



# VI FIPED

FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA  
SANTAMARIA-RIOGRANDEDOSUL  
30 de julho a 01 de agosto de 2014

## **APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA FUNÇÃO AFIM COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA**

**Antonio Marcos de Souza**

Universidade Federal do Ceará / Programa de pós-graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências e Matemática (aluno)/ prof.ams@hotmail.com

**Joilson Pedrosa de Sousa**

Universidade Federal do Ceará / Programa de pós-graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências e Matemática (aluno)/ joilsonpedrosa@gmail.com

**Túlio Cicero Cruz**

Faculdade Ratio (professor )/tulio\_hilpro@yahoo.com.br

**Resumo:** O presente trabalho baseia-se na teoria desenvolvida por David Ausubel, denominada Teoria da Aprendizagem Significativa e tem por objetivo apresentar uma proposta de sequência didática visando uma aprendizagem significativa da função afim com alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do estado do Ceará. A proposta segue o princípio da organização sequencial abordando os seguintes tópicos: Conceituação (da função afim), múltiplas representações (algébrica, gráfica e tabular), comportamento da função mediante a variação de seus coeficientes, crescimento/ decrescimento, aplicação. Com o auxílio do *software* Geogebra esse conceito geral será diferenciado progressivamente nas funções identidade, constante, linear, bem como a translação da função identidade. No ambiente do *software* Geogebra serão desenvolvidas atividades, seguindo uma linha construtivista (professor como mediador), que possibilitarão a reconciliação integrativa desses conceitos. Ou seja, o professor tentará intervir minimamente, enquanto os alunos utilizam as ferramentas do *software* para estudar o comportamento da função afim.

**Palavras chave:** Função afim, aprendizagem significativa, Geogebra.



# VI FIPED

FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA  
SANTAMARIA-RIOGRANDEDOSUL  
30 de julho a 01 de agosto de 2014

## 1 - Introdução

O cenário do processo de ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica torna-se a cada dia mais desafiador. Possivelmente por se ignorar o processo cognitivo envolvido na aprendizagem, não se compreende por que os estudantes cada vez mais reagem tão negativamente ao modelo de escolaridade vertical. Observa-se ainda que essa reação negativa é diretamente proporcional a multiplicação do acesso as novas tecnologias. Conforme afirma Sant' Anna,

Atualmente, as crianças veem televisão, usam computadores, jogos eletrônicos, assistem a filmes no cinema ou em casa, observam cartazes de propaganda, leem jornais, livros, histórias em quadrinhos, revistas, jogam bola, nadam em piscinas públicas, são enfim bombardeadas por informações não selecionadas. Tudo e todos colaboram com o conhecimento, com o comportamento, com os valores que a sociedade está a atingir. Mas a escola continua na "idade da pedra", ignorando tudo, sem ver, sem ouvir, sem sentir. A escola dorme em berço esplêndido [...] (2004, p. 17)

Neste sentido, supõe-se que os problemas de aprendizagem convergem no eixo metodologia versus recursos. Considerando que metodologia envolve também conhecimento teórico sobre educação, entende-se que o desconhecimento das teorias da educação por parte dos educadores compromete o aprimoramento de sua prática pedagógica.

Entre as teorias educacionais, merece análise especial as cognitivistas, que procuram analisar como o indivíduo aprende e quais as variáveis envolvidas neste processo de aprendizagem. O presente trabalho baseia-se numa teoria cognitiva de aprendizagem desenvolvida por David Pool Ausubel, denominada Teoria da Aprendizagem Significativa.

Apesar de bastante citada entre os educadores, a teoria da aprendizagem significativa, é desconhecida por boa parte deles no que diz respeito a fundamentação teórica. [...]houve uma apropriação superficial e polissêmica do conceito de aprendizagem significativa. Toda a aprendizagem passou a ser significativa, todas as metodologias de ensino passaram a objetivar a uma aprendizagem significativa. Uma trivialização do conceito. (MOREIRA 2012, p. 24 e 25).



# VI FIPED

FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA  
SANTAMARIA-RIOGRANDEDOSUL  
30 de julho a 01 de agosto de 2014

É possível que alguns professores sem perceber acabem utilizando, mesmo que aleatoriamente, alguns dos princípios programáticos do conteúdo da teoria da aprendizagem significativa. Por exemplo, quando o professor em vez de apresentar de forma arbitrária um conteúdo para seus alunos verifica através de um diagnóstico, o conhecimento prévio de seus alunos de maneira que possa assegurar que o novo conteúdo terá conexão com aquilo que o aluno já conhece. O professor que assim faz, mesmo que não conheça a teoria da aprendizagem significativa, está sem perceber está procedendo de forma não-arbitrária, característica importante da Aprendizagem Significativa.

No entanto, quando se estuda com mais profundidade essa teoria se percebe a possibilidade de utilizar os seus princípios de forma associada a algum recurso para melhorar a prática pedagógica.

Nesse entendimento, apresenta-se aqui uma proposta de sequência didática visando uma aprendizagem significativa da função afim com o auxílio do *software* Geogebra, para os alunos do 1º ano do Ensino Médio.

A proposta segue uma linha construtivista do ponto vista metodológico, e sugere que o professor elabore atividades, para que os alunos construam o conhecimento utilizando o material de aprendizagem, potencialmente significativo, através da interação com o software Geogebra, onde o professor atue como mediador.

## 2 - Referencial Teórico

### 2.1 A aprendizagem significativa

Desenvolvida por David Paul Ausubel, a Aprendizagem significativa “é o processo através do qual uma nova informação (ou novo conhecimento) se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva (não-literal) à estrutura cognitiva do aprendiz.”(MOREIRA, 1997, p.1). É uma teoria polivalente da forma como os seres humanos aprendem e retêm grandes conjuntos de matérias organizadas na sala de aula e em ambientes de aprendizagem semelhante. (AUSUBEL, 2003 p. 21)

A não arbitrariedade diz respeito a maneira como o novo conhecimento é proposto ao aprendiz. Deve-se considerar o conhecimento prévio existente na estrutura cognitiva do aprendiz, aos quais Ausubel chama de subsunçores. Esse conhecimento



## VI FIPED

FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA  
SANTAMARIA-RIOGRANDE DO SUL  
30 de julho a 01 de agosto de 2014

prévio, que pode ser ideias, conceitos, proposições (MOREIRA, 1997 p.2), é relevante, claro e consolidado, e serve de âncora para que o novo conhecimento (ideias, conceitos, proposições) seja aprendido significativamente e torne-se igualmente relevante para o aprendiz. Quando o novo conhecimento é proposto desconsiderando a existência do conhecimento prévio, essa relação é dita arbitrária.

A “substantividade significa que o que é incorporado à estrutura cognitiva é a substância do novo conhecimento, das novas ideias, não as palavras precisas usadas para expressá-las.” (MOREIRA, 1997 p.2). Ou seja, o novo conceito aprendido significativamente pode ser apresentado de diversas maneiras. Essa definição contradiz a concepção de só se considerar a informação ou resposta apresentada com as mesmas palavras memorizadas do conceito padronizado (ao pé da letra).

Quando a relação entre o novo conhecimento e a estrutura cognitiva do aprendiz acontece de maneira arbitrária e literal, a aprendizagem é dita mecânica, ou seja, o novo conhecimento não foi aprendido de forma significativa. Em outras palavras a aprendizagem mecânica seria conforme Moreira,

[...] o modelo clássico em que o professor expõe (no quadro-de-giz ou com *slides PowerPoint*), o aluno copia (ou recebe eletronicamente os *slides*), memoriza na véspera das provas, nelas reproduz conhecimentos memorizados sem significado, ou os aplica mecanicamente a situações conhecidas, e os esquece rapidamente, continua predominando na escola, aceito sem questionamento por professores, pais e alunos, fomentado pelos exames de ingresso às universidades e exaltado pelos cursinhos preparatórios. Uma enorme perda de tempo. Os alunos passam anos de sua vida estudando, segundo esse modelo, informações que serão esquecidas rapidamente (MOREIRA, 2012 p. 25).

Embora também deva se considerar que a aprendizagem mecânica pode ser significativa, quando na ausência de subsunçores para ancorar o novo conhecimento.

[...] a aprendizagem mecânica é sempre necessária quando um indivíduo adquire informação numa área de conhecimento completamente nova para a ele. Isto é, a aprendizagem mecânica ocorre até que alguns elementos de conhecimento, relevantes a novas informações na mesma área, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados (MOREIRA, 1982, p.10).



Uma característica importante da aprendizagem significativa que a faz distinta da aprendizagem mecânica é quanto ao esquecimento e a possibilidade de reaprendizagem. O esquecimento é um efeito natural tanto da aprendizagem mecânica quanto da significativa.

No entanto, na aprendizagem mecânica o esquecimento é rápido e praticamente total e a possibilidade de reaprendizagem é quase inexistente, enquanto que na aprendizagem significativa o esquecimento é residual, ou seja, resta um pouco dele no subsunçor, bem como a possibilidade de reaprendizagem é bastante real. (MOREIRA, 2012). Segue abaixo um quadro que destaca algumas diferenças entre essas duas aprendizagens.

Quadro1: Aprendizagem mecânica x aprendizagem significativa

<b>APRENDIZAGEM MECÂNICA</b>	<b>APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA</b>
Esquecimento praticamente total	Esquecimento residual
Possibilidade de reaprendizagem	Praticamente impossível a reaprendizagem
Capacidade de lidar apenas com situações conhecidas e rotineiras	Capacidade de lidar com situações novas

Fonte: pesquisa direta.

Apesar das diferenças características entre essas duas aprendizagens Moreira faz questão de destacar que elas não são exatamente dicotômicas. Na verdade existe um “contínuo” entre elas, ao que ele chama de “zona cinza,” região intermediária desse contínuo onde o ensino potencialmente significativo facilitaria a caminhada do aluno. (MOREIRA, 2012 p. 12).

Na estrutura cognitiva do aprendiz o conhecimento é hierarquicamente organizado obedecendo a um grau decrescente de generalização, abstração e inclusividade. Esta estrutura permite que o novo conhecimento interaja com o conhecimento prévio através de uma relação de subordinação, que remete a três formas de aprendizagem significativa: Subordinada, superordenada e Combinatória.



# VI FIPED

FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA  
SANTAMARIA-RIOGRANDEDOSUL  
30 de julho a 01 de agosto de 2014

## **2.2 Princípios programáticos do conteúdo: facilitadores da aprendizagem significativa**

**2.2.1 Diferenciação progressiva:** Os conceitos e ideias mais gerais e inclusivos são apresentados no início e vão se diferenciando progressivamente adquirindo um grau de especificidade maior. (MOREIRA, 1997 p. 18)

Ex1.: No início do período apresenta-se o conceito de função e depois este conceito vai se diferenciando em diversos tipos de função: afim, quadrática, trigonométrica, logarítmica e exponencial.

Ex2.: Na primeira aula de uma disciplina de cálculo diferencial e integral para alunos da graduação apresentar de forma geral os conceitos de limites, derivadas e integrais, como técnicas destinadas a entender o comportamento de funções. No decorrer do curso diferenciar progressivamente os conceitos de cada uma dessas técnicas.

**2.2.2 Reconciliação integrativa:** Relacionar ideias e conceitos apontando similaridades e diferenças. (MOREIRA, 1997 p. 19).

Ex 1.: Relacionar os conceitos de limites e derivadas, enfatizando que derivada é um tipo de limite de uma função em um determinado ponto.

Ex 2.: Relacionar os conceitos das funções afim e quadrática através da variação de seus coeficientes.

**2.2.3 Organização sequencial:** Definir a ordem sequencial dos tópicos de estudo da maneira mais coerente possível, levando em conta os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa. (MOREIRA, 1997 p. 19).

**2.2.4 Consolidação:** Assegurar o domínio do conhecimento prévio antes da introdução do novo conhecimento.

Existem duas condições básicas para concretização da aprendizagem significativa:

- a) Definição do material instrucional (para o novo conhecimento) potencialmente significativo. Ou seja, que esteja ancorado em algum subsunçor da estrutura cognitiva do aprendiz.
- b) Predisposição para aprender por parte do aprendiz. Segundo Moreira (2012) não significa exatamente motivação. Na verdade quanto mais o indivíduo domina significativamente um campo de conhecimentos mais se predispõe a novas



# VI FIPED

FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA  
SANTAMARIA-RIOGRANDEDOSUL  
30 de julho a 01 de agosto de 2014

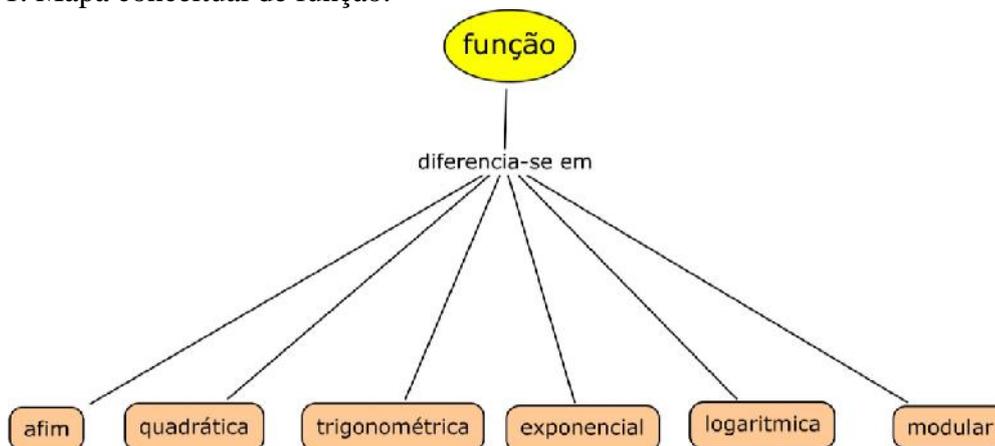
aprendizagens nesse campo ou campos afins. O mesmo não ocorre na aprendizagem mecânica, que provoca um processo inverso ao da predisposição.

## 3 - Desenvolvimento (Proposta de sequência didática)

### 3.1 Explorações verbal e escrita

Sugere-se em um primeiro momento assegurar (verificar) a consolidação do conceito de função e suas múltiplas representações (verbal, algébrica, gráfica, tabular). Pode se partir de situação-problema do cotidiano até chegar a definição matemática destacando a lei de formação e a representação gráfica. Ressalta-se que esse conceito é geral e inclusivo, que pode ser diferenciado em outros mais específicos, conforme mostra o mapa abaixo construído no Cmap Tools.

Figura 1. Mapa conceitual de função.



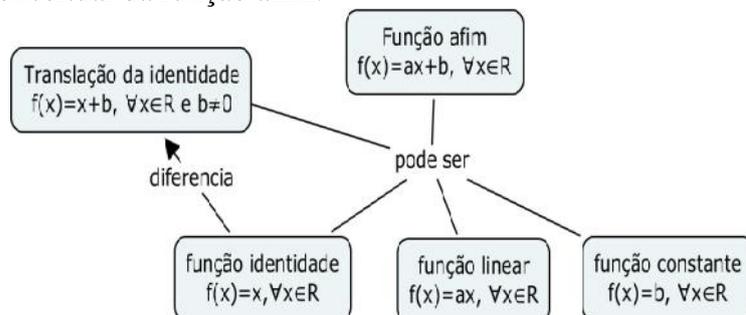
Fonte: Pesquisa direta.

Inicia-se então a construção do conceito de função afim expondo sua definição matemática como aparece na maioria dos livros didáticos.

Uma função  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  chama-se função afim quando existem dois números reais  $a$  e  $b$  tal que  $f(x) = ax + b$ , para todo  $x \in \mathbf{R}$ .

Esse conceito da função afim também é geral e inclusivo, podendo ser diferenciado em outros mais específicos, como mostra, a seguir, o mapa conceitual construído no Cmap Tools.

Figura 2. Mapa conceitual da função afim.



Fonte: Pesquisa direta.

O professor pode iniciar a discussão visando a diferenciação do conceito de função afim, através de algumas perguntas questionadoras como, por exemplo: Quais as características da função afim? Será que toda função afim é linear? O que significa translação da função identidade? Pode-se ainda neste momento propor algumas atividades onde os alunos possam testar suas hipóteses.

### 3.2 O uso do software Geogebra

Diante das limitações que o material analógico pode apresentar sugere-se a partir deste momento o uso do software Geogebra para aumentar o leque de possibilidades de exploração dos conceitos por parte dos alunos. Primeiro se faz necessário um momento de ambientação com o software com o intuito de se conhecer as ferramentas e suas respectivas funções.

Recomenda-se que durante todo este processo o professor adote uma postura denominada por Borges Neto et alii (2001 p.25), de “mão no bolso”, ou seja, que o professor não faça pelo aluno e nem dê as respostas prontas, mas induza o aluno a descobri-las. Por exemplo, se o aluno perguntar: professor para que serve este botão? O professor responde: clique sobre ele e veja o que acontece. Esta é uma maneira de desenvolver a autonomia no processo de aprendizagem. O objetivo nesse momento é conhecer o *software* Geogebra e suas ferramentas.

Depois de cumprida esta etapa pode-se retomar a exploração do conceito de função afim com os recursos do Geogebra, escrevendo no campo entrada (figura 3) a forma algébrica da função. Digita-se a função na sua forma algébrica no campo **entrada**.

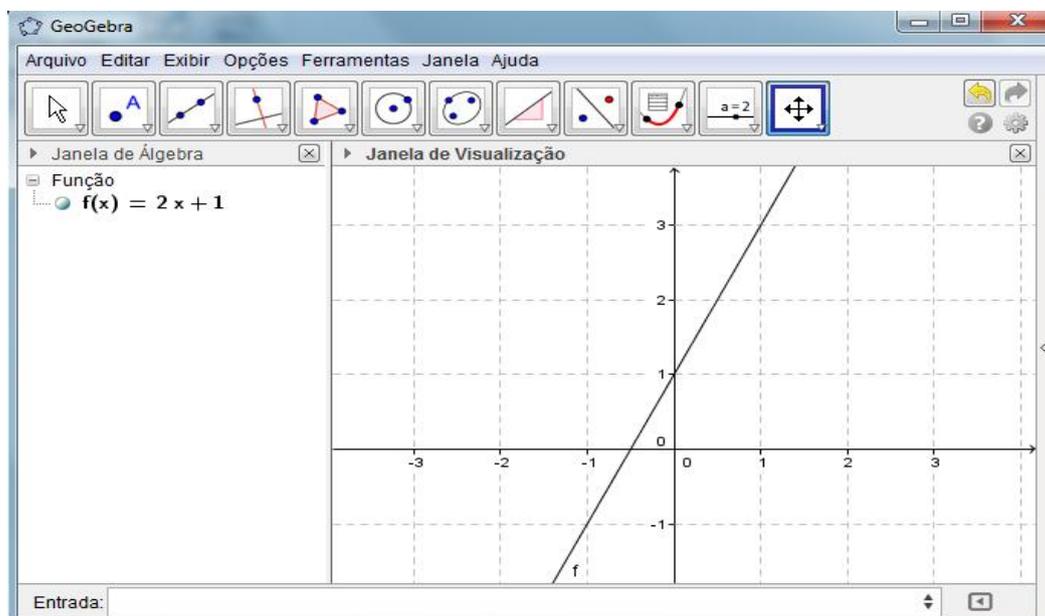
Figura 3: interface do software Geogebra/ campo entrada.

Entrada:  $f(x)=2x+1$

Fonte: Pesquisa direta

Apertando-se a tecla **enter**, a função aparecerá na forma algébrica na janela de álgebra e o gráfico aparecerá na janela de visualização (figura 4).

Figura 4: Interface do software Geogebra.



Fonte: Pesquisa direta

Este tipo atividade possibilita a exploração por parte do aluno da visualização comparativa entre a representação algébrica e gráfica da função afim.

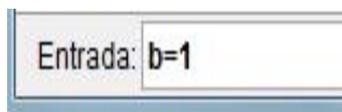
Para uma exploração mais profunda sugere-se que o aluno insira os coeficientes **a** e **b**, bem como a representação genérica da função afim no campo entrada.

Figura 5: interface do software Geogebra/ campo entrada

Entrada:  $a=1$

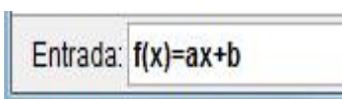
Fonte: Pesquisa direta

Figura 6: interface do software Geogebra/ campo entrada



Fonte: Pesquisa direta

Figura 7: interface do software Geogebra/ campo entrada



Fonte: Pesquisa direta

Usando a ferramenta **controle deslizante** pode-se alterar o valor dos coeficientes **a** e **b** e analisar o comportamento da função mediante esta variação. Neste momento o professor pode através de algumas perguntas orientadoras induzir os alunos a diferenciarem o conceito de função afim em linear, identidade e constante, ao mesmo tempo em que promove uma reconciliação integrativa entre estes conceitos.

Exemplos de perguntas orientadoras: O acontece quando o coeficiente **a** é igual a zero? O que o coeficiente **b** representa no gráfico da função? O que determina o crescimento e o decrescimento da função afim? O que significa o zero (ou raiz) da função no gráfico?

No ambiente do software Geogebra, através da mediação do professor, o aluno pode testar suas hipóteses, amadurecer sua compreensão ressignificado os conceitos aprendidos, encontrar soluções e provar os resultados. No caso das atividades acima propostas o resultado da exploração deverá ser:

Seja a função afim representada por  $f(x) = ax + b$ , com **a** e **b** reais, pode-se afirmar que:

A variação do coeficiente **a** (que representa a inclinação da reta) diferencia a função **f** em crescente ( $a > 0$ ), decrescente ( $a < 0$ ) e constante ( $a = 0$ ).

A variação do coeficiente **b** (que representa a intersecção da reta com o eixo  $x=0$ ) promove a translação da função identidade.

Em seguida, para explorar a aplicação da função afim, propõem-se situações-problema como a seguinte:



# VI FIPED

FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA  
SANTAMARIA-RIOGRANDE DO SUL  
30 de julho a 01 de agosto de 2014

Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R\$ 8,00 mais um custo variável de R\$ 0,50 por unidade produzida. Sendo  $x$  o número de unidades produzidas.

Pede-se:

- Escrever a lei de formação da função que fornece o custo total de  $x$  peças.
- Calcular o custo de 100 peças.
- Escrever a taxa de crescimento da função.

Resolver a situação problema seria a finalidade de todas as explorações anteriores. Ela seria o que Ausubel chama de *impulso cognitivo* (AUSUBEL, 2003, p.204), que funciona como um aspecto motivacional. Inclusive a situação problema pode ser proposta antes da aplicação da sequência didática e depois retomada.

#### 4 - Considerações finais

Ressalta-se que esta proposta didática consiste numa associação entre uma teoria de aprendizagem (aprendizagem significativa) e um software educativo (Geogebra), seguindo uma abordagem construtivista (professor como mediador), visando uma aprendizagem significativa da função afim. Portanto, nem todas as atividades precisam ser construídas no Geogebra. Não se recomenda prescindir das demais atividades, inclusive as demonstrações no quadro e o aprofundamento através da resolução de exercícios no caderno.

Constatou-se que ampliando essa proposta de sequência didática, e aplicando intercaladamente em aulas na sala de aula e no laboratório de informática (onde os próprios alunos poderão efetuar as explorações), seja possível concretizar uma aprendizagem significativa da função afim. Procurou-se enfatizar principalmente os princípios programáticos do conteúdo propostos por Ausubel. Ao final da aplicação da proposta imagina-se que o educando seja capaz de reconhecer e representar a função afim na sua forma algébrica e gráfica, bem como identificar e utilizar os elementos que a caracterizam na resolução de problemas, reproduzindo este conhecimento de forma substantiva.



# VI FIPED

FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA  
SANTAMARIA-RIOGRANDEDOSUL  
30 de julho a 01 de agosto de 2014

## 5 – Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Lisboa: Plátano, 2003.

BORGES N. H. **Sequência Fedath: Uma proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática.** 2013.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações.** Volume 1. São Paulo, 2011.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa; a teoria de David Ausubel.** Colab. de Marcos A. Moreira e Elcie F. Salzano Masini. São Paulo: Cortes & Moraes, 1982.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: um conceito subjacente.** Em Moreira, M.A., Caballero, M.C. e Rodríguez, M.L. (orgs.) (1997). Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo. Burgos, España. pp. 19-44.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal Aprendizagem significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2020. Aceito para publicação, *Qurriculum*, La Laguna, Espanha, 2012.

SANT'ANNA I. M. e SANT'ANNA V. M. **Recursos Educacionais para o ensino – quando e por quê?** Petrópolis: Vozes. 2004.

TUTORIAL Geogebra disponível em [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).