



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**MARCELA MOREIRA DA ROCHA ALMEIDA**

**MÉTODO DAS BIELAS E MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES APLICADOS NO  
DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS DE CONCRETO ARMADO**

**FORTALEZA**

**2013**

MARCELA MOREIRA DA ROCHA ALMEIDA

MÉTODO DAS BIELAS E MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES APLICADOS NO  
DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS DE CONCRETO ARMADO

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Engenheira Civil.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Magnólia Maria Campêlo Mota

FORTALEZA

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca de Ciências e Tecnologia

- 
- A449m Almeida, Marcela Moreira da Rocha.  
Método das bielas e método das bielas e tirantes aplicados no dimensionamento de blocos de concreto armado / Marcela Moreira da Rocha Almeida. – 2013.  
55 f. : il., enc. ; 30 cm.
- Monografia (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2013.  
Orientação: Profa. Dra. Magnólia Maria Campêlo Mota.
1. Concreto armado. 2. Blocos (Materiais de construção). I. Título.

MARCELA MOREIRA DA ROCHA ALMEIDA

MÉTODO DAS BIELAS E MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES APLICADOS NO  
DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS DE CONCRETO ARMADO

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Engenharia Civil.

Aprovada em \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Magnólia Maria Campêlo Mota (Orientadora)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Aos meus pais, Luciana e Eduardo.

## AGRADECIMENTOS

Ao meu Deus, por ter me dado saúde e uma família maravilhosa, que me permitiu ter força para conquistar meus objetivos.

A minha mãe Luciana Barbosa Moreira da Rocha, sempre carinhosa, companheira, dedicada, compreensiva e disposta a fazer o possível e o impossível para me fazer feliz. Minha grande fã, que tem muito orgulho de mim e da minha profissão, que me deu muita força nesses cinco anos de faculdade, abrindo meus olhos, me aconselhando, me guiando, dizendo quando parar e quando ir em frente.

Ao meu pai Eduardo Odecio Camelo de Almeida, pelo exemplo de homem trabalhador, forte, determinado, talentoso e que não se deixa abater. Um pai sempre presente, que faz o que pode pelos seus filhos e que tem um grande coração.

A minha irmã Cecília Moreira da Rocha Almeida, minha melhor amiga, pelo seu otimismo constante, pela sua autoconfiança que me inspira, por sempre dizer as palavras mais sábias frente aos momentos difíceis e por ter colocado em nossas vidas o Miguel, meu sobrinho e afilhado amado cuja existência mudou completamente a vida da minha família e que é a luz dos nossos dias.

Aos meus amigos da Universidade Federal do Ceará, em especial a Tamyres Forte, Eugênio Vasconcelos, Juliana Quinderé, Júlia Wolfgang, Sâmara Ribeiro, Sara Magalhães, Manuella Romcy, Ezequiel Dantas, Renata Oliveira e Lais Teixeira, pela companhia, pelo apoio, por sempre ajudar um ao outro e por serem minha fonte de alegria durante os últimos cinco anos na UFC.

A professora Magnólia Maria Campêlo Mota, pela orientação, pela atenção e pelo exemplo de profissional.

Ao professor Augusto Teixeira de Albuquerque, pela oportunidade e pela confiança depositada em mim.

Aos companheiros da Hepta Estrutural, em especial aos engenheiros Adizio Lima e Enson Portela, pela paciência em me ensinar, por acreditar no meu potencial, por valorizar meu trabalho, e por todos os outros colegas do escritório, pelo maravilhoso ambiente de trabalho, pela amizade e pelo conhecimento transmitido por cada um.

## RESUMO

O modelo das bielas e o modelo das bielas e tirantes aplicados a blocos sobre estacas são o foco dessa pesquisa. Inicialmente, faz-se uma análise dos estudos que foram realizados até hoje na área de dimensionamento por método das bielas. Em seguida o método das bielas e tirantes é fundamentado, utilizando os parâmetros definidos pelo Código Modelo do CEB-FIP (1990). Feito isso, o modelo das bielas, modelo estudado por Blévoit, também é fundamentado, fornecendo informações para o dimensionamento de blocos sobre duas, três e quatro estacas submetidos apenas à ação de força centrada. São resolvidos, analiticamente, exemplos de blocos sobre duas, três e quatro estacas pelo modelo das bielas, e um exemplo de bloco sobre duas estacas pelo método das bielas e tirantes. Comparam-se então os resultados do dimensionamento de 90 diferentes blocos sobre estacas pelo método das bielas com resultados obtidos através do método da flexão simples. Os resultados são apresentados em forma de planilhas que mostram as diferentes áreas de armadura encontradas na aplicação dos dois métodos.

Palavras-chaves: Concreto armado, bielas e tirantes, blocos sobre estacas.

## **ABSTRACT**

This paper is focused on the Blévot model and the strut-and-tie model applied to reinforced concrete pile-caps. In the beginning, studies that have been developed on the field of strut-and-tie models are analysed. Afterwards, the strut-and-tie model is explained, using the parameters defined by the CEB-FIP Model Code (1990). Finally, the Blévot model is also clarified, presenting information for the calculus of reinforced concrete pile-caps with two, three and four piles, subject only to patches of loading on the center top surfaces of the column. Examples of pile-caps with two, three and four piles by the Blévot model and one example of a pile-cap with two piles by the strut-and-tie model are analytically solved. The results of 90 different pile-caps calculated using the Blévot model are compared with the results achieved by applying the bending theory. The results are then presented in a spreadsheet that shows the different reinforcement areas found on the application of both methods.

**Keywords:** Reinforced concrete, strut-and-tie, pile-caps.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Parâmetros para classificação do bloco.....	10
Figura 2 – Definição geométrica do modelo .....	13
Figura 3 – Regiões B e D .....	14
Figura 4 – Configurações típicas de campos de tensão de compressão .....	16
Figura 5 – Influência das condições de ancoragem na área da seção transversal .....	17
Figura 6 – Nós somente com forças de compressão.....	21
Figura 7 – Nós com ancoragem somente de barras paralelas.....	22
Figura 8 – Modelo de cálculo para blocos sobre duas estacas .....	24
Figura 9 – Polígono de forças em bloco sobre duas estacas.....	25
Figura 10 – Área das bielas para blocos sobre duas estacas.....	26
Figura 11 – Modelo de cálculo para blocos sobre três estacas.....	29
Figura 12 – Arranjos de armaduras para blocos sobre três estacas .....	31
Figura 13 – Decomposição das forças de tração em bloco sobre três estacas.....	32
Figura 14 – Modelo de cálculo para blocos sobre quatro estacas .....	33
Figura 15 – Arranjos de armaduras para blocos sobre quatro estacas.....	35
Figura 16 – Decomposição da força de tração em bloco sobre quatro estacas .....	36
Figura 17 – Trajetórias de tensões elástico-lineares e proposta de modelo de bielas e tirantes para blocos sobre duas estacas.....	38
Figura 18 – Modelo de bielas e tirantes para bloco sobre duas estacas.....	39
Figura 19 – Treliça resolvida por modelo de bielas e tirantes.....	39

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros de resistência das bielas: $f_{cd1}$ para zonas não fissuradas e $f_{cd2}$ para zonas fissuradas .....	19
Tabela 2 – Parâmetros de resistência das bielas propostos .....	19
Tabela 3 – Áreas de armadura para blocos sobre duas estacas e pilares de 30x30 .....	47
Tabela 4 – Áreas de armadura para blocos sobre três estacase pilares 30x30.....	47
Tabela 5 – Áreas de armadura para blocos sobre quatro estacas e pilares 30x30.....	48
Tabela 6 – Áreas de armadura para blocos sobre duas estacas e pilares de 40x40 .....	47
Tabela 7 – Áreas de armadura para blocos sobre três estacase pilares 40x40.....	47
Tabela 8 – Áreas de armadura para blocos sobre quatro estacas e pilares 40x40.....	48

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
1.1	Considerações Iniciais .....	11
1.2	Problema .....	13
1.3	Objetivos .....	14
1.4	Metodologia .....	14
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>15</b>
2.1	Considerações Iniciais .....	15
2.2	Fundamentos do Modelo de Bielas e Tirantes.....	16
2.2.1	<i>Definição Geométrica do Modelo .....</i>	<i>16</i>
2.2.2	<i>Regiões B e D .....</i>	<i>17</i>
2.2.3	<i>Rotina de Projeto .....</i>	<i>18</i>
2.2.4	<i>Otimização dos modelos .....</i>	<i>18</i>
2.2.5	<i>Dimensionamento das Bielas .....</i>	<i>19</i>
2.2.6	<i>Parâmetros de Resistência das Bielas .....</i>	<i>21</i>
2.2.7	<i>Dimensionamento dos Tirantes.....</i>	<i>23</i>
2.2.8	<i>Dimensionamento dos Nós .....</i>	<i>24</i>
2.3	Fundamento do Modelo das Bielas.....	27
2.3.1	<i>Bloco sobre duas estacas .....</i>	<i>27</i>
2.3.2	<i>Bloco sobre três estacas .....</i>	<i>32</i>
2.3.3	<i>Bloco sobre quatro estacas .....</i>	<i>36</i>
<b>3</b>	<b>APLICAÇÃO DOS MÉTODOS .....</b>	<b>40</b>
3.1	Aplicação de Modelo de Bielas e Tirantes .....	40
3.1.1	<i>Bloco sobre duas estacas .....</i>	<i>40</i>
3.2	Aplicação do Método das Bielas .....	43
3.2.1	<i>Bloco sobre duas estacas .....</i>	<i>43</i>
3.2.2	<i>Bloco sobre três estacas .....</i>	<i>45</i>
3.2.3	<i>Bloco sobre quatro estacas .....</i>	<i>47</i>

<b>4</b>	<b>COMPARAÇÃO DO MÉTODO DAS BIELAS COM O MÉTODO DA FLEXÃO SIMPLES.....</b>	<b>49</b>
4.1	Pilares 30x30cm.....	49
4.2	Pilares 40x40cm.....	50
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>53</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>54</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações Iniciais

No projeto de estruturas de fundação, devem ser primeiramente realizados estudos aprofundados sobre o solo em questão, já que ele é a parte menos conhecida da construção, e também uma análise cautelosa da melhor estrutura da fundação para o caso. Esta análise deve sempre buscar o melhor solo possível, isto é, com as melhores características físicas, químicas e mecânicas, evitando lençóis d'água, solos não consolidados, heterogêneos e terrenos erodíveis. Após conhecer profundamente o solo em questão, é necessário conhecer também os esforços a serem dissipados, para assim ser possível a escolha do tipo de estrutura de fundação, sua geometria e cota de assentamento.

Não se deve esquecer a importância de um modelo de cálculo coerente, que forneça os esforços corretamente. Se os esforços da estrutura tiverem mal dimensionados, a estrutura de fundação também será mal dimensionada, o que pode causar grandes problemas. Enfim, deve-se usar de toda a prudência possível no cálculo das fundações.

As fundações podem ser do tipo profunda ou superficial, e a escolha entre elas é baseada nas características do solo onde a edificação será executada. Entre as fundações profundas estão as estacas de todos os tipos e os tubulões. E esses tipos de fundações são geralmente utilizados para obras com cargas mais elevadas, pois a sua capacidade de dissipação dessas cargas é maior. Para obras com menores cargas, esse tipo de fundação só é recomendada quando o solo só tem a capacidade de carga necessária a uma certa profundidade. As fundações superficiais ou diretas são compostas por blocos simples, sapatas e radières. Esse tipo de fundação é ideal para solos com boa a média capacidade de carga. Os blocos sobre estacas são os elementos de fundações mais utilizados em obras de maior porte, já as sapatas em obras de menor porte.

Segundo Carvalho e Pinheiro (2010, p. 528), “blocos são elementos estruturais volumétricos, de transição, que transferem as cargas dos pilares para um conjunto de estacas e tubulões, diferentemente das sapatas, que transferem as cargas diretamente para o solo, e são em si mesmas um elemento de fundação”.

As estruturas de fundações são elementos de extrema importância em uma construção. A não realização de uma infraestrutura adequada, que transmita de forma segura e eficiente essas cargas da construção para o solo, resulta na maioria das vezes em problemas

graves. Além de ser de correção onerosa, erros de cálculo e de execução de estruturas de fundação também podem causar o colapso da estrutura. Assim, não é recomendável economizar nas fundações.

Existem diversos métodos de dimensionamento de estruturas de fundações, entre elas o método das bielas e tirantes, que ainda não é plenamente dominado pelos projetistas. Sabendo-se a importância das estruturas de fundações, não se pode ignorar a possibilidade de incorporar cada vez mais esse método no dia a dia dos projetistas de fundações, mas isso só será possível com mais pesquisas na área de forma a esclarecer, definir, e normatizar os métodos. Os outros métodos de dimensionamento de blocos sobre estacas utilizam modelos simplificados. Além disso, existem diversas divergências entre os parâmetros adotados entre as normas e processos.

A norma brasileira NBR 6118:2003 não fornece um roteiro de verificação e dimensionamento de blocos, apenas faz sugestões. Dentre algumas normas estrangeiras, o código americano ACI-318 (1994) recomenda a utilização da teoria da flexão e a verificação do bloco contra o esforço cortante. Já a norma espanhola EHE (2001), a Norma Canadense CSA-A23.3-94 (1994) e o Método do CEB-FIP (1990) utilizam modelos de treliça e fornecem recomendações de dimensionamento para diferentes tipos de blocos. No Brasil, os engenheiros calculistas geralmente utilizam o Método das Bielas ou por flexão.

A norma brasileira NBR 6118:2003 considera os blocos sobre estacas como elementos especiais, que não respeitam a hipótese de seções planas, já que não são suficientemente longos para que se dissipem as perturbações localizadas. A NBR 6118:2003 classifica ainda o comportamento estrutural dos blocos em rígidos ou flexíveis. Os blocos podem ser considerados rígidos quando for satisfeita a seguinte condição:

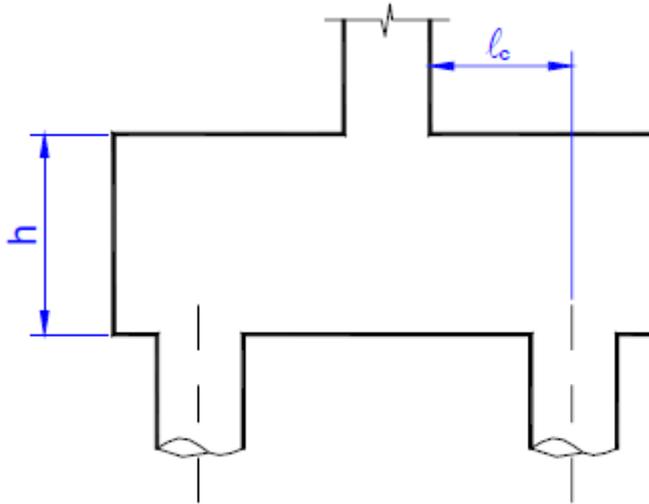
$$h \geq \frac{(a - a_p)}{3} \quad (1)$$

onde  $h$  é a altura do bloco,  $a$  é a distância entre os eixos das estacas mais afastadas e  $a_p$  é a dimensão do pilar na mesma direção.

Segundo o CEB-FIP (1970), um bloco pode ser classificado como flexível quando atender a relação  $l_c \geq 1,5h$  (FIGURA 1), e ele pode ser classificado como rígido quando  $l_c \leq 1,5h$ . Para o cálculo de blocos rígidos, podem ser utilizados os critérios indicados no boletim 73 do CEB (1970). Sugere-se ainda que o bloco não seja maior que duas vezes o  $l_c$ , porque assim ele teria um comportamento semelhante ao de uma viga parede. Sendo assim, temos:

$$\frac{2}{3}c \leq h \leq 2c \quad (2)$$

Figura 1 – Parâmetros para classificação do bloco



Fonte: Munhoz (2004).

## 1.2 Problema

As normas brasileiras recomendam a utilização do modelo das bielas e tirantes bidimensionais em estruturas como vigas-parede, dentes gerber e consolos e de modelo das bielas e tirantes tridimensionais para elementos como sapatas e bloco sobre estacas. Apesar disso, ainda não fornecem uma boa base de forma que os projetos utilizem esse método. Devido à falta de divulgação e do fato de ainda haver algumas controvérsias em relação aos parâmetros de resistência das bielas e dos nós, os projetistas não costumam usar os modelos de bielas e tirantes. Apenas a aplicação rotineira destes modelos possibilitará aperfeiçoamentos futuros.

Na graduação em Engenharia Civil, também pouco se fala sobre os modelos de bielas e tirantes. Nas disciplinas de Estruturas de Concreto e Estruturas de Fundações, o método é apresentado, porém de maneira não muito aprofundada. Assim, fica uma lacuna sobre esse assunto, e ao final do curso pouco se sabe sobre como são modeladas as estruturas através desse método. Por isso, pretende-se esclarecer e divulgar o funcionamento do método de bielas e tirantes, aplicado para o dimensionamento de blocos sobre estacas.

### **1.3 Objetivos**

Dimensionar blocos sobre duas, três e quatro estacas pelo método das bielas e um bloco sobre duas estacas pelo método das bielas e tirantes, definindo rotinas de cálculo claras e objetivas, identificando os gargalos dos processos e as deficiências encontradas.

Feito esse estudo, que ele possa proporcionar a divulgação do método das bielas e tirantes em nível de graduação, para que no futuro, mais alunos tenham interesse em estudar e verificar o método, não apenas no estudo de estruturas de fundação, mas para todos os outros elementos onde esse método pode ser utilizado, seja na forma de pesquisa científica ou de projetos de graduação. Além disso, outro objetivo é tentar encontrar as diferenças entre o dimensionamento pelo método das bielas e pelo método da flexão.

### **1.4 Metodologia**

Para melhor entendimento sobre o método de bielas e tirantes e método das bielas, serão estudados livros de estruturas de fundações, além de publicações científicas, projetos de graduação, dissertações de mestrado e doutorado sobre o assunto. Desse modo, é visada a formação de uma sólida base de conhecimento sobre esses métodos, para que sejam feitos modelos de cálculo de blocos e essas estruturas possam ser dimensionadas através de rotinas de cálculo.

Os resultados encontrados pela aplicação do método das bielas serão comparados com resultados obtidos com a aplicação do método da flexão simples.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Considerações Iniciais

Ritter (1899) desenvolveu a analogia da treliça, que serviu para o entendimento do comportamento de vigas submetidas a esforços cortantes. Esse modelo foi posteriormente melhorado por Mörsch. O modelo de Mörsch tem seus conceitos aceitos até os dias de hoje, e com o passar dos anos, esse modelo clássico de treliça foi aperfeiçoado por diversos pesquisadores. No dimensionamento de consolos é utilizado o modelo de treliça equivalente, e estruturas como sapatas isoladas e blocos sobre estacas são verificadas quanto à ruptura por compressão através do método das bielas comprimidas.

Na década de 80, a utilização do modelo de bielas e tirantes foi sugerido por diversos pesquisadores, entre eles Schlaich&Schafer (1987), da Alemanha. Estes sugeriram a utilização do modelo de bielas e tirantes de forma mais generalizada, no dimensionamento de elementos estruturais como vigas-parede, consolos, sapatas, blocos sobre estacas, entre outros. O Código Modelo do CEB-FIP (1990) e a Norma Canadense CSA-A23.3-94 (1994) recomendam a utilização dos modelos de bielas e tirantes. As normas brasileiras chegam a recomendar a utilização dos modelos em alguns casos, mas não chega a se aprofundar no assunto. São escassos os estudos de modelos de bielas e tirantes, alguns desses modelos ainda não foram ensaiados de forma a comprovar os modelos teóricos e de justificar os parâmetros adotados.

O modelo de treliça de Ritter (1899) e Mörsch (1902) baseia-se na analogia entre uma viga fissurada e uma treliça. Nesse modelo, foi admitido que o comportamento de uma viga biapoiada de seção retangular após o início da fissuração é semelhante ao de uma treliça isostática. Esse modelo admitia as fissuras e bielas inclinadas a 45°, banzos paralelos e armadura de cisalhamento com inclinação entre 45° e 90°. Porém, estudos comprovaram que esse modelo de treliça possui algumas deficiências. A inclinação das fissuras é de menos que 45°, os banzos não são paralelos, pois há o arqueamento do banzo comprimido, e a treliça é na verdade hiperestática, com o engastamento das bielas no banzo comprimido. É a partir deste modelo aperfeiçoado que se dá o método das bielas e tirantes.

A NBR 6118:2003 caracteriza o comportamento estrutural de um bloco rígido por trabalho à flexão nas duas direções, mas com trações essencialmente concentradas nas linhas sobre as estacas (reticulado definido pelo eixo das estacas, com faixas de largura igual a 1,2

vezes seu diâmetro), cargas transmitidas do pilar para as estacas essencialmente por bielas de compressão, de forma e dimensões complexas e por seu trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruptura por tração diagonal, e sim por compressão das bielas. A NBR 6118:2003 diz ainda, sobre os modelos de cálculo de blocos rígidos sobre estacas, que “para cálculo e dimensionamento dos blocos são aceitos modelos tridimensionais lineares ou não e modelos biela-tirante tridimensionais, sendo esses últimos os preferidos por definir melhor a distribuição de esforços pelos tirantes”.

Diversos pesquisadores, ao longo dos anos, já fizeram análises numéricas e experimentais em blocos sobre estacas, como Blévo (1967) que ensaiou blocos de duas, três e quatro estacas, submetidos a forças centradas, com a finalidade de analisar a formação de fissuras e o estado limite último dos elementos. Observando a ruína pelo esmagamento da biela do concreto na base do pilar ou das estacas, ele concluiu que o ângulo de inclinação das bielas para garantir a segurança deve estar entre  $45^\circ$  e  $55^\circ$ . Blévo também ensaiou os blocos variando a disposição das armaduras, buscando o arranjo mais adequado e seguro. Além de Blévo, outros pesquisadores como Mautoni (1972), Taylor e Clarke (1976), Adebar, Kuchma e Collins (1990), Miguel (2000) e Munhoz (2004) também fizeram experimentos em blocos sobre estacas.

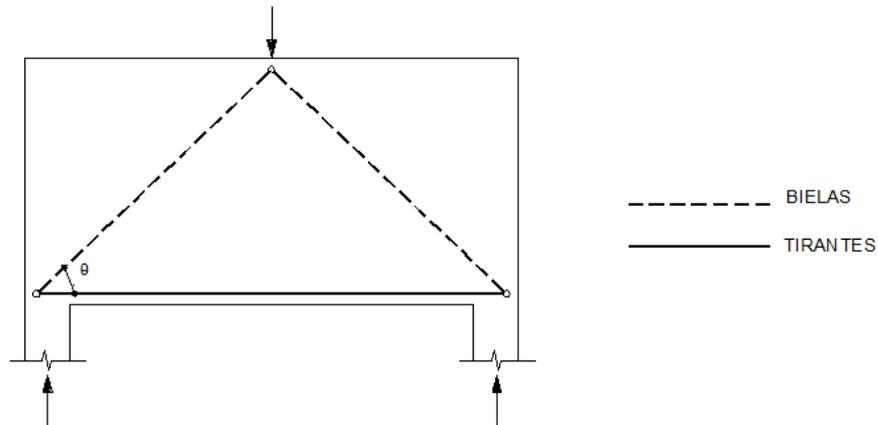
O método de Blévo (1967), também chamado de Método das Bielas, é um pouco diferente do Modelo das Bielas e Tirantes. Blévo não define as regiões nodais e as tensões que nelas deveriam ser verificadas, ou seja, faz apenas uma verificação da tensão nas bielas. Já o Modelo das Bielas e Tirantes, sugere que sejam feitas verificações nas regiões nodais, que são pontos de aplicação de cargas. Além disso, o Método das Bielas não define dimensão de bielas e tirantes e, portanto, está mais próximo de um modelo de treliça ao invés de um modelo de bielas e tirantes.

## **2.2 Fundamentos do Modelo de Bielas e Tirantes**

### **2.2.1 Definição Geométrica do Modelo**

A definição geométrica de blocos sobre estacas pelo método das bielas e tirantes deve ser feita por meio da determinação dos campos de compressão no concreto (bielas) e dos campos de tração no aço (tirantes), utilizando o processo do caminho da carga (FIGURA 2).

Figura 2 – Definição Geométrica do Modelo



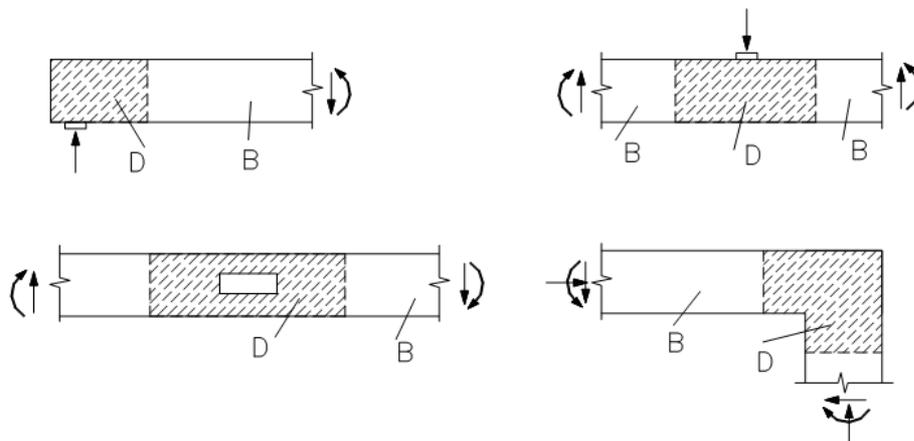
Fonte: Da Silva, R.C., Giongo, J. S. (2000).

Segundo o Código Modelo CEB-FIP (1990), em regiões nodais com concentração de tensões, as bielas principais e os tirantes do modelo devem normalmente se encontrar em ângulos em torno de  $60^\circ$  e nunca menor que  $45^\circ$ .

### 2.2.2 Regiões B e D

O modelo das bielas e tirantes é uma estrutura composta por barras comprimidas e tracionadas, ligadas por nós. Segundo Giongo e Da Silva (2000, p. 8), regiões onde há uma distribuição linear das deformações segundo a hipótese de Bernoulli são chamadas de regiões B (de Bernoulli) e regiões onde essas deformações são descontínuas são chamadas regiões D (FIGURA 3).

Figura 3 – Regiões B e D



Fonte: Schafer&Schlaich (1988).

É natural que os modelos das regiões B sejam diferentes dos modelos das regiões D, pois as regiões descontínuas são de extrema importância para a segurança das estruturas, e elas não devem ser calculadas por processos aproximados enquanto o restante da estrutura é projetada com mais exatidão. Em regiões B, quando não há fissuração, as tensões são calculadas com o auxílio das propriedades da seção, como área e momento de inércia. Quando essas tensões excedem a resistência à tração do concreto, o comportamento pode ser obtido através do modelo de treliça. Em regiões D, quando não há fissuração, a análise é feita por métodos elásticos lineares, porém, quando há fissuração, não existem muitos procedimentos para a realização da análise, por isso que as regiões D são críticas.

### **2.2.3 Rotina de Projeto**

Segundo Giongo e Da Silva (2000, p. 12), a rotina de projeto para o dimensionamento de elementos estruturais por meio dos modelos das bielas e tirantes segue o seguinte roteiro:

- a) divide-se a estrutura em regiões B e D;
- b) isola-se a região D;
- c) determinam-se os esforços solicitantes no contorno;
- d) aplica-se o processo do caminho de carga;
- e) dimensionam-se os tirantes;
- f) verificam-se as tensões nas bielas e regiões nodais;
- g) definem-se o tipo e os comprimentos de ancoragem;
- h) faz-se o arranjo das armaduras.

### **2.2.4 Otimização dos modelos**

Existem casos onde há liberdade de escolha entre vários modelos. A escolha do modelo mais adequado resulta em um dimensionamento mais econômico, porém essa escolha exige experiência. Segundo Schlaich *et al.* (1987), “percebe-se que as ações tentam utilizar o caminho de mínimas forças e deformações”. Como os tirantes são mais deformáveis que as bielas, o modelo com tirantes mais curtos é o melhor. Matematicamente, temos:

$$\sum F_i l_i \varepsilon_{mi} = \text{mínimo} \quad (3)$$

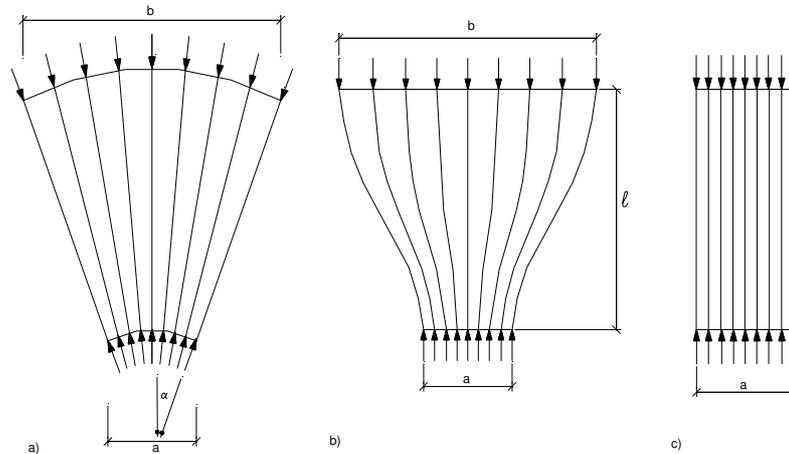
onde  $F_i$  é a força,  $l_i$  é o comprimento e  $\varepsilon_{mi}$  é a deformação específica média.

### 2.2.5 Dimensionamento das Bielas

No modelo, as bielas são discretizações dos campos de tensão de compressão no concreto. Esses campos de tensões podem assumir diferentes formas, a partir de ações concentradas ou reações. Existem três configurações típicas das tensões:

- distribuição de tensões radial (FIGURA 4 ITEM a);
- distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento da seção (FIGURA 4 ITEM b);
- distribuição de tensões paralela (FIGURA 4 ITEM c).

Figura 4 – Configurações típicas de campos de tensão de compressão



Fonte: Schafer&Schlaich (1988).

Giongo e Da Silva (2000, p. 16), definiram as diferentes distribuições de tensões:

A distribuição de tensões radiais é uma idealização de um campo de tensão com curvatura desprezível. Este tipo de distribuição de tensões pode ser encontrado em regiões D, onde forças concentradas são introduzidas e propagadas de maneira suave. Neste campo de tensão, não se desenvolvem tensões de tração transversais. A distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento da seção ocorre quando forças concentradas são introduzidas e propagadas através de curvaturas acentuadas. A difusão dessas tensões provoca compressão biaxial ou triaxial abaixo da força e tensões de tração transversais consideráveis. Esta tração transversal,

combinada com a compressão longitudinal, pode provocar fissuras longitudinais e iniciar uma ruptura prematura. Como a resistência à tração do concreto é muito baixa, normalmente se reforça este campo de tensão na direção transversal. A distribuição de tensões paralela ocorre quando as tensões se distribuem uniformemente, sem perturbação. Este campo de tensão é típico de uma região B e evidentemente não desenvolve tensões de tração transversais.

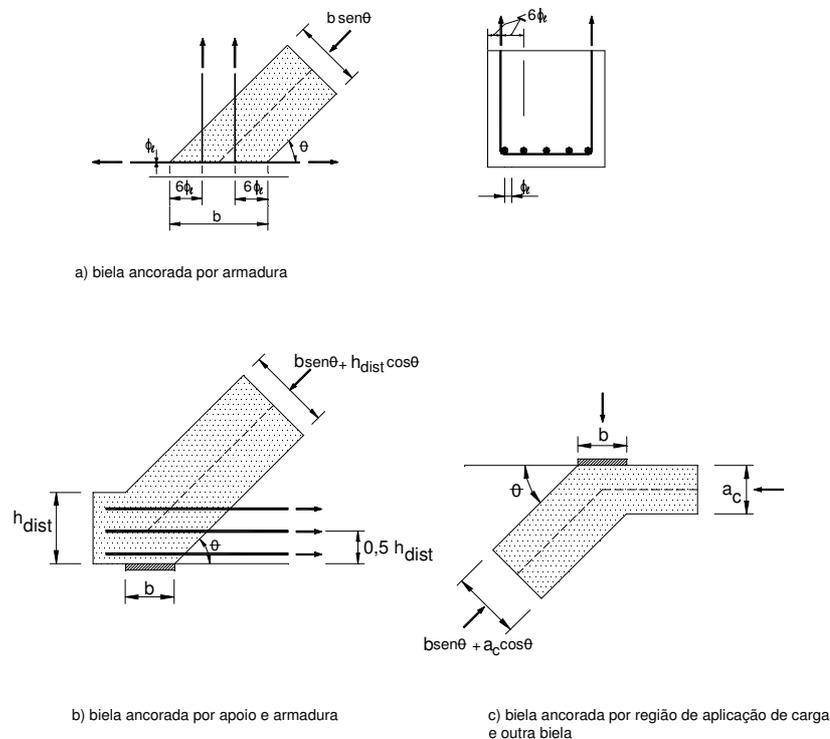
A Norma Canadense CSA-A23.3-94 (1994) diz que as dimensões das bielas devem assegurar que a força de compressão calculada não exceda o valor:

$$\Phi_c \cdot A_{cs} \cdot f_{cu} \quad (4)$$

onde  $A_{cs}$  é a área da seção transversal da biela,  $f_{cu}$  é o parâmetro de resistência da biela e  $\Phi_c$  é o fator de segurança do concreto ( $\Phi_c = 0,6$ ).

No cálculo da área da seção transversal da biela deve-se considerar as condições de ancoragem, tanto na região de aplicação de força quanto na biela ancorada por armadura como mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Influência das condições de ancoragem na área da seção transversal da biela



Fonte: CSA-A23.3-94(1994).

Para o caso de bielas ancoradas por armadura, caso se queira aumentar as dimensões da biela, deve-se aumentar o número de camadas da armadura de tração ou aumentar a largura da região de aplicação de força concentrada.

Para bielas armadas com barras paralelas ao seu eixo, a força na biela não poderá ser maior que:

$$\Phi_c \cdot A_{cs} \cdot f_{cu} + \Phi_s \cdot A_{ss} \cdot f_y \quad (5)$$

Onde  $A_{ss}$  é a área da armadura da biela,  $f_y$  é a resistência ao escoamento do aço e  $\Phi_s$  é o fator de segurança da armadura ( $\Phi_s = 0,85$ ).

Segundo o Código Modelo CEB-FIP (1990), se as tensões nos nós forem verificadas e se houver a disposição de armadura transversal ao eixo da biela, as tensões nas bielas normalmente ficam abaixo dos valores limites. Quando a biela possui um nó em uma das extremidades, supõe-se que a força transversal total não supera 25% da força na biela. Para o caso de nós nas duas extremidades, a armadura transversal deve resistir de 30% a 40% da força na biela.

### 2.2.6 Parâmetros de Resistência das Bielas

Schafer&Schlaich (1988) sugerem os seguintes valores para as resistências das bielas:

0,85 $f_{cd}$  para um estado de tensão uniaxial e sem perturbação;

0,68 $f_{cd}$  para campos de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão;

0,51 $f_{cd}$  para campos de compressão com fissuras inclinadas.

onde  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$

No Código Modelo CEB-FIP (1990), a resistência de projeto do concreto pode ser determinada por meio de um diagrama simplificado de tensões uniformes. A tensão média é igual a:

a) para zonas não fissuradas

$$f_{cd1} = 0,85 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (6)$$

b) para zonas fissuradas

$$f_{cd2} = 0,60 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (7)$$

Esses valores são válidos desde que a compressão máxima no concreto seja de:

$$\varepsilon_{cu} = 0,004 - 0,002 \frac{f_{ck}}{100} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (8)$$

A Tabela 1 mostra os valores dos parâmetros de resistência das bielas para as regiões fissuradas e não fissuradas:

Tabela 1 – Parâmetros de resistência das bielas:  $f_{cd1}$  para zonas não fissuradas e  $f_{cd2}$  para zonas fissuradas

Concreto	$f_{cd1}$	$f_{cd2}$
C20	0,782 $f_{cd}$	0,552 $f_{cd}$
C25	0,765 $f_{cd}$	0,540 $f_{cd}$
C30	0,748 $f_{cd}$	0,528 $f_{cd}$
C35	0,731 $f_{cd}$	0,516 $f_{cd}$
C40	0,714 $f_{cd}$	0,504 $f_{cd}$
C50	0,680 $f_{cd}$	0,480 $f_{cd}$

Fonte: Código Modelo CEB-FIP (1990).

A Tabela 2 apresenta os valores de  $\sigma_{cd}$  proposto por Fusco (1994) para o dimensionamento das bielas:

Tabela 2 – Parâmetros de resistência das bielas propostos

Tipo de Biela	$f_{ck} \leq 40 \text{MPa}$	$f_{ck} > 40 \text{MPa}$
confinada em estado plano de tensões	$f_{cd}$	0,90 $f_{cd}$
não confinada	0,85 $f_{cd}$	0,80 $f_{cd}$
não confinada e fissurada	0,60 $f_{cd}$	0,50 $f_{cd}$

Fonte: Fusco (1994).

A norma canadense CSA-A23.3-94 (1994) sugere valores para resistência das bielas calculados pela expressão:

$$f_{cu} = \frac{f_c}{0,8+170\varepsilon_1} \leq 0,85f_c \quad (9)$$

onde  $f_c$  é a resistência característica do concreto definida pelo quantil de 1%,  $\varepsilon_1$  é a deformação de tração na direção perpendicular à biela, dada por:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + (\varepsilon_s + 0,002) \cotg^2 \theta_s \quad (10)$$

onde  $\theta_s$  é o menor ângulo entre a biela e a barra de armadura que a atravessa e  $\varepsilon_s$  é a deformação média na barra de armadura que atravessa a biela.

O FIB (1999) adota os mesmos valores que o Código Modelo CEB-FIP (1990), mas acrescenta um valor intermediário  $f_{cd3}$  para verificação das tensões nas regiões nodais, para nós com tirantes ancorados em apenas uma direção. Esse valor está definido na equação 11:

$$f_{cd3} = 0,70 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (11)$$

Silva e Giongo (2000) chamam atenção para a divergência dos valores de parâmetros de resistência, onde podem surgir dúvidas sobre qual valor adotar para cada caso. Os autores recomendam que no caso de dúvidas sejam utilizados os valores de critérios definidos pelo Código Modelo CEB-FIP (1990).

### 2.2.7 Dimensionamento dos Tirantes

As armaduras têm como função absorver os esforços atuantes nos tirantes, cujos eixos devem coincidir com os eixos das armaduras. A área de armadura necessária é obtida relacionando diretamente a força atuante no tirante e a resistência de escoamento de cálculo do aço considerando o Estado Limite Último:

$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot R_{st}}{f_{yd}} \quad (12)$$

### 2.2.8 Dimensionamento dos Nós

Segundo Giongo e Da Silva (2000, p. 23), “um nó pode ser definido como um volume de concreto que envolve as interseções das bielas comprimidas, em combinação com forças de ancoragem e/ou forças de compressão externas (ações concentradas ou reações de apoio)”.

Em um modelo de bielas e tirantes, um nó representa uma mudança brusca na direção das forças, enquanto que em uma estrutura real de concreto armado essa mudança de direção possui um certo comprimento e largura. Os nós devem ser dimensionados de forma que todas as forças sejam ancoradas e equilibradas de forma segura. Segundo o Código Modelo do CEB-FIP (1990), normalmente as verificações dos nós só precisam ser feitas quando as forças concentradas são aplicadas na superfície do elemento estrutural, e a verificação de nós dentro da estrutura pode se tornar necessária em casos de descontinuidade geométrica.

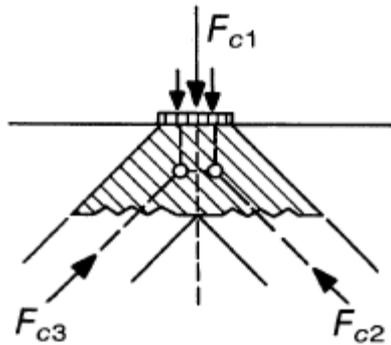
Alguns tipos de regiões nodais aparecem repetitivamente em diferentes estruturas, e o Código Modelo CEB-FIP (1990) apresenta quatro exemplos típicos de regiões nodais:

- a) nós somente com forças de compressão;
- b) nós com ancoragem somente de barras paralelas;
- c) nós com barras dobradas;
- d) nós com tirantes em direções ortogonais.

Segundo Munhoz (2004) os dois primeiros tipos de regiões nodais têm mais importância na análise da segurança de blocos sobre estacas, então apenas eles serão comentados.

Segundo o código Modelo CEB-FIP (1990, p. 222), nós somente com forças de compressão ocorrem, por exemplo, sob forças concentradas, acima de apoios intermediários de vigas contínuas, em apoios onde há cabos protendidos ancorados ou em vértices reentrantes comprimidos. A figura 6 mostra um exemplo de nó somente com forças de compressão.

Figura 6 – Nós somente com forças de compressão



Fonte: Código Modelo CEB-FIP (1990)

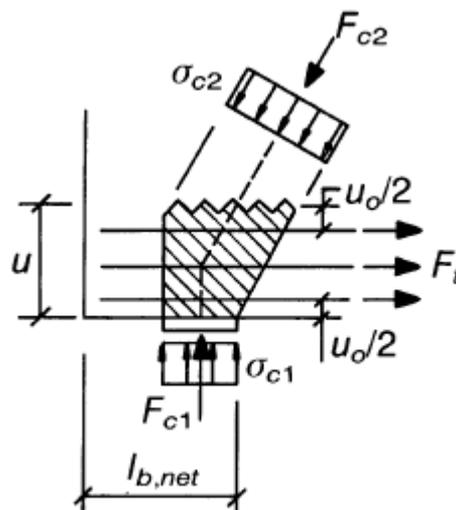
Nesse caso, é suficiente avaliar as tensões causadas pelas forças  $F_{c1}$ :

$$\sigma_{c1} = \frac{F_{c1}}{a_1 \cdot b} \quad (13)$$

onde  $a_1$  e  $b$  são as dimensões do apoio onde a força  $F_{c1}$  é aplicada.

Segundo o código Modelo CEB-FIP (1990, p. 223), os nós com ancoragem somente de barras paralelas quando um tirante encontra duas ou mais bielas, por exemplo, em apoios extremos e abaixo de forças concentradas que são aplicadas a consolos ou em apoios próximos às extremidades das vigas-parede. A Figura 7 mostra um exemplo de nó com ancoragem somente de barras paralelas.

Figura 7 – Nós com ancoragem somente de barras paralelas



Fonte: Código Modelo CEB-FIP (1990)

Schafer&Schlaich (1991) apresentam algumas expressões para a verificação das tensões em regiões de nós com ancoragem somente de barras paralelas:

$$\sigma_{c1} = \frac{F_{c1}}{a_1 \cdot b} \quad (14)$$

$$\sigma_{c2} = \frac{F_{c2}}{a_2 \cdot b} = \frac{F_{c1}}{a_2 \cdot b \cdot \text{sen}\theta} \quad (15)$$

Onde a largura  $a_2$  é definida por:

$$a_2 = (a_1 + h_{dist} \cdot \text{cotg}\theta) \text{sen}\theta = a_1 \left( 1 + \frac{h_{dist}}{a_1} \text{cotg}\theta \right) \text{sen}\theta \quad (16)$$

Que substituindo na equação 15 fica:

$$\sigma_{c2} = \frac{F_{c1}}{\text{sen}\theta \cdot a_1 \left( 1 + \frac{h_{dist}}{a_1} \text{cotg}\theta \right) \text{sen}\theta \cdot b} \rightarrow \sigma_{c2} = \frac{\sigma_{c1}}{\left( 1 + \frac{h_{dist}}{a_1} \text{cotg}\theta \right) \text{sen}^2\theta} \quad (17)$$

A altura onde pode ser distribuída as barras da armadura do tirante é determinada por:

$$h_{dist} = n \cdot \phi + 2c + (n - 1)s \quad (18)$$

onde  $n$  é o número de camadas de armadura,  $\phi$  é o diâmetro da armadura,  $c$  é o cobrimento e  $s$  é o espaçamento vertical entre as barras de armadura.

Os limites para as tensões médias de compressão nos contornos dos nós podem ser verificados pela sugestão feita por Schafer&Schlaich (1988):

- a)  $0,935f_{cd}$  para nós onde só se encontram bielas comprimidas, criando estado de tensão biaxial ou triaxial;
- b)  $0,680 f_{cd}$  para nós onde a armadura é ancorada.

O código Modelo CEB-FIP (1990) indica como parâmetros de resistência os mesmos que indicados na verificação das bielas de compressão,  $f_{cd1}$  e  $f_{cd2}$ , como foi definido nas equações 6 e 7. Assim, fica definido que para nós aonde só chegam bielas de compressão

o limite para as tensões médias em qualquer superfície ou seção de um nó singular é de  $f_{cd1}$  e para nós onde as barras tracionadas são ancoradas, o limite é de  $f_{cd2}$ .

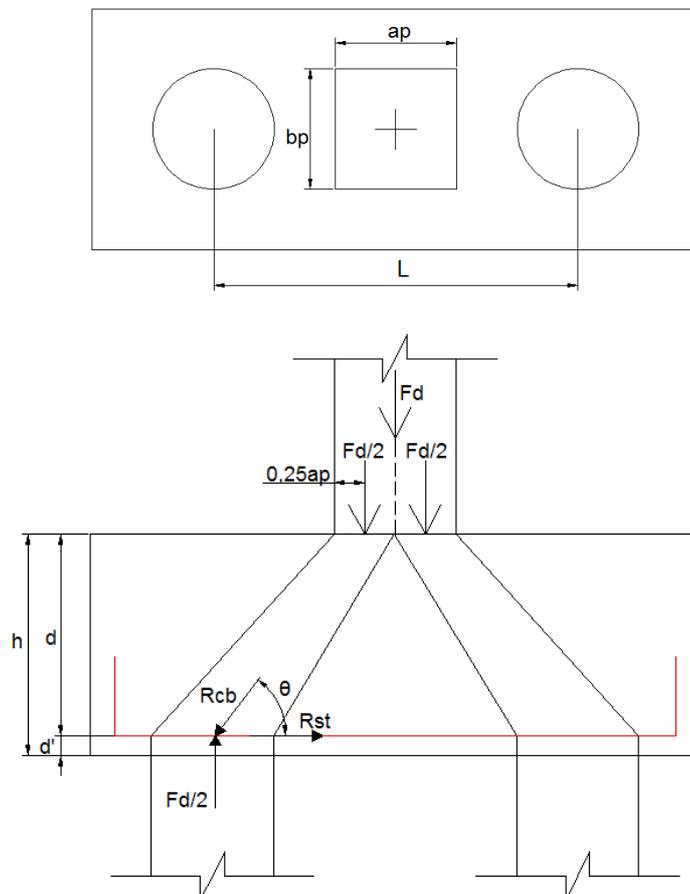
A tensão limite  $f_{cd1}$  também pode ser aplicada a outros tipos de nós quando o ângulo de inclinação das bielas não for menor que  $55^\circ$  e se a armadura for detalhada com cuidado na região do nó.

## 2.3 Fundamento do Modelo das Bielas

### 2.3.1 Bloco sobre duas estacas

A fundamentação do Modelo das Bielas foi baseada em Munhoz (2004). No projeto de blocos sobre duas estacas, o esquema de cálculo a ser considerado está mostrado na Figura 8. A treliça tem a barra tracionada submetida a força  $R_{st}$  enquanto as diagonais comprimidas estão submetidas à força  $R_{cb}$ .

Figura 8 – Modelo de cálculo para blocos sobre duas estacas



Fonte: Adaptado de Munhoz (2004).

A rotina de cálculo para blocos sobre duas estacas consiste em:

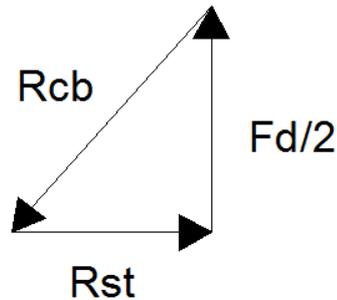
a) Determinação da força de tração nos tirantes

O ângulo de inclinação das bielas é determinado pela equação 19:

$$\tan \theta = \frac{d}{\frac{l}{2} - \frac{a_p}{4}} \rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{d}{\frac{l}{2} - \frac{a_p}{4}}\right) \quad (19)$$

Observando a Figura 8, é possível montar o polígono de forças:

Figura 9 – Polígono de forças em bloco sobre duas estacas



Fonte: Elaborada pela autora.

Pelo polígono de forças, tem-se que:

$$\tan \theta = \frac{\frac{F_d}{2}}{R_{st}} \quad (20)$$

Igualando 19 e 20, é possível ter a força no tirante:

$$R_{st} = \frac{F_d(2l - a_p)}{8d} \quad (21)$$

A partir dos seus estudos e ensaios, Blévo (1967) concluiu que o valor de  $R_{st}$  deve ser majorado em 15%, pois a equação determinada pelo polígono de forças não era a favor da segurança.

b) Recomendações de altura útil do bloco

Blévoit (1967) assegura que o ângulo de inclinação das bielas, para assegurar uma transferência segura de carga do pilar para cabeça da estaca, deve estar entre 45° e 55°. Substituindo os valores de  $\theta$  pelos seus valores limites, determina-se o intervalo de variação da altura útil  $d$ :

$$0,50 \left( l - \frac{a_p}{2} \right) \leq d \leq 0,714 \left( l - \frac{a_p}{2} \right) \quad (22)$$

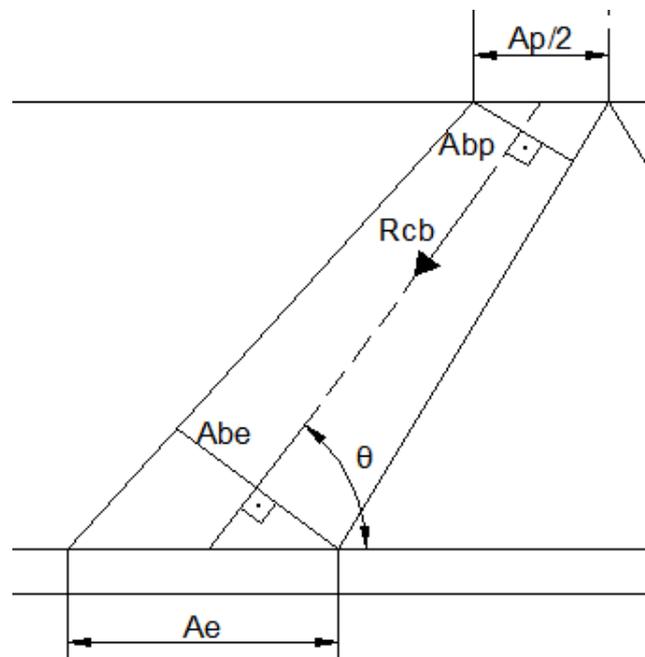
c) Tensão de compressão nas bielas

Do polígono de forças da Figura 9, tem-se:

$$\text{sen } \theta = \frac{\frac{F_d}{2}}{R_{cb}} \rightarrow R_{cb} = \frac{F_d}{2 \text{sen} \theta} \quad (23)$$

Como é possível ver na Figura 10, as bielas de compressão tem área variável, necessitando a verificação das tensões junto ao pilar e junto à estaca.

Figura 10 – Área das bielas para blocos sobre duas estacas



Fonte: Adaptado de Munhoz (2004).

c.1) Tensão de compressão na biela junto ao pilar

Relacionando a área do pilar com a área da biela na base do pilar:

$$A_{bp} = \frac{1}{2} A_p \text{sen}\theta \quad (24)$$

Para determinar a tensão normal da biela junto ao pilar, dividimos a força na biela pela sua área:

$$\sigma_{cbp} = \frac{R_{cb}}{A_{bp}} \quad (25)$$

Substituindo em 25 as expressões 23 e 24:

$$\sigma_{cbp} = \frac{F_d}{A_p \text{sen}^2\theta} \quad (26)$$

c.2) Tensão de compressão na biela junto à estaca

Relacionando a área da estaca com a área da biela na base da estaca:

$$A_{be} = A_e \text{sen}\theta \quad (27)$$

Para determinar a tensão normal da biela junto à estaca, dividimos a força na biela pela sua área:

$$\sigma_{cbe} = \frac{R_{cb}}{A_{be}} \quad (28)$$

Substituindo em 22 as expressões 17 e 21:

$$\sigma_{cbe} = \frac{F_d}{2A_e \text{sen}^2\theta} \quad (29)$$

d) Verificação das tensões limite

Na verificação das tensões limite no estado limite último de ruptura do concreto, Fusco (1994) sugere que no plano da seção transversal possa atuar uma tensão de compressão

de cálculo de  $0,85f_{cd}$ . O valor desse coeficiente de modificação  $k_{mod} = 0,85$  é resultado do produto de outros três coeficientes:

$$k_{mod} = k_{mod,1}k_{mod,2}k_{mod,3} = 1,2 \cdot 0,95 \cdot 0,75 = 0,85 \quad (30)$$

Nessa expressão o coeficiente  $k_{mod,1} = 1,2$  considera o acréscimo da resistência do concreto após os 28 dias de idade. O coeficiente  $k_{mod,2} = 0,95$  considera a resistência medida em corpos-de-prova cilíndricos de 15cm x 30cm em relação à resistência do concreto no elemento estrutural. Finalmente, o coeficiente  $k_{mod,3} = 0,75$  leva em conta o efeito deletério da ação de longa duração (Efeito Rüsç).

Na consideração da tensão limite na biela, leva-se em conta ainda um coeficiente de forma:

$$\sigma_{cb,lim} = 0,85 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \quad (31)$$

onde:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{f_{ck}}{1,4} \quad (32)$$

O coeficiente  $\alpha$  é proveniente de análises numéricas e experimentais. Os valores de utilizados nesse trabalho foram sugeridos por Machado (1979), que para um bloco de duas estacas é 1,4.

e) Área das barras de armadura

A área de armadura é determinada a partir do valor da força no tirante  $R_{st}$ , considerando o escoamento do aço no estado limite último. Assim, temos a expressão:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} \quad (33)$$

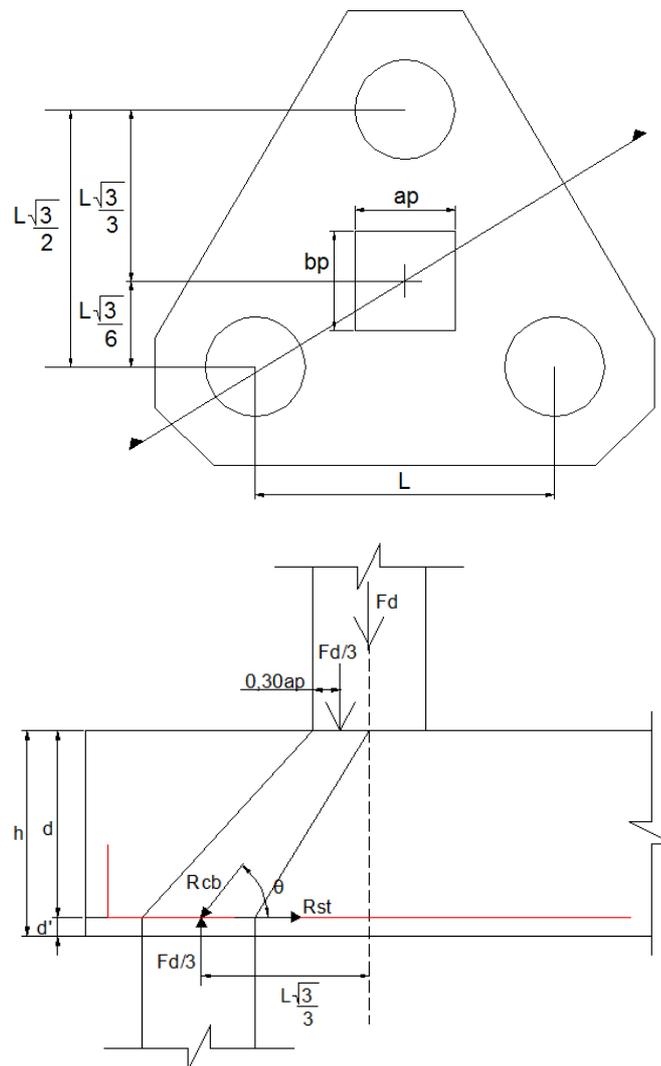
Onde:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_f} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad (34)$$

### 2.3.2 Bloco sobre três estacas

A rotina de cálculo para blocos sobre três estacas é análoga a de duas estacas, sendo que para três estacas a treliça é formada por três barras comprimidas. O modelo de cálculo considerado é mostrado na Figura 11.

Figura 11 – Modelo de cálculo para blocos sobre três estacas



Fonte: Adaptado de Munhoz (2004).

#### a) Determinação da força de tração nos tirantes

A força de tração nos tirantes é determinada pelas expressões do equilíbrio do polígono de forças (EQUAÇÃO 35) e da tangente do ângulo de inclinação da biela (EQUAÇÃO 36):

$$\tan \theta = \frac{d}{\frac{l\sqrt{3}}{3} - 0,3a_p} \rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{d}{\frac{l\sqrt{3}}{3} - 0,3a_p}\right) \quad (35)$$

$$\tan \theta = \frac{\frac{F_d}{3}}{R_{st}} \quad (36)$$

Igualando as equações 35 e 36 tem-se a equação que determina a força de tração no tirante:

$$R_{st} = \frac{F_d(l\sqrt{3} - 0,9a_p)}{9d} \quad (37)$$

b) Recomendações de altura útil do bloco

O ângulo de inclinação das bielas deve estar entre 45° e 55°. Substituindo os valores de  $\theta$  pelos seus valores limites, determina-se o intervalo de variação da altura útil d:

$$0,577(l - 0,52a_p) \leq d \leq 0,825(l - 0,52a_p) \quad (38)$$

c) Tensões de compressão na biela

Do polígono de forças, escreve-se:

$$\text{sen}\theta = \frac{\frac{F_d}{3}}{R_{cb}} \quad (39)$$

Portanto:

$$R_{cb} = \frac{F_d}{3\text{sen}\theta} \quad (40)$$

c.1) Tensão de compressão na biela junto ao pilar

Relacionando a área do pilar com a área da biela na base do pilar:

$$A_{bp} = \frac{1}{3} A_p \sin \theta \quad (41)$$

Para determinar a tensão normal da biela junto ao pilar, dividimos a força na biela pela sua área, como mostrado na equação 25. Substituindo em 25 as equações 40 e 41 obtém-se a mesma equação da tensão de compressão determinada para blocos sobre duas estacas, como mostrada na equação 26.

c.2) Tensões de compressão na biela junto à estaca

A relação entre as áreas da seção transversal da estaca e da biela junto à estaca é definida pela equação 27. Para determinar a tensão normal da biela junto à estaca, dividimos a força na biela pela sua área, como mostrado na equação 28. Substituindo em 28 as equações 27 e 40 obtém-se:

$$\sigma_{cbe} = \frac{F_d}{3A_e \sin^2 \theta} \quad (42)$$

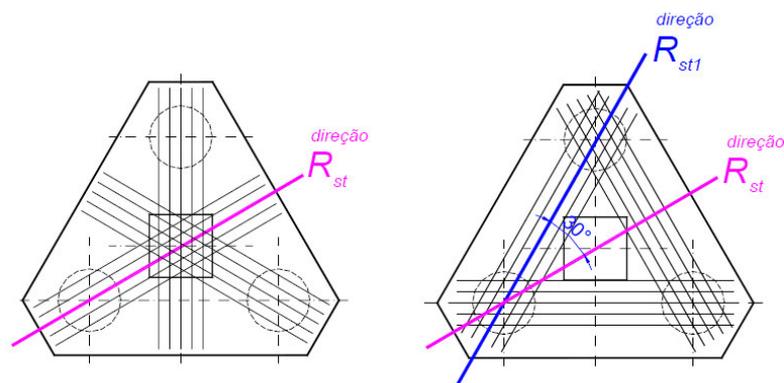
d) Verificação das tensões limite

As tensões em um bloco de três estacas devem estar abaixo do limite, definido na equação 24. Segundo Machado (1979), o coeficiente de forma  $\alpha$  para blocos sobre três estacas é igual a 1,75.

e) Área das barras de armadura

Em um bloco sobre três estacas, conforme os ensaios de Blévoit (1967) as armaduras podem ser dispostas, em planta, nas direções das bielas, ou seja, nas medianas do triângulo formado pelas estacas, ou também segundo os lados das estacas, como mostra a Figura 12:

Figura 12 – Arranjos de armaduras para blocos sobre quatro estacas



Segundo Munhoz (2004), o modelo armaduras segundo as medianas apresenta alguns inconvenientes, como por exemplo, a superposição de três feixes de barra no centro do bloco. Além do que, propicia um maior número de fissuras nas faces laterais do bloco, provocadas pela falta de apoio em uma das extremidades das barras.

A força de tração calculada no item a considerou as barras dispostas, em planta, nas direções das bielas, ou seja, nas medianas do triângulo formado pelas estacas. Então, a força de tração para esse caso é a mesma anteriormente definida pela equação 37.

Para o cálculo das armaduras dispostas segundo as medianas, utilizamos a mesma expressão definida para o bloco de duas estacas, determinada a partir do valor da força no tirante  $R_{st}$ , considerando o escoamento do aço no estado limite último, como definido na equação 33.

Para armaduras arranjadas seguindo os lados, as forças resultantes devem ser decompostas nas direções dos lados do triângulo formado pelas estacas, como mostrado na Figura 13:

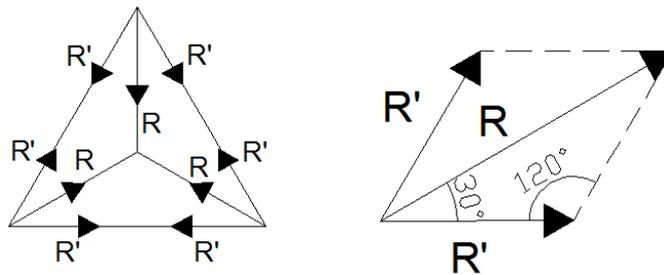


Figura 13 – Decomposição das forças de tração em bloco sobre três estacas

Fonte: Elaborada pela autora.

Decompondo as forças, é possível determinar a força de tração segundo os lados:

$$R_{st'} = \frac{R_{st}\sqrt{3}}{3} \quad (43)$$

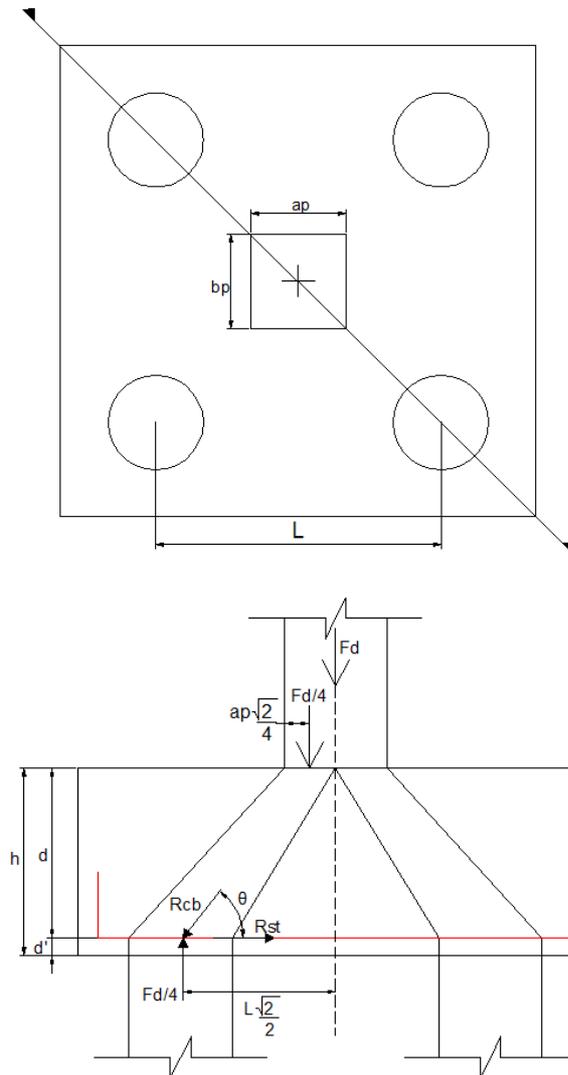
Para a área de armadura do bloco com armadura disposta segundo os lados, utiliza-se a mesma equação anteriormente definida em 33, substituindo  $R_{st}$  por  $R_{st'}$ :

$$A_s = \frac{R_{st'}}{f_{yd}} \quad (44)$$

### 2.3.3 Bloco sobre quatro estacas

Em blocos sobre quatro estacas, a carga do pilar é transmitida para as estacas através de quatro bielas diagonais comprimidas, e o equilíbrio dessas forças se dá pela armadura, que pode ser distribuída de diferentes formas. A Figura 14 mostra o modelo estrutural de um bloco sobre quatro estacas.

Figura 14 – Modelo de cálculo para blocos sobre quatro estacas



Fonte: Adaptado de Munhoz (2004).

#### a) Determinação da força de tração nos tirantes

A força de tração nos tirantes é determinada pelas expressões do equilíbrio do polígono de forças (EQUAÇÃO 45) e da tangente do ângulo de inclinação da biela (EQUAÇÃO 46):

$$\tan \theta = \frac{d}{\frac{l\sqrt{2}}{2} - \frac{a_p\sqrt{2}}{4}} \rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{d}{\frac{l\sqrt{2}}{2} - \frac{a_p\sqrt{2}}{4}}\right) \quad (45)$$

$$\tan \theta = \frac{\frac{F_d}{4}}{R_{st}} \quad (46)$$

Igualando as equações 45 e 46 tem-se a equação que determina a força de tração no tirante:

$$R_{st} = \frac{F_d\sqrt{2}(2l - a_p)}{16d} \quad (47)$$

b) Recomendações de altura útil do bloco

O ângulo de inclinação das bielas deve estar entre 45° e 55°. Substituindo os valores de  $\theta$  pelos seus valores limites, determina-se o intervalo de variação da altura útil d:

$$0,707(l - \frac{a_p}{2}) \leq d \leq 1,00(l - \frac{a_p}{2}) \quad (48)$$

c) Tensões de compressão na biela

A tensão de compressão na biela junto ao pilar é a mesma que a definida para o bloco de duas estacas na equação 26, e a tensão de compressão na biela junto à estaca. Dividimos a força na biela pela sua área, como mostrado na equação 28, e assim temos:

$$\sigma_{cbe} = \frac{F_d}{4A_e \sen^2 \theta} \quad (49)$$

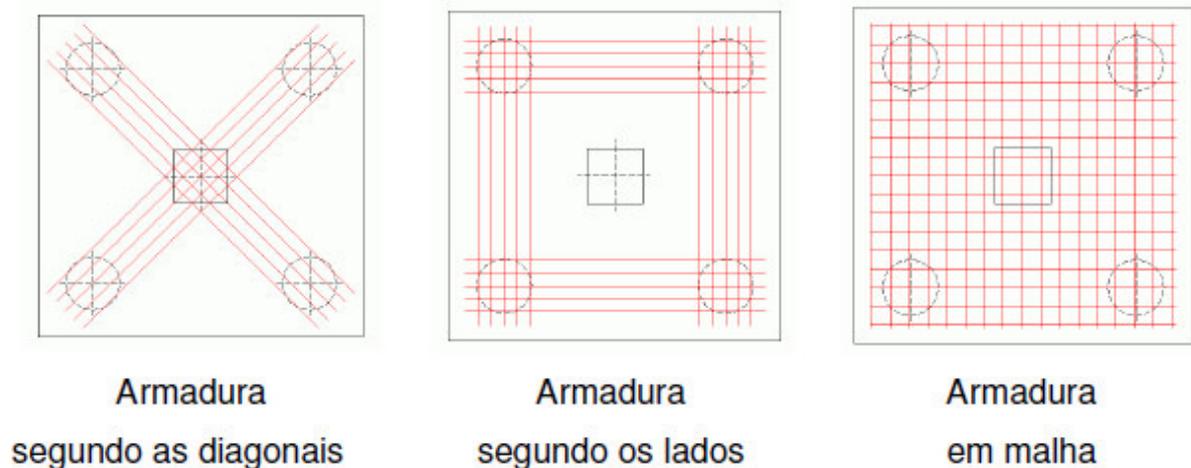
d) Verificação das tensões limite

As tensões em um bloco de quatro estacas devem estar abaixo do limite, definido na equação 27. Segundo Machado (1979), o coeficiente de forma  $\alpha$  para blocos sobre quatro estacas é igual a 2,10.

e) Área das barras de armadura

Em um bloco sobre quatro estacas as armaduras podem ser dispostas, em planta, nas direções das bielas, ou seja, segundo as diagonais, segundo os lados das estacas, ou também em malha uniformemente distribuída, como mostra a Figura 15:

Figura 15 – Arranjos de armaduras para blocos sobre quatro estacas



Fonte: De Oliveira(2009)

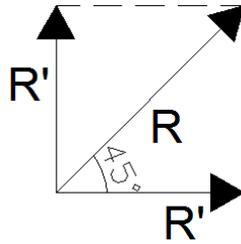
Segundo Munhoz (2004), a adoção de modelos de armaduras, segundo as diagonais ou segundo os lados, pode causar fissuração lateral. Já a disposição de armadura em malha apresenta bom desempenho com relação à fissuração, mas menor eficiência com relação à força de ruína do bloco. O ideal seria usar em conjunto uma disposição de armaduras segundo os lados e em malha.

A força de tração, calculada no item a, considerou as barras dispostas, em planta, nas direções das bielas, ou seja, segundo as diagonais. Então, a força de tração para esse caso é a mesma anteriormente definida.

Para as barras dispostas segundo as diagonais, utilizamos a mesma expressão definida para o bloco de duas estacas, determinada a partir do valor da força no tirante  $R_{st}$ , considerando o escoamento do aço no estado limite último, como foi mostrado na equação 33.

Para armaduras arranjadas segundo os lados, as forças resultantes devem ser decompostas nas direções dos lados do triângulo formado pelas estacas, como mostrado na Figura 16:

Figura 16 – Decomposição da força de tração em bloco sobre quatro estacas



Fonte: Elaborada pela autora.

Decompondo a força, é possível determinar a força de tração segundo os lados:

$$R_{st'} = \frac{R_{st}\sqrt{2}}{2} \quad (50)$$

Para a área de armadura do bloco com armadura disposta segundo os lados, utiliza-se a mesma equação anteriormente definida, substituindo  $R_{st}$  por  $R_{st'}$ :

$$A_s = \frac{R_{st'}}{f_{yd}} \quad (51)$$

Para armaduras em malha, o cálculo é feito analisando apenas uma direção, da mesma forma que foi feita para o caso de duas estacas. Assim, encontramos o mesmo valor da força de tração, definido na equação 21. A área de armadura encontrada é para apenas uma direção.

### 3 APLICAÇÃO DOS MÉTODOS

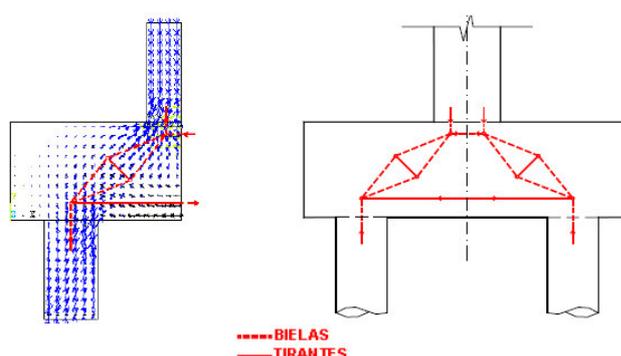
Para os exemplos mostrados a seguir, foram adotadas resistências características do concreto de 25MPa e aço CA-50. Segundo a NBR 6118:2003, no caso de conjunto de blocos e estacas rígidas, com espaçamento entre  $2,5\phi$  e  $3,0\phi$  (onde  $\phi$  é o diâmetro da estaca), pode-se admitir plana a distribuição de carga nas estacas. Então, para os blocos a serem dimensionados, o espaçamento entre estacas obedece a esse intervalo.

#### 3.1 Aplicação de Modelo de Bielas e Tirantes

Adebar, Kuchma e Collins (1990) ensaiaram diferentes blocos sobre 4 e 6 estacas visando estudar o modelo de bielas e tirantes tridimensional. Após diversas constatações, foi concluído que um modelo mais refinado de bielas e tirantes deve ser adotado. A sugestão de Adebar et. Al (1990) foi utilizar um modelo onde fosse adicionado um tirante no lugar onde os campos de tensão de compressão se expandem e são produzidas tensões de tração. Esse modelo representaria melhor a distribuição de tensões.

Munhoz (2004) mostrou um exemplo resolvido com esse mesmo modelo, e foi necessário acrescentar duas barras paralelas (bielas) para que houvesse equilíbrio dos nós. Esse modelo proposto é mostrado na Figura 17 e será utilizado no exemplo a seguir.

Figura 17 – Trajetórias de tensões elástico-lineares e proposta de modelo de bielas e tirantes para blocos sobre duas estacas



Fonte: Munhoz (2004)

##### 3.1.1 Bloco sobre duas estacas

Calcular a armadura de um bloco sobre duas estacas de 30cm de diâmetro espaçadas 90cm entre si, com uma altura total de 50cm e uma altura útil de 45cm, e com pilar



b) Dimensionamento dos tirantes

A força de tração encontrada no tirante inferior foi de  $R_{st1} = 495,20$  kN. Dividindo a força  $R_{st}$  pela resistência de cálculo à tração do aço, como mostrado na equação 33, temos:

$$A_s = \frac{495,20}{\frac{50}{1,15}} = 11,39 \text{ cm}^2$$

Para o tirante em diagonal foi encontrada uma força  $R_{st2} = 164,10$  kN. É necessário verificar a resistência à tração do concreto ou adotar uma armadura que resista à esse esforço. Segundo a NBR 6118 a resistência à tração do concreto é obtida através das equações:

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (52)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ctm} \quad (53)$$

Para  $f_{ck} = 25$ MPa, temos que  $f_{ct,m} = 2,56$ MPa e  $f_{ctk,inf} = 1,79$ MPa

Adotando tirante de concreto, seria necessário considerar a área de concreto  $A_{ct}$ , definida na equação 54:

$$A_{ct} = \frac{F_{cd2}}{f_{ctd}} = \frac{164,10}{\frac{1,79}{1,4}} = 128,34 \text{ cm}^2 \quad (54)$$

A outra solução seria adotar uma área de armadura  $A_{s2}$ , segundo a equação 55:

$$A_{s2} = \frac{F_{cd2}}{f_{ctd}} = \frac{164,10}{\frac{50}{1,15}} = 3,77 \text{ cm}^2 \quad (55)$$

c) Verificação das tensões

A tensão no nó junto ao pilar é dada por  $\sigma_{c1}$ , e seu valor não pode exceder o valor de tensão  $f_{cd1}$ , que é o limite para nós onde só chegam bielas de compressão. Aplicando as equações 6 e 13, temos:

$$f_{cd1} = 0,85 \left[ 1 - \frac{25}{250} \right] \frac{25}{1,4} = 1,37 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c1} = \frac{490}{15,30} = 1,09 \text{ kN/cm}^2$$

Como  $\sigma_{c1} \leq f_{cd1}$ , a verificação está OK para o nó junto ao pilar.

A tensão  $\sigma_{c2}$ , no nó junto à estaca encontra-se em uma região onde há a ancoragem das barras dos tirantes, sendo o tirante ancorado em apenas uma direção, e seu valor não pode exceder o valor de tensão  $f_{cd3}$ . Aplicando as equações 11 e 14, e utilizando  $a_1$  e  $b$  como sendo os lados de um quadrado de área equivalente a uma estaca de diâmetro 30cm, isto é,  $a_1 = b = 26,6\text{cm}$ , temos:

$$f_{cd3} = 0,70 \left[ 1 - \frac{25}{250} \right] \frac{25}{1,4} = 1,12 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c2} = \frac{490}{26,6 \cdot 26,6} = 0,69 \text{ kN/cm}^2$$

Como  $\sigma_{c2} \leq f_{cd3}$ , a verificação está OK para o nó junto à estaca.

## 3.2 Aplicação do Método das Bielas

### 3.2.1 Bloco sobre duas estacas

O bloco resolvido a seguir é o mesmo que foi resolvido em 3.1.1.

a) Ângulo de inclinação das bielas

Aplicando a equação 19:

$$\theta = \arctan \left( \frac{45}{\frac{90}{2} - \frac{30}{4}} \right) = 50,19^\circ$$

b) Força no tirante

Aplicando a equação 21:

$$R_{st} = \frac{700.1,4(2.90 - 30)}{8.45} = 408,33 \text{ kN}$$

Majorando em 15% o valor na força do tirante, segundo recomendação de Blévoit (1967):

$$R_{st} = 291,67.1,15 = 469,58 \text{ kN}$$

c) Verificação da altura útil do bloco

Aplicando a equação 22:

$$0,50 \left( 90 - \frac{30}{2} \right) \leq d \leq 0,714 \left( 90 - \frac{30}{2} \right) \rightarrow 37,50 \text{ cm} \leq d \leq 53,55 \text{ cm}$$

d) Tensão na biela junto ao pilar

Aplicando a equação 26:

$$\sigma_{cbp} = \frac{700.1,4}{900.\text{sen}^2 50,19} = 1,85 \text{ kN/cm}^2$$

e) Tensão na biela junto à estaca

Aplicando a equação 29:

$$\sigma_{cbe} = \frac{700.1,4}{2.706,86 \text{sen}^2 50,19} = 1,17 \text{ kN/cm}^2$$

f) Verificação das tensões limite nas bielas

Aplicando a equação 31:

$$\sigma_{cb,lim} = 0,85.1,4. \frac{25}{1,4} = 21,25 \text{ MPa} = 2,12 \text{ kN/cm}^2$$

Como os valores das tensões nas bielas junto ao pilar e à estaca são menores que a tensão limite  $\sigma_{cb,lim}$ , a verificação está ok.

g) Determinação da área de armadura

Aplicando a equação 33:

$$A_s = \frac{469,58}{\frac{50}{1,15}} = 10,80 \text{ cm}^2$$

### 3.2.2 Bloco sobre três estacas

Calcular a armadura de um bloco sobre três estacas de 30cm de diâmetro espaçadas 90cm entre si, com uma altura total de 60cm e uma altura útil de 55cm, e com pilar quadrado de lado 30cm. A carga do pilar é de 1000kN, o concreto tem  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  e o aço é CA-50.

a) Ângulo de inclinação das bielas

Aplicando a equação 35:

$$\theta = \arctan\left(\frac{55}{\frac{90\sqrt{3}}{3} - 0,3 \cdot 30}\right) = 52,01^\circ$$

b) Força no tirante

Aplicando a equação 37:

$$R_{st} = \frac{1000 \cdot 1,4(90\sqrt{3} - 0,9 \cdot 30)}{9 \cdot 55} = 364,52 \text{ kN}$$

c) Verificação da altura útil do bloco

Aplicando a equação 38:

$$0,577(90 - 0,52 \cdot 30) \leq d \leq 0,825(90 - 0,52 \cdot 30) \rightarrow 42,93 \text{ cm} \leq d \leq 61,38 \text{ cm}$$

d) Tensão na biela junto ao pilar

Aplicando a equação 26:

$$\sigma_{cbp} = \frac{1000 \cdot 1,4}{900 \cdot \text{sen}^2 52} = 2,50 \text{ kN/cm}^2$$

e) Tensão na biela junto à estaca

Aplicando a equação 42:

$$\sigma_{cbe} = \frac{1000 \cdot 1,4}{3.706,86 \cdot \text{sen}^2 \theta} = 1,06 \text{ kN/cm}^2$$

f) Verificação das tensões limite nas bielas

Aplicando a equação 31:

$$\sigma_{cb,lim} = 0,85 \cdot 1,75 \cdot \frac{25}{1,4} = 26,56 \text{ MPa} = 2,66 \text{ kN/cm}^2$$

Como os valores das tensões nas bielas junto ao pilar e à estaca são menores que a tensão limite  $\sigma_{cb,lim}$ , a verificação está ok.

g) Determinação da área de armadura

Para disposição de armaduras segundo as medianas:

Aplicando a equação 33:

$$A_s = \frac{364,52}{\frac{50}{1,15}} = 8,38 \text{ cm}^2$$

Para disposição de armaduras segundo os lados do bloco:

Aplicando a equação 43:

$$R_{stl} = \frac{R_{st} \sqrt{3}}{3} = \frac{364,52 \sqrt{3}}{3} = 210,46 \text{ kN}$$

Aplicando a equação 44:

$$A_s = \frac{R_{stl}}{f_{yd}} = \frac{R_{stl}}{\frac{f_{yk}}{1,15}} = \frac{210,46}{\frac{50}{1,15}} = 4,84 \text{ cm}^2$$

### 3.2.3 Bloco sobre quatro estacas

Calcular a armadura de um bloco sobre quatro estacas de 30cm de diâmetro espaçadas 90cm entre si, com uma altura total de 80cm e uma altura útil de 75cm, e com pilar quadrado de lado 30cm. A carga do pilar é de 1300kN, o concreto tem  $f_{ck} = 25$  MPa e o aço é CA-50.

a) Ângulo de inclinação das bielas

Aplicando a equação 45:

$$\theta = \arctan\left(\frac{75}{\frac{90\sqrt{2}}{2} - \frac{30\sqrt{2}}{4}}\right) = 54,74^\circ$$

b) Força no tirante

Aplicando a equação 47:

$$R_{st} = \frac{1300 \cdot 1,4 \sqrt{2} (2,90 - 30)}{16,75} = 321,73 \text{ kN}$$

c) Verificação da altura útil do bloco

Aplicando a equação 48:

$$0,707 \left(90 - \frac{30}{2}\right) \leq d \leq 1,00 \left(90 - \frac{30}{2}\right) \rightarrow 53,02 \leq d \leq 75$$

d) Tensão na biela junto ao pilar

Aplicando a equação 26:

$$\sigma_{cbp} = \frac{1300 \cdot 1,4}{900 \text{ sen}^2 54,74} = 3,03 \text{ kNcm}^2$$

e) Tensão na biela junto à estaca

Aplicando a equação 49:

$$\sigma_{cbe} = \frac{1300 \cdot 1,4}{4.706,86 \cdot \text{sen}^2 54,74} = 0,97 \text{ kNcm}^2$$

f) Verificação das tensões limite nas bielas

Aplicando a equação 31:

$$\sigma_{cb,lim} = 0,85 \cdot \alpha \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot 2,10 \cdot \frac{25}{1,4} = 31,88MPa = 3,19kN/cm^2$$

Como os valores das tensões nas bielas junto ao pilar e à estaca são menores que a tensão limite  $\sigma_{cb,lim}$ , a verificação está ok.

g) Determinação da área de armadura

Para armadura segundo as diagonais, aplicamos a equação 33:

$$A_s = \frac{321,73}{\frac{50}{1,15}} = 7,40cm^2$$

Para armadura segundo os lados, aplicam-se as equações 50 e 51:

$$R_{st'} = \frac{321,73\sqrt{2}}{2} = 227,50kN$$

$$A_s = \frac{227,50}{\frac{50}{1,15}} = 5,23cm^2$$

Para armadura em malha, aplicam-se as equações 21 e 33:

$$R_{st} = \frac{1300 \cdot 1,4(2,90 - 30)}{8,75} = 455,00kN$$

$$A_s = \frac{455,00}{\frac{50}{1,15}} = 10,46cm^2$$

## 4 COMPARAÇÃO DO MÉTODO DAS BIELAS COM O MÉTODO DA FLEXÃO SIMPLES

### 4.1 Pilares 30x30cm

Foram dimensionados 15 blocos sobre duas estacas, 15 sobre três estacas e 15 sobre quatro estacas. Foram mantidos o  $f_{ck}$  no valor de 25MPa e as dimensões do pilar, de 30x30cm. A distância entre estacas foi definida como sendo 90cm para estacas  $\phi 30$ , 120cm para  $\phi 40$  e 125cm para  $\phi 50$ cm. Foram consideradas uma distância de 15cm entre a face das estacas e as extremidades dos blocos e uma área de seção resistente no meio do bloco.

Variando os valores de altura útil e da carga, os valores de área de armadura pelo método das bielas e por flexão simples encontrados e a diferença entre esses valores se encontram nas Tabelas 3, 4 e 5.

Tabela 3 – Áreas de armadura para blocos sobre duas estacas e pilares de 30x30

Bloco	d (cm)	L (cm)	A <sub>p</sub> (cm)	φ estaca (cm)	F (kN)	Método das Bielas	Flexão Simples	Diferença (%)
						As (cm <sup>2</sup> )	As (cm <sup>2</sup> )	
B0230-A	40	90	30	30	650	11,28	9,34	17,20%
B0230-B	45	90	30	30	700	10,80	8,94	17,22%
B0230-C	50	90	30	30	750	10,41	8,62	17,20%
B0230-D	50	90	30	30	800	11,11	9,19	17,28%
B0230-E	50	90	30	30	850	11,80	9,77	17,20%
B0240-A	55	120	30	40	700	12,37	10,49	15,20%
B0240-B	60	120	30	40	750	12,15	10,31	15,14%
B0240-C	65	120	30	40	800	11,96	10,12	15,38%
B0240-D	70	120	30	40	850	11,80	9,92	15,93%
B0240-E	70	120	30	40	870	12,08	10,15	15,98%
B0250-A	60	125	30	50	700	11,88	10,01	15,74%
B0250-B	65	125	30	50	750	11,75	9,90	15,74%
B0250-C	70	125	30	50	800	11,64	9,80	15,81%
B0250-D	75	125	30	50	850	11,54	9,66	16,29%
B0250-E	75	125	30	50	880	11,95	10,00	16,32%

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 4 – Áreas de armadura para blocos sobre três estacas e pilares de 30x30

Bloco	d (cm)	L (cm)	A <sub>p</sub> (cm)	φ estaca (cm)	F (kN)	Método das Bielas	Flexão Simples	Diferença (%)
						As (cm <sup>2</sup> )	As	

							(cm <sup>2</sup> )	
B0330-A	50	90	30	30	900	8,30	6,75	18,67%
B0330-B	50	90	30	30	950	8,76	7,12	18,72%
B0330-C	55	90	30	30	1000	8,38	6,81	18,74%
B0330-D	60	90	30	30	1050	8,07	6,56	18,71%
B0330-E	60	90	30	30	1100	8,45	6,87	18,70%
B0340-A	65	120	30	40	900	8,96	7,40	17,41%
B0340-B	70	120	30	40	900	8,32	6,87	17,43%
B0340-C	75	120	30	40	1000	8,63	7,13	17,38%
B0340-D	80	120	30	40	1050	8,49	7,01	17,43%
B0340-E	85	120	30	40	1100	8,37	6,92	17,32%
B0350-A	70	125	30	50	900	8,72	7,22	17,20%
B0350-B	75	125	30	50	950	8,59	7,11	17,23%
B0350-C	80	125	30	50	1000	8,48	7,02	17,22%
B0350-D	85	125	30	50	1050	8,38	6,94	17,18%
B0350-E	90	125	30	50	1100	8,29	6,86	17,25%

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 5 – Áreas de armadura para blocos sobre quatro estacas e pilares de 30x30

Bloco	d (cm)	L (cm)	Ap (cm)	φ estaca (cm)	F (kN)	Método das	Flexão	Diferença (%)	
						Bielas	Simplex		
						As (cm <sup>2</sup> )	As (cm <sup>2</sup> )		
B0430-A	55	90	30	30	1000	10,98	10,22	6,92%	
B0430-B	55	90	30	30	1050	11,53	10,80	6,33%	
B0430-C	65	90	30	30	1200	11,15	10,38	6,91%	
B0430-D	70	90	30	30	1250	10,78	10,04	6,86%	
B0430-E	75	90	30	30	1300	10,47	9,74	6,97%	
B0440-A	85	120	30	40	1150	11,44	10,85	5,16%	
B0440-B	90	120	30	40	1200	11,27	10,69	5,15%	
B0440-C	95	120	30	40	1250	11,12	10,55	5,13%	
B0440-D	100	120	30	40	1300	10,99	10,42	5,19%	
B0440-E	105	120	30	40	1350	10,87	10,31	5,15%	
B0450-A	90	125	30	50	1170	11,51	10,95	4,87%	
B0450-B	95	125	30	50	1220	11,37	10,82	4,84%	
B0450-C	100	125	30	50	1270	11,25	10,70	4,89%	
B0450-D	105	125	30	50	1320	11,13	10,59	4,85%	
B0450-E	110	125	30	50	1360	10,95	10,41	4,93%	

Fonte: Elaborada pela autora.

## 4.2 Pilares 40x40cm

Foram dimensionados os mesmos 15 blocos sobre duas estacas, 15 sobre três estacas e 15 sobre quatro estacas do item 4.2, mantendo os critérios definidos anteriormente e mudando apenas a dimensão do pilar para 40x40. Os valores de área de armadura pelo método das bielas e por flexão simples encontrados e a diferença entre esses valores se encontram nas Tabelas 6, 7 e 8. Os blocos que estão sem o valor da área de armadura para o dimensionamento pelo método das bielas são aqueles que não atenderam às condições de limite do ângulo de inclinação das bielas. Já o que está sem área de armadura para o caso da flexão simples é um bloco onde o KMD encontrado está fora do limite na tabela de flexão.

Tabela 6 – Áreas de armadura para blocos sobre duas estacas e pilares de 40x40

Bloco	d (cm)	L (cm)	Ap (cm)	$\varphi$ estaca (cm)	F (kN)	Método das Bielas	Flexão Simples	Diferença (%)
						As (cm <sup>2</sup> )	As (cm <sup>2</sup> )	
B0230-F	40	90	40	30	650	10,53	8,39	20,32%
B0230-G	45	90	40	30	700	10,08	8,03	20,34%
B0230-H	50	90	40	30	750	-	7,75	-
B0230-I	50	90	40	30	800	-	8,26	-
B0230-J	50	90	40	30	850	-	8,78	-
B0240-F	55	120	40	40	700	11,78	9,75	17,23%
B0240-G	60	120	40	40	750	11,57	9,55	17,46%
B0240-H	65	120	40	40	800	11,39	9,34	18,00%
B0240-I	70	120	40	40	850	11,24	9,22	17,97%
B0240-J	70	120	40	40	870	11,51	9,43	18,07%
B0250-F	60	125	40	50	700	11,34	9,34	17,64%
B0250-G	65	125	40	50	750	11,22	9,23	17,74%
B0250-H	70	125	40	50	800	11,11	9,09	18,18%
B0250-I	75	125	40	50	850	-	9,01	-
B0250-J	75	125	40	50	880	-	9,33	-

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 7 – Áreas de armadura para blocos sobre três estacas e pilares de 40x40

Bloco	d (cm)	L (cm)	Ap (cm)	$\varphi$ estaca (cm)	F (kN)	Método das Bielas	Flexão Simples	Diferença (%)
						As (cm <sup>2</sup> )	As (cm <sup>2</sup> )	
B0330-F	50	90	40	30	900	7,72	6,06	21,50%
B0330-G	50	90	40	30	950	8,15	6,40	21,47%
B0330-H	55	90	40	30	1000	7,80	6,12	21,54%
B0330-I	60	90	40	30	1050	-	5,86	-
B0330-J	60	90	40	30	1100	-	6,14	-
B0340-F	65	120	40	40	900	8,51	6,88	19,15%

B0340-G	70	120	40	40	900	7,90	6,39	19,11%
B0340-H	75	120	40	40	1000	8,20	6,62	19,27%
B0340-I	80	120	40	40	1050	8,07	6,52	19,21%
B0340-J	85	120	40	40	1100	-	6,43	-
B0350-F	70	125	40	50	900	8,30	6,73	18,92%
B0350-G	75	125	40	50	950	8,18	6,63	18,95%
B0350-H	80	125	40	50	1000	8,07	6,55	18,84%
B0350-I	85	125	40	50	1050	7,98	6,47	18,92%
B0350-J	90	125	40	50	1100	-	-	-

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 8 – Áreas de armadura para blocos sobre quatro estacas e pilares de 40x40

Bloco	d (cm)	L (cm)	Ap (cm)	$\varphi$ estaca (cm)	F (kN)	Método das	Flexão	Diferença (%)	
						Bielas	Simplex		
						As (cm <sup>2</sup> )	As (cm <sup>2</sup> )		
B0430-F	55	90	40	30	1000	10,25	9,18	10,44%	
B0430-G	55	90	40	30	1050	10,76	9,64	10,41%	
B0430-H	65	90	40	30	1200	10,4	9,33	10,29%	
B0430-I	70	90	40	30	1250	10,06	9,02	10,34%	
B0430-J	75	90	40	30	1300	-	8,70	-	
B0440-F	85	120	40	40	1150	10,89	10,08	7,44%	
B0440-G	90	120	40	40	1200	10,73	9,93	7,46%	
B0440-H	95	120	40	40	1250	10,59	9,80	7,46%	
B0440-I	100	120	40	40	1300	10,47	9,69	7,45%	
B0440-J	105	120	40	40	1350	-	9,58	-	
B0450-F	90	125	40	50	1170	10,99	10,21	7,10%	
B0450-G	95	125	40	50	1220	10,85	10,09	7,00%	
B0450-H	100	125	40	50	1270	10,73	9,98	6,99%	
B0450-I	105	125	40	50	1320	10,63	9,87	7,15%	
B0450-J	110	125	40	50	1360	-	9,71	-	

Fonte: Elaborada pela autora.

## 5 CONCLUSÃO

Esse trabalho teve como finalidade esclarecer os métodos das bielas e tirantes e o método das bielas aplicados à blocos de fundação, explicando as diferenças entre eles através de revisão bibliográfica e exemplos resolvidos. O método das bielas e tirantes ainda não possui seus parâmetros totalmente definidos. Na bibliografia existente há divergências sobre esses parâmetros, além de praticamente não existirem exemplos aplicados a blocos sobre estacas. Assim, foi feito para o método das bielas e tirantes apenas uma introdução sobre o assunto. Dessa maneira, esse trabalho pode vir a despertar o interesse de outros alunos de graduação em desenvolver o trabalho iniciado. Foi feita também uma comparação entre o dimensionamento pelo método das bielas e por flexão simples.

Para os dois exemplos de dimensionamento de bloco sobre duas estacas resolvidos em 3.1.1 e 3.2.1, sendo o primeiro o dimensionamento feito pelo método das bielas e tirantes, e o segundo pelo método das bielas, a área de armadura encontrada no primeiro exemplo foi de  $11,39\text{cm}^2$  e a do segundo exemplo foi de  $10,80\text{cm}^2$ . A diferença entre as duas armaduras foi de 5,18%. Essa diferença entre os dois modelos ocorreu em virtude da consideração de uma treliça de altura  $d$  para o modelo das bielas, enquanto que o modelo das bielas e tirantes considerou uma altura de  $0,85d$ . O primeiro modelo é a solução mais coerente, já que as bielas e os tirantes foram posicionados em cima dos campos e trajetórias de tensões, o que representa melhor a realidade do bloco.

Na comparação feita entre 90 exemplos de blocos sobre duas, três e quatro estacas, os modelos de bielas, quando comparados ao dimensionamento por flexão, se mostraram mais conservadores em todos os casos. Quando foram aumentadas as dimensões dos pilares de  $30\times 30\text{cm}$  para  $40\times 40\text{cm}$ , a diferença entre os dois dimensionamentos cresceu ainda mais. Isto é, quando o ângulo das bielas aumentou, ficou ainda maior a diferença entre o cálculo feito pelo método das bielas em comparação ao feito por flexão simples.

Para trabalhos futuros, é sugerido analisar e resolver modelos de blocos sobre três, quatro e mais estacas pelo método das bielas e tirantes, através de modelagem em programas que resolvam treliças tridimensionais, e verificando a trajetória das tensões através de programas de elementos finitos. Assim, será possível determinar com maior precisão as diferenças entre o método das bielas e tirantes e o método das bielas. A extensão dessa pesquisa também é importante para continuar a esclarecer e divulgar o método das bielas e tirantes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADEBAR, P.; KUCHMA D.; COLLINS, M.P. Strut-and-tie models for design of pile caps: an experimental study. **ACI Structural Journal**, v.87, jan-feb. 1990.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318M**: Building code requirements for reinforced concrete. Detroit, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. **Semellesurpieux – Annalesd’Institut Technique du Bâtimentet des Travaux Publics**. Paris, v. 20, n. 230, 1967.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **CSA standard-A23.3-94** - Design of concrete structures. Rexdale, 1994.

CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 2. Ed. São Paulo: Pini, 2010.

COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN. Instrucción de hormigónestructural. Madrid: Ministerio de Fomento, Centro de Publicaciones, 2001.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP model code for concrete structures. Paris: Bulletin d’Information, n. 203-205. 1990.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Recommendations particulières au calcul et à l’exécutiondêssemelles de fondation. Paris: Bulletin d’Information, n. 73. 1970.

DA SILVA, Reginaldo Carneiro, GIONGO, José Samuel. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. 1. ed. São Carlos: EESC-USP, 2000.

DE OLIVEIRA, Letícia Marchiori. **Diretrizes para projeto de blocos de concreto armado sobre estacas**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. Structural Concrete. Lausanne: FIB Bulletin, n. 1-3. 1999.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Técnicas de armar estruturas de concreto**. 1. ed. São Paulo: Pini, 2004.

MAUTONI, M. Bloco sobre dois apoios. São Paulo: Grêmio Politécnico, 1972.

MIGUEL, M. G. **Análise experimental e numérica de blocos sobre três estacas**. 2000. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

MUNHOZ, Fabiana Stripari. **Análise do comportamento de blocos de concreto armado sobre estacas submetidos à ação de força centrada.** 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer.**, Londres, v. 69, n. 6, mar. 1991.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K. Towards a consistent design of structural concrete. **PCI Journal.** Chicago, v. 32, n. 3, maio-jun. 1987.

TAYLOR, H.P.J.; CLARKE, J.L. Some detailing problems in concrete frame structures. **The Structural Engineer.**, Londres, v. 54, n. 1, jan. 1976.