



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**WILIAN VERISSIMO NAKAMURA**

**APLICAÇÃO DA TÉCNICA PUSHOVER EM PROBLEMAS DE IMPACTO**

**FORTALEZA**

**2016**

WILIAN VERISSIMO NAKAMURA

APLICAÇÃO DA TÉCNICA PUSHOVER EM PROBLEMAS DE IMPACTO

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof<sup>a</sup>.

FORTALEZA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

N152a Nakamura, Wilian Verissimo.  
Aplicação da técnica Pushover em problemas de impacto / Wilian Verissimo Nakamura. – 2016.  
47 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia,  
Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2016.

Orientação: Profa. Dra. Tereza Denyse Pereira de Araújo.

1. Pushover. 2. impacto. 3. concreto. 4. pilar. I. Título.

CDD 620

---

WILIAN VERISSIMO NAKAMURA

APLICAÇÃO DA TÉCNICA PUSHOVER EM PROBLEMAS DE IMPACTO

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Tereza Denyse Pereira de Araújo

Aprovada em: 22/12/2016.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Tereza Denyse P. de Araújo (Orientadora)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Evandro Parente Júnior (Examinador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo (Examinador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho ao meu pai, que é meu maior ídolo.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu pai, Wilian Ryoji Nakamura, por sempre ter acreditado em mim e sempre se esforçou ao máximo para me ver feliz.

À professora Tereza Denyse por sua excelente orientação.

Aos meus professores por todos os ensinamentos dentro e fora de aula.

À minha namorada, Rafaela Bitu, pelo companheirismo e afeto.

Aos meus amigos e colegas de faculdade, especialmente, Tiago Correia, Emmerson Modesto, Thays Guerra, Jamila Garcia, João Neto e Rodrigo Carvalhedo, por sempre estarem presente nos momentos mais alegres nos anos de graduação.

Aos meus amigos, Caio Amora e Thais Luedy, pelos bons momentos e apoio antes e durante minha graduação.

## RESUMO

A análise *Pushover* é uma análise não-linear que vem sendo frequentemente estudada nos últimos anos, principalmente em análises de ações sísmica em edifícios, onde apresenta bons resultados. Neste trabalho estuda-se o comportamento de um pilar de concreto armado sujeito ao impacto frontal de um veículo de pequeno porte, utilizando-se de uma simulação pelo Método dos Elementos Finitos, disponível no software SAP2000. Foram efetuadas análises transiente linear, transiente não-linear e pushover, para que fosse possível comparar os tipos de análises e pôde-se constatar grandes diferenças nos resultados obtidos, que nas análises transiente não-linear e *pushover*, permitiram estimar os locais dos possíveis danos na coluna, bem como definir a curva de capacidade do pilar estudado. Além disso, para cada umas destas duas análise, o pilar apresentou diferentes modos de ruptura.

**Palavras-chave:** Pushover, não-linear, impacto, concreto, pilar.

## **ABSTRACT**

Pushover analysis is a non-linear analysis that has been frequently studied in the past few years, especially in seismic actions on buildings analysis, where it shows great results. In this paper the behavior of a reinforced-concrete column subjected to frontal impact of a small vehicle is studied, using a simulation based on The Finite Element Method, available at SAP2000 software. Pushover, linear transient and nonlinear transient analysis was carried out, in order to compare both kinds of analysis, and it was possible to verify the differences between the results obtained. These results made possible to determine de places of possible damage at the column and also to define the curve of capacity of the column studied, during nonlinear transient and pushover analysis. Besides that, for each one of these analysis, the column presented different ways of rupture.

**Keywords:** Pushover, analysis, non-linear, impact, concrete, column.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Divisão da geometria em elementos finitos .....	15
Figura 2: Modelo de 1 grau de liberdade.....	17
Figura 3: Superposição de modos de vibração .....	20
Figura 4: Curva de capacidade - Deslocamento vs Força Aplicada .....	23
Figura 5: Diagrama de Força x Deformação .....	24
Figura 6: Seção do pilar e cotas em milímetros.....	26
Figura 7: Curvas Tensão deformação do concreto e do aço.....	27
Figura 8: Modelo estrutural .....	27
Figura 9: Curva senoidal para o tempo de impacto de 0,12s.....	28
Figura 10: Relação Momento x Curvatura. ....	30
Figura 11: Modelo discretizado do pilar.....	31
Figura 12: Modelo da solução analítica.....	32
Figura 13: Deslocamento em função do tempo – Análise Linear .....	35
Figura 14: Força de base x deslocamento – Análise Linear .....	35
Figura 15: Relação Momento x Curvatura .....	36
Figura 16: Semelhança de triângulos para calculo do comprimento da rótula plástica .....	37
Figura 17: Força de cisalhamento x Deslocamento do Pilar – Análise Linear.....	38
Figura 18: Posição da rótula plástica formada.....	38
Figura 19: Sobreposição de curvas Força de base x deslocamento do caso linear.....	39
Figura 20: Deslocamento em função do tempo – Análise Não-Linear .....	40
Figura 21: Força de base x deslocamento – Análise Não-Linear .....	40
Figura 22: Deformação do pilar sujeito ao pulso senoidal .....	41
Figura 23: Força de cisalhamento x Deslocamento do Pilar – Análise Pushover Não-Linear.....	42
Figura 24: Posição da rótula plástica formada.....	42

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Frequências naturais das soluções analíticas e numéricas.....	33
Tabela 2: Modos de vibração identificados e respectivas frequências naturais .....	34

## SUMARIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
1.1. Objetivos .....	13
1.1.1. Objetivo Geral.....	13
1.1.2. Objetivos Específicos .....	13
1.2. Organização do Trabalho .....	14
<b>2. ANÁLISE DINÂMICA</b> .....	<b>15</b>
2.1. Método dos elementos finitos .....	15
2.2. Análise Dinâmica Transiente Linear .....	16
2.2.1.1. Sistemas de 1 grau de liberdade - Vibrações livres sem amortecimento .....	17
2.2.2. Sistemas de $n$ graus de liberdade .....	18
2.2.2.1. Vibrações livres sem amortecimento.....	19
2.2.2.2. Vibrações Forçadas sem amortecimento .....	19
2.3. Análise Dinâmica Transiente Não-Linear .....	20
2.4. Pushover .....	21
2.4.1. Rótulas plásticas.....	22
2.4.2. A análise .....	22
<b>3. MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	<b>26</b>
3.1. Pilar de concreto armado .....	26
3.2. Modelo estrutural .....	27
3.3. Carga de impacto .....	28
3.4. Análises realizadas .....	29
3.4.1. Análise <i>Pushover</i> .....	30
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	<b>31</b>
4.1. Análise dinâmica transiente linear .....	32
4.1.1. Solução analítica.....	32
4.1.2. Resultados modais.....	33
4.1.3. Superposição modal.....	34
4.2. Análise Pushover linear .....	36
4.2.1. Rótula plástica.....	36

<b>4.2.2. Curva de capacidade .....</b>	<b>37</b>
<b>4.2.3. Análise dinâmica linear vs. pushover .....</b>	<b>39</b>
<b>4.3. Análise transiente não-linear .....</b>	<b>39</b>
<b>4.4. Análise pushover não-linear .....</b>	<b>41</b>
<b>4.4.1. Análise dinâmica não linear vs. pushover .....</b>	<b>43</b>
<b>5. CONCLUSÕES.....</b>	<b>44</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>46</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Com o crescimento desordenado dos centros urbanos e da frota de veículos no Brasil, o número de acidentes de trânsito envolvendo colisão de veículos tornam-se mais significativos.

Colunas em estacionamentos cobertos ou no subsolo, em viadutos, em edifícios próximos às vias de tráfego e postes são susceptíveis a colisões de veículos. A falha de um pilar que faz parte de uma estrutura pode gerar consequências catastróficas. Por isso, faz-se necessária a compreensão do evento, como por exemplo, o comportamento do material e os possíveis danos gerados no impacto, para que assim possam-se tomar medidas de prevenção para este tipo de acidente.

A NBR 6118:2014 não inclui requisitos exigíveis para que uma estrutura satisfaça os estados-limites sob ações de impacto, porém cita como medida preventiva para possíveis colisões a existência de uma barreira protetora para o pilar. Vale ressaltar que o concreto possui reduzido potencial para deformação instantânea, logo apresenta limitada dissipação da energia liberada pela colisão, além do fenômeno acontecer em um curto intervalo de tempo, agravando a situação (GUIMARÃES, 2013).

A técnica *Pushover* é uma análise estática não linear, que descreve bem o comportamento não linear das estruturas de concreto armado (BHATT, 2007), obtendo-se o desempenho estrutural do pilar e os danos causados pela colisão do veículo, utilizando o *software* SAP2000.

### 1.1. Objetivos

#### 1.1.1. Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é aplicar a técnica *Pushover* adaptando-a em um problema de impacto.

#### 1.1.2. Objetivos Específicos

Os objetivos específicos definidos para cumprir a proposta desta monografia, através do método de pesquisa, são:

- ✓ Compreender a aplicação da técnica *Pushover* através de pesquisa bibliográfica.
- ✓ Dimensionar um pilar em concreto armado.

- ✓ Desenvolver modelo de rótula plástica baseado na relação Momento x Curvatura.
- ✓ Realizar uma análise dinâmica linear e não linear da estrutura, sob a aplicação da carga em função do tempo.
- ✓ Executar a análise *Pushover* da estrutura, incluindo o comportamento da rótula plástica.

## **1.2. Organização do Trabalho**

Este trabalho está dividido em 5 capítulos. Nesse primeiro capítulo o tema abordado é introduzido; o segundo capítulo consiste na apresentação do referencial teórico para a compreensão do tema; no terceiro capítulo é abordado o processo com o qual os resultados do quarto capítulo são obtidos e, por fim, o quinto capítulo é uma reflexão sobre o entendimento do método.

## 2. ANÁLISE DINÂMICA

Um impacto é caracterizado quando há a colisão entre 2 ou mais corpos, onde são geradas forças entre os corpos em intervalos de tempo próximos à zero. Este fenômeno é complexo e envolve uma grande variedade de parâmetros. No caso do impacto de veículos em pilares, estes parâmetros são: veículo x pilar, onde se leva em conta as características do veículo automotor (tamanho, massa, geometria, material), as características do pilar (massa, material, geometria, sistema estrutural) e o modo do impacto (ângulo em que o veículo colide com o pilar, posição e velocidade do veículo) (QUEIROZ, 2011).

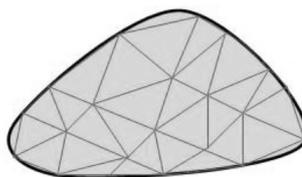
Assumindo que as massas dos objetos ao colidirem movem-se com a mesma velocidade, a energia cinética do veículo se transforma em energia de deformação concentrada nos objetos durante o impacto. A colisão entre os corpos deve ser tratada como um problema cinemático-elástico, onde as propriedades mecânicas dos materiais atuam para dissipar a energia no impacto (TOPÇU e AVCULAR, 1977).

Como o estudo experimental de impacto entre veículo e poste é oneroso, busca-se pela alternativa de fazer uma simulação computacional do que acontece nesse fenômeno, por meio do método dos elementos finitos.

### 2.1. Método dos elementos finitos

De acordo com Assan (1999), o Método dos Elementos Finitos (MEF) surgiu a fim de superar as dificuldades e problemas inerentes aos métodos utilizados anteriormente como o de Rayleigh-Ritz, diferenças finitas, entre outros. O MEF mais utilizado é baseado no método de Rayleigh-Ritz e se caracteriza pela divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões denominadas elementos finitos (Figura 1).

Figura 1: Divisão da geometria em elementos finitos



Fonte: Giacchini, 2012

Quando surge a necessidade de resolver um problema de análise de uma estrutura, a primeira questão que se coloca é a sua classificação quanto à geometria, modelo do material constituinte e ações aplicadas. O modo como o MEF é formulado e aplicado depende, em parte, das simplificações inerentes a cada tipo de problema.

Para aplicação do MEF, é necessário o uso de um *software* computacional devido a necessidade de realizar grande quantidade de cálculos e para a resolução de grandes sistemas de equações lineares. Em sua formulação, o MEF pode ser descrito por uma equação, onde se possa substituir a integral de um domínio complexo ( $V$ ) por um somatório de subdomínios de geometria simples ( $V_i$ ). A equação que corresponde a integral de volume de uma função  $f$  é dada por:

$$\int_V f \, dV = \sum_{i=1}^n \int_{V_i} f \, dV \quad (1)$$

Onde

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (2)$$

Se for possível calcular todas as integrais estendidas aos subdomínios  $V_i$ , basta efetuar o somatório correspondente ao segundo membro da Equação (1) para se obter a integral estendida a todo o domínio. Cada subdomínio  $V_i$  corresponde a um elemento finito de geometria simples (AZEVEDO, 2003).

## 2.2. Análise Dinâmica Transiente Linear

Um dos objetivos da teoria da dinâmica das estruturas é o estudo das vibrações livres e forçadas em sistemas estruturais. Inicia-se o estudo através de modelos simples com um grau de liberdade. Estes modelos são úteis, pois estabelecem definições básicas e podem também corresponder a muitas situações reais, especialmente quando se trata de análises dinâmicas numa faixa estreita de frequências. São aplicados também nos estudos mais avançados de vibrações mecânicas através do desacoplamento modal de modelos com vários graus de liberdade (NGL).

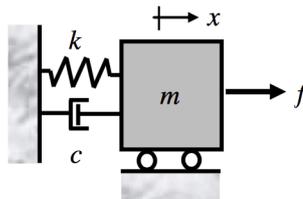
### 2.2.1.1. Sistemas de 1 grau de liberdade - Vibrações livres sem amortecimento

São sistemas com movimentos definidos por apenas um grau de liberdade. Com a aplicação das leis do movimento e de hipóteses simplificadoras pode-se mostrar que muitos sistemas mecânicos (Figura 2) possuem um modelo matemático representado por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (3)$$

Onde:  $m$  é a massa do modelo,  $c$  é o coeficiente de amortecimento do modelo,  $k$  é o coeficiente de rigidez do modelo,  $x(t)$  é o deslocamento da massa  $m$  em função do tempo,  $\dot{x}(t)$  é a velocidade da massa  $m$  em função do tempo,  $\ddot{x}(t)$  é a aceleração da massa  $m$  em função do tempo e  $f(t)$  é a força externa aplicada em função do tempo.

Figura 2: Modelo de 1 grau de liberdade



Fonte: <http://www2.eesc.usp.br/labdin/mucheroni/>

No estudo de vibração livre sem amortecimento utiliza-se a equação (3) tornando a força externa aplicada “ $f(t)$ ” nula e coeficiente de amortecimento “ $c$ ” nulo, resultando em:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (4)$$

A solução geral possui a seguinte forma:

$$x = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \quad (5)$$

Na equação (5),  $A_1$  e  $A_2$  são constantes de integração que dependem das condições de contorno e  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são as raízes da equação característica do problema:

$$m\lambda^2 + k = 0 \quad (6)$$

$$\lambda_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7)$$

Tem-se:

$$x = A_1 e^{i\sqrt{\frac{k}{m}}t} + A_2 e^{-i\sqrt{\frac{k}{m}}t} \quad (8)$$

ou

$$x = C_1 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{k}{m}}t + C_2 \operatorname{cos} \sqrt{\frac{k}{m}}t \quad (9)$$

Na equação (9),  $C_1$  e  $C_2$  são constantes reais e dependem das condições de contorno.

A partir dessa solução obtém-se a frequência circular natural ( $w_0$ ) expressa em rad/s ou a frequência natural ( $f_0$ ) expressa em Hz:

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (10)$$

$$f_0 = \frac{w_0}{2\pi} \quad (11)$$

### 2.2.2. Sistemas de $n$ graus de liberdade

O estudo das vibrações livres e forçadas de sistemas estruturais, com  $n$  graus de liberdade, é feito a partir de modelos obtidos através de equações da dinâmica. Os sistemas dinâmicos reais são representados através de equações diferenciais ordinárias a derivadas parciais. Entretanto, dentro de determinada faixa finita de frequência, estes sistemas podem ser bem representados por modelos discretos, como os modelos de estruturas obtidos através do Método dos Elementos Finitos.

Com a aplicação das leis do movimento pode-se mostrar que muitos sistemas mecânicos possuem um modelo matemático representado pela seguinte equação matricial:

$$[m]\{\ddot{u}(t)\} + [c]\{\dot{u}(t)\} + [k]\{u(t)\} = \{f(t)\} \quad (12)$$

Onde:  $[m]$  é a matriz-massa do modelo,  $[c]$  é a matriz de amortecimento do modelo,  $[k]$  é a matriz de rigidez do modelo,  $\{u(t)\}$  é o vetor deslocamento das massas  $m_i$  em função do

tempo,  $\{\dot{u}(t)\}$  é o vetor velocidade da massa  $m$  em função do tempo,  $\{\ddot{u}(t)\}$  é o vetor aceleração da massa  $m$  em função do tempo e  $\{f(t)\}$  é o vetor de forças externas aplicadas em função do tempo.

### 2.2.2.1. Vibrações livres sem amortecimento

No estudo de vibração livre sem amortecimento utiliza-se a equação (12) tornando o vetor de forças externas aplicadas,  $\{f(t)\}$ , nulo e a matriz de amortecimento  $[c]$  nula, o que resulta na seguinte expressão:

$$[m]\{\ddot{u}(t)\} + [k]\{u(t)\} = \{0\} \quad (13)$$

Com a solução do sistema, chega-se a seguinte equação:

$$[k]\{W\} = \omega^2[m]\{W\} \quad (14)$$

Adotando  $\lambda = \omega^2$  e  $[A] = [m]^{-1}[k]$ , obtêm-se um problema de autovalores e autovetores dado por:

$$[A]\{W\} = \lambda\{W\} \quad (15)$$

Havendo, portanto,  $n$  autovetores (denominados modos de vibração -  $\{W\}$ ) que são linearmente independentes e  $n$  autovalores (denominados frequências naturais -  $\lambda$ ) tal que:

$$0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n \quad (16)$$

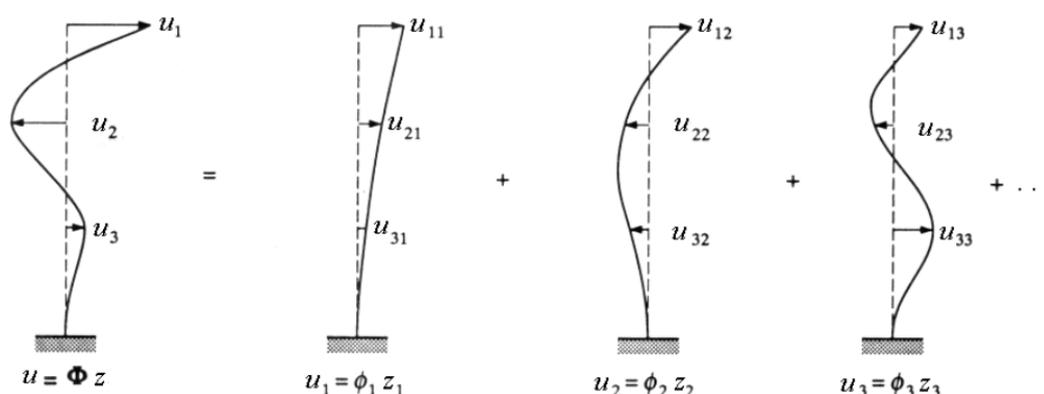
### 2.2.2.2. Vibrações Forçadas sem amortecimento

Nesse tipo de análise, utiliza-se a equação (12) considerando a matriz de amortecimento nula:

$$[m]\{\ddot{u}(t)\} + [k]\{u(t)\} = \{f(t)\} \quad (17)$$

Para a solução da equação (17) podem ser usados dois métodos: o método da superposição modal e o método de integração direta. O primeiro consiste na combinação linear dos modos de vibração (Figura 3) tal que as matrizes de massa e de rigidez tornam-se diagonais. Já o segundo método consiste na utilização de um método numérico (método de Newmark, por exemplo) para resolver a equação diferencial de movimento. Nesse trabalho é utilizado o método superposição modal para a análise da vibração forçada, gerada pelo impacto.

Figura 3: Superposição de modos de vibração



Fonte: <http://transportes.ime.eb.br/~moniz/>

### 2.3. Análise Dinâmica Transiente Não-Linear

A análise dinâmica não linear segue o mesmo modelo matemático da análise linear (Equação 12), porém no caso do comportamento não-linear do material os coeficientes de rigidez variam, seja pelo escoamento do material ou pela alteração significativa da geometria por deformação, isso altera as características de vibração, não permitindo a separação simples das equações de movimento. Nesse caso, não se pode utilizar a superposição modal para resolução do problema (LAPA, 1987).

Logo, utiliza-se do método de integração direta para a resolução do problema, onde diferente do método de superposição, não se efetua quaisquer transformações nas equações diferenciais de movimento. Nesse método obtêm-se a solução para sucessivos intervalos de tempo, que são definidos de acordo com o tempo em que se pretende estudar a estrutura. Em cada intervalo, supõe-se a variação dos deslocamentos e derivadas.

No SAP2000, utiliza-se o método de integração de Hilber-Hughes-Taylor (HHT) para a solução da equação de movimento do sistema. O Método HHT é um sucessor do Método de Newmark, o qual consiste num conjunto de fórmulas de integração que depende de dois parâmetros  $\beta$  e  $\gamma$  de integração conhecidos. As expressões para o deslocamento  $u$  e velocidade  $\dot{u}$  no instante  $n + 1$  são dadas por:

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta)\ddot{u}_n + 2\beta\ddot{u}_{n+1}] \quad (18)$$

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t [(1 - \gamma)\ddot{u}_n + \gamma\ddot{u}_{n+1}] \quad (19)$$

Nas equação (18) e (19),  $\ddot{u}_{n+1}$  é a aceleração no instante  $n+1$ ,  $\Delta t$  é o intervalo entre os instantes  $n$  e  $n+1$ .

Porém, no método de HHT, essas equações (18 e 19) não são diretamente substituídas na equação (12), e sim numa nova equação:

$$[m]\{\ddot{u}_{n+1}\} + (1 + \alpha)[c]\{\dot{u}_{n+1}\} - \alpha[c]\{\dot{u}_n\} + (1 + \alpha)[k]\{u_{n+1}\} - \alpha[k]\{u_n\} = \{f(t_{n+1})\} \quad (20)$$

Onde:

$$t_{n+1} = t_n + (1 + \alpha)\Delta t \quad (21)$$

O método HHT possui as propriedades de estabilidade e precisão anunciados quando:

$$\frac{1}{3} \geq \alpha \geq 0 \quad \gamma \geq \frac{1 - 2\alpha}{2} \quad \beta \geq \frac{(1 - \alpha)^2}{4} \quad (22)$$

## 2.4. Pushover

A técnica Pushover é uma análise estática não linear desenvolvida na tentativa de obter resultados semelhantes aos das análises dinâmicas e consiste em cargas ou deslocamentos incrementais aplicados à estrutura a fim de determinar o desempenho estrutural da mesma (BHATT, 2007). Nesse caso, é possível determinar onde os danos irão ocorrer através da formação de rótulas plásticas e a implicação que estes terão no colapso da estrutura.

### 2.4.1. Rótulas plásticas

A formação da rótula plástica inicia-se quando a seção está em seu limite de escoamento. No concreto armado, a formação da rótula plástica é caracterizada pela plastificação devida à tração da armadura passiva de tração, e essa formação pode ser prevista pelo cálculo da curva que relaciona o momento e a curvatura. Vale ressaltar que a plastificação não se restringe exclusivamente a uma seção, pois as deformações plásticas normalmente ocorrem em um determinado comprimento, denominado comprimento de rótula plástica.

Em estruturas isostáticas, o colapso se dá quando esgota-se a capacidade resistente da seção mais solicitada. Porém ao analisar estruturas hiperestáticas, o esgotamento da capacidade resistente de uma seção não implica necessariamente no colapso da estrutura. O colapso só ocorrerá quando a estrutura for transformada em um sistema instável, após a formação de rótulas plásticas em diversas seções. As rótulas plásticas, que se formam com o crescimento do carregamento, poderão resistir aos momentos até determinados limites, condicionados por sua capacidade de rotação. Uma barra  $n$  vezes hiperestática entra em colapso quando, sob a ação das cargas, houver a formação de  $n+1$  rótulas plásticas.

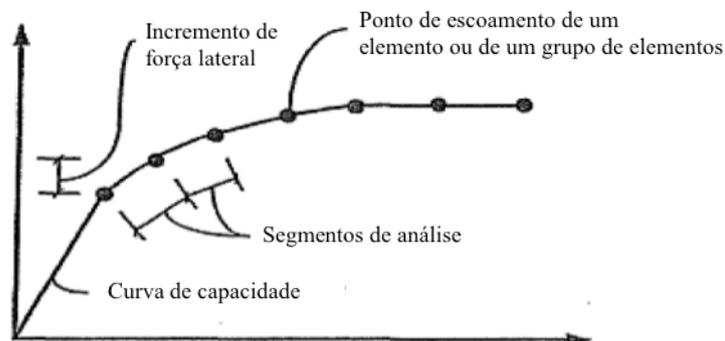
### 2.4.2. A análise

O método Pushover é comumente aplicado em análises de estruturas sob ações sísmicas, pois permite resultados de caráter satisfatório. O principal objetivo desta técnica é obter a Curva de Capacidade, que relaciona a força cortante na base da estrutura e o seu deslocamento no topo. É obtida pela aplicação progressiva de cargas laterais com pequenos incrementos de carga até que a estrutura atinja o valor máximo do deslocamento. Esta curva se refere à carga com maior probabilidade de falha. Ao se adotar o comportamento não linear é possível obter resultados mais próximos da realidade.

O maior desafio na realização de uma análise *Pushover*, contudo, está em descrever correta e adequadamente o comportamento dos principais subsistemas que compõem a estrutura. Isso deve ser feito através do emprego de métodos matemáticos consistentes, validados por resultados experimentais e descritos por algoritmos eficientes,

capazes de considerar tais subsistemas na avaliação do desempenho de todo o conjunto estrutural (CASTRO, 2013).

Figura 4: Curva de capacidade - Deslocamento vs Força Aplicada



Fonte: Mota, 2010

Segundo Coutinho (2008), o método Pushover é a aplicação na estrutura de forças e deslocamentos crescentes, obtendo-se como resultado final respostas de pico. Estas respostas podem traduzir o resultado que seria obtido em uma análise dinâmica, que é uma análise bem mais complexa do que a estática não linear.

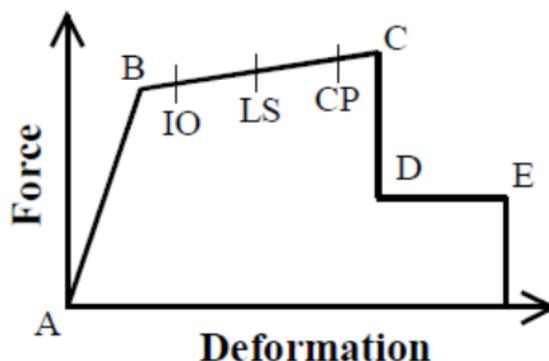
Segundo Peña (2012) em seu estudo de sismos, existem várias maneiras de aplicar as forças laterais na estrutura (triangular, parabólica, uniforme, etc.), contudo a escolha afeta os resultados, não havendo um padrão único de forças que seja universalmente aceito.

A técnica pushover não linear consiste basicamente nos seguintes passos (MARJANISHVILI ET AL., 2006):

- a) Construir o modelo de elementos finitos da estrutura;
- b) Definir e assinalar as propriedades das rótulas plásticas, o que envolve estimar a capacidade do elemento em relação à carga-deslocamento, ou ao momento-rotação, ou ao momento-curvatura;
- c) Aplicar as combinações de cargas estáticas, tais como peso próprio e sobrecargas;
- d) Aplicar a carga lateral e obter, ao final da análise, a curva de capacidade.

A curva carga x deslocamento, em geral, se assemelha à curva mostrada na Figura 5, onde o ponto A corresponde a estrutura sem carregamento, o ponto B corresponde ao ponto de escoamento da seção, o ponto C corresponde à resistência última da seção e a capacidade final para a análise pushover. Do ponto D ao E tem-se a resistência residual da estrutura e o ponto E marca a capacidade máxima de deformação da seção.

Figura 5: Diagrama de Força x Deformação



Fonte: Habibullah *et al.*, 1998

Os pontos indicados pelas siglas IO, LS e CP correspondem aos estágios de falhas definidos pelo FEMA-356 (*Applied Technology Council and Building Seismic Safety Council 1997*), para estruturas sujeitas a terremotos. Assim, quando a primeira rótula é formada, a estrutura está no nível de ocupação imediata (IO - *Immediate Occupation*); quando duas rótulas são formadas, está no nível seguro de vida (LS - *Life Safety*); a formação de três rótulas indica prevenção de colapso (CP - *Collapse Prevention*); quando a rótula falha, a estrutura está em colapso.

Apesar de esta técnica ser usada, principalmente, para o estudo de estruturas sujeitas a abalos sísmicos, atualmente, a técnica tem sido aplicada em outros tipos de problemas, tais como, colisão de navios e trens, colisão de navios em colunas (MAGOSHI ET AL, 2013), impacto de ondas em plataformas offshore e devido a tsunamis (CASTRO, 2013), efeito de explosões em edifícios com estrutura metálica (TAHMILCI, 2007), dentre outros.

Para ser aplicada a técnica Pushover no poste de concreto armado, segundo Mota (2010), a modelagem da estrutura deve ser realizada utilizando o método dos elementos finitos e considerando o comportamento não linear do concreto armado. Rótulas podem ser inseridas nas seções a fim de garantir o comportamento não linear, onde há possibilidade de formação de zonas de não linearidade. Para isso devem-se ter os esforços aplicados, a distribuição das armaduras e a geometria da seção transversal.

Devem-se aplicar as forças laterais, que no caso do presente trabalho se dará pela força gerada pelo impacto do veículo no poste de acordo com as configurações do carregamento. Podem-se fazer várias análises com distribuições de carga diferentes, pois

assim é possível reduzir os efeitos associados à imprecisão na determinação das forças de inércia.

Depois da aplicação da carga, devem-se obter os esforços na estrutura, levando em conta as propriedades das rótulas introduzidas, as quais variam em função dos esforços. O registro do deslocamento no ponto de controle e o valor da carga devem ser obtidos. E depois ocorre a redefinição do modelo numérico alterando a rigidez dos elementos que atingiram o escoamento, para ter em conta as novas condições de rigidez. Essa alteração deve ser realizada onde foram inseridas as rótulas.

Então, aplica-se o novo incremento de carga e obtêm-se os dados citados anteriormente até que a nova estrutura entre em colapso. Adiciona-se o incremento da carga e do deslocamento no ponto de controle, aos anteriores valores de força e deslocamento, obtendo assim o valor acumulado da força e deslocamento. O procedimento deve ser repetido até que se obtenha um sistema estrutural instável ou até que atinja um deslocamento pré-determinado no ponto de controle

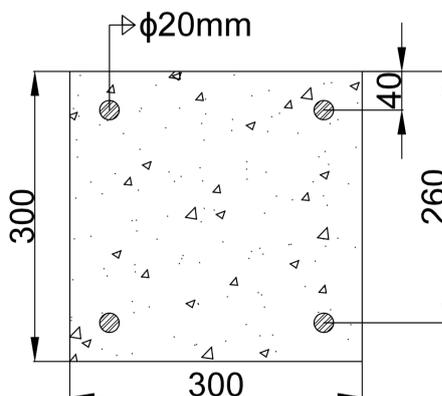
### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Com a compreensão das variáveis envolvendo o impacto de veículos em pilares, realiza-se um estudo do fenômeno, utilizando-se das análises dinâmicas e da técnica Pushover. Para o estudo citado utiliza-se o programa computacional SAP 2000 V.14.

#### 3.1. Pilar de concreto armado

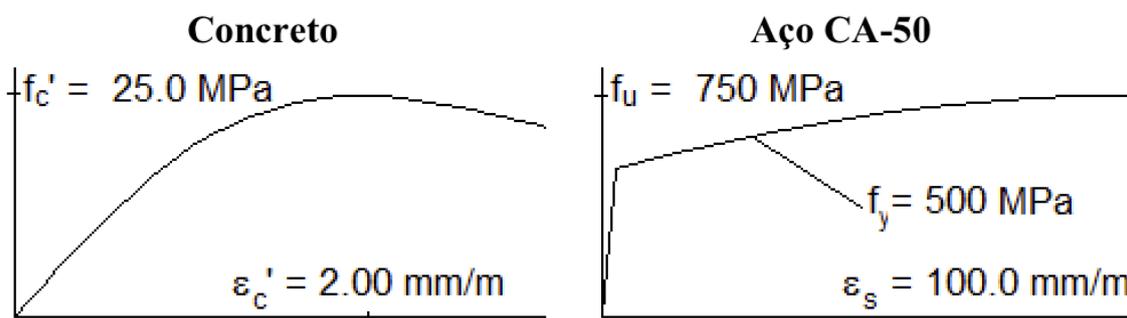
O pilar de concreto armado modelado nesse trabalho é um pilar de 3 metros de altura dimensionado para uma carga concêntrica aplicada no topo de 700kN, seguindo as normas da NBR 6118 (2014). A seção transversal (Figura 6) é quadrada de 300 mm de lado com quatro barras de aço de 20 mm de diâmetro. A resistência característica do concreto é igual a 25 MPa, o módulo de elasticidade é igual a 28 GPa, a densidade específica é 25 kN/m<sup>3</sup> e o coeficiente de Poisson é 0,2. A armadura é de aço CA-50 com resistência característica igual 500 MPa, módulo de elasticidade igual a 200 GPa, densidade de 76,9729 kN/m<sup>3</sup> e coeficiente de Poisson igual a 0,3. Com curvas tensão-deformação representadas conforme a Figura 7, para as análises não lineares.

Figura 6: Seção do pilar e cotas em milímetros



Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 7: Curvas Tensão deformação do concreto e do aço

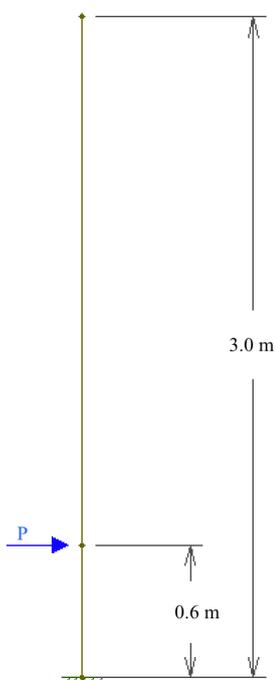


Fonte: Elaborado pelo autor

### 3.2. Modelo estrutural

O pilar é modelado como uma coluna engastada na base e livre no topo, sujeita a uma carga concentrada transversal aplicada a 60 cm da base (Figura 8), visto que a altura média do centroide da área de impacto de um veículo de pequeno porte é aproximadamente esse valor (FERRER *et al.*, 2010).

Figura 8: Modelo estrutural



Fonte: Elaborado pelo Autor

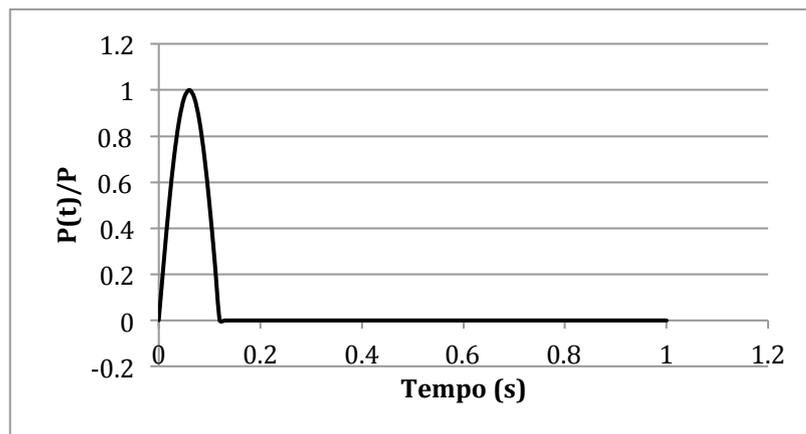
### 3.3. Carga de impacto

Utiliza-se o modelo adotado por Queiroz (2011), para carga de impacto em função do tempo, que segundo Chan (2000): “Na colisão frontal de veículos contra objetos fixos (postes, árvores e barreiras), o tempo de atuação destas forças é bem pequeno, da ordem de 0,10 s a 0,12 s e independe da velocidade de impacto.” A carga de impacto é então representada por uma função meio seno (Figura 9) (KHALILI & SABOORI, 2009)

$$P(t) = \begin{cases} P_0 \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \rightarrow 0 \leq t \leq \tau \\ 0 \rightarrow t > \tau \end{cases} \quad (23)$$

Na equação (23),  $P(t)$  é a carga de impacto no instante de tempo  $t$ ,  $P_0$  é a amplitude da carga de impacto e  $\tau$  é o tempo de duração do impacto.

Figura 9: Curva senoidal para o tempo de impacto de 0,12s



Fonte : Elaborado pelo autor.

Para determinação da amplitude da carga de impacto ( $P_0$ ), considera-se a conservação de energia no sistema, onde a energia cinética ( $E_c$ ) do veículo antes do impacto é absorvida pela estrutura como energia de deformação elástica ( $U_e$ ), desprezando a energia absorvida na deformação do veículo. Assim, tem-se:

$$E_c = U_e \quad (24)$$

$$\frac{1}{2} m_v v_v^2 = \frac{1}{2} k \Delta_{máx}^2 \quad (25)$$

Na equação (25),  $m_v$  é a massa do veículo,  $v_v$  é a velocidade do veículo,  $k$  é o coeficiente de rigidez do pilar e  $\Delta_{m\acute{a}x}$  é a deflexão máxíma do pilar, que é determinada pelo teorema de *Castigliano*:

$$\Delta_{m\acute{a}x} = \int_0^L \frac{M(z)}{EI} \left( \frac{\partial M}{\partial P} \right) dz \quad (26)$$

Na equação (26),  $M(z)$  é o momento fletor em função de  $z$ ;  $E$  é o módulo de elasticidade do material;  $I$  é o momento de inércia da seção;  $L$  é o comprimento da pilar; e  $P$  é uma carga fictícia aplicada na direção do deslocamento que se deseja determinar.

Resolvendo (24) tem-se:

$$P_0 = \sqrt{\frac{2E_c}{\int_0^h \frac{(h-z)(L-z)}{EI} dz}} \quad (27)$$

Na equação (27),  $h$  é a altura de aplicação da carga de impacto.

### 3.4. Análises realizadas

Quatro análises são realizadas neste trabalho: análise transiente linear e não linear; análise estática (pushover) linear e não linear. Na análise transiente não linear, é realizada em primeiro lugar a análise de vibração livre a fim de validar o modelo numérico. Neste caso, a primeira frequência é comparada com a de um S1GL equivalente.

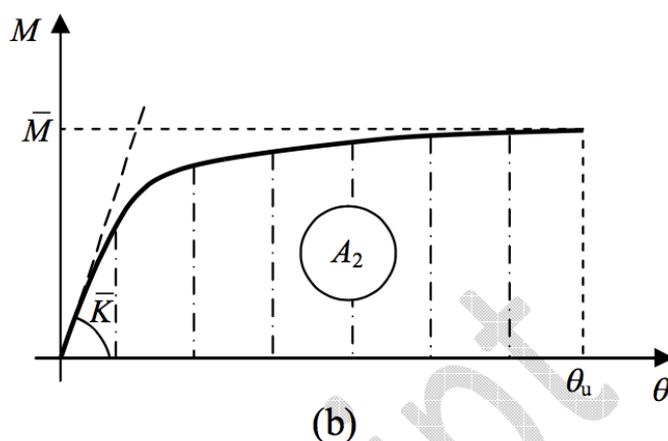
A análise transiente de vibração forçada é então executada, considerando o comportamento do concreto armado linear e desconsiderando o amortecimento. A análise é executada utilizando o método da superposição modal e com a carga modelada na seção 3.3, obtendo-se a curva de deslocamento em função do tempo e de força de cisalhamento na base em função do deslocamento.

Na análise transiente não linear, considera-se o comportamento não-linear do concreto e desconsiderando o amortecimento. Como já foi dito, usa-se o método numérico HHT para resolver a equação de movimento, obtendo-se também a curva de deslocamento em função do tempo e força de cisalhamento na base em função do deslocamento.

### 3.4.1. Análise *Pushover*

Na análise *pushover* linear, o comportamento dos materiais é linear e a não linearidade do concreto é introduzida apenas pela inserção de pontos com possíveis formações de rótulas plásticas. Essa não linearidade do concreto é determinada utilizando-se o software Response 2000, que analisa a seção da estrutura baseando-se na relação Momento ( $M$ ) x Curvatura ( $\varphi$ ), onde se obtêm as respostas dos momentos de escoamento ( $M_y$ ) e último ( $M_u$ ), para a seção, e suas respectivas curvaturas (Figura 10).

Figura 10: Relação Momento x Curvatura.



Fonte: Stochino & Carta (2012)

Na Figura 10,  $\bar{K} = EI = M/\varphi$ .

Já na análise *pushover* não linear, além da definição do comportamento momento x curvatura (Figura 11) do concreto, tanto o concreto e o aço são definidos por suas respectivas curvas não lineares (Figura 7). Em ambas as análises *pushover* (linear e não linear), o deslocamento máximo do topo do pilar obtido na análise transiente linear é utilizado como o máximo deslocamento do ponto de controle da análise *pushover*, de modo a obter a curva de força de cisalhamento x deslocamento.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A estrutura foi modelada no software SAP2000 v.14. O tempo de duração da carga de impacto ( $\tau$ ) adotado é 0,12s e o veículo adotado possui massa ( $m_v$ ) de 1500 kg e atinge o pilar a uma velocidade ( $v_v$ ) de 60 km/h. Além disso, o módulo de elasticidade utilizado foi o do concreto de 28 GPa e o momento de inércia adotado foi o da seção bruta de  $0,000675 \text{ m}^4$  e Com isso, obteve-se uma amplitude da carga de impacto ( $P_0$ ) de 3952,847 kN (Equação 27).

O pilar foi modelado com elementos finitos de barras, onde a seção transversal é definida como descrito na seção 3.1 e é discretizado com 10 elementos (Figura 11). Onde os pontos de possíveis rótulas plásticas são inseridas nos três elementos mais próximos a base do pilar.

Figura 11: Modelo discretizado do pilar



Fonte: Elaborado pelo autor

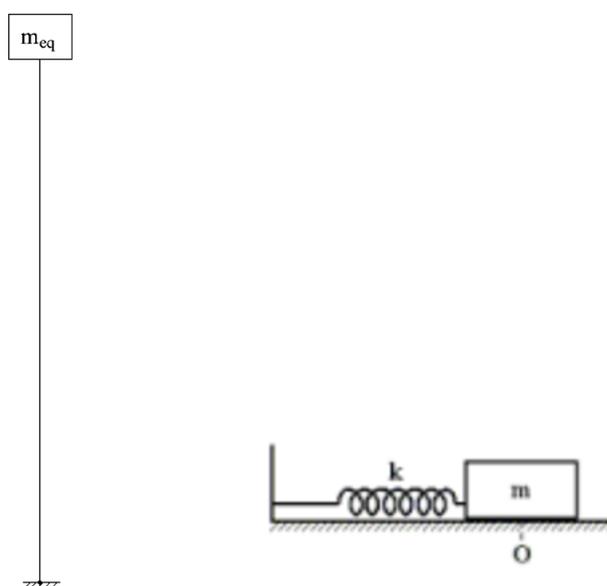
#### 4.1. Análise dinâmica transiente linear

Da análise, identifica-se os modos de vibração comuns nas frequências mais baixas, e desenvolve-se a solução analítica do 1º modo de vibração do pilar a fim de comparar com a solução obtida no modelo numérico.

##### 4.1.1. Solução analítica

O pilar é considerado engastado na base e livre no topo, com infinitos graus de liberdade que pode ser reduzido a um sistema de um grau de liberdade (S1GL), através do método de oscilador simples equivalente.

Figura 12: Modelo da solução analítica



Fonte: Elaborado pelo autor

Utilizando-se do método de integração da equação diferencial da linha elástica, tem-se a expressão da deflexão estática do eixo geométrico da viga:

$$u(z) = \frac{f}{6EI} (3lz^2 - z^3) \quad (28)$$

Na equação (28),  $u(z)$  é a deflexão do ponto localizado a uma altura  $z$  da base do pilar,  $l$  é a altura do pilar,  $f$  é uma força fictícia aplicada no topo do pilar,  $E$  é o módulo de elasticidade do material e  $I$  é o momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo de flexão.

Daí obtém-se

$$K_e = \frac{3EI}{L^3} \quad (29)$$

$K_e$  é a constante de mola de translação equivalente ao pilar.

Além disso, em Soriano (2014) é demonstrado como obter a equação de massa equivalente do pilar, que é dada por:

$$m_{eq} = \frac{33}{140} [(\rho A)_{conc} + (\rho A)_{aço}]L \quad (30)$$

Com essas informações pôde-se obter a frequência natural:

$$w_0 = \sqrt{\frac{K_e}{m_{eq}}} \quad (31)$$

$$f_0 = \frac{w_0}{2\pi} \quad (32)$$

#### 4.1.2. Resultados modais

A solução analítica simplificada do poste tem como principal objetivo validar a solução numérica. O SnGL é reduzido a um S1GL na direção de análise. Observa-se que o erro percentual da solução numérica está próximo a 1%, podendo-se considerar estas soluções exatas.

Tabela 1: Frequências naturais das soluções analíticas e numéricas

Modo de vibração	Solução analítica	Solução numérica	Erro %
1º Modo de flexão	17,8497 Hz	17,666557 Hz	-1,026%

Fonte: Elaborado pelo autor

Do modelo, identificam-se os três primeiros modos de vibração, de um total de 10, os quais são mostrados na Tabela 2. A carga de impacto tem frequência de excitação dada por:

$$\bar{\omega} = \frac{\pi}{\tau} \quad (33)$$

Que, para o intervalo de impacto de 0,12 s, é igual a 26,18 rad/s ou 4,17 Hz. Com isso, verifica-se que a frequência de excitação e as frequências naturais da estrutura não são próximas, não havendo possibilidade de ressonância.

Tabela 2: Modos de vibração identificados e respectivas frequências naturais

1º Modo de flexão	2º Modo de flexão	3º Modo de flexão
		
17,666557 Hz	106,085405 Hz	280,370810 Hz

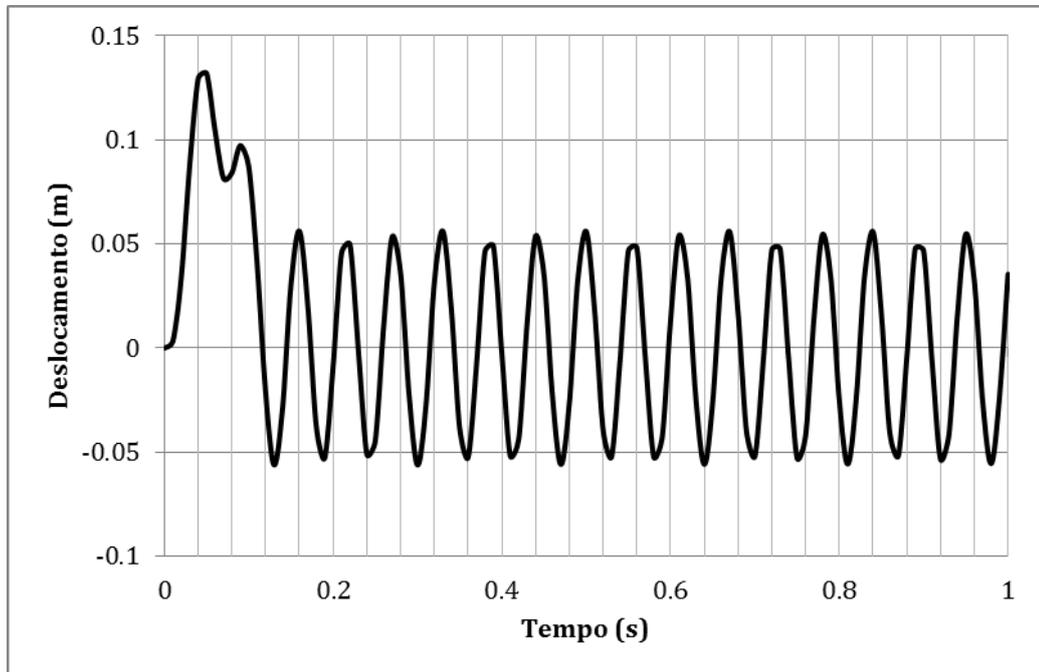
Fonte: Elaborado pelo autor

#### 4.1.3. Superposição modal

Ao aplicar o pulso de carga,  $P(t)$ , no ponto a 60 cm do solo, tem-se os deslocamentos do topo do pilar em função do tempo (Figura 13), onde o deslocamento máximo do topo do pilar é 0,13197 m e ocorre em  $t$  igual a 0,05 s. Ao completar o pulso ( $t = 0,12s$ ) o pilar entra em processo de vibração livre, pois não se levou em conta o amortecimento.

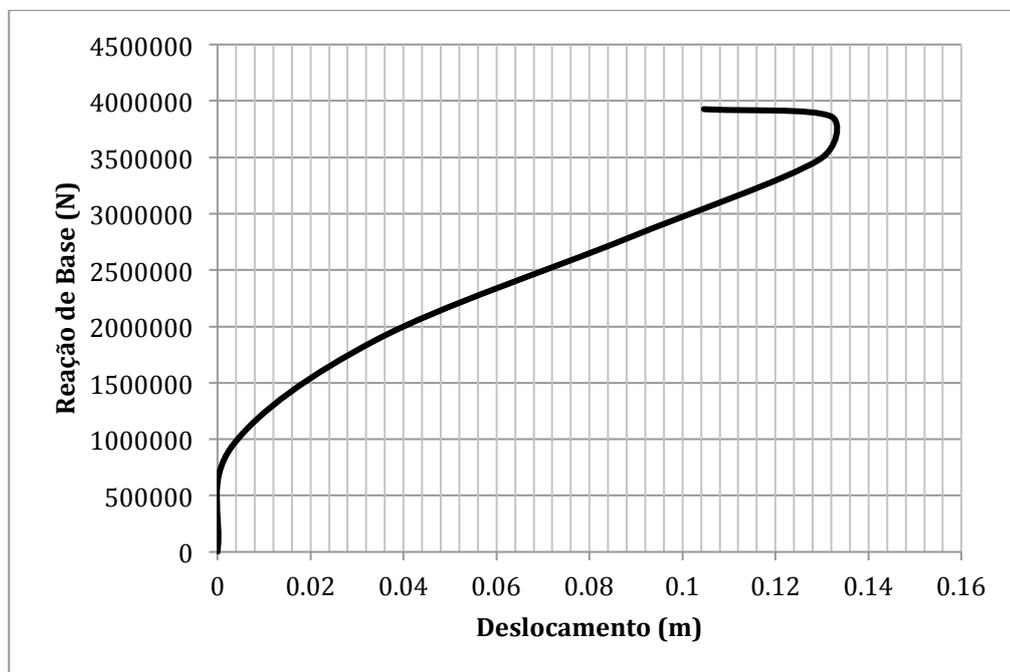
A fim de comparar os resultados obtidos pela análise dinâmica transiente linear com os resultados obtidos na análise pushover, obteve-se a curva força na base x deslocamento (Figura 14). Onde é possível perceber que o deslocamento máximo se dá antes do pico do pulso de carga aplicado, numa força de aproximadamente 3862,869 kN.

Figura 13: Deslocamento em função do tempo – Análise Linear



Fonte : Elaborado pelo autor

Figura 14: Força de base x deslocamento – Análise Linear



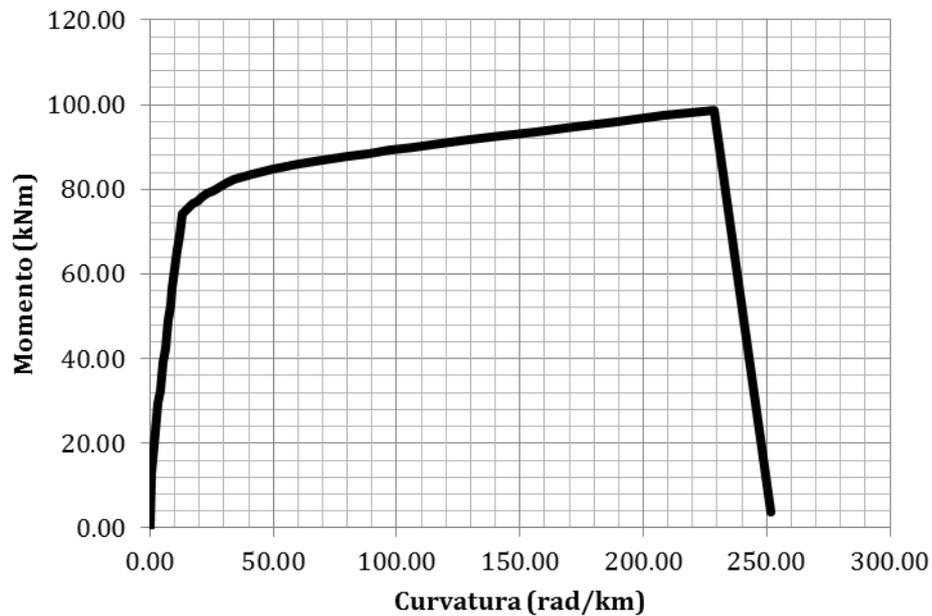
Fonte: Elaborado pelo autor

## 4.2. Análise Pushover linear

### 4.2.1. Rótula plástica

Utilizando o *software Response-2000* obteve-se a relação Momento x Curvatura (Figura 15), cujo momento de escoamento ( $M_y$ ) é igual a 74,251 kN·m para uma curvatura de 13,107 rad/km e momento último ( $M_p$ ) igual a 98,757 kN·m para uma curvatura de 228,705 rad/km.

Figura 15: Relação Momento x Curvatura



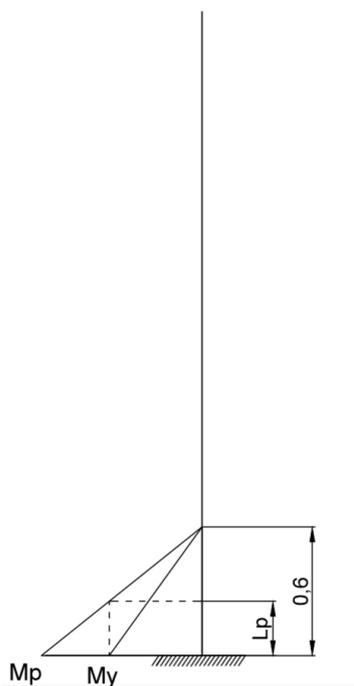
Fonte : Elaborado pelo autor

Com esses dados, pôde-se calcular o comprimento da rótula plástica formada na base do pilar, por meio de semelhança de triângulos (Figura 16):

$$\frac{M_p}{0,6} = \frac{M_p - M_y}{L_p} \quad (34)$$

$$L_p = 0,1489 \text{ m} \quad (35)$$

Figura 16: Semelhança de triângulos para cálculo do comprimento da rótula plástica



Fonte : Elaborado pelo autor

Através das relações de momento, curvatura e deflexão, pôde-se calcular as cargas  $P$  que causam escoamento e ruptura do material, respectivamente:

$$P_y = \frac{M_y}{h} = 123,7517 \text{ kN} \quad (36)$$

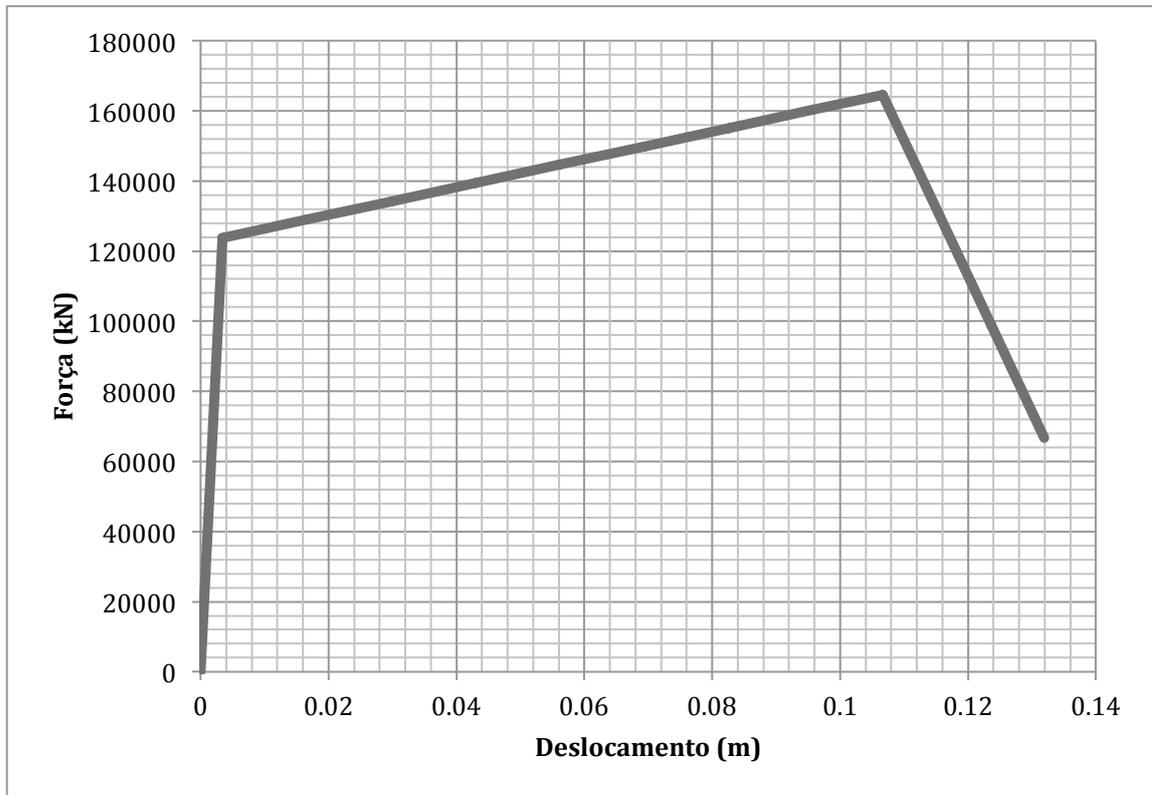
$$P_u = \frac{M_u}{h} = 164,595 \text{ kN} \quad (37)$$

#### 4.2.2. Curva de capacidade

A análise *pushover* é executada, utilizando o deslocamento máximo da análise dinâmica linear como ponto de controle, obtendo-se a curva de capacidade (Figura 17), que relaciona Força de cisalhamento na base x Deslocamento. O deslocamento neste caso é o do topo do pilar (nó de controle) e a força de cisalhamento é na base do mesmo.

Observa-se que o pilar inicia o escoamento quando a carga  $P$ , que é a carga estática que representa a carga de impacto, atinge o valor de 123,751 kN e um deslocamento de 0,003385 m, a ruptura se dá quando a carga  $P$  é igual a 164,595 kN e um deslocamento de 0,106665 m. O escoamento e posteriormente a ruptura se dão na rótula plástica formada próximo a base do pilar (ponto vermelho), conforme mostra a Figura 18.

Figura 17: Força de cisalhamento x Deslocamento do Pilar – Análise Linear



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 18: Posição da rótula plástica formada.

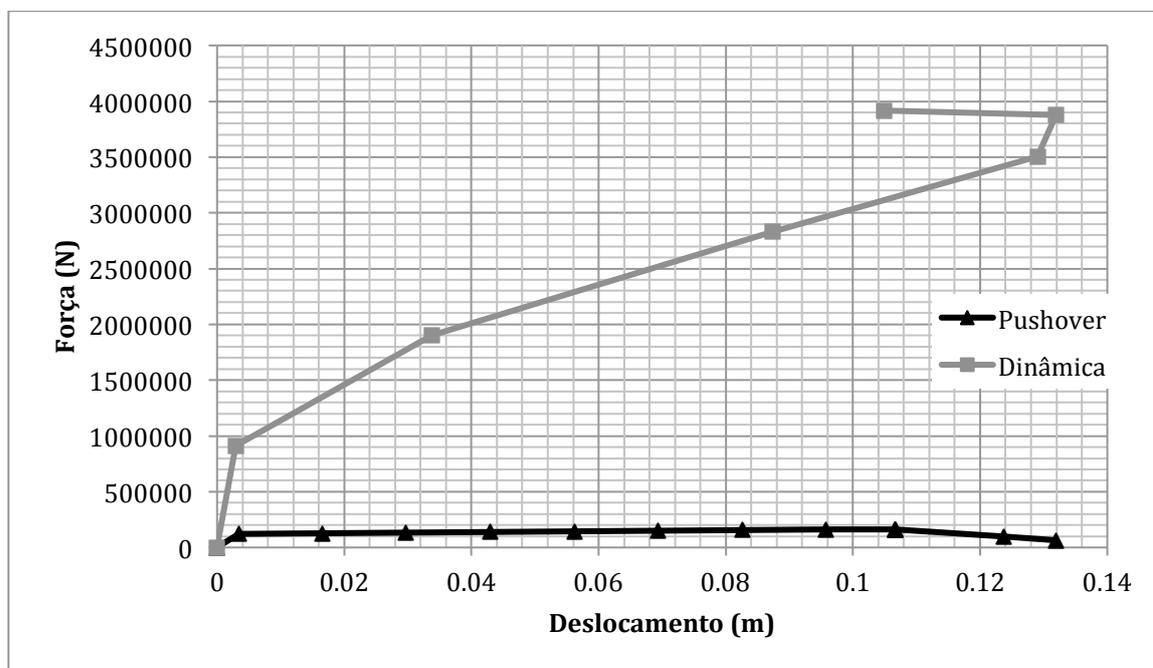


Fonte : Elaborado pelo autor

### 4.2.3. Análise dinâmica linear vs. pushover

Sobrepondo a curva Força de base x deslocamento (Figura 14) da análise transiente linear e a curva de capacidade (Figura 17) da análise *pushover*, tem-se:

Figura 19: Sobreposição de curvas Força de base x deslocamento do caso linear



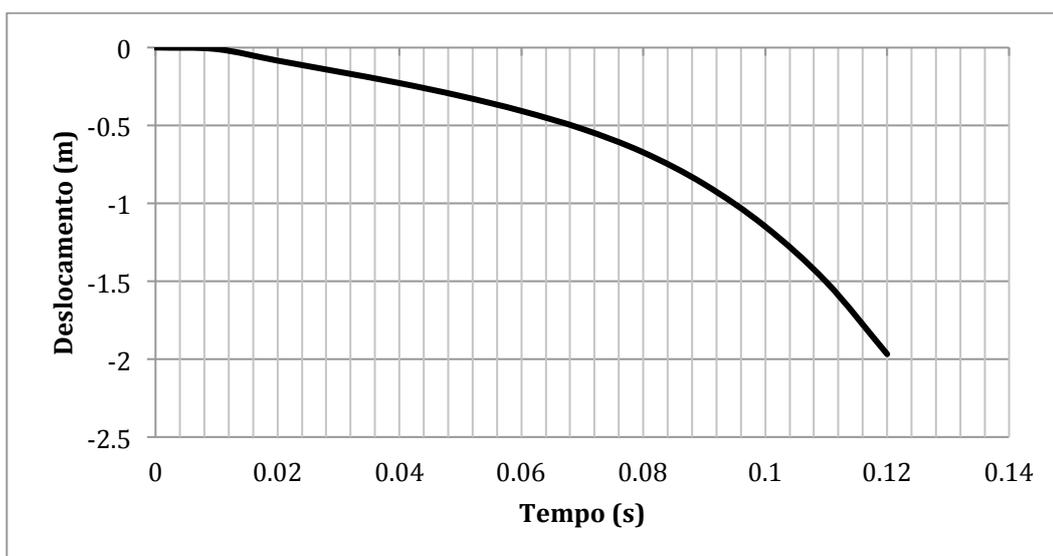
Fonte: Elaborado pelo autor

Nota-se que por considerar a plastificação e posteriormente a ruptura da seção, na curva da análise *pushover* a força de base não chega a 5% da força máxima da análise transiente, pois nesse caso a análise segue como se a seção não entrasse em colapso.

### 4.3. Análise transiente não-linear

Ao aplicar o pulso de carga semi-senoidal,  $P(t)$ , tem-se os deslocamentos do topo do pilar em função do tempo (Figura 20), onde pôde-se observar que os deslocamentos excessivos indicam um erro, devido a ruptura que se dá na estrutura, que não é evidenciada pelo *software*.

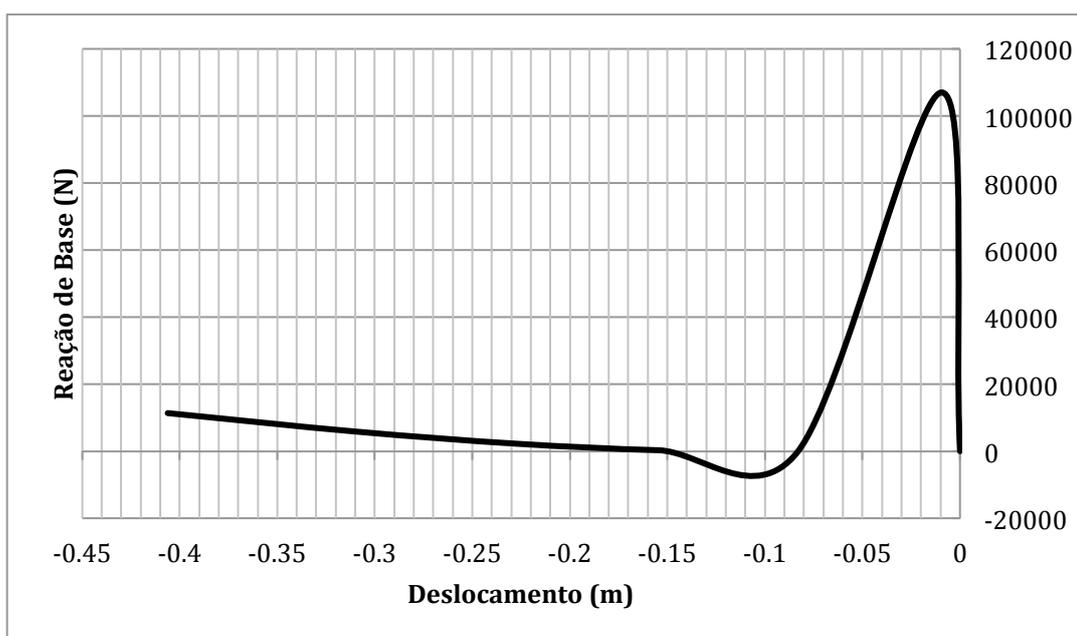
Figura 20: Deslocamento em função do tempo – Análise Não-Linear



Fonte: Elaborado pelo autor

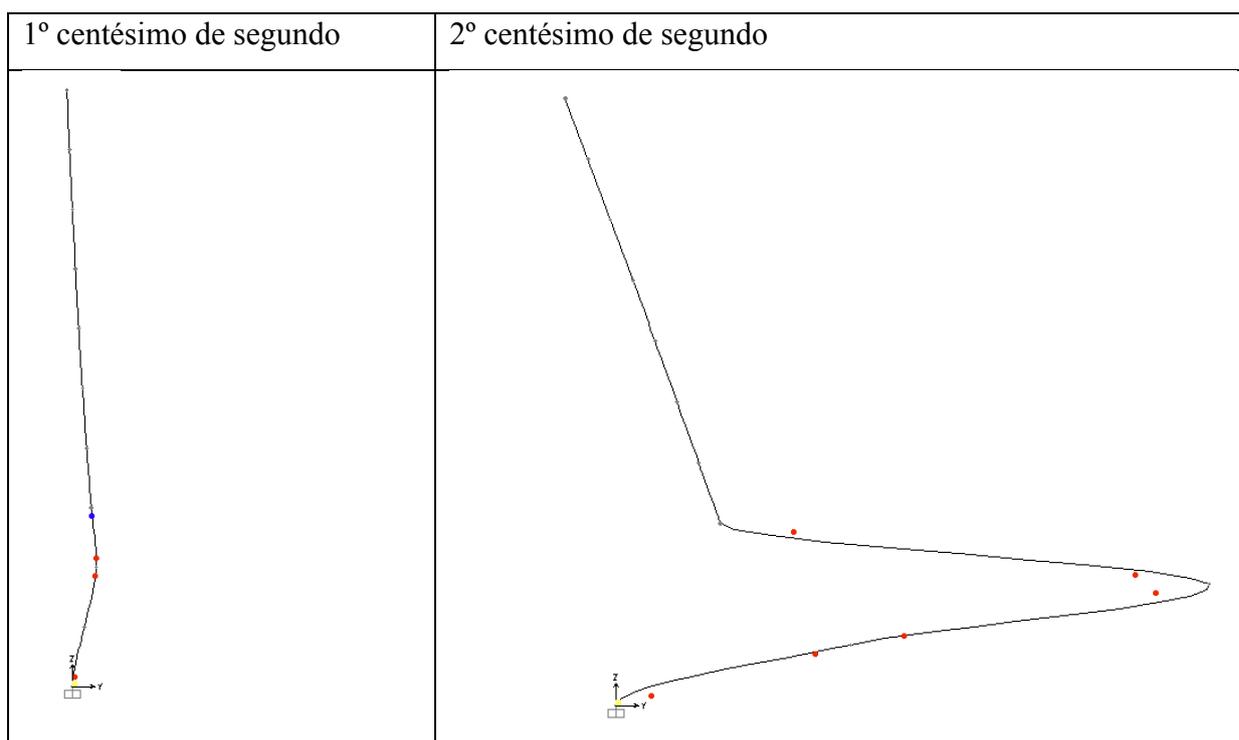
Na curva força na base x deslocamento (Figura 21) é possível perceber que o carga máxima se dá antes do pico do pulso de carga aplicado e é de aproximadamente 107,053 kN e deslocamento -0,01. Isso se dá devido a ruptura quase que instantânea do pilar. O deslocamento é negativo, pois ao romper-se o topo do pilar desloca-se na direção contrária a carga, como mostra a Figura 22.

Figura 21: Força de base x deslocamento – Análise Não-Linear



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 22: Deformação do pilar sujeito ao pulso senoidal



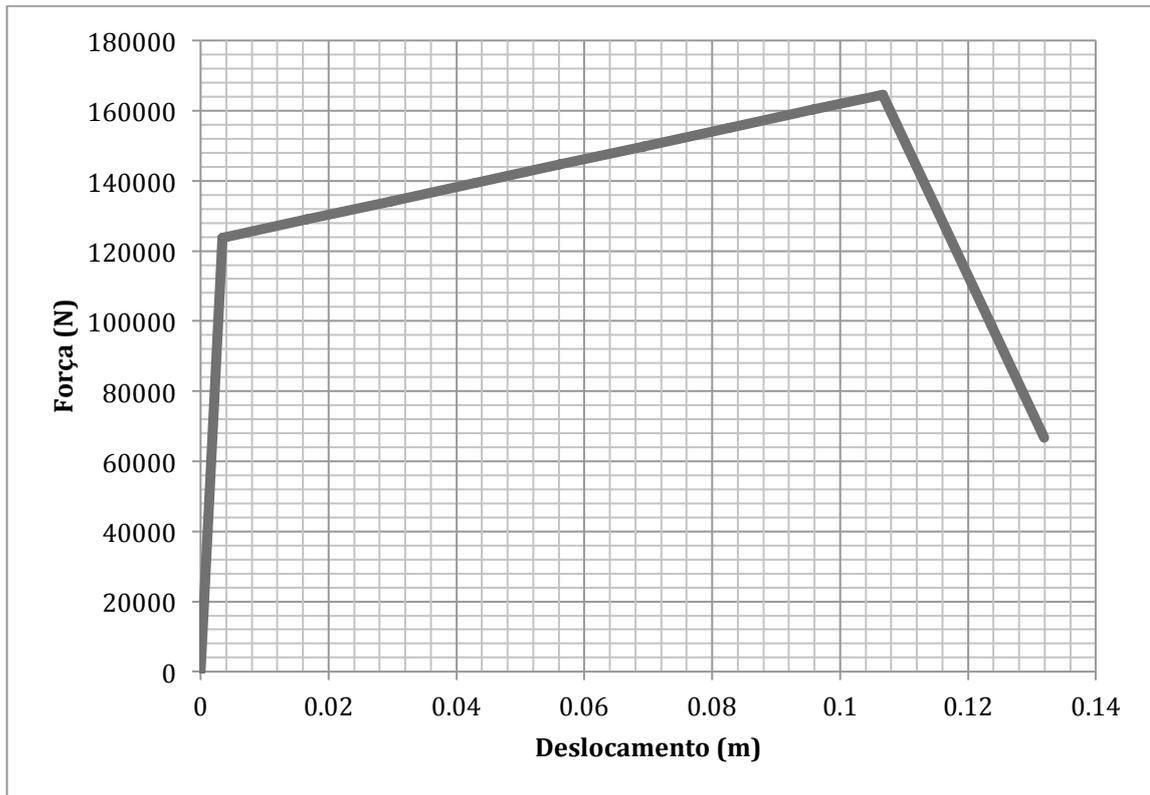
Fonte: Elaborado pelo autor.

Na figura 22 é possível perceber a variação da deformação gerada pela carga aplicada na análise dinâmica não-linear. Os pontos vermelhos indicam a ruptura das rótulas plásticas formadas na análise e os pontos de outras cores indicam rótulas plásticas que foram formadas mas não romperam.

#### 4.4. Análise pushover não-linear

A curva de capacidade para esta análise é mostrada na Figura 23. Observa-se que o pilar inicia o escoamento quando a carga  $P$  atinge o valor de 123,751 kN e um deslocamento de 0,003385 m, a ruptura se dá quando a carga  $P$  é igual a 164,595 kN e um deslocamento de 0,106665 m. O escoamento e posteriormente a ruptura se dão na rótula plástica formada próximo a base do pilar (ponto vermelho), conforme mostra a Figura 24.

Figura 23: Força de cisalhamento x Deslocamento do Pilar – Análise Pushover Não-Linear



Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 24: Posição da rótula plástica formada.



Fonte : Elaborado pelo autor

#### 4.4.1. Análise dinâmica não linear vs. pushover

Ao observar as curvas Força de base x deslocamento (Figura 21) da análise transiente linear e a curva de capacidade (Figura 22) da análise *pushover* é possível verificar que a ruptura nos dois casos se dá de forma diferente, onde na análise dinâmica o deslocamento do topo pilar é na direção contrária a carga e na análise *pushover* é na mesma direção da carga.

Na análise transiente o valor de reação de base máximo é 107,053 kN e na curva da análise *pushover* atinge valor de reação de base máximo 164,595 kN, que é 53,75% maior que é um valor significativo.

## 5. CONCLUSÕES

O trabalho realizado teve como objetivo geral aplicar a técnica *Pushover* em um problema de impacto, para tal, buscou-se alcançar alguns objetivos específicos, que serviram como direcionamento do trabalho.

Com isso, foi possível compreender essa técnica, que não é usual em análises de impacto, mas que já é consolidada para análises de sismos, e tem sua importância clara quando se define a metodologia de aplicação. Tendo em vista que não há uma metodologia definida especificamente para a técnica *pushover* em análises de impacto, utilizou-se do conhecimento disponível na literatura para desenvolver uma.

O método definido consistiu em, primeiramente, entender o comportamento do material e determinar as propriedades geométricas da seção da estrutura a ser estudada; em seguida, definiu-se a carga de impacto para efetuar a análise dinâmica transiente e assim observar o comportamento da estrutura; e por fim, a partir do que foi observado definiu-se os pontos de possíveis formações de rótulas plásticas e o ponto de controle para executar a análise *pushover*, obtendo-se o comportamento da estrutura quando sujeita a cargas que a levem ao colapso.

As principais conclusões estão listadas a seguir:

A partir da análise *Pushover* constatou-se que o pilar teve comportamento elástico até a carga de aproximadamente 123,75 kN, observou-se que o aumento da deflexão é maior com os incrementos de carga a partir desse valor. Quando a carga atinge o valor de aproximadamente 164,6 kN o pilar atinge o valor da ruptura.

Ao efetuar a análise *pushover* fica evidente os prováveis pontos de ruptura, as cargas de escoamento e de ruptura da estrutura e seus respectivos deslocamentos. Já na análise transiente não-linear é possível identificar os prováveis pontos de ruptura e seus respectivos deslocamentos. Diferente da análise dinâmica transiente linear efetuada nesse trabalho, onde, apesar de ter superado o valor de deslocamento referente a ruptura previsto pela análise *pushover*, os deslocamentos referentes a vibração seguiram normalmente, o que cessaria em caso de ruptura. Ou seja, a estrutura não entra em regime permanente como mostram as análises no tempo, mas entram em colapso antes de alcançar o deslocamento máximo.

A ruptura na análise transiente não-linear se dá de forma diferente da análise *pushover*, isso se dá devido o modo no qual a carga é aplicada, pois a estrutura reage de forma

diferente quando imposta a cargas dinâmicas e estáticas, nesse caso isso é ainda mais evidente pois a carga dinâmica é aplicada de forma repentina, em curto período de tempo.

O pontos onde se deu a formação da rótula plástica nas análises transiente não-linear e pushover, e posteriormente a ruptura, foram pontos esperados, onde se dá a maior carga de cisalhamento e flexão, respectivamente, e pode ser observado em muitos casos de impacto de veículos em postes e pilar similares ao exemplificado nesse trabalho.

Como sugestões para futuros trabalhos, pode-se destacar:

- I. A aplicação da técnica pushover em um pilar sujeito a impacto contido em uma estrutura de edifício.
- II. A aplicação da técnica pushover em um pilar sujeito a impacto contido em uma estrutura de ponte ou viaduto, com e sem medidas de proteção do pilar.
- III. Análise de paredes ou muros, sujeitos a impacto.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118 – **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSAN, A.E. **Método dos Elementos Finitos – Primeiros Passos**. Editora da Unicamp, Campinas, São Paulo, 1999.

AZEVEDO, A.F.M. **Método dos Elementos Finitos 1ª edição**. Faculdade de Engenharia do Porto, Porto, Portugal, 2003.

BANSAL, R. **Pushover analysis of reinforced concrete frame**. Tese de Mestrado. Thapar University, Punjab, India, 2011.

BARROS, P. S. B.; ARAÚJO, T. D. **Análise dinâmica de uma torre eólica aplicando o método dos elementos finitos**. Ibero-Latin American Congress on computational methods in engineering, Fortaleza, Brasil, 2015.

BENTZ, E. COLLINS, M. **Response 2000, Shell 2000, Triax 2000, Membrane 2000, User Manual**, Toronto, Canada, 2001.

BHATT, C. A. F. **Análise Sísmica de Edifícios de Betão Armado segundo o Eurocódigo 8 - Análises Lineares e Não Lineares**. Dissertação. Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2007.

CASTRO, F.M.O. **Análise Não Linear de Plataformas Fixas Offshore do Tipo Jaqueta de Aço: Estudo e Aplicação do Método Quasi-Estático Pushover**. Dissertação. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2013.

COUTINHO, D.S.A. **Análise “Pushover” de Edifícios em Betão Armado**. Dissertação, Universidade do Porto, 2008.

CSI - Computers and Structures Inc. **Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, and SAFE**. Computers and Structures, Inc., Berkeley, 2008.

GOMES, L.M.A. **Análise Pushover – Caso de Estudo**. Dissertação. Universidade Nova de Lisboa, Monte de Caparica, Portugal, 2010.

GUIMARÃES, P. V. **Estudo e Desenvolvimento de Dispositivos Acessórios de Postes de concreto armado para redes de distribuição de energia**. Tese. Universidade Federal do Paraná, Paraná, Brasil, 2013.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7a Ed. São Paulo: PINI, 2010.

HABIBULLAH, A.; PYLE, S. **Practical three dimensional nonlinear static pushover analysis**. Structure Magazine, USA, pp. 1-2, 1998.

KHALILI, S. M. R.; SABOORI, B. **Transient dynamic analysis of tapered FRP composite transmission poles using finite element method**. Composite Structures, 92, pp. 275–283, 2010.

LAPA, J. A. M. **Análise Dinâmica Linear e Não-linear de estruturas**. Dissertação. Universidade do Porto, 1987.

MAGOSHI, K.; KANG ,L.; GE, H. **An evaluation method or large drifting object-bridge collision during tsunami**. Journal of earthquake and tsunami, vol. 7 (2013).

MOTA, M.A.M. **Métodos “Pushover” de Análise Sísmica de Estruturas de Edifícios**. Dissertação. Universidade do Porto, 2010.

PEÑA, L. A. P. **Análise dos efeitos provocados por abalos sísmicos em estruturas irregulares**. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2012.

QUEIROZ, J. S. **Análise Transiente Paramétrica de Sistema Poste-Defensa Devido ao Choque de Veículos.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil, 2011.

REMENNIKOV, A. M.; KONG, S. Y.; UY BRIAN. **The response of axially restrained non-composite steel – concrete - steel sandwich panels due to large impact loading.** Engineering Structures, v.49, 806, (2013).

SORIANO, H. L. **Introdução à dinâmica das estruturas.** 1a Ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

STOCHINO, F.; CARTA, G. **Theoretical Models to predict flexural failure of reinforced concrete beams under blasts loads.** Engineering Structures, (2012).

THAMILCI, F. **Analysis of blast loading effect on regular steel building structures.** Tese. Middle East Technical University, Ankara, Turquia, 2007.

THILAKARATHNA, H. M. I.; THAMBIRATNAM, D. P.; DHANASEKAR, M.; PERERA, N. **Numerical simulation of axially loaded concrete columns under transverse impact and vulnerability assessment.** International Journal of Impact Engineering, 37, 1100, (2010)

TOPÇU, I. B.; AVCULAR, N. **Collision behaviors of rubberized concrete.** Cement and Concrete Research, 27,12, 1893, (1997).