



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES**  
**ENGENHARIA CIVIL**

**LUCAS FEITOSA DE ALBUQUERQUE LIMA BABADOPULOS**

**AVALIAÇÃO DO MODELO VISCOELÁSTICO LINEAR APLICADO A MISTURAS  
ASFÁLTICAS UTILIZADAS EM REVESTIMENTOS DE PAVIMENTOS NO  
BRASIL**

**FORTALEZA**  
**2013**

LUCAS FEITOSA DE ALBUQUERQUE LIMA BABADOPULOS

**AVALIAÇÃO DO MODELO VISCOELÁSTICO LINEAR APLICADO A MISTURAS  
ASFÁLTICAS UTILIZADAS EM REVESTIMENTOS DE PAVIMENTOS NO  
BRASIL**

Monografia apresentada ao curso de  
Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da  
Universidade Federal do Ceará como requisito  
para obtenção do Título de Engenheiro Civil.

Prof. Orientador: JORGE BARBOSA SOARES  
Prof. Co-orientador: FLÁVIO VASCONCELOS DE SOUZA

Fortaleza - Ceará  
Fevereiro/2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca de Ciências e Tecnologia

- 
- B111a Babadopulos, Lucas Feitosa de Albuquerque Lima.  
Avaliação do modelo viscoelástico linear aplicado a misturas asfálticas utilizadas em revestimentos de pavimentos no Brasil / Lucas Feitosa de Albuquerque Lima Babadopulos. – 2013.  
86f. : il. color., enc. ; 30 cm.
- Monografia (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia de Transportes. Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2013.  
Orientação: Prof. PhD. Jorge Barbosa Soares.  
Coorientação: Prof. PhD. Flávio Vasconcelos de Souza.
1. Modelos constitutivos. 2. Módulo dinâmico. 3. Séries de Prony. 4. Espectro de relaxação. 5. Espectro de retardação. I. Título.

**LUCAS FEITOSA DE ALBUQUERQUE LIMA BABADOPULOS**

**AVALIAÇÃO DO MODELO VISCOELÁSTICO LINEAR APLICADO A MISTURAS  
ASFÁLTICAS UTILIZADAS EM REVESTIMENTOS DE PAVIMENTOS NO  
BRASIL**

Monografia apresentada ao curso de  
Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da  
Universidade Federal do Ceará como requisito  
para obtenção do Título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Jorge Barbosa Soares, Ph.D.  
Co-orientador: Flávio Vasconcelos de Souza,  
Ph.D.

Aprovada em: \_\_/\_\_/\_\_\_\_.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Jorge Barbosa Soares, Ph.D. (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Flávio Vasconcelos de Souza, Ph.D. (Co-orientador)  
PRH-31/ANP

---

Prof<sup>a</sup>. Verônica Teixeira Franco Castelo Branco, Ph.D. (Avaliadora)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Luis Alberto Hermann do Nascimento, M.Sc. (Avaliador)  
Cenpes/Petrobras

À VIDA, a ser brindada a cada nova experiência, pois é danada pra tomar uns rumos curiosos por detalhes raros.

## AGRADECIMENTOS

A meus pais, Silvia e Baba, porque, além de lhes dever a vida, comemoram os passos de cada novo Babinha como se fossem os deles. No fundo, são mesmo.

Aos meus irmãos e a minha irmã, exemplos e nortes da minha personalidade. Em especial ao Marquinho, que num dia de março de 2007 aprumou meu futuro enquanto aluno da UFC (e talvez mais que isso), apresentando-me ao LMP e ao seu coordenador. Esse dia até o momento determinou várias das decisões que me têm rumado.

Ao Jorge, pela orientação pessoal, profissional, guia turístico, guru e, mais que isso, pela amizade privilegiada cuja companhia é boa de aproveitar... Brindemos!

À Verônica, minha orientadora adotiva, que quando a veia artística pulsa ilumina o DET e o torna o melhor lugar do mundo... Brindemos!

Ao Flávio, pela participação como co-orientador, em cujas competência e potência me espelho para o futuro.

Ao Luis, exemplo que mantereí como referencial nas alianças entre empresas e universidades. Mais especialmente, sou-lhe enormemente agradecido pelo ótimo período em na NCSU, em Raleigh, onde, sem discriminação, ensinou-me tudo que se pode aprender em duas semanas, ainda conseguindo aproveitar diversos momentos felizes. Boa parte das conclusões deste trabalho se deve à participação do Luis e aos dados fornecidos por ele. Além disso, ter se disponibilizado para participar, mesmo por videoconferência, como avaliador deste trabalho foi muito atencioso... Valeu!

Ao Dr. Kim, pela recepção atenciosa na NCSU. Aprendi em duas semanas de treinamento o que poderia ter demorado muitos meses para absorver...

Ao Prof. Di Benedetto, que me recebeu com extrema atenção na ENTPE, em Lyon, enriqueceu este trabalho e por conta disso tudo pode ter modificado meus planos para o futuro.

Ao LMP, sem o qual o meu futuro há seis anos certamente não seria este.

À greve dos professores, que atrasou e atrapalhou os últimos meses da minha graduação e tornou o ano de 2012 o mais longo que já passei. Felizmente, o efeito colateral foi dar mais tempo para melhorar este trabalho e permitir as viagens que lhe trouxeram algum brilho.

Aos amigos pra vida que a execução deste trabalho trouxe, através de cada nova experiência, em especial, Marcio, Renato, Raul, Reuber, Samuel e Juliana.

Ao Rômulo e ao Daniel, amigos que possibilitam o dia-a-dia do laboratório de misturas do LMP.

Aos professores do Petran, em especial as Profas. Áurea e Suelly, que me receberam em suas disciplinas com carinhosa atenção.

Ao *Erasmus Mundus*, entidade que organizou e permitiu meu intercâmbio em Nantes, onde passei vinte meses intensos tanto pessoalmente quanto profissionalmente. A estada na França também vem moldando meu presente e parece direcionar meu futuro.

Aos outros dois Infantes do 23 (Marco e Roberto) e nossa música, que nos trata o espírito. Além disso, aos nossos amigos (Cíntia, Renata, Natália, Karina, Puxi e aí vai, além de Gwen e Cia e Basile e Cia), com os quais distribuímos uma rede de amizades que não imaginávamos e que já rendeu diversas experiências engrandecedoras e lembranças marcantes. Isso me alegra diariamente. Sinto-me transformado por essas experiências.

## RESUMO

A tendência da Mecânica dos Pavimentos, quanto à análise estrutural, é a gradual sofisticação dos modelos constitutivos dos materiais. A hipótese de elasticidade linear, ainda usada no estado da prática (a partir da utilização do módulo de resiliência), cede lugar a modelos constitutivos mais gerais e adequados a cada um dos constituintes quando se trata do estado da arte. No caso dos solos, estimula-se o uso de modelos resilientes não-lineares, e no das misturas asfálticas, modelos viscoelásticos, para os quais o módulo dinâmico e o ângulo de fase são as propriedades a determinar. O presente trabalho trata da modelagem viscoelástica linear de misturas asfálticas. Alguns dos modelos existentes apenas ajustam resultados experimentais usando funções matemáticas genéricas, como as leis de Potência ou a função sigmoideal. Outros utilizam análogos mecânicos, que permitem a interpretação física dos resultados matemáticos. Dentre os modelos baseados em análogos mecânicos, destacam-se os de Kelvin-Voigt e de Maxwell-Wiechert (associações de um número finito de molas e amortecedores lineares cujos resultados matemáticos são séries de Prony) e o modelo 2S2P1D (associação de duas molas lineares, um amortecedor linear e dois parabólicos). Enquanto os primeiros apresentam elevada eficiência computacional, o último apresenta resultado mais refinado para a representação do comportamento das misturas asfálticas. Isso se deve ao fato de os primeiros poderem fornecer apenas um Espectro Discreto de Relaxação, mesmo com a utilização de muitos elementos, enquanto o último é capaz de representar um Espectro Contínuo, equivalente a uma quantidade infinita de elementos discretos. Durante o presente trabalho, diversas misturas asfálticas foram estudadas, com diferentes tipos de ligantes modificados e agregados. Trata-se de uma base de dados extensa, em se considerando a dificuldade de se encontrar modelos viscoelásticos disponíveis na literatura. Foi estudado e validado para misturas asfálticas um método matemático aproximado para obtenção do ângulo de fase a partir do módulo dinâmico. Além disso, foram apresentados e testados métodos para obtenção do módulo de resiliência a partir do módulo dinâmico. Quanto à modelagem viscoelástica linear, a aplicação do modelo 2S2P1D permite a melhor representação das propriedades viscoelásticas lineares das misturas asfálticas, mas recomenda-se a obtenção das séries de Prony a partir do modelo 2S2P1D para a modelagem dos pavimentos, por causa de sua maior eficiência computacional.

**Palavras chave:** Modelos viscoelásticos lineares. Misturas asfálticas. Módulo dinâmico. Ângulo de fase. Módulo de resiliência.

## ABSTRACT

The trend in Pavement Mechanics with respect to structural analysis is the progressive enhancement of constitutive models. The hypothesis of linear elasticity for all layer materials is commonly used in practical applications, by using the resilient modulus. However, more general constitutive equations can be used, such as non-linear elastic models for soils, and linear viscoelasticity for asphalt mixes (by using the dynamic modulus). This paper deals with the linear viscoelastic modelling of asphalt mixes. Some of the existing models fit general mathematic functions, like the Power Laws or the Sigmoidal Functions. Others are based in mechanical analogs, and considered to be a better physical interpretation of the mathematical results. Among the analogical models, the Kelvin-Voigt, the Maxwell-Wiechert (both being associations of a finite number of linear springs and dashpots, from which the mathematical results are Prony series) and the 2S2P1D model (association of two linear springs, two parabolic dashpots and a linear one) are the most used. While the first ones present high computational efficiency, the last one obtains more refined results while representing the linear viscoelastic properties of asphalt mixes. This is due to the fact that the first ones result only in a Discrete Relaxation Spectrum, even using a high number of elements, while the latter is capable of representing a Continuum Relaxation Spectrum, using only seven model constants, which is equivalent to an infinite number of viscoelastic elements. For the present paper, different asphalt mixes were evaluated, using different modified binders and aggregates. An extensive database was created for asphalt mixes used in Brazil. Na approximate mathematical method to obtain the phase angle from the dynamic modulus master curve was studied and validated for asphalt mixes. In addition, a method to obtain the resilient modulus from the dynamic modulus was presented. With respect to the linear viscoelastic modelling, the application of 2S2P1D model allows a better representation of the linear viscoelastic properties of asphalt mixes, but Prony series are recommended to Pavement Analysis because of its lower computational cost. Prony series can be obtained from an adjusted 2S2P1D model.

**Keywords:** Linear viscoelastic models. Asphalt mixtures. Dynamic Modulus. Phase angle. Resilient modulus.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
2	PROBLEMA E QUESTÕES DE PESQUISA.....	4
3	OBJETIVOS .....	6
4	REVISÃO DA LITERATURA.....	7
	4.1. Modelo Constitutivo Viscoelástico Linear .....	8
	4.2. Ensaio de Rigidez .....	23
	4.3. Construção de Curvas Mestras .....	25
	4.4. Relação entre o Ângulo de Fase e o Módulo Dinâmico .....	29
	4.5. Relações entre o Módulo de Resiliência e o Módulo Dinâmico .....	32
5	METODOLOGIA .....	40
	5.1. ViscoLab <sup>TM</sup> .....	40
	5.2. Experimental.....	40
	5.3. Processamento dos dados usando o ViscoLab <sup>TM</sup> .....	41
6	RESULTADOS.....	42
	6.1. Validade das Relações de Kramers-Kronig para as Misturas Asfálticas.....	44
	6.2. Banco de dados de propriedades viscoelásticas lineares .....	48
	6.3. Estimativa de resultados de Fluência .....	48
	6.4. Estimativa de resultados de Módulo de Resiliência (MR).....	49
	6.5. Ajustes do Modelo 2S2P1D .....	52
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....	60
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	63
	APÊNDICE .....	69
	Banco de dados de Séries de Prony para misturas asfálticas brasileiras .....	69

## 1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho se enquadra na grande área de Infraestrutura de Transportes, especificamente de Pavimentação Asfáltica. É, sobretudo, associado a procedimentos de ensaio e tratamento de dados ligados à modelagem do comportamento termomecânico das misturas asfálticas utilizadas em revestimentos de pavimentos asfálticos. A relevância do tema está associada aos vultosos investimentos, a exemplo do Programa de Aceleração do Crescimento (PAC) do Governo Federal e do Pró-Estradas do Governo Estadual do Ceará, em manutenção e expansão da malha viária. Esta é responsável pelo escoamento de cerca de 60% da carga e 90% dos passageiros transportados no território nacional (CNT, 2011). Estimava-se, em 2010, que a malha viária demandaria mais de R\$ 180 bilhões para a sua recuperação (IPEA, 2010).

Apresenta-se, portanto, o desafio de prover a manutenção e a expansão da malha viária existente em regime de economia de recursos e evitar desperdícios. Neste contexto, justifica-se um trabalho que visa o aperfeiçoamento de procedimentos de ensaio de laboratório e de análise desses resultados para a caracterização de misturas asfálticas, uma vez que estes materiais são os principais usados nos revestimentos viários nacionais em situações de tráfego médio a pesado. Entre as atividades que objetivam ou influenciam a economia de recursos em Pavimentação Asfáltica, podem-se citar o Projeto e a Construção (Execução) de Rodovias e a Gerência de Pavimentos. O Projeto de Rodovias pode ser dividido em diversos subprojetos, como o geométrico da via e o dimensionamento do pavimento, entre outros. O presente plano de pesquisa está relacionado ao projeto de pavimentos asfálticos, utilizados em 95% da extensão da malha viária nacional revestida. Especificamente, este trabalho pretende tratar da modelagem do comportamento termomecânico das misturas asfálticas aplicadas em revestimentos asfálticos, influenciando a análise de tensões e de deformações nos pavimentos.

Métodos empíricos para a dosagem de misturas asfálticas, para a previsão do comportamento dos materiais de pavimentação e para a previsão de falha de pavimentos ajudaram, no passado, a entender melhor os fatores que influenciam o comportamento dos pavimentos (Haas *et al.*, 1994; Roberts *et al.*, 1996). Porém, há uma tendência cada vez maior de se utilizar os chamados métodos mecanístico-empíricos nas diversas atividades envolvidas

no projeto de pavimentos (Motta, 1991; Huang, 2004; Medina e Motta, 2005; Soares *et al.*, 2009).

No Estado da Prática do projeto de pavimentos asfálticos no Brasil, permanece-se utilizando a adaptação, feita em 1966 (ainda que revista em 1981), pelo Eng. Murilo Lopes, do Método Empírico do Corpo de Engenheiros do Exército Americano (USACE), concebido entre os anos 1930 e 1960 para tráfego e materiais que não se assemelham ao cenário brasileiro do século XXI. Enquanto isso, nos países desenvolvidos, a análise de tensões e deformações para o dimensionamento de pavimentos é prática corrente. Deve-se ressaltar que, em rodovias brasileiras concessionadas tal prática já é comum, bem como em alguns projetos de maior relevância ou com insucessos recorrentes. Vale notar que o Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT) aceita métodos alternativos desde que devidamente justificados e que sejam assumidas as responsabilidades em casos de insucesso. Contudo, a falta de normatização de um projeto menos empírico leva os engenheiros brasileiros a manterem o quadro de atraso da Engenharia de Pavimentação nacional em rodovias não concessionadas e apenas em alguns casos a usarem métodos que não o empírico da década de 1960.

Enquanto os guias de dimensionamento nos países desenvolvidos são revisados em média de 10 em 10 anos, o manual brasileiro não sofre modificações há mais de 45 anos (Soares *et al.*, 2009). Atualmente, uma iniciativa nacional, que envolve também o Laboratório de Mecânica dos Pavimentos da Universidade Federal do Ceará (LMP/UFC) e um total de 27 universidades brasileiras para o desenvolvimento do novo método mecanístico-empírico de dimensionamento de pavimentos, deve incluir avanços na análise de tensões e de deformações. Trata-se da Rede Temática de Asfalto que tem o apoio da Petrobras e a participação do DNIT. Este projeto, em andamento e com previsão de conclusão para 2016, possui foco na execução e no monitoramento de pistas experimentais. Isto é essencial para a construção de uma base de dados nacional com informações dos materiais, dos pavimentos e do desempenho destes em campo sob a ação do tráfego e do meio ambiente. Contudo, há aspectos de pesquisa científica que não são previstos no escopo do projeto, mas que são cruciais para o completo desenvolvimento de um método de dimensionamento com viés mecanicista, ainda que tais incorporações sejam incluídas no longo prazo. Entre os principais aspectos que merecem atenção acadêmica está o método de caracterização das misturas asfálticas com relação a sus propriedades viscoelásticas lineares.

A literatura nacional e internacional já reporta o caráter viscoelástico de misturas asfálticas desde os anos 1960 (Huet, 1963; Sayegh, 1965) e vem consolidando o conhecimento sobre o assunto desde os anos 1990 (Daniel *et al.*, 1998; Souza e Soares, 2002; Di Benedetto *et al.*, 2004; Sousa *et al.*, 2007; Teixeira *et al.*, 2007; Silva, 2009; ). O conhecimento desse modelo foi aplicado ao comportamento das misturas asfálticas depois de ter sido bastante amadurecido em outras áreas como a da Engenharia de Polímeros (Schapery, 1962). Já foi apresentado na literatura que as tensões e as deformações nos pavimentos estimadas usando o Modelo Elástico Linear para o revestimento podem ser subestimadas em mais de 100% a depender da variável observada e da velocidade de passagem dos veículos (Silva, 2009). Essa subestimação leva à deterioração precoce dos pavimentos e consequente gasto excessivo em manutenção ou, alternativamente, a condições estruturais e funcionais aquém do projetado para os pavimentos. Portanto, a tendência é que gradativamente propriedades fundamentais ligadas à viscoelasticidade sejam incluídas na análise estrutural de pavimentos e, posteriormente, no dimensionamento dos mesmos.

A presente monografia envolve a caracterização viscoelástica linear de misturas asfálticas, incluindo o ajuste de funções analíticas descrevendo o comportamento das mesmas. As funções analíticas são necessárias como dado de entrada de programas computacionais de análise de tensões e de deformações em pavimentos. Torna-se, portanto, necessário tanto o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para gerar tais funções analíticas a partir de dados experimentais, como a organização de um banco de dados contendo funções analíticas típicas para os materiais utilizados no Brasil, como os Concretos Asfálticos (CAs) e as Areias Asfálticas (AAs). Dessa forma, espera-se dar subsídio para um futuro aprimoramento do método de dimensionamento brasileiro, considerando propriedades mais realistas do que somente a elasticidade das camadas, como, por exemplo, a susceptibilidade do comportamento mecânico às condições de temperatura e de taxa de carregamento (diretamente relacionada à velocidade de passagem dos veículos).

## 2 PROBLEMA E QUESTÕES DE PESQUISA

Segundo a Confederação Nacional do Transporte (CNT), mais da metade (57,4%) das rodovias brasileiras está em estado regular, ruim ou péssimo (CNT, 2011). Entre os motivos que concorrem para manter esse quadro, podem-se citar deficiências de execução dos pavimentos, falta de fiscalização quanto à construção e quanto à pesagem dos veículos, ausência ou deficiência de sistemas de gerência e de gestão de infraestruturas e deficiências em nível de projeto. No contexto da condição estrutural e funcional dos pavimentos, quanto ao projeto, destaca-se como principal fator interveniente o método de dimensionamento do sistema de camadas, ressaltando-se o empirismo e o arcaísmo dos métodos normatizados no Brasil, como mencionado anteriormente. Disso resulta a inexistência de informações consolidadas sobre o nível de solicitação dos materiais empregados nos pavimentos brasileiros, como também a não consideração de suas propriedades fundamentais. Desta forma, dificulta-se, por exemplo, a utilização de materiais de melhor qualidade (como ligantes asfálticos modificados por polímero ou por borracha de pneu moído), até porque tais materiais apresentam custo superior em termos de preço unitário (por tonelada ou m<sup>3</sup>). Porém, os mesmos apresentam propriedades mais adequadas à utilização em revestimentos de rodovias de médio e de alto volume de tráfego e sua utilização poderia, conseqüentemente, conduzir o dimensionamento a estruturas mais esbeltas, levando a custos competitivos em termos de m<sup>2</sup> de rodovia construída, principalmente em se considerando os custos de manutenção da infraestrutura ao longo do tempo. Trata-se de se observar o custo do ciclo de vida útil do pavimento, e não apenas seu custo inicial. O Estado da Prática em rodovias concessionadas e nos países desenvolvidos já contempla o dimensionamento mecanístico de pavimentos, baseado na análise estrutural elástica do sistema de camadas (Soares *et al.*, 2009). As soluções típicas em termos de materiais e de espessuras de camadas foram, em geral, organizadas em catálogos, que facilitam o dimensionamento das estruturas. Porém, a literatura já consolidou o conhecimento acerca da viscoelasticidade linear das misturas asfálticas, tendo comprovado que o comportamento mecânico desses materiais depende da temperatura e da taxa de carregamento. Diante do exposto, define-se a seguir o problema de pesquisa deste trabalho.

Ainda que os métodos de dimensionamento mecanístico-empíricos em uso atualmente apresentem uma análise de tensões e de deformações nos pavimentos, não se representa adequadamente o comportamento mecânico do revestimento, que continua a ser

considerado como elástico linear, quando se sabe que ele apresenta suscetibilidade à temperatura e à taxa de carregamento (viscoelasticidade). Assim, o modelo constitutivo adotado atualmente para os materiais aplicados em revestimentos é sabidamente simplificado. Questões ligadas a dificuldades de ensaios avançados e também a análise dos mesmos mantêm este quadro inalterado.

Como questões de pesquisa relevantes a este estudo, podem-se listar:

- É possível reunir em um programa computacional ferramentas para construção de curvas mestras de propriedades viscoelásticas lineares, ajuste de funções analíticas às curvas mestras, estimativa de erros e estimativa de diferentes propriedades fundamentais mantendo uma interface amigável?
- Um banco de dados de funções analíticas de viscoelasticidade linear facilitaria a aplicação desse modelo na análise de pavimentos?
- Que relação o parâmetro elástico MR guarda com as propriedades viscoelásticas das misturas asfálticas?
- Que impacto tem a consideração de propriedades viscoelásticas lineares na análise estrutural de pavimentos asfálticos? Que tipo (superestimação ou subestimação) de erro é cometido em tal procedimento em consequência da hipótese de elasticidade (comparativamente à viscoelasticidade linear) das camadas asfálticas? Qual a ordem de grandeza desse erro?

### 3 OBJETIVOS

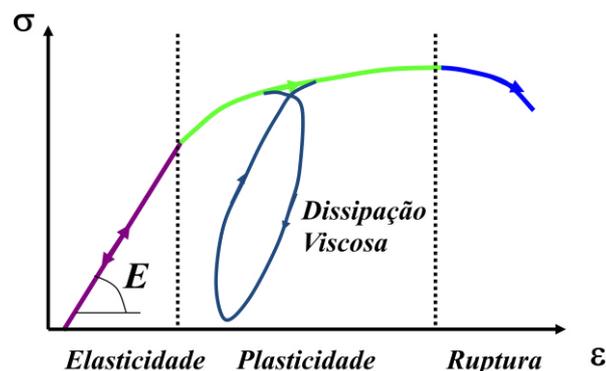
O presente trabalho visa a avaliar a aplicação do modelo viscoelástico linear ao comportamento das misturas asfálticas, comumente utilizadas em revestimentos de pavimentos no Brasil.

Os objetivos específicos deste trabalho estão ligados à modelagem do comportamento mecânico de misturas asfálticas:

1. Modificar o código-fonte de um *software* de ajuste de propriedades viscoelásticas lineares (ViscoLab<sup>TM</sup>), sendo possível, a partir de dados experimentais (módulo dinâmico): construir curvas mestras; ajustar séries de Prony e estimar o erro do ajuste; estimar outras propriedades viscoelásticas lineares no domínio do tempo (interconverter séries de Prony);
2. Gerar um banco de dados de propriedades viscoelásticas lineares para misturas comumente utilizadas em camadas de revestimento no Brasil;
3. Estudar as relações teóricas entre o MR e o módulo dinâmico e verificá-las experimentalmente;
4. Verificar experimentalmente a acurácia das estimativas do modelo viscoelástico linear para o comportamento de misturas asfálticas a partir da comparação entre ensaios simulados computacionalmente e resultados experimentais.

#### 4 REVISÃO DA LITERATURA

Os materiais presentes na natureza, quando submetidos a tensões (e a deformações), têm a capacidade de armazenar ou de dissipar a energia que lhes é fornecida nesse processo. Ao se representar o comportamento de um material elástico, assume-se que toda a energia mecânica fornecida ao sistema é armazenada, tanto para a elasticidade linear quanto para a elasticidade não-linear (quando tensão e deformação não se relacionam através de uma lei de proporcionalidade linear representada pelo Módulo de Young  $E$ , dado em unidades de tensão). A tensão ( $\sigma$ ) depende apenas da deformação específica instantânea ( $\varepsilon$ ). Sendo assim, o caminho percorrido durante o carregamento em um diagrama de tensão-deformação é superposto pelo caminho de descarregamento (setas nos dois sentidos na zona de elasticidade indicadas na Figura 1).



**Figura 1.** Diagrama tensão-deformação genérico

Na zona elástica, ocorre armazenamento total de energia e o análogo mecânico apropriado é uma mola. No caso da representação do comportamento viscoso linear, a tensão seria ligada à taxa de deformação por uma lei de proporcionalidade linear relacionada ao coeficiente de viscosidade  $\eta$  (dado em unidades de tensão vezes tempo). Toda a energia mecânica fornecida ao sistema seria dissipada e o análogo mecânico mais apropriado seria um amortecedor. As equações que associam as tensões e as deformações (ou suas taxas) são denominadas leis constitutivas e os parâmetros que as definem podem geralmente ser considerados propriedades dos materiais.

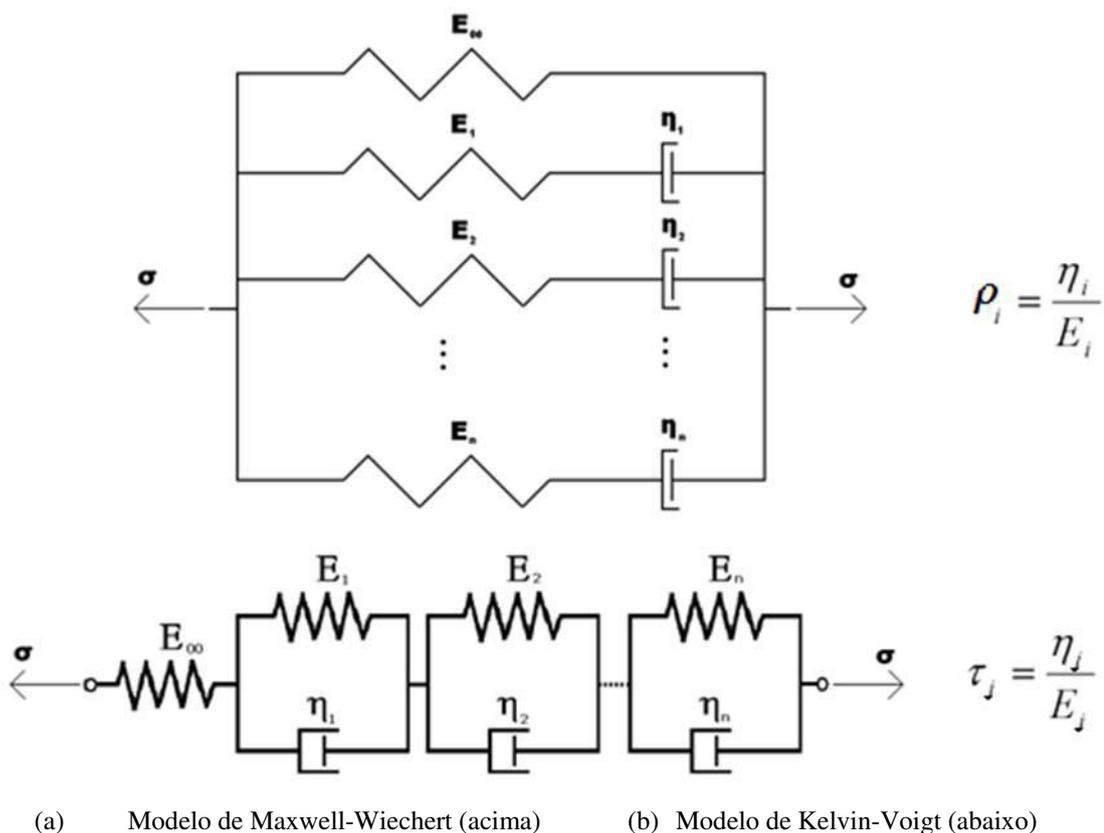
Alguns materiais, porém, nem armazenam nem dissipam toda a energia mecânica que lhes é fornecida e outros modelos representam melhor seu comportamento que a

Elasticidade ou a Viscosidade. Esses são conhecidos como Modelos Viscoelásticos. Quando materiais viscoelásticos são submetidos a carregamentos rápidos (altas frequências), exibem um comportamento próximo ao dos sólidos elásticos (armazenamento total da energia mecânica). Em contrapartida, quando se aplicam carregamentos a uma taxa lenta (baixas frequências), o material apresenta deformações lentas (quase permanentes) com o passar do tempo, assemelhando-se ao comportamento dos fluidos viscosos (dissipação total da energia mecânica). Estas deformações permanentes, no modelo viscoelástico linear, são, na verdade, recuperáveis, mas num tempo bastante superior ao tempo de análise de tensões e de deformações, o que as torna permanentes do ponto de vista prático.

#### 4.1. Modelo Constitutivo Viscoelástico Linear

Uma das maneiras de se modelar o comportamento mecânico de materiais viscoelásticos lineares é utilizar funções genéricas com constantes a determinar, ajustando-as de maneira que a previsão do modelo seja a melhor possível em relação aos resultados experimentais. Este processo é conhecido na literatura internacional como *curve fitting*, ou ajuste de curvas. Dois tipos de curvas para ajuste de propriedades viscoelásticas são extensamente apresentadas na literatura: baseadas em funções genéricas (como as leis de potência e as funções sigmoidais) ou baseadas em análogos mecânicos (solução analógica da resposta de associações de molas e de amortecedores). Apesar de, em geral, os ajustes baseados em funções genéricas apresentarem boa aderência aos dados experimentais analisados, os resultados matemáticos (constantes obtidas) apresentam difícil interpretação física. Por esse motivo, esse tipo de ajuste de propriedades viscoelásticas não será estudado no presente trabalho, sendo recomendada a leitura de Williams (1964) e de Park *et al.* (1996), relativos às leis de potência, e de Witczak e Fonseca (1996), de Christensen *et al.* (2003) e de Bari e Witczak (2006), relativos às funções sigmoidais. Em contrapartida, os modelos baseados em análogos mecânicos, que utilizam associações de molas, de amortecedores e de elementos elastoplásticos, permitem interpretação física mais simples. Como este trabalho trata apenas da viscoelasticidade linear das misturas asfálticas, os elementos elastoplásticos não serão abordados, pois, nesse caso, o problema apresenta não linearidade com relação às tensões e às deformações. Modelos desse tipo, representando a parcela de comportamento elastoplástico de misturas asfálticas, podem ser encontrados em Di Benedetto *et al.* (2007a).

No caso do armazenamento parcial de energia depender unicamente do formato do histórico de tensões (ou de deformações) e não de suas magnitudes (a uma dada temperatura), o comportamento é linear (em relação à solitação) e o análogo mecânico mais apropriado é uma associação de molas e de amortecedores escolhida de forma a ajustar dados experimentais. As associações em série, em paralelo, ou um misto entre elas de análogos mecânicos (molas e amortecedores) dão origem a modelos viscoelásticos lineares. Em geral, esses modelos ficaram conhecidos com os nomes dos físicos que os desenvolveram. O modelo de Maxwell-Wiechert, ou modelo de Maxwell generalizado, consiste de associações em paralelo de pares mola-amortecedor ligados em série (Figura 2a). O modelo de Kelvin-Voigt, ou modelo de Voigt generalizado, consiste de associações em série de pares mola-amortecedor ligados em paralelo (Figura 2b).



(a) Modelo de Maxwell-Wiechert (acima) (b) Modelo de Kelvin-Voigt (abaixo)

**Figura 2.** Modelos Viscoelásticos Lineares

Para cada elemento viscoelástico, definem-se as variáveis  $\rho = \frac{\eta}{E}$  (dada em unidade de tempo), que é conhecida como tempo de relaxação no Modelo de Maxwell-Wiechert, e

$\tau = \frac{\eta}{E}$  (também em unidade de tempo), que é conhecida como tempo de retardação no Modelo de Kelvin-Voigt.

As funções analíticas (relacionando tensão e deformação) obtidas para esses modelos baseados em análogos mecânicos lineares ficaram conhecidas como Séries de Prony (ou de Dirichlet, que representam um caso mais geral onde as constantes podem ser números complexos). As séries de Prony são a maneira mais comum de se representar o comportamento viscoelástico linear de meios sólidos (Soares e Souza, 2003).

Para uma deformação específica constante ( $\varepsilon$ ), a tensão é decrescente em função do tempo ( $\sigma(t)$ ) (fenômeno da relaxação) a uma dada temperatura. Para essa temperatura, escreve-se o módulo de relaxação ( $E(t)$ ) uniaxial na direção de tensão-compressão como sendo a relação entre a tensão obtida e a deformação constante. A série de Prony que representa o módulo de relaxação para o modelo de Maxwell generalizado é apresentada na Equação 1.

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon} = E_{\infty} + \sum_{i=1}^n E_i \cdot e^{(-t/\rho_i)} \quad (1)$$

Os parâmetros  $E_{\infty}$ ,  $E_i$  e  $\rho_i$  definem uma série de Prony de  $n$  elementos que representa as propriedades viscoelásticas lineares do material estudado.

Para o caso de uma solicitação constante de tensão (ensaio conhecido como *Creep* Estático), observa-se o aumento da deformação com o tempo (fenômeno da fluência). A série de Prony para a Função Fluência (ou compliância, ou *creep compliance*, ou complacência) ( $D(t)$ ) é obtida analiticamente para o modelo de Kelvin-Voigt e é representada pela Equação 2.

$$D(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma} = \frac{\frac{\sigma}{E_0 + \sum_{j=1}^n \frac{\sigma}{E_j} (1 - e^{-t/\tau_j})}{\sigma}} = \frac{1}{E_0} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{E_j} (1 - e^{-t/\tau_j}) = D_g + \sum_{j=1}^n D_j (1 - e^{-t/\tau_j}) \quad (2)$$

Os parâmetros  $D_g$ ,  $D_j$  e  $\tau_j$  também definem uma série de Prony de  $n$  elementos que representa as propriedades viscoelásticas lineares do material estudado. O conjunto de tempos de relaxação  $\{\rho_i\}$  associados às respectivas magnitudes de relaxação  $E_i$  é conhecido como espectro viscoelástico discreto de relaxação. Analogamente, o conjunto de tempos de

retardação  $\{\tau_j\}$  associados às respectivas magnitudes de complacência  $D_j$  é conhecido como espectro viscoelástico discreto de retardação (Ferry, 1980). Esses espectros podem ser generalizados quando o número de elementos tende a infinito e a função relacionando módulo (ou complacência) com o tempo que resulta é conhecida como espectro de relaxação (ou de retardação). De acordo com Silva *et al.* (2008), são necessários de oito a quinze elementos viscoelásticos para se obter um bom ajuste com relação aos resultados experimentais. A qualidade do ajuste pode ser apreciada graficamente, comparando os resultados previstos pelo modelo ajustado e os resultados experimentais, ou mesmo através de quantidades estatísticas, como o somatório dos desvios quadrados.

Enquanto as séries de Prony definem espectros discretos de relaxação, outros modelos utilizando análogos mecânicos podem representar espectros contínuos. Nesses modelos, alguns dos elementos apresentam resposta viscosa parabólica com relação ao tempo, em vez de linear, como no amortecedor comum. Pode-se dizer que tal elemento utiliza uma lei de potência para a descrição de seu comportamento (Christensen, 1982), mas deve-se frisar que a definição da lei parabólica desses amortecedores é baseada no conceito de derivadas fracionárias e permite, sim, a interpretação física dos resultados matemáticos do modelo, como será visto mais adiante. Entre os modelos que utilizam análogos parabólicos, destacam-se o modelo de Huet (1963), o modelo de Huet-Sayegh (Sayegh, 1965) e o modelo 2S2P1D (*two springs, two parabolic dashpots and one dashpot*, ou seja, associação de duas molas lineares, dois amortecedores parabólicos e um linear) (Di Benedetto *et al.*, 2004, 2007b). Tais modelos representam uma evolução gradual desde o modelo de Huet até o modelo 2S2P1D, a partir da inclusão de mais elementos analógicos, que geram mais constantes a determinar. Huet (1963) utilizava apenas uma mola (uma constante) e dois amortecedores parabólicos (cada um com duas constantes, somando um total de cinco constantes). O modelo de Huet-Sayegh utiliza mais uma mola associada em paralelo com o modelo de Huet (seis constantes no total). Finalmente, o 2S2P1D adiciona, em relação ao anterior, um amortecedor linear em série com o modelo de Huet (total de sete constantes).

A demonstração detalhada das equações dos modelos aqui apresentados não consiste em objetivo deste trabalho, sendo o leitor referido aos trabalhos de Pronk (2003, 2006) e de Woldekidan (2011). É essencial, porém, apresentar a Equação 3, que descreve a deformação de fluência em um amortecedor parabólico. Posteriormente, após a introdução dos conceitos de ângulo de fase e de módulo dinâmico, será ilustrada a interpretação física do

comportamento matemático do elemento parabólico, que é mais evidente em análises no domínio da frequência, não no domínio do tempo (caso da Equação 3).

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{\eta \cdot \tau^{m-1}} \cdot \frac{1}{\Gamma(m+1)} t^m \quad (3)$$

Nessa equação,  $\eta$  (unidade de tensão vezes tempo),  $\tau$  (unidade de tempo) e  $m$  (adimensional) representam as constantes do modelo e  $\Gamma(m+1)$  representa a função gamma.

Entre as vantagens do modelo 2S2P1D sobre os demais citados até aqui, sublinha-se o fato de terem sido apresentadas na literatura relações matemáticas entre seus resultados ajustados ao comportamento de diferentes escalas da mistura asfáltica. Di Benedetto *et al.* (2004) mostraram a relação entre o referido modelo ajustado aos resultados de propriedades viscoelásticas de misturas asfálticas e dos ligantes asfálticos que as compõem. Delaporte *et al.* (2007) mostraram a relação entre os mástiques e os ligantes asfálticos, através de relações matemáticas estabelecidas entre as constantes dos modelos ajustados às propriedades viscoelásticas dos mesmos. Os modelos supracitados (Huet, Huet-Sayegh e 2S2P1D) podem ser utilizados para análises estruturais de pavimentos considerando o revestimento como viscoelástico linear (Chabot *et al.*, 2010), mas as séries de Prony apresentam maior eficiência computacional nesse tipo de aplicação (Woldekidan, 2011).

Diante do exposto, percebe-se que os materiais viscoelásticos apresentam resposta de deformação em um dado instante determinada não apenas pelo correspondente valor instantâneo de tensão, mas também por todo o histórico de tensão ao qual o material foi submetido (Christensen, 1982). Com a aplicação do princípio da superposição de Boltzmann (Boltzmann, 1874), obtém-se a integral de convolução que representa o modelo constitutivo viscoelástico linear genérico, em sua forma integral, independentemente da função escolhida para o ajuste das propriedades (leis de potência, séries de Prony). A integral de convolução pode ser escrita tanto para a tensão (Equação 4a) quanto para a deformação (Equação 4b). A função de deformação ( $\varepsilon$ ) e a de tensão ( $\sigma$ ) devem ser diferenciáveis (suaves) em relação ao tempo, de maneira que suas primeiras derivadas existam.

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-u) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial u} du; t > 0 \quad (4a)$$

$$\text{ou} \quad \varepsilon(t) = \int_0^t D(t-u) \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial u} du; t > 0 \quad (4b)$$

Por vezes, refere-se a essas integrais entre a propriedade do material e a derivada da função de solitação em relação ao tempo como sendo o produto de convolução entre as mesmas. Sublinha-se que o princípio da superposição de Boltzmann é válido tanto para os materiais viscoelásticos lineares quanto para os não-lineares. No entanto, a teoria da viscoelasticidade linear é restrita a condições de deformação infinitesimal, as quais são satisfeitas em muitos problemas teóricos, mas não devem ser assumidas em alguns casos reais (Soares e Souza, 2002). Souza (2012) apresenta um modelo considerando deformações finitas (grandes, induzindo não linearidade) aplicado ao comportamento de ligantes asfálticos.

O módulo de relaxação e a função fluência são propriedades fundamentais que representam as mesmas características de um dado material, i.e., manifestações ligadas à viscoelasticidade linear. Portanto, elas são interdependentes. Isso significa que, para a caracterização experimental das propriedades viscoelásticas lineares de um material, basta a determinação de uma das duas. Porém, diferente dos materiais puramente elásticos, o módulo e a complacência não são simplesmente recíprocos ( $E \times D \neq 1$ ). Na verdade, pode-se mostrar, partindo das integrais de convolução (Equações 4a e 4b), que uma propriedade pode ser obtida matematicamente a partir da outra (processo conhecido como interconversão) através das Equações 5a e 5b.

$$\int_0^t E(t-u)D(u)du = t; t > 0 \quad (5a)$$

$$\text{ou} \quad \int_0^t E(t)D(t-u)du = t; t > 0 \quad (5b)$$

As propriedades anteriormente apresentadas (módulo de relaxação e complacência) se manifestam em função do tempo de carregamento e, por esse motivo, são ditas transientes. Analogamente, definem-se propriedades no domínio da frequência: o módulo complexo ( $E^*$ ) e a complacência complexa ( $D^*$ ). O módulo complexo ( $E^*$ ) é mais comumente utilizado, não sendo geralmente necessária a definição da complacência complexa, pois as duas propriedades são recíprocas ( $E^* \times D^* = 1$ ). O módulo complexo é expresso pela relação entre a tensão e a deformação durante uma solitação harmônica, escrita em se utilizando números complexos. Para os materiais viscoelásticos, o sinal de deformação é sempre defasado do sinal de tensão de uma quantidade conhecida como ângulo de fase ( $\varphi$ ). Escreve-se, aplicando-se a Fórmula de Euler para expoentes complexos, a Equação 6.

$$E^* = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} = \frac{\sigma_0 e^{i(\omega t - \varphi)}}{\varepsilon_0 e^{i\omega t}} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\varphi} = |E^*| e^{i\varphi} = |E^*| (\cos\varphi + i \sin\varphi) = E_1 + iE_2 \quad (6)$$

Onde  $i = \sqrt{-1}$ .

$E_1 = |E^*| \cos\varphi$  é conhecido como módulo de estocagem e representa a parcela de armazenamento da energia mecânica. Ele também pode ser representado matematicamente por  $Re(E^*)$  (parte real do módulo complexo).  $E_2 = |E^*| \sin\varphi$  é conhecido como módulo de perda e representa a parcela de dissipação da energia mecânica. Ele também pode ser representado matematicamente por  $Im(E^*)$  (parte imaginária do módulo complexo) Deve-se observar que  $\omega$  representa a pulsação (ou frequência angular), expressa geralmente em rad/s, e está diretamente relacionada com a frequência de carregamento  $f$ , dada em Hz, sendo  $\omega = 2\pi f$ . Deve-se tomar o cuidado de não confundir as duas definições (frequência  $\neq$  frequência angular), pois tal engano provocaria erros na aplicação da Equação 6.

Assim como o módulo de relaxação, os módulos de perda e de estocagem podem ser representados por equações analíticas deduzidas a partir dos análogos mecânicos utilizando os mesmos parâmetros anteriormente obtidos para a série de Prony (Equação 1). Pode-se mostrar que, assumido o modelo de Maxwell generalizado para a representação da viscoelasticidade linear, os módulos de estocagem ( $E_1$ ) e de perda ( $E_2$ ) são calculados a partir das Equações 7 e 8, respectivamente.

$$E_1 = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \frac{\omega^2 \rho_i^2}{1 + \omega^2 \rho_i^2} \quad (7)$$

$$E_2 = \sum_{i=1}^n E_i \frac{\omega \rho_i}{1 + \omega^2 \rho_i^2} \quad (8)$$

O valor absoluto (ou norma) do módulo complexo ( $|E^*|$ ) cresce com o aumento na frequência de carregamento e decresce com o aumento da temperatura e ficou conhecida no Brasil e nos Estados Unidos como módulo dinâmico, apesar de não representar uma grandeza ligada à inércia. Essa grandeza descreve o comportamento dos materiais viscoelásticos lineares em conjunto com o ângulo de fase ( $\varphi$ ), que é também dependente da frequência de carregamento e da temperatura.

Deve-se ressaltar que, a baixas temperaturas, o comportamento dos materiais viscoelásticos lineares homogêneos tende à elasticidade, o que em termos de ângulo de fase significaria  $\varphi \approx 0$ . Alternativamente, a altas temperaturas, o comportamento tende à

viscosidade, ou seja,  $\varphi \approx 90^\circ$ . Isto vale, por exemplo, para os ligantes asfálticos. A temperatura em que esses comportamentos ocorrem depende fortemente do material analisado. No caso das misturas asfálticas, que é um material compósito (portanto, heterogêneo), o intertravamento dos agregados impede que o mesmo ocorra. Nesse caso, o ângulo de fase não apresenta tendência monotônica. Geralmente, na faixa de resultados a frequências mais baixas e temperaturas mais altas, a defasagem aumenta com a frequência de carregamento, enquanto que a frequências mais altas e temperaturas mais baixas o inverso ocorre. Isto foi verificado por diversos autores na literatura, podendo-se citar como exemplos os trabalhos de Clyne *et al.* (2003) e de Flintsch *et al.* (2005). Esse fenômeno pode ser explicado pelo fato de o comportamento elástico ( $\varphi = 0^\circ$ ) dos agregados influenciar mais a resposta do material quando o ligante asfáltico está menos rígido, isto é, a baixas frequências e a altas temperaturas (Flintsch *et al.*, 2007). Ou seja, a baixas frequências, a diminuição da frequência leva a uma resposta mais elástica: o ângulo de fase diminui.

Em geral, os valores dos parâmetros da série de Prony são selecionados de forma a ajustar dados experimentais de propriedades viscoelásticas lineares. Tais dados podem ser obtidos em experimentos conduzidos no domínio do tempo, como o módulo de relaxação (Equação 1) e a função fluência (Equação 2), ou no domínio da frequência, como o módulo de estocagem (Equação 7) ou o módulo de perda (Equação 8), sendo os procedimentos análogos. Neste trabalho, será apresentado o ajuste aos resultados experimentais de módulo de estocagem, utilizando a série de Prony representada pela Equação 1.

Schapery (1962) introduziu o Método da Colocação para obtenção dos parâmetros das séries de Prony utilizando-se sistemas lineares. No Método da Colocação, apenas alguns pontos experimentais obtidos são utilizados no ajuste. As constantes de tempo (tempos de relaxação ou de retardação, a depender do modelo utilizado) são escolhidas dentre os pontos obtidos experimentalmente. As mesmas devem ser alocadas nas mesmas posições que alguns dos tempos experimentados. Ou seja, as constantes de tempo do modelo são “co-aloçadas” com os tempos experimentados escolhidos. A constante de rigidez  $E_\infty$  (conhecida como módulo de longo termo) também deve ter seu valor preestabelecido, sendo normalmente assumido como o menor valor de módulo encontrado experimentalmente. No caso do ensaio de relaxação, por exemplo, a constante assume o valor do patamar final (tempo tendendo para o infinito) da curva de módulo de relaxação (Souza e Soares, 2007). No ensaio de módulo de

estocagem,  $E_\infty$  corresponde ao patamar inicial (frequência de carregamento tendendo para zero).

Impostos  $E_\infty$  e os tempos de relaxação, calcula-se o valor do módulo associado a cada constante de tempo para que o modelo (Equação 1) preveja exatamente o mesmo resultado de rigidez que o obtido experimentalmente. A simplicidade do Método da Colocação é sua principal vantagem dentre os métodos de ajuste de séries de Prony. Porém, apenas se pode levar em conta o mesmo número de pontos experimentais que se utiliza de elementos na série de Prony (entre 2 e cerca de 15 elementos). A não utilização de todos os pontos obtidos experimentalmente e a subjetividade de sua escolha interferem nos resultados previstos pelo modelo, o que torna esse método obsoleto, apesar de o mesmo ainda guardar grande valor didático. Vale ressaltar que é possível que se escolha um conjunto de constantes de tempo que leve a constantes de rigidez associadas negativas. Tal resultado não é desejável, pois o modelo perde em sentido físico, dado que alguns elementos do modelo tenderão a se comprimir quando tracionados. Isto pode ser evitado modificando-se a escolha das constantes de rigidez até que se obtenham constantes estritamente positivas e um ajuste visualmente bom.

De maneira a se levarem em conta todos os pontos obtidos experimentalmente, pode-se elaborar um processo de minimização de quadrados. Partindo-se, por exemplo, da Equação 7, que descreve o módulo de estocagem utilizando o modelo de Maxwell generalizado, e assumindo valores pré-estabelecidos para as constantes de tempo, escreve-se a função custo, a minimizar, como sendo  $C(E_i) = \left[ E_{1experimental} - \left( E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \frac{\omega^2 \rho_i^2}{1 + \omega^2 \rho_i^2} \right) \right]^2$ . Pode-se mostrar que a derivada da função custo em relação às constantes de rigidez leva à Equação 9 quando igualada a zero (condição necessária de otimização). Assim como no Método da Colocação, o valor do módulo de longo termo ( $E_\infty$ ) deve ser preestabelecido, sendo normalmente assumido como o menor valor de rigidez encontrado experimentalmente. A Equação 9 representa o sistema linear cuja solução é a série de Prony ajustada aos dados experimentais de módulo de estocagem (domínio da frequência) a partir do Método dos Mínimos Quadrados Linearizado e envolve todos os  $M$  pontos experimentais  $(\omega_k, E_k)$  obtidos. A variável muda (índice)  $j$  representa as linhas do sistema linear a solucionar e varia de 1 a  $n$  (número de termos da série de Prony).

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^M \left[ \left( \frac{\omega_k^2 \rho_i^2}{1 + \omega_k^2 \rho_i^2} \right) \cdot \left( \frac{\omega_k^2 \rho_j^2}{1 + \omega_k^2 \rho_j^2} \right) \cdot E_i \right] = \sum_{k=1}^M \left[ (E_k - E_\infty) \cdot \left( \frac{\omega_k^2 \rho_i^2}{1 + \omega_k^2 \rho_i^2} \right) \right] \quad (9)$$

Silva (2009) apresenta equações lineares análogas à Equação 9, utilizadas para o ajuste das séries de Prony no domínio do tempo. A grande vantagem do Método dos Mínimos Quadrados Linearizado é manter a simplicidade do Método da Colocação, mas utilizando quantos pontos experimentais se desejar, podendo-se utilizar todos eles. Além disso, o desvio residual  $C_{min}(E_i)$  pode ser utilizado como indicador da aderência do modelo aos dados experimentais. Porém, assim como no Método da Colocação, as constantes de tempo têm seus valores preestabelecidos, que podem modificar as soluções obtidas pela Equação 9. Porém, no caso de as constantes serem todas positivas, a predição do valor de rigidez usando-se constantes obtidas a partir de escolhas diferentes de constantes de tempo é geralmente semelhante. Dado que o valor da rigidez e do ângulo de fase a dadas frequência e temperatura de carregamento definem o comportamento viscoelástico linear, e não as constantes isoladas da série de Prony, pode-se dizer que os resultados obtidos usando o Método dos Mínimos Quadrados Linearizado são suficientes para a modelagem do comportamento viscoelástico linear. Devem-se escolher as constantes de tempo de modo que as constantes de rigidez retornadas pela Equação 9 sejam todas positivas. Algumas regras práticas facilitam esse processo:

- Escolher um valor próximo ao menor valor experimental encontrado de módulo (ou o maior de complacência) para a constante de rigidez independente;
- Posicionar as constantes de tempo distantes uma década<sup>1</sup> logarítmica entre si (diferença de pelo menos uma unidade entre as ordens de grandeza de dois valores consecutivos);
- Deixar de utilizar, no máximo a primeira e a última décadas logarítmicas em que se obtiveram dados experimentais;
- Utilizar o máximo número de elementos possível que não retorne constantes de rigidez negativa;
- Caso ainda se encontrem constantes negativas, pode-se transladar logaritmicamente as constantes de tempo, dentro do espectro de resultados experimentais, multiplicando-se todos os valores anteriormente

---

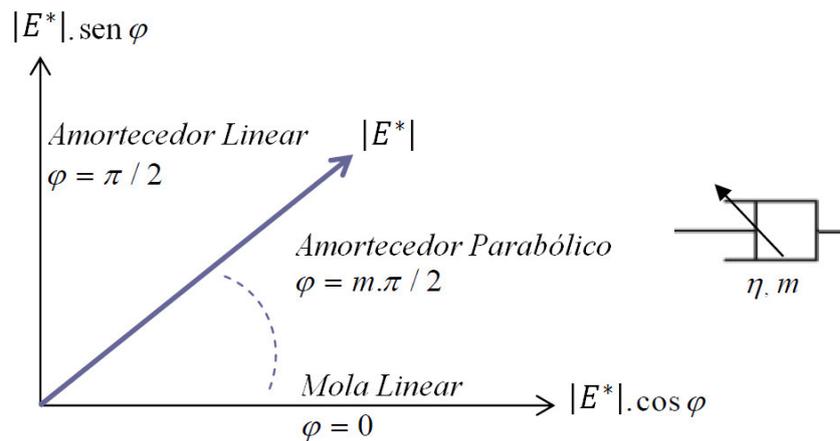
<sup>1</sup> Uma década logarítmica não se refere a um período de dez anos, mas a uma diferença de uma ordem de grandeza entre dois resultados matemáticos. Isso significa que um resultado é cerca de dez vezes o outro.

utilizados por uma constante de valor entre 0,5 (translação para a esquerda) e 1,5 (translação para a direita);

- Se ainda houver valores negativos, pode-se reduzir a quantidade de elementos viscoelásticos;
- Se nenhuma das medidas acima levar à obtenção de constantes positivas, provavelmente os dados experimentais apresentam inconsistência ou excessivo ruído. No caso de ruído, a literatura apresenta métodos de pré-suavização dos dados, geralmente baseados em modelos de funções genéricas (como as leis de potência) para posterior ajuste das séries de Prony. Para o acesso aos métodos de pré-suavização, recomenda-se a leitura de Park e Kim (2001) e Sousa e Soares (2007).
- É necessário verificar visualmente o ajuste realizado, com auxílio de gráficos, de modo a avaliar a representatividade do modelo com relação aos dados experimentais. Isso se deve ao fato de, algumas vezes, modelos muito bem aderidos ( $R^2$  próximo a 1) visivelmente não representarem os dados ajustados. Não haverá problemas no espectro onde há pontos experimentais (região onde o modelo interpolou os dados e onde é calculada a aderência, por meio de medidas como o  $R^2$ ). Porém, o modelo matemático predirá resultados fora do espectro dos ensaios (extrapolação), onde deve ser verificado se a tendência indicada tem sentido físico. Ainda assim, ressalva-se que, mesmo obtendo um bom ajuste do modelo, deve-se evitar utilizá-lo para extrapolações, tentando-se ater a informações dentro do espectro experimental (interpolação).

Silva (2009) sugeriu o desenvolvimento de um algoritmo automático para pesquisa do melhor conjunto de constantes de tempo a selecionar, baseado em algoritmos genéticos, de maneira a eliminar a subjetividade na escolha das constantes de tempo. Outros trabalhos apresentam métodos numéricos de ajuste de séries de Prony diretamente aos dados de módulo dinâmico, em vez de utilizar o módulo de estocagem (Hammoum *et al.*, 2009). Apesar disso, diante de sua simplicidade e sua eficácia, o Método dos Mínimos Quadrados Linearizado foi o mais utilizado no presente trabalho para ajustes de séries de Prony diretamente sobre os resultados experimentais.

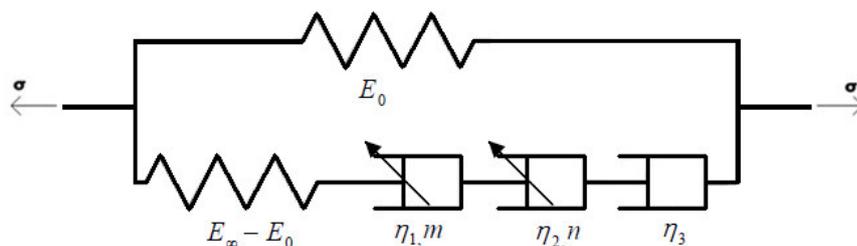
Além das séries de Prony, apresenta-se brevemente o modelo 2S2P1D, que utiliza elementos de resposta parabólica na sua constituição (Equação 3). Antes da introdução da equação que descreve o modelo, deve-se interpretar a resposta do elemento parabólico, de maneira a se permitir a melhor interpretação dos resultados do modelo 2S2P1D. A Figura 3 ilustra a resposta do elemento parabólico, cuja representação esquemática é um amortecedor cortado por uma seta inclinada.



**Figura 3.** Interpretação da resposta de um amortecedor parabólico (adaptado de Woldekidan, 2011)

Percebe-se que, a depender do valor da constante  $m$  (potência do tempo), o amortecedor parabólico pode representar um amortecedor linear ( $m = 1$ ), uma mola linear ( $m = 0$ ) ou um elemento viscoelástico linear, onde o seu ângulo de fase depende apenas de  $m$  ( $\varphi = m\pi/2$ ). Isso torna o elemento parabólico bastante versátil.

O modelo 2S2P1D pode ser esquematizado como apresentado na Figura 4. Nesse modelo, uma mola é associada em paralelo a um conjunto de uma mola, um amortecedor linear e dois amortecedores parabólicos, ligados em série.

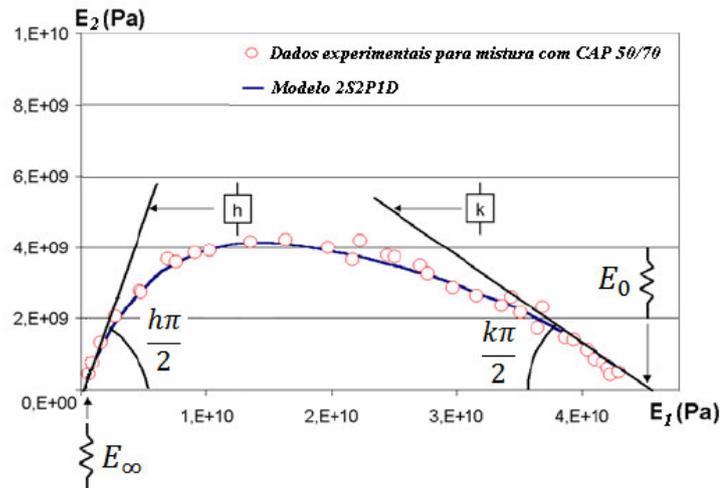


**Figura 4.** Modelo analógico genérico 2S2P1D

No modelo 2S2P1D, assim como no de Maxwell generalizado,  $E_\infty$  corresponde ao valor do módulo dinâmico quando a frequência tende a zero. Enquanto isso,  $E_0$  corresponde ao valor do módulo quando a frequência tende a infinito. Ou seja,  $E_0$  guarda relação com a soma dos módulos de todas as molas do modelo de Maxwell generalizado. Posteriormente, outras interpretações dos parâmetros desse modelo serão apresentadas. No momento, ater-se-á à principal equação que é obtida a partir dele, representando o módulo complexo. Ela é obtida assumindo-se que os tempos de relaxação de todos os amortecedores são iguais, diferindo entre si pelas suas potências (valores entre zero, equivalente a uma mola, e um, equivalente a um amortecedor linear), e pode ser representada pela Equação 10.

$$E^*(\omega) = E_\infty + \frac{E_0 - E_\infty}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + (i\omega\tau)^{-h} + (i\omega\beta\tau)^{-1}} \quad (10)$$

A Equação 10 representa, obviamente, um número complexo (presença do número complexo  $i$ ). A norma deste número complexo representa o valor do módulo dinâmico. A constante  $\delta$  é adimensional, assim como as constantes  $h$  e  $k$ , que representam as potências da lei de potência do amortecedor. Finalmente, a constante  $\beta$ , também adimensional, está relacionada à viscosidade do amortecedor linear ( $\eta = (E_0 - E_\infty) \cdot \beta \cdot \tau$ ). As sete constantes presentes na Equação 10 definem inteiramente o comportamento viscoelástico linear das misturas asfálticas (Olard e Di Benedetto, 2003). A Figura 5 representa uma interpretação das constantes do modelo 2S2P1D com auxílio do diagrama que relaciona o módulo de estocagem (eixo  $x$ ) e o módulo de perda (eixo  $y$ ) (Plano, ou Diagrama Cole & Cole).



**Figura 5.** Interpretação física do resultado matemático do modelo analógico genérico 2S2P1D (adaptado de Olard e Di Benedetto, 2003)

As interpretações mais simples envolvem as potências e os módulos do modelo 2S2P1D. Percebe-se que as potências dos amortecedores parabólicos estão diretamente ligadas aos ângulos do início ao fim do gráfico, enquanto os módulos estão diretamente ligados à posição, no eixo  $x$ , em que o gráfico inicia e finda. Ainda assim, cada uma das sete constantes tem um efeito periférico em toda a curva, o que dificulta a utilização de métodos de otimização computacional para pesquisa automática das constantes que minimizam o erro de previsão do modelo. De acordo com Komba *et al.* (2012), regressões não lineares podem ser utilizadas para obtenção das constantes. Porém, comumente elas são escolhidas manualmente, com auxílio da interpretação dos efeitos de cada uma delas, de maneira a ajustar os dados experimentais. Apesar disso, costuma-se obter resultados com boa aderência aos dados experimentais (Olard e Di Benedetto, 2003; Di Benedetto *et al.*, 2004, 2007b; Komba *et al.*, 2012). Adiciona-se que, para a modificação da temperatura de referência cujos resultados serão previstos pelo modelo 2S2P1D, apenas a constante de tempo  $\tau$  é modificada, representando o princípio de superposição tempo temperatura, que será abordado posteriormente.

Deve-se ressaltar que o modelo viscoelástico linear se restringe ao comportamento do material quando solicitado até determinado nível de tensões (ou deformações). Para misturas asfálticas, é comumente considerado que o material apresenta comportamento linear enquanto a deformação não ultrapassar  $150\mu\epsilon$  (Zhang *et al.*, 2012).

Para que o comportamento de um material, elástico ou viscoelástico, seja considerado linear, este deve obedecer a dois princípios: homogeneidade (ou proporcionalidade) e superposição, sendo este último o princípio da superposição de Boltzmann (Boltzmann, 1874). As Equações 11a e 11b representam os dois princípios, respectivamente.

$$\varepsilon[c\sigma(t)] = c\varepsilon\sigma(t) \quad (11a)$$

$$\varepsilon[\sigma_1(t - t_1) + \sigma_2(t - t_2)] = \varepsilon[\sigma_1(t - t_1)] + \varepsilon[\sigma_2(t - t_2)] \quad (11b)$$

onde  $\varepsilon$ : deformação;  
 $\sigma$ : tensão;  
 $t$ : tempo absoluto;  
 $t_1$  e  $t_2$ : tempo de início da aplicação das tensões  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ ,  
 respectivamente; e  
 $c$ : constante

De acordo com Schapery (1974), o princípio de homogeneidade é automaticamente atendido para qualquer valor racional de  $c$  desde que o princípio de superposição seja satisfeito. O contrário não é verdadeiro.

Se uma das equações acima não for satisfeita, o comportamento mecânico do material será dito não-linear. Deve-se reforçar, mais uma vez, que tais condições são satisfeitas em muitos problemas teóricos, mas não devem ser assumidas em alguns casos reais (Soares e Souza, 2002). Nesse caso, uma modelagem incluindo a não linearidade do problema deve ser conduzida, seja ela de natureza geométrica (grandes deformações) (Souza, 2012) ou física (material apresentando lei constitutiva não linear causada por dano, por exemplo) (Daniel e Kim, 2002). Daniel e Kim (2002) apresentaram um modelo de dano para materiais asfálticos incluindo a dependência da temperatura e da frequência de carregamento, baseando-se na Teoria do Potencial de Trabalho de Schapery (1975). Foram utilizadas duas variáveis de estado ajustadas a resultados experimentais para representar o modo como o dano evolui no material durante o carregamento. A curva de dano, que relaciona as duas variáveis de estado, é assumida como sendo uma propriedade do material. Deve-se ressaltar que para a utilização de modelos mais sofisticados, como os de Daniel e Kim (2002) ou de Souza (2012), é necessária a prévia modelagem do comportamento na zona linear, portanto, utilizando modelos lineares como aqueles apresentados no presente trabalho. Reitera-se, então, a necessidade de um *software* de ajuste de propriedades viscoelásticas lineares que facilite essa atividade.

## 4.2. Ensaios de Rigidez

Para a análise elástica de pavimentos em aplicações práticas, o parâmetro de rigidez mais utilizado no Brasil é conhecido como Módulo de Resiliência (MR), enquanto em outros países se utiliza o módulo dinâmico  $|E^*|$ . Para análises envolvendo viscoelasticidade linear, é necessária a utilização do módulo dinâmico, que, no Brasil, é praticamente restrita ao meio acadêmico. A seguir é apresentada uma breve revisão sobre os ensaios de rigidez usados no Brasil (MR) e em outros países ( $|E^*|$ ).

### 4.2.1 Módulo de Resiliência (MR)

O ensaio de MR é padronizado no Brasil pelo DNER-ME 133/94, tendo sido este método recentemente revisto pela Comissão de Asfalto do Instituto Brasileiro de Petróleo, Gás e Biocombustíveis (IBP) (ABNT NBR 16018:2011). Entre os procedimentos internacionais citam-se: AASHTO TP31-94; NCHRP 1-28 (1996); NCHRP 1-28A (2003). No ensaio, os deslocamentos considerados são aqueles recuperáveis e eles podem ser bastante diferentes a depender da definição adotada a partir de cada norma. O deslocamento recuperável assume o valor da diferença entre o pico do pulso de deslocamento e o valor de deslocamento dito não recuperável. A definição deste último varia entre as normas e provoca variações no resultado de MR. Ainda durante esta Revisão, será apresentada uma discussão sobre a definição de deformação resiliente. O valor do MR é definido como a relação entre o pico de tensão de tração e a deformação resiliente de tração calculada a partir dos resultados (pulsos de força e de deslocamento) e da geometria do ensaio. Além disso, durante o pulso de carregamento, desenvolvem-se deformações viscoelásticas que predominam sobre as deformações elásticas (Soares e Souza 2003; Theisen *et al.*, 2007) e que são parcialmente contabilizadas como deformações elásticas. Ressalta-se que muitos programas computacionais de análise estrutural de pavimentos consideram que o MR trata apenas de deformações elásticas. De qualquer forma, vários fatores estimulam a continuação do uso desse parâmetro de ensaio como propriedade do material, em particular das misturas asfálticas. Dentre eles, podem-se citar a existência de um banco de dados de MR para diferentes materiais usados em pavimentação no Brasil, a maior disponibilidade dos equipamentos requeridos nesse ensaio em relação a outros mais sofisticados, além do fato de

que o tamanho da amostra necessária ao ensaio de módulo dinâmico é maior. A fim de mitigar esta dificuldade, Kim *et al.* (2004) propôs a obtenção do módulo dinâmico a partir de ensaios de compressão diametral (geometria de ensaio semelhante à do ensaio de módulo de resiliência). Ressalta-se que a interpretação teórica de ensaios de compressão diametral é bastante complexa, pois envolve distribuições de tensão e deformação não homogêneas e cuja solução é baseada em uma série de hipóteses que não necessariamente são atendidas. Essas hipóteses serão retomadas na seção 4.5.

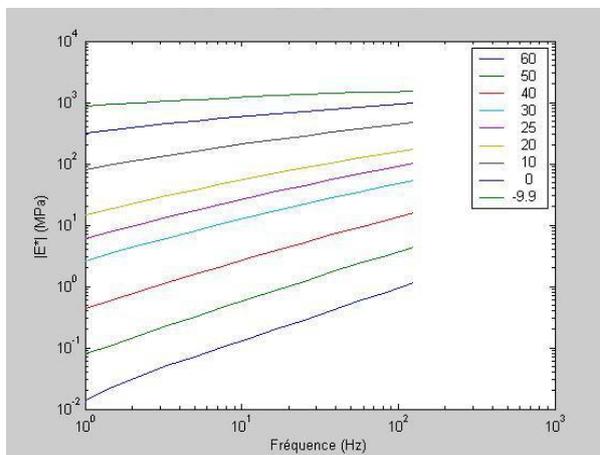
#### 4.2.2 Módulo Dinâmico ( $IE^*$ )

Desde a década de 1960 o ensaio de módulo dinâmico vem sendo investigado como substituto do ensaio de MR. Ele é definido como a razão entre o pico de tensão e o de deformação, em estado estacionário (permanente), durante um carregamento harmônico. As definições matemáticas foram discutidas anteriormente, no item 3.1. A possibilidade de contabilizar os efeitos da temperatura e do tempo de carregamento nas propriedades dos materiais asfálticos faz com que este parâmetro venha sendo usado preferencialmente em outros países. Características viscoelásticas lineares podem ser obtidas por meio deste ensaio que consiste basicamente na aplicação de um carregamento de compressão axial senoidal em Corpos de Prova (CPs) cilíndricos, sendo medidos os deslocamentos verticais correspondentes. Duas normas norte-americanas podem ser usadas para a realização do ensaio: AASHTO TP 62:2003 e ASTM D 3497-79:2003. A realização em várias temperaturas e frequências, juntamente com o princípio da superposição tempo-temperatura possibilitam a construção de curvas mestras, importante instrumento na caracterização de misturas asfálticas para o dimensionamento e a análise de pavimentos (Medeiros, 2006). De posse das curvas mestras, modelos viscoelásticos lineares podem ser ajustados aos dados experimentais (Lee e Kim, 1998; Park e Kim, 1998; Daniel e Kim, 2002; Soares e Souza, 2002; Silva, 2009), tornando possível a simulação de diferentes carregamentos assim como a estimativa da resposta de deformação do material. Para os materiais puramente elásticos, os picos de tensão ( $\sigma_0$ ) e de deformação ( $\varepsilon_0$ ) coincidem no mesmo instante de tempo. Devido à natureza viscoelástica, as misturas asfálticas apresentam uma defasagem entre os sinais da tensão aplicada e da deformação medida, representada pelo ângulo de fase ( $\varphi$ ).

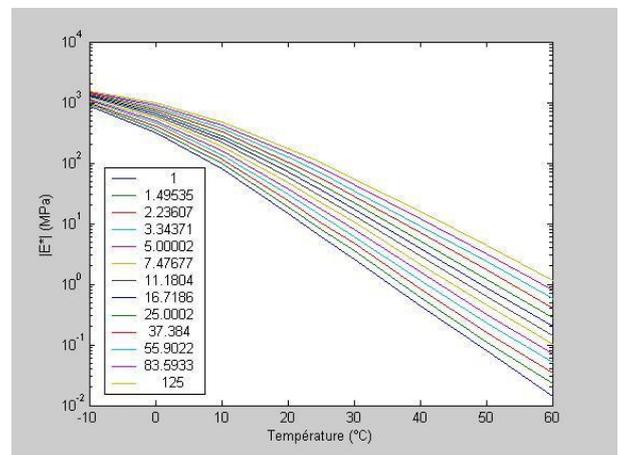
### 4.3. Construção de Curvas Mestras

A fim de se ajustarem os modelos viscoelásticos lineares aos dados dos ensaios de rigidez obtidos a diferentes temperaturas e frequências, é necessário, antes, que estes sejam tratados de tal maneira a se obter uma curva única e suave, de modo que o ajuste seja adequado. O interesse é que esses dados sejam apresentados da forma mais simples possível, mantendo a representatividade de suas propriedades fundamentais.

Dado um conjunto de resultados experimentais obtidos a diferentes frequências e temperaturas para um determinado material, definem-se as curvas isotermas como sendo o conjunto de resultados de módulo dinâmico (ou de ângulo de fase) associados às frequências em que foram obtidos a uma dada temperatura. Sendo assim, para cada temperatura, obtém-se uma isoterma. Analogamente, definem-se as curvas isócronas como sendo o conjunto de resultados de módulo dinâmico (ou de ângulo de fase) associados às temperaturas em que foram obtidos a uma dada frequência. Naturalmente, para cada frequência, obtém-se uma isócrona. Ressalta-se que em vez da frequência, poder-se-ia igualmente indicar o tempo de carregamento. A Figura 6 apresenta exemplos de curvas isotermas e isócronas.



(c) Exemplo de isotermas



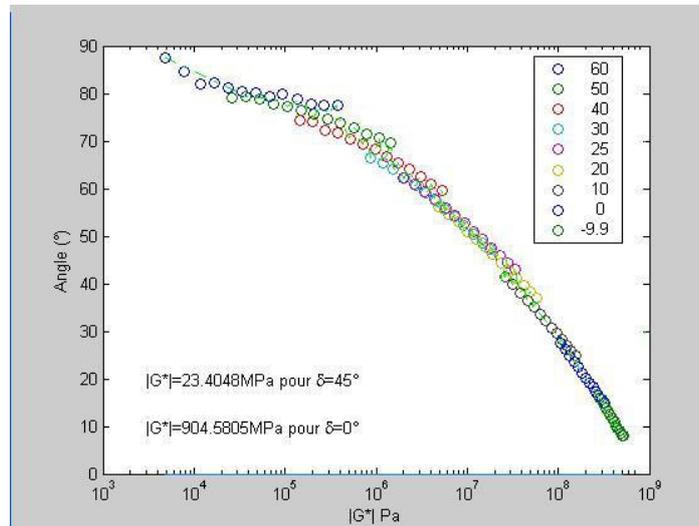
(d) Exemplo de isócronas

**Figura 6.** Curvas isotermas e isócronas

Para se apresentarem os resultados experimentais da forma mais simples possível, em geral, duas abordagens são usualmente aplicadas:

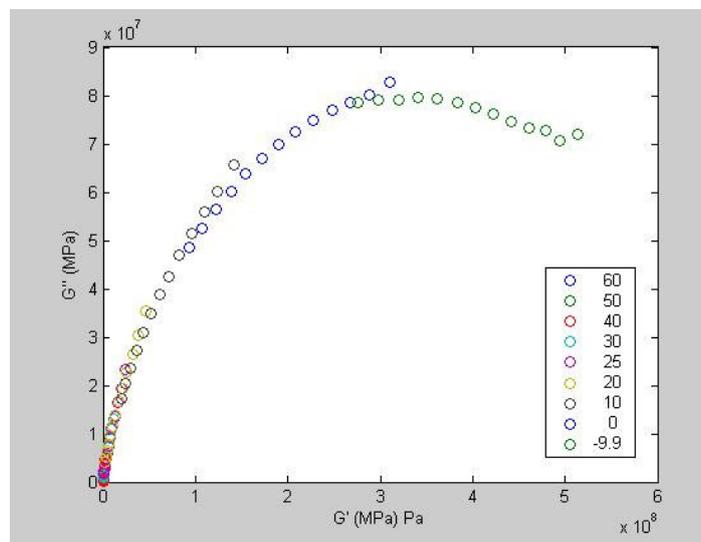
1. Eliminar a temperatura e a frequência de solicitação para representar os resultados experimentais em algum dos seguintes diagramas:

- Os espaços de Black, onde são associados pares  $(\log|E^*|, \varphi)$ . Apresenta-se um exemplo de resultados no Espaço de Black na Figura 7. A legenda indica a temperatura, em °C, em que o experimento que gerou o ponto foi conduzido.



**Figura 7.** Representação no Espaço de Black

- Os Planos Cole & Cole: onde são associados os módulos de estocagem e de perda ( $E_1, E_2$ ). Apresenta-se na Figura 8 um exemplo de resultados no Plano Cole & Cole. Novamente, a legenda indica a temperatura, em °C, em que o experimento que gerou o ponto foi conduzido.



**Figura 8.** Representação no Plano Cole & Cole

2. Translação das curvas isotermas ou das curvas isócronas, com base no princípio de superposição tempo-temperatura (Construção de Curvas Mestras).

Para a translação das isotermas ou das isócronas, parte-se da constatação de unicidade da curva no espaço de Black, o que indica a ausência de modificações microestruturais durante a variação de temperatura. Então, um mesmo par de valores de módulo e ângulo de fase é obtido para diferentes pares frequência-temperatura. Isto pode ser escrito matematicamente como apresenta a Equação 12.

$$E^*(T_i, \omega_i) = E^*(T_0, \alpha(T_i, \omega_i)) \quad (12)$$

- T e T<sub>0</sub> sendo as temperaturas em K de ensaio e de referência, respectivamente,

- A função  $\alpha(T_i, \omega_i)$  sendo da forma  $\alpha(T_i, \omega_i) = a(T_i) \cdot \omega_i$ , para o domínio da frequência e  $\alpha(T_i, t_i) = [a(T_i)]^{-1} \cdot t_i$  para o domínio do tempo.

Num espaço logarítmico, a função  $\alpha(T_i, \omega_i) = a_T(T_i) \cdot \omega_i$  equivale a uma translação horizontal de  $\log a(T_i)$  em relação à função original. Usualmente, duas leis são utilizadas para descrever as funções de translação  $\alpha(T_i, \omega_i) = a_T(T_i) \cdot \omega_i$ : a lei WLF (William-Landel-Ferry apresentada em William *et al.*, 1955) e a lei de Arrhenius. Elas se baseiam no princípio de superposição tempo-temperatura e são representadas pelas Equações 13 e 14, respectivamente:

$$\log a_T = \frac{-C_1(T - T_0)}{C_2 + T - T_0} \quad (13)$$

$$\log a_T = 434,22 \cdot \frac{\Delta H}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (14)$$

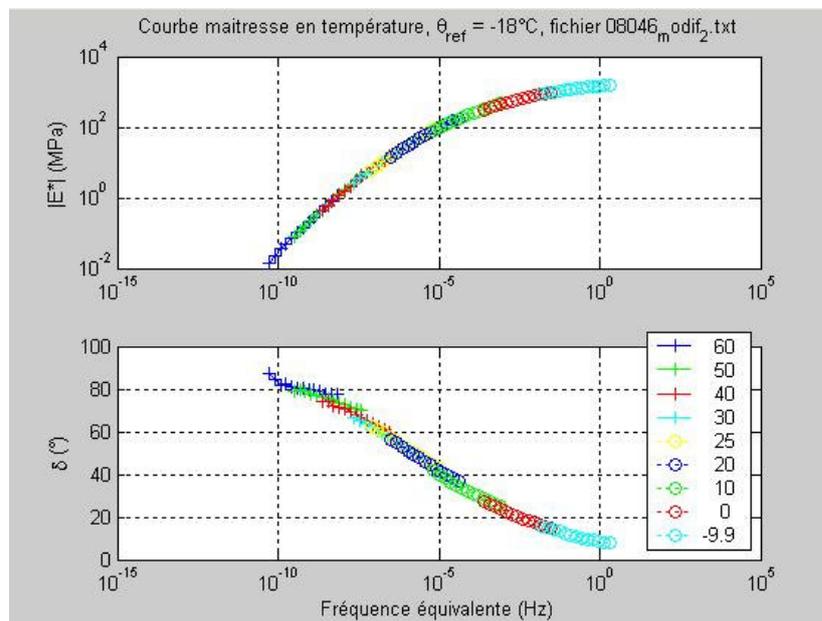
- C<sub>1</sub> e C<sub>2</sub> sendo os coeficientes da lei WLF,

-  $\Delta H$  sendo a energia de ativação de fluxo do material estudado (em kJ/mol.K) e

- R sendo a constante universal dos gases perfeitos, que vale 8,314 kJ/mol.K.

Usualmente, o fator  $0.43422 \cdot \frac{\Delta H}{R}$  é simplesmente substituído por uma constante C, dada em K, tal que  $C = 0.43422 \cdot \frac{\Delta H}{R}$ . Os coeficientes C<sub>1</sub> e C<sub>2</sub> e  $\Delta H$  (ou C) presentes nas

Equações 13 e 14 devem ser selecionados de forma a se obter a curva mestra mais suave possível. Apresenta-se, na Figura 9, um exemplo de curva mestra obtida com o programa computacional ViscoAnalyse, desenvolvido pelo *Laboratoire Central des Ponts et Chaussées* de Nantes - França (LCPC-Nantes), atual *Institut Français des Sciences et Technologies des Transports de l'Aménagement et des Réseaux* (IFSTTAR). As curvas apresentadas anteriormente, assim como aquela que segue, foram construídas para um ligante asfáltico puro de penetração 35/50. Deve-se perceber que a notação utilizada para o módulo de estocagem foi  $G'$ , enquanto o módulo de perda foi representado por  $G''$  e o módulo complexo por  $|G^*|$ . Usualmente, a letra  $G$  é usada para representar os módulos em sollicitação de cisalhamento, enquanto o ângulo de fase nesse modo de carregamento é representado por  $\delta$ . A complacência de cisalhamento é normalmente representada pela letra  $J$ . As definições dessas propriedades são análogas às apresentadas anteriormente para a sollicitação de tensão-compressão. A legenda presente no gráfico representa a temperatura, em  $^{\circ}\text{C}$ , em que o experimento gerador da sequência de pontos foi conduzido.



**Figura 9.** Exemplos de curvas mestras para o módulo dinâmico e para o ângulo de fase

#### 4.4. Relação entre o Ângulo de Fase e o Módulo Dinâmico

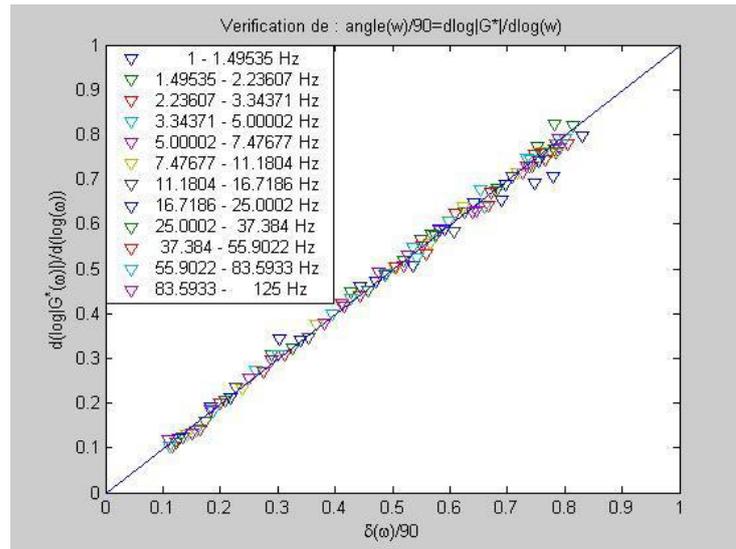
Booij e Thoone (1982) deduziram analiticamente relações matemáticas entre o módulo dinâmico e o ângulo de fase de um material viscoelástico linear. Baseando-se numa série de hipóteses sobre a resposta mecânica de um sistema, notadamente o princípio de superposição de Boltzmann e o princípio da causalidade (existência de uma relação de causa e efeito entre o módulo dinâmico e o ângulo de fase), pode ser mostrado que o módulo complexo e a fluência têm valor limitado se a frequência tende a infinito e que suas partes imaginária e real podem ser representadas por funções pares e ímpares, respectivamente, em relação à frequência de solitação  $\omega$ . Igualmente, pode-se mostrar que as partes real e imaginária de uma função respeitando essas condições e não apresentando singularidades no eixo real são ligadas por relações de Kramers-Kronig. Booij e Thoone (1982) mostraram aproximações para as relações de Kramers-Kronig estabelecidas para o módulo complexo em cisalhamento de um material viscoelástico linear. Analogamente à Equação 6,  $G^*$  pode ser decomposto em parte real (estocagem) e parte imaginária (perda), assim como ser representado em forma exponencial ( $G^*(i\omega) = G_1(\omega) + iG_2(\omega) = |G^*|(\omega) \exp i\delta(\omega)$ ). As aproximações obtidas por Booij e Thoone (1982) são representadas pelas Equações 15, 16 e 17 (relações de Kramers-Kronig). Essas aproximações se tornam exatas no caso de a função fluência do material ser perfeitamente ajustada por uma lei de potência.

$$G_2(\omega) \approx \frac{\pi}{2} \left( \frac{d G_1(u)}{d \ln u} \right)_{u=\omega} \quad (15)$$

$$G_1(\omega) - G_1(0) \approx - \frac{\omega\pi}{2} \left( \frac{d [G_2(u)/u]}{d \ln u} \right)_{u=\omega} \quad (16)$$

$$\delta(\omega) \approx \frac{\pi}{2} \left( \frac{d (\log |G^*(u)|)}{d (\log u)} \right)_{u=\omega} \quad (17)$$

A Figura 10 apresenta um exemplo de verificação das relações de Kramers-Kronig obtido com o programa computacional ViscoAnalyse, desenvolvido pelo Laboratório Central de Pontes e Pavimentos de Nantes - França (LCPC-Nantes). A curva foi construída para um ligante asfáltico puro de penetração 35/50.



**Figura 10.** Verificação da validade da Equação 17

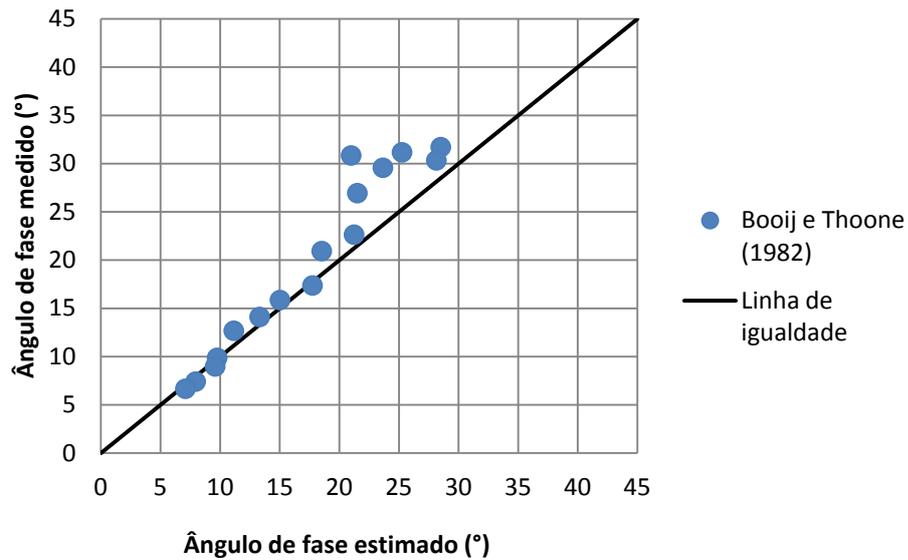
Dedução similar pode ser conduzida para o módulo dinâmico e o ângulo de fase em tensão-compressão, chegando-se às Equações 18, 19 e 20:

$$E_2(\omega) \approx \frac{\pi}{2} \left( \frac{d E_1(u)}{d \ln u} \right)_{u=\omega} \quad (18)$$

$$E_1(\omega) - E_1(0) \approx - \frac{\omega \pi}{2} \left( \frac{d [E_2(u)/u]}{d \ln u} \right)_{u=\omega} \quad (19)$$

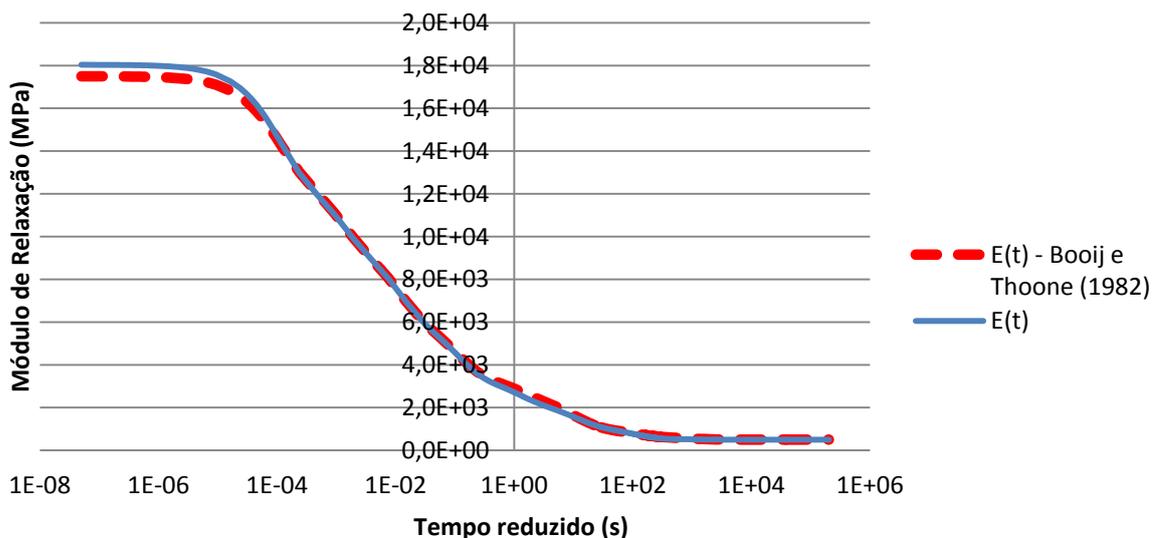
$$\varphi(\omega) \approx \frac{\pi}{2} \left( \frac{d (\log |E^*(u)|)}{d (\log u)} \right)_{u=\omega} \quad (20)$$

As relações apresentadas podem se tornar muito úteis em casos em que o ângulo de fase obtido experimentalmente não é confiável ou apresenta inconsistências (valores fora do intervalo entre 0 e 90°). A Figura 11 apresenta um exemplo de verificação da validade das relações de Kramers-Kronig obtido para uma mistura asfáltica densa, de tamanho máximo nominal (TMN) de 9,5mm, CAP PG 70-22 com 20% de mistura reciclada (fresado).



**Figura 11.** Verificação da validade da Equação 20

Apesar das diferenças obtidas, ainda que pequenas, entre a estimativa obtida pelas aproximações de Booij e Thoone e os ângulos de fase medidos experimentalmente, pode-se verificar que os módulos de relaxação (Equação 1) obtidos com a série de Prony ajustada ao módulo de estocagem usando ângulos de fase medidos ou estimados é semelhante. A Figura 12 apresenta um exemplo dessa verificação. Nesse caso, o modelo constitutivo viscoelástico linear ajustado sofre pouca alteração.



**Figura 12.** Comparação entre módulos de relaxação obtidos usando ângulos de fase experimentais ou estimados a partir de  $|E^*|$  usando as relações de Kramers-Kronig

Na apresentação de resultados de propriedades transientes (variando com o tempo) de materiais viscoelásticos, tempo reduzido denota os instantes obtidos após a aplicação do princípio de superposição tempo-temperatura, apresentado na seção 4.3. Percebe-se que, globalmente, as relações de Kramers-Kronig estimam bem o ângulo de fase a partir do módulo dinâmico tanto para os ligantes asfálticos quanto para as misturas asfálticas. Assim, a utilização dessas relações para obtenção do ângulo de fase permite o ajuste das séries de Prony sem a utilização de ângulos de fase obtidos experimentalmente. Para o presente trabalho, muitos resultados de ângulo de fase não estavam disponíveis ou apresentavam inconsistências, portanto, optou-se pela aplicação das relações de Kramers-Kronig para sua obtenção.

#### **4.5. Relações entre o Módulo de Resiliência e o Módulo Dinâmico**

Apesar de o MR e o  $|E^*|$  consistirem, ambos, de medidas da rigidez de misturas asfálticas, eles não representam as mesmas propriedades. Conforme já foi apresentado, o MR é geralmente obtido apenas para uma condição de temperatura e de carregamento. Sendo assim, seu valor só pode ser considerado para aquela condição de temperatura e de carregamento. Portanto, análises estruturais de pavimentos considerando o MR do revestimento devem ser interpretadas considerando apenas aquela condição de temperatura e de tempo de carregamento e de repouso. Por esses motivos, o MR é considerado uma propriedade de ensaio. Enquanto isso, o módulo dinâmico é avaliado em diferentes frequências e temperaturas, sendo a curva mestra construída e os modelos mecânicos ajustados a ela. A partir dos modelos ajustados, outras propriedades podem ser obtidas a partir de manipulações matemáticas, como mostrado durante esta revisão. Além disso, pode-se utilizar a Integral de Convolução (Equação 4) para se obter a solução de carregamentos de qualquer formato, mantendo-se o respeito das propriedades de rigidez do material. Por esses motivos, costuma-se tratar do módulo dinâmico como sendo uma propriedade mais próxima de uma propriedade fundamental do material.

Considerando a integral de convolução, podem-se gerar resultados simulados para os ensaios de MR. Deve-se atentar para o fato de que o ensaio de compressão diametral gera um estado biaxial de tensões. Portanto, utilizar os resultados de módulo dinâmico (uniaxial) para simular o ensaio de MR implica automaticamente a adoção da hipótese de que a rigidez

independe do sentido do carregamento (módulo em tração equivalente ao módulo em compressão). Katicha (2007) mostrou que tal hipótese não é verdadeira, sendo as misturas asfálticas materiais bimodulares (módulo em compressão diferente do módulo de tração). No caso das misturas asfálticas, o intertravamento dos agregados faz com que o módulo em compressão seja maior do que o módulo em tração. Tal fato fica mais evidente quando a consistência do ligante asfáltico está mais baixa (altas temperaturas e longas durações de carregamento). Katicha (2007) verificou que, para carregamentos de duração abaixo de 10s, a razão entre o módulo em compressão e em tração varia de 1,2 (0,01s de carregamento) a 1,6 (10s de carregamento). Enquanto isso, para carregamentos de duração acima de 10s, a razão cresce mais rapidamente, podendo atingir cerca de 15 para carregamentos de 1.000s de duração.

Desconsiderando o caráter bimodular das misturas asfálticas, e a relevância do tamanho dos agregados graúdos em relação à menor dimensão do CP (heterogeneidade), Katicha (2007) obteve resultados simulados de MR a partir de séries de Prony ajustadas a curvas mestras de módulo dinâmico. Foi verificado que o MR a uma dada temperatura, obtido com pulso de carregamento de 0,1s de duração e de formato *haversine*, tem valor próximo ao de  $|E^*|$  na mesma temperatura e a uma frequência de  $\frac{1}{0,1s} = 10Hz$ , que equivale a uma pulsação de  $\omega = \frac{2\pi}{0,1s} = 62,8rad/s$ . Poder-se-ia igualmente comparar o valor de MR com o do módulo a uma pulsação  $\omega = \frac{1}{0,1s} = 10rad/s$ , que equivale a uma frequência  $f = \frac{1}{2\pi t}$ .

Araújo Júnior *et al.* (2009) verificaram experimentalmente a relação entre o MR e o módulo dinâmico obtido a diferentes frequências de carregamento cíclico, definidas a partir do tempo de carregamento do ensaio de MR e de expressões empíricas apresentadas na literatura. A relação  $f = \frac{1}{t}$ , recomendada pelo guia de dimensionamento da AASHTO para a obtenção do MR a partir do módulo dinâmico é comparada com as relações sugeridas por Louzili *et al.* (2006) ( $f = \frac{1}{2\pi t}$ ) e por Christensen (1982) ( $f = \frac{0,1}{t}$ ). Os resultados obtidos por Araújo Júnior *et al.* (2009) indicaram que, para a relação do guia da AASHTO, os valores de módulo dinâmico foram superiores aos de MR, enquanto que para as outras duas relações, MR e módulo dinâmico são próximos a 25°C.

Soares e Souza (2003) obtiveram o MR na direção axial a partir de uma solução em elementos finitos da Equação 4. O referido trabalho utilizou uma das raras séries de Prony disponíveis na literatura, apresentada em Gibson *et al.* (2003). Tal série de Prony apresenta uma constante de rigidez negativa, que felizmente não prejudicou os resultados simulados por Soares e Souza (2003), pois o tempo de relaxação associado ao módulo negativo ( $\rho = 1,125 \cdot 10^{-7}$ s) estava separado do tempo de carregamento no ensaio de MR (0,1s) de seis décadas logarítmicas.

Theisen *et al.* (2007) também utilizaram a série de Prony disponível em Gibson *et al.* (2003) para simulação de ensaios de MR. Esses autores consideraram o estado biaxial de tensões no experimento, partindo da Equação 21, conhecida como Equação de Hondros (Hondros, 1959) desenvolvida para um cilindro de material elástico, isotrópico e homogêneo submetido a um carregamento de compressão na direção do seu diâmetro, usando um friso de carga cuja largura guarda razão com respeito ao diâmetro do CP igual a 0,125.

$$\Delta_{2R} = \frac{P}{E \cdot h} (v + 0,2699) \quad (21)$$

Nessa equação,  $\Delta_{2R}$  é o deslocamento entre os extremos horizontais,  $P$  é a carga aplicada,  $E$  é módulo de elasticidade do material,  $h$  é a espessura do cilindro e  $v$  é o coeficiente de Poisson. A Equação 21 considera o material como elástico linear e é a base para o cálculo do MR (propriedade que ocupa o papel do módulo de elasticidade na equação). Considerando o coeficiente de Poisson e a espessura do CP constantes e sabendo que a complacência é o inverso do módulo de elasticidade, percebe-se que o deslocamento  $\Delta_{2R}$  é a multiplicação de uma constante pelo produto entre a carga e a complacência. O princípio de correspondência elástico-viscoelástico (PCEV) estabelece que a solução de um problema de viscoelasticidade pode ser obtida a partir da solução elástica, desde que a geometria e as condições de contorno sejam as mesmas (Schapery, 1967). Isso pode ser executado em se aplicando transformadas de Laplace à equação elástica. Equivalentemente, podem-se substituir os produtos comuns entre a solitação e a propriedade material por produtos de convolução entre os mesmos. Ressalta-se que, no problema de viscoelasticidade as propriedades e as solitações podem variar com o tempo. Assim, a Equação de Hondros para um meio viscoelástico é transformada na Equação 22.

$$\Delta_{2R}(t) = \frac{(v + 0,2699)}{h} \int_0^t D(t - u) \cdot \frac{\partial P(u)}{\partial u} du \quad (22)$$

Segundo Theisen *et al.* (2007) e as normas do ensaio de MR, o pulso de carga solicitante de um ensaio de MR pode ser representado por uma função *haversine*. A Equação 23 representa uma função desse tipo, com pico de valor  $P_0$  e tempo de carregamento igual a  $t_p$  iniciando e terminando o tempo de carregamento com carga igual a zero. Em seguida, até se completar o tempo de ciclo ( $t_c$ ) (normalmente de 1s no ensaio de MR), a carga é nula. Percebe-se que imediatamente antes do trecho não carregado a derivada de  $P(t)$  em relação ao tempo é nula. Portanto, a função  $P(t)$  é suave, podendo a integral de convolução ser calculada para todo o tempo de ciclo.

$$P(t) = \begin{cases} \frac{P_0}{2} \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{t_p} \cdot t\right) \right] & \text{se } 0 \leq t < t_p \\ 0 & \text{se } t_p \leq t < t_c \end{cases} \quad (23)$$

Substituindo a Equação 23 na Equação 21 e representando a função fluência  $D(t - u)$  por uma série de Prony (Equação 2), pode-se resolver a integral analiticamente. As Equações 24, 25 e 26 foram obtidas por Theisen *et al.* (2007) seguindo o procedimento semelhante ao acima descrito.

Para  $0 \leq t < t_p$ :

$$\Delta_{2R}(t) = \frac{P_0}{h} (v + 0,2699) \left\{ \frac{D_g}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right) \right] + \pi \sum_{i=1}^n D_i F_i(t, t_p, \tau_i) \right\} \quad (24)$$

Onde:

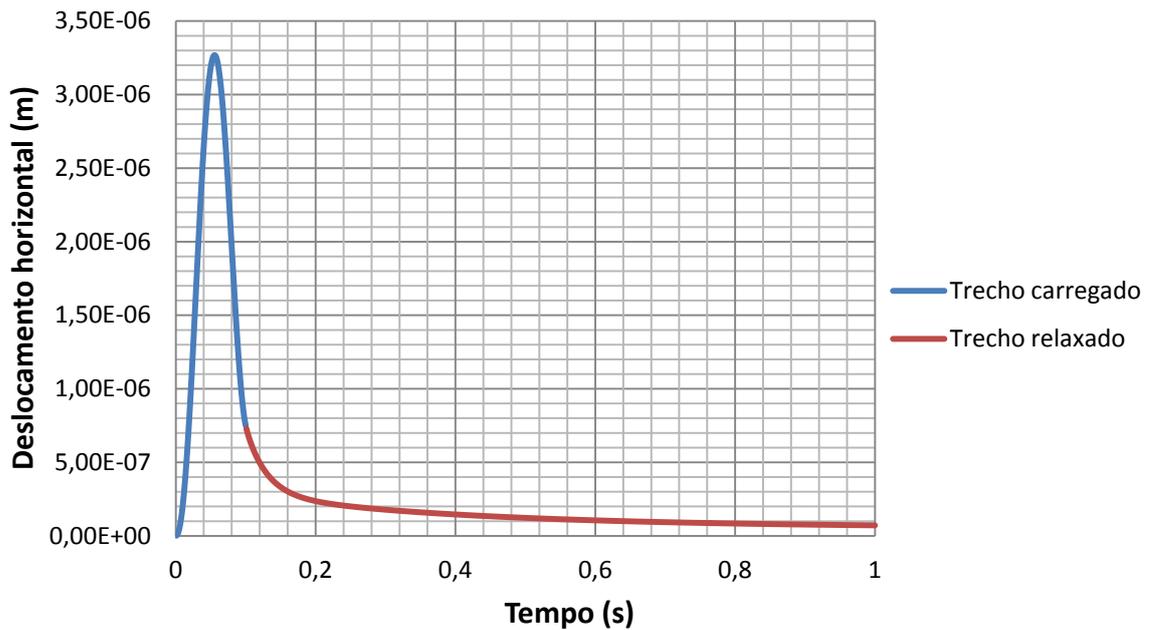
$$F_i(t, t_p, \tau_i) = \frac{1}{2\pi} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right) \right] + \frac{2\pi\tau_i^2}{4\pi^2\tau_i^2 + t_p^2} \left[ -e^{\frac{-t}{\tau_i}} + \cos\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right) - \frac{t_p}{2\pi\tau_i} \text{sen}\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right) \right] \quad (25)$$

Para  $t_p \leq t < t_c$ :

$$\Delta_{2R}(t) = \sum_{i=1}^n \Delta_{2R_i}(t_p) \cdot e^{-\frac{t_p-t}{\tau_i}} \quad (26)$$

Onde  $\Delta_{2R_i}(t_p)$  é o deslocamento referente ao elemento viscoelástico  $i$  no fim do trecho carregado ( $t = t_p$ ).

A partir das Equações 24, 25 e 26, pode-se simular o resultado de deslocamento horizontal (no diâmetro máximo) que deveria ser obtido em um ensaio de compressão diametral em material viscoelástico cuja série de Prony é conhecida, considerando que o mesmo é isotrópico, homogêneo, unimodular e que a Equação de Hondros rege o mesmo problema para um material elástico. A grosso modo, resultados de MR em compressão diametral correspondentes a uma dada série de Prony podem ser obtidos. Seguindo-se as considerações feitas pelas normas citadas anteriormente, em geral, assume-se que o coeficiente de Poisson a 25°C é de 0,30. Isto representa uma grande simplificação, que facilita muito os experimentos, não sendo necessárias medidas de deslocamento além do deslocamento horizontal. Porém, parece razoável sugerir que cada mistura asfáltica apresente um valor de coeficiente de Poisson diferente. Por esse motivo, encontram-se na literatura esforços de pesquisadores em se medir coeficientes de Poisson durante experimentos (Kim *et al.*, 2004) e até mesmo em ajustar os resultados experimentais obtidos usando modelos viscoelásticos lineares (Di Benedetto *et al.*, 2007b), de maneira semelhante ao que se faz normalmente para o módulo dinâmico. Ressalta-se que alguns dos resultados experimentais de coeficiente de Poisson obtidos pelos trabalhos citados excedem o limite teórico de 0,5 (correspondente a materiais elásticos lineares homogêneos totalmente incompressíveis, como a borracha), o que Katicha (2007) comprovou através de modelagem numérica que pode ser explicado pela bimodularidade dos materiais asfálticos. Na Figura 13, apresenta-se um exemplo de curva de deslocamento obtida a partir da aplicação das Equações 24, 25 e 26, considerando uma carga aplicada de 3kN.



**Figura 13.** Curva de deslocamento obtida a partir de uma série de Prony conhecida, de um ciclo de carregamento como o da Equação 23 e se aplicando as Equações 24, 25 e 26

Obtida a curva de deslocamento simulada, assim como para uma curva obtida experimentalmente, o MR pode ser calculado a partir da Equação 27.

$$MR = \frac{P}{\Delta_{2R_r} \cdot h} (v + 0,2699) \quad (27)$$

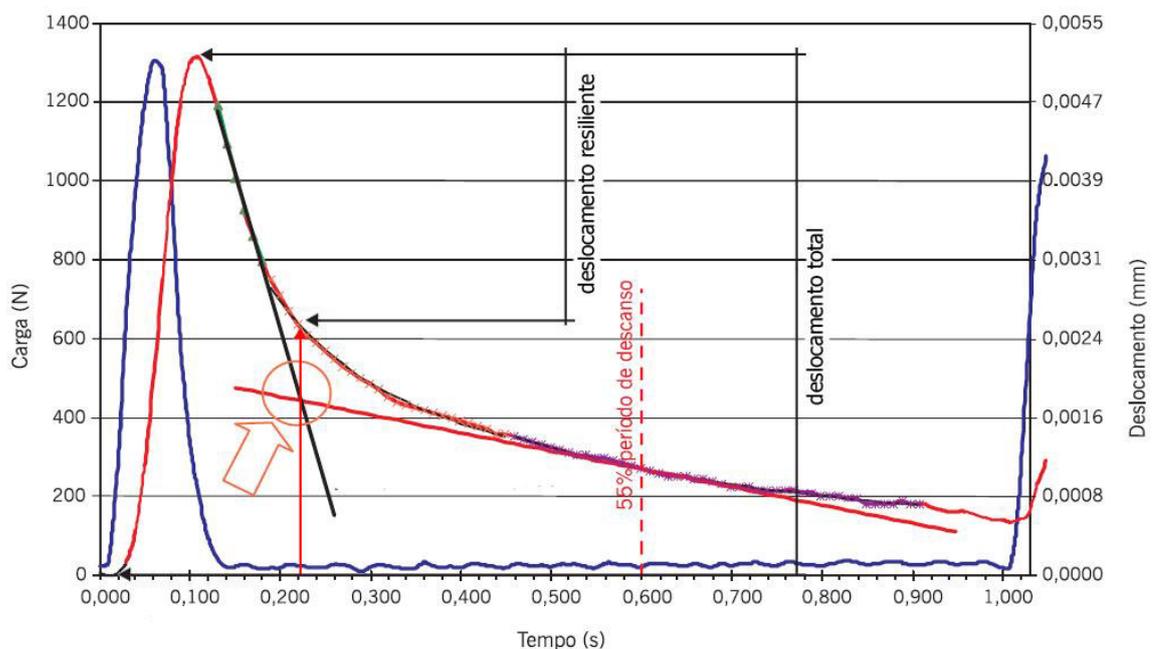
Onde  $\Delta_{2R_r}$  representa o deslocamento resiliente obtido em um ciclo de carregamento e descanso. Sobre a definição desse deslocamento, as normas podem divergir ou, por vezes, nem mesmo especificar. A maioria das normas atualmente em vigor considera que é resiliente o deslocamento encontrado a partir do procedimento descrito a seguir. O módulo obtido utilizando-se esse deslocamento é conhecido como MR instantâneo.

- Obtenção da reta tangente ao trecho descendente da curva obtida durante o carregamento (primeiro décimo de segundo do ciclo);
- Regressão hiperbólica utilizando os deslocamentos lidos entre 40% e 90% do período de descanso. Obtenção da reta tangente a essa hipérbole, no ponto correspondente a 40% do tempo de descanso;
- Cálculo do instante correspondente ao encontro das duas retas. Esse instante é aquele em que ocorre o deslocamento resiliente;

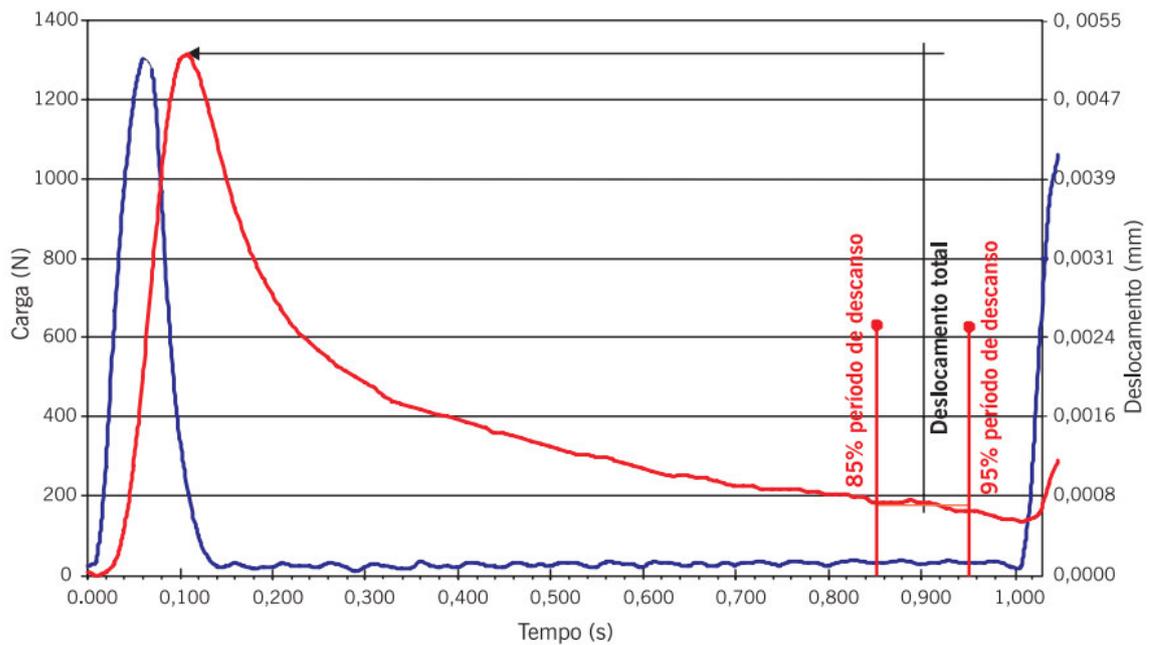
- Regressão hiperbólica no trecho da curva que une o fim do trecho de carregamento ao início do trecho final (40% do período de descanso).
- Cálculo do valor de deslocamento obtido no instante em que ocorre o deslocamento resiliente.

Porém, sob uma abordagem de viscoelasticidade linear considerando os modelos aqui apresentados (Maxwell-Wiechert e Kelvin-Voigt), todo o deslocamento ocorrido é recuperável se o tempo tender para o infinito. Em aplicações práticas isso não é razoável, podendo os deslocamentos recuperáveis apenas em tempos muito longos serem considerados como não recuperáveis. Seria possível, por exemplo, considerar como não recuperável apenas o deslocamento de fato não recuperado ao fim do ciclo (1s). Isto constituiria uma segunda definição de deslocamento resiliente.

As Figuras 14 e 15 ilustram as definições dos deslocamentos resilientes instantâneo e total apresentadas por Bernucci *et al.* (2008). De acordo com esses autores, os módulos obtidos podem ser comparados de modo a se identificar a rapidez da recuperação elástica do material. Quanto mais rápida for a recuperação, mais próximos serão os módulos acima definidos.



**Figura 14.** Definição do deslocamento resiliente instantâneo (Bernucci *et al.*, 2008)



**Figura 15.** Definição do deslocamento resiliente total (Bernucci *et al.*, 2008)

É de grande importância a comparação valores de MR previstos pela aplicação do modelo viscoelástico linear com valores já obtidos experimentalmente, de maneira a verificar a aplicabilidade do MR, pelo menos para as condições de tempo de carregamento e de temperatura em que é testado. Porém, seria muito mais interessante, do ponto de vista prático, a obtenção do módulo dinâmico a partir do MR. Alguns estudos desse tipo já foram apresentados na literatura (LaCroix *et al.*, 2008), através da utilização de redes neurais, obtendo resultados promissores. Outros partem da aplicação de modelagem constitutiva viscoelástica linear (Lee e Kim, 2011). Deve-se ressaltar, porém, que o MR normalmente não é obtido a diferentes temperaturas e tempos de carregamento, portanto os bancos de dados existentes não serão capazes de fornecer módulos dinâmicos a diferentes temperaturas e frequências de carregamento obtidos a partir dos dados de MR. Além disso, como o MR é obtido em estado transiente e o MD em estado permanente (estacionário), o método apresenta alguma falta de rigor científico do ponto de vista da modelagem viscoelástica.

## 5 METODOLOGIA

### 5.1. ViscoLab™

O programa computacional ViscoLab™, da empresa de pesquisa e desenvolvimento MultiMech, foi desenvolvido com o objetivo de tratar dados de viscoelasticidade linear, com interface amigável com o usuário, de forma a facilitar a obtenção de propriedades viscoelásticas a partir de dados obtidos em laboratório. Inicialmente, o programa foi preparado para realizar as seguintes tarefas:

- Ajuste de séries de Prony a uma curva mestra previamente construída com dados experimentais;
- Interconversão de séries de Prony (estimação da fluência a partir do módulo de relaxação ou vice-versa).

Alguns ajustes podem tornar o ViscoLab™ uma ferramenta mais versátil para o tratamento de dados de viscoelasticidade e a obtenção de propriedades viscoelásticas lineares. Portanto, alterações do código fonte deverão ser feitas a fim de tornar o programa capaz de:

- Construir curvas mestras usando diferentes modelos (Arrhenius e William-Landel-Ferry);
- Estimar o erro (desvio) médio do modelo quanto ao ajuste dos resultados experimentais;
- Apresentar um banco de dados de propriedades viscoelásticas lineares para misturas tipicamente aplicadas no Brasil em camadas de revestimento de pavimentos asfálticos.

### 5.2. Experimental

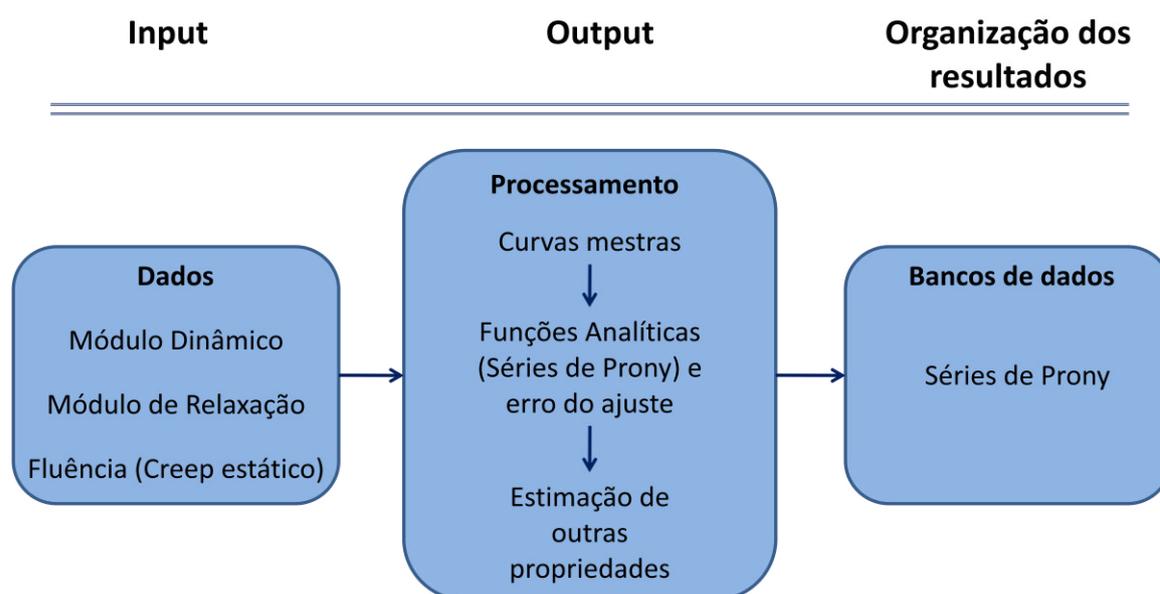
O Laboratório de Mecânica dos Pavimentos da Universidade Federal do Ceará (LMP/UFC), local onde vem sendo desenvolvida a pesquisa, dispõe de infraestrutura e equipamentos suficientes para a geração de dados de viscoelasticidade linear, a partir de ensaios como os de Módulo Dinâmico, de Fluência (*Creep* Estático) e de Relaxação. Diversos resultados experimentais de Módulo Dinâmico para tipos diferentes de misturas e ligantes asfálticos já estão disponíveis, frutos de pesquisas precedentes, mas nunca foram geradas

séries de Prony para tais resultados, o que os torna subutilizados. É impossível realizar análises estruturais de pavimentos considerando a viscoelasticidade do revestimento sem o tratamento desses dados para a obtenção das séries de Prony. Enquanto isso, dados de Fluência e de Relaxação ainda são escassos e a UTM-25 (*Universal Testing Machine – 25kN*) disponível no LMP/UFC será uma ferramenta essencial para o desenvolvimento desta pesquisa, especificamente para a realização de ensaios com tensão controlada constante e com deformação controlada constante.

O presente trabalho também conta com a análise de resultados experimentais de módulo dinâmico e de ângulo de fase cedidos por outros pesquisadores atuando na caracterização reológica de misturas asfálticas brasileiras.

### 5.3. Processamento dos dados usando o ViscoLab<sup>TM</sup>

De posse dos dados de Módulo Dinâmico, de Fluência e de Relaxação, e com o código do ViscoLab<sup>TM</sup> ajustado aos objetivos deste trabalho, os mesmos são processados com a utilização do programa e com auxílio de planilhas eletrônicas, a partir dos procedimentos de ensaio e análise explanados na seção de Revisão de Literatura deste trabalho. O fluxograma apresentado na Figura 16 resume as atividades realizadas com o auxílio do ViscoLab<sup>TM</sup>.



**Figura 16.** Fluxograma do funcionamento do ViscoLab<sup>TM</sup>

## 6 RESULTADOS

Os resultados apresentados neste trabalho dizem respeito a 26 misturas asfálticas, cujas principais características estão apresentadas na Tabela 1. A tabela resume as características principais das misturas asfálticas estudadas neste trabalho (origem dos agregados, tipo de granulometria, origem do ligante asfáltico, penetração, grau de desempenho (PG), tipo e concentração de agente modificador e teor de ligante). Informações mais precisas sobre as 14 primeiras misturas podem ser encontradas em Onofre (2012), enquanto detalhes das misturas MAC A, MAC B1 e MAC B2 podem ser encontrados em Coutinho (2012). Informações detalhadas das outras nove misturas estudadas neste trabalho, não estiveram disponíveis, pois apenas os dados de módulo dinâmico e ângulo de fase relativos às mesmas foram cedidos pela Petrobras.

**Tabela 1.** Resumo das características das misturas asfálticas estudadas

Código da Mistura	Origem dos agregados	Tipo de granulometria	Origem do ligante	Penetração do ligante (dmm)	PG	Tipo - concentração (%) de modificador	Teor de ligante (%)	MR (MPa)
CAP Replan	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	58,0	64-XX	-	4,4	5.640
A3	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	36,5	76-XX	ppa - 1,2%	4,7	6.930
EA3	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	52,0	76-XX	Elvaloy/ppa - 1,3/0,3%	4,8	7.280
B2	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	48,0	76-XX	Borracha - 14,0%	5,5	6.990
BA2	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	42,3	76-XX	Borracha/ppa - 11,0/0,5%	5,5	7.120
S3	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	44,5	76-XX	SBS - 4,5%	5,0	6.070
SA1	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	36,3	76-XX	SBS/ppa - 3,0/0,5%	5,0	8.360
EV2	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	46,3	76-XX	EVA - 8,0%	4,9	10.620

**Tabela 1.** Resumo das características das misturas asfálticas estudadas  
(continuação)

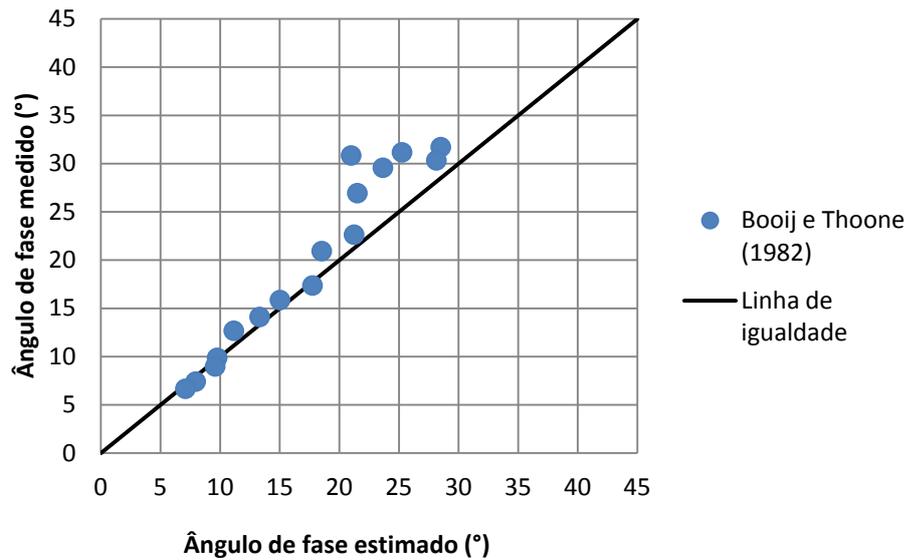
EVA4	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	35,8	76-XX	EVA/ppa – 3,0/0,4%	5,0	9.010
P4	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	25,0	76-XX	Polietileno – 6,0%	4,9	8.220
PA2	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	31,8	76-XX	Polietileno/ppa – 3,0/0,5%	4,9	8.190
SB3	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	39,0	76-XX	SBR – 5,5%	4,9	6.110
SBA2	Basalto (pedreira bandeirantes)	Superpave 19.0mm (Faixa C)	Replan Petrobras	47,0	76-XX	SBR/ppa – 3,5/0,5%	4,9	8.800
CAP Lubnor	Granito – Itaitinga (CE)	Faixa C	Lubnor Petrobras	50/70	70-XX	-	4,4	n/d
MAC A	Fonolito – Aquiraz (CE) e Gnaiss - Caucaia (CE)	Faixa C	Lubnor Petrobras	50/70	70-XX	-		3.698
MAC B1	Granito – Itaitinga (CE)	Faixa C	Lubnor Petrobras	50/70	70-XX	-		3.901
MAC B2	Granito – Itaitinga (CE)	Faixa C	Lubnor Petrobras	n/d	70-XX	SBS – 4,5%		4.912
CAP AM	Granito - Rio de Janeiro (RJ)	Superpave 19mm	Petrobras	n/d	82-16	-	5.6	n/d
CAPFLEX	Granito - Salvador (BA)	Superpave 12.5mm	Petrobras	n/d	76-22	Produto Petrobras	5.7	n/d
REDUC 30	Granito - Rio de Janeiro (RJ)	Superpave 12.5mm	Petrobras	n/d	70-10	-	5.6	n/d
REDUC 45	Granito - Rio de Janeiro (RJ)	Superpave 12.5mm	Petrobras	n/d	64-22	-	5.2	n/d
REVAP 50	Granito - Rio de Janeiro (RJ)	Superpave 12.5mm	Petrobras	n/d	64-16	-	5.3	n/d
REVAP 70	Granito - Rio de Janeiro (RJ)	Superpave 12.5mm	Petrobras	n/d	64-22	-	5.3	n/d
RS95B	granito - MM Raleigh, NC	Superpave 9.5mm	Nustar Wilmington, NC	n/d	64-22	Ligante reciclado	6.7 (1.5 do RAP)	n/d
RS95C STA	granito - MM, Garner, NC	Superpave 9.5mm	Nustar Wilmington, NC	n/d	70-22	Ligante reciclado e envelhecido	6.2 (1.1 do RAP)	n/d
RS95C LTA	granito - MM, Garner, NC	Superpave 9.5mm	Nustar Wilmington, NC	n/d	70-22	Ligante reciclado e envelhecido	6.2 (1.1 do RAP)	n/d

n/d = informação indisponível

### 6.1. Validade das Relações de Kramers-Kronig para as Misturas Asfálticas

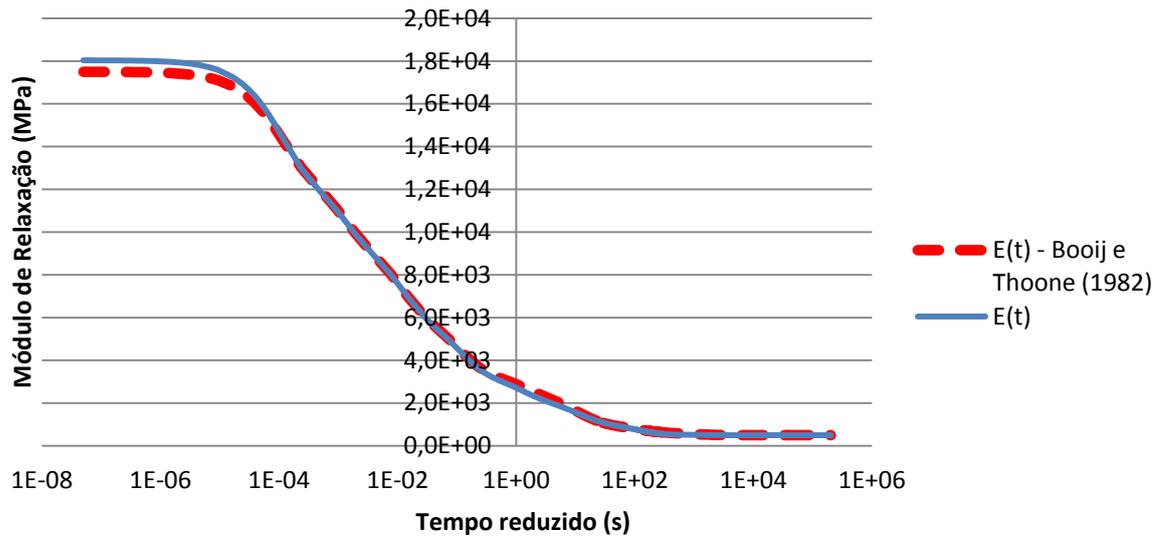
Para nove misturas asfálticas, estiveram disponíveis dados experimentais de módulo dinâmico e de ângulo de fase. Tais resultados são referentes a três misturas Superpave 9,5mm (RS95B, RS95C STA e RS95C LTA), e cinco misturas Superpave 12,5mm (CAPFLEX, REDUC 30, REDUC 45, REVAP 50, REVAP 70) e uma mistura Superpave 19mm (CAP AM), possuindo ligantes asfálticos de diferentes origens e propriedades, incluindo misturas recicladas com o uso de pavimentos deteriorados (material fresado).

Para cada mistura asfáltica, foram construídas curvas mestras de módulo dinâmico e de ângulo de fase. A partir da Equação 6, obteve-se o módulo de estocagem ( $E_1 = |E^*| \cos \varphi$ ). Utilizando a Equação 7 e o processo de otimização de mínimos quadrados apresentado na seção 3.1 (Equação 9), foi ajustada uma série de Prony em relaxação (obtenção dos pares de  $E_i$  e  $\rho_i$ ). Com a série de Prony ajustada, foi estimado analiticamente o módulo de relaxação (Equação 1). Em seguida, o mesmo processo foi repetido, mas usando ângulos de fase estimados a partir do módulo dinâmico, usando as relações de Kramers-Kronig (Equação 20). A ferramenta ViscoLab<sup>TM</sup> foi necessária durante todo o procedimento e facilitou a execução de cada um dos passos. As relações de Kramers-Kronig podem se tornar muito úteis em casos em que o ângulo de fase obtido experimentalmente não é confiável ou apresenta inconsistências (valores fora do intervalo entre 0 e 90°). A Figura 17 apresenta um exemplo de verificação da validade das relações de Kramers-Kronig obtido para uma mistura asfáltica densa, de TMN de 9,5mm, CAP PG 70-22 com 20% de fresado em sua composição (mistura RS95C STA).



**Figura 17.** Verificação da validade da Equação 20 para a mistura asfáltica RS95C STA

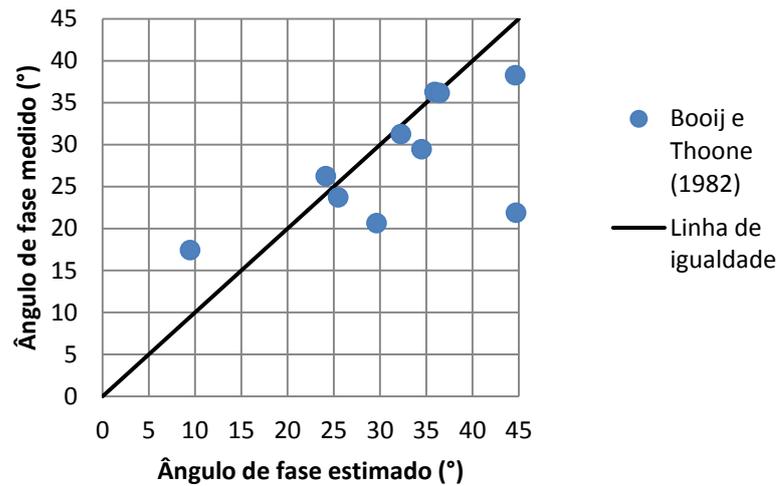
Observando a Figura 17, verifica-se que os pontos obtidos se aproximaram da linha de igualdade, tendo sido as diferenças obtidas entre a estimativa pelas aproximações de Booij e Thoone e os ângulos de fase medidos experimentalmente pequenas. Pode-se verificar que os módulos de relaxação (Equação 1) obtidos com a série de Prony ajustada ao módulo de estocagem usando ângulos de fase medidos ou estimados são semelhantes. A Figura 18 apresenta essa verificação para a mistura asfáltica RS95C STA. Nesse caso, o módulo de relaxação previsto pelo modelo constitutivo viscoelástico linear ajustado praticamente não sofreu alteração.



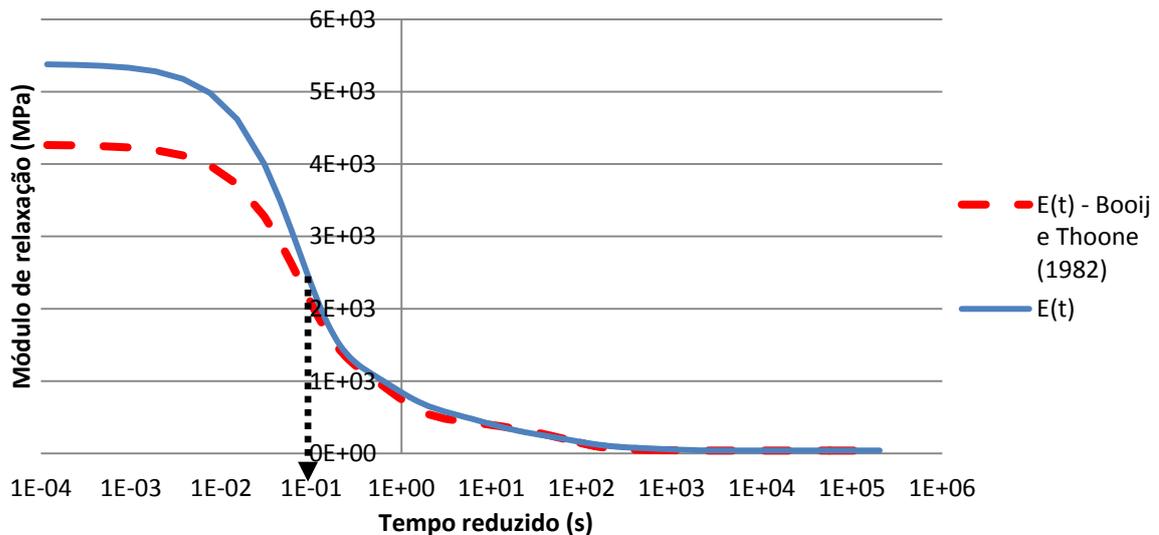
**Figura 18.** Comparação entre os valores de módulo de relaxação obtidos usando os ângulos de fase experimentais ou os estimados a partir de  $|E^*|$  usando relações de Kramers-Kronig para a mistura asfáltica RS95C STA

Para as misturas estudadas que dispunham de resultados experimentais consistentes de ângulo de fase, verificou-se que, globalmente, as relações de Kramers-Kronig estimam bem o ângulo de fase a partir do módulo dinâmico. Além disso, pode-se perceber que, para as mesmas, o módulo de relaxação obtido usando a estimativa ou o resultado experimental de ângulo de fase é semelhante. Assim, a utilização dessas relações para obtenção do ângulo de fase permite o ajuste das séries de Prony sem a utilização de ângulos de fase obtidos experimentalmente. Muitos resultados de ângulo de fase não estavam disponíveis ou apresentavam inconsistências, portanto, optou-se pela aplicação das relações de Kramers-Kronig para a obtenção do ângulo de fase de todas as misturas.

Como contraexemplo, apresenta-se nas Figuras 19 e 20 o mais divergente entre os resultados encontrados para as estimativas usando as relações de Kramers-Kronig. Tal resultado foi referente à mistura asfáltica CAPFLEX.



**Figura 19.** Comparação entre os valores de ângulo de fase obtido e estimado usando as relações de Kramers-Kronig (mistura asfáltica CAPFLEX)



**Figura 20.** Comparação entre os valores de módulo de relaxação obtidos usando os ângulos de fase experimentais ou estimados a partir de  $|E^*|$  usando as relações de Kramers-Kronig (mistura asfáltica CAPFLEX)

É preciso pontuar o fato de que, para essa mistura asfáltica, não estavam disponíveis resultados em muitas temperaturas, mas apenas a 25 e 60°C. Conseqüentemente, os resultados módulo de estocagem obtidos só varriam frequências de 1E-04 a 1E+01Hz. Dessa forma, apenas tempos de relaxação distribuídos entre 1E-01 e 1E+04s puderam ser colocados. Percebe-se que é exatamente para instantes anteriores a 1E-01s onde as curvas

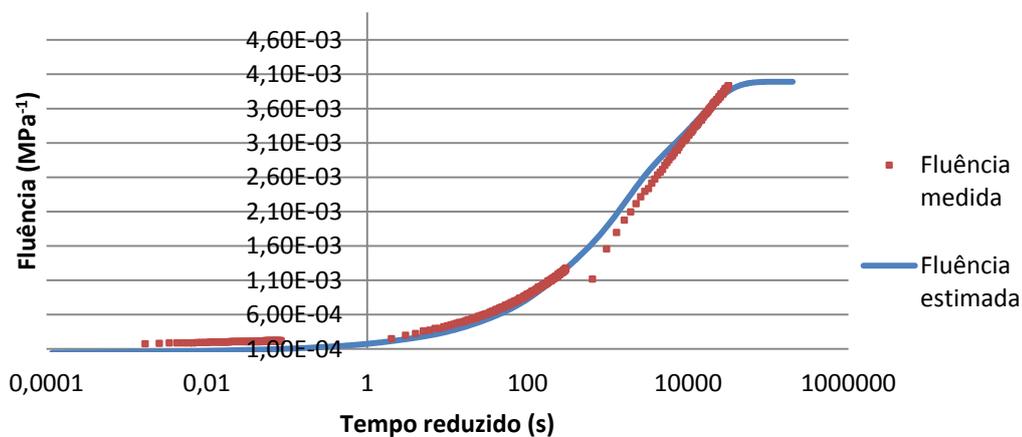
divergem, o que está associado à extrapolação de resultados em relação aos dados experimentais.

## 6.2. Banco de dados de propriedades viscoelásticas lineares

Apresenta-se, como principal contribuição deste trabalho, a geração de um banco de dados de propriedades viscoelásticas lineares contemplando alguns dos principais tipos de misturas asfálticas utilizados no Brasil: CAs com diferentes tipos de ligantes asfálticos, modificados e não modificados, envelhecidos e não envelhecidos e diferentes granulometrias com agregados de diferentes origens. As 26 misturas asfálticas que figuram no banco de dados desenvolvido são aquelas apresentadas anteriormente, na Tabela 1.

## 6.3. Estimação de resultados de Fluência

Para a mistura asfáltica CAP Lubnor, realizaram-se ensaios de *Creep* estático (Fluência), ou seja, com carregamento constante, em três diferentes temperaturas (0, 20 e 40°C). Construiu-se a curva mestra para a Fluência e comparou-se o resultado com a estimativa obtida usando a interconversão de séries de Prony (Equação 5b) ajustadas a dados de módulo de estocagem. A constante da Equação de Arrhenius utilizada foi aquela obtida na translação dos resultados de módulo dinâmico,  $C = 12.000K$ . A Figura 21 apresenta o resultado.



**Figura 21.** Comparação entre a fluência estimada usando séries de Prony e a curva mestra obtida usando os resultados experimentais

Apesar de os pontos experimentais terem tendido a se aproximar da estimativa, esperavam-se resultados mais coincidentes. O principal motivo a que se deve a divergência entre os resultados é a não obediência da resposta do material, nas condições de ensaio, aos princípios de homogeneidade e de superposição. De acordo com Zhang *et al.* (2012), o ensaio de *Creep* estático deve ter deformação limitada a  $150\mu\epsilon$  (0,015%). Devido a dificuldades experimentais, não foi possível realizar o ensaio em tais condições e a deformação específica final chegou a 0,020% a 0°C, 0,050% a 20°C e 0,13% a 40°C. Outros autores reportam a mesma dificuldade de execução de ensaios transientes (no domínio do tempo) respeitando condições de linearidade, recomendando normalmente a execução de ensaios no domínio da frequência, ajuste de modelos mecânicos aos dados obtidos e posterior interconversão para se obter a propriedade transiente procurada. A mesma recomendação é fruto do presente trabalho, reconhecendo-se a extrema importância de se limitar as deformações no ensaio visando ao respeito das condições de linearidade.

#### **6.4. Estimação de resultados de Módulo de Resiliência (MR)**

Para a comparação entre a resposta elástica de pavimentos e aquela obtida considerando as propriedades viscoelásticas do revestimento, é necessária a adoção de valores de MR que correspondam às séries de Prony que representam o comportamento dos materiais estudados. Não há garantia de que os valores obtidos experimentalmente para esse parâmetro correspondam à rigidez das misturas (identificada pelas séries de Prony), devido a diversos fatores discutidos na Revisão de Literatura (estado biaxial de tensões, bimodularidade da mistura asfáltica, heterogeneidade, dimensões dos agregados demasiado relevantes em relação à altura do CP testado etc). Seria possível utilizar valores de módulo dinâmico a frequências sugeridas na literatura, como visto na Revisão deste trabalho. Sublinha-se, porém, que as relações utilizadas para selecionar a frequência em que se toma o valor de módulo dinâmico para comparação com o MR são de uso prático, mas não representam um cálculo analítico. A teoria da viscoelasticidade linear, através da integral de convolução e de soluções de elasticidade linear conhecidas para um determinado problema, pode fornecer resultados de análises viscoelásticas, como apresentado na Revisão. Pode-se, por exemplo, obter resultados simulados de ensaios como o MR (Equações 24, 25 e 26). Por esse motivo, o método analítico descrito na Revisão (Equações 24, 25 e 26) foi utilizado para a obtenção de valores de MR modelados (MRmod) a serem utilizados na análise dos pavimentos, simplificando o

comportamento do CA como se fosse elástico linear. As séries de Prony (originalmente ajustadas a curvas mestras a 21,1°C, disponíveis nos anexos) tiveram suas constantes de tempo transladadas segundo a Lei de Arrhenius (Equação 14), escolhida para representar o princípio da superposição tempo-temperatura, considerando a constante  $C$  obtida para cada uma das misturas. Assim, obteve-se a série de Prony a 25°C (temperatura do ensaio de MR) para cada material, para a simulação dos resultados de MR. O coeficiente de Poisson foi assumido, para todas as misturas asfálticas, como igual a 0,30, mas foi verificado que sua variação não altera o valor de MR<sub>mod</sub> obtido.

A fim de se comparar os resultados modelados com resultados experimentais, foram utilizados os dados de MR disponíveis para 16 das misturas estudadas neste trabalho. Os resultados experimentais foram obtidos através do ensaio de tração indireta por compressão diametral segundo a DNER ME 133:94. Os resultados do modelo (*mod*) e do experimento (*exp*) obtidos estão resumidos na Tabela 2.

**Tabela 2.** Resultados de MR simulados e experimentais

Código da Mistura	$C$ (K)	MR <sub>mod</sub> a 25°C (MPa)	$ E^*(\omega = 10\text{rad/s}) $	$ E^*(\omega = 62,8\text{rad/s}) $	MR <sub>mod</sub> / $ E^*(10) $	MR <sub>mod</sub> / $ E^*(62,8) $	MR <sub>exp</sub> a 25°C (MPa)	MR <sub>mod</sub> / $MR_{exp}$
CAP Replan	12.000	10.925	8.109	13.647	1,35	0,80	5.640	1,94
A3	12.000	11.567	9.135	13.949	1,27	0,83	6.930	1,67
EA3	12.000	12.820	10.399	15.088	1,23	0,85	7.280	1,76
B2	12.000	6.449	5.193	7.679	1,24	0,84	6.990	0,92
BA2	12.000	10.474	8.906	11.957	1,18	0,88	7.120	1,47
S3	12.000	9.364	7.452	11.138	1,26	0,84	6.070	1,54
SA1	12.000	8.424	7.004	9.781	1,20	0,86	8.360	1,01
EV2	12.000	10.282	8.842	11.663	1,16	0,88	10.620	0,97
EVA4	12.000	9.954	8.090	11.677	1,23	0,85	9.010	1,10
P4	12.000	10.733	8.933	12.417	1,20	0,86	8.220	1,31
PA2	12.000	14.245	11.890	16.366	1,20	0,87	8.190	1,74
SB3	12.000	8.995	7.267	10.584	1,24	0,85	6.110	1,47
SBA2	12.000	14.547	12.411	16.547	1,17	0,88	8.800	1,65
CAP Lubnor	12.000	6.422	4.701	8.035	1,37	0,80	n/d	n/d
MAC A	11.000	6.794	4.806	8.429	1,41	0,81	3.698	1,84
MAC B1	13.000	6.418	4.523	8.425	1,42	0,76	3.901	1,65
MAC B2	13.000	6.322	4.676	8.067	1,35	0,78	4.912	1,29

n/d = informação indisponível

A partir dos resultados apresentados na Tabela 2, percebe-se que os valores de módulo dinâmico a uma frequência de 10Hz (pulsação de 62,8rad/s) são sempre superiores aos dos resultados modelados de MR, mantendo máximo desvio de 24%, com média de 20%

(percentual em relação ao valor de MR). Araújo Júnior *et al.* (2009) também encontraram resultados sempre superiores de módulo dinâmico usando a expressão  $f = \frac{1}{t}$  para o cálculo da frequência quando comparados ao MR. Para as misturas estudadas, essa aproximação leva a uma superestimação do MR.

Os valores de módulo dinâmico a uma frequência de 1,59Hz (pulsção de 10rad/s), por sua vez, foram sempre inferiores aos de MR, sendo o maior desvio de 30%, com média de 21% (percentual em relação ao valor de MR). Sendo assim, este último resultado representa uma subestimação do valor de MR para as misturas estudadas. Ressalta-se, mais uma vez, que nenhum dos dois procedimentos de estimativa do MR a partir da tomada de um valor de módulo dinâmico a determinada frequência representa um processo rigoroso para o cálculo do MR.

Comparando-se os resultados modelados (MRmod) usando as séries de Prony ajustadas aos dados de módulo de estocagem obtidos na prensa hidráulica (UTM-25) com os resultados obtidos experimentalmente MRexp na prensa pneumática, nota-se que, em média, o modelo superestima o valor de MR em 41%, tendo-o, para uma das misturas, superestimado em 94%. Essas diferenças podem se dever ao não atendimento das hipóteses simplificadoras do ensaio de MR (pequenas deformações, homogeneidade, isotropia, unimodularidade, tensões e deslocamentos relacionados através da Equação de Hondros para materiais elásticos). Ressalta-se que, no ensaio de MR, normalmente é aplicada uma carga equivalente a 30% da resistência do material ensaiado, de maneira a obter um deslocamento facilmente medido pelo equipamento. Porém, como visto anteriormente, a hipótese de linearidade para materiais asfálticos é geralmente violada para deformações a partir de cerca de 0,015%. Sendo assim, é praticamente impossível garantir a hipótese de linearidade (e de pequenas deformações) em um ensaio de MR. Além disso, parte dos desvios é devida à diferença entre o pulso de carregamento executado por cada equipamento. Araújo Júnior *et al.* (2009) verificaram experimentalmente a relação entre o MR obtido em equipamento hidráulico e o MR obtido em equipamento pneumático, encontrando uma diferença de 24%. Diferenças da mesma ordem de grandeza foram encontradas por Brito (2006), que também atribuiu o desvio ao formato do pulso de carregamento. É importante notar, porém, que a enorme variação de definição de deslocamento resiliente entre as normas existentes pode levar as empresas fabricantes dos equipamentos de ensaio a adotar definições diferentes. Isso pode levar os

operadores a compararem valores de MR que não se referem ao mesmo deslocamento resiliente, quando os mesmos são fornecidos por diferentes equipamentos. No presente trabalho, para o cálculo do MR<sub>mod</sub>, adotou-se que o deslocamento resiliente equivale à diferença entre o pico de deslocamento e o deslocamento não recuperado ao fim do período de descanso de 0,9s.

Finalmente, calculou-se, para os resultados modelados de MR, a diferença no valor de rigidez obtido considerando a definição do MR instantâneo (apresentada na Revisão de Literatura) em relação ao obtido considerando como deformação resiliente aquela que é recuperada ao fim do ciclo de 1s de ensaio (MR<sub>mod</sub>). Obteve-se que, em média, o MR definido como o adotado neste trabalho (MR<sub>mod</sub>) é cerca de 20% superior ao MR instantâneo definido na maioria das normas vigentes. Ressalta-se que os motivos para a definição do MR instantâneo não são claros na literatura, normalmente se alegando que o procedimento é executado de maneira a desconsiderar a deformação viscoelástica decorrente do processo. De acordo com o que apresentaram Soares e Souza (2003), Theisen *et al.* (2007) e com o que foi obtido no presente trabalho, as deformações viscoelásticas predominam no ensaio de MR. Sendo assim, a definição do MR instantâneo não parece se basear no argumento de que se consideram apenas deformações elásticas para seu cálculo, pelo menos do ponto de vista da teoria da viscoelasticidade linear.

Deve-se observar que os valores de MR<sub>mod</sub> correspondem matematicamente à série de Prony ajustada sobre os módulos de estocagem, para as condições de carregamento do ensaio de MR. Esses resultados poderiam ter sido obtidos de maneira análoga considerando outras temperaturas e outros tempos de carregamento e de descanso, enquanto que os resultados de MR<sub>exp</sub> são obtidos apenas para uma condição de ensaio. Para o cálculo do MR a outras temperaturas, aplica-se o princípio de superposição tempo-temperatura para translação das constantes de tempo das séries de Prony e se aplicam as Equações 24, 25 e 26 para simular os ensaios de MR em cada temperatura analisada.

## **6.5. Ajustes do Modelo 2S2P1D**

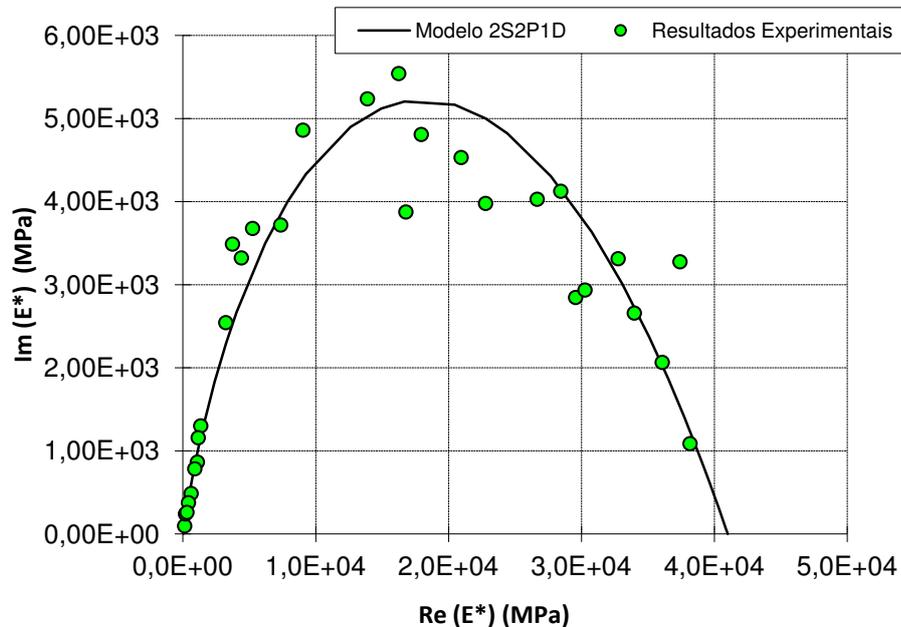
O procedimento visual de ajuste do modelo 2S2P1D pode ser realizado a partir da avaliação dos diagramas de Black e de Cole & Cole, que envolvem simultaneamente o

módulo dinâmico e o ângulo de fase. Simultaneamente, a aderência do modelo aos dados experimentais é verificada com o auxílio de outros gráficos, como as curvas mestras para o módulo dinâmico e para o ângulo de fase. Os sete coeficientes do modelo são variados até que sejam capazes de se representar os resultados experimentais obtidos. O processo pode ser executado com auxílio de planilhas eletrônicas. A planilha utilizada nos ajustes obtidos neste trabalho foi desenvolvida por pesquisadores da *École Nationale des Travaux Publics de l'État* (ENTPE), em Lyon-França, notadamente o Dr. Hervé Di Benedetto (introdutor do modelo), tendo sido gentilmente cedida para a presente pesquisa.

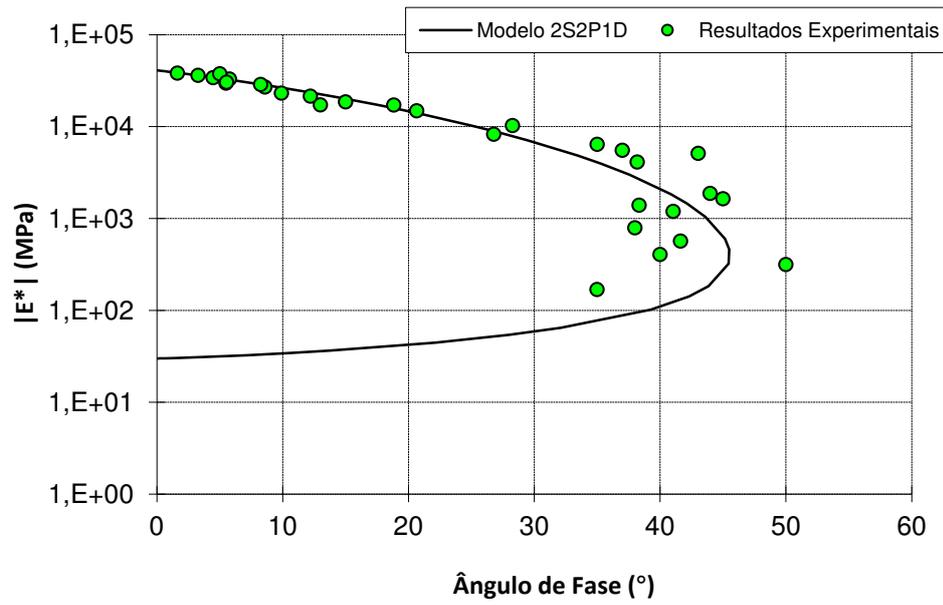
Apresenta-se nas Figuras de 22 a 25 um exemplo de ajuste do modelo, obtido para a mistura CAP Replan, cujas características foram resumidas anteriormente (Tabela 1). As constantes encontradas no ajuste indicado nas referidas figuras são apresentadas na Tabela 3.

**Tabela 3.** Parâmetros do modelo 2S2P1D (Equação 10) obtidos para a mistura CAP Replan a 21,1°C

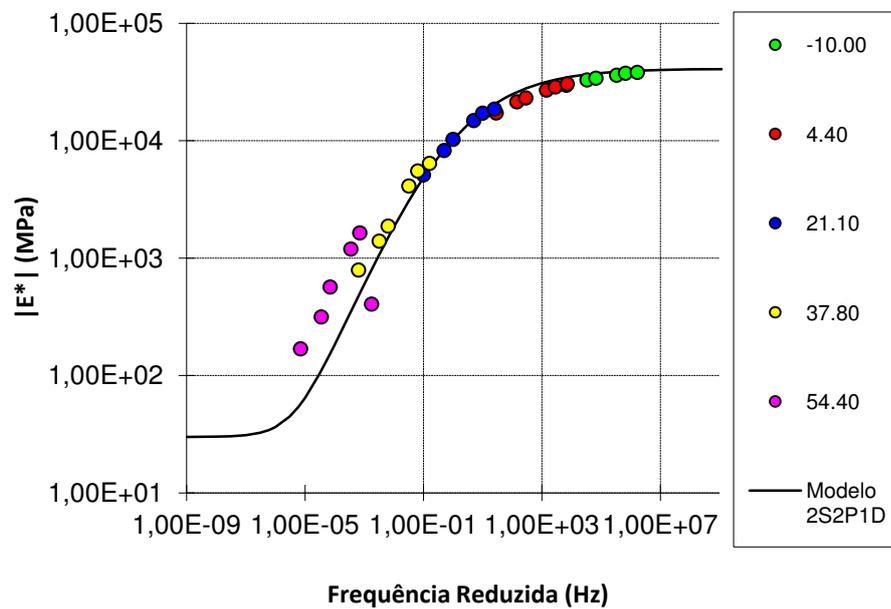
$E_{\infty}$ (MPa)	$E_0$ (MPa)	$k$	$h$	$\delta$	$\tau$ (s)	$\beta$
3,00E+01	4,10E+04	0,280	0,600	2,50	2,00E-01	1.400



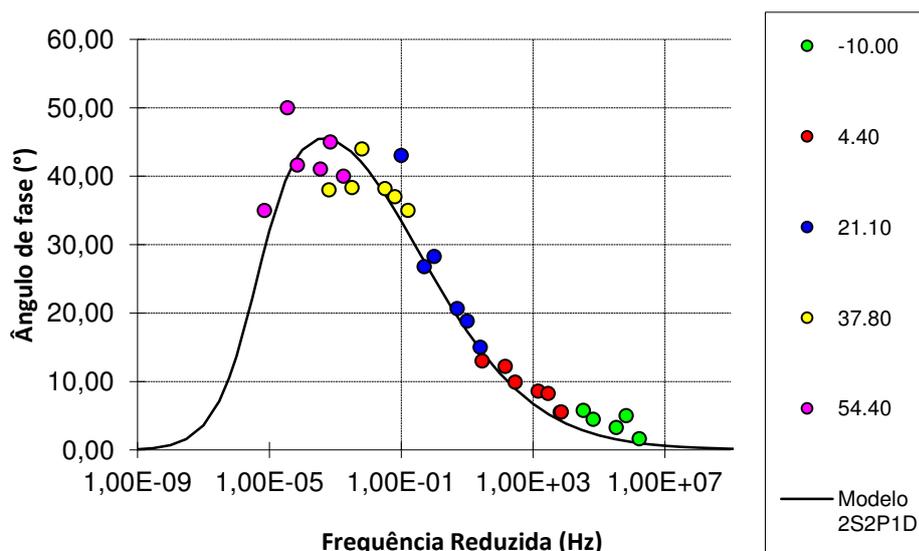
**Figura 22.** Diagrama Cole & Cole apresentando os pontos experimentais e a previsão do modelo 2S2P1D para a mistura CAP Replan a 21,1°C



**Figura 23.** Diagrama de Black apresentando os pontos experimentais e a previsão do modelo 2S2P1D para a mistura CAP Replan a 21,1°C



**Figura 24.** Curva mestra do módulo dinâmico apresentando os pontos experimentais e a previsão do modelo 2S2P1D para a mistura CAP Replan a 21,1°C



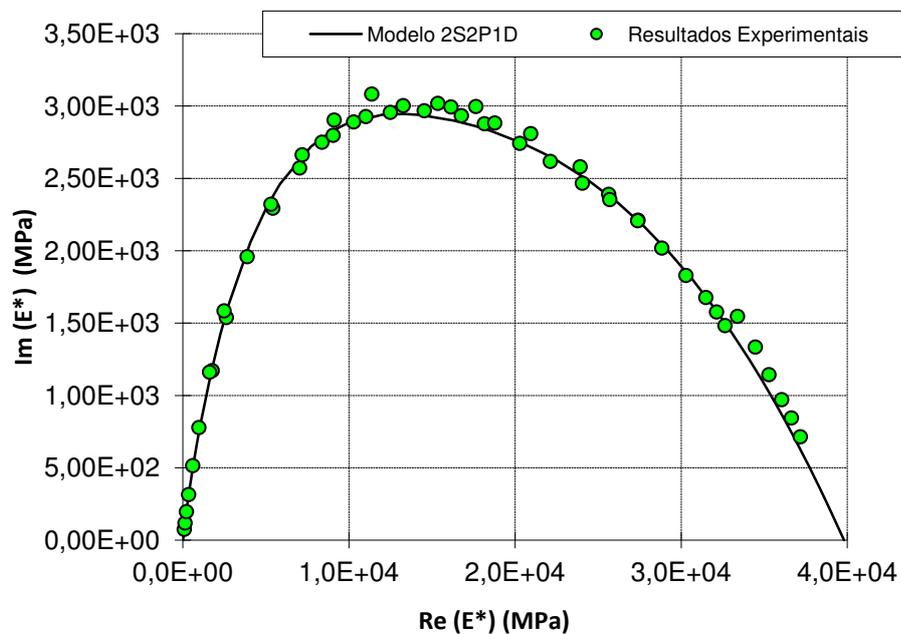
**Figura 25.** Curva mestra do ângulo de fase apresentando os pontos experimentais e a previsão do modelo 2S2P1D para a mistura CAP Replan a 21,1°C

Percebe-se, a partir da apreciação desses gráficos, que os pontos experimentais apresentaram muito ruído. Isso se deve principalmente ao fato de que os ângulos de fase foram obtidos a partir das aproximações de Booiij e Thoone (1982). Como visto anteriormente, essas aproximações levam a curvas de módulo de estocagem ( $E_1 = |E^*| \cos \varphi$ ) bastante suaves, de modo que foi possível ajustar as séries de Prony obtidas sobre esses dados. O mesmo não ocorre com os valores de módulo de perda  $E_2 = |E^*| \sin \varphi$ . Isso pode se dever ao fato de que os erros obtidos pela aproximação do ângulo são relativamente maiores para o seno que para o cosseno do ângulo de fase das misturas asfálticas. As misturas apresentam ângulos de fase (menores do que cerca de 45°) cujos cossenos são maiores que os senos. Considerando esse efeito, percebe-se na Figura 25 que, para os ângulos de fase maiores (valores dos cossenos próximos aos dos senos), os pontos obtidos são mais dispersos.

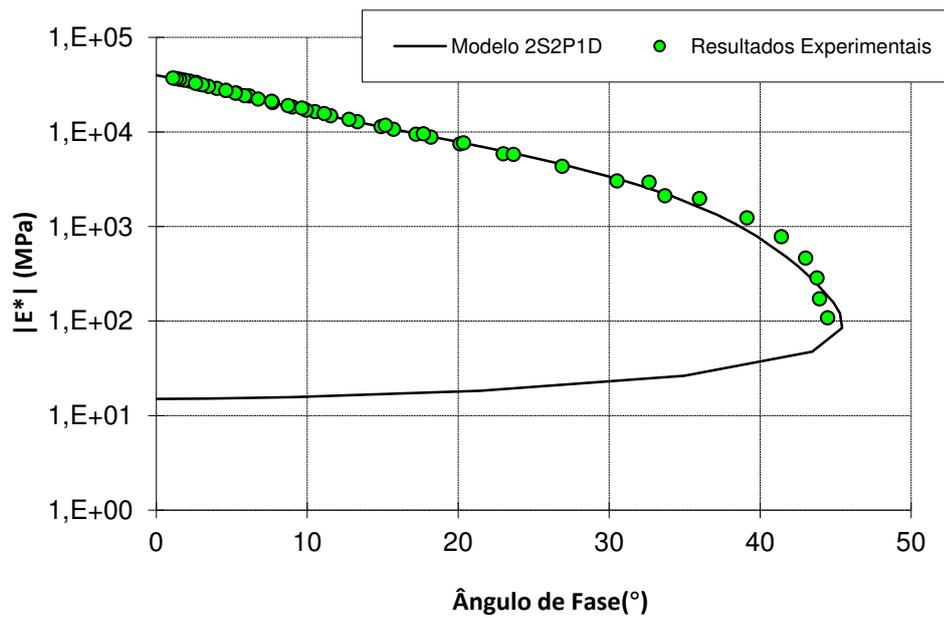
É importante lembrar que o procedimento aproximado de obtenção dos ângulos de fase a partir do módulo dinâmico foi de importante utilização neste trabalho, pois a obtenção experimental dos mesmos é bastante complicada. Atualmente, o próprio sistema computacional da prensa hidráulica (UTM) calcula, a partir dos sinais de tensão e de deformação, o módulo dinâmico e o ângulo de fase. Porém, é importante perceber que, enquanto os valores de módulo não são muito afetados pelo tratamento de sinais (pois os picos de tensão e de deformação são pouco sensíveis à taxa de leitura dos pontos experimentais), o mesmo não é verdadeiro para o ângulo de fase, que precisa ser medido

exatamente entre os picos de tensão e de deformação correspondentes. Isso pode explicar por quê os ângulos são de difícil aquisição experimental. Recomendam-se os aperfeiçoamentos do experimento e, principalmente, da análise dos sinais de tensão e de deformação obtidos, possivelmente em sistema computacional independente da prensa hidráulica, para que os ângulos de fase possam ser obtidos experimentalmente, o que deve permitir o ajuste do modelo 2S2P1D.

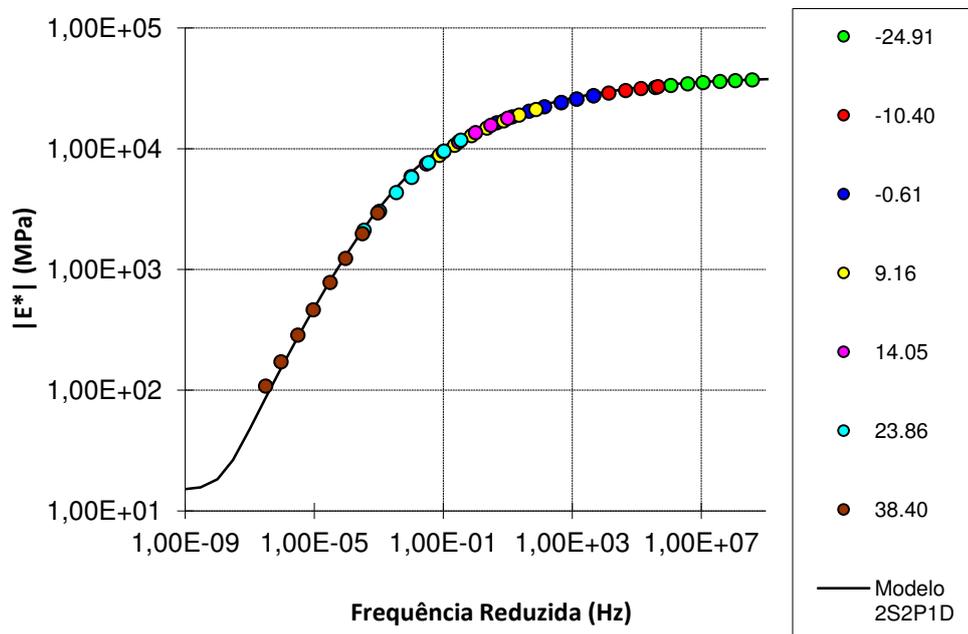
Para ilustrar a capacidade que o modelo 2S2P1D apresenta de representar dados experimentais de misturas asfálticas, é apresentado nas Figuras de 26 a 29 um exemplo de ajuste do modelo aos dados experimentais de uma mistura asfáltica estudada na ENTPE. As curvas foram construídas considerando a temperatura de 14°C.



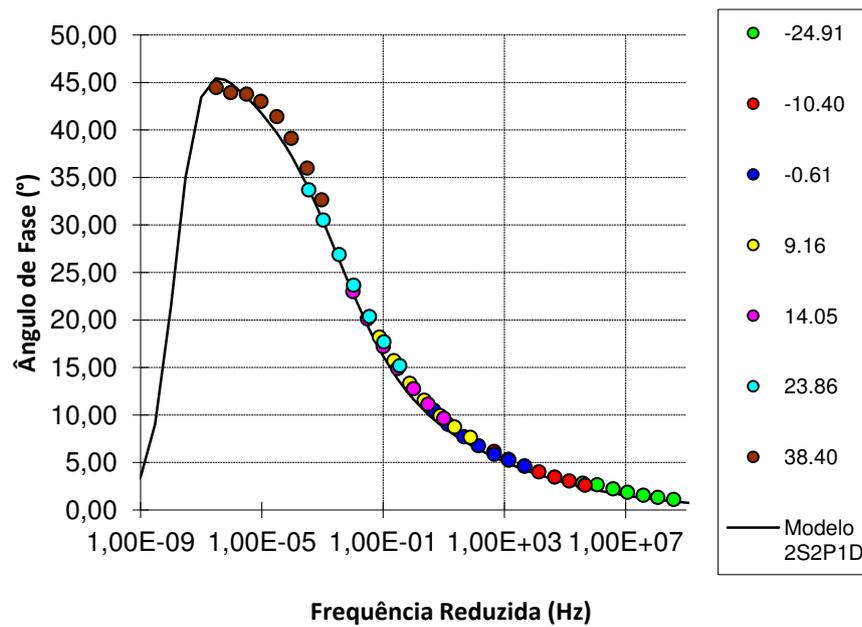
**Figura 26.** Diagrama Cole & Cole apresentando os pontos experimentais e a previsão do modelo 2S2P1D para a mistura asfáltica estudada na ENTPE a 14°C



**Figura 27.** Diagrama de Black apresentando os pontos experimentais e a previsão do modelo 2S2P1D para a mistura asfáltica estudada na ENTPE a 14°C



**Figura 28.** Curva mestra do módulo dinâmico apresentando os pontos experimentais e a previsão do modelo 2S2P1D para a mistura asfáltica estudada na ENTPE a 14°C



**Figura 29.** Curva mestra do ângulo de fase apresentando os pontos experimentais e a previsão do modelo 2S2P1D para a mistura estudada na ENTPE a 14°C

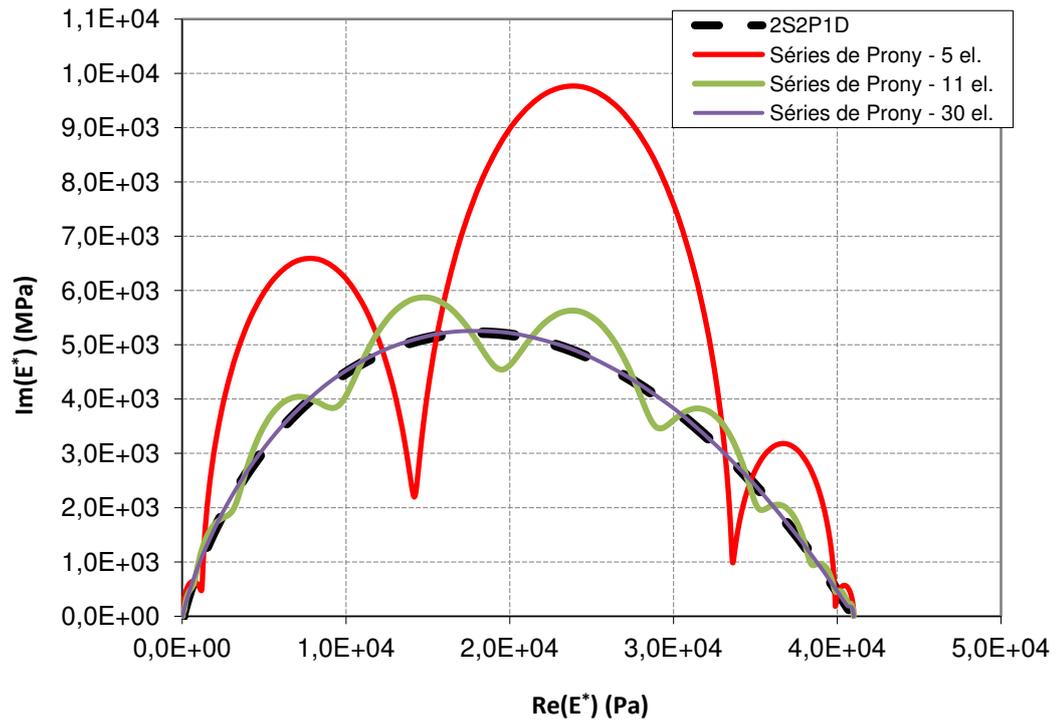
A partir da visualização das Figuras de 26 a 29, percebe-se que o modelo 2S2P1D pode representar bem os dados experimentais de propriedades viscoelásticas lineares de misturas asfálticas, desde que tanto os módulos dinâmicos como os ângulos de fase sejam obtidos experimentalmente e com o maior rigor possível. Apresentam-se na Tabela 4 os parâmetros utilizados na obtenção das curvas anteriormente apresentadas para a mistura asfáltica estudada na ENTPE.

**Tabela 4.** Parâmetros do modelo 2S2P1D (Equação 10) obtidos para a mistura asfáltica estudada na ENTPE a 14°C

$E_{\infty}$ (MPa)	$E_0$ (MPa)	$k$	$h$	$\delta$	$\tau$ (s)	$\beta$
1,50E+01	3,98E+04	0,160	0,500	2,50	3,00E+00	1.400

A fim de se elucidar a diferença entre a previsão de propriedades a partir de um modelo de espectro discreto (Séries de Prony) e de um modelo de espectro contínuo (modelo 2S2P1D), apresentam-se na Figura 30, resultados previstos por ambos os modelos para um mesmo conjunto de dados experimentais. Os dados são referentes à mistura CAP Replan. A série de Prony foi obtida a partir do modelo 2S2P1D, de modo que o procedimento de ajuste não afetasse a comparação entre os modelos. Esse ajuste foi feito a partir de um procedimento de minimização de quadrados, com restrição para se obterem apenas constantes de rigidez

positivas, com algoritmo implementado pelo Dr. Hervé Di Benedetto na planilha fornecida por ele para a elaboração deste trabalho. São apresentados simultaneamente resultados de séries de Prony com 5, 11 e 30 elementos, de modo que se visualize como o modelo de espectro discreto vai se aproximando do modelo de espectro contínuo, à medida que mais elementos viscoelásticos são utilizados.



**Figura 30.** Comparação entre as previsões de modelos de espectro discreto (Séries de Prony) e modelos de espectro contínuo com diferente número de elementos (2S2P1D)

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O presente trabalho apresentou a formulação mais simples para representação do comportamento viscoelástico linear de materiais asfálticos: séries de Prony. Durante a pesquisa, 26 misturas asfálticas tiveram seus comportamentos mecânicos (módulo dinâmico e ângulo de fase) ajustados por séries de Prony, formando um primeiro banco de dados de viscoelasticidade linear de misturas brasileiras. Além disso, apresentou-se uma maneira prática de estimar o ângulo de fase a partir de dados de módulo dinâmico em diferentes frequências, utilizando as aproximações de Booij e Thoone (1982) (relações de Kramers-Kronig). A técnica se apresenta como uma alternativa eficiente para evitar as dificuldades inerentes à obtenção experimental do ângulo de fase de misturas asfálticas. A partir da comparação entre os ângulos de fase obtidos (experimentalmente e pelas relações de Kramers-Kronig) e das curvas de relaxação referentes às séries de Prony obtidas, concluiu-se que as relações de Kramers-Kronig são suficientes para a obtenção do ângulo de fase no que diz respeito ao ajuste de modelos de espectro discreto. Ressalta-se que, em muitos casos, a obtenção experimental do ângulo de fase apresenta dificuldades, com dados de difícil análise, portanto, tais dados nem sempre estão disponíveis. Deve-se ressaltar, porém, que a utilização de ângulos de fase obtidos pelas aproximações de Kramers-Kronig dificulta o ajuste de modelos que utilizam elementos parabólicos e resultam em espectros contínuos de relaxação. Isso se deve aos ruídos gerados nos planos Cole & Cole e nos diagramas de Black obtidos usando-se ângulos de fase estimados pelas aproximações.

Com os resultados obtidos, é possível estimar o comportamento mecânico (tensão e deformação) das misturas asfálticas estudadas sob diferentes carregamentos (solicitação cíclica, monotônica, carregamento constante, carregamento aleatório etc) utilizando as integrais de convolução (Equação 4) que representam o comportamento viscoelástico linear. É claro que condições de linearidade (Equação 11) devem ser atendidas para a aplicação do modelo. Deve-se ressaltar que, ainda hoje, no Brasil, o modelo elástico linear é o mais aplicado ao comportamento de misturas asfálticas, apesar do vasto reconhecimento de propriedades viscoelásticas em misturas asfálticas, que foram confirmadas durante a análise dos resultados deste trabalho. Com os resultados aqui gerados, possibilita-se a análise de tensões e de deformações em pavimentos considerando as propriedades viscoelásticas lineares do revestimento, desde que se disponha de um programa computacional de análise

viscoelástica com elementos finitos. O Laboratório de Mecânica dos Pavimentos da Universidade Federal do Ceará (LMP/UFC) vem trabalhando num *software* desse tipo e já é capaz de executar análises considerando as propriedades viscoelásticas lineares dos pavimentos (Portela *et al.*, 2008; Portela, 2011).

É importante sublinhar que modelos mais complexos que o apresentado neste trabalho vêm sendo utilizados para caracterização de misturas asfálticas quando os carregamentos provocam não-linearidade na resposta do material, proveniente de dano por exemplo. Em geral, tais modelos utilizam o desvio dos resultados experimentais em relação à estimativa do modelo viscoelástico linear para a resposta mecânica durante um ensaio que induza dano. Trata-se da aplicação de conceitos da Mecânica do Dano Contínuo. A incorporação da caracterização do dano em materiais asfálticos é deixada como sugestão para futuras investigações.

Ao fim deste trabalho, espera-se ter facilitado a obtenção de propriedades fundamentais viscoelásticas lineares para misturas asfálticas. Do ponto de vista do tratamento dos dados experimentais, sublinha-se que a ferramenta ViscoLab<sup>TM</sup> permitiu o tratamento dos resultados de forma prática e rápida, desde que a escolha dos tempos de relaxação e de retardação arbitrados seja feita de maneira cuidadosa. Ainda serão incluídas rotinas para construção de curvas mestras e serão aprimoradas as rotinas já implementadas para ajuste de curvas. Futuramente, serão desenvolvidas ferramentas de ajuste de propriedades de dano no ambiente do ViscoLab<sup>TM</sup>.

Outras sugestões para trabalhos futuros seriam: a investigação da influência do formato do pulso de carregamento aplicado no ensaio de MR, através de modelagem viscoelástica linear; a comparação da eficiência computacional dos modelos com análogos parabólicos com a das Séries de Prony, que são sugeridas pela literatura para análise de elementos finitos por presumidamente apresentarem menor custo computacional; e, finalmente, o aperfeiçoamento dos métodos experimentais relativos à caracterização viscoelástica linear, de modo a garantir a obtenção de ângulos de fase confiáveis. Quanto ao formato do pulso de carregamento para modelagem do ensaio de MR, no presente trabalho, adotou-se a função *haversine*, recomendada pelas normas do ensaio. A literatura sugere, porém, que parte dos desvios encontrados em ensaios de MR pode ser devida ao formato do pulso de carregamento. Tal afirmação precisa ser verificada. Quanto à eficiência

computacional, sugere-se comumente a utilização das séries de Prony por se utilizarem de funções exponenciais, mais facilmente processadas por computadores. Porém, a depender da quantidade de elementos utilizada, essa eficiência pode ser comparável à dos modelos parabólicos, como o 2S2P1D, que apresenta apenas sete constantes a determinar. Fica como sugestão para trabalhos futuros a comparação do custo computacional dos dois modelos. Para a aplicação do modelo 2S2P1D, verificou-se que a obtenção experimental de ângulos de fase mais confiáveis que os apresentados neste trabalho é essencial, sendo necessário o aperfeiçoamento dos ensaios de caracterização viscoelástica linear aqui apresentados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AASHTO TP 62 (2003) **Standard method of test for determining dynamic modulus of hot mix asphalt (HMA)**. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C.

AASHTO TP 31-94 (1994) **Standard test method for determination of the resilient modulus of bituminous mixtures by indirect tension**. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C.

ABNT NBR 16018:2011 (2011) **Misturas asfálticas – Determinação da rigidez por compressão diametral sob carga repetida**. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

ASTM D3497-79 (2003) **Standard test method for dynamic modulus of asphalt mixtures**. American Society for Testing and Materials.

Araújo Júnior, P. C.; Ferreira, W. L. G.; Castelo Branco, V. T. F.; Soares, J. B. (2009) **Considerações a respeito dos ensaios de módulo de resiliência e módulo dinâmico**. XXIII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes - ANPET, Vitória, Brasil.

Bari, J; Witczak, M. W. (2006) **Development of a new revised version of the Witczak E\* Predictive Model for hot mix asphalt mixtures**. Journal of Asphalt Paving Technologists, Proceedings of the Annual Meeting, Association of Asphalt Paving Technologists, Vol. 75 381-424.

Bernucci, L. B., Motta, L. M. G., Ceratti, J. A. P. e Soares, J. B. **Pavimentação Asfáltica – Formação Básica para Engenheiros**. 1. ed. Rio de Janeiro: PETROBRAS: ABEDA, 2008.

Boltzmann, L. (1874) **Zur theorie der elastischen nachwirkung**. Pogg. Ann. Physik, Vol. 70, pp. 275-306.

Booij, H. C e Thoone, G. P. J. M. (1982) **Generalization of Kramers-Kronig transforms and some approximations of relations between viscoelastic quantities**. Rheol Acta, Vol. 21, pp. 15-24.

Brito, L. A. T. (2006) **Avaliação e análise paramétrica do ensaio de compressão diametral sob cargas repetidas em misturas asfálticas**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Chabot A.; Chupin O.; Deloffre L.; Duhamel, D. (2010) **Viscoroute 2.0: a tool for the simulation of moving load effects on asphalt pavement**. Road Materials and Pavement Design (RMPD) Special Issue on Recent Advances in Numerical Simulation of Pavements, 11 (2): 227-250. Lavoisier, Paris.

Christensen, R. M. (1982) **Theory of viscoelasticity** (2<sup>a</sup> ed.). Academic, New York.

Christensen Jr., D. W.; Pellinen, T.; Bonaquist, R. F. (2003) **Hirsch model for estimating the modulus of asphalt concrete**. Journal of Asphalt Paving Technologists, Proceedings of the Annual Meeting, Association of Asphalt Paving Technologists, Vol. 72, pp. 97-121.

Clyne, T. R.; Li, X.; Marasteanu, M. O.; and Skok, E.L. (2003) **Dynamic and resilient modulus of MN/DOT asphalt mixtures**. MN/RC-2003-09. Minnesota Department of Transportation, Minneapolis.

CNT (2011) **15ª Pesquisa CNT de rodovias**. Confederação Nacional do Transporte. Brasília.

Coutinho, R. P. (2012) **Utilização da Parte Fina de Misturas Asfálticas para Avaliação do Dano por Fadiga**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes, UFC.

Daniel, J. S.; Kim, Y. R. (2002) **Development of a simplified fatigue test and analysis procedure using a viscoelastic, continuum damage model**. J. Assn. Asphalt Paving Technologists, Vol. 71, pp. 619-650.

Daniel, J. S.; Kim, Y. R.; J. Lee (1998) **Effects of aging on viscoelastic properties of asphalt-aggregate mixtures**. Transportation Research Record, Nº 1630, pp. 21-27.

Delaporte, B.; Di Benedetto, H.; Chaverot, P.; Gauthier, G. (2007) **Linear viscoelastic properties of bituminous materials: from binders to mastics**. Journal of Asphalt Paving Technologists, Proceedings of the Annual Meeting, Association of Asphalt Paving Technologists, Vol. 76, pp. 393-430.

Di Benedetto, H.; Olard F.; Sauzéat, C.; Delaporte, B. (2004) **Linear viscoelastic behaviour of bituminous materials: from binders to mixes**. International Journal of Road Materials and Pavement Design, 5 (SI), pp. 163–202.

Di Benedetto, H.; Mondher, N.; Sauzéat, C.; Olard, F. (2007a) **Three-dimensional thermo-viscoplastic behaviour of bituminous materials: the DBN model**. International Journal of Road Materials and Pavement Design. 8(2), pp. 285-315.

Di Benedetto, H., Delaporte, B., Sauzéat, C. (2007b) **Three-dimensional linear behavior of bituminous materials: Experiments and modeling**. International Journal of Geomechanics, Vol. 7, pp. 149-157.

DNER-ME 133 (1994) **Misturas betuminosas – Determinação do módulo de resiliência**, Departamento Nacional de Estradas de Rodagem – Método de Ensaio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Ferry, J. D. (1980) **Viscoelastic properties of polymers**, John Wiley & Sons Inc.

Flintsch, G. W.; Al-Qadi, I. L.; Loulizi, A.; Mokarem, D. (2005) **Laboratory tests for hot-mix asphalt characterization in virginia**. VTRC 05-CR22. Virginia Transportation Research Council, Charlottesville.

Flintsch, G. W.; Loulizi, A.; S. D. Diefenderfer; Galal, K. A.; Diefenderfer, B. (2007) **Asphalt materials characterization in support of implementation of the proposed**

**mechanistic-empirical pavement design guide.** VTRC 07-CR10. Virginia Transportation Research Council, Charlottesville.

Gibson, N. H.; Schuartz, C. W.; Schapery, R. A.; Witczak, M. W. (2003) **Viscoelastic, viscoplastic, and damage modeling of asphalt concrete in unconfined compression.** Journal of the Transportation Research Board (TRB), N° 1860, pp. 3-15.

Haas, R., Hudson, W. R. e Zaniewski, J. (1994) **Modern pavement management.** Krieger Publishing Company, Malabar, Florida.

Hammoum, F.; Chailleux, E.; Nguyen, H-N. ; Erhlicher, A.; Piau, J-M ; Bodin, D. (2009) **Experimental and numerical analysis of crack initiation and growth in thin film.** Road Materials and Pavement Design. EATA, pp. 39-61.

Hondros, G. (1959) **The evaluation of Poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the Brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete.** Australian Journal of Applied Science. Vol.10(3) pp.243-268.

Huang, Y. H. (2004) **Pavement Analysis and Design.** Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, EUA.

Huet, C (1963) **Etude par une méthode d'impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés.** Tese de doutorado. Faculté des Sciences de l'université de Paris, Paris.

IPEA (2010) **Brasil em desenvolvimento: estado, planejamento e políticas públicas.** Vol. 2. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA. Brasília.

Katicha, S. W. (2007) **Analysis of hot-mix asphalt (HMA) linear viscoelastic and bimodular properties using uniaxial compression and indirect tension (IDT) tests.** Ph.D. dissertation. Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.

Kim, Y. R.; Seo, Y.; King, M.; Momen, M. (2004) **Dynamic modulus testing of asphalt concrete in indirect tension mode.** Transportation Research Record, N° 1891, pp. 163-173.

Komba, J. W.; Maina, W.; Anochie-Boateng, J. K.; O'Connell, J. (2012) **Analytical modelling of visco-elastic behaviour of hot-mix asphalt.** 31st Southern African Transport Conference. Pretoria, South Africa.

LaCroix, A.; Kim, Y. R.; Ranjithan, S. R. (2008) **Backcalculation of the dynamic modulus from the resilient modulus of asphalt concrete using an artificial neural network.** Journal of Transportation Research Board, No. 2057, National Research Council, Washington, D.C., pp. 107-113.

Lee, H. J.; Kim, Y. R. (1998) **Viscoelastic constitutive model for asphalt concrete under cyclic loading.** Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124(1), pp. 32-40.

Lee, H. S.; Kim, J. (2011) **Backcalculation of dynamic modulus from resilient modulus test data.** Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 38, pp. 582-592.

Loulizi, A.; Flintsch., G. W.; Al-Qadi I. L.; Mokarem, D. W. (2006) **Comparing resilient modulus and dynamic modulus of hot-mix asphalt as material properties for flexible pavement design**. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, Nº 1970, National Research Council, Washington D.C., pp. 161-170.

Medeiros, M.S. (2006) **Estudo da interconversão entre o módulo complexo e a creep compliance na caracterização de misturas asfálticas**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes, UFC.

Medina, J.; Motta, L. M. G. (2005) **Mecânica dos Pavimentos**. 2 ed., Rio de Janeiro, RJ, Editora Imagemaker Interactive.

Motta, L. M. G. (1991) **Método de dimensionamento de pavimentos flexíveis, critério de confiabilidade e ensaios de carga repetida**, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

NCHRP 1-28 (1996) **Proposed test protocol for determination of resilient modulus of bituminous mixtures by indirect tension**. National Cooperative Highway Research Program (NCHRP).

NCHRP 1-28A (2003) **Recommended standard test method for determination of the resilient modulus of bituminous mixtures by indirect tension**. National Cooperative Highway Research Program (NCHRP).

Olard, F.; Di Benedetto, H. (2003) **General 2S2P1D model and relation between the linear viscoelastic behaviours of bituminous binders and mixes**. International Journal of Road Materials and Pavement Design. Vol. 4, n. 2, pp. 185-244.

Onofre, F. P. (2012) **Avaliação do efeito da modificação de ligantes asfálticos por ácido polifosfórico e polímeros na resistência à deformação permanente de misturas asfálticas**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes, UFC.

Park, S. W.; Kim, Y. R.; Schapery, R. A., (1996) **A viscoelastic continuum damage model and its application to uniaxial behavior of asphalt concrete**. Mechanics of Materials, Vol. 24, pp. 241-255, 1996.

Park, S. W.; Kim, Y. R. (1998) **Analysis of layered viscoelastic system with transient temperatures**. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124, nº 2, pp. 223-231.

Park, S. K.; Kim, Y. R. (2001) **Fitting Prony-Series viscoelastic models with power-law presmoothing**. Journal of Materials in Civil Engineering. 13(1), pp. 26–32.

Portela, E. L.; Parente Júnior, E; Botelho, R. P.; Holanda, A. S. (2008) **Análise viscoelástica de pavimentos asfálticos pelo método dos elementos finitos**. XXII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, ANPET, Fortaleza, pp. 1484-1495.

Portela, E. L. (2011) **Análise viscoelástica de materiais betuminosos considerando os efeitos da temperatura e do dano**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes, UFC.

Pronk, A. C. (2003) **The variable dashpot**. Ministry of water and transport, Rijkswaterstaat: Delft, Holanda.

Pronk, A. C. (2006) **The Huet-Sayegh Model: A Simple and Excellent Rheological Model for Master Curves of Asphaltic Mixes**. Geotechnical Special Publications of the American Society of Civil Engineers (ASCE). Asphalt Concrete: Simulation, Modeling and Characterization. Proceedings of the R. Lytton Symposium on Mechanics of Flexible Pavements in June 2005, Baton Rouge, Louisiana, USA.

Roberts, F. L.; Kandhal, P. S.; Brown, E. R.; Lee, D-Y.; Kennedy, T. W. (1996) **Hot mix asphalt materials, mixture, design, and construction**, Segunda Edição, NAPA Education Foundation, Lanham, Maryland.

Sayegh, G. (1965) **Variation des modules de quelques bitumes purs et bétons bitumineux**. Tese de doutorado. Faculté des Sciences de l'université de Paris, Paris.

Schapery, R. A. (1962) **Irreversible Thermodynamics and Variational Principles with Applications to Viscoelasticity**. Ph.D. dissertation. California Institute of Technology, Pasadena, California.

Schapery, R. A. (1967) **Stress analysis of viscoelastic composite materials**. Journal of Composite Materials, 1, pp. 228-267.

Schapery, R. A. (1974) **Viscoelastic behavior and Analysis of Composite Materials**. In: Sendekyj, G. P. (eds) Mechanics of Composite Materials. New York, USA.

Schapery, R. A. (1975), **A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media, Part I: Theoretical development, Part II: Approximate methods of analysis, Part III: Analysis of continuous growth**, Int. J. Fract., 11, pp. 141-159, pp. 369-388, pp. 549-562.

Silva, H. N. (2009) **Caracterização viscoelástica linear de misturas asfálticas: Operacionalização Computacional e Análise pelo Método dos Elementos Finitos**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes, UFC.

Silva, H. N.; Sousa, P. C.; De Holanda, A. S.; Soares, J. B. (2008) **Computer program for linear viscoelastic characterization using Prony Series**. XXIX CILAMCE – Congresso Ibero-Latinoamericano de Métodos Computacionais em Engenharia. Maceió, Brasil.

Sousa, P. C.; Soares, J. B. (2007) **Método da colocação para obtenção de séries de Prony usadas na caracterização viscoelástica de materiais asfálticos**. XXI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes - ANPET, Rio de Janeiro, Brasil.

Soares, J. B.; Souza, F. V. (2002) **Verificação do comportamento viscoelástico linear em misturas asfálticas**. 16º Encontro de Asfalto, IBP, Rio de Janeiro.

Soares, J.B.; Souza, F.V. (2003) **Considerações sobre módulo resiliente e módulo dinâmico em misturas asfálticas com base na teoria da viscoelasticidade**. XII Congresso Ibero-Latinoamericano do Asfalto, Quito.

Soares, J. B.; A. Mateos e L. M. G. Motta (2009) **Aspectos gerais de métodos de dimensionamento de pavimentos asfálticos de vários países e a relação com um novo método brasileiro**. Revista Pavimentação, ABPv.

Sousa, P. C. ; Silva, H. N. ; Soares, J. B. **Método da colocação para obtenção de séries de Prony usadas na caracterização viscoelástica de materiais asfálticos**. XXI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes – ANPET. Rio de Janeiro, Brasil. 2007.

Souza, F. V.; Soares, J.B. (2002) **Previsão do comportamento mecânico de misturas asfálticas a partir dos resultados do ensaio de creep estático**. XVI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, ANPET, Natal, pp. 29-41.

Souza, F. V. (2012) **Proposta de modelo constitutivo viscoelástico não-linear para materiais asfálticos em regime de grandes deformações**. Revista Transportes, v. 20, n 3. pp. 54-61.

Teixeira, V. F.; Souza, F. V.; Soares J.B. (2007) **Modelagem da vida de fadiga e do acúmulo de deformações permanentes em pavimentos asfálticos por meio de um modelo de dano contínuo**. Revista Transportes, v. 15, n. 2, pp. 17-25.

Theisen, K.M.; Nuñez, W.P.; Bittencourt E. (2007) **Modelagem do ensaio de módulo dinâmico e de compressão diametral de cargas cíclicas através de curva de fluência e do princípio da correspondência elasto-viscoelástica**. XXI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes – ANPET. Rio de Janeiro, Brasil. 2007.

Williams, M. L.; Landel, R. F.; Ferry, J. D. (1955) **The temperature dependence relaxation mechanism in amorphous polymers and other glass forming liquids**. Journal of ACS, vol. 77, pp. 3701.

Williams, M. L. (1964) **Structural analysis of viscoelastic materials**. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal. Vol. 2(5). pp. 785-808.

Witczak, M. W.; Fonseca, O. A. (1996) **Revised predictive model for dynamic (complex) modulus of asphalt mixtures**. Transportation Research Record, 1540:15-23.

Woldekidan, M. F. (2011) **Response modelling of bitumen, bituminous mastic and mortar**. Tese de Doutorado. Delft University of Technology, Delft, Holanda.

Zhang, Y.; Luo, R.; Lytton, R. L. (2012) **Characterizing permanent deformation and fracture of asphalt mixtures by using compressive dynamic modulus tests**. Journal of Materials in Civil Engineering, 24(7), pp. 898-906.

## APÊNDICE

### Banco de dados de Séries de Prony para misturas asfálticas brasileiras

CAP Replan

Espectro de Relaxação

	$\rho_i$ (s)	$E_i$ (MPa)
<b>1</b>	1.00E-07	2.55E+03
<b>2</b>	1.00E-06	3.51E+03
<b>3</b>	1.00E-05	3.38E+03
<b>4</b>	1.00E-04	6.61E+03
<b>5</b>	1.00E-03	3.73E+03
<b>6</b>	1.00E-02	5.24E+03
<b>7</b>	1.00E-01	7.25E+03
<b>8</b>	1.00E+00	3.32E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.85E+03
<b>10</b>	1.00E+02	1.68E+01
<b>11</b>	1.00E+03	3.21E+02
$\infty$		7.00E+02

Espectro de Retardação

	$\tau_i$ (s)	$D_i$ (MPa <sup>-1</sup> )
<b>1</b>	1.00E-07	1.60E-06
<b>2</b>	1.00E-06	2.79E-06
<b>3</b>	1.00E-05	3.07E-06
<b>4</b>	1.00E-04	8.00E-06
<b>5</b>	1.00E-03	9.23E-06
<b>6</b>	1.00E-02	1.14E-05
<b>7</b>	1.00E-01	3.95E-05
<b>8</b>	1.00E+00	8.59E-05
<b>9</b>	1.00E+01	2.02E-04
<b>10</b>	1.00E+02	7.95E-04
<b>11</b>	1.00E+03	1.57E-05
<b>g</b>		2.53E-05

A3

Espectro de Relaxação

	$\rho_i$ (s)	$E_i$ (MPa)
<b>1</b>	1.00E-07	1.73E+03
<b>2</b>	1.00E-06	3.43E+03
<b>3</b>	1.00E-05	3.53E+03
<b>4</b>	1.00E-04	5.72E+03
<b>5</b>	1.00E-03	5.49E+03
<b>6</b>	1.00E-02	5.44E+03
<b>7</b>	1.00E-01	6.13E+03
<b>8</b>	1.00E+00	3.51E+03
<b>9</b>	1.00E+01	3.04E+03
<b>10</b>	1.00E+02	6.72E+02
<b>11</b>	1.00E+03	2.86E+02
$\infty$		1.00E+03

Espectro de Retardação

	$\tau_i$ (s)	$D_i$ (MPa <sup>-1</sup> )
<b>1</b>	1.00E-07	1.05E-06
<b>2</b>	1.00E-06	2.44E-06
<b>3</b>	1.00E-05	3.07E-06
<b>4</b>	1.00E-04	6.12E-06
<b>5</b>	1.00E-03	9.96E-06
<b>6</b>	1.00E-02	1.44E-05
<b>7</b>	1.00E-01	3.33E-05
<b>8</b>	1.00E+00	6.42E-05
<b>9</b>	1.00E+01	1.35E-04
<b>10</b>	1.00E+02	4.40E-04
<b>11</b>	1.00E+03	2.29E-04
<b>g</b>		2.50E-05

EA3

Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.31E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.71E+03
<b>3</b>	1.00E-05	4.42E+03
<b>4</b>	1.00E-04	5.40E+03
<b>5</b>	1.00E-03	4.13E+03
<b>6</b>	1.00E-02	5.73E+03
<b>7</b>	1.00E-01	5.87E+03
<b>8</b>	1.00E+00	4.83E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.88E+03
<b>10</b>	1.00E+02	4.23E+02
<b>11</b>	1.00E+03	3.58E+02
$\infty$		1.40E+03

Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	1.39E-06
<b>2</b>	1.00E-06	1.96E-06
<b>3</b>	1.00E-05	3.58E-06
<b>4</b>	1.00E-04	6.40E-06
<b>5</b>	1.00E-03	7.21E-06
<b>6</b>	1.00E-02	1.27E-05
<b>7</b>	1.00E-01	2.74E-05
<b>8</b>	1.00E+00	5.47E-05
<b>9</b>	1.00E+01	1.65E-04
<b>10</b>	1.00E+02	2.97E-04
<b>11</b>	1.00E+03	6.43E-05
<b>g</b>		2.47E-05

B2

Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.62E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.75E+03
<b>3</b>	1.00E-05	3.10E+03
<b>4</b>	1.00E-04	3.52E+03
<b>5</b>	1.00E-03	4.44E+03
<b>6</b>	1.00E-02	3.75E+03
<b>7</b>	1.00E-01	3.05E+03
<b>8</b>	1.00E+00	2.03E+03
<b>9</b>	1.00E+01	1.60E+03
<b>10</b>	1.00E+02	4.83E+02
<b>11</b>	1.00E+03	1.92E+02
$\infty$		6.00E+02

Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	3.26E-06
<b>2</b>	1.00E-06	4.74E-06
<b>3</b>	1.00E-05	6.26E-06
<b>4</b>	1.00E-04	9.96E-06
<b>5</b>	1.00E-03	1.86E-05
<b>6</b>	1.00E-02	3.40E-05
<b>7</b>	1.00E-01	5.89E-05
<b>8</b>	1.00E+00	1.06E-04
<b>9</b>	1.00E+01	2.32E-04
<b>10</b>	1.00E+02	6.25E-04
<b>11</b>	1.00E+03	4.89E-04
<b>g</b>		3.55E-05

BA2

Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.99E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.86E+03
<b>3</b>	1.00E-05	2.94E+03
<b>4</b>	1.00E-04	3.66E+03
<b>5</b>	1.00E-03	5.44E+03
<b>6</b>	1.00E-02	4.71E+03
<b>7</b>	1.00E-01	3.66E+03
<b>8</b>	1.00E+00	3.53E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.62E+03
<b>10</b>	1.00E+02	9.31E+02
<b>11</b>	1.00E+03	3.00E+02
$\infty$		1.30E+03

Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	2.43E-06
<b>2</b>	1.00E-06	3.17E-06
<b>3</b>	1.00E-05	3.55E-06
<b>4</b>	1.00E-04	5.67E-06
<b>5</b>	1.00E-03	1.15E-05
<b>6</b>	1.00E-02	2.04E-05
<b>7</b>	1.00E-01	2.84E-05
<b>8</b>	1.00E+00	5.22E-05
<b>9</b>	1.00E+01	1.29E-04
<b>10</b>	1.00E+02	2.83E-04
<b>11</b>	1.00E+03	1.97E-04
<b>g</b>		2.86E-05

S3

Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.75E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.98E+03
<b>3</b>	1.00E-05	4.25E+03
<b>4</b>	1.00E-04	4.92E+03
<b>5</b>	1.00E-03	4.65E+03
<b>6</b>	1.00E-02	4.90E+03
<b>7</b>	1.00E-01	4.59E+03
<b>8</b>	1.00E+00	3.59E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.08E+03
<b>10</b>	1.00E+02	6.79E+02
<b>11</b>	1.00E+03	3.07E+02
$\infty$		3.50E+02

Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	2.09E-06
<b>2</b>	1.00E-06	2.92E-06
<b>3</b>	1.00E-05	4.74E-06
<b>4</b>	1.00E-04	8.23E-06
<b>5</b>	1.00E-03	1.18E-05
<b>6</b>	1.00E-02	2.01E-05
<b>7</b>	1.00E-01	3.93E-05
<b>8</b>	1.00E+00	8.32E-05
<b>9</b>	1.00E+01	2.21E-04
<b>10</b>	1.00E+02	6.06E-04
<b>11</b>	1.00E+03	1.45E-03
<b>g</b>		2.77E-05

## SA1

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.73E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.91E+03
<b>3</b>	1.00E-05	3.96E+03
<b>4</b>	1.00E-04	3.22E+03
<b>5</b>	1.00E-03	7.44E+03
<b>6</b>	1.00E-02	5.50E+03
<b>7</b>	1.00E-01	3.27E+03
<b>8</b>	1.00E+00	1.99E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.80E+03
<b>10</b>	1.00E+02	9.28E+02
<b>11</b>	1.00E+03	4.09E+02
$\infty$		6.00E+02

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	2.11E-06
<b>2</b>	1.00E-06	2.91E-06
<b>3</b>	1.00E-05	4.62E-06
<b>4</b>	1.00E-04	5.02E-06
<b>5</b>	1.00E-03	1.41E-05
<b>6</b>	1.00E-02	3.19E-05
<b>7</b>	1.00E-01	4.50E-05
<b>8</b>	1.00E+00	5.30E-05
<b>9</b>	1.00E+01	1.19E-04
<b>10</b>	1.00E+02	4.38E-04
<b>11</b>	1.00E+03	7.71E-04
<b>g</b>		2.80E-05

## EV2

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.43E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.54E+03
<b>3</b>	1.00E-05	3.88E+03
<b>4</b>	1.00E-04	2.18E+03
<b>5</b>	1.00E-03	6.90E+03
<b>6</b>	1.00E-02	5.20E+03
<b>7</b>	1.00E-01	3.30E+03
<b>8</b>	1.00E+00	3.23E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.41E+03
<b>10</b>	1.00E+02	1.22E+03
<b>11</b>	1.00E+03	2.98E+02
$\infty$		1.50E+03

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	1.96E-06
<b>2</b>	1.00E-06	2.57E-06
<b>3</b>	1.00E-05	4.56E-06
<b>4</b>	1.00E-04	3.56E-06
<b>5</b>	1.00E-03	1.16E-05
<b>6</b>	1.00E-02	2.48E-05
<b>7</b>	1.00E-01	2.79E-05
<b>8</b>	1.00E+00	4.96E-05
<b>9</b>	1.00E+01	1.06E-04
<b>10</b>	1.00E+02	2.22E-04
<b>11</b>	1.00E+03	1.95E-04
<b>g</b>		2.85E-05

## EVA4

Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.13E+03
<b>2</b>	1.00E-06	3.45E+03
<b>3</b>	1.00E-05	2.14E+03
<b>4</b>	1.00E-04	3.76E+03
<b>5</b>	1.00E-03	7.10E+03
<b>6</b>	1.00E-02	6.09E+03
<b>7</b>	1.00E-01	4.29E+03
<b>8</b>	1.00E+00	3.95E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.14E+03
<b>10</b>	1.00E+02	6.87E+02
<b>11</b>	1.00E+03	2.37E+02
$\infty$		7.00E+02

Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	1.54E-06
<b>2</b>	1.00E-06	3.12E-06
<b>3</b>	1.00E-05	2.48E-06
<b>4</b>	1.00E-04	4.17E-06
<b>5</b>	1.00E-03	1.19E-05
<b>6</b>	1.00E-02	2.35E-05
<b>7</b>	1.00E-01	3.63E-05
<b>8</b>	1.00E+00	7.14E-05
<b>9</b>	1.00E+01	2.06E-04
<b>10</b>	1.00E+02	5.04E-04
<b>11</b>	1.00E+03	5.18E-04
<b>g</b>		2.73E-05

## P4

Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.70E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.93E+03
<b>3</b>	1.00E-05	2.73E+03
<b>4</b>	1.00E-04	3.67E+03
<b>5</b>	1.00E-03	6.29E+03
<b>6</b>	1.00E-02	5.59E+03
<b>7</b>	1.00E-01	4.18E+03
<b>8</b>	1.00E+00	3.88E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.64E+03
<b>10</b>	1.00E+02	1.06E+03
<b>11</b>	1.00E+03	3.34E+02
$\infty$		7.00E+02

Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	1.98E-06
<b>2</b>	1.00E-06	2.81E-06
<b>3</b>	1.00E-05	2.94E-06
<b>4</b>	1.00E-04	4.63E-06
<b>5</b>	1.00E-03	1.09E-05
<b>6</b>	1.00E-02	2.07E-05
<b>7</b>	1.00E-01	3.07E-05
<b>8</b>	1.00E+00	5.79E-05
<b>9</b>	1.00E+01	1.44E-04
<b>10</b>	1.00E+02	3.94E-04
<b>11</b>	1.00E+03	6.91E-04
<b>g</b>		2.72E-05

PA2

Espectro de Relaxação

	$\rho_i$ (s)	$E_i$ (MPa)
<b>1</b>	1.00E-07	2.99E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.77E+03
<b>3</b>	1.00E-05	3.82E+03
<b>4</b>	1.00E-04	4.59E+03
<b>5</b>	1.00E-03	4.52E+03
<b>6</b>	1.00E-02	5.29E+03
<b>7</b>	1.00E-01	5.52E+03
<b>8</b>	1.00E+00	6.22E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.70E+03
<b>10</b>	1.00E+02	9.34E+02
<b>11</b>	1.00E+03	3.75E+02
$\infty$		1.30E+03

Espectro de Retardação

	$\tau_i$ (s)	$D_i$ (MPa <sup>-1</sup> )
<b>1</b>	1.00E-07	1.76E-06
<b>2</b>	1.00E-06	2.12E-06
<b>3</b>	1.00E-05	3.10E-06
<b>4</b>	1.00E-04	5.20E-06
<b>5</b>	1.00E-03	6.84E-06
<b>6</b>	1.00E-02	1.17E-05
<b>7</b>	1.00E-01	2.02E-05
<b>8</b>	1.00E+00	4.91E-05
<b>9</b>	1.00E+01	1.54E-04
<b>10</b>	1.00E+02	2.57E-04
<b>11</b>	1.00E+03	2.24E-04
<b>g</b>		2.44E-05

SB3

Espectro de Relaxação

	$\rho_i$ (s)	$E_i$ (MPa)
<b>1</b>	1.00E-07	2.59E+03
<b>2</b>	1.00E-06	3.06E+03
<b>3</b>	1.00E-05	2.42E+03
<b>4</b>	1.00E-04	3.55E+03
<b>5</b>	1.00E-03	6.96E+03
<b>6</b>	1.00E-02	5.70E+03
<b>7</b>	1.00E-01	3.96E+03
<b>8</b>	1.00E+00	3.55E+03
<b>9</b>	1.00E+01	1.97E+03
<b>10</b>	1.00E+02	6.13E+02
<b>11</b>	1.00E+03	2.77E+02
$\infty$		5.00E+02

Espectro de Retardação

	$\tau_i$ (s)	$D_i$ (MPa <sup>-1</sup> )
<b>1</b>	1.00E-07	2.06E-06
<b>2</b>	1.00E-06	3.19E-06
<b>3</b>	1.00E-05	2.97E-06
<b>4</b>	1.00E-04	4.69E-06
<b>5</b>	1.00E-03	1.31E-05
<b>6</b>	1.00E-02	2.69E-05
<b>7</b>	1.00E-01	4.07E-05
<b>8</b>	1.00E+00	8.05E-05
<b>9</b>	1.00E+01	2.32E-04
<b>10</b>	1.00E+02	5.84E-04
<b>11</b>	1.00E+03	8.60E-04
<b>g</b>		2.84E-05

## SBA2

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.40E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.83E+03
<b>3</b>	1.00E-05	2.18E+03
<b>4</b>	1.00E-04	3.23E+03
<b>5</b>	1.00E-03	5.73E+03
<b>6</b>	1.00E-02	5.30E+03
<b>7</b>	1.00E-01	5.01E+03
<b>8</b>	1.00E+00	5.86E+03
<b>9</b>	1.00E+01	2.82E+03
<b>10</b>	1.00E+02	1.84E+03
<b>11</b>	1.00E+03	3.25E+02
$\infty$		1.30E+03

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	1.57E-06
<b>2</b>	1.00E-06	2.33E-06
<b>3</b>	1.00E-05	2.03E-06
<b>4</b>	1.00E-04	3.25E-06
<b>5</b>	1.00E-03	7.65E-06
<b>6</b>	1.00E-02	1.26E-05
<b>7</b>	1.00E-01	1.80E-05
<b>8</b>	1.00E+00	4.46E-05
<b>9</b>	1.00E+01	1.05E-04
<b>10</b>	1.00E+02	2.13E-04
<b>11</b>	1.00E+03	3.73E-04
<b>g</b>		2.58E-05

## CAP Lubnor

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	2.73E+03
<b>2</b>	1.00E-06	3.45E+03
<b>3</b>	1.00E-05	3.01E+03
<b>4</b>	1.00E-04	5.17E+03
<b>5</b>	1.00E-03	4.25E+03
<b>6</b>	1.00E-02	4.40E+03
<b>7</b>	1.00E-01	4.22E+03
<b>8</b>	1.00E+00	2.31E+03
<b>9</b>	1.00E+01	1.28E+03
<b>10</b>	1.00E+02	2.53E+02
<b>11</b>	1.00E+03	1.06E+02
$\infty$		2.00E+02

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	2.71E-06
<b>2</b>	1.00E-06	4.69E-06
<b>3</b>	1.00E-05	4.97E-06
<b>4</b>	1.00E-04	1.12E-05
<b>5</b>	1.00E-03	1.82E-05
<b>6</b>	1.00E-02	2.81E-05
<b>7</b>	1.00E-01	6.87E-05
<b>8</b>	1.00E+00	1.67E-04
<b>9</b>	1.00E+01	3.96E-04
<b>10</b>	1.00E+02	1.73E-03
<b>11</b>	1.00E+03	2.27E-03
<b>g</b>		3.19E-05

## MAC A

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	4.03E+03
<b>2</b>	1.00E-06	2.77E+03
<b>3</b>	1.00E-05	4.41E+03
<b>4</b>	1.00E-04	5.24E+03
<b>5</b>	1.00E-03	5.83E+03
<b>6</b>	1.00E-02	4.76E+03
<b>7</b>	1.00E-01	4.56E+03
<b>8</b>	1.00E+00	2.65E+03
<b>9</b>	1.00E+01	8.72E+02
<b>10</b>	1.00E+02	2.82E+02
<b>11</b>	1.00E+03	1.20E+02
$\infty$		1.00E+02

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	3.17E-06
<b>2</b>	1.00E-06	3.32E-06
<b>3</b>	1.00E-05	5.12E-06
<b>4</b>	1.00E-04	1.00E-05
<b>5</b>	1.00E-03	1.76E-05
<b>6</b>	1.00E-02	3.21E-05
<b>7</b>	1.00E-01	6.37E-05
<b>8</b>	1.00E+00	1.80E-04
<b>9</b>	1.00E+01	6.24E-04
<b>10</b>	1.00E+02	1.54E-03
<b>11</b>	1.00E+03	5.40E-03
<b>g</b>		2.81E-05

## MAC B1

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	1.48E+03
<b>2</b>	1.00E-06	3.51E+03
<b>3</b>	1.00E-05	5.76E+03
<b>4</b>	1.00E-04	5.44E+03
<b>5</b>	1.00E-03	4.72E+03
<b>6</b>	1.00E-02	4.27E+03
<b>7</b>	1.00E-01	5.15E+03
<b>8</b>	1.00E+00	1.62E+03
<b>9</b>	1.00E+01	1.64E+03
<b>10</b>	1.00E+02	3.33E+02
<b>11</b>	1.00E+03	2.30E+02
$\infty$		1.00E+02

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	1.22E-06
<b>2</b>	1.00E-06	3.24E-06
<b>3</b>	1.00E-05	7.19E-06
<b>4</b>	1.00E-04	1.18E-05
<b>5</b>	1.00E-03	1.71E-05
<b>6</b>	1.00E-02	2.55E-05
<b>7</b>	1.00E-01	6.82E-05
<b>8</b>	1.00E+00	1.84E-04
<b>9</b>	1.00E+01	2.54E-04
<b>10</b>	1.00E+02	1.17E-03
<b>11</b>	1.00E+03	4.27E-03
<b>g</b>		2.92E-05

## MAC B2

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-07	1.55E+02
<b>2</b>	1.00E-06	3.12E+03
<b>3</b>	1.00E-05	6.74E+03
<b>4</b>	1.00E-04	4.68E+03
<b>5</b>	1.00E-03	4.36E+03
<b>6</b>	1.00E-02	4.01E+03
<b>7</b>	1.00E-01	4.42E+03
<b>8</b>	1.00E+00	1.59E+03
<b>9</b>	1.00E+01	1.71E+03
<b>10</b>	1.00E+02	5.07E+02
<b>11</b>	1.00E+03	2.19E+02
$\infty$		2.00E+02

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-07	1.39E-07
<b>2</b>	1.00E-06	2.89E-06
<b>3</b>	1.00E-05	9.01E-06
<b>4</b>	1.00E-04	1.31E-05
<b>5</b>	1.00E-03	1.64E-05
<b>6</b>	1.00E-02	2.84E-05
<b>7</b>	1.00E-01	6.76E-05
<b>8</b>	1.00E+00	1.52E-04
<b>9</b>	1.00E+01	2.06E-04
<b>10</b>	1.00E+02	9.27E-04
<b>11</b>	1.00E+03	2.60E-03
<b>g</b>		3.15E-05

## CAP AM

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.50E-01	3.51E+03
<b>2</b>	1.50E+00	2.13E+03
<b>3</b>	1.50E+01	1.36E+03
<b>4</b>	1.50E+02	1.40E+03
<b>5</b>	1.50E+03	1.95E+02
<b>6</b>	1.50E+04	3.15E+01
$\infty$		2.00E+02

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.50E-01	4.02E-05
<b>2</b>	1.50E+00	1.13E-04
<b>3</b>	1.50E+01	1.49E-04
<b>4</b>	1.50E+02	2.87E-04
<b>5</b>	1.50E+03	2.55E-03
<b>6</b>	1.50E+04	2.01E-03
<b>g</b>		1.13E-04

## CAPFLEX

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	7.00E-02	2.70E+03
<b>2</b>	7.00E-01	1.05E+03
<b>3</b>	7.00E+00	9.60E+01
<b>4</b>	7.00E+01	3.62E+02
<b>5</b>	7.00E+02	1.67E+01
$\infty$		4.00E+01

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	7.00E-02	9.30E-05
<b>2</b>	7.00E-01	6.38E-04
<b>3</b>	7.00E+00	1.44E-03
<b>4</b>	9.00E+01	1.02E-04
<b>5</b>	9.00E+02	2.17E-02
<b>g</b>		2.34E-04

## REDUC 30

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-01	6.83E+03
<b>2</b>	1.00E+00	3.23E+03
<b>3</b>	1.00E+01	4.96E+02
<b>4</b>	1.00E+02	2.28E+03
<b>5</b>	1.00E+03	3.54E+02
<b>6</b>	1.00E+04	1.06E+02
$\infty$		1.00E+02

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-01	3.04E-05
<b>2</b>	1.00E+00	1.33E-04
<b>3</b>	1.00E+01	1.09E-04
<b>4</b>	1.00E+02	9.00E-05
<b>5</b>	1.00E+03	1.42E-03
<b>6</b>	1.00E+04	6.13E-03
<b>g</b>		7.46E-05

## REDUC 45

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	8.00E-02	4.74E+03
<b>2</b>	8.00E-01	1.83E+03
<b>3</b>	8.00E+00	8.69E+02
<b>4</b>	8.00E+01	3.90E+02
<b>5</b>	8.00E+02	1.88E+02
<b>6</b>	8.00E+03	2.17E+00
$\infty$		4.00E+01

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	8.00E-02	5.47E-05
<b>2</b>	8.00E-01	2.58E-04
<b>3</b>	8.00E+00	4.74E-04
<b>4</b>	8.00E+01	1.22E-03
<b>5</b>	8.00E+02	2.89E-03
<b>6</b>	8.00E+03	2.22E-02
<b>g</b>		1.24E-04

## REVAP 50

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	8.00E-02	3.38E+03
<b>2</b>	8.00E-01	1.21E+03
<b>3</b>	8.00E+00	1.98E+02
<b>4</b>	8.00E+01	8.64E+02
<b>5</b>	8.00E+02	9.56E+01
<b>6</b>	8.00E+03	2.71E+01
$\infty$		7.50E+01

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	8.00E-02	7.48E-05
<b>2</b>	8.00E-01	3.86E-04
<b>3</b>	8.00E+00	2.92E-04
<b>4</b>	8.00E+01	1.72E-04
<b>5</b>	8.00E+02	5.28E-03
<b>6</b>	8.00E+03	7.06E-03
<b>g</b>		1.71E-04

## REVAP 70

## Espectro de Relaxação

	$\rho_i (s)$	$E_i (MPa)$
<b>1</b>	1.00E-01	3.53E+03
<b>2</b>	1.00E+00	1.08E+03
<b>3</b>	1.00E+01	1.73E+02
<b>4</b>	1.00E+02	7.38E+02
<b>5</b>	1.00E+03	1.43E+02
<b>6</b>	1.00E+04	2.89E+01
$\infty$		4.00E+01

## Espectro de Retardação

	$\tau_i (s)$	$D_i (MPa^{-1})$
<b>1</b>	1.00E-01	7.75E-05
<b>2</b>	1.00E+00	4.54E-04
<b>3</b>	1.00E+01	3.19E-04
<b>4</b>	1.00E+02	3.12E-04
<b>5</b>	1.00E+03	3.95E-03
<b>6</b>	1.00E+04	1.68E-02
<b>g</b>		1.74E-04