



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

ANA RAFAELA SOUZA SANTOS

**ANÁLISE NÃO-LINEAR DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS À
FLEXÃO COM FIBRA DE CARBONO**

FORTALEZA

2014

ANA RAFAELA SOUZA SANTOS

**ANÁLISE NÃO-LINEAR DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS À
FLEXÃO COM FIBRA DE CARBONO**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Miranda Mont'Alverne.

Coorientador: Prof. Dr. Leonardo Melo Bezerra.

FORTALEZA

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Ciências e Tecnologia

-
- S233a Santos, Ana Rafaela Souza.
Análise não-linear de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com fibra de carbono / Ana Rafaela Souza Santos. – 2014.
78 f.: il. color., enc. ; 30 cm.
- Monografia (Graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2014.
Orientação: Prof. Dr. Alexandre Miranda Mont'Alverne.
Coorientação: Prof. Dr. Leonardo Melo Bezerra
1. Vigas de concreto. 2. Concreto armado - Produtos. I. Título.

ANA RAFAELA SOUZA SANTOS

**ANÁLISE NÃO-LINEAR DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS À
FLEXÃO COM FIBRA DE CARBONO**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: 11 / 11 / 2014

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Alexandre Miranda Mont'Alverne (Orientador)

Prof. Dr. Leonardo Melo Bezerra (Coorientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Enio Pontes de Deus
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, por ser essencial em minha vida, autor de meu destino, meu guia, socorro presente na hora da angústia, ao meu pai Joaquim, minha mãe Rosa e aos meus irmãos.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Alexandre Miranda Mont'Alverne, pela excelente orientação no projeto de Iniciação Científica e também na Monografia.

Ao CNPQ, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio.

À Empresa Módulo Engenharia, na pessoa do seu diretor Dr. Luís Carlos, pelo incentivo e trabalho realizado na pesquisa.

Aos professores participantes da Banca examinadora, pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos professores e funcionários do Curso de Engenharia Civil que me deixaram um importante legado passando uma parte dos seus conhecimentos científicos, práticos e pessoais, em especial aos professores Leonardo, Denyse, Macário, Magnólia e Joaquim.

Aos meus colegas bolsistas do GPMATE, Izac, Davidson, Alex, Alessandro, Everton, Amanda, Alana, Daniel, Jorge e Davi que me aguentaram e me aperrearam durante três anos na “salinha”.

Aos meus colegas de classe, Bruno, João Paulo, Davi, Luciana, Raimi, Luana, Artur Herculano, Ytallo, Daniel, Artur Jordan, Leonardo, Nádia, Vanessa, Eduardo e Renan, pela amizade, pelos trabalhos em equipe e pelo apoio nessa longa jornada.

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes.” (Martin Luther King)

RESUMO

O concreto armado tem mostrado por mais de um século, ser um material de construção de bom desempenho e adequabilidade estrutural na resistência aos esforços oriundos de ações solicitantes. Apesar de suas características de desempenho, a falta de manutenção das estruturas juntamente com falhas de projeto ou execução têm gerado patologias que reduzem suas condições de projetos. A técnica da aplicação de polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) é uma alternativa de reforço e recuperação para estruturas de concreto que surgiu da evolução das pesquisas de reforço com o uso de chapas metálicas coladas, solução que apesar de baixo custo, apresenta como desvantagens a corrosão do aço, a baixa resistência ao fogo, peso elevado e dificuldade de manipulação. O presente trabalho tem como objetivo desenvolver através do Método dos Elementos Finitos (MEF) a análise não-linear de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFC variando o número de camadas do reforço e comparar os resultados obtidos com os resultados analíticos obtidos utilizando a Teoria Clássica de Vigas e com os resultados experimentais obtidos por Vieira (2014). Nas análises numéricas foi utilizado o programa DIANA. Este programa é um pacote computacional de elementos finitos, baseado no método dos deslocamentos e desenvolvido por engenheiros civis. As vigas modeladas foram divididas em três grupos VA, VB e VC com distintas taxas de armadura. Em relação às vigas de referência (não reforçadas), o programa DIANA forneceu resultados esperados. Já com relação às vigas reforçadas, devido à ruína prematura, a comparação da análise numérica com a experimental foi dificultada, mas observando-se os gráficos das curvas carga-deslocamento notou-se que as curvas numéricas se aproximavam das curvas experimentais na fase final do ensaio, antes da ruptura.

Palavras-chave: Análise Não-Linear. Teoria Clássica de Vigas. Concreto Armado. Reforço Estrutural. Fibra de Carbono.

ABSTRACT

Reinforced concrete has shown for more than a century, be a building material of good performance and structural adequacy in the resistance to the efforts originated from the acting actions. Despite its performance characteristics, the lack of maintenance of structures jointly with design flaws or execution has generated pathologies that reduce their conditions of projects. The technique of application of carbon fiber reinforced polymers (CFRP) is an alternative of strengthening and repair of the concrete structures that emerged from development of the research of strengthening using glued metal plates, solution that although inexpensive, presents disadvantages such as steel corrosion, low resistance to fire, high weight and difficulty in handling. This work aims to develop through the Finite Element Method (FEM) the nonlinear analysis of reinforced concrete beams strengthened in bending with CFRP varying the number of strengthening layers and compare the results with the analytical results obtained using the Classical Beam Theory and with the experimental results obtained by Vieira (2014). The DIANA program was used in the numerical analysis. This program is a finite element computational package, based on the displacement method and developed by civil engineers. The modeled beams were divided into three groups called VA, VB and VC with different reinforcement ratios. Regarding the reference beams (not reinforced), the DIANA provided expected results. In relation to the strengthened beams, due to premature ruin, comparison of numerical analysis with experimental was difficult, but observing the graphs of load -displacement curves was noted that the number curves were approaching the experimental curves in the final phase of test before rupture.

Keywords: Nonlinear Analysis. Classical Beam Theory. Reinforced Concrete. Structural Strengthening. Carbon Fiber.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Seção transversal da viga com distribuição de deformações, tensões e forças.	24
Figura 2 – Seção transversal e distribuição das tensões e deformações (MACHADO, 2002). ..	25
Figura 3 – Distribuição de deformações: comportamento elástico-linear.	26
Figura 4 – (a) Estado plano de tensões; (b) Corte em uma seção do plano.	29
Figura 5 – Relações constitutivas disponíveis para tração no programa DIANA.	32
Figura 6 – Relações constitutivas disponíveis para compressão no programa DIANA.	32
Figura 7 – Estado plano de tensões para elemento de concreto armado.	33
Figura 8 – Deformações médias do concreto.	34
Figura 9 – Diagrama de corpo livre do elemento de concreto armado.	36
Figura 10 – (a) Tensões médias entre fissuras; (b) Tensões locais na superfície livre de fissuração.	39
Figura 11 – Detalhamento das armaduras das vigas de Ferrari (2007) (medidas em mm).	41
Figura 12 – Detalhamento do carregamento e do reforço das vigas de Ferrari (2007) (medidas em mm).	41
Figura 13 – Curva carga-deslocamento vertical da viga V1C.	42
Figura 14 – Curva carga-deslocamento vertical das vigas V1A, V1C e V2C.	42
Figura 15 – Deformada e deformações principais.	42
Figura 16 – Visão geral do pórtico montado do ensaio principal.	43
Figura 17 – Aplicação do reforço de PRFC no entalhe.	44
Figura 18 – Curva carga x deslocamento comparando o modelo experimental e numérico.	44
Figura 19 – Deformada do pórtico obtido pelo modelo numérico.	45
Figura 20 – Detalhamento das armaduras das vigas de Vieira (2014).	45
Figura 21 – Carregamento e posicionamento do reforço das vigas de Vieira (2014).	46
Figura 22 – Dimensões e carregamento das vigas.	47
Figura 23 – Detalhamento das armaduras das vigas VA.	47
Figura 24 – Detalhamento das armaduras das vigas VB.	48
Figura 25 – Detalhamento das armaduras das vigas VC.	48
Figura 26 – Posicionamento do reforço nas vigas.	49
Figura 27 – Definição da geometria do modelo.	50
Figura 28 – Definição das propriedades no programa DIANA.	50
Figura 29 – Modelo bidimensional discretizado em elementos finitos planos.	51
Figura 30 – Modelo com restrições de deslocamentos.	51

Figura 31 – Modelo com carregamento.....	51
Figura 32 – Elemento finito CQ16M.....	52
Figura 33 – Elemento de armadura “embedded reinforcement”.....	52
Figura 34 – Armaduras da viga de concreto armado.....	53
Figura 35 – Malha linear da fibra de carbono.	53
Figura 36 – Elemento finito CL6TR.....	53
Figura 37 – Dados de saída do programa computacional MAPLE.	56
Figura 38 – Curvas área de fibra de carbono–posição da linha neutra – VA5.....	56
Figura 39 – Curvas área de fibra de carbono–posição da linha neutra – VB5.....	57
Figura 40 – Curvas área de fibra de carbono–posição da linha neutra – VC5.....	57
Figura 41 – Comparativo – Cargas de ruptura do grupo VA.	62
Figura 42 – Comparativo – Cargas de ruptura do grupo VB.....	64
Figura 43 – Comparativo – Cargas de ruptura do grupo VC.....	66
Figura 44 – Viga VAR.....	66
Figura 45 – Viga VA2.	67
Figura 46 – Viga VA4.	67
Figura 47 – Viga VA5.	68
Figura 48 – Viga VBR.....	68
Figura 49 – Viga VB2.	69
Figura 50 – Viga VB3.	69
Figura 51 – Viga VB4.	70
Figura 52 – Viga VB5.	70
Figura 53 – Viga VCR.....	71
Figura 54 – Viga VC2.	71
Figura 55 – Viga VC3.	72
Figura 56 – Viga VC4.	72
Figura 57 – Viga VC5.	73
Figura 58 – Curvas carga-deslocamento das vigas VA - numérico.	73
Figura 59 – Curvas carga-deslocamento das vigas VB - numérico.....	74
Figura 60 – Curvas carga-deslocamento das vigas VC - numérico.....	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Reforço das vigas.....	49
Tabela 2 – Dimensões das vigas e áreas das armaduras.....	54
Tabela 3 – Propriedades mecânicas dos materiais.....	54
Tabela 4 – Momentos e cargas de ruptura analíticas.....	55
Tabela 5 – Propriedades mecânicas para o concreto.....	58
Tabela 6 – Propriedades mecânicas para o aço.....	59
Tabela 7 – Propriedades da manta de fibra de carbono.....	59
Tabela 8 – Características das resinas epóxi.....	60
Tabela 9 – Cargas de ruptura experimentais e numéricas das vigas VA.....	60
Tabela 10 – Cargas de ruptura analíticas e numéricas das vigas VA.....	61
Tabela 11 – Incrementos em relação à viga de referência e entre cada viga.....	61
Tabela 12 – Cargas de ruptura experimentais e numéricas das vigas VB.....	62
Tabela 13 – Cargas de ruptura analíticas e numéricas das vigas VB.....	63
Tabela 14 – Incrementos em relação à viga de referência e entre cada viga.....	63
Tabela 15 – Cargas de ruptura experimentais e numéricas das vigas VC.....	64
Tabela 16 – Cargas de ruptura analíticas e numéricas das vigas VC.....	65
Tabela 17 – Incrementos em relação à viga de referência e entre cada viga.....	65

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ACI – American Concrete Institute

CEB – Comité Euro-International du Béton

DIANA – Displacement Analyzer

FIB – Fédération Internationale du Béton

MEF – Método dos Elementos Finitos

NBR – Norma Brasileira Regulamentar

PRFC – Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono

TCCM – Teoria do Campo de Compressão Modificada

LISTA DE SÍMBOLOS

R_{sk}	Força característica da armadura inferior
R_{ck}	Força característica do concreto
R'_{sdi}	Força inicial da armadura comprimida ou superior
R_{sdi}	Força inicial da armadura tracionada ou inferior
R_{cdi}	Força inicial do concreto
R_f	Força do PRFC
R'_{sk}	Força característica da armadura superior
b	Largura da viga
b_f	Largura do reforço à flexão
h	Altura total da seção transversal
d	Distância do bordo mais comprimido até o centro de gravidade da armadura tracionada
d'	Distância entre o bordo mais tracionado e o centroide da armadura tracionada
d''	Distância da fibra mais comprimida da viga até o centro de gravidade da armadura superior
x	Posição da linha neutra da seção
x_i	Posição inicial da linha neutra da seção
f_{ck}	Resistência à compressão característica do concreto
A_s	Área da seção transversal da armadura inferior
A'_s	Área da seção transversal da armadura superior
A_f	Área da seção transversal da fibra de carbono
σ_{sk}	Tensão característica na armadura inferior
σ'_{sk}	Tensão característica na armadura superior
M_k	Momento último característico
ϵ_c	Deformação do concreto na fibra mais comprimida
ϵ_s	Deformação da armadura inferior
ϵ'_s	Deformação da armadura superior
ϵ_f	Deformação do PRFC
ϵ_{fi}	Deformação inicial do PRFC
ϵ_{ci}	Deformação inicial do concreto
ϵ_{si}	Deformação inicial da armadura tracionada ou inferior

ε'_{si}	Deformação inicial da armadura comprimida ou superior
ε_{yk}	Deformação característica de escoamento da armadura inferior
E_c	Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto
E_f	Módulo de elasticidade do PRFC

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Introdução e Justificativa	16
1.2 Objetivos	18
<i>1.2.1 Objetivo geral</i>	18
<i>1.2.2 Objetivos específicos</i>	18
1.3 Metodologia	19
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1 Introdução	20
2.2 Modos de ruína	21
2.3 Momento último característico de vigas de concreto armado com armadura dupla.	23
2.4 Momento último característico de vigas de concreto armado com armadura dupla reforçadas com PRFC	24
2.5 Estado plano de tensões	29
2.6 Programa DIANA	30
<i>2.6.1 Elementos utilizados</i>	30
<i>2.6.2 Modelos Constitutivos</i>	30
<i>2.6.2.1 Teoria do campo de compressão modificada</i>	33
<i>2.6.2.1.1 Relações de compatibilidade na TCCM</i>	34
<i>2.6.2.1.2 Relações de Equilíbrio na TCCM</i>	35
<i>2.6.2.1.3 Relações Constitutivas na TCCM</i>	36
<i>2.6.2.1.4 Condições locais de fissuração na TCCM</i>	38
2.7 Estudos experimentais e numéricos sobre reforço com PRFC	40
3 METODOLOGIA	47
3.1 Características das vigas	47
3.2 Modelagem numérica utilizando o DIANA	50
4 RESULTADOS	54
4.1 Cálculo analítico das vigas reforçadas com PRFC no MAPLE	54
4.2 Análise não-linear no DIANA	58
<i>4.2.1 Propriedades dos materiais</i>	58
<i>4.2.2 Cargas de ruptura</i>	60
<i>4.2.2.1 Vigas VA</i>	60
<i>4.2.2.2 Vigas VB</i>	62

<i>4.2.2.3 Vigas VC</i>	64
4.2.3 Curvas carga-deslocamento	66
<i>4.2.3.1 Vigas VA</i>	66
<i>4.2.3.2 Vigas VB</i>	68
<i>4.2.3.3 Vigas VC</i>	70
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES	75
5.1 Conclusões	75
5.2 Sugestões	76
REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

1.1 Introdução e Justificativa

O concreto armado tem mostrado há mais de um século, ser um material de construção de bom desempenho e adequabilidade estrutural na resistência aos esforços oriundos de ações solicitantes (MENON, 2008). Apesar de suas boas características de desempenho, a falta de manutenção das estruturas juntamente com falhas de projeto ou execução têm gerado patologias que reduzem suas condições de projetos. Outro aspecto relevante, devido à flexibilidade no uso das edificações, é a necessidade de aumento da capacidade de carga de estruturas. A busca para solucionar essas questões fez surgir novas técnicas de recuperação e reforço estrutural que apresentassem eficiência, economia e durabilidade.

A necessidade de serviços de recuperação e reforço de estruturas de concreto, em grande parte construída há décadas, muitas vezes sem manutenção adequada em sua vida útil e que se encontram com a estrutura deteriorada ou defasada em relação às cargas transportadas, é grande e urgente (VIEIRA, 2014).

A técnica da aplicação de polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) é uma alternativa de reforço e recuperação para estruturas de concreto que surgiu da evolução das pesquisas de reforço com o uso de chapas metálicas coladas, solução que apesar de baixo custo inicial, apresenta como desvantagens a corrosão do aço, peso elevado e dificuldade de manipulação.

O alto custo inicial de produção desses materiais, aliados a insuficientes pesquisas e informações técnicas adequadas limitaram e inibiram por longo tempo a utilização dos materiais poliméricos avançados na indústria da construção civil (MACHADO, 2002). E em contrapartida, a aplicação dos reforços de PRFC colados externamente apresenta vantagens como a praticidade e rapidez na execução, alta resistência à tração, leveza, não suscetibilidade à corrosão e praticamente não aumenta a seção do elemento reforçado. Além disso, esse sistema de reforço também possui algumas das desvantagens das chapas metálicas como a incompatibilidade desses materiais com uma superfície irregular, a sua baixa resistência ao fogo e à exposição aos raios ultravioletas.

Na NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 14.5 é permitido que a análise estrutural seja efetuada por qualquer um dos cinco diferentes métodos: análise linear, análise linear com redistribuição, análise plástica, análise não-linear e análise através de modelos físicos. A escolha do método a ser adotado depende:

- das leis constitutivas adotadas para os materiais;
- da precisão desejada para os resultados;
- da complexidade da estrutura;
- do tipo de estado limite que esteja sendo verificado.

Usualmente em projetos estruturais de vigas de concreto armado, a análise estrutural é realizada considerando o comportamento constitutivo do material como elástico-linear e utilizando a Teoria de Euler-Bernoulli para pequenos deslocamentos, que se baseia nos três pressupostos apresentados a seguir:

- os deslocamentos verticais de todos os pontos de uma seção transversal são pequenos e numericamente iguais aos do eixo neutro da viga;
- o deslocamento axial do eixo neutro da viga é nulo;
- as seções transversais, normais ao eixo da viga antes de aplicada a solitação, permanecem planas e perpendiculares ao eixo depois da viga se deformar.

Já o dimensionamento de vigas de concreto armado e a previsão de deslocamentos e deformações são usualmente realizados considerando o comportamento constitutivo não-linear do concreto fissurado e impondo limites de deformação para o concreto e para o aço.

A partir da década de 60, o meio científico vem desenvolvendo importantes avanços na análise não-linear de estruturas de concreto, particularmente aquelas ligadas diretamente ao concreto armado. Porém, tal avanço ainda não foi incorporado ao meio técnico, em especial no que se refere à análise estrutural em virtude das dificuldades inerentes ao processo e, também, ao descompasso ainda existente entre os procedimentos de análise estrutural e os de dimensionamento, com ênfase para os coeficientes de ponderação de ações e de resistências.

Normalmente o modelo elástico-linear é utilizado para representar o comportamento dos materiais, devido à relativa simplicidade em sua formulação e, conseqüentemente, em seu equacionamento, quando comparado a modelos de cálculo mais refinados.

Com o aumento do desempenho computacional nos últimos anos, o Método dos Elementos Finitos (MEF) se tornou a ferramenta mais utilizada atualmente para o desenvolvimento da análise não-linear de estruturas de concreto armado, e, embora vários modelos de elementos finitos já tenham sido desenvolvidos, esse ainda é um tema em que não há um completo entendimento dos fenômenos envolvidos, tendo em vista a dificuldade de se modelar corretamente o concreto armado fissurado e a interação entre este material e o aço da armadura.

Dessa forma, modelos que considerem de maneira consistente a perda de rigidez dos elementos estruturais de concreto armado são fortes candidatos a representar bem a trajetória de equilíbrio dessas estruturas. Modelos que reproduzem melhor a realidade conduzem, em geral, a uma taxa de armadura mais adequada, levando a uma melhor descrição do comportamento da estrutura.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é simular através do MEF a análise não-linear de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFC variando o número de camadas do reforço e comparar os resultados obtidos com os resultados analíticos e experimentais.

1.2.2 Objetivos específicos

♣ Determinar os modelos constitutivos disponíveis no pacote computacional de elementos finitos DIANA (2009) que melhor representam o comportamento do concreto fissurado, do aço e do PRFC em vigas de concreto armado;

♣ Representar o PRFC em um modelo de elementos finitos de vigas de concreto armado;

♣ Determinar o momento último característico analiticamente para as vigas reforçadas com PRFC;

♣ Determinar as cargas de ruptura numericamente para as vigas reforçadas com PRFC.

1.3 Metodologia

Diante das considerações gerais apresentadas, na metodologia desta pesquisa será considerada a não-linearidade física nas análises estruturais para a determinação dos esforços solicitantes de vigas de concreto armado reforçadas com PRFC e será investigado a eficiência do reforço à flexão com PRFC variando o número de camadas de tecidos de fibra.

Nas análises numéricas foi utilizado o programa DIANA (2009). Este programa é um pacote computacional de elementos finitos, baseado no método dos deslocamentos e desenvolvido por engenheiros civis. Seu campo de aplicação é vasto, sendo muito utilizado para a análise de elementos estruturais de concreto armado representando diversos fenômenos do material como a fissuração, fluência, não-linearidade física e geométrica. Uma visão global do funcionamento da estrutura, entendendo melhor o processo de formação e propagação de fissuras e o desenvolvimento dos mecanismos de colapso é uma das vantagens da análise não-linear.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução

Nos últimos anos, enfatiza-se na Construção Civil, a qualidade e a durabilidade das estruturas em concreto armado. No entanto, observa-se que determinadas patologias ainda persistem e que os métodos disponíveis para a sua prevenção e correção necessitam de aperfeiçoamentos. Entende-se por Patologia a parte das Ciências da Engenharia que analisa as causas, mecanismos de ocorrência, manifestações e consequências dos defeitos nas construções civis ou nas circunstâncias em que a construção não apresente um desempenho mínimo preestabelecido pelo usuário.

Segundo Takeuti (1999), os agentes causadores dessas patologias podem ser forças além das previstas em projeto, erros de projeto, variação da umidade, corrosão das armaduras, variações térmicas, etc. E as consequências podem ser um nível inadequado da segurança das estruturas e das condições de utilização da construção que afetam as condições de higiene, estética e funcionalidade da estrutura.

Como exemplo de manifestações patológicas nas estruturas de concreto, segundo Vieira (2014), existem as fissuras, manchas, desagregação do concreto, carbonatação do concreto, perda de aderência e desgaste do concreto. Entre os processos de reabilitação da estrutura de concreto pode-se citar a recuperação e o reforço.

De acordo com o ACI 546R (2004), a recuperação consiste em substituir, corrigir componentes ou elementos da estrutura de concreto que sejam defeituosos, ou estejam danificados ou deteriorados. Segundo o *Bulletin 55* (CEB-FIB, 2010), o reforço é uma intervenção feita para aumentar a capacidade resistente ou a rigidez de uma estrutura ou de seus componentes, visando melhorar a estabilidade da estrutural global para um nível de desempenho maior que o previsto pelo projetista.

Os estudos realizados sobre o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas externamente começou com chapas de aço ou perfis metálicos a partir dos anos 60 (THOMAS et al, 1998). Essa técnica, segundo Barnes e Mays (2006), tem como vantagens, em relação a outras técnicas, o baixo custo, a facilidade de manutenção e a possibilidade de reforçar uma estrutura enquanto está em uso. Como desvantagens têm-se o aumento do peso próprio da estrutura, a possibilidade de corrosão e o difícil manuseio das peças metálicas para a execução do reforço.

A partir dos anos 80, foram pesquisadas alternativas às chapas de aço com a utilização de materiais mais leves e duráveis e cogitou-se a utilização de compósitos de fibra de carbono. As primeiras pesquisas sobre a sua aplicação no reforço de estruturas de concreto armado aconteceram no EMPA – Swiss Federal Materials Testing and Research Laboratories, na Suíça, com os trabalhos de Meier e Kaiser. No programa experimental, os reforços foram executados utilizando laminados pré-fabricados de compósito de PRFC, colados sobre a superfície de concreto, empregando os mesmos adesivos epóxi utilizados, até então, para o reforço com chapa de aço colada. Os resultados demonstraram o excelente desempenho desta técnica de reforço, embora todas as vigas apresentassem taxas de armadura reduzidas, o que contribui para que os incrementos de resistência sejam mais pronunciados (BEBER, 2003).

Segundo Arquez (2010), os polímeros reforçados com fibras são considerados materiais compósitos, ou seja, são compostos por dois materiais diferentes, sendo um classificado com matriz polimérica e o outro como reforço. Nesse caso, a matriz são as resinas, responsáveis por envolver e unir o reforço, permitindo boa transferência de tensões e o reforço são as fibras propriamente ditas.

2.2 Modos de ruína

O considerável aumento da capacidade resistente de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFC tem feito essa técnica apresentar largo uso para reforço estrutural. No entanto modos de falhas não convencionais a peças de concreto submetidas à flexão, relacionados à ligação do reforço com o substrato do concreto, limitam ou reduzem a eficiência do reforço e provocam em geral ruínas frágeis.

Segundo o *Bulletin* 14 (CEB-FIB, 2001), os modos de falha de um elemento de concreto reforçado à flexão por colagem externa com PRFC podem ser divididos em dois grupos: modo clássico onde a ação composta completa do concreto com o PRFC se mantém até que o concreto atinja o esmagamento em compressão ou o PRFC rompa em tração e o modo em que a ação composta é perdida antes do modo de ruína clássico.

Os modos de ruína clássicos são descritos a seguir:

➤ Esmagamento do concreto: para altas taxas de armadura, a ruína das estruturas de concreto armado pode ser causada pelo esmagamento do concreto comprimido antes do escoamento da armadura. É um modo frágil e certamente indesejável.

➤ Escoamento do aço seguido do esmagamento do concreto: esse tipo de ruína ocorre quando o escoamento da armadura é seguido do esmagamento do concreto na zona comprimida, mas o PRFC se mantém intacto.

➤ Escoamento do aço seguido da ruptura do reforço: para baixas taxas de aço e PRFC, a ruína por flexão ocorre com o escoamento da armadura e é seguido pela ruptura do reforço por tração.

➤ Cisalhamento: ocorre quando a capacidade limite ao cisalhamento da viga reforçada é alcançada antes da falha por flexão. As fissuras de cisalhamento se estendem a partir das proximidades do apoio até o ponto de aplicação da carga.

De acordo com Beber (2003), as ruínas prematuras de aderência na interface concreto/reforço podem ocorrer em diversas posições. Segundo *Bulletin 14* (CEB-FIB, 2001), a falha de aderência resulta na perda completa da ação conjunta entre o reforço e o concreto, comprometendo a estabilidade do elemento estrutural.

Algumas dessas ruínas prematuras são descritas a seguir:

➤ Descolamento do reforço por fissura de flexão ou flexão-cisalhamento: o descolamento do reforço tem início em uma fissura de flexão ou flexão-cisalhamento na região de maior momento e se propaga até uma das extremidades do reforço. Essa ruína por descolamento tem origem em uma fissura intermediária que induz a uma falha na interface concreto/reforço.

➤ Descolamento do reforço ocasionado por fissura diagonal crítica: o descolamento é induzido por uma fissura inclinada principal interceptando o reforço próximo à sua extremidade e se propaga do ponto de interseção até a interface reforço/superfície da viga.

➤ Ruptura do concreto de cobrimento: ocorre quando uma fissura inclinada se inicia próximo a uma das extremidades do reforço e se estende até o nível da armadura de tração e rapidamente se propaga até o vão central.

➤ Descolamento do reforço: é uma ruína do tipo frágil, que ocorre na interface concreto/reforço.

➤ Descolamento do reforço e arrancamento do cobrimento de concreto: ocorre quando o reforço é descolado do substrato e a fissura diagonal de ruína se torna mais vertical atingindo o nível da armadura de tração provocando também o arrancamento do concreto de cobrimento.

➤ Ruptura interlaminar do reforço: ocorre a ruptura entre os planos do compósito, provocando um descolamento localizado do reforço.

➤ Descolamento na interface entre o adesivo e o concreto ou entre o adesivo e o PRFC: pode ocorrer quando a superfície de concreto não é convenientemente preparada durante o processo de aplicação do reforço porque a força de coesão da resina epóxi é menor que a força de aderência.

2.3 Momento último característico de vigas de concreto armado com armadura dupla

Santos et al (2013) propuseram uma rotina no software MAPLE para o cálculo analítico do momento último característico de vigas de concreto armado com armadura dupla. O procedimento proposto é descrito a seguir:

1. É imposto o equilíbrio de forças da seção (Figura 1) admitindo duas hipóteses (armaduras inferior e superior estejam em escoamento), de acordo com a Equação 1 e 2. Não é utilizado o coeficiente 0,85 do efeito Rusch para a minoração da resistência do concreto, porque as ações são de curta duração.

$$R_{sk} = R_{ck} + R'_{sk} \quad (1)$$

$$A_s \sigma_{sk} = 0,8bx f_{ck} + A'_s \sigma'_{sk} \quad (2)$$

2. A partir desse equilíbrio, encontra-se a posição da linha neutra da seção e observa-se em qual domínio de deformação a viga está através da comparação com as posições limites da linha neutra que definem os diferentes domínios de deformação. Para isto, adota-se $x_{23}=0,259d$ (limite entre os domínios 2 e 3) e $x_{34}=0,0035d/(0,0035 + \varepsilon_{yk})$ (limite entre os domínios 3 e 4).

3. Em seguida, calculam-se as deformações nas armaduras para confirmar as duas hipóteses adotadas, conforme Equação 3 e 4. Se a viga estiver no domínio 3, $\varepsilon_c=0,0035$. Já se a viga estiver no domínio 2, $\varepsilon_s=0,01$.

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c (d - x)}{x} \quad (3)$$

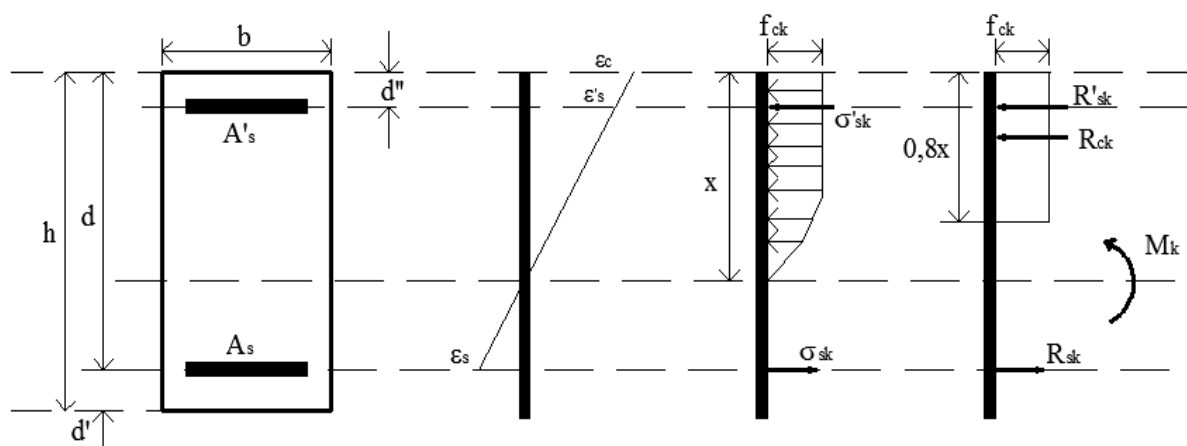
$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_c (x - d'')}{x} \quad (4)$$

4. Por fim, se as duas hipóteses forem confirmadas impõe-se o equilíbrio de momento (Figura 1) e calcula-se o momento último característico da viga, conforme a Equação 5 e 6. Se não, admite-se que uma das armaduras ou as duas armaduras não estão escoando e volta-se a etapa 1.

$$M_k = R_{ck} (d - 0,4x) + R'_{sk} (d - d'') \quad (5)$$

$$M_k = 0,8bx f_{ck} (d - 0,4x) + A'_s \sigma'_{sk} (d - d'') \quad (6)$$

Figura 1 – Seção transversal da viga com distribuição de deformações, tensões e forças.



Fonte: Elaborada pela autora.

2.4 Momento último característico de vigas de concreto armado com armadura dupla reforçadas com PRFC

Santos et al (2013) adaptou o procedimento descrito no item anterior com o objetivo de determinar a área ótima de fibra de carbono utilizada no reforço à flexão de vigas de concreto armado considerando o momento solicitante. A rotina foi validada com um exemplo apresentado em Machado (2002) e os resultados obtidos conduzem a um dimensionamento mais econômico e seguro das vigas reforçadas.

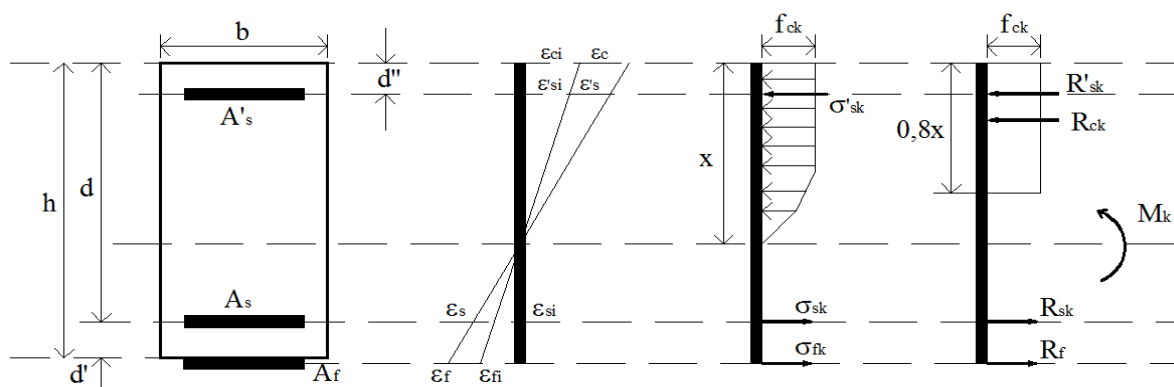
Foi implementado um modelo onde admite-se que o estado limite último de deformações das estruturas são aqueles que correspondem ao esgotamento da capacidade resistente da estrutura. A análise no estado limite último foi feita determinando-se a capacidade resistente da seção transversal impondo o equilíbrio de forças e momento, a compatibilidade de deformações e observando as leis constitutivas dos materiais até a ruptura.

Além disso, algumas considerações foram estabelecidas:

- Até a ruptura, as seções transversais permanecem planas (hipótese de Bernoulli);
- A resistência à tração do concreto é desprezada;
- A deformação específica do concreto não pode ultrapassar 3,5‰ segundo critérios de dimensionamento da NBR 6118 (ABNT, 2014);
- O alongamento máximo da armadura tracionada é de 10‰;
- Existe aderência perfeita entre aço e concreto, e entre o compósito e o concreto;
- Diagrama tensão-deformação específica do concreto é retangular;
- A deformação será considerada linear até a ruptura no sistema compósito estruturado com fibras de carbono;

O modo de ruptura ideal é o que apresenta um comportamento dúctil da estrutura, que se dá pela ruptura por escoamento do aço antes do esmagamento do concreto ou por escoamento do aço antes da ruptura do sistema de reforço PRFC. Na Figura 2 estão representadas as distribuições das tensões e deformações de uma seção retangular de uma viga de concreto armado reforçada com fibra de carbono.

Figura 2 – Seção transversal e distribuição das tensões e deformações (MACHADO, 2002).

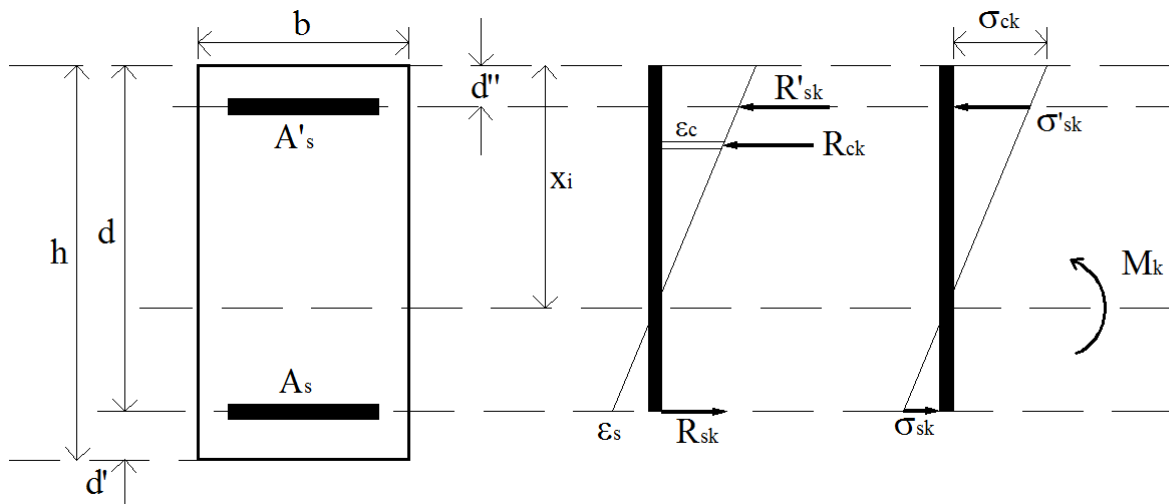


Fonte: Elaborada pela autora.

O procedimento para a determinação das deformações iniciais das armaduras, da deformação máxima inicial do concreto e da posição inicial da linha neutra devido ao carregamento inicial de serviço de uma viga de concreto armado é descrito a seguir:

1. O equilíbrio de forças e momento é imposto na seção transversal assumindo que as armaduras inferior e superior não estão escoando. Admite-se também que o comportamento constitutivo do concreto seja elástico-linear, pois inicialmente como o carregamento é pequeno, a tensão no concreto é menor do que $0,5f_{ck}$ e a tensão nas armaduras são menores do que a tensão de escoamento dos aços (Estádio I). Desse modo, calcula-se a força resultante no concreto pela integração do diagrama apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Distribuição de deformações: comportamento elástico-linear.



Fonte: Elaborada pela autora.

$$R_{ck} = \sigma_c A_c \quad (7)$$

$$R_{ck} = \int \sigma_c b dx = b \int \sigma_c dx \quad (8)$$

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \quad (9)$$

$$R_{ck} = b E_c \int_0^{x_i} \varepsilon_c dx \quad (10)$$

$$R_{ck} = b E_c \left(\frac{-\varepsilon_{si}}{x_i - d} \right) \frac{x_i^2}{2} \quad (11)$$

$$R_{sk} = E_s \varepsilon_{si} A_s \quad (12)$$

$$R'_{sk} = E_s \varepsilon'_{si} A'_s \quad (13)$$

$$M = R_{ck} \left(d - \frac{x_i}{3} \right) + R'_{sk} (d - d'') \quad (14)$$

2. Fazendo o equilíbrio de forças e de momento é determinada a posição inicial da linha neutra (x_i) e a deformação inicial da armadura inferior (ε_{si}). A deformação inicial da armadura superior (ε'_{si}) e a deformação máxima inicial do concreto (ε_{cui}) são determinadas pelas Equações 15 e 16, respectivamente.

$$\varepsilon'_{si} = \left(\frac{x_i - d''}{d - x_i} \right) \varepsilon_{si} \quad (15)$$

$$\varepsilon_{cui} = \left(\frac{x_i}{d - x_i} \right) \varepsilon_{si} \quad (16)$$

3. Fim do procedimento.

O procedimento para o dimensionamento do reforço e a determinação do momento último característico de uma viga de concreto armado reforçada à flexão com PRFC é descrito a seguir:

1. A posição da linha neutra (x) e a deformação na armadura superior (ε'_s) são determinadas assumindo que a deformação na fibra mais comprimida do concreto (ε_c) seja igual a zero e que a deformação na armadura inferior (ε_s) seja igual a 10‰.

2. A deformação inicial na fibra de carbono (ε_{fi}) é adotada como sendo igual a deformação inicial da armadura inferior (ε_{si}).

3. As forças resultantes nas armaduras inferior e superior são determinadas considerando suas respectivas deformações (ε_s e ε'_s). A força resultante no concreto é determinada considerando a posição da linha neutra (x).

4. A força resultante na fibra de carbono (R_f) é determinada impondo-se o equilíbrio de momento na seção transversal. A deformação na fibra de carbono (ε_f) é determinada considerando sua deformação inicial e a compatibilidade de deformações na seção transversal (ACI 440.2R, 2008).

5. A área de fibra de carbono é determinada dividindo-se a força resultante na fibra de carbono (R_f) pela tensão na fibra de carbono (σ_f).

6. A posição da linha neutra é modificada utilizando um incremento (dx). Se a nova posição da linha neutra for menor do que a Equação 17 então a deformação na armadura inferior (ε_s) é mantida igual a 10‰ e são determinadas a deformação na armadura superior (ε'_s) e a deformação na fibra mais comprimida do concreto (ε_c). Caso contrário a deformação na fibra mais comprimida do concreto (ε_c) é adotada como sendo igual a 3,5‰ e são determinadas a deformação na armadura superior (ε'_s) e a deformação na armadura inferior (ε_s). Uma nova área de fibra de carbono é determinada considerando esta nova configuração de deformações.

$$x_{23} = \left(\frac{0.0035}{0.0035 + 0.01} \right) d \quad (17)$$

7. A nova área de fibra de carbono é comparada com a área anterior. Caso a nova área seja menor do que a área anterior um novo incremento na posição da linha neutra é dado e é determinada outra área de fibra de carbono (processo iterativo). Caso a nova área seja maior do que a área anterior o procedimento é encerrado e a área ótima é adotada como sendo a área de fibra de carbono encontrada na iteração anterior.

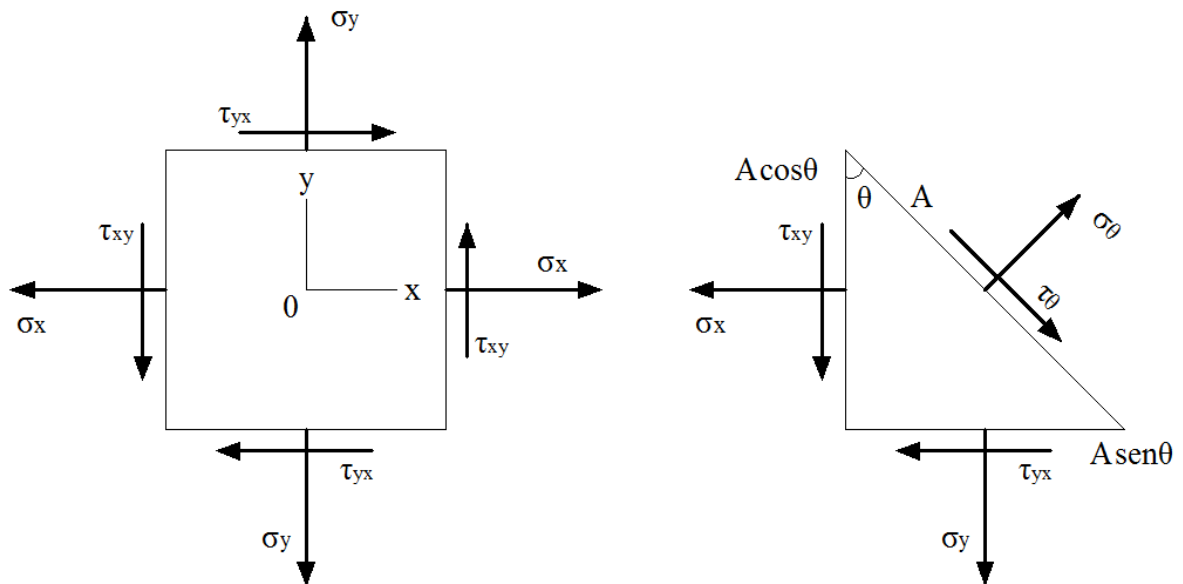
Os dois procedimentos descritos anteriormente foram implementados no pacote computacional MAPLE (2008).

2.5 Estado plano de tensões

O modelo de análise utilizado nas análises das vigas de concreto armado é baseado no estado plano de tensões. Um elemento com tensões planas pode ter tensões normais e de cisalhamento nas faces x e y, porém não pode ter nenhuma tensão na face z:

$$\tau_{zx} = \tau_{zy} = \sigma_z = 0 \quad (18)$$

Figura 4 – (a) Estado plano de tensões; (b) Corte em uma seção do plano.



Fonte: Elaborada pela autora.

Por equilíbrio das forças do elemento da Figura 4b obtêm-se as Equações 19 e 20 para as tensões normais e de cisalhamento respectivamente. As tensões máximas e mínimas normais chamadas de tensões principais e a tensão máxima de cisalhamento são apresentadas nas Equações 21 e 22.

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta + \tau_{yx}\text{sen}2\theta \quad (19)$$

$$\tau_{\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\text{sen}2\theta - \tau_{yx}\cos 2\theta \quad (20)$$

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (21)$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (22)$$

2.6 Programa DIANA

2.6.1 Elementos utilizados

O programa DIANA (2009) é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). O desenvolvimento do MEF e dos modelos para análise não-linear de estruturas tornou a análise numérica uma alternativa viável e amplamente difundida, permitindo a modelagem de várias estruturas, compostas por diferentes materiais e sob o efeito de solicitações e restrições diversas.

De acordo com Souza (2003), o MEF consiste em um método numérico aproximado para análise de diversos fenômenos físicos que ocorrem em meios contínuos, e que são descritos através de equações diferenciais parciais, com determinadas condições de contorno (Problemas de Valor de Contorno), e possivelmente com condições iniciais para problemas variáveis no tempo. O MEF é bastante genérico, e pode ser aplicado na solução de inúmeros problemas da engenharia.

No âmbito da Engenharia de Estruturas, o MEF tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores. Este tipo de cálculo tem a designação genérica de análise de estruturas e surge, por exemplo, no estudo de edifícios, pontes, barragens, etc. Quando existe a necessidade de projetar uma estrutura, é habitual proceder-se a uma sucessão de análises e modificações das suas características, com o objetivo de se alcançar uma solução satisfatória, quer em termos econômicos, quer na verificação dos pré-requisitos funcionais e regulamentares.

2.6.2 Modelos Constitutivos

Segundo Fonseca (2012), o programa DIANA (2009) permite a consideração de fenômenos complexos que interferem na resposta de estruturas de concreto como: fissuração, plasticidade, confinamento, fluência, cura, histórico de carregamento. Os fenômenos não-lineares que governam o estado limite último são a fissuração e o esmagamento do concreto e a plasticidade do aço.

Este programa conta com o modelo de fissuração distribuída (“*smearred crack model*”) para simulação do processo de fraturamento no concreto. Nesse modelo, o material quando danificado ainda é considerado como um meio contínuo e as notações de tensão e deformação podem ser aplicadas sem a necessidade de se construir uma nova malha enquanto as fissuras se propagam. Os parâmetros relacionados com a Mecânica da Fratura introduzidos no modelo de fissuração distribuída são a energia de fraturamento e a fissuração.

O modelo de fissuração distribuída determina a abertura e a orientação das fissuras em um determinado ponto através dos “Modelos Incrementais ou Plásticos” e dos “Modelos de Deformação Total”. Na formulação dos “Modelos de Deformação Total” recorre-se unicamente a uma relação constitutiva dependente das deformações em um dado instante, o que fornece facilidades de implementação numérica. Dessa maneira, o grande atrativo dessa abordagem é a sua simplicidade conceitual, sendo essa formulação representada no DIANA (2009) pelo “*Rotating Crack Model*” e pelo “*Fixed Crack Model*”.

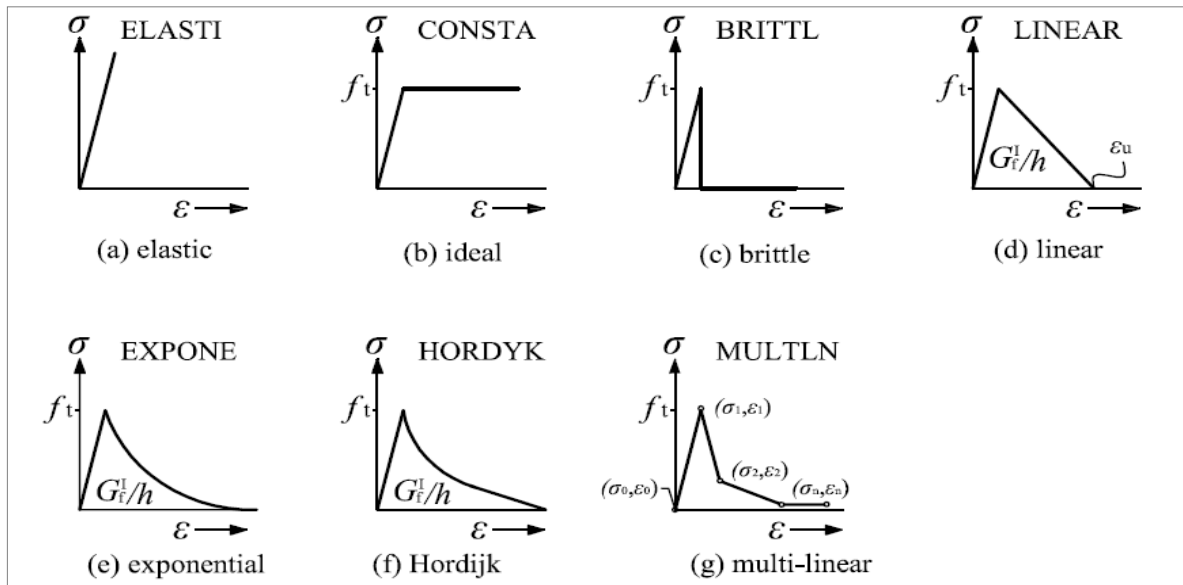
O “*Rotating Crack Model*” permite que a fissura mude de direção enquanto se propaga, enquanto o “*Fixed Crack Model*” armazena o ângulo de abertura da primeira fissura e faz com que a propagação mantenha esse ângulo, mudando de direção somente quando for registrada uma variação de 90° em relação ao ângulo gravado no início do processo.

De acordo com Feenstra (1993), Rots et al. (1985) e Rots (1989) o “*Rotating Crack Model*” tende a apresentar cargas de ruína inferiores àquelas obtidas com o “*Fixed Crack Model*”. Os pesquisadores também relatam que o modelo “*Rotating Crack Model*” tende a apresentar uma estabilidade maior entre todos os modelos disponíveis no DIANA (2009).

Os dados de entrada são compostos por duas partes: (1) propriedades básicas, tais como módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson; (2) definição do comportamento do concreto quando submetido à compressão, tração e cisalhamento. As propriedades básicas podem ser fornecidas diretamente ao DIANA (2009) ou serem calculadas de acordo com normas específicas para o concreto.

Para o comportamento do material à tração existem relações pré-definidas baseadas na energia de fraturamento e na banda de fissuras do elemento, que é estimada automaticamente em função da área ou do volume do elemento. A Figura 5 apresenta algumas relações de “*tension softening*” disponíveis no DIANA (2009).

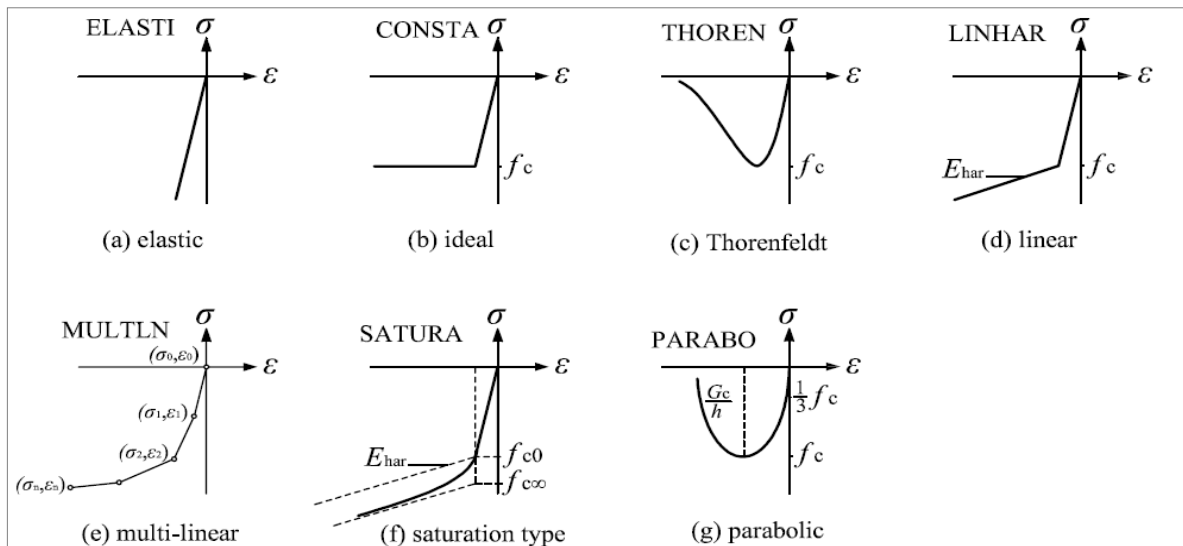
Figura 5 – Relações constitutivas disponíveis para tração no programa DIANA.



Fonte: Elaborada pela autora.

O comportamento à compressão do material normalmente é descrito como uma função não-linear entre tensões e deformações em uma determinada direção. O programa DIANA (2009) apresenta algumas relações pré-definidas para o comportamento à compressão do material (Figura 6).

Figura 6 – Relações constitutivas disponíveis para compressão no programa DIANA.



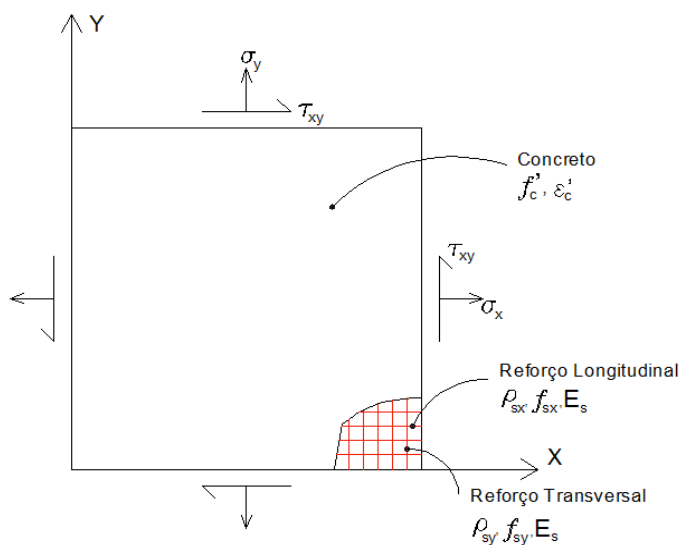
Fonte: Elaborada pela autora.

Na formulação dos “Modelos de Deformação Total” o comportamento plástico do concreto foi desenvolvido com base na Teoria do Campo de Compressão Modificada (VECCHIO & COLLINS, 1986).

2.6.2.1 Teoria do campo de compressão modificada

A Teoria do Campo de Compressão Modificada (TCCM) é um modelo de análise utilizado para representar o comportamento bidimensional de estruturas de concreto armado discretizadas por elementos de membrana submetidos a tensões normais e de cisalhamento (Figura 7).

Figura 7 – Estado plano de tensões para elemento de concreto armado.



Fonte: Elaborada pela autora.

Esta formulação avalia as tensões e deformações médias (na região entre as fissuras) e as tensões e deformações locais do concreto e da armadura, bem como as larguras e direções das fissuras durante o carregamento e, com base nessas informações, o modo de ruína do elemento pode ser determinado.

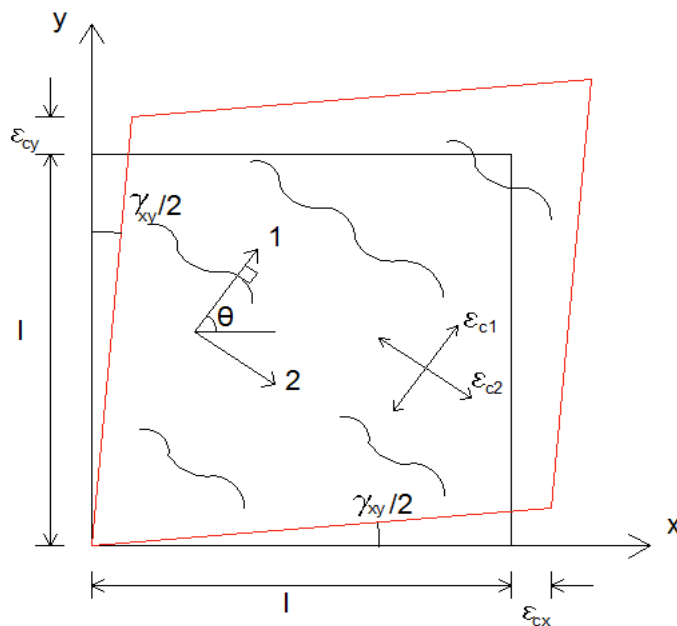
A modelagem do elemento de concreto fissurado é realizada usando um material ortotrópico e um modelo de fissuração distribuída variável. Em outras palavras, o concreto fissurado é tratado como um meio contínuo com fissuras distribuídas através do elemento de membrana. As fissuras distribuídas podem sofrer mudanças em suas direções sempre mantendo-se ligadas às mudanças de direção no campo de tensão principal.

A TCCM (VECCHIO & COLLINS, 1986) é baseada em três grupos de relações: relações de compatibilidade para as deformações médias no concreto e na armadura; relações de equilíbrio para as tensões médias no concreto e na armadura; e relações constitutivas para o concreto fissurado e para a armadura. Entre as hipóteses admitidas na formulação da TCCM, pode-se destacar: a armadura uniformemente distribuída; tensões normais e de cisalhamento aplicadas uniformemente; perfeita aderência entre o concreto e a armadura; fissuras variáveis e uniformemente distribuídas; e a direção da tensão principal sendo a mesma direção da deformação principal.

2.6.2.1.1 Relações de compatibilidade na TCCM

Assumindo uma perfeita aderência entre a armadura e o concreto, a compatibilidade exige que qualquer deformação média sofrida pelo concreto deve ser acompanhada por uma deformação média idêntica da armadura. Qualquer alteração na deformação média do concreto será acompanhada por uma alteração idêntica na deformação média do aço (Figura 8).

Figura 8 – Deformações médias do concreto.



Fonte: Elaborada pela autora.

Embora qualquer direção para as armaduras possa ser considerada na formulação da TCCM (VECCHIO & COLLINS, 1986), considere o elemento de membrana ortogonalmente armado da Figura 8. As equações de compatibilidade podem ser expressas por:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{cx} = \varepsilon_{sx} \quad (23)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{cy} = \varepsilon_{sy} \quad (24)$$

Considerando a deformação de cisalhamento γ_{xy} , é possível obter a deformação média principal de tração do concreto (ε_{c1}) e a deformação média principal de compressão do concreto (ε_{c2}), bem como as direções das deformações médias principais de tração e de compressão e as direções dos eixos de tensões utilizando o círculo de Mohr:

$$\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{c2} = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \pm \sqrt{\frac{1}{2}[(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2]} \quad (25)$$

$$\theta = \theta_\varepsilon = \theta_\sigma = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \right) \quad (26)$$

2.6.2.1.2 Relações de Equilíbrio na TCCM

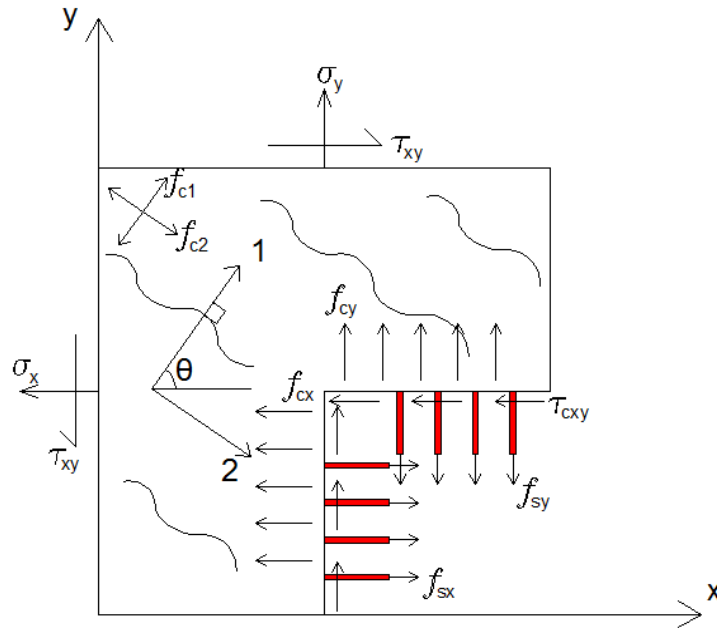
Considerando-se o diagrama de corpo livre do elemento de membrana apresentado na Figura 9 e impondo o equilíbrio de forças nas direções x e y , as tensões normais aplicadas na face do elemento σ_x e σ_y devem ser equilibradas pelas tensões normais no concreto f_{cx} e f_{cy} e pelas tensões na armadura f_{sx} e f_{sy} . O equilíbrio de momentos exige que a tensão de cisalhamento aplicada nas faces do elemento, representada por τ_{xy} , deve ser totalmente equilibrada pela tensão média de cisalhamento τ_{cxy} no concreto, assumindo que a armadura não apresenta qualquer tipo de efeito pino. Assim, estas relações de equilíbrio para as tensões médias podem ser expressas pelas seguintes equações, onde ρ_{sx} e ρ_{sy} são as taxas de armadura nas direções x e y , respectivamente:

$$\sigma_x = f_{cx} + \rho_{sx} f_{sx} \quad (27)$$

$$\sigma_y = f_{cy} + \rho_{sy} f_{sy} \quad (28)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{cxy} \quad (29)$$

Figura 9 – Diagrama de corpo livre do elemento de concreto armado.



Fonte: Elaborada pela autora.

Considerando que o concreto fissurado é ortotrópico com relação às direções da tensão principal, o círculo de Mohr pode ser utilizado para encontrar uma relação entre as tensões médias no concreto f_{cx} e f_{cy} e a tensão média principal de tração no concreto f_{c1} :

$$f_{cx} = f_{c1} - \frac{\tau_{cxy}}{\tan(\theta)} \quad (30)$$

$$f_{cy} = f_{c1} - \tau_{cxy} \tan(\theta) \quad (31)$$

2.6.2.1.3 Relações Constitutivas na TCCM

Um conjunto de trinta painéis medindo $890 \times 890 \times 70$ mm foi ensaiado experimentalmente por Vecchio & Collins (1986) e os resultados foram analisados para desenvolver modelos constitutivos capazes de representar o comportamento do concreto fissurado na compressão e na tração.

A relação constitutiva para descrever o concreto na compressão define uma relação entre a tensão principal de compressão, (f_{c2}) e a deformação principal de compressão, ε_{c2} . Os testes com os painéis indicaram que a resistência à compressão e a rigidez sofrem reduções quando a deformação principal de tração aumenta. Este fenômeno, conhecido como amolecimento na compressão é incorporado por meio da redução da rigidez na curva tensão-deformação do concreto:

$$f_{c2} = \frac{f_c' \left(2 \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_0} \right)^2 \right)}{0,8 - 0,34 \left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_0} \right)} \quad (32)$$

O termo que aparece no numerador é a relação parabólica da Hognestad, obtida para o concreto submetido à compressão uniaxial, geralmente usada para a resistência do concreto. O valor ε_0 corresponde à deformação associada com o pico de tensão do concreto f_c' , tal como determinado experimentalmente, a partir dos ensaios de compressão uniaxiais de cilindros de concreto. O denominador representa o efeito do amolecimento.

Com relação ao concreto submetido à tração, é necessário em primeiro lugar determinar os valores da resistência de fissuração uniaxial do concreto, f_t' , e a sua correspondente deformação de tração, ε_{cr} , que podem ser obtidas por meio das seguintes expressões (ACI 318M, 2011):

$$f_t' = 0,33\sqrt{f_c'} \quad (33)$$

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_t'}{E_c} \quad (34)$$

$$E_c = 5000\sqrt{f_c'} \quad (MPa) \quad (35)$$

Admite-se que, antes de fissurado, o concreto apresenta um comportamento elástico-linear na tração. Portanto, após a fissuração, tensões de tração podem continuar a existir no concreto entre as fissuras devido às interações de aderência entre o concreto e a armadura. Para representar este fenômeno conhecido como enrijecimento na tração, a TCCM (VECCHIO & COLLINS, 1986) propôs a seguinte relação:

$$f_{c1} = E_c \varepsilon_{c1} \quad \text{para } 0 < \varepsilon_{c1} < \varepsilon_{cr} \quad (36)$$

$$f_{c1} = \frac{f_t'}{1 + \sqrt{200\varepsilon_{c1}}} \quad \text{para } \varepsilon_{c1} > \varepsilon_{cr} \quad (37)$$

Para a armadura submetida à compressão e à tração, a TCCM (VECCHIO & COLLINS, 1986) usa uma relação bilinear para definir a relação entre a tensão média e a deformação média.

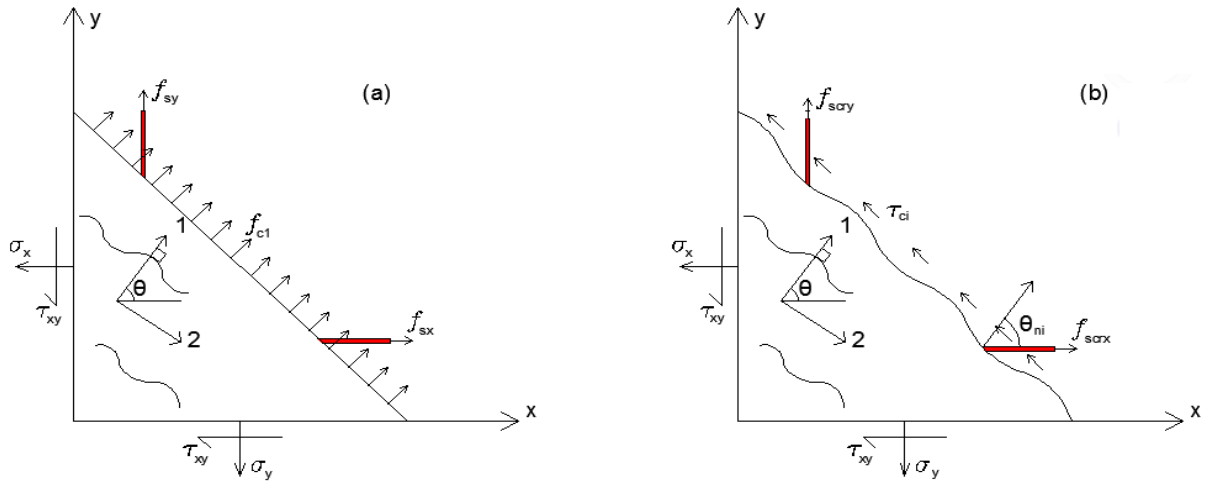
$$f_s = E_s \varepsilon_s \leq f_s^y \quad (38)$$

2.6.2.1.4 Condições locais de fissuração na TCCM

Dada uma condição de deformação média compatível, as relações constitutivas podem ser usadas para determinar as tensões médias no concreto e na armadura, assim como as tensões normais e de cisalhamento que atuam sobre a estrutura. No entanto, seria proceder contra a segurança ignorar a possibilidade de que a resposta da estrutura pode ser influenciada pelo escoamento local da armadura na fissura ou pela ruptura por cisalhamento (deslizamento) ao longo da fissura. Para considerar essas possibilidades, a TCCM (VECCHIO & COLLINS, 1986) limita as tensões locais na fissura e as tensões médias de tração do concreto.

O campo de tensões no concreto armado sofre variações quando avaliado de acordo com os valores médios na área entre as fissuras e quando avaliados localmente na fissura. Este comportamento pode ser melhor compreendido considerando a Figura 10a, que descreve as tensões médias numa seção localizada entre fissuras, e a Figura 10b, que descreve as tensões locais na superfície livre da fissura.

Figura 10 – (a) Tensões médias entre fissuras; (b) Tensões locais na superfície livre de fissuração.



Fonte: Elaborada pela autora.

Na superfície livre de fissuração, as tensões médias de tração do concreto são praticamente iguais a zero. Consequentemente, para transmitir as tensões médias de tração através da fissura, as tensões e deformações na armadura devem aumentar localmente na fissura. Equivalência estática entre as tensões médias e as tensões locais na direção normal à superfície de fissuração, resulta na seguinte relação:

$$f_{c1} = \rho_x (f_{scrx} - f_{sx}) \cos^2 \theta_{nx} + \rho_y (f_{scry} - f_{sy}) \cos^2 \theta_{ny} \quad (39)$$

Considerando-se a Equação 40, a tensão média de tração do concreto deve ser limitada pelo escoamento da armadura na fissura e, consequentemente:

$$f_{c1} \leq \rho_x (f_{srx} - f_{sx}) \cos^2 \theta_{nx} + \rho_y (f_{sry} - f_{sy}) \cos^2 \theta_{ny} \quad (40)$$

No plano principal, a tensão de cisalhamento é nula e, assim, elas não são representadas na Figura 10a. No entanto, como a armadura geralmente corta as fissuras em um ângulo oblíquo, as tensões de cisalhamento locais, τ_{ci} vão existir na superfície de fissuração. Por conseguinte, através da equivalência estática das tensões médias e locais na direção tangencial da superfície de fissuração, as tensões de cisalhamento locais podem ser determinadas pela seguinte equação:

$$\tau_{ci} = \rho_x (f_{scrx} - f_{sx}) \cos(\theta_{nx}) \operatorname{sen}(\theta_{nx}) + \rho_y (f_{scry} - f_{sy}) \cos(\theta_{ny}) \operatorname{sen}(\theta_{ny}) \quad (41)$$

No entanto, a tensão de cisalhamento local é limitada pelo mecanismo de interligação dos agregados, que diminui com o aumento da largura da fissura (w) e com a redução do tamanho do agregado (a). Com base na análise dos mecanismos de interligação dos agregados, desenvolvidos por Walraven (1981), a TCCM (VECCHIO & COLLINS, 1986) estabelece um limite para a tensão de cisalhamento na fissura:

$$\tau_{ci} \leq \frac{0,18\sqrt{f'_c}}{0,31 + 24w/(a + 26)} \quad (42)$$

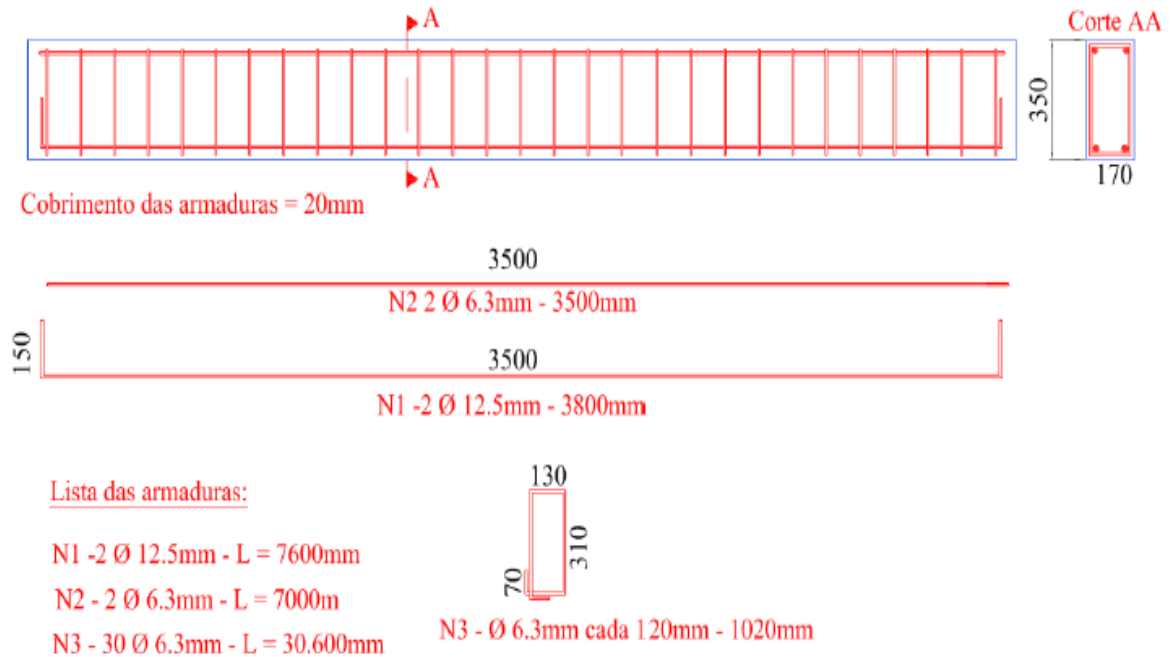
2.7 Estudos experimentais e numéricos sobre reforço com PRFC

Nesta seção serão apresentados alguns trabalhos nacionais que utilizaram a técnica de reforço com PRFC.

Ferrari (2007)

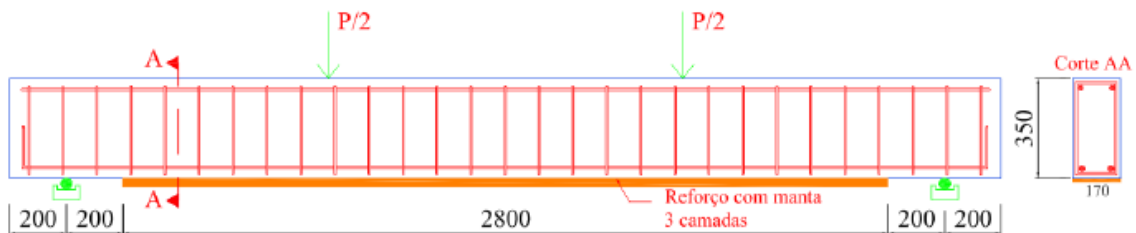
No trabalho de Ferrari (2007) foi realizado um estudo numérico experimental de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com fibra de carbono aderido a um substrato de compósito cimentício de alto desempenho. O programa experimental constou de seis vigas de concreto armado com a mesma taxa de armadura.

Figura 11 – Detalhamento das armaduras das vigas de Ferrari (2007) (medidas em mm).



Fonte: Ferrari (2007).

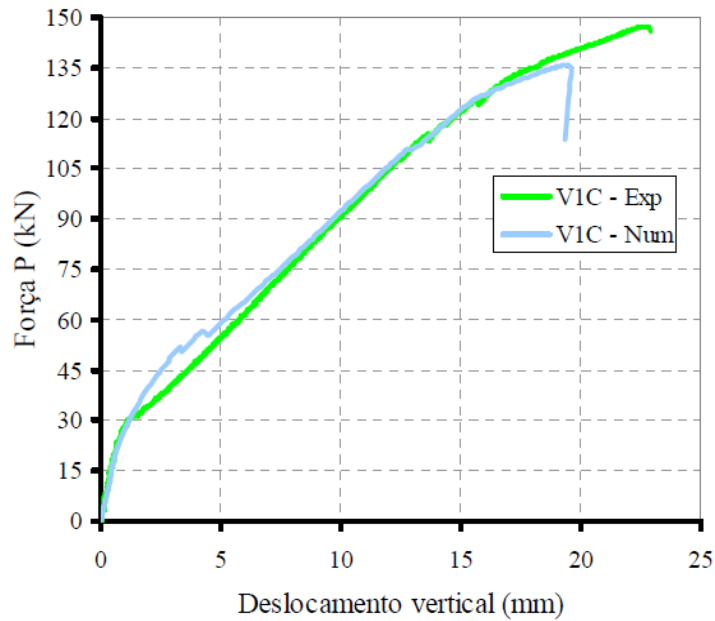
Figura 12 – Detalhamento do carregamento e do reforço das vigas de Ferrari (2007) (medidas em mm).



Fonte: Ferrari (2007).

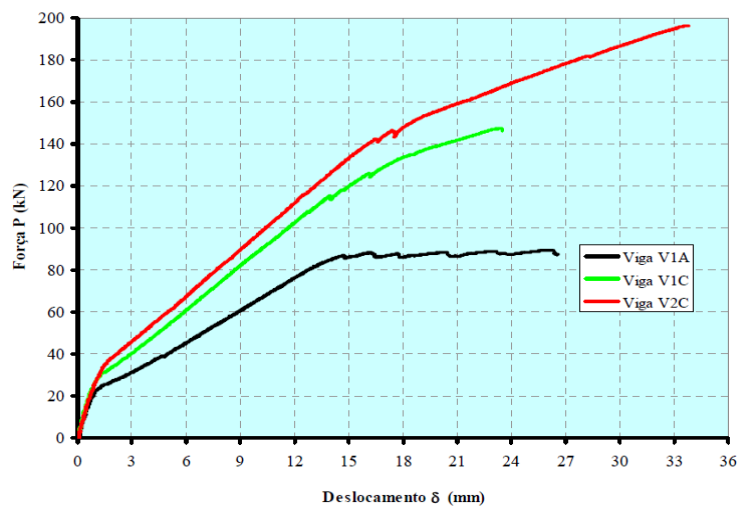
Para a análise numérica das vigas foi utilizado o programa DIANA (2009), porém o autor não explica como incorporou a fibra de carbono na modelagem das vigas. Na Figura 13 é apresentado o gráfico com as curvas carga-deslocamento vertical das vigas VIC (viga reforçada com três camadas de fibra de carbono) comparando os resultados experimentais e numéricos. Na Figura 14 é apresentado o gráfico com as curvas carga-deslocamento das vigas V1A (viga sem reforço), V1C e V2C (viga reforçada com fibra de carbono aderido ao compósito cimentício). Na Figura 15 é apresentada a deformada e as deformações principais obtidas pelo programa DIANA (2009) para a viga VIC.

Figura 13 – Curva carga-deslocamento vertical da viga V1C.



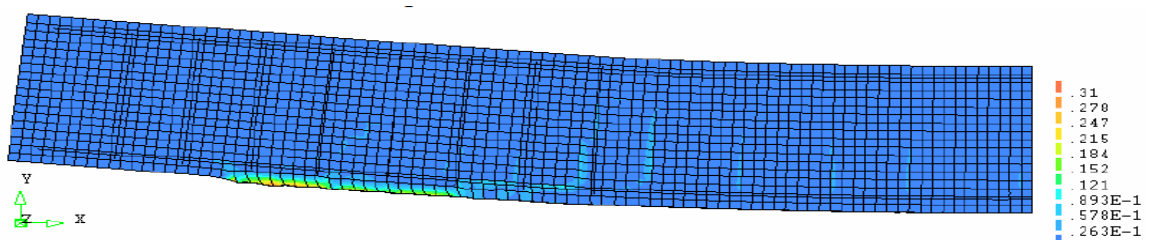
Fonte: Ferrari (2007).

Figura 14 – Curva carga-deslocamento vertical das vigas V1A, V1C e V2C.



Fonte: Ferrari (2007).

Figura 15 – Deformada e deformações principais.



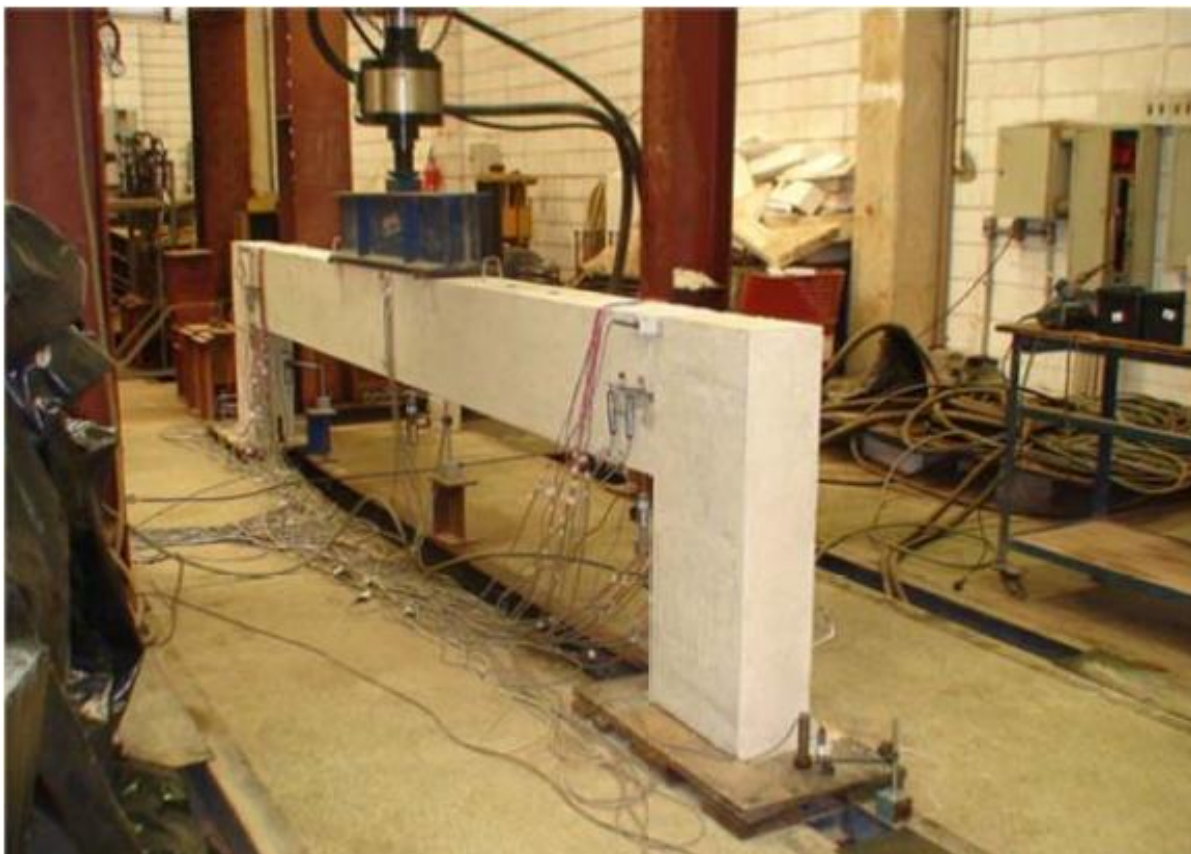
Fonte: Ferrari (2007).

Observa-se nesse trabalho que a presença do reforço aumenta significativamente a capacidade resistente das vigas e a rigidez, porém o modo de ruína prematuro que acontece nas vigas reforçadas com PRFC também ocorreu nas vigas reforçadas com compósito cimentício de alto desempenho.

Fonseca (2012)

No trabalho de Fonseca (2012) avaliou-se a eficiência do reforço de ligações viga-pilar com PRFC em estrutura de concreto pré-moldado. A técnica de reforço utilizada consistiu na colagem dos laminados de PRFC em entalhes no cobrimento do concreto. Realizou-se um ensaio piloto em modelo reduzido que promoveu significativa redução no deslocamento vertical da viga e posteriormente um ensaio em escala real reforçado a momento fletor positivo e negativo. Os modelos reduzido e real não foram comparados neste trabalho.

Figura 16 – Visão geral do pórtico montado do ensaio principal.



Fonte: Fonseca (2012).

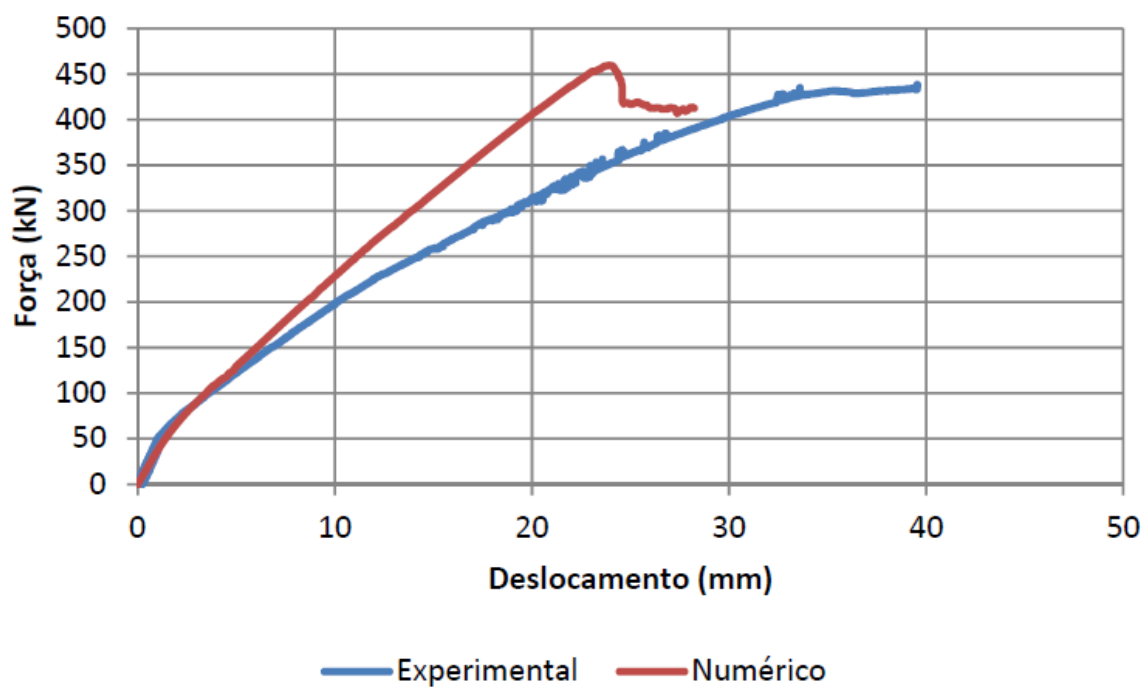
Figura 17 – Aplicação do reforço de PRFC no entalhe.



Fonte: Fonseca (2012).

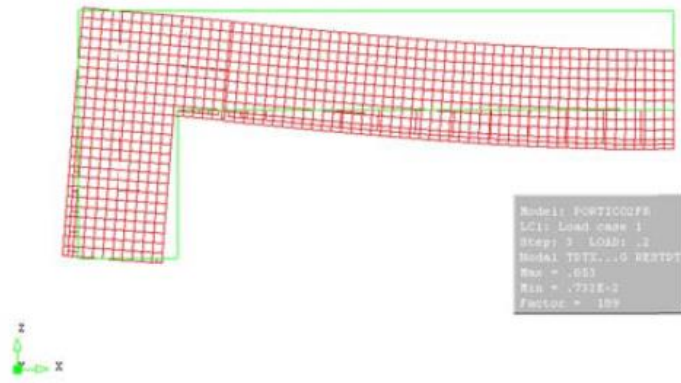
A simulação numérica foi realizada utilizando o programa DIANA (2009) que permitiu a determinação indireta da rigidez das ligações de modo satisfatório e subsidiou a adoção de apoios elásticos na simulação dos ensaios estáticos que permitiram expandir a análise dos resultados experimentais em relação à fissuração e à distribuição de tensões.

Figura 18 – Curva carga x deslocamento comparando o modelo experimental e numérico.



Fonte: Fonseca (2012).

Figura 19 – Deformada do pórtico obtido pelo modelo numérico.

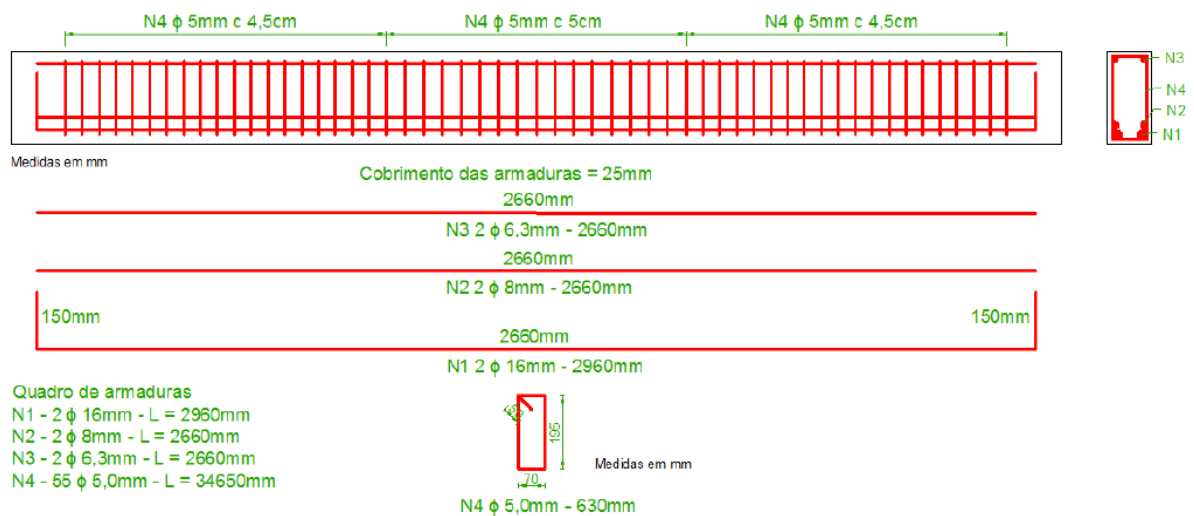


Fonte: Fonseca (2012).

Vieira (2014)

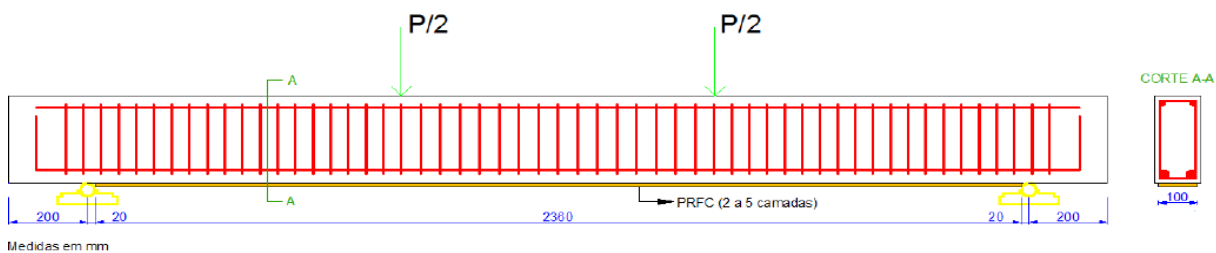
No trabalho de Vieira (2014) foi realizado um estudo experimental de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com fibra de carbono. As vigas foram divididas em 3 grupos de 5, sendo que de cada grupo uma viga não era reforçada e as outras eram reforçadas com 2 a 5 camadas de fibra de carbono.

Figura 20 – Detalhamento das armaduras das vigas de Vieira (2014).



Fonte: Vieira (2014).

Figura 21 – Carregamento e posicionamento do reforço das vigas de Vieira (2014).



Fonte: Vieira (2014).

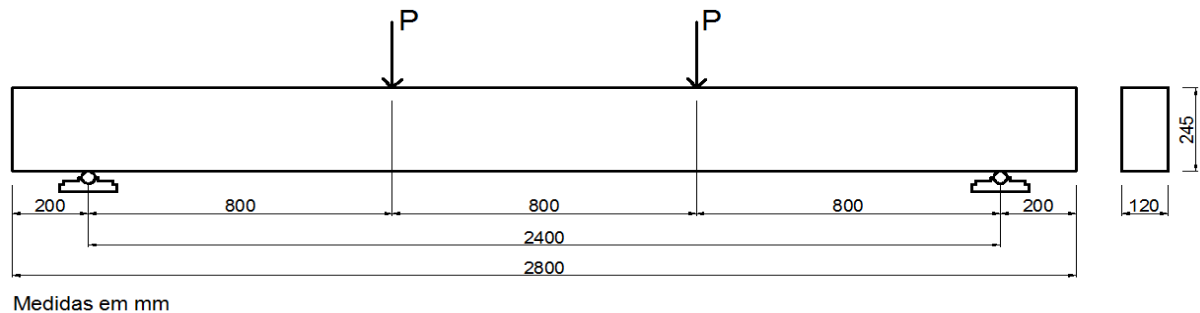
Constatou-se o excelente desempenho do PRFC para o reforço à flexão em vigas de concreto armado. A capacidade resistente das vigas reforçadas foi aumentada em todos os casos, em relação às vigas de referência de cada grupo, tendo atingido o valor máximo em todos os grupos para as vigas reforçadas com cinco camadas. Os valores dos acréscimos foram 16,69%, 86,83% e 126,18% para as vigas do 1º grupo VA, do 2º grupo VB e do 3º grupo VC, respectivamente. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados analíticos propostos por Santos (2013) e estes valores poderiam ter sido mais próximos se não tivesse ocorrido ruína prematura em muitas vigas reforçadas.

3 METODOLOGIA

3.1 Características das vigas

De acordo com o trabalho experimental realizado por Vieira (2014), foram confeccionadas quinze vigas de concreto armado de mesma seção transversal retangular (120 mm de largura por 245 mm de altura) com vão livre de 2400 mm e comprimento total de 2800 mm. Para o ensaio as vigas foram bi-apoiadas e carregadas com cargas concentradas (P) atuantes em dois pontos conforme mostrado na Figura 22.

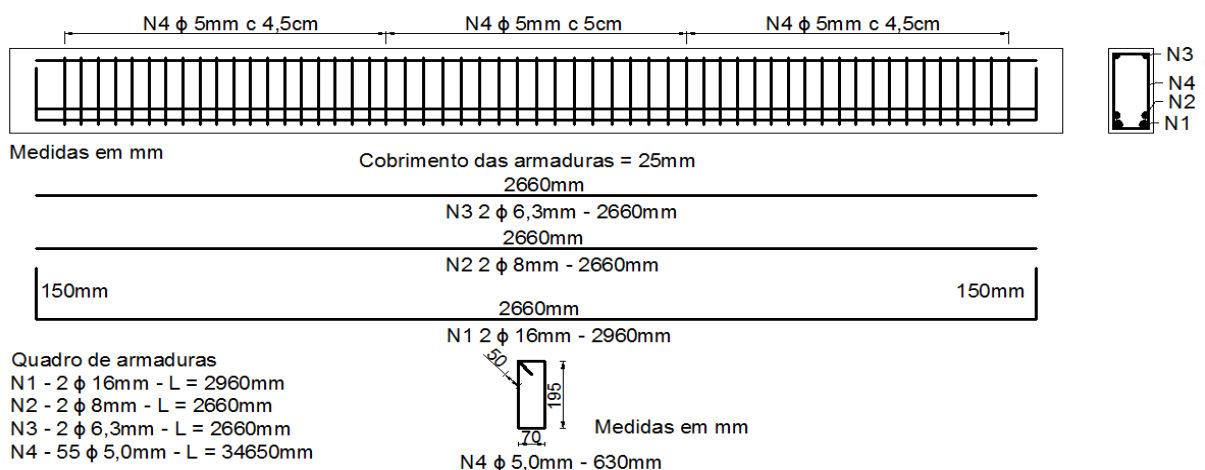
Figura 22 – Dimensões e carregamento das vigas.



Fonte: Elaborada pela autora.

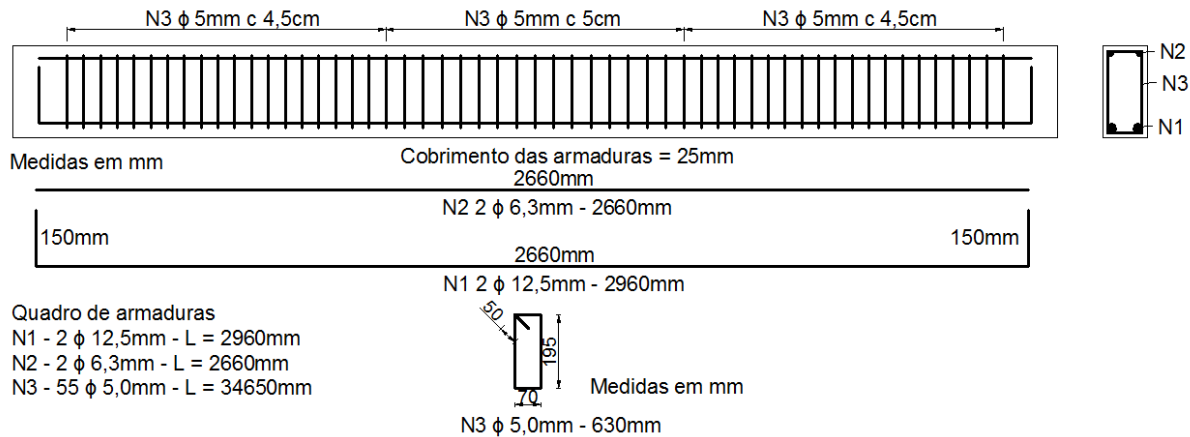
As vigas foram divididas em três grupos com taxas de armaduras distintas: vigas VA, vigas VB e vigas VC. O detalhamento das armaduras de cada grupo é apresentado nas Figuras 23, 24 e 25, respectivamente.

Figura 23 – Detalhamento das armaduras das vigas VA.



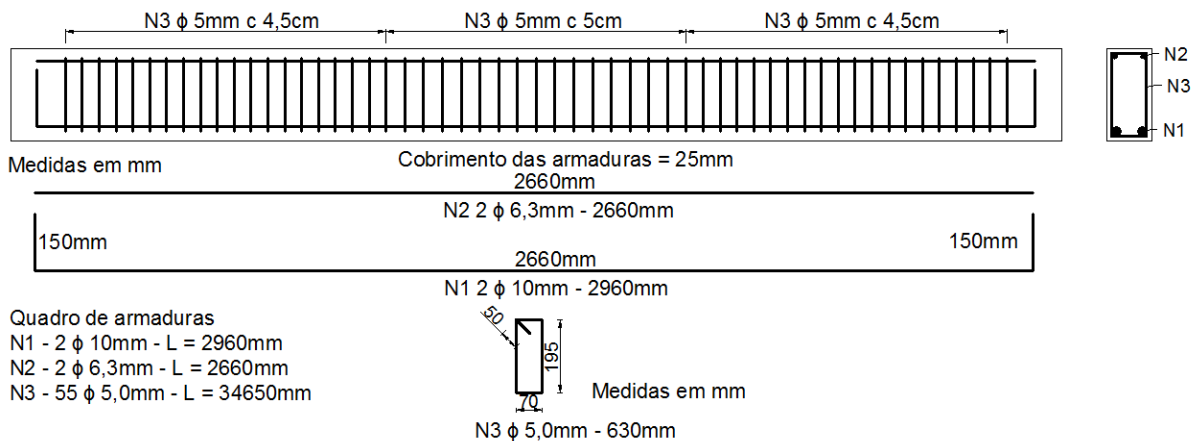
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 24 – Detalhamento das armaduras das vigas VB.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 25 – Detalhamento das armaduras das vigas VC.



Fonte: Elaborada pela autora.

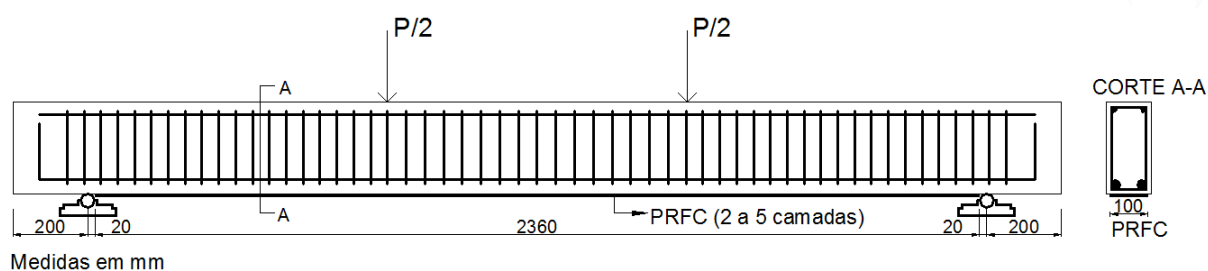
O reforço à flexão com PRFC nas vigas de concreto com as três taxas de armaduras distintas foi definido variando-se o número de camadas de fibra, sendo que para cada grupo de vigas foram produzidas uma viga de referência (sem reforço) e quatro vigas reforçadas com manta de fibra de carbono, que foram posicionadas no sentido longitudinal nas vigas, com o número de camadas de fibra variando de dois até cinco. O reforço das vigas é mostrado na Tabela 1 e o seu posicionamento na Figura 26.

Tabela 1 – Reforço das vigas.

Vigas	Área de fibra (cm ²)	Nº de camadas
VA-R	0	sem reforço
VA-2	0,332	2 camadas
VA-3	0,498	3 camadas
VA-4	0,664	4 camadas
VA-5	0,830	5 camadas
VB-R	0	sem reforço
VB-2	0,332	2 camadas
VB-3	0,498	3 camadas
VB-4	0,664	4 camadas
VB-5	0,830	5 camadas
VC-R	0	sem reforço
VC-2	0,332	2 camadas
VC-3	0,498	3 camadas
VC-4	0,664	4 camadas
VC-5	0,830	5 camadas

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 26 – Posicionamento do reforço nas vigas.



Fonte: Elaborada pela autora.

3.2 Modelagem numérica utilizando o DIANA

A modelagem numérica das vigas ensaiadas por Vieira (2014) foi feita utilizando-se o pacote computacional de elementos finitos DIANA (2009). O primeiro passo para a modelagem é a definição da geometria da viga incluindo os pontos onde serão colocados os apoios, as cargas concentradas, o início e o final de cada armadura longitudinal e transversal (Figura 27). Em seguida define-se as barras das armaduras utilizando os pontos inseridos.

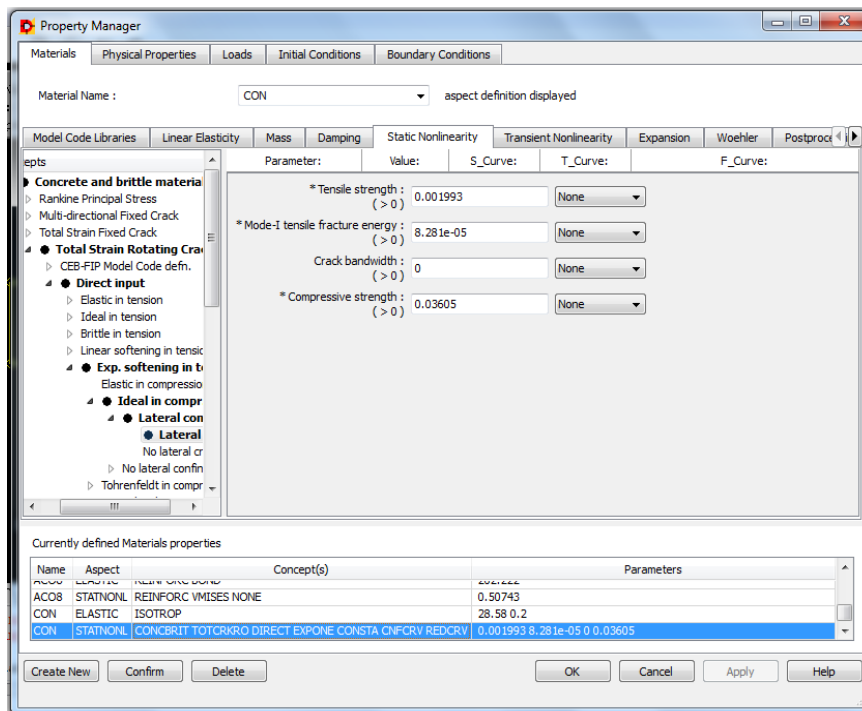
Figura 27 – Definição da geometria do modelo.



Fonte: Elaborada pela autora.

Na Figura 28 apresenta-se a interface do programa DIANA (2009) onde se coloca as propriedades mecânicas de cada material que foram determinadas por Vieira (2014). Essas propriedades são atribuídas ao modelo computacional da viga de concreto armado.

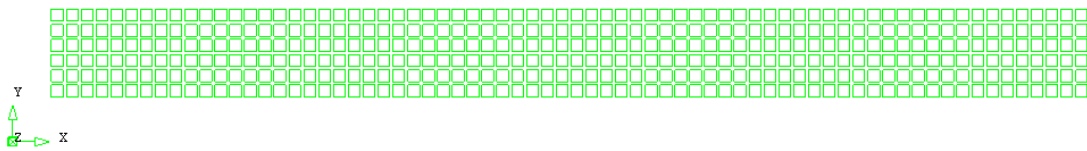
Figura 28 – Definição das propriedades no programa DIANA.



Fonte: Elaborada pela autora.

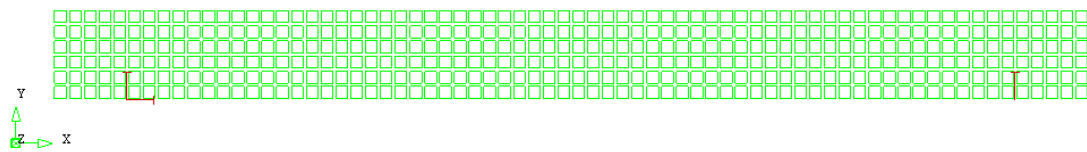
Optou-se pela utilização de um modelo bidimensional de elementos finitos (Figura 29) devido às condições de simetria do modelo e do carregamento. A consideração da simetria do modelo em relação ao plano vertical que corta o eixo longitudinal foi empregada. Na Figura 30, observa-se o modelo numérico com as condições de contorno impostas. No apoio à esquerda, foram impedidos os deslocamentos em x , y e no apoio à direita, foi impedido o deslocamento em y .

Figura 29 – Modelo bidimensional discretizado em elementos finitos planos.



Fonte: Elaborada pela autora.

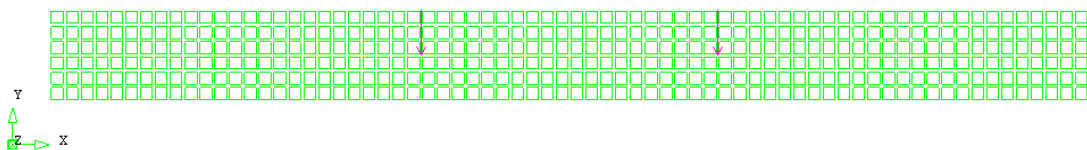
Figura 30 – Modelo com restrições de deslocamentos.



Fonte: Elaborada pela autora.

O modelo de elementos finitos foi carregado pela imposição de duas cargas concentradas denominadas no DIANA (2009) como “*displace*”. Essa opção permitiu carregar o modelo por controle de deslocamento. Na Figura 31, observa-se a localização do carregamento na viga de concreto armado.

Figura 31 – Modelo com carregamento.

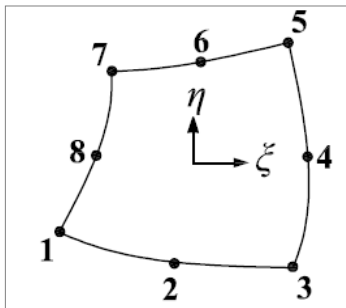


Fonte: Elaborada pela autora.

Para a discretização do concreto, foi utilizada uma malha bilinear quadrilateral de elementos finitos isoparamétricos CQ16M (Figura 32) com dimensões uniformes. Este elemento de 8 nós possui interpolação quadrática e integração de Gauss. O polinômio para os deslocamentos u_x e u_y podem ser expressos como:

$$u_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4\xi^2 + a_5\eta^2 + a_6\xi^2\eta + a_7\xi\eta^2 \quad (43)$$

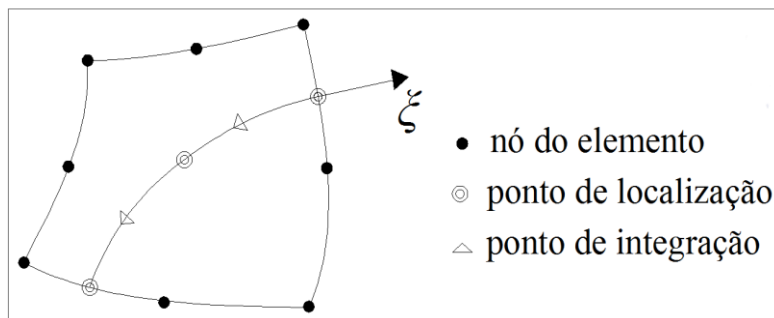
Figura 32 – Elemento finito CQ16M.



Fonte: Elaborada pela autora.

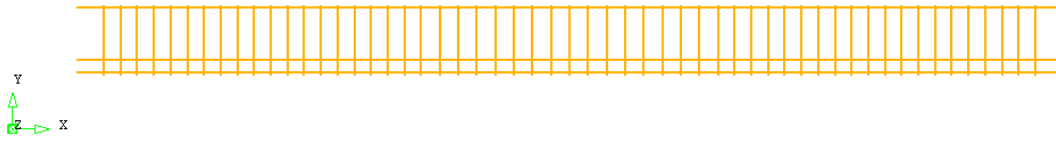
Para a discretização das armaduras foram utilizados elementos denominados no DIANA (2009) como “*embedded reinforcement*” (Figura 33). Esses elementos não possuem graus de liberdade próprios servindo apenas como enrijecedor, e suas tensões e deformações são calculadas a partir dos elementos aos quais estão conectados. Desse modo, se considera a perfeita aderência entre o concreto e as armaduras, eliminando-se a possibilidade de ruptura por escorregamento das barras (FERRARI, 2007). Na Figura 34 é apresentada a configuração das armaduras longitudinais e transversais no modelo da viga de concreto armado.

Figura 33 – Elemento de armadura “embedded reinforcement”.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 34 – Armaduras da viga de concreto armado.



Fonte: Elaborada pela autora.

Para a discretização da fibra de carbono, foi utilizada uma malha linear (Figura 35) de elementos finitos de cabos CL6TR (Figura 36). Este elemento de cabo possui 3 nós numericamente integrado com dois deslocamentos em cada nó, u_x e u_y . A interpolação polinomial para os deslocamentos u_x e u_y podem ser expressos como:

$$u_i(\xi) = a_0 + a_1\xi + a_4\xi^2 \quad (44)$$

Figura 35 – Malha linear da fibra de carbono.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 36 – Elemento finito CL6TR.



Fonte: Elaborada pela autora.

Para a solução das equações de cada nó do modelo, foi utilizado o método Quasi-Newton que tem a vantagem de não criar uma matriz de rigidez nova a cada iteração. O critério de parada foi o de energia que avalia as forças internas, adotando-se uma tolerância de 0,5%. O processo é dividido em vários passos que corresponde à uma parcela do carregamento total de modo que sejam realizadas várias iterações até que obtenha-se a convergência em cada um. Faz-se isso até o colapso da viga.

4 RESULTADOS

4.1 Cálculo analítico das vigas reforçadas com PRFC no MAPLE

Utilizando a rotina proposta por Santos (2013) empregando o software MAPLE e descrita na revisão bibliográfica, foram determinados os momentos últimos característicos das vigas deste trabalho para encontrar a carga de ruptura analítica. Na Tabela 2 são apresentadas as dimensões das vigas e as áreas das armaduras que são alguns dos dados de entrada para a rotina computacional. Na Tabela 3 são apresentadas as propriedades mecânicas dos materiais das vigas, que também são dados de entrada para a rotina.

Tabela 2 – Dimensões das vigas e áreas das armaduras.

Grupo	b (cm)	h (cm)	d (cm)	d' (cm)	d'' (cm)	A _s (cm ²)	A' _s (cm ²)
VA	12	24,5	20	3,315	4,5	5,03	0,62
VB	12	24,5	20	3,315	4,5	2,45	0,62
VC	12	24,5	20	3,315	4,5	1,57	0,62

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 3 – Propriedades mecânicas dos materiais em kN/cm².

Vigas	f _{yk}	f' _{yk}	f _{ck}	E _s	E' _s	E _f
VA-2	51,86	63,64	41,50	20419,25	21210	23000
VA-3	51,86	63,64	39,50	20419,25	21210	23000
VA-4	51,86	63,64	38,54	20419,25	21210	23000
VA-5	51,86	63,64	40,88	20419,25	21210	23000
VB-2	54,40	63,64	38,50	20989,10	21210	23000
VB-3	54,40	63,64	40,27	20989,10	21210	23000
VB-4	54,40	63,64	38,08	20989,10	21210	23000
VB-5	54,40	63,64	39,02	20989,10	21210	23000
VC-2	52,93	63,64	41,56	18957,20	21210	23000
VC-3	52,93	63,64	41,56	18957,20	21210	23000
VC-4	52,93	63,64	37,46	18957,20	21210	23000
VC-5	52,93	63,64	37,46	18957,20	21210	23000

Fonte: Elaborada pela autora.

Na Tabela 4 são apresentados os momentos últimos característicos obtidos pela rotina computacional e as cargas de ruptura analíticas calculadas dividindo-se o momento encontrado pelo braço de alavanca que é 80 cm para todas as vigas.

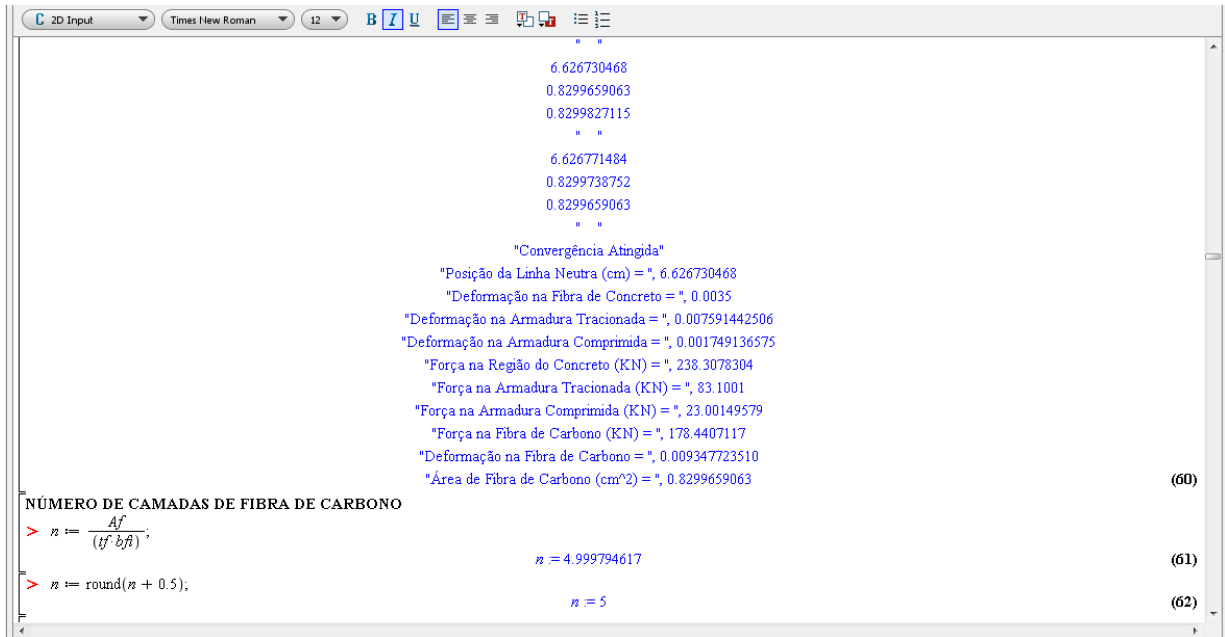
Tabela 4 – Momentos e cargas de ruptura analíticas.

Vigas	Momentos analíticos (kNcm)	Cargas de ruptura (kN)
VA-2	5728,6	71,61
VA-3	6012,7	75,16
VA-4	6267,0	78,34
VA-5	6728,2	84,10
VB-2	4482,8	56,04
VB-3	5121,4	64,02
VB-4	5291,1	66,14
VB-5	5852,3	73,15
VC-2	3682,2	46,03
VC-3	4664,8	58,31
VC-4	5018,8	62,74
VC-5	5404,1	67,55

Fonte: Elaborada pela autora.

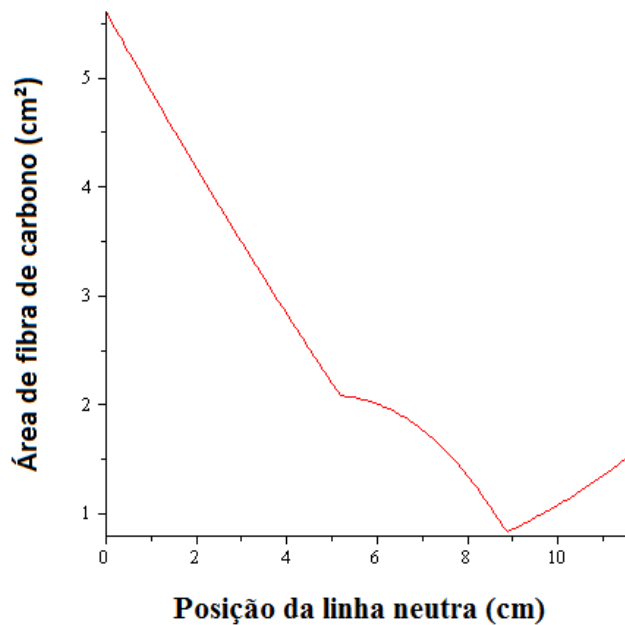
O programa também calcula outras grandezas como as forças no concreto, no aço e na fibra, as deformações, a posição da linha neutra e a área de fibra de carbono a ser utilizada (Figura 37). Na Figura 38, 39 e 40 são exibidas as representações gráficas do processo iterativo proposto das vigas reforçadas com cinco camadas de cada grupo.

Figura 37 – Dados de saída do programa computacional MAPLE.



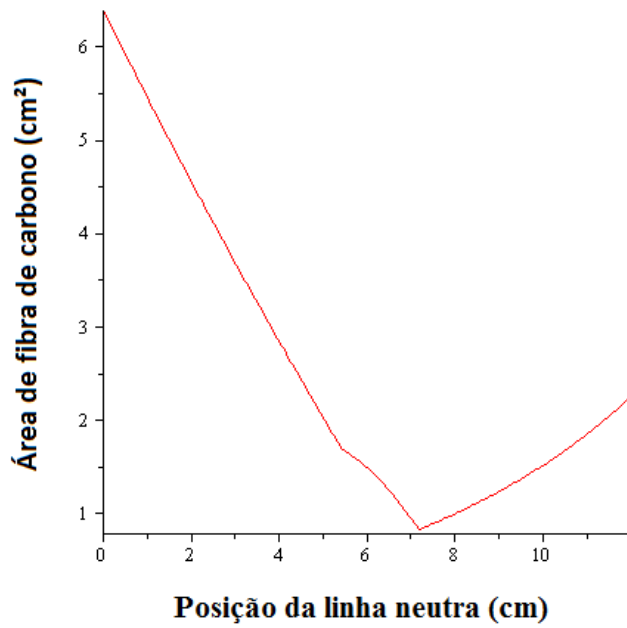
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 38 – Curvas área de fibra de carbono–posição da linha neutra – VA5.



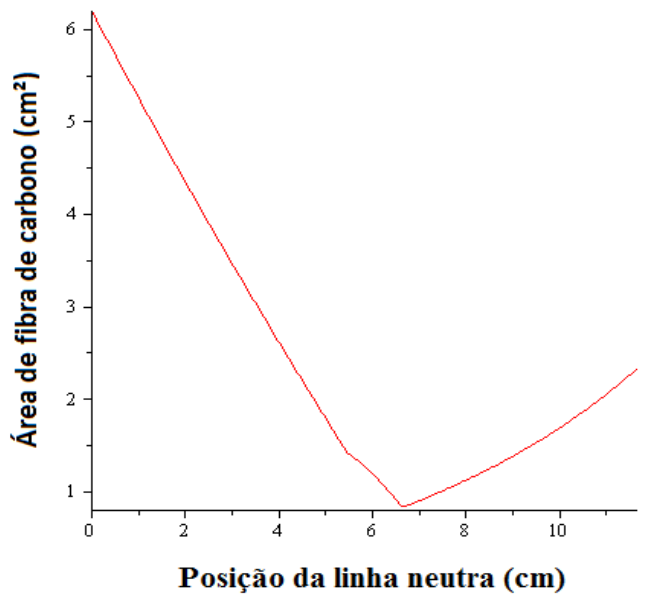
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 39 – Curvas área de fibra de carbono–posição da linha neutra – VB5.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 40 – Curvas área de fibra de carbono–posição da linha neutra – VC5.



Fonte: Elaborada pela autora.

4.2 Análise não-linear no DIANA

4.2.1 Propriedades dos materiais

As propriedades mecânicas para o concreto estão apresentadas na Tabela 5. Os valores de f_{cm} foram obtidos por Vieira (2014). Os valores de f_{ctm} foram calculados pela Equação 45 conforme o ACI 318M (2011). Os valores de E_{cs} foram calculados pela Equação 46 conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014). Os valores de G_f foram calculados pela Equação 47 conforme o CEB-FIB (1990), cujos valores G_{fo} e f_{co} são, respectivamente, 0,03525Nmm/mm² e 10 MPa. As propriedades mecânicas para o aço estão apresentadas na Tabela 6. Os valores de f_y e E_s foram obtidos por Vieira (2014).

$$f_{ctm} = 0,332\sqrt{f_{cm}} \quad (45)$$

$$E_{cs} = 4760\sqrt{f_{cm}} \quad (46)$$

$$G_f = G_{fo} \left(\frac{f_{cm} + 8}{f_{co}} \right)^{0,7} \quad (47)$$

Tabela 5 – Propriedades mecânicas para o concreto.

Vigas	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cs} (GPa)	G_f (N.mm/mm²)
VA-R	36,05	1,99	28,58	0,0995
VA-2	41,50	2,14	30,66	0,108
VA-3	39,50	2,09	29,92	0,105
VA-4	38,54	2,06	29,55	0,103
VA-5	40,88	2,12	30,43	0,107
VB-R	40,50	2,11	30,29	0,106
VB-2	38,50	2,06	29,54	0,103
VB-3	40,27	2,11	30,21	0,106
VB-4	38,08	2,05	29,37	0,103
VB-5	39,02	2,07	29,73	0,104
VC-R	38,50	2,06	29,54	0,103
VC-2	41,56	2,14	30,69	0,108
VC-3	41,56	2,14	30,69	0,108
VC-4	37,46	2,03	29,13	0,102

Tabela 5 – Propriedades mecânicas para o concreto – Continuação.

Vigas	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cs} (GPa)	G_f (N.mm/mm²)
VC-5	37,46	2,03	29,13	0,102

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 6 – Propriedades mecânicas para o aço.

Barras	f_y (MPa)	E_s (GPa)
$\phi 5$ mm (CA-60)	691,40	202,70
$\phi 6,3$ mm (CA-60)	636,37	212,10
$\phi 8$ mm (CA-50)	507,43	202,22
$\phi 10$ mm (CA-50)	529,30	189,57
$\phi 12,5$ mm (CA-50)	544,00	209,89
$\phi 16$ mm (CA-50)	529,84	206,16

Fonte: Elaborada pela autora.

O sistema utilizado para o reforço à flexão das vigas com PRFC foi executado pelo modo curado in situ via seca, com os seguintes materiais componentes do compósito: manta de fibra de carbono CARBON CFW300 e resina epóxi CARBON SATURANTE. As propriedades da manta de fibra de carbono foram fornecidas pelo fabricante (VIAPOL, 2014) e estão apresentadas na Tabela 7. As características da resina epóxi utilizada na impregnação e colagem da manta foram também fornecidas pelo fabricante (VIAPOL, 2014) e estão apresentadas na Tabela 8.

Tabela 7 – Propriedades da manta de fibra de carbono.

Propriedade	Especificação
Espessura da manta (b_f)	0,166 mm
Resistência máxima à tração (σ_{ft})	4900 MPa
Módulo de elasticidade (E_f)	230 GPa
Gramatura	300 g/m ²
Alongamento na ruptura	2,1%

Fonte: Vieira (2014).

Tabela 8 – Características das resinas epóxi.

Características	Especificação
Tempo de uso (<i>pot life</i>) - 20°C	aproximadamente 40 minutos
Tempo de secagem ao toque	< 11h
Cura total	7 dias
Relação de mistura (A:B)	2:1 em peso
Viscosidade	5000 Cps
Resistência à tração	29 MPa
Resistência à compressão	68 MPa
Módulo de compressão	1470 MPa
Resistência ao cisalhamento	9,8 MPa

Fonte: Vieira (2014).

4.2.2 Cargas de ruptura

4.2.2.1 Vigas VA

Neste grupo ocorreu algum problema durante o ensaio da viga VA-3 levando a uma carga de ruptura menor que a obtida pela viga VA-2, que tem menos camadas de fibra de carbono. Desse modo, a viga VA-3 não será apresentada nos resultados. Na Tabela 9 são comparadas as cargas de ruptura experimentais e numéricas do grupo VA considerando que a carga de ruptura experimental é a correta. Entre as vigas reforçadas, todas apresentaram um erro percentual menor que 10% e a viga de referência um erro de 16,18%. Neste grupo, apenas a viga VA-2 numérica apresentou uma carga de ruptura maior que a experimental.

Tabela 9 – Cargas de ruptura experimentais e numéricas das vigas VA.

Vigas	P_u (kN)		Erro (%)
	Experimental	Numérico	
VA-R	69,53	58,28	-16,18
VA-2	77,27	82,07	6,21
VA-4	80,72	76,06	-5,77
VA-5	81,14	78,25	-3,56

Fonte: Elaborada pela autora.

Na Tabela 10 são comparadas as cargas de ruptura analíticas e numéricas considerando que a carga de ruptura numérica é a correta. Neste grupo, apenas as vigas VA-R e VA-2 numéricas apresentaram valores maiores que os analíticos e a viga VA-2 apresentou o maior erro percentual de 12,75%. Na Tabela 11 são apresentados os ganhos percentuais da carga de ruptura do reforço em relação à viga de referência e também entre cada viga. Na Figura 41 é apresentado um gráfico de barras com as cargas de ruptura do grupo VA obtidas experimentalmente, numericamente e analiticamente.

Tabela 10 – Cargas de ruptura analíticas e numéricas das vigas VA.

Vigas	P_u (kN)		Erro (%)
	Analítico	Numérico	
VA-R	56,09	58,28	3,76
VA-2	71,61	82,07	12,75
VA-4	78,34	76,06	-3,00
VA-5	84,10	78,25	-7,48

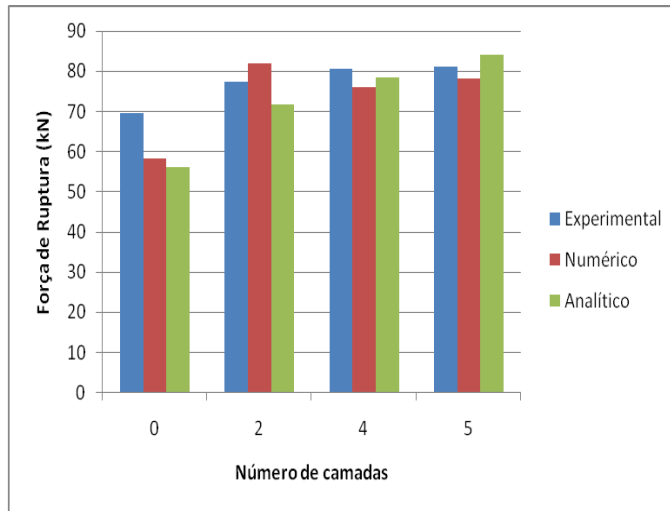
Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 11 – Incrementos em relação à viga de referência e entre cada viga.

Vigas	Incrementos: VA-R (%)			Incrementos: entre as vigas (%)		
	Experimental	Numérico	Analítico	Experimental	Numérico	Analítico
VA-R	-	-	-	-	-	-
VA-2	11,13	40,82	27,67	11,13	40,82	27,67
VA-4	16,09	30,51	39,67	4,46	-7,32	9,40
VA-5	16,70	34,27	49,94	0,52	2,88	7,35

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 41 – Comparativo – Cargas de ruptura do grupo VA.



Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.2.2 Vigas VB

Na Tabela 12 são comparadas as cargas de ruptura experimentais e numéricas do grupo VB considerando que a carga de ruptura experimental é a correta. As vigas reforçadas VB-4 e VB-5 numéricas apresentaram cargas de ruptura menores que a viga anterior, respectivamente, e também valores menores comparados aos experimentais. Neste grupo, as vigas VB-R, VB-2, VB-3 e VB-4 apresentaram erro percentual menor que 10%.

Tabela 12 – Cargas de ruptura experimentais e numéricas das vigas VB.

Vigas	P_u (kN)		Erro (%)
	Experimental	Numérico	
VB-R	36,31	33,32	-8,23
VB-2	56,34	59,50	5,61
VB-3	60,61	61,09	0,56
VB-4	64,93	58,20	-10,37
VB-5	67,85	58,19	-14,24

Fonte: Elaborada pela autora.

Na Tabela 13 são comparadas as cargas de ruptura analíticas e numéricas considerando que a carga de ruptura numérica é a correta. Neste grupo, apenas as vigas VB-R e VB-2 numéricas apresentaram valores maiores que os analíticos e as vigas VB-4 e VB-5 apresentaram os maiores erros percentuais. Na Tabela 14 são apresentados os ganhos percentuais da carga de ruptura do reforço em relação à viga de referência e também entre cada viga. Na Figura 42 é apresentado um gráfico de barras com as cargas de ruptura do grupo VB obtidas experimentalmente, numericamente e analiticamente.

Tabela 13 – Cargas de ruptura analíticas e numéricas das vigas VB.

Vigas	P_u (kN)		Erro (%)
	Analítico	Numérico	
VB-R	32,49	33,32	2,49
VB-2	56,04	59,50	5,82
VB-3	64,02	61,09	-4,80
VB-4	66,14	58,20	-13,64
VB-5	73,15	58,19	-25,71

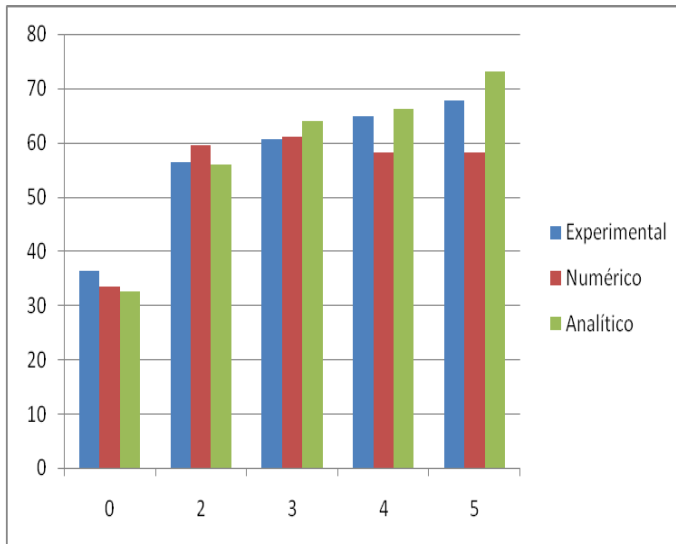
Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 14 – Incrementos em relação à viga de referência e entre cada viga.

Vigas	Incrementos: VB-R (%)			Incrementos: entre as vigas (%)		
	Experimental	Numérico	Analítico	Experimental	Numérico	Analítico
VB-R	-	-	-	-	-	-
VB-2	55,16	78,57	72,48	55,16	78,57	72,48
VB-3	66,92	83,34	97,05	7,58	2,67	14,24
VB-4	78,82	74,67	103,57	7,13	-4,73	3,31
VB-5	86,86	74,64	125,14	4,50	-0,017	10,60

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 42 – Comparativo – Cargas de ruptura do grupo VB.



Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.2.3 Vigas VC

Na Tabela 15 são comparadas as cargas de ruptura experimentais e numéricas do grupo VC considerando que a carga de ruptura experimental é a correta. As vigas reforçadas VC-4 e VC-5 numéricas também apresentaram cargas de ruptura menores que a viga anterior, respectivamente, apesar da viga VC-4 apresentar carga de ruptura numérica maior que a experimental. Neste grupo, as vigas VC-R, VC-2, VC-3 apresentaram erro percentual maior que 10%.

Tabela 15 – Cargas de ruptura experimentais e numéricas das vigas VC.

Vigas	P_u (kN)		Erro (%)
	Experimental	Numérico	
VC-R	24,56	21,80	-11,24
VC-2	45,10	54,21	20,20
VC-3	48,71	56,03	15,03
VC-4	51,98	52,65	1,29
VC-5	55,55	52,81	-4,93

Fonte: Elaborada pela autora.

Na Tabela 16 são comparadas as cargas de ruptura analíticas e numéricas considerando que a carga de ruptura numérica é a correta. Neste grupo, apenas as vigas VC-R e VC-2 numéricas também apresentaram valores maiores que os analíticos e as vigas VC-2, VC-4 e VC-5 apresentaram os maiores erros percentuais. Na Tabela 17 são apresentados os ganhos percentuais da carga de ruptura do reforço em relação à viga de referência e também entre cada viga. Na Figura 43 é apresentado um gráfico de barras com as cargas de ruptura do grupo VC obtidas experimentalmente, numericamente e analiticamente.

Tabela 16 – Cargas de ruptura analíticas e numéricas das vigas VC.

Vigas	P_u (kN)		Erro (%)
	Analítico	Numérico	
VC-R	20,98	21,80	3,76
VC-2	46,03	54,21	15,09
VC-3	58,31	56,03	-4,07
VC-4	62,74	52,65	-19,16
VC-5	67,55	52,81	-27,91

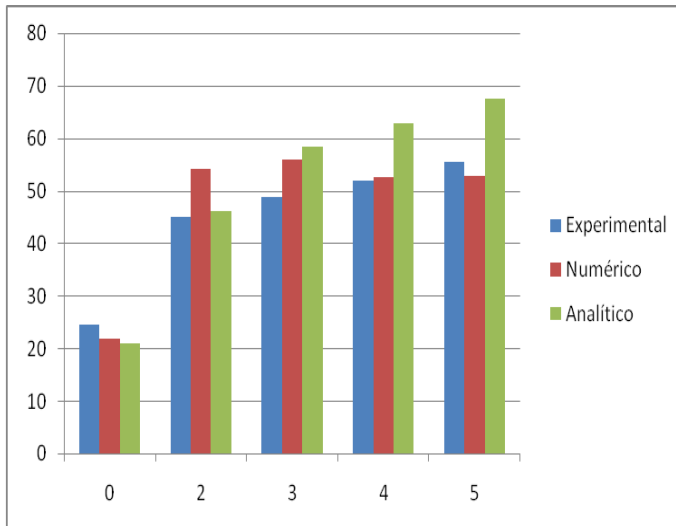
Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 17 – Incrementos em relação à viga de referência e entre cada viga.

Vigas	Incrementos: VC-R (%)			Incrementos: entre as vigas (%)		
	Experimental	Numérico	Analítico	Experimental	Numérico	Analítico
VC-R	-	-	-	-	-	-
VC-2	83,63	148,7	119,4	83,63	148,7	119,4
VC-3	98,33	157,0	177,9	8,00	3,36	26,68
VC-4	111,6	141,5	199,0	6,71	-6,03	7,60
VC-5	126,2	142,2	222,0	6,87	0,30	7,67

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 43 – Comparativo – Cargas de ruptura do grupo VC.



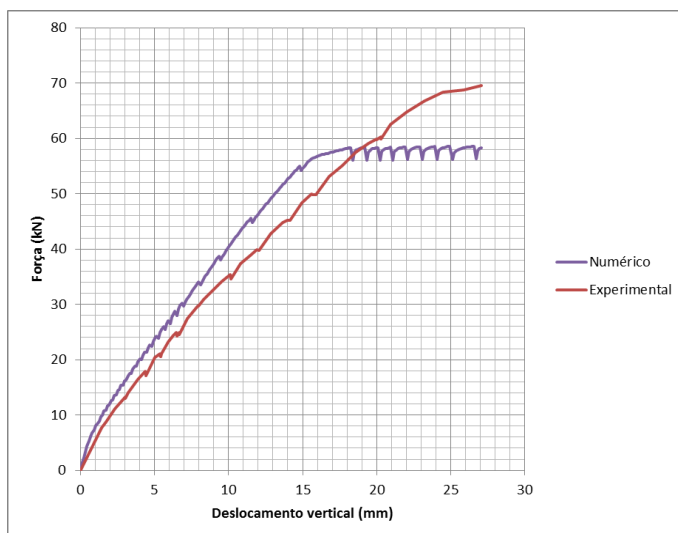
Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.3 Curvas carga-deslocamento

4.2.3.1 Vigas VA

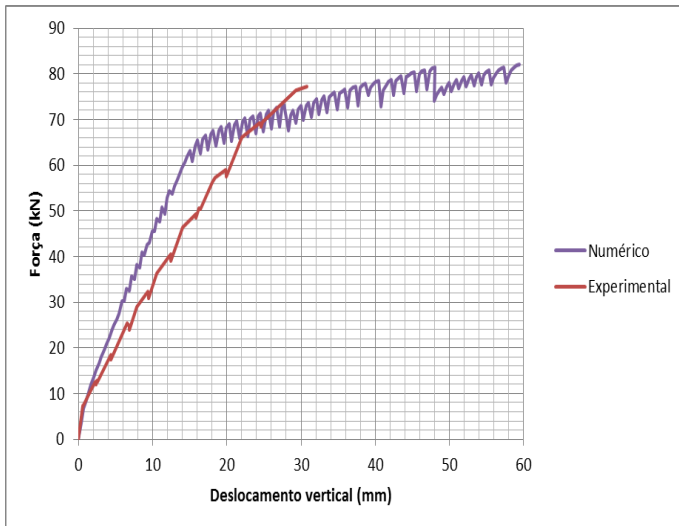
Nas Figuras 44 à 47 são apresentadas as curvas carga-deslocamento numéricas e experimentais das vigas do grupo VA. Pode-se notar que as curvas numéricas são mais rígidas que as experimentais, se aproximando na fase final antes da ruptura com exceção da viga VAR.

Figura 44 – Viga VAR.



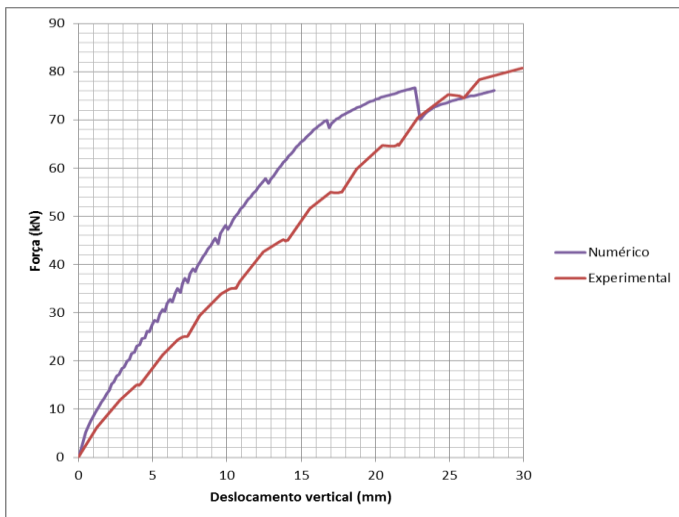
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 45 – Viga VA2.



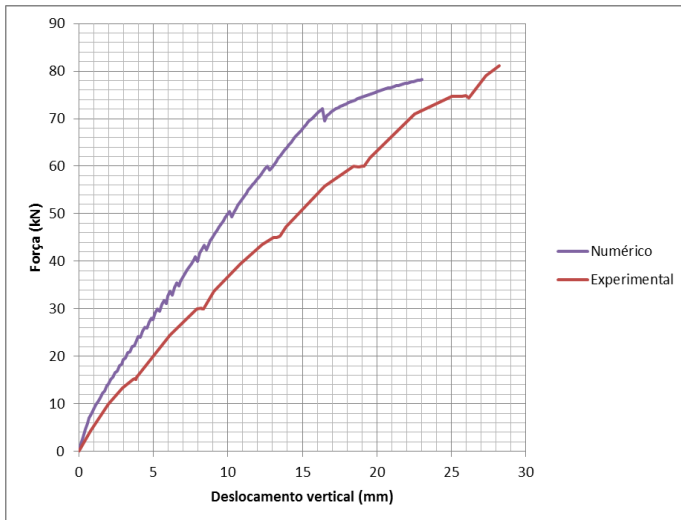
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 46 – Viga VA4.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 47 – Viga VA5.

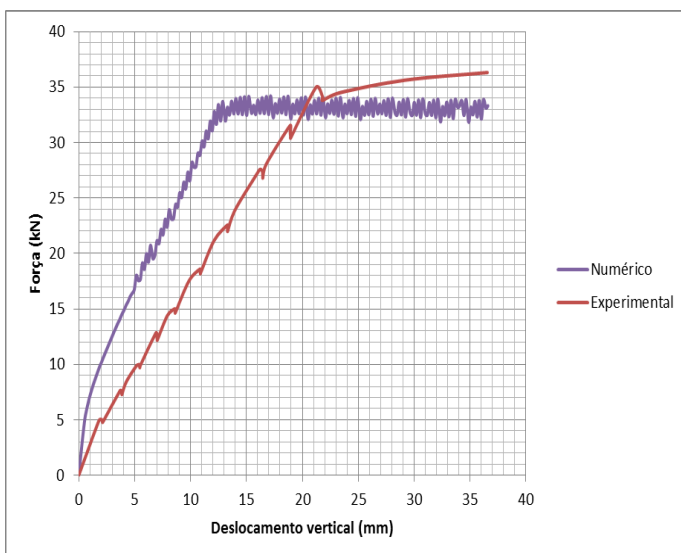


Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.3.2 Vigas VB

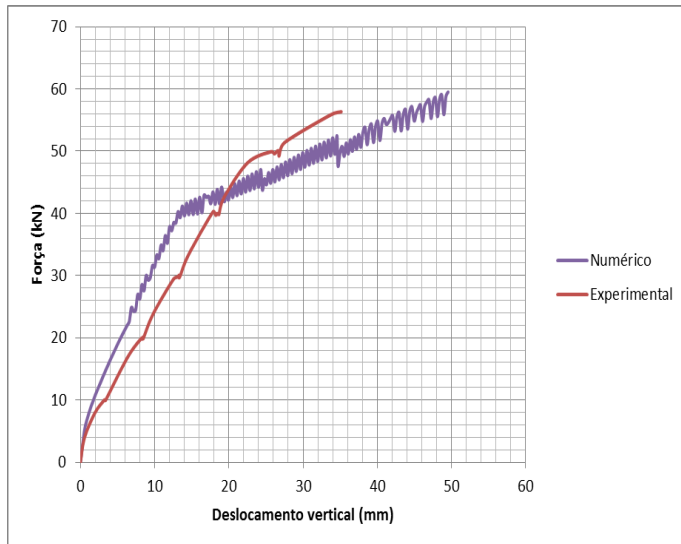
Nas Figuras 48 à 52 são apresentadas as curvas carga-deslocamento numéricas e experimentais das vigas do grupo VB. Pode-se notar que as curvas numéricas também são mais rígidas que as experimentais, se aproximando na fase final antes da ruptura. Diferente da viga VA-R, a viga VB-R numérica se aproxima mais da curva carga-deslocamento experimental na fase final.

Figura 48 – Viga VBR.



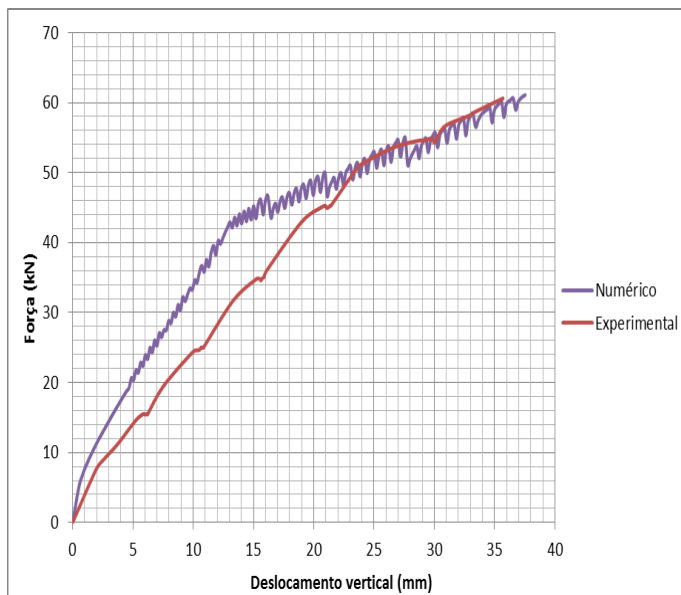
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 49 – Viga VB2.



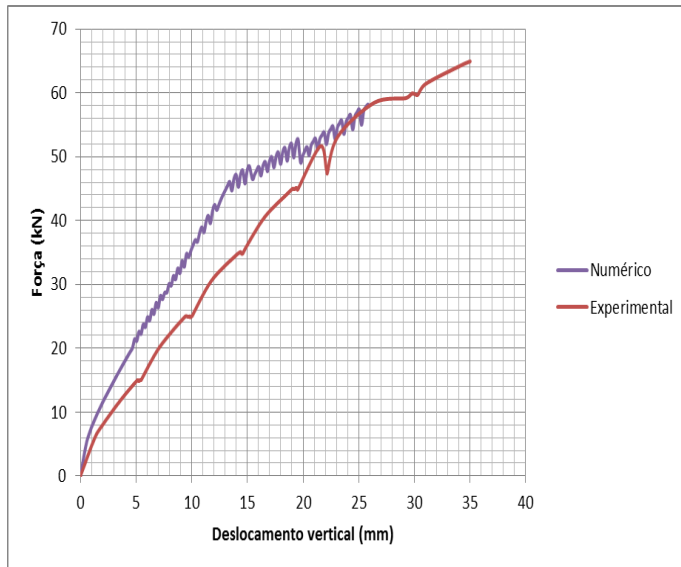
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 50 – Viga VB3.



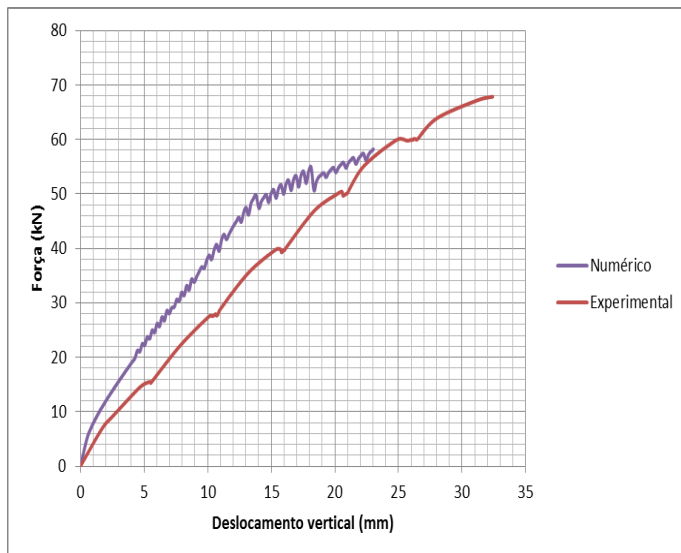
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 51 – Viga VB4.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 52 – Viga VB5.

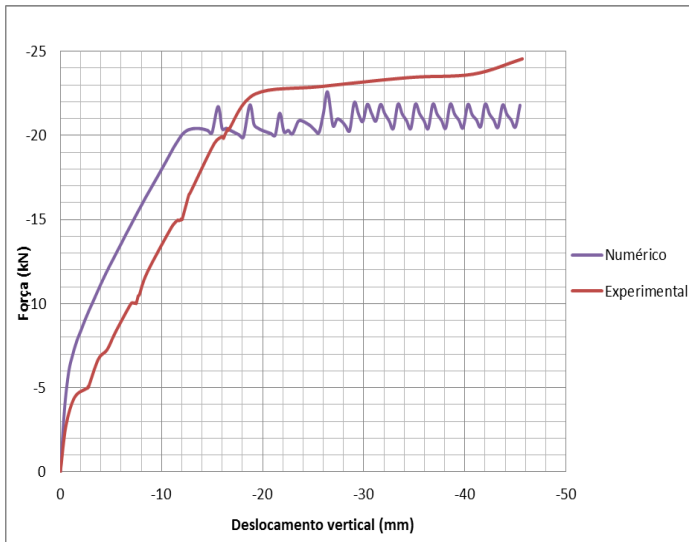


Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.3.3 Vigas VC

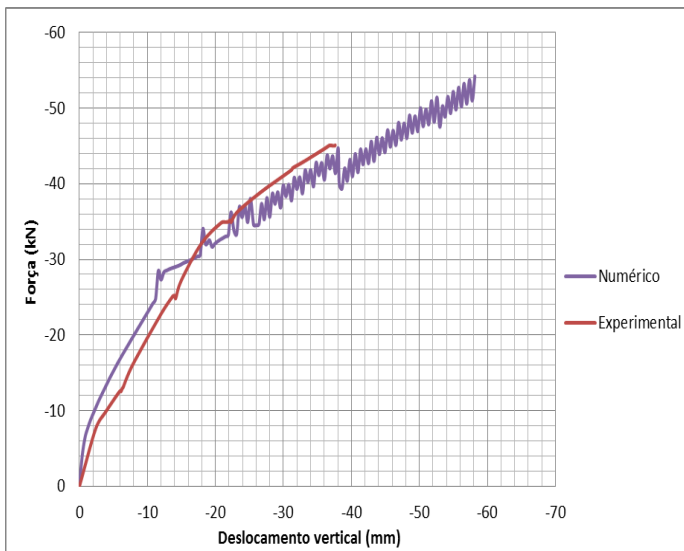
Nas Figuras 53 à 57 são apresentadas as curvas carga-deslocamento numéricas e experimentais das vigas do grupo VC. Pode-se notar que as curvas numéricas também são mais rígidas que as experimentais, se aproximando na fase final antes da ruptura.

Figura 53 – Viga VCR.



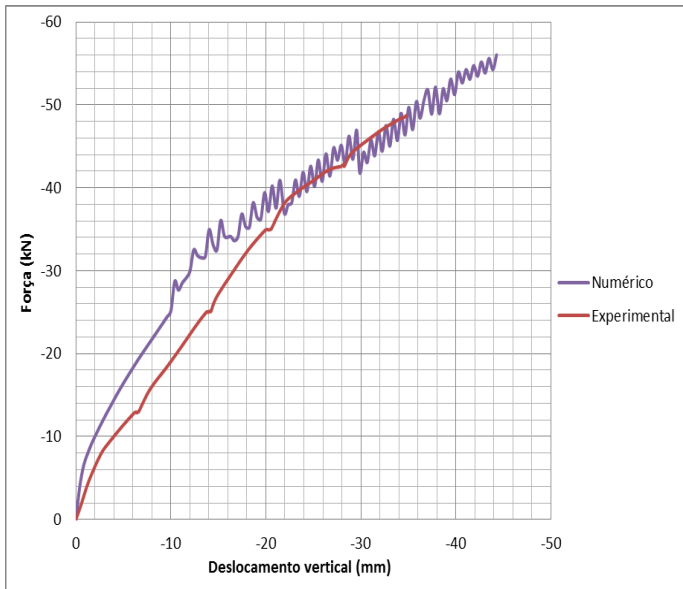
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 54 – Viga VC2.



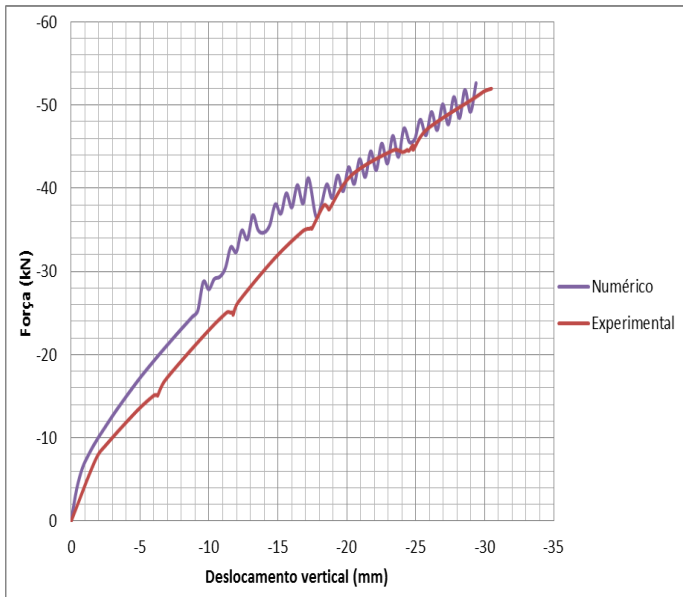
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 55 – Viga VC3.



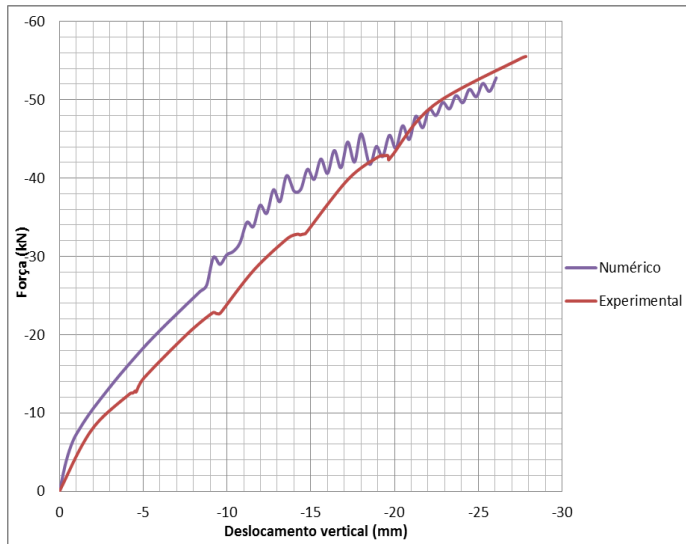
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 56 – Viga VC4.



Fonte: Elaborada pela autora.

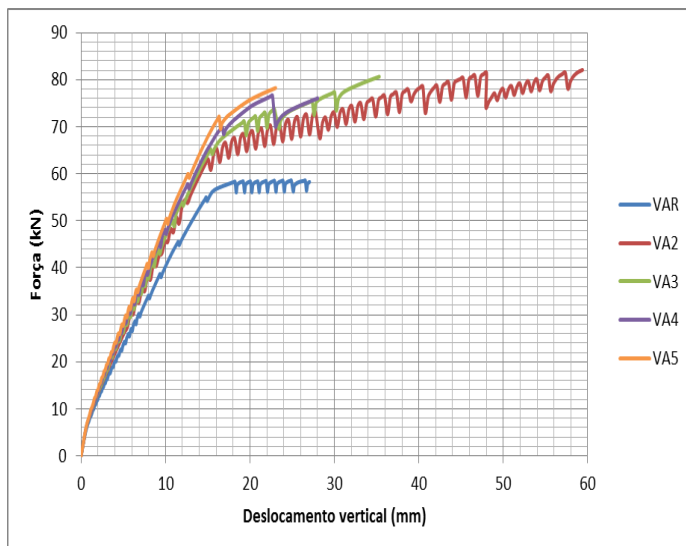
Figura 57 – Viga VC5.



Fonte: Elaborada pela autora.

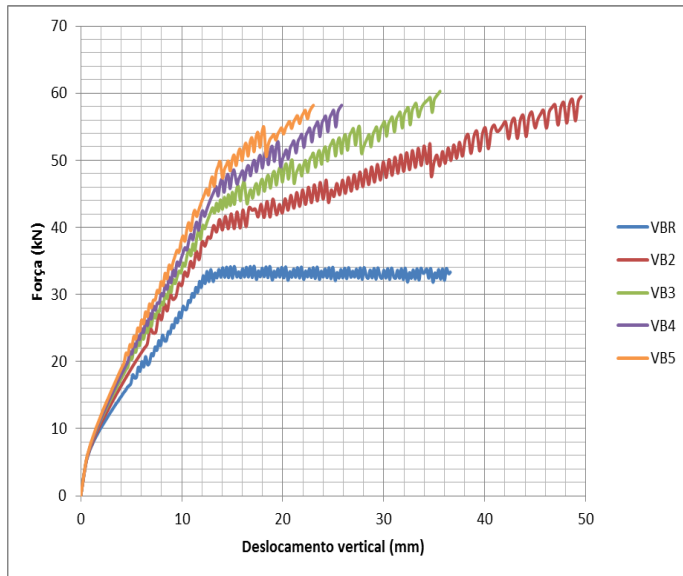
Para avaliar o desempenho do reforço das vigas são estabelecidas comparações entre o comportamento da viga reforçada e sem reforço numericamente. Nas Figuras 58, 59 e 60 são comparados através das curvas carga-deslocamento os comportamentos dos grupos VA, VB e VC, respectivamente. Verifica-se que após a fissuração do concreto há um aumento da rigidez e da capacidade de carga nas vigas reforçadas em relação à viga sem reforço. Também é possível notar que o aumento na capacidade de carga das vigas é mais significativo entre as vigas sem reforço e as vigas reforçadas com duas camadas.

Figura 58 – Curvas carga-deslocamento das vigas VA - numérico.



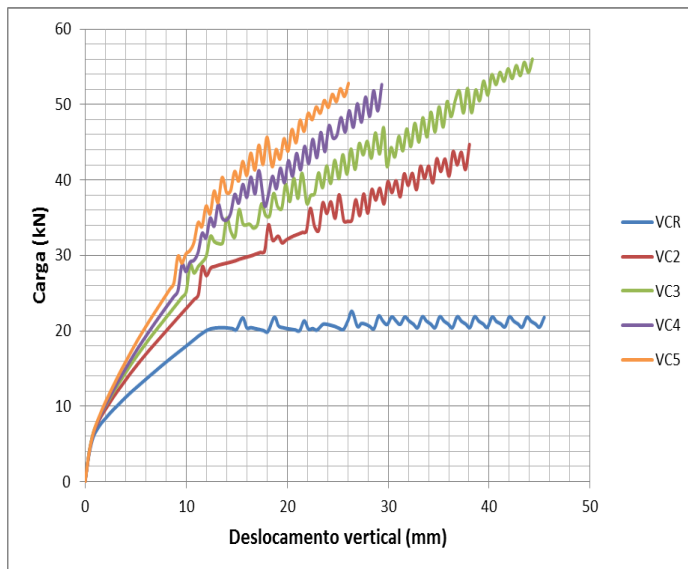
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 59 – Curvas carga-deslocamento das vigas VB - numérico.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 60 – Curvas carga-deslocamento das vigas VC - numérico.



Fonte: Elaborada pela autora.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 Conclusões

Em relação às vigas de referência (não reforçadas), o programa DIANA forneceu resultados esperados, pois em todos os grupos, os valores da carga de ruptura obtida numericamente foram um pouco menores do que os valores da carga de ruptura obtida experimentalmente e foram maiores do que os valores da carga de ruptura obtida analiticamente. Isso ocorreu porque o DIANA considera fenômenos complexos do concreto, tais como: plasticidade, amolecimento, fissuração, entre outros, fornecendo resultados melhores do que os resultados analíticos e mais próximos do comportamento real da estrutura.

Com relação às vigas reforçadas, todas, exceto a viga VA-2, apresentaram modo de ruína prematura durante o ensaio caracterizado pelo arrancamento do cobrimento do concreto. Isso dificultou a comparação da análise numérica com a experimental. Porém, observando-se os gráficos das curvas carga-deslocamento notou-se que as curvas numéricas se aproximavam das curvas experimentais na fase final do ensaio, antes da ruptura.

Considerando os valores das cargas de ruptura obtidas numericamente é possível afirmar que a estratégia de modelagem do reforço com fibra de carbono adotada neste trabalho foi deficiente, pois em todos os grupos, os valores das cargas de ruptura obtidas numericamente são crescentes considerando o uso de até três camadas de fibra de carbono. Quando o número de camadas de fibra de carbono é superior a três observa-se um pequeno decréscimo dos valores das cargas de ruptura obtidas numericamente. Este comportamento não é observado nos valores obtidos analiticamente e experimentalmente, onde os valores das cargas de ruptura crescem com o aumento do número de camadas de reforço utilizado. Ferrari (2007) modelou a fibra de carbono em seu trabalho, porém só utilizou vigas reforçadas com uma e três camadas de fibra de carbono, logo não observou este comportamento no seu trabalho.

Pôde-se notar também que à medida que a taxa de armadura diminuiu os valores dos incrementos na carga de ruptura aumentam, mostrando que a utilização do reforço com fibra de carbono é mais eficiente nas vigas do grupo VC. O aumento mais expressivo ocorreu quando se colocou duas camadas de fibra de carbono em relação às vigas de referência (não reforçadas) e diminuiu à medida que se aumentava o número de camadas de fibra de carbono.

5.2 Sugestões

Para trabalhos futuros nesta linha de pesquisa recomenda-se: investigar outras técnicas de modelagem numérica do reforço à flexão com fibra de carbono em vigas de concreto armado; realizar ensaios utilizando sistemas de ancoragem para os tecidos de fibra de carbono utilizados no reforço à flexão de vigas de concreto armado de maneira a evitar a ocorrência do modo de ruína prematura e estudar o comportamento não-linear de vigas de concreto armado reforçadas à flexão e ao cisalhamento.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI Committee 318M-2011: Building code requirements for reinforced concrete.** USA, 2011.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI Committee 440.2R-2008: Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures.** USA, 2008.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI Committee 546R-2004: Concrete Repair Guide.** USA, 2004.

ARQUEZ, A. P.. **Aplicação de laminado de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) inserido em substrato de microconcreto com fibras de aço para reforço à flexão de vigas de concreto armado.** 2010. 242 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118 2014: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2014.

BEBER, A. J.. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono.** 2003. 317 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

DIANA. **Finite Element Analysis – User’s Manual Release 9.4.** TNO DIANA BV. P.O. Box 97, 2628 VK Delft, The Netherlands, 2009.

FEENSTRA, P. H.; BORST, R.. **Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete.** Heron, vol.38, n.4, p.3-76, 1993.

FERRARI, V. J.. **Reforço à flexão de vigas de concreto armado com manta de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) aderido a substrato de transição constituído por compósito cimentício de alto desempenho.** 2007. 310 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

FONSECA, T. C. C. S.. **Reforço de ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado pela colagem de laminados de polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC) em entalhes no concreto de cobrimento.** 2012. 219 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **CEB-FIB Model Code 1990.** Switzerland, 1990.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **CEB-FIB Model Code 2001: Externally Bonded FRP Reinforcement for Concrete Structures.** Lausanne, 2001 (*Bulletin* 14).

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **CEB-FIB Model Code 2010: Design Code**. Lausanne, 2010 (*Bulletin 55*).

MACHADO, Ari de Paula. **Reforço de estruturas de concreto armado com fibras de carbono: características, dimensionamento e aplicação**. 1 ed. PINI. São Paulo, 2002, 282 p.

MENON, N. V.. **Estudo Experimental de Sistemas de Reforço ao Cisalhamento em Vigas de Concreto Armado Utilizando-se Polímero Reforçado com Fibras de Carbono (PRFC)**. 2008. 293f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

ROTS, J. G.; NAUTA, P.; KUSTERS, G. M. A.; BLAAUWENDRAAD, J.. **Smearred Crack Approach and Fracture Localization in Concrete**. Heron, vol.30, n.1, p.1-48,1985.

ROTS, J. G.; BLAAUWENDRAAD, J.. **Crack Models for Concrete: Discrete or Smearred? Fixed, Multi-directional or Rotating?**. Heron, vol. 34, n.1, p.1-60, 1989.

SANTOS, A. R. S.; VIEIRA, M. M.; MONT'ALVERNE, A. M.; CABRAL, A. E. B.; BEZERRA, L. M.; MONTENEGRO, L. C. S. **Determinação da área ótima de fibra de carbono utilizada no reforço à flexão de vigas de concreto armado**. In: 55º Congresso Brasileiro do Concreto, 2013, Gramado, Brasil. Anais...CD-ROM.

SOUZA, R. M.. **O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor**. 2003. 40f. Apostila (Núcleo de Instrumentação e Computação Aplicada à Engenharia) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, 2003.

TAKEUTI, A. R.. **Reforço de Pilares de Concreto Armado por meio de encamisamento com concreto de alto desempenho**. 1999. 205 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

THOMAS, J.. **FRP strengthening – experimental or mainstream technology?**. Concrete Internacional, Detroit, ACI, v.20, n.6, p.57-58, June, 1998.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M.P.. **The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear**. ACI Journal, 83-22, p. 219-231, 1986.

VIEIRA, M. M.. **Estudo Experimental de Vigas de Concreto Armado Reforçadas à Flexão com Polímero Reforçado com Fibra de Carbono**. 2014. 223 f. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

WALRAVEN, J. C.. **Fundamental analysis of aggregate interlock**. ASCE Journal of the Structural Division, v.11, p. 2245-2270, November, 1981.