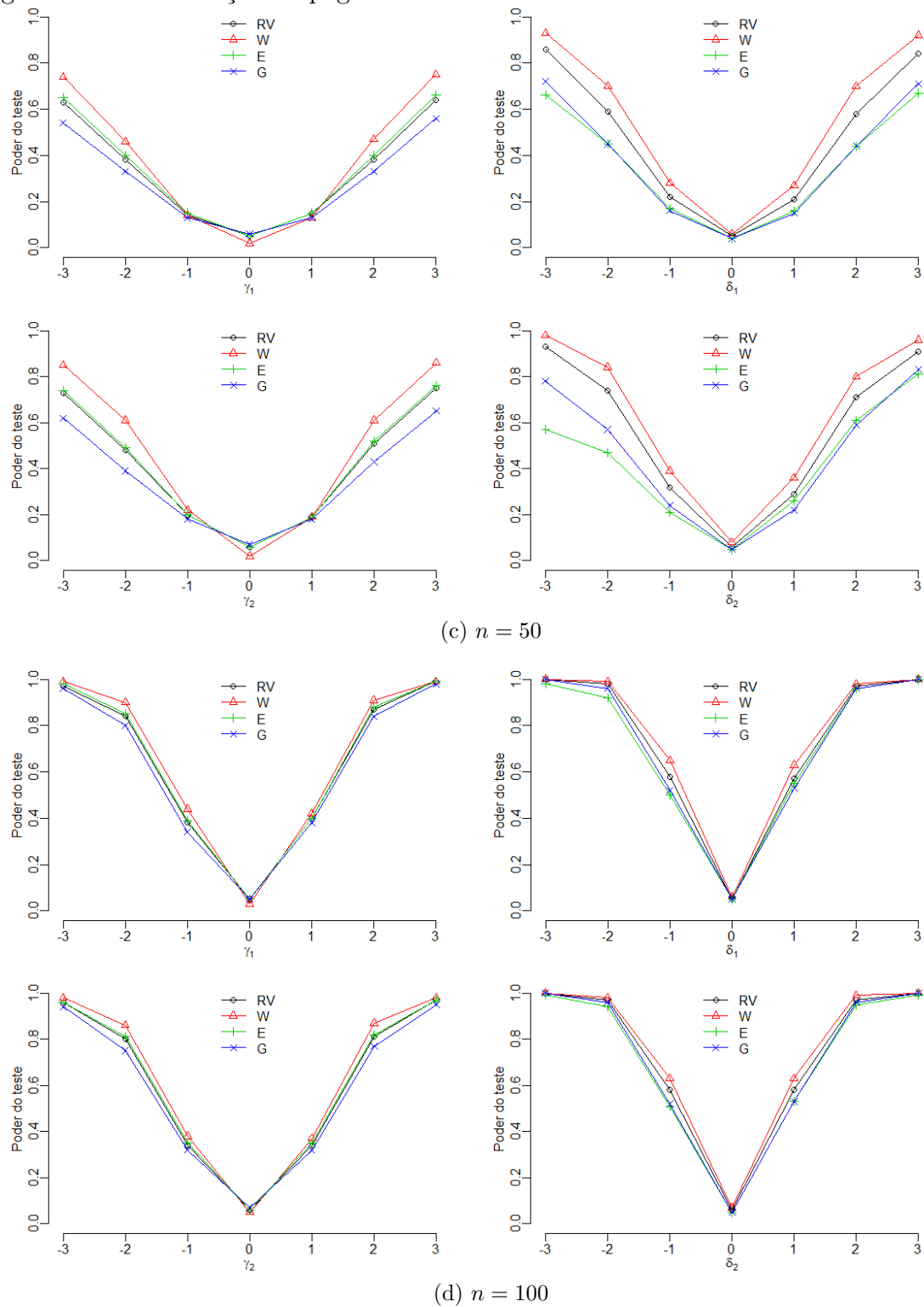
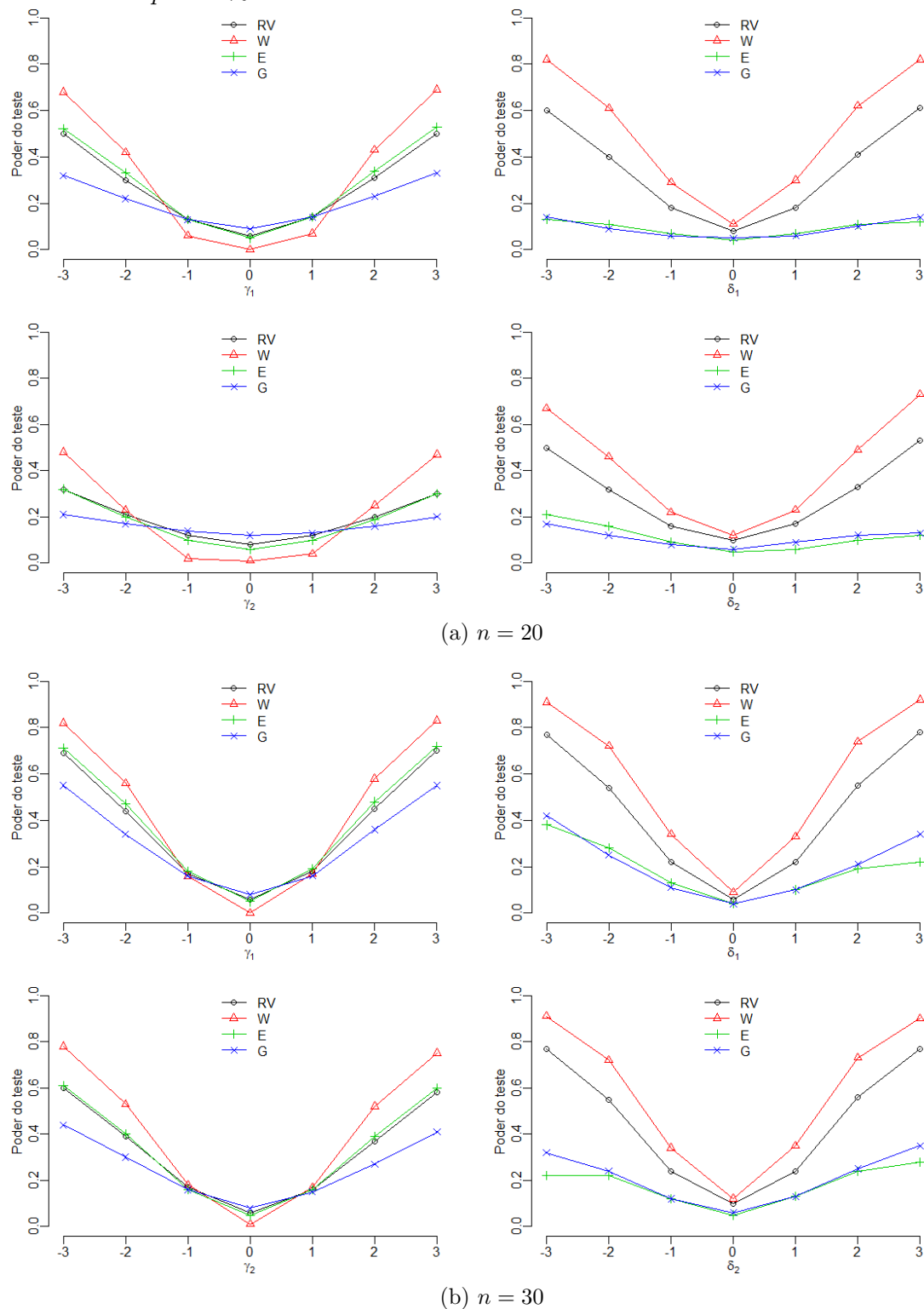
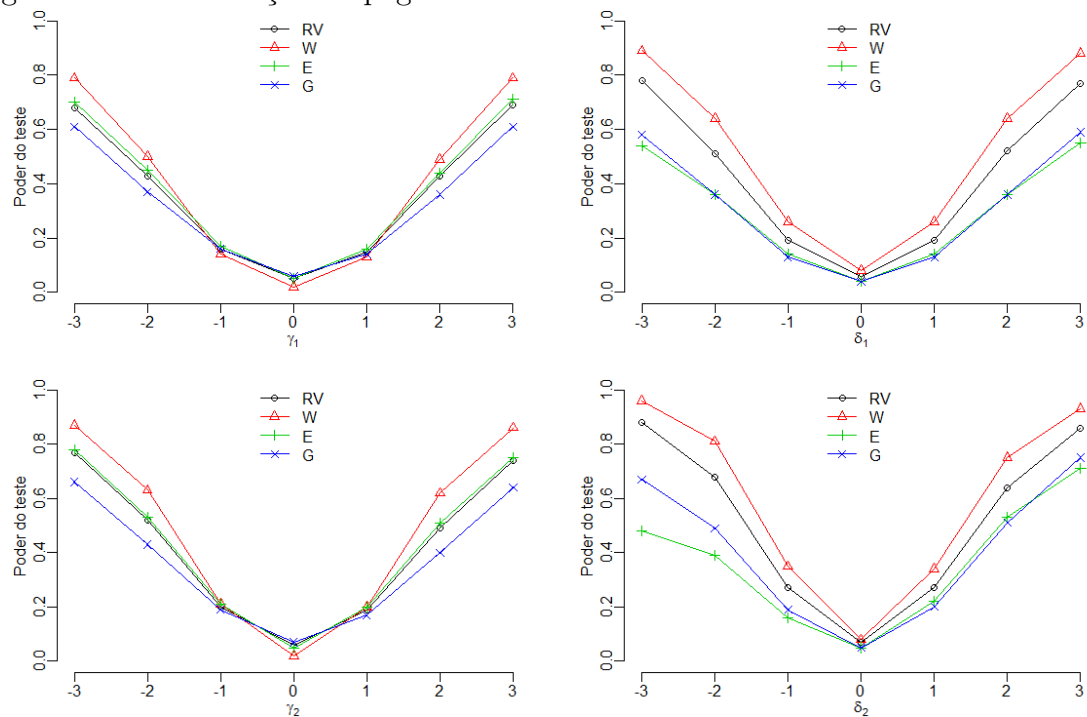
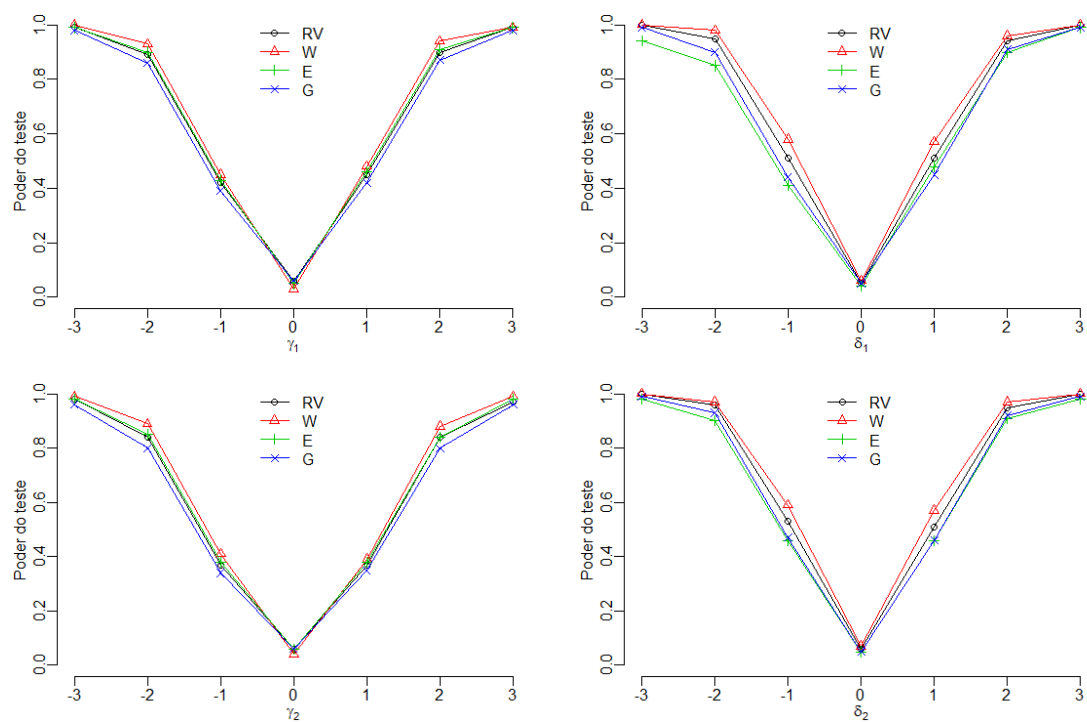


Figura 49 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_1 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (Cauchy) com $p = 50\%$.



Continua na próxima página

Figura 49 – Continuação da página anterior.

(c) $n = 50$ (d) $n = 100$

5.2 Aplicação a dados reais

5.2.1 *Caranguejos-ferradura fêmea e seus satélites*

Considerando os resultados obtidos até aqui, nesta seção considerou-se uma aplicação a dados reais bem conhecidos da etologia, em que o excesso de zeros e superdispersão requerem tratamento. Os dados utilizados correspondem a um estudo realizado por Brockmann (1996) com o objetivo de analisar o acasalamento do caranguejo-ferradura. Cada fêmea de caranguejo-ferradura no estudo tinha um caranguejo macho preso a ela em seu ninho. Além disso, caranguejos solteiros se aglomeram em torno desses casais de nidificação e competem com os machos em anexo por fertilizações. Esses são chamados machos satélites, que formam grandes grupos em torno de alguns casais enquanto ignoram os outros. A base de dados apresenta o número de caranguejos satélite de 173 carangueijos fêmea, a cor da carapaça da fêmea, sua condição espinhal, largura e peso.

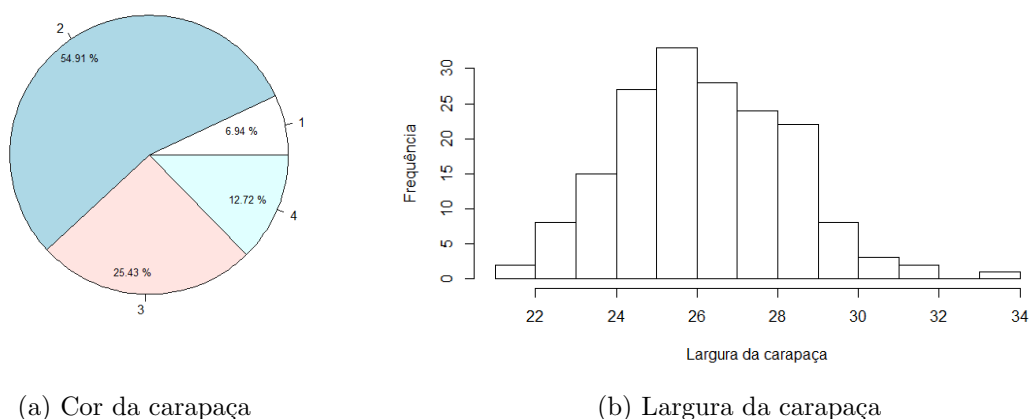
Em seu trabalho, Brockmann (1996) investigou-se fatores que afetam se o caranguejo fêmea tinha outros machos, os chamados satélites, residindo perto dela e mostra que as propriedades das fêmeas, como por exemplo, fêmeas maiores e que estão em melhores condições, atraem mais satélites.

Posteriormente, os dados foram analisados por Agresti (2013) modelando o número de satélites através dos modelos de regressão Poisson e Binomial Negativo. Mais recentemente, Kleiber e Zeileis (2016) estenderam a análise de Agresti (2013) usando os modelos Poisson, Binomial Negativo, *Hurdle* Poisson-Binomial e *Hurdle* Binomial Negativa-Binomial, com função de ligação logaritmica na parte de contagens positivas e logito na parte binária. Os autores comparam os desempenhos relativos dos quatro modelos empregando o critério de informação bayesiano (BIC) e fornecem os prós e contras dos ajustes dos modelos através do gráfico rootograma. Em seu trabalho, Kleiber e Zeileis (2016) sugerem que o modelo *Hurdle* Binomial Negativo - Binomial se encaixa melhor no ajuste dos dados.

Complementando a análise de Kleiber e Zeileis (2016), neste trabalho, considerou-se o ajuste do modelo *Hurdle* Binomial Negativo - Binomial utilizando as funções de ligação logito, probito, complemento log-log e Cauchy na parte binária do modelo afim de verificar o modelo com melhor ajuste e posteriormente realizar os testes de hipóteses apresentados no Capítulo 4.

Para este trabalho foram consideradas as seguintes variáveis: número de caranguejos satélites (S_a), a cor da carapaça da fêmea (C) que apresenta uma codificação numérica em que 1 representa a cor bem claro, 2 representa a cor claro, 3 representa a cor meio escuro e 4 representa escuro e a largura da carapaça (W), dada em centímetros. O interesse recai em modelar o número de caranguejos satélites. Inicialmente, com o objetivo da visualização das características das variáveis preditoras de forma simples, é apresentado o gráfico de setores das variável cor da carapaça do caranguejo fêmea e o histograma das variável largura da carapaça na Figura 50.

Figura 50 – Gráfico de setores das variáveis cor da carapaça do caranguejo fêmea e histograma das variável largura da carapaça.



A distribuição do número de caranguejos satélites preso a carapaça dos caranguejos fêmea é apresentada na Figura 51 com o histograma das frequências de contagem observadas. Neste gráfico observa-se um número elevado de observações zero, precisamente 62 fêmeas caranguejos não apresentaram carangueijos satélites, representando aproximadamente 36% das observações.

Em seguida, apresenta-se na Figura 52 o correlograma para verificar a correlação das variáveis em estudo.

Figura 51 – Distribuição de frequência do número de caranguejos satélite.

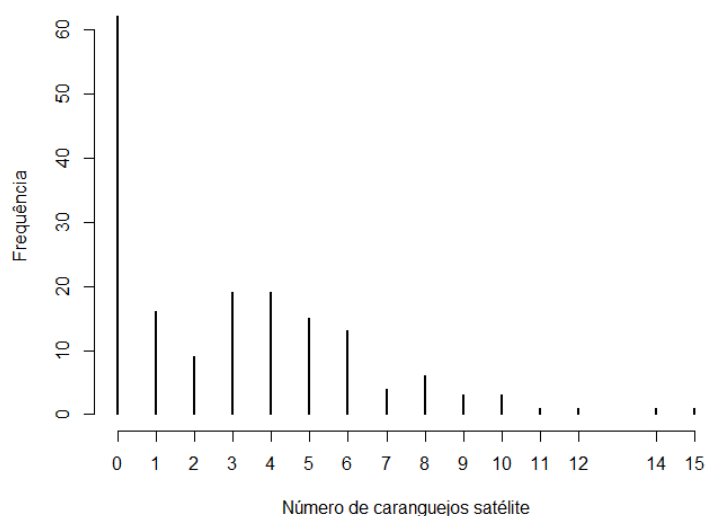
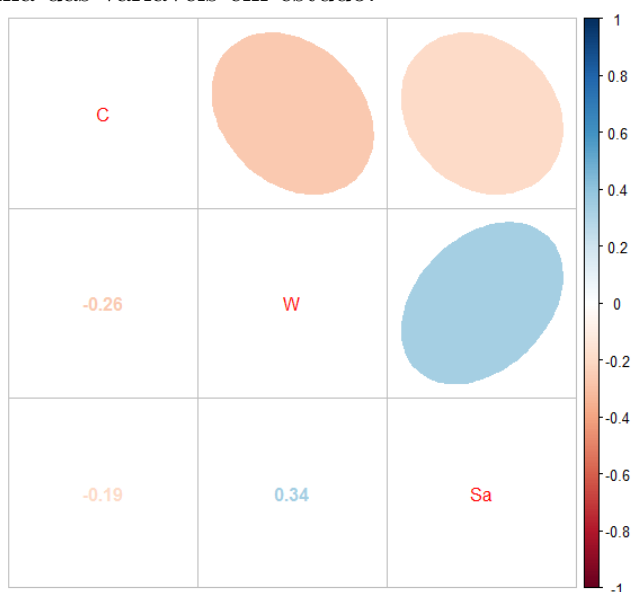


Figura 52 – Correlograma das variáveis em estudo.



Fundamentada no trabalho de Kleiber e Zeileis (2016) a modelagem do número de caranguejos satélites foi avaliada segundo o modelo *Hurdle* Binomial Negativa - Binomial com função de ligação logito, probito, complemento log-log e Cauchy na parte binária do modelo, sendo realizada uma análise de diagnóstico para verificar o modelo com melhor ajuste. Assim como no trabalho desses autores, a largura da carapaça do caranguejo fêmea e a codificação numérica da variável cor são usadas como regressores.

$$S_{ai} \sim HU(Bin(m_i, p_i), BN(1/\phi, 1/(1 + \phi\mu_i))), \quad (5.1)$$

$$\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} &= \gamma_0 + \gamma_1 C_i + \gamma_2 W_i, \\ \eta_{ci} &= \delta_0 + \delta_1 C_i + \delta_2 W_i, \end{cases} \quad (5.2)$$

em que, na parte de contagens positivas, $\eta_{ci} = \ln(\mu_i) = \delta_0 + \delta_1 C_i + \delta_2 W_i$ e na parte binária η_{zi} é dado conforme a função de ligação utilizada apresentada na Tabela 3.

A Tabela 44 apresenta as estimativas dos parâmetros (e erros padrão) dos quatro modelos ajustados.

Tabela 44 – Estimativas de coeficientes (e erros padrão) do ajuste do modelos *Hurdle* Binomial Negativo-Binomial para satélites de caranguejo.

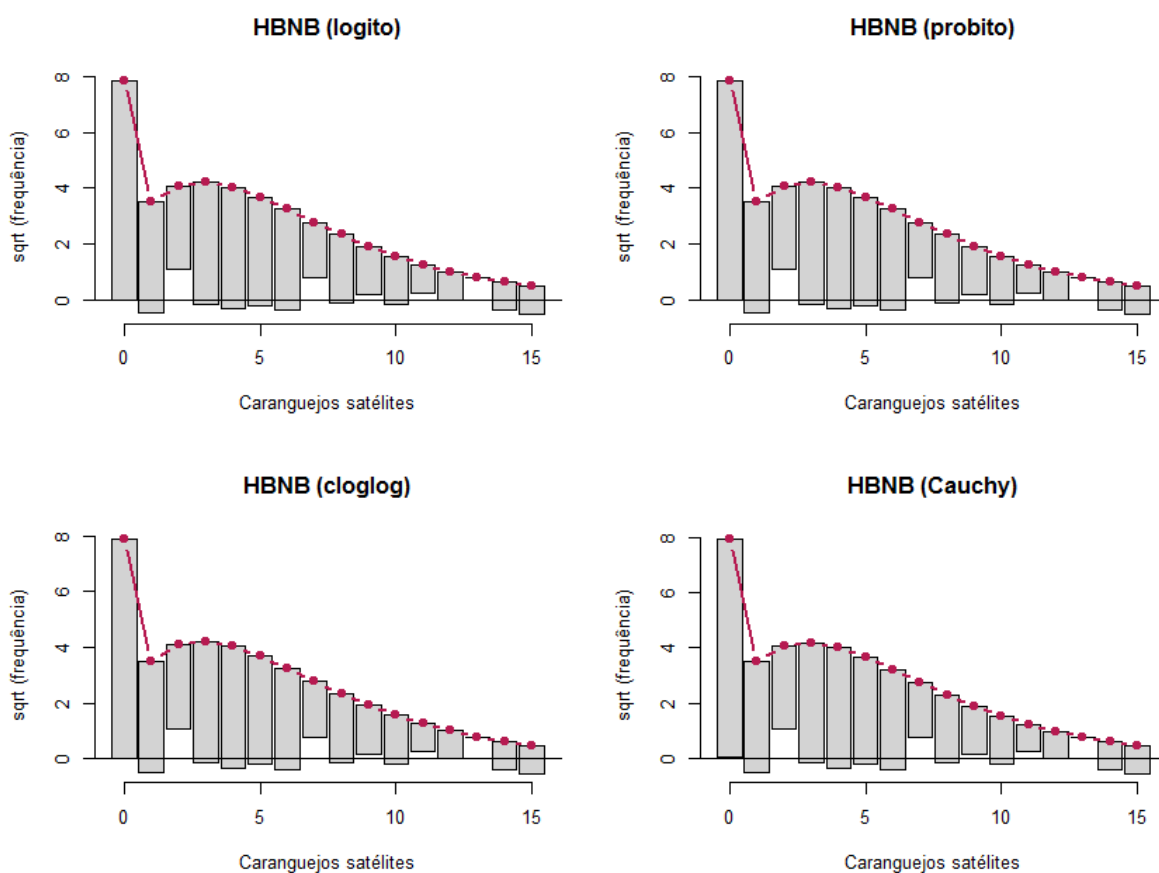
Parâmetros	<i>Hurdle</i> Binomial Negativo-Binomial			
	logito	probito	cloglog	Cauchy
γ_0	-10,07 (2,81)	-6,10 (1,65)	-6,79 (1,75)	-9,63 (3,18)
γ_1	-0,51 (0,22)	-0,29 (0,13)	-0,27 (0,14)	-0,62 (0,26)
γ_2	0,46 (0,10)	0,28 (0,06)	0,28 (0,06)	0,45 (0,13)
δ_0	0,43 (0,94)	0,43 (0,94)	0,43 (0,94)	0,43 (0,94)
δ_1	0,01 (0,09)	0,01 (0,09)	0,01 (0,09)	0,01 (0,09)
δ_2	0,04 (0,03)	0,04 (0,03)	0,04 (0,03)	0,04 (0,03)
ϕ	1,53 (0,35)	1,53 (0,35)	1,53 (0,35)	1,53 (0,35)
Logaritmo da verossimilhança	-350,4	-350,3	-350,4	-350,7
AIC	714,73	714,68	714,85	715,33
BIC	736,80	736,75	736,93	737,40

Comparando o desempenho dos quatro modelos utilizando o critério de Informação Bayesiano (BIC), os resultados sugerem que o modelo utilizando a função de ligação probito na parte binária se encaixa melhor.

A Figura 53 fornece o rootograma dos quatro modelos ajustados, em que as barras que pendem da curva representam a diferença entre as contagens observadas e as previsíveis.

A linha 0 do rootograma revela claramente onde o modelo está mais ou menos adequado. Na Figura 53 visualiza-se facilmente que os quatro modelos apresentaram um

Figura 53 – Rootograma dos modelos HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy .

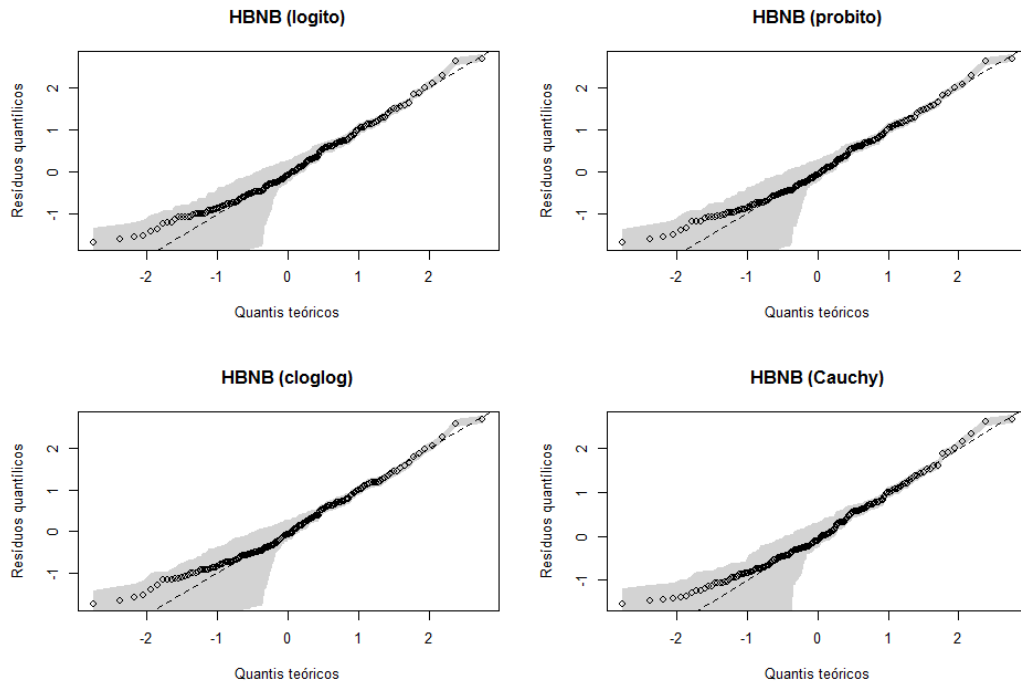


ajuste perfeito para as contagens zero em todas as funções de ligação consideradas, já nas contagens positivas, em geral, apresentaram desvios pequenos entre as frequências observadas e esperadas, mostrando que todos os modelos se ajustaram bem aos dados, dado que nesta parte do modelo o ajuste é o mesmo.

Fazendo uma análise mais tradicional, nas Figuras 54, 55 e 56 são apresentados, respectivamente, os gráficos quantil-quantil dos resíduos em relação aos quantis teóricos da normal padrão, os gráficos de dispersão dos resíduos contra valores ajustados e os gráficos de barras das frequências observadas e esperadas.

Nos gráficos dos quantis da Figura 54 a área cinza representa a faixa do quantil de 0,05 a 0,95 e sugerem que todos os modelos se ajustam bem aos dados. Os gráficos da Figura 56 apresentam as frequências observadas e esperadas, entretanto seus desvios não estão alinhados como no rootograma, o que dificulta sua visualização. Nos gráficos da Figura 55 visualiza-se um comportamento semelhante nos quatro modelos e também indicam que os modelos com ligação probito, complemento log-log e Cauchy possuem um

Figura 54 – Gráfico quantil-quantil do modelo ajustado (5.1).



ajuste tão bom quanto o modelo com ligação logito, sugerido no trabalho de Kleiber e Zeileis (2016).

Baseado no BIC dos quatro modelos e nos gráficos apresentados, o modelo *Hurdle* Binomial Negativo - Binomial (probito) apresentou o melhor ajuste. Assim, os testes de hipóteses estudados neste trabalho, a saber: razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente foram aplicados sobre os coeficientes estimados por esse modelo. Os testes foram realizados para as hipóteses $\mathcal{H}_0 : \gamma_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \gamma_2 = 0$ na parte binária do modelo e na parte de contagens positivas, para as hipóteses $\mathcal{H}_0 : \delta_1 = 0$, $\mathcal{H}_0 : \delta_2 = 0$, contra uma alternativa bilateral.

Os testes foram realizados considerando o nível de significância de 0,05. Na Tabela 45 são apresentados os valores das estatísticas dos testes realizados e o valor p (entre parênteses) .

Tabela 45 – Estatísticas dos testes de hipóteses (valor p) para as estimativas dos parâmetros no ajuste do modelo *Hurdle* Binomial Negativo - Binomial (probito).

Parâmetros	RV	Wald	Escore	Gradiente
γ_1	12,33 (<0,00)	11,80 (<0,00)	12,41 (<0,00)	12,51 (<0,00)
γ_2	24,36 (<0,00)	21,76 (<0,00)	21,55 (<0,00)	26,02 (<0,00)
δ_1	0,01 (0,93)	0,01 (0,93)	0,01 (0,92)	0,01 (0,93)

δ_2	1,33 (0,25)	1,34 (0,25)	1,31 (0,25)	1,34 (0,25)
------------	-------------	-------------	-------------	-------------

Os resultados dos testes evidenciam que a largura e a cor da carapaça do caranguejo fêmea são significativas (marginalmente) na parte binária do modelo, isto é, afetam significativamente a probabilidade de ter quaisquer satélites. Notadamente, quanto maior a carapaça, mais a fêmea está propensa a ter satélites e quanto mais escura, menos propensa a ter satélites. Já na parte de contagens positivas, nem a largura e nem a cor da carapaça são significativas, ou seja, dado que existe pelo menos um satélite, estas variáveis não afetam significativamente (individualmente) o número de satélites. Assim, a modelagem do número de caranguejos satélites foi avaliada omitindo as variáveis largura e cor da carapaça na parte de contagens positivas do modelo, conforme mostrado na Tabela 46.

Tabela 46 – Estimativas de coeficientes (e erros padrão) do ajuste do modelo simplificado

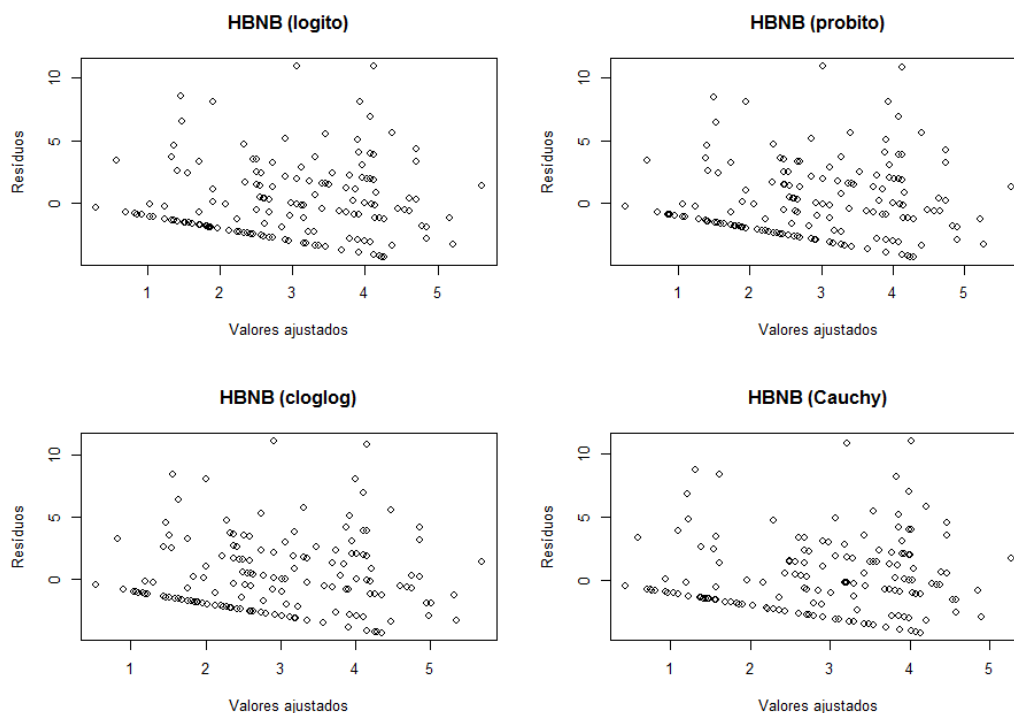
Hurdle Binomial Negativo-Binomial (probito) para satélites de caranguejo.

Parâmetros	<i>Hurdle</i> Binomial Negativo-Binomial (probito)
γ_0	-6,10 (1,65)
γ_1	-0,29 (0,13)
γ_2	0,28 (0,06)
δ_0	1,47 (0,077)
ϕ	1,50 (0,35)
Logaritmo da verossimilhança	-351
AIC	712,02
BIC	727,78

Os resultados do modelo *Hurdle* Binomial Negativo-Binomial (probito) com a omissão das variáveis largura e cor da carapaça na parte de contagens positivas melhora o ajuste em termos de AIC e BIC. O rootograma do modelo simplificado é semelhante ao modelo completo, conforme mostrado na Figura 57.

Em seu trabalho, Kleiber e Zeileis (2016) comentam que a função de ligação identidade (em vez de logarítmica) ou uma especificação de inflação zero (em vez de obstáculo) poderiam ser empregados, mas são omitidos por compacidade. Ambos levam a *insights* qualitativamente idênticos e padrões semelhantes nos rootogramas, enquanto

Figura 55 – Gráficos de dispersão dos resíduos contra valores ajustados dos modelos HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy.



nenhum leva a melhorias sobre o modelo de *Hurdle* Binomial Negativa - Binomial (logito). Nesta análise, foi considerada a função de ligação logarítmica na parte de contagens positivas, assim como no trabalho de Kleiber e Zeileis (2016), entretanto, na parte binária foram consideradas as funções de ligação probito, logito, complemento log-log e Cauchy, que também apresentam padrões semelhantes nos rootogramas e em comparação ao trabalho de Kleiber e Zeileis (2016) percebe-se um leve melhoria em termos de AIC e BIC quando se considera a função de ligação probito na parte binária.

Figura 56 – Gráficos de barras das frequências observadas e esperadas dos modelos HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy.

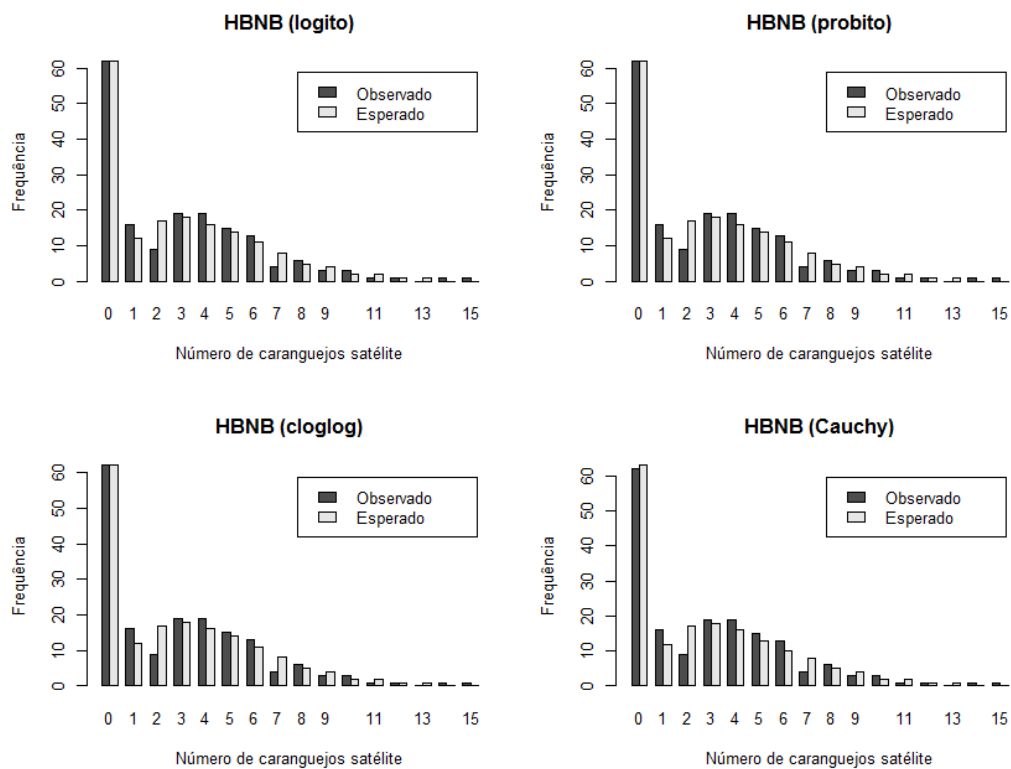
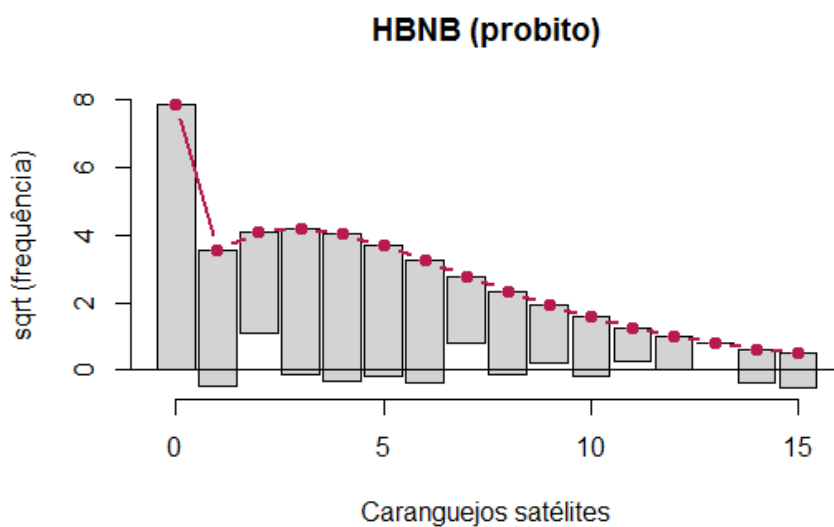


Figura 57 – Rootograma do modelo simplificado HBNB (probito).



5.2.2 *Visitas ao consultório médico*

Fornecemos um exemplo adicional, com a finalidade de apresentar um conjunto maior de dados. O banco de dados NMES disponível no pacote **AER** do software **R** se refere ao número de visitas ao consultório médico. O conjunto usado para análise foi apresentado anteriormente para ilustração da inadequação do ajuste dos modelos Poisson e Binomial Negativo em situação de excesso de zeros e superdispersão na Seção 2.1. Diante da inadequação destes modelos, será considerado o ajuste através dos modelos *Hurdle*.

Usando os modelos propostos neste trabalho, na parte de contagens será considerada as distribuições Poisson e Binomial Negativa com função de ligação logaritmica e na parte dos valores nulos será considerada a distribuição Binomial com as funções de ligação logito, probito, complemento log-log e Cauchy. Assim, fez-se o ajuste dos modelos HPB (logito), HPB (probit), HPB (cloglog), HPB (Cauchy), HB NB (logito), HB NB (probit), HB NB (cloglog) e HB NB (Cauchy) para averiguar qual o melhor entre eles.

$$Y_i \sim HU(f_{zi}, f_{ci}), \quad (5.3)$$

$$\eta_i = \begin{cases} \eta_{zi} &= \gamma_0 + \gamma_1 x_{1i} + \gamma_2 x_{2i} + \gamma_3 x_{3i} + \gamma_4 x_{4i} + \gamma_5 x_{5i}, \\ \eta_{ci} &= \delta_0 + \delta_1 x_{1i} + \delta_2 x_{2i} + \delta_3 x_{3i} + \delta_4 x_{4i} + \delta_5 x_{5i}, \end{cases} \quad (5.4)$$

em que f_{zi} é a função distribuição utilizada na parte binária (Binomial), f_{ci} representa a distribuição da parte de contagens positivas (Poisson e Binomial Negativa), na parte de contagens positivas, $\eta_{ci} = \ln(\mu_i) = \delta_0 + \delta_1 x_{1i} + \delta_2 x_{2i} + \delta_3 x_{3i} + \delta_4 x_{4i} + \delta_5 x_{5i}$ e na parte binária η_{zi} é dado conforme a função de ligação utilizada apresentada na Tabela 3. A Tabela 47 apresenta as estimativas e os erros padrão dos modelos ajustados.

Tabela 47 – Estimativas de coeficientes (e erros padrão) do ajuste do modelos.

Modelo <i>Hurdle</i> Poisson-Binomial(.)				
Parâmetros	logito	probit	cloglog	Cauchy
γ_0	0,02 (0,14)	0,10 (0,08)	-0,12 (0,07)	-0,46 (0,18)
γ_1	0,32 (0,09)	0,13 (0,04)	0,06 (0,03)	0,91 (0,29)
γ_2	0,55 (0,04)	0,27 (0,02)	0,20 (0,02)	1,07 (0,10)
γ_3	-0,42 (0,09)	-0,23 (0,05)	-0,18 (0,04)	-0,52 (0,13)
γ_4	0,06 (0,01)	0,03 (0,01)	0,03 (0,01)	0,08 (0,02)
γ_5	0,75 (0,10)	0,43 (0,06)	0,37 (0,05)	0,85 (0,13)
δ_0	1,44 (0,02)	1,44 (0,02)	1,44 (0,02)	1,44 (0,02)
δ_1	0,17 (0,01)	0,17 (0,01)	0,17 (0,01)	0,17 (0,01)
δ_2	0,13 (0,00)	0,13 (0,00)	0,13 (0,00)	0,13 (0,00)
δ_3	-0,07 (0,01)	-0,07 (0,01)	-0,07 (0,01)	-0,07 (0,01)

δ_4	0,01 (0,00)	0,01 (0,00)	0,01 (0,00)	0,01 (0,00)
δ_5	0,06 (0,02)	0,06 (0,02)	0,06 (0,02)	0,06 (0,02)
AIC	32611,79	32627,10	32648,64	32603,58
BIC	32688,48	32703,78	32725,32	32680,27
Modelo <i>Hurdle</i> Binomial Negativa-Binomial(.)				
Parâmetros	logito	probito	cloglog	Cauchy
γ_0	0,02 (0,14)	0,10 (0,08)	-0,12 (0,07)	-0,46 (0,18)
γ_1	0,32 (0,09)	0,13 (0,04)	0,06 (0,03)	0,91 (0,29)
γ_2	0,55 (0,04)	0,27 (0,02)	0,20 (0,02)	1,07 (0,10)
γ_3	-0,42 (0,09)	-0,23 (0,05)	-0,18 (0,04)	-0,52 (0,13)
γ_4	0,06 (0,01)	0,03 (0,01)	0,03 (0,01)	0,08 (0,02)
γ_5	0,75 (0,10)	0,43 (0,06)	0,37 (0,05)	0,85 (0,13)
δ_0	1,26 (0,06)	1,26 (0,06)	1,26 (0,06)	1,26 (0,06)
δ_1	0,24 (0,02)	0,24 (0,02)	0,24 (0,02)	0,24 (0,02)
δ_2	0,15 (0,01)	0,15 (0,01)	0,15 (0,01)	0,15 (0,01)
δ_3	-0,08 (0,03)	-0,08 (0,03)	-0,08 (0,03)	-0,08 (0,03)
δ_4	0,01 (0,00)	0,01 (0,00)	0,01 (0,00)	0,01 (0,00)
δ_5	0,06 (0,04)	0,06 (0,04)	0,06 (0,04)	0,06 (0,04)
ϕ	0,30 (0,04)	0,30 (0,04)	0,30 (0,04)	0,30 (0,04)
AIC	24277,81	24293,11	24314,65	24269,59
BIC	24360,88	24376,19	24397,73	24352,67

Comparando o desempenho dos oito modelos utilizando os critérios AIC e BIC, os resultados sugerem que o modelo *Hurdle* Binomial Negativa-Binomial (Cauchy) se encaixa melhor.

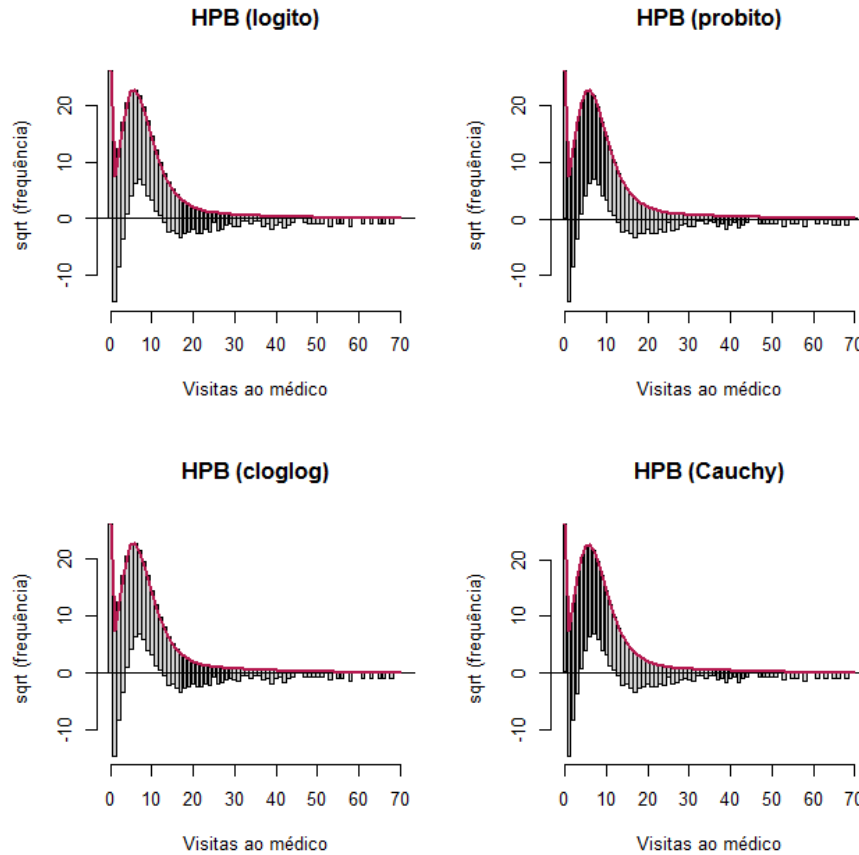
A Figura 58 fornece o rootograma dos modelos HPB logito, probito, complemento log-log e Cauchy e a figura 59 fornece o rootograma dos modelos HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy, em que as barras que pendem da curva representam a diferença entre as contagens observadas e as esperadas.

Nas figuras 58 e 59 visualiza-se claramente que utilizar a distribuição Binomial Negativa na parte de contagens positivas resulta em desvios de frequência observada e esperada menores do que utilizar a distribuição Poisson nesta parte do modelo. Já na parte binária, em relação aos valores nulos, observa-se que todas as funções de ligação nesta parte do modelo resultam em um bom ajuste.

A Figura 60 fornece o gráfico quantil-quantil dos modelos ajustados HPB logito, probito, complemento log-log e Cauchy e a figura 61 fornece o gráfico quantil-quantil dos modelos ajustados HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy, em que a área cinza representa a faixa do quantil de 0,05 e 0,95.

Nos gráficos quantil das figuras 60 e 61, sugere que todos os modelos se ajustam

Figura 58 – Rootograma dos modelos HPB logito, probito, complemento log-log e Cauchy.



bem aos dados. Assim, baseado no BIC nos gráficos apresentados, o modelo *Hurdle* Binomial Negativo - Binomial (Cauchy) apresentou o melhor ajuste.

Considerando o modelo com melhor ajuste HBNB (Cauchy) e os resultados obtidos nas simulações realizadas neste trabalho para este modelo, os testes razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente apresentam comportamento equivalente. Os testes foram realizados para as hipóteses: $H_0 : \gamma_1 = 0$, $H_0 : \gamma_2 = 0$, $H_0 : \gamma_3 = 0$, $H_0 : \gamma_4 = 0$, $H_0 : \gamma_5 = 0$ na parte binária do modelo e na parte de contagens positivas, para as hipóteses: $H_0 : \delta_1 = 0$, $H_0 : \delta_2 = 0$, $H_0 : \delta_3 = 0$, $H_0 : \delta_4 = 0$, $H_0 : \delta_5 = 0$. Os resultados das estatísticas dos testes e valor p são apresentados na Tabela 48.

Tabela 48 – Estatísticas dos testes de hipóteses (valor p) para as estimativas dos parâmetros no ajuste do modelo *Hurdle* Binomial Negativo - Binomial (Cauchy).

Parâmetros	RV	Wald	Escore	Gradiente
γ_1	15,86 (<0,00)	27,52 (<0,00)	31,07 (<0,00)	94,36 (<0,00)
γ_2	128,77 (<0,00)	244,26 (<0,00)	156,78 (<0,00)	242,73 (<0,00)
γ_3	25,16 (<0,00)	16,05 (<0,00)	15,23 (<0,00)	15,22 (<0,00)

γ_4	57,90 (<0,00)	57,79 (<0,00)	57,26 (<0,00)	54,42 (<0,00)
γ_5	64,79 (<0,00)	47,65 (<0,00)	35,32 (<0,00)	34,85 (<0,00)
δ_1	197,67 (<0,00)	166,56 (<0,00)	289,30 (<0,00)	230,73 (<0,00)
δ_2	151,43 (<0,00)	148,28 (<0,00)	169,12 (<0,00)	159,79 (<0,00)
δ_3	4,29 (0,04)	4,31 (0,04)	4,26 (0,04)	4,29 (0,04)
δ_4	15,61 (<0,00)	15,72 (<0,00)	16,16 (<0,00)	15,63 (<0,00)
δ_5	2,21 (0,14)	2,22 (0,14)	2,14 (0,14)	2,20 (0,14)

Os resultados dos testes evidenciam que o número de internações hospitalares, o número de condições crônicas, o gênero, o número de anos de educação e o indicador de seguro privado são marginalmente significativas na parte binária do modelo, isto é, afetam significativamente o fato de visitar o consultório médico. Notadamente, quanto maior o número de internações, condições crônicas e menor os anos de educação, mais o indivíduo está propenso a visitar o consultório médico. Já na parte de contagens positivas, apenas o indicador de seguro privado não é significativo, ou seja, dado que houve pelo menos uma visita ao consultório, o número de internações hospitalares, de condições crônicas, o gênero e o número de anos de educação afetam significativamente (individualmente) o número de visitas ao consultório.

Considerando os resultados obtidos, a modelagem do número de visitas ao consultório médico foi modelada omitindo a variável indicador do seguro privado na parte de contagens positivas do modelo. As estimativas obtidas no ajuste desse modelo simplificado são apresentadas na Tabela 49.

Tabela 49 – Estimativas dos parâmetros (erro padrão) do ajuste do modelo *Hurdle* Binomial Negativo - Binomial (Cauchy).

Fonte de variação	Parte binária	Parte de contagens positivas
Intercepto	-0,46 (0,18)	1,29 (0,06)
Internações hospitalares	0,91 (0,29)	0,24 (0,02)
Condições crônicas	1,07 (0,10)	0,15 (0,01)
Anos de educação	-0,52 (0,13)	-0,08 (0,03)
Gênero	0,08 (0,02)	0,02 (0,00)
Seguro privado	0,85 (0,13)	
AIC	24269,80	

BIC		24346,48
-----	--	----------

Os resultados do modelo *Hurdle* Binomial Negativa - Binomial (Cauchy) com a omissão da variável indicador de seguro privado na parte de contagens positivas, melhoram o ajuste em termo de BIC e o rootograma deste modelo simplificado é semelhante ao do modelo completo, conforme mostrado na Figura 62.

Figura 59 – Rootograma dos modelos HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy.

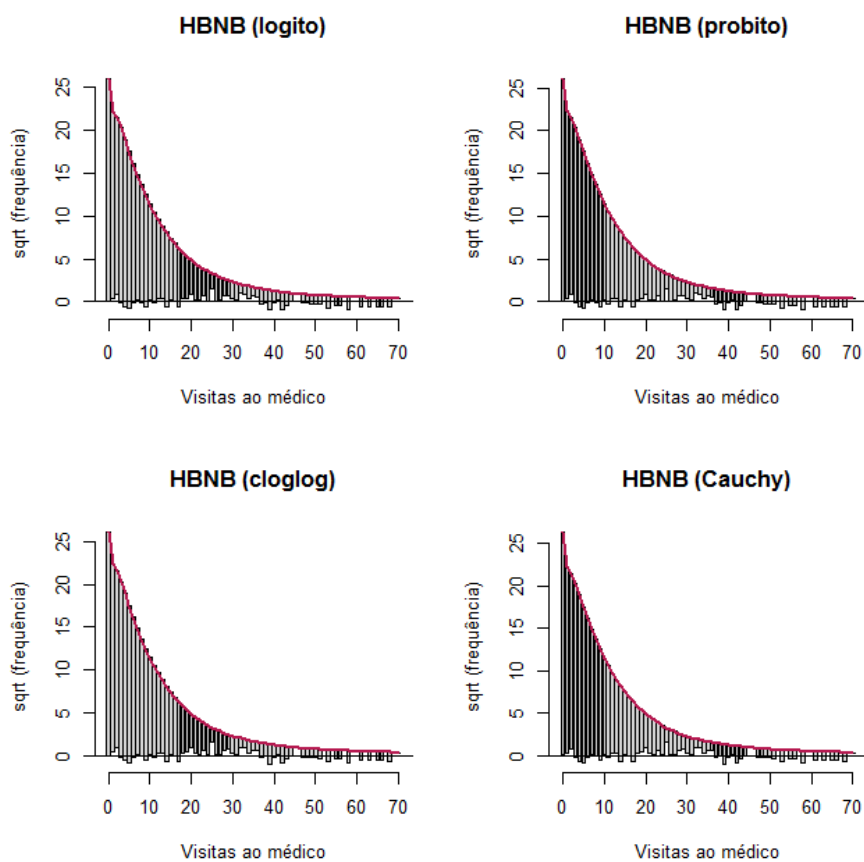


Figura 60 – Gráfico quantil-quantil dos modelos ajustados HPB logito, probito, complemento log-log e Cauchy .

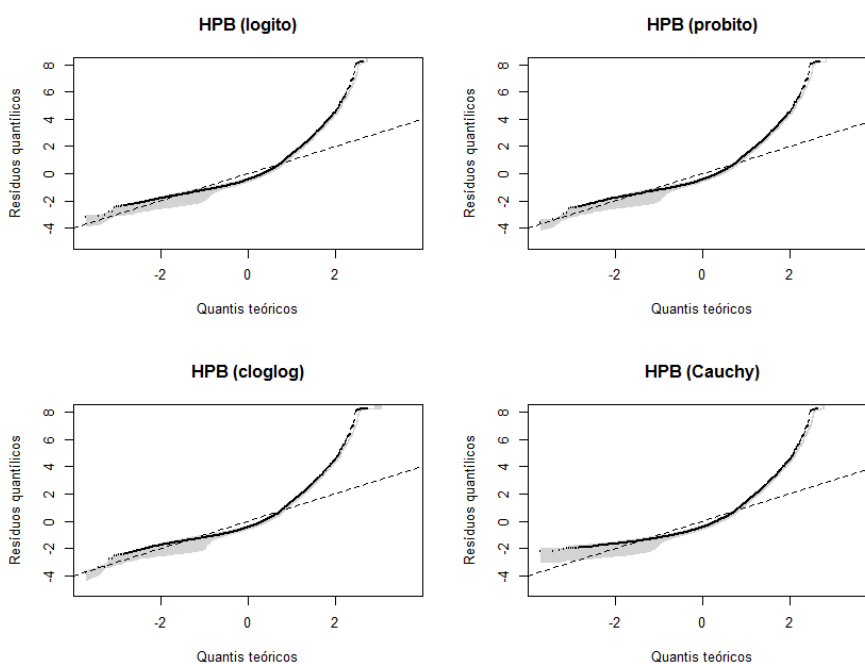


Figura 61 – Gráfico quantil-quantil dos modelos ajustados HBNB logito, probito, complemento log-log e Cauchy .

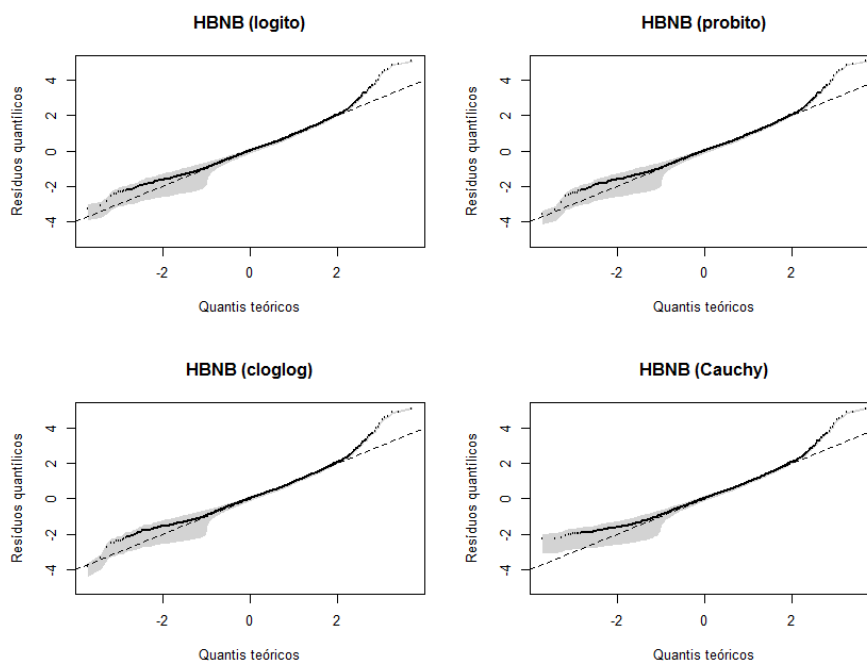
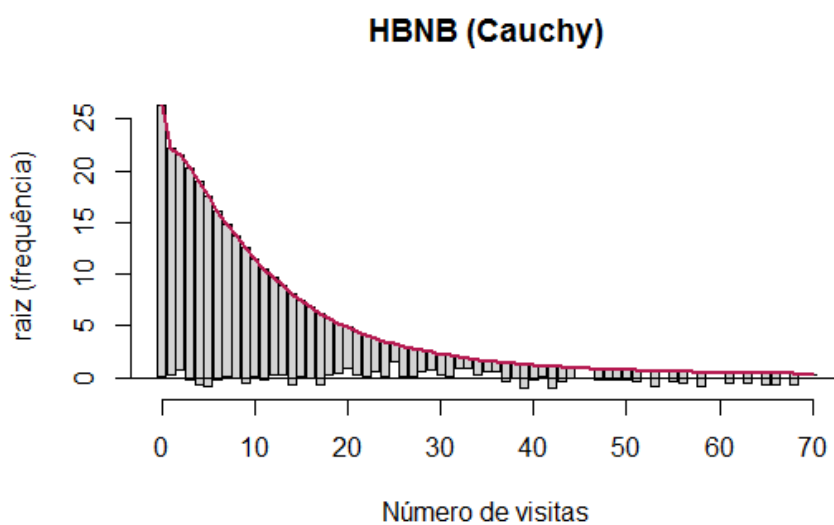


Figura 62 – Rootograma do modelo simplificado HBNB (Cauchy).



6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

6.1 Conclusão

Os modelos *Hurdle* são modelos de mistura indicados para modelagem de dados oriundos de contagem que apresentam excesso de zeros e superdispersão. Esses modelos consideram que os zeros e as contagens positivas tem um processo gerador diferente, assim são considerados modelos de duas partes. Os modelos mais utilizados são os modelos *Hurdle* Poisson - Binomial e *Hurdle* Binomial Negativa - Binomial, que utilizam a distribuição Binomial para modelagem da proporção de zeros e o modelo Poisson e Binomial Negativo para modelar as contagens positivas, respectivamente. No presente trabalho foram considerados estes dois modelos sendo apresentadas as suas propriedades e procedimentos inferenciais.

Os testes de hipóteses da razão de verossimilhanças generalizada, Wald, Escore e Gradiente, comumente utilizados para testar os coeficientes estimados decorrentes do ajuste dos modelos, foram descritos neste trabalho e foram apresentadas as expressões das estatísticas desses quatro testes para os modelos *Hurdle* nos casos particulares mencionados.

Como contribuição a literatura, foram considerados os quatro testes de hipóteses em um estudo de simulação dos modelos *Hurdle* Poisson - Binomial e *Hurdle* Binomial Negativa - Binomial, com função de ligação logito, probito, complemento log-log e Cauchy na parte binária. Foram considerados cenários com tamanhos de amostra fixo e diferentes proporções de zero na amostra. Os resultados das simulações evidenciaram que, em amostras pequenas, os testes da razão de verossimilhanças generalizada e Gradiente tendem a apresentar valores maiores que os níveis nominais fixados, o teste Wald tende a apresentar valores menores que os níveis nominais fixados e o teste Escore, em alguns modelos tende a apresentar valores menores que os níveis nominais fixados e em outros, tende a apresentar valores maiores. Em geral, todos os testes tendem a se aproximar do nível nominal fixado a medida que o tamanho da amostra aumenta. Em relação ao poder, os quatro apresentam comportamento equivalente em todos os cenários, o que corrobora para a utilização da estatística gradiente frente as demais, pela sua simplicidade de obtenção.

6.2 Trabalhos futuros

Nas simulações realizadas neste trabalho foram considerados os modelos *Hurdle* com a distribuição Binomial na parte binária e Poisson e Binomial Negativa na parte de contagens positivas, entretanto, há outras distribuições que podem ser utilizadas nas duas partes do modelo.

Em estudos futuros pode-se propor correções de testes de hipóteses nos referidos modelos.

Outro trabalho que pode ser desenvolvido é considerar a modelagem de medidas repetidas de dados de contagem com zero. Isto é, além do problema de excesso de zeros, a correlação entre as medidas sobre o mesmo assunto em diferentes ocasiões precisa ser levada em conta.

Espera-se que os resultados apresentados neste trabalho contribua significativamente em pesquisas e que outros trabalhos sejam desenvolvidos partir dos resultados apresentados aqui.

REFERÊNCIAS

- AGRESTI, A. **Categorical data analysis**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013.
- BROCKMANN, H. J. Satellite male groups in horseshoe crabs, *limulus polyphemus*. **Ethology**, Wiley Online Library, v. 102, n. 1, p. 1–21, 1996.
- CANTERLE, D. R.; BAYER, F. M. Testes de especificação para a função de ligação em modelos lineares generalizados para dados binários. **Ciência e Natura**, Universidade Federal de Santa Maria-Centro de Ciências Naturais e Exatas, v. 37, n. 1, p. 1, 2015.
- CARDOSO, G. **Modelos para previsão de acidentes de trânsito em vias arteriais urbanas**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.
- CARNEIRO, H. P. d. A. **Testes de hipóteses em modelos de sobrevivência com Fração de cura**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2012.
- CHAPPELL, W. F.; KIMENYI, M. S.; MAYER, W. J. A poisson probability model of entry and market structure with an application to us industries during 1972-77. **Southern Economic Journal**, JSTOR, p. 918–927, 1990.
- COSTA, J. V.; SILVEIRA, L. V. d. A.; DONALÍSIO, M. R. Análise espacial de dados de contagem com excesso de zeros aplicado ao estudo da incidência de dengue em campinas, são paulo, brasil. **Cadernos de Saúde Pública**, SciELO Public Health, v. 32, p. e00036915, 2016.
- COX, D. R.; REID, N. Parameter orthogonality and approximate conditional inference. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, JSTOR, p. 1–39, 1987.
- CRAGG, J. G. Some statistical models for limited dependent variables with application to the demand for durable goods. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 829–844, 1971.
- DEB, P.; TRIVEDI, P. K. Demand for medical care by the elderly: a finite mixture approach. **Journal of applied Econometrics**, JSTOR, p. 313–336, 1997.
- HILBE, J. M. **Negative binomial regression**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011.
- HU, M.-C.; PAVLICOVA, M.; NUNES, E. V. Zero-inflated and hurdle models of count data with extra zeros: examples from an hiv-risk reduction intervention trial. **The American journal of drug and alcohol abuse**, Taylor & Francis, v. 37, n. 5, p. 367–375, 2011.
- JOHNSON, N.; KOTZ, S. **Distributions in Statistics - Discrete Distributions**. [S.l.]: John Wiley and Sons, New York, 1969.
- JUSTUS, M.; KAHN, T.; KAWAMURA, H. Relationship between income and repeat criminal victimization in brazil. **Economia**, Elsevier, v. 16, n. 3, p. 295–309, 2015.

KLEIBER, C.; ZEILEIS, A. **Applied econometrics with R**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008.

KLEIBER, C.; ZEILEIS, A. Visualizing count data regressions using rootograms. **The American Statistician**, Taylor & Francis, v. 70, n. 3, p. 296–303, 2016.

LEMONTE, A. J. Local power of some tests in exponential family nonlinear models. **Journal of Statistical Planning and Inference**, Elsevier, v. 141, n. 5, p. 1981–1989, 2011.

LEMONTE, A. J. Local power properties of some asymptotic tests in symmetric linear regression models. **Journal of Statistical Planning and Inference**, Elsevier, v. 142, n. 5, p. 1178–1188, 2012.

LEMONTE, A. J. On the gradient statistic under model misspecification. **Statistics & Probability Letters**, Elsevier, v. 83, n. 1, p. 390–398, 2013.

LEMONTE, A. J. On local power properties of the lr, wald, score and gradient tests in nonlinear mixed-effects models. **Annals of the Institute of Statistical Mathematics**, Springer, v. 67, n. 5, p. 885–895, 2015.

LEMONTE, A. J.; FERRARI, S. L. Size and power properties of some tests in the birnbaum–saunders regression model. **Computational Statistics & Data Analysis**, Elsevier, v. 55, n. 2, p. 1109–1117, 2011.

LEMONTE, A. J.; FERRARI, S. L. The local power of the gradient test. **Annals of the Institute of Statistical Mathematics**, Springer, v. 64, n. 2, p. 373–381, 2012.

MUGGEO, V. M.; LOVISON, G. The “three plus one” likelihood-based test statistics: unified geometrical and graphical interpretations. **The American Statistician**, Taylor & Francis, v. 68, n. 4, p. 302–306, 2014.

MULLAHY, J. Specification and testing of some modified count data models. **Journal of econometrics**, Elsevier, v. 33, n. 3, p. 341–365, 1986.

NELDER, J. G.; WEDDERBURN, R. W. M. Generalized linear models. **Journal of Royal Statistical Society A**, v. 135, p. 370–384, 1972.

NEYMAN, J.; PEARSON, E. Note on some points in “student’s” paper on “comparison between balanced and random arrangements of field plots”. **Biometrika**, JSTOR, v. 29, n. 3/4, p. 379–388, 1938.

PACE, L.; SALVAN, A. **Principles of statistical inference from a neo-Fisherian perspective**. [S.l.]: World Scientific Publishing Company, 1997. v. 4.

RAO, C. R. Large sample tests of statistical hypotheses concerning several parameters with applications to problems of estimation. **Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**, Cambridge University Press, v. 44, n. 1, p. 50–57, 1948.

RAO, C. R. Score test: Historical review and recent developments. In: _____. **Advances in Ranking and Selection, Multiple Comparisons, and Reliability: Methodology and Applications**. Boston, MA: Birkhäuser Boston, 2005. p. 3–20.

ROSE, C. E.; MARTIN, S. W.; WANNEMUEHLER, K. A.; PLIKAYTIS, B. D. On the use of zero-inflated and hurdle models for modeling vaccine adverse event count data. **Journal of biopharmaceutical statistics**, Taylor & Francis, v. 16, n. 4, p. 463–481, 2006.

SHAO, J. **Mathematical Statistics**. New York: Springer, 2008.

SHAW, D. On-site samples' regression: Problems of non-negative integers, truncations and endogenous stratification. *journal of econometrics*. **Journal of Econometrics**, v. 37, p. 211–223, 1988.

TADANO, Y. de S.; UGAYA, C.; FRANCO, A. Método de regressão de poisson: metodologia para avaliação do impacto da poluição atmosférica na saúde populacional. **Ambiente & Sociedade**, SciELO Brasil, v. 12, n. 2, p. 241–255, 2009.

TEAM, R. C. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2017. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.

TERRELL, G. R. The gradient statistic. **Computing Science and Statistics**, v. 34, n. 34, p. 206–215, 2002.

TOBIN, J. Estimation of relationships for limited dependent variables. **Econometrica: journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 24–36, 1958.

URIBE, P. V. **Utilização dos modelos de contagem na estimação da demanda por consultas médicas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

VARGAS, T. M. **Estatística gradiente: teoria assintótica de alta ordem e correção tipo-Bartlett**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2013.

WALD, A. Tests of statistical hypotheses concerning several parameters when the number of observations is large. **Transactions of the American Mathematical society**, v. 54, n. 3, p. 426–482, 1943.

WILKS, S. S. The large-sample distribution of the likelihood ratio for testing composite hypotheses. **The Annals of Mathematical Statistics**, Institute of Mathematical Statistics, v. 9, n. 1, p. 60–62, 1938.

ZANIBONI, N.; MONTINI, A. Modelos de poisson inflada de zeros e binomial negativa inflada de zeros na previsão de sinistro de automóveis. **Revista Economia & Gestão**, v. 15, n. 41, p. 159–180, 2015.

ZEILEIS, A.; KLEIBE, C. **countreg: Count Data Regression**. [S.l.], 2017. Disponível em: <<http://R-Forge.R-project.org/projects/countreg/>>.

ZEILEIS, A.; KLEIBER, C.; JACKMAN, S. Regression models for count data in r. **Journal of statistical software**, Foundation for Open Access Statistics, v. 27, n. 8, p. 1–25, 2008.

ZEVIANI, W. M.; JR, E. E. R.; TACONELI, C. A. **Modelos de Regressão para Dados de Contagem com R**. 2016. Disponível em: <http://rbras2016.ufba.br/wp-content/uploads/2016/06/MC3_Zeviani_Ribeiro-Jr_Taconeli.pdf>. Acesso em: 13 ago. 2017.

APÊNDICE A – ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Na seção (A.1) é apresentado o programa R com os pacotes utilizados e funções `escore` e informação de Fisher para todos os modelo simulados. A seguir, na seção (A.2), é apresentado o programa R utilizado para os resultados da simulação do modelo HPB (logito) com uma covariável e na seção (A.3) com duas covariáveis, sendo análoga as programações para os demais cenários.

A.1 Pacotes, função `escore` e informação de Fisher

```
#Pacotes utilizados
require("stats4")
require("pscl") # hurdle
require("aster") #poisson truncado no zero
require("actuar") #binomial negativa truncada no zero
require("countreg") #regressão truncada
require("lmtest") # testes de Wald e Rv e Escore
require("MASS")
require("VGAM")
require("ocomposition")
require("ggplot2")

#Função escore e informação de Fisher do modelo Binomial
eta=function(x,beta){
  return(x%*%beta)
}

escore=function(lig, x, eta){
  if(lig=="logit"){
    p=exp(eta)/(1+exp(eta))
    media=exp(eta)/(1+exp(eta))
    w=1/(p*(1-p))
    g=p*(1-p)
    dg=diag(n)
    diag(dg)=g
    dw=diag(n)
    diag(dw)=w
    u=t(x)%*%dw%*%dg%*%(y_bin-media)
  }
  if(lig=="probit"){
    f=dnorm(eta)
    F= pnorm(eta)
    p=F
    media=p
    w= f^2/(F*(1-F))
  }
}
```

```

dw=diag(n)
diag(dw)=w
g=1/f
dg=diag(n)
diag(dg)=g
u=t(x)%*%dg%*%dw%*%(y_bin-media)
}
if(lig=="log"){
p=exp(eta)
media=p
w=exp(eta)/(1-exp(eta))
dw=diag(n)
diag(dw)=w
g=1/exp(eta)
dg=diag(n)
diag(dg)=g
u=t(x)%*%dg%*%dw%*%(y_bin-media);u
}
if(lig=="cauchit"){
p=atan(eta)/3.15+0.5
media=p
w=w=1/(3.15^2*(eta^2+1)^2*p*(1-p))
dw=diag(n)
diag(dw)=w
g=3.15*(eta^2+1)
dg=diag(n)
diag(dg)=g
u=t(x)%*%dg%*%dw%*%(y_bin-media)
}
if(lig=="cloglog"){
p=1-exp(-exp(eta))
media=p
w=(exp(eta))^2*exp(-exp(eta))/(1-exp(-exp(eta)))
dw=diag(n)
diag(dw)=w
g=1/exp(eta-exp(eta))
dg=diag(n)
diag(dg)=g
u=t(x)%*%dg%*%dw%*%(y_bin-media)
}
return(u)
}
fisher=function(lig, x, eta){
if(lig=="logit"){
p=exp(eta)/(1+exp(eta))
media=exp(eta)/(1+exp(eta))
w=1/(p*(1-p))

```

```

g=p*(1-p)
dg=diag(n)
diag(dg)=g
dw=diag(n)
diag(dw)=w
u=t(x)%*%dw%*%dg%*(y_bin-media)
k=t(x)%*%dg%*%x
}
if(lig=="probit"){
  f=dnorm(eta)
  F= pnorm(eta)
  p=F
  media=p
  w= f^2/(F*(1-F))
  dw=diag(n)
  diag(dw)=w
  g=1/f
  dg=diag(n)
  diag(dg)=g
  k=t(x)%*%dw%*%x
}
if(lig=="log"){
  p=exp(eta)
  media=p
  w=exp(eta)/(1-exp(eta))
  dw=diag(n)
  diag(dw)=w
  g=1/exp(eta)
  dg=diag(n)
  diag(dg)=g
  k=t(x)%*%dw%*%x
}
if(lig=="cauchit"){
  p=atan(eta)/3.15+0.5
  media=p
  w=1/(3.15^2*(eta^2+1)^2*p*(1-p))
  dw=diag(n)
  diag(dw)=w
  g=3.15*(eta^2+1)
  dg=diag(n)
  diag(dg)=g
  k=t(x)%*%dw%*%x
}
if(lig=="cloglog"){
  p=1-exp(-exp(eta))
  media=p
  w=(exp(eta))^2*exp(-exp(eta))/(1-exp(-exp(eta)))

```

```

    dw=diag(n)
    diag(dw)=w
    g=1/exp(eta-exp(eta))
    dg=diag(n)
    diag(dg)=g
    k=t(x)%*%dw%*%x
  }
  return(k)
}

#Função escore e informação de Fisher do modelo Binomial Negativo truncado no zero
escore_nb=function(x, eta, alpha){
  mu=exp(eta)
  media=mu/(1-(1+alpha*mu)^(-1/alpha))
  var=mu/(1-(1+alpha*mu)^(-1/alpha)) *
(1+alpha*mu - (mu*(1+alpha*mu)^(-1/alpha))/(1-(1+alpha*mu)^(-1/alpha)) )
  v=alpha * var
  dmudeta=exp(eta)/(1-(1+alpha*exp(eta))^(-1/alpha)) - (exp(2*eta)*
(1+alpha*exp(eta))^(-1/alpha-1))/((1-(1+alpha*exp(eta))^(-1/alpha))^2)
  detadmu=1/dmudeta
  g=detadmu
  dg=diag(n_count)
  diag(dg)=g
  w=1/v * dmudeta^2
  dw=diag(n_count)
  diag(dw)=w
  u=alpha*t(x)%*%dg%*%dw%*%(y_count-media)
  return(u)
}

fisher_nb=function(x,eta, alpha){
  mu=exp(eta)
  media=mu/(1-(1+alpha*mu)^(-1/alpha))
  var=mu/(1-(1+alpha*mu)^(-1/alpha)) *
(1+alpha*mu - (mu*(1+alpha*mu)^(-1/alpha))/(1-(1+alpha*mu)^(-1/alpha)) )
  v=alpha * var
  dmudeta=exp(eta)/(1-(1+alpha*exp(eta))^(-1/alpha)) - (exp(2*eta)*
(1+alpha*exp(eta))^(-1/alpha-1))/((1-(1+alpha*exp(eta))^(-1/alpha))^2)
  detadmu=1/dmudeta
  g=detadmu
  dg=diag(n_count)
  diag(dg)=g
  w=1/v * dmudeta^2
  dw=diag(n_count)
  diag(dw)=w
  k=alpha*t(x)%*%dw%*%x
  return(k)
}

```



```

#Função escore e informação de Fisher do modelo Poisson truncado no zero
escore_PT=function(x,eta){
  media=exp(eta)/(1-exp(-exp(eta)))
  u=t(x)%*(y_count-media)
  return(u)
}

fisher_PT=function(x,eta){
  media=exp(eta)/(1-exp(-exp(eta)))
  var= media/(1-exp(-media)) * (1- media*exp(-media)/(1-exp(-media)))
  dvar=diag(n_count)
  diag(dvar)=var
  k=t(x)%*dvar*x
  return(k)
}

#Logaritmo da verossimilhança do modelo Binomial
lr_binomial=function(lig, x , b){
  if(lig=="logit"){p=exp(x*b)/(1+exp(x*b))}
  if(lig=="probit"){p=pnorm(x*b)}
  if(lig=="cloglog"){p=1-exp(-exp(x*b))}
  if(lig=="cauchit"){p=atan(x*b)/3.15+0.5}
  l=-sum(dbinom(y_bin, 1, p, log=TRUE))
  return(l)
}

#Logaritmo da verossimilhança sob H_1 para o calculo do poder dos testes
lr_negbin_delta1 <- function(b, b_r=coef_poder[i]) {
  mu <- exp(b[1] + b_r*x1_count)
  theta <- b[2]
  -sum(dztnbinom(y_count, mu=mu, theta=theta, log = TRUE))
}

lr_negbin_delta2 <- function(b, b_r=coef_poder[i]) {
  mu <- exp(b[1] + b[2]*x1_count + b_r*x2_count)
  theta <- b[3]
  -sum(dztnbinom(y_count, mu=mu, theta=theta, log = TRUE))
}

lr_pos_delta1 <- function(b, b_r=coef_poder[i]) {
  mu <- exp(b[1] + b_r*x1_count)
  -sum(dztpois(y_count, lambda =mu, log = TRUE))
}

lr_pos_delta2 <- function(b, b_r=coef_poder[i]) {
  mu <- exp(b[1] + b[2]*x1_count + b_r*x2_count)
  -sum(dztpois(y_count, lambda =mu, log = TRUE))
}

lr_logit_gamma1 <- function(b, b_res=coef_poder[i]) {
  p <- exp(b[1] + b_res*x1)/(1+exp(b[1] + b_res*x1))
}

```

```

-sum(dbinom(y_bin, 1, p, log=TRUE))
}
lr_logit_gamma2 <- function(b, b_res=coef_poder[i]) {
  p <- exp(b[1] + b[2]*x1 + b_res*x2)/(1+exp(b[1] + b[2]*x1 + b_res*x2))
  -sum(dbinom(y_bin, 1, p, log=TRUE))
}
lr_probit_gamma1 <- function(b, b_res=coef_poder[i]) {
  p <- pnorm(b[1] + b_res*x1)
  -sum(dbinom(y_bin, 1, p, log=TRUE))
}
lr_probit_gamma2 <- function(b, b_res=coef_poder[i]) {
  p <- pnorm(b[1] + b[2]*x1 + b_res*x2)
  -sum(dbinom(y_bin, 1, p, log=TRUE))
}
lr_cloglog_gamma1 <- function(b, b_res=coef_poder[i]) {
  p <- 1-exp(-exp(b[1] + b_res*x1))
  -sum(dbinom(y_bin, 1, p, log=TRUE))
}
lr_cloglog_gamma2 <- function(b, b_res=coef_poder[i]) {
  p <- 1-exp(-exp(b[1] + b[2]*x1 + b_res*x2))
  -sum(dbinom(y_bin, 1, p, log=TRUE))
}
lr_cauchit_gamma1 <- function(b,b_res=coef_poder[i]) {
  p <- atan(b[1] + b_res*x1)/3.15 + 0.5
  -sum(dbinom(y_bin, 1, p, log=TRUE))
}
lr_cauchit_gamma2 <- function(b,b_res=coef_poder[i]) {
  p <- atan(b[1] + b[2]*x1 + b_res*x2)/3.15 + 0.5
  -sum(dbinom(y_bin, 1, p, log=TRUE))
}
}

```

A.2 Simulações com uma covariável

```
tempo=Sys.time() #contador de tempo
```

```
N=5000 #número de réplicas Monte Carlo
```

```
#Covariáveis fixas em todos os modelos oriundas da U(-0.5, 0.5) e N(0,1).
```

```
n=20
```

```
x1=c(-0.27 ,0.39,-0.16 ,0.25 ,0.48 ,0.04 ,0.13,-0.07,-0.32,-0.20 ,0.42 ,0.25,-0.39 ,0.21,
-0.46 ,0.28,0.49,-0.09,-0.48,-0.27)
```

```
x2=c(0.81,0.63,0.10,0.93,0.55,0.58,0.78,0.31,0.10,1.00,0.40,0.76,0.16,0.33,0.25,0.75,
0.22,0.54,0.46,0.99)
```

```
#n=30
```

```
#x1=c(-0.14 ,0.46 ,0.14,-0.25,-0.25,-0.38,-0.41,-0.50,-0.49,-0.49 ,0.24,-0.17,-0.41 ,0.47,
```

```
#0.46,-0.25,0.40 ,0.25 ,0.12,-0.10,-0.24 ,0.18,-0.42,-0.46 ,0.13 ,0.35 ,0.07 ,0.22,-0.04,-0.16)
```

```

#x2=c(0.31,0.86,0.83,0.90,0.27,0.84,0.80,0.25,0.94,0.23,0.87,0.07,0.93,0.09,0.29,0.58,
#0.32,0.30,0.36,0.08,0.74,0.00,0.08,0.79,0.82,0.97,0.42,0.58,0.69,0.04)
#n=50
#x1=c(0.05 ,0.19,-0.28 ,0.24 ,0.13,-0.14 ,0.40,-0.27,-0.20,-0.29 ,0.34 ,0.32 ,0.10 ,0.12 ,
#0.34,0.18,0.07,-0.26,-0.04 ,0.11 ,0.24,-0.01,-0.22,-0.34,-0.30,-0.29 ,0.00,-0.28 ,0.10,0.13,
#-0.01,0.22,0.10 ,0.01 ,0.20 ,0.41 ,0.45 ,0.20 ,0.12,-0.23,-0.06 ,0.18 ,0.09 ,0.47,-0.11,-0.09,
#-0.06,-0.15,0.25,-0.16)
#x2=c(0.70,0.69,0.89,0.09,0.01,0.61,0.93,0.02,0.11,0.73,0.45,0.63,0.72,0.50,0.05,0.51,0.38,
#0.11,0.68,0.70,0.52,0.47,0.51,0.81,0.22,1.00,0.75,0.50,0.31,0.48,0.61,0.60,0.71,0.64,0.74,0.41,
#0.48,0.44,0.96,0.76,0.89,0.59,0.93,0.15,0.37,0.97,0.05,0.79,0.77,0.14)
#n=100
#x1=c(0.46 ,0.16,-0.17,-0.25 ,0.15,-0.10 ,0.23 ,0.49 ,0.13,-0.50 ,0.31,-0.15 ,0.21,-0.48,
#0.26,-0.47,-0.05 ,0.07,-0.46 ,0.37 ,0.34 ,0.30,-0.35 ,0.21 ,0.10 ,0.36,-0.04 ,0.15,-0.08,-0.01,
#0.50,-0.44,0.02 ,0.44 ,0.43 ,0.36,-0.30 ,0.05,-0.45 ,0.15 ,0.09 ,0.32,-0.46 ,0.43 ,0.26,-0.12,
#0.49,-0.15,0.50,-0.30,-0.02,-0.02 ,0.37 ,0.33 ,0.31,-0.44 ,0.40,-0.35 ,0.20,-0.16,-0.05,-0.12,
#0.12 ,0.46,0.26,-0.09 ,0.01 ,0.26,-0.45 ,0.21 ,0.46 ,0.40 ,0.17 ,0.12,-0.14 ,0.27 ,0.01 ,0.41,
#-0.03,-0.13,0.14 ,0.26 ,0.34 ,0.20 ,0.33 ,0.44,-0.36,-0.40 ,0.08,-0.48,-0.34,-0.39 ,0.23,-0.31,
#0.18 ,0.48,0.06 ,0.46,-0.21 ,0.48)
#x2=c(0.75,0.16,0.38,0.90,0.72,0.87,0.30,0.91,0.56,0.20,0.86,0.93,0.52,0.03,0.90,0.06,
#0.69,0.18,0.22,0.00,0.26,0.26,0.26,0.11,0.99,0.64,0.87,0.42,0.55,0.86,0.77,0.49,0.39,0.28,
#0.81,0.67,0.36,0.18,0.41,0.20,0.21,0.92,0.33,0.20,0.06,0.83,0.29,0.05,0.26,0.78,0.40,0.14,
#0.26,0.51,0.90,0.62,0.15,0.81,0.50,0.90,0.07,0.84,0.76,0.47,0.80,0.39,0.33,0.84,0.34,0.70,
#0.12,0.55,0.87,0.76,0.63,0.58,0.58,0.15,0.42,0.98,0.74,0.52,0.92,0.44,0.79,0.33,0.37,0.46,
#0.60,0.27,0.50,0.10,0.21,0.77,0.07,0.82,0.07,0.99,0.75,0.69)

#Vetor de parâmetros fixados para teste sob delta_1=0 e gamma_1=0
delta=t(cbind(0.8, 0))
gamma=t(cbind(1.5, 0)) #proporção de zeros 0.20
#gamma=t(cbind(0.85, 0)) #proporção de zeros 0.30
#gamma=t(cbind(0.4, 0)) #proporção de zeros 0.40
#gamma=t(cbind(0.02, 0)) #proporção de zeros 0.50

x=cbind(1,x1)
p=exp(x%*%gamma)/(1+exp(x%*%gamma))#ligação logito-parte binária
mu=exp(x%*%delta)#ligação logarítmica-parte decontagens positivas

#Inicializando contadores, vetores e matrizes
p_zeros=NA # recebe a proporção de zeros na amostra
gamma1=matrix(NA, nrow=N, ncol=4) #recebe RV, W, E e G para o teste sobre gama1=0
delta1_nb=matrix(NA, nrow=N, ncol=4) #recebe RV, W, E e G para o teste sobre delta1=0
coef_poder=seq(-3,3,1) #variação sob a hipótese alternativa para cálculo do poder dos testes
h=length(coef_poder)
opt_bin=list() # recebe a otimização da parte binária
opt_count=list() # recebe a otimização da parte contagens positivas
log_r=NA #log-verossimilhança do modelo restrito-parte binária
log_ir=NA #log-verossimilhança do modelo irrestrito-parte binária
log_r_delta=NA #log-verossimilhança do modelo restrito-parte contagens positivas

```

```

log_ir_delta=NA #log-verossimilhança do modelo irrestrito-parte contagens positivas
eta0p=matrix(NA, ncol=h, nrow=n)
gamma_0p=matrix(NA,ncol=2,nrow=h)
escore_gamma_0p=matrix(NA, nrow=2, ncol=h) #função escore avaliada em gamma_0
fisher_gamma_0p=list() #Informação de fisher avaliada em gamma_0
rv_p=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #RV da variação dos parâmetros
w_p=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #W da variação dos parâmetros
s_p=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #E da variação dos parâmetros
g_p=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #G da variação dos parâmetros
rv_p_delta=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #RV da variação dos parâmetros
w_p_delta=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #W da variação dos parâmetros
s_p_delta=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #E da variação dos parâmetros
g_p_delta=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #G da variação dos parâmetros

for(k in 1:N){
  y=rhpois(n, lambda=mu, pi=p) #geração dos y's em função das covariáveis e vetores fixados
  p_z=sum(y==0)/n

  if(p_z<0.20){ #descarta y com proporção de zeros <20%
    while(p_z<0.20){
      y=rhpois(n, lambda=mu, pi=p);
      p_z=sum(y==0)/n;
      if(p_z>=0.20) break;}
    }
  p_zeros[k]=sum(y==0)/n

  #PARTE BINÁRIA
  y_bin=y
  for(i in 1:n){
    if(y[i]>0){ y_bin[i]=1}
  }
  m_bin0=glm(y_bin~1, family = binomial("logit"))
  m_bin1=glm(y_bin~x1, family = binomial("logit"))
  m_bin2=glm(y_bin~x1+x2, family = binomial("logit"))

  #teste gamma1=0
  gamma_irrest=c(coefficients(m_bin1))
  gamma_rest=c(coefficients(m_bin0)[1], 0)
  eta0=eta(model.matrix(m_bin1), gamma_rest)
  fisher_est=solve(vcov(m_bin1))
  escore_gamma_0=escore("logit", model.matrix(m_bin1), eta0)
  fisher_gamma_0=fisher("logit", model.matrix(m_bin1), eta0)
  rv1=2*(logLik(m_bin1)-logLik(m_bin0))
  w1=t(gamma_irrest-gamma_rest)%*%fisher_est%*%(gamma_irrest-gamma_rest)
  s1=t(escore_gamma_0)%*%solve(fisher_gamma_0)%*%escore_gamma_0
  g1=(gamma_irrest-gamma_rest)%*%escore_gamma_0
  gamma1[k,]=c(rv1[1], w1[1], s1[1], g1[1])
}

```

```

#poder do teste
for(i in 1:7){
  opt_bin[[i]]= nlm(lr_logit_gamma1, p=(0:1))
  gamma_0p[i,]=c(opt_bin[[i]]$estimate[1], coef_poder[i])
  log_r[i]=-opt_bin[[i]]$minimum
  eta0p[,i]=eta(model.matrix(m_bin1),gamma_0p[i,])
  escore_gamma_0p[,i]=escore("logit", model.matrix(m_bin1), eta0p[,i])
  fisher_gamma_0p[[i]]=fisher("logit", model.matrix(m_bin1), eta0p[,i])
  w_p[k,i]=t(gamma_irrest-gamma_0p[i,])%*%fisher_est%*%(gamma_irrest - gamma_0p[i,])
  s_p[k,i]=t(escore_gamma_0p[,i])%*%ginv(fisher_gamma_0p[[i]])%*%escore_gamma_0p[,i]
  g_p[k,i]=(gamma_irrest-gamma_0p[i,])%*%escore_gamma_0p[,i]
  rv_p[k,i]= 2*(logLik(m_bin1)-log_r[i])
}

#CONTAGENS POSITIVAS
r= which(y==0)
y_count=y[-r]
x1_count=x1[-r]
x2_count=x2[-r]
x_count=x[-r,]
n_count=length(y_count)
m_nb_0=zerotrunc(y_count~1, dist = "poisson")
m_nb_1=zerotrunc(y_count~x1_count, dist = "poisson")
m_nb_2=zerotrunc(y_count~x1_count + x2_count, dist = "poisson")

#delta1=0
delta_irrest=coefficients(m_nb_1)
delta_rest=c(coefficients(m_nb_0)[1],0)
fisher_est_delta=solve(vcov(m_nb_1))
eta_0=eta(model.matrix(m_nb_1),delta_rest)
escore_delta_0=escore_PT(model.matrix(m_nb_1), eta_0)
fisher_delta_0=fisher_PT(model.matrix(m_nb_1), eta_0)
rv1_count=2*(logLik(m_nb_2)-logLik(m_nb_1))
w1_count=t(delta_irrest-delta_rest)%*%fisher_est_delta%*%(delta_irrest-delta_rest)
s1_count=t(escore_delta_0)%*%solve(fisher_delta_0)%*%escore_delta_0
g1_count=(delta_irrest-delta_rest)%*%escore_delta_0
delta1_nb[k,]=cbind(rv1_count[1], w1_count[1], s1_count[1], g1_count[1])

#poder do teste
delta_0p=matrix(NA,ncol=2,nrow=h)
eta_0p=matrix(NA, ncol=h, nrow=n_count)
escore_delta_0p=matrix(NA, nrow=2, ncol=h) #função escore avaliada em delta_0
fisher_delta_0p=list() #Informação de fisher avaliada em gamma_0
for(i in 1:7){
  opt_count[[i]]=optim(par=0,lr_pos_delta1)
  delta_0p[i,]=c(opt_count[[i]]$par[1], coef_poder[i])
}

```

```

log_r_delta[i]=-opt_count[[i]]$value
eta_Op[,i]=eta(model.matrix(m_nb_1), delta_Op[i,])
escore_delta_Op[,i]=escore_PT(model.matrix(m_nb_1), eta_Op[,i])
fisher_delta_Op[[i]]=fisher_PT(model.matrix(m_nb_1), eta_Op[,i])
w_p_delta[k,i]=t(delta_irrest-delta_Op[i,])%%fisher_est_delta%%(delta_irrest-delta_Op[i,])
s_p_delta[k,i]=t(escore_delta_Op[,i])%%solve(fisher_delta_Op[[i]])%%escore_delta_Op[,i]
g_p_delta[k,i]=(delta_irrest-delta_Op[i,])%%escore_delta_Op[,i]
rv_p_delta[k,i]= 2*(logLik(m_nb_1) - log_r_delta[i])
}
}

taxa_rejeicao_gamma=100*c(apply(gamma1>6.635,MARGIN = 2, FUN = mean),
                        apply(gamma1>3.841,MARGIN = 2, FUN = mean),
                        apply(gamma1>2.706,MARGIN = 2, FUN = mean))
taxa_rejeicao_delta=100*c(apply(delta1_nb>6.635,MARGIN = 2, FUN = mean),
                        apply(delta1_nb>3.841,MARGIN = 2, FUN = mean),
                        apply(delta1_nb>2.706,MARGIN = 2, FUN = mean))
round(matrix(c(taxa_rejeicao_gamma,taxa_rejeicao_delta), nrow=2, ncol=12, byrow = TRUE),2)

dados_g=t(data.frame(coef_poder,
p_rv=apply(1-pchisq(rv_p, 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_w=apply(1-pchisq(w_p, 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_s=apply(1-pchisq(s_p, 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_g=apply(1-pchisq(g_p, 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean)))
dados_d=t(data.frame(coef_poder,
p_rv_delta=apply(1-pchisq(rv_p_delta, 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_w_delta=apply(1-pchisq(w_p_delta, 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_s_delta=apply(1-pchisq(s_p_delta, 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_g_delta=apply(1-pchisq(g_p_delta, 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean)))
round(matrix(c(dados_g,dados_d), nrow=5, ncol=14, byrow = FALSE),2)

Sys.time()-tempo

```

A.3 Simulações com duas covariáveis

```

tempo=Sys.time() #contador de tempo

N=5000 #número de réplicas Monte Carlo

#Covariáveis fixas em todos os modelos oriundas da U(-0.5, 0.5) e N(0,1).
n=20
x1=c(-0.27 ,0.39,-0.16 ,0.25 ,0.48 ,0.04 ,0.13,-0.07,-0.32,-0.20 ,0.42 ,0.25,-0.39 ,0.21,
-0.46 ,0.28,0.49,-0.09,-0.48,-0.27)
x2=c(0.81,0.63,0.10,0.93,0.55,0.58,0.78,0.31,0.10,1.00,0.40,0.76,0.16,0.33,0.25,0.75,
0.22,0.54,0.46,0.99)

```

```

#n=30
#x1=c(-0.14 ,0.46 ,0.14,-0.25,-0.25,-0.38,-0.41,-0.50,-0.49,-0.49 ,0.24,-0.17,-0.41 ,0.47,
#0.46,-0.25,0.40 ,0.25 ,0.12,-0.10,-0.24 ,0.18,-0.42,-0.46 ,0.13 ,0.35 ,0.07 ,0.22,-0.04,-0.16)
#x2=c(0.31,0.86,0.83,0.90,0.27,0.84,0.80,0.25,0.94,0.23,0.87,0.07,0.93,0.09,0.29,0.58,
#0.32,0.30,0.36,0.08,0.74,0.00,0.08,0.79,0.82,0.97,0.42,0.58,0.69,0.04)
#n=50
#x1=c(0.05 ,0.19,-0.28 ,0.24 ,0.13,-0.14 ,0.40,-0.27,-0.20,-0.29 ,0.34 ,0.32 ,0.10 ,0.12 ,
#0.34,0.18,0.07,-0.26,-0.04 ,0.11 ,0.24,-0.01,-0.22,-0.34,-0.30,-0.29 ,0.00,-0.28 ,0.10,0.13,
#-0.01,0.22,0.10 ,0.01 ,0.20 ,0.41 ,0.45 ,0.20 ,0.12,-0.23,-0.06 ,0.18 ,0.09 ,0.47,-0.11,-0.09,
#-0.06,-0.15,0.25,-0.16)
#x2=c(0.70,0.69,0.89,0.09,0.01,0.61,0.93,0.02,0.11,0.73,0.45,0.63,0.72,0.50,0.05,0.51,0.38,
#0.11,0.68,0.70,0.52,0.47,0.51,0.81,0.22,1.00,0.75,0.50,0.31,0.48,0.61,0.60,0.71,0.64,0.74,0.41,
#0.48,0.44,0.96,0.76,0.89,0.59,0.93,0.15,0.37,0.97,0.05,0.79,0.77,0.14)
#n=100
#x1=c(0.46 ,0.16,-0.17,-0.25 ,0.15,-0.10 ,0.23 ,0.49 ,0.13,-0.50 ,0.31,-0.15 ,0.21,-0.48,
#0.26,-0.47,-0.05 ,0.07,-0.46 ,0.37 ,0.34 ,0.30,-0.35 ,0.21 ,0.10 ,0.36,-0.04 ,0.15,-0.08,-0.01,
#0.50,-0.44,0.02 ,0.44 ,0.43 ,0.36,-0.30 ,0.05,-0.45 ,0.15 ,0.09 ,0.32,-0.46 ,0.43 ,0.26,-0.12,
#0.49,-0.15,0.50,-0.30,-0.02,-0.02 ,0.37 ,0.33 ,0.31,-0.44 ,0.40,-0.35 ,0.20,-0.16,-0.05,-0.12,
#0.12 ,0.46,0.26,-0.09 ,0.01 ,0.26,-0.45 ,0.21 ,0.46 ,0.40 ,0.17 ,0.12,-0.14 ,0.27 ,0.01 ,0.41,
#-0.03,-0.13,0.14 ,0.26 ,0.34 ,0.20 ,0.33 ,0.44,-0.36,-0.40 ,0.08,-0.48,-0.34,-0.39 ,0.23,-0.31,
#0.18 ,0.48,0.06 ,0.46,-0.21 ,0.48)
#x2=c(0.75,0.16,0.38,0.90,0.72,0.87,0.30,0.91,0.56,0.20,0.86,0.93,0.52,0.03,0.90,0.06,
#0.69,0.18,0.22,0.00,0.26,0.26,0.26,0.11,0.99,0.64,0.87,0.42,0.55,0.86,0.77,0.49,0.39,0.28,
#0.81,0.67,0.36,0.18,0.41,0.20,0.21,0.92,0.33,0.20,0.06,0.83,0.29,0.05,0.26,0.78,0.40,0.14,
#0.26,0.51,0.90,0.62,0.15,0.81,0.50,0.90,0.07,0.84,0.76,0.47,0.80,0.39,0.33,0.84,0.34,0.70,
#0.12,0.55,0.87,0.76,0.63,0.58,0.58,0.15,0.42,0.98,0.74,0.52,0.92,0.44,0.79,0.33,0.37,0.46,
#0.60,0.27,0.50,0.10,0.21,0.77,0.07,0.82,0.07,0.99,0.75,0.69)

#Veror de parâmetros fixados para gamma2=0 e delta2=0
delta=t(cbind(0.8,1,0))
gamma=t(cbind(2, 1, 0)) #proporção de zeros 0.2
#gamma=t(cbind(0.85, 1, 0)) #proporção de zeros 0.3
#gamma=t(cbind(0.35, 1, 0)) #proporção de zeros 0.4
#gamma=t(cbind(-0.05, 1, 0)) #proporção de zeros 0.5

x=cbind(1,x1,x2)
p=exp(x*%gamma)/(1+exp(x*%gamma))# ligação logito - parte binária
mu=exp(x*%delta)#ligação logarítmica - parte contagenspositivas

#Inialização de contadores, vetores e matrizes
p_zeros=NA # recebe a proporção de zeros na amostra
gamma2=matrix(NA, nrow=N, ncol=4) #recebe RV, W, E e G para o teste sobre gama2=0
delta2=matrix(NA, nrow=N, ncol=4) #recebe RV, W, E e G para o teste sobre delta2=0
coef_poder=seq(-3,3,1) #variação do para calculo do poder dos testes
h=length(coef_poder)
opt_bin=list() # recebe a otimização da parte binária
opt_count=list() # recebe a otimização da parte contagens positivas

```

```

log_r=NA #log-verossimilhança do modelo restrito
log_ir=NA #log-verossimilhança do modelo irrestrito
log_r_delta=NA
log_ir_delta=NA
eta0p=matrix(NA, ncol=h, nrow=n)
gamma_0p=matrix(NA,ncol=3,nrow=h)
escore_gamma_0p=matrix(NA, nrow=3, ncol=h) #função escore avaliada em gamma_0
fisher_gamma_0p=list() #Informação de fisher avaliada em gamma_0
rv_p=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #RV da variação dos parâmetros
w_p=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #W da variação dos parâmetros
s_p=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #E da variação dos parâmetros
g_p=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #G da variação dos parâmetros
rv_p_delta=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #RV da variação dos parâmetros
w_p_delta=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #W da variação dos parâmetros
s_p_delta=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #E da variação dos parâmetros
g_p_delta=matrix(NA, nrow=N, ncol=h) #G da variação dos parâmetros

for(k in 1:N){
  y=rhpois(n, lambda=mu, pi=p)
  p_z=sum(y==0)/n

  if(p_z<0.20){
    while(p_z<0.20){
      y=rhpois(n, lambda=mu, pi=p);
      p_z=sum(y==0)/n;
      if(p_z>=0.20) break;}
    }
  p_zeros[k]=sum(y==0)/n

  #PARTE BINÁRIA
  y_bin=y
  for(i in 1:n){
    if(y[i]>0){ y_bin[i]=1}
  }
  m_bin0=glm(y_bin~1, family = binomial("logit"))
  m_bin1=glm(y_bin~x1, family = binomial("logit"))
  m_bin2=glm(y_bin~x1+x2, family = binomial("logit"))

  #teste gamma2=0
  gamma_irrest=c(coefficients(m_bin2))
  gamma_rest=c(coefficients(m_bin1)[1], coefficients(m_bin1)[2], 0)
  eta0=eta(model.matrix(m_bin2), gamma_rest)
  fisher_est=solve(vcov(m_bin2))
  escore_gamma_0=escore("logit", model.matrix(m_bin2), eta0)
  fisher_gamma_0=fisher("logit", model.matrix(m_bin2), eta0)
  rv1=2*(logLik(m_bin2)-logLik(m_bin1))
  w1=t(gamma_irrest-gamma_rest)%*%fisher_est%*%(gamma_irrest-gamma_rest)

```



```

s1=t(escore_gamma_0)%*%ginv(fisher_gamma_0)%*%escore_gamma_0
g1=(gamma_irrest-gamma_rest)%*%escore_gamma_0
gamma2[k,]=c(rv1[1], w1[1], s1[1], g1[1])

#poder do teste
for(i in 1:h){
  opt_bin[[i]]= optim(par=c(-1,0),lr_logit_gamma2)
  gamma_0p[i,]=c(opt_bin[[i]]$par[1], opt_bin[[i]]$par[2], coef_poder[i])
  log_r[i]=-opt_bin[[i]]$value
  eta0p[,i]=eta(model.matrix(m_bin2),gamma_0p[i,])
  escore_gamma_0p[,i]=escore("logit", model.matrix(m_bin2), eta0p[,i])
  fisher_gamma_0p[[i]]=fisher("logit", model.matrix(m_bin2), eta0p[,i])
  w_p[k,i]=t(gamma_irrest-gamma_0p[i,])%*%fisher_est%*(gamma_irrest - gamma_0p[i,])
  s_p[k,i]=t(escore_gamma_0p[,i])%*%ginv(fisher_gamma_0p[[i]])%*%escore_gamma_0p[,i]
  g_p[k,i]=(gamma_irrest-gamma_0p[i,])%*%escore_gamma_0p[,i]
  rv_p[k,i]= 2*(logLik(m_bin2)-log_r[i])
}

#CONTAGENS POSITIVAS
r= which(y==0)
y_count=y[-r]
x1_count=x1[-r]
x2_count=x2[-r]
x_count=x[-r,]
n_count=length(y_count)
m_nb_0=zerotrunc(y_count~1, dist = "poisson")
m_nb_1=zerotrunc(y_count~x1_count, dist = "poisson")
m_nb_2=zerotrunc(y_count~x1_count + x2_count, dist = "poisson")

#delta2=0
delta_irrest=coefficients(m_nb_2)
delta_rest=c(coefficients(m_nb_1)[1], coefficients(m_nb_1)[2],0)
fisher_est_delta=round(solve(vcov(m_nb_2)),4)
eta_0=round(eta(model.matrix(m_nb_2),delta_rest),4)
escore_delta_0=round(escore_PT(model.matrix(m_nb_2), eta_0),4)
fisher_delta_0=round(fisher_PT(model.matrix(m_nb_2), eta_0),4)
rv1_count=2*(logLik(m_nb_2)-logLik(m_nb_1))
w1_count=t(delta_irrest-delta_rest)%*%fisher_est_delta%*(delta_irrest-delta_rest)
s1_count=t(escore_delta_0)%*%solve(fisher_delta_0)%*%escore_delta_0
g1_count=(delta_irrest-delta_rest)%*%escore_delta_0
delta2[k,]=cbind(rv1_count[1], w1_count[1], s1_count[1], g1_count[1])

#poder do teste delta1=0
delta_0p=matrix(NA,ncol=3,nrow=h)
eta_0p=matrix(NA, ncol=h, nrow=n_count)
escore_delta_0p=matrix(NA, nrow=3, ncol=h) #função escore avaliada em delta_0
fisher_delta_0p=list() #Informação de fisher avaliada em gamma_0

```

```

for(i in 1:h){
  opt_count[[i]]=optim(par=c(0,0),lr_pos_delta2)
  delta_0p[i,]=c(opt_count[[i]]$par[1], opt_count[[i]]$par[2], coef_poder[i])
  log_r_delta[i]=-opt_count[[i]]$value
  eta_0p[,i]=eta(model.matrix(m_nb_2), delta_0p[i,])
  escore_delta_0p[,i]=escore_PT(model.matrix(m_nb_2), eta_0p[,i])
  fisher_delta_0p[[i]]=fisher_PT(model.matrix(m_nb_2), eta_0p[,i])
  w_p_delta[k,i]=t(delta_irrest-delta_0p[i,])%*%fisher_est_delta%*(delta_irrest-delta_0p[i,])
  s_p_delta[k,i]=t(escore_delta_0p[,i])%*%solve(fisher_delta_0p[[i]])%*%escore_delta_0p[,i]
  g_p_delta[k,i]=(delta_irrest-delta_0p[i,])%*%escore_delta_0p[,i]
  rv_p_delta[k,i]= 2*(logLik(m_nb_2) - log_r_delta[i])
}
}

taxa_rejeicao_gamma=100*c(apply(na.omit(gamma2)>6.635,MARGIN = 2, FUN = mean),
  apply(na.omit(gamma2)>3.841,MARGIN = 2, FUN = mean),
  apply(na.omit(gamma2)>2.706,MARGIN = 2, FUN = mean))
taxa_rejeicao_delta=100*c(apply(na.omit(delta2)>6.635,MARGIN = 2, FUN = mean),
  apply(na.omit(delta2)>3.841,MARGIN = 2, FUN = mean),
  apply(na.omit(delta2)>2.706,MARGIN = 2, FUN = mean))
round(matrix(c(taxa_rejeicao_gamma,taxa_rejeicao_delta), nrow=2, ncol=12, byrow = TRUE),2)

dados_g=t(data.frame(coef_poder,
p_rv=apply(1-pchisq(na.omit(rv_p), 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_w=apply(1-pchisq(na.omit(w_p), 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_s=apply(1-pchisq(na.omit(s_p), 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_g=apply(1-pchisq(na.omit(g_p), 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean)))
dados_d=t(data.frame(coef_poder,
p_rv_delta=apply(1-pchisq(na.omit(rv_p_delta), 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_w_delta=apply(1-pchisq(na.omit(w_p_delta), 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_s_delta=apply(1-pchisq(na.omit(s_p_delta), 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean),
p_g_delta=apply(1-pchisq(na.omit(g_p_delta), 1, lower.tail = FALSE)>=0.95, MARGIN = 2, FUN = mean)))
round(matrix(c(dados_g,dados_d), nrow=5, ncol=14, byrow = FALSE),2)

Sys.time()-tempo

```

APÊNDICE B – GRÁFICO DO PODER EMPÍRICO DOS TESTES

Figura 63 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) $p=20\%$

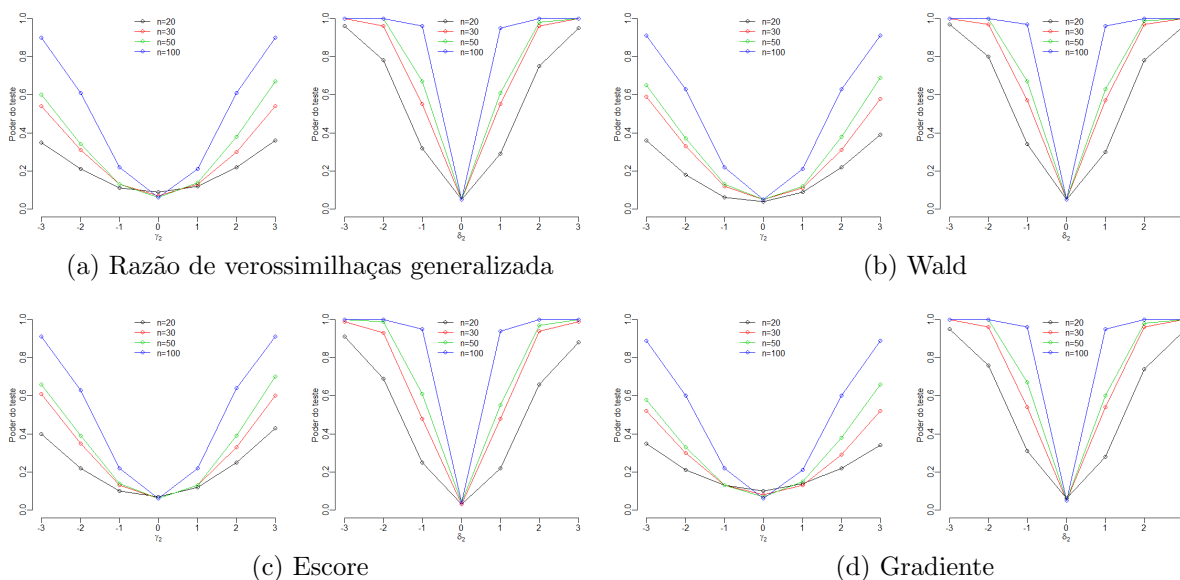


Figura 64 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) $p=30\%$

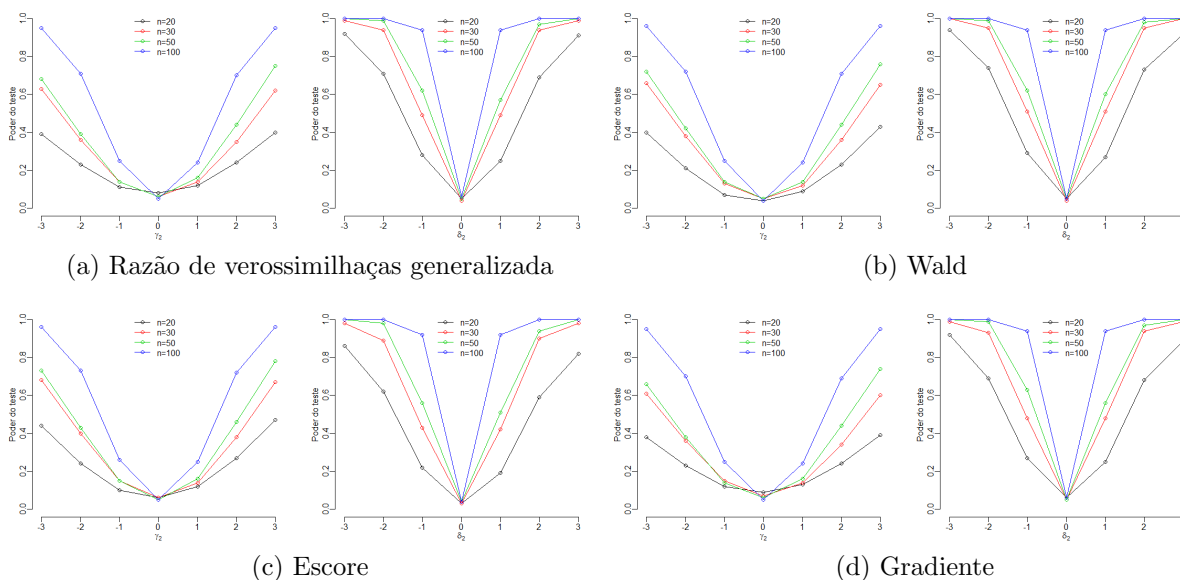


Figura 65 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) $p=40\%$

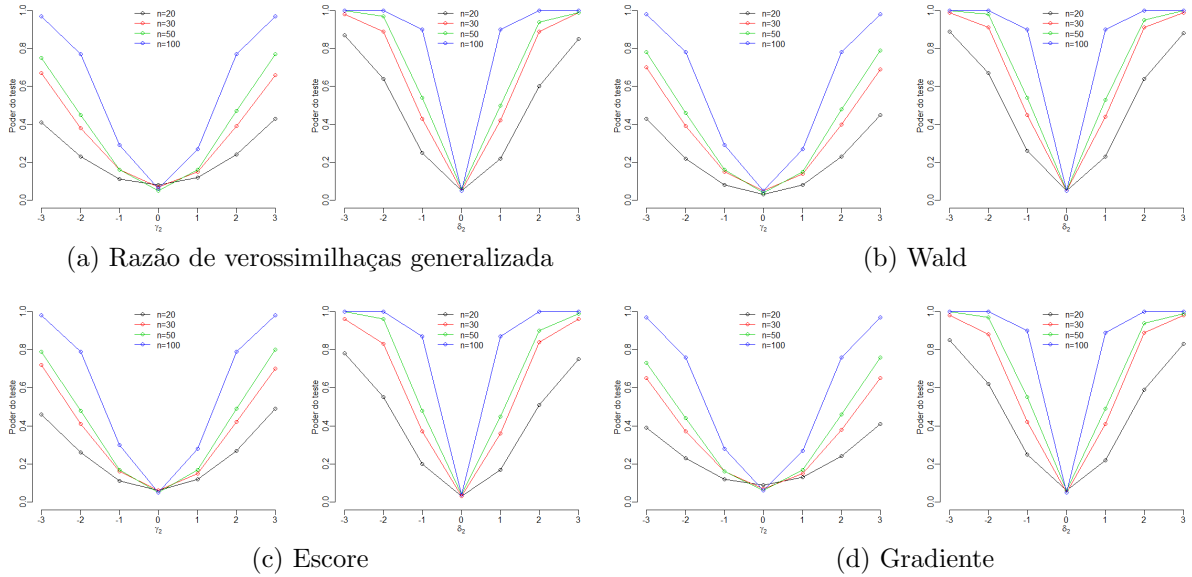


Figura 66 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (logito) $p=50\%$

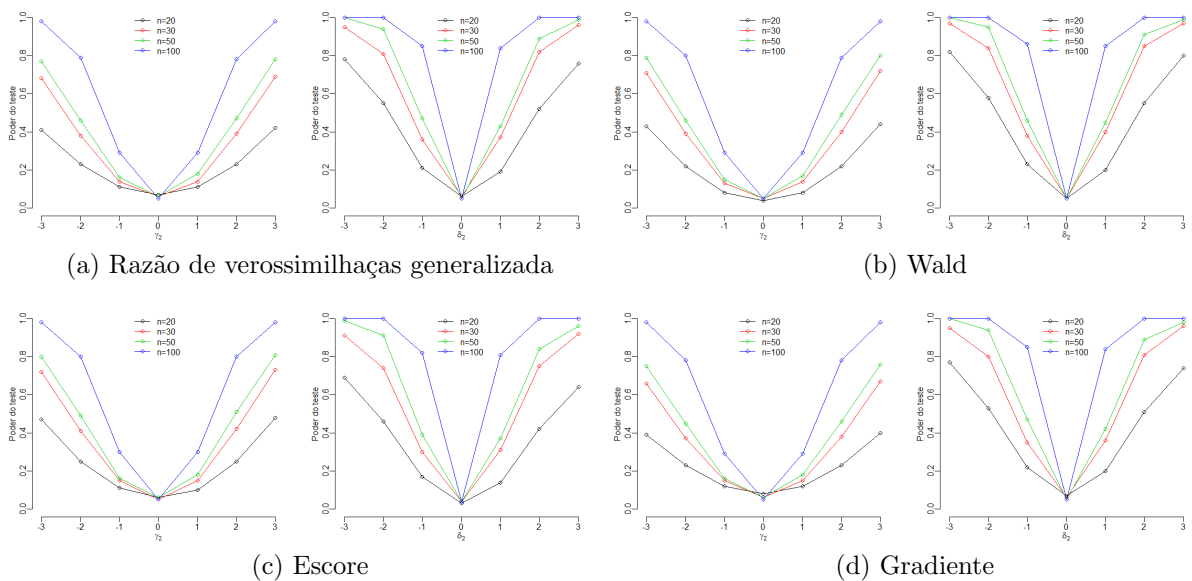


Figura 67 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) $p=20\%$

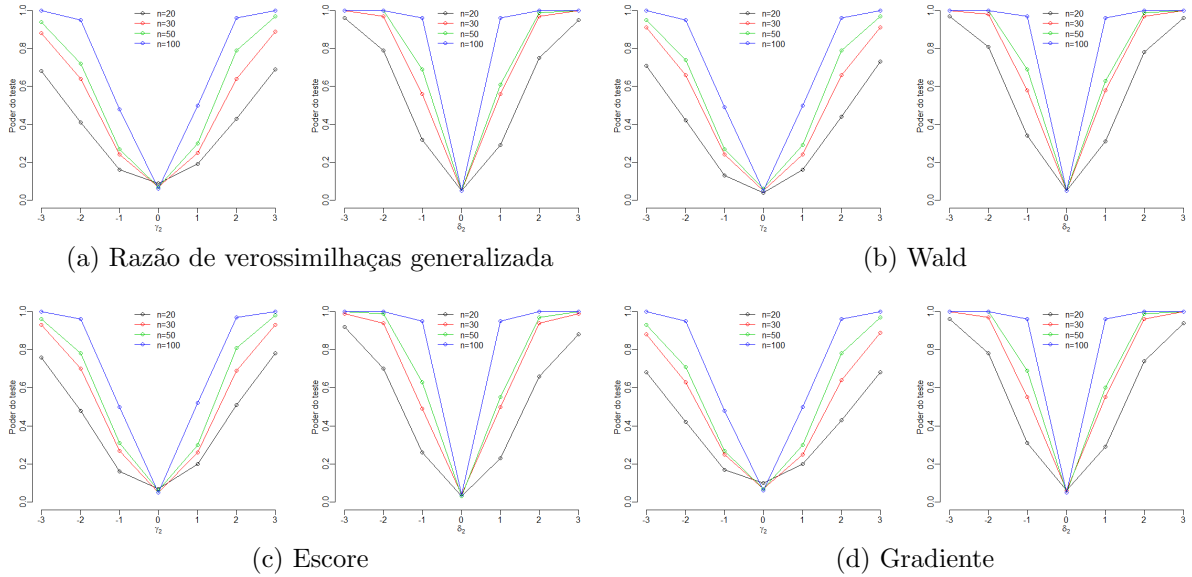


Figura 68 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) $p=30\%$

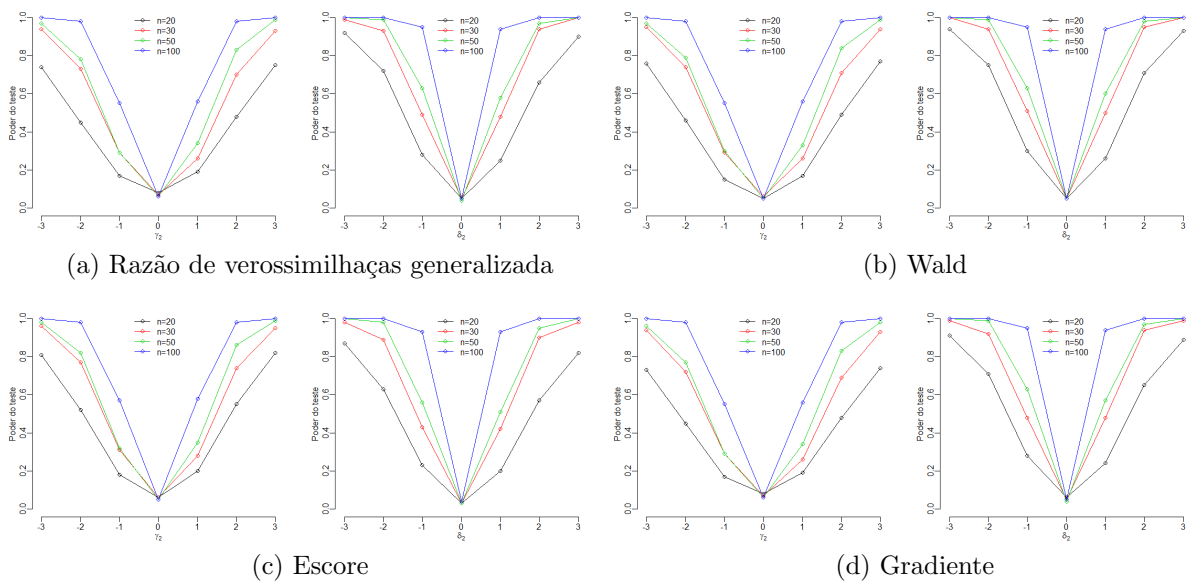


Figura 69 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) $p=40\%$

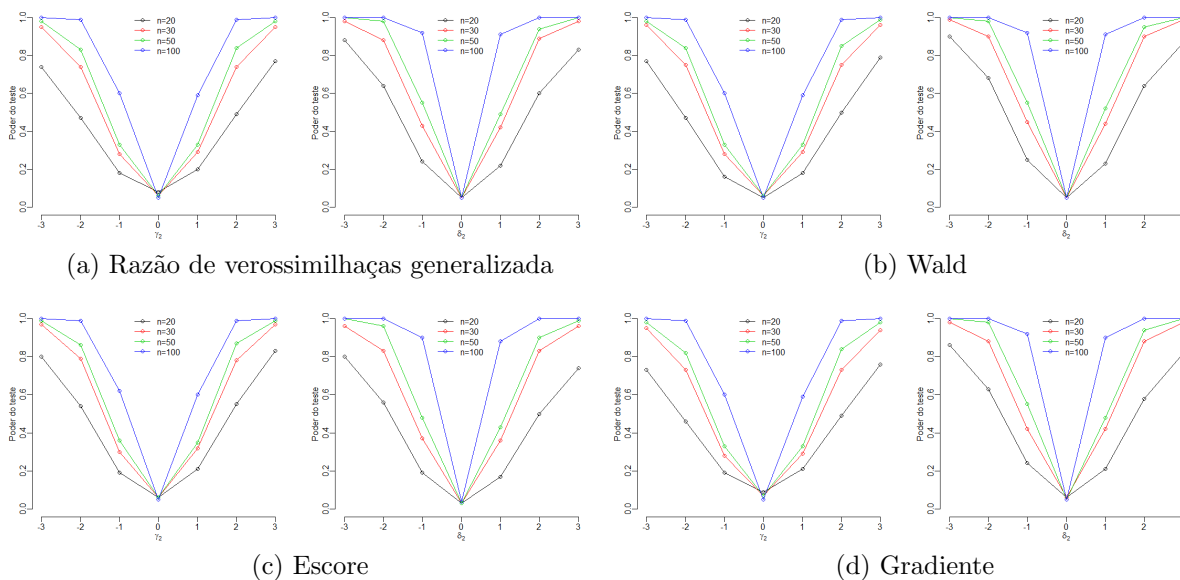


Figura 70 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (probit) $p=50\%$

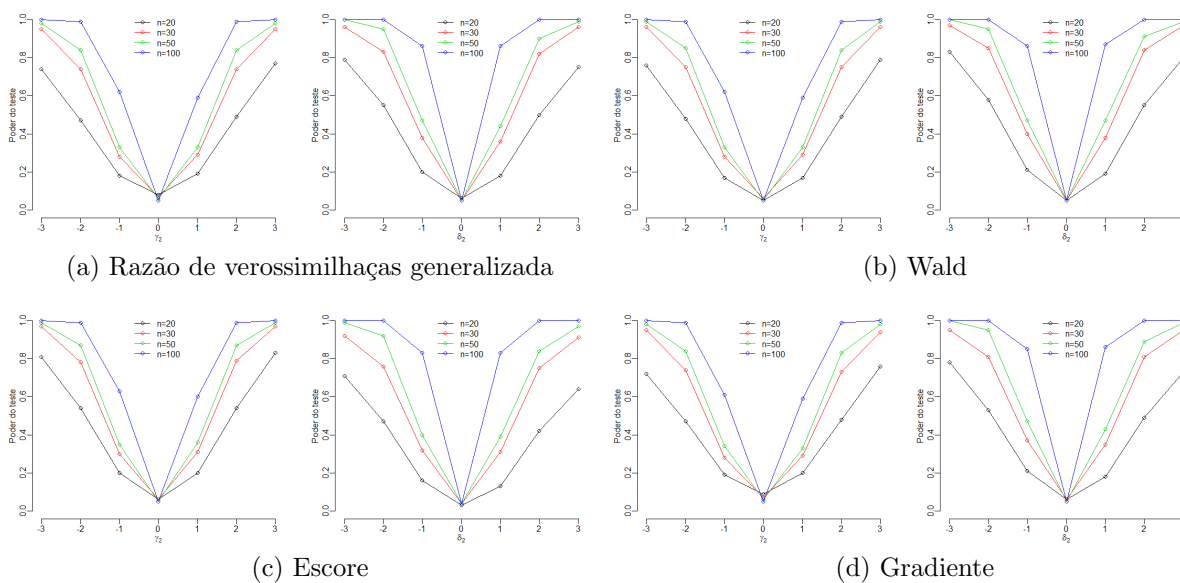


Figura 71 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) $p=20\%$

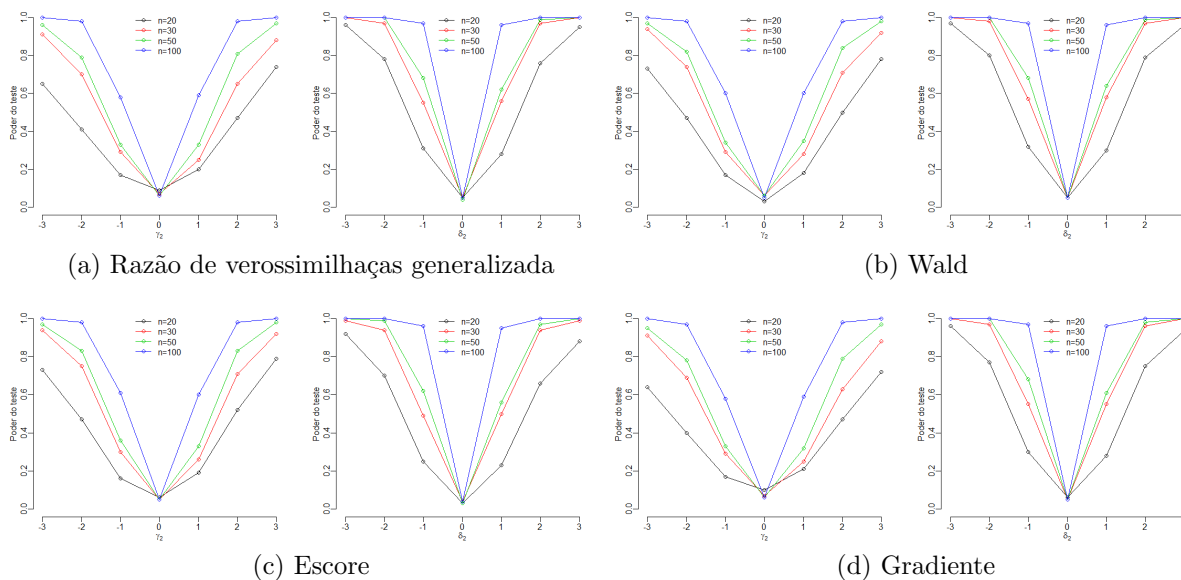


Figura 72 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) $p=30\%$

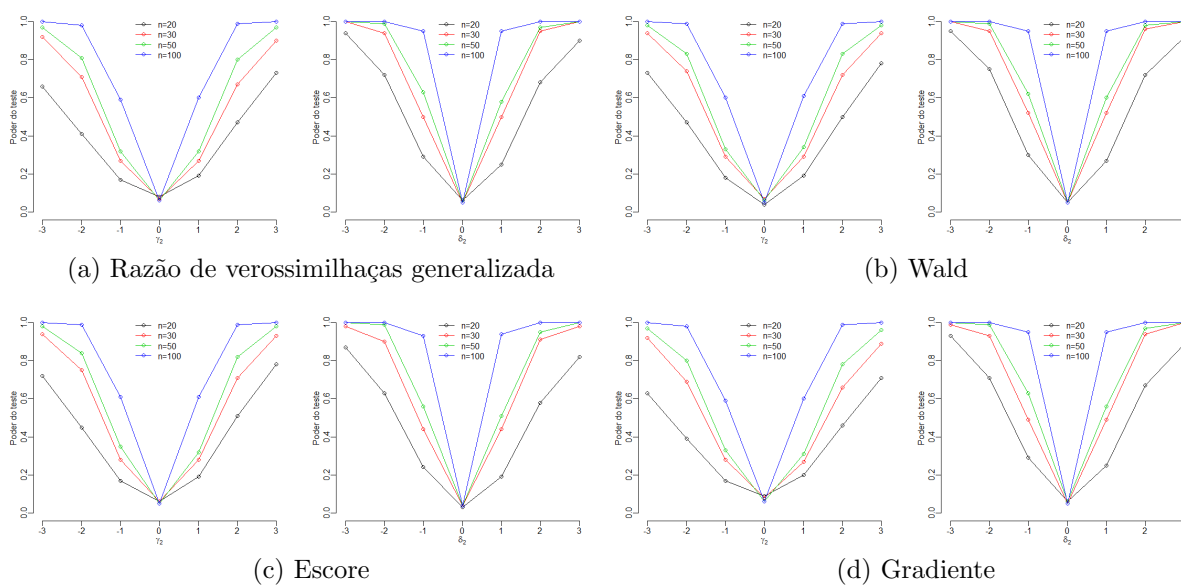


Figura 73 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) $p=40\%$

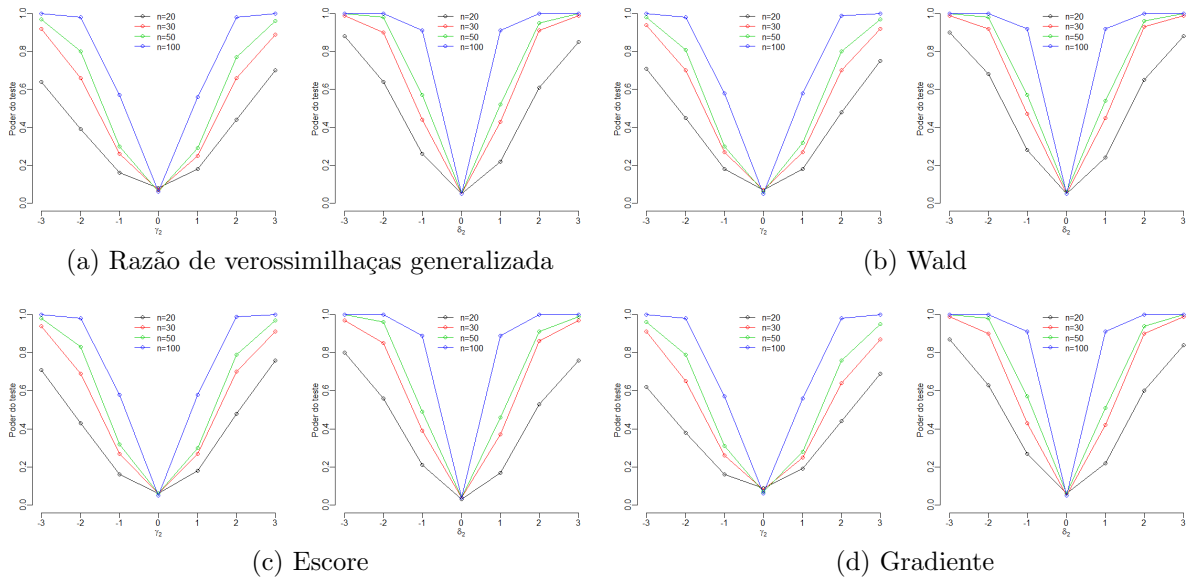


Figura 74 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (cloglog) $p=50\%$

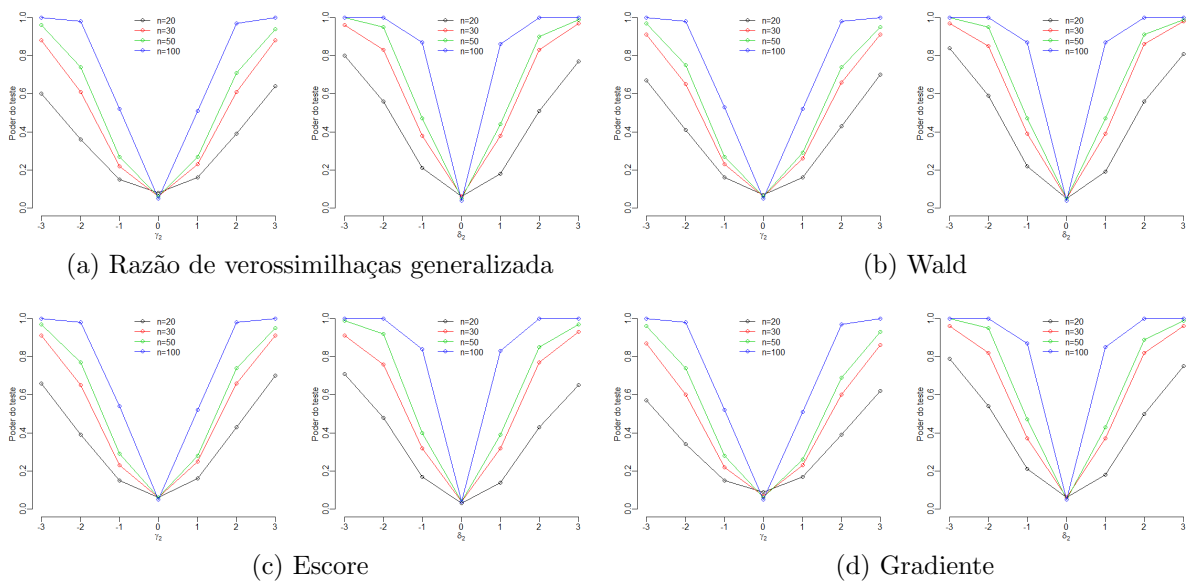


Figura 75 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) $p=20\%$

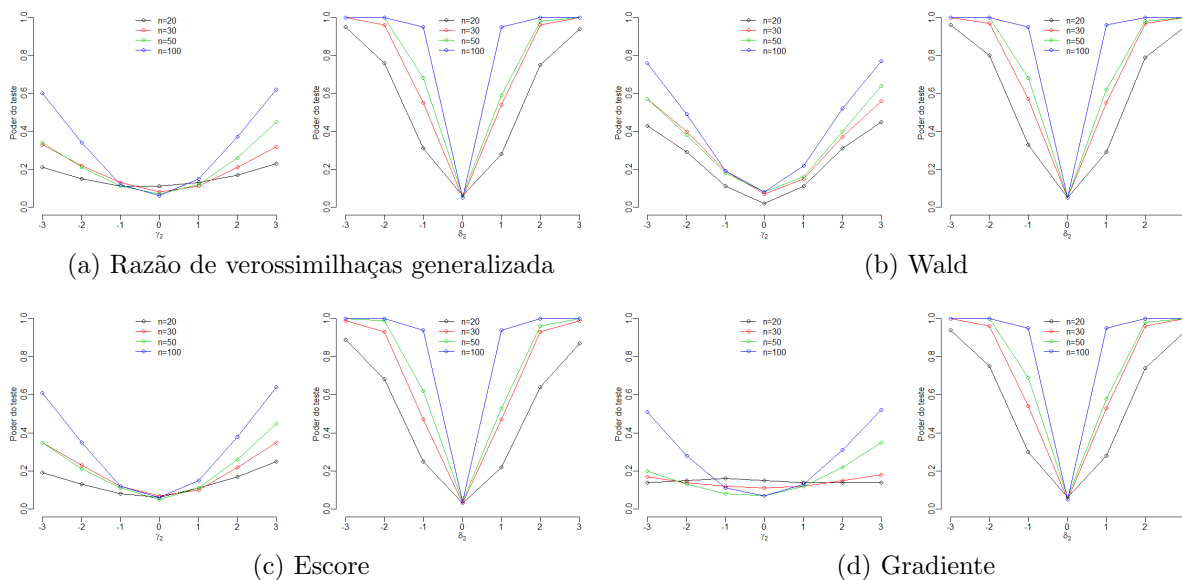


Figura 76 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) $p=30\%$

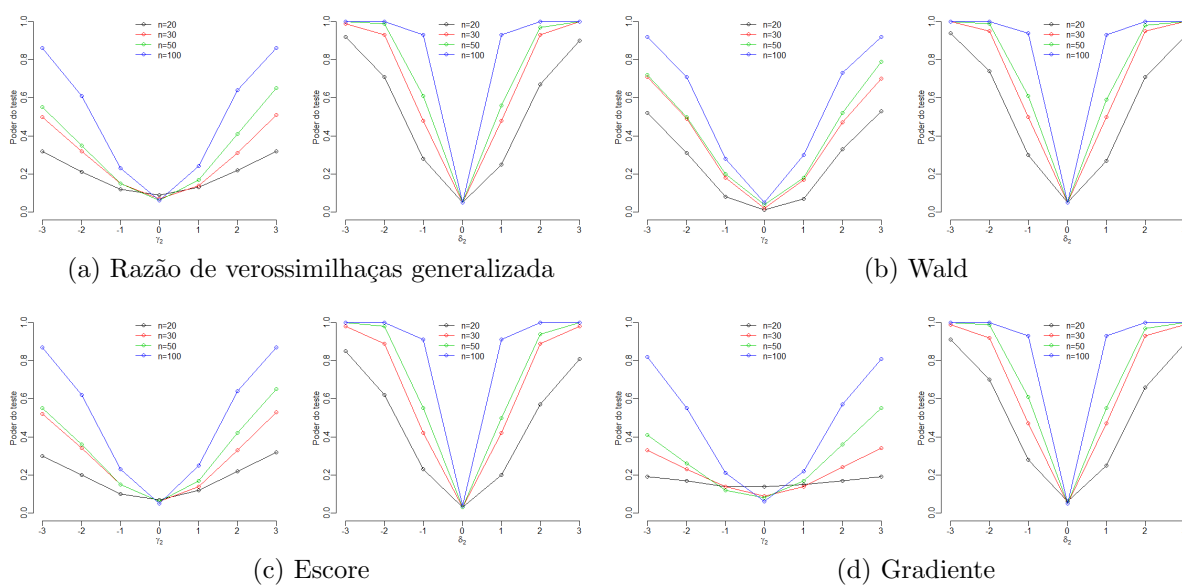


Figura 77 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) $p=40\%$

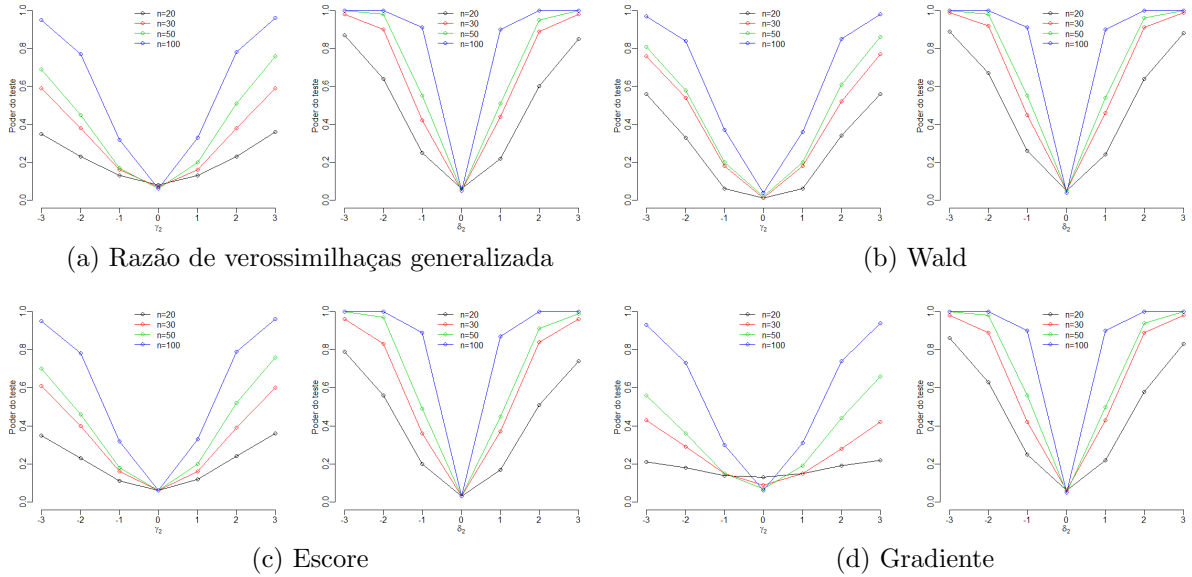


Figura 78 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HPB (Cauchy) $p=50\%$

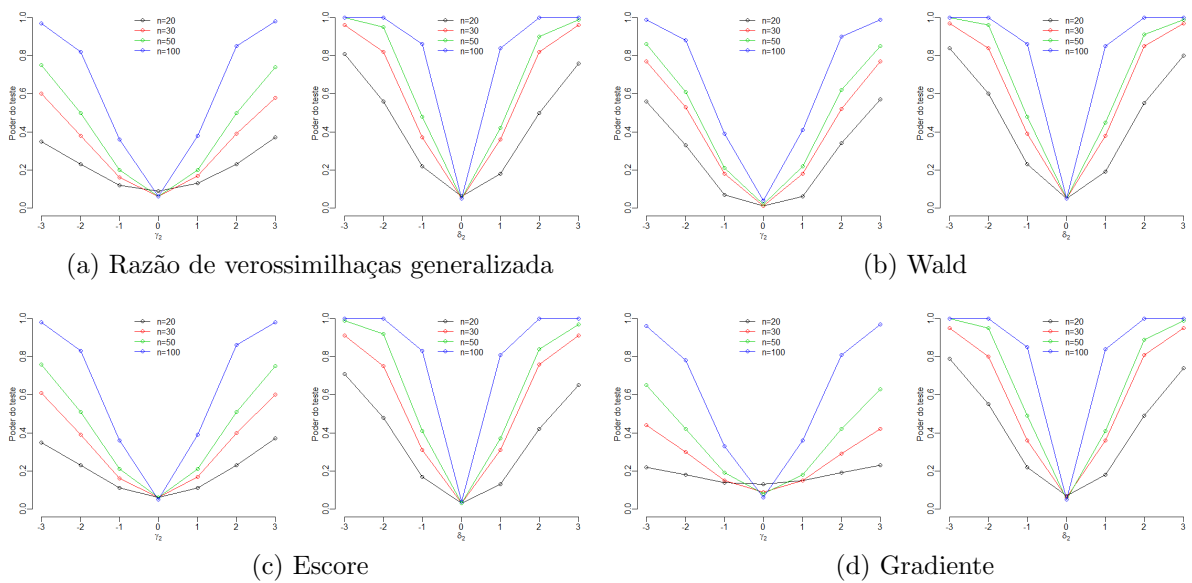


Figura 79 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (logito) $p=20\%$

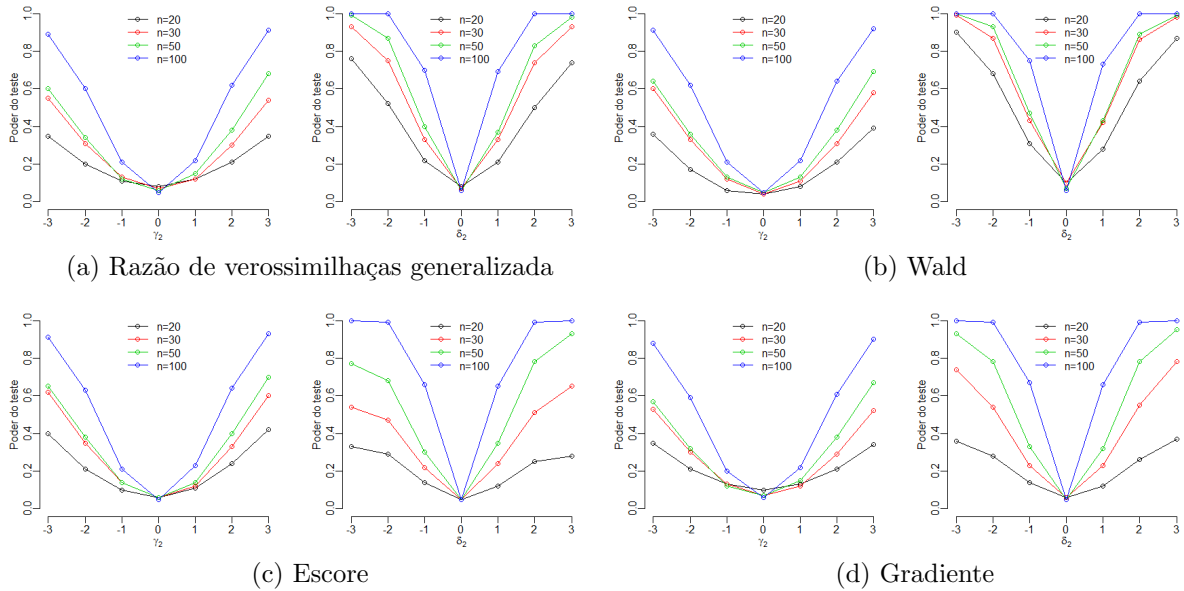


Figura 80 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (logito) $p=30\%$

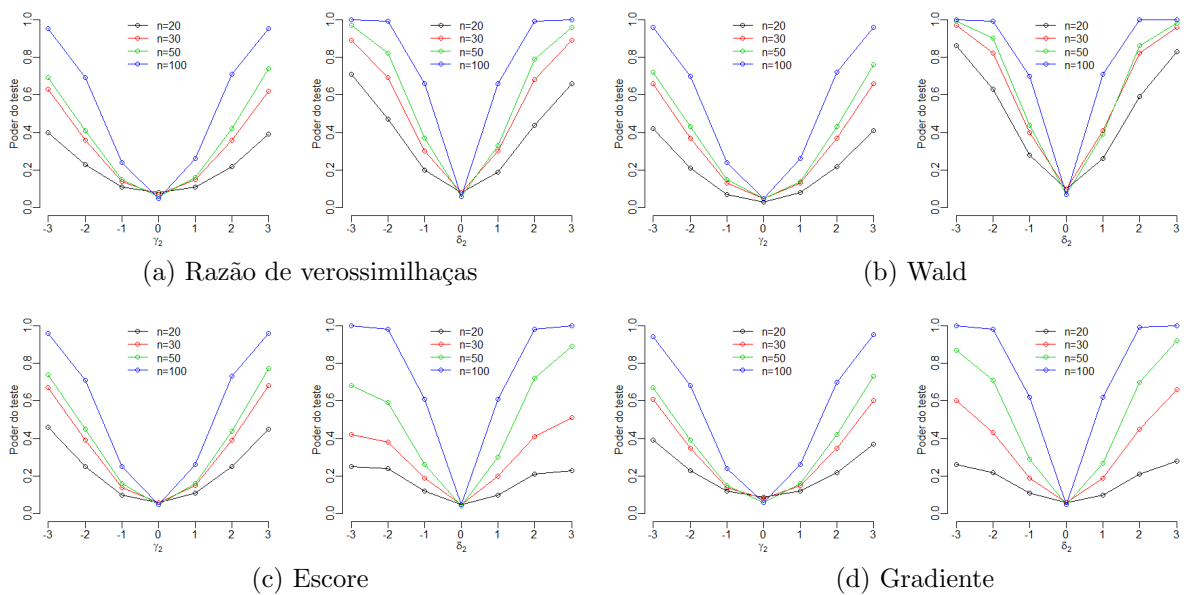


Figura 81 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) $p=40\%$

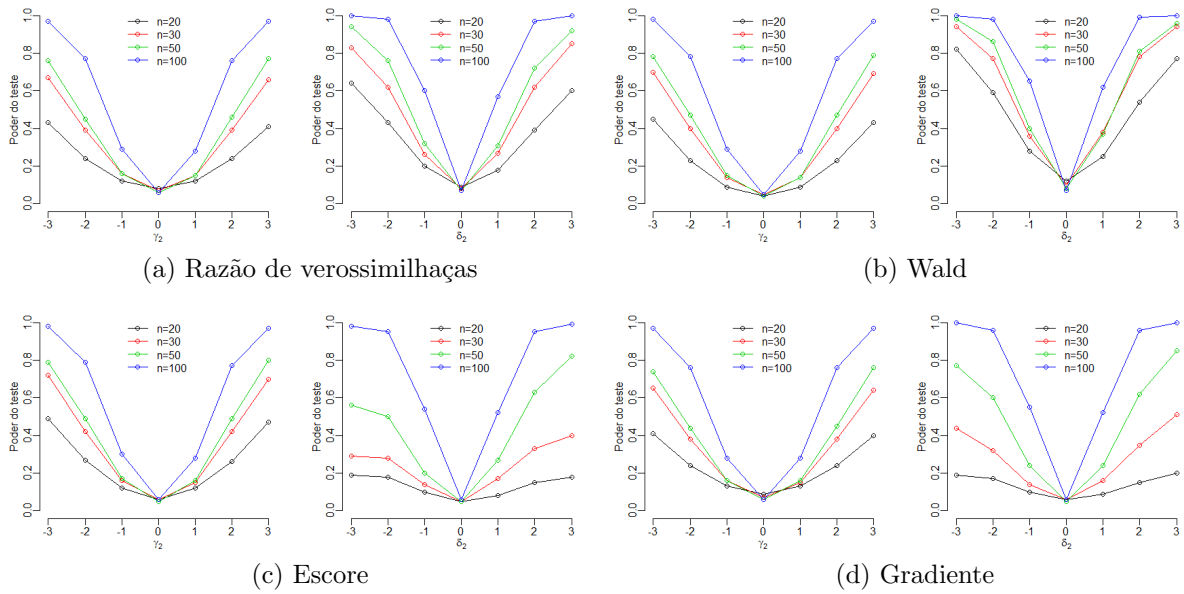


Figura 82 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (logito) $p=50\%$

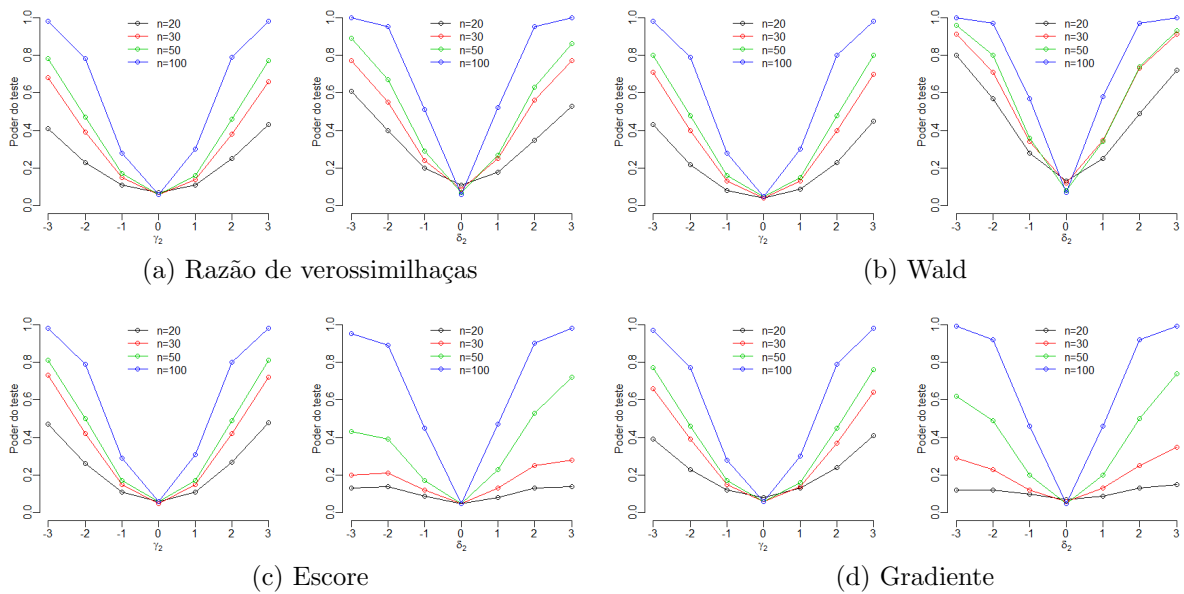


Figura 83 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probit) $p=20\%$

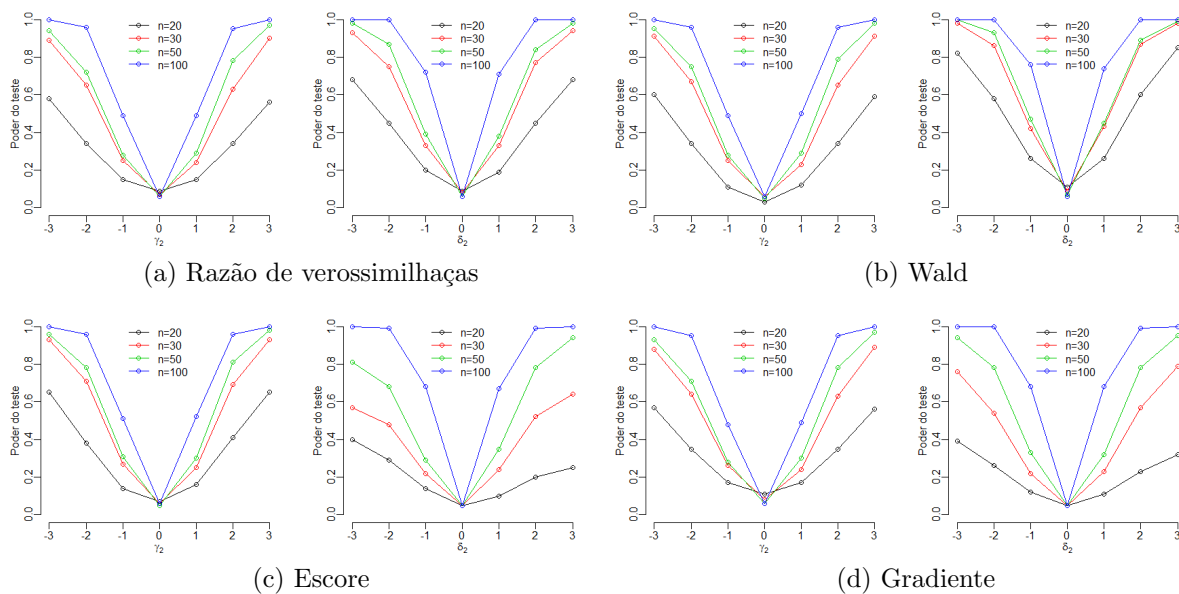


Figura 84 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probit) $p=30\%$

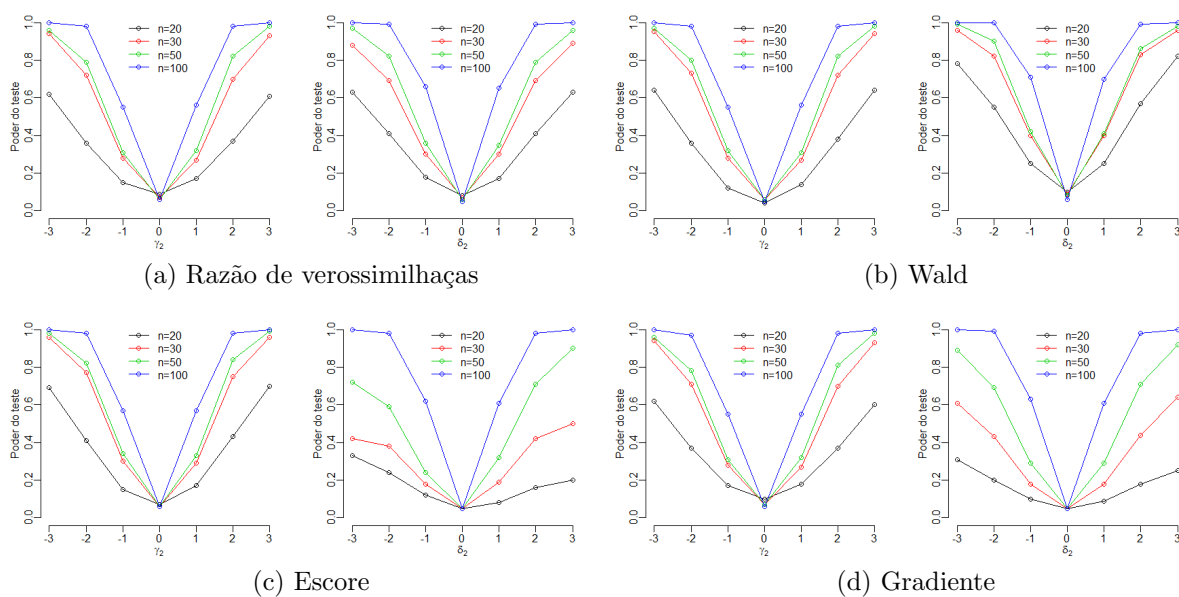


Figura 85 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probit) $p=40\%$

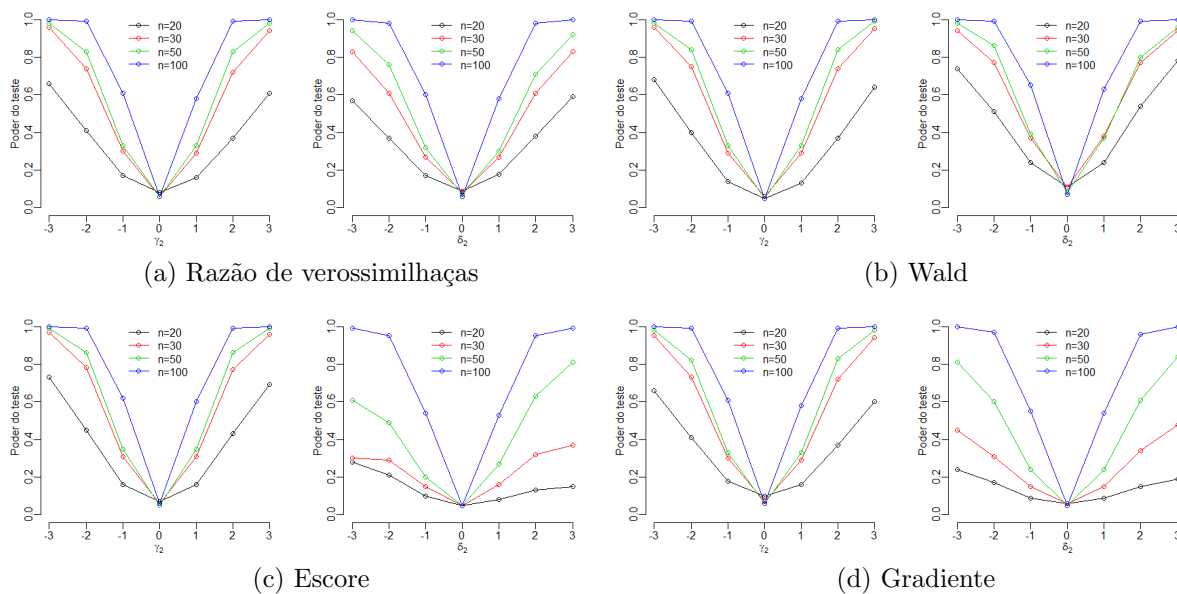


Figura 86 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (probit) $p=50\%$

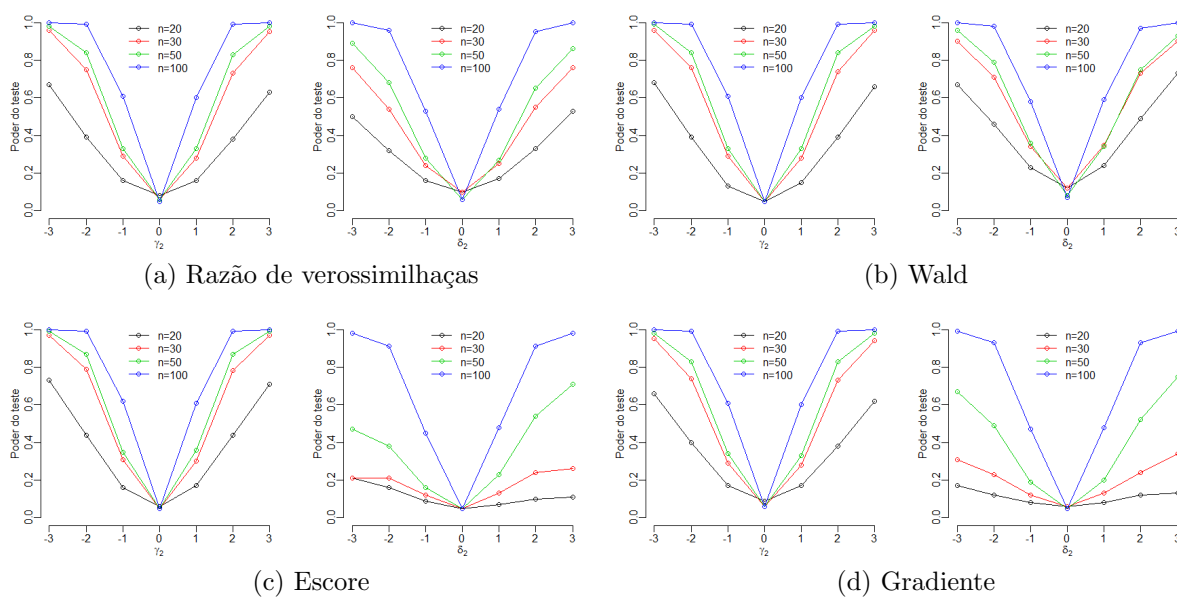


Figura 87 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (clog) $p=20\%$

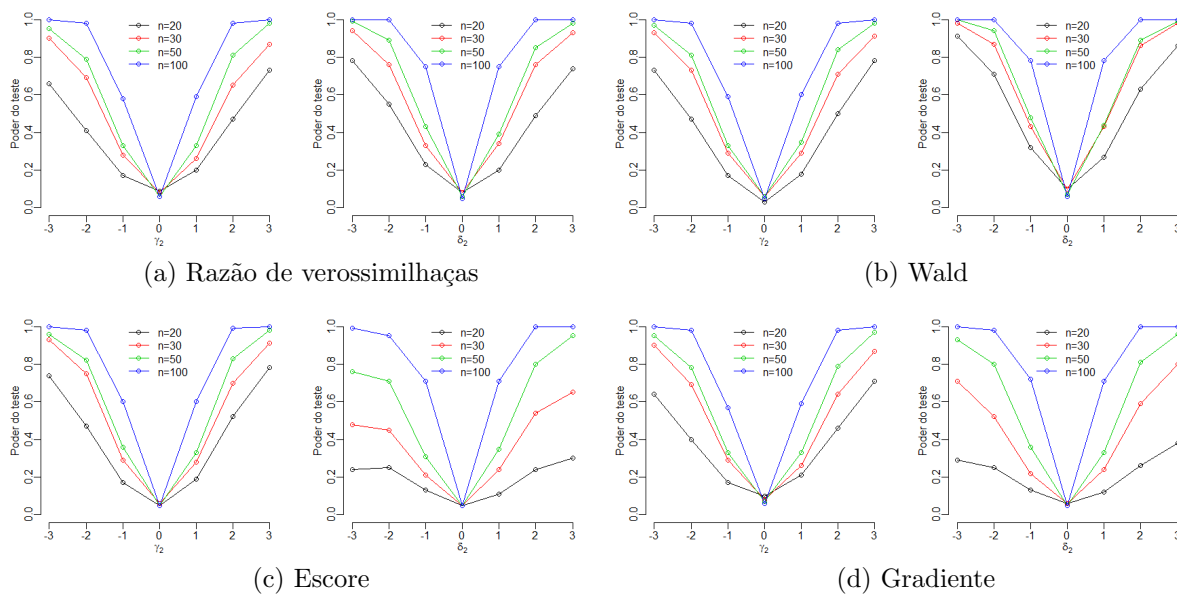


Figura 88 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (clog) $p=30\%$

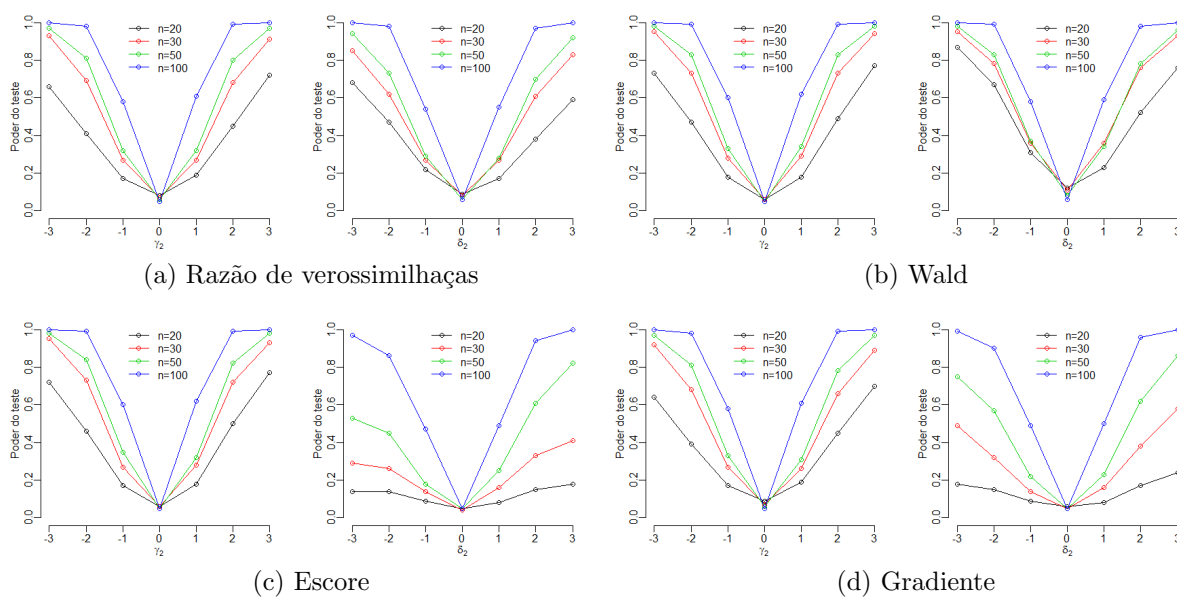


Figura 89 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (clog) $p=40\%$

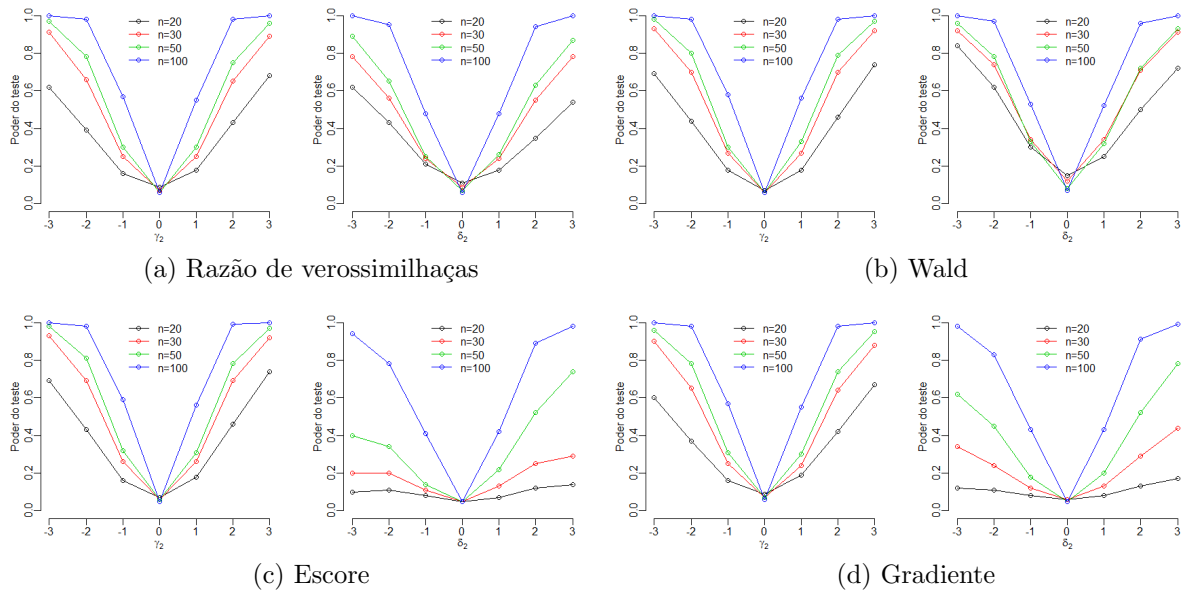


Figura 90 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (clog) $p=50\%$

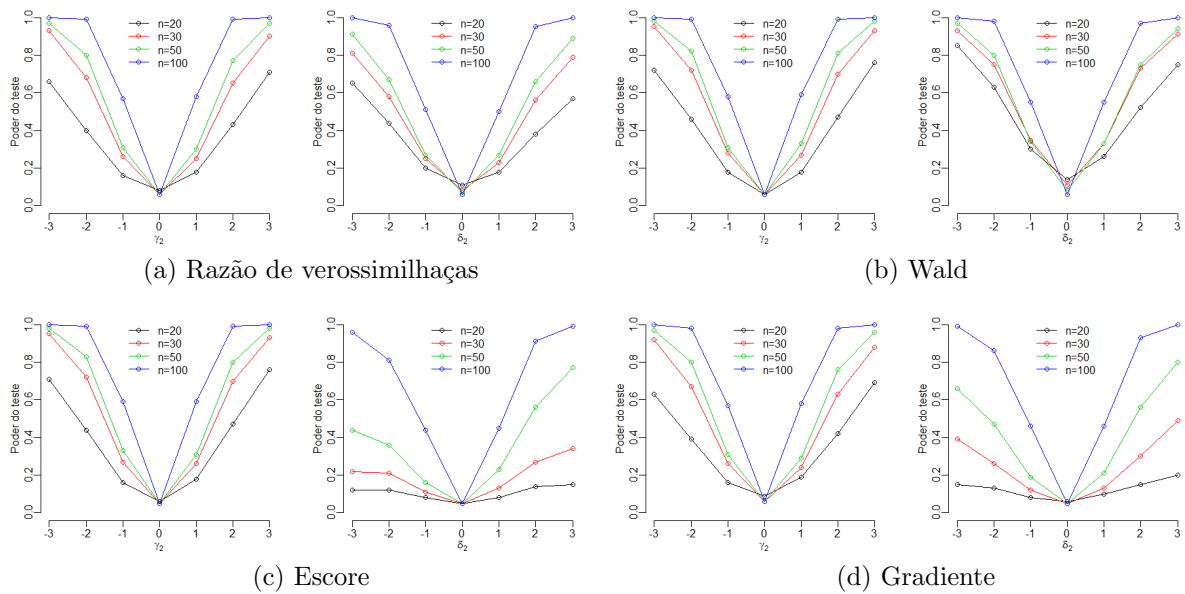


Figura 91 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (cauchy) $p=20\%$

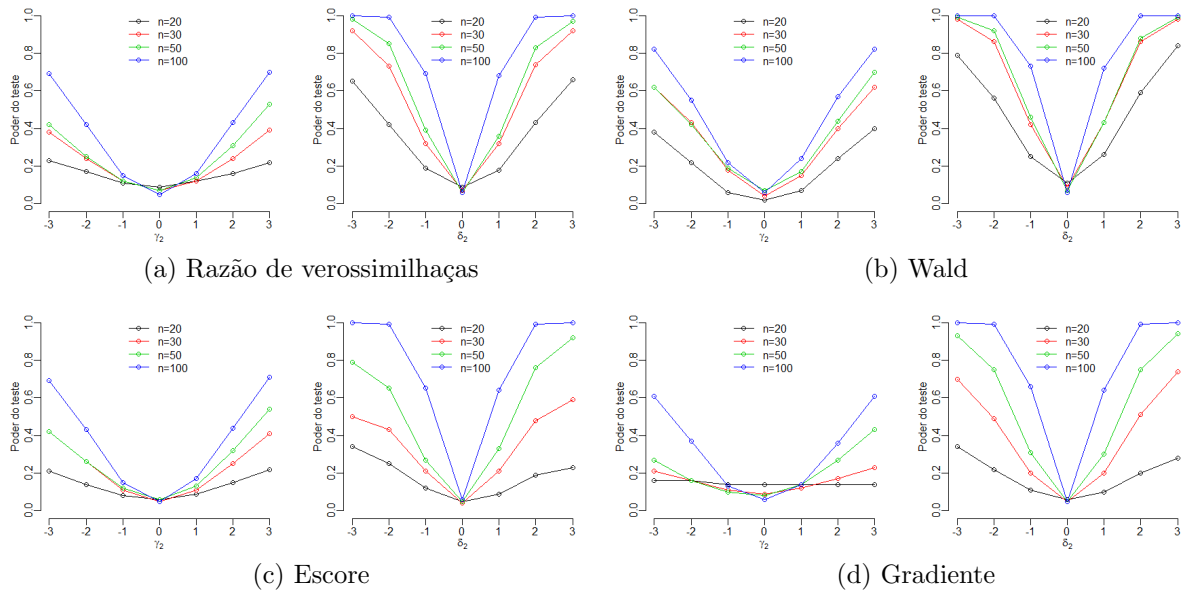


Figura 92 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNB (cauchy) $p=30\%$

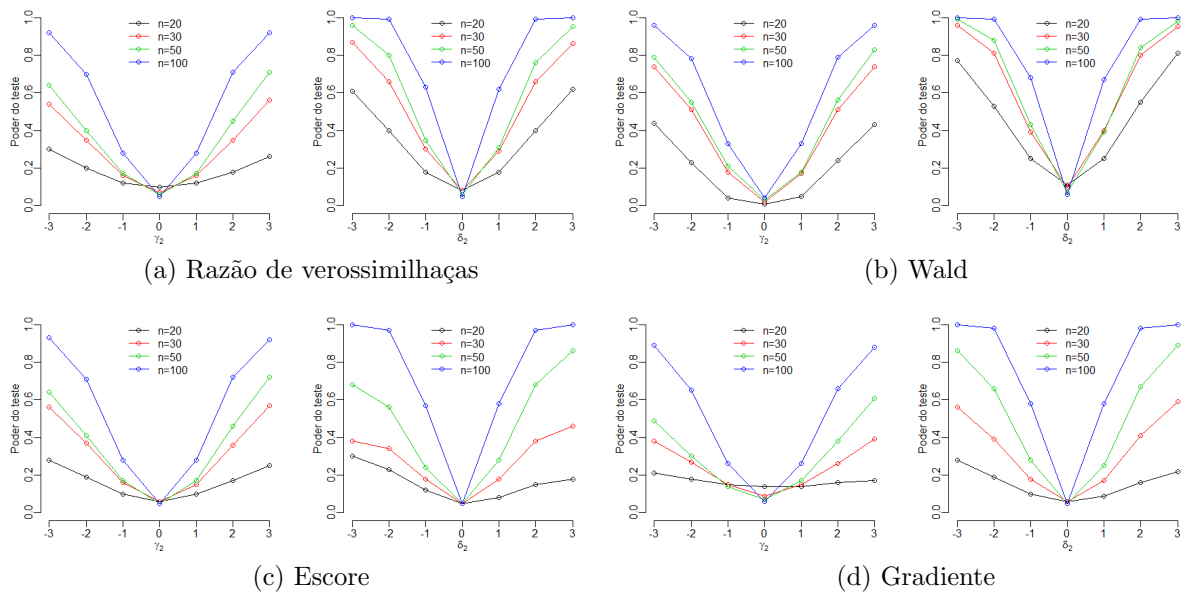


Figura 93 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cauchy) $p=40\%$

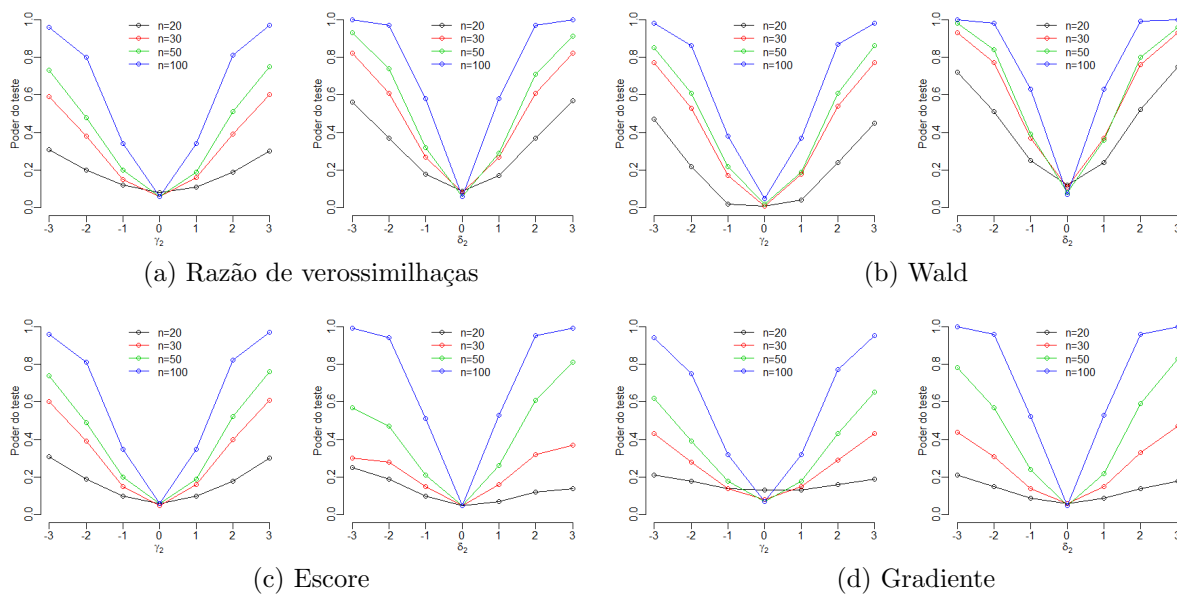


Figura 94 – Poder empírico dos testes para as hipóteses alternativas $\mathcal{H}_1 : \gamma_2 = \varpi$, $\mathcal{H}_1 : \delta_2 = \varpi$ do modelo HBNN (cauchy) $p=50\%$

