



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

PEDRO HENRIQUE LIMA ALENCAR

**DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ À ROTAÇÃO DE LIGAÇÕES PRÉ-MOLDADAS
UTILIZANDO O MÉTODO DOS COMPONENTES**

Fortaleza - Ceará

2013

PEDRO HENRIQUE LIMA ALENCAR

**DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ A ROTAÇÃO DE LIGAÇÕES PRÉ-MOLDADAS
UTILIZANDO O MÉTODO DOS COMPONENTES**

Monografia submetida à Coordenação do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Dr. Evandro Parente Júnior
Co-orientador: Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque

FORTALEZA

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Ciências e Tecnologia

A353d Alencar, Pedro Henrique Lima.
Determinação da rigidez à rotação de ligações pré-moldadas utilizando o método dos componentes
/ Pedro Henrique Lima Alencar – 2013.
80 f. : il. color., enc. ; 30 cm.

Monografia (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de
Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Fortaleza, 2013.

Orientação: Prof. Dr. Evandro Parente Júnior.

Coorientação: Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque.

1. Pré-moldado. 2. Engenharia estrutural – rigidez. 3. Método dos componentes. I. Título.

CDD 620

**DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ A ROTAÇÃO DE LIGAÇÕES PRÉ-MOLDADAS
UTILIZANDO O MÉTODO DOS COMPONENTES**

Monografia submetida à Coordenação do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Aprovada em: 07/02/2013.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Evandro Parente Júnior (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Msc. Enson de Lima Portela
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
do Ceará (IFCE)

A todos que me ensinaram.

AGRADECIMENTO

Ao professor Evandro Parente Júnior, por ser a imagem de profissional que pautou minha graduação e um exemplo que levo para a vida.

Ao professor Augusto Teixeira de Albuquerque pela simpatia e amizade e oportunidades.

À Hepta Estrutural, nas pessoas de Adízio, Augusto, Enson, Roberto e Sérgio. Não existe lugar melhor para trabalhar e crescer.

À minha família, pelo apoio e amor. Minha mãe, pelo exemplo de pessoa e fibra moral, meu pai, que me manteve mesmo nas horas mais difíceis, e que lutou para me dar a melhor educação, pois é tudo que não se pode levar, além das boas histórias para se contar na mesa de bar. A minha irmã, pelas nossas brigas pueris e pela amizade madura, sempre posso contar contigo, conte comigo também!

À Bruna, poucas palavras bastam, afinal, “tu és como deus, princípio e fim”.

Aos meus amigos de caminhada, Marlon, JA, Braga, Eugas e Reuber, pelas piadas, cervejas e estudos.

Agradecer ainda aos meus colegas de faculdade, apesar de tudo, sempre nos unimos na hora do sufoco.

Aos meus amigos Iago, Wendel, Lucas(boi), Barak e Márcio pela filosofia e beleza.

Agradeço a todos os professores e funcionários que honram seu compromisso e cumprem suas obrigações com respeito e esmero, vocês foram essenciais para este trabalho.

Não posso deixar de citar o PET (Programa de Educação Tutorial) que sem sombra de dúvidas moldou meu caráter, muito menos a todos aqueles que participaram de minha trajetória até os portões da Universidade. PC, Machado, Reinaldo, Nelson, sem vocês não teria chegado aonde cheguei.

Por fim, agradecer a Universidade Federal do Ceará pelos momentos únicos e inesquecíveis. Não poderia escolher um lugar melhor para me graduar.

“...Depois, pensou, o mundo nunca mais seria o mesmo”.

Ken Follett

RESUMO

Com o aumento da demanda por trabalhadores na construção civil, juntamente com a elevação do custo de mão de obra, sistemas construtivos que visam ganho na produtividade vem conquistando espaço. Este ganho se dá através de processos que reduzem o tempo de execução da estrutura, o número de funcionários no canteiro, e seu tamanho. No âmbito da escolha do sistema estrutural, as soluções mais comuns nestas situações são as construções em aço e as construções em concreto pré-moldado, que imprimem um caráter muito mais industrial e mecanizado à construção civil. Sistemas como aço e concreto pré-moldado possuem uma diferença básica em relação às estruturas de concreto convencional, que é a ligação. A estrutura, diferente dos processos mais usuais, é montada a partir de peças, que são em geral, pilares, vigas e lajes. Este trabalho visa desenvolver uma metodologia e um programa para determinar a rigidez destas ligações em estruturas de concreto pré-moldado de sistemas usuais ou não. Será, para tanto, utilizado o método dos componentes validado através de resultados experimentais obtidos na literatura.

Palavras-chaves: Pré-moldado, Rigidez, Método dos componentes.

Fortaleza, 07 de fevereiro de 2013.

ABSTRACT

Considering the increasing demand for workers in construction, along with the rising cost of skilled labor, building systems that aim to gain in productivity is conquering space. This gain occurs through processes that reduce the runtime of the structure, the number of employees at the work site, and its size. Within the choice of the structural system, the most common solutions in these situations are the steel structures and buildings in precast concrete, which demonstrate a much more mechanized and industrial face to the construction environment. Systems, such as steel and concrete precast have a basic difference in relation to conventional concrete structures, which is the connection. The structure, different from the more usual processes, is assembled from parts, which are in general, pillars, beams and slabs. This work aims to develop a methodology and a program to determine the stiffness of these connections in structures of precast concrete systems conventional or not. For it, will be used the components method validated by experimental results in the literature.

Keywords: Precast, Stiffness, Components Method

LISTA DE FIGIRAS

Figura 1 – Porcentagem do consumo de cimento no concreto pré-moldado.....	15
Figura 2 – Montagem da estrutura do <i>North Shopping</i> Parangaba.....	16
Figura 3 – Montagem da estrutura do Centro ed Feiras e Eventos do Estado.....	16
Figura 4 – Ligação viga-pilar rígida.	20
Figura 5 – Ligação viga-pilar semirrígida.	20
Figura 6 – Detalhe da ligação viga-pilar do sistema convencional americano.	23
Figura 7 – Detalhe de montagem do sistema convencional americano.....	23
Figura 8 – Duoken system (detalhe encontro laje-viga).....	24
Figura 9 – Dycore System – detalhe da montagem.	25
Figura 10 – Laje treliçada.	26
Figura 11 – P.G. Connection system-detalhe ligação viga-pilar.	27
Figura 12 – RPC-K system – detalhe da viga utilizada no sistema.	28
Figura 13 – Detalhes IMS System.	29
Figura 14 – Modulação do MIS System.	30
Figura 15 – University of Nebraska System.....	31
Figura 16 – Edifício Bureau Jurídico (Refife/PE).....	32
Figura 17 – Resistência a compressão do concreto pré-moldado.....	33
Figura 18 – Resistência a compressão do concreto moldado no local.	33
Figura 19 – Fator de restrição.....	35
Figura 20 – Relação momento rotação e rigidez secante.	36
Figura 21 – Imagem do ensaio.	37
Figura 22 – Curvas momento-rotação – modelos 2.1 e 2.2 (momento negativo).	37
Figura 23 – Curvas momento-rotação - modelos 2.1 e 2.2 (momento positivo).....	38
Figura 24 - Malha de elementos finitos – vista frontal.....	39
Figura 25 – Malha elementos finitos – perspectiva.....	39
Figura 26 – Tensões de aderência em uma barra inserida em concreto.	41
Figura 27 – Chumbador ancorado em duas extremidades.....	42
Figura 28 – Modelo mecânico de Innsbruck.	46
Figura 29 – Modelo mecânico para ligação.....	48
Figura 30 – Modelo simplificado.	48

Figura 31-Modelo para representação da rigidez de uma ligação mista.	49
Figura 32 – Modelo mecânico utilizado.	50
Figura 33 – Cinemática do deslocamento de corpo rígido.	51
Figura 34 – Cinemática do deslocamento de corpo rígido-caso geral (CR não coincide com a origem).	52
Figura 35 – Ligação representada pelo método dos componentes.	53
Figura 36 – Classificação proposta para ligações semirrígidas.	57
Figura 37 – Ligação 1.	59
Figura 38 – Modelo ensaiado.	60
Figura 39 – Ensaio realizado por Baldissera.	60
Figura 40 – Componentes ligação 1 – momento positivo.	61
Figura 41 – Envoltória para momentos positivos - Ligação 1.	62
Figura 42 – Componentes Ligação 1 – momento negativo.	63
Figura 43 – Envoltória para momentos negativos – Ligação 1.	63
Figura 44 – Foto do ensaio.	64
Figura 45 – Ligação 2.	65
Figura 46 – Componentes Ligação 2.	65
Figura 47 – Resultados Ligação 2.	66
Figura 48 – Montagem anterior a concretagem da capa.	67
Figura 49 – Posição da armadura de continuidade.	68
Figura 50 – Detalhe da armadura longitudinal.	68
Figura 51 – Componentes ligação 3.	69
Figura 52 – Pórtico analisado.	70
Figura 53 – Cargas aplicadas ao pórtico.	72
Figura 54 – Modelo Estrutural.	73
Figura 55 – Momento na base do pilar P3.	74
Figura 56 – Deslocamento do topo do pórtico.	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classes de dureza.....	44
Tabela 2 – Módulo G em função da dureza Shore A (à 20 ° C).....	44
Tabela 3 – Deformabilidade de juntas argamassadas ou em concreto.	45
Tabela 4 – Modelo mecânico de Innsbruck.....	47
Tabela 5 – Zonas de classificação das ligações.....	58
Tabela 6 – Modelo sob momento positivo	61
Tabela 7 – Quadro comparativo entre ensaio e modelo – Ligação 1 – momento positivo.	62
Tabela 8 – Modelo sob momento negativo	63
Tabela 9 – Quadro comparativo entre ensaio e modelo – Ligação 1 – momento negativo.....	64
Tabela 10 – Modelo sob momento negativo.	66
Tabela 11 – Quadro comparativo entre ensaio e modelo – Ligação 2.	67
Tabela 12 – Modelo sob momento negativo.	69
Tabela 13 – Propriedades geométricas dos elementos.	70
Tabela 14 – Carregamentos permanentes.....	71
Tabela 15 – Resumo dos carregamentos.	71
Tabela 16 – Cargas horizontais.	72

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Concreto convencional x Concreto pré-moldado	17
1.2	Paralelo com outras tecnologias	18
1.3	Rigidez.....	19
1.4	Objetivos	20
1.4.1	Geral	21
1.4.2	Específicos	21
1.5	Metodologia.....	21
1.6	Estrutura do texto	21
2	Sistemas estruturais pré-moldados.....	22
2.1	Levantamento ATLSS	22
2.1.1	U.S. Convencional System	22
2.1.2	Duotek System.....	23
2.1.3	Dycore System.....	24
2.1.4	Filigree Method of Construction	25
2.1.4.1	Filigree Wideslab System.....	26
2.1.4.2	P.G. Connection System.....	27
2.1.4.3	RC Layered Construction System	27
2.1.4.4	RPC-K System	28
2.1.5	IMS System	28
2.1.6	University of Nebraska System	30
2.2	Conclusão do relatório ATLSS	31
2.3	Estruturas pré-moldadas no Brasil	32
2.3.1	Lajes pré-moldadas	34
3	MÉTODOS PARA DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ DE LIGAÇÕES PRÉ- MOLDADAS	35
3.1	Métodos de Determinação	36
3.2	Ensaio Laboratoriais	36
3.3	Método dos Elementos Finitos (MEF)	38
3.4	Método dos Componentes	40

3.4.1	Rigidez dos componentes	40
3.4.1.1	Transferência de Forças de Tração.....	40
3.4.1.2	Transferência de Forças de Cisalhamento por Chumbador.....	42
3.4.1.3	Transferência de Forças de Compressão	44
3.4.2	Aproximação mecânica	45
3.4.3	Aproximação analítica	47
3.4.4	Equacionamento do Método dos Componentes	50
3.4.4.1	Modelo adotado.....	50
3.4.4.2	Equilíbrio.....	51
3.5	Classificação das ligações quanto à rigidez.....	57
4	EXEMPLOS	59
4.1	Ligação 1	59
4.1.1	Momento positivo.....	61
4.1.2	Momento negativo	62
4.2	Ligação 2	64
4.3	Ligação 3	67
4.4	Análise de Pórtico	69
4.4.1	Propriedades do pórtico	70
4.4.1.1	Carregamento	71
4.4.2	Resultados.....	73
5	CONCLUSÕES	75
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	75
6	REFERÊNCIAS.....	76
	ANEXOS.....	79

1 INTRODUÇÃO

A indústria da construção civil, quando comparada com outros setores produtivos, como o automobilístico, informática dentre outros, mostra-se muito atrasada no que diz respeito à produção. Na contramão desta afirmação, as estruturas em concreto pré-moldado propõem-se como uma solução estrutural ágil e econômica.

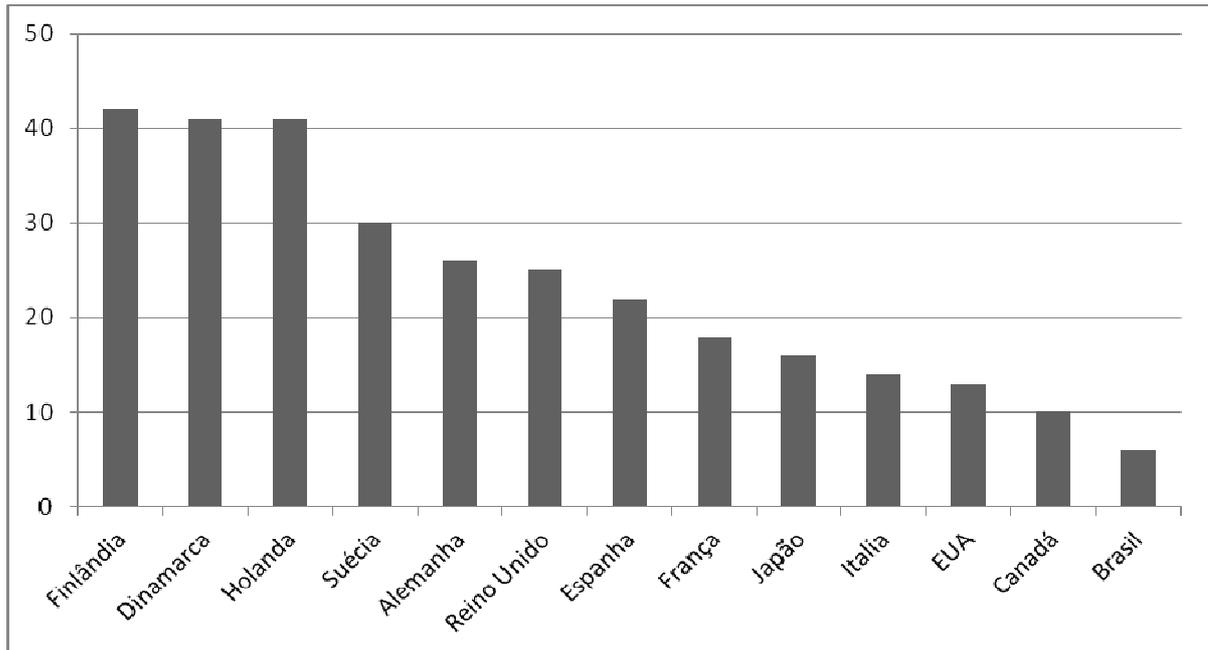
O concreto pré-moldado baseia-se na forma, concretagem e desforma da peça em local distinto, fora da sua posição final, onde só depois de realizada a cura da peça, esta é montada em sua posição definitiva. A tecnologia surgiu no início do século XX e ganhou força rapidamente na Europa sendo difundido pelo mundo afora.

Segundo Means (1992) *apud* Prior *et al.* (1993, p.2) o custo aproximado da estrutura em concreto pré-moldado, em relação ao custo total do edifício é de 17%, que se encontra dentro do intervalo de 15% a 20% proposto por Albuquerque (1999, p.1), porém há um ganho significativo na velocidade de execução e redução de mão de obra. Há casos onde estes ganhos se convertem em uma economia de mais de 10% do custo da estrutura, como exemplificado por Albuquerque (1999, p.96), o que representa uma redução no custo total do edifício da ordem de 2%.

Segundo El Debs (2000, p.3) o uso de concreto pré-moldado em um país, aumenta gradualmente o nível de desenvolvimento social e tecnológico deste, uma vez que cresce a demanda por máquinas, mão de obra especializada e rigor na qualidade das estruturas. Na Figura 1 mostramos o uso de cimento na produção de concreto pré-moldado em diversos países, onde é possível traçar um paralelo entre o uso de estruturas pré-moldadas e o nível de desenvolvimento do país.

Ainda segundo El Debs (2000), a pré-moldagem melhora a condição de trabalho na construção civil, ponto que pesa mais em países desenvolvidos socialmente. Tem sido associada a este aspecto a “Síndrome dos 3 Ds”, do inglês *Dirty* (sujo), *Difficult* (difícil) e *Dangerous* (perigoso) da construção civil.

Figura 1 – Porcentagem do consumo de cimento no concreto pré-moldado.



Fonte: Adaptado de Tupamaki (1992) *apud* El Debs (2000, p.2).

No Brasil, o uso do pré-moldado ainda é bastante restrito, no que diz respeito ao futuro uso das edificações, sendo estas, geralmente, empreendimentos comerciais que requerem um prazo curto de construção, a fim de reduzir o tempo de retorno do investimento. Em geral as edificações feitas em estrutura pré-moldada são edifícios comerciais, *shoppings centers*, supermercados, edifícios garagem, colégios e faculdades

Por exemplo, em Fortaleza, Ceará, o uso dos pré-moldados vem sendo amplamente utilizado em obras como o *North Shopping* Parangaba (Figura 2), o Centro de Feiras e Eventos do Estado (Figura 3), passarelas da Avenida Washigton Soares, dentre outras.

Uma vez que as peças são produzidas fora de sua posição final, é possível realizar um maior controle da qualidade da peça, tanto em relação a suas dimensões serem mais exatas (um sinal disto é que nas estruturas de concreto convencional o detalhamento é feito com as dimensões em centímetro, já no concreto pré-moldado, o detalhamento é realizado em escala milimétrica). A concretagem e cura também são de maior qualidade, uma vez que é possível controlar melhor o lançamento do concreto, adensamento (vibração) e a eficiência da cura. Tudo isto torna possível economizar materiais, evitando o desperdício.

Figura 2 – Montagem da estrutura do *North Shopping Parangaba*.



Fonte: T&A (2012-URL: <http://www.tea.com.br/site/>)

Figura 3 – Montagem da estrutura do Centro de Feiras e Eventos do Estado.



Fonte: Fonte: T&A (2012-URL: <http://www.tea.com.br/site/>)

Estes fatores somados permitem a redução de majoradores de esforços e minoradores de resistência, tendo em vista a maior qualidade da produção e menor nível de incerteza quanto às propriedades do material, gerando economia de aço e concreto, porém é

no consumo de fôrmas e cimbramentos onde se encontra a maior economia ao escolher-se essa solução construtiva, já que, constantemente estas etapas são eliminadas.

Além disso, estruturas de concreto pré-moldado geram ganho na velocidade da execução da estrutura, redução da quantidade de mão de obra empregada na sua montagem e dão a construção civil um formato mais industrial.

Dentro do sistema de pré-moldagem, há duas subdivisões. Quando a peça é produzida fora do canteiro de obra, em local específico fora do canteiro de obras (fábrica) ela passa a ser chamada de pré-fabricada, caso o processo de pré-moldagem seja feita em local específico dentro do canteiro, ela é chamada de pré-moldada. Neste texto sempre nos referiremos a estruturas pré-moldadas, independente da origem das peças, uma vez que esta distinção esta relacionada apenas a etapa de transporte, que muda de aspecto entre uma e outra, como veremos a frente.

1.1 Concreto convencional x Concreto pré-moldado

Nas estruturas de concreto convencional (moldada *in loco*) o processo construtivo segue os seguintes passos:

- 1º) montagem da forma/cimbramento;
- 2º) posicionamento da armadura;
- 3º) concretagem;
- 4º) cura; e
- 5º) desforma.

Tal processo exige que a construtora tenha várias equipes de mão de obra especializada (carpinteiro, ferreiro, pedreiro, dentre outros), aumentando o número de funcionários dentro da obra durante a execução da estrutura, que dura um longo período, devido a intervalos de tempo inerentes a tecnologia aplicada, pois é necessário realizar a cura do concreto e aguardar até que este tenha atingido a idade mínima necessária para a desforma, dificultando o transporte dentro da obra e gerando custos, uma vez que é preciso sempre ter mais de um conjunto de formas que compõem o pavimento na obra.

Entretanto, o concreto convencional tem suas vantagens. A tecnologia é simples e de conhecimento popular, ou seja, não requer alto grau de treinamento para a mão de obra, além disso, a lentidão do processo muitas vezes é um aliado das construtoras, ou que lhe permite distribuir melhor os gastos ao longo do tempo e equilibrar de forma mais confortável seu fluxo de caixa.

As estruturas pré-moldadas possuem um processo de fabricação totalmente diferente, já que todas as etapas citadas acima são realizadas na fábrica ou no canteiro em local reservado para tal. O que proporciona um controle mais rigoroso na produção das peças tanto nas dimensões desta quanto na qualidade do concreto e da concretagem, vibração, desforma e cura.

Entretanto, surgem duas novas etapas que não existem nas estruturas de concreto convencional: o transporte e a montagem. O transporte das peças, do local onde estas foram fabricadas para o local de montagem exige uma atenção especial, tanto por parte do projetista quanto dos que irão executar a estrutura. O projetista deve considerar importante, nesta etapa, que a peça será submetida a esforços diferentes dos que ela irá resistir após a montagem. Assim, quando a peça é içada, podem surgir momentos fletores e forças cortantes em determinadas seções, acima dos que serão solicitados em sua vida útil, o que poderá levar a peça a ruína.

Caso a peça seja feita fora do canteiro, ela será transportada em caminhões, limitando, assim, o comprimento das peças à capacidade destes, além de, no caso das cidades, outro fator limitante é a capacidade de manobra dada pela largura das vias. O construtor deve atentar para a organização do canteiro, a fim de permitir o fluxo de veículos e a necessidade de fundação provisória para guindaste ou grua para o içamento das peças, o custo de transporte é ainda uma variável importante, segundo El Debs (2000, p.55) este deve, em condições normais, estar entre 5% e 15% do custo total da estrutura.

O projetista deve ainda considerar a montagem da estrutura na etapa de projeto, a fim de permitir que este processo seja fácil, deixando esperas e apoios para as peças. E garantir a estabilidade da estrutura durante a fase de montagem.

Ainda, por parte do construtor, as estruturas pré-moldadas exigem um alto grau de organização, pois se recebe as peças na ordem de montagem, obrigando que a estrutura que receberá cada peça que chegue esteja montada previamente, a fim de evitar estoque de peças. Exigem ainda uma mão de obra mais qualificada, pois opera com máquinas de grande porte.

1.2 Paralelo com outras tecnologias

Em estruturas metálicas (aço, alumínio, ferro fundido), temos o mesmo conceito de industrialização das estruturas pré-moldadas. As peças estruturais são fornecidas em perfis comerciais, tais como perfis W, U, T, I, dentre outros, sempre com tamanhos (bitolas) padrão.

Assim como no concreto pré-moldado a estrutura é montada e a ligação também é objeto de diversos estudos. Entretanto este tipo de estrutura tem um custo mais elevado, por utilizar materiais mais nobres (predominantemente o aço) e requerer maior manutenção. No Brasil este tipo de estrutura é mais utilizado em estruturas de cobertura na forma de treliças planas e espaciais, por combinar resistência aos esforços provenientes do vento e leveza, não sobrecarregando as fundações.

As estruturas mistas, seguindo a mesma proposta, de ganho de agilidade na obra, elimina geralmente por completo o uso de formas, mas mantém uma maior economia que o aço, já que combina este com o concreto. Este tipo de sistema visa utilizar o máximo dos dois materiais, através da associação de perfis metálicos e concreto. Um exemplo que vem sendo amplamente utilizado no Brasil é o *Steel Deck* que consiste em painéis tipo W que trabalham como pré-laje e recebem uma capa de concreto, eliminando o uso de escoramento para as lajes. Este tipo de solução pode ser associado tanto com estruturas de aço como com pré-moldados, como é o caso do estacionamento do estádio Governador Plácido Castelo.

1.3 Rigidez

Segundo Mota (2009, p.43) a questão da deformabilidade das ligações tem sido tema de estudos desde o início do século XX, no que diz respeito a ligações entre elementos de estruturas metálicas ou mistas, contudo apenas na década de 1960, a partir de uma série de estudos desenvolvidos pelo *Portland Cement Association* (PCA), começou-se a estudar este tópico no âmbito das ligações pré-moldadas.

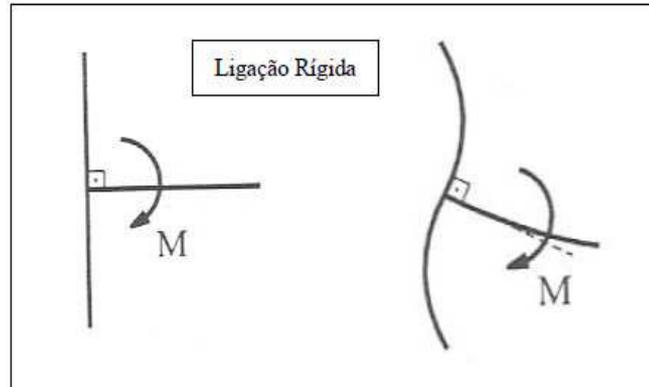
Segundo El Debs (2000, p.222) as ligações entre peças estruturais podem ser analisadas utilizando três modelos. O primeiro é o de ligação rígida, que transmite de um elemento para outro integralmente os momentos fletores, forças normais e cortantes. O segundo, ligação flexível (rotulada), que não transmite momentos. Por fim, temos a ligação semirrígida, que é uma condição intermediária entre as duas anteriores.

A diferença básica entre as estruturas convencionais em concreto armado e protendido e as estruturas pré-moldadas, de aço ou mistas, desconsiderando a etapa de transporte, é a ligação entre as peças que compõem o sistema.

Segundo Ferreira (1999, p.2), no caso das ligações resistentes a flexão, o desempenho da ligação depende da rigidez, da resistência, da ductilidade, da simplicidade da execução e da durabilidade. Comparativamente, com relação à rigidez das ligações de estruturas de concreto convencional e pré-moldado temos que no concreto moldado no local

(CML), após o posicionamento da armadura, lajes, vigas e pilares são concretados juntos, gerando uma estrutura monolítica, com ligações consideradas rígidas (Figura 4).

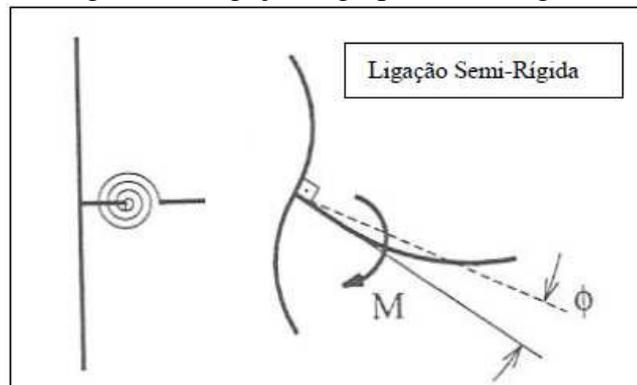
Figura 4 – Ligação viga-pilar rígida.



Fonte: El Debs (2000, p.224) adaptado.

Já para os pré-moldados, a ligação é feita a partir da montagem, por justaposição ou encaixe das peças e, não obrigatoriamente, uma solidarização, com graute e as próprias armaduras. Tais características tornam a ligação, adotando o termo cunhado na literatura, semirrígida (Figura 5).

Figura 5 – Ligação viga-pilar semirrígida.



Fonte: El Debs (2000, p.224) adaptado.

Esta diferença no comportamento leva a estrutura a um funcionamento totalmente diferente, desde aos esforços nos estados limites (ELU, ELS, ELS-VE, etc) até os parâmetros de estabilidade global (γ_z).

1.4 Objetivos

Aqui apresentam-se os objetivos geral e específicos do presente trabalho.

1.4.1 Geral

- Desenvolvimento de um programa para o cálculo automático da rigidez de ligações semirrígidas.

1.4.2 Específicos

- Desenvolver no aluno conhecimentos sobre a tecnologia das construções em concreto pré-moldado assim como no que tange o comportamento, dimensionamento e detalhamento de estruturas pré-moldadas, com ênfase nas ligações entre viga-pilar;
- Desenvolver um programa para determinação da rigidez de ligações semirrígidas e utilizá-lo em ligações cujos resultados experimentais estão disponíveis na literatura;
- Utilizar o programa na determinação da rigidez da ligação desenvolvida pelo professor Augusto Teixeira de Albuquerque (Albuquerque 2007, p.184);
- Análise do efeito da rigidez da ligação no comportamento de um pórtico.

1.5 Metodologia

Inicialmente foi realizada uma pesquisa bibliográfica nas áreas de construção e projeto de estruturas pré-moldadas e nos métodos de determinação da rigidez das ligações. Posteriormente foi implementado o Método dos Componentes na planilha eletrônica Excel onde foram determinadas as regidezes de várias ligações com propriedades conhecidas e uma vez validado o programa, utilizado para determinar a rigidez da ligação desenvolvida pelo professor Augusto Teixeira de Albuquerque (Albuquerque 2007, p.184).

1.6 Estrutura do texto

Este texto é dividido em cinco capítulos subdivididos em itens e subitens. O primeiro capítulo apresenta a introdução, assim como a metodologia adotada e os objetivos gerais e específicos. No segundo capítulo é apresentado o levantamento de tipos estruturas pré-moldadas.

No capítulo 3 são apresentados diversos processos para a determinação da rigidez e funcionamento estruturas de ligações pré-moldadas, assim como o equacionamento do modelo adotado utilizando Método dos Componentes.

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos a partir da planilha desenvolvida pelo autor, a fim de determinar a rigidez a rotação de ligações pré-moldadas.

No capítulo 5 são listadas as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

2 SISTEMAS ESTRUTURAIS PRÉ-MOLDADOS

Existem a disposição no mercado mundial diversos sistemas estruturais pré-moldados. Prior *et al.*(1993) no relatório N° 93-07 desenvolvido pela *Lehigh University*, do projeto ATLSS (*Advanced Technology for Large Structural Systems*) realizou um levantamento dos sistemas estruturais pré-moldados nos Estados Unidos. Como resultado, listou 19 sistemas estruturais pré-moldados adequados para construção de edifícios comerciais, onde estes são definidos como edifícios de múltiplos pavimentos, de grande ocupação e com vão de 7,5 metros ou mais. Os sistemas identificados tem origem nos EUA, Europa, Japão e Austrália.

O cuidado, no momento da escolha do tipo de sistema empregado é de suma importância, uma vez que esta escolha influencia o custo da obra, sua velocidade de execução, tecnologia a ser empregada e montagem de equipes. Além disso, cada sistema possui um tipo diferente de ligação, podendo ser rígida ou não, que é o foco deste trabalho.

2.1 Levantamento ATLSS

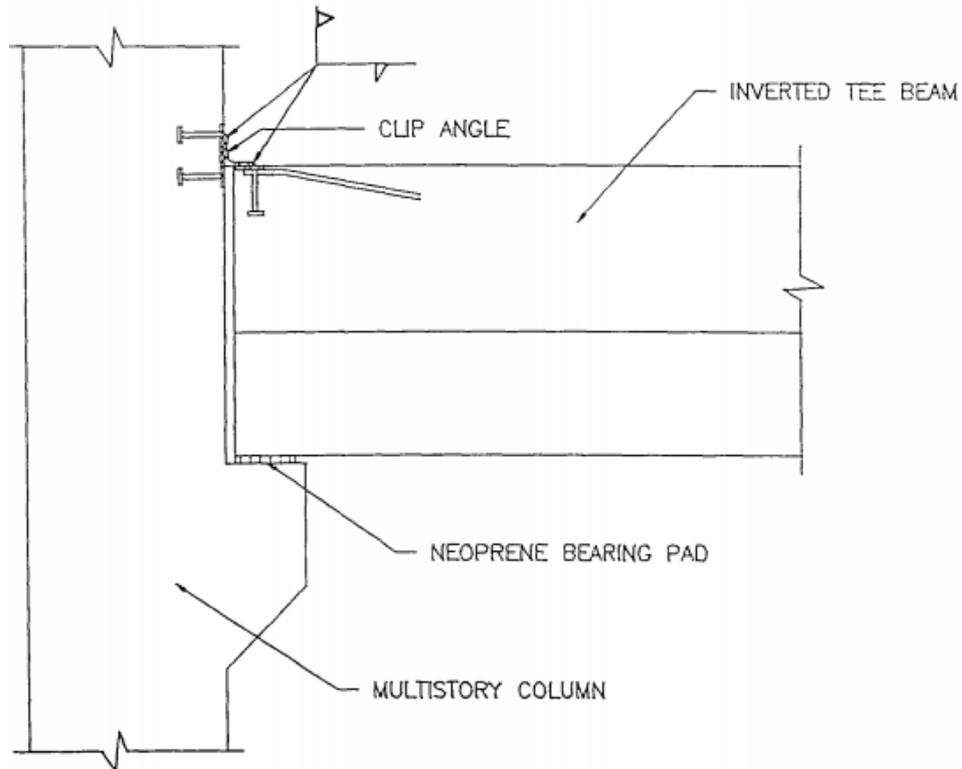
Abaixo são apresentadas algumas ligações catalogadas por Prior *et al.*(1993, p11).

2.1.1 U.S. Convencional System

Este sistema consiste no uso de pilares pré-moldados de múltiplos pavimentos, vigamento pré-moldado, sendo as vigas internas com seção T invertido e vigas de periferia seção tipo L. As lajes são ou alveolares ou duplo T (π), como mostrado na Figura 7. Sobre a laje, pode-se executar uma capa de concreto moldado no local.

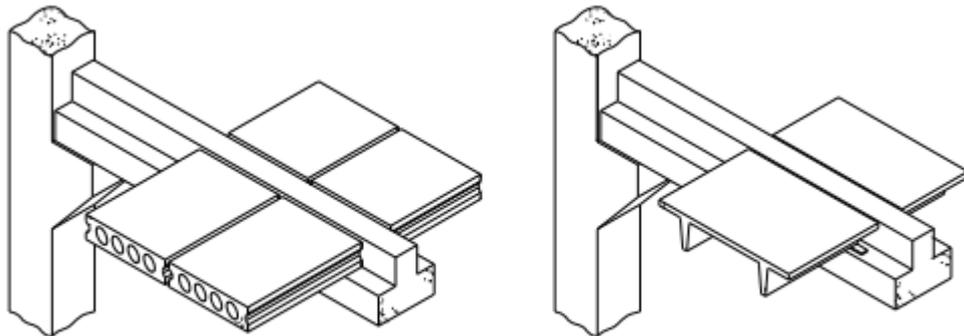
Usualmente, as vigas são tratadas como simplesmente apoiadas, mas como ilustrado na Figura 6, o *clip* soldado entre viga e pilar, pode promover uma continuidade da ligação, gerando um certo grau de engastamento entre viga e pilar.

Figura 6 – Detalhe da ligação viga-pilar do sistema convencional americano.



Fonte: Prior *et al.*(1993, p.16).

Figura 7 – Detalhe de montagem do sistema convencional americano.



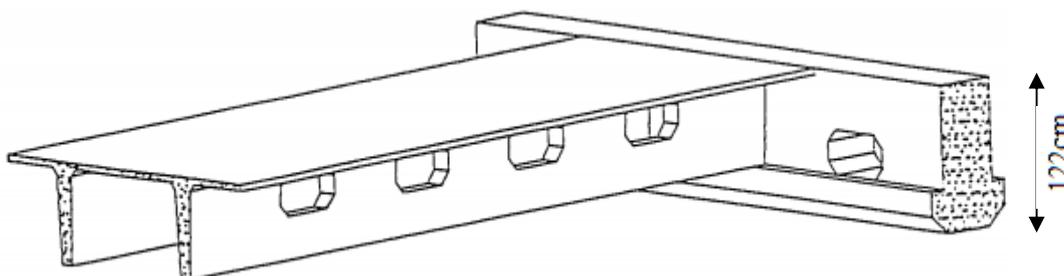
Fonte: Adaptação de El Debs (2000) por Albuquerque(2007, p.29).

2.1.2 Duotek System

Desenvolvido pela *Ontario Precast Concrete Manufacturers Association* (Associação de Fabricantes de Concreto Pré-moldado de Ontario), Illinois – EUA e pela *Portland Cement Association* (Associação do Cimento Portland), o *Duotek system* é um

sistema modular que prevê acomodação para as instalações. As vigas são protendidas com seção do tipo T invertido com aberturas a cada 152 centímetros para passagem das instalações e as lajes também protendidas são tipo TT, como indicado na Figura 8. A altura do conjunto laje-viga tem valor constante e iguala 122 centímetros. Os pilares variam de acordo com o pé direito e o número de pavimentos. A ligação entre lajes, vigas e pilares é feita com concreto convencional.

Figura 8 – Duoken system (detalhe encontro laje-viga).



Fonte: Prior *et al.* (1993, p.22).

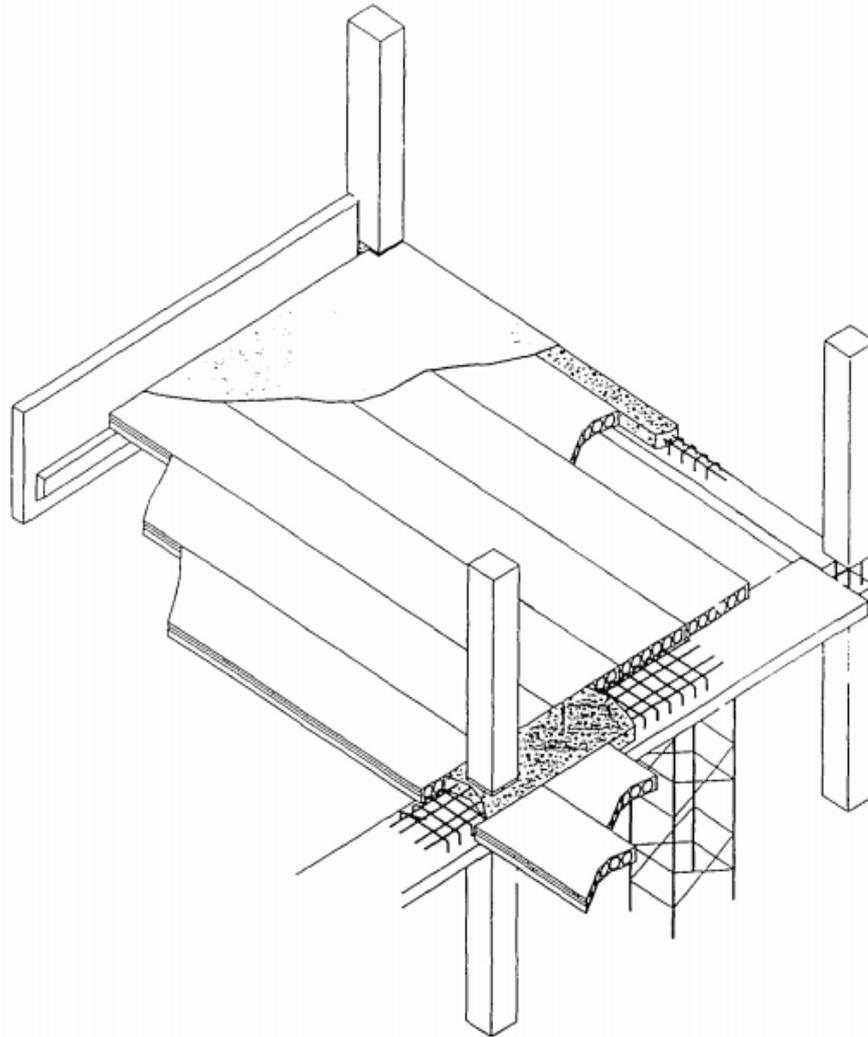
O sistema foi desenvolvido na década de 1960, especificamente para estruturas de escritórios e apresenta uma boa economia para casos em que se necessita de grandes vãos (maiores que 25', ou 7,62m), tendo em vista a grande altura das peças.

2.1.3 *Dycore System*

Desenvolvido pela fabricante Finrock Industries (Orlando, Florida, EUA), o sistema é composto por pilares, vigas e lajes pré-moldadas onde os pilares são de múltiplos pavimentos, as vigas de seção retangular chatas e as lajes do tipo *Dycore* de alta resistência. As ligações são feitas em concreto moldado no local e as vigas e lajes servem de forma para o concreto moldado no local. Reforços para momento negativo são usados nas ligações entre vigas e pilares, conforme visto na Figura 9. Vale ressaltar que o sistema requer escoramento, que o torna menos prático que os sistemas pré-moldados mais usuais, que não requerem este tipo de serviço em obra.

A fabricante indica o uso de seu sistema para vãos acima de 7,62m (25'), onde a espessura do piso estrutural é de 50,8cm (20") para cargas usuais de escritório. A espessura indicada é devida a 30,5cm (12") da altura das vigas e 20,3cm (8") das lajes tipo *Dycore*.

Figura 9 – Dycore System – detalhe da montagem.

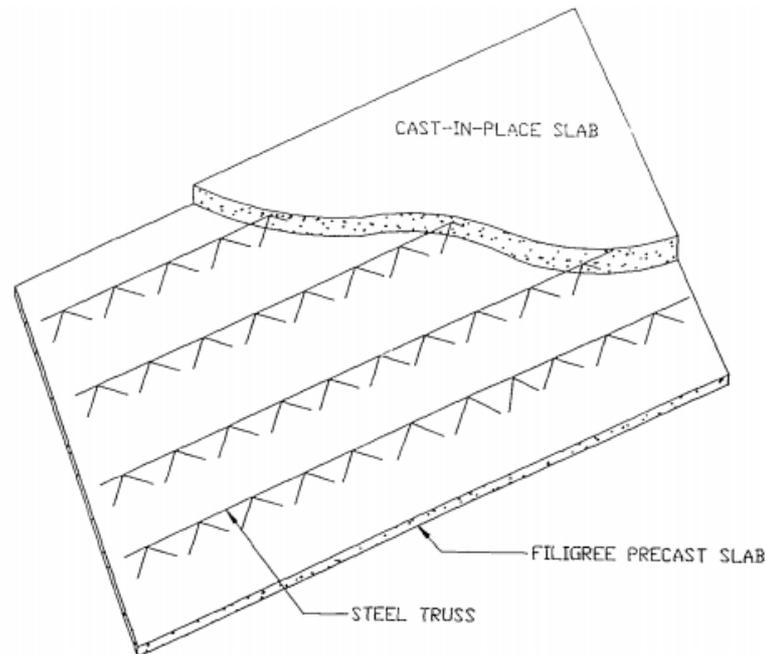


Fonte: Prior *et al.*(1993, p.26).

2.1.4 Filigree Method of Construction

Este método utiliza-se de pré-lajes treliçadas e pré-moldadas que são posteriormente preenchidas com concreto moldado no local, como mostrado na Figura 10. Estes sistemas são amplamente utilizados nos Estados Unidos e Japão. Abaixo são apresentados sistemas usuais que utilizam este princípio.

Figura 10 – Laje treliçada.



Fonte: Prior *et al.*(1993, p.35).

2.1.4.1 Filigree Wideslab System

Método desenvolvido pela *Mid-State Filigree Systems* que produz este tipo de sistema desde 1972. Embora este sistema seja frequentemente usado em estacionamentos nos Estados Unidos, também tem sido utilizado na construção de edifícios residenciais e comerciais de múltiplos pavimentos. O sistema permite a passagem das instalações por dentro da capa ou abaixo da laje, uma vez que são utilizadas vigas baixas.

Neste sistema podem ser utilizadas tanto vigas moldadas no local quanto vigas chatas pré-moldadas. A fabricante *Mid-State Filigree Systems* fornece a viga concretada até 63,5mm (2,5") de altura. Estas vigas são indicadas para vãos de até 7,62m (25'). As lajes são fornecidas em painéis de até 21 metros de comprimento para vãos de até 2,44m (8').

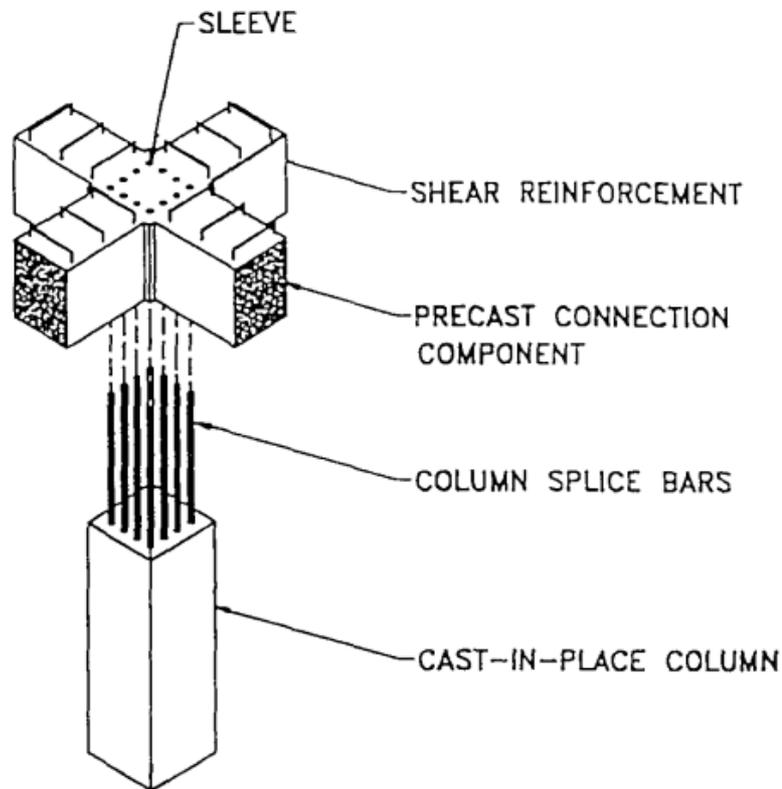
Este sistema ainda permite a utilização de um reforço ao momento negativo, gerando um sistema monolítico no sentido das lajes assim como das vigas, uma vez que todo o pavimento é completado junto, lajes, vigas e pilares.

2.1.4.2 P.G. Connection System

Sistema desenvolvido no Japão pela *Obayashi Corporation Technical Research Institute* consiste em pilares moldados no local ligados a elementos de viga pré-moldados em forma de cruz, como vemos na Figura 11. A ligação viga-pilar é feita através de grauteamento e nas lajes são utilizadas pré-lajes treliçadas do tipo *filigree wideslab*.

O sistema tem sido utilizado em edifícios residenciais e de escritórios de múltiplos pavimentos.

Figura 11 – P.G. Connection system-detalhe ligação viga-pilar.



Fonte: Prior *et al.*(1993, p.40).

2.1.4.3 RC Layered Construction System

Sistema também desenvolvido no Japão pela *Taisei Corporation Technology Research Center* o sistema consiste em elementos de um único vão, lajes vigas e pilares, todos pré-moldados. A ligação pilar-pilar é feita através de barras superiores e inferiores grauteadas de modo a ligá-las monoliticamente. A ligação viga-pilar é reforçada com barras no topo da viga. As lajes são pré-moldadas e treliçadas, reforçadas no local com armadura nas duas

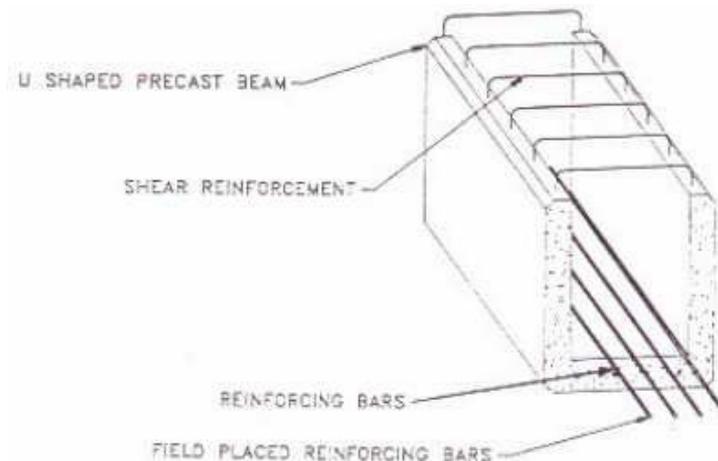
direções e armadura negativa transversal ao eixo das vigas a fim de conferir continuidade as lajes. Este tipo de sistema fornece uma característica de alta rigidez, uma vez que todas as ligações são reforçadas com barras e com graute de alta resistência.

Segundo Prior *et al.*(1993, p.41) o sistema vem sendo utilizado desde 1978 e apenas nos 12 primeiros anos de sua implementação foram executadas trinta e oito obras no Japão utilizando esta tecnologia.

2.1.4.4 RPC-K System

Este sistema foi desenvolvido pela *Kabuki Construction Co., Ltd Technical Research Institute*, no Japão. Utilizando vigas em forma de “U” pré-moldadas (Figura 12), que servem como forma para o reforço para momentos positivos, negativos e de cisalhamento, apoiadas sobre pilares moldados no local. As lajes treliçadas pré-moldadas se apoiam sobre as vigas e tem reforço em armadura negativa nas duas direções e sobre a viga, na direção transversal ao eixo desta, de modo a solidarizar o sistema. Todo o conjunto recebe uma capa de concreto moldado no local.

Figura 12 – RPC-K system – detalhe da viga utilizada no sistema.



Fonte: Prior *et al.*(1993, p.43).

2.1.5 IMS System

Desenvolvido na Hungria pelo *State Building Co. of Baranya Country* o sistema se propõe a ser um sistema pré-fabricado aberto, adaptável tanto a construções comerciais quanto residenciais, permitindo flexibilidade de *layout*. O sistema surgiu originalmente na extinta Iugoslávia na década de 50 e teve grande aceitação por oferecer uma boa resposta a

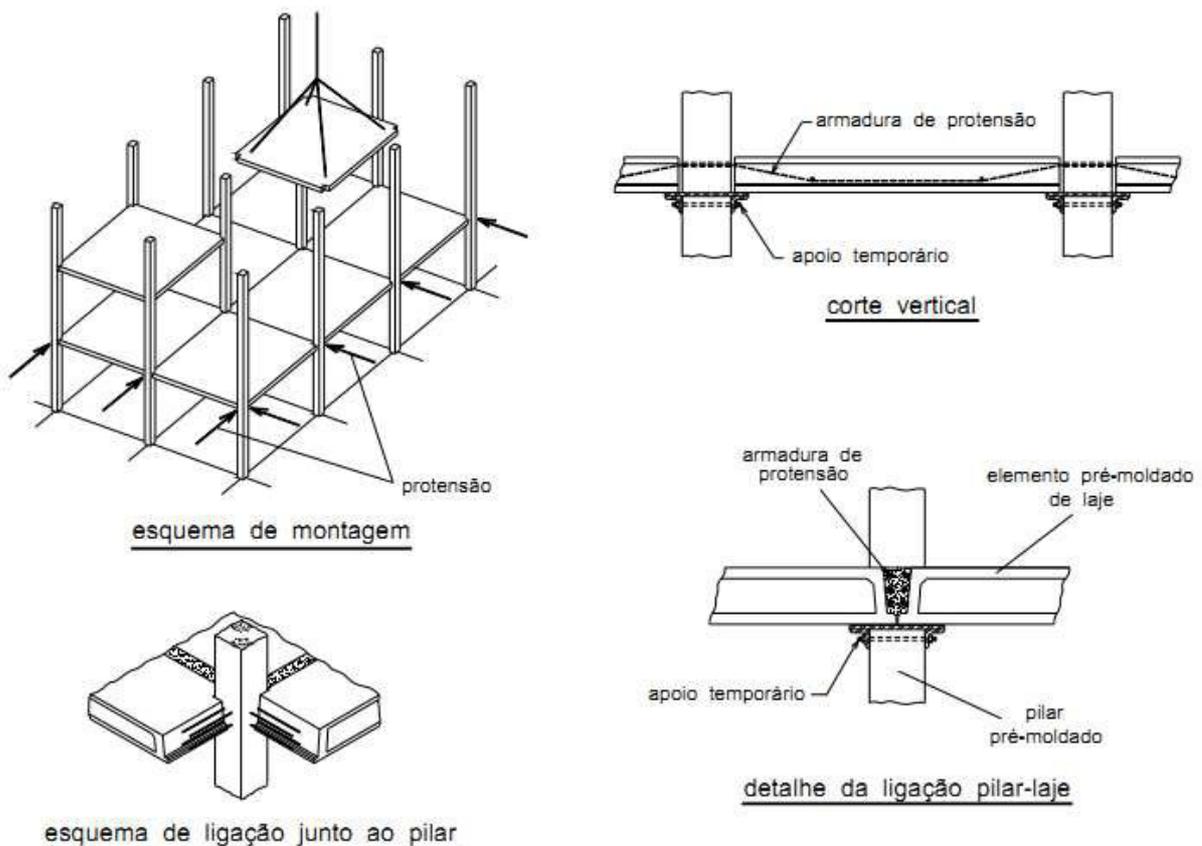
cargas sísmicas, evitando o colapso da estrutura e a perda de vidas. Apenas posteriormente foi desenvolvido na Hungria para alcançar maiores vãos.

Segundo Fogarari (1986) *apud* Prior *et al.*(1993, p.44) o sistema tem sido utilizado em vários países na construção de hospitais, escolas, escritórios e hotéis.

O *IMS System* utiliza pilares pré-fabricados com dimensões de um a 3 pés direitos, com aproximadamente 12 metros no máximo e seção quadrada de 400mm x 400mm e lajes também pré-fabricadas quadradas ou retangulares em seu plano.

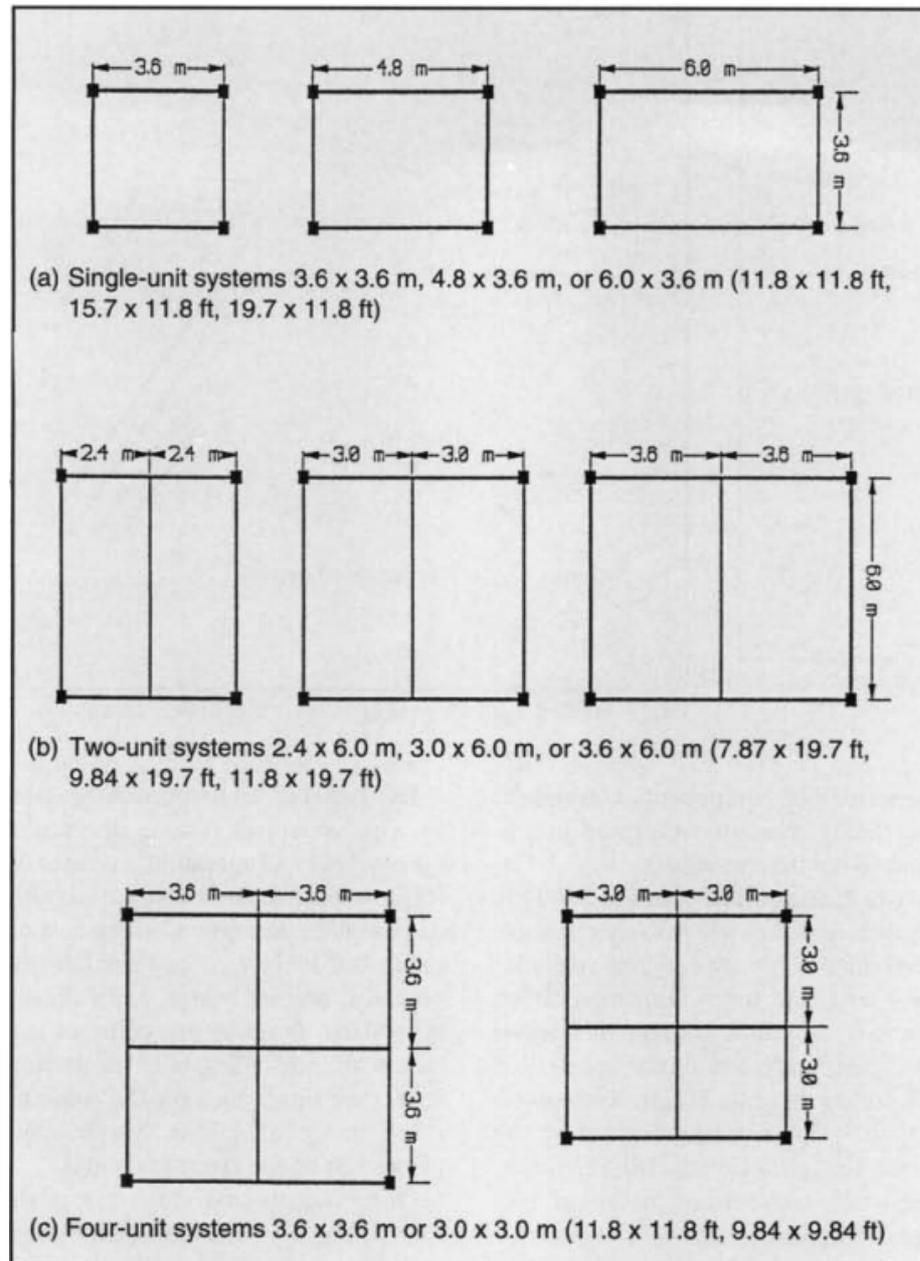
As cargas das lajes são transferidas para os pilares por meio do atrito gerado pela pós-tensão executada nas nervuras da laje. A altura da laje independe da carga ou do vão à ser vencido. O nível de pós-tensão aumenta para compensar o crescimento do vão ou da carga. abaixo vemos a modulação do sistema e detalhes da ligação e montagem (Figura 13 e Figura 14).

Figura 13 – Detalhes IMS System.



Fonte: Adaptação de El Debs (2000) por Albuquerque(2007, p.33).

Figura 14 – Modulação do MIS System.



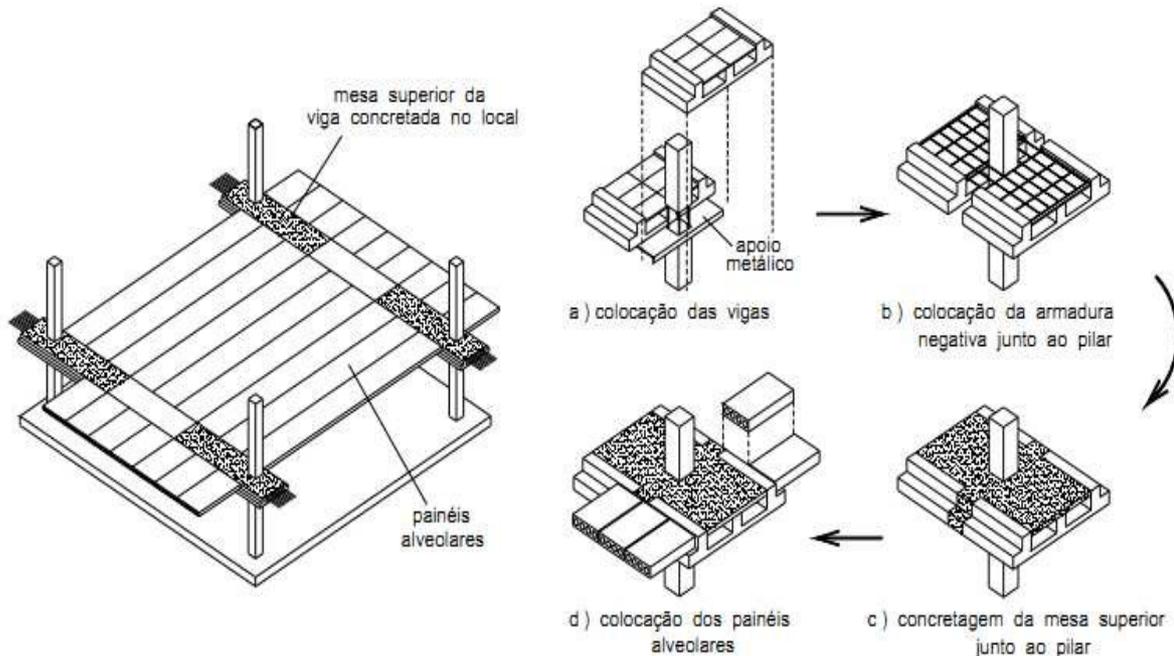
Fonte: Pessiki (1995) *et al.* PCI Journal V.40, p.58

2.1.6 University of Nebraska System

Sistema desenvolvido pela universidade de Nebraska, nos Estados Unidos, se baseia na utilização de pórticos unidirecionais com vigas faixa, a fim de reduzir a espessura do pavimento e aumentar a liberdade de utilização do espaço. O sistema foi desenvolvido em 1991 e segundo Low (1991) *apud* Prior (1993, p.86), estudos preliminares apontaram o sistema como competitivo, porém, Prior (1993, p.163) aponta que o mesmo requer grande

esforço de construção, uma vez que deve ser executado em várias etapas e com o uso de diversos elementos, como ilustrado na Figura 15.

Figura 15 – Sistema da Universidade de Nebraska.



Fonte: Adaptação de El Debs (2000) por Albuquerque(2007, p.41).

2.2 Conclusão do relatório ATLSS

Como conclusão, Prior *et al.* (1993, p.187) afirmam que:

a) Com relação a estrutura, os fatores predominantes na escolha são fabricação e montagem. Com relação ao processo de fabricação, quanto maior o número de elementos e de seções diferentes, maior o custo de produção. Para a montagem, questões relevantes são o tamanho das peças, que quanto maiores mais rápida será a elevação da estrutura, sendo levado em conta que grandes dimensões geram transtorno no transporte, além disso, sistemas que requerem menos mão de obra e menos trabalho com concreto moldado no local apresentam-se mais econômicos;

b) Quanto às instalações, foi concluído que são mais produtivos os sistemas onde estas passam abaixo do teto, uma vez que nos sistemas que utilizam-se de vazios para acomodá-las, é necessário maior cuidado com a compatibilidade do projeto. Sistemas com instalações passando abaixo do pavimento permitem um fácil acesso a estas e uma liberdade maior para as mesmas, contrapondo aqueles em que as instalações passam por dentro do

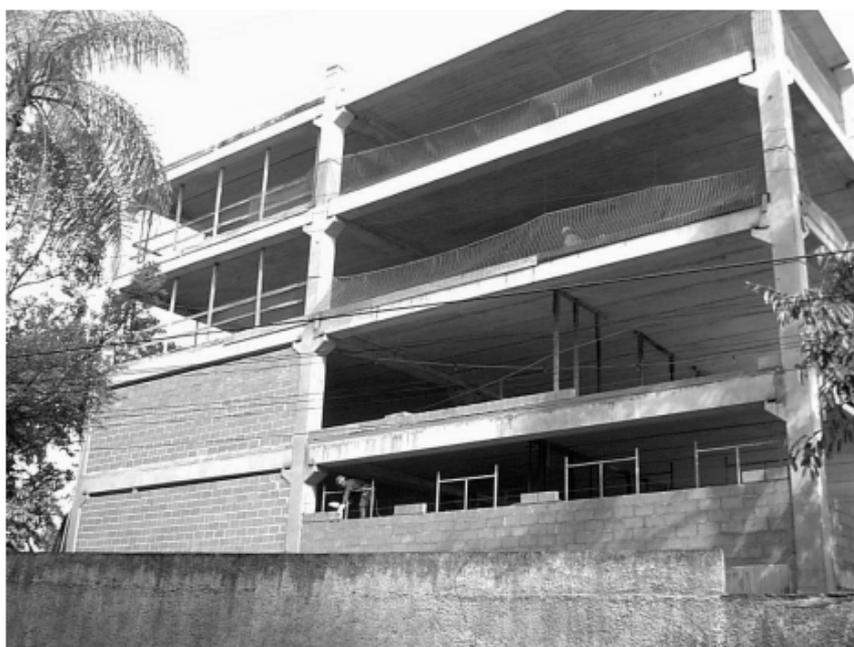
pavimento, o que dificulta serviços de manutenção, limita a solução de passagem cabos e tubos, além de limitar o número de instalações.

c) Em questão da arquitetura, a avaliação centrou-se na versatilidade funcional e possibilidade de modificação espacial. Como conclusão, tem-se que existem muito poucos sistemas que permitem grandes modificações, entretanto constatou-se que a maioria dos sistemas permite grandes vãos, acima dos 9 metros. Além disso, constatou-se também que há uma grande variação na espessura do pavimento. Sendo assim recomenda-se que o projeto arquitetônico tenha uma característica de modulação, de modo a maximizar a utilização das vantagens dos sistemas pré-moldados.

2.3 Estruturas pré-moldadas no Brasil

Segundo Albuquerque (2007, p.51) o sistema estrutural predominante no Brasil é composto por lajes alveolares apoiadas em vigas T invertidas no interior do pavimento e vigas L na periferia. Eventualmente, as lajes alveolares são substituídas por lajes TT. Este sistema representa cerca de 52% do total das estruturas pré-moldadas no Brasil. Conclui-se ainda que praticamente todas as obras cadastradas encaixam-se no Sistema Convencional Americano descrito no item 2.1.1, como mostrado na Figura 16, onde temos um edifício com lajes alveolares e vigas T invertido e L e pilares pré moldados, um exemplo do *U.S. Conventional System*.

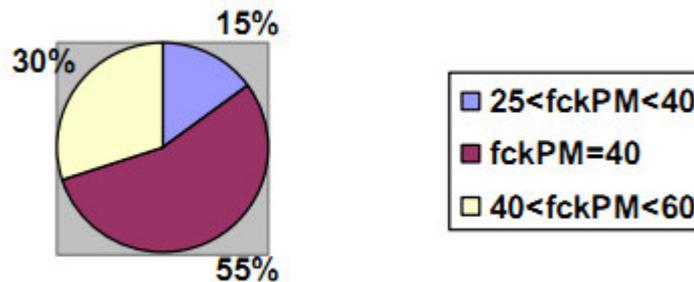
Figura 16 – Edifício Bureau Jurídico (Recife/PE).



Fonte: Albuquerque (2007, p.56).

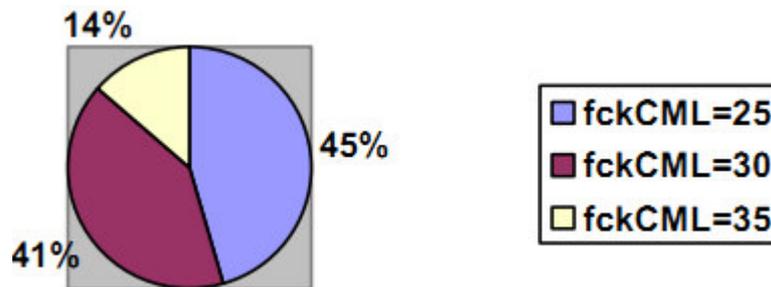
Ainda segundo Albuquerque (2007, p.47) em pesquisa realizada com projetistas estes utilizam, em geral, uma capa de concreto moldado no local de 5 centímetros a fim de formar uma seção composta com a viga e possibilitar o efeito de diafragma. Pelo levantamento realizado, constatou-se também que a resistência usual do concreto pré-moldado é da ordem de 30 a 50 MPa, enquanto o moldado no local varia de 25 a 30 MPa, como ilustrado nas figuras abaixo (Figura 17 e Figura 18).

Figura 17 – Resistência a compressão do concreto pré-moldado.



Fonte: Albuquerque (2007, p.49).

Figura 18 – Resistência a compressão do concreto moldado no local.



Fonte: Albuquerque (2007, p.50).

Quanto às ligações, a maior parte utiliza um modelo hiperestático (rígido), obtido através da solidarização das vigas com os pilares através de reforços à momentos negativos e grauteamento. Isto é feito após a montagem, logo, as vigas trabalham com continuidade para cargas aplicadas após a execução da capa de concreto. Na conexão viga-pilar são ainda utilizadas soldas e chumbadores.

2.3.1 Lajes pré-moldadas

Outro sistema bastante comum no Brasil é o sistema de lajes pré-moldadas que se assemelham ao *Filigree Method of Construction*, distinguindo-se pelo fato de não se usar lajes propriamente ditas, ao invés, são utilizadas vigotas pré-moldadas armadas com aço CA-60, uma vez que este vem em rolos, evitando desperdício. No processo construtivo as vigas que receberam a laje devem estar concretadas a meia altura a fim de permitir a ancoragem da armadura das vigotas. Estas são posicionadas em um espaçamento pré-definido e os vazios preenchidos com tijolos cerâmicos ou placas de isopor. Coloca-se uma tela soldada e uma capa de concreto moldado no local, nessa etapa completa-se a altura das vigas.

Este sistema é utilizado em pequenas construções, como residências unifamiliares de baixo custo, pois, além de ser uma técnica amplamente divulgada, apresenta um bom custo benefício para pequenos vãos e cargas.

3 MÉTODOS PARA DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ DE LIGAÇÕES PRÉ-MOLDADAS

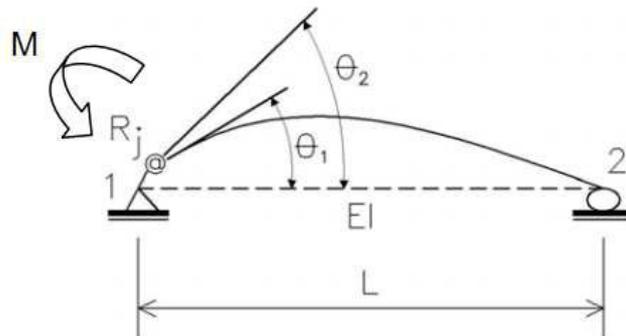
Como dito, pode-se classificar as ligações como flexíveis, semirrígidas ou rígidas, a fim de quantificar a rigidez das ligações, a NBR 9062/2006 define o parâmetro α_r (fator de restrição). Seu valor é expresso na Equação (1).

$$\alpha_r = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{R_{sec} \cdot L_{ef}}} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (1)$$

Onde $(EI)_{sec}$ é a rigidez secante da viga, L_{ef} é o vão e R_{sec} é a rigidez secante ao momento fletor da ligação viga pilar. Os ângulos θ_1 e θ_2 são respectivamente a rotação da viga e a rotação combinada da viga e da ligação, como ilustrado na Figura 19.

Note-se que os valores de α_r variam de 0 a 1, representando uma situação perfeitamente rotulada e perfeitamente engastada, respectivamente.

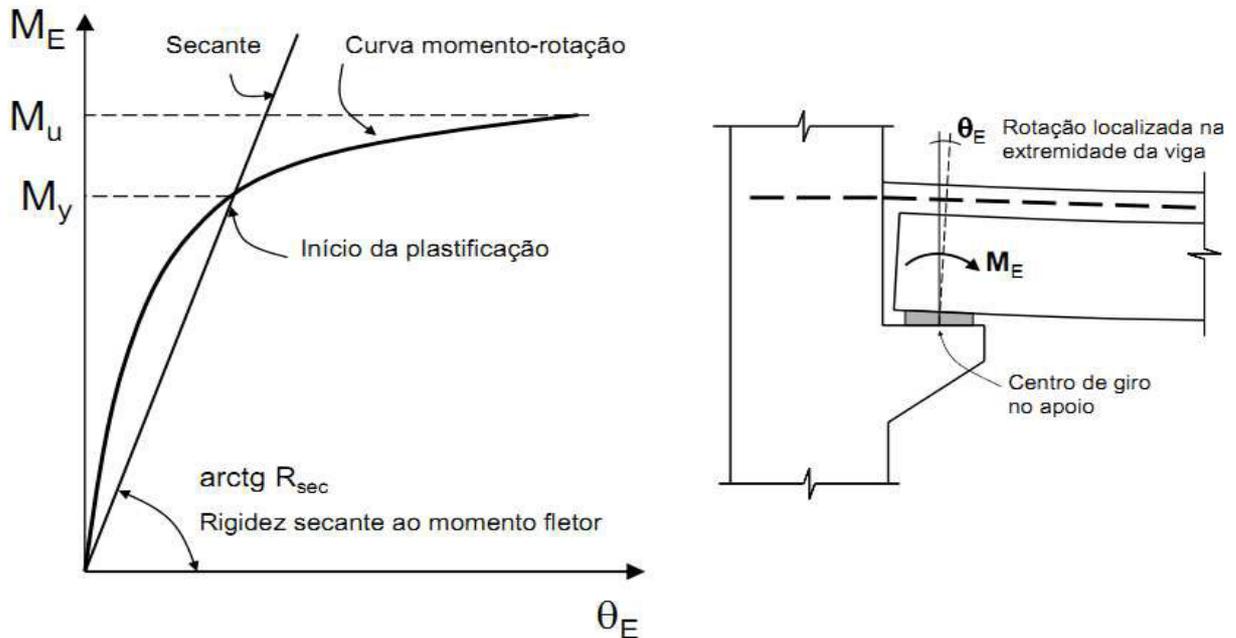
Figura 19 – Fator de restrição.



Fonte: NBR 9062/2006, p.5

A NBR 9062/2006 rigidez ao momento fletor como sendo a relação momento-rotação. A rigidez secante (R_{sec}) é definida como um modelo linear a resposta não linear da ligação, ou seja, a rigidez secante é uma aproximação linear do comportamento não linear da ligação (Figura 20). Nesta figura θ_e é a rotação local na ligação e M_e é o momento fletor atuante na seção da viga.

Figura 20 – Relação momento rotação e rigidez secante.



Fonte: NBR 9062/2006, p.6

O limite de rigidez ao momento fletor, imposto por norma, para ligações semirrígidas é:

$$\frac{0.5 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} < R_{sec} \leq \frac{20 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} \quad (2)$$

3.1 Métodos de Determinação

Existem diversas formas de se estimar a rigidez de uma ligação semirrígida como, por exemplo:

- Ensaios laboratoriais;
- Ensaios com modelos reduzidos;
- Simulações numéricas;

Abaixo, estão elencados alguns tipos de processos que são comumente utilizados para determinar o comportamento da ligação.

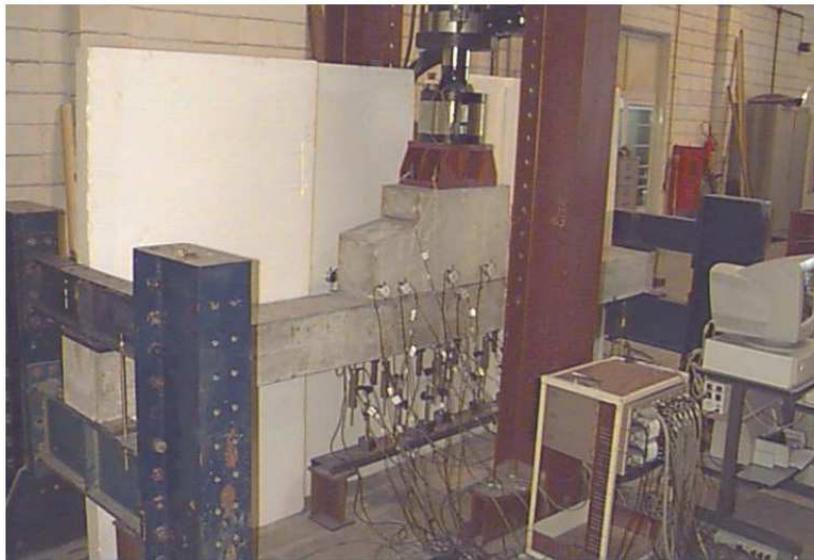
3.2 Ensaios Laboratoriais

Uma das formas de determinação da rigidez de ligações é a medida direta dessa rigidez através de um ensaio de laboratório, em que protótipos da ligação são feitos e

ensaiados, tem suas deformações lidas para cada incremento de carga, geralmente até sua ruptura. Os dados são organizados em tabelas e gráficos.

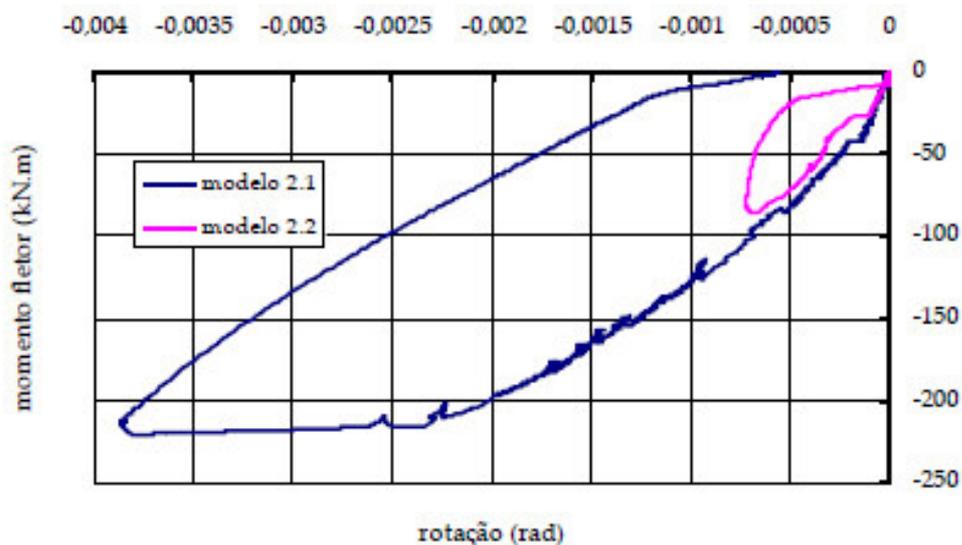
Na Figura 21 – **Imagem do ensaio** vemos uma foto do ensaio em andamento, a ligação ensaiada representa uma viga interna sendo submetido a um carregamento que causa momento negativo no apoio. Nas Figura 22 e Figura 23 são mostrados os resultados obtidos neste tipo de ensaio, que são curvas que apresentam a rotação medida de forma contínua para cada incremento de carga. Foram realizados ensaios com dois modelos, com e sem continuidade sendo estes o modelos 2.1 e 2.2 respectivamente.

Figura 21 – Imagem do ensaio.



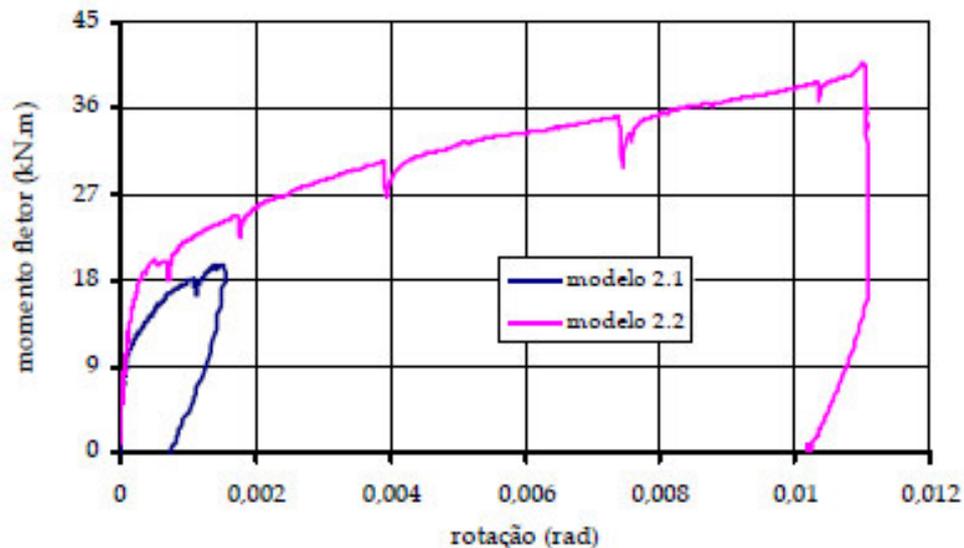
Fonte: Miotto (2002, p.72)

Figura 22 – Curvas momento-rotação – modelos 2.1 e 2.2 (momento negativo).



Fonte: Miotto (2002, p.166).

Figura 23 – Curvas momento-rotação - modelos 2.1 e 2.2 (momento positivo).



Fonte: Miotto (2002, p.167).

3.3 Método dos Elementos Finitos (MEF)

O Método dos Elementos Finitos surgiu na década de 40 do século XX e ganhou repercussão internacional da década seguinte com o trabalho do grupo de engenheiros da *Boeing*. O método se baseia no conceito de matriz de rigidez e de elemento, montagem e matriz de rigidez da estrutura, tal como o método dos deslocamentos. Segundo Vaz (2011, p.1) na análise estrutural, a formulação do Método dos Elementos Finitos pode ser feita com base no Princípio da Mínima Energia Potencial Total, do Método dos Resíduos Ponderados ou do Princípio dos Trabalhos Virtuais. O MEF se apropria dos conceitos de discretização e do contínuo e de matriz de interpolação, que permite determinar os deslocamentos de um ponto interior ao elemento a partir de seus deslocamentos nodais. O Método dos Elementos Finitos permite uma análise que simula o comportamento da ligação de forma muito realista, considerando efeitos como não linearidade física e geométrica, mecânica do contato, atrito, escorregamento da armadura e a geometria tridimensional das ligações. Entretanto, segundo Mota (2009, p.46) este processo só vem sendo utilizado dentro da academia.

Este fato pode ser consequência de não se fazer apenas um modelo computacional, assim como não é indicado fazer apenas um ensaio, quando se vai caracterizar uma ligação, uma vez que o modelo computacional sozinho não é capaz de garantir que todos

os fenômenos que acontecerão na realidade foram previstos e que o mesmo é capaz de simulá-los de forma precisa.

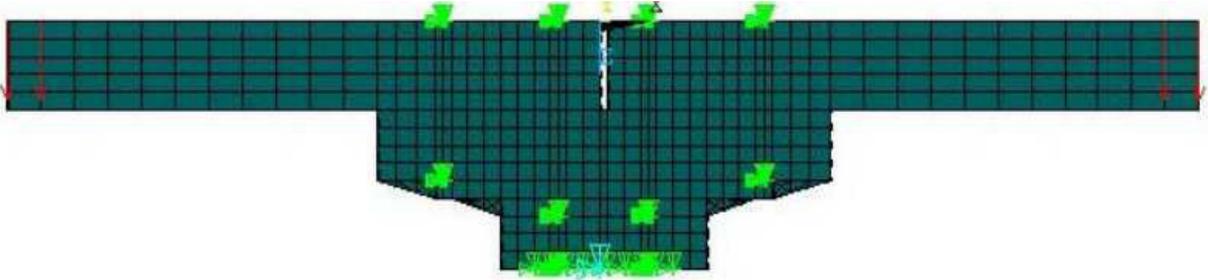
Do mesmo modo, apenas o ensaio de laboratório, que representa um alto custo, não garante um resultado absoluto, uma vez que podem acontecer erros de medição, na construção do protótipo e diversas contingências que, sem um grande número de ensaios ou um elemento balizador, podem levar a resultados errados.

Além disso, produzido um modelo computacional confiável e realizado o ensaio de laboratório, uma vez que os resultados tenham uma proximidade aceitável, é possível realizar pequenas alterações no projeto sem que seja necessário realizar um novo ensaio, apenas implementando as alterações no modelo.

Portanto, na realidade dos escritórios de projeto, com alta demanda e os prazos muitas vezes bastante apertados, torna-se inviável a realização deste tipo de estudo para caso, além do custo inerente a este tipo de trabalho.

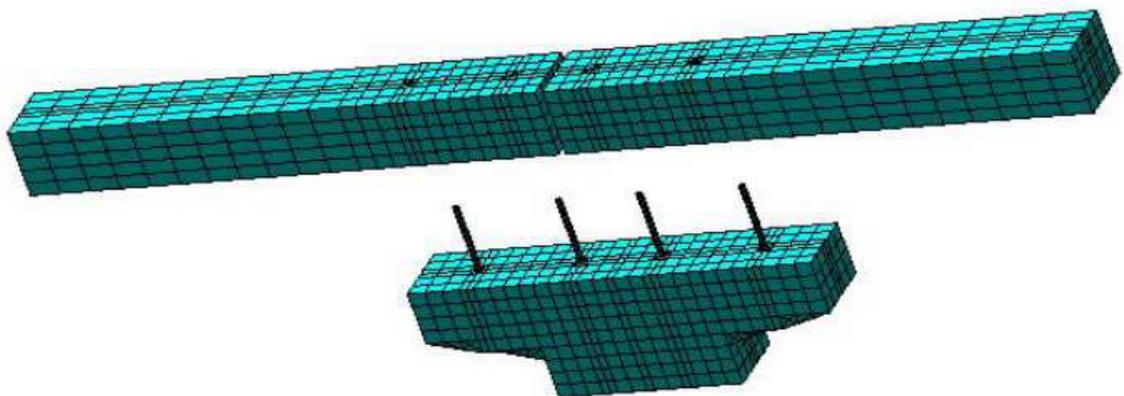
Nas Figura 24 e Figura 25 temos um exemplo de modelo de elementos finitos.

Figura 24 - Malha de elementos finitos – vista frontal.



Fonte: Miotto (2002, p.55)

Figura 25 – Malha elementos finitos – perspectiva.



Fonte: Miotto (2002, p.56)

3.4 Método dos Componentes

Segundo Baldissera (2006, p.16) o método dos componentes consiste em idealizar a posição deformada da ligação e a partir desta, acoplar os elementos que fornecem rigidez a ligação (elementos ativos), representando-os como molas. Estas molas podem ter suas curvas força-deslocamento lineares ou não, a depender do tipo de modelo trabalhado.

De acordo com o COST C1 - *Composite steel-concrete joints in braced frames for buildings* (1996, p. 3.1),

“O método dos componentes pode ser apresentado como a aplicação do conhecido método dos elementos finitos para o cálculo de ligações estruturais. Em testes experimentais, a articulação é geralmente considerada como um todo e é estudada em conformidade, a originalidade do método de componentes é a de considerar qualquer ligação como um conjunto de ‘componentes básicos individuais’ onde cada componente compreende um elemento sujeito a uma ação estrutural específica.”

Ainda de acordo com o COST C1 (1996, p. 3.3), a aplicação do método requer que siga-se os seguintes passos:

- i. listar os componentes ativos da ligação estudada;
- ii. avaliar as características de deformação e resistência de cada componente individualmente;
- iii. montagem dos componentes para avaliar as características de toda a ligação.

No processo de montagem dos elementos, existem dois modelos principais utilizados: o da aproximação mecânica e o da aproximação analítica.

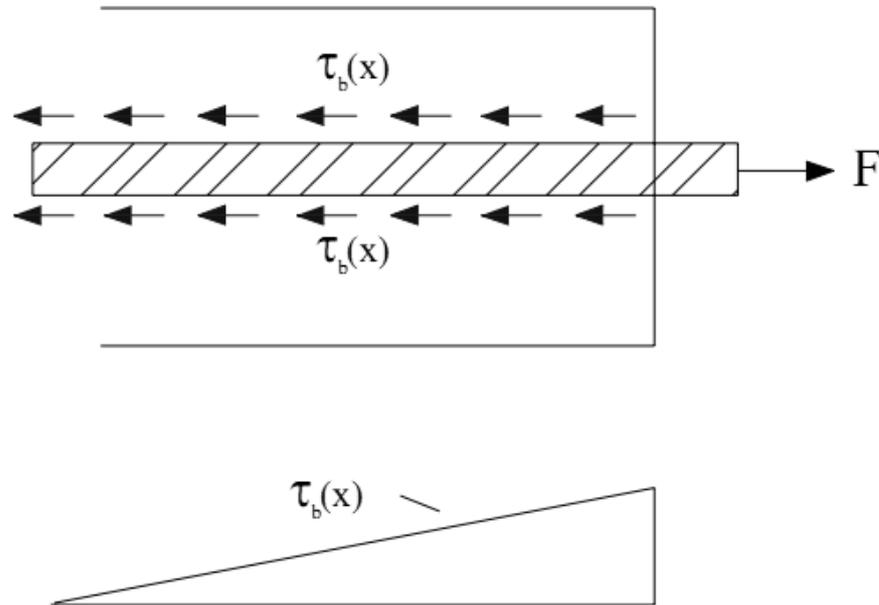
3.4.1 Rigidez dos componentes

Cada componente da ligação, que contribui para a rigidez a rotação, possui uma rigidez individual que trabalha na forma de uma mola, essas rigidezes serão apresentadas abaixo para diversos tipos de componentes.

3.4.1.1 Transferência de Forças de Tração

Segundo Mota (2009, p. 74) a transferência de força de tração e, barras ancoradas no concreto se dá pela tensão de aderência que surge na interface aço/concreto, como mostrado na Figura 26.

Figura 26 – Tensões de aderência em uma barra inserida em concreto.



Fonte: Baldissera (2006).

O deslocamento da ponta da barra (u_y) para a tensão de escoamento é definido pelo FIB (2007) *apud* Mota (2009, p. 73) como sendo:

$$u_y = \left[0.288 \cdot \left(\frac{\phi \cdot f_{yk}^2}{\tau_{max} \cdot E_s} \right)^{0.714} + 2 \cdot \frac{f_{yk}}{E_s} \cdot \phi \right] (mm) \quad (3)$$

Onde ϕ (mm) é o diâmetro nominal da barra inserida, τ_{max} (Pa) é a tensão de aderência máxima, f_{yk} (Pa) é a tensão de escoamento do aço e E_s (Pa) é o módulo de elasticidade do aço (200×10^9 Pa).

A tensão de escoamento do aço e seu módulo de elasticidade são características do material e independem do concreto. A tensão máxima de aderência (τ_{max}), por sua vez, surge na interface entre os dois materiais e seu valor é determinado pela equação (4).

$$\tau_{max} = k \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (4)$$

Onde f_{ck} (MPa) é a resistência característica do concreto a compressão aos 28 dias, k assumi o valor de 2.5 em situações de boa aderência e de 1.25 em situações de má

aderência, lembrando-se que a condição de aderência depende do tipo de barra e de sua posição dentro da peça.

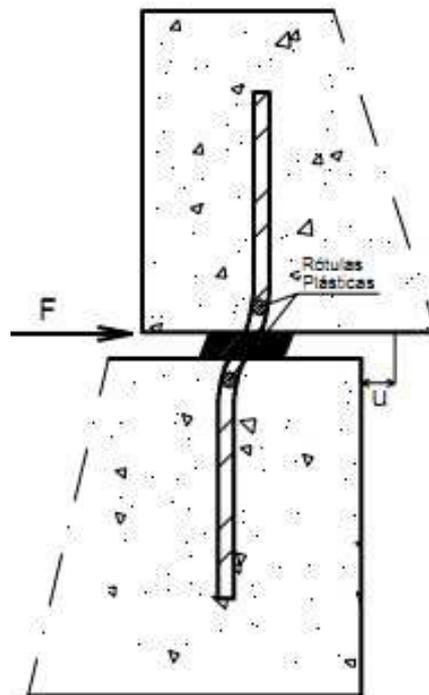
Portanto, a rigidez (K) será dada por:

$$K = \frac{f_{yk} \cdot A_s}{u_y} \quad (5)$$

3.4.1.2 Transferência de Forças de Cisalhamento por Chumbador

Segundo MOTA (2009, p. 75) chumbadores são barras ligando dois elementos pré-moldados de modo transversal como, por exemplo, na Figura 27.

Figura 27 – Chumbador ancorado em duas extremidades.



Fonte: Mota (2009, p. 76).

A superfície dos elementos pré-moldados pode estar em contato direto ou separadas por uma camada de graute ou por uma almofada de elastômero. Segundo Baldissera (2006, p. 24), quando o chumbador tem uma resistência muito próxima ou superior a do concreto, este perde sua capacidade de transmitir a carga de um elemento para outro quando surgem rótulas plásticas como mostrado na figura acima.

Segundo o FIB (2007) *apud* Mota (2009, p. 77), o deslocamento relativo entre as superfícies ligadas pelo chumbador, no momento da formação das rótulas (u_y) é dado por:

$$u_y = 0.1 \phi \quad (6)$$

onde ϕ (mm) é o diâmetro nominal do chumbador.

A força máxima transferida cisalhante pelo chumbador (F_p), no momento do surgimento das rótulas plásticas, é dada por:

$$F_p = c_r \cdot c_e \cdot \phi^2 \cdot \sqrt{f_{yk} \cdot f_{ck}} \quad (7)$$

Onde ϕ (m) é o diâmetro nominal do chumbador, f_{yk} (Pa) a tensão de escoamento do aço e f_{ck} (Pa) a resistência característica a compressão do concreto aos 28 dias. Os parâmetros c_r e c_e são descritos nas equações (8) a (12).

$$c_r = \sqrt{2}, \text{ caso haja restrição total de movimento;} \quad (8)$$

$$c_r = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}, \text{ caso haja restrição parcial de movimento;} \quad (9)$$

$$c_e = \sqrt{1 + \varepsilon^2} - \varepsilon \quad (10)$$

$$\varepsilon = \frac{3 \cdot e}{\phi} \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yk}}} \quad (11)$$

e = metade da altura da almofada ou graute entre os dois elementos.

A mola que simula o efeito do chumbador no modelo terá uma rigidez dada por:

$$K = \frac{F_p}{u_y} \quad (12)$$

Vale observar que esta rigidez é válida para a condição de corte da barra, ou seja, no caso da força ser perpendicular ao eixo da barra, caso a mesma seja paralela, o chumbador trabalhará a tração e sua rigidez será calculada conforme o item anterior.

Caso haja uma almofada de elastômero separando as peças, a rigidez à deformação no plano da almofada (K_n) será:

$$K_n = \frac{G \cdot A_n}{h_b} \quad (13)$$

Onde G (MPa) é o módulo de elasticidade transversal do elastômero, A_n (m²) a área da superfície de apoio da almofada e H_b (m) a altura efetiva da almofada.

Ferreira (1999, p. 48) adota uma tabela para classificar as almofadas de elastômeros simples segundo sua dureza, a fim de definir qual o módulo de elasticidade transversal adotado através da NBR 9062/2006. As duas tabelas seguem abaixo (Tabela 1 e Tabela 2).

Tabela 1 – Classes de dureza.

Dureza Shore A	50	60	70
Aplicações	Cargas leves	Estruturas em geral	Estruturas pesadas

Fonte: Ferreira (1999, p. 48).

Tabela 2 – Módulo G em função da dureza Shore A (à 20 ° C).

Dureza Shore A (unidade)	50	60	70
Módulo G (MPa)	0.8	1.0	1.2

Fonte: NBR-9062/2006, p.40.

Como o objetivo deste trabalho é tratar de ligações convencionais, que sejam utilizadas em edifícios padrão, a dureza adotada, na ausência de ensaios específicos, é de 60, ou seja, a almofada de elastômero deverá ter um módulo de elasticidade transversal igual a 1 MPa, o mesmo adotado por Mota(2009, p. 78).

3.4.1.3 Transferência de Forças de Compressão

Bjluger (1988) *apud* Baldissera (2006, p. 27) trata deformabilidade de juntas argamassadas como variando com a resistência a compressão destas e de sua geometria. Para determinar essa deformabilidade de uma ligação com n juntas, Bjluger (1988) *apud* Baldissera (2006, p. 27) propõe a equação (14).

$$\lambda_c = n \cdot D_j + \frac{h}{\sum_i \frac{a}{n_i \cdot D_i}} \quad (14)$$

Onde D_j é a deformabilidade da junta, h a espessura da junta, a representa a largura da junta e n o número de juntas.

Os valores de D_j podem ser obtidos na Tabela 3:

Tabela 3 – Deformabilidade de juntas argamassadas ou em concreto.

Tipo de junta	Material de preenchimento	Resistência à compressão do concreto ou argamassa em contato com os elementos pré-moldados (m/MPa)		
		Até 1 MPa	5 MPa	> 10MPa
Entre painéis	Argamassa	10^{-4}	$0,6 \cdot 10^{-4}$	$0,4 \cdot 10^{-4}$
	Concreto	-----	-----	$0,2 \cdot 10^{-4}$
Entre pilares	Argamassa	-----	-----	$0,5 \cdot 10^{-4}$
	Concreto	-----	-----	$0,2 \cdot 10^{-4}$

Fonte: Bjuger (1988) *apud* Baldissera (2006, p. 28).

Pode-se ainda considerar que a rigidez a forças de compressão da ligação seja um valor muito alto, tendendo ao infinito, uma vez que estes elementos possuem um alto f_{ck} e, portanto, um alto módulo de elasticidade, além de serem elementos de grande área e inércia.

3.4.2 Aproximação mecânica

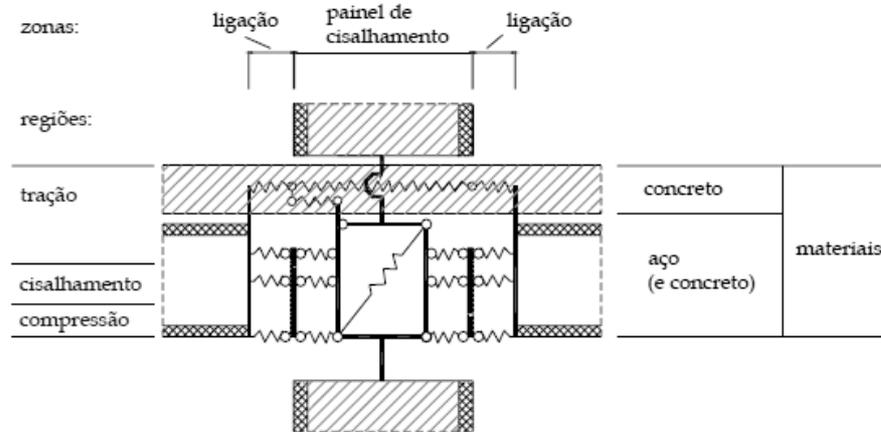
Na aproximação mecânica, quando a ligação é sujeita a um carregamento, os componentes são sujeitos a forças normais (de tração ou compressão) e cortantes, sendo seus comportamentos expressos a partir de suas curvas força x deslocamento não lineares.

Uma vez conhecidas as propriedades de todos os componentes a ligação pode ser montada e analisada. A análise pode ser feita de forma não linear, através de um carregamento incremental, onde o comportamento da ligação é analisado a partir da matriz de rigidez da configuração anterior.

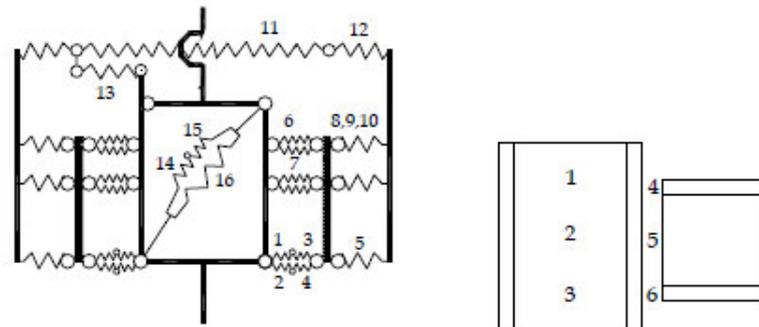
Uma vez que a análise é não linear e que, em geral, o número de componentes é numeroso, o processo tornasse complexo, uma vez que requer resolver um sistema de inúmeras equações não lineares.

A seguir, temos a apresentação de uma aplicação da aproximação mecânica do modelo de Innsbruck apresentado no COST C1 (1996, p. 3.7), numa ligação mista entre viga, pilar e laje (Figura 28). No modelo, cada elemento é representado como uma mola e são separados em grupos listados na Tabela 4.

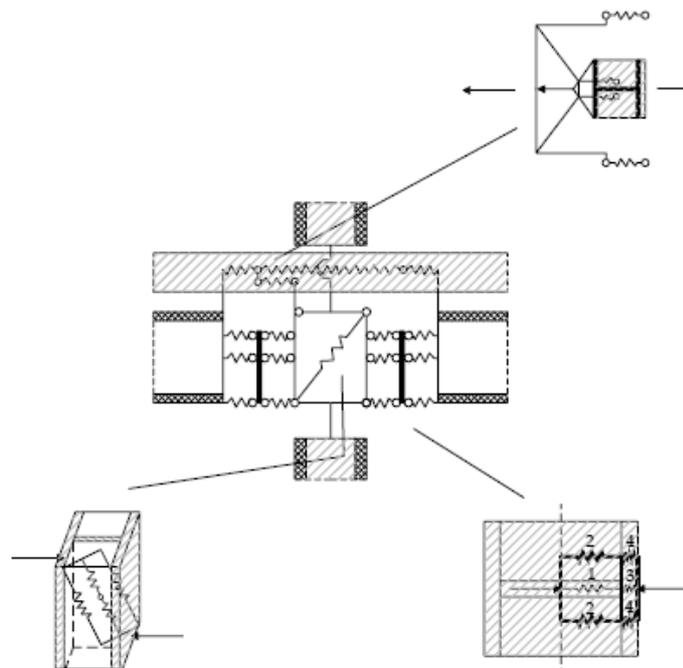
Figura 28 – Modelo mecânico de Innsbruck.



(a) Divisão das zonas do modelo mecânico.



(b) Numeração dos componentes (molas) e grupos.



(c) Detalhamento do modelo mecânico.

Fonte: COST C1 (1996, p. 3.7) adaptado por Miotto (2002, p. 16).

Tabela 4 – Modelo mecânico de Innsbruck.

Nº	Componente	Zona	Região	Grupo
1	Painel Interior	Painel	Compressão	3
2	Concreto de encamisamento	Painel	Compressão	3
3	Painel exterior (mesa do pilar + efeitos locais)	Painel	Compressão	3
4	Efeito do concreto de encamisamento na mola exterior	Painel	Compressão	3
5	Mesa da viga (efeitos locais), chapa de contato e de extremidade	Ligação	Compressão	6
6	Inclinação do painel, parte da mesa, raio do filete	Painel	Tração	1
7	Enrijecedor à tração	Painel	Tração	1
8	Mesa do pilar (enrijecida) ao momento fletor	Ligação	Tração	4
9	Chapa de extremidade ao momento fletor, alma da viga à tração	Ligação	Tração	4
10	Parafusos à tração	Ligação	Tração	4
11	Armadura (dentro do painel) à tração	Painel/Ligação	Tração	1/4
12	Escorregamento da viga mista (interação incompleta)	Painel/Ligação	Tração	1/4
13	Redireção das forças desbalanceadas	Painel/Ligação	Tração	1/4
14	Painel ao cisalhamento	Painel	Cisalhamento	2
15	Painel ao momento fletor	Painel	Cisalhamento	2
16	Capa de concreto solicitada ao corte	Painel	Cisalhamento	2

Fonte: Adaptado de COST C1 (1996, p. 4.2).

3.4.3 Aproximação analítica

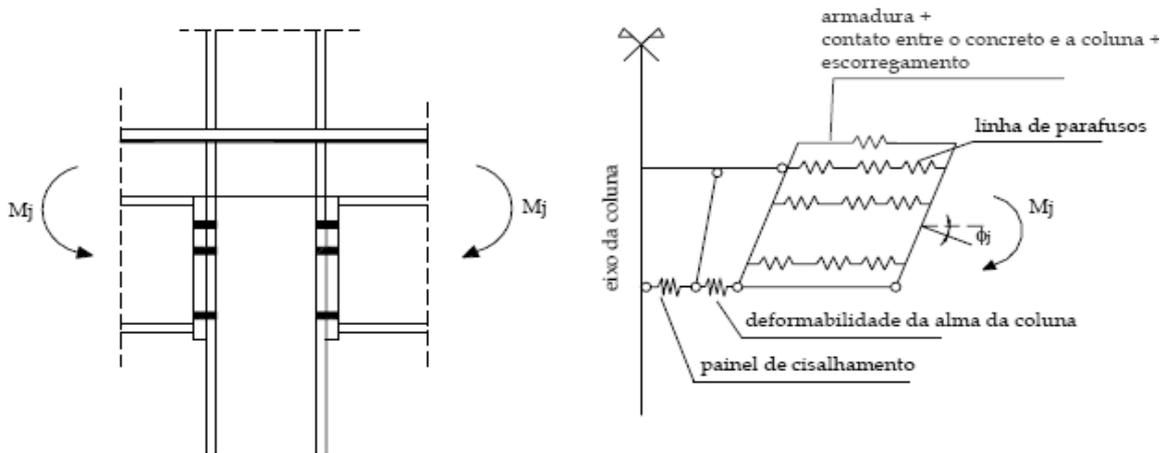
Quando o comportamento dos elementos é representado por respostas não lineares, o custo computacional pode se tornar muito alto, entretanto, adotando certas hipóteses acerca dos materiais, é possível desenvolver equações analíticas ou programas simplificados para a análise da ligação estudada.

Segundo o COST C1 (1996, p. 3.12) fórmulas analíticas podem ser obtidas a partir de modelos mecânicos quando são adotadas as seguintes propriedades para as molas:

- se as molas tem um comportamento elástico linear, a rigidez da ligação pode ser avaliada analiticamente;
- quando as molas tem um comportamento completamente rígido-plástico, com baixo nível de deformações, dentro do nível de carga da ligação, a análise da junta pode ser feita por aproximação analítica.

Abaixo, na Figura 29 é apresentado o modelo que o Eurocode 4 (1994) tem indicado para análise de ligações mistas.

Figura 29 – Modelo mecânico para ligação.



Fonte: Adaptado por Eurocode 4 (1996) *apud* Miotto (2002, p. 18) .

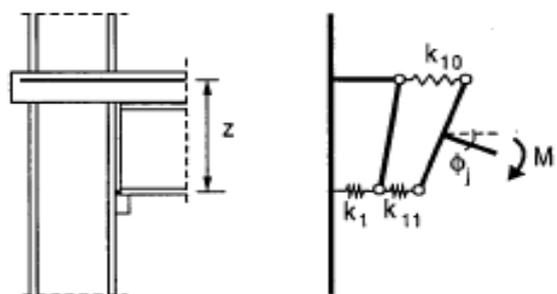
A rigidez inicial da ligação K_{ini} , é dada a partir da rigidez inicial dos componentes. Segundo o COST C1 (1996, p. 3.13) a rigidez de mola de cada componentes é dado por:

$$F_i = K_i \cdot E_i \cdot \Delta_i \quad (15)$$

Em que F_i é a força na i -ésima mola, K_i é o coeficiente de rigidez da i -ésima mola (adimensional), E_i é o modulo de elasticidade do componente i e Δ_i é a deformação da i -ésima mola.

As molas são associadas como na figura abaixo. As forças em cada mola são F_1 , F_{10} , F_{11} , aplicadas em cada uma das molas indicadas. O momento M_j , a rotação ϕ_j e a rigidez inicial equivalente K_{ini} são dados abaixo.

Figura 30 – Modelo simplificado.



Fonte: COST C1 (1996, p. 3.14)

$$M_j = F_{10} \cdot z = (F_1 + F_{11}) \cdot z \quad (16)$$

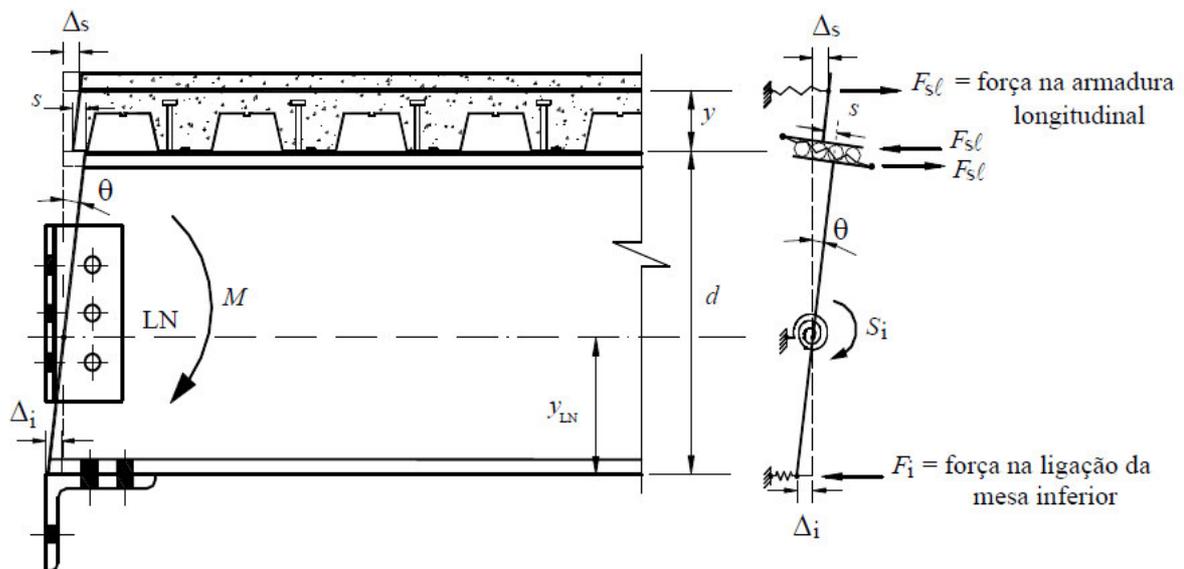
$$\Phi_j = \frac{\Delta_1 + \Delta_{10} + \Delta_{11}}{z} \quad (17)$$

$$K_{ini} = \frac{M_j}{\Phi_j} = \frac{F \cdot z}{\frac{\Delta_1}{z} + \frac{\Delta_{10}}{z} + \frac{\Delta_{11}}{z}} = \frac{z^2}{\left(\frac{1}{E_1 K_1} + \frac{1}{E_{10} K_{10}} + \frac{1}{E_{11} K_{11}} \right)} = \frac{z^2}{\Sigma \left(\frac{1}{E_i K_i} \right)} \quad (18)$$

Onde Δ é o deslocamento e z é a distância vertical (braço de alavanca) entre as molas $K_1 + K_{11}$ e K_{10} , que representam região comprimida e tracionada respectivamente.

Nota-se que a formulação da rigidez inicial dada pelo COST C1 (1996, p. 3.14) é o mesmo apresentado na NBR 8800:2008 como mostrado na Figura 31 e na Equação (19).

Figura 31-Modelo para representação da rigidez de uma ligação mista.



Fonte: ABNT NBR 8800/2008

$$S_i = \frac{M}{\Theta} = \frac{(d + y)^2}{\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_{cs}} + \frac{1}{K_i}} \quad (19)$$

Onde S_i é a rigidez inicial, Θ é a rotação da seção (que se mantém plana), d é a altura do perfil metálico, y é a distância do topo do perfil ao centroide da armadura negativa, K_s é a rigidez inicial das barras da armadura, K_{cs} a rigidez inicial dos conectores e, K_i a rigidez inicial da ligação inferior.

3.4.4 Equacionamento do Método dos Componentes

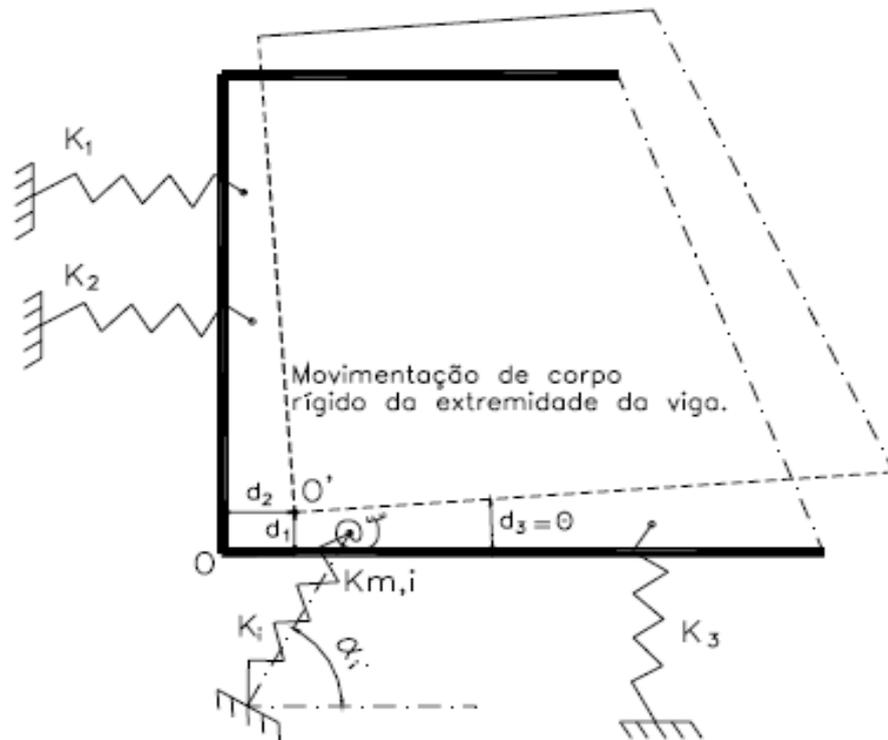
A vantagem do método dos componentes está na possibilidade de, a partir de um modelo simplificado da ligação real, obter-se uma série de equações facilmente programáveis. Abaixo apresentamos o modelo adotado e as equações que foram utilizadas para elaboração do programa de determinação da rigidez de uma ligação.

3.4.4.1 Modelo adotado

O modelo mecânico utilizado no estudo no Método dos Componentes para representar uma ligação viga-pilar pré-moldada, resistente à rotação, baseado no modelo proposto por Mota (2009, p. 56), é o de uma chapa rígida que representa o extremo da viga, ligada a molas que representam a rigidez dos elementos resistentes à rotação. A hipótese feita é que sendo rígida a chapa em seu plano, só ocorreram movimentos de corpo rígido, como mostrado na

Figura 32.

Figura 32 – Modelo mecânico utilizado.



Fonte: Mota (2009, p. 56).

3.4.4.2 Equilíbrio

Sejam:

d_1 = deslocamento horizontal (no sentido do eixo x);

d_2 = deslocamento vertical (no sentido do eixo y);

d_3 = rotação em torno do eixo z (reta perpendicular ao plano xy).

Adotaremos a hipótese de que os deslocamentos são pequenos, o que permite:

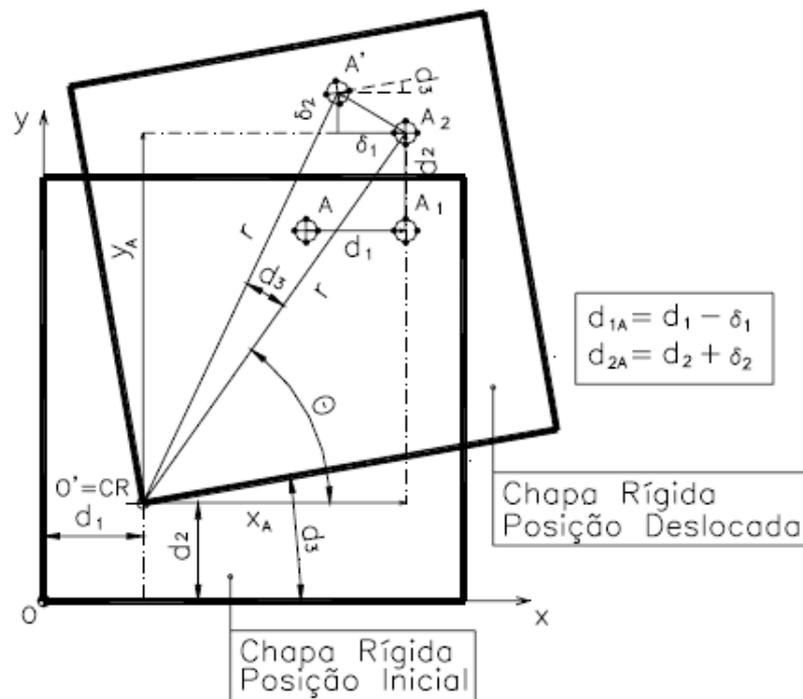
$$\text{sen}(d_3) \cong d_3$$

$$\text{cos}(d_3) \cong 1$$

(20)

Na Figura 33 temos a representação da cinemática da ligação.

Figura 33 – Cinemática do deslocamento de corpo rígido.



Fonte: Mota (2009, p. 60).

A partir da Figura 33, considerando apenas pequenas rotações, temos que:

$$d_{1A} = d_1 - \delta_1 \tag{21}$$

$$\delta_1 = r \cdot (\cos(\theta) - \cos(\theta + d_3)) \tag{22}$$

$$\delta_1 = r \cdot (\cos(\theta) - \cos(\theta) \cdot \cos(d_3) + \sin(\theta) \cdot \sin(d_3)) \quad (23)$$

Aplicando a Equação (20) em (23) temos:

$$\delta_1 = r \cdot \sin(\theta) \cdot d_3 = y_A \cdot d_3 \quad (24)$$

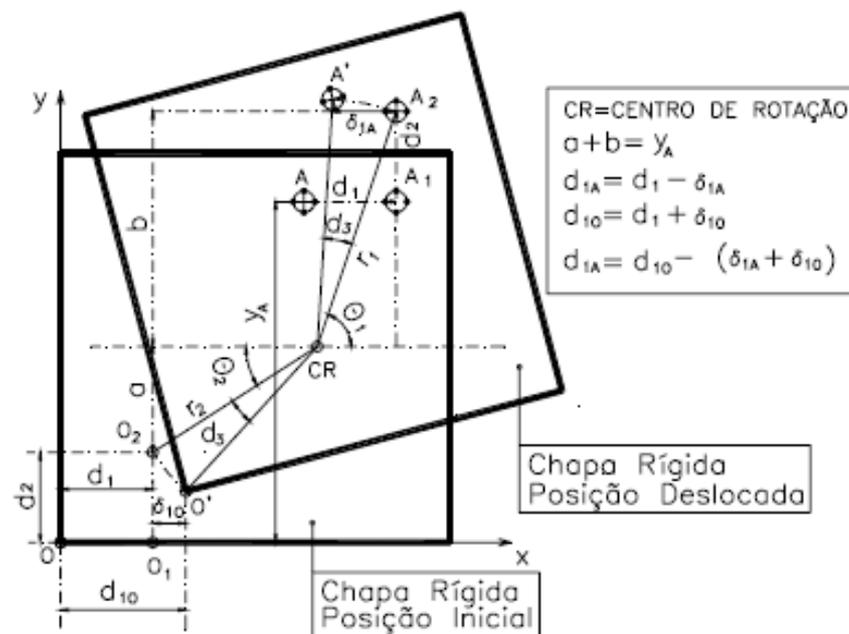
$$d_{1A} = d_1 - y_A \cdot d_3 \quad (25)$$

Analogamente, temos:

$$d_{2A} = d_2 + \delta_2 = d_2 + x_A \cdot d_3 \quad (26)$$

É importante notar que o deslocamento de um ponto qualquer pode ser analisado com referência a outro ponto arbitrário, não sendo necessário que este seja o centro de rotação. Abaixo temos uma ilustração (Figura 34) que mostra a cinemática do caso em que a origem (ponto de referência), não coincide com o centro de rotação.

Figura 34 – Cinemática do deslocamento de corpo rígido-caso geral (CR não coincide com a origem).



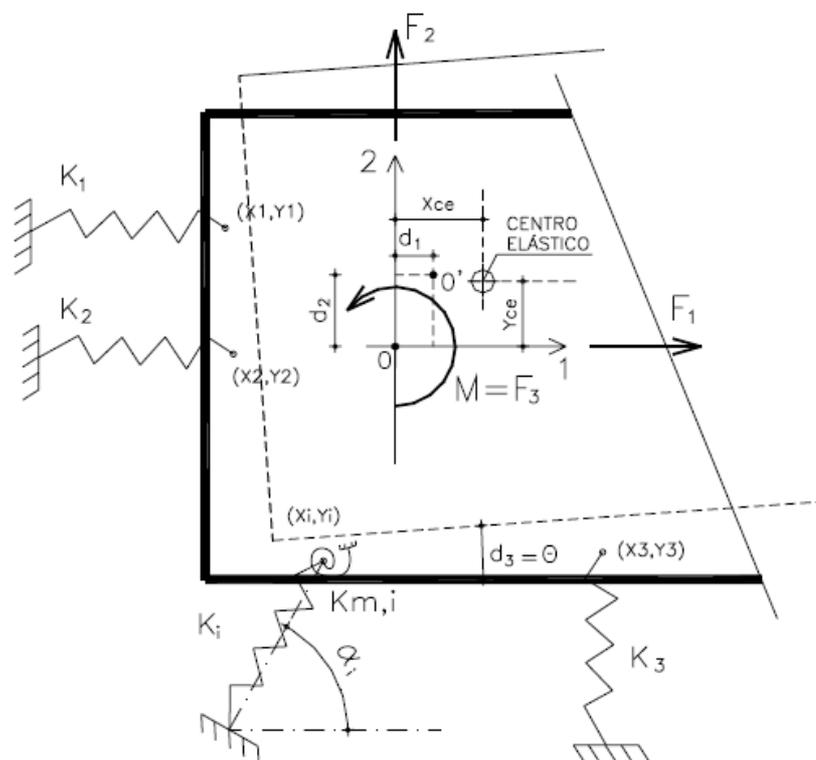
Fonte: Mota (2009, p. 62).

Tomando por base as equações descritas acima e a geometria descrita na Figura 34 temos as equações (27) que descrevem a cinemática do corpo rígido:

$$\begin{aligned}
 d_{1A} &= d_1 - \delta_{1A} \\
 d_{1o} &= d_1 - \delta_{1o} \\
 d_{1A} &= d_{1o} - (\delta_{1A} + \delta_{1o}) \\
 \delta_{1A} &= r_1 \cdot (\cos(\theta_1) - \cos(\theta_1 + d_3)) \\
 \delta_{1A} &= r_1 \cdot \text{sen}(\theta_1) \cdot d_3 = a \cdot d_3 \\
 \delta_{1o} &= r_1 \cdot (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_2 + d_3)) \\
 \delta_{1o} &= r_2 \cdot \text{sen}(\theta_2) \cdot d_3 = b \cdot d_3 \\
 (\delta_{1A} + \delta_{1o}) &= (a + b) \cdot d_3 = y_A \cdot d_3 \\
 d_{1A} &= d_{1o} - y_A \cdot d_3 \\
 d_{2A} &= d_{2o} - x_A \cdot d_3
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

Tomemos agora o modelo de ligação mostrado na Figura 35 abaixo, onde a origem não coincide com o centro de rotação e onde foi adotado um sistema cartesiano de referência.

Figura 35 – Ligação representada pelo método dos componentes.



Fonte: Mota (2009, p. 63).

As molas i representam os elementos que compõem a ligação, como barras de aço, almofadas de neoprene, concreto e chumbadores. Cada mola esta ligada a seção da viga em um ponto (x_i, y_i) com uma inclinação α_i . Cada mola tem uma rigidez k_i , podemos ainda ter molas que trabalham a rotação, que tem uma rigidez k_{mi} .

Temos um sistema de forças aplicado na origem $\{F_1, F_2, F_3\}$ que geram deslocamentos $\{d_1, d_2, d_3\}$ na origem. As ações são equilibradas pelas molas que sofrem deslocamentos $d_{i,j}$.

Os deslocamentos sofridos pelas molas são dados abaixo e foram obtidos a partir do sistema de equações (26):

$$\begin{aligned} d_{i,1} &= d_1 - y_i \cdot d_3 \\ d_{i,2} &= d_2 + x_i \cdot d_3 \\ d_{i,3} &= d_3(*) \end{aligned} \quad (28)$$

(*)Para molas a rotação

O deslocamento na direção α_i pode ser determinado pela equação abaixo

$$d_i = d_{i,1} \cdot \cos(\alpha_i) + d_{i,2} \cdot \sin(\alpha_i) \quad (29)$$

Substituindo (28) em (29) temos

$$d_i = d_1 \cdot \cos(\alpha_i) + d_2 \cdot \sin(\alpha_i) + d_3 \cdot [x_i \cdot \sin(\alpha_i) - y_i \cdot \cos(\alpha_i)] \quad (30)$$

Adotando:

$$\begin{aligned} A_{i,1} &= \cos(\alpha_i) \\ A_{i,2} &= \sin(\alpha_i) \end{aligned} \quad (31)$$

$$A_{i,3} = x_i \cdot \sin(\alpha_i) - y_i \cdot \cos(\alpha_i)$$

Temos:

$$\begin{aligned} d_i &= A_{i,1} \cdot d_1 + A_{i,2} \cdot d_2 + A_{i,3} \cdot d_3 \\ F_i &= k_i \cdot d_i = k_i \cdot (A_{i,1} \cdot d_1 + A_{i,2} \cdot d_2 + A_{i,3} \cdot d_3) \end{aligned} \quad (32)$$

$$M_i = k_{im} \cdot d_3$$

As forças produzidas na origem por cada componente será:

$$\begin{aligned}
 F_{i,1} &= k_i \cdot (A_{i,1}^2 \cdot d_1 + A_{i,2} \cdot A_{i,1} \cdot d_2 + A_{i,3} \cdot A_{i,1} \cdot d_3) \\
 F_{i,2} &= k_i \cdot (A_{i,1} \cdot A_{i,2} \cdot d_1 + A_{i,2}^2 \cdot d_2 + A_{i,3} \cdot A_{i,2} \cdot d_3) \\
 F_{i,3} &= k_i \cdot (A_{i,1} \cdot A_{i,3} \cdot d_1 + A_{i,2} \cdot A_{i,3} \cdot d_2 + A_{i,3}^2 \cdot d_3)
 \end{aligned} \tag{33}$$

Para que haja equilíbrio estático temos que:

$$F_j = \sum_{i=1}^n F_{i,j}$$

Matricialmente, temos:

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{2,1} & R_{3,1} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{3,2} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \tag{34}$$

Onde [R] é a matriz de rigidez, {d} é o vetor de deslocamentos e {F} é o vetor das ações externas. Como toda matriz de rigidez, a matriz [R] é simétrica e seus elementos podem ser determinados pelas equações abaixo:

$$\begin{aligned}
 R_{a,b} &= \sum k_i \cdot A_{i,a} \cdot A_{i,b} \\
 R_{3,3} &= \sum (k_i \cdot A_{i,3} \cdot A_{i,3} + K_{im})
 \end{aligned} \tag{35}$$

Tendo sido resolvido o sistema de equações, podem-se utilizar as Equações (32) para determinar a força em cada componente.

Segundo Mota (2009, p. 66) um ponto importante para a compreensão do comportamento de uma ligação é o Centro Elástico (CE) que tem as seguintes propriedades.

1. Molas de translação que tem seu eixo passando pelo CE não contribuem para a rigidez a rotação da ligação;
2. Se a origem coincide com o centro elástico as translações e rotações se desacoplam, gerando $R_{1,2} = R_{2,1} = R_{2,3} = R_{3,2} = 0$. Isso ocorre pois forças externas que passam por esse ponto geram apenas translação e momentos apenas rotação;

Dadas as propriedades do Centro Elástico, suas coordenadas podem ser determinadas a partir das equações (34):

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{2,1} & R_{3,1} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{3,2} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_2 \\ F_2 \cdot x_{CE} \end{Bmatrix} \Rightarrow x_{CE} = \frac{R_{1,1} \cdot R_{3,2} - R_{1,2} R_{3,1}}{R_{1,1} \cdot R_{2,2} - R_{1,2} R_{2,1}} \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{2,1} & R_{3,1} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{3,2} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ 0 \\ -F_1 \cdot y_{CE} \end{Bmatrix} \Rightarrow y_{CE} = \frac{R_{3,2} \cdot R_{2,1} - R_{2,2} R_{3,1}}{R_{1,1} \cdot R_{2,2} - R_{1,2} R_{2,1}}$$

Ainda segundo Mota (2009, p. 67), a aferição da qualidade do modelo mecânico pode ser feita comparando o valor K_ϕ (rigidez a rotação) obtido em um ensaio mecânico e o valor extraído do modelo. Este valor pode ser obtido através do modelo de duas maneiras:

1. Resolve-se o sistema abaixo, onde é considerada apenas uma ação externa na forma de um momento M .

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{2,1} & R_{3,1} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{3,2} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ M \end{Bmatrix} \Rightarrow K_\Phi = \frac{M}{d_3} \quad (37)$$

2. Determina-se a matriz de flexibilidade $[F]$, que é a inversa da matriz de rigidez. O elemento $F_{3,3}$ é a deformabilidade D_ϕ , que equivale a rotação para momento unitário $M=1$. Logo:

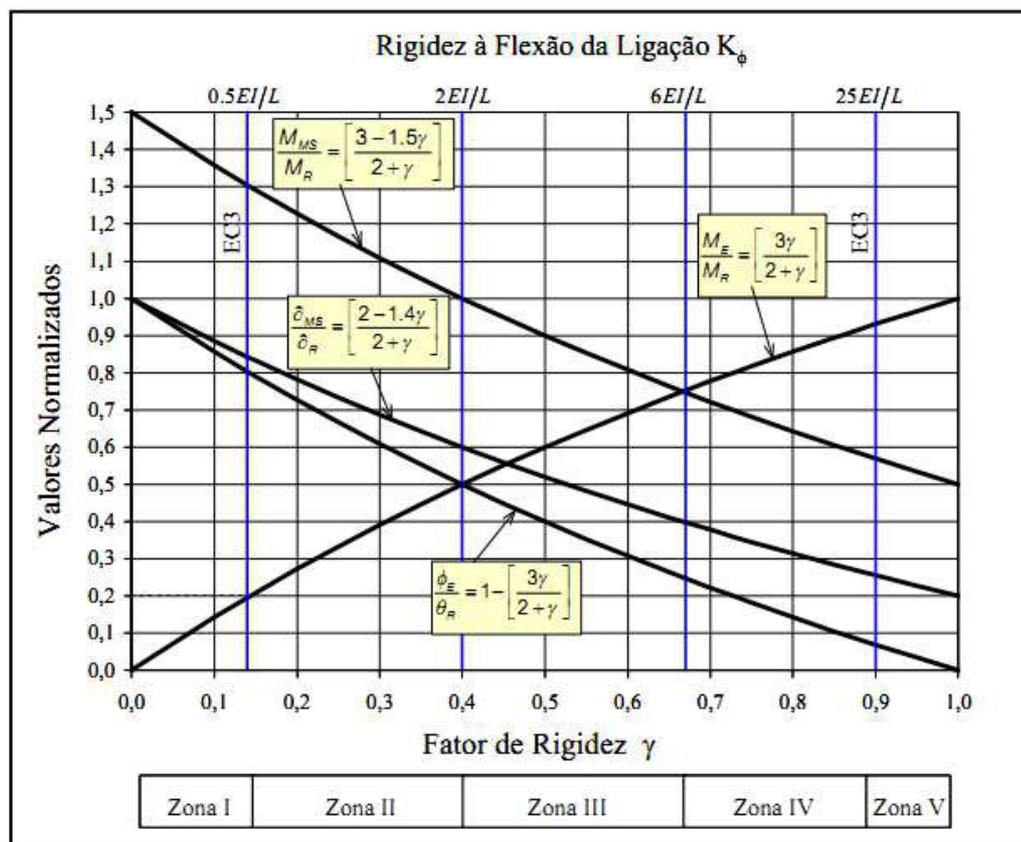
$$K_{\Phi} = \frac{1}{D_{\Phi}} = \frac{1}{C_{33}} \quad (38)$$

3.5 Classificação das ligações quanto à rigidez

Como dito no item 1.3, as ligações podem ser classificadas quanto a sua rigidez como sendo flexíveis, rígidas ou semirrígidas, entretanto esta classificação é muito subjetiva.

Ferreira (2002) propõe um método de classificação baseado no fator de restrição (α_r), como mostrado na Figura 36.

Figura 36 – Classificação proposta para ligações semirrígidas.



Fonte: Ferreira (2002, p.5)

Onde γ , fator de rigidez, equivale ao α_r . M_E é o momento na extremidade da viga devido a rigidez da ligação, M_R o momento de engastamento perfeito e M_{MS} é o momento no centro da viga devido a rigidez da ligação. O fator ϕ_E é a rotação efetiva na extremidade e θ_R a rotação de uma viga bi-apoiada, dada pela equação (39). O fator δ_{MS} é a flecha efetiva no meio do vão e δ_R a flecha de uma viga bi-apoiada, dada na equação (40).

$$\theta_R = \frac{L \cdot M_r}{2 \cdot E \cdot I} \quad (39)$$

$$\delta_R = \frac{5 \cdot w \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad (40)$$

Os limites e considerações sobre cada zona são mostrados na tabela

Tabela 5 – Zonas de classificação das ligações.

	Condição	Limites
Zona I	Ligação articulada	$0 \leq \gamma < 0.14$
Zona II	Ligação semirrígida com baixa resistência à flexão	$0.14 < \gamma < 0.40$
Zona III	Ligação semirrígida com média resistência à flexão	$0.40 < \gamma < 0.67$
Zona IV	Ligação semirrígida com alta resistência à flexão	$0.67 < \gamma < 0.89$
Zona V	Ligação rígida	$0.89 < \gamma \leq 1$

Fonte: Adaptado de Ferreira (2002)

4 EXEMPLOS

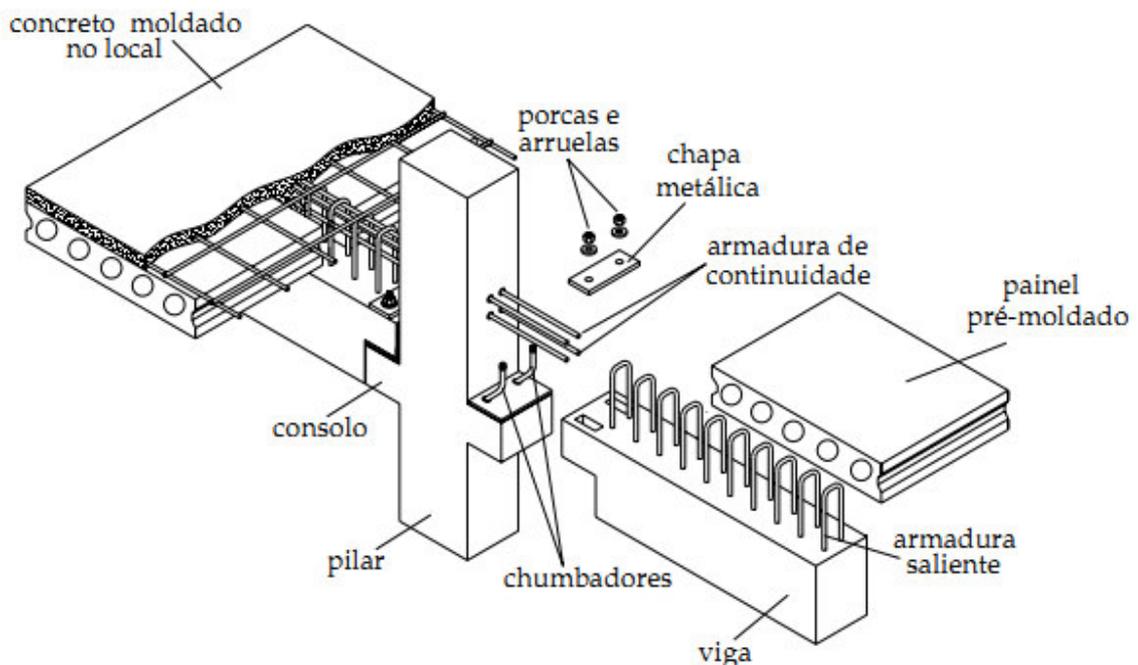
Foi implementada uma planilha no programa Excel™ com as equações descritas no Capítulo 3, que calcula o valor da rigidez da ligação. Foram processadas três ligações ensaiadas em laboratório a fim de avaliar a qualidade dos resultados da planilha.

Foi ainda analisado um pórtico plano com ligações semirrígidas de rigidez obtida pela planilha, além das situações de ligação perfeitamente rotulada e perfeitamente rígida, a fim de avaliar o impacto da rigidez da ligação no comportamento estrutural do pórtico.

4.1 Ligação 1

A ligação 1 foi proposta por Baldissera (2006) e é apresentada na Figura 37.

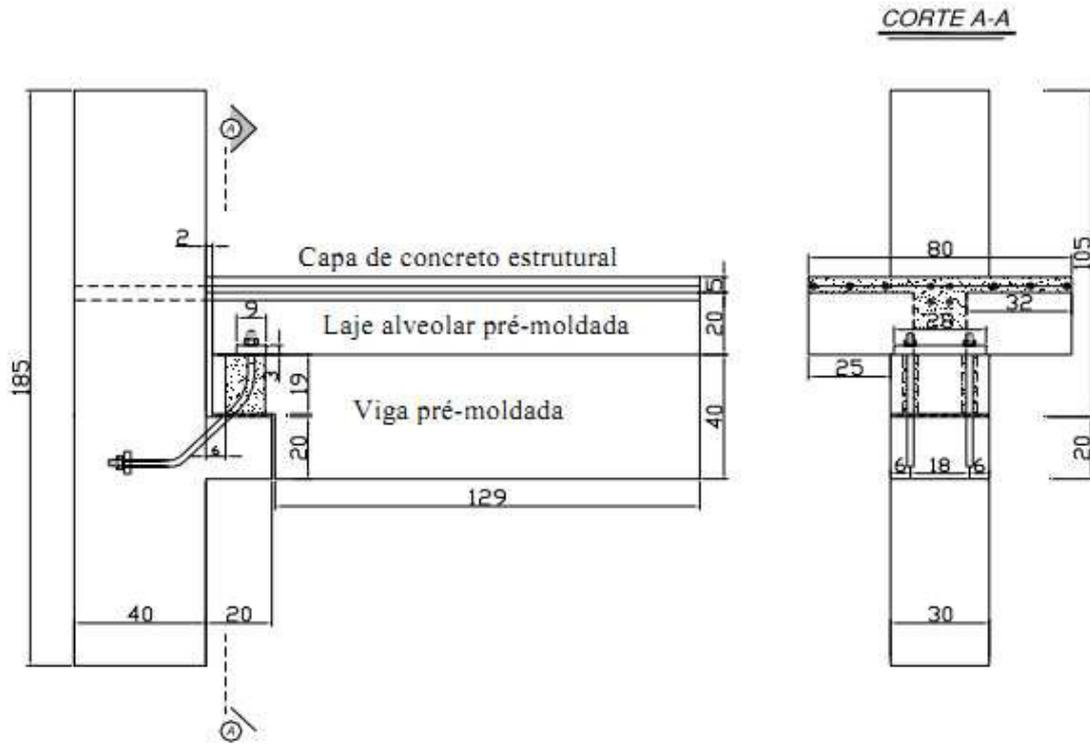
Figura 37 – Ligação 1.



Fonte: Baldissera (2006).

O modelo ensaiado por Baldissera (2006) é mostrado na Figura 38. Na Figura 39 é possível ver parte do ensaio, onde a ligação em específico está sendo ensaiada a momento negativo e já apresenta abertura de fissuras.

Figura 38 – Modelo ensaiado.



Fonte: Baldissera (2006)

Figura 39 – Ensaio realizado por Baldissera.



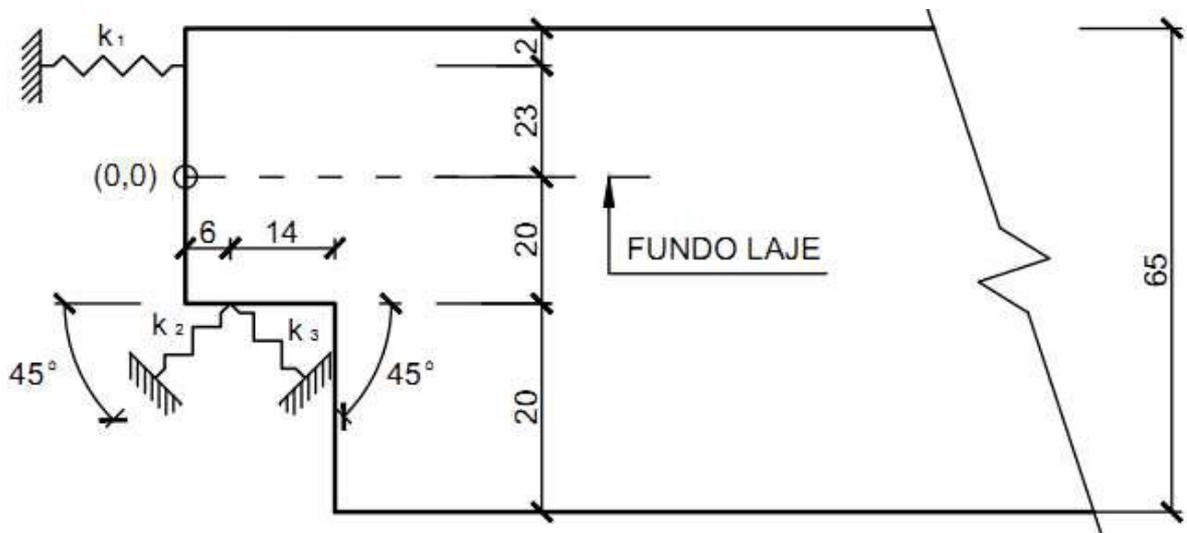
Fonte: Baldissera (2006, p.87).

O fck utilizado em vigas e pilares foi de 35 MPa e nas lajes e capa 25MPa, foi utilizado aço CA-50 tanto na armadura quanto nos chumbadores. Os valores das rigidezes foram obtidos conforme as equações descritas no item 3.4.1 – Rigidez dos componentes.

4.1.1 *Momento positivo*

Na Figura 40 temos o modelo adotado para a Ligação 1 submetida a momentos positivos. A Tabela 6 mostra os valores da rigidez dos componentes assim como suas respectivas posições adotadas no modelo.

Figura 40 – Componentes ligação 1 – momento positivo.



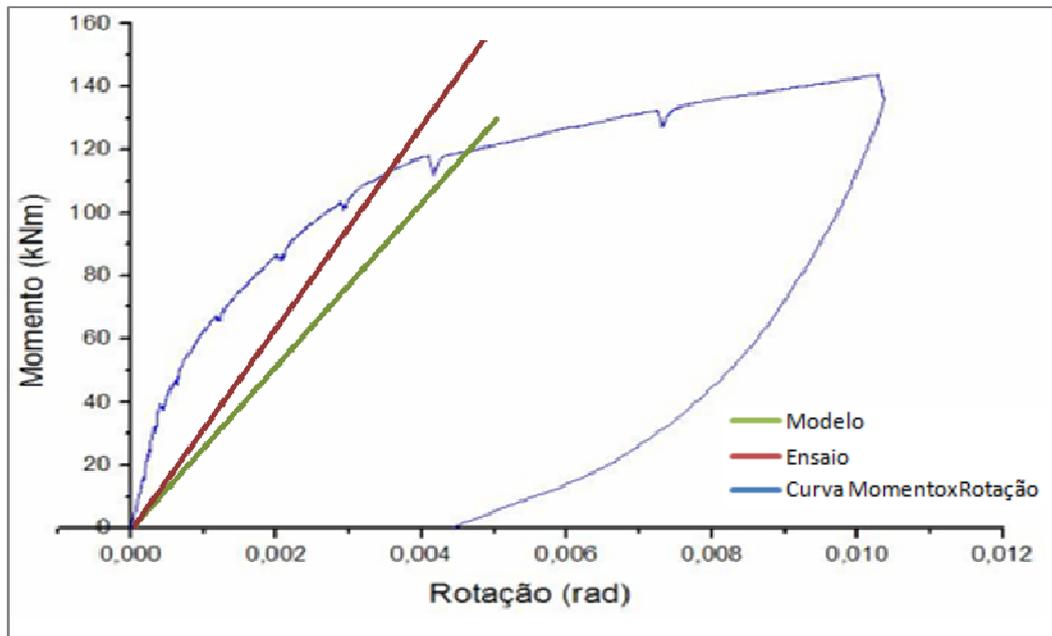
Fonte: Próprio autor.

Tabela 6 – Modelo sob momento positivo

Componente	Rigidez (kN/m)	x (m)	y (m)	α (graus)
Concreto	1.000E+10	-0.06	0.24	0
Chumbador (tração)	6.959E+05	0.00	-0.20	45
Chumbador (corte)	7.671E+04	0.00	-0.20	-45

Fonte: Próprio autor.

Figura 41 – Envoltória para momentos positivos - Ligação 1.



Fonte: Baldissera (2006) adaptado pelo autor.

Na Figura 41 temos o resultado experimental da Ligação 1 a momento positivo (em azul), a rigidez secante obtida pelo ensaio (em vermelho) e a reta que representa a rigidez obtida pelo modelo (em verde). Na Tabela 7 temos um quadro comparando os resultados dos modelos.

Tabela 7 – Quadro comparativo entre ensaio e modelo – Ligação 1 – momento positivo.

	Ensaio	Modelo	Diferença (%)
K (kNm/rad)	33300	26752	19,7%
α_r	0,388	0,338	12,9%

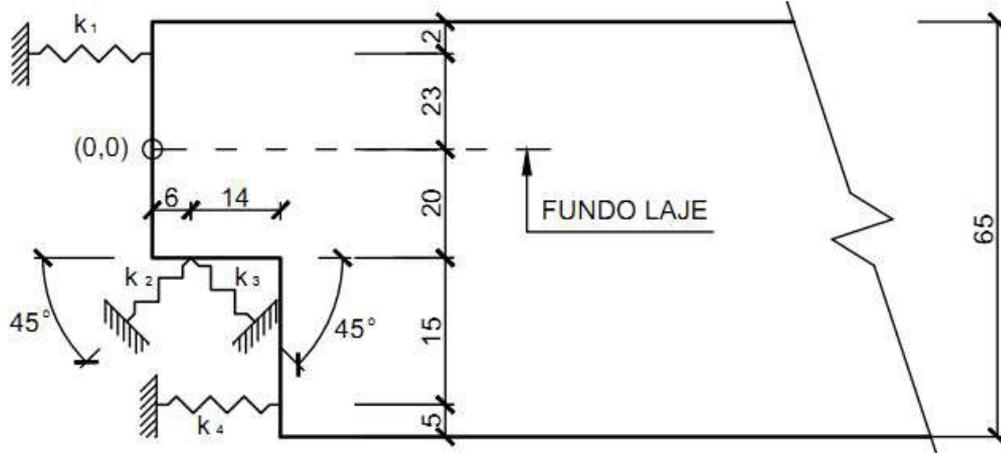
Fonte: Próprio autor.

A diferença pode ser devida ao fato de a ligação estar trabalhando a momentos positivos, situação pouco natural, o que dificulta a simulação do comportamento da mesma.

4.1.2 Momento negativo

Na Figura 42 temos o modelo adotado para a Ligação 1 submetida a momentos positivos. A Tabela 8 mostra os valores da rigidez dos componentes assim como suas respectivas posições adotadas no modelo.

Figura 42 – Componentes Ligação 1 – momento negativo.



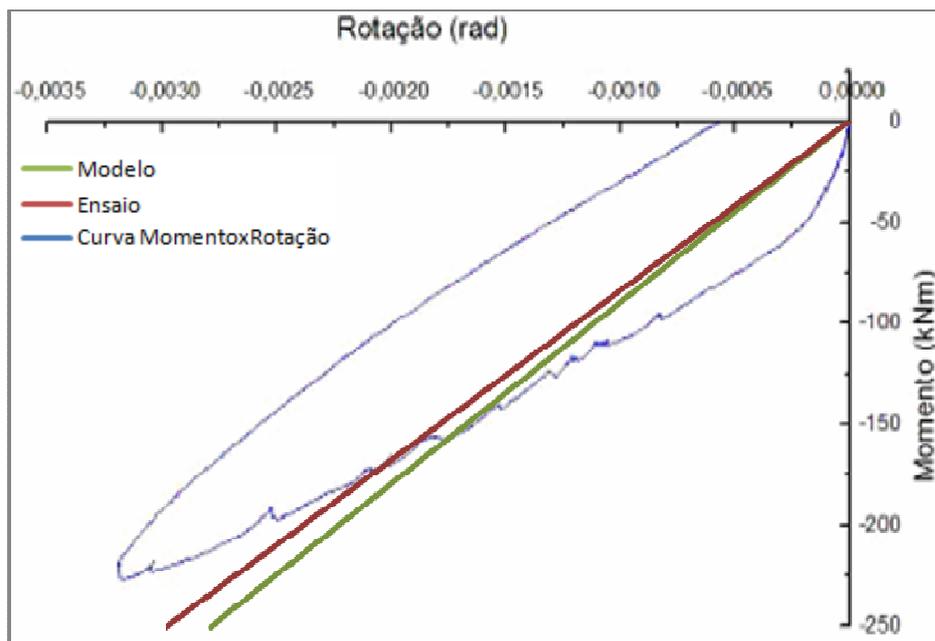
Fonte: Próprio autor.

Tabela 8 – Modelo sob momento negativo

Componente	Rigidez (kN/m)	x (m)	y (m)	α (graus)
Concreto	1.000E+10	0.20	-0.35	0
Chumbador (tração)	6.959E+05	0.06	-0.20	-45
Chumbador (corte)	7.671E+04	0.06	-0.20	45
Reforço	2.880E+05	0.00	0.20	0

Fonte: Próprio autor.

Figura 43 – Envoltória para momentos negativos – Ligação 1.



Fonte: Baldissera (2006) adaptado pelo autor.

Na Figura 43 temos o resultado experimental da Ligação 1 a momento negativo (em azul) , a rigidez secante obtida pelo ensaio (em vermelho) e a reta que representa a rigidez obtida pelo programa (em verde). Na Tabela 9 temos um quadro comparativo entre os resultados do ensaio e do modelo.

Tabela 9 – Quadro comparativo entre ensaio e modelo – Ligação 1 – momento negativo.

	Ensaio	Modelo	Diferença (%)
K (kNm/rad)	84000	90218	6,9%
α_r	0,615	0,632	2,7%

Fonte: Próprio autor.

4.2 Ligação 2

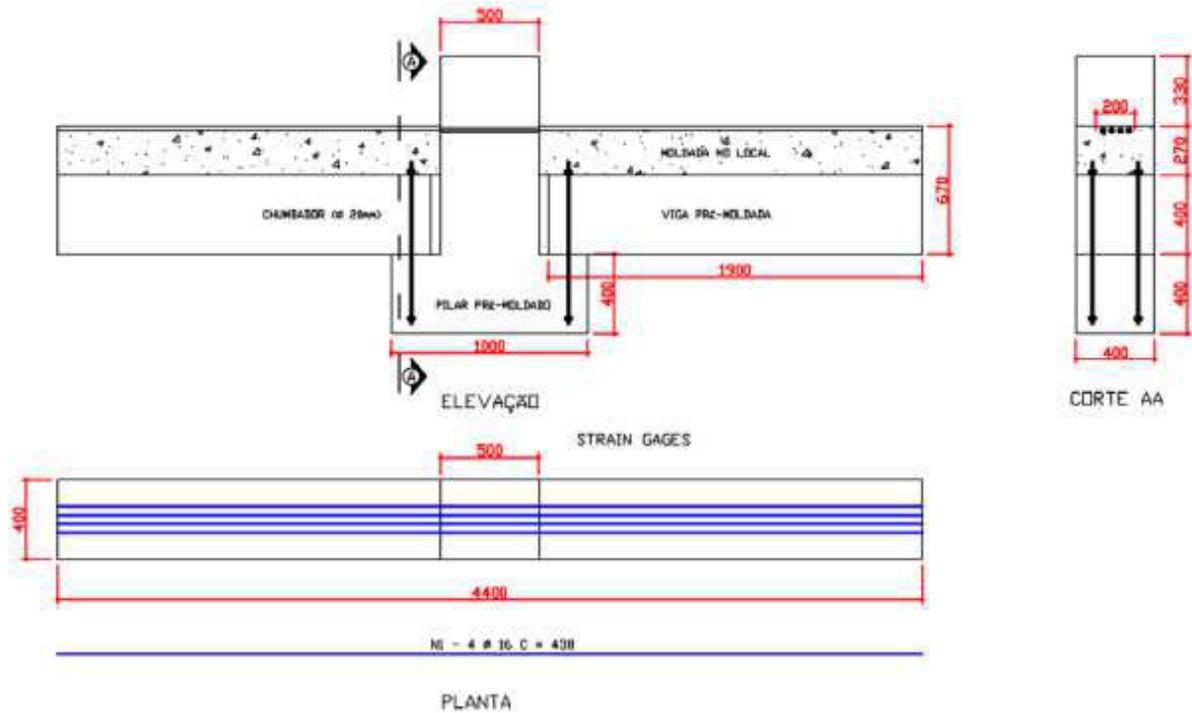
A segunda ligação analisada foi proposta por Kataoka(2007) conforme mostrado com geometria e detalhamento mostrados na Figura 45. Vale resaltar que o ensaio realizado lavava em conta apenas o momento negativo, predominante neste tipo de ligação. A Figura 44 mostra uma foto do ensaio, nela podem ser vistas as aberturas de fissuras.

Figura 44 – Foto do ensaio.



Fonte: Kataoka(2007, p.90).

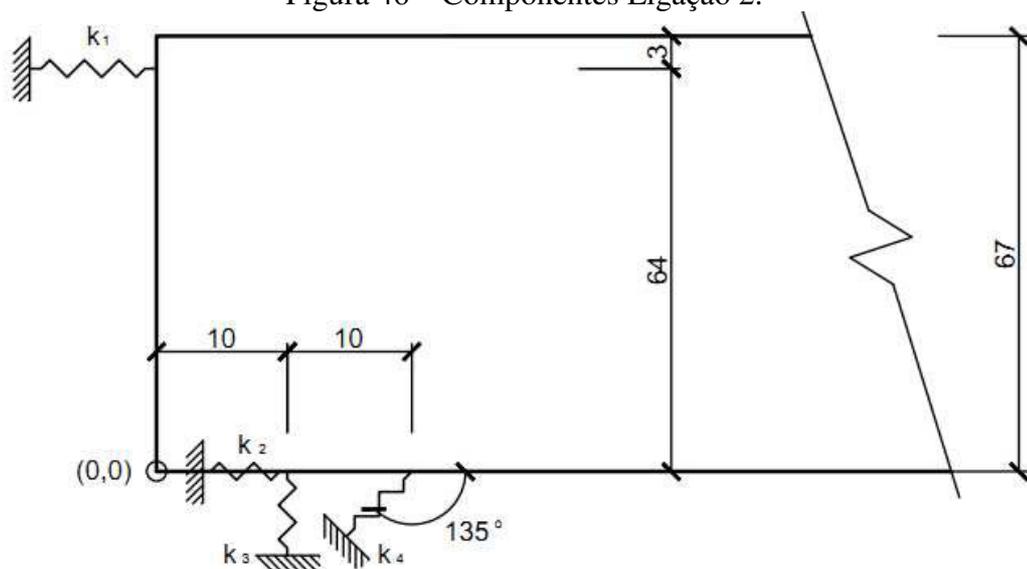
Figura 45 – Ligação 2.



Fonte: Kataoka(2007, p.55).

O f_{ck} adotado foi de 25MPa e o aço CA-50 na armadura e nos chumbadores. O comparativo entre o resultado experimental e do modelo são expressos abaixo. Os valores das rigidezes foram obtidos pelas equações descritas no item 3.4.1 – Rigidez dos componentes. Na Figura 46 temos o modelo da Ligação 2. A Tabela 10 mostra os valores da rigidez dos componentes assim como suas respectivas posições adotadas no modelo.

Figura 46 – Componentes Ligação 2.



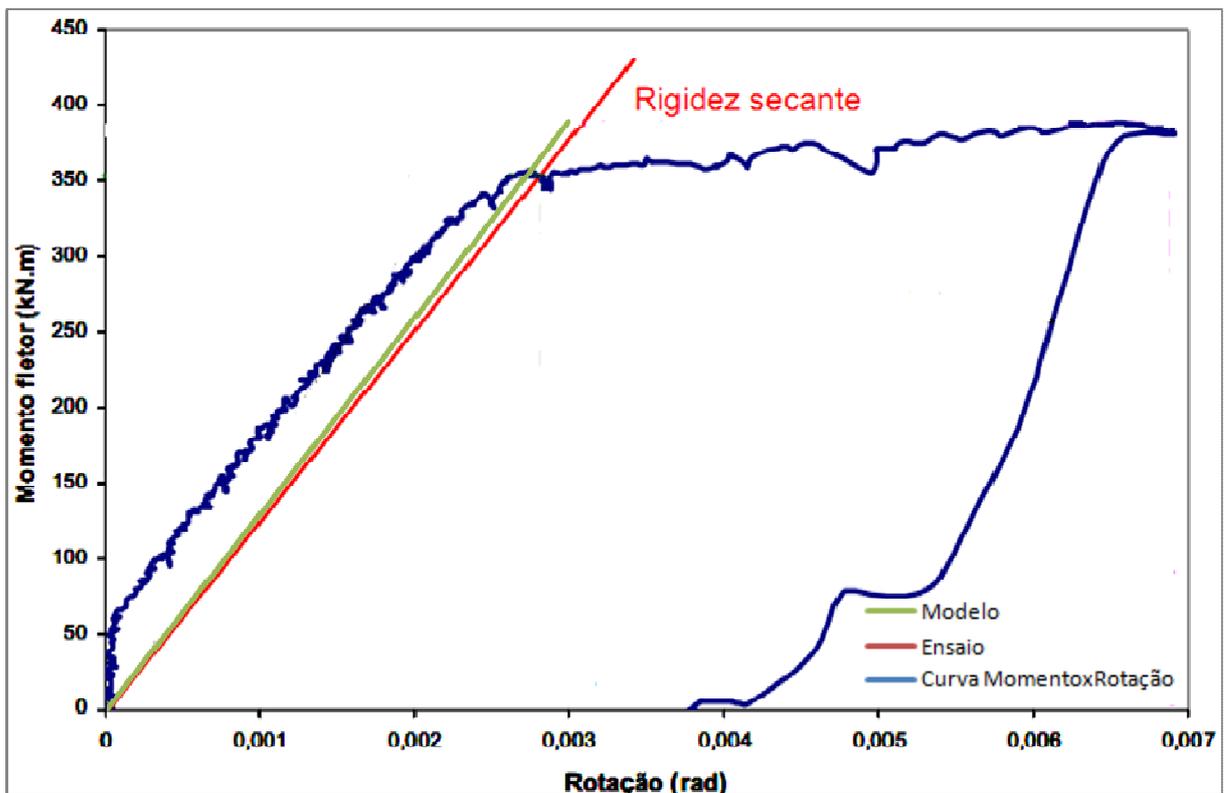
Fonte: Próprio autor.

Tabela 10 – Modelo sob momento negativo.

Componente	Rigidez (kN/m)	x (m)	y (m)	α (graus)
Concreto	1.000E+10	0.20	0.00	45.00
Chumbador (tração)	3.724E+05	0.10	0.00	90
Chumbador (corte)	5.350E+04	0.10	0.00	0
Reforço	5.630E+05	0.00	0.64	0

Fonte: Próprio autor.

Figura 47 – Resultados Ligação 2.



Fonte: Kataoka (2007) adaptado pelo autor.

Na Figura 47 temos em verde a reta equivalente à rigidez obtida pelo programa, em azul é mostrada a curva momento-rotação até a ruptura e em vermelho o valor da rigidez secante. Observa-se ainda que a rigidez secante encontra-se paralela a um longo trecho do gráfico, o que pode indicar a alta rigidez inicial, antes da plastificação (logo no início do carregamento), como também uma falha na leitura. Na Tabela 11 temos um quadro comparativo entre os resultados do ensaio e do modelo.

Tabela 11 – Quadro comparativo entre ensaio e modelo – Ligação 2.

	Ensaio	Modelo	Diferença (%)
K (kNm/rad)	120689	128771	6,3%
α_r	0,741	0,754	1,7%

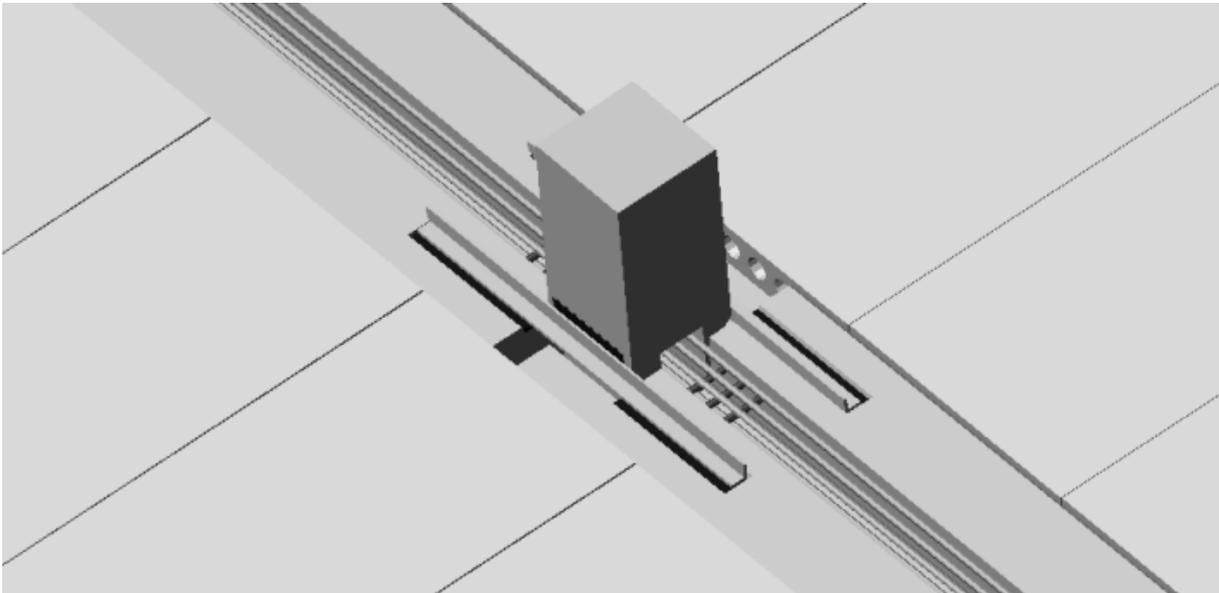
Fonte: Próprio autor.

Comparando-se a Ligação 1 com a Ligação 2 vemos que a segunda obteve um fator de restrição 16% melhor com relação a primeira. Isto se deve, possivelmente, a maior altura da peça e ao fato de a segunda ser uma ligação com continuidade, enquanto a primeira ser de um pilar de extremidade, onde as barras não estão devidamente ancoradas.

4.3 Ligação 3

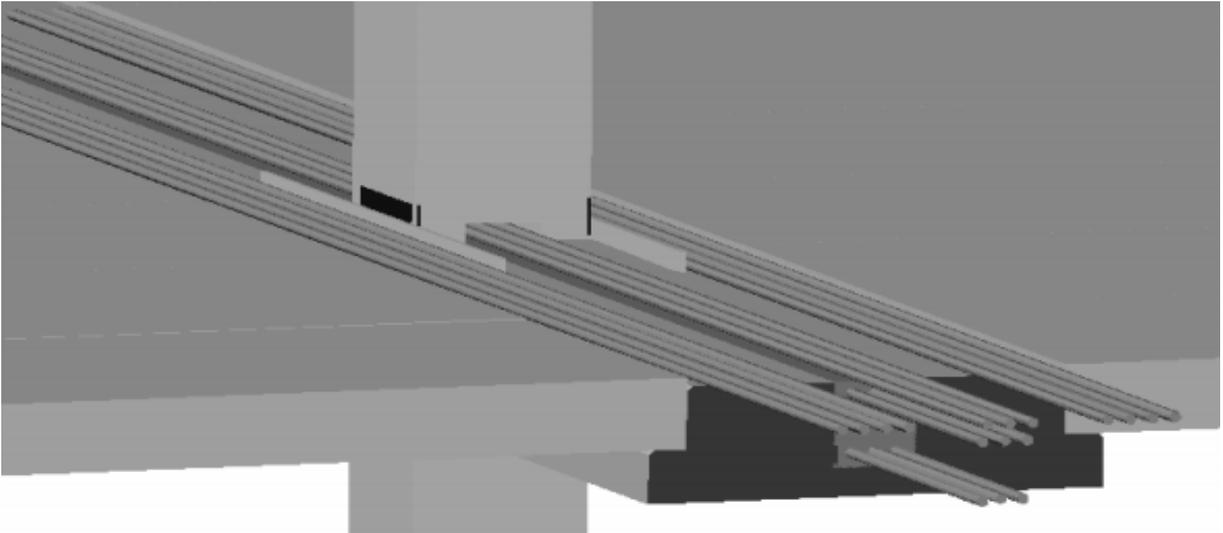
A Ligação 3 foi desenvolvida na *University of Nebraska* pelo professor Maher Tadros juntamente com o professor Augusto Teixeira de Albuquerque do DEECC/UFC (Albuquerque 2007, p.184). O sistema é baseado no apresentado no item 2.1.6, modificado a fim de atender e solucionar as falhas apontadas por Prior (1993). Nas Figura 48, Figura 49 e Figura 50 são mostrados detalhes da ligação.

Figura 48 – Montagem anterior a concretagem da capa.



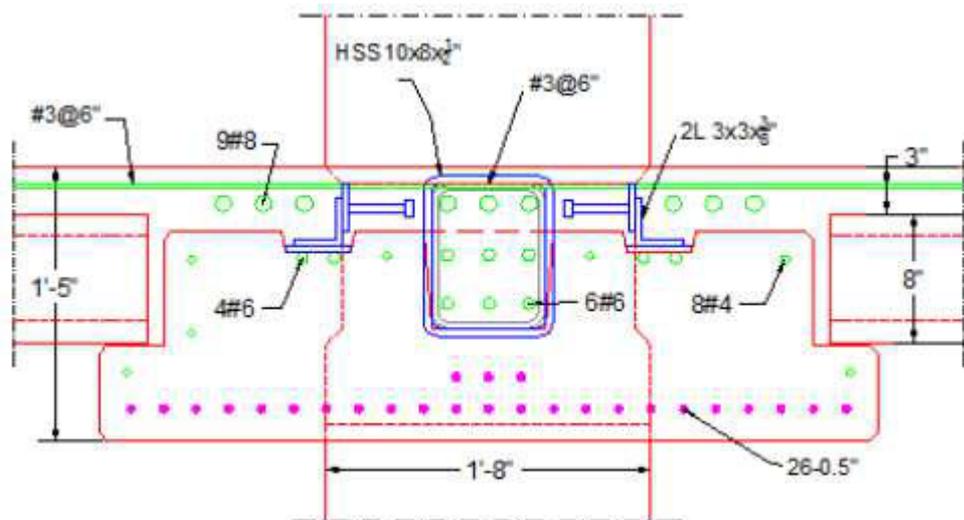
Fonte: Albuquerque(2007) – Adaptado.

Figura 49 – Posição da armadura de continuidade.



Fonte: Albuquerque(2007) – Adaptado.

Figura 50 – Detalhe da armadura longitudinal.

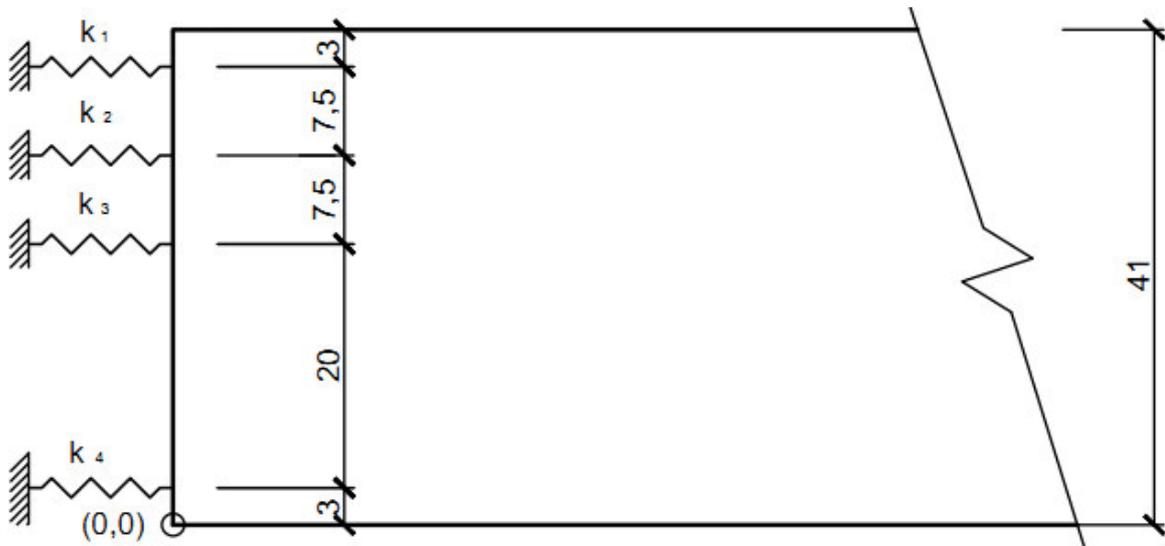


Fonte: Tadhros M. *et al* (2011, p. 49).

Com fins didáticos, foi processada a ligação mostrada acima. Uma vez que não há ensaios específicos desta ligação para determinar sua curva momento-rotação não é possível comparar os resultados obtidos na planilha com resultados experimentais. O f_{ck} adotado foi 40 MPa e aço CA-50.

Na Figura 51 temos o modelo adotado. A Tabela 12 mostra os valores da rigidez dos componentes assim como suas respectivas posições adotadas no modelo.

Figura 51 – Componentes ligação 3.



Fonte: Próprio autor.

Tabela 12 – Modelo sob momento negativo.

Componente	Rigidez (kN/m)	x (m)	y (m)	α (graus)
Concreto	1.000E+10	0.00	0.03	0
Reforço 1	1.255E+06	0.00	0.38	0
Reforço 2	2.940E+05	0.00	0.30	0
Reforço 3	2.940E+05	0.00	0.23	0
Perfis Metálicos	1.000E+10	0.00	0.00	90

Fonte: Próprio autor.

A rigidez obtida para esta ligação foi de 187MNm/rad.

O parâmetro de restrição α_r obtido da foi 0.834, uma rigidez alta, comparada, por exemplo, com os modelos dos exemplos anteriores. Isto se deve ao grande numero de barras posicionadas na região superior, que aumenta muito a rigidez da ligação.

4.4 Análise de Pórtico

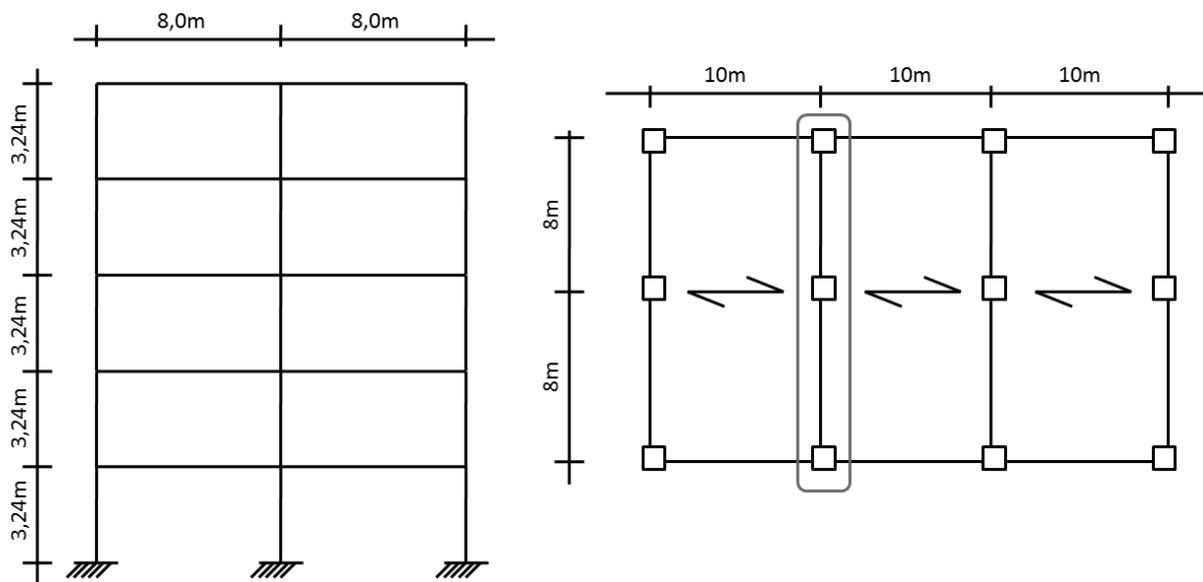
Para efeito didático, foi analisado o efeito da rigidez da ligação em um pórtico plano, quanto a deslocamento e esforços. O pórtico utilizado tem a mesma geometria de Meireles (2012), adaptado para as dimensões das seções. A ligação escolhida foi a proposta por Albuquerque (2007), uma vez que esta apresentou uma rigidez significativa. O sistema escolhido apresenta ainda uma boa compatibilidade com o modelo de pórtico plano, uma vez que a montagem das vigas se dá unidirecionalmente.

O programa utilizado foi o *Software FAST v 1.0 (Finite Element Analysis Tool)* desenvolvido pelo LMCV (Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização) da UFC.

4.4.1 Propriedades do pórtico

O pórtico possui 5 pavimentos e com pé direito de 3,24m, usual nos edifícios no Brasil, e vãos de 8 metros, comuns em prédios de escritórios, como mostrado na Figura 52.

Figura 52 – Pórtico analisado.



Fonte: Meireles (2012, p.83).

Na Tabela 13 é apresentada a geometria dos elementos assim como seu carregamento, os valores estão em metros.

Tabela 13 – Propriedades geométricas dos elementos.

	Base	Altura	Área	Inércia
Vigas	1,22	0,41	0,5002	7,01E-03
Pilares	0,508	0,508	0,2581	5,55E-03

Fonte: Próprio autor.

O f_{ck} adotado tanto em vigas quanto pilares foi de 40 MPa, contudo, a NBR 6118:2003, no item 15.7, que pauta a análise de estruturas de nós móveis, pode-se considerar a não linearidade física de forma aproximada, a partir das equações (41) a (43). A NBR 6118:2003 define estruturas de nós móveis como sendo aquelas em que os deslocamentos

horizontais não são pequenos e, portanto, os esforços de segunda ordem são significativos. Uma vez que queremos analisar o efeito da ligação na estrutura, e esta deve deslocar-se a fim de gerar esforços, devemos considerar a estrutura como de nós móveis.

$$\text{Vigas: } (EI)_{\text{sec}} = 0,4E_{\text{ci}}I_c \quad (41)$$

$$\text{Pilares: } (EI)_{\text{sec}} = 0,8E_{\text{ci}}I_c \quad (42)$$

$$E_{\text{ci}} = 5600*(f_{\text{ck}})^{1/2} \quad (43)$$

Onde $(EI)_{\text{sec}}$ é a rigidez secante, considerando a não linearidade física, E_{ci} é o módulo e elasticidade inicial e I_c é a inércia da seção plena.

4.4.1.1 Carregamento

O carregamento permanente foi obtido conforme a Tabela 14

Tabela 14 – Carregamentos permanentes.

Peso próprio da laje pronta de 21cm de altura	31,40 kN/m
Pavimento e revestimento	20,00 kN/m
Paredes	20,00 kN/m
Capa de 5cm de concreto	12,50 kN/m
Peso próprio da viga	12,50 kN/m

Fonte: Adaptado de Meireles (2012, p,84).

Segundo a NBR 6120/1980 (p. 3) a carga vertical acidental a ser adotada em estruturas de escritórios é de 2kN/m², como a área de influencia da viga é de 10m por seu comprimento, a carga acidental na viga é de 20 kN/m. O resumo das cargas esta expresso na Tabela 15.

Tabela 15 – Resumo dos carregamentos.

Carregamentos permanentes	96,40 kN/m
Carregamento acidental	20,00 kN/m

Fonte: Próprio autor.

Utilizando a combinação do estado limite último definida na NBR 6118/2003 e expressa na Eq. 40.

$$F_d = 1,3F_{gk} + 1,4F_{qk} \quad (40)$$

Onde F_{gk} é a carga permanente e a carga acidental, a carga de vento não foi levada em consideração uma vez que é horizontal e pode ser tratada separadamente.

Por fim temos a carga devida ao vento, calculada conforme a NBR6123/1988, para um edifício localizado na cidade de Fortaleza, Ceará, considerando ventos de baixa turbulência. Os resultados estão expressos na Tabela 16.

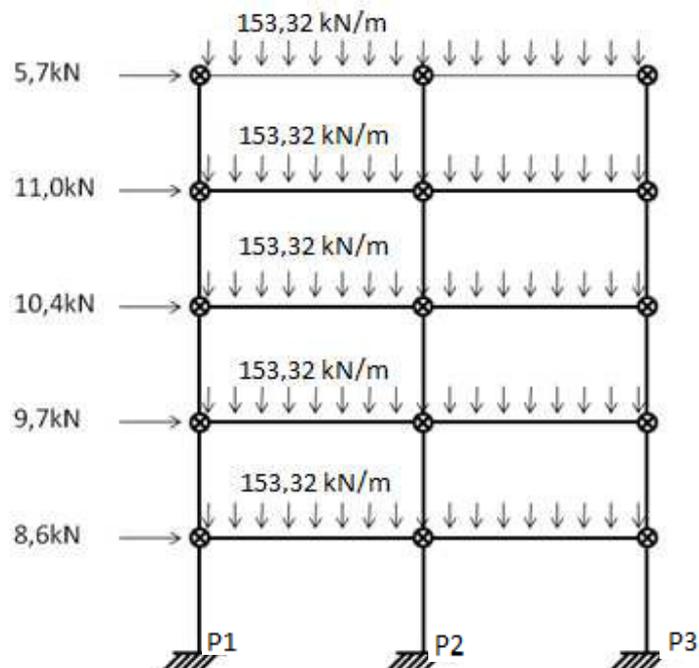
Tabela 16 – Cargas horizontais.

Pavimento	F_{vk}	F_{vd}
5°	6,8 kN	5,7 kN
4°	13,1 kN	11,0 kN
3°	12,4 kN	10,4 kN
2°	11,6 kN	9,7 kN
1°	10,2 kN	8,6 kN

Fonte: Adaptado de Meireles (2012, p.85).

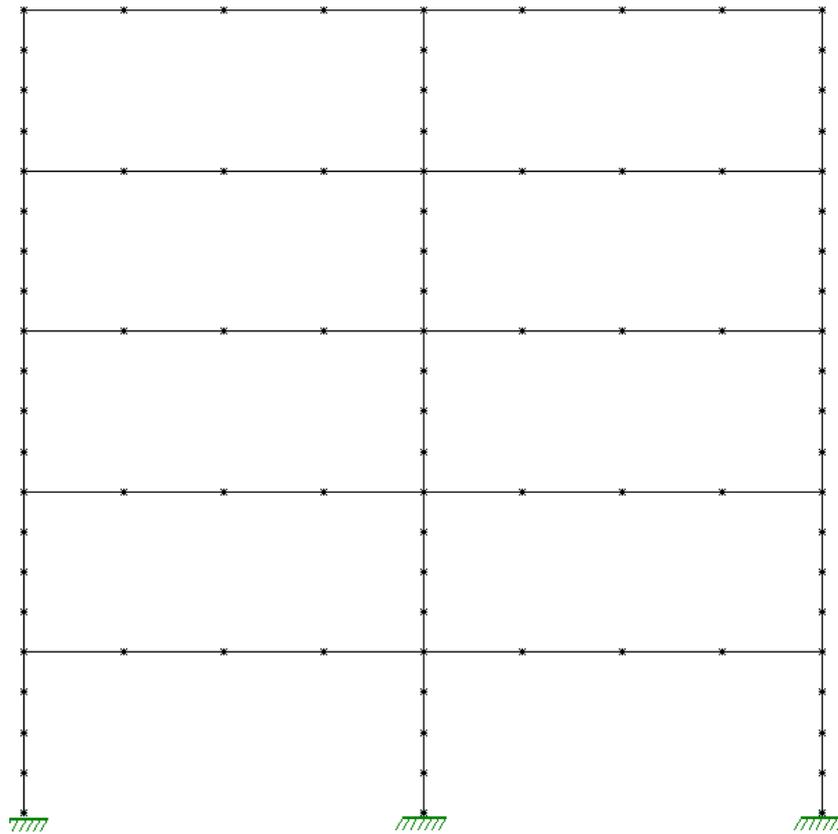
A carga vertical total aplicada na estrutura é de 153,32 kN/m. Na Figura 53 temos o esquema das cargas aplicadas no pórtico e na Figura 54 temos os nós do modelo indicando os elementos utilizados.

Figura 53 – Cargas aplicadas ao pórtico.



Fonte: Adaptado de Meireles (2012, p.86)

Figura 54 – Modelo Estrutural.



Fonte: Próprio autor.

4.4.2 Resultados

O pórtico foi processado em três situações, para a mesma geometria e carga, onde foi alterada apenas a rigidez da mola em cada ligação, zero, para a situação rotulada, um valor alto (tendendo a infinito) para a situação de engastamento perfeito e 187MNm/rad para a condição semirrígida.

Foram tomados dois critérios de avaliação do comportamento da estrutura. O deslocamento do topo do pórtico e o momento gerado no pilar da extremidade esquerda. O modelo e resultados são mostrados nas Figura 55 – Momento na base do pilar P3 e Figura 56 – Deslocamento do topo do pórtico.

Figura 55 – Momento na base do pilar P3.

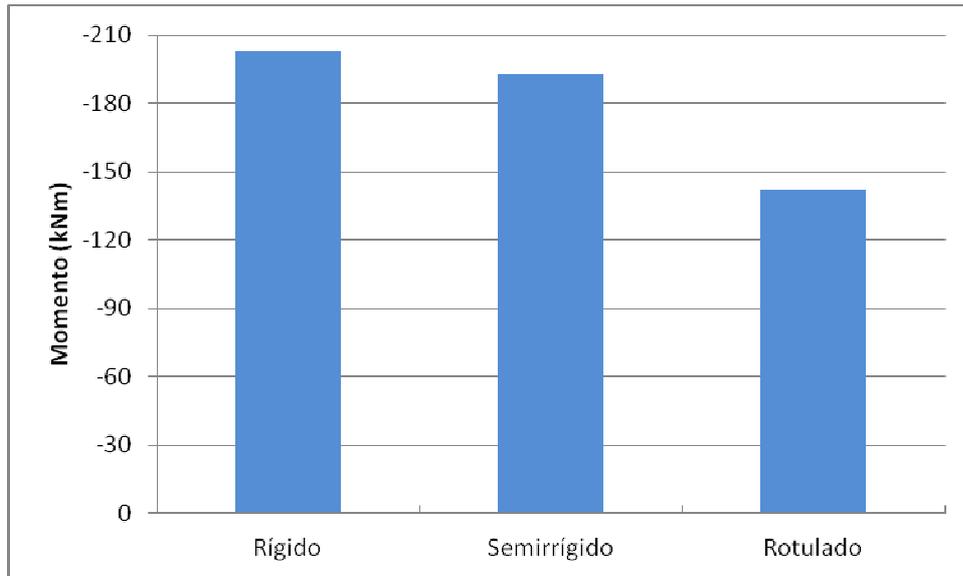
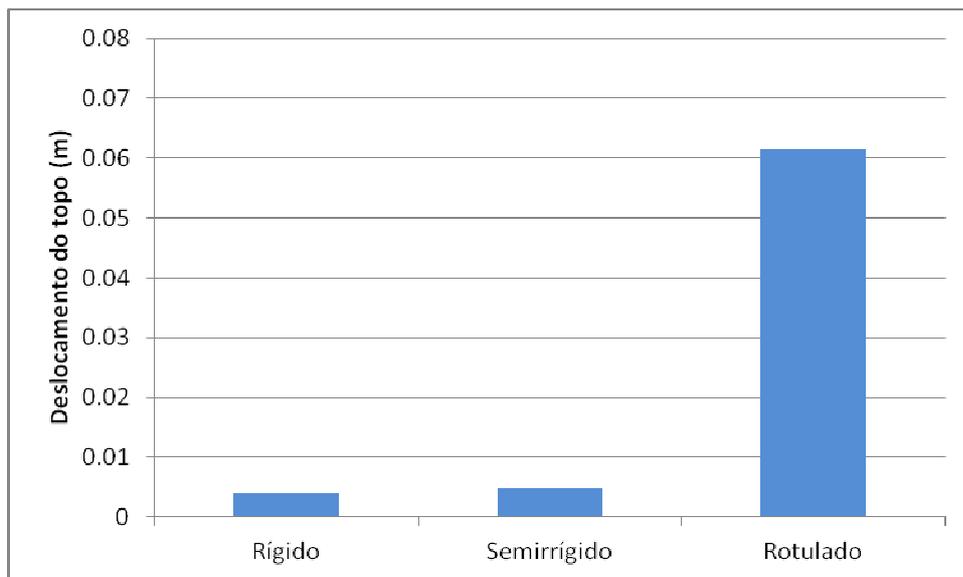


Figura 56 – Deslocamento do topo do pórtico.



Podemos observar que a rigidez considerada na ligação tornou o funcionamento da estrutura muito próximo de uma situação perfeitamente rígida, validando a classificação proposta por Ferreira (2002), afinal, a ligação modelada possui um fator de restrição de 0.834 e segundo o mesmo, pode-se considerar a ligação como rígida para valores de α_r a partir de 0.89.

5 CONCLUSÕES

Concluimos que o modelo adotado apresenta uma boa aproximação dos resultados obtidos em laboratório, o que torna o programa uma ferramenta eficiente para estimar a rigidez de ligações na ausência de um resultado experimental. Entretanto, uma vez que os resultados não são exatos, devem-se validar os resultados através de outras metodologias.

Tais resultados permitem que o programa seja utilizado na etapa de ante projeto a fim de estimar em etapa preliminar a rigidez da ligação, assim como inferir quanto a qualidade e eficiência da ligação assim como a necessidade de aumento ou redução da seção e reforços para atingir de forma econômica o resultado esperado.

Quanto à ligação desenvolvida em Albuquerque (2007, p.184), vemos que ela apresenta uma alta rigidez, resultado devido a grande quantidade de barras utilizadas no reforço ao momento negativo.

A partir dos resultados dos pórticos, podemos concluir que a rigidez das ligações confere um pequeno aumento de esforços de flexão nos pilares, entretanto, a redução dos deslocamentos da estrutura é grande, tanto maior quanto for a rigidez da ligação.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, podemos listar:

- Modelagem de mais ligações a fim de agregar mais resultados, tornando assim o programa ainda mais confiável;
- Ensaio da ligação do professor Augusto Teixeira de Albuquerque a fim de validar o resultado obtido no programa;
- Implementar rotinas para ligações mistas e de aço, que apresentam diversas semelhanças com as estruturas pré-moldadas;
- Realizar levantamento bibliográfico e estudos de casos a fim de determinar a economia real sobre o preço das estruturas em situações em que se leva em conta a continuidade das ligações.

6 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações**. Rio de Janeiro, 1980. 6 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988. 66 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2003. 221 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062: Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado**. Rio de Janeiro, 2006. 42 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. 2. ed. Rio de Janeiro, 2008. 237 p.

ALBUQUERQUE, A.T. **Otimização de pavimentos de edifícios com estruturas de concreto pré-moldado utilizando algoritmos genéticos**. 2007. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

ALBUQUERQUE, A.T. **Análise de alternativas estruturais para edifícios em concreto armado**. 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

BALDISSERA, A. **Estudo experimental de uma ligações viga-pilar de concreto pré-moldado parcialmente resistente ao momento fletor**. 2006. Dissertação (Mestrado em Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

EL DEBS, M. K. **Concreto Pré-Moldado: Fundamentos e aplicações**. São Carlos: EESC-USP, 2000.

EUROPEAN COMMISSION. Semi-rigid behaviour of civil engineering structural connections. **COST C1. Composite steel-concrete joints in braced frames for buildings**. Brussels, 1996.

FERREIRA, M.A. **Deformabilidade de Ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. 1999. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

FERREIRA, M.A.; EL DEBS, M.K.; ELLIOT, K.S. (2002) **Modelo Teórico para Projeto de Ligações Semi-Rígidas em Estruturas de Concreto Pré-Moldado**. Anais do 44º Congresso Brasileiro do Concreto.

HENDY, C.R.; JOHNSON, R.P. DESIGNERS GUIDES TO THE EUROCODES. DESIGNERS GUIDE TO EN 1994-2. **EUROCODE 4: DESIGN OF STEEL AND COMPOSITE STRUCTURES**.

PART 2: GENERAL RULES AND RULES FOR BRIDGES. London: Thomas Telford, 2006.

KATAOKA, M.N. **Estudo da continuidade em ligações laje-viga-pilar em estruturas pré-moldadas de concreto**. 2007. Dissertação (Mestrado em Sistemas Construtivos de Edificações) - Pós-Graduação em Construção Civil, Universidade Federal de São Carlos, 2007.

MEIRELES NETO, M. **Estabilidade de edifícios de concreto pré-moldado com ligações semirrígidas**. 2012. Dissertação (Mestrado em Estruturas) - Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

MIOTTO A. M. **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado: Análise com ênfase na deformabilidade ao momento fletor**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia de

Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

MOTA, J. E. **Contribuição ao projeto de estruturas multi-piso reticuladas em concreto pré-moldado**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

PRIOR, R.C. **Identification and preliminary assessment of existing precast concrete floor framing systems**. 1993. Dissertations (Master of Science in Civil Engineering) - Graduate and Research Committee, Lehigh University, 1993.

PRIOR, R.; PESSIKI, S.; SAUSE, R.; SLAUGHTER, S. **Review of Existing Precast Concrete Gravity Load floor Framing Systems**. PCI Journal, v.40, p.52-60, mar/abr 1995.

Tadros, M., & Morcous, G. **Shallow hollow-core floor system (Final Report)**. Nebraska-Lincoln, 2001.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ. **Guia de Normalização de Trabalhos Acadêmicos da Universidade Federal do Ceará**. Fortaleza: Imprensa Universitária, 2012.

VAZ, L.E. **Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Rio de Janeiro: ELSEVIER, 2011.

[SHOPPING e CENTRO DE EVENTOS]. Altura: 452 pixels . Largura: 742 pixels , formato JPEG. Disponível em: <<http://www.tea.com.br/site/>>. Acesso em 10 de Jan. 2013.

ANEXOS

A.1) Planilha com valores da ligação de Albuquerque 2007, p.184

DADOS DE ENTRADA

	k	km	x	y	alfa
CONCRETO	1,000E+10	0,0	0,00	0,03	0
S1	1,255E+06	0,0	0,00	0,38	0
S2	2,940E+05	0,0	0,00	0,30	0
S3	2,940E+05	0,0	0,00	0,23	0
PERFIS	1,000E+10	0,0	0,00	0,00	90

Onde S1, S2 e S3 são as camadas de armadura de reforço e PERFIS é o componente equivalente aos perfis retangulares e cantoneira. A rigidez não pode ser determinada pois não foram encontradas referências na literatura, entretanto observou-se que a rigidez deste componente não interfere na rigidez a rotação da ligação.

MATRIZ DE RIGIDEZ [R]

1,000E+10	6,126E-07	-5,880E-08
6,126E-07	1,000E+10	0,000E+00
-5,880E-08	0,000E+00	1,869E+05

MATRIZ DE FLEXIBILIDADE [F]

1,00E-10	-6,12E-27	3,14E-23
-6,12E-27	1,00E-10	-1,93E-39
3,14E-23	-1,93E-39	5,35E-06

AÇÕES

F1 =	0
F2 =	0
F3 =	1

DESLOCAMENTOS

d1 =	3,145E-23
d2 =	-1,926E-39
d3 =	5,350E-06

RIGIDEZ

$K\Phi = M/d3 =$	1,8693E+05
$K\Phi = 1/F33 =$	1,8693E+05

TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇO
DE TRAÇÃO

fyk =	500	MPa
fck =	420	MPa
Es =	210000	MPa
$\phi =$	6	mm
aderencia	0	(1-boa)
$\tau_{max} =$	25,61738	MPa
Nº de Barras	3	
uy =	0,144279	mm
Ki =	293953,9	kN/m

TRANSFERÊNCIA
DE ESFORÇO CISALHANTE

fyk =	300	MPa
fck =	65	MPa
$\phi =$	25,5	mm
Nº de Chumbadores	2	
Hb =	0,01	Altura da almofada(m)
$\epsilon =$	0,273809	
Ce =	0,763	
Restrição	1	(1-total)
Cr =	1,414214	
uy =	0,00255	m
F =	195,9598	
Ki =	76846,97	kN/m