



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE TELEINFORMÁTICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA**  
**DOUTORADO EM TELEINFORMÁTICA**

**RICARDO BRAUNER DOS SANTOS**

**DIRECIONAMENTO DE FEIXES DE BAIXA COMPLEXIDADE**  
**PARA REDES SEM FIO MULTICAST**

**FORTALEZA**

**2018**

RICARDO BRAUNER DOS SANTOS

DIRECIONAMENTO DE FEIXES DE BAIXA COMPLEXIDADE  
PARA REDES SEM FIO MULTICAST

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia de Teleinformática. Área de Concentração: Sinais e Sistemas

Orientador: Prof. Dr. Yuri Carvalho Barbosa Silva

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- S238d Santos, Ricardo Brauner dos.  
Direcionamento de Feixes de Baixa Complexidade para Redes sem Fio Multicast / Ricardo Brauner dos Santos. – 2018.  
92 f. : il. color.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Fortaleza, 2018.  
Orientação: Prof. Dr. Yuri Carvalho Barbosa Silva.
1. Transmissão multicast. 2. Direcionamento de feixes de transmissão. 3. Repetidores cooperativos. I.  
Título.

CDD 621.38

---

RICARDO BRAUNER DOS SANTOS

DIRECIONAMENTO DE FEIXES DE BAIXA COMPLEXIDADE  
PARA REDES SEM FIO MULTICAST

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia de Teleinformática. Área de Concentração: Sinais e Sistemas

Aprovada em: 31 de Julho de 2018.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Yuri Carvalho Barbosa Silva (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Francisco Rodrigo Porto Cavalcanti  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Tarcisio Ferreira Maciel  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Luciano Leonel Mendes  
Instituto Nacional de Telecomunicações (INATEL)

---

Prof. Dr. Carlos Hércles Morais de Lima  
Universidade Estadual Paulista (UNESP)

À minha família, por sua capacidade de acreditar em mim e investir em mim. À minha esposa Lorena por nunca perder a esperança. Meu pai, pelo apoio sem o qual eu não chegaria até aqui. Ao meu padrinho Beto (in memoriam) por me inspirar.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Dr. Yuri Carvalho Barbosa Silva por me orientar em minha tese de doutorado.

Ao Prof. Dr. Francisco Rodrigo Porto Cavalcanti, coordenador do Grupo de Pesquisa em Telecomunicações sem Fio (GTEL), onde parte do meu trabalho foi desenvolvido.

Ao Prof. Dr. Tarcisio Ferreira Maciel pela orientação tanto em projetos de pesquisa como acadêmica.

Ao Prof. Dr. Francisco Rafael Marques Lima pela parceria em muitos dos trabalhos e publicações que levaram a esta tese e pelo companheirismo durante grande parte da minha vida acadêmica.

Agradeço a todos os professores por me proporcionar o conhecimento não apenas racional, mas a manifestação do caráter e afetividade da educação no processo de formação profissional, por tanto que se dedicaram a mim, não somente por terem me ensinado, mas por terem me feito aprender.

Aos meus pais e irmãos, que nos momentos de minha ausência dedicados ao estudo superior, sempre fizeram entender que o futuro é feito a partir da constante dedicação no presente!

Ao meu padrinho Luís Alberto Vasconcelos Brauner (in memoriam) que foi uma grande inspiração para perseguir a ciência.

À minha esposa Lorena Pinheiro Loureiro, que cuidou de mim e da minha família nos momentos em que tive que me dedicar ao trabalho.

## RESUMO

Neste trabalho estudamos o direcionamento de feixes (BF) em sistema *multicast* para maximizar a mínima relação sinal-interferência mais ruído (SINR) entre todos os usuários. Considera-se neste caso a definição mais estrita de *multicast*, em que a mesma informação é transmitida para todos os usuários de um grupo. O *multicasting* é estudado em dois cenários. No primeiro cenário estudamos o impacto de um repetidor com uma única antena no cenário de BF em sistema com um único grupo *multicast*. Neste contexto, duas abordagens gerais para resolver o problema foram usadas. Na primeira abordagem o problema é dividido em dois subproblemas: o problema de pré-codificação, onde uma solução de BF *multicast* sem repetidor é usada para gerar o filtro de transmissão, e o problema de repetição, onde a solução do problema de pré-codificação é adaptada pra melhorar o sinal efetivo combinado da estação rádio-base (BS) e do repetidor. Na segunda abordagem, duas soluções são propostas que tentam otimizar o problema completo de uma só vez. Na primeira, o algoritmo baseado em relaxação semi-definida (SDR) é aplicado ao canal efetivo combinado da BS e do repetidor. Na outra solução um algoritmo heurístico chamado Rotação Iterativa com Repetidor (RIR) otimiza de forma iterativa o BF para o usuário com o pior canal, através de uma combinação linear entre o filtro de pré-codificação atual e o filtro ótimo para o usuário exposto ao pior canal. Resultados de simulação mostraram que o ganho do esquema proposto supera a perda do intervalo de transmissão adicional com ganhos em relação sinal-ruído (SNR) mínima e na taxa de transmissão do sistema. Também estudamos a maximização da mínima SINR no cenário de BF em sistema *multicast* com múltiplos grupos. O algoritmo de rotação iterativa multi-grupo (MIRG) usa uma abordagem similar ao RIR com iterações adicionais que reduzem a interferência dos outros grupos ao grupo do usuário com a pior SINR. Resultados de simulação mostraram que o MIRG apresenta pequenas perdas em relação ao algoritmo baseado em SDR, mas possui uma complexidade computacional menor.

**Palavras-chave:** Transmissão multicast. Direcionamento de feixes de transmissão. Repetidores cooperativos.

## ABSTRACT

In this work we study beamforming (BF) in a multicast system to maximize the minimum signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR) among all user equipments (UEs). The strict definition of multicast is considered in this case, where the same information is transmitted to all users within a group. Multicasting is studied in two scenarios. In the first scenario we studied the impact of a relay with a single antenna in a BF system with a single-group multicast. In this context, two general approaches to solve the problem have been used. In the first approach the problem is divided into two sub-problems: the precoding problem, where a non-relayed solution of multicast BF is used to generate the transmission filter, and the repetition problem, where the solution of the precoding problem is adapted to improve the combined effective signal of the base station (BS) and the relay. In the second approach, two solutions are proposed that attempt to optimize the whole problem simultaneously. In the first one, the SDR algorithm is applied to the combined BS and relay channel. In the other solution, a heuristic algorithm called Relayed Iterative Rotation (RIR) iteratively optimizes the BF for the UE under the worst channel through a linear combination between the current pre-coding filter and the optimal filter for the worst UE. Simulation results have shown that the gain of the proposed scheme outweighs the loss of the additional transmission interval with gains in the minimum signal-to-noise ratio (SNR) and in the transmission rate of the system. We also studied the maximization of the minimum SINR in the BF scenario in a multicast system with multiple groups. The multigroup iterative rotation (MIRG) algorithm uses an approach similar to RIR, with additional iterations that reduce the interference of the other groups in the multicast group of the UE with the worst SINR. Simulation results showed that MIRG presents small losses in comparison to the algorithm based on SDR, but requiring a reduced computational complexity.

**Keywords:** Multicast transmission. Transmit beamforming. Cooperative relaying.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Transmissão <i>multicast</i> e <i>unicast</i> . . . . .	18
Figura 2 – Transmissão usando BF. . . . .	20
Figura 3 – Arranjo de transmissão em duas fases. . . . .	35
Figura 4 – Layout do setor. . . . .	52
Figura 5 – Média da SNR mínima de UE por carga para o NRS. . . . .	54
Figura 6 – Média da SNR mínima de UE por carga para o MRCS. . . . .	55
Figura 7 – Média da SNR mínima de UE por carga para o IMRCS. . . . .	56
Figura 8 – Média da SNR mínima de UE por carga para as soluções integradas e o ISUA. . . . .	57
Figura 9 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para o NRS. . . . .	58
Figura 10 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para o MRCS. . . . .	58
Figura 11 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para o IMRCS. . . . .	59
Figura 12 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para as soluções integradas e o ISUA. . . . .	60
Figura 13 – CDF da SNR com 6 UEs para o NRS. . . . .	60
Figura 14 – CDF da SNR com 6 UEs para o MRCS. . . . .	61
Figura 15 – CDF da SNR com 6 UEs para o IMRCS. . . . .	62
Figura 16 – CDF da SNR com 6 UEs para as soluções integradas e o ISUA. . . . .	62
Figura 17 – CDF da eficiência espectral com 6 UEs para o NRS. . . . .	63
Figura 18 – CDF da eficiência espectral com 6 UEs para o MRCS. . . . .	64
Figura 19 – CDF da eficiência espectral com 6 UEs para o IMRCS. . . . .	64
Figura 20 – CDF da eficiência espectral com 6 UEs para as soluções integradas e o ISUA. . . . .	65
Figura 21 – Percentual de soluções com posto maior que 1 para o RSDR em cada carga. . . . .	65
Figura 22 – Layout do setor. . . . .	78
Figura 23 – Média da SNR mínima de UE por carga para MIRG e SDRM. . . . .	80
Figura 24 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para o MIRG e SDRM. . . . .	80
Figura 25 – CDF da SNR para o MIRG e SDRM. . . . .	81
Figura 26 – CDF da eficiência espectral do sistema para o MIRG e SDRM. . . . .	81

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Sumário de contribuições na literatura para o BF <i>multicast</i> com um único GM.	23
Tabela 2 – Sumário de contribuições na literatura para o BF <i>multicast</i> com múltiplos GMs.	26
Tabela 3 – Parâmetros de Simulação. . . . .	53
Tabela 4 – Complexidade Computacional das Soluções Simuladas. . . . .	53
Tabela 5 – Parâmetros de Simulação. . . . .	79
Tabela 6 – Complexidade Computacional das Soluções Simuladas. . . . .	79

## LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1	– <i>Iterative Maximal Ratio Combining Scheme</i> / Esquema com MRC Iterativo (IMRCS). . . . .	43
Algoritmo 2	– <i>Relayed Iterative Rotation</i> / Rotação Iterativa com Repetidor (RIR). . .	48
Algoritmo 3	– <i>Multigroup Iterative Rotation</i> / Rotação Iterativa Multi-Grupo. . . . .	76
Algoritmo 4	– Remoção da Interferência no pior <i>User Equipment</i> / Equipamento de Usuário (UE) do <i>Multigroup Iterative Rotation</i> / Rotação Iterativa Multi-Grupo (MIRG). . . . .	77
Algoritmo 5	– Alinhamento com pior UE do MIRG. . . . .	77
Algoritmo 6	– Controle da Potência dos Grupo <i>Multicasts</i> (GMs) do MIRG. . . . .	77
Algoritmo 7	– Cálculo da <i>Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio</i> / Razão Sinal-Ruído mais Interferência (SINR) de todos os UEs. . . . .	77

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

3GPP	<i>3<sup>rd</sup> Generation Partnership Project</i>
AF	<i>Amplify and Forward / Amplifica-e-Repete</i>
BF	<i>Beamforming / Direcionamento de Feixes</i>
BS	<i>Base Station / Estação Rádio Base</i>
CDF	<i>Cumulative Distribution Function / Função Distribuição de Probabilidades Acumulada</i>
CDMA	<i>Code Division Multiple Access / Múltiplo Acesso por Divisão de Código</i>
D2D	<i>Device to Device / Dispositivo a Dispositivo</i>
DF	<i>Decode and Forward / Decodifica-e-Repete</i>
DPC	<i>Dirty Paper Coding / Codificação Dirty Paper</i>
EHF	<i>Extremely High Frequency / Frequência Extremamente Alta</i>
FDD	<i>Frequency Division Duplex / Duplexação por Divisão na Frequência</i>
FPP	<i>Feasible Point Pursuit / Busca de Ponto Realizável</i>
GM	<i>Grupo Multicast</i>
IMRCS	<i>Iterative Maximal Ratio Combining Scheme / Esquema com MRC Iterativo</i>
IoT	<i>Internet of Things / Internet das Coisas</i>
ISUA	<i>Iterative SNR-increasing Update Algorithm / Algoritmo Iterativo de Atualização para o Aumento da SNR</i>
LP	<i>Linear Programming / Programação Linear</i>
MF	<i>Matched Filter / Filtro Casado</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output / Múltiplas Entradas Múltiplas Saídas</i>
MIRG	<i>Multigroup Iterative Rotation / Rotação Iterativa Multi-Grupo</i>
MMF	<i>Max-Min-Fair</i>
MRC	<i>Maximal Ratio Combining / Combinação por Máxima Razão</i>
MRCS	<i>Maximal Ratio Combining Scheme / Esquema com MRC</i>
NP	<i>Non-Deterministic Polynomial Time / Tempo Polinomial Não Determinístico</i>
NRS	<i>No Relay Scheme / Esquema sem Repetidor</i>
PMSR	<i>Power Minimization with SNR Restrictions / Minimização da Potência com Restrições de SNR</i>
QCQP	<i>Quadratically Constrained Quadratic Programming / Programação Quadrática com Restrições Quadráticas</i>

RIR	<i>Relayed Iterative Rotation</i> / Rotação Iterativa com Repetidor
RSDR	<i>Relayed Semi Definite Relaxation</i> / Relaxação Semi-Definida com Repetidor
SCA	<i>Successive Convex Approximation</i> / Aproximação Convexa Sucessiva
SDMA	<i>Spatial Division Multiple Access</i> / Múltiplo Acesso por Divisão Espacial
SDR	<i>Semi Definite Relaxation</i> / Relaxação Semi Definida
SDRM	<i>SDR</i> com Múltiplos <i>GMs</i>
SHF	<i>Super High Frequency</i> / Frequência Super Alta
SINR	<i>Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio</i> / Razão Sinal-Ruído mais Interferência
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i> / Razão Sinal-Ruído
SOCP	<i>Second-Order Cone Programming</i> / Programação de Cone de Segunda Ordem
SP-MP	<i>Saddle Point Mirror-Prox</i> / Ponto de Sela Espelho-Prox
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i> / Programação Quadrática Sequencial
TDD	<i>Time Division Duplex</i> / Duplexação por Divisão no Tempo
UE	<i>User Equipment</i> / Equipamento de Usuário
USMF	<i>User-Selective Matched Filter</i> / Filtro Casado Seletivo a Usuário
V2X	<i>Vehicle To Everything</i> / Veículo para Tudo
ZF	<i>Zero-Forcing</i>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
<b>1.1</b>	<i>Sistemas Multicast</i>	<b>16</b>
<b>1.2</b>	<i>Beamforming / Direcionamento de Feixes (BF)</i>	<b>19</b>
<b>1.3</b>	<b>Repetidores</b>	<b>21</b>
<b>1.4</b>	<b>Objetivo e Motivações</b>	<b>22</b>
<b>1.5</b>	<b>Estado da Arte</b>	<b>22</b>
<b>1.6</b>	<b>Contribuições</b>	<b>28</b>
<b>1.7</b>	<b>Organização da Tese</b>	<b>30</b>
<b>2</b>	<b>MODELAGEM DO SISTEMA</b>	<b>31</b>
<b>2.1</b>	<b>Premissas do Sistema</b>	<b>31</b>
<b>2.2</b>	<b>Modelo do Sistema</b>	<b>32</b>
<b>2.2.1</b>	<i>Notação</i>	<b>32</b>
<b>2.2.2</b>	<i>Modelo Geral</i>	<b>33</b>
<b>2.2.3</b>	<i>Sistema Multicast com Repetidor e um Único GM</i>	<b>35</b>
<b>2.2.4</b>	<i>Sistema Multicast com Múltiplos GMs e sem Repetidor</i>	<b>36</b>
<b>2.3</b>	<b>Problema Max-Min-Fair (MMF) de BF em um Sistema Multicast</b>	<b>36</b>
<b>2.3.1</b>	<i>BF MMF Multicast com Repetidor e um Único GM</i>	<b>38</b>
<b>2.3.2</b>	<i>BF MMF Multicast com Múltiplos GMs e sem Repetidor</i>	<b>39</b>
<b>3</b>	<b>SISTEMA MULTICAST COM REPETIDOR E UM ÚNICO GM</b>	<b>41</b>
<b>3.1</b>	<b>Separação em Dois Subproblemas de Repetição e Pré-codificação</b>	<b>41</b>
<b>3.1.1</b>	<i>Subproblema de Repetição</i>	<b>42</b>
<b>3.1.1.1</b>	<i>No Relay Scheme / Esquema sem Repetidor (NRS)</i>	<b>42</b>
<b>3.1.1.2</b>	<i>Maximal Ratio Combining Scheme / Esquema com MRC (MRCS)</i>	<b>42</b>
<b>3.1.1.3</b>	<i>Iterative Maximal Ratio Combining Scheme / Esquema com MRC Iterativo (IMRCS)</i>	<b>43</b>
<b>3.1.2</b>	<i>Subproblema de Pré-codificação</i>	<b>44</b>
<b>3.1.3</b>	<i>Soluções para o Problema de Pré-codificação</i>	<b>44</b>
<b>3.1.3.1</b>	<i>Matched Filter / Filtro Casado (MF)</i>	<b>44</b>
<b>3.1.3.2</b>	<i>User-Selective Matched Filter / Filtro Casado Seletivo a Usuário (USMF)</i>	<b>44</b>
<b>3.1.3.3</b>	<i>Semi Definite Relaxation / Relaxação Semi Definida (SDR)</i>	<b>45</b>

3.1.3.4	<i>Iterative SNR-increasing Update Algorithm / Algoritmo Iterativo de Atualização para o Aumento da SNR (ISUA)</i> . . . . .	46
<b>3.2</b>	<b>Soluções para o Problema Completo</b> . . . . .	46
3.2.1	<i>Relayed Iterative Rotation / Rotação Iterativa com Repetidor (RIR)</i> . . . . .	47
3.2.2	<i>Relayed Semi Definite Relaxation / Relaxação Semi-Definida com Repetidor (RSDR) e Limite Superior</i> . . . . .	48
3.2.2.1	<i>Processo de Randomização</i> . . . . .	51
<b>3.3</b>	<b>Análise via Simulação</b> . . . . .	52
<b>3.4</b>	<b>Conclusões</b> . . . . .	66
<b>4</b>	<b>SISTEMA MULTICAST COM MÚLTIPLOS GMs</b> . . . . .	68
4.1	<i>SDR com Múltiplos GMs (SDRM)</i> . . . . .	69
4.2	<i>Multigroup Iterative Rotation / Rotação Iterativa Multi-Grupo (MIRG)</i> . . . . .	73
4.3	<b>Análise via Simulação</b> . . . . .	78
4.4	<b>Conclusões</b> . . . . .	82
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b> . . . . .	83
5.1	<b>Perspectivas e Trabalhos Futuros</b> . . . . .	84
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	86

## 1 INTRODUÇÃO

Comunicação, a transmissão de informação de um ponto a outro, é parte da nossa rotina diária. A comunicação é necessária para receber e enviar informação para outras pessoas [1]. A comunicação que antigamente era realizada via cartas evoluiu para as redes de comunicações via cabos e atualmente se dá preferência às redes sem fio que permitem uma maior mobilidade para os *User Equipment* / Equipamento de Usuários (UEs). O *broadcasting* de rádio e televisão, telefonia sem fio, internet sem fio e muitos outros serviços de telecomunicações permitem um maior grau de flexibilidade na comunicação enquanto estamos em movimento.

O IMT-2020 foi um termo desenvolvido pelo setor de radiocomunicação do *International Telecommunication Union* (ITU) em 2012 para designar o desenvolvimento das exigências para os sistemas de telecomunicações para 2020 e além. O 2020 do nome vem do calendário que o ITU definiu, que prevê a conclusão do desenvolvimento do padrão em 2020. O *3<sup>rd</sup> Generation Partnership Project* (3GPP) também segue um cronograma compatível com o ITU para o desenvolvimento de um novo padrão que atinja as exigências do IMT-2020. Essa próxima geração de tecnologias para comunicações móveis é conhecida como 5G [2].

Nos sistemas sem fio da próxima geração, espera-se que os serviços direcionados à distribuição de conteúdo em massa tornem-se ainda mais populares. Exemplos de tais serviços são *streaming* de áudio / vídeo, mensagens, notícias, *download* e outros serviços direcionados a números cada vez maiores de UEs.

A demanda por comunicação móvel cresceu bastante nos últimos anos, principalmente motivada pelos *smartphones*, *tablets* e *streaming* de vídeo. O fenômeno do *streaming* de vídeo ilustra bem a expectativa de uma qualidade cada vez maior nos serviços. A resolução vem aumentando de HD, full-HD e agora 4K. Os tamanhos dos vídeos também aumentaram, passando de pequenos vídeos a filmes e séries. E o aumento da demanda deve continuar com uma expectativa de um tráfego móvel anual de 291,8 exabytes até 2019 [3].

Entre as novas exigências trazidas pelo 5G podemos citar:

- **Flexibilidade de cenários de implementação.** A rede deve estar preparada para uma estrutura mais heterogênea, onde múltiplos cenários de comunicação devem coexistir na rede de maneira flexível. O mesmo sistema deve atender tanto a cobertura de grandes áreas quanto de *hotspots*. Além disso, deve suportar serviços variados além de áudio e vídeo [4].
- **Comunicação confiável e de baixa latência.** Novos serviços estão sendo desenvolvidos com uma dependência crítica nos sistemas de comunicação móvel, como *Vehicle To*

*Everything* / Veículo para Tudo (V2X), controle de frotas, cirurgias remotas, segurança pública, acompanhamento de desastres e a automação industrial sem fio. Garantias maiores de disponibilidade e qualidade são necessárias para atender a esse tipo de serviço [4].

- **Atender a uma grande densidade de UEs.** Um número cada vez maior de dispositivos precisa se comunicar com a rede móvel, principalmente no contexto da *Internet of Things* / Internet das Coisas (IoT). Essa grande densidade exige novas formas de gerenciar os recursos de rádio e a interferência [4].

Nesta tese, vamos estudar a otimização dos parâmetros de transmissão de um sistema *multicast* com *Beamforming* / Direcionamento de Feixes (BF). Estas técnicas podem ser utilizadas para tratar alguns desafios apresentados nos cenários 5G discutidos acima. O uso de um único recurso de rádio para servir múltiplos UEs no *multicast* permite uma economia de recursos nas situações onde a mesma informação deve ser transmitida para diferentes UEs, enquanto o BF permite uma melhora no canal efetivo dos UEs e um maior controle sobre a interferência no sistema.

Desta maneira, o *multicast* pode ser aplicado em cenários de implementação onde informações devem ser compartilhadas com múltiplos UEs e o BF pode adaptar o canal efetivo dos UEs gerenciando a interferência e permitindo uma maior confiabilidade da transmissão, mesmo com uma maior densidade de UEs. As principais características destas técnicas são apresentadas nas seções a seguir, assim como algumas aplicações em sistemas sem fio. Em especial, discutimos as aplicações destas técnicas em sistemas 5G.

Este capítulo está dividido da seguinte maneira. Na seção 1.1 o cenário de transmissões *multicast* é caracterizado. Na seção 1.2 o BF é apresentado como uma ferramenta para melhorar a capacidade e cobertura do sistema. Já na seção 1.3 introduzimos os repetidores como ferramenta para ajustar a cobertura do sistema, se adaptando ao ambiente em que o sistema está implementado. Na seção 1.4 apresentamos os objetivos e motivações desta tese. Depois, na seção 1.5 discutimos o estado da arte dos sistema *multicast* com BF. Na sequência, na seção 1.6, as contribuições ao estado da arte desta tese e dos artigos publicados no decorrer do estudo são apresentados. Finalmente, na seção 1.7, a organização da tese é apresentada.

## 1.1 *Sistemas Multicast*

Os serviços *multicast* têm a característica de que as mesmas informações devem ser transmitidas para um Grupo *Multicast* (GM) de destinatários. Os serviços de *broadcast* podem

ser vistos como um caso particular de serviços *multicast*, nos quais não existe um GM-alvo específico, ou seja, todos os UEs estão no mesmo GM.

Nestes serviços uma única fonte transmite os dados para todos os UEs pertencentes ao GM pretendido. Na teoria da informação, o conceito *multicast* é geralmente entendido como o enlace direto (*downlink*) [5] onde diferentes fluxos de dados são transmitidos aos UEs, mas neste trabalho a definição estrita de *multicast* é adotada, ou seja, a mesma informação é transmitida para os UEs.

Na teoria da informação, o conceito de *multicast* é equivalente ao *downlink* [5] onde diferentes dados são transmitidos para cada UE. Neste trabalho, usamos a definição mais estrita de *multicast* em que a mesma informação é transmitida para todos os UEs.

A provisão de serviços de *multicast* e *broadcast* tem sido estudada dentro das redes celulares sem fio recentes, tais como aquelas padronizadas pela 3GPP. Serviços como *streaming* podem utilizar os recursos do sistema de forma mais eficiente, entregando os dados através de um único recurso a diferentes UEs em um cenário *multicast*, em vez de utilizar múltiplas transmissões *unicast* dos mesmos dados. O suporte a conexões *multicast* é uma das principais características destas redes, já que evita o estabelecimento de conexões individuais *unicast* para cada UE no GM.

Isso tem o benefício de reduzir o número de conexões redundantes, bem como reduzir o número de recursos de rádio necessários na *Base Station* / Estação Rádio Base (BS) para transmissão *multicast*. Para outros tipos de redes, como os sistemas com múltiplos saltos (*multi-hop*), o estabelecimento das conexões *multicast* pode abranger vários enlaces.

Um serviço que se destaca como aplicação do *multicast* em redes 5G é o V2X. Nesta categoria de serviços, existe uma comunicação entre um veículo e qualquer outra entidade que possa afetá-lo ou ser afetada por ele. Entre os exemplos mais comuns, podem ser citados tipos mais específicos de comunicação, como *Vehicle to Vehicle* (V2V), *Vehicle to Infrastructure* (V2I) e *Vehicle to Pedestrian* (V2P), onde o veículo se comunica com outros veículos, com a infraestrutura da via e com os pedestres, respectivamente.

Embora as aplicações desta tecnologia sejam as mais diversas, em muitas destas comunicações uma informação deve ser enviada a um grupo de entidades. Aplicações em segurança da via se baseiam no *broadcast* de pequenas mensagens para a vizinhança do veículo para prover informações de presença, posição, estado, além de avisos para outros veículos sobre eventos perigosos na via [6]. O veículo pode atuar como fonte de uma comunicação

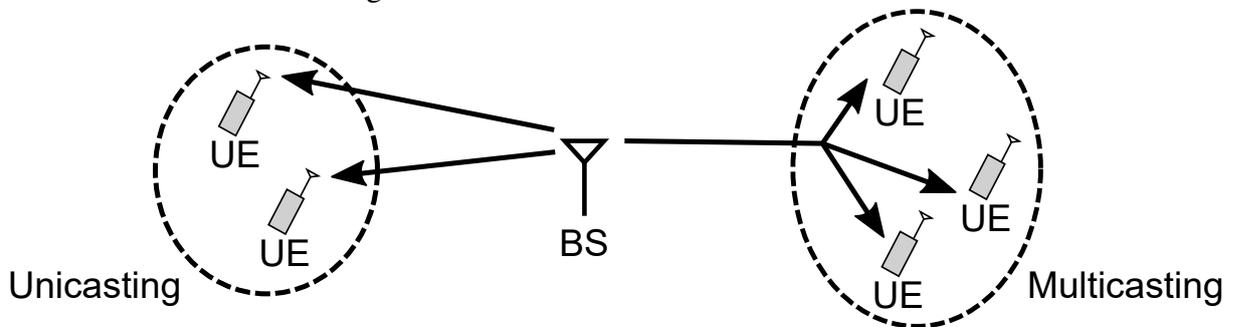
*multicast* enviando informações a todos os pedestres próximos, todos os veículos próximos e/ou a infraestrutura da via que gerencia o tráfego. O veículo também pode atuar como receptor *multicast* quando a infraestrutura da via, outro veículo ou até mesmo um pedestre necessita enviar uma informação a todos os veículos desta região.

IoT também é uma aplicação importante da tecnologia *multicast*. Os diversos dispositivos se comunicando num dado ambiente não precisam, necessariamente, se comunicar através de um centralizador e a informação pode ser transmitida simultaneamente a diversos outros dispositivos em uma comunicação *multicast*.

A comunicação *Device to Device* / Dispositivo a Dispositivo (D2D) também é um cenário apropriado para comunicações *multicast*. Como uma BS não é necessária para centralizar a comunicação, todos os UEs no alcance da transmissão podem atuar como receptores de uma transmissão *multicast*. E a lista de cenários é extensa, incluindo: controle de frotas, cirurgias remotas, segurança pública, acompanhamento de desastres, automação industrial sem fio, etc.

A Figura 1 ilustra as conexões entre a BS e os UEs que podem ser *unicast* ou *multicast*. O primeiro tipo de conexão aloca um recurso de rádio por UE, enquanto o segundo aloca um único recurso que é usado para todos os UEs de um GM.

Figura 1 – Transmissão *multicast* e *unicast*.



Fonte: o autor.

As conexões *multicast* apresentam a vantagem de maior eficiência de recursos que o *unicast*, já que menos recursos são necessários para servir os UEs *multicast*. O compartilhamento de recursos fornece vantagens, como eficiência espectral superior, redução da potência total do sistema e a capacidade de servir a um número superior de UEs. Apesar dessas vantagens, o compartilhamento de recursos de rádio pelos UEs de um mesmo GM apresenta desvantagens também. Ao ter os UEs agrupados, não é mais possível adaptar-se totalmente às condições individuais do enlace de rádio de cada UE. Esta capacidade de adaptação limitada pode ter um impacto negativo na qualidade percebida pelos UEs. Como consequência, a escolha entre *unicast*

e *multicast* depende do balanço entre eficiência no uso dos recursos e qualidade do serviço do usuário, que pode ser resumida da seguinte forma:

- *unicast*: recurso ineficiente vs. totalmente adaptável (maior qualidade observada pelo usuário),
- *multicast*: recurso eficiente vs. parcialmente adaptável (qualidade observada pelo usuário reduzida).

A fim de aproveitar a eficiência de recursos do *multicast*, o problema com relação à qualidade observada pelo usuário pode ser mitigado pela aplicação de técnicas adaptativas projetadas especificamente para o caso *multicast*. Exemplos de tais técnicas são: controle de potência [7], mecanismos de controle de erros [8, 9], modulação não uniforme [10, 11, 12], macro diversidade [13, 14], entre outros. Além disso, a introdução de técnicas de antenas adaptativas na estação base também pode contribuir para a melhoria da qualidade dos serviços *multicast*.

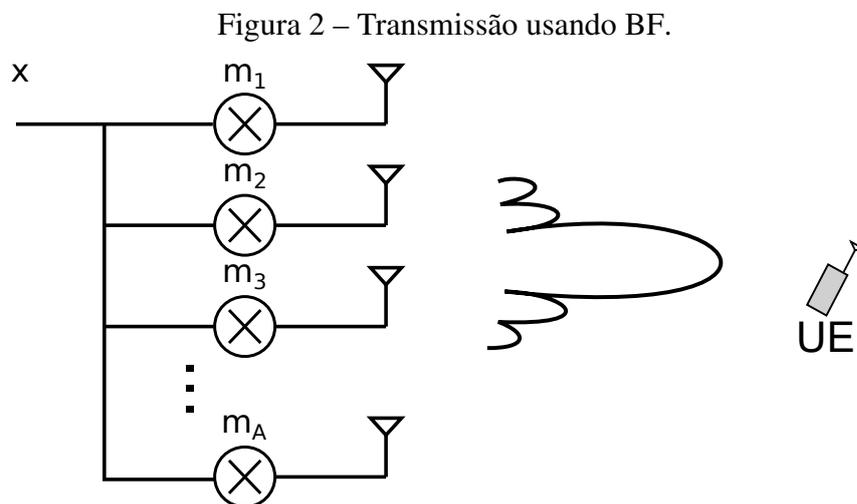
## 1.2 *Beamforming* / Direcionamento de Feixes (BF)

Quando múltiplas antenas estão disponíveis na BS, técnicas de *Beamforming* / Direcionamento de Feixes (BF) podem ser empregadas ao *multicast* para aumentar o seu desempenho, melhorando o canal efetivamente observado pelos UEs. O BF é ainda mais importante quando existem múltiplos GMs compartilhando o mesmo recurso de rádio. Nestes casos o BF permite direcionar o sinal aos UEs do GM-alvo, reduzindo a interferência nos outros GMs em uma abordagem de *Spatial Division Multiple Access* / Múltiplo Acesso por Divisão Espacial (SDMA) [15].

Atualmente, o espectro de micro-ondas na faixa *Super High Frequency* / Frequência Super Alta (SHF), de 3 GHz a 30 GHz, apresenta uma intensa ocupação. O espectro de ondas milimétricas na faixa *Extremely High Frequency* / Frequência Extremamente Alta (EHF), que varia entre 30 GHz e 300 GHz, é ocupado por radares militares e formam o *backhaul* das redes de comunicações, mas tem menor utilização. Nesta banda entre 30 GHz e 300 GHz as larguras de banda disponíveis são muito mais amplas do que aquelas das atuais redes celulares. Atualmente, o espectro disponível nestas frequências mais elevadas pode ser 100 vezes maior que todas as alocações atuais a sistemas celulares, restritas a frequências inferiores a 3 GHz. Além disso, os pequenos comprimentos de onda das ondas milimétricas permitem que um grande número de antenas miniaturizadas possam ser alocadas em pequenas dimensões (de 32 a 1024 ou mais

elementos). Esses arranjos compactos de antenas, com um número elevado de elementos, são apropriados para implementações de BF.

No BF, os feixes são o resultado das combinações construtivas e destrutivas das ondas de sinal de cada uma das antenas do arranjo. Esses feixes são controlados por pesos complexos multiplicados ao sinal de cada antena, que alteram a potência do sinal recebido em diferentes posições na área do sistema. Essa técnica pode ser usada tanto para direcionar os feixes na direção dos UEs-alvo e aumentar a potência do sinal recebido quanto para direcionar os feixes do sinal interferente para longe de outros UEs, reduzindo a interferência por eles percebida. O conjunto destes pesos é chamado de filtro de transmissão ou pré-codificador. A Fig. 2 ilustra este esquema.



Fonte: o autor.

Assim, o BF dá flexibilidade ao sistema, permitindo que a BS se adapte à distribuição espacial dos UEs. Isso viabiliza redes mais densas, melhorando o canal efetivo dos UEs e gerenciando a interferência das múltiplas transmissões na mesma faixa de frequência.

O BF depende do conhecimento do canal dos UEs envolvidos. Esse canal pode ser medido pelo UE e sinalizado para a BS, no caso de *Frequency Division Duplex* / Duplexação por Divisão na Frequência (FDD), ou estimado no enlace reverso (*uplink*), no caso de *Time Division Duplex* / Duplexação por Divisão no Tempo (TDD). Depois de obtida a informação do canal, o BF pode ser otimizado para variados objetivos como a maximização da taxa do sistema, redução da interferência nos UEs, melhoria do sinal dos UEs com piores canais, bem como combinações destes objetivos.

Nesta tese focamos no BF *multicast* para resolver o problema *Max-Min-Fair* (MMF),

onde se deseja maximizar a mínima *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio* / Razão Sinal-Ruído mais Interferência (SINR) entre todos os UEs do sistema respeitando uma limitação de potência máxima de transmissão. Os dois tipos diferentes de técnicas de BF *multicast* considerados neste trabalho são:

- GM único: cada GM é atribuído a um recurso de rádio diferente. O BF *multicast* de GM único tem o objetivo melhorar a qualidade do sinal dos UEs no GM. É importante notar que, como todos os UEs precisam decodificar a mesma transmissão, a taxa de transmissão é limitada pela pior qualidade de sinal entre todos os UEs. Assim, o BF tem também o objetivo de balancear os ganhos de qualidade fornecidos, com uma ênfase maior nos UEs de pior canal.
- Múltiplos GMs: vários GMs podem compartilhar o mesmo recurso de rádio. Este compartilhamento de recursos entre os GMs leva ao problema da interferência no canal dentro de uma mesma célula, que precisa ser resolvido pelo BF *multicast*. Devido a esta característica de separar fluxos através de processamento espacial, este caso pode também ser visto como SDMA.

### 1.3 Repetidores

Uma abordagem direta para melhorar a potência útil do sinal recebido é aumentar a potência de transmissão. No entanto, existem restrições de *hardware* e dos órgãos reguladores, que limitam a potência do sinal transmissor [16]. Uma outra abordagem é inserir um nó intermediário entre o transmissor e o destino, que é chamado de repetidor [16]. A função do repetidor é combater a atenuação do sinal e repassar a informação do transmissor para o receptor. Se a potência do sinal recebido no enlace direto entre o transmissor e o destino é muito baixa, ou mesmo quando não existe um enlace direto entre o transmissor e o receptor, um repetidor permite uma comunicação apropriada entre a origem e o receptor. Um satélite é um tipo de repetidor que permite a comunicação entre várias estações em terra, mesmo sem um enlace direto entre as estações na terra. Repetidores podem trabalhar simplesmente amplificando o sinal recebido, como os repetidores analógicos ou *Amplify and Forward* / Amplifica-e-Repete (AF), ou decodificando e recodificando o sinal recebido e retransmitindo uma versão regenerada da cadeia de dados para o destino final, como os repetidores regenerativos ou *Decode and Forward* / Decodifica-e-Repete (DF) [16].

Logo, o uso de repetidores é uma outra opção para aumentar a intensidade do sinal e

cobertura para redes sem fio [17]. Os receptores podem combinar o sinal recebido do repetidor com o da BS, efetivamente aumentando a SINR do sinal a ser decodificado. Destacamos que cuidados devem ser tomados para evitar a interferência do sinal transmitido pelo repetidor sobre o sinal da BS, de forma a se obter ganhos mais significativos.

No contexto 5G, espera-se uma densidade cada vez maior de usuários e cenários de implementação cada vez mais diversos. Repetidores permitem servir UEs em regiões com sombreamento, como túneis, prédios e outros grandes obstáculos. Além disso, repetidores permitem intensificar a cobertura em regiões com alta densidade de UEs.

Os repetidores também podem ser usados para controlar a interferência. O uso de um repetidor entre UEs com baixa qualidade de canal e a BS evita o uso de potências maiores na transmissão da BS que, potencialmente, causariam uma maior interferência em outros UEs.

#### 1.4 Objetivo e Motivações

Como vimos nas seções anteriores, as técnicas de BF e *multicast* têm o potencial de aumentar a cobertura, taxa de transmissão, qualidade do sinal e eficiência em sistemas sem fio. Neste tese tem o objetivo de estudar a otimização do BF em um sistema *multicast* em dois cenários: um único GM e um repetidor e outro com múltiplos GMs sem usar um repetidor. O foco deste estudo é soluções de BF de complexidade computacional reduzida. Assim outros aspectos inerentes aos cenários de aplicação nos sistemas 5G como mobilidade entre múltiplas BSs, estimação de canal, etc não serão abordados.

Destacamos que as soluções propostas tem baixa complexidade computacional e, como tal, são aplicáveis a sistema com números elevados de antenas de transmissão na BS. No entanto, vamos limitar o número de antenas nos estudos de caso apresentados nesta tese a valores pequenos (3 ou 4 antenas) devido ao tempo de simulação elevado dos algoritmos de comparação que torna a obtenção de resultados de simulação destes algoritmos com números mais elevados de antenas em tempo hábil imprático.

#### 1.5 Estado da Arte

Nesta seção apresentamos o estado da arte em sistemas de BF *multicast*. Começamos tratando dos trabalhos que estudam o caso com um único GM, que estão sumarizados na Tabela 1.

O problema de BF com um único GM foi abordado pela primeira vez em [18]. A

Tabela 1 – Sumário de contribuições na literatura para o BF *multicast* com um único GM.

Objetivo	Referência	Comentários
Maximizar SINR Média	[18]	Primeiro trabalho. Decomposição nos autovetores. Injusto.
	[19]	Limites de capacidade. Decomposição nos autovetores. Injusto.
Max-Min-Fair (MMF)	[20]	Demonstrou a dualidade PMSR-MMF. SQP.
	[21, 22]	Prova NP-difícil. SDR com randomização.
	[23]	Solução iterativa heurística.
	[24]	UEs gargalo.
	[25]	Prova NP-difícil. SDR com randomização.
	[26]	BF <i>multicast</i> e seleção de antenas conjunto. FPP e SCA.
	[27]	Repetidor. MRC. Contribuição desta tese.
	[28]	Repetidor. Algoritmo iterativo de complexidade reduzida. Contribuição desta tese.
Minimizar potência com restrições de SNR (PMSR)	[30, 31]	<i>Least Distance Programming</i> . LP.
	[20]	Demonstrou a dualidade PMSR-MMF. SQP.
	[21, 22]	Prova NP-difícil. SDR com randomização.
	[32]	Ortogonalização de canal.
Vários	[33, 34]	Estende BF <i>unicast</i> para o <i>multicast</i> .
PMSR no repetidor	[35]	Ortogonalização dos repetidores.
PMSR probabilístico	[36]	Otimização robusta. Restrições probabilísticas.
Minimizar prob. de <i>outage</i>	[37]	Restrições de potência de transmissão. Prova NP-difícil.

Fonte: o autor.

otimização do BF neste trabalho tinha o objetivo de maximizar a *Signal-to-Noise Ratio* / Razão Sinal-Ruído (SNR) média dos UEs usando decomposição nos autovetores. Este trabalho foi continuado em [19], onde os limites de capacidade da solução foram demonstrados. No entanto, maximizar a SNR média pode resultar em injustiça quando a variação entre as SNRs mínima e máxima é grande. Logo, outros trabalhos se concentraram em outros critérios de otimização.

Em [30] os códigos de transmissão e filtros de recepção para um sistema *multicast Code Division Multiple Access* / Múltiplo Acesso por Divisão de Código (CDMA) foram propostos com o objetivo de resolver o problema de *Power Minimization with SNR Restrictions* / Minimização da Potência com Restrições de SNR (PMSR), onde se deseja minimizar a potência total do sistema enquanto uma SNR mínima é garantida para os UEs. São propostas duas soluções, sendo uma delas baseada em um problema linear, e em [31] as soluções foram estendidas para os recursos de espaço, otimizando o BF no espaço e tempo simultaneamente.

Já em [20], a forma dual do problema de maximização da mínima SNR foi apresentado pela primeira vez. Nesta referência, o problema de PMSR é relacionado ao problema

*Max-Min-Fair* (MMF), onde se deseja maximizar a mínima SNR entre todos os UEs sujeitos a restrições de máxima potência total. O problema foi resolvido usando *Sequential Quadratic Programming* / Programação Quadrática Sequencial (SQP) e apresentou um desempenho bastante superior ao da maximização da SNR média. No entanto, soluções de SQP atuais têm alta complexidade computacional e dependem da solução inicial. Por isso o autor conclui que soluções de diversidade que não dependem do conhecimento do canal no transmissor são mais apropriadas para GMs muito grandes, sendo o SQP a solução mais apropriada para GMs menores.

Uma solução mais eficiente para os problemas em [20] foi proposta em [21, 22]. Esses problemas foram provados ser do tipo *Non-Deterministic Polynomial Time* / Tempo Polinomial Não Determinístico (NP) difícil e foram resolvidos de forma subótima usando *Semi Definite Relaxation* / Relaxação Semi Definida (SDR). NP-difícil é uma classe de problemas computacionais para a qual não existem soluções ótimas com baixo esforço computacional. A ideia é reformular o problema onde os filtros do BF são representados por matrizes de posto igual a 1 no lugar de vetores. Depois o problema é resolvido ignorando a restrição de posto 1. Se o resultado obtido possuir posto 1 a solução é dada pelo seu autovetor principal, caso contrário métodos de randomização são usados para obter uma solução similar que possua posto 1. Vários métodos diferentes de randomização são apresentados em [22].

Diferentes soluções usando algoritmos subótimos, mas eficientes, foram propostas em [23, 33, 34]. Em [33, 34], algoritmos buscando generalizar o *Matched Filter* / Filtro Casado (MF) e outras soluções *unicast* para o caso *multicast* foram propostos, além de apresentarem estratégias de agrupamento de UEs que permitem o compartilhamento de recursos de rádio entre UEs *unicast* e *multicast*.

Duas soluções para o problema MMF são propostas em [23]. Uma para quando o número de UEs é menor que o número de antenas e outra que melhora iterativamente a pior SNR dentre os UEs, obtendo desempenho semelhante ao SDR, mas com menor complexidade.

Em [36], o problema de PMSR é abordado usando restrições probabilísticas de SNR. O problema é tratado com otimização robusta considerando um ambiente com linha de visada. Uma aproximação para resolver o problema de PMSR baseada na ortogonalização de canal e refinamento local foi proposta em [32]. Os resultados mostraram um balanço entre desempenho e complexidade.

Já em [25], dois cenários foram abordados: um com conhecimento perfeito do canal

e outro sem conhecimento nenhum. Para o caso com conhecimento perfeito, uma nova classe de algoritmos de BF para *multicast* foi proposta, composta por algoritmos de atualização aditiva, atualização multiplicativa e atualização multiplicativa com aproximação sucessiva linear com convergência garantida. Para o cenário sem conhecimento do canal, um algoritmo adaptativo simultaneamente aprende as matrizes de correlação dos canais e adapta os vetores de BF para maximizar a SNR média dos UEs.

Inspirado em técnicas de *Feasible Point Pursuit* / Busca de Ponto Realizável (FPP) e *Successive Convex Approximation* / Aproximação Convexa Sucessiva (SCA) em problemas não convexos *Quadratically Constrained Quadratic Programming* / Programação Quadrática com Restrições Quadráticas (QCQPs), os autores em [26] analisa o problema de otimização conjunta de BF *multicast* e seleção de antenas MMF. A solução proposta aproxima iterativamente o objetivo não convexo com uma série de problemas não suaves convexos e depois usa um método de primeira ordem, chamado *Saddle Point Mirror-Prox* / Ponto de Sela Espelho-Prox (SP-MP) para adaptar a solução às restrições.

Em [37], o canal foi modelado como uma mistura Gaussiana. Os diferentes núcleos Gaussianos modelam UEs de diferentes médias e variâncias, que representam a posição do UE e o seu deslocamento. O autor prova que a minimização da probabilidade de *outage* com uma restrição de potência de transmissão é um problema NP-difícil quando o número de UEs é maior ou igual ao número de antenas de transmissão. Além disso, foi demonstrado que o problema é tratável usando redução de dimensionalidade para 2 ou 3 UEs.

O problema MMF é estudado em [24], focando no que se chama de UEs gargalo. O UE com a pior SNR representa um gargalo ou limitante para a taxa de transmissão. O autor propõe soluções fechadas para diferentes números de UEs gargalo.

Com relação às técnicas com repetidor, elas são adequadas para aumentar a intensidade do sinal e cobertura para redes sem fio [17]. Em um ambiente celular, um repetidor pode ser posicionado em áreas com fortes efeitos de sombreamento, como o interior de prédios e túneis. Em [38] é estudado um sistema *unicast* onde todos os UEs têm múltiplas antenas e aplicam BF para maximizar a taxa de transmissão do sistema. O referido trabalho usa um repetidor AF e obtém a solução ótima para o caso em que não existe um enlace direto entre o transmissor e os receptores.

Um sistema *multicast* com repetidor é considerado em [39] empregando codificação de rede para maximizar a vazão tanto em ligações diretas como via repetidor com nós de uma

única antena. O autor desenvolveu um esquema de BF computacionalmente eficiente para minimizar a potência no repetidor sujeito a restrições de SNR. Resultados de simulação mostram que esta técnica tem um desempenho superior à baseada em SDR. Outro exemplo de BF com repetidor para sistemas *multicast* é considerado em [35], mas ignorando o enlace direto entre o transmissor e o receptor. Os autores desenvolveram um esquema de BF computacionalmente eficiente para resolver o problema de PMSR, mas minimizando a potência total dos repetidores.

Continuando, tratamos agora dos trabalhos que estudam o caso com múltiplos GMs, que estão sumarizados na Tabela 2.

Tabela 2 – Sumário de contribuições na literatura para o BF *multicast* com múltiplos GMs.

Objetivo	Referência	Comentários
Maximizar SINR Média	[19]	Limites de capacidade. Decomposição nos autovetores. Injusto.
Maximizar taxa do sistema	[40]	<i>Dirty Paper Coding</i> . Injusto.
MMF	[41, 42]	SDR e Randomização. Dual. Bisseção.
	[15, 43]	SDR e Randomização. Potência por antena.
	[44]	FPP SCA. Potência por antena.
	[45]	SCA. Separação em duas camadas de solução.
	[46]	Repetidor estocástico.
PMSR	[47]	SOCP. Iterativo.
	[48, 49]	<i>Dirty Paper Coding</i> . SDR individual por GM.
	[50, 51, 41, 42]	SDR e Randomização.
	[52]	SDR e Randomização. Robusto.
	[15, 43]	SDR e Randomização. Potência por antena.
	[44]	FPP SCA. Potência por antena.
	[53]	Iterativo. Restrições de potência mínima recebida.
[45]	SCA. Separação em duas camadas de solução.	
Minimizar o erro médio quadrático	[54]	<i>Zero-Forcing (ZF)</i> .
	[55, 56]	Técnicas <i>unicast</i> estendidas para <i>multicast</i> .

Fonte: o autor.

Além de estudar o caso com um único GM, o autor em [19] também foi o primeiro a estudar o caso com múltiplos GMs. Este trabalho sugeriu o uso de uma técnica de projeção no espaço nulo para eliminar a interferência entre os GMs. A solução tem uma baixa complexidade computacional, mas é apropriada apenas para cenários onde o número de UEs e GMs é pequeno quando comparado ao número de antenas.

Já em [40] uma técnica de pré-codificação que utiliza *Dirty Paper Coding* / Codificação *Dirty Paper* (DPC) [57] foi proposta para maximizar a taxa de transmissão do sistema. Este objetivo é injusto e favorece bastante os GMs cujos UEs possuem canais melhores.

Retomando os problemas em [21, 22], o problema de PMSR é estendido para

múltiplos GMs em [50, 51]. O trabalho em [51] mostra também que esta solução é ótima no caso de um canal de Vandermonde, similar ao obtido em arranjos de antenas lineares. Como em [21, 22] o problema é solucionado usando SDR seguido por um processo de randomização para adaptar a solução à restrição de posto 1. Só que devido à interferência entre GMs o filtro encontrado não pode ser simplesmente escalonado até alcançar os requerimentos de SINR, sendo necessário um processo de controle de potência posterior. O problema de controle de potência é linear e de fácil solução. Continuando, em [41, 42] é demonstrado que o problema MMF pode ser resolvido a partir da solução do problema de minimização de potência em [50, 51] e do algoritmo de bissecção [58], tanto na solução relaxada quanto no controle de potência posterior. Destacamos que devido às múltiplas iterações da bissecção, em que a solução da minimização de potência tem de ser refeita, a carga computacional da solução aumenta bastante no problema MMF.

Outros trabalhos trataram do problema de PMSR em [48, 49]. Uma técnica de pré-codificação baseada em DPC [57] é usada em uma matriz de canal triangular em bloco, construída ao empilhar os vetores de canais individuais dos UEs. Isso permite otimizar o BF de cada GM individualmente, já que a interferência de todos os GMs anteriores é conhecida. O BF de cada GM é feito usando a solução baseada em SDR de [21, 22].

Em [54], o autor aproveitou a analogia entre o cenário com múltiplos GMs e o cenário *unicast Multiple Input Multiple Output / Múltiplas Entradas Múltiplas Saídas (MIMO)*, propondo o *multicast-aware zero-forcing*. A ideia é minimizar a estimativa do erro médio quadrático sujeito a restrições de potência total e de interferência nula. A solução desenvolvida foi uma variação do algoritmo de diagonalização em blocos [59, 60]. Soluções baseadas em outras técnicas de BF foram adaptadas para o objetivo de minimizar a estimativa do erro médio quadrático em [55, 56].

Considerando outras abordagens, em [47] foi proposta uma solução ao problema PMSR baseada em *Second-Order Cone Programming / Programação de Cone de Segunda Ordem (SOCP)*. A ideia é fazer uma aproximação do problema na forma de um problema cônico e melhorar a aproximação iterativamente. Em cada iteração, a aproximação é feita baseada em um problema para determinar se o problema é factível. Em [52], uma versão robusta do problema PMSR em um cenário de informação de canal com erros é resolvido usando SDR.

Por sua vez, em [15, 43], os problemas MMF e PMSR em [42] foram adaptados a um contexto onde as limitações de potência e a minimização da potência se dão por antena,

individualmente. Estes problemas foram resolvidos novamente usando SDR. Já em [44] estes mesmos problemas com limitações de potência por antena são estudados no contexto de arranjos com um número muito grande de antenas. Uma abordagem usando FPP e SCA em QCQPs é usada como uma alternativa de baixa complexidade ao SDR.

Uma abordagem diferente, em que apenas parte do sinal recebido pelo UE é decodificado no receptor, é apresentada em [53]. A outra parte da energia do sinal recebido é armazenada no dispositivo. Assim, o autor propõe soluções para uma versão alternativa do PMSR com uma restrição adicional de potência mínima recebida para ser armazenada. Além disso, um problema de seleção de antenas é resolvido antes do BF, para definir quais antenas serão usadas.

Em [45] o autor foca na solução dos problemas MMF e PMSR em cenários com um número grande de antenas de transmissão. Soluções baseadas em SDR não são apropriadas para esses casos, devido à grande complexidade computacional. Uma solução baseada em duas camadas de solução é proposta. Uma camada resolve o problema com restrições que obrigam o cancelamento da interferência entre grupos e a outra aproxima a solução do problema geral usando SCA. O autor também demonstra a dualidade entre os problemas MMF e PMSR com restrições de cancelamento da interferência, bem como propõe uma solução heurística de baixa complexidade para o problema.

Já no contexto cooperativo, [46] considera um sistema com um repetidor com múltiplas antenas servindo múltiplos GMs. O objetivo é MMF e o trabalho analisa a diferença de desempenho entre o problema real e o problema relaxado com SDR. O trabalho conclui que a diferença de desempenho aumenta com o número de UEs, motivando a proposição de uma abordagem mais apropriada para cargas maiores. O autor propõe um repetidor com BF estocástico em que o ganho do repetidor varia aleatoriamente com o tempo. Esta abordagem com um repetidor estocástico é uma ideia já aplicada ao caso com único GM, em que o vetor (neste caso matriz) de BF é aleatório e varia durante o intervalo de transmissão para simular matizes de canal com um posto maior que o real. Os resultados mostram que essa abordagem tem um desempenho próximo ao limite do SDR relaxado, independente da carga.

## 1.6 Contribuições

Nesta seção vamos apresentar as contribuições desta tese para o estado da arte, as quais incluem:

- Algoritmos eficientes e de baixa complexidade de BF para os seguintes cenários *multicast*:

- BF em *multicast* com um único GM e um repetidor [27, 28, 29];
- BF em *multicast* com múltiplos GMs.
- Um esquema de transmissão *multicast* com um repetidor com duas fases de transmissão separadas;
- Um modelo geral matemático que é válido para todas as configurações possíveis, ou seja, UE único / GM único e multi-UE / GMs múltiplos;
- Uma revisão do estado da arte do BF em sistemas *multicast*.

Na seção anterior foi apresentado um estudo do estado da arte relativo a BF em sistemas *multicast*. Uma breve descrição dos trabalhos mais importantes na área foi apresentada, assim como duas tabelas resumindo as contribuições de cada trabalho nos dois cenários estudados.

No próximo capítulo apresentamos um modelo geral capaz de representar um sistema *multicast* BF com múltiplos GMs e um repetidor. O modelo geral é seguido por um detalhamento das particularidades de sua aplicação aos dois cenários estudados e por uma representação matemática dos problemas de otimização a serem solucionados.

Nos dois capítulos seguintes os cenários estudados são detalhados. O primeiro cenário consiste de um sistema com um único GM e um repetidor. Para evitar interferência entre a BS e o repetidor, e tirar vantagem da diversidade espacial, separamos a nossa transmissão em duas fases, que permitem que os UEs recebam os dois sinais separadamente. No cenário simulado, a combinação dos dois sinais no esquema de transmissão em duas fases resulta em uma SNR superior, que compensa o sacrifício de metade do intervalo de transmissão para uso exclusivo do repetidor, com ganhos de SNR e taxa do sistema. Os algoritmos eficientes propostos apresentam um desempenho próximo ao limite superior teórico de desempenho, indicando que estão próximos à solução ótima.

As soluções propostas para esse cenário foram publicadas em [27, 28, 29]. Em [27] apresentamos nosso primeiro estudo no cenário com um único GM e um repetidor, apresentando os esquemas de repetição *No Relay Scheme* / Esquema sem Repetidor (NRS) e *Maximal Ratio Combining Scheme* / Esquema com MRC (MRCS) da seção 3.1.1. Já em [28] continuamos o estudo no cenário com um único GM e um repetidor, apresentando o esquema *Iterative Maximal Ratio Combining Scheme* / Esquema com MRC Iterativo (IMRCS) da seção 3.1.1. Finalmente, em [29], as soluções *Relayed Iterative Rotation* / Rotação Iterativa com Repetidor (RIR) e *Relayed Semi Definite Relaxation* / Relaxação Semi-Definida com Repetidor (RSDR) para o problema completo do cenário com um único GM e um repetidor são apresentadas na seção 3.2.

O segundo cenário consiste de um sistema com múltiplos GMs sem um repetidor. O repetidor não foi usado neste cenário porque o foco era em gerenciar a interferência entre os GMs, e o repetidor seria neste caso mais uma fonte de interferência. Além disso, a inserção do repetidor em um cenário com tantas fontes de interferência gera um número de situações tão diverso que uma heurística de baixa complexidade se torna proibitiva.

## **1.7 Organização da Tese**

Este trabalho está organizado da seguinte forma. No capítulo 2, o modelo geral de um sistema sem fio *multicast* com BF é apresentado, bem como os dois cenários específicos abordados na tese, acompanhados dos problemas de otimização a serem solucionados. Já no capítulo 3, soluções para o problema MMF com um único GM e BF com um repetidor são apresentadas e avaliadas através de simulações. Prosseguindo, o capítulo 4 apresenta uma solução para o problema MMF com múltiplos GMs e BF e os respectivos resultados de simulação. Finalmente, no capítulo 5 as conclusões da tese são apresentadas juntamente com possíveis continuações deste trabalho.

## 2 MODELAGEM DO SISTEMA

Este capítulo apresenta uma descrição detalhada do sistema de rádio considerado. Um modelo geral do sistema é desenvolvido para o cenário *multicast* com múltiplos Grupo *Multicasts* (GMs), um repetidor de uma única antena, várias antenas na *Base Station* / Estação Rádio Base (BS) e terminais de antena única.

Este modelo é uma generalização de modelos anteriormente propostos para o caso *unicast*, como em [61, 62], do modelo de GM único, como em [20, 22], e do modelo sem repetidor com múltiplos GMs, como em [63]. O modelo proposto fornece detalhes sobre a cadeia de transmissão e recepção e introduz aspectos necessários para a posterior formulação dos problemas de otimização. Além disso, como se trata de uma generalização de modelos anteriores, os parâmetros podem ser ajustados de forma a representar casos particulares do modelo geral, como por exemplo o caso sem repetidor.

Destacamos que o modelo apresentado, que suporta múltiplas antenas na BS em um sistema *multicast* com *Beamforming* / Direcionamento de Feixes (BF), é uma das contribuições desta tese para o estado da arte.

Inicialmente, a seção 2.1 apresenta algumas premissas gerais do modelo usado. A seção 2.2 apresenta a modelagem de transmissão utilizada na tese. Finalmente, a seção 2.3 apresenta os problemas matemáticos a serem otimizados neste trabalho.

### 2.1 Premissas do Sistema

O modelo de sistema detalhado neste capítulo supõe um sistema sem fio *half duplex* com um único recurso de transmissão (faixa de frequência, intervalo de transmissão, código). Este modelo pode ser generalizado para múltiplos recursos aplicando o problema a cada recurso independentemente.

O sistema usa *multicast*, onde múltiplos *User Equipment* / Equipamento de Usuários (UEs) recebem o mesmo fluxo de dados. Se o tamanho do GM for limitado a um UE, esse sistema se torna um sistema *unicast*, onde cada UE recebe um fluxo de dados diferente.

Múltiplas antenas são consideradas na BS, permitindo o uso de *Multiple Input Multiple Output* / Múltiplas Entradas Múltiplas Saídas (MIMO) e direcionamento de feixes. Essas tecnologias assumem o uso de filtros de transmissão, que definem variações de tempo e intensidade ao sinal enviado em cada uma das antenas, permitindo que cada um dos UEs receba

os sinais transmitidos com potências diferentes.

O único nó intermediário considerado no sistema é o repetidor e, nos casos sem repetidor, a transmissão é direta do transmissor para o receptor, sem intermediários. Mesmo nos casos com repetidor, limitamos o sistema a um único repetidor. Abordagens de compartilhamento de espectro, como rádio cognitivo, também não são consideradas e toda a interferência presente é gerada pelo próprio sistema.

Esquemas de modulação hierárquica não são considerados neste trabalho. Sistemas que considerem esse tipo de modulação apresentam restrições diferentes pois, neste modo, a taxa de transmissão não fica limitada à *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio* / Razão Sinal-Ruído mais Interferência (SINR) do UE com o pior sinal do GM. Isso acontece porque dados adicionais que necessitem de SINRs maiores podem ser decodificados por alguns UEs do GM, mudando bastante a dinâmica do problema [64].

## 2.2 Modelo do Sistema

Nesta seção detalhamos o modelo do sistema de rádio usado na tese. Primeiramente, apresentamos a notação matemática usada na seção 2.2.1. Já na seção 2.2.2, o modelo geral de um sistema com múltiplos GMs *multicast* e um repetidor com uma única antena é apresentado. Na seção 2.2.3 o modelo da seção 2.2.2 é simplificado para o caso de um único GM, enquanto na seção 2.2.4 o modelo da seção 2.2.2 é simplificado para o caso sem repetidor.

### 2.2.1 Notação

Vetores e matrizes são denotados por letras em negrito, minúsculas e maiúsculas, respectivamente. Os operadores  $\|\cdot\|$ ,  $(\cdot)^T$ ,  $(\cdot)^H$  e  $\overline{(\cdot)}$  representam a norma euclidiana, transposição, transposição Hermitiana e complexo conjugado, respectivamente. O operador  $\mathbf{M} \succeq 0$  representa que a matriz  $\mathbf{M}$  é semi-definida positiva. As notações  $(\cdot)^*$  e  $(\cdot)^\dagger$  são usadas para destacar elementos de interesse. Por exemplo,  $j^\dagger$  pode representar o UE com a menor *Signal-to-Noise Ratio* / Razão Sinal-Ruído (SNR) e  $\gamma^\dagger$  representa a maior SNR mínima no Algoritmo 2. A função  $\text{rank}(\cdot)$  representa o posto da matriz, a função  $\text{trace}(\cdot)$  representa o traço da matriz e a função  $\text{mod}(\cdot)$  representa o resto da divisão de dois números. Finalmente,  $\mathbf{1}$  é um vetor de dimensão apropriada com todos os valores iguais a 1.

### 2.2.2 Modelo Geral

Assumimos um cenário *multicast* contendo uma BS com múltiplas antenas,  $J$  UEs com uma antena divididos em  $G$  diferentes GMs e um repetidor *Amplify and Forward* / Amplifica-e-Repete (AF) com uma antena, todos distribuídos em uma célula.

Cada intervalo de transmissão é dividido em duas fases, a fim de evitar a interferência entre o repetidor e a BS. Esta divisão implica diretamente na não utilização de metade dos recursos disponíveis no sistema, exigindo que os ganhos em desempenho pela adição do repetidor devam ser de mais de 100% para justificar a sua utilização. Esse problema pode ser evitado ao se utilizar o segundo intervalo de transmissão exclusivo para o repetidor apenas em intervalos de transmissão onde o ganho compense a perda do intervalo adicional. No entanto, não usamos essa abordagem neste trabalho devido à necessidade de uma maior carga de sinalização para o UE, relativa às situações em que o intervalo adicional será usado ou não.

Na primeira fase, o sinal  $\mathbf{x}$  é transmitido das  $A$  antenas na BS para todos os UEs e para o repetidor. O sinal  $\mathbf{x}$  é uma combinação do sinal para cada um dos GMs do sistema aplicando-se os vetores pré-codificadores  $\mathbf{m}_g \in \mathbb{C}^{A \times 1}$ , como em

$$\mathbf{x} = \sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{m}_g x_g, \quad (2.1)$$

em que  $x_g$  é o sinal para o GM  $g$ ,  $\mathcal{G}$  é o conjunto de todos os GMs e  $\|\mathbf{m}_g\| = 1$ .

O sinal recebido no UE  $j$  durante a primeira fase  $y_{\text{dir},j}$  é dado por

$$y_{\text{dir},j} = (\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g x_g + \sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} (\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i x_i + n_{\text{dir},j} \quad j \in \mathcal{J}_g, \quad (2.2)$$

em que  $\mathbf{h}_{\text{dir},j} \in \mathbb{C}^{A \times 1}$  é o canal da BS para o UE  $j$  na primeira fase de transmissão,  $n_{\text{dir},j}$  é o ruído branco Gaussiano no UE  $j$  durante a primeira fase e  $\mathcal{J}_g$  é o conjunto dos UEs no GM  $g$ .

A SINR no UE  $j$  durante a primeira fase é dada por

$$\gamma_{\text{dir},j} = \frac{E[|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g x_g|^2]}{E[|\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} (\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i x_i + n_{\text{dir},j}|^2]} = \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} |(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i|^2 p_i + \sigma^2} \quad j \in \mathcal{J}_g, \quad (2.3)$$

em que  $p_g$  é a potência do sinal de transmissão do GM  $g$ , limitada pela potência total  $p$  obedecendo

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} p_g = p, \quad (2.4)$$

e  $\sigma^2$  é a variância do ruído. Supõe-se que o ruído no repetidor e nos UEs em diferentes intervalos de tempo têm a mesma variância  $\sigma^2$ .

O sinal  $y_{\text{rep}}$  recebido no repetidor é dado por

$$y_{\text{rep}} = \sum_{i \in \mathcal{G}} (\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_i x_i + n_{\text{rep}}, \quad (2.5)$$

em que  $\mathbf{h}_{\text{rep}} \in \mathbb{C}^{A \times 1}$  é o canal da BS para o repetidor e  $n_{\text{rep}}$  é o ruído no repetidor.

Destacamos que neste trabalho não é considerada a interferência inter-celular. Desta forma, considera-se que a contribuição de qualquer interferência externa pode ser modelada no ruído. Sugerimos a adoção de alguma técnica de gerência de interferência em implementações práticas que considerem múltiplas células.

Durante a segunda fase, apenas o repetidor AF transmite para os UEs. O sinal  $y_{\text{ind},j}$  recebido no UE  $j$  a partir do repetidor durante a segunda fase é dado por

$$\begin{aligned} y_{\text{ind},j} &= ah_{\text{ind},j}y_{\text{rep}} + n_{\text{ind},j} \\ &= ah_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_g x_g + ah_{\text{ind},j} \sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} (\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_i x_i + ah_{\text{ind},j} n_{\text{rep}} + n_{\text{ind},j} \quad j \in \mathcal{J}_g, \end{aligned} \quad (2.6)$$

em que  $a \in \mathbb{R}^+$  é o ganho de sinal fornecido pelo repetidor,  $h_{\text{ind},j} \in \mathbb{C}$  é o canal a partir do repetidor para o UE  $j$  e  $n_{\text{ind},j}$  é o ruído no UE  $j$  durante a segunda fase.

A SINR do UE  $j$  durante a segunda fase é dada por

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{ind},j} &= \frac{E[|ah_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_g x_g|^2]}{E[|ah_{\text{ind},j} \sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} (\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_i x_i + ah_{\text{ind},j} n_{\text{rep}} + n_{\text{ind},j}|^2]} \\ &= \frac{|h_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} |h_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_i|^2 p_i + |h_{\text{ind},j}|^2 \sigma^2 + a^{-2} \sigma^2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

O máximo valor de  $a$  é limitado pela potência de transmissão do repetidor  $p_R$ , de acordo com

$$p_R \geq E[|ay_{\text{rep}}|^2] = a^2 \left( \sum_{g \in \mathcal{G}} |(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g + \sigma^2 \right). \quad (2.8)$$

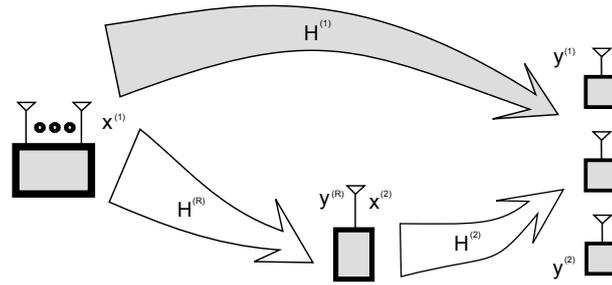
Esta potência máxima leva a um limite superior do ganho do repetidor em

$$a \leq \sqrt{\frac{p_R}{\sum_{g \in \mathcal{G}} |(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g + \sigma^2}}. \quad (2.9)$$

Substituindo  $|(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}_g|^2$  pelo seu valor máximo  $\|\mathbf{h}_{\text{rep}}\|^2$ , garante-se que a potência máxima  $p_R$  do repetidor é obedecida sempre que  $\|\mathbf{m}_g\| = 1$ . Tem-se portanto

$$a \leq \sqrt{\frac{p_R}{\sum_{g \in \mathcal{G}} \|\mathbf{h}_{\text{rep}}\|^2 p_g + \sigma^2}}. \quad (2.10)$$

Figura 3 – Arranjo de transmissão em duas fases.



Fonte: o autor.

Como  $\|\mathbf{h}_{\text{rep}}\|^2$  é constante, podemos movê-lo para fora do somatório

$$a \leq \sqrt{\frac{p_R}{\|\mathbf{h}_{\text{rep}}\|^2 \sum_{g \in \mathcal{G}} p_g + \sigma^2}} = \sqrt{\frac{p_R}{\|\mathbf{h}_{\text{rep}}\|^2 p + \sigma^2}}. \quad (2.11)$$

Esta escolha de  $a$  é subótima, primeiro porque calculamos o valor de  $a$  para respeitar a potência máxima do retransmissor para quaisquer valores de  $\mathbf{m}_g$ , com  $\|\mathbf{m}_g\| = 1$ . Para os valores dos  $\mathbf{m}_g$  específicos escolhidos, valores maiores de  $a$  podem ser suportados ainda respeitando a potência máxima  $p_R$ . Em segundo lugar, o ganho  $a$  amplifica não apenas o sinal transmitido, mas também o ruído recebido no retransmissor. Assim, esta escolha é adequada a situações em que a potência do sinal recebido pelo repetidor é muito maior que a potência de ruído.

Os sinais recebidos no UE durante as duas fases  $y_{\text{dir},j}$  e  $y_{\text{ind},j}$  são combinados de acordo com

$$y_j = d_{\text{dir},j} y_{\text{dir},j} + d_{\text{ind},j} y_{\text{ind},j} \quad j \in \mathcal{J}, \quad (2.12)$$

em que  $d_{\text{dir},j}, d_{\text{ind},j} \in \mathbb{C}$  e  $\mathcal{J}$  é o conjunto de todos os UEs. Este arranjo é apresentado na Figura 3, onde a seta escura representa a transmissão na primeira fase e as setas brancas representam a segunda fase.

### 2.2.3 Sistema Multicast com Repetidor e um Único GM

Quando assumimos que existe um único GM, o modelo apresentado na seção 2.2.2 é simplificado. Como existe apenas um GM, temos as seguintes simplificações sendo refletidas nas variáveis do sistema:

- $G = 1$ ;
- $\mathcal{J}_g = \mathcal{J}$ ;
- $x_g = x$ ;
- $\mathbf{m}_g = \mathbf{m}$ ;

- $p_g = p$ .

Além disso, a ausência de interferência entre GMs simplifica as SINRs para SNRs. Com essas simplificações, podemos determinar os sinais recebidos e SNRs.

O sinal recebido no UE  $j$  durante a primeira fase  $y_{\text{dir},j}$  é dado por

$$y_{\text{dir},j} = (\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}x + n_{\text{dir},j} \quad j \in \mathcal{J}. \quad (2.13)$$

A SNR no UE  $j$  durante a primeira fase é dada por

$$\gamma_{\text{dir},j} = \frac{E[|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}x|^2]}{E[|n_{\text{dir},j}|^2]} = \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}|^2 p}{\sigma^2} \quad j \in \mathcal{J}. \quad (2.14)$$

O sinal  $y_{\text{rep}}$  recebido no repetidor é dado por

$$y_{\text{rep}} = (\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}x + n_{\text{rep}}. \quad (2.15)$$

Durante a segunda fase, apenas o repetidor transmite para os UEs. O sinal  $y_{\text{ind},j}$  recebido no UE  $j$  a partir do repetidor durante a segunda fase é dado por

$$y_{\text{ind},j} = ah_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}x + ah_{\text{ind},j}n_{\text{rep}} + n_{\text{ind},j} \quad j \in \mathcal{J}. \quad (2.16)$$

A SNR do UE  $j$  durante a segunda fase é dada por

$$\gamma_{\text{ind},j} = \frac{E[|ah_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}x|^2]}{E[|ah_{\text{ind},j}n_{\text{rep}} + n_{\text{ind},j}|^2]} = \frac{|h_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}|^2 p}{(|h_{\text{ind},j}|^2 + a^{-2})\sigma^2} \quad j \in \mathcal{J}. \quad (2.17)$$

Os sinais recebidos no UE durante as duas fases  $y_{\text{dir},j}$  e  $y_{\text{ind},j}$  continuam combinados de acordo com (2.12).

#### 2.2.4 Sistema *Multicast* com Múltiplos GMs e sem Repetidor

Quando removemos o repetidor, o modelo apresentado na Seção 2.2.2 é simplificado. Temos que o valor de  $a = 0$  e também que  $y_{\text{ind},j} = 0$  e  $\gamma_{\text{ind},j} = 0$ , pois não há intervalo de tempo reservado para transmissão para repetidor. A combinação descrita em (2.12) é desnecessária, tornando a SINR final do UE  $\gamma_j = \gamma_{\text{dir},j}$ .

Também é importante destacar que neste cenário apenas uma das fases de transmissão é necessária. Desta forma, temos disponível o dobro do tempo de transmissão.

### 2.3 Problema *Max-Min-Fair* (MMF) de BF em um Sistema *Multicast*

O problema de maximizar a mínima SNR entre todos os receptores em um sistema *multicast* com uma potência de transmissão limitada e um único GM, também conhecido como

*Max-Min-Fair* (MMF), foi estudado primeiramente em [22]. Neste trabalho, foi demonstrado que o problema de maximização da mínima SNR entre todos os receptores em um sistema *multicast* com um GM é equivalente ao problema *Power Minimization with SNR Restrictions / Minimização da Potência com Restrições de SNR* (PMSR), que será discutido nas seções 3.2.2 e 4.1, em um sistema *multicast* com um GM. Esse resultado permite que soluções para um dos problemas possam ser usadas para solucionar o outro, precisando apenas da aplicação de uma constante multiplicativa relacionada à potência disponível.

Já em [42], este problema foi generalizado para o caso com múltiplos GMs. A generalização complica o problema já que, além de definir o direcionamento de feixes, a potência tem que ser alocada entre os múltiplos GMs. O autor também resolve o problema através da equivalência com o problema de PMSR, mas necessitando de duas operações adicionais: a aplicação do algoritmo da bissecção e a resolução de um problema adicional de alocação de potência para finalizar a solução. Esta solução é comentada com mais detalhes na seção 4.1.

Neste trabalho, generalizamos este problema para o caso com um repetidor de antena única, como o da seção 2.2.2. O problema pode ser descrito como

$$\max_{d_{\text{dir},j}, d_{\text{ind},j}, a, \{\mathbf{m}_g\}_{g=1}^G} \min_j \gamma_j \quad (2.18)$$

sujeito a:

$$a = \sqrt{\frac{p_R}{\|\mathbf{h}_{\text{rep}}\|^2 p + \sigma^2}},$$

$$\|\mathbf{m}_g\|^2 = 1, \quad \forall g \in \mathcal{G}.$$

É importante observar que muitos trabalhos [21, 22, 42] definem o problema MMF com pesos diferentes entre as SINR dos UEs. Embora essa abordagem seja útil para representar o equivalente MMF de um problema PMSR com requisitos de SINR diferentes, ela tem pouca aplicação prática, já que a taxa de cada GM é limitada pela pior SINR no GM sem pesos diferentes. Essa abordagem só faria sentido em um sistema em que a SINR exigida para garantir uma probabilidade mínima de decodificar o sinal fosse diferente para os UEs.

Em termos de aspectos práticos de implementação, o processamento de  $d_{\text{dir},j}$ ,  $d_{\text{ind},j}$  e  $\mathbf{m}_g$  pode ser concentrado no transmissor, assumindo que ele tenha conhecimento dos coeficientes de canal de todos os enlaces de rádio envolvidos. Quanto ao ganho de repetidor  $a$ , ele pode ser calculado no repetidor, supondo que ele saiba  $\mathbf{h}_{\text{rep}}$  e  $p_R$ , ou pode ser sinalizado a partir do transmissor. Embora aspectos de sinalização e estimação de canal estejam fora do escopo deste

trabalho, é importante destacar que o conhecimento de canal pode ser obtido com um menor custo de sinalização em sistemas *Time Division Duplex* / Duplexação por Divisão no Tempo (TDD), devido à reciprocidade entre os enlaces.

É importante notar que neste trabalho calculamos a SNR usando

$$\gamma_{\text{dir},j} = \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}|^2 p}{\sigma^2} \quad j \in \mathcal{J}, \quad (2.19)$$

ao invés de

$$\gamma_{\text{dir},j} = \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{h}_{\text{dir},j}|^2 p}{\sigma^2} \quad j \in \mathcal{J}, \quad (2.20)$$

como em alguns trabalhos na literatura [22, 42], em que  $\mathbf{w}$  representa o filtro de transmissão. Para tornar as duas abordagens compatíveis, basta notar que

$$\mathbf{m} = \bar{\mathbf{w}}. \quad (2.21)$$

### 2.3.1 *BF MMF Multicast com Repetidor e um Único GM*

Nesta seção, restringimos o problema de *multicast* usando um repetidor com uma única antena, com o objetivo de maximizar a taxa de transmissão da célula, para o caso com um único GM. Neste caso, a taxa de transmissão da BS fica limitada pelo pior canal entre todos os UEs, pois o mesmo sinal deve ser decodificado por todos. Isso torna o objetivo de maximizar a taxa da célula equivalente ao de maximizar a mínima SNR entre todos os UEs.

A aplicação de *Maximal Ratio Combining* / Combinação por Máxima Razão (MRC), de acordo com [65], permite calcular os valores que levam à máxima SNR. Neste caso, a SNR combinada é igual à soma das SNRs individuais das amostras e é dada por

$$\begin{aligned} \gamma_j &= \gamma_{\text{dir},j} + \gamma_{\text{ind},j} \\ &= \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}|^2 p}{\sigma^2} + \frac{|h_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}|^2 p}{(|h_{\text{ind},j}|^2 + a^{-2})\sigma^2} \quad j \in \mathcal{J}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

No caso com um único GM, é possível desacoplar  $\mathbf{m}$  das outras variáveis do sistema. Assim reescrevemos a SNR  $\gamma_j$  como

$$\gamma_j = \mathbf{m}^H \mathbf{Q}_j \mathbf{m} \quad j \in \mathcal{J}, \quad (2.23)$$

em que

$$\mathbf{Q}_j = \frac{p \overline{(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T (\mathbf{h}_{\text{dir},j})}}{\sigma^2} + \frac{|h_{\text{ind},j}|^2 p \overline{(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T (\mathbf{h}_{\text{rep}})}}{(|h_{\text{ind},j}|^2 + a^{-2})\sigma^2} \quad j \in \mathcal{J}. \quad (2.24)$$

Finalmente, definindo  $\mathbf{M} = \mathbf{m}\mathbf{m}^H$  e considerando a seguinte propriedade do operador traço, temos que

$$\mathbf{m}^H \mathbf{Q}_j \mathbf{m} = \text{trace}(\mathbf{m}\mathbf{m}^H \mathbf{Q}_j). \quad (2.25)$$

Desta forma podemos definir o problema de otimização como

$$\max_{\mathbf{M}} \min_j \text{trace}(\mathbf{M}\mathbf{Q}_j) \quad (2.26)$$

sujeito a:

$$\text{trace}(\mathbf{M}) = 1,$$

$$\mathbf{M} \succeq 0,$$

$$\text{rank}(\mathbf{M}) = 1.$$

Note que o caso sem repetidor pode ser obtido com  $a = 0$ , para o qual  $\text{rank}(\mathbf{Q}_j) = 1$ , permitindo decompor  $\mathbf{Q}_j$  em um produto escalar do seu único autovetor.

### 2.3.2 *BF MMF Multicast com Múltiplos GMs e sem Repetidor*

Nesta seção discutimos o problema (2.18) em um cenário com múltiplos GMs, mas sem o uso de um repetidor. Em primeiro lugar porque a interferência é um dos recursos mais importantes neste cenário e o repetidor seria mais uma fonte de interferência. Além disso, a interferência entre os múltiplos GMs não permite um desacoplamento como o de (2.23). A remoção do repetidor não provoca tantas alterações no problema (2.18) quanto na seção anterior. Portanto, a principal alteração é  $a = 0$ , que resulta em uma SNR final do UE  $\gamma_j = \gamma_{\text{dir},j}$ .

No entanto, a interferência entre GMs traz a necessidade de gerenciar a distribuição de potência entre os GMs, em adição à otimização do filtro de pré-codificação. A alocação de potência aumenta a interdependência entre as variáveis a serem otimizadas no sistema. Alocar potência para um GM não somente se apropria de potência que poderia ser alocada para outros GMs, quanto aumenta a interferência nestes GMs. Outra diferença para a seção anterior é que a taxa de transmissão do GM é limitada pela pior SNR, não a do sistema todo.

Temos, então, que o problema para este cenário é

$$\max_{\{\mathbf{m}_g\}_{g=1}^G, \{p_g\}_{g=1}^G} \min_{j, g} \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir}, j})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} |(\mathbf{h}_{\text{dir}, j})^T \mathbf{m}_i|^2 p_i + \sigma^2} \quad (2.27)$$

sujeito a:

$$\|\mathbf{m}_g\|^2 = 1, \quad \forall g \in \mathcal{G},$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} p_g = p.$$

### 3 SISTEMA MULTICAST COM REPETIDOR E UM ÚNICO GM

Neste capítulo, estudamos um sistema *multicast* em que todos os *User Equipment* / Equipamento de Usuários (UEs) estão em um único Grupo *Multicast* (GM) com um repetidor, como descrito na seção 2.2.3. Para este cenário, analisamos o impacto de um intervalo de transmissão adicional, onde o retransmissor de uma única antena transmite uma versão amplificada do sinal recebido no primeiro intervalo de transmissão. A adição de um repetidor ao sistema torna-o mais flexível. O repetidor pode concentrar a cobertura em áreas com maior densidade de UEs ou aumentar a cobertura da *Base Station* / Estação Rádio Base (BS) em uma direção específica.

São apresentadas duas abordagens diferentes. Na seção 3.1, propomos a divisão do problema nos subproblemas de repetição e pré-codificação e usamos este desacoplamento para aplicar algoritmos de pré-codificação disponíveis na literatura, os quais podem resolver o nosso problema sem alterações específicas. Avaliamos então três diferentes esquemas de retransmissão: a configuração clássica sem utilizar um retransmissor, uma combinação dos sinais dos enlaces direto e indireto usando *Maximal Ratio Combining* / Combinação por Máxima Razão (MRC), e por fim um algoritmo iterativo que efetua a pré-codificação e MRC em sequência.

Já na seção 3.2, avaliamos duas soluções para o problema completo sem dividir em subproblemas. Uma das soluções reorganiza o problema para resolvê-lo usando *Semi Definite Relaxation* / Relaxação Semi Definida (SDR) e a outra aplica uma heurística que adapta o filtro de transmissão iterativamente ao pior canal.

Os resultados de simulação apresentados na seção 3.3 mostram que os esquemas propostos são capazes de aumentar a taxa de transferência do sistema, mesmo ao custo de uma fase de transmissão adicional. Um resultado interessante é que algumas soluções para as duas abordagens apresentaram desempenhos similares e próximos ao limite superior, embora a solução para o problema completo tenha uma complexidade computacional menor.

Finalmente, na seção 3.4, as nossas conclusões relacionadas ao cenário *multicast* com repetidor e um único GM são apresentadas.

#### 3.1 Separação em Dois Subproblemas de Repetição e Pré-codificação

Com o objetivo de reduzir a complexidade, propomos nesta seção resolver o problema de maneira subótima ao dividi-lo em dois subproblemas. O *Subproblema de Pré-codificação* e o *Subproblema de Repetição*. Estes dois subproblemas são discutidos nas seções seguintes.

O desacoplamento proposto dos problemas de repetição e pré-codificação, embora subótimo, permite o uso de algoritmos de pré-codificação disponíveis na literatura para resolver o problema geral sem mudanças específicas para lidar com o repetidor. Portanto, os esquemas de repetição propostos guiam indiretamente os algoritmos de pré-codificação originalmente projetados para um único enlace, de forma a otimizar o direcionamento de feixe para ambos os enlaces.

O uso de um algoritmo de pré-codificação independente adiciona flexibilidade a este arranjo. Algoritmos com os mais variados objetivos podem ser aplicados sem a necessidade de modificações específicas. Esta flexibilidade é a principal vantagem desta abordagem.

### 3.1.1 Subproblema de Repetição

Para este problema, o vetor de pré-codificação  $\mathbf{m}$  é assumido como já tendo sido previamente especificado. Portanto, somente os pesos de recepção  $\{d_{\text{dir},j}\}_{j=1}^J$  e  $\{d_{\text{ind},j}\}_{j=1}^J$  devem ser otimizados. Este problema é apresentado abaixo.

$$\max_{d_{\text{dir},j}, d_{\text{ind},j}} \min_j \gamma_j(\{d_{\text{dir},j}\}_{j=1}^J, \{d_{\text{ind},j}\}_{j=1}^J, \mathbf{m}) \quad (3.1)$$

sujeito a:

$$\mathbf{m} = F(\{d_{\text{dir},j}\}_{j=1}^J, \{d_{\text{ind},j}\}_{j=1}^J, \{\mathbf{h}_{\text{dir},j}\}_{j=1}^J).$$

em que  $F()$  corresponde à aplicação de um dos algoritmos de pré-codificação na Seção 3.1.3.

A seguir, consideramos três esquemas de repetição diferentes para o cenário de *multicasting*.

#### 3.1.1.1 No Relay Scheme / Esquema sem Repetidor (NRS)

O primeiro esquema, referido como *No Relay Scheme / Esquema sem Repetidor* (NRS), não usa o repetidor. Este esquema é equivalente a usar os pesos  $d_{\text{dir},j} = 1$  e  $d_{\text{ind},j} = 0$ , sendo o problema geral limitado ao subproblema de pré-codificação.

#### 3.1.1.2 Maximal Ratio Combining Scheme / Esquema com MRC (MRCS)

O primeiro esquema proposto usando um repetidor, referido como *Maximal Ratio Combining Scheme / Esquema com MRC* (MRCS), usa o retransmissor executando MRC entre os dois sinais recebidos por um UE durante as diferentes fases de transmissão. Assume-se que

---

**Algoritmo 1:** *Iterative Maximal Ratio Combining Scheme / Esquema com MRC Iterativo (IMRCS).*

---

```

1:  $\mathbf{m} \leftarrow F(\{\mathbf{h}_{\text{dir},j}\}_{j=1}^J)$ 
2:  $\mathbf{m}^* \leftarrow \mathbf{m}$ 
3: Calcule  $d_{\text{dir},j}$ ,  $d_{\text{ind},j}$  e  $\mathbf{h}_{\text{eff},j}$  usando (3.2), (3.3) e (3.4)
4:  $\gamma^\dagger \leftarrow \min_j \gamma_j(\{\mathbf{d}_{\text{dir},j}\}_{j=1}^J, \{\mathbf{d}_{\text{ind},j}\}_{j=1}^J, \mathbf{m})$ 
5: for  $n = 1 \dots n_{\text{max}}$  do
6:    $\mathbf{m} \leftarrow F(\{\mathbf{h}_{\text{eff},j}\}_{j=1}^J)$ 
7:   Calcule  $d_{\text{dir},j}$ ,  $d_{\text{ind},j}$  e  $\mathbf{h}_{\text{eff},j}$  usando (3.2), (3.3) e (3.4)
8:   if  $\min_j \gamma_j(\{\mathbf{d}_{\text{dir},j}\}_{j=1}^J, \{\mathbf{d}_{\text{ind},j}\}_{j=1}^J, \mathbf{m}) > \gamma^\dagger$  then
9:      $\mathbf{m}^* \leftarrow \mathbf{m}$ 
10:     $\gamma^\dagger \leftarrow \min_j \gamma_j(\{\mathbf{d}_{\text{dir},j}\}_{j=1}^J, \{\mathbf{d}_{\text{ind},j}\}_{j=1}^J, \mathbf{m})$ 
11:   else
12:     saia do for
13:   end if
14: end for

```

---

um dos algoritmos de pré-codificação na seção 3.1.3 é empregado anteriormente, considerando apenas o canal direto  $\{\mathbf{h}_{\text{dir},j}\}_{j=1}^J$ . Os valores de  $d_{\text{dir},j}$  e  $d_{\text{ind},j}$  são calculados de acordo com

$$d_{\text{dir},j} = \frac{\overline{((\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m})}}{\sigma^2} \quad j \in \mathcal{J}, \quad (3.2)$$

e

$$d_{\text{ind},j} = \frac{\overline{(ah_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m})}}{(1 + |ah_{\text{ind},j}|^2)\sigma^2} \quad j \in \mathcal{J}. \quad (3.3)$$

### 3.1.1.3 Iterative Maximal Ratio Combining Scheme / Esquema com MRC Iterativo (IMRCS)

O esquema *Iterative Maximal Ratio Combining Scheme / Esquema com MRC Iterativo (IMRCS)*, começa exatamente como o MRCS, calculando o filtro de transmissão para o enlace direto e executando MRC para ambos os sinais recebidos.

Então, este esquema calcula o filtro de direcionamento de feixe  $\mathbf{m}$  novamente, usando o canal efetivo representado por  $\mathbf{h}_{\text{eff},j}$  obtido pelo último MRC, como em

$$\mathbf{h}_{\text{eff},j} = d_{\text{dir},j} \mathbf{h}_{\text{dir},j} + ad_{\text{ind},j} h_{\text{ind},j} \mathbf{h}_{\text{rep}} \quad j \in \mathcal{J}, \quad (3.4)$$

e executando o MRC novamente. Isso é repetido  $n_{\text{max}}$  vezes ou até que uma iteração resulte em uma *Signal-to-Noise Ratio / Razão Sinal-Ruído (SNR)* mínima menor. Este esquema é apresentado no Algoritmo 1, onde  $F(\{\mathbf{h}_{\text{eff},j}\}_{j=1}^J)$  corresponde à aplicação de um dos algoritmos de pré-codificação na Seção 3.1.3, assumindo o canal efetivo  $\mathbf{h}_{\text{eff},j}$  no lugar do canal direto  $\mathbf{h}_{\text{dir},j}$ .

### 3.1.2 Subproblema de Pré-codificação

Nesta seção, o subproblema de pré-codificação é apresentado resumidamente. Como assumimos o uma abordagem desacoplada, o repetidor é ignorado e o vetor de pré-codificação  $\mathbf{m}$  é otimizado para maximizar a SNR de enlace direto,  $\gamma_{\text{dir},j}$ , da seguinte maneira.

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{m}} \min_j \gamma_{\text{dir},j}(\mathbf{m}) \\ & \text{sujeito a:} \\ & \|\mathbf{m}\|^2 = 1. \end{aligned} \quad (3.5)$$

É sabido que este problema é NP-difícil [22] e várias soluções propostas estão disponíveis na literatura [22, 33, 23]. Algumas destas soluções são apresentadas na próxima seção.

### 3.1.3 Soluções para o Problema de Pré-codificação

Nesta seção, apresentamos algoritmos disponíveis na literatura para resolver o problema de pré-codificação da seção 3.1.2. Esses algoritmos serão simulados nos esquemas MRCS e IMRCS na seção 3.3.

#### 3.1.3.1 Matched Filter / Filtro Casado (MF)

Em [63], o pré-codificador *Matched Filter / Filtro Casado* (MF) é estendido para um cenário *multicast*. O vetor de direcionamento de feixes correspondente é dado por

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{p}{\sigma^2 \text{trace}(\mathbf{H}\mathbf{H}^H \mathbf{O})}} \mathbf{H}^H \mathbf{1}, \quad (3.6)$$

em que  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_{\text{dir},1}, \dots, \mathbf{h}_{\text{dir},J}]^T \in \mathbb{C}^{J \times A}$ , ou então dado como função do canal efetivo  $\{\mathbf{h}_{\text{eff},j}\}_{j=1}^J$ , e  $\mathbf{O} \in \mathbb{C}^{J \times J}$  é uma matriz quadrada onde todos os elementos tem o valor 1.

#### 3.1.3.2 User-Selective Matched Filter / Filtro Casado Seletivo a Usuário (USMF)

Em [33] e [63] foi proposto um algoritmo heurístico eficiente para resolver o problema de pré-codificação. O *User-Selective Matched Filter / Filtro Casado Seletivo a Usuário* (USMF) visa alcançar um balanço entre a justiça, em termos da qualidade de canal equivalente entre UEs, e a baixa complexidade do filtro casado. O vetor de direcionamento de feixes é dado

por

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{P}{\sigma^2 \text{trace}(\mathbf{C}^T \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{C} \mathbf{O})}} \mathbf{H}^H \mathbf{C} \mathbf{1}, \quad (3.7)$$

onde  $\mathbf{C} \in \mathbb{Z}^{J \times J}$  é uma matriz diagonal com elementos  $c_{j,j} \in \{0, 1\}$ .

A matriz  $\mathbf{C}$  é otimizada por um algoritmo heurístico, onde  $c_{j,j}$  assume o valor um quando o filtro casado do UE  $j$  é selecionado e zero caso contrário. Note que o algoritmo MF da seção anterior corresponde a um caso especial do USMF quando  $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ . Na análise da seção 3.3, a abordagem baseada em correlação de [33] é considerada para selecionar uma matriz  $\mathbf{C}$  adequada com razoável complexidade, a qual é descrita brevemente a seguir.

Devido à complexidade exponencial, o procedimento de busca exaustiva de testar cada matriz possível e selecionar aquela que maximiza a SNR mínima só é viável para grupos pequenos. Para grupos maiores, uma metodologia mais eficiente é necessária para determinar  $\mathbf{C}$ , como por exemplo, o algoritmo proposto em [33], o qual é baseado em correlação entre os vetores de canal dos UEs.

Façamos  $\rho_{i,j}$  denotar a correlação entre os canais vetoriais das UEs  $i$  e  $j$ , que é dado pelo produto escalar normalizado [66]

$$\rho_{i,j} = \frac{|\mathbf{h}_i \mathbf{h}_j^H|}{\|\mathbf{h}_i\| \|\mathbf{h}_j\|}, \quad (3.8)$$

em que  $\rho_{i,i} = 1$  e  $\rho_{i,j} = \rho_{j,i}$ .

Todos os pares de canais são classificados em sua ordem decrescente de correlação e é assumido inicialmente que  $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ . Para cada par de canais  $\{i, j\}$ , calculamos a SNR mínima do sistema quando  $c_{i,i} = 0$  e quando  $c_{j,j} = 0$ . Se alguma das alterações na matriz  $\mathbf{C}$  resultar em um ganho na SNR mínima, a alteração da matriz  $\mathbf{C}$  que gerou o maior ganho é mantida. O número de vezes que a SNR mínima é calculada é reduzido de  $2^J + 1$ , no caso da busca exaustiva, para no máximo  $J^2 - J + 1$  no caso do algoritmo baseado em correlação.

### 3.1.3.3 Semi Definite Relaxation / Relaxação Semi Definida (SDR)

Uma solução subótima mais eficiente para a maximização do problema da SNR mínima, mas de maior complexidade computacional, foi proposta em [22] e é baseada em *Semi Definite Relaxation* / Relaxação Semi Definida (SDR). O problema de otimização é reescrito de forma equivalente, na qual o termo não-convexo é expresso por uma restrição de posto 1.

A ideia é eliminar a restrição de posto igual a 1 e resolver o problema através de Programação Semi-Definida, para a qual existem métodos numéricos muito eficientes, como aqueles implementados pelo *toolbox* SeDuMi [67].

Se a solução obtida tiver posto igual a 1, então a solução ótima foi alcançada e é dada pelo autovetor principal da solução; caso contrário, o método de randomização *RandB* deve ser empregado para que respeite a restrição de posto. Este algoritmo é discutido em mais detalhes na seção 3.2.2.

### 3.1.3.4 *Iterative SNR-increasing Update Algorithm / Algoritmo Iterativo de Atualização para o Aumento da SNR (ISUA)*

Em [23], uma solução para o problema de pré-codificação foi proposta usando o algoritmo heurístico *Reduce Complexity Combine-2* para encontrar um bom vetor de pré-codificação  $\mathbf{m}$  dentre as soluções ótimas com apenas dois UEs.

O algoritmo *Iterative SNR-increasing Update Algorithm / Algoritmo Iterativo de Atualização para o Aumento da SNR (ISUA)* então iterativamente “rotaciona” o vetor complexo  $\mathbf{m}$  para ser adequado a todos os UEs. Isto é conseguido realizando uma combinação linear entre o  $\mathbf{m}$  atual e parte do canal do UE com a menor SNR que é ortogonal para  $\mathbf{m}$ . A mesma operação é executada nos algoritmos *Relayed Iterative Rotation / Rotação Iterativa com Repetidor (RIR)* e *Multigroup Iterative Rotation / Rotação Iterativa Multi-Grupo (MIRG)*, a serem descritos posteriormente<sup>1</sup>. Se a menor SNR for reduzida após uma iteração, a iteração será refeita com um passo  $\alpha$  mais baixo até que a SNR aumente.

## 3.2 Soluções para o Problema Completo

Nesta seção, apresentamos soluções para o problema (2.26) em que o problema é resolvido por completo, sem dividi-lo em subproblemas. Essa abordagem permite o controle centralizado de todas as variáveis com um potencial de obter a solução ótima do problema. No entanto, devido ao foco em soluções de baixa complexidade computacional deste trabalho, apenas algoritmos subótimos são apresentados nesta seção.

<sup>1</sup> Este processo será detalhado nas equações (3.9), (3.10), (4.10) e (4.11).

### 3.2.1 Relayed Iterative Rotation / Rotação Iterativa com Repetidor (RIR)

Nesta seção é proposta uma solução subótima para o problema (2.26), inspirada pelo ISUA descrito em [23] e resumido na seção 3.1.3.4. O objetivo do algoritmo proposto é alinhar adaptativamente o filtro  $\mathbf{m}$  ao canal dos UEs com as menores SNRs, através de uma combinação linear para maximizar a SNR mínima entre todos os UEs.

O algoritmo é apresentado no Algoritmo 2. Inicialmente calculamos o filtro ótimo para cada um dos UEs, e os armazenamos nas variáveis  $\mathbf{v}_j$ . Esses filtros são dados pelo autovetor correspondente ao maior autovalor de  $\mathbf{Q}_j$ . Dentre estes candidatos iniciais, escolhemos o filtro que resulta na maior SNR mínima de UE, o qual denotamos por  $\mathbf{m}$ . Agora que escolhemos um filtro inicial, continuaremos a otimizá-lo. Fazemos isso “rotacionando” iterativamente o vetor complexo  $\mathbf{m}$  a fim de aumentar a similaridade entre o filtro ótimo  $\mathbf{v}_{j^*}$  para o UE  $j^*$  com a pior SNR no momento, ao mesmo tempo em que mantemos uma alta similaridade com o filtro atual  $\mathbf{m}$ . Para fazer esta combinação calculamos a parte do filtro ótimo para o pior UE  $\mathbf{v}_{j^*}$ , que é ortogonal a  $\mathbf{m}$  (a parte do filtro que não está contida em  $\mathbf{m}$ ) usando a equação

$$\mathbf{z} \leftarrow (\mathbf{v}_{j^*} - \mathbf{m}^H \mathbf{v}_{j^*} \mathbf{m}) / \|\mathbf{v}_{j^*} - \mathbf{m}^H \mathbf{v}_{j^*} \mathbf{m}\|. \quad (3.9)$$

Então fazemos uma combinação linear entre o  $\mathbf{m}$  atual e  $\mathbf{z}$ , como em

$$\mathbf{m}^* \leftarrow (1 - \alpha)\mathbf{m} + \beta\mathbf{z}. \quad (3.10)$$

Em [23] é demonstrado que as constantes  $\alpha \in \mathbb{R}$  e  $\beta \in \mathbb{C}$  obedecem a

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - |\beta|^2}, \quad (3.11)$$

para manter  $\|\mathbf{m}\|^2 = 1$  e

$$\angle \beta = -\angle(\mathbf{m}^H \mathbf{v}_{j^*}), \quad (3.12)$$

para maximizar a SNR do UE  $j^*$  para um dado  $|\beta|$ . Como estamos gradualmente aumentando a projeção do filtro  $\mathbf{m}$  no filtro ótimo para o pior UE, podemos garantir que a SNR deste UE irá aumentar. Além disso, como parte do filtro anterior se mantém na combinação, qualquer redução na SNR dos outros UEs, também será gradual. Ao fim de diversas iterações, devemos ter uma média ponderada dos filtros ótimos dos UEs, com canais fracos, a qual maximiza a SNR mínima. O valor absoluto da constante  $\beta$  vai controlar a velocidade com que o algoritmo converge para o filtro ótimo do UE com o pior canal,  $\mathbf{v}_{j^*}$ . Um  $|\beta|$  baixo vai exigir mais iterações, enquanto

**Algoritmo 2:** *Relayed Iterative Rotation / Rotação Iterativa com Repetidor (RIR).*


---

```

1: for  $j = 1 \dots J$  do
2:    $\mathbf{v}_j \leftarrow \text{main\_eigenvector}(\mathbf{Q}_j)$ 
3:    $\gamma_j^* \leftarrow \min_j \gamma_j(\mathbf{v}_j)$ 
4: end for
5:  $j^* \leftarrow \arg \gamma_j^*$ 
6:  $\gamma^\dagger \leftarrow \gamma_{j^*}^*$ 
7:  $\mathbf{m} \leftarrow \mathbf{v}_{j^*}$ 
8:  $\delta \leftarrow \delta_m$ 
9: while  $\delta > \varepsilon$  do
10:   $j^* \leftarrow \arg \min_j \gamma_j(\mathbf{m})$ 
11:   $\mathbf{z} \leftarrow (\mathbf{v}_{j^*} - \mathbf{m}^H \mathbf{v}_{j^*} \mathbf{m}) / \|\mathbf{v}_{j^*} - \mathbf{m}^H \mathbf{v}_{j^*} \mathbf{m}\|$ 
12:   $\beta \leftarrow \min(|(\mathbf{z}^H \mathbf{v}_{j^*})|, \delta) e^{-i\angle(\mathbf{m}^H \mathbf{v}_{j^*})}$ 
13:   $\alpha \leftarrow 1 - \sqrt{1 - |\beta|^2}$ 
14:   $\mathbf{m}^* \leftarrow (1 - \alpha)\mathbf{m} + \beta\mathbf{z}$ 
15:   $j^\dagger \leftarrow \arg \min_j \gamma_j(\mathbf{m}^*)_j$ 
16:   $\gamma^* \leftarrow \gamma_{j^\dagger}(\mathbf{m}^*)$ 
17:  if  $\gamma^* > \gamma^\dagger$  then
18:     $\gamma^\dagger \leftarrow \gamma^*$ 
19:     $\mathbf{m} \leftarrow \mathbf{m}^*$ 
20:  end if
21:  if  $j^\dagger \neq j^*$  then
22:     $\delta \leftarrow \delta/2$ 
23:  end if
24: end while

```

---

um  $|\beta|$  alto vai tornar o algoritmo instável, porque o UE com a pior SNR muda constantemente devido às grandes mudanças no filtro  $\mathbf{m}$ . Um valor de  $|\beta| = |(\mathbf{z}^H \mathbf{v}_{j^*})|$  leva à SNR mais alta possível para o UE  $j^*$  e será usado como o nosso limite superior para  $|\beta|$ .

Logo, é possível controlar a convergência fazendo  $|\beta|$  igual ao mínimo entre  $\delta$  e  $|(\mathbf{z}^H \mathbf{v}_{j^*})|$ . Se a SNR mínima de UE é aumentada após a iteração, atualizamos o pré-codificador  $\mathbf{m}$  para o valor calculado. Caso contrário,  $\delta$  é dividido pela metade para tornar o algoritmo menos guloso e a iteração é refeita. O algoritmo chega ao fim quando  $\delta$  assume seu mínimo valor  $\varepsilon$ . Assumindo uma complexidade computacional de  $\mathcal{O}(A^3)$  para calcular o autovetor principal no primeiro laço, a complexidade do esquema é  $\mathcal{O}(JA^3)$ .

### 3.2.2 *Relayed Semi Definite Relaxation / Relaxação Semi-Definida com Repetidor (RSDR) e Limite Superior*

Nesta seção, a solução discutida brevemente na seção 3.1.3.3 é adaptada para resolver o problema *Max-Min-Fair* (MMF) (2.26) a partir de um canal equivalente que considera os

enlaces direto e via repetidor.

Uma solução subótima eficiente para o problema da maximização da SNR mínima sem repetidores foi proposta em [22], baseada em *Semi Definite Relaxation* / Relaxação Semi Definida [68]. Em [22] o autor aborda os problemas de MMF e *Power Minimization with SNR Restrictions* / Minimização da Potência com Restrições de SNR (PMSR) para o caso com um único GM. O primeiro problema abordado é o PMSR. Este problema pode ser descrito como

$$\min_{\mathbf{m}, p} p \quad (3.13)$$

sujeito a:

$$\frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}|^2 p}{\sigma^2} \geq \gamma^*, \quad \forall j \in \mathcal{J}$$

$$, \|\mathbf{m}\|^2 = 1,$$

onde  $\gamma^*$  é a *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio* / Razão Sinal-Ruído mais Interferência (SINR) mínima exigida para todos os UEs. Se adaptarmos este problema para o caso com um repetidor temos

$$\min_{\mathbf{m}, p} p \quad (3.14)$$

sujeito a:

$$\frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}|^2 p}{\sigma^2} + \frac{|h_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}|^2 p}{(|h_{\text{ind},j}|^2 + a^{-2})\sigma^2} \geq \gamma^*, \quad \forall j \in \mathcal{J},$$

$$\|\mathbf{m}\|^2 = 1.$$

Usando a abordagem da seção 2.3.1 reformatamos o problema (3.14) na forma matricial. Usando (2.23), (2.24) e (2.25) podemos reescrever o problema (3.13) como

$$\min_{\mathbf{M}} \text{trace}(\mathbf{M})p \quad (3.15)$$

sujeito a:

$$\text{trace}(\mathbf{M}\mathbf{Q}_j) \geq \gamma^*, \quad \forall j \in \mathcal{J},$$

$$\mathbf{M} \succeq 0,$$

$$\text{rank}(\mathbf{M}) = 1,$$

em que a restrição  $\text{rank}(\mathbf{M}) = 1$  garante que a matriz  $\mathbf{M}$  pode ser decomposta na forma  $\mathbf{M} =$

$\mathbf{m}\mathbf{m}^H$ . Se relaxarmos a restrição não convexa de posto 1 temos

$$\min_{\mathbf{M}} \text{trace}(\mathbf{M})p \quad (3.16)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \text{trace}(\mathbf{M}\mathbf{Q}_j) &\geq \gamma^*, & \forall j \in \mathcal{J}, \\ \mathbf{M} &\succeq 0. \end{aligned}$$

Existem métodos numéricos muito eficientes [67] que são capazes de resolver o problema com uma complexidade computacional de  $\mathcal{O}((J+A^2)^{3.5})$  [22]. Note que esta complexidade é ainda superior à complexidade do algoritmo RIR.

Se a solução obtida possui de fato posto 1, então a solução ótima foi encontrada e é dada pelo autovetor principal da solução, caso contrário um pós-processamento da solução usando um método de randomização [68, 69] é aplicado para aproximar a solução ótima. Estes algoritmos são discutidos na seção 3.2.2.1.

Em [22] uma solução para o problema MMF também é proposta. Primeiramente, o problema é escrito como

$$\max_{\mathbf{M}} \min_j \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}|^2 p}{\sigma^2} \quad (3.17)$$

sujeito a:

$$\|\mathbf{m}\|^2 = 1,$$

que quando adaptado para o caso com um repetidor fica

$$\max_{\mathbf{M}} \min_j \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}|^2 p}{\sigma^2} + \frac{|h_{\text{ind},j}(\mathbf{h}_{\text{rep}})^T \mathbf{m}|^2 p}{(|h_{\text{ind},j}|^2 + a^{-2})\sigma^2} \quad (3.18)$$

sujeito a:

$$\|\mathbf{m}\|^2 = 1.$$

Usando novamente a abordagem da seção 2.3.1 podemos ver que o problema (3.18) é equivalente ao problema (2.26). Se removemos a restrição não convexa de posto, o problema fica

$$\max_{\mathbf{M}} \min_j \text{trace}(\mathbf{M}\mathbf{Q}_j) \quad (3.19)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \text{trace}(\mathbf{M}) &= 1, \\ \mathbf{M} &\succeq 0. \end{aligned}$$

Introduzindo a variável auxiliar  $t$ , podemos reescrever o problema (3.19) como

$$\max_{\mathbf{m}, p} t \quad (3.20)$$

sujeito a:

$$\text{trace}(\mathbf{M}\mathbf{Q}_j) \geq t, \quad j \in \mathcal{J},$$

$$\|\mathbf{m}_g\|^2 = 1,$$

$$\mathbf{M} \succeq 0.$$

É demonstrado em [22] que os problemas (3.16) e (3.20) são equivalentes, ou seja, se um  $\mathbf{m}^*$  é a solução ótima de (3.16), a solução ótima de (3.20) é  $c\mathbf{m}^*$ , onde  $c$  é uma constante positiva para compensar a diferença da potência nos dois sistemas.

Nas simulações da seção 3.3 aplicamos o método *RandB* de [22]. Na sequência, nos referimos a essa solução como *Relayed Semi Definite Relaxation / Relaxação Semi-Definida com Repetidor (RSDR)*.

Quando  $\text{rank}(\mathbf{M}) > 1$ , o  $\text{trace}(\mathbf{M}\mathbf{G}_j)$  é um limite superior inalcançável para a SNR, já que é a solução ótima para o problema intermediário sem a restrição de posto. Nós iremos nos referir a esse limite a seguir como Limite Superior.

### 3.2.2.1 Processo de Randomização

Nesta seção apresentamos uma revisão do processo de randomização que gera filtros que respeitem às restrições do problema a partir da solução relaxada apresentada na seção anterior, conforme [22]. Este processo usa  $\mathbf{M}_{opt}$  para gerar um conjunto de vetores de pesos candidatos  $\mathbf{m}_l$ , dos quais a solução com a menor potência total será selecionada. Em [22] são considerados três métodos para gerar os  $\mathbf{m}_l$ , que foram concebidos para que seu custo computacional seja insignificante em comparação com o da computação de  $\mathbf{M}_{opt}$ . Por consistência, o componente principal de  $\mathbf{M}_{opt}$  é sempre incluído no conjunto dos candidatos.

No método *RandA*, calculamos a decomposição em autovetores de  $\mathbf{M}_{opt} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^H$  e escolhemos  $\mathbf{m}_l$  tal que  $\mathbf{m}_l = \mathbf{U}\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{e}_l$ , onde os elementos de  $\mathbf{e}_l$  são variáveis aleatórias independentes, distribuídas uniformemente no círculo unitário do plano complexo, isto é,  $[\mathbf{e}_l]_i = e^{j\theta_{l,i}}$ , onde  $\theta_{l,i}$  são independentes e uniformemente distribuídos em  $[0, 2\pi)$ . Isso garante que  $\mathbf{m}_l^H \mathbf{m}_l = \text{trace}(\mathbf{M}_{opt})$ , independentemente da realização particular de  $\mathbf{e}_l$ .

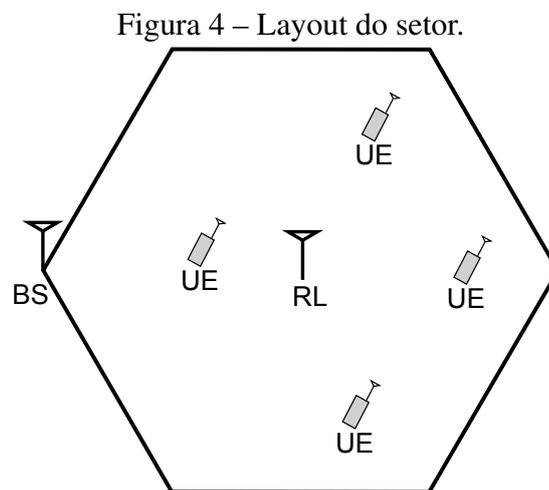
No método *RandB*, inspirado em [69], nós escolhemos  $\mathbf{m}_l$  tal que  $[\mathbf{m}_l]_i = \sqrt{[\mathbf{M}_{opt}]_{i,i}}[\mathbf{e}_l]_i$ , o que garante que  $||[\mathbf{m}_l]_i|^2 = [\mathbf{M}_{opt}]_{i,i}$ . O método *RandC*, motivado por aplicações bem-sucedidas

em problemas relacionados a *Quadratically Constrained Quadratic Programming / Programação Quadrática com Restrições Quadráticas (QCQP)* [70], usa  $\mathbf{m}_l = \mathbf{U}\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{v}_l$ , onde  $\mathbf{v}_l$  é um vetor complexo de variáveis aleatórias Gaussianas circularmente simétricas de média zero e variância unitária não correlacionadas. Isso garante que  $E[\mathbf{m}_l\mathbf{m}_l^H] = \mathbf{M}_{opt}$  [70].

Para *RandA* e *RandB*,  $\mathbf{m}_l^H\mathbf{m}_l = \text{trace}(\mathbf{M}_{opt})$ , e quando  $\text{rank}(\mathbf{M}_{opt}) > 1$  pelo menos uma das restrições de SNR mínima será violada. No entanto, um vetor de pesos viável pode ser encontrado simplesmente escalonando  $\mathbf{m}_l$  para que todas as restrições sejam satisfeitas. Já no *RandC*,  $\|\mathbf{m}\|^2$  depende da realização particular de  $\mathbf{v}_l$ , mas novamente o  $\mathbf{m}_l$  resultante pode ser escalonado para satisfazer às restrições.

### 3.3 Análise via Simulação

O cenário de simulação de exemplo consiste em um único setor hexagonal com um diâmetro de 334 m, compreendendo uma BS equipada com um arranjo linear de quatro antenas em um dos extremos do hexágono, um repetidor com uma única antena no centro do setor e vários UEs com uma única antena distribuídos uniformemente no setor, como mostrado na Figura 4.



Fonte: o autor.

Um modelo de canal sem linha de visada é considerado, em que o desvanecimento rápido é modelado como uma variável aleatória Gaussiana complexa e circularmente simétrica e o sombreamento é modelado como uma distribuição log-normal. A banda de transmissão não é definida, mas considera-se que ela é menor do que a banda de coerência do canal, não tendo variações na frequência. A potência da BS é calculada para garantir uma SNR mínima de 10 dB

Tabela 3 – Parâmetros de Simulação.

Parâmetro	Valor
Diâmetro da célula	334 m
Número de antenas na BS	4
Média do desvanecimento rápido	0
Variância do desvanecimento rápido	1
Variância do sombreamento	8 dB [61]
Perda de percurso	$L(d) = -35,3 - 37,6 \log_{10}(d)$ dB [71]
Padrão de antena	$A(\phi) = -\min(12(\phi/70)^2, 20)$ dB [71]
Número de realizações	30.000
$\sigma^2$	-112 dBm
$n_{max}$	30
$\delta_m$	0,2
$\varepsilon$	$10^{-9}$
$N_{rand}$	30

Fonte: o autor.

Tabela 4 – Complexidade Computacional das Soluções Simuladas.

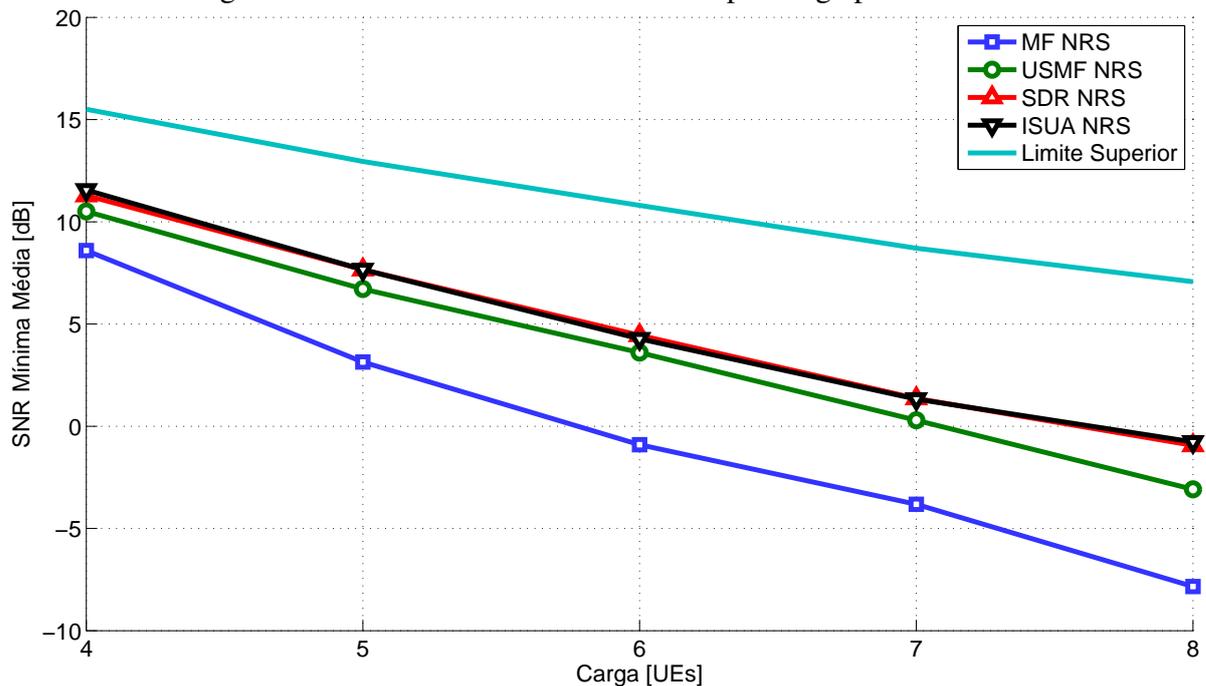
Algoritmo	Complexidade computacional
IMRCS	$\mathcal{O}(n^{(max)}E)$
RIR	$\mathcal{O}(JA^3)$
RSDR	$\mathcal{O}((J + A^2)^{3.5})$ [22]

Fonte: o autor.

na borda, considerando somente a perda de percurso. A potência do repetidor é calculada da mesma maneira, mas com 30% do raio. Para tornar a comparação justa, os resultados do caso sem repetidor consideram que a potência do repetidor é adicionada à potência da BS. O número de realizações e outros parâmetros específicos dos algoritmos foram definidos empiricamente para garantir a convergência das soluções, de forma a se obter curvas suaves e estáveis. Os parâmetros da simulação são apresentados na Tabela 3.

Na Tabela 4 apresentamos a complexidade computacional das soluções estudadas. O NRS e MRCS necessitam de uma única iteração e têm uma complexidade computacional igual à do pré-codificador utilizado. Por estes motivos a complexidade deles não é apresentada na tabela. Já o IMRCS possui  $n_{max}$  iterações e, com exceção do cálculo do próprio pré-codificador, todas as operações executadas são limitadas a produto de vetores. Logo, a complexidade deste esquema é dada por  $n_{max}$  multiplicado pela complexidade computacional  $E$  do pré-codificador utilizado. Como mencionado anteriormente, o RIR tem esta complexidade computacional porque possui um laço executado  $J$  vezes, em que o autovetor principal da matriz de canal de cada UE é calculado. Como supomos uma complexidade computacional de  $\mathcal{O}(A^3)$  para calcular o autovetor principal, temos a complexidade apresentada na Tabela 4. Mas é importante destacar que mesmo que o número de operações após o cálculo dos autovetores não cresça na mesma taxa que o

Figura 5 – Média da SNR mínima de UE por carga para o NRS.



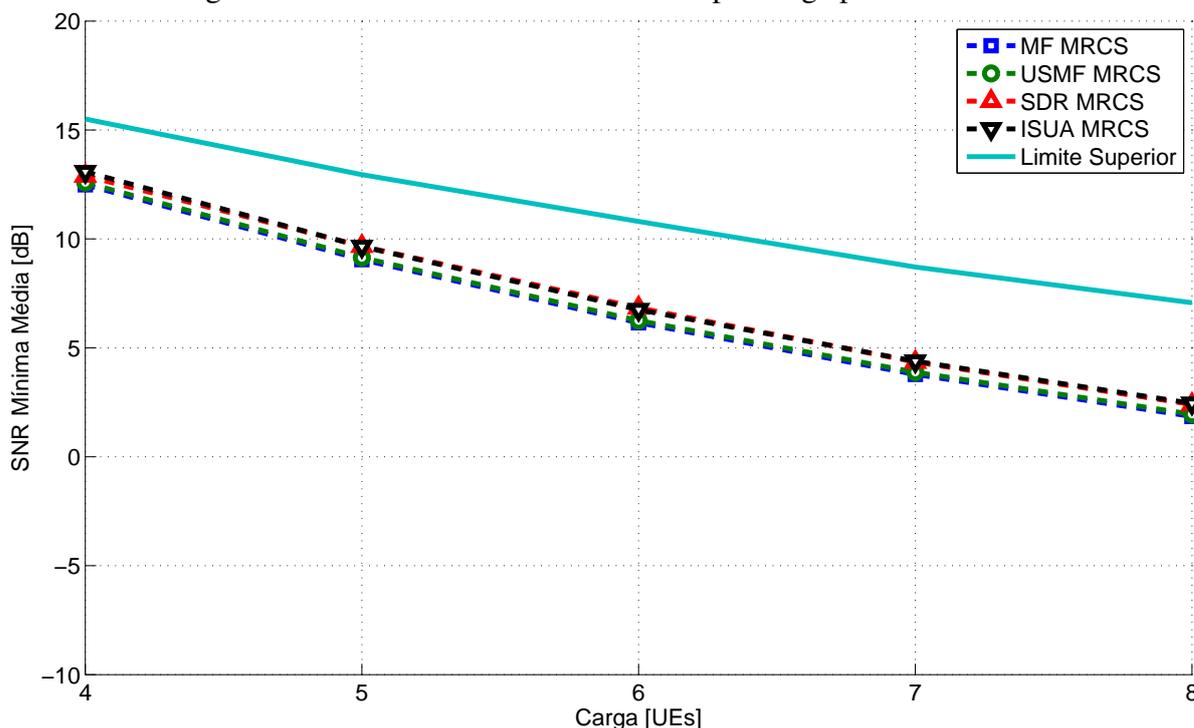
Fonte: o autor.

número de operações do laço inicial, o tempo absoluto de processamento do laço inicial só vai ficar próximo do tempo absoluto do resto do algoritmo para valores extremamente altos de  $A$ , da ordem de 500 ou até 1000 antenas. A complexidade do RSDR é maior que a do RIR tanto para o número de UEs, ordem 1 para ordem de 3.5, quando para o número de antenas, ordem 3 para ordem de 7.

Nas figuras 5, 6, 7 e 8 apresentamos o desempenho em termos de SNR mínima de UE, com diferentes cargas para todos os cenários. Para todas as soluções, o desempenho de SNR média cai com o aumento da carga, devido ao número maior de UEs a serem atendidos com os mesmos recursos de rádio, exigindo que os filtros estejam alinhados com todos os UEs simultaneamente e fiquem menos alinhados com cada UE individualmente.

Na Figura 5 apresentamos a SNR mínima de UE média para o NRS da seção 3.1.1 com todos os algoritmos de pré-codificação da seção 3.1.3. Este esquema representa um sistema sem repetidor e ilustra as diferenças de desempenho entre os algoritmos de pré-codificação simulados sem nenhum efeito relacionado ao repetidor. Quanto ao desempenho dos algoritmos de pré-codificação, o ISUA e SDR apresentam o melhor desempenho com resultados muito similares. O USMF apresenta um desempenho entre 0,67 e 2,15 dB abaixo do ISUA e SDR e entre 1,92 e 4,75 dB acima do MF. Este desempenho relativo entre os algoritmos de pré-codificação, com o ISUA e SDR com os melhores desempenhos seguidos pelo USMF e o MF

Figura 6 – Média da SNR mínima de UE por carga para o MRCS.



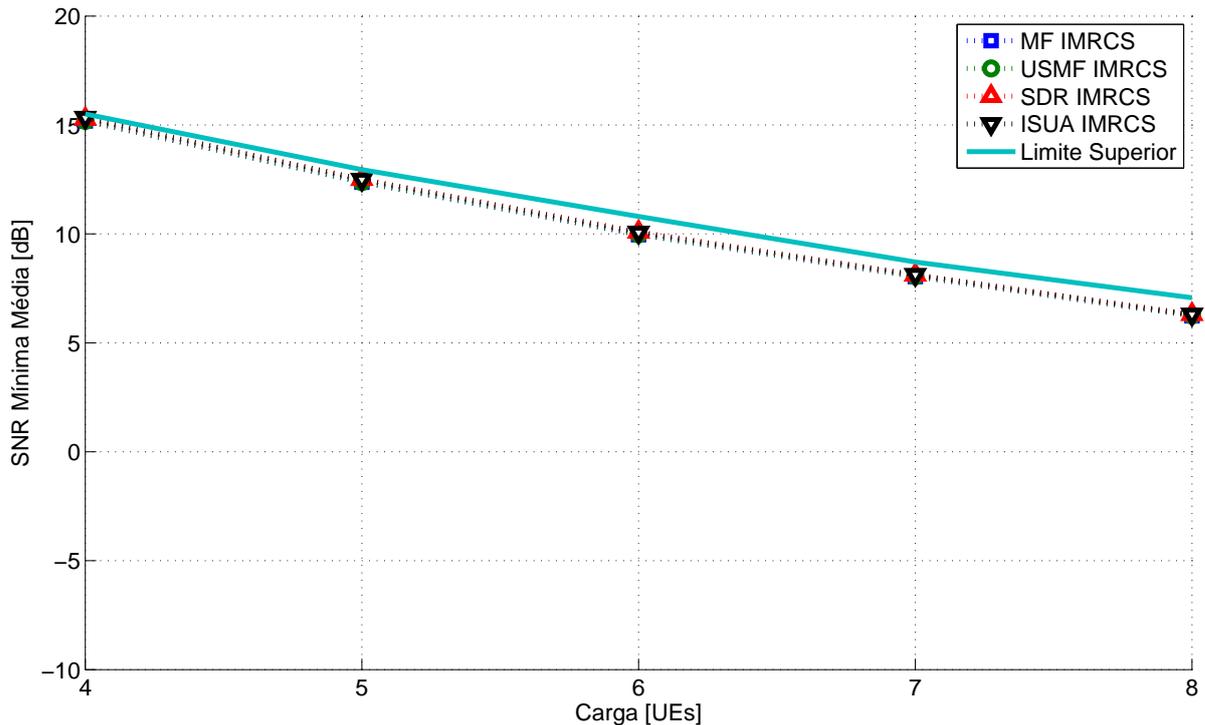
Fonte: o autor.

com pior desempenho, se mantém para todos os esquemas de repetição, independente da métrica analisada.

Na Figura 6 apresentamos a SNR mínima de UE média para o MRCS da seção 3.1.1 com todos os algoritmos de pré-codificação da seção 3.1.3. Este esquema representa o ganho mínimo para cada algoritmo de pré-codificação por utilizar o repetidor. Se comparada com a Figura 5, fica evidente que todos os algoritmos de pré-codificação apresentam ganhos de SNR mínima com a adição do repetidor. No entanto, é importante destacar que os resultados de SNR mínima não são capazes de avaliar o impacto de reservar metade do intervalo de transmissão para uso exclusivo do repetidor. Espera-se que, com o aumento do número de antenas na BS, o desempenho deste esquema piore, já que isso permitiria um direcionamento maior do sinal na direção dos UEs, o que diminui a probabilidade de que uma parte significativa do sinal seja transmitida na direção do repetidor. No MRCS, a diferença de desempenho entre os algoritmos é menor que no NRS. O ISUA e SDR ainda apresentam o melhor desempenho com resultados similares, seguidos pelo USMF e MF, que também possuem resultados similares com um desempenho entre 0,32 e 0,45 dB abaixo do ISUA e SDR.

Na Figura 7 apresentamos a SNR mínima de UE média para o IMRCS da seção 3.1.1 com todos os algoritmos de pré-codificação da seção 3.1.3. Este esquema representa os ganhos de desempenho fornecidos pelo repetidor quando o filtro de transmissão é otimizado levando em

Figura 7 – Média da SNR mínima de UE por carga para o IMRCS.

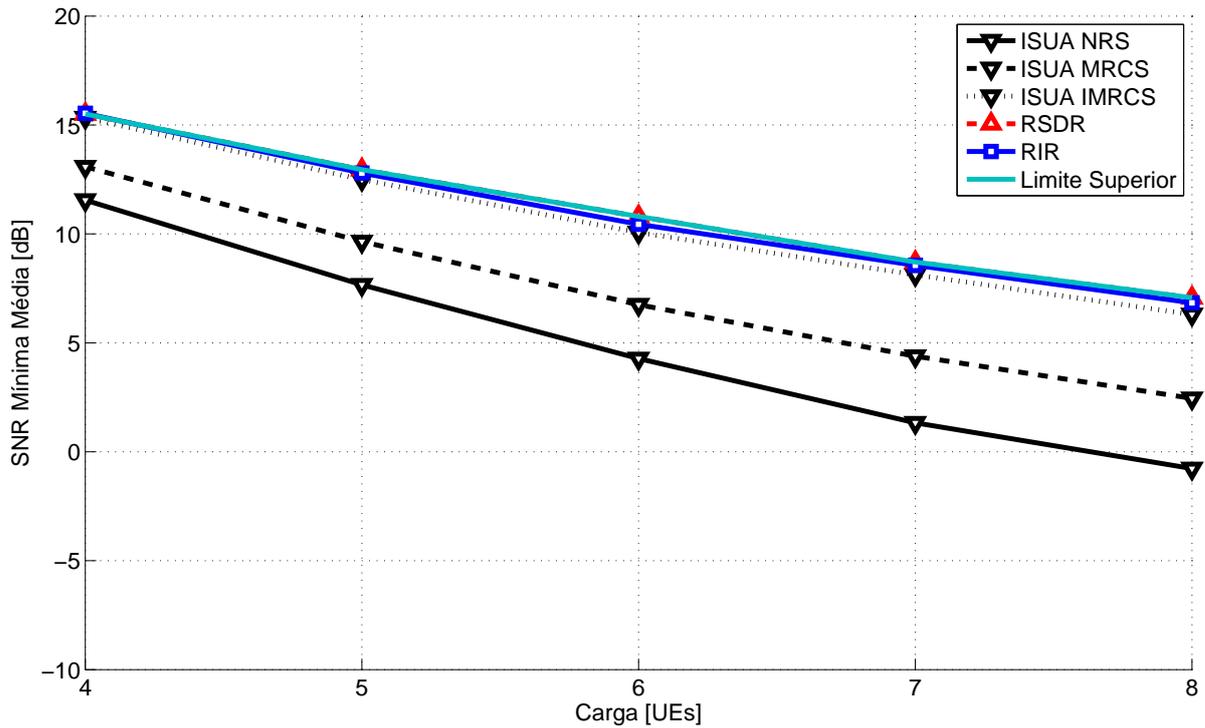


Fonte: o autor.

conta os dois enlaces. Neste cenário todos os algoritmos apresentaram resultados semelhantes entre 0,17 e 0,76 dB abaixo do Limite Superior. Isto indica que a diferença na potência do sinal recebido obtida trocando o algoritmo de pré-codificação é insignificante em comparação à diferença de otimizar o filtro de transmissão para os dois enlaces simultaneamente.

Na Figura 8 apresentamos a média da SNR mínima de UE em diferentes cargas para os seguintes esquemas: ISUA nos três esquemas de retransmissão da seção 3.1.1, RIR, RSDR e o Limitante Superior. O ISUA é usado para representar os três esquemas, pois apresenta um dos melhores desempenhos em todos os cenários das figuras 5, 6 e 7. Existe uma clara diferença de desempenho entre os três esquemas de transmissão para o subproblema de repetição. O NRS apresenta o pior desempenho, o MRCS apresenta um desempenho superior ao NRS, já o IMRCS apresenta um desempenho próximo ao Limite Superior, com até 0,5 dB para a próxima solução e até 1 dB para o Limite Superior. A solução RSDR apresenta o melhor desempenho. A perda de desempenho em comparação ao Limitante Superior é de menos de 0,005 dB em todas as cargas. Isso acontece porque o RSDR começa da solução ótima para o problema relaxado, a qual é uma boa solução inicial e o passo de randomização causa pouca redução de desempenho. No entanto, esta boa solução inicial possui uma complexidade computacional mais alta que a solução RIR. A solução RIR apresenta o segundo melhor desempenho com uma diferença de menos de 0,4 dB para o Limitante Superior em todas as cargas. A diferença de desempenho entre

Figura 8 – Média da SNR mínima de UE por carga para as soluções integradas e o ISUA.



Fonte: o autor.

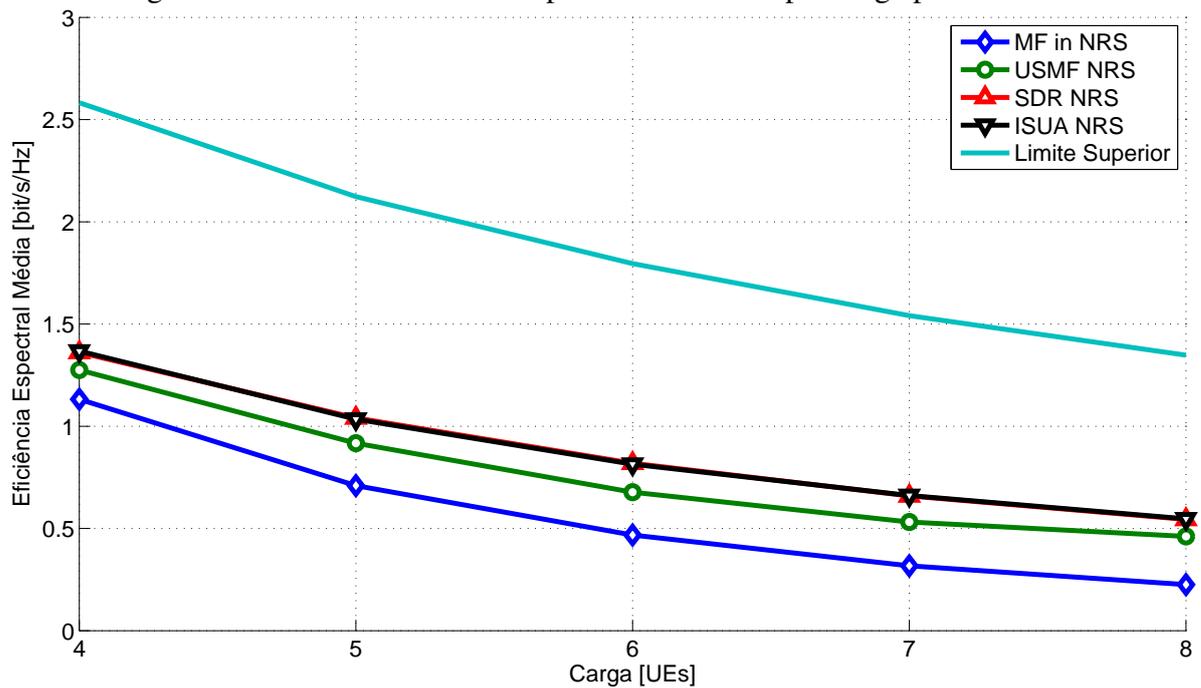
as soluções integradas e os esquemas de retransmissão da seção 3.1.1 pode ser explicado pelo desacoplamento dos subproblemas, que impede o algoritmo de controlar todos os parâmetros de transmissão. Este desempenho relativo entre os esquemas de repetição, com o IMRCS com melhor desempenho seguidos pelo MRCS e o NRS com pior desempenho, se mantém para todas as métricas analisadas.

Agora mudamos a métrica de SNR para eficiência espectral, obtida usando a fórmula da capacidade de Shannon [5]. Nas figuras 9, 10, 11 e 12 apresentamos a eficiência espectral média do sistema com diferentes cargas para todos os cenários. Lembramos que a taxa de transmissão de cada UE fica limitada pela taxa suportada pelo UE de pior SNR no GM, já que os mesmos dados devem ser decodificados por todos os UEs no GM. Para tornar a comparação justa, os resultados de eficiência espectral do caso sem repetidor consideram que os dois intervalos de transmissão são usados para transmissão da BS. Isso efetivamente dobra a eficiência espectral do esquema NRS para uma mesma SNR. Os desempenhos relativos das soluções são próximos aos apresentados nas figuras 5, 6, 7 e 8.

Na Figura 9 apresentamos a eficiência espectral média no NRS. O ISUA e SDR possuem desempenhos similares, seguidos pelo USMF com uma perda entre 7% e 17% e o MF com o pior desempenho com uma perda entre 11% e 52% com relação ao USMF.

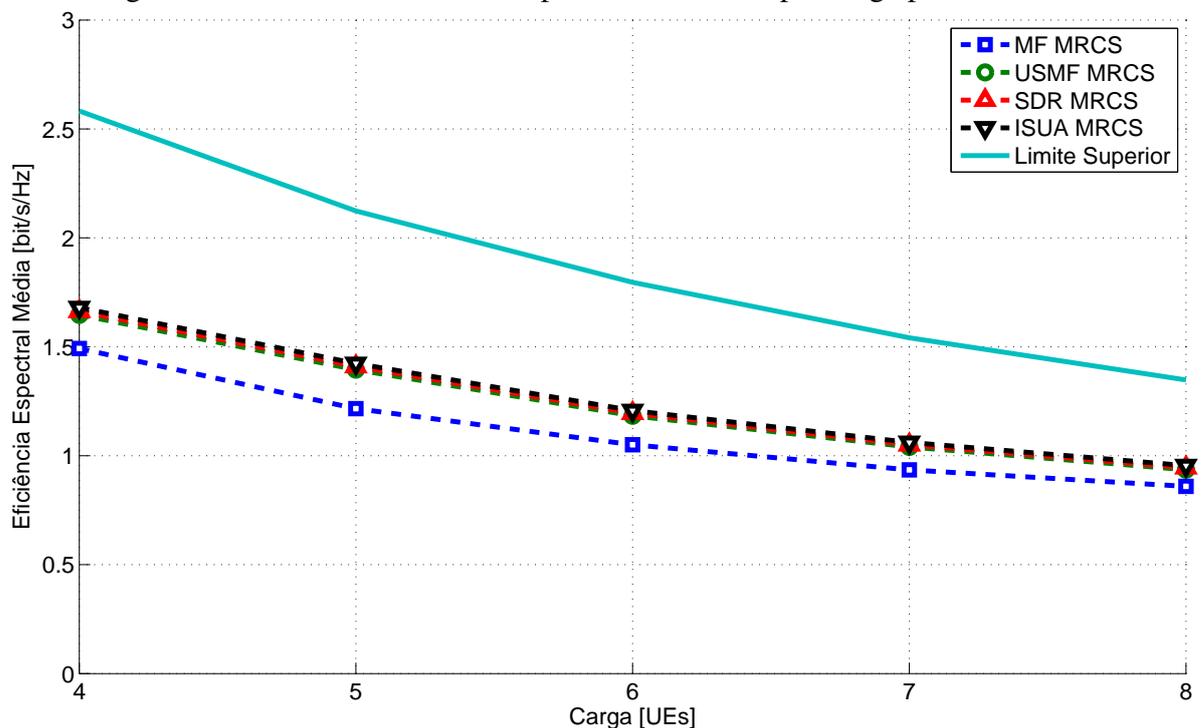
Na Figura 10 apresentamos a eficiência espectral média no MRCS. Os algoritmos

Figura 9 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para o NRS.



Fonte: o autor.

Figura 10 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para o MRCS.

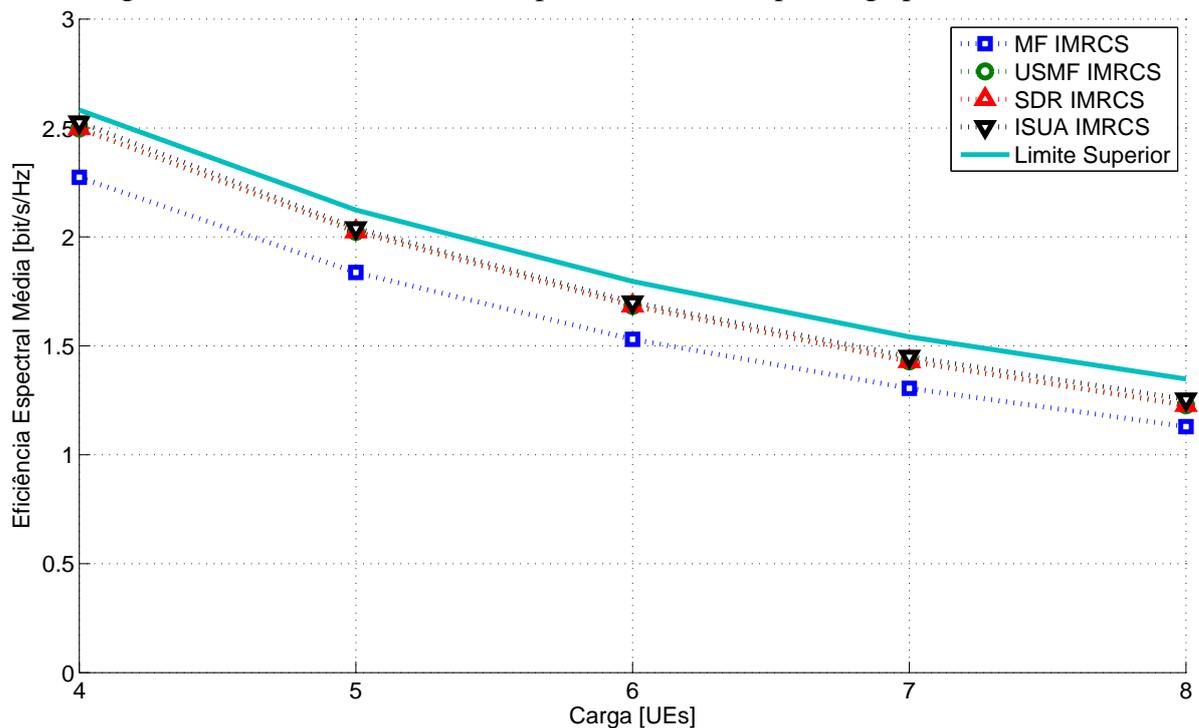


Fonte: o autor.

ISUA, SDR e USMF apresentam desempenho similar, com o ISUA sendo o melhor, seguido pelo SDR com uma perda de menos que 2% e por último o USMF, com uma perda de menos de 1% para o SDR.

Na Figura 11 apresentamos a eficiência espectral média no IMRCS. O ISUA tem o

Figura 11 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para o IMRCS.



Fonte: o autor.

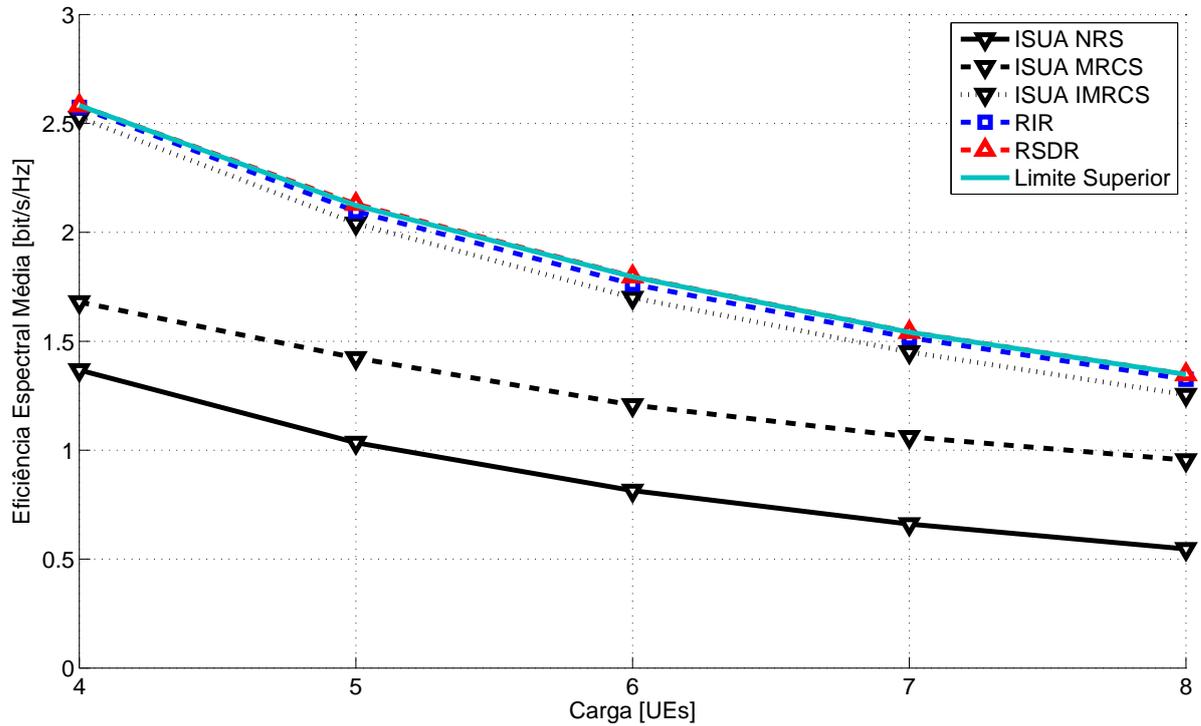
melhor desempenho, estando entre 0,057 e 0,093 bit/s/Hz abaixo do Limite Superior. O SDR e USMF apresentam uma perda de desempenho de menos de 0,016 bit/s/Hz com relação ao ISUA. Já o MF apresenta uma perda entre 0,099 e 0,22 bit/s/Hz relativa ao SDR e USMF.

Na Figura 12 apresentamos a média da eficiência espectral do sistema para os seguintes esquemas: ISUA nos três esquemas de retransmissão da seção 3.1.1, RIR, RSDR e o Limitante Superior. Entre os três esquemas de repetição com o ISUA, o NRS apresenta o pior desempenho, seguido pelo MRCS e o IMRCS apresenta o melhor desempenho. O RSDR apresenta desempenho próximo ao Limitante Superior em todas as cargas, com menos de 1% de perda. Isso enfatiza que suas soluções são eficientes o suficiente para compensar o uso de um intervalo de transmissão adicional. A diferença de desempenho entre o RIR e RSDR é de menos de 2%, ficando ainda próximo ao Limitante Superior. Já o ISUA IMRCS tem um desempenho entre 2% e 5% abaixo do RIR.

Nas figuras 13, 14, 15 e 16 apresentamos a *Cumulative Distribution Function* / Função Distribuição de Probabilidades Acumulada (CDF) da SNR mínima entre todos os UEs para uma carga oferecida de 6 UEs.

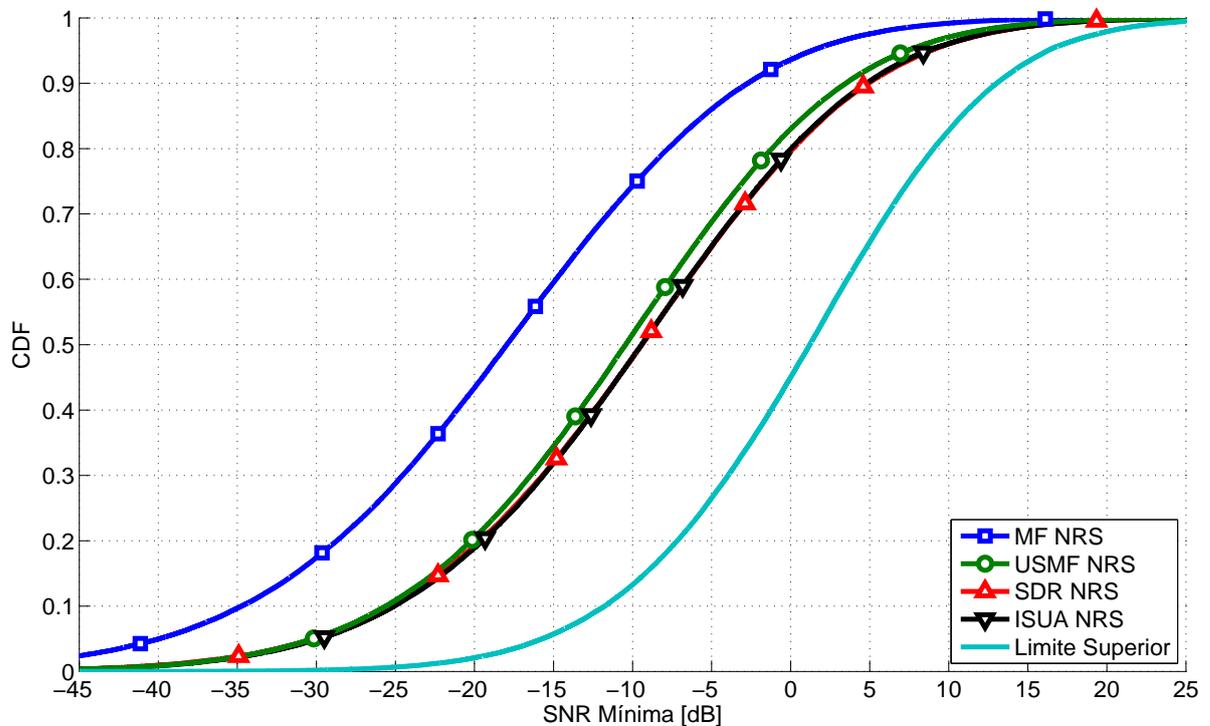
Na Figura 13 apresentamos a CDF da SNR mínima no NRS. No caso do NRS, os algoritmos SDR e ISUA apresentam as melhores SNRs mínimas como resultado de sua capacidade de alcançar uma solução quase ideal para o problema de pré-codificação. O USMF é

Figura 12 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para as soluções integradas e o ISUA.



Fonte: o autor.

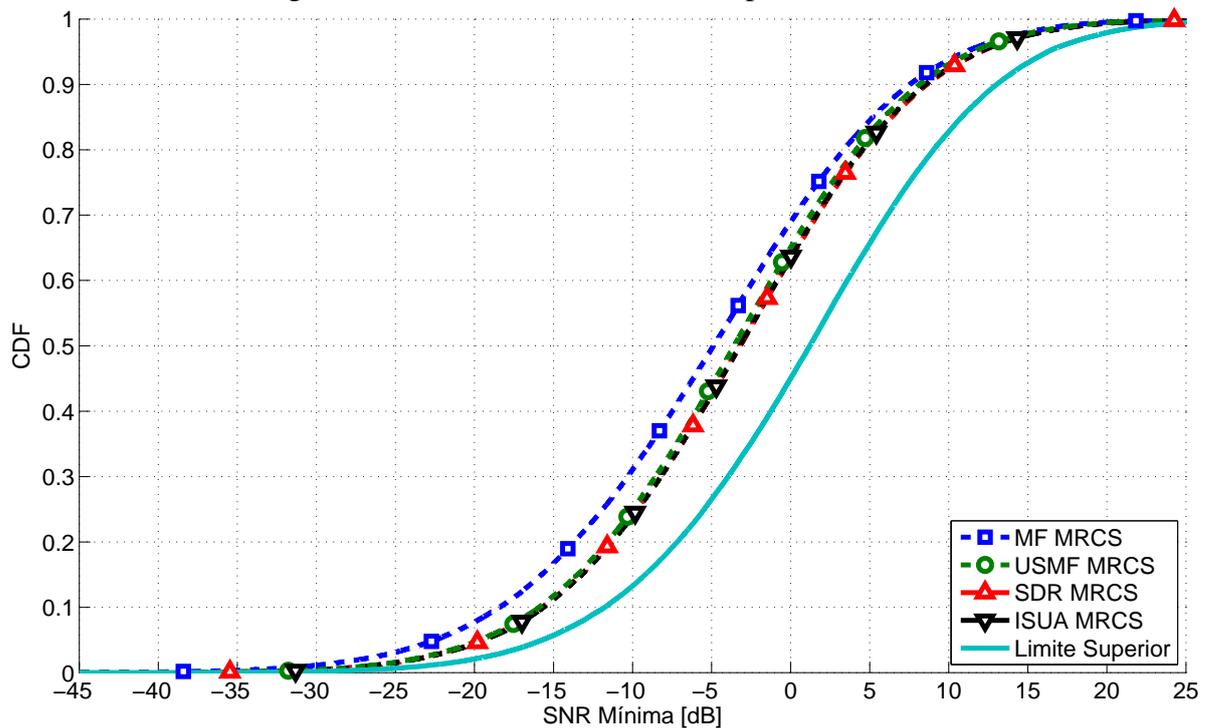
Figura 13 – CDF da SNR com 6 UEs para o NRS.



Fonte: o autor.

o terceiro melhor, confirmando um bom balanço entre desempenho e complexidade. Finalmente, o algoritmo MF mostra o pior desempenho, uma vez que seu objetivo de otimização não é

Figura 14 – CDF da SNR com 6 UEs para o MRCS.



Fonte: o autor.

diretamente voltado para a maximização da SNR mínima.

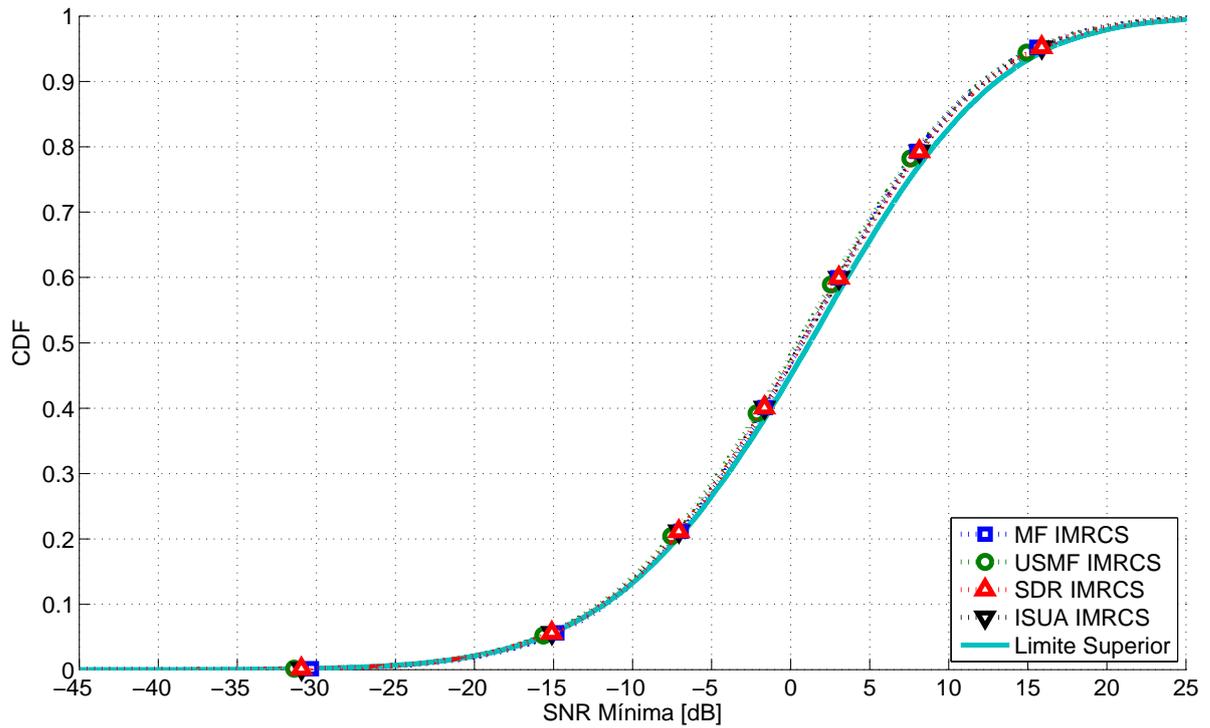
Na Figura 14 apresentamos a CDF da SNR mínima no MRCS. No caso do MRCS, assim como no NRS, os algoritmos SDR e ISUA apresentam as melhores SNRs mínimas, o USMF é o terceiro melhor para ambos os esquemas e o algoritmo MF mostra o pior desempenho.

Na Figura 15 apresentamos a CDF da SNR mínima no IMRCS. Com o IMRCS, todos os algoritmos obtêm aproximadamente o mesmo desempenho. Isto indica novamente que a diferença na potência do sinal recebido obtida trocando o algoritmo de pré-codificação é insignificante em comparação à diferença de otimizar o filtro de transmissão para os dois enlaces.

Os esquemas de retransmissão diferem em relação ao desempenho relativo dos algoritmos de pré-codificação. Enquanto a diferença entre os melhores e piores algoritmos de pré-codificação no 50º percentil é de mais de 8,6 dB com NRS na Figura 13, a diferença com o MRCS é menor que 1,8 dB na Figura 14 e insignificante com o IMRCS na Figura 15.

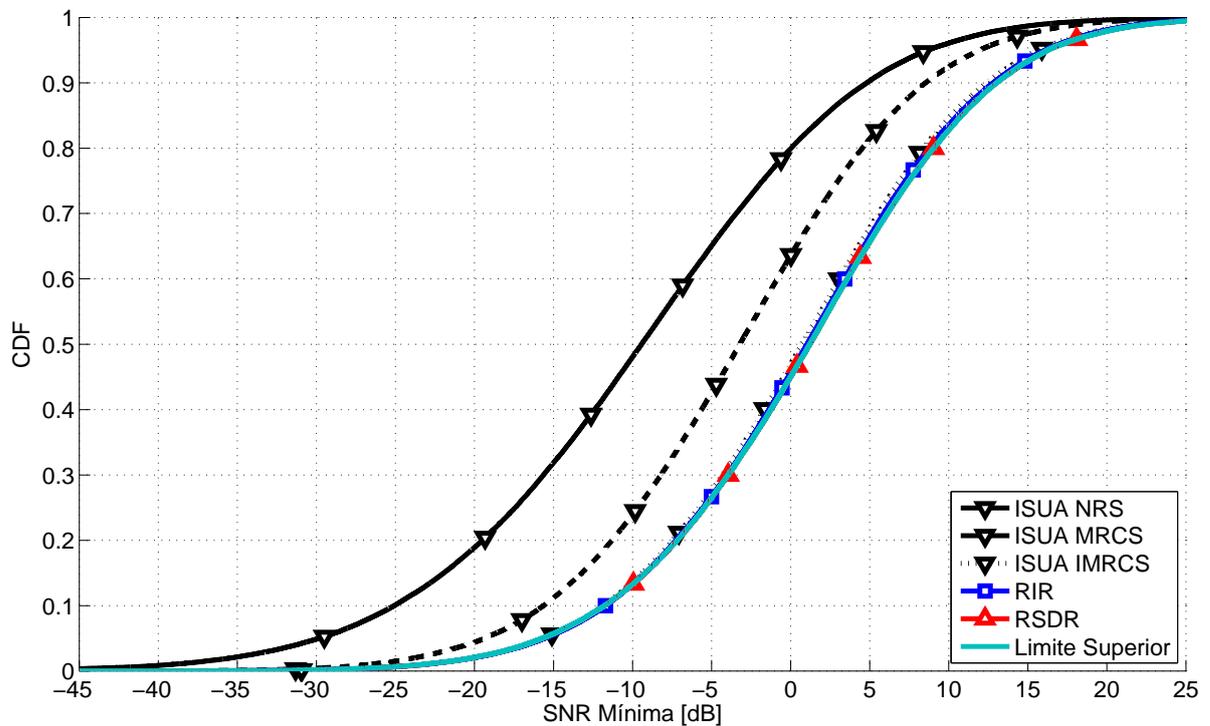
Na Figura 16 apresentamos a CDF da SNR mínima para os seguintes esquemas: ISUA nos três esquemas de retransmissão da seção 3.1.1, RIR, RSDR e o Limitante Superior. Podemos ver que todos os algoritmos de pré-codificação apresentam uma maior SNR mínima com o IMRCS, seguido pelo MRCS e finalmente o NRS. O MRCS otimiza o filtro de transmissão apenas para o enlace direto, resultando em um potência de sinal recebido e uma SNR mínima menor que com o IMRCS mas maior que com o NRS. O ISUA no IMRCS, o RSDR e o RIR

Figura 15 – CDF da SNR com 6 UEs para o IMRCS.



Fonte: o autor.

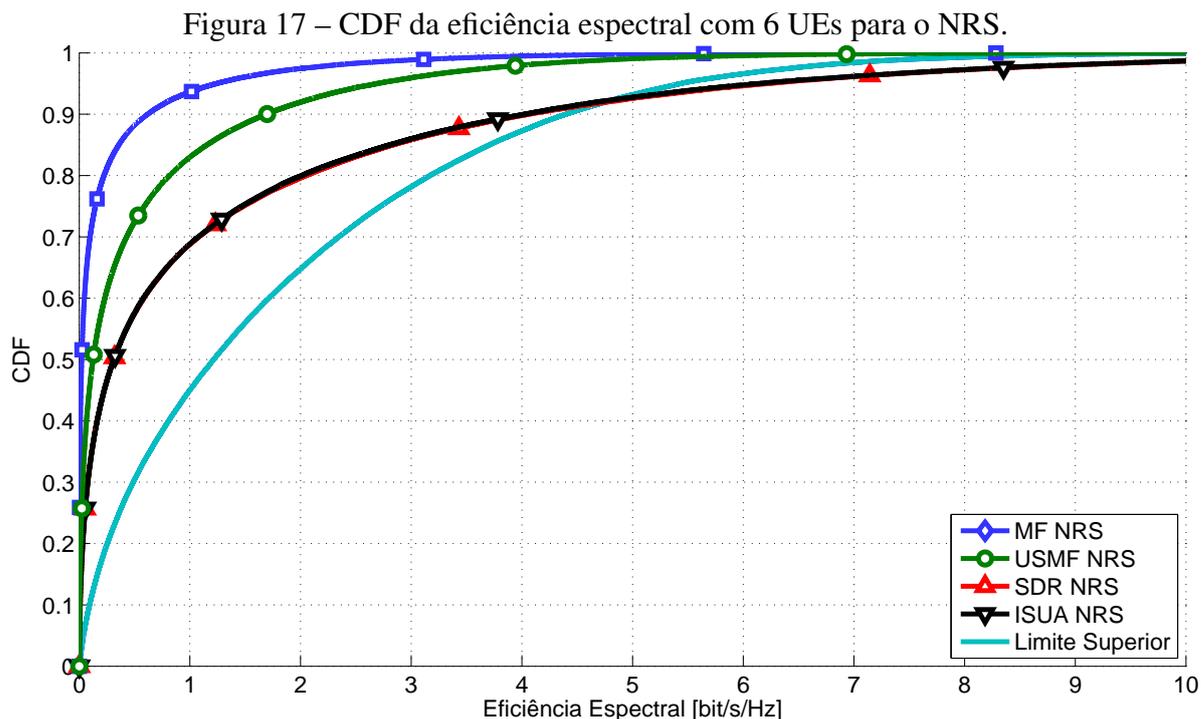
Figura 16 – CDF da SNR com 6 UEs para as soluções integradas e o ISUA.



Fonte: o autor.

apresentaram desempenho próximo ao Limitante Superior.

Nas figuras 17, 18, 19 e 20 apresentamos a CDF da eficiência espectral do sistema obtida usando a fórmula da capacidade de Shannon [5] para uma carga de 6 UEs.



Fonte: o autor.

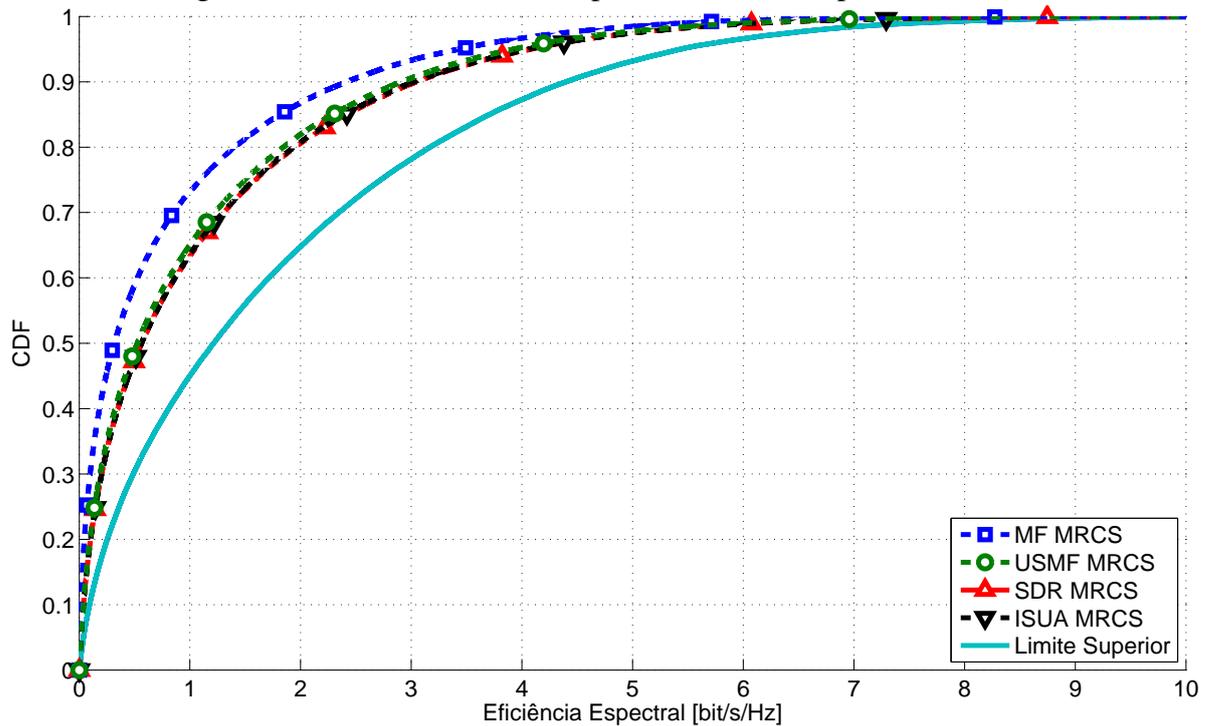
Na Figura 17 apresentamos a CDF da eficiência espectral no NRS. O MF novamente tem o pior desempenho seguido pelo USMF. O SDR e ISUA apresentam desempenhos similares. Destacamos que o Limite Superior é um limite superior do desempenho dos cenários usando um repetidor e que pode ser superado pelo desempenho de cenários sem repetidor. O cruzamento das CDFs do SDR, ISUA e Limite Superior pouco acima do 90º percentil é uma evidência destes casos, em que o ganho de usar os dois intervalos de transmissão para a BS é maior que o ganho proporcionado pelo repetidor.

Na Figura 18 apresentamos a CDF da eficiência espectral no MRCS. O ISUA e SDR têm um desempenho até 1,2 bit/s/Hz abaixo do Limite Superior. O USMF tem um desempenho um pouco abaixo dos melhores, com uma perda de até 0,1 bit/s/Hz e o MF tem uma perda de desempenho para o USMF de até 0,35 bit/s/Hz.

Na Figura 19 apresentamos a CDF da eficiência espectral no IMRCS. Nesta figura o MF tem o pior desempenho, até 1,5 bit/s/Hz abaixo do Limite Superior. O ISUA, SDR e USMF apresentam desempenho similar, com uma perda de até 0,24 bit/s/Hz com relação ao Limite Superior.

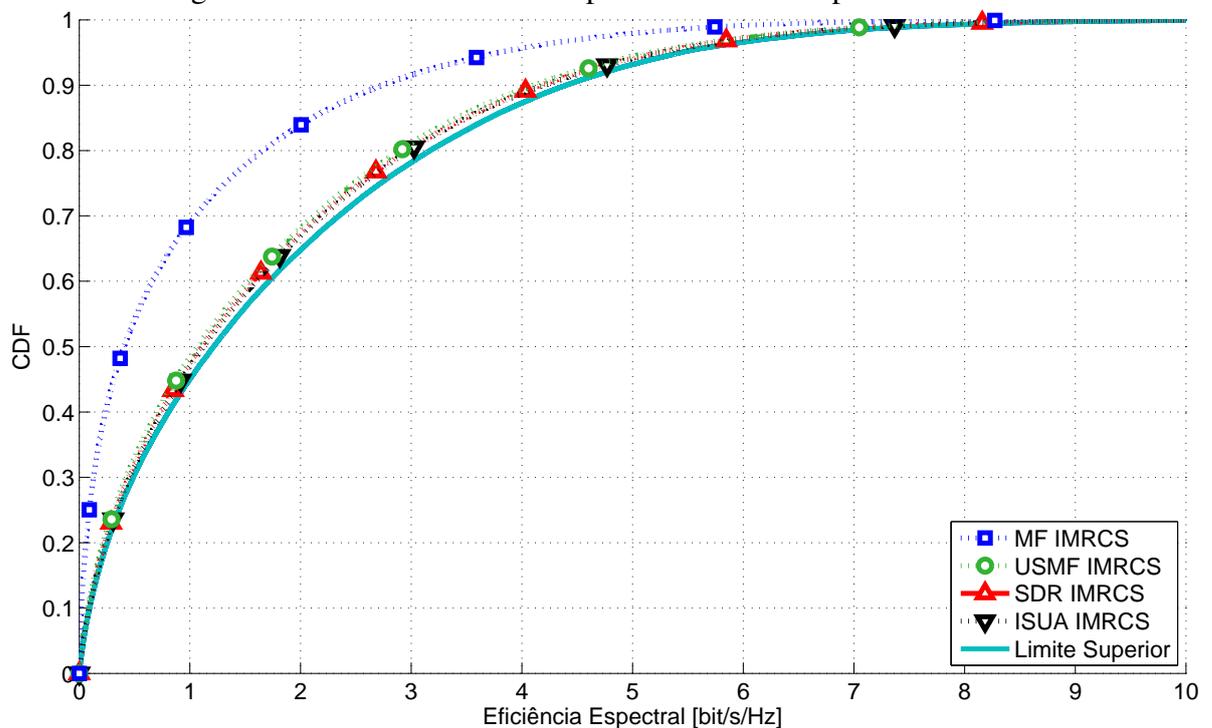
Na Figura 20 apresentamos a CDF da eficiência espectral para os seguintes esquemas: ISUA nos três esquemas de retransmissão da seção 3.1.1, RIR, RSDR e o Limitante Superior. O ISUA no NRS apresenta um desempenho superior ao do IMRCS, RIR e RSDR em aproximada-

Figura 18 – CDF da eficiência espectral com 6 UEs para o MRCS.



Fonte: o autor.

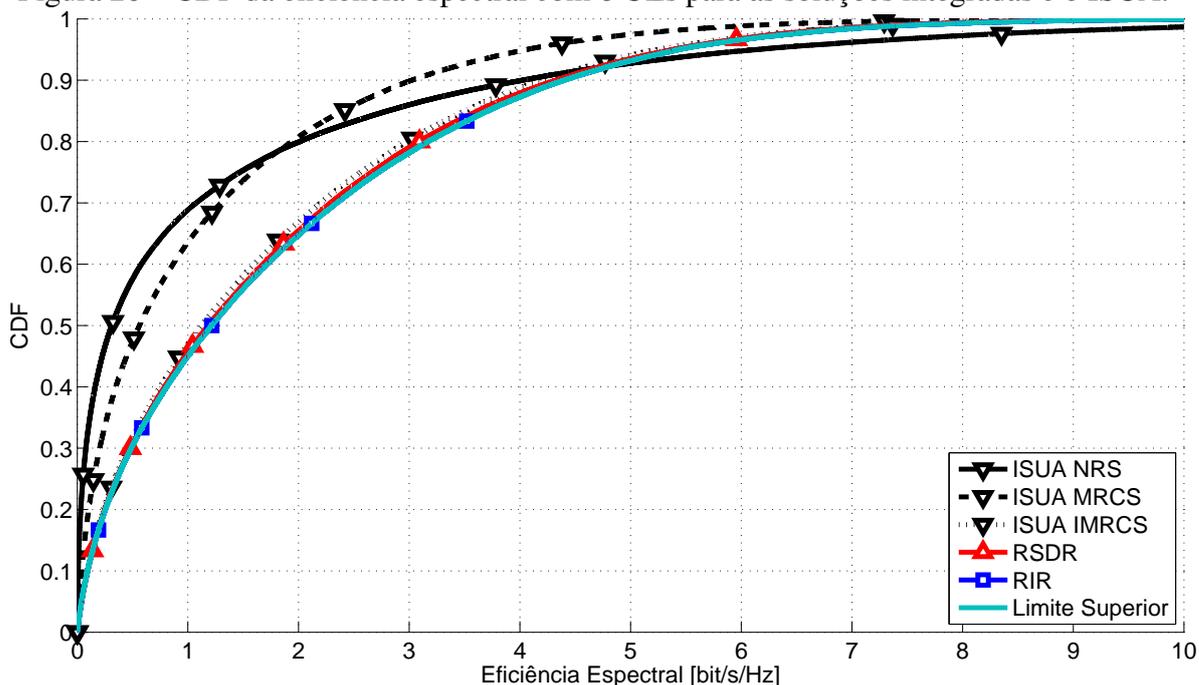
Figura 19 – CDF da eficiência espectral com 6 UEs para o IMRCS.



Fonte: o autor.

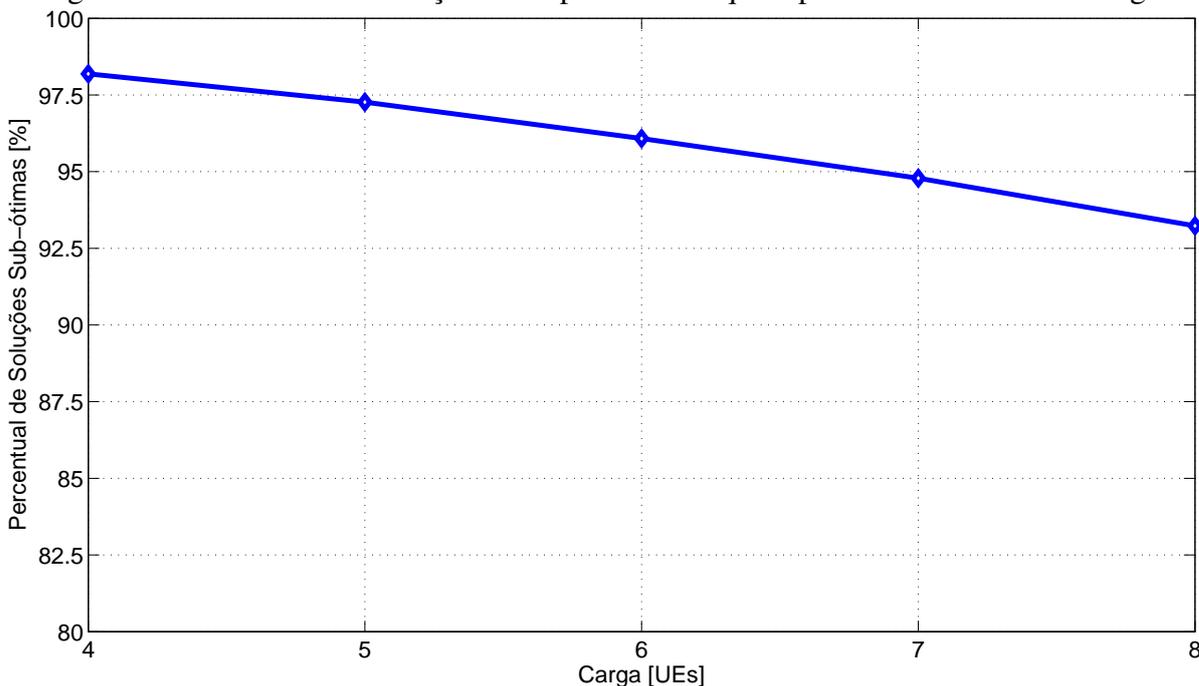
mente 8% dos casos e superiores ao MRCS em mais de 20% dos casos. Essas são amostras onde os ganhos de sinal por adicionar um repetidor ao problema não compensaram o sacrifício de metade do tempo de transmissão para uso exclusivo do repetidor. Deve-se mencionar ainda que

Figura 20 – CDF da eficiência espectral com 6 UEs para as soluções integradas e o ISUA.



Fonte: o autor.

Figura 21 – Percentual de soluções com posto maior que 1 para o RSDR em cada carga.



Fonte: o autor.

essa melhora de desempenho proporcionada pelo repetidor vem com o custo de uma necessidade maior de sinalização. Note que o IMRCS apresenta uma eficiência espectral maior que o MRCS em todos os percentis, mas ainda é superado pelo NRS nos percentis acima do 90º percentil. O ISUA no IMRCS, RIR e RSDR apresentaram um desempenho similar ao Limite Superior em eficiência espectral.

Na Figura 21 apresentamos o percentual de soluções com  $\text{rank}(\mathbf{M}) > 1$  para o RSDR em cada carga. Este é o percentual de realizações com solução subótima pelo RSDR. Podemos ver que mais de 92% das realizações necessitaram usar o método *RandB* em todas as cargas. No entanto, a Figura 8 e Figura 20 evidenciam que muitas destas realizações alcançaram um desempenho próximo do ótimo, se não ótimo, depois de usar o *RandB*.

### 3.4 Conclusões

Neste capítulo, discutimos um cenário onde aplicamos *Beamforming* / Direcionamento de Feixes (BF) em um sistema *multicast* com um único GM e um repetidor com uma única antena. O repetidor permite uma maior flexibilidade e adaptação do sistema às características de canal e distribuição de UEs do local, focando a cobertura em um região desejada.

Para acomodar o repetidor e evitar interferência entre os sinais da BS e do repetidor, dividimos a transmissão em duas fases. Na primeira fase apenas a BS transmite para os UEs e o repetidor. Já na segunda fase, apenas o repetidor transmite para os UEs. Ao fim das duas fases, os UEs combinam os sinais obtidos nas duas fases usando MRC.

Diversas soluções foram propostas para este cenário. Na primeira, o problema é dividido em dois subproblemas: o subproblema de repetição e o subproblema de pré-codificação. No subproblema de repetição abordamos 3 diferentes esquemas variando em complexidade computacional e desempenho para adaptar soluções para o caso sem repetidor ao canal efetivo com repetidor. Já no subproblema de pré-codificação, qualquer solução de pré-codificação para o caso de um único grupo sem repetidor pode ser usada. Essa flexibilidade é a principal vantagem desta abordagem, permitindo usar pré-codificadores com os mais variados objetivos sem alterar o esquema de repetição.

Além disso, propomos duas soluções para o problema completo. Na primeira aplicamos o algoritmo SDR disponível na literatura ao canal equivalente da combinação do canal direto e via repetidor. Já a segunda solução é uma heurística focada em iterativamente aumentar a SNR do pior UE através de uma combinação linear entre o filtro de pré-codificação atual e o filtro ótimo do UE dado pelo MF.

Resultados de simulação mostraram que as duas soluções do problema completo e o esquema iterativo da divisão em subproblemas tiveram desempenhos próximos ao ótimo. Em especial o RIR, com um dos melhores desempenhos e baixa complexidade computacional. Os resultados também mostraram que o ganho em sinal do esquema de transmissão em duas fases

compensa as perdas da fase de transmissão adicional.

As principais conclusões deste capítulo são:

- Os ganhos da divisão em duas fases compensam as perdas do intervalo de transmissão adicional;
- O RIR possui um desempenho próximo ao ótimo com baixa complexidade computacional;
- A divisão em subproblemas permite o uso de diferentes objetivos, sem a necessidade de alterações no esquema de repetição.

## 4 SISTEMA MULTICAST COM MÚLTIPLOS GMs

Neste capítulo estudamos o problema *Max-Min-Fair* (MMF) *multicast* com múltiplos Grupo *Multicasts* (GMs) e sem Repetidor, expresso em (2.27). Esta é uma extensão do *Beamforming* / Direcionamento de Feixes (BF) com um único GM discutido no capítulo anterior, para o caso onde múltiplos GMs compartilham um único recurso de rádio como, por exemplo, uma banda de frequência. A motivação desta abordagem é explorar a dimensão espacial, provida pelas múltiplas antenas, para obter uma utilização mais eficiente dos recursos de rádio, aumentando o número de *User Equipment* / Equipamento de Usuários (UEs) suportados pelo sistema, e fazendo um uso mais eficiente do espectro de frequência, que é limitado.

Infelizmente, os múltiplos GMs vão resultar em interferência de múltiplo acesso, já que o sinal endereçado a um certo GM é um sinal indesejado para os outros GMs. A interferência entre os GMs é um elemento crítico neste contexto. Os efeitos da interferência são observados tanto no acoplamento entre os múltiplos GMs, onde o filtro de pré-codificação de um GM afeta a *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio* / Razão Sinal-Ruído mais Interferência (SINR) dos outros, quanto na necessidade de gerenciar a distribuição da potência entre os GMs, onde alocar mais potência para um GM não só consome potência que poderia ser usada em outros GMs quanto aumenta a interferência neles. O desafio neste contexto é desenvolver algoritmos eficientes e capazes de suprimir a interferência de múltiplo acesso indesejada entre os GMs, enquanto provê a melhor qualidade de sinal possível aos UEs dos diferentes GMs.

Diferente do capítulo anterior, nos estudos deste capítulo do cenário com múltiplos GMs não consideramos a presença de um repetidor. Um repetidor introduz mais uma fonte de interferência no sistema e, como discutido anteriormente, a gerência de interferência é um dos principais limitantes do desempenho neste cenário. O aumento da capacidade do sistema no contexto deste capítulo se dá pela exploração da dimensão espacial na separação em diferentes GMs compartilhando o mesmo recurso, ao invés dos ganhos em diversidade e potência do sinal útil do contexto com repetidor.

Este capítulo está dividido da seguinte maneira. Na seção 4.1 apresentamos uma solução da literatura para (2.27) baseada em *Semi Definite Relaxation* / Relaxação Semi Definida (SDR). Já na seção 4.2 propomos uma solução de menor complexidade computacional baseada na “rotação” dos filtros de transmissão complexos, melhorando iterativamente a SINR do UE com pior SINR. Na seção 4.3 apresentamos resultados de simulação comparando a solução proposta à solução da literatura. Finalmente, na seção 4.4 apresentamos nossas conclusões com

relação ao cenário multicast com múltiplos GMs.

#### 4.1 SDR com Múltiplos GMs (SDRM)

Nesta seção, apresentamos uma solução para o problema MMF (2.27) disponível na literatura. Usaremos esta solução como solução de comparação na seção 4.3.

Em [42] o autor estende os mesmos dois problemas de [22] para o caso com múltiplos GMs. O primeiro problema abordado é o *Power Minimization with SNR Restrictions / Minimização da Potência com Restrições de SNR (PMSR)*. Este problema pode ser descrito como

$$\min_{\{\mathbf{m}_g\}_{g=1}^G, \{p_g\}_{g=1}^G} \sum_{g=1}^G p_g \quad (4.1)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} |(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i|^2 p_i + \sigma^2} &\geq \gamma_g^*, & \forall j \in \mathcal{J}_g, \forall g \in \mathcal{G}, \\ \|\mathbf{m}_g\|^2 &= 1, & \forall g \in \mathcal{G}, \end{aligned}$$

em que  $\gamma_g^*$  é a SINR mínima exigida para todos os UEs do GM  $g$ .

O problema (4.1) pode não ser factível por causa da interferência excessiva nos casos em que os requerimentos de SINR mínima são muito exigentes ou quando os canais de UEs em diferentes GMs são muito correlacionados [42]. Nestes casos, é necessário reduzir as exigências de SINR mínima ou negar serviço a alguns UEs. Assim como a versão para um único GM em [22], este problema não é convexo e é NP-difícil.

Para reformatar o problema (4.1) precisamos reescrever a equação da potência do pré-codificador

$$p_g = \|\mathbf{m}_g\|^2 p_g = \mathbf{m}_g^H \mathbf{m}_g p_g = \text{trace}(\mathbf{m}_g^H \mathbf{m}_g p_g) = \text{trace}(\mathbf{m}_g \mathbf{m}_g^H p_g) = \text{trace}(\mathbf{M}_g), \quad (4.2)$$

e da SINR (2.3). Assim

$$\begin{aligned}
\gamma_j &= \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} |(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i|^2 p_i + \sigma^2} \\
&= \frac{((\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g)((\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g)^H p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} ((\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i)((\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i)^H p_i + \sigma^2} \\
&= \frac{(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g \mathbf{m}_g^H \overline{\mathbf{h}_{\text{dir},j}} p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} (\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i \mathbf{m}_i^H \overline{\mathbf{h}_{\text{dir},j}} p_i + \sigma^2} \\
&= \frac{\text{trace}((\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g \mathbf{m}_g^H \overline{\mathbf{h}_{\text{dir},j}}) p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} \text{trace}((\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i \mathbf{m}_i^H \overline{\mathbf{h}_{\text{dir},j}}) p_i + \sigma^2} \\
&= \frac{\text{trace}(\overline{\mathbf{h}_{\text{dir},j}} (\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g \mathbf{m}_g^H) p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} \text{trace}(\overline{\mathbf{h}_{\text{dir},j}} (\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i \mathbf{m}_i^H) p_i + \sigma^2} \\
&= \frac{\text{trace}(\mathbf{R}_j \mathbf{M}_g)}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} \text{trace}(\mathbf{R}_j \mathbf{M}_i) + \sigma^2}. \tag{4.3}
\end{aligned}$$

em que  $\mathbf{M}_g = \mathbf{m}_g \mathbf{m}_g^H p_g$  e  $\mathbf{R}_j = \mathbf{h}_{\text{dir},j} (\mathbf{h}_{\text{dir},j})^H$ .

Usando (4.3) e (4.2) reformatamos o problema para

$$\min_{\{\mathbf{M}_g\}_{g=1}^G} \sum_{g=1}^G \text{trace}(\mathbf{M}_g) \tag{4.4}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\text{trace}(\mathbf{R}_j \mathbf{M}_g) &\geq \gamma_g^* \sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} \text{trace}(\mathbf{R}_j \mathbf{M}_i) + \gamma_g^* \sigma^2, & \forall j \in \mathcal{J}_g, \forall g \in \mathcal{G}, \\
\mathbf{M}_g &\succeq 0, & \forall g \in \mathcal{G}, \\
\text{rank}(\mathbf{M}_g) &= 1, & \forall g \in \mathcal{G},
\end{aligned}$$

em que a restrição  $\text{rank}(\mathbf{M}_g) = 1$  garante que a matriz  $\mathbf{M}_g$  pode ser decomposta na forma apresentada em (4.2). Se relaxarmos a restrição não convexa de posto 1 temos

$$\min_{\{\mathbf{M}_g\}_{g=1}^G} \sum_{g=1}^G \text{trace}(\mathbf{M}_g) \tag{4.5}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\text{trace}(\mathbf{R}_j \mathbf{M}_g) &\geq \gamma_g^* \sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} \text{trace}(\mathbf{R}_j \mathbf{M}_i) + \gamma_g^* \sigma^2, & \forall j \in \mathcal{J}_g, \forall g \in \mathcal{G}, \\
\mathbf{M}_g &\succeq 0, & \forall g \in \mathcal{G}.
\end{aligned}$$

Este problema consiste em uma função objetivo linear,  $JG$  restrições de desigualdade lineares e  $G$  restrições semi-definidas positivas. Este é um problema de Programação Semi-Definida que pode ser resolvido usando o *toolbox* SeDuMi [67].

Em geral, a solução do problema (4.5) não será formada por matrizes com posto 1, já que esta restrição não está presente no problema. Assim, uma técnica de randomização será usada como em [22]. Se o problema (4.5) for factível,  $N_{\text{rand}}$  soluções candidatas serão geradas a partir de randomização Gaussiana e a solução candidata com a menor potência total é escolhida como solução.

O processo de randomização Gaussiana é o seguinte. Para os GMs com posto 1,  $\mathbf{m}_g$  é dado pelo autovetor principal de  $\mathbf{M}_g$ . Já para os outros GMs, o filtro é gerado usando a equação  $\mathbf{m}_g = \mathbf{U}_g \Sigma_g \mathbf{r}_l$  onde  $\mathbf{r}_l \in \mathbb{C} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ , garantindo que  $E[\mathbf{m}_g(\mathbf{m}_g)^H] = \mathbf{M}_g$ .

No entanto, o processo de randomização para tornar a solução relaxada factível é bem mais complexo no cenário com múltiplos GMs. Como cada GM pode ter uma potência de transmissão independente, a potência de um GM afeta a interferência e a SINR dos outros GMs. Logo, a potência dos GMs deve ser otimizada para cada solução candidata gerada a partir da randomização dos  $\mathbf{M}_g$  ótimos do problema (4.5). Por isso, para cada solução candidata  $\{\mathbf{m}_g\}_{g=1}^G$  gerada pelo algoritmo de randomização, temos que encontrar a alocação de potência entre os GMs  $\{p_g\}_{g=1}^G$ . Definimos então o problema de alocação de potência

$$\min_{\{p_g\}_{g=1}^G} \sum_{g=1}^G \psi_g p_g \quad (4.6)$$

sujeito a:

$$\frac{\phi_{g,j} p_g}{\sum_{l \neq g} \phi_{l,j} p_l + \sigma^2} \geq \gamma_g^*, \quad \forall j \in \mathcal{J}_g, \forall g \in \mathcal{G},$$

$$p_g \geq 0, \quad \forall g \in \mathcal{G},$$

em que  $\phi_{g,j} = |(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g|^2$  e  $\psi_g = \|\mathbf{m}_g\|^2$ . Este é uma problema linear que pode ser resolvido de forma ótima por algoritmos como o simplex [72]. Entre todas soluções candidatas  $\{\mathbf{m}_g\}_{g=1}^G$  para que o problema (4.6) seja factível, será escolhida a que resulta na menor potência total.

Em [42] uma solução para o problema MMF (2.27) também é proposta. Primeira-

mente, o problema MMF (2.27) é reescrito como

$$\max_{\{\mathbf{m}_g\}_{g=1}^G, \{p_g\}_{g=1}^G} t \quad (4.7)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \frac{|(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g}{\sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} |(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_i|^2 p_i + \sigma^2} &\geq t, & \forall j \in \mathcal{J}_g, \forall g \in \mathcal{G}, \\ \|\mathbf{m}_g\|^2 &= 1, & \forall g \in \mathcal{G}, \\ \sum_{g \in \mathcal{G}} p_g &= p, \end{aligned}$$

que usando a notação com matrizes fica

$$\max_{\{\mathbf{M}_g\}_{g=1}^G} t \quad (4.8)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \text{trace}(\mathbf{R}_j \mathbf{M}_g) - t \left( \sum_{i \in \mathcal{G}, i \neq g} \text{trace}(\mathbf{R}_j \mathbf{M}_i) + \sigma^2 \right) &\geq 0, & \forall j \in \mathcal{J}_g, \forall g \in \mathcal{G}, \\ \sum_{g=1}^G \text{trace}(\mathbf{M}_g) &= p, \\ \mathbf{M}_g &\succeq 0, & \forall g \in \mathcal{G} \\ t &> 0. \end{aligned}$$

O autor de [42] demonstra que os problemas (4.8) e (4.5) são equivalentes quando a SINR mínima  $t$  da solução ótima de (4.8) é igual à SINR mínima requerida  $\gamma_g^*$  em (4.5). Assim, podemos resolver (4.8) encontrando o maior valor  $\gamma_g^*$  para o qual (4.5) é factível e  $\sum_{g=1}^G \text{trace}(\mathbf{M}_g) = p$ .

Isso pode ser alcançado aplicando o algoritmo de bissecção [58] em (4.5) no intervalo de 0 até  $(p \|\mathbf{h}_{\text{dir},j}\|^2 / \sigma^2)$ . Note que o passo da randomização não é necessário depois de cada iteração de (4.5) no algoritmo de bissecção, sendo necessária apenas depois do processo fornecer o valor de  $\gamma_g^*$  ótimo.

Após encontrar o valor de  $\gamma_g^*$  ótimo, o processo de randomização será necessário se pelo menos uma das matrizes  $\mathbf{M}_g$  tiver posto maior que 1. Usamos novamente a randomização Gaussiana gerando  $N_{\text{rand}}$  soluções e aplicando o controle de potência a cada uma delas.

Para o problema MMF (2.27), o problema de controle de potência respectivo é dado

por

$$\max_{\{p_g\}_{g=1}^G} t \quad (4.9)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{g,j} p_g}{\sum_{l \neq g}^G \phi_{l,j} p_l + \sigma^2} &\geq t, & \forall j \in \mathcal{J}_g, \forall g \in \mathcal{G}, \\ \sum_{g=1}^G \psi_g p_g &= p, \\ p_g &\geq 0, & \forall g \in \mathcal{G}. \end{aligned}$$

Diferente do problema (4.6), o problema (4.9) não é um problema linear devido às  $G$  restrições não lineares de SINR. No entanto, assim como os problemas (4.8) e (4.5), os problemas (4.9) e (4.6) são equivalentes.

Logo, usamos novamente o algoritmo de bissecção [58] em (4.6) procurando o maior valor de  $\gamma_g^*$  para o qual o problema (4.6) é factível e  $\sum_{g=1}^G \beta_g p_g = p$ . O espaço de busca para  $\gamma_g^*$  é entre 0 e o valor ótimo de  $t$  encontrado na solução de (4.8)  $t^*$ .

Vamos agora considerar a complexidade computacional desta solução. A complexidade computacional do problema (4.5) é  $\mathcal{O}((\sqrt{GA} \log(1/\varepsilon_1))(G^3 A^6 + JGA^2))$  [42], onde  $\varepsilon_1$  é a precisão da solução. A complexidade computacional do problema (4.6) é  $\mathcal{O}(\sqrt{G} \log(1/\varepsilon_2))(G^3 + MG)$  [42], onde  $\varepsilon_2$  é a precisão desta solução. O algoritmo da bissecção terá um número de iterações fixo dado pelos limites superior  $U$  e a precisão  $\zeta$  na forma  $\mathcal{O}(\log_2(U/\zeta))$ . Como todas as parcelas da complexidade computacional de (4.6) são inferiores às presentes na de (4.5), temos a complexidade computacional total de  $\mathcal{O}(\log_2(U/\zeta)(\sqrt{GA} \log(1/\varepsilon_1))(G^3 A^6 + JGA^2))$ .

## 4.2 *Multigroup Iterative Rotation / Rotação Iterativa Multi-Grupo (MIRG)*

Nesta seção apresentamos nossa proposta de solução para o problema (2.27). O objetivo do algoritmo *Multigroup Iterative Rotation / Rotação Iterativa Multi-Grupo (MIRG)* é atingir um desempenho equivalente ao *SDR* com Múltiplos *GMs* (*SDRM*) da seção 4.1, mas com uma menor complexidade computacional. O MIRG é apresentado no Algoritmo 3.

Começamos o algoritmo definindo os valores iniciais de  $p_g$  e  $p_g^\dagger$ , mantendo a potência igualmente distribuída entre os GM. Definimos também  $\gamma_g^\dagger = 0$ . Na próxima etapa, encontramos o filtro ótimo para cada UE. Este filtro é dado pelo *Matched Filter / Filtro Casado (MF)* para esta UE.

Na sequência definimos o filtro inicial por GM. Para cada GM testamos o filtro ótimo de todos os UEs do GM e selecionamos o que resulta na maior SINR mínima. O fato de os filtros dos outros GMs ainda estarem com valores provisórios não é um problema, desde que os filtros fiquem constantes durante o teste para todos os GMs. Desta forma, apenas a potência útil varia enquanto a interferência permanece fixa.

Os melhores filtros e distribuição de potência já encontrados para cada GM ficam guardados em  $\mathbf{m}_g^\dagger$  e  $p_g^\dagger$ . Portanto o melhor resultado já encontrado é usado, mesmo que o algoritmo divirja para soluções menos eficientes.

Em seguida, começamos as iterações para otimizar os filtros iniciais. Essas iterações serão repetidas  $N_{\max}$  vezes. O primeiro passo da iteração é encontrar o UE  $j^*$  com a pior SINR e o GM  $g^*$  a que ele pertence. O próximo passo é verificar se está na hora de remover a interferência no pior UE. Esse passo é efetuado em uma a cada  $N_{\text{inter}}$  iterações.

A remoção de interferência, apresentada no Algoritmo 4, é feita removendo do filtro do GM  $\mathbf{m}_g$  a projeção do canal ótimo do UE com a pior SINR nele. Isso é feito para todos os GMs, com exceção do GM do pior UE. Nos casos excepcionais em que a norma do novo filtro antes da normalização é muito pequena (menor que  $\varepsilon$ ), o filtro não é alterado. Após cada alteração, o pior UE e GM devem ser recalculados. Este passo evita que o algoritmo fique preso em máximos locais, obrigando o algoritmo a re-otimizar os filtros, depois remover a interferência dos outros GMs no UE com a pior SINR.

Se o algoritmo estiver na fase 2, o processo de otimizar o filtro do pior UE, detalhado no Algoritmo 5, é executado. De forma similar ao algoritmo *Relayed Iterative Rotation* / Rotação Iterativa com Repetidor (RIR) da seção 3.2.1, fazemos isso “rotacionando” iterativamente o vetor complexo  $\mathbf{m}_{g^*}$  a fim de aumentar a similaridade entre o filtro ótimo  $\mathbf{v}_{j^*}$  para o UE com a pior *Signal-to-Noise Ratio* / Razão Sinal-Ruído (SNR) no momento  $j^*$ , ao mesmo tempo em que mantemos uma alta similaridade com o filtro atual  $\mathbf{m}_{g^*}$ . Para fazer esta combinação calculamos a parte do filtro ótimo para o pior UE  $\mathbf{v}_{j^*}$ , que é ortogonal a  $\mathbf{m}_{g^*}$  (a parte do filtro que não está contida em  $\mathbf{m}_{g^*}$ ) usando a equação

$$\mathbf{z} \leftarrow (\mathbf{v}_{j^*} - \mathbf{m}_{g^*}^H \mathbf{v}_{j^*} \mathbf{m}_{g^*}) / \|\mathbf{v}_{j^*} - \mathbf{m}_{g^*}^H \mathbf{v}_{j^*} \mathbf{m}_{g^*}\|. \quad (4.10)$$

Então fazemos uma combinação linear entre o  $\mathbf{m}$  atual e  $\mathbf{z}$ , como em

$$\mathbf{m}_{g^*} \leftarrow (1 - \alpha) \mathbf{m}_{g^*} + \beta \mathbf{z}, \quad (4.11)$$

em que  $\alpha$  e  $\beta$  respeitam (3.11).

Como estamos gradualmente aumentando a projeção do filtro  $\mathbf{m}_{g^*}$  no filtro ótimo para o pior UE, podemos garantir que a SNR deste UE irá aumentar. Além disso, como parte do filtro anterior se mantém na combinação, qualquer redução na SNR dos outros UEs, também será gradual.

O valor absoluto da constante  $\beta$  vai controlar a velocidade com que o algoritmo converge para o filtro ótimo do UE com o pior canal,  $\mathbf{v}_{j^*}$ . Um  $|\beta|$  baixo vai exigir mais iterações enquanto um  $|\beta|$  alto vai tornar o algoritmo instável, porque o UE com a pior SNR muda constantemente devido às grandes mudanças no filtro  $\mathbf{m}_{g^*}$ . Um valor de  $|\beta| = |(\mathbf{z})^H \mathbf{v}_{j^*}|$  leva à SNR mais alta possível para o UE  $j^*$  e será usado como o nosso limite superior para  $|\beta|$ .

Logo, é possível controlar a convergência fazendo  $|\beta|$  igual ao mínimo entre  $\delta$  e  $|(\mathbf{z})^H \mathbf{v}_{j^*}|$ . Nos casos excepcionais em que a norma do novo filtro é muito pequena, o filtro não é alterado.

Se o algoritmo estiver na fase 1, executamos o controle de potência entre os GMs detalhado no Algoritmo 6. Diferente da fase 2, a fase 1 necessita saber qual o GM com a maior SINR mínima  $g^\dagger$ . Cada iteração do controle de potência remove um percentual, controlado por  $\Delta_f$ , da potência do GM  $g^\dagger$  e repassa para o GM da UE com a pior SINR  $g^*$ . Ao fim da iteração as informações sobre os GMs e UEs com melhores e piores SINRs são recalculadas. Finalmente, calculamos a diferença  $\Delta_s$  entre a SINR mínima do melhor e pior GM. Se  $\Delta_s < \delta$ , o balanceamento de SINR via controle de potência está próximo ao máximo e mudamos para a fase 2.

Ao fim da iteração, verificamos se a SINR mínima  $\gamma_{j^*}$  é maior que a obtida pelo melhor conjunto de filtros até agora  $\gamma^\dagger$ . Caso seja melhor, os filtros e distribuição de potência atuais são armazenados substituindo os anteriores.

Ao fim de todas as iterações,  $p_g^\dagger$  e  $\mathbf{m}_g^\dagger$  são recuperados e uma última fase de controle de potência é executada com uma exigência de desbalanceamento entre as SINRs de GMs menor do que  $\delta_{\text{final}}$ .

A operação com o maior custo computacional no MIRG é o cálculo da SINR, descrito no Algoritmo 7. Para o cálculo da SINR de todos os UEs temos dois laços, um com  $J$  iterações e outro com  $G$  iterações, resultando em uma complexidade inicial de  $\mathcal{O}(JG)$ . Como a operação de maior custo computacional dentro do laço é uma multiplicação de vetores, ficamos com uma complexidade de  $\mathcal{O}(JGA)$ . E, finalmente, como a SINR é calculada  $N_{\text{max}}$  vezes, temos a complexidade final de  $\mathcal{O}(JGAN_{\text{max}})$ .

**Algoritmo 3: Multigroup Iterative Rotation / Rotação Iterativa Multi-Grupo.**


---

```

1:  $phase \leftarrow 1$ 
2: for  $g = 1..G$  do
3:    $p_g \leftarrow p/G, \quad p_g^\dagger \leftarrow p_g, \quad \gamma_g^\dagger \leftarrow 0$ 
4: end for
5: for  $j = 1..J$  do
6:    $g \leftarrow g_j$ 
7:    $\mathbf{v}_j \leftarrow (\mathbf{h}_{dir,j})^H / \|\mathbf{h}_{dir,j}\|$ 
8:    $\mathbf{m}_g \leftarrow \mathbf{v}_j$ 
9:    $\gamma \leftarrow \min_{j \in \mathcal{J}_g} \gamma_j$ 
10:  if  $\gamma > \gamma_g^\dagger$  then
11:     $\gamma_g^\dagger \leftarrow \gamma, \quad \mathbf{m}_g^\dagger \leftarrow \mathbf{m}_g$ 
12:  end if
13: end for
14: for  $n = 1..N_{max}$  do
15:    $j^* \leftarrow \arg \min_{j \in \mathcal{J}} \gamma_j, \quad g^* \leftarrow g_{j^*}$ 
16:   if  $\text{mod}(n, N_{inter}) = 0$  then
17:     executar Algoritmo 4
18:     executar Algoritmo 7
19:   end if
20:   if  $phase = 2$  then
21:     executar Algoritmo 5
22:     executar Algoritmo 7
23:   end if
24:   if  $phase = 1$  then
25:      $g^\dagger \leftarrow \arg \max_{g \in \mathcal{G}} \min_{j \in \mathcal{J}_g} \gamma_j$ 
26:     executar Algoritmo 6
27:     executar Algoritmo 7
28:     if  $\Delta_s < \delta$  then
29:        $phase \leftarrow 2$ 
30:     end if
31:   end if
32:    $j^* \leftarrow \arg \min_{j \in \mathcal{J}} \gamma_j, \quad g^* \leftarrow g_{j^*}, \quad g^\dagger \leftarrow \arg \max_{g \in \mathcal{G}} \min_{j \in \mathcal{J}_g} \gamma_j$ 
33:   if  $\gamma_{j^*} > \gamma^\dagger$  then
34:      $\gamma^\dagger \leftarrow \gamma_{j^*}$ 
35:     for  $g = 1..G$  do
36:        $p_g^\dagger \leftarrow p_g, \quad \mathbf{m}_g^\dagger \leftarrow \mathbf{m}_g$ 
37:     end for
38:   end if
39: end for
40: for  $g = 1..G$  do
41:    $p_g \leftarrow p_g^\dagger, \quad \mathbf{m}_g \leftarrow \mathbf{m}_g^\dagger$ 
42: end for
43:  $j^* \leftarrow \arg \min_{j \in \mathcal{J}} \gamma_j, \quad g^* \leftarrow g_{j^*}, \quad g^\dagger \leftarrow \arg \max_{g \in \mathcal{G}} \min_{j \in \mathcal{J}_g} \gamma_j$ 
44:  $\Delta_s \leftarrow (\min_{j \in \mathcal{J}_g^\dagger} \gamma_j) - \gamma_{j^*}$ 
45: while  $\Delta_s > \delta_{final}$  do
46:   executar Algoritmo 6
47: end while

```

---

**Algoritmo 4:** Remoção da Interferência no pior UE do MIRG.

---

```

1: for  $g = 1..G$  do
2:   if  $g \neq g^*$  then
3:      $\mathbf{z} \leftarrow (\mathbf{m}_g - \mathbf{v}_{j^*}^H \mathbf{m}_g \mathbf{v}_{j^*})$ 
4:     if  $\|\mathbf{z}\| > \varepsilon$  then
5:        $\mathbf{m}_g \leftarrow \mathbf{z}/\|\mathbf{z}\|$ 
6:        $j^* \leftarrow \arg \min_{j \in \mathcal{J}} \gamma_j, \quad g^* \leftarrow g_{j^*}$ 
7:     end if
8:   end if
9: end for

```

---

**Algoritmo 5:** Alinhamento com pior UE do MIRG.

---

```

1:  $\mathbf{z} \leftarrow (\mathbf{v}_{j^*} - \mathbf{m}_{g^*}^H \mathbf{v}_{j^*} \mathbf{m}_{g^*})$ 
2: if  $\|\mathbf{z}\| > \varepsilon$  then
3:    $\mathbf{z} \leftarrow \mathbf{z}/\|\mathbf{z}\|$ 
4:    $\beta \leftarrow \min(|(\mathbf{z})^H \mathbf{v}_{j^*}|, \delta) e^{-i\angle(\mathbf{m}_{g^*}^H \mathbf{v}_{j^*})}$ 
5:    $\alpha \leftarrow 1 - \sqrt{1 - |\beta|^2}$ 
6:    $\mathbf{m}_{g^*} \leftarrow (1 - \alpha)\mathbf{m}_{g^*} + \beta\mathbf{z}$ 
7: else
8:    $phase \leftarrow 1$ 
9: end if

```

---

**Algoritmo 6:** Controle da Potência dos GMs do MIRG.

---

```

1:  $f \leftarrow p_{g^\dagger} \Delta_f$ 
2:  $p_{g^\dagger} \leftarrow p_{g^\dagger} - f$ 
3:  $p_{g^*} \leftarrow p_{g^*} + f$ 
4:  $j^* \leftarrow \arg \min_{j \in \mathcal{J}} \gamma_j, \quad g^* \leftarrow g_{j^*}, \quad g^\dagger \leftarrow \arg \max_{g \in \mathcal{G}} \min_{j \in \mathcal{J}_g} \gamma_j$ 
5:  $\Delta_s \leftarrow (\min_{j \in \mathcal{J}_{g^\dagger}} \gamma_j) - \gamma_{j^*}$ 

```

---

**Algoritmo 7:** Cálculo da SINR de todos os UEs.

---

```

1: for  $j = 1..J$  do
2:    $i_j \leftarrow 0$ 
3:   for  $g = 1..G$  do
4:     if  $g = g_j$  then
5:        $\chi_j \leftarrow |(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g$ 
6:     else
7:        $i_j \leftarrow i_j + |(\mathbf{h}_{\text{dir},j})^T \mathbf{m}_g|^2 p_g$ 
8:     end if
9:   end for
10:   $\gamma_j = \chi_j / (i_j + \sigma^2)$ 
11: end for

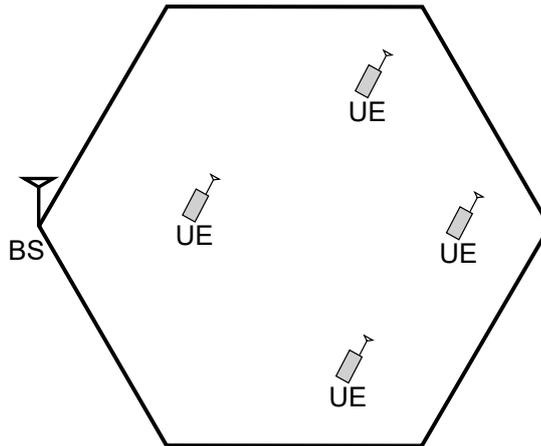
```

---

### 4.3 Análise via Simulação

O cenário de simulação do exemplo consiste em um único setor hexagonal compreendendo uma BS equipada com um arranjo linear em um dos extremos do hexágono e vários UEs com uma única antena distribuídos uniformemente no setor, como mostrado na Figura 22.

Figura 22 – Layout do setor.



Fonte: o autor.

Um modelo de canal sem linha de visada é considerado, em que o desvanecimento rápido é modelado como uma variável aleatória Gaussiana complexa e circularmente simétrica e o sombreamento é modelado como uma distribuição log-normal. A potência da *Base Station* / Estação Rádio Base (BS) é calculada para garantir uma SNR mínima de 10 dB na borda, considerando somente a perda de percurso. Neste estudo de caso, foi necessário reduzir o número de antenas na BS em comparação ao capítulo anterior, de 4 para 3, de forma a se obter um tempo de simulação viável do algoritmo de comparação SDRM. O número de realizações e outros parâmetros específicos dos algoritmos foram definidos empiricamente para garantir a convergência das soluções, de forma a se obter curvas suaves e estáveis. Os parâmetros da simulação são apresentados na Tabela 5.

Na Tabela 6 apresentamos a complexidade computacional das soluções estudadas. Considerando o número de UEs  $J$ , as duas soluções são similares. Já com relação ao número de GMs  $G$  e ao número de antenas na BS  $A$ , a complexidade do MIRG é bem menor. A complexidade tem uma ordem 3 em relação a  $G$  para o SDRM, em comparação à ordem 1 do MIRG, e uma complexidade de ordem 6 em relação a  $A$  para o SDRM, em comparação à ordem 1 do MIRG. Portanto a complexidade do MIRG será bem inferior ao SDRM para números maiores de GMs e antenas.

Tabela 5 – Parâmetros de Simulação.

Parâmetro	Valor
Diâmetro da célula	334 m
Número de antenas na BS	3
Média do desvanecimento rápido	0
Variância do desvanecimento rápido	1
Variância do sombreamento	8 dB [61]
Perda de percurso	$L(d) = -35,3 - 37,6 \log_{10}(d)$ dB [71]
Padrão de antena	$A(\phi) = -\min(12(\phi/70)^2, 20)$ dB [71]
Número de realizações	30.000
$\sigma^2$	-112 dBm
$\zeta$ SDRM	0,001
$N_{\text{rand}}$ SDRM	50
$\varepsilon$ MIRG	$10^{-9}$
$N_{\text{max}}$ MIRG	5.000
$N_{\text{inter}}$ MIRG	500
$\delta$ MIRG	0,05
$\delta_{\text{final}}$ MIRG	$5 \cdot 10^{-5}$

Fonte: o autor.

Tabela 6 – Complexidade Computacional das Soluções Simuladas.

Algoritmo	Complexidade computacional
MIRG	$\mathcal{O}(N_{\text{max}}JGA)$
SDRM	$\mathcal{O}(\log_2(U/\zeta)(\sqrt{GA} \log(1/\varepsilon_1))(G^3A^6 + JGA^2))$ [42]

Fonte: o autor.

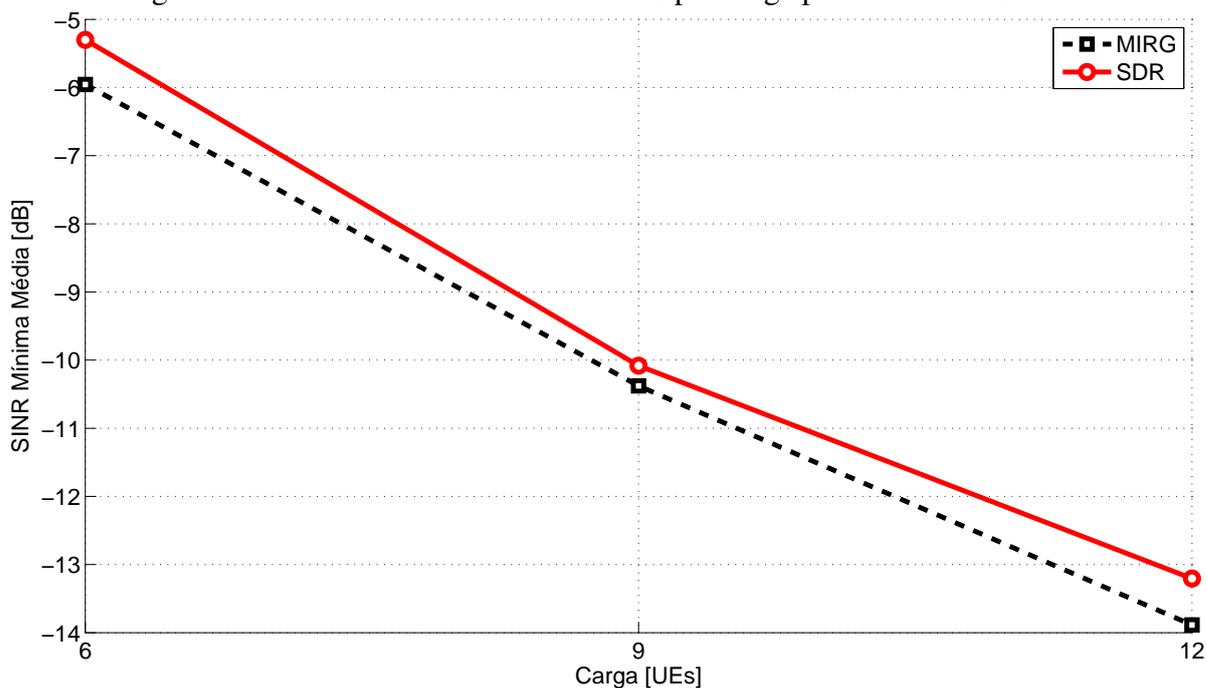
Na Figura 23 apresentamos o desempenho em termos do valor médio da SNR mínima de UE, com diferentes cargas para o MIRG e SDRM. Para as duas soluções, o desempenho de SNR média cai com o aumento da carga, devido ao número maior de UEs a serem atendidas com os mesmos recursos de rádio, exigindo que os filtros estejam alinhados com todos os UEs do GM simultaneamente e fiquem menos alinhados com cada UE individualmente. Podemos notar que a diferença entre o desempenho do MIRG e o SDRM é pequena. A perda de desempenho é de menos de 1 dB em todas as cargas.

Agora mudamos a métrica de SNR para eficiência espectral, obtida usando a fórmula da capacidade de Shannon [5]. Na Figura 24 apresentamos a eficiência espectral média do sistema com diferentes cargas para o MIRG e SDRM. Novamente o desempenho das duas soluções cai com o aumento da carga. A diferença de desempenho é de menos de 0,04 bit/s/Hz na carga de 6 UEs e a diferença diminui com o aumento da carga para aproximadamente 0,01 bit/s/Hz.

Estes dois resultados mostram que a queda no desempenho da solução proposta é pequena, mesmo com uma complexidade computacional inferior.

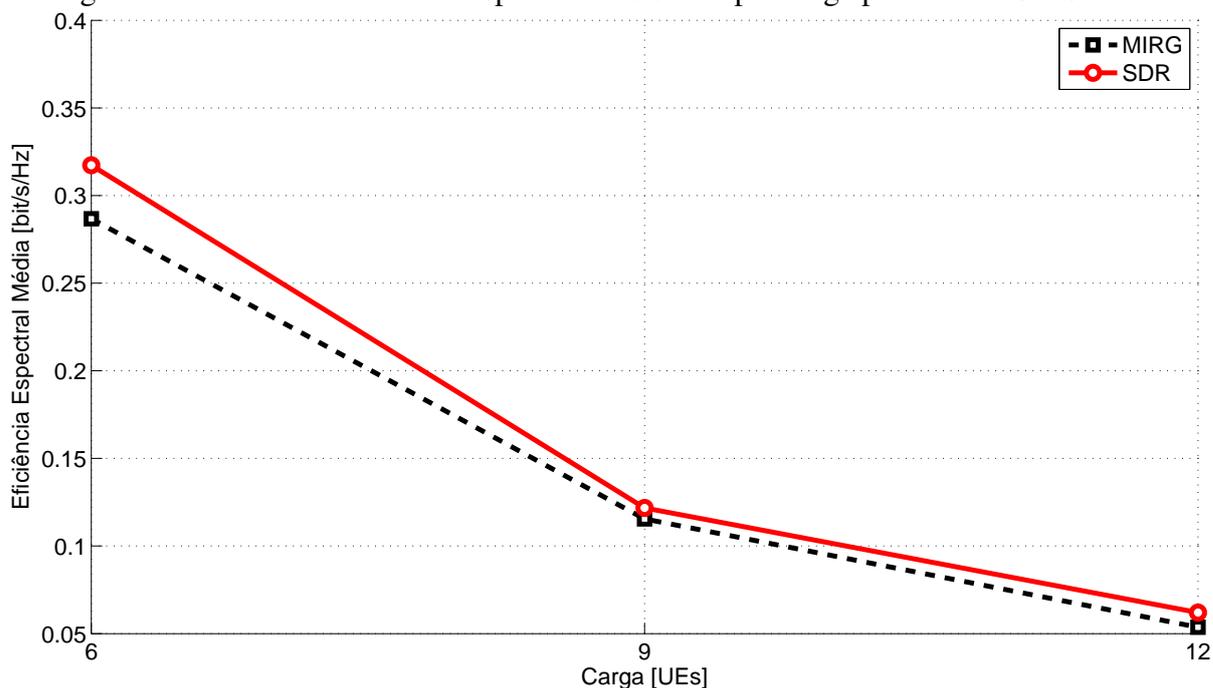
Na Figura 25 apresentamos a *Cumulative Distribution Function* / Função Distribuição de Probabilidades Acumulada (CDF) da SNR mínima entre todos os UEs para diferentes cargas

Figura 23 – Média da SNR mínima de UE por carga para MIRG e SDRM.



Fonte: o autor.

Figura 24 – Média da eficiência espectral do sistema por carga para o MIRG e SDRM.

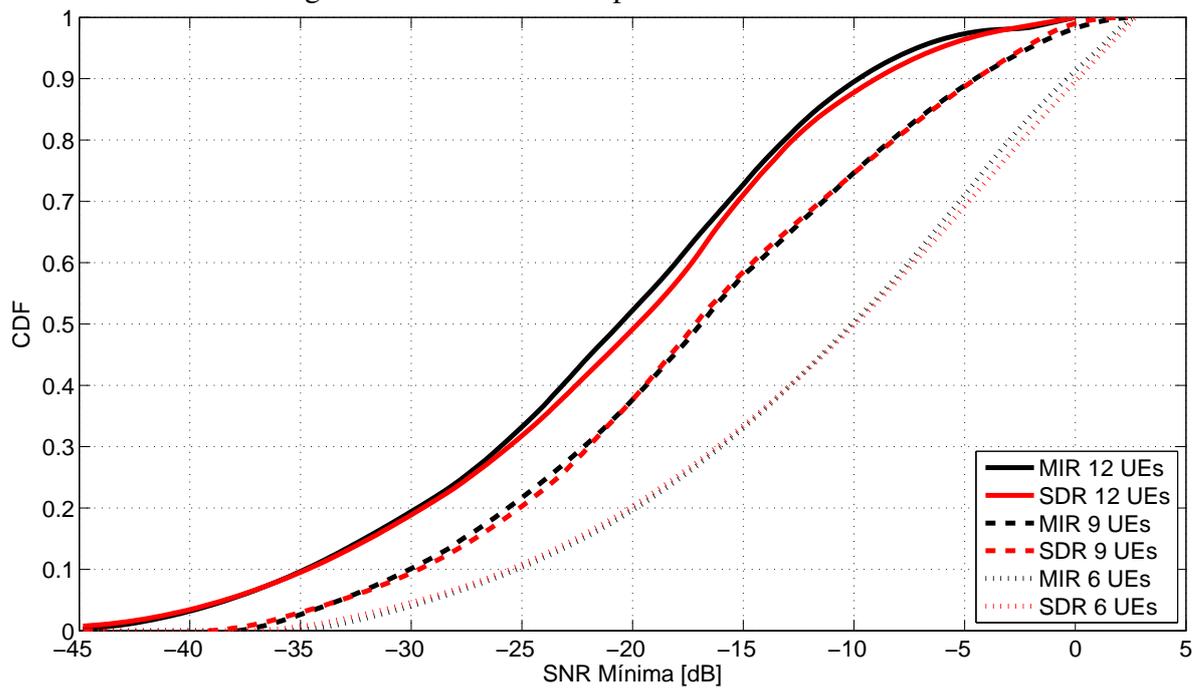


Fonte: o autor.

para o MIRG e SDRM. Podemos ver que na maioria dos percentis o SDRM tem um desempenho superior ao MIRG. Mas a diferença é pequena, com no máximo 0,8 dB na carga de 12 UEs. Além disso, em alguns percentis o MIRG apresenta um desempenho equivalente ao do SDRM, como no percentil 50 da carga de 9 UEs e no percentil 20 na carga de 6 UEs.

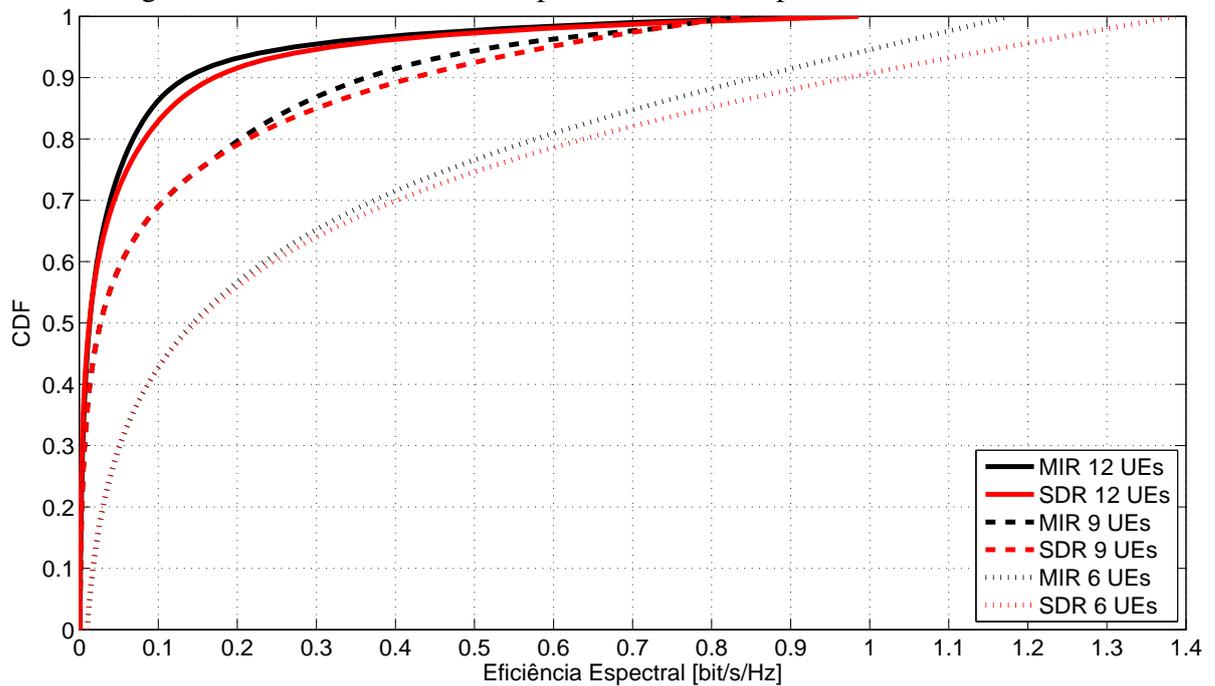
Na Figura 26 apresentamos a CDF da eficiência espectral do sistema obtida usando

Figura 25 – CDF da SNR para o MIRG e SDRM.



Fonte: o autor.

Figura 26 – CDF da eficiência espectral do sistema para o MIRG e SDRM.



Fonte: o autor.

a fórmula da capacidade de Shannon [5], para diferentes cargas, assumindo o MIRG e SDRM. Diferente da Figura 25, nesta figura o desempenho do SDRM é superior em todas as cargas e percentis.

## 4.4 Conclusões

Neste capítulo, estudamos o BF em um cenário *multicast* com múltiplos GMs. Começamos o capítulo com uma breve discussão sobre o cenário abordado e seguimos para uma solução disponível na literatura. O SDR da seção 4.1 é uma extensão do SDR para um único GM, das seções 3.1.3.3 e 3.2.2, para o caso com múltiplos GMs.

Na sequência, uma solução heurística para o problema com múltiplos GMs, inspirada no RIR da seção 3.2.1, é proposta. A ideia também é adaptar o filtro do GM ao filtro ótimo para o pior UE, mas novos passos são necessários.

Um destas novas operações é a remoção da interferência dos outros GMs no pior UE do momento. Esta operação consiste em remover totalmente a parte com projeção no canal do pior UE do filtro dos outros GMs. Isso é importante porque a interferência entre GMs é um dos principais limitantes do desempenho neste cenário. A outra operação é a alocação de potência. Neste cenário, balancear a distribuição da potência entre os GMs também tem um grande impacto na interferência entre GMs. Esta operação é realizada quando a adaptação iterativa do filtro relativo ao pior UE para de melhorar a pior SINR, e termina quando a diferença entre a pior SINR do pior e melhor grupos está menor que a precisão de balanceamento de potência desejada.

O algoritmo proposto possui a vantagem de ter complexidade inferior ao SDR, ao mesmo tempo em que os resultados de simulação mostraram que ambos atingem um desempenho similar em termos de SINR e eficiência espectral.

## 5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho estudamos o *Beamforming* / Direcionamento de Feixes (BF) em sistema *multicast* para maximizar a mínima *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio* / Razão Sinal-Ruído mais Interferência (SINR) entre todos os *User Equipment* / Equipamento de Usuários (UEs). Inicialmente, introduzimos os principais conceitos associados ao problema estudado e fizemos um apanhado do estado da arte, relacionando os principais trabalhos referentes a BF e *multicasting* em sistemas sem fio.

Depois disso, fizemos uma descrição detalhada dos modelos do sistema nos dois cenários estudados e definimos matematicamente o problema a ser resolvido.

Começamos estudando o impacto de um repetidor com uma única antena no cenário de BF em sistema *multicast* com um único Grupo *Multicast* (GM). Neste cenário, propusemos um esquema com duas fases de transmissão diferentes: uma onde apenas a *Base Station* / Estação Rádio Base (BS) transmite e uma onde só o repetidor transmite. Neste contexto, duas abordagens gerais para resolver o problema foram consideradas.

Na primeira abordagem o problema é dividido em dois subproblemas: o problema de repetição e o problema de pré-codificação. No problema de pré-codificação uma solução de BF *multicast* sem repetidor é usada para gerar o filtro de transmissão do sistema. Já no problema de repetição, a solução do problema de pré-codificação é adaptada para melhorar o sinal efetivo combinado da BS e do repetidor. O desacoplamento permite o uso de algoritmos da literatura no caso com um repetidor, sem a necessidade de alterações específicas.

Diferentes esquemas de repetição que tiram vantagem do intervalo de transmissão adicional para melhorar a *Signal-to-Noise Ratio* / Razão Sinal-Ruído (SNR) mínima dos UEs foram propostos. No primeiro, foi considerado um esquema simples, onde a pré-codificação é realizada com base somente no enlace direto, ao passo que o *Maximal Ratio Combining* / Combinação por Máxima Razão (MRC) é feito no UE de forma independente. O outro esquema consiste em um algoritmo de repetição iterativo que alterna o cálculo de pré-codificador e do MRC baseado no canal equivalente combinado da BS e do repetidor.

Na segunda abordagem, são propostas duas soluções que tentam otimizar o problema completo de uma só vez. Na primeira, o algoritmo de *Semi Definite Relaxation* / Relaxação Semi Definida (SDR) de [21] é aplicado ao canal efetivo combinado da BS e do repetidor. Na outra solução, um algoritmo heurístico otimiza iterativamente o BF para o UE com o pior canal através de uma combinação linear entre o filtro de pré-codificação atual e o filtro ótimo para o pior UE.

Também foi apresentado um limite superior para o problema usando SDR com uma matriz de canal modificada. Resultados de simulação mostraram que o ganho do esquema proposto supera a perda do intervalo de transmissão adicional, com ganhos em SNR mínima e na taxa de transmissão do sistema. Também verificou-se que algumas das soluções propostas foram capazes de atingir um desempenho próximo ao limite superior SDR, com menos de 0,8 dB de perda na SNR mínima de UE e menos de 2% de perda em eficiência espectral, além de uma complexidade computacional menor que a da solução baseada no SDR.

Também estudamos a maximização da mínima SINR no cenário de BF em sistema *multicast* com múltiplos GMs e sem repetidor. O algoritmo *Multigroup Iterative Rotation / Rotação Iterativa Multi-Grupo* (MIRG) usa uma abordagem similar ao *Relayed Iterative Rotation / Rotação Iterativa com Repetidor* (RIR), com iterações adicionais que reduzem a interferência dos outros GMs no GM do UE com a pior SINR. Resultados de simulação mostraram que o MIRG apresenta pequenas perdas em relação a algoritmo baseado em SDR, de [42], mesmo possuindo uma complexidade computacional menor.

## 5.1 Perspectivas e Trabalhos Futuros

Uma extensão direta deste trabalho seria considerar múltiplas antenas no repetidor e nos UEs. Mais antenas no repetidor permitiriam uma segunda camada de BF, potencialmente resultando em uma melhora geral na qualidade do sinal. Antenas adicionais no repetidor também permitiriam mais controle da interferência, que podem tornar viável a aplicação do repetidor em um cenário com múltiplos GMs.

O uso oportunístico do repetidor, apenas nos intervalos em que o ganho em qualidade do sinal compensa o sacrifício de metade do intervalo de transmissão para uso exclusivo do repetidor, tem o potencial de melhorar o desempenho em cenários onde isso é frequente. Mas é importante destacar que, no estudo de caso da seção 3.3, apenas em 8% das simulações o uso do repetidor resultou em uma eficiência espectral menor, como evidenciado na Figura 20.

Ainda considerando o uso de um repetidor, estudos relacionados à eficiência energética de atribuir parte da potência de transmissão disponível no sistema para o repetidor, bem como razões mais eficientes entre a potência da BS e do repetidor, são possíveis extensões deste trabalho.

Uma outra abordagem no uso de um repetidor seria usar *Space-Time Codes* no lugar do MRC, em uma tentativa de diminuir o desperdício de recursos de rádio na fase de

transmissão exclusiva para o repetidor. Uma generalização para repetidores *Decode and Forward* / Decodifica-e-Repete (DF) permitiria as soluções serem aplicadas em uma variedade maior de sistemas.

Mais antenas nos UEs permitiriam ganhos de diversidade ou taxa de transmissão, devido aos canais independentes de cada antena. No caso com múltiplos GMs, as múltiplas antenas nos UEs podem também ser usadas para controlar a interferência com técnicas de cancelamento de interferência.

Pode-se mencionar também a possibilidade de realizar análises em outros cenários, como *Vehicle To Everything* / Veículo para Tudo (V2X), ondas milimétricas ou outros previstos no 5G. Por fim, estudos relativos ao impacto de erros na estimação do canal no desempenho das soluções propostas são perspectivas de trabalhos futuros.

## REFERÊNCIAS

- 1 HAYKIN, S.; MOHER, M. *Communication Systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons Inc, 2009. ISBN 0471697907.
- 2 SHAFI, M. et al. 5G: A tutorial overview of standards, trials, challenges, deployment, and practice. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 35, n. 6, p. 1201–1221, jun. 2017.
- 3 RAPPAPORT, T. S. et al. Wideband millimeter-wave propagation measurements and channel models for future wireless communication system design. *IEEE Transactions on Communications*, v. 63, n. 9, p. 3029–3056, set. 2015.
- 4 ANDREWS, J. G. et al. What will 5G be? *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 32, n. 6, p. 1065–1082, jun. 2014.
- 5 SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, v. 27, n. 3, p. 379–423, jul. 1948. ISSN 0005-8580.
- 6 KARAGIANNIS, G. et al. Vehicular networking: A survey and tutorial on requirements, architectures, challenges, standards and solutions. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, v. 13, n. 4, p. 584–616, 2011.
- 7 LOF, C. G. Power control in cellular radio systems with multicast traffic. In: *Proc. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*. [S.l.]: IEEE, 1998. v. 2, p. 910–914.
- 8 ROSSI, M.; ZORZI, M.; FITZEKT, F. Investigation of link layer algorithms and play-out buffer requirements for efficient multicast services in 3G cellular systems. In: *Proc. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*. [S.l.]: IEEE, 2004. p. 2256–2261.
- 9 JENKAC, H. et al. Retransmission strategies for MBMS over GERAN. In: *Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. [S.l.]: IEEE, 2005. p. 1773–1779.
- 10 PURSLEY, M.; SHEA, J. Nonuniform phase-shift-key modulation for multimedia multicast transmission in mobile wireless networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 17, n. 5, p. 774–783, maio 1999.
- 11 LARSSON, E. Unitary nonuniform space-time constellations for the broadcast channel. *IEEE Communications Letters*, IEEE, v. 7, n. 1, p. 21–23, jan. 2003.
- 12 IBRAHIM, R.; GHARAVI-ALKHANSARI, M.; GERSHMAN, A. B. Exact error probability analysis of multimedia multicast transmission in MIMO wireless networks using orthogonal space-time block codes. In: *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.]: IEEE, 2005. v. 4, p. 889–892.
- 13 BAKHUIZEN, M.; HORN, U. Mobile broadcast/multicast in mobile networks. *Ericsson Review*, v. 82, jan. 2005.
- 14 OH, H. et al. Novel transmit diversity techniques for broadcast services in cellular networks. In: *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*. [S.l.]: IEEE, 2005. v. 2, p. 896–900.

- 15 CHRISTOPOULOS, D.; CHATZINOTAS, S.; OTTERSTEN, B. Multicast multigroup beamforming under per-antenna power constraints. In: *Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC)*. [S.l.]: IEEE, 2014. p. 4704–4710.
- 16 PROAKIS, J.; SALEHI, M. *Digital Communications*. 5. ed. [S.l.]: McGraw Hill/Irwin Professional, 2007. ISBN 0072957166.
- 17 FITZEK, F. H. P.; KATZ, M. D. (Ed.). *Cooperation in Wireless Networks: Principles and Applications: Real Egoistic Behavior is to Cooperate!* 1. ed. [S.l.]: Springer, 2006.
- 18 NARULA, A. et al. Efficient use of side information in multiple-antenna data transmission over fading channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 16, n. 8, p. 1423–1436, out. 1998.
- 19 LOPEZ, M. J. *Multiplexing, scheduling, and multicasting strategies for antenna arrays in wireless networks*. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, 2002.
- 20 SUN, Y.; LIU, K. J. R. Transmit diversity techniques for multicasting over wireless networks. In: *Proc. Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. [S.l.]: IEEE, 2004. v. 1, p. 593–598. ISSN 1525-3511.
- 21 SIDIROPOULOS, N.; DAVIDSON, T. Broadcasting with channel state information. In: *Proc. IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*. [S.l.]: IEEE, 2004. p. 489–493.
- 22 SIDIROPOULOS, N.; DAVIDSON, T.; LUO, Z.-Q. Transmit beamforming for physical-layer multicasting. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 54, n. 6, p. 2239–2251, jun. 2006. ISSN 1053-587X.
- 23 HUNGER, R. et al. Design of single-group multicasting-beamformers. In: *Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC)*. [S.l.]: IEEE, 2007. p. 2499–2505.
- 24 XU, X.; DU, B.; WANG, C. On the bottleneck users for multiple-antenna physical-layer multicasting. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, IEEE, v. 63, n. 6, p. 2977–2982, jul. 2014.
- 25 GOPALAKRISHNAN, B.; SIDIROPOULOS, N. D. High performance adaptive algorithms for single-group multicast beamforming. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 63, n. 16, p. 4373–4384, ago. 2015.
- 26 IBRAHIM, M. S. et al. Mirror-prox SCA algorithm for multicast beamforming and antenna selection. *CoRR*, abs/1803.00678, 2018. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1803.00678>>.
- 27 SANTOS, R. B. dos; SILVA, Y. C. B. Transmit beamforming in relayed multicast systems. In: *Proc. Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT)*. [S.l.]: SBrT, 2012. p. 1–5.
- 28 SANTOS, R. B. dos; SILVA, Y. C. B. Transmit beamforming and diversity techniques in multicast systems with a single relay. In: *Proc. International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*. [S.l.]: IEEE, 2012. p. 436–440. ISSN 2154-0217.
- 29 SANTOS, R. B.; SILVA, Y. C. B. A low-complexity transmit beamforming scheme in relayed multicast systems. *IEEE Latin America Transactions*, IEEE, v. 16, n. 3, p. 712–717, mar. 2018.

- 30 ZHANG, J.; SAYEED, A.; VEEN, B. V. Optimal transceiver design for selective wireless broadcast with channel state information. In: *Proc. IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.]: IEEE, 2002. v. 3, p. 2153–2156.
- 31 ZHANG, J.; SAYEED, A.; VANVEEN, B. Optimal space-time transceiver design for selective wireless broadcast with channel state information. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, IEEE, v. 3, n. 6, p. 2040–2050, nov. 2004.
- 32 ABDELKADER, A.; GERSHMAN, A. B.; SIDIROPOULOS, N. D. Multiple-antenna multicasting using channel orthogonalization and local refinement. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 58, n. 7, p. 3922–3927, jul. 2010.
- 33 SILVA, Y. C. B.; KLEIN, A. Adaptive beamforming and spatial multiplexing of unicast and multicast services. In: *Proc. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*. [S.l.]: IEEE, 2006. p. 1–5.
- 34 SILVA, Y. C. B.; KLEIN, A. Adaptive antenna techniques applied to multicast services in wireless networks. *Frequenz*, Walter de Gruyter GmbH, v. 60, n. 9-10, jan. 2006.
- 35 ABDELKADER, A.; PESAVENTO, M.; GERSHMAN, A. Orthogonalization techniques for single group multicasting in cooperative amplify-and-forward networks. In: *Proc. IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*. [S.l.]: IEEE, 2011. p. 225–228.
- 36 YUE, M.-C.; WU, S. X.; SO, A. M.-C. A robust design for MISO physical-layer multicasting over line-of-sight channels. *IEEE Signal Processing Letters*, IEEE, v. 23, n. 7, p. 939–943, jul. 2016.
- 37 NTRANOS, V.; SIDIROPOULOS, N.; TASSIULAS, L. On multicast beamforming for minimum outage. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, IEEE, v. 8, n. 6, p. 3172–3181, jun. 2009.
- 38 TANG, X.; HUA, Y. Optimal design of non-regenerative MIMO wireless relays. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, IEEE, v. 6, n. 4, p. 1398–1407, abr. 2007. ISSN 1536-1276.
- 39 FAN, P. et al. Reliable relay assisted wireless multicast using network coding. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, IEEE, v. 27, n. 5, p. 749–762, jun. 2009. ISSN 0733-8716.
- 40 KHISTI, A. *Coding techniques for multicasting*. Dissertação (Mestrado) — Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- 41 KARIPIDIS, E.; SIDIROPOULOS, N. D.; LUO, Z.-Q. Far-field multicast beamforming for uniform linear antenna arrays. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 55, n. 10, p. 4916–4927, out. 2007.
- 42 KARIPIDIS, E.; SIDIROPOULOS, N.; LUO, Z.-Q. Quality of service and max-min fair transmit beamforming to multiple cochannel multicast groups. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 56, n. 3, p. 1268–1279, mar. 2008. ISSN 1053-587X.
- 43 CHRISTOPOULOS, D.; CHATZINOTAS, S.; OTTERSTEN, B. Weighted fair multicast multigroup beamforming under per-antenna power constraints. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 62, n. 19, p. 5132–5142, out. 2014.

- 44 CHRISTOPOULOS, D.; CHATZINOTAS, S.; OTTERSTEN, B. Multicast multigroup beamforming for per-antenna power constrained large-scale arrays. In: *Proc. International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*. [S.l.]: IEEE, 2015. p. 271–275.
- 45 SADEGHI, M. et al. Reducing the computational complexity of multicasting in large-scale antenna systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, IEEE, v. 16, n. 5, p. 2963–2975, may 2017.
- 46 WU, S. X. et al. A stochastic beamformed amplify-and-forward scheme in a multigroup multicast MIMO relay network with per-antenna power constraints. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, IEEE, v. 15, n. 7, p. 4973–4986, abr. 2016.
- 47 BORNHORST, N.; PESAVENTO, M. An iterative convex approximation approach for transmit beamforming in multi-group multicasting. In: *Proc. IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*. [S.l.]: IEEE, 2011. p. 426–430. ISBN 978-1-4244-9333-3.
- 48 GAO, Y.; SCHUBERT, M. Group-oriented beamforming for multi-stream multicasting based on quality-of-service requirements. In: *Proc. IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*. [S.l.]: IEEE, 2005. p. 193–196.
- 49 GAO, Y.; SCHUBERT, M. Power allocation for multi-group multicasting with beamforming. In: *Proc. IEEE/ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*. [S.l.]: IEEE, 2006.
- 50 KARIPIDIS, E.; SIDIROPOULOS, N.; LUO, Z.-Q. Transmit beamforming to multiple co-channel multicast groups. In: *Proc. IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*. [S.l.]: IEEE, 2005.
- 51 KARIPIDIS, E.; SIDIROPOULOS, N.; LUO, Z.-Q. Convex transmit beamforming for downlink multicasting to multiple co-channel groups. In: *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing Proceedings (ICASSP)*. [S.l.]: IEEE, 2006.
- 52 LAW, K. L.; WAJID, I.; PESAVENTO, M. Robust downlink beamforming in multi-group multicasting using trace bounds on the covariance mismatches. In: *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.]: IEEE, 2012.
- 53 DEMIR, O. T.; TUNCER, T. E. Antenna selection and hybrid beamforming for simultaneous wireless information and power transfer in multi-group multicasting systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, IEEE, v. 15, n. 10, p. 6948–6962, out. 2016.
- 54 SILVA, Y.; KLEIN, A. Linear transmit beamforming techniques for the multigroup multicast scenario. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, IEEE, v. 58, n. 8, p. 4353–4367, out. 2009.
- 55 SILVA, Y. C. B.; KLEIN, A. Downlink beamforming and SINR balancing for the simultaneous provision of unicast/multicast services. In: *Proc. IST Mobile and Wireless Communications Summit*. [S.l.]: IEEE, 2007.
- 56 SILVA, Y. C. B.; KLEIN, A. Analysis of linear and non-linear precoding techniques for the spatial separation of unicast and multicast users. In: *Proc. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*. [S.l.]: IEEE, 2007.

- 57 COSTA, M. Writing on dirty paper (corresp.). *IEEE Transactions on Information Theory*, IEEE, v. 29, n. 3, p. 439–441, maio 1983. ISSN 0018-9448.
- 58 GREENBAUM, A. *Numerical Methods: Design, Analysis, and Computer Implementation of Algorithms*. Princeton University Press, 2012. ISBN 9780691151229. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=zIMuEp3NI6kC>>.
- 59 SPENCER, Q.; HAARDT, M. Capacity and downlink transmission algorithms for a multi-user MIMO channel. In: *Proc. Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. [S.l.]: IEEE, 2002. v. 2, p. 1384–1388.
- 60 SPENCER, Q.; SWINDLEHURST, A.; HAARDT, M. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 52, n. 2, p. 461–471, fev. 2004.
- 61 PAULRAJ, A.; NABAR, R.; GORE, D. *Introduction to space-time wireless communications*. 1st. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2003.
- 62 GERSHMAN, A. B.; SIDIROPOULOS, N. D. (Ed.). *Space-Time Processing for MIMO Communications*. John Wiley & Sons, Ltd, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/0470010045>>.
- 63 SILVA, Y. C. B. *Adaptive beamforming and power allocation in multi-carrier multicast wireless networks*. Tese (Doutorado) — Technische Universitäts Darmstadt, 2008.
- 64 HWANG, C.-S.; KIM, Y. An adaptive modulation method for multicast communications of hierarchical data in wireless networks. In: *IEEE International Conference on Communications. Conference Proceedings. ICC 2002 (Cat. No.02CH37333)*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2, p. 896–900.
- 65 BRENNAN, D. Linear diversity combining techniques. *Proceedings of the IRE*, IEEE, v. 47, n. 6, p. 1075–1102, jun. 1959. ISSN 0096-8390.
- 66 FARSAKH, C.; NOSSEK, J. A real time downlink channel allocation scheme for an SDMA mobile radio system. In: *Proc. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*. [S.l.]: IEEE, 1996. v. 3, p. 1216–1220.
- 67 STURM, J. F. *Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones*. 1998.
- 68 MA, W.-K. et al. Quasi-maximum-likelihood multiuser detection using semi-definite relaxation with application to synchronous CDMA. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 50, n. 4, p. 912–922, abr. 2002. ISSN 1053-587X.
- 69 TSENG, P. Further results on approximating nonconvex quadratic optimization by semidefinite programming relaxation. *SIAM Journal on Optimization*, Society for Industrial & Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, USA, v. 14, n. 1, p. 268–283, jan. 2003. ISSN 1052-6234.
- 70 Q-LUO, Z. Lecture 13 in lecture notes for EE 8950: Engineering optimization. *University of Minnesota, Minneapolis, Spring*, 2004.
- 71 3GPP. *Physical Layer Aspects for Evolved Universal Terrestrial Radio Access (UTRA)*. [S.l.], 2008.

---

72 DASGUPTA, S.; PAPADIMITRIOU, C.; VAZIRANI, U. *Algorithms*. 1. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education, 2006. ISBN 0073523402.