



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
DOUTORADO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

RICARDO HOLANDA NOBRE

**MAPAS DE ENTROPIA E ESPERANÇA LOGARÍTMICA EM PROCESSAMENTO
DE IMAGENS SAR**

FORTALEZA

2018

RICARDO HOLANDA NOBRE

MAPAS DE ENTROPIA E ESPERANÇA LOGARÍTMICA EM PROCESSAMENTO DE
IMAGENS SAR

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia de Teleinformática. Área de Concentração: Sinais e sistemas

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Fátima N. Sombra de Medeiros

Coorientador: Prof. Dr. Juvêncio Santos Nobre

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

N673m Nobre, Ricardo Holanda.

Mapas de entropia e esperança logarítmica em processamento de imagens SAR / Ricardo Holanda Nobre.
– 2018.

139 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Fortaleza, 2018.

Orientação: Profa. Dra. Fátima Neusizeuma Sombra de Medeiros.

Coorientação: Prof. Dr. Juvêncio Santos Nobre.

1. Segmentação. 2. Recuperação. 3. Imagem SAR. 4. Entropia. 5. Esperança logarítmica. I. Título.

CDD 621.38

RICARDO HOLANDA NOBRE

MAPAS DE ENTROPIA E ESPERANÇA LOGARÍTMICA EM PROCESSAMENTO DE
IMAGENS SAR

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia de Teleinformática. Área de Concentração: Sinais e sistemas

Aprovada em: 27 de Março de 2018

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Fátima N. Sombra de Medeiros (Orientadora)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Juvêncio Santos Nobre (Coorientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Pedro Pedrosa Rebouças Filho
Universidade do Ceará (UFC)

Prof^a. Dr^a. Renata Maria Cardoso Rodrigues de Souza
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Prof. Dr. Jarbas Joaci de Mesquita Sá Junior
Universidade do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Régis Cristiano Pinheiro Marques
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Dedico este trabalho à minha esposa, Cibelli Pinheiro, e às minhas filhas, Ana Clara e Isabela, pelo apoio e compreensão durante esta jornada e pelas horas roubadas do convívio com elas.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela força, coragem e determinação que ele me deu durante a pesquisa.

À professora Dra. Fátima Sombra e ao professor Dr. Juvêncio Nobre, pelo incentivo, apoio, confiança e, sobretudo, por partilharem seus conhecimentos e me orientar neste caminho da pesquisa e da ciência.

Aos colegas de doutorado Alixandre Avila, Régia, Daniel, Marcelo Marques, Flávio e Romuere e demais colegas do LABVIS pelas críticas, sugestões, reflexões e pelos incentivos recebidos.

Ao professor Dr. Abraão Nascimento por ter ajudado no esclarecimento de dúvidas e pelas sugestões dadas que muito contribuíram para a construção deste trabalho.

Às minhas filhas Ana Clara e Isabela, pelos momentos de ternura e descontração.

À minha querida esposa Cibelli Pinheiro, por ter me incentivado, dado forças e me ajudado a contornar todos os obstáculos que surgiram durante esta caminhada.

“Os nossos sonhos e esperanças não têm necessariamente de comandar as nossas conclusões. Na procura da verdade, o nosso melhor plano pode ser o de começar por criticar as crenças que mais prezamos. É possível que este pareça a alguns um plano perverso. Mas não o parecerá àqueles que querem descobrir a verdade e não têm receio dela.”

(Karl Popper)

RESUMO

O Radar de Abertura Sintética tem sido usado por muitos anos em atividades relacionadas ao monitoramento global da Terra. Existem muitas vantagens de usar sistemas SAR quando comparados aos ópticos padrão, pois operam independentemente do clima e da presença de condições de luz solar. No entanto, devido à iluminação coerente desses sistemas, as imagens SAR sofrem uma forte contaminação por um ruído conhecido como *speckle*. De fato, essa interferência degrada significativamente a qualidade das imagens SAR, o que leva a dificuldades nas tarefas de processamento de imagens, tornando difícil o uso de métodos tradicionais, como a limiarização de imagens. Dada a importância das imagens SAR sintéticas no projeto de algoritmos e análise de desempenho em processamento de imagens, avaliamos, em um primeiro momento, a geração de dados SAR sintéticos, modelados pela distribuição G_A^0 , utilizando duas abordagens. Nossos resultados demonstraram que ambas as abordagens são bastante similares entre si, mas elas diferem notavelmente no tempo de processamento. Na verdade, o método indireto é 10 vezes mais rápido do que a abordagem direta para gerar dados SAR sintéticos. Nesta tese também propomos dois mapas: um baseado na entropia e outro na esperança logarítmica, levando em consideração que os dados SAR seguem o modelo G_A^0 para amplitude, ou G_I^0 para intensidade. A partir destes mapas propomos duas metodologias que foram avaliadas em experimentos de segmentação, sendo avaliadas através do Erro de Segmentação, do índice *Cross-Region Fitting*, das taxas de falsos positivos e negativos, além de índices de similaridade. Os testes realizados em imagens SAR sintéticas e reais indicaram, de maneira geral, que ambos os mapas propostos melhoraram os resultados de segmentação, independentemente do aumento do número de *looks*. Com relação ao tempo computacional ambos os mapas apresentaram resultados satisfatórios, com destaque para o mapa da esperança logarítmica, que obteve o menor tempo computacional. Para consolidar o ganho de eficiência no uso destes mapas em processamento de imagens SAR, realizamos experimentos de recuperação de imagens. Os resultados destes experimentos apontaram um valor preditivo positivo (PPV) acima de 90% e uma média das pontuações de precisão média (MAP) acima de 99% indicando que ambas as abordagens também podem ser utilizadas em aplicações baseadas em conteúdo.

Palavras-chave: Segmentação. Recuperação. Imagem SAR. Entropia. Esperança logarítmica. Simulação.

ABSTRACT

Synthetic Aperture Radar (SAR) has been used for many years in activities related to global earth monitoring. There are many advantages of using SAR systems when compared to standard optical ones, since they operate independently of the weather and of the presence of sunlight conditions. However, due to the coherent illumination of these systems, SAR images suffer strong contamination by speckle noise. In fact, this interference significantly degrades the quality of SAR images, which leads to difficulty in image processing tasks, making it difficult to use traditional methods, such as image thresholding. Given the importance of synthetic SAR images in the algorithm design and performance analysis for image processing, we first evaluated the generation of synthetic SAR data, modeled by the G_A^0 distribution, using two approaches. Our results demonstrated that both approaches perform quite similar to each other, however they differ remarkably in the processing time. Actually, the indirect method is 10x faster than the direct approach to generate synthetic SAR data. In this thesis we have also proposed two methodologies that make use of the map of entropy and the map of logarithmic expectation, taking into account that the SAR data follow the model G_A^0 for amplitude, or G_I^0 for intensity. To evaluate the performance of the proposed methodologies, we perform segmentation experiments, measuring the Error of Segmentation, the Cross-Region Fitting index, the rates of false positives and negatives, besides indexes of similarity. Tests performed on synthetic and actual SAR images generally indicated that both proposed maps improved segmentation results, regardless of the increase of the number of looks. Regarding the computational time, both maps presented satisfactory results, with emphasis on the map of logarithmic expectation, which obtained the least computational time. In order to consolidate the efficiency gain with the use of these maps in SAR image processing, we performed image retrieval experiments. The results of these experiments showed a positive predictive value (PPV) above 90 % and a mean of the mean accuracy (MAP) scores above 99 % indicating that both approaches can also be used in content-based applications.

Keywords: Segmentation. Retrieval. SAR image. Entropy. Logarithmic expectation. Simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Região de Santarém, no Pará: a) imagem com cobertura de nuvens, capturada pelo sensor óptico do satélite LandSAT/TM (Composição colorida 5R-4G-3B); b) imagem obtida pelo radar do satélite JERS-1, banda L.	25
Figura 2 – Representação simplificada da aquisição de imagens através de radar.	26
Figura 3 – Tipos de espalhamento produzidos pela interação do pulso emitido pelo radar com os alvos presentes na superfície.	27
Figura 4 – Exemplo de mudanças de reflectividade no caso de uma inundação. (a) imagens TerraSAR-X antes e depois da inundação. (b) distribuição de dados dos <i>pixels</i> antes (vermelho) e depois (verde) da inundação.	28
Figura 5 – Direções de propagação do campo elétrico: (a) – polarização horizontal e (b) – polarização vertical.	30
Figura 6 – Geometria de imageamento por radar.	31
Figura 7 – Conceito da antena sintética. "A" representa o momento que o radar captou pela primeira vez o objeto e "C" o último momento.	32
Figura 8 – Desenho esquemático do ângulo de incidência.	33
Figura 9 – Curvas de retroespalhamento para superfícies lisas, moderadamente rugosas e muito rugosas.	33
Figura 10 – Efeitos ou distorções geométricas de radar - Encurtamento de rampa.	34
Figura 11 – Efeitos ou distorções geométricas de radar - Inversão.	35
Figura 12 – Efeitos ou distorções geométricas de radar - Sombreamento.	35
Figura 13 – Exemplos de efeitos geométricos em imagem SAR: (a) encurtamento de rampa; (b) inversão e (c) sombreamento.	36
Figura 14 – Célula de resolução de imagem SAR.	36
Figura 15 – Exemplos de dispersores em células de resolução com a respectiva soma dos sinais refletidos.	37
Figura 16 – Representação do ruído <i>speckle</i>	38
Figura 17 – Imagem SAR com diferentes números de <i>looks</i> : (a) 1 <i>look</i> e (b) 7 <i>looks</i>	39
Figura 18 – Padrão da distribuição G_A^0 com parâmetros $L = 1$, $\gamma = 1$ (linha contínua), $\gamma = 10$ (linha tracejada), $\alpha = -1,5$ (vermelho), $\alpha = -4,5$ (verde) e $\alpha = -12,5$ (azul).	43

Figura 19 – Padrão da distribuição G_A^0 com parâmetros $L = 8$, $\gamma = 1$ (linha contínua), $\gamma = 10$ (linha tracejada), $\alpha = -1,5$ (vermelho), $\alpha = -4,5$ (verde) e $\alpha = -12,5$ (azul).	44
Figura 20 – Definição das áreas de cálculo da métrica CRF : (a) representa a imagem SAR a ser segmentada; (b) e (c) representam a segmentação da imagem SAR em <i>foreground</i> e <i>background</i> , respectivamente.	54
Figura 21 – Tempo computacional para gerar dados SAR sintéticos utilizando o método direto e o indireto, obtido usando o Matlab.	63
Figura 22 – Resultado dos experimentos de segmentação das imagens SAR sintéticas com duas regiões geradas a partir dos métodos direto e indireto.	64
Figura 23 – Resultado dos experimentos de detecção de borda: (a) imagem sintética com duas regiões (<i>ground truth</i>); (b) e (c) resultado da detecção de borda usando o filtro Sobel sobre as imagem segmentadas (c) e (e) mostradas na Figura 22.	65
Figura 24 – Imagens SAR em amplitude com diferentes números de regiões: (a) e (b) 2 e 4 regiões (1 <i>look</i>), respectivamente; (c) e (d) 2 e 4 regiões (8 <i>looks</i>), respectivamente; e (e) - (h) os correspondentes histogramas do <i>MoRE</i>	73
Figura 25 – Fluxograma da metodologia de segmentação proposta usando o <i>MoE</i>	74
Figura 26 – Média da medida <i>EoS</i> para diferentes valores de q : (a) resultados usando <i>MoTE</i> ; (b) resultados usando <i>MoRE</i>	77
Figura 27 – Comportamento do <i>EoS</i> a partir da variação do número de <i>looks</i> (L) para o <i>MoSE</i> , <i>MoTE</i> e <i>MoRE</i>	78
Figura 28 – Comportamento da medida <i>EoS</i> pela variação do número de <i>looks</i> (L) para diferentes valores de q no <i>MoRE</i>	79
Figura 29 – Comportamento do <i>EoS</i> pela variação do número de <i>looks</i> (L), nos três cenários avaliados.	79
Figura 30 – Alguns dos resultados de segmentação obtidos do experimento de Monte Carlo, obtidos pelo método de Otsu sobre o <i>MoRE</i> em imagens SAR sintéticas, em amplitude.	80
Figura 31 – FDA empírica das medidas usadas para avaliação da segmentação obtidas sobre o <i>MoRE</i> em imagens SAR sintéticas, em amplitude.	81
Figura 32 – Imagens SAR reais, em amplitude: (a) recorte de Vancouver - Canadá e (b) recorte de Sanchagang - China.	82

Figura 33 – Resultado das segmentações para a Figura 32 (b).	83
Figura 34 – Comparação entre dados SAR originais e o <i>MoRE</i> : (a) imagem SAR em amplitude; (b) histograma da imagem SAR; (c) mapa de cor da imagem SAR; (d) imagem do <i>MoRE</i> ; (e) histograma do <i>MoRE</i> e (f) mapa de cor do <i>MoRE</i>	84
Figura 35 – Utilização do <i>MoRE</i> em imagens SAR com mais de 2 regiões: (a) Imagem de São Francisco (600x450 <i>pixels</i> , 4 <i>looks</i> , canal HH, AIRSAR, em amplitude); (b) o histograma do <i>MoRE</i> e (c) resultado de segmentação com Otsu sobre o <i>MoRE</i>	85
Figura 36 – Imagens SAR sintéticas e respectivos histogramas do <i>MoLE</i> : (a)–(c) e (g)–(i) ilustram imagens SAR sintéticas, simuladas segundo o modelo G_I^0 , com diferentes números de regiões e com a configuração de parâmetro $\alpha \in \{-1, 5; -4; -8; -12\}$, $\gamma \in \{0, 05; 1; 6; 22\}$ e $L \in \{1; 8\}$. (d)–(f) e (j)–(l) mostram histogramas do <i>MoLE</i> com modas bem definidas, ideais para métodos de segmentação de imagem baseados em limiarização.	91
Figura 37 – Fluxograma da metodologia de segmentação utilizando o <i>MoLE</i>	92
Figura 38 – Fases do método de <i>level set</i> hierárquico em imagem composta de 3 regiões.	93
Figura 39 – Resultados de segmentação do experimento de Monte Carlo para imagens binárias, usando o <i>MoLE</i>	96
Figura 40 – Medidas <i>EoS</i> e <i>Jaccard</i> para os cenários de teste com imagens SAR sintéticas binárias, variando o número de <i>looks</i> , usando o <i>MoLE</i>	96
Figura 41 – Resultados do <i>EoS</i> em imagens SAR sintéticas com 3 regiões distintas, variando o número de <i>looks</i> , usando o <i>MoLE</i>	97
Figura 42 – Resultados do índice de <i>Jaccard</i> em imagens SAR sintéticas com 3 regiões distintas, variando o número de <i>looks</i> , usando o <i>MoLE</i>	98
Figura 43 – Resultados de segmentação do experimento de Monte Carlo para imagens ternárias usando o <i>MoLE</i>	98
Figura 44 – Imagens SAR reais em intensidade (imagens equalizadas para fins de visualização, apenas): (a) mancha escura na Bacia de Campos, no Brasil e (b) parte do parque florestal <i>Sabine National Wildlife Refuge</i> , em Louisiana, nos EUA.	99
Figura 45 – (a) e (b) correspondem ao mapa de cor do <i>MoLE</i> para as Figuras 44 (a) e (b); (c) e (d) correspondem ao melhor resultado de segmentação empregando <i>MoLE</i>	100

Figura 46 – Imagens SAR reais em intensidade: (a) parte da cidade de São Francisco, EUA e (b) mancha de óleo na costa do litoral da Galícia, Espanha.	102
Figura 47 – (a) e (b) correspondem ao mapa de cor do <i>MoLE</i> para as Figuras 46 (a) e (b); (c) e (d) correspondem ao melhor resultado de segmentação empregando <i>MoLE</i>	103
Figura 48 – Recorte de imagem SAR de tamanho 400×400 <i>pixels</i> , obtidas da Bacia de Campos, RJ, banda P, 1 <i>look</i> , canal HH, Alos-PalSAR, em intensidade: (a) e (b) correspondem ao recortes de oceano (Oceano R1 e Oceano R2, respectivamente) e (c) e (d) aos recortes de mancha escura no oceano (Mancha R1 e Mancha R2, respectivamente); (e), (f), (g) e (h) correspondem aos histogramas da imagem SAR, do M_α , do <i>MoRE</i> e do <i>MoLE</i> , respectivamente.	108
Figura 49 – (a) imagem SAR de tamanho 400×400 , obtida da Bacia de Campos, RJ, banda P, 1 <i>look</i> , canal HH, Alos-PalSAR, em intensidade, retratando oceano e mancha escura; (b), (c), (d) e (e) correspondem aos histogramas da imagem SAR, do M_α , do <i>MoRE</i> e do <i>MoLE</i> , respectivamente.	109
Figura 50 – FDAs empíricas obtidas a partir das Figuras 48 (a), (b), (c) e (d): (a) FDAs empíricas do M_α ; (b) FDAs empíricas do <i>MoRE</i> e (c) FDAs empíricas do <i>MoLE</i>	110
Figura 51 – Imagens SAR sintéticas (1 <i>look</i>) geradas seguindo o modelo G_I^0 : (a) regiões formadas mantendo-se constante o valor do parâmetro α ; (b) regiões formadas mantendo-se constante o valor do parâmetro γ	111
Figura 52 – Metodologia de recuperação de imagens SAR baseada na distância euclidiana (d_E) entre o parâmetro α , a entropia de Rényi ou a esperança logarítmica.	112
Figura 53 – Esquema mostrando cálculo do <i>PPV</i>	113
Figura 54 – Imagem Alos-PalSAR da Bacia de Campo: Recortes de oceano destacados em amarelo e recortes de mancha escura destacados em branco.	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Bandas utilizadas em radar, frequências e comprimentos de onda.	29
Tabela 2 – Relação entre o parâmetro α da distribuição G_A^0 e o tipo de região para dados SAR em amplitude.	59
Tabela 3 – Média \pm desvio padrão das medidas de assimetria e curtose para dados SAR sintéticos gerados a partir do modelo G_A^0 com parâmetros $\alpha = -7$, $L = 8$ e γ determinado pela Equação (4.2) com $\mu = 20$	61
Tabela 4 – Resultados do <i>valor-p</i> no teste <i>KS-two</i> obtidos a partir dos vetores de dados SAR sintéticos gerados pelos métodos direto e indireto.	62
Tabela 5 – Estimação de parâmetros da G_A^0 obtidos no Matlab usando MM e MLC. . .	62
Tabela 6 – Estimação de parâmetros da G_A^0 obtidos no software R usando MM e MLC. . .	63
Tabela 7 – Média \pm desvio padrão dos resultados das medidas de segmentação em imagens SAR sintéticas geradas a partir dos métodos direto e indireto. . . .	65
Tabela 8 – Média \pm desvio padrão das medidas de preservação de borda em imagens SAR sintéticas geradas a partir dos métodos direto e indireto.	66
Tabela 9 – Média \pm desvio padrão obtidos da segmentação usando o método de Otsu sobre o <i>MoRE</i> em imagens SAR sintéticas, em amplitude.	80
Tabela 10 – <i>DoS</i> e <i>CRF</i> obtidos a partir da utilização do <i>MoRE</i> nas imagens SAR de Vancouver (Canadá) e Sanchagang (China).	82
Tabela 11 – Tempo computacional para segmentação utilizando as imagens SAR reais de Vancouver (Canadá) e Sanchagang (China) (em segundos).	85
Tabela 12 – Média \pm desvio padrão para a metodologia proposta em imagens SAR sintéticas binárias.	97
Tabela 13 – Medida <i>DoS</i> e <i>CRF</i> para imagens SAR reais com duas regiões.	101
Tabela 14 – Tempo computacional para imagens SAR reais com duas regiões (em segundos).	101
Tabela 15 – Medida <i>DoS</i> e <i>CRF</i> para imagens SAR reais com três regiões.	104
Tabela 16 – Tempo computacional para imagens SAR reais com três regiões (em segundos).	104
Tabela 17 – Resultados dos valores médios da medida <i>PPV</i> com variação do número de <i>looks</i> , em imagens SAR sintéticas.	115
Tabela 18 – Resultado dos valores médios da <i>MAP</i> obtido da recuperação de imagens SAR sintéticas.	115

Tabela 19 – Resultados dos valores médios da medida <i>PPV</i> na recuperação de imagens de oceano e mancha escura em imagem SAR reais.	116
Tabela 20 – Valores médios da <i>MAP</i> obtidos da recuperação de imagens SAR de oceano e mancha escura em imagem SAR reais.	116

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Motivação e objetivos	21
1.2	Contribuições	22
1.3	Produção científica	23
1.4	Organização da tese	23
2	SAR - CONCEITOS E FUNDAMENTOS	25
2.1	Características relacionadas a alvos	27
2.1.1	<i>Rugosidade</i>	27
2.1.2	<i>Constante dielétrica</i>	28
2.2	Características relacionadas ao radar	29
2.2.1	<i>Frequência</i>	29
2.2.2	<i>Polarização</i>	29
2.2.3	<i>Propriedades geométricas (ângulo de incidência)</i>	30
2.2.4	<i>Resolução</i>	36
2.3	O ruído <i>speckle</i> em imagens SAR	37
2.4	Processamento <i>multi-look</i>	39
2.5	Resumo do capítulo	40
3	MODELOS PROBABILÍSTICOS PARA DADOS SAR	41
3.1	As distribuições G_A^0 e G_I^0 para dados SAR	41
3.2	Relações entre G_A^0 e G_I^0	44
3.3	Estimação dos parâmetros da G_A^0 e G_I^0	45
3.4	Distâncias estocásticas	51
3.5	Resumo do capítulo	54
4	GERAÇÃO DE DADOS SAR SINTÉTICOS (AMPLITUDE E INTENSIDADE)	56
4.1	Contextualização	56
4.2	Simulação de dados SAR	57
4.3	Resultado dos experimentos	61
4.4	Resumo do capítulo	66

5	MAPA DE ENTROPIA EM PROCESSAMENTO DE IMAGENS SAR: APLICAÇÃO EM SEGMENTAÇÃO	68
5.1	Contextualização	68
5.2	Entropia diferencial	69
5.3	A metodologia proposta	73
5.4	Resultados e discussões	75
5.5	Resumo do capítulo	86
6	SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS SAR UTILIZADO MAPA DA ESPE- RANÇA LOGARÍTMICA	87
6.1	Contextualização	87
6.2	Esperança logarítmica da G_I^0	88
6.3	A metodologia proposta	90
6.4	Resultados experimentais	94
6.5	Resumo do capítulo	105
7	DISCRIMINAÇÃO DE REGIÕES EM IMAGENS SAR	106
7.1	Contextualização	106
7.2	Discriminação de regiões	107
7.3	Metodologia proposta	111
7.4	Resultados experimentais	112
7.5	Resumo do capítulo	117
8	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	118
8.1	Trabalhos futuros	119
	REFERÊNCIAS	120
	APÊNDICES	130
	APÊNDICE A – Entropias das distribuições G_A^0 e G_I^0	130
A.1	Entropia de Shannon - $H^S(P)$	130
A.1.1	Shannon - distribuição G_A^0	130
A.1.2	Shannon - distribuição G_I^0	132
A.2	Entropia de Rényi - $H_q^R(P)$	135
A.2.1	Rényi - distribuição G_A^0	135
A.2.2	Rényi - distribuição G_I^0	136
A.3	Entropia de Tsallis - $H_q^T(P)$	137

A.3.1	<i>Tsallis - distribuição G_A^0</i>	137
A.3.2	<i>Tsallis - distribuição G_I^0</i>	138

1 INTRODUÇÃO

Em 1978, as imagens de radar estabeleceram-se como instrumentos de detecção remota, desempenhando um papel importante nos sistemas de observação da Terra, através do lançamento do satélite SEASAT. Este satélite é provido de um Radar de Abertura Sintética, do inglês *Synthetic Aperture Radar* (SAR), sendo esta técnica de imageamento considerada como a única capaz de prover imagens de alta resolução a partir de plataformas espaciais.

Uma das características que diferenciam as imagens produzidas por este radar em comparação com instrumentos ópticos é o fato de ele possuir sua própria fonte de iluminação, ou seja, independe de luz solar ou de qualquer fonte de luz externa para realizar a captura da imagem. Assim, este tipo de radar é útil, por exemplo, para monitorar regiões com pouca ou nenhuma iluminação, como aquelas próximas aos polos durante o inverno, onde a fonte de luz solar é limitada (STORVOLD *et al.*, 2006). Outra característica deste sistema é que ele não sofre influência das condições atmosféricas, como a presença de nuvens, neblina, chuvas, etc. Isso ocorre porque este tipo de radar trabalha com sensor emissor de micro-ondas que são capazes de penetrar certos elementos da atmosfera sem sofrer alterações significativas, até alcançarem a superfície do alvo que se deseja capturar. Isso torna este tipo de radar útil, por exemplo, para o monitoramento de florestas tropicais, já que a presença de nuvens e chuvas são um fator de constante presença nessas regiões (HESS *et al.*, 1995; LUCKMAN *et al.*, 1997). Além disso, as informações fornecidas por SAR são diferentes dos dados de sensoriamento remoto ópticos, já que o radar é sensível às propriedades elétricas e estruturais dos objetos (por exemplo, dielétrico constante e a rugosidade superficial) (ERSAHIN *et al.*, 2010).

Devido a estas características os sistemas SAR têm sido usados, por quase três décadas, em aplicações como, detecção de derramamento de óleo no mar (HUANG *et al.*, 2005; MIGLIACCIO *et al.*, 2007; MARQUES *et al.*, 2012), detecção de navios (XING *et al.*, 2013), mapeamento da extensão de desastres naturais como inundações (LONG *et al.*, 2014), mapeamento de vegetação (NEZRY *et al.*, 1993), dentre outras.

Apesar destes aspectos positivos, as imagens provenientes de sistemas SAR são fortemente contaminadas por um ruído de natureza granular denominado *speckle*. Essa granulação é proveniente de um fenômeno de interferência nas ondas eletromagnéticas, comum em radares coerentes, como o SAR (LEE, 1981; LEE, 1986; LOPEZ-MARTINEZ; FABREGAS, 2003). De fato, essa interferência degrada significativamente a qualidade das imagens SAR, reduzindo a capacidade de um observador humano visualizar detalhes finos dentro da imagem (LEE, 1981),

além de dificultar o uso direto de técnicas clássicas de processamento de imagem (SILVA *et al.*, 2008; GALLAND *et al.*, 2009; MARQUES *et al.*, 2009; RODRIGUES *et al.*, 2016).

Um dos primeiros estudos sobre as propriedades estatísticas do *speckle* foi publicado por Goodman (1975). Neste artigo, Goodman mostra a natureza multiplicativa deste ruído e define sua distribuição como uma gama de parâmetros dependentes do número de *looks* da imagem gerada. Para efeito de contexto, os *looks* são o número de visadas da superfície imageada, que resultam na geração de várias imagens de um mesmo local. A partir destas imagens, calcula-se sua média para obter a imagem SAR *multi-look*. Em outros termos, seria como registrar várias imagens de um mesmo local, em um mesmo momento, a fim de obter mais informações que favoreçam uma melhor estimativa do valor verdadeiro da intensidade do sinal.

Ao longo das últimas décadas, técnicas diferentes para processamento de imagens SAR foram propostas para resolver os mais diversos problemas como: classificação (KAPLAN, 1999; MARQUES *et al.*, 2012; CAO *et al.*, 2016), filtragem de ruído (FOUCHER *et al.*, 2001; PENG; ZHAO, 2012; MARTINO *et al.*, 2016), segmentação (FENG *et al.*, 2013; QIN *et al.*, 2015; RODRIGUES *et al.*, 2016; ZHANG *et al.*, 2016), dentre outros.

Neste contexto, abordagens estatísticas têm sido utilizadas para lidar com o ruído *speckle*. Além disso, a utilização de modelos estatísticos fornece um melhor suporte ao processo de sensoriamento, favorece o desenvolvimento de algoritmos mais eficientes com relação à interpretação dos dados e propicia a simulação de imagens com maior credibilidade que outras abordagens. Assim, a escolha de uma distribuição de probabilidade adequada para modelar dados SAR desempenha um papel importante no processamento destas imagens. Dentre estas distribuições a Gamma, a Weibull e a K são amplamente utilizadas na literatura para modelagem de dados SAR (GAO, 2010). No entanto, nenhuma dessas tem a flexibilidade de modelar, de forma satisfatória, regiões homogêneas, heterogêneas e extremamente heterogêneas.

Uma distribuição que tem se destacado, justamente por ser capaz de modelar adequadamente todas aquelas regiões foi proposta por Frery *et al.* (1997). O modelo G^0 surge como uma alternativa válida para dados SAR, seja no formato complexo, em amplitude ou em intensidade (FRERY *et al.*, 1997; GAO, 2010; FENG *et al.*, 2013). Por esta razão utilizamos, neste trabalho, as distribuições G_A^0 e G_I^0 para descrever imagens SAR em amplitude e intensidade, respectivamente.

Ao longo do tempo, diversas técnicas de processamento de imagens SAR foram desenvolvidas, tendo como base as distribuições propostas por Frery *et al.* (1997), citando,

apenas para exemplificar, os trabalhos de Allende *et al.* (2006), Feng *et al.* (2013) e Zhu *et al.* (2015). Neste cenário, trabalhos recentes têm utilizado os parâmetros estimados das distribuições G_A^0 e G_I^0 para análise de dados, como os desenvolvidos por Rodrigues *et al.* (2016) e de Tian *et al.* (2015). Ambos usam a informação de rugosidade da imagem SAR como um importante atributo para guiar o processo de segmentação.

Rodrigues *et al.* (2016) apresentaram o mapa de rugosidade (M_α) do modelo de dados G_A^0 e G_I^0 , estimado pelo método de log-cumulantes (MLC), como entrada para métodos de segmentação baseados em *thresholding* e *level set*. Contudo, os trabalhos de Rodrigues *et al.* (2016) e de Tian *et al.* (2015) utilizaram apenas o parâmetro de rugosidade (α), desprezando o parâmetro de escala (γ) presente nos modelos G_A^0 e G_I^0 . Conforme descrevem Rodrigues *et al.* (2016), o problema da sua abordagem é que o desempenho da segmentação decai substancialmente com o aumento do número de *looks*. Isso acontece porque, ao aumentar o número de *looks*, além da atenuação do ruído *speckle*, também há diminuição da informação de rugosidade (RODRIGUES *et al.*, 2016).

Outra limitação dessa abordagem é que ela tende a segmentar mal regiões com o mesmo α e com parâmetros γ diferentes, indicando tratar-se de uma mesma região. Para Frery *et al.* (1997) e Bustos *et al.* (2002), ambos os parâmetros são essenciais para processamento de imagem SAR e caracterização de alvos (FRERY *et al.*, 1997; BUSTOS *et al.*, 2002). Assim, uma abordagem mais completa deveria considerar todos os parâmetros da distribuição.

Além desta necessidade de considerar todos os parâmetros que fazem parte do modelo adotado para descrever os dados SAR, uma abordagem mais consistente, em processamento de imagens SAR, deveria levar em consideração a utilização de apenas um valor escalar ao invés de múltiplos. A utilização de apenas um valor escalar diminui consideravelmente o custo computacional envolvido no processamento de imagens (ALONSO-GONZALEZ *et al.*, 2013).

Nesta linha de abordagem, tem crescido o interesse pela adaptação de ferramentas da teoria da informação ao processamento de imagem (GOUDAIL; REFREGIER, 2004), dentre elas, a entropia e a distância estocástica. A primeira mede a desordem de um sistema estocástico, enquanto a segunda quantifica a separabilidade entre dois conjuntos de informação mediante as dissimilaridades entre as distribuições de probabilidade que modelam a informação destes conjuntos.

Em particular, a entropia é considerada uma ferramenta alternativa para processamento de imagem SAR (FRERY *et al.*, 2013), sendo utilizada em Morio *et al.* (2009), Nascimento

et al. (2014), An *et al.* (2016) e Wang *et al.* (2017).

Já distância estocástica foi aplicada em problemas de filtragem (TORRES *et al.*, 2014), detecção de bordas (NASCIMENTO *et al.*, 2014), classificação (GOMEZ *et al.*, 2015), além de outros relacionados a dados SAR.

Dentro deste cenário, esta tese aborda o uso de ferramentas da teoria da informação, em particular, da entropia, além de considerar a distância estocástica, e a esperança logarítmica na construção de metodologias que possam ser utilizados em tarefas relacionadas à segmentação e discriminação de regiões em imagens SAR. Para isso, foram adotadas as distribuições G_A^0 e G_I^0 por serem adequadas para modelar dados SAR em amplitude e intensidade, respectivamente.

Como suporte às metodologias propostas nesta tese, faz-se necessário estimar os parâmetros das distribuições adotadas na modelagem dos dados SAR. Dentre os métodos de estimação mais difundidos para obter estimadores, destacam-se: método dos momentos (MM); método de log-cumulantes (MLC) e máxima verossimilhança (MV). A estimação feita pelo MV gera estimadores eficientes sob certas condições de regularidade, principalmente quando comparado com aquelas feitas pelo MM e MLC. Entretanto estes são, geralmente, métodos de estimação computacionalmente mais rápidos que o MV, sendo o MLC muito útil quando a abordagem do MV torna-se inviável (KRYLOV *et al.*, 2013). O MM, por sua vez, pode ser obtido facilmente quando comparado com os outros dois métodos. Por estas razões, foram escolhidos os métodos MM e MLC para estimação de parâmetros nesta tese.

1.1 Motivação e objetivos

O uso de sistemas SAR em atividades de sensoriamento remoto cresceu bastante, motivado principalmente pelas vantagens deste sistema. Nesta mesma linha de crescimento estão as pesquisas relacionadas à criação de métodos e metodologias de processamento capazes de tratar dados SAR obtidos nas mais diversas condições de imageamento (frequência, polarização, resolução, etc) e dos mais variados cenários (florestas, oceanos, cidades, etc). Neste contexto, a adequação do modelo G^0 aos dados SAR tem permitido o surgimento de várias linhas de pesquisa e, por conseguinte, o desenvolvimento de trabalhos inovadores no processamento de dados SAR, como os que fazem uso dos parâmetros estimados do modelo G^0 em atividades de segmentação, classificação ou filtragem. Esta conjectura, somada à crescente demanda por informação, constituem o fator motivador desta tese.

O objetivo central desta tese é desenvolver, implementar e aplicar ferramentas de

processamento e análise de imagens SAR baseada em uma informação escalar, obtida a partir dos parâmetros estimados da distribuição usada para modelar dados SAR. A ênfase da informação utilizada baseia-se na entropia e na distância estocástica, obtidas a partir dos parâmetros de rugosidade (α) e escala (γ) das distribuições G_I^0 e G_A^0 , estimados pelos métodos de MM e MLC. Propomos também a utilização de uma outra medida obtida a partir dos parâmetros estimados denominada esperança logarítmica (*logarithmic expectation* - LE).

Como resultado final, pretendemos disponibilizar duas metodologias que incorporam informações significativas no processamento de imagens SAR e que apresentem um desempenho computacional satisfatório.

Para alcançar o objetivo geral proposto, definimos como objetivos secundários:

- a) realizar uma revisão teórica sobre os conceitos, características e fundamentos sobre imageamento SAR, além de apresentar o arcabouço estatístico utilizado nesta tese.
- b) verificar e analisar duas formas de geração de imagens SAR sintéticas geradas seguindo os modelos G_A^0 e G_I^0 .
- c) obter as entropias de Shannon, Rényi e Tsallis para as distribuições G_A^0 e G_I^0 , bem como determinar o valor ideal do parâmetro q das entropias de Rényi e Tsallis que resultem no melhor valor para as medidas de avaliação utilizadas.
- d) determinar a esperança logarítmica da distribuição G_I^0 .
- e) definir a forma de criação dos mapas de entropia (Shannon, Rényi e Tsallis) para as distribuições G_A^0 e G_I^0 e do mapa de esperança logarítmica para a distribuição G_I^0 .
- f) avaliar qualitativamente e quantitativamente os resultados provenientes dos diferentes experimentos realizados.
- g) validar as metodologias propostas através de experimentos de segmentação e recuperação de imagens SAR.

1.2 Contribuições

São contribuições desta tese:

- a) verificação e análise de duas formas de geração de dados SAR sintéticos gerados seguindo as distribuições G_A^0 e G_I^0 .
- b) definição do mapa de entropia de Shannon, do mapa de entropia de Rényi e do mapa de entropia de Tsallis das distribuições G_A^0 e G_I^0 , e do mapa de esperança logarítmica da distribuição G_I^0 como informações úteis em processamento de imagens SAR.

- c) introdução de duas metodologias, uma com base na entropia e outra com base na esperança logarítmica, definidas nesta tese, para segmentação de imagens SAR.
- d) modificação de alguns algoritmos de *level set* existentes na literatura para utilização dos mapas de entropia e do mapa da esperança logarítmica em atividades de segmentação de imagens SAR.
- e) criação de metodologia para recuperação de imagens SAR seguindo o modelo G_I^0 , utilizando distância estocástica, entropia de Rényi e esperança logarítmica como informações de discriminação entre imagens SAR.

1.3 Produção científica

A produção científica oriunda desta tese resultou na publicação de um artigo de revista catalogado na base ISI (*Institute for Scientific Information*), destacado a seguir:

- NOBRE R. H.; RODRIGUES F. A. A.; MARQUES R. C. P.; NOBRE J. S.; NETO J. F. S. R.; MEDEIROS F. N. S.. SAR Image Segmentation With Rényi's Entropy. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 23, n. 11, p. 1551-1555, Nov. 2016. doi: 10.1109/LSP.2016.2606760.

Além do artigo já publicado outros encontram-se em fase de submissão:

1. NOBRE R. H.; SOARES, R. J. O. B; RODRIGUES, F. A. A.; MARQUES R. C. P.; NOBRE J. S.; MEDEIROS F. N. S.. SAR amplitude data simulation using the GA0 distribution. *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)* (a ser submetido).
2. NOBRE R. H.; NOBRE J. S.; MARQUES R. C. P.; MEDEIROS F. N. S.. SAR image segmentation driven by the map of logarithmic expectation of the G_I^0 model. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* (a ser submetido).
3. NOBRE R. H.; RODRIGUES F. A. A.; NOBRE J. S.; MARQUES R. C. P.; MEDEIROS F. N. S.. Discrimination of regions in SAR images using Entropy Map and roughness. *IEEE Signal Processing Letters* (a ser submetido).
4. NOBRE R. H.; RODRIGUES F. A. A.; ROSA R. A. S; BARROS A. S.; ESTEVÃO A. A.; MEDEIROS F. N. S.. GRSS-Database: A SAR/PolSAR images dataset. *IEEE Geoscience Remote Sensing Letters* (a ser submetido).

1.4 Organização da tese

A tese está estruturada da seguinte forma:

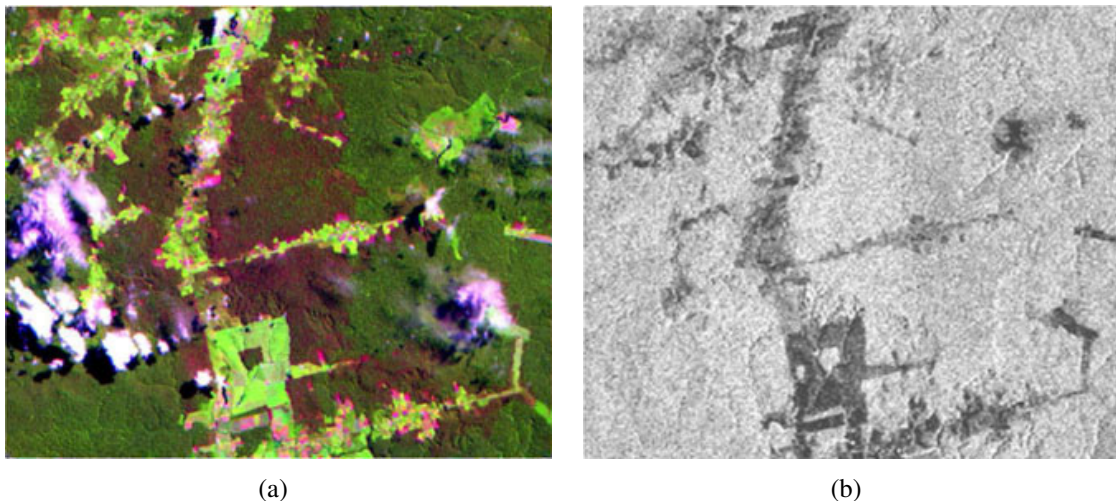
- **Capítulo 2:** mostramos os conceitos e fundamentos de dados SAR e sua importância em atividades de sensoriamento remoto.
- **Capítulo 3:** apresentamos as distribuições G_A^0 e G_I^0 adotadas para modelar dados SAR, além dos métodos dos momentos e método de log-cumulantes usados para estimar os parâmetros destas distribuições.
- **Capítulo 4:** descrevemos a geração de dados SAR sintéticos, para as distribuições G_A^0 e G_I^0 , utilizando duas abordagens.
- **Capítulo 5:** obtemos as entropias de Shannon, Rényi e Tsallis para distribuições G_A^0 e G_I^0 e propomos os mapas destas entropias para processamento de imagens SAR, com aplicação em segmentação.
- **Capítulo 6:** definimos a esperança logarítmica da distribuição G_I^0 , propomos o mapa construído a partir desta informação e mostramos a sua aplicação em segmentação de imagens SAR.
- **Capítulo 7:** descrevemos a discriminação das informações relacionadas à entropia de Rényi e à esperança logarítmica em aplicação de recuperação de imagens SAR.
- **Capítulo 8:** resumimos as principais contribuições e conclusões desta tese, bem como perspectivas de prosseguimento desta pesquisa.

2 SAR - CONCEITOS E FUNDAMENTOS

Nas últimas décadas, o sensoriamento remoto utilizando radar tornou-se uma ferramenta indispensável para o monitoramento da Terra, sendo utilizados sensores que operam em uma faixa restrita do espectro eletromagnético, chamada micro-ondas.

Os sensores que operam nesta faixa possuem a grande vantagem de serem capazes de adquirir dados independentemente da iluminação solar e de serem pouco influenciados pelas condições atmosféricas (HORTA, 2009), uma vez que a transmitância atmosférica é praticamente total para a faixa das micro-ondas. A Figura 1, a seguir, mostra a mesma região capturada usando um sensor óptico e um sensor de radar. Nela é possível verificar que a presença de nuvens impedem a visualização do terreno abaixo pelo sensor óptico, ao contrário da imagem feita pelo radar. Além disso, este tipo de radar permite a adição de informação relacionada às propriedades dielétricas e geométricas das superfícies observadas, como também possui um nível maior de confiança nos dados obtidos, uma vez que possui um maior poder de penetração na superfície imagiada, quando comparado com as outras faixas do espectro eletromagnético (MATHER; TSO, 2009).

Figura 1 – Região de Santarém, no Pará: a) imagem com cobertura de nuvens, capturada pelo sensor óptico do satélite LandSAT/TM (Composição colorida 5R-4G-3B); b) imagem obtida pelo radar do satélite JERS-1, banda L.



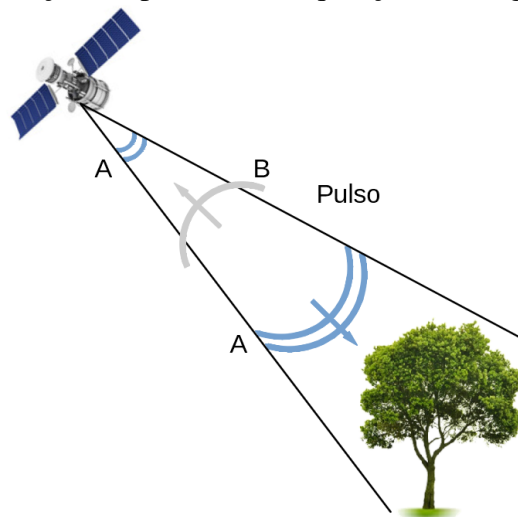
No sensoriamento remoto por micro-ondas, existem dois tipos de sistemas: os ativos (radares) e os passivos (radiômetros). O termo “ativo” refere-se ao sensor que possui sua própria fonte de energia ou iluminação. Já o termo “passivo” refere-se aos radiômetros de micro-ondas que captam níveis baixos de energia emitidos ou refletidos por alvos terrestres (LILLESAND

et al., 2004). Os sistemas de radar, por sua vez, podem ser agrupados em não imageadores e imageadores, sendo que, para o sensoriamento remoto, os imageadores de visada lateral de abertura sintética (*synthetic aperture radar - SAR*) são os mais utilizados.

O princípio básico de funcionamento dos radares imageadores consiste na emissão da radiação eletromagnética direcionada à superfície terrestre e na gravação da intensidade e do tempo de retorno da energia retroespalhada pelo alvo na superfície à medida que o sensor se desloca (ULABY *et al.*, 1986). Os radares utilizados em sensoriamento remoto emitem pulsos que se propagam à velocidade da luz. Quando um objeto é iluminado pelo feixe do radar, ele reflete parte da energia incidente em todas as direções (HORTA, 2009). Essa reflexão é denominada de espalhamento. Na maioria dos radares, as direções de incidência e reflexão são as mesmas, porque a fonte e o detector estão muito próximos um do outro. Nesse caso o sinal, modificado pelos alvos, é chamado de retroespalhamento.

A Figura 2 mostra o funcionamento da aquisição de uma imagem através de radar, em que A representa os pulsos sucessivos de micro-ondas gerados pelo transmissor e B representa uma porção da energia transmitida, retrodispersada dos objetos imageados.

Figura 2 – Representação simplificada da aquisição de imagens através de radar.



Fonte – Adaptada de Fonseca e Fernandes (2004).

Esses pulsos são retroespalhados de tal forma que o sinal de retorno traz informações sobre os alvos. A informação do alvo é transportada através de ondas eletromagnéticas que são definidas pela direção de propagação, amplitude, comprimento de onda ou frequência, polarização e fase. Esse sinal é estruturado na forma de um dado complexo. O comportamento do retroespalhamento é afetado por dois conjuntos de variáveis: as relacionadas ao alvo ou

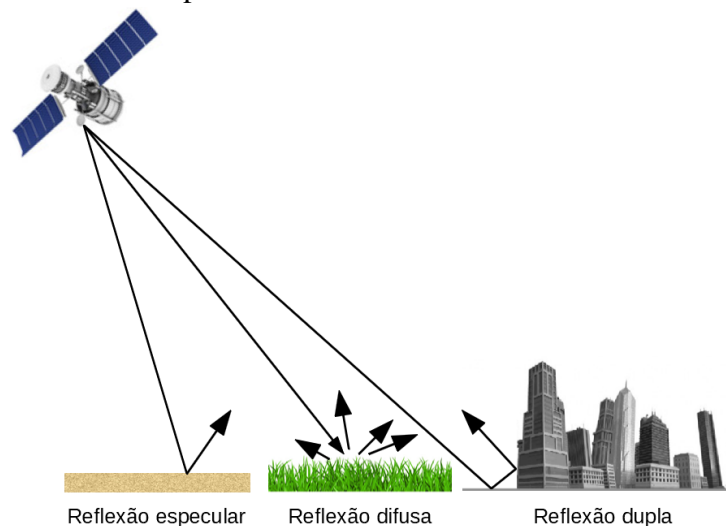
superfície (rugosidade e constante dielétrica) e as ligadas ao sistema de radar (frequência, polarização, ângulo de incidência e resolução).

2.1 Características relacionadas a alvos

2.1.1 Rugosidade

A rugosidade superficial é uma importante característica relacionada ao alvo que influencia no espalhamento da energia de micro-ondas e, conseqüentemente, no brilho dos alvos nas imagens de radar (LEE; POTTIER, 2017). A Figura 3 mostra os tipos de reflexão produzidos pela incidência do pulso de radar em alvos.

Figura 3 – Tipos de espalhamento produzidos pela interação do pulso emitido pelo radar com os alvos presentes na superfície.



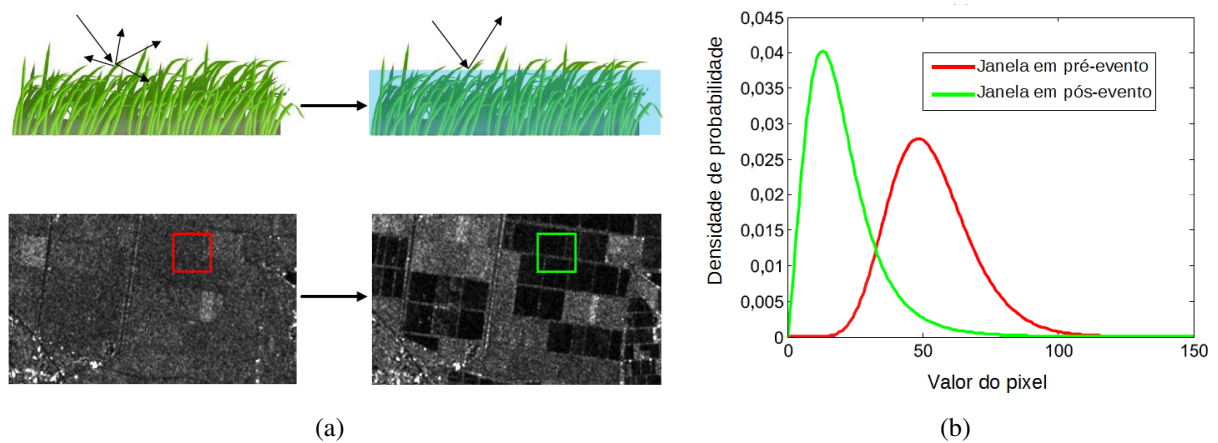
Fonte – Adaptada de Lewis *et al.* (1998).

Na reflexão especular quase toda a energia incidente é espalhada em direção oposta ao sistema de radar e o sinal é totalmente perdido. Ela ocorre quando os pulsos emitidos pelo radar interagem com superfícies lisas e horizontais. Este fato resulta em um coeficiente de retroespalhamento com valor baixo (HORTA, 2009). Estas superfícies aparecem com tons de cinza mais escuros nas imagens de radar (por exemplo, águas calmas ou rodovias pavimentadas) (MARQUES, 2011). Já as micro-ondas que incidem sobre uma superfície rugosa são espalhadas em várias direções, incluindo a direção do radar. Esse fenômeno é conhecido como espalhamento difuso ou distribuído. Quanto maior a rugosidade, mais difusa é a radiação espalhada, significando que não existe uma direção preferencial para os feixes refletidos e a energia é espalhada em todas as direções (HORTA, 2009). As superfícies com vegetação, que são mais rugosas,

causam espalhamento difuso e resultam em uma tonalidade mais brilhante em imagens de radar. Alvos geométricos, por sua vez, podem formar ângulos retos voltados para o radar produzindo espalhamento direto ou indireto através de refletores do tipo diédrico ou triédrico, denominados refletores de canto, produzindo a reflexão dupla ou reflexão de canto. Estes refletores provocam um intenso retorno do sinal retroespalhado para o sensor, produzindo como resposta áreas brilhantes nas imagens de radar (GENOVEZ, 2010).

As mudanças de reflexão são as principais mudanças investigadas na literatura, principalmente quando relacionadas a eventos de inundação. À medida que uma superfície áspera torna-se mais suave após uma inundação, sua reflexão é alterada da reflexão difusa para a reflexão especular (CUI *et al.*, 2016). Assim, os valores de brilho dos *pixels* em imagens SAR, geralmente, são reduzidos de forma significativa. Isso pode ser verificado a partir das distribuições de dados dos valores de *pixel*, conforme Figura 4 (b).

Figura 4 – Exemplo de mudanças de reflectividade no caso de uma inundação. (a) imagens TerraSAR-X antes e depois da inundação. (b) distribuição de dados dos *pixels* antes (vermelho) e depois (verde) da inundação.



Fonte – Adaptada de Cui *et al.* (2016).

2.1.2 Constante dielétrica

Outro importante fator no imageamento por radar é a constante dielétrica, a qual se refere à capacidade que um material (vegetação, solo, água, etc.) tem em conduzir energia elétrica. Isso causa influência direta na capacidade do material em absorver, refletir e transmitir energia na faixa de micro-ondas. Na região das micro-ondas, a constante dielétrica varia de 3 a 8 na maioria dos materiais naturais, quando secos. A água, por sua vez, tem uma constante dielétrica de aproximadamente 80. Assim, a presença de umidade aumenta a constante dielétrica

do material, tendo um impacto significativo na quantidade de energia retroespalhada (MIKHAIL *et al.*, 2001).

Materiais idênticos podem variar na aparência, em momentos ou locais diferentes, de acordo com o teor de umidade. O retroespalhamento e, conseqüentemente, o brilho da imagem, em áreas com vegetação e superfícies naturais, aumenta com o aumento do seu teor de umidade, pois, em terrenos que apresentam um teor de umidade maior, há uma redução da penetração das micro-ondas abaixo da superfície e através do dossel (copa das árvores) da vegetação (LEWIS *et al.*, 1998). Em outras palavras, o brilho da imagem da vegetação e das superfícies naturais aumenta com o aumento do seu teor de umidade.

2.2 Características relacionadas ao radar

2.2.1 Frequência

Na aquisição das imagens por radar, o sinal de retorno (sinal retroespalhado) é influenciado por alguns parâmetros do sistema de radar, como o comprimento de onda e o coeficiente de retroespalhamento (MATHER; TSO, 2009). As faixas de comprimento de onda definem as bandas do radar e influenciam na profundidade de penetração do alvo analisado. Na Tabela 1, estão listadas as bandas de frequência habitualmente utilizadas em SAR e os respectivos intervalos de comprimento de onda.

Tabela 1 – Bandas utilizadas em radar, frequências e comprimentos de onda.

Banda	Frequência (GHz)	Comprimento de onda (cm)
Ka	40 - 25	0,75 - 1,2
Ku	17,6 - 12	1,7 - 2,5
X	12 - 7,5	2,5 - 4
C	7,5 - 3,75	4 - 8
S	3,75 - 2	8 - 15
L	2 - 1	15 - 30
P	0,5 - 0,25	60 - 120

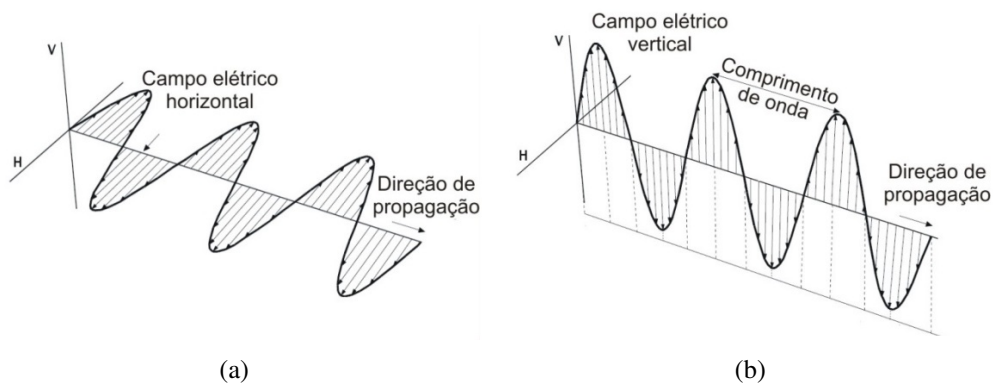
Fonte – Adaptada de Moreira *et al.* (2013).

2.2.2 Polarização

A polarização é definida como a orientação segundo a qual oscila, no tempo, o vetor do campo elétrico da onda eletromagnética. De um modo geral, as antenas de um sistema

radar podem ser configuradas para transmitir e receber a radiação eletromagnética polarizada horizontal ou verticalmente (TEIXEIRA, 2011). A polarização é definida como paralela quando as energias transmitida e recebida são polarizadas na mesma direção. A onda eletromagnética é dita horizontalmente polarizada, quando o vetor do campo elétrico é paralelo à superfície imageada e, verticalmente polarizada, quando for perpendicular a esta. Usualmente, os sistemas de radar utilizam polarizações lineares paralelas, em que HH indica energia transmitida e recebida horizontalmente e VV, energia transmitida e recebida verticalmente. A polarização ainda pode ser definida como cruzada. Esta ocorre quando a energia transmitida e recebida são polarizadas na direção ortogonal (HV, VH). A Figura 5 representa esquematicamente as direções de propagação do campo elétrico.

Figura 5 – Direções de propagação do campo elétrico: (a) – polarização horizontal e (b) – polarização vertical.



Fonte – Adaptada de Teixeira (2011).

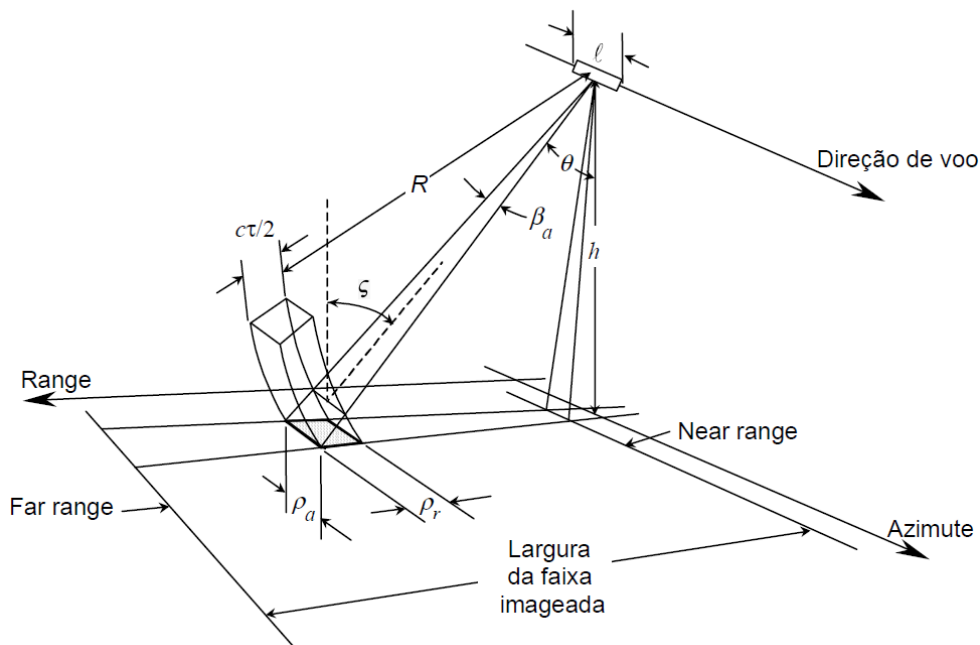
Quando a onda de radar incide em uma superfície e é refletida, a polarização pode ser modificada, segundo as propriedades da superfície. Tal modificação afeta o modo como o alvo aparece nas imagens polarimétricas de radar. Assim, as imagens de radar registram não só a intensidade da energia retroespalhada pela superfície, mas também sua capacidade de alterar a polarização da radiação. Para isso é necessário considerar a informação da diferença de fase.

2.2.3 Propriedades geométricas (ângulo de incidência)

As propriedades geométricas, segundo Dobson *et al.* (1995), controlam a distribuição espacial do espalhamento, determinando em que direção do espaço tridimensional o espalhamento, preferencialmente, ocorre. Por isso o tamanho dos difusores é muito importante no estudo das relações do retroespalhamento.

A geometria de um sistema de imageamento por radar é mostrada na Figura 6. Destacam-se como os principais parâmetros relacionados ao imageamento: ângulo de incidência (ζ), ângulo de visada (θ), altura de voo (h), direção do voo, tamanho físico da antena (ℓ), largura do pulso transmitido (τ), área imageada, resoluções espaciais em *ground range* (direção no solo perpendicular à direção de voo) e em *slant range* (direção oblíqua perpendicular à direção de voo), dentre outros. A resolução espacial (definida como a menor distância na qual se pode discriminar dois alvos) no sensor SAR é diferente para as direções paralelas ao voo (*along track* ou azimute) e perpendiculares ao voo (*cross track* ou *range*).

Figura 6 – Geometria de imageamento por radar.



Fonte – Adaptada de Trevett (1986).

De acordo com a Figura 6, as resoluções espaciais no solo em azimute (ρ_a) e em range (ρ_r) são dadas por:

$$\rho_a = \frac{\lambda h}{\ell \cos(\theta)} \text{ e } \rho_r = \frac{c\tau}{2 \sin(\theta)} \quad (2.1)$$

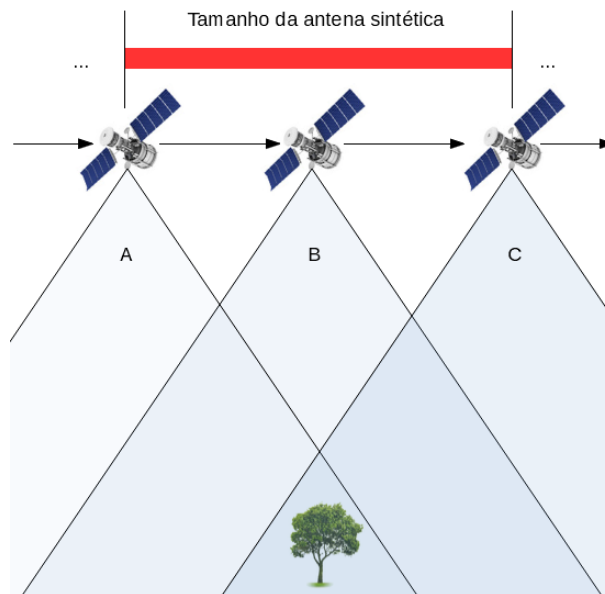
onde λ é o comprimento de onda (que é proporcional ao inverso da frequência f utilizada, $\lambda = c/f$) e c é a velocidade da luz. Vale ressaltar que λ/ℓ é aproximadamente igual à largura do feixe em azimute (β_ζ). Já estas resoluções, quando medidas em *slant range*, não possuem os termos dependentes do ângulo de visada que são utilizados para projetar as resoluções no solo. A resolução em *range* é diretamente proporcional à largura do pulso transmitido, enquanto a

resolução azimutal é inversamente proporcional ao tamanho da antena e diretamente proporcional à largura do feixe em azimute.

O tamanho da antena determina a largura do feixe em azimute, portanto, torna-se um fator limitante para a resolução azimutal. Este problema é contornado combinando os sinais refletidos em uma trilha de voo para sintetizar uma grande antena. Assim, o sistema SAR usa o efeito Doppler (baseado no deslocamento da plataforma) e o histórico das mudanças de fase a ele associado para simular uma antena cujo comprimento é muitas vezes maior que o da antena real. Esta abertura sintética do radar é criada durante o processamento do sinal.

Desta forma, sistemas SAR utilizam o fato de que um determinado objeto pode ser imageado uma série de vezes para sintetizar uma antena de tamanho equivalente à distância percorrida pela plataforma entre o primeiro e o último momento de visualização do objeto (Figura 7). A quase totalidade dos radares hoje em dia o utilizam, por ser uma alternativa prática e econômica. Em SAR, a resolução azimutal é independente da largura do pulso transmitido e é aproximadamente igual à metade do tamanho físico da antena.

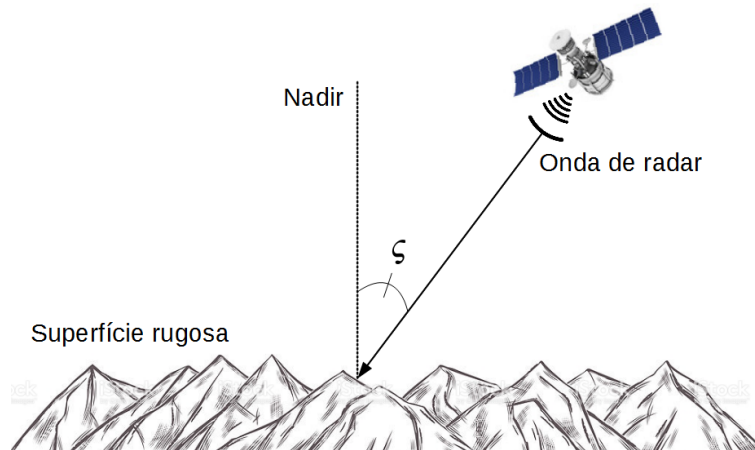
Figura 7 – Conceito da antena sintética. "A" representa o momento que o radar captou pela primeira vez o objeto e "C" o último momento.



O ângulo de incidência (ζ) é o ângulo entre a direção de iluminação do radar e a normal à superfície do solo (Figura 8). O ângulo de incidência varia entre o alcance próximo e o alcance distante, dependendo da altura da trajetória do radar. Essa mudança de ângulo afeta a geometria de visada.

Em superfícies planas, o retroespalhamento e o ângulo de incidência são inversa-

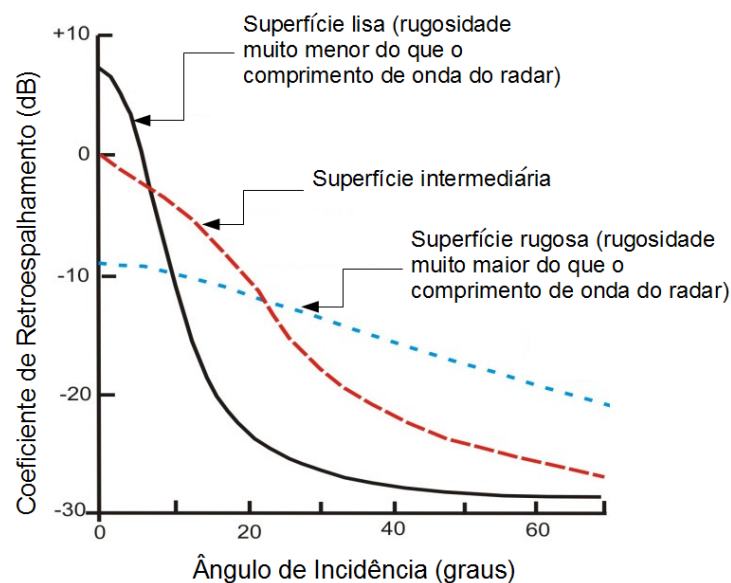
Figura 8 – Desenho esquemático do ângulo de incidência.



Fonte – Adaptada de Lewis *et al.* (1998).

mente proporcionais. Em áreas com topografia acentuada, o decréscimo no retroespalhamento é menor com o aumento do ângulo de incidência (LEWIS *et al.*, 1998). Assim, como pode ser observado na Figura 9, pequenas mudanças no ângulo de incidência, menores que 20° a 25° resultam em mudanças relativamente grandes na intensidade do retorno (TEIXEIRA, 2011).

Figura 9 – Curvas de retroespalhamento para superfícies lisas, moderadamente rugosas e muito rugosas.



Fonte – Adaptada de Lewis *et al.* (1998).

O coeficiente de retroespalhamento é fortemente influenciado pelo ângulo de incidência. Assim, diferentes superfícies podem ter seu sinal diferenciado em função do comportamento angular do retroespalhamento (LANG *et al.*, 2008). Desta forma, a energia de micro-ondas transmitida em ângulos de incidência maiores determina uma menor capacidade de penetração (TEIXEIRA, 2011), o que, em uma floresta, aumenta a habilidade do radar em estimar carac-

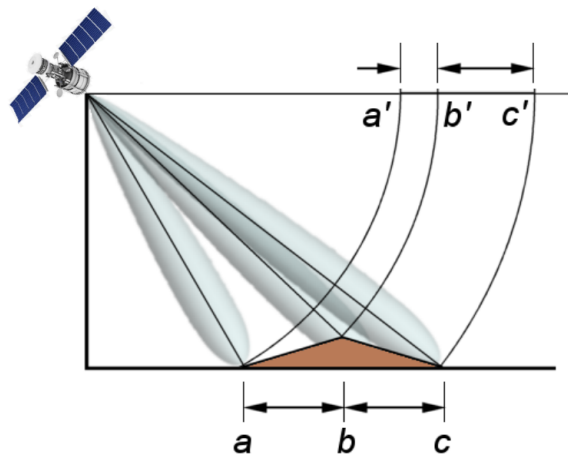
térsticas do dossel. Porém, a energia transmitida em pequenos ângulos de incidência faz uma trajetória menor, através do dossel, aumentando a transmissividade na copa das árvores e levando mais energia para interagir com os troncos e superfície (LANG *et al.*, 2008).

As imagens de radar ainda sofrem distorções, oriundas do relevo e da geometria de aquisição do sensor. Estas distorções são verificadas nos objetos que não se encontram diretamente na posição a nadir do sensor. Para compensar as distorções geométricas, são aplicadas correções de terreno que permitem que a representação geométrica da imagem seja o mais próximo possível da realidade.

Os três principais efeitos ou distorções geométricas de radar são o encurtamento de rampa (*foreshortening*), a inversão (*layover*) e o sombreamento (*shadowing*). A seguir descrevemos cada um destes efeitos.

- **Encurtamento de rampa:** ocorre quando o feixe de micro-ondas, emitido pelo radar, atinge a base de um alvo antes de atingir o seu topo. Como o radar mede a distância oblíqua até o alvo, o declive aparece comprimido e, por consequência, é representado incorretamente (Figura 10). Esse deslocamento horizontal é resultado da pequena diferença entre os ângulos de incidência e o ângulo de inclinação (FONSECA; FERNANDES, 2004).

Figura 10 – Efeitos ou distorções geométricas de radar - Encurtamento de rampa.

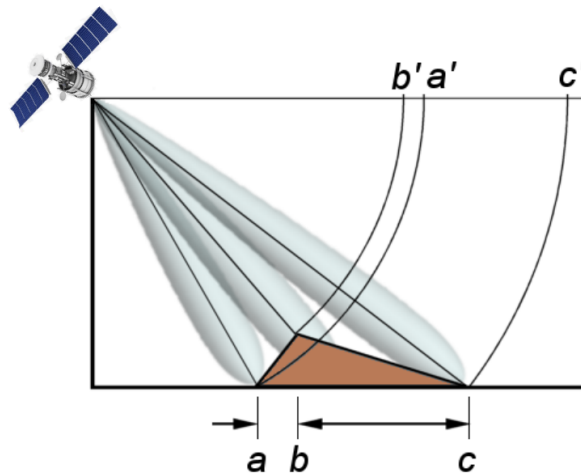


Fonte – Adaptada de Lee e Pottier (2017).

- **Inversão:** ocorre quando o feixe atinge o topo de um alvo antes de atingir a base. O sinal de retorno do topo do alvo é recebido antes do sinal proveniente da base (Figura 11). Devido a isto, o topo do alvo é deslocado na direção do radar em relação à sua posição verdadeira no solo. Trata-se de um caso extremo de encurtamento de rampa e ocorre quando o ângulo de incidência é menor do que a inclinação da encosta. Tal como o encurtamento, a inversão é maior para pequenos ângulos de incidência, no alcance próximo

da faixa de aquisição da imagem (FONSECA; FERNANDES, 2004).

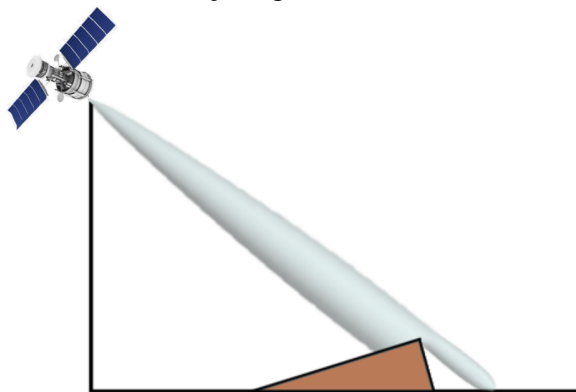
Figura 11 – Efeitos ou distorções geométricas de radar - Inversão.



Fonte – Adaptada de Lee e Pottier (2017).

- **Sombreamento:** ocorre quando o feixe atinge acidentes verticais ou declives muito acentuados. Elas indicam a presença de áreas no terreno que não são iluminadas pelo radar devido à geometria de visada e ao relevo (Figura 12). Como nenhum sinal retroespalhado é recebido, as áreas com sombreamento de radar aparecem com tonalidade muito escura nas imagens (FONSECA; FERNANDES, 2004).

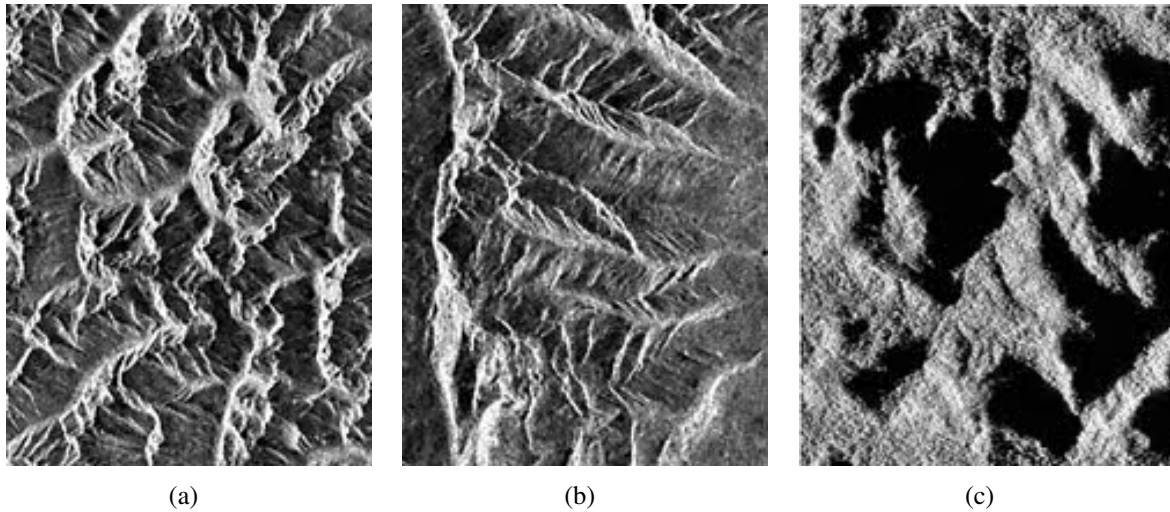
Figura 12 – Efeitos ou distorções geométricas de radar - Sombreamento.



Fonte – Adaptada de Lee e Pottier (2017).

A Figura 13 mostra cada uma destas distorções geométricas em imagens SAR reais. Para que a imagem SAR retrate melhor a realidade imageada devem ser empregadas técnicas para corrigir estes efeitos.

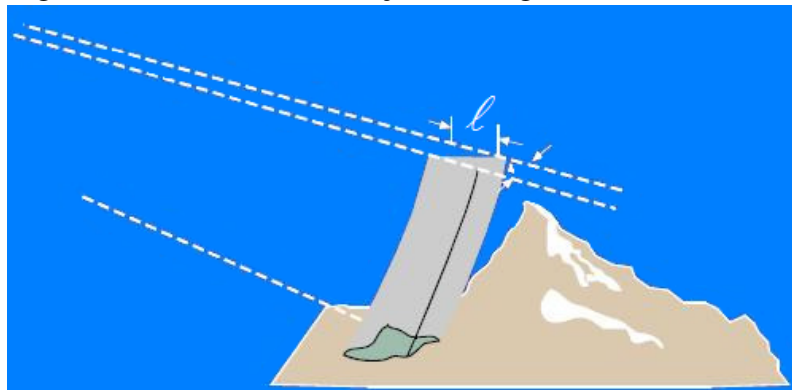
Figura 13 – Exemplos de efeitos geométricos em imagem SAR: (a) encurtamento de rampa; (b) inversão e (c) sombreamento.



2.2.4 Resolução

Uma outra característica importante na determinação do conteúdo da informação de um sistema SAR é a resolução. A resolução é a distância mínima que descreve a capacidade do radar em distinguir refletorres posicionados em intervalos pequenos (RANEY, 1998). No sistema SAR, a resolução espacial é medida nas direções de azimute e alcance e é controlada pelas características do sistema radar e do sensor (Figura 14). A resolução em alcance (*range*) de um SAR é medida ao longo da direção de iluminação do radar e é proporcional ao comprimento do pulso processado. Quanto menor o comprimento do pulso, mais detalhada é a resolução em *range*. Os dados de radar são gerados no domínio do alcance inclinado (*slant-range*), mas, normalmente, são projetados sobre o plano do alcance no terreno (*ground-range*) quando processados em uma imagem. A resolução em azimute em um sistema SAR é dada por $\ell/2$ (LEWIS *et al.*, 1998).

Figura 14 – Célula de resolução de imagem SAR.

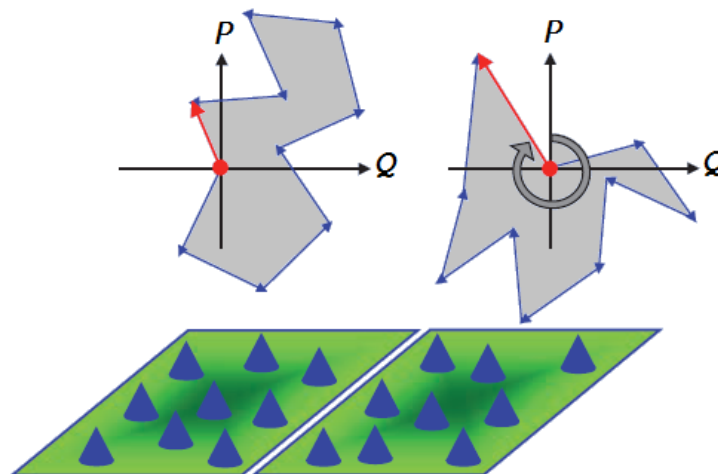


Fonte – Adaptada de Teixeira (2011).

2.3 O ruído *speckle* em imagens SAR

Tendo em vista alguns fatores que influenciam no retroespalhamento do sinal, é possível concluir que as imagens provenientes de sistema SAR não são simples. Elas são formadas por uma interferência coerente entre os difusores que formam cada *pixel* da imagem. Como cada elemento de resolução é composto por um grande número de difusores, o sinal de retorno resulta da soma coerente do sinal elementar retornado por cada um dos elementos difusores. Esse sinal é estruturado na forma de um dado complexo, decomposto em duas partes: sinal em fase (*P*: *In Phase*) e sinal em quadratura de fase (*Q*: *Quadrature*) (SILVA, 2005), conforme Figura 15. Nesta Figura o vetor resultante (seta vermelha) representa a soma dos sinais refletidos dentro de cada célula.

Figura 15 – Exemplos de dispersores em células de resolução com a respectiva soma dos sinais refletidos.



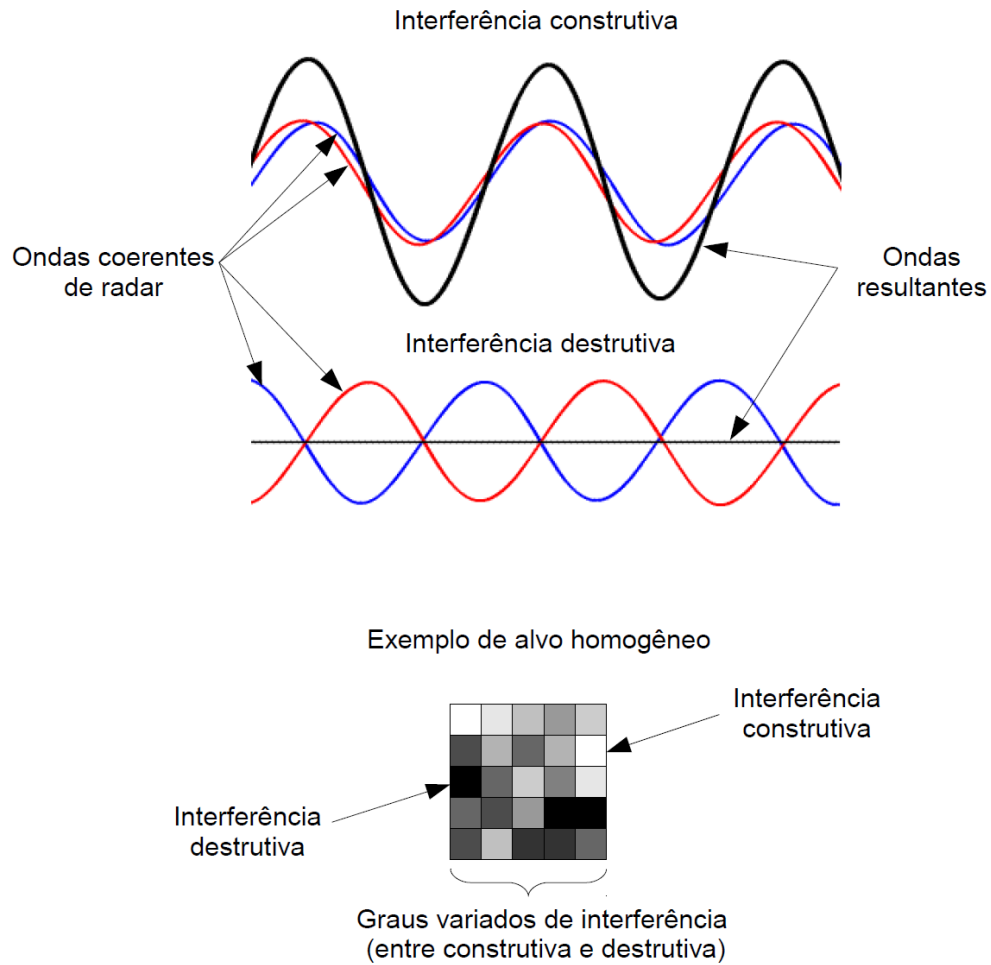
Fonte – Retirada de Moreira *et al.* (2013).

A fase, que representa a parte imaginária do sinal, está associada à distância entre o objeto e o sensor do radar, enquanto a quadratura, que representa a parte real do sinal, está associada às características morfológicas e dielétricas do objeto (SILVA, 2005).

A partir desse dado, podem ser obtidas outras informações, como a amplitude, dada por $A = \sqrt{P^2 + Q^2}$ e a intensidade por $I = A^2$. Segundo Lee e Pottier (2017), tanto A quanto I podem ser consideradas aleatórias.

Esse processo de formação dos dados causa flutuações aleatórias ou interferências locais construtivas ou destrutivas, gerando uma imagem de aparência granular, compostas por mudanças bruscas no nível de cinza em *pixels* espacialmente próximos (LEE; POTTIER, 2017). Este fenômeno é denominado de ruído *speckle* (Figura 16).

Figura 16 – Representação do ruído *speckle*.



Assim, torna-se difícil determinar se as variações no retroespalhamento para *pixels* homogêneos, ou seja, *pixels* com valores digitais próximos entre si, são atribuídos às características do alvo ou ao ruído *speckle* (RYERSON *et al.*, 1998). Diante disso, o ruído *speckle* passa a ser considerado como o principal fator de interferência associado à interpretação de imagens de radar (GALLAND *et al.*, 2004; LOPEZ *et al.*, 2005; SALEHI *et al.*, 2017).

Devido a esta problemática, os métodos clássicos de processamento de imagens tornaram-se ineficientes. Neste contexto, métodos baseados em modelos probabilísticos foram desenvolvidos para processar imagens SAR, conforme apresentado no Capítulo 3.

A literatura aponta duas formas de se atenuar o ruído *speckle*: o processamento *multi-look* e a filtragem (HORTA, 2009), sendo o processamento *multi-look* abordado na próxima seção.

2.4 Processamento *multi-look*

O processamento *multi-look* (múltiplas visadas) resulta na média dos dados obtidos em cada *look* (visada). Este processamento consiste em imagear a célula de resolução L , sendo a abertura sintética da antena dividida em setores adjacentes (*look*) que fornecem dados da mesma cena analisada.

A partir destes dados é gerada uma imagem por meio da média aritmética dos L vetores resultantes (LEE; POTTIER, 2017). Imagens com $L > 1$ são conhecidas como imagens *multi-look* (múltiplas visadas). Caso $L = 1$ a imagem é denominada de visada única ou *single look*. Para ambos os casos, L é denominado de número de *looks*.

Este processamento reduz o desvio padrão do ruído *speckle* por um fator de \sqrt{L} (OLIVER; QUEGAN, 1998). Porém, outro efeito deste processamento é a diminuição da resolução espacial na direção azimute, por um fator de L (LEE *et al.*, 1994). Em outras palavras, esta técnica reduz tanto o ruído *speckle* quanto a informação do alvo imageado. Por exemplo, uma imagem SAR de 1 *look* possui um maior nível de ruído quando comparada com uma imagem de 7 *looks* para a mesma cena. Por sua vez, a resolução azimutal na imagem de 7 *looks* é inferior à imagem de 1 *look* (MATHER; TSO, 2009).

A Figura 17, a seguir, apresenta duas imagens SAR reais da mesma região, mas com diferentes número de *looks*.

Figura 17 – Imagem SAR com diferentes números de *looks*: (a) 1 *look* e (b) 7 *looks*.



(a)

(b)

Fonte – Retirada de Musgrove (2016).

Na Figura 17 (b) podemos observar o efeito da redução do aspecto granular, característica do ruído *speckle*, como também da resolução espacial. Um efeito indesejado é que objetos pequenos tendem a desaparecer ou ter sua resolução comprometida por conta do processamento *multi-look*. Contudo, as técnicas de processamento de imagens SAR tendem a gerar melhores resultados quando se utilizam imagens SAR *multi-looks* em comparação com imagens SAR *single look*. Nesta tese apresentamos metodologias que funcionam melhor em dados *single look* do que *multi-looks* e vice-versa.

2.5 Resumo do capítulo

Neste capítulo, apresentamos os principais conceitos vinculados a sistemas SAR e sua importância em aplicações de sensoriamento remoto, como desflorestamento, detecção de óleo em oceano, dentre outras.

Além disso, mostramos as principais características de sistemas SAR na formação dos dados, tanto aquelas relacionadas aos alvos (rugosidade e constante dielétrica) quanto aquelas relacionadas ao radar (frequência, polarização, propriedades geométricas, resolução).

Sistemas SAR apresentam vantagens sobre os sistemas ópticos, como a independência em relação as condições climáticas ou a necessidade da presença da luz solar, uma vez que sistemas SAR possuem sua própria fonte de energia ou iluminação e operam na faixa de micro-ondas. Apesar destas vantagens os dados provenientes destes sistemas são fortemente contaminados por um ruído de aparência granular denominado *speckle*.

Para atenuar o efeito deste ruído são utilizadas duas abordagens: a filtragem e o processamento *multi-look*. Esta última abordagem consiste em obter várias visadas (*looks*) de uma mesma região de maneira a criar uma imagem resultante da média dos dados obtidos em cada *look*.

3 MODELOS PROBABILÍSTICOS PARA DADOS SAR

Existem muitas vantagens em usar sistemas SAR quando comparamos aos sistemas ópticos convencionais, conforme já apresentamos. No entanto, devido à natureza coerente destes sistemas, as imagens SAR podem sofrer uma forte contaminação pelo ruído *speckle* (LEE, 1981; LEE, 1986; LOPEZ-MARTINEZ; FABREGAS, 2003). De fato, essa interferência pode degradar significativamente a qualidade das imagens SAR, o que leva a dificuldades nas tarefas de processamento de imagens (SILVA *et al.*, 2008; GALLAND *et al.*, 2009; MARQUES *et al.*, 2009) e impede a utilização de técnicas clássicas de segmentação, classificação, filtragem, dentre outras, diretamente sobre o dado SAR.

Um modelo aceito para explicar os dados SAR é o multiplicativo (WARD, 1981). Neste modelo, o retorno dos dados SAR, Z , é descrito pelo produto de duas variáveis aleatórias independentes, X e Y , sendo dado por:

$$Z = X.Y, \quad (3.1)$$

com X descrevendo o *backscatter* do terreno e Y o ruído *speckle*.

Ao longo do tempo, diversos modelos probabilísticos foram propostos para lidar com o ruído do *speckle*, com base na Equação (3.1). Assim, a escolha de uma distribuição de probabilidade adequada para modelar dados SAR desempenha um papel importante nas tarefas de processamento de imagens SAR. As distribuições Gamma, Weibull, K e a família de distribuições de G^0 são amplamente utilizadas na literatura para modelagem de dados SAR. Uma revisão destes modelos é encontrada em Gao (2010), por exemplo. Dentre estas distribuições, destaca-se a família de distribuições G^0 , em específico, a G_A^0 e a G_I^0 propostas por Frery *et al.* (1997), uma vez que elas têm a flexibilidade de modelar, adequadamente, regiões homogêneas, heterogêneas e extremamente heterogêneas (FRERY *et al.*, 1997; GAO, 2010; FENG *et al.*, 2013), em imagens SAR em amplitude e intensidade, respectivamente.

3.1 As distribuições G_A^0 e G_I^0 para dados SAR

Considerando o modelo multiplicativo apresentado na Equação (3.1), Frery *et al.* (1997) propuseram a distribuição G_A^0 , para modelar dados SAR em amplitude, e a distribuição G_I^0 , para modelar dados SAR em intensidade.

• **Distribuição G_A^0**

Nesta distribuição, X segue a raiz quadrada da distribuição gama inversa, aqui indicada como $X \sim \Gamma^{-1/2}(-\alpha, \gamma)$, enquanto Y segue a raiz quadrada da distribuição gama, denotada por $Y \sim \Gamma^{1/2}(L, L)$.

As funções de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias X e Y , para amplitude (X_A e Y_A), fornecidas por Frery *et al.* (1997) são, respectivamente,

$$f_{X_A}(x; \alpha, \gamma) = \frac{2}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)} x^{2\alpha-1} e^{-\gamma/x^2}, \quad (3.2)$$

em que $-\alpha, \gamma > 0$, $x \in (0, +\infty)$ e

$$f_{Y_A}(y; L, L) = \frac{2L^L}{\Gamma(L)} y^{2L-1} e^{-Ly^2}, \quad (3.3)$$

sendo $L \geq 1$ e $y \in (0, +\infty)$.

Conforme Frery *et al.* (1997), a distribuição G_A^0 é resultante do produto das duas variáveis aleatórias X_A e Y_A , sendo sua função densidade de probabilidade dada por:

$$f_{G_A^0}(z; \alpha, \gamma, L) = \frac{2L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \frac{z^{2L-1}}{(\gamma + Lz^2)^{L-\alpha}}, \quad (3.4)$$

em que $-\alpha, \gamma > 0$, $L \geq 1$ e $z \in (0, +\infty)$, sendo o momento não central de ordem r definido como

$$\mathbb{E}_{G_A^0}[Z^r] = \left(\frac{\gamma}{L}\right)^{\frac{r}{2}} \frac{\Gamma(-\alpha - \frac{r}{2}) \Gamma(L + \frac{r}{2})}{\Gamma(-\alpha) \Gamma(L)}, \quad \alpha < -\frac{r}{2}. \quad (3.5)$$

• **Distribuição G_I^0**

Para modelar dados SAR em intensidade, considerando o modelo descrito na Equação (3.1), Frery *et al.* (1997) propuseram a distribuição G_I^0 . Nela, o retorno Z em intensidade é obtido pelo produto das variáveis aleatórias X que segue a distribuição gama inversa, $X \sim \Gamma^{-1}(-\alpha, \gamma)$, e Y que segue a distribuição gama, $Y \sim \Gamma(L, L)$, cujas funções de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias para intensidade (X_I e Y_I) são dadas, respectivamente, por

$$f_{X_I}(x; \alpha, \gamma) = \frac{1}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\gamma/x}, \quad (3.6)$$

em que $-\alpha, \gamma > 0$ e $x \in (0, +\infty)$ e

$$f_{Y_I}(y; L, L) = \frac{L^L}{\Gamma(L)} y^{L-1} e^{-Ly}, \quad (3.7)$$

sendo $y > 0$, $L \geq 1$ e $y \in (0, +\infty)$.

Segundo Frery *et al.* (1997), a função densidade de probabilidade da distribuição G_I^0 é dada por:

$$f_{G_I^0}(z, \theta) = \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{L-1} (\gamma + Lz)^{\alpha-L}, \quad (3.8)$$

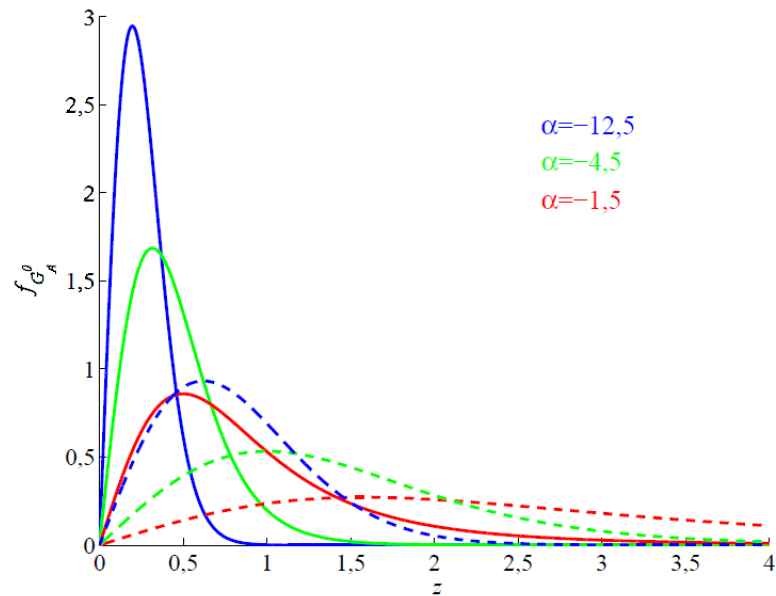
em que $-\alpha, \gamma > 0$, $L \geq 1$ e $z \in (0, +\infty)$, com r -ésimo momento não central definido como

$$\mathbb{E}_{G_I^0}[Z^r] = \left(\frac{\gamma}{L}\right)^r \frac{\Gamma(-\alpha - r) \Gamma(L + r)}{\Gamma(-\alpha) \Gamma(L)}, \alpha < -r. \quad (3.9)$$

Os parâmetros α , γ e L , tanto na distribuição G_A^0 quanto na G_I^0 , correspondem a rugosidade, escala e número de *looks*, respectivamente. Nesta tese, L é conhecido e considerado constante em todos os *pixels* da imagem.

A Figura 18 mostra o padrão da distribuição G_A^0 a partir da variação dos parâmetros α , γ , com $L = 1$. Nela podemos observar a influência de ambos os parâmetros no formato da distribuição. No entanto, o parâmetro L também tem um papel importante nesta distribuição, pois atua como um parâmetro de redução da variância da intensidade dos *pixels*. Assim, quanto maior o valor de L , maior será a redução da variância da intensidade dos *pixels*. Isso implica afirmar que este parâmetro serve para controlar o ruído *speckle*, ou seja, atenuá-lo (RODRIGUES, 2017).

Figura 18 – Padrão da distribuição G_A^0 com parâmetros $L = 1$, $\gamma = 1$ (linha contínua), $\gamma = 10$ (linha tracejada), $\alpha = -1,5$ (vermelho), $\alpha = -4,5$ (verde) e $\alpha = -12,5$ (azul).

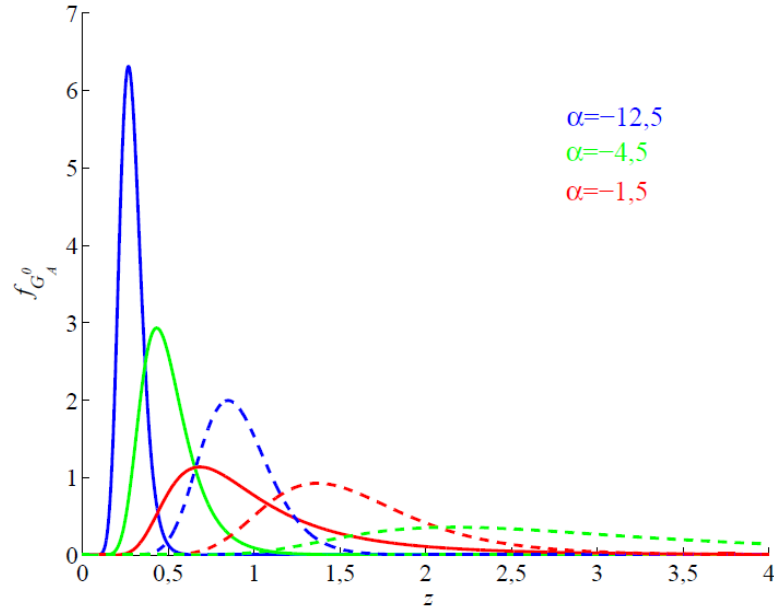


Fonte – Retirada de Marques (2011).

Ao compararmos a Figura 18 com a Figura 19, observamos que a dispersão (variabilidade) das distribuições apresentadas pela Figura 18, por exemplo, quando $\alpha = -12,5$, $\gamma = 1$

e $L = 1$, são bem maiores que aquelas apresentadas na Figura 19, quando $\alpha = -12,5$ e $\gamma = 1$, mas $L = 8$. Este tipo de comportamento também é observado na distribuição G_I^0 .

Figura 19 – Padrão da distribuição G_A^0 com parâmetros $L = 8$, $\gamma = 1$ (linha contínua), $\gamma = 10$ (linha tracejada), $\alpha = -1,5$ (vermelho), $\alpha = -4,5$ (verde) e $\alpha = -12,5$ (azul).



Fonte – Retirada de Marques (2011).

3.2 Relações entre G_A^0 e G_I^0

Segundo Frery *et al.* (1997), existe a relação $Z_A^2 = Z_I$, em que Z_A é uma variável aleatória modelada pela distribuição G_A^0 , com função de distribuição de probabilidade $F_{G_A^0}$ e Z_I uma variável aleatória modelada pela distribuição G_I^0 , com função de distribuição de probabilidade $F_{G_I^0}$. A partir desta relação tem-se que (FRERY *et al.*, 1997).

$$F_{G_I^0}(z) = F_{G_A^0}(\sqrt{z}). \quad (3.10)$$

Ao derivar ambos os lados da Equação (3.10) obtém-se (FRERY *et al.*, 1997):

$$f_{G_I^0}(z) = \frac{1}{2\sqrt{z}} f_{G_A^0}(\sqrt{z}). \quad (3.11)$$

Outra relação importante apresentada por Frery *et al.* (1997) está relacionada aos momentos não centrais, no qual

$$\mathbb{E}_{G_I^0}[Z^r] = \mathbb{E}_{G_A^0}[Z^{2r}]. \quad (3.12)$$

Também é possível, a partir da Equação (3.10), estabelecer que (RODRIGUES, 2017)

$$F_{G_I^0}^{-1}(z) = F_{G_A^0}^{-1}(\sqrt{z}), \quad (3.13)$$

em que $F_{G_I^0}^{-1}$ e $F_{G_A^0}^{-1}$ são as funções de distribuição inversas das distribuições ou funções quantílicas G_I^0 e G_A^0 , respectivamente.

3.3 Estimação dos parâmetros da G_A^0 e G_I^0

Para estimar os parâmetros das distribuições G_A^0 e G_I^0 podemos utilizar alguns métodos, como o método de momentos (MM) (FRERY *et al.*, 1997; GAMBINI *et al.*, 2008), o método de momentos modificado (CUI *et al.*, 2015), a máxima verossimilhança (*maximum-likelihood estimation*- MLE) (FRERY *et al.*, 2004) e o método de log-cumulantes (MLC) (FENG *et al.*, 2013; RODRIGUES *et al.*, 2016). Contudo, todas essas técnicas têm limitações específicas (ZHU *et al.*, 2015), principalmente relacionadas às suas soluções analíticas e a problemas numéricos (MARQUES *et al.*, 2012).

Dentre estes, o método de estimação MLE, sob as condições de Frechet-Cramer-Rao (SEN *et al.*, 2009) gera estimadores eficientes¹. No entanto, conforme apresentado na literatura, a utilização do MLE para estimação de parâmetros da distribuição G_A^0 ou G_I^0 provoca o aparecimento de problemas numéricos sempre que é utilizada uma pequena amostra de dados proveniente de áreas homogêneas (MEJAIL *et al.*, 2003; MARQUES *et al.*, 2012). Além disso, o tempo computacional necessário para realizar a estimativa é outro problema relevante (CHITROUB *et al.*, 2002). Para um maior detalhamento sobre estas limitações, consultar os trabalhos de Nicolas (2002) e Feng *et al.* (2013), por exemplo.

Uma alternativa ao uso do método da máxima verossimilhança, para as distribuições G_A^0 e G_I^0 , é o MLC (KRYLOV *et al.*, 2013), pois este gera estimadores fortemente consistentes e envolve, em geral, operações algébricas mais simples do que MLE (RODRIGUES *et al.*, 2016). Apesar de ser computacionalmente mais rápido que MLE (RODRIGUES, 2017), o tempo ainda é um fator limitante ao uso deste método, conforme podemos verificar ao analisarmos os resultados apresentados por Rodrigues *et al.* (2016).

Em relação ao MM, apesar de também apresentar problemas de estimação de ordem numérica, ele é de mais simples utilização, e pode ser aplicado com sucesso para estimar os

¹ Um estimador é considerado eficiente se ele for assintoticamente não viesado e, entre todos os estimadores assintoticamente não viesados, apresentar a menor variância.

parâmetros de distribuição G_A^0 e G_I^0 (MEJAIL *et al.*, 2003). Este método, sob condição de regularidade fraca², também fornece estimadores consistentes (MARQUES *et al.*, 2012; SEN *et al.*, 2009), além de ser computacionalmente mais rápido (RODRIGUES *et al.*, 2016).

Nesta tese, utilizamos os métodos de estimação MM e MLC em nossos experimentos, com preferência pelo MM devido a sua facilidade de processamento e o baixo tempo computacional envolvido. A utilização do MM e do MLC ocorrerá com a utilização de uma janela de estimação de tamanho 5x5 uma vez que janelas maiores, por exemplo, 25x25, normalmente causam uma forte desfocagem nos dados resultantes (FRERY *et al.*, 2004). A seguir explanamos sobre a estimação de parâmetros utilizado MM e MLC.

- **Método dos Momentos (MM):**

Seja Z uma variável aleatória absolutamente contínua, com função de densidade de probabilidade dada por $f(z)$, o momento teórico de ordem r é dado por:

$$\mathbb{E}(Z^r) = \mu_r = \int_{-\infty}^{+\infty} z^r f(z) dz. \quad (3.14)$$

Seja z_1, z_2, \dots, z_n uma amostra de tamanho n da variável aleatória Z . Definimos, o r -ésimo momento amostral, denotado por \hat{m}_r , por

$$\hat{m}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i^r, \quad (3.15)$$

em que $r \in \mathbb{Q}^*$ e $n \in \mathbb{Z}_+^*$.

A técnica de estimação de parâmetros baseada nos momentos consiste em igualar os momentos teóricos μ_r com os momentos amostrais \hat{m}_r e resolver o sistema de equações resultante. Em outras palavras, o método dos momentos baseia-se em expressar os primeiros r momentos teóricos em termos de r parâmetros, através de r equações. A solução deste sistema, formado por estas equações, leva à determinação destes estimadores.

Assim, para estimar os parâmetros α e γ da distribuição G_A^0 , sendo o parâmetro L conhecido, necessitaremos de dois momentos. Nesta tese fazemos uso dos momentos de ordem 1/2 e 1, nomeados de $\mu_{1/2}$ e μ_1 que correspondem aos momentos amostrais $\hat{m}_{1/2}$ e \hat{m}_1 , respectivamente. Estes momentos são obtidos a partir da Equação (3.5), resultando em (MEJAIL *et al.*, 2003):

$$\mathbb{E}_{G_A^0}[Z^{1/2}] = \mu_{1/2} = \left(\frac{\gamma}{L}\right)^{1/4} \frac{\Gamma(-\alpha - 1/4)\Gamma(L + 1/4)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)}, \alpha < -1/4 \quad (3.16)$$

² Pela Lei dos Grandes Números, os momentos amostrais convergem para os respectivos momentos populacionais.

e

$$\mathbb{E}_{G_A^0}[Z^1] = \mu_1 = \left(\frac{\gamma}{L}\right)^{1/2} \frac{\Gamma(-\alpha - 1/2)\Gamma(L + 1/2)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)}, \alpha < -1/2. \quad (3.17)$$

Elevando a Equação (3.16) ao quadrado e reescrevendo-a em função de $(\frac{\gamma}{L})^{1/2}$ obtém-se:

$$\begin{aligned} \mu_{1/2}^2 &= \left(\frac{\gamma}{L}\right)^{1/2} \frac{\Gamma^2(-\alpha - 1/4)\Gamma^2(L + 1/4)}{\Gamma^2(-\alpha)\Gamma^2(L)} \\ \left(\frac{\gamma}{L}\right)^{1/2} &= \mu_{1/2}^2 \frac{\Gamma^2(-\alpha)\Gamma^2(L)}{\Gamma^2(-\alpha - 1/4)\Gamma^2(L + 1/4)}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Reescrevendo a Equação (3.17) em função de $(\frac{\gamma}{L})^{1/2}$, tem-se:

$$\left(\frac{\gamma}{L}\right)^{1/2} = \mu_1 \frac{\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)}{\Gamma(-\alpha - 1/2)\Gamma(L + 1/2)}. \quad (3.19)$$

Assim, fazendo a igualdade das Equações (3.18) e (3.19), obtém-se:

$$\mu_{1/2}^2 \frac{\Gamma^2(-\alpha)\Gamma^2(L)}{\Gamma^2(-\alpha - 1/4)\Gamma^2(L + 1/4)} = \mu_1 \frac{\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)}{\Gamma(-\alpha - 1/2)\Gamma(L + 1/2)}. \quad (3.20)$$

Assim, reorganizando a Equação (3.20) em função dos parâmetros α e γ , temos:

$$\begin{aligned} \frac{\mu_{1/2}^2 \Gamma(L)\Gamma(L + 1/2)}{\mu_1 \Gamma^2(L + 1/4)} &= \frac{\Gamma^2(-\alpha - 1/4)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(-\alpha - 1/2)} \\ \frac{\Gamma^2(-\alpha - 1/4)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(-\alpha - 1/2)} - \frac{\mu_{1/2}^2 \Gamma(L)\Gamma(L + 1/2)}{\mu_1 \Gamma^2(L + 1/4)} &= 0. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Desta forma, substituindo $\mu_{1/2}$ e μ_1 por $\hat{m}_{1/2}$ e \hat{m}_1 , respectivamente, podemos determinar $\hat{\alpha}$ como a solução da seguinte equação:

$$g(\hat{\alpha}) - \zeta = 0, \quad (3.22)$$

em que

$$g(\hat{\alpha}) = \frac{\Gamma^2(-\hat{\alpha} - 1/4)}{\Gamma(-\hat{\alpha})\Gamma(-\hat{\alpha} - 1/2)}, \quad (3.23)$$

e

$$\zeta = \frac{\hat{m}_{1/2}^2 \Gamma(L)\Gamma(L + 1/2)}{\hat{m}_1 \Gamma^2(L + 1/4)}. \quad (3.24)$$

Uma vez obtido $\hat{\alpha}$, utilizamos a Equação (3.17) para determinar $\hat{\gamma}$, substituindo μ_1 por \hat{m}_1 :

$$\hat{\gamma} = L \left(\hat{m}_1 \frac{\Gamma(-\hat{\alpha})\Gamma(L)}{\Gamma(-\hat{\alpha} - 1/2)\Gamma(L + 1/2)} \right)^2. \quad (3.25)$$

Para estimar os parâmetros α e γ da distribuição G_I^0 , fazemos uso dos momentos de ordem 1/2 e 1, nomeados de $\mu_{1/2}$ e μ_1 , obtidos a partir da Equação (3.9):

$$\mathbb{E}_{G_I^0}[Z^{1/2}] = \mu_{1/2} = \left(\frac{\gamma}{L}\right)^{1/2} \frac{\Gamma(-\alpha - 1/2)\Gamma(L + 1/2)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)}, \alpha < -1/2 \quad (3.26)$$

e

$$\mathbb{E}_{G_I^0}[Z^1] = \mu_1 = \left(\frac{\gamma}{L}\right) \frac{\Gamma(-\alpha - 1)\Gamma(L + 1)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)}, \alpha < -1/2. \quad (3.27)$$

Isolando $\left(\frac{\gamma}{L}\right)^{1/2}$ e elevando toda a Equação (3.26) ao quadrado, temos:

$$\frac{\gamma}{L} = \mu_{1/2}^2 \frac{\Gamma^2(-\alpha)\Gamma^2(L)}{\Gamma^2(-\alpha - 1/2)\Gamma^2(L + 1/2)}. \quad (3.28)$$

Substituindo $\left(\frac{\gamma}{L}\right)$ da Equação (3.27) pelo valor expresso na Equação (3.28), obtém-se:

$$\mu_1 = \mu_{1/2}^2 \frac{\Gamma^2(-\alpha)\Gamma^2(L)}{\Gamma^2(-\alpha - 1/2)\Gamma^2(L + 1/2)} \frac{\Gamma(-\alpha - 1)\Gamma(L + 1)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)}. \quad (3.29)$$

Assim, reorganizando a Equação (3.29) em função dos parâmetros α e γ , temos:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma^2(-\alpha - 1/2)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(-\alpha - 1)} &= \frac{\mu_{1/2}^2 \Gamma(L)\Gamma(L + 1)}{\mu_1 \Gamma^2(L + 1/2)} \\ \frac{\Gamma^2(-\alpha - 1/2)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(-\alpha - 1)} - \frac{\mu_{1/2}^2 \Gamma(L)\Gamma(L + 1)}{\mu_1 \Gamma^2(L + 1/2)} &= 0. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Determinamos $\hat{\alpha}$ ao resolver a seguinte equação, substituindo $\mu_{1/2}$ e μ_1 por $\hat{m}_{1/2}$ e \hat{m}_1 , respectivamente:

$$g(\hat{\alpha}) - \zeta = 0, \quad (3.31)$$

em que

$$g(\hat{\alpha}) = \frac{\Gamma^2(-\hat{\alpha} - 1/2)}{\Gamma(-\hat{\alpha})\Gamma(-\hat{\alpha} - 1)}, \quad (3.32)$$

e

$$\zeta = \frac{\hat{m}_{1/2}^2 \Gamma(L)\Gamma(L + 1)}{\hat{m}_1 \Gamma^2(L + 1/2)}. \quad (3.33)$$

Uma vez obtido $\hat{\alpha}$, utilizamos a Equação (3.27) para determinar $\hat{\gamma}$, substituindo μ_1 por \hat{m}_1 :

$$\hat{\gamma} = L\hat{m}_1 \frac{\Gamma(-\hat{\alpha})\Gamma(L)}{\Gamma(-\hat{\alpha}-1)\Gamma(L+1)}. \quad (3.34)$$

Para resolver os sistemas das Equações (3.21) e (3.30), utilizamos o método de interpolação de modo a garantir velocidade ao processo de estimação, sem que isso comprometa a qualidade dos estimadores. A estimação também pode ser realizada através da utilização de outros métodos numéricos, contudo o tempo computacional envolvido é superior ao da interpolação e, portanto, não desejado.

- **Método de Log-Cumulantes (MLC)**

Este método proposto por Nicolas (2002) utiliza as estatísticas de segundo tipo e o mesmo arcabouço estatístico tradicional para definir as funções características, simplesmente substituindo a transformada de Fourier (\mathcal{F}) pela transformada de Mellin (\mathcal{M}).

Assim, se $f_Z(u)$ é a função de densidade de probabilidade que modela uma variável aleatória Z , a função característica $\Phi_Z(s)$ obtida por \mathcal{F} é dada por (NICOLAS, 2002):

$$\Phi_Z(s) = \mathcal{F}[f_Z(u)](s) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jsu} f_Z(u) du. \quad (3.35)$$

Substituindo \mathcal{F} por \mathcal{M} na Equação (3.35), em que $u \in \mathbb{R}^+$, obtemos a primeira função característica de segundo tipo de $f_Z(u)$ (NICOLAS, 2002):

$$\phi_Z(s) = \mathcal{M}[f_Z(u)](s) = \int_0^{+\infty} u^{s-1} f_Z(u) du = \mathbb{E}[Z^{s-1}]. \quad (3.36)$$

Em outras palavras, encontrar a transformada de Mellin (função característica de segundo tipo) equivale a derivar a expressão para a transformada de Fourier (função característica comum) na escala logarítmica (KRYLOV *et al.*, 2013).

Como as funções de densidades de probabilidade são definidas por esse intervalo exato, sua transformada de Mellin existe para todos os valores do complexo unitário s . Segundo Krylov *et al.* (2013), propriedades interessantes são introduzidas pela transformada de Mellin, como o uso da escala logarítmica.

Seguindo as anotações introduzidas por Nicolas (2002), podemos definir as outras estatísticas de segunda ordem como

- segunda função característica de segundo tipo:

$$\psi_Z(s) = \ln(\phi_Z(s)). \quad (3.37)$$

- r -ésimo momento de segundo tipo, também conhecido como log-momentos:

$$\tilde{m}_r = \left. \frac{d^r \phi_Z(s)}{ds^r} \right|_{s=1} = \int_0^{+\infty} \ln(u)^r f_Z(u) du. \quad (3.38)$$

- r -ésimo cumulante de segundo tipo, também conhecido como log-cumulantes:

$$\tilde{k}_r = \left. \frac{d^r \psi_Z(s)}{ds^r} \right|_{s=1}, \quad (3.39)$$

em que $r \in \mathbb{N}$.

Analicamente, os cumulantes de segundo tipo são construídos da mesma forma que os cumulantes tradicionais (KRYLOV *et al.*, 2013). Desta forma, podemos utilizar as mesmas relações existentes entre momentos e cumulantes clássicos no log-momentos e no log-cumulantes (STUART; ORD, 2009).

Assim, os dois primeiros log-cumulantes podem ser escritos, em função dos log-momentos, como (KRYLOV *et al.*, 2013; TISON *et al.*, 2004):

$$\begin{cases} \tilde{k}_1 = \tilde{m}_1 \\ \tilde{k}_2 = \tilde{m}_2 - \tilde{m}_1^2. \end{cases} \quad (3.40)$$

Neste sistema de equações, podemos substituir o \tilde{m}_r , com $r \in \{1, 2\}$, pelo correspondente log-momento amostral, conforme o trabalho de Nicolas (2002):

$$\hat{\tilde{m}}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln z_i^r, \quad (3.41)$$

em que z_i , com $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, representa uma amostra aleatória de Z .

Para estimar os parâmetros α e γ da distribuição G_A^0 determinamos $\phi_Z(s)$ fazendo uso das Equações (3.5) e (3.36), obtendo

$$\phi_{G_A^0}(s) = \left(\frac{\gamma}{L} \right)^{\frac{s-1}{2}} \frac{\Gamma(\frac{1-s}{2} - \alpha) \Gamma(L + \frac{s-1}{2})}{\Gamma(-\alpha) \Gamma(L)}, \quad (3.42)$$

com $\alpha < \frac{1-s}{2}$.

Tomando os log-cumulantes de ordem 1 e 2 obtidos da Equação (3.39), teremos um sistema de equações para estimar os parâmetros da distribuição G_A^0 (FENG *et al.*, 2013; CUI *et al.*, 2014):

$$\begin{cases} 2\tilde{k}_1 = \ln\left(\frac{\hat{\gamma}}{L}\right) + \Psi^0(L) - \Psi^0(-\hat{\alpha}) \\ 4\tilde{k}_2 = \Psi^1(L) + \Psi^1(-\hat{\alpha}), \end{cases} \quad (3.43)$$

em que $\Psi^0(\cdot)$ e $\Psi^1(\cdot)$ correspondem às funções digamma e trigamma, respectivamente (ARF-KEN; WEBER, 2005), com $\tilde{k}_1 = \hat{m}_1$ e $\tilde{k}_2 = \hat{m}_2 - \hat{m}_1^2$.

A estimação de parâmetros da distribuição G_I^0 é semelhante à forma que utilizamos na G_A^0 . Neste caso, fazemos uso das Equações (3.9) e (3.36) de forma a obter $\phi_Z(s)$ (GAMBINI *et al.*, 2015):

$$\phi_{G_I^0}(s) = \left(\frac{\gamma}{L}\right)^{s-1} \frac{\Gamma(1-s-\alpha)\Gamma(L+s-1)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)}, \quad (3.44)$$

com $\alpha < 1 - s$.

Os parâmetros estimados da distribuição G_I^0 podem ser obtidos através da solução do sistema de equações criado a partir dos log-cumulantes de ordem 1 e 2 obtidos da Equação (3.39) (CUI; DATCU, 2011; GAMBINI *et al.*, 2015):

$$\begin{cases} \tilde{k}_1 = \ln\left(\frac{\hat{\gamma}}{L}\right) + \Psi^0(L) - \Psi^0(-\hat{\alpha}) \\ \tilde{k}_2 = \Psi^1(L) + \Psi^1(-\hat{\alpha}). \end{cases} \quad (3.45)$$

A solução dos sistemas de Equações (3.43) e (3.45) não pode ser obtida diretamente, uma vez que as funções $\Psi^0(\cdot)$ e $\Psi^1(\cdot)$ não admitem inversa. Para resolver estes sistemas de equações não lineares, são necessários métodos numéricos, como *Newton-Raphson* e *Trust Region*, por exemplo.

Em geral, procedimentos numéricos são computacionalmente lentos além de apresentar alguns problemas relacionados à convergência para um ótimo local, à não convergência, dentre outros. Para reduzir este problema da convergência utilizamos o método Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) (VASSILIADIS; CONEJEROS, 2001) para calcular os mínimos de uma função objetiva multivariável.

3.4 Distâncias estocásticas

Considere as variáveis aleatórias X e Y definidas no mesmo espaço de probabilidade Ω , com funções de distribuição de probabilidade definidas por $f_X(x; \theta_1)$ e $f_Y(x; \theta_2)$, respectivamente, onde θ_1 e θ_2 são os vetores de parâmetros. Uma métrica entre duas distribuições f_X e f_Y é um quantificador que obedece as seguintes propriedades (ULLAH, 1996), em que \mathcal{D} representa a operação de diferença:

1. $\mathcal{D}(f_X, f_X) = 0$, reflexividade;
2. $\mathcal{D}(f_X, f_Y) > 0$, não negatividade;

3. $\mathcal{D}(f_X, f_Y) = \mathcal{D}(f_Y, f_X)$, simetria;
4. $\mathcal{D}(f_X, f_Y) \leq \mathcal{D}(f_X, f_W) + \mathcal{D}(f_W, f_Y)$, desigualdade triangular para qualquer função de probabilidade f_W definida no mesmo espaço de probabilidades.

A teoria da informação, formulada por Shannon (1948), fornece medidas de divergência baseadas no conceito de entropia, para discriminar estatisticamente distribuições estocásticas (NASCIMENTO *et al.*, 2010).

De acordo com Salicru *et al.* (1994), a divergência $h - \phi$ entre X e Y é expressa por:

$$D_{\phi}^h(X, Y) = h \left(\int_{x \in \Omega} \phi \left(\frac{f_X(x; \theta_1)}{f_Y(x; \theta_2)} \right) f_Y(x; \theta_2) dx \right), \quad (3.46)$$

em que $\phi : (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ é uma função convexa, $h : (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ é uma função estritamente crescente com $h(0) = 0$ e $h'(x) > 0$ para $\forall x \in \Omega$ em que h' representa a derivada de primeira ordem de h .

Contudo, uma medida de divergência precisa satisfazer apenas as propriedades da refletividade e não negatividade (CHA; SRIHARI, 2002). Assim, as medidas de divergência frequentemente não satisfazem a propriedade da desigualdade triangular, razão pela qual não são consideradas, rigorosamente, uma métrica (NASCIMENTO *et al.*, 2010). Outra restrição com relação às medidas de divergência é o fato de não se caracterizarem como distâncias, uma vez que nem sempre a propriedade da simetria é satisfeita.

Embora existam métodos para abordar o problema de simetria (SEGHOUANE; AMARI, 2007), uma solução simples é definir uma nova medida denominada de distância estocástica (NASCIMENTO *et al.*, 2010). Este tipo de medida quantifica a separabilidade entre dois conjuntos de informação mediante as dissimilaridades entre as distribuições de probabilidade que modelam a informação de tais conjuntos. Desta forma, elas são bastante utilizadas para verificar se duas amostras aleatórias pertencem a uma mesma distribuição de probabilidade.

Nascimento *et al.* (2010) apresentaram uma relação de distâncias estocásticas, dentre as quais destacamos a distância triangular e a distância aritmética-geométrica, adotadas nesta tese.

1. Distância triangular:

$$d_T(X, Y) = \int_{x \in \Omega} \frac{(f_X(x; \theta_1) - f_Y(x; \theta_2))^2}{(f_X(x; \theta_1) + f_Y(x; \theta_2))} dx. \quad (3.47)$$

2. Distância aritmética-geométrica:

$$d_{AG}(X, Y) = \frac{1}{2} \int_{x \in \Omega} (f_X(x; \theta_1) + f_Y(x; \theta_2)) \ln \left(\frac{f_X(x; \theta_1) + f_Y(x; \theta_2)}{2\sqrt{f_X(x; \theta_1)f_Y(x; \theta_2)}} \right) dx. \quad (3.48)$$

A estimação dos parâmetros das funções de densidade, para efeito do cálculo das distâncias, será realizada utilizando o método dos momentos, descrito na Seção 3.3.

Nesta tese, utilizamos as duas distâncias em experimentos de recuperação de imagens e, em específico, utilizamos a distância estocástica aritmética-geométrica para fornecer medidas que avaliam quantitativamente resultados de segmentação em imagens SAR.

Também são utilizadas duas medidas de avaliação de resultados propostas por Marques *et al.* (2012), baseadas na distância estocástica aritmética-geométrica. A primeira medida refere-se à dificuldade de segmentação e quantifica o contraste entre o fundo b (*background*) e o objeto f (*foreground*) em uma imagem SAR, avaliando, portanto, a dificuldade do processamento destas regiões (MARQUES *et al.*, 2012). Quando menor for o contraste da região, maior é o valor do *DoS* (MARQUES *et al.*, 2012):

$$DoS = \frac{1}{d_{AG}(X_f, Y_b)}. \quad (3.49)$$

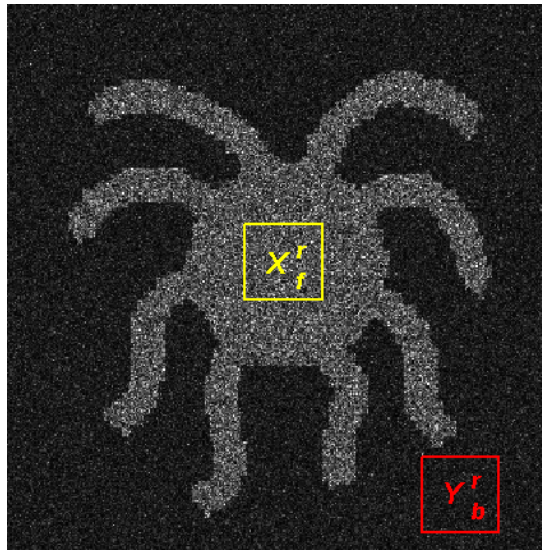
A segunda medida de avaliação, denominada de *Cross-Region Fitting (CRF)*, mede a qualidade da segmentação no intervalo de $[0, 1]$, onde $CRF = 1$ indica a melhor segmentação. Esta medida combina a distância estocástica e a dificuldade de segmentação (*DoS*) de uma imagem SAR (MARQUES *et al.*, 2012):

$$CRF = \frac{1}{1 + \sqrt{DoS \left| d_{AG}(X_f^r, Y_b^s) - d_{AG}(X_f^s, Y_b^r) \right|}}, \quad (3.50)$$

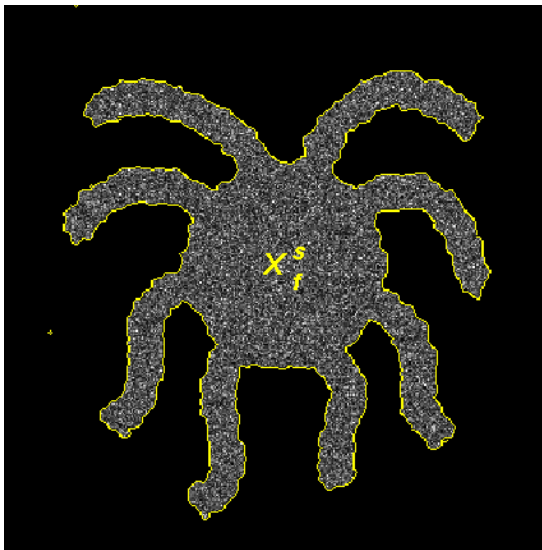
em que r indica a imagem de referência e s a imagem resultante da segmentação, sendo f o *foreground* e b o *background*.

De acordo com a definição de *CRF*, a sua obtenção leva em consideração duas imagens, sendo elas a imagem a ser segmentada (imagem de referência) e a imagem segmentada propriamente dita. Assim, os índices r , s , f e b presentes na Equação (3.50) indicam, respectivamente, imagem de referência, segmentada, *foreground* e *background*. A Figura 20 mostra as áreas de *foreground* e de *background* utilizadas para calcular o *CRF*. Para mais detalhes sobre as medidas *DoS* e *CRF* consultar Marques *et al.* (2012).

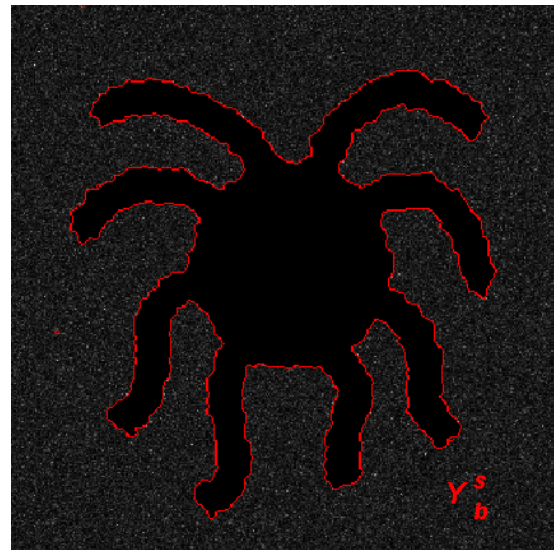
Figura 20 – Definição das áreas de cálculo da métrica CRF : (a) representa a imagem SAR a ser segmentada; (b) e (c) representam a segmentação da imagem SAR em *foreground* e *background*, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

3.5 Resumo do capítulo

Neste capítulo, mostramos o modelo multiplicativo adotado para explicar a formação dos dados SAR. Neste modelo os dados são formados através do produto de duas variáveis aleatórias, X e Y , com X descrevendo o retroespalhamento e Y o ruído *speckle*.

Ao longo do tempo diversos modelos probabilísticos foram propostos para modelar adequadamente dados SAR. Nesta tese, adotamos o modelo G_A^0 e G_I^0 proposto por Frery *et al.* (1997), para modelar adequadamente dados SAR em amplitude e intensidade, respectivamente.

Desta forma, apresentamos, de maneira geral, estas duas distribuições, bem como os métodos de estimação de parâmetros utilizados, a saber: método dos momentos e métodos de log-cumulantes.

Por fim, apresentamos algumas distâncias estocásticas definidas por Nascimento *et al.* (2010), utilizadas nesta tese como medidas de avaliação dos experimentos de segmentação e como discriminantes em aplicação de recuperação de imagens SAR.

4 GERAÇÃO DE DADOS SAR SINTÉTICOS (AMPLITUDE E INTENSIDADE)

Neste capítulo relatamos e avaliamos duas abordagens de simulação de dados SAR em amplitude e intensidade, seguindo o modelo G_A^0 e G_I^0 , respectivamente. O desenho e a análise de nossos experimentos foram realizados utilizando os dois softwares de processamento de imagens, R e Matlab. A avaliação dos resultados da simulação foi realizada em termos de tempo computacional, medidas estatísticas de assimetria e curtose, teste de Kolmogorov-Smirnov de duas amostras (MASSEY, 1951) e estimativas obtidas.

4.1 Contextualização

Ao longo das últimas décadas, técnicas diferentes para processamento de imagens SAR foram propostas, como classificação (KAPLAN, 1999; MARQUES *et al.*, 2012; CAO *et al.*, 2016), filtragem de ruído (FOUCHER *et al.*, 2001; PENG; ZHAO, 2012; MARTINO *et al.*, 2016), segmentação (FENG *et al.*, 2013; QIN *et al.*, 2015; RODRIGUES *et al.*, 2016; ZHANG *et al.*, 2016), dentre outras. Para investigar a robustez e a precisão dessas técnicas, quando aplicadas a imagens SAR, faz-se necessário testá-las e avaliá-las em diferentes cenários, aumentando, por conseguinte, a demanda por imagens SAR reais e sintéticas.

Contudo, as imagens SAR sintéticas apresentam vantagens frente às reais por duas razões principais: a) uma grande quantidade de imagens simuladas pode ser utilizada nos testes, o que não é possível com imagens reais, devido ao seu elevado preço; b) diferentes tipos de regiões podem ser representados através da manipulação de parâmetros característicos da imagem. Isso é importante para avaliar os métodos em cenários onde se tem o controle de seus parâmetros (a verdade terrestre é conhecida). Desta forma, é possível obter uma conclusão mais abrangente e assertiva sobre os resultados dos processamentos obtidos nos testes. Em uma imagem real, os parâmetros são desconhecidos, o que torna a avaliação dos resultados mais difícil.

Assim, o processo de geração de dados SAR sintéticos torna-se elemento essencial para validação de técnicas de classificação, filtragem, segmentação, reconhecimento automático de alvos, dentre outras (BALZ *et al.*, 2015).

Devido a esta ampla variedade de aplicações, existem diferentes abordagens de simulação de dados SAR, cada uma com diferentes vantagens e desvantagens. Franceschetti e Migliaccio (FRANCESCHETTI *et al.*, 1995) categorizam em dois os principais tipos de sistemas de simulação de dados SAR: simuladores de imagens SAR, que fornecem diretamente imagens

focadas, e simuladores SAR de sinal bruto, que fornecem dados SAR brutos para processamento.

Atualmente, simuladores de dados SAR têm sido criados com a capacidade de considerar todos os detalhes e a geometria de uma cena, como em áreas urbanas, retratar os cantos de janelas, os detalhes da fachada do edifício ou mesmo os elementos de uma varanda (BALZ *et al.*, 2015). Como exemplos destes simuladores, temos: RaySAR (AUER, 2011), CohRaS (HAMMER; SCHULZ, 2009), e SARViz (BALZ; STILLA, 2009). Estes simuladores podem ser classificados como simuladores de imagem SAR integrados, pois não fornecem dados SAR brutos, mas diretamente a imagem SAR.

Porém, sendo o ruído *speckle* de natureza aleatória, os simuladores de dados SAR devem também considerar o modelo probabilístico que melhor represente esses dados. Nos nossos experimentos investigamos a geração de dados SAR sintéticos, em amplitude e em intensidade. Usamos as distribuições G_A^0 e G_I^0 , ambas propostas por Frery *et al.* (1997), para modelar tais dados, sendo as razões desta escolha apresentadas no Capítulo 3.

4.2 Simulação de dados SAR

Dados SAR em amplitude ou em intensidade podem ser simulados diretamente utilizando a variável aleatória Z ou indiretamente por meio do produto das simulações das variáveis aleatórias X e Y .

Apesar da identidade do modelo multiplicativo na Equação (3.1) ser matematicamente correta, alguns cuidados devem ser tomados para garantir que as simulações não sejam comprometidas. Neste contexto, deve-se ter cuidado para garantir a validade das simulações e da Equação (3.1), bem como a aderência aos modelos G_A^0 e G_I^0 .

Devido às relações existentes entre as distribuições G_A^0 e G_I^0 (vide Seção 3.2), é possível estender os efeitos encontrados nos resultados dos experimentos feitos com a G_A^0 para a G_I^0 e vice-versa. Desta sorte, conduzimos os experimentos utilizando apenas a distribuição G_A^0 .

- **Método direto para G_A^0**

Nesta tese, denominamos de método direto aquele no qual os dados SAR sintéticos são gerados utilizando o método da transformada inversa apresentado por Marques *et al.* (2012). A geração da variável aleatória Z proveniente da Equação (3.1) é feita diretamente através da

transformada integral de probabilidade, de forma que

$$Z = \sqrt{-\frac{\gamma}{\alpha} \Upsilon_{2L, -2\alpha}^{-1}(U)}, \quad (4.1)$$

em que $\Upsilon_{2L, -2\alpha}^{-1}$ é a inversa da função de distribuição acumulada de F-Snedecor com $2L$ e -2α graus de liberdade e, U é uma variável aleatória com distribuição uniforme em $(0, 1)$.

Assim, para obter a variável aleatória Z diretamente, simulamos U de uma variável aleatória uniforme entre $(0,1)$ e aplicamos a Equação (4.1).

- **Método indireto para G_A^0**

O método indireto pode ser definido como aquele em que os dados SAR são gerados a partir do produto das duas variáveis aleatórias independentes X e Y , em que $X \sim \Gamma^{-1/2}(-\alpha, \gamma)$ e $Y \sim \Gamma^{1/2}(L, L)$, com funções de densidade de probabilidades dadas conforme Equações (3.2) e (3.3), respectivamente. A simulação das variáveis aleatórias X e Y se baseia no seguinte resultado: se W é uma variável aleatória que segue a distribuição gama, então as variáveis aleatórias definidas por $W_1 = \frac{1}{\sqrt{W}}$ e $W_2 = \sqrt{W}$ seguem a raiz quadrada da distribuição gama inversa e a raiz quadrada da distribuição gama, respectivamente. Assim, simulamos a distribuição da gama e usamos estes resultados para obter as respectivas simulações de X e Y .

O método da transformada inversa para simular uma variável aleatória envolve a computação da função de distribuição acumulada (*cumulative distribution function* - CDF). No entanto, para algumas distribuições, incluindo a distribuição gama, é impossível calcular a CDF de forma analítica. Assim, o uso do método de transformação inversa para simular uma variável aleatória com a distribuição gama pode ser computacionalmente ineficiente e, portanto, outros métodos são preferidos. Desta forma, não é possível aplicar o método de transformação inversa para a simulação de dados SAR pelo método indireto.

Para lidar com esta dificuldade, os softwares R e Matlab adotam abordagens diferentes para gerar a variável aleatória W com a distribuição gama. O software R adota o método introduzido por Ahrens e Dieter (1974) e Ahrens e Dieter (1982) para gerar esta distribuição, enquanto o Matlab utiliza o método apresentado por Marsaglia e Tsang (2000). Neste trabalho, aplicamos as duas abordagens para simular dados SAR pelo método indireto.

A) Experimentos de Monte Carlo

Para avaliar os resultados da simulação, geramos dados SAR sintéticos usando o método direto e o método indireto. Para isso projetamos dois experimentos de Monte Carlo: (a) simulamos amostras aleatórias de dados SAR com o objetivo de verificar se os dados gerados por ambos os métodos são semelhantes; (b) geramos imagens SAR com duas regiões e avaliamos os resultados de métodos de segmentação e preservação de borda. Nestes experimentos, L é assumido como conhecido.

Para o experimento (a), os cenários simulados foram com $L \in \{1;5;8\}$ e $\alpha \in \{-1,4; -7; -16\}$. A ideia consiste em simular, com estes experimentos, regiões extremamente heterogêneas, heterogêneas e homogêneas (BUSTOS *et al.*, 2002), conforme mostra a Tabela 2.

Tabela 2 – Relação entre o parâmetro α da distribuição G_A^0 e o tipo de região para dados SAR em amplitude.

	Tipo de Região		
	Extremamente Heterogênea	Heterogênea	Homogênea
Parâmetro α	-1,4	-7	-16

O valor do parâmetro de escala γ pode ser obtido a partir da Equação (3.5), com $r = 1$ e $E_{G_A^0}[Z] = \mu$, como:

$$\gamma = L \left(\frac{\mu \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)}{\Gamma(-\alpha - 0,5) \Gamma(L + 0,5)} \right)^2, \quad (4.2)$$

em que $\mu \in \{1;10;20\}$ fornece regiões com médias diferentes.

Para os nossos experimentos de Monte Carlo, foi criado um conjunto de 724 combinações diferentes a partir dos parâmetros α , γ , L e da variável μ . Para cada combinação, realizamos um conjunto de 5.000 testes. Cada teste é composto por dois vetores de 10.000 elementos, correspondendo, cada um destes vetores, a dados gerados pelo método direto e indireto.

No experimento (b), geramos imagens SAR sintéticas com duas regiões. As regiões de *foreground* (f) e de *background* (b) foram modeladas pelas distribuições $G_A^0(\alpha_f, \gamma_f, L)$ e $G_A^0(\alpha_b, \gamma_b, L)$, respectivamente, em que os cenários apresentam $\alpha_f \neq \alpha_b$ e $\gamma_f \neq \gamma_b$. O projeto dos cenários utiliza os seguintes parâmetros: $\alpha \in \{-1,4; -7; -16\}$, $\gamma \in \{0,2; 8; 20\}$ e $L \in \{1;5;8\}$ que produz 108 combinações diferentes. Cada combinação foi replicada 1000 vezes, totalizando um conjunto de 108×10^3 imagens de SAR simuladas.

A) *Medidas de avaliação*

As medidas de avaliação foram separadas de acordo com os experimentos. Assim, temos medidas relacionadas aos dados SAR simulados no experimento (a) e outras medidas que foram utilizadas no experimento (b) para avaliar os resultados da segmentação e preservação da borda.

- Medidas de avaliação utilizadas no experimento (a)

Para verificar a relação entre a moda, mediana e média, dos dados gerados pelos métodos direto e indireto, utilizamos a assimetria, sendo esperado um valor positivo ($\text{moda} \leq \text{mediana} \leq \text{média}$). Para medir o grau de achatamento da curva relativo à distribuição normal, utilizamos a curtose, que indica a intensidade das frequências na vizinhança dos valores centrais.

As diferenças não observadas pela assimetria e curtose foram investigadas em termos da estimação dos parâmetros da distribuição G_A^0 , a partir dos dados gerados por ambos os métodos. O objetivo desta investigação é avaliar se os parâmetros dos dados simulados a partir da distribuição da G_A^0 correspondem ou não à rugosidade e padrões de escala projetados. Assim, comparamos a rugosidade (α) e a escala (γ) teóricos com suas respectivas estimativas ($\hat{\alpha}$, $\hat{\gamma}$) fornecidas pelo método de momentos (MM) (MARQUES *et al.*, 2012) e pelo método log-cumulantes (MLC) (RODRIGUES *et al.*, 2016).

Avaliamos ainda se as amostras podem ser consideradas como provenientes de uma mesma distribuição de probabilidade, i.e., se são geradas de uma mesma "população". Para isso aplicamos o teste de Kolmogorov-Smirnov de duas amostras (KS-*two*), com nível de significância 0,05. No KS-*two* a hipótese nula (H_0) é de que as duas amostras provêm de uma mesma distribuição e a hipótese alternativa (H_a) é que as duas amostras não provêm de uma distribuição comum.

Outra importante medida de avaliação dos experimentos utilizada é o tempo computacional necessário para a geração dos dados SAR sintéticos, para ambos os métodos.

- Medidas de avaliação utilizadas no experimento (b)

Nesta tese, investigamos ainda a influência do método de simulação de dados SAR nos resultados da segmentação da imagem. Aqui, usamos as medidas *DoS*, *CRF* e *EoS* definidas por Marques *et al.* (2012) para avaliar os resultados de segmentação do método proposto por (RODRIGUES *et al.*, 2016). As medidas *DoS* e *CRF* foram apresentadas na Seção 3.4. Também aplicamos o índice de Erro de Segmentação (*Error of Segmentation - EoS*) para avaliar o

desempenho em imagens sintéticas. Este índice é definido por

$$EoS = \frac{\#(E)}{\#(Imagem)}, \quad (4.3)$$

em que $\#(E)$ corresponde ao número de pixels que foram segmentados erroneamente e $\#(Imagem)$ é o número total de *pixels* da imagem.

As medidas clássicas de *precision* e *recall* (KENT *et al.*, 1955) foram adotadas para avaliar os resultados de detecção de borda. Utilizamos o filtro Sobel (KANOPOULOS *et al.*, 1988) para realizar a detecção de borda.

4.3 Resultado dos experimentos

Esta seção apresenta os resultados da simulação para $\mu = 20$. Isso foi feito porque o comportamento dos resultados dos experimentos com $\mu = 20$ foram semelhantes aos resultados encontrados com $\mu = 1$ e $\mu = 10$. Todos os experimentos foram realizados em uma CPU de 3.2 GHz com 8 GB de RAM, utilizando o software R versão 3.2.4 e o Matlab versão 8.2.0.701 (R2013b).

A Tabela 3 mostra os resultados obtidos com $\alpha = -7$, $L = 8$, $\mu = 20$ e γ , sendo este último parâmetro determinado pela Equação (4.2). Observamos que os valores obtidos para ambos os métodos de simulação são próximos, tanto em relação a média quanto ao desvio padrão. Os outros cenários avaliados também revelaram resultados semelhantes.

Tabela 3 – Média \pm desvio padrão das medidas de assimetria e curtose para dados SAR sintéticos gerados a partir do modelo G_A^0 com parâmetros $\alpha = -7$, $L = 8$ e γ determinado pela Equação (4.2) com $\mu = 20$.

	Matlab		R	
	Direto	Indireto	Direto	Indireto
Assimetria	$0,96 \pm 0,05$	$0,96 \pm 0,06$	$0,95 \pm 0,05$	$0,96 \pm 0,05$
Curtose	$4,96 \pm 0,47$	$4,95 \pm 0,45$	$4,96 \pm 0,45$	$4,95 \pm 0,44$

Os resultados do teste *KS-two* indicam que os dados gerados pelos métodos diretos e indiretos, usando os softwares Matlab e R, pertencem à mesma distribuição contínua (Tabela 4).

Apesar do teste *KS-two* indicar que os métodos diretos e indiretos geram dados semelhantes, também verificamos se os parâmetros estimados são influenciados por uma dessas formas de geração de dados, uma vez que vários métodos na literatura (MARQUES *et al.*, 2012;

Tabela 4 – Resultados do *valor-p* no teste KS-two obtidos a partir dos vetores de dados SAR sintéticos gerados pelos métodos direto e indireto.

L	α	γ	<i>valor-p</i>	
			Matlab	R
1	-1,4	351,09	0,50	0,50
5	-1,4	289,86	0,50	0,51
8	-1,4	284,49	0,49	0,50
1	-7	3185,63	0,49	0,49
5	-7	2630,05	0,51	0,50
8	-7	2581,36	0,50	0,50
1	-16	7767,80	0,51	0,51
5	-16	6413,08	0,50	0,51
8	-16	6294,35	0,49	0,50

TIAN *et al.*, 2015; RODRIGUES *et al.*, 2016) utilizam abordagens que consideram os parâmetros estimados dessa distribuição.

Alguns resultados de estimação de parâmetros são mostrados na Tabela 5, onde observamos que os valores estimados $\hat{\alpha}$ e $\hat{\gamma}$ são próximos do valor verdadeiro em ambos os métodos de geração dos dados sintéticos.

Tabela 5 – Estimação de parâmetros da G_A^0 obtidos no Matlab usando MM e MLC.

L	Valor real		Estimador	Direto		Indireto	
	α	γ		$\hat{\alpha}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\gamma}$
1	-1,4	351,09	MM	-1,40	352,11	-1,40	352,00
			MLC	-1,40	352,01	-1,40	351,89
	-16	7767,80	MM	-17,61	8593,75	-17,50	8593,65
			MLC	-17,48	8558,52	-17,35	8557,13
5	-1,4	289,86	MM	-1,40	290,46	-1,40	290,87
			MLC	-1,40	290,33	-1,40	290,34
	-16	6413,08	MM	-16,05	6435,32	-16,05	6435,20
			MLC	-16,05	6435,28	-16,04	6435,25
8	-1,4	284,49	MM	-1,40	285,20	1,40	284,87
			MLC	-1,40	285,15	1,40	284,58
	-16	6294,35	MM	-16,01	6301,53	-16,06	6301,40
			MLC	-16,01	6299,19	-16,02	6299,77

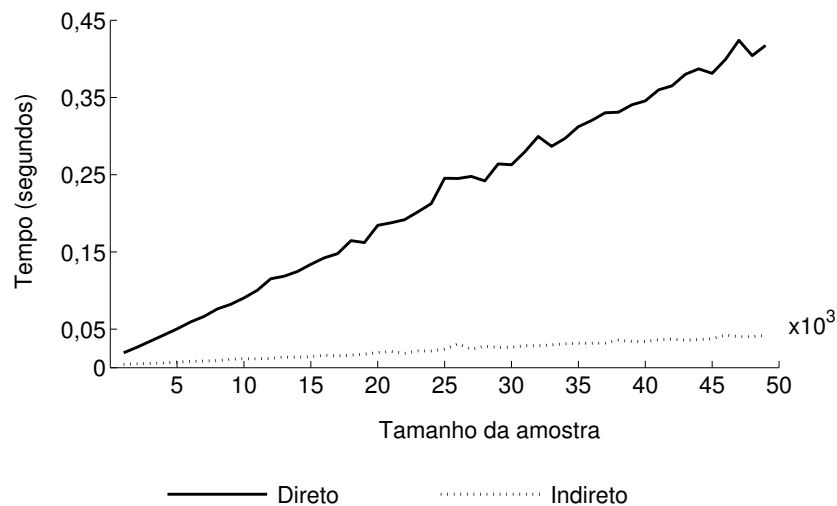
A estimação dos parâmetros usando MM e MLC também foi avaliada em relação aos dados gerados pelo software R. Os resultados apontaram que os valores dos parâmetros estimados pelos dois métodos abordados são próximos, como mostra a Tabela 6.

Tabela 6 – Estimação de parâmetros da G_A^0 obtidos no software R usando MM e MLC.

L	Valor real		Estimador	Direto		Indireto	
	α	γ		$\hat{\alpha}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\gamma}$
1	-1,4	351,09	MM	-1,40	351,89	-1,40	351,88
			MLC	-1,40	352,00	-1,40	351,87
	-16	7767,80	MM	-17,18	8590,44	-17,17	8590,35
			MLC	-17,16	8586,15	-17,35	8586,11
5	-1,4	289,86	MM	-1,40	290,15	-1,40	290,16
			MLC	-1,40	290,03	-1,40	290,01
	-16	6413,08	MM	-16,02	6433,45	-16,03	6433,14
			MLC	-16,02	6431,58	-16,03	6430,99
8	-1,4	284,49	MM	-1,40	285,03	1,40	284,95
			MLC	-1,40	285,00	1,40	284,71
	-16	6294,35	MM	-16,01	6300,96	-16,06	6300,14
			MLC	-16,01	6298,98	-16,02	6298,63

Também avaliamos os métodos de geração de dados em relação ao tempo computacional, como mostrado na Figura 21.

Figura 21 – Tempo computacional para gerar dados SAR sintéticos utilizando o método direto e o indireto, obtido usando o Matlab.

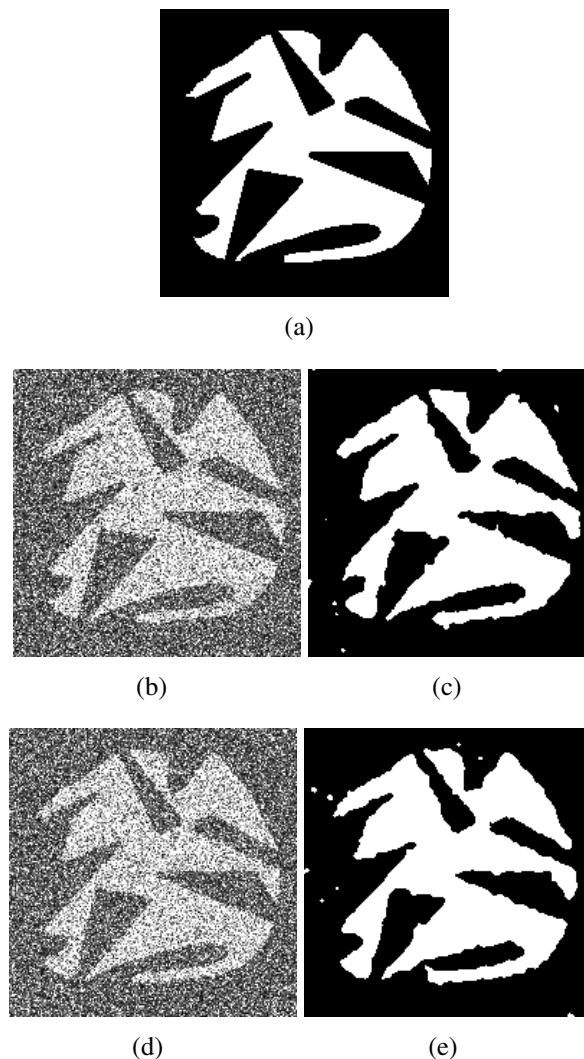


Verificamos, em nossos experimentos, que o método indireto é 10 vezes ($10\times$) mais rápido do que o método direto, em ambos os softwares usados,

Também avaliamos os efeitos da geração de dados sintéticos em aplicações relacionadas à segmentação de imagens e à detecção de bordas. Para a segmentação da imagem, usamos o algoritmo proposto por Rodrigues *et al.* (2016) que leva em consideração a estatística dos dados.

As Figuras 22 (b) e (d) ilustram imagens SAR sintéticas que seguem o modelo G_A^0 geradas pelo método direto e indireto, respectivamente. Essas imagens contêm 2 regiões diferentes com os parâmetros $\alpha \in \{-1, 4; -7\}$, $\gamma \in \{0, 2; 8\}$ e $L = 1$. As Figuras 22 (c) e (e) mostram os resultados obtidos pelo método de segmentação proposto por Rodrigues *et al.* (2016) usando o método Otsu, sobre as imagens (b) e (d), respectivamente.

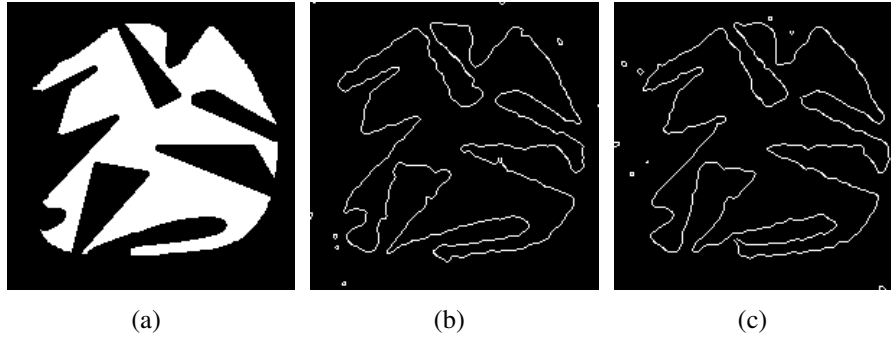
Figura 22 – Resultado dos experimentos de segmentação das imagens SAR sintéticas com duas regiões geradas a partir dos métodos direto e indireto.



A partir das imagens segmentadas (c) e (e) mostradas na Figura 22 foi realizada a

detecção de borda utilizando o filtro Sobel, cujos resultados são mostrados na Figura 23.

Figura 23 – Resultado dos experimentos de detecção de borda: (a) imagem sintética com duas regiões (*ground truth*); (b) e (c) resultado da detecção de borda usando o filtro Sobel sobre as imagem segmentadas (c) e (e) mostradas na Figura 22.



Para avaliar os resultados de maneira quantitativa utilizamos as medidas *DoS*, *CRF* e *EoS*. Como podemos observar na Tabela 7, a geração de dados pelos métodos direto e indireto apresentou resultados semelhantes em relação à segmentação de imagem com os valores dos parâmetros seguindo $\alpha \in \{-1, 4; -7\}$, $\gamma \in \{0, 2; 8\}$ e $L \in \{1; 5; 8\}$.

Tabela 7 – Média \pm desvio padrão dos resultados das medidas de segmentação em imagens SAR sintéticas geradas a partir dos métodos direto e indireto.

Look	Medidas	Direto	Indireto
1	<i>DoS</i>	4,946 \pm 0,083	4,944 \pm 0,090
	<i>CRF</i>	0,750 \pm 0,010	0,750 \pm 0,010
	<i>EoS</i>	0,027 \pm 0,001	0,027 \pm 0,002
5	<i>DoS</i>	1,085 \pm 0,012	1,084 \pm 0,012
	<i>CRF</i>	0,603 \pm 0,003	0,602 \pm 0,003
	<i>EoS</i>	0,059 \pm 0,003	0,060 \pm 0,003
8	<i>DoS</i>	0,865 \pm 0,010	0,870 \pm 0,008
	<i>CRF</i>	0,412 \pm 0,001	0,411 \pm 0,001
	<i>EoS</i>	0,082 \pm 0,004	0,082 \pm 0,004

As medidas de preservação de borda confirmaram que ambos os métodos de geração tiveram resultados próximos (Tabela 8). Resultados semelhantes foram obtidos nos experimentos usando o software R.

Tabela 8 – Média \pm desvio padrão das medidas de preservação de borda em imagens SAR sintéticas geradas a partir dos métodos direto e indireto.

Look	Medidas	Direto	Indireto
1	<i>precision</i>	0,412 \pm 0,024	0,412 \pm 0,023
	<i>recall</i>	0,433 \pm 0,024	0,432 \pm 0,023
5	<i>precision</i>	0,073 \pm 0,011	0,070 \pm 0,010
	<i>recall</i>	0,092 \pm 0,014	0,090 \pm 0,012
8	<i>precision</i>	0,024 \pm 0,005	0,024 \pm 0,005
	<i>recall</i>	0,036 \pm 0,007	0,037 \pm 0,007

Estes resultados mostram que é viável gerar e utilizar bases de dados de imagens sintéticas em algoritmos que requeiram treinamento com imagens SAR, como aprendizado profundo (*deep learning*) e outras aplicações. De fato, as imagens SAR tem custo elevado e, portanto, isso torna difícil o desenvolvimento e teste em algoritmos adaptados para cenários reais com imagem SAR. Assim, o banco de dados SAR sintético pode ser apropriado para aplicações de aprendizado profundo, como as redes neurais convolucionais (*convolutional neural networks* - CNNs), que exigem treinamento extensivo (HE; SUN, 2015) e, portanto, o tempo computacional passa a ser um fator crítico. Assim, como estamos tratando de geração de várias imagens sintéticas para a etapa de treinamento, por exemplo, da CNN, o método indireto ganha importância. O mesmo ocorre em aplicações críticas que exigem tempo de resposta rápido. O treinamento com bases sintéticas pode ser relevante para o sucesso destas tarefa, como busca e salvamento no oceano.

4.4 Resumo do capítulo

Os dados sintéticos são uma ferramenta valiosa no processamento e na compreensão da imagem SAR. Neste contexto, várias distribuições foram propostas para modelar dados SAR. Nesta tese, investigamos dois métodos para gerar dados SAR sintéticos modelados pela distribuição $G_A^0(\alpha, \gamma, L)$ usando *R* e Matlab. Devido às relações existentes entre a distribuição $G_A^0(\alpha, \gamma, L)$ e a distribuição $G_I^0(\alpha, \gamma, L)$, podemos estender os resultados e conclusões a esta última.

Os resultados dos nossos experimentos indicam que ambos os métodos geram dados sintéticos estatisticamente semelhantes, conforme mostram as medidas utilizadas. Além disso, os resultados da segmentação e a avaliação da preservação das bordas indicaram que os métodos de

geração são semelhantes, não havendo prejuízos na escolha de um ou outro método. No entanto, o método indireto foi computacionalmente $10\times$ mais rápido do que o direto. Isso é importante, principalmente, em situações nas quais o tempo é um fator importante no processo de geração de dados sintéticos, como ocorre no processo de treinamento de redes neurais convolucionais, como já foi comentado.

Assim, pode-se concluir que é viável e computacionalmente mais rápido usar o método indireto com distribuição G_A^0 para gerar imagens SAR sintéticas em amplitude. Esta conclusão pode ser estendida à geração de dados SAR em intensidade pela relação $Z_A^2 = Z_I$ (vide Seção 3.2).

5 MAPA DE ENTROPIA EM PROCESSAMENTO DE IMAGENS SAR: APLICAÇÃO EM SEGMENTAÇÃO

Neste capítulo definimos e avaliamos o mapa de entropia de dados SAR e propomos uma metodologia de segmentação baseada neste mapa. Para tanto apresentamos o conceito clássico de entropia de uma distribuição de probabilidade contínua, além de definir a entropia de Shannon, Rényi e Tsallis para as distribuições G_A^0 e G_I^0 . Nossa metodologia de segmentação foi analisada mediante a utilização de medidas já consagradas na literatura, tanto em imagens SAR sintéticas quanto em imagens SAR reais.

5.1 Contextualização

Com o objetivo de melhorar e gerar resultados de segmentação mais próximos à verdade terrestre, várias abordagens foram desenvolvidas para imagens SAR, como *binary partition trees* (BPT) (ALONSO-GONZALEZ *et al.*, 2012), algoritmo mean-shift (MS) (JARABO-AMORES *et al.*, 2011), métodos baseados em *cluster* (TIAN *et al.*, 2015; SHANG *et al.*, 2016; LIU *et al.*, 2016), para citar apenas alguns exemplos. Recentemente, as informações de rugosidade da imagem SAR surgiram como um atributo importante para direcionar a segmentação da imagem (TIAN *et al.*, 2015; RODRIGUES *et al.*, 2016).

Rodrigues *et al.* (2016) apresentaram o mapa de rugosidade (M_α) do modelo de dados, estimado pelo método de log-cumulantes (MLC), como entrada para métodos de segmentação baseados em *thresholding* e *level set*. Nesta abordagem, Rodrigues *et al.* (2016) utilizaram apenas a rugosidade, embora o modelo de dados também seja especificado pelo parâmetro da escala. Vale ressaltar que, à medida que o número de *looks* aumenta, o ruído *speckle* reduz e na mesma proporção é reduzida a rugosidade (RODRIGUES *et al.*, 2016). Assim, uma das consequências indicada por Rodrigues *et al.* (2016), é que o desempenho da segmentação decai substancialmente com o aumento do número de *looks*. Além disso, essa abordagem tende a segmentar incorretamente uma imagem com duas regiões com o mesmo α , mas com γ diferentes, indicando se tratar de uma única região. Neste contexto, é importante frisar que ambos os parâmetros são essenciais para o processamento de imagens SAR (FRERY *et al.*, 1997) e caracterização de alvos (BUSTOS *et al.*, 2002).

A literatura tem mostrado que um algoritmo de segmentação de imagens SAR deve considerar todos os parâmetros da distribuição utilizada. Dentro deste escopo, o conceito de entropia atende a este requisito, além de ser uma ferramenta alternativa para segmentação de

imagens SAR (FRERY *et al.*, 2013) e para o processamento de imagem ótica (SAHOO; ARORA, 2004), sendo, portanto, útil para superar as limitações já mencionadas.

Neste capítulo, apresentamos os mapas da entropia de Shannon, Rényi e Tsallis, para os dados modelados pela distribuição G_A^0 . Estes mapas são utilizados para guiar o processo de segmentação de imagem SAR. Para validar o uso destes mapas realizamos experimentos com o método Otsu (OTSU, 1979), o algoritmo de agrupamento K -média (MACQUEEN, 1967) e outros dois métodos baseados em *level set* (HUANG *et al.*, 2005; MARQUES *et al.*, 2012).

5.2 Entropia diferencial

Shannon introduziu os conceitos de entropia, definindo-a como a quantidade de incerteza de uma distribuição (SHANNON, 1948), ou seja, a quantidade de incerteza sobre o resultado de uma experiência. Este conceito está relacionado com a desordem de ocorrência em particular de uma variável aleatória.

Na literatura há várias tentativas de generalizar este conceito, sendo possível encontrar inúmeras medidas de entropia, embora a grande maioria não tenha encontrado aplicação prática (ERVEN; HARREMOËS, 2014). Exceções a esta afirmação são as entropias de Rényi e de Tsallis, sendo que ambas são generalizações da entropia de Shannon (RENYI, 1961).

Nas seções seguintes apresentamos as entropias das distribuições utilizadas nestes teses. Os cálculos de cada uma destas entropias são apresentados no Apêndice A.

• A Entropia de Shannon

A entropia diferencial de Shannon de uma distribuição P , com função de densidade de probabilidade f , que modela uma variável aleatória contínua W , é dada por (SHANNON, 1948)

$$H^S(P) = - \int f(w) \ln f(w) dw. \quad (5.1)$$

A entropia diferencial de Shannon, para a distribuição G_A^0 , calculada a partir das Equações (3.4) e (5.1), é dada por

$$\begin{aligned}
H^S(G_A^0) &= \mathbb{E} \left[-\ln \left\{ \frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{2L-1} (\gamma + Lz^2)^{(\alpha-L)} \right\} \right] \\
&= \mathbb{E}[-L \ln(2L) - \ln[\Gamma(L-\alpha)] + \alpha \ln(\gamma) + \ln[\Gamma(-\alpha)] + \ln[\Gamma(L)] - \\
&\quad (2L-1) \ln(z) - (\alpha-L) \ln(\gamma + Lz^2)] \\
&= -L \ln(2L) - \ln[\Gamma(L-\alpha)] + \alpha \ln(\gamma) + \ln[\Gamma(-\alpha)] + \ln[\Gamma(L)] - \\
&\quad (2L-1) \mathbb{E}[\ln(z)] - (\alpha-L) \mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz^2)], \tag{5.2}
\end{aligned}$$

onde

$$\mathbb{E}[\ln(z)] = \frac{L^{(1/2)} \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_0^\infty \ln\left(\frac{t}{L}\right) t^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} dt \tag{5.3}$$

e

$$\mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz^2)] = \frac{2L^{(1/2)} \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_0^\infty \ln(t+\gamma) t^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} dt. \tag{5.4}$$

Utilizando as Equações (3.8) e (5.1) obtemos a entropia diferencial de Shannon da distribuição G_γ^0 , sendo a mesma dada por

$$\begin{aligned}
H^S(G_I^0) &= \mathbb{E} \left[-\ln \left\{ \frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{L-1} (\gamma + Lz)^\alpha \right\} \right] \\
&= \mathbb{E}[-L \ln(L) - \ln[\Gamma(L-\alpha)] + \alpha \ln(\gamma) + \ln[\Gamma(-\alpha)] + \ln[\Gamma(L)] - \\
&\quad (L-1) \ln(z) - (\alpha-L) \ln(\gamma + Lz)] \\
&= -L \ln(L) - \ln[\Gamma(L-\alpha)] + \alpha \ln(\gamma) + \ln[\Gamma(-\alpha)] + \ln[\Gamma(L)] - \\
&\quad (L-1) \mathbb{E}[\ln(z)] - (\alpha-L) \mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz)], \tag{5.5}
\end{aligned}$$

onde

$$\mathbb{E}[\ln(z)] = \ln(\gamma) - \Psi^0(-\alpha) + \Psi^0(L) - \ln(L) \tag{5.6}$$

e

$$\mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz)] = \frac{L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_0^\infty \ln(t+\gamma) t^{(L-1)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} dt, \tag{5.7}$$

em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1, t \in (0, +\infty)$ e Ψ^0 a função digamma.

• A Entropia de Rényi

A entropia diferencial de Rényi de uma distribuição P , com função de densidade de probabilidade f , é dada por (CHEN *et al.*, 2012; ERVEN; HARREMOËS, 2014)

$$H_q^R(P) = \frac{1}{1-q} \ln \int f^q(w) dw, \quad (5.8)$$

em que $q \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$. Se $q \rightarrow 1$, a entropia de Rényi tende para a entropia do Shannon (RENYI, 1961). O parâmetro q é essencial para ajustar a sensibilidade da entropia à forma da função de densidade de probabilidade (MASZCZYK; DUCH, 2008). Quando q aumenta, a entropia tende a ser mais sensível a eventos frequentes. Diferentemente, quando q diminui, a entropia tende a ser mais sensível a eventos raros (MASZCZYK; DUCH, 2008; GAJOWNICZEK *et al.*, 2015). Além disso, este parâmetro permite que a entropia de Rényi obtenha várias medidas de similaridade dentro da mesma família de distribuições (KAPUR, 1994).

Para a distribuição G_A^0 , a entropia diferencial de Rényi, calculada a partir das Equações (3.4) e (5.8), é dada por

$$\begin{aligned} H_q^R(G_A^0) &= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{2\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \right]^q L^{(q/2)} \int_0^\infty \left[(t)^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} \right]^q dt \right\} \\ &= \frac{1}{1-q} \left[\ln \left(\frac{2\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \right)^q \right] + \frac{1}{1-q} \left[\ln(L)^{(q/2)} \right] + \\ &\quad \frac{1}{1-q} \left[\ln \left(\int_0^\infty \left[(t)^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} \right]^q dt \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Por sua vez, utilizando as Equações (3.8) e (5.8), obtemos a entropia diferencial de Rényi da distribuição G_I^0 , sendo esta dada por

$$\begin{aligned} H_q^R(G_I^0) &= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \right]^q L^q \int_0^\infty \left[(t)^{(L-1)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} \right]^q dt \right\} \\ &= \frac{1}{1-q} \left[\ln \left(\frac{\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \right)^q \right] + \frac{1}{1-q} \left[\ln(L)^q \right] + \\ &\quad \frac{1}{1-q} \left[\ln \left(\int_0^\infty \left[(t)^{(L-1)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} \right]^q dt \right) \right], \end{aligned} \quad (5.10)$$

em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1$ e $t \in (0, +\infty)$.

• **A Entropia de Tsallis**

Tsallis propôs uma entropia não aditiva (TSALLIS, 1988) que viria a ser a base da mecânica estatística não extensiva. Assim, como a entropia de Rényi, a entropia de Tsallis além de depender da função de probabilidade associada à distribuição, também depende de um parâmetro real, q . Este parâmetro permite, em semelhança ao que acontece com a entropia de Rényi, que se obtenham várias medidas de similaridade dentro da mesma família de distribuições.

A entropia diferencial de Tsallis de uma distribuição P com função de densidade de probabilidade f é dada por (TSALLIS, 1988)

$$H_q^T(P) = \frac{1}{q-1} \left(1 - \int f^q(w) dw \right), \quad (5.11)$$

em que $q \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$. Se $q \rightarrow 1$, a entropia de Tsallis tende para a entropia do Shannon (RENYI, 1961).

Para a distribuição G_A^0 , a entropia diferencial de Tsallis, calculada a partir das Equações (3.4) e (5.11), é dada por

$$H_q^T(G_A^0) = \frac{1}{1-q} \left(1 - \left\{ \left[\frac{2\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \right]^q L^{(q/2)} \int_0^\infty [(t)^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)}]^q dt \right\} \right). \quad (5.12)$$

Por sua vez, utilizando as Equações (3.8) e (5.11), obtemos a entropia diferencial de Tsallis da distribuição G_I^0 , sendo a mesma dada por

$$H_q^T(G_I^0) = \frac{1}{q-1} \left(1 - \left\{ \left[\frac{\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \right]^q L^q \int_0^\infty [(t)^{(L-1)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)}]^q dt \right\} \right), \quad (5.13)$$

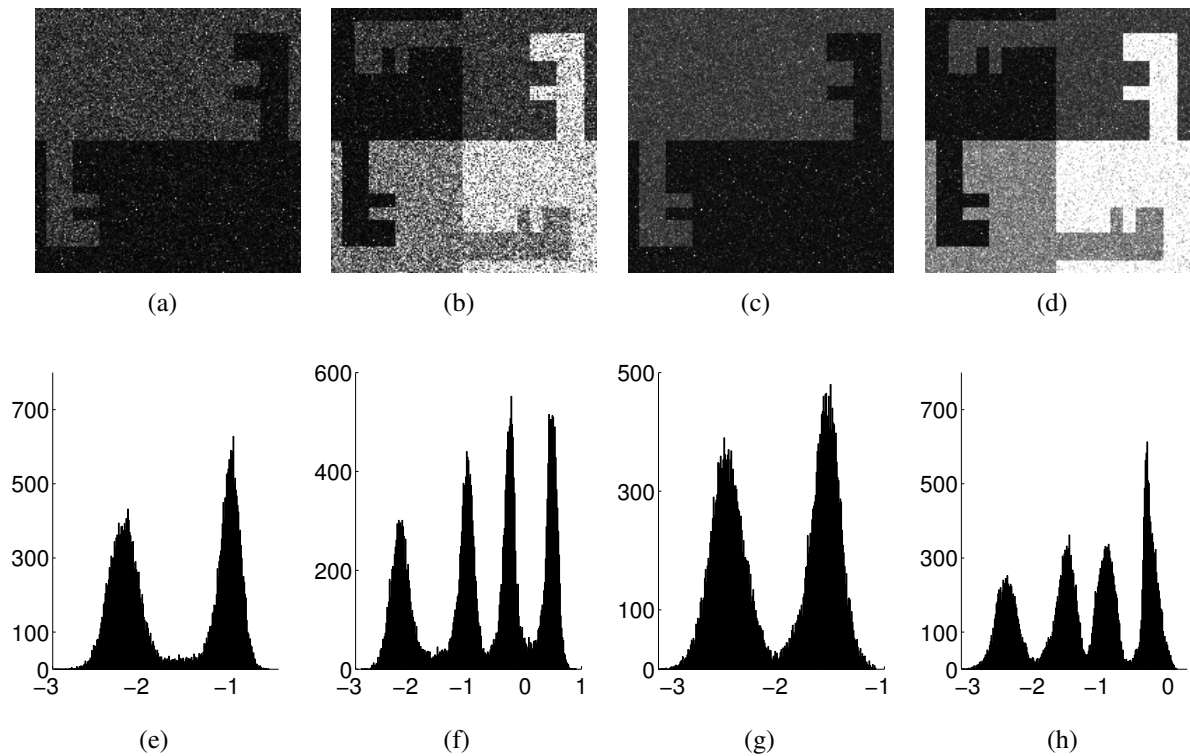
em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1$ e $t \in (0, +\infty)$.

Uma vez que não há forma fechada para as Equações (5.2), (5.5), (5.9), (5.10), (5.12) e (5.13), necessitamos da utilização de métodos de integração numérica. Nesta tese, o mapa da entropia de Shannon (*map of Shannon's entropy - MoSE*), o mapa da entropia de Rényi (*map of Rényi's entropy - MoRE*) e o mapa da entropia de Tsallis (*map of Tsallis's entropy - MoTE*) são obtidos através de cada uma daquelas equações, para cada *pixel* da imagem. Um aspecto importante destes mapas, com base nas distribuições G_A^0 e G_I^0 , é que o histograma indica o

número de regiões da imagem independentemente do aumento no número de *looks*. Uma vez que o *MoSE*, o *MoRE* e o *MoTE* são adequados para discriminar regiões, eles também podem ser usados para orientar os métodos de segmentação.

As Figuras 24 (a), (b), (c) e (d) ilustram imagens SAR sintéticas, simuladas usando a distribuição G_A^0 , com número diferente de regiões e com a configuração de parâmetro $\alpha \in \{-1,5; -4; -8; -12\}$, $\gamma \in \{0,005; 0,2; 2; 20\}$ e $L \in \{1; 8\}$. As Figuras 24 (e), (f), (g) e (h) ilustram as modas bem definidas nos histogramas, característica ideal para ser utilizada como entradas em métodos de segmentação da imagem SAR baseados em limiares.

Figura 24 – Imagens SAR em amplitude com diferentes números de regiões: (a) e (b) 2 e 4 regiões (1 *look*), respectivamente; (c) e (d) 2 e 4 regiões (8 *looks*), respectivamente; e (e) - (h) os correspondentes histogramas do *MoRE*.



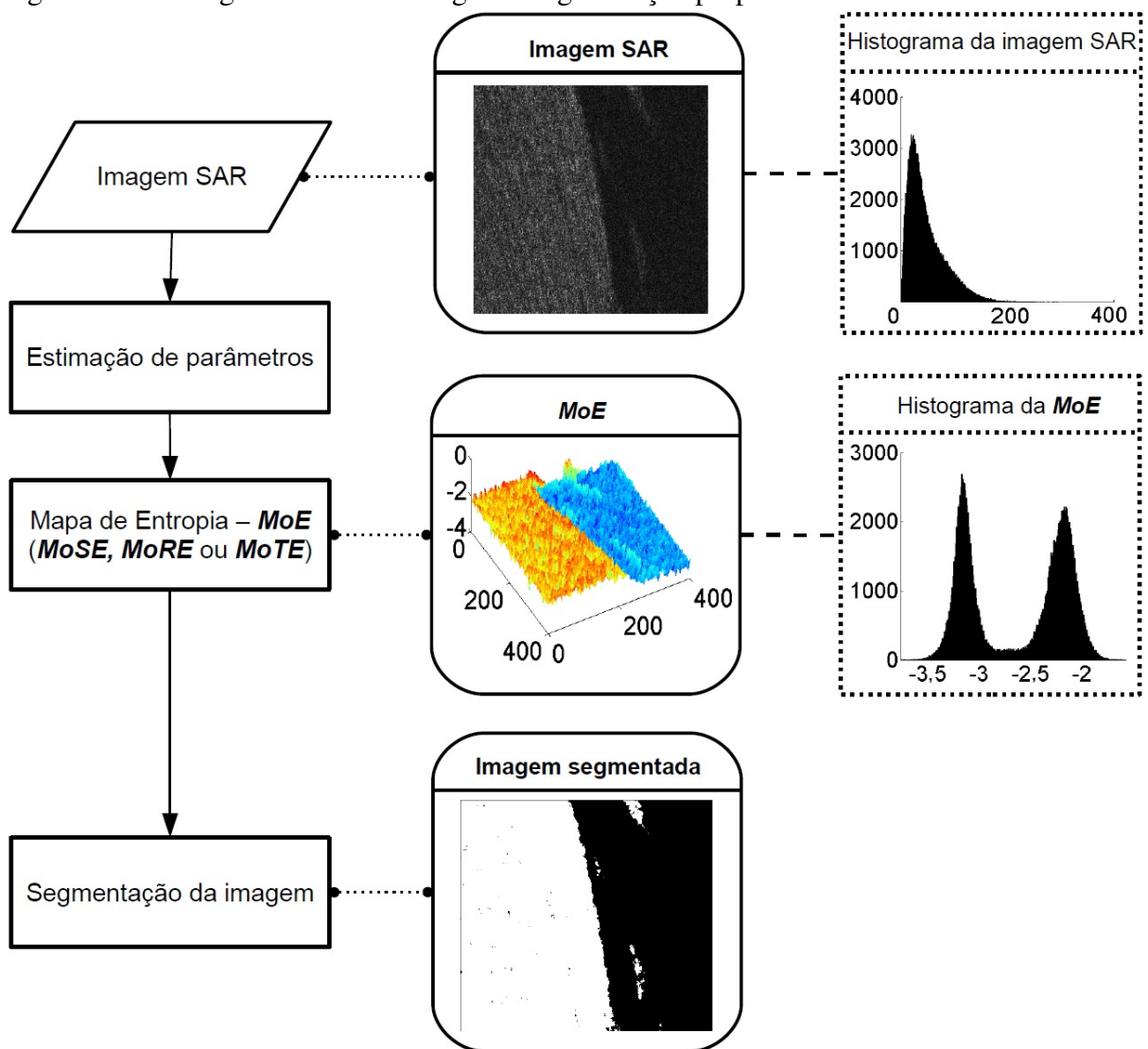
5.3 A metodologia proposta

O fluxograma da metodologia proposta para segmentação de imagem SAR com base no mapa de entropia (*map of entropy - MoE*) é ilustrado na Figura 25. Neste caso *MoE* é um termo genérico que corresponde ao *MoSE*, *MoRE* ou *MoTE*. Podemos observar, na Figura 25, que o histograma da imagem SAR não é adequado para determinar o número de regiões que compõem a imagem. A estimativa de parâmetro é realizada, *pixel por pixel*, através do

método MM, em uma janela 5x5. Na verdade, grandes janelas são inadequadas para estimar os parâmetros em áreas heterogêneas (FRERY *et al.*, 2004). A escolha por este método de estimação em detrimento ao MLC se dá pelo tempo computacional envolvido (ver Seção 3.3).

As matrizes dos parâmetros estimados ($\hat{\alpha}, \hat{\gamma}$) são usadas para calcular a entropia e o MoE , de acordo com a Equação (5.9). Finalmente, o MoE e os limiares do seu histograma são utilizados como entradas para os métodos de segmentação. Aqui, determinamos o valor limiar, T_E , aplicando o método Otsu (OTSU, 1979) no MoE . Nos experimentos, os limiares para o $MoSE$, $MoRE$ e $MoTE$ são definidos por T_{SE} , T_{RE} e T_{TE} , respectivamente.

Figura 25 – Fluxograma da metodologia de segmentação proposta usando o MoE .



A) Métodos de Level Set relacionados

Aqui propomos modificação em dois métodos de segmentação com base em *level set*.

- O método de Huang *et al.* (2005) modificado

Huang *et al.* (2005) propuseram um método de *level set* aplicado a imagens SAR que tem como base o nível de intensidade do *pixel* $I(l, c)$, onde l e c representam a linha e a coluna, respectivamente. A função de velocidade F do método de Huang *et al.* (2005) é dada por

$$F = \begin{cases} I(x, y) - I_{inferior}, & I(x, y) < I_{mdia} \\ I_{superior} - I(x, y), & I(x, y) \geq I_{mdia}, \end{cases} \quad (5.14)$$

em que $I_{inferior}$ e $I_{superior}$ são parâmetros definidos pelo usuário e I_{media} é a média entre $I_{inferior}$ e $I_{superior}$.

Modificamos este método substituindo $I(l, c)$ pelo $MoE(l, c)$ e os limites I_{media} , $I_{inferior}$ e $I_{superior}$ por T_E , sendo definida uma nova função de velocidade F^* .

$$F^* = \begin{cases} MoE(l, c) - T_E, & MoE(l, c) < T_E \\ T_{RE} - MoE(l, c), & MoE(l, c) \geq T_E, \end{cases} \quad (5.15)$$

sendo F^* uma versão não supervisionada de F .

- O método de Marques *et al.* (2012) modificado

Marques *et al.* (2012) introduziram uma abordagem de *level set* para a segmentação de imagens SAR com base nas propriedades estatísticas das regiões da imagem que são modeladas por uma distribuição G_A^0 .

A ideia básica do método parte do pressuposto que amostras de diferentes regiões da imagem são descritas por distribuições distintas. Assim, diferentes regiões são modeladas por diferentes distribuições G_A^0 , i.e., distribuições G_A^0 com diferentes parâmetros, de tal forma que a distribuição cumulativa dessas regiões é diferente e pode ser usada para compor a energia funcional necessária nos métodos baseados em *level set*. A versão modificada consiste em substituir a função de energia proposta por (MARQUES *et al.*, 2012) pelo MoE .

5.4 Resultados e discussões

A) Métricas de avaliação da segmentação

Aplicamos o erro de segmentação (*EoS*) neste trabalho como uma medida para avaliar a metodologia proposta em imagens SAR sintéticas.

Outras medidas usadas para avaliar as imagens SAR sintéticas foram: Taxa de Falso Negativo (*False Negative Rate - FNR*), Taxa de Falso Positivo (*False Positives Rate - FPR*), além do índice *Dice* que é uma medida de concordância (DICE, 1945; YADOLLAHI *et al.*, 2015), definidos a seguir:

$$FNR = \frac{|S - (R \cap S)|}{|R|}, \quad (5.16)$$

$$FPR = \frac{|R - (R \cap S)|}{|R|}, \quad (5.17)$$

$$Dice = \frac{2|R \cap S|}{|R| + |S|}, \quad (5.18)$$

em que R é a verdade terrestre e S a imagem resultante da segmentação. Os operadores de conjunto “ \cap ”, “ $+$ ” e “ $-$ ” indicam a interseção, soma e diferença, respectivamente.

Para imagens SAR reais, como a verdade terrestre não é conhecida, usamos as medidas *DoS* e *CRF* definidas por Marques *et al.* (2012).

B) Dados SAR simulados

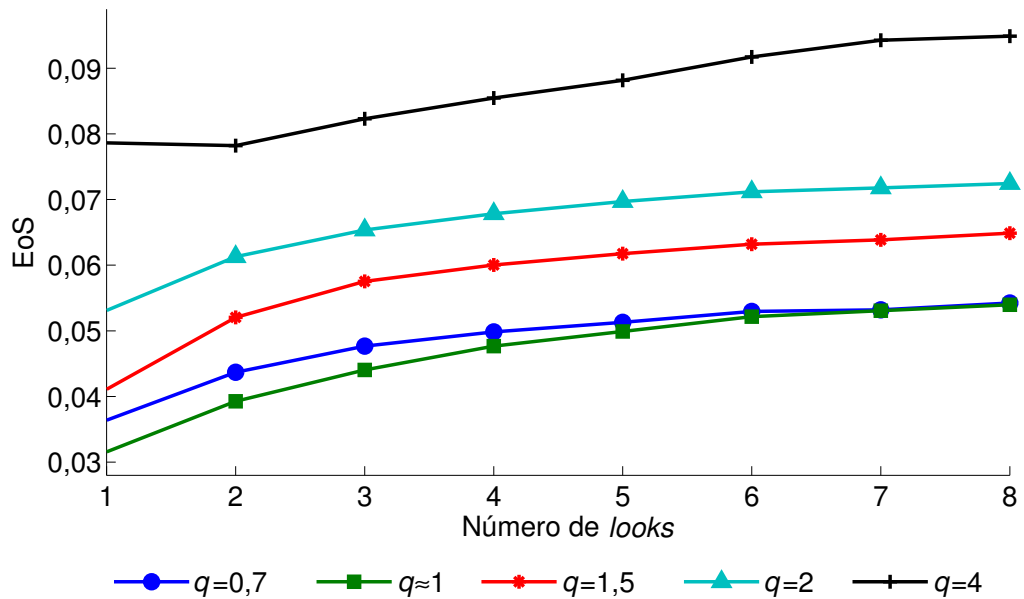
Um experimento de Monte Carlo foi conduzido para dados SAR sintéticos seguindo uma distribuição G_A^0 , variando o número de looks $\{L \in \mathbb{Z}^+ : 1 \leq L \leq 8\}$. Utilizamos 45 imagens binárias de diferentes tamanhos e formas, onde as regiões de *foreground* (f) e de *background* (b) seguem a $G_A^0(\alpha_f, \gamma_f, L)$ e a $G_A^0(\alpha_b, \gamma_b, L)$ distribuições, respectivamente. Nesse contexto, os seguintes cenários foram avaliados:

- a) $\alpha_f = \alpha_b$ e $\gamma_f \neq \gamma_b$,
- b) $\alpha_f \neq \alpha_b$ e $\gamma_f = \gamma_b$,
- c) $\alpha_f \neq \alpha_b$ e $\gamma_f \neq \gamma_b$.

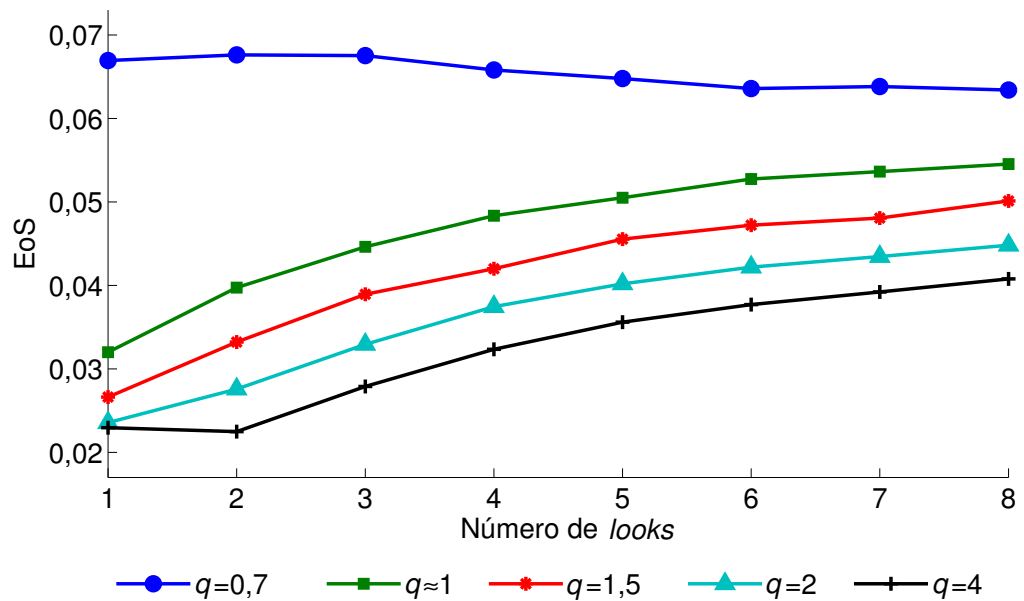
Os cenários usam os seguintes parâmetros: $\alpha \in \{-1, 5; -4; -8\}$, $\gamma \in \{1; 20; 40\}$ e $L \in \{1; 2; \dots; 8\}$ o que produz 576 combinações diferentes, totalizando 25920 testes diferentes. Para melhorar a robustez, submetemos a mesma imagem 1000 vezes em cada teste. Inspirado por (MARQUES *et al.*, 2012), simulamos imagens SAR de amplitude sintética usando a Equação

(4.1). Depois de estimar os parâmetros G_A^0 , avaliamos qual dos mapas de entropia apresenta o melhor resultado nos diferentes cenários testados. Para tanto, verificamos o comportamento do EoS em relação ao parâmetro q da entropia de Rényi e Tsallis. A Figura 26 mostra os valores médios do EoS para o $MoTE$ e o $MoRE$.

Figura 26 – Média da medida EoS para diferentes valores de q : (a) resultados usando $MoTE$; (b) resultados usando $MoRE$.



(a)



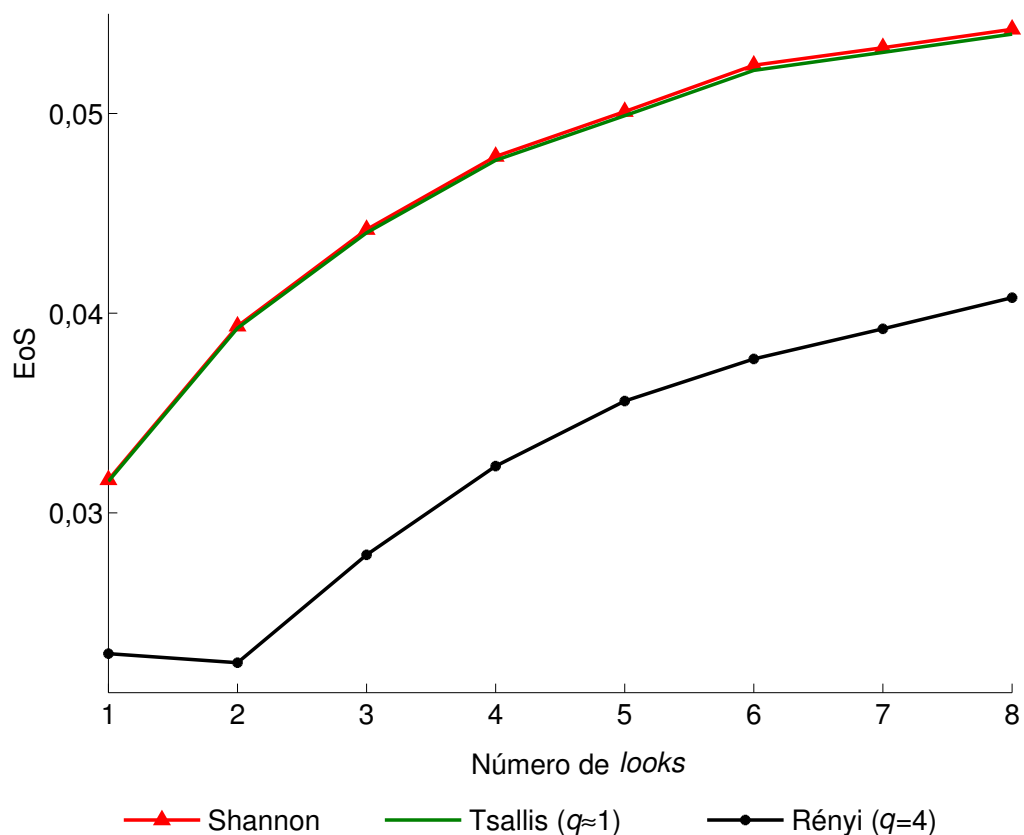
(b)

Analisando os resultados da Figura 26 verificamos que, no $MoTE$, o melhor valor

de EoS foi quando $q \approx 1$, ou seja, quando a entropia de Tsallis tende a entropia de Shannon. Também observamos mais dois comportamentos ao analisar o desempenho de segmentação usando o $MoTE$: o primeiro é que o EoS tende a aumentar com o aumento do número de *looks*, porém sem comprometer sensivelmente o resultado da segmentação; o segundo é o aumento do EoS quando $q > 1$. O $MoRE$, por sua vez, apresentou uma melhor segmentação com $q = 4$, sendo que, quanto menor o valor de q maior o valor do EoS . Notamos que o $MoRE$ tem o mesmo comportamento do $MoTE$ com relação ao aumento do EoS quando há o aumento do número de *looks*.

Comparando os melhores resultados do $MoTE$ e $MoLE$ e acrescentando o resultado do $MoSE$ verificamos que o $MoRE$ apresentou o melhor resultado dentre os mapas de entropia avaliados, quando $q = 4$, conforme Figura 27. Desta forma, passamos a investigar o $MoRE$ com mais profundidade. Neste contexto é necessário verificar se existe um valor ótimo para q em relação ao EoS .

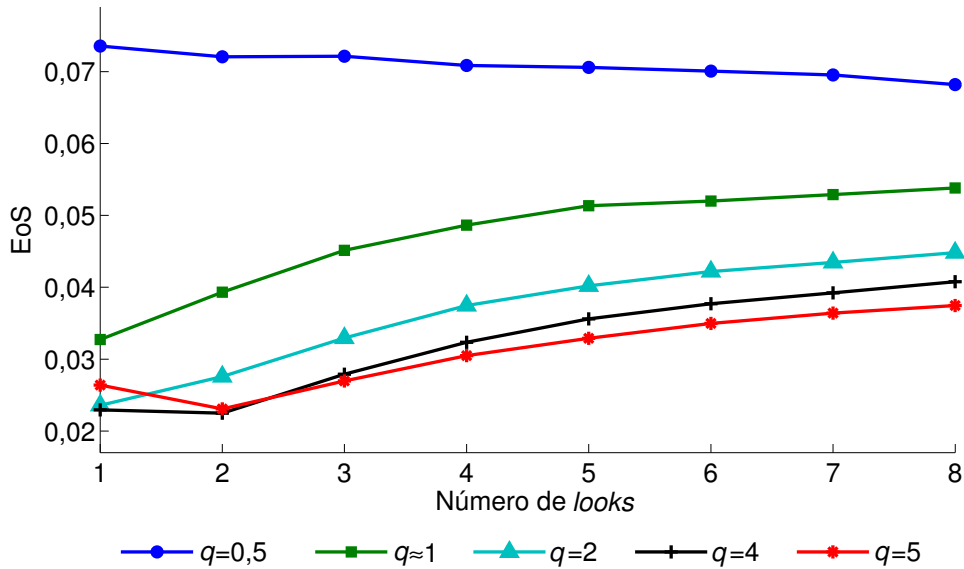
Figura 27 – Comportamento do EoS a partir da variação do número de *looks* (L) para o $MoSE$, $MoTE$ e $MoRE$.



Embora existam casos especiais em que $q \rightarrow 0$, $q \rightarrow 1$ e $q = 2$, não há uma regra exata para ajustar q . Assim, estabelecemos empiricamente $q = 4$, uma vez que este valor resultou

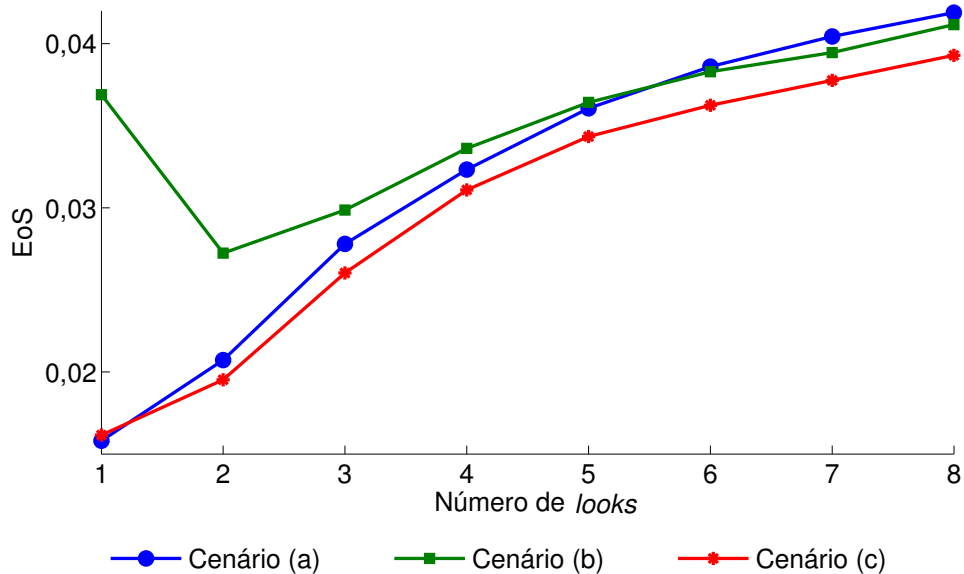
no menor EoS para o caso crítico, em que o *speckle* é mais forte, ou seja, $L = 1$, como mostra a Figura 28.

Figura 28 – Comportamento da medida EoS pela variação do número de *looks* (L) para diferentes valores de q no *MoRE*.



A Figura 29 ilustra a relação entre EoS e L para a segmentação sintética da imagem SAR usando o *MoRE*. Esses resultados demonstraram a capacidade do *MoRE* da G_A^0 para discriminar diferentes tipos de regiões na imagem, mesmo com o aumento do número de *looks*.

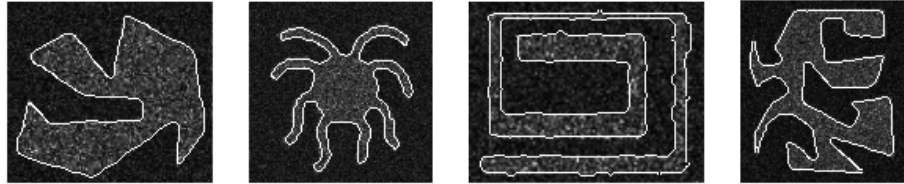
Figura 29 – Comportamento do EoS pela variação do número de *looks* (L), nos três cenários avaliados.



Alguns resultados de segmentação do experimento de Monte Carlo são apresentados

na Figura 30. Nela são exibidos os mapas de borda, obtidos a partir da utilização do método de Otsu sobre o *MoRE* em imagens SAR sintéticas, em amplitude.

Figura 30 – Alguns dos resultados de segmentação obtidos do experimento de Monte Carlo, obtidos pelo método de Otsu sobre o *MoRE* em imagens SAR sintéticas, em amplitude.



A Tabela 9 mostra os resultados dos experimentos de segmentação em imagens SAR sintéticas.

Tabela 9 – Média \pm desvio padrão obtidos da segmentação usando o método de Otsu sobre o *MoRE* em imagens SAR sintéticas, em amplitude.

<i>EoS</i> ↓	<i>FPR</i> ↓	<i>FNR</i> ↓	<i>Dice</i> ↑
0,032 \pm 0,025	0,012 \pm 0,040	0,077 \pm 0,069	0,953 \pm 0,046

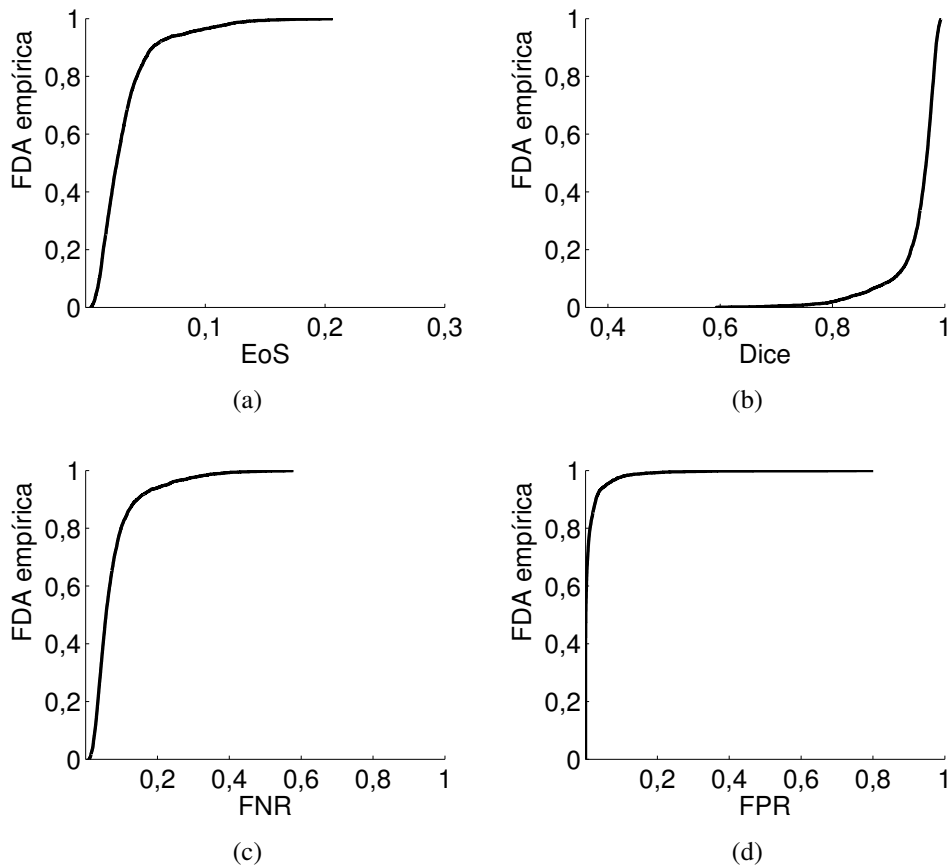
A Figura 31 mostra a função de distribuição acumulada empírica (FDA empírica) das medidas de avaliação aplicadas no experimento Monte Carlo para imagens sintéticas.

Os gráficos da Figura 31 mostram que a inclinação da curva FDA é proporcional à precisão da segmentação. O método de Otsu teve uma taxa de erros próximos de zero, com alta probabilidade para *EoS*, *FPR* e *FNR* $<$ 0,1. O índice de similaridade *Dice* confirmou o bom desempenho, ao indicar uma alta probabilidade de similaridade (*Dice* $<$ 0,85). Assim, os resultados demonstraram a capacidade da metodologia em segmentar imagens SAR usando o *MoRE* como guia.

Os valores abaixo de 0,1 de *FPR* e *FNR* indicam que os métodos alcançaram altos valores de sensibilidade e de especificidade. Os resultados demonstraram que a metodologia proposta incorporou informações significativas no processo de segmentação e, portanto, reduziu a ocorrência de falsos positivos e de falsos negativos. Os valores de *EoS* abaixo de 0,04 e similaridade acima de 0,95 confirmam que o *MoRE* melhorou os resultados dos segmentadores.

A análise dos resultados em dados sintéticos indica que a metodologia proposta baseada no *MoRE*, é viável para segmentação de imagem SAR, além de servir como guia em métodos baseados em *level set*.

Figura 31 – FDA empírica das medidas usadas para avaliação da segmentação obtidas sobre o *MoRE* em imagens SAR sintéticas, em amplitude.



C) Dados SAR reais

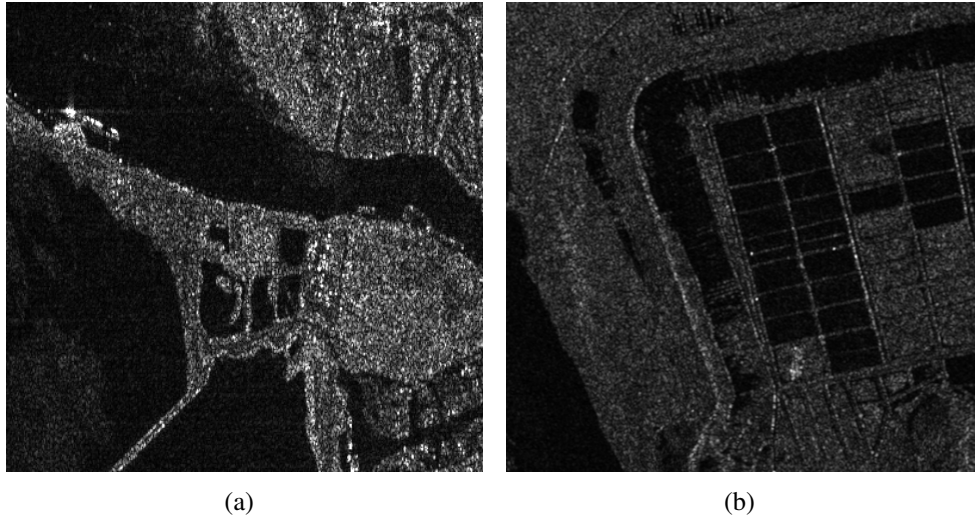
Aplicamos o método proposto em imagens SAR reais, para fins de avaliação, selecionando as mesmas amostras para todos os resultados de segmentação, a fim de realizar uma análise justa e confiável. A Figura 32 (a) mostra parte da cidade de Vancouver, Canadá (400×400 pixels, 1 look, canal HH, RADARSAT-2), enquanto a Figura 32 (b) mostra uma região em Sanchangang, China (512×512 pixels, 3 looks, canal HH, TerraSAR-X).

Consideramos, para fins de comparação, os métodos e metodologia descritos a seguir:

- M1 - Método de Otsu (OTSU, 1979);
- M2 - Método de agrupamento *K-médias* (MACQUEEN, 1967);
- M3 - Método de segmentação baseado em *level set* proposto por Huang *et al.* (2005);
- M4 - Método de segmentação baseado em *level set* proposto por Marques *et al.* (2012);
- M5 - Metodologia de segmentação baseada no mapa de rugosidade (M_α) proposta por Rodrigues *et al.* (2016).

A Tabela 10 exhibe os resultados comparativos dos métodos de segmentação usando

Figura 32 – Imagens SAR reais, em amplitude: (a) recorte de Vancouver - Canadá e (b) recorte de Sanchagang - China.



a medida *CRF*.

Tabela 10 – *DoS* e *CRF* obtidos a partir da utilização do *MoRE* nas imagens SAR de Vancouver (Canadá) e Sanchagang (China).

Imagens	<i>DoS</i>	Aplicada sobre	Métodos			
			M1	M2	M3	M4
Vancouver (1 look)	0,543	Dados SAR	0,444	0,435	0,552	0,619 ^a
		M_α (M5)	0,741	0,737	0,668	0,684
		<i>MoRE</i>	0,805	0,791	0,702	0,690
China (3 looks)	0,387	Dados SAR	0,798	0,793	0,801	0,827 ^a
		M_α (M5)	0,885	0,885	0,882	0,881
		<i>MoRE</i>	0,899	0,896	0,891	0,890

^a Segmentação processada através do mapa de energia da imagem SAR, proposto por Marques *et al.* (2012),

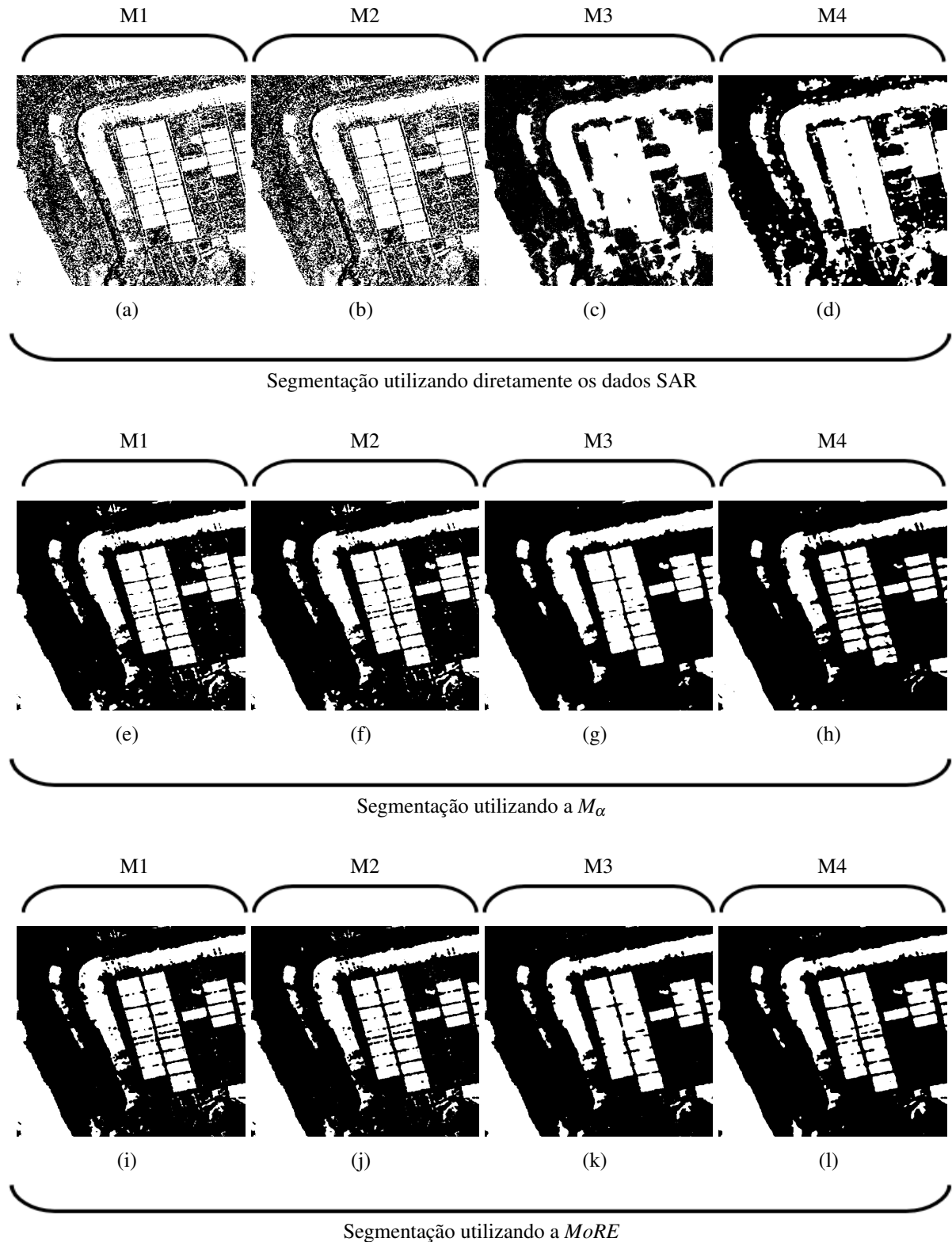
O índice *CRF* mostra que a metodologia proposta apresentou o menor erro de segmentação. Estes resultados também indicam que a metodologia proposta melhorou significativamente a segmentação da imagem SAR quando comparada com os métodos propostos em Otsu (1979), MacQueen (1967) e Huang *et al.* (2005) aplicados aos dados SAR.

Também comparamos nossa metodologia com os algoritmos introduzidos em (RODRIGUES *et al.*, 2016) e (MARQUES *et al.*, 2012), que executam sobre o mapa de parâmetros de rugosidade e o mapa de energia de imagem SAR, respectivamente.

Para melhor compreensão dos resultados da segmentação, apresentamos a Figura 33. Ela mostra os resultado das segmentações para a imagem SAR da Sanchagang - China, divididos

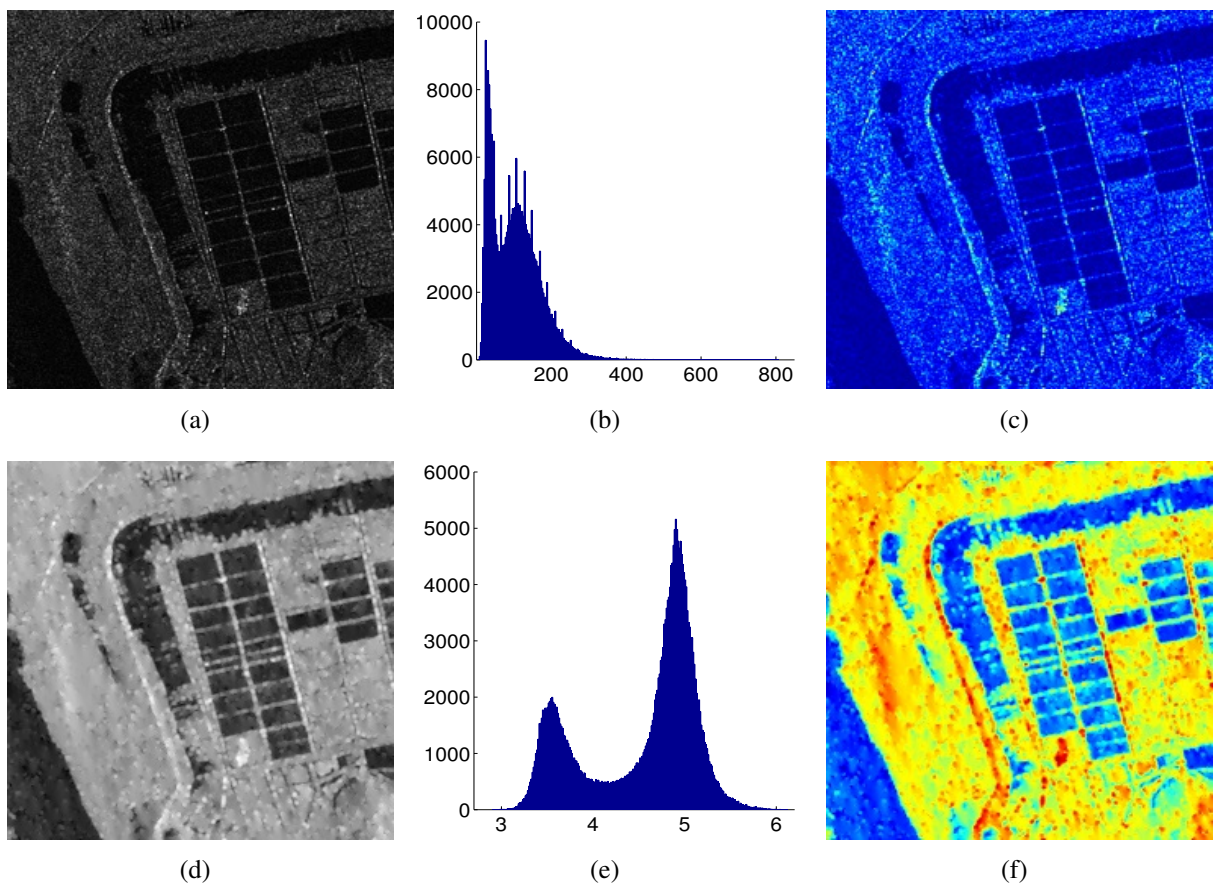
pelos métodos de segmentação e dados utilizados por estes métodos. Nela podemos perceber a melhoria da segmentação através da substituição dos dados SAR pelo mapa de rugosidade (M_α) e pelo mapa da entropia de Rényi ($MoRE$).

Figura 33 – Resultado das segmentações para a Figura 32 (b).



Assim, a avaliação de desempenho demonstrou a adequação e eficácia do *MoRE* para segmentação de imagem SAR, com pouca variação de resultados quando do aumento do número de *looks*. Na verdade, o histograma do *MoRE* favoreceu o desempenho dos métodos de Otsu e *K-means*, conforme podemos observar na Figura 34.

Figura 34 – Comparação entre dados SAR originais e o *MoRE*: (a) imagem SAR em amplitude; (b) histograma da imagem SAR; (c) mapa de cor da imagem SAR; (d) imagem do *MoRE*; (e) histograma do *MoRE* e (f) mapa de cor do *MoRE*.



Também analisamos o tempo computacional envolvido em cada um dos métodos analisados, uma vez que este pode ser impeditivo para algum tipos de aplicação, principalmente aqueles em que o tempo é um fator crítico. A Tabela 11 apresenta o tempo computacional para o processo de segmentação. Os experimentos foram realizados em uma CPU de 3,1 GHz com 8 GB de RAM usando o MatLab (2013b).

Para as imagens SAR reais, a Tabela 10 e a Tabela 11 mostram que a metodologia proposta melhorou os resultados da segmentação sem sobrecarregar substancialmente o tempo de processamento.

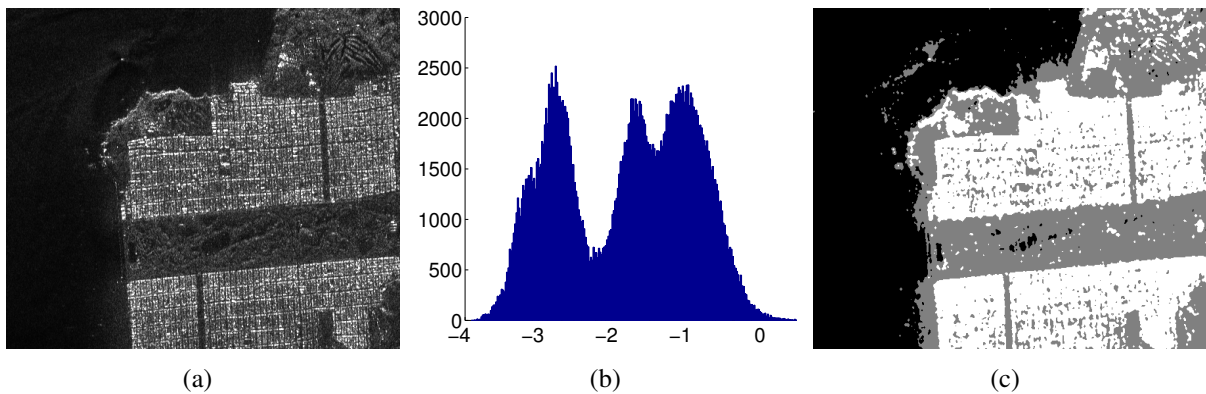
Os resultados mostram que o *MoRE* também é adequado para realizar a segmentação

Tabela 11 – Tempo computacional para segmentação utilizando as imagens SAR reais de Vancouver (Canadá) e Sanchangang (China) (em segundos).

Imagens	Aplicado sobre	Métodos			
		M1	M2	M3	M4
Vancouver (1 look)	Dados SAR	0,242	1,444	42,659	40,145
	M_α (M5)	>3000	>3000	>3000	>3000
	<i>MoRE</i>	105,993	106,728	130,200	126,270
China (3 looks)	SAR Data	0,310	0,670	26,337	0,253
	M_α (M5)	>6000	>6000	>6000	>6000
	<i>MoRE</i>	118,583	118,994	134,281	137,040

de várias regiões da imagem SAR. Para tanto, os algoritmos de segmentação, que recebem como parâmetro de entrada o *MoRE*, têm que ser adaptados a realizarem segmentação de mais de 2 regiões. O método *K-means* já está apto para realizar esta abordagem, bastando fornecer o número de *clusters* que compõem a imagem. A informação do número de *clusters* pode ser obtida por métodos dispostos na literatura, como o índice raiz quadrada do desvio padrão médio (*Root Mean Square Standard Deviation - RMSSD*) ou o coeficiente de determinação (*R-square*) (SHARMA, 1995). O método de Otsu possui, no Matlab, uma versão para múltiplos limiares. Contudo, os métodos de *level set* apresentados neste capítulo precisam ser adaptados para que possam realizar segmentação de múltiplas regiões. A Figura 35 exemplifica a utilização do *MoRE* na segmentação de imagens com mais de 2 regiões.

Figura 35 – Utilização do *MoRE* em imagens SAR com mais de 2 regiões: (a) Imagem de São Francisco (600x450 pixels, 4 looks, canal HH, AIRSAR, em amplitude); (b) o histograma do *MoRE* e (c) resultado de segmentação com Otsu sobre o *MoRE*.



5.5 Resumo do capítulo

Neste capítulo, introduzimos o mapa de entropia dos dados SAR modelados pela distribuição G_A^0 ou G_I^0 , além de propor uma metodologia de segmentação baseada neste mapa.

Os experimentos de Monte Carlo com imagens SAR sintéticas mostraram que o mapa da entropia de Rényi (*MoRE*) apresentou o melhor resultado de segmentação, quando comparado com o mapa da Entropia de Shannon (*MoSE*) e com o mapa da entropia de Tsallis *MoTE*. Estes experimentos também demonstraram que a metodologia proposta, baseada no *MoRE*, incorporou informações significativas das imagens no processo de segmentação. A avaliação de desempenho dos resultados reais da imagem SAR também confirmou a vantagem de usar a abordagem baseada no *MoRE*. Entre as vantagens da nossa metodologia, podemos listar: a capacidade do *MoRE* em identificar diferentes regiões de imagens SAR, uma vez que abrange os parâmetros (α , γ) do modelo de dados (G_A^0 ou G_I^0); o aumento no número de *looks* quase não impacta no desempenho da segmentação, e não compromete, portanto, o resultado final da segmentação; a metodologia apresentou resultados promissores e melhorou o desempenho de ambos os métodos *level set* avaliados. Além disso, o *MoRE* também pode ser utilizado como um guia em outras técnicas de processamento de imagem SAR, como filtragem e classificação.

Uma desvantagem no uso dos mapas de entropia apresentados é que não há uma forma fechada para calcular a entropia de Shannon, Rényi e Tsallis das distribuições G_A^0 ou G_I^0 e, portanto, faz necessário o uso de métodos de integração numérica. Isso acaba onerando o tempo computacional dentro da metodologia de segmentação proposta.

6 SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS SAR UTILIZANDO MAPA DA ESPERANÇA LOGARÍTMICA

Neste capítulo apresentamos e avaliamos o mapa da esperança logarítmica dos dados SAR em intensidade, modeladas pela distribuição G_I^0 , através de uma metodologia de segmentação de imagens SAR. Nossos experimentos foram feitos utilizando imagens SAR sintéticas e imagens SAR reais.

6.1 Contextualização

Conforme pudemos verificar no Capítulo 5 imagens SAR têm sido amplamente utilizadas em sensoriamento remoto. Assim, as técnicas de processamento e análise de imagem SAR podem ser ferramentas poderosas para investigar e entender fenômenos naturais na Terra.

Ao longo do tempo, diversas abordagens foram desenvolvidas para a segmentação de imagens SAR, visando melhorar e gerar resultados cada vez mais precisos, como campos aleatórios de Markov (*markov random field* - MRF) (DUAN *et al.*, 2016; DUAN *et al.*, 2017); árvores de partição binária (*binary partition trees* - BPT) (ALONSO-GONZALEZ *et al.*, 2012; ALONSO-GONZALEZ *et al.*, 2013; SALEMBIER; FOUCHER, 2016); métodos baseados em *clustering* (SHANG *et al.*, 2016; LIU *et al.*, 2016) e métodos baseados em *level set* (AYED *et al.*, 2005; HUANG *et al.*, 2005; MARQUES *et al.*, 2012).

Huang *et al.* (2005) propuseram um algoritmo de *level set* para segmentação de mancha de óleo no mar em imagens SAR, cuja função de energia foi baseada na intensidade de *pixels*. Este algoritmo não incorporou nenhum modelo estatístico. Em geral, os algoritmos de segmentação de imagens SAR que adotam modelos de dados tendem a apresentar melhor desempenho. Dentro deste contexto, Marques *et al.* (2012) introduziram um método de segmentação baseado em *level set* definido por uma função de energia que baseia na distribuição acumulada do modelo G_A^0 . Rodrigues *et al.* (2016) adaptaram dois algoritmos de *level set*, introduzidos em Huang *et al.* (2005) e Marques *et al.* (2012), para segmentação de imagem SAR. Em (RODRIGUES *et al.*, 2016), ambos os métodos basearam-se no parâmetro de rugosidade da G_A^0 e G_I^0 , descartando o parâmetro γ . Uma lacuna desta abordagem é que o o algoritmo perde desempenho à medida que o número de *looks* aumenta, além do elevado tempo computacional necessário para geração do mapa de rugosidade (RODRIGUES *et al.*, 2016). Para resolver estes problemas, nesta tese, propomos uma metodologia para segmentação de imagem SAR baseada no mapa da entropia de Rényi (*MoRE*). Este mapa é obtido usando todos os parâmetros da

distribuição escolhida (G_A^0 ou G_I^0), e apresenta um tempo computacional inferior ao método de Rodrigues *et al.* (2016). Mais recentemente, Braga *et al.* (2017) propuseram um método de *level set* hierárquico para segmentação de imagens SAR que incorpora conexões teóricas entre filtros médios vetoriais, equações diferenciais parciais geométricas e operadores de morfologia matemática.

Com isso idealizamos uma metodologia de segmentação que mantenha um bom desempenho frente ao aumento ou diminuição do número de *looks*, que possua um reduzido tempo computacional e que possa ser utilizada como um guia em diversos tipos de segmentadores, incluindo métodos clássicos, como Otsu.

Neste capítulo, determinamos a esperança logarítmica da distribuição G_I^0 e o mapa da esperança logarítmica (*map of the logarithmic expectation - MoLE*), além de propormos uma metodologia de segmentação de imagem SAR baseada neste mapa. Para validar a metodologia proposta e o uso do *MoLE*, realizamos experimentos em imagens SAR sintéticas e reais com o método Otsu (OTSU, 1979) e outros três métodos baseados em *level set* (HUANG *et al.*, 2005; MARQUES *et al.*, 2012; BRAGA *et al.*, 2017), além de compará-la com as metodologias propostas por Rodrigues *et al.* (2016) e com aquela proposta no Capítulo 5 desta tese.

6.2 Esperança logarítmica da G_I^0

Conforme mostra o Capítulo 3, o retorno do dado SAR, Z , pode ser modelado como o produto de duas variáveis aleatórias independentes, $Z = X.Y$. Frery *et al.* (1997) modelaram o retorno de intensidade dos dados SAR com a distribuição G_I^0 , onde X segue a distribuição gama inversa $X \sim \Gamma^{-1}(-\alpha, \gamma)$ e Y a distribuição gama $Y \sim \Gamma(L, L)$.

Por sua vez, a esperança logarítmica da distribuição gama é definida por: $\mathbb{E}[\ln(X)] = \Psi^0(a) + \ln(b)$, em que a corresponde ao parâmetro de forma, b corresponde ao parâmetro de escala e Ψ^0 a função digamma (SINGH; FIORENTINO, 2012).

Demonstração. Vamos mostrar que $\mathbb{E}(\ln(W)) = \Psi^0(a) - \ln(b)$, onde $W \sim \Gamma(a, b)$.

A função de densidade de probabilidade para a distribuição gama é

$$f(w; a, b) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} w^{a-1} e^{-bw}, \quad (6.1)$$

então a esperança logarítmica da distribuição gama é dada por

$$\mathbb{E}(\ln(W)) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \int_0^\infty w^{a-1} e^{-bw} \ln w dw. \quad (6.2)$$

Fazendo $z = bw$, encontramos

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\ln(W)) &= \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^\infty z^{a-1} e^{-z} \ln(z/b) dz \\ &= -\ln(b) + \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^\infty z^{a-1} e^{-z} \ln(z) dz \\ &= -\ln(b) + \frac{1}{\Gamma(a)} \frac{d}{da} \int_0^\infty z^{a-1} e^{-z} dz \\ &= -\ln(b) + \frac{\Gamma'(a)}{\Gamma(a)} \\ &= -\ln(b) + \Psi^0(a) \\ &= \Psi^0(a) - \ln(b), \end{aligned}$$

onde usamos a definição da função gama, $\Gamma(a) = \int_0^\infty w^{a-1} e^{-w} dw$, e a função digamma, $\Psi^0(z) = \Gamma'(z)/\Gamma(z)$. \square

De modo similar podemos obter a esperança logarítmica da distribuição gama inversa, como sendo:

$$\mathbb{E}[\ln(W)] = \ln(b) - \Psi^0(a), \quad a, b > 0. \quad (6.3)$$

Se $X \sim \Gamma^{-1}(-\alpha, \gamma)$ e $Y \sim \Gamma(L, L)$ então as esperanças logarítmicas para X e Y são, respectivamente

$$\mathbb{E}[\ln(X)] = \ln(\gamma) - \Psi^0(-\alpha) \quad (6.4)$$

e

$$\mathbb{E}[\ln(Y)] = \Psi^0(L) - \ln(L). \quad (6.5)$$

Conforme já vimos, a literatura adota o modelo multiplicativo para explicar a formação dos dados em imagens SAR (ver Capítulo 2). Um caminho alternativo é transformar

este modelo em aditivo. Isso pode ser feito utilizando uma transformação homomórfica (ARSENAULT; LEVESQUE, 1984). Esta transformação utiliza o logaritmo para transformar o ruído multiplicativo em um aditivo. Desta forma, o modelo $Z = X.Y$ pode ser transformado em

$$\ln(Z) = \ln(X) + \ln(Y). \quad (6.6)$$

Considerando a propriedade $\mathbb{E}(A + B) = \mathbb{E}(A) + \mathbb{E}(B)$, podemos reescrever a Equação (6.6) em função da esperança, como

$$\mathbb{E}[\ln(Z)] = \mathbb{E}[\ln(X)] + \mathbb{E}[\ln(Y)]. \quad (6.7)$$

Assim, podemos determinar a esperança logarítmica de Z , modelada pela G_I^0 , a partir das Equações (6.4) e (6.5) como sendo

$$\mathbb{E}[\ln(Z)] = \ln(\gamma) - \Psi^0(-\alpha) + \Psi^0(L) - \ln(L). \quad (6.8)$$

A esperança logarítmica da G_I^0 definida na Equação (6.8) guarda relação com a entropia de Shannon da G_I^0 , uma vez que a $\mathbb{E}[\ln(Z)]$ faz parte da Equação (5.5) que determina esta entropia.

Nesta tese, usamos o MM para estimar os parâmetros da G_I^0 . Para a estimação de parâmetros através do MM, resolvemos um sistema que relaciona os momentos da amostra (\hat{m}_r) e o momento teórico da ordem r ($\mathbb{E}_{G_I^0}[Z^r]$) onde $r \in \{1/2, 1\}$ (ver Seção 3.3).

O *MoLE*, por sua vez, é obtido através da Equação (6.8) a partir dos parâmetros estimados, para cada *pixel* da imagem.

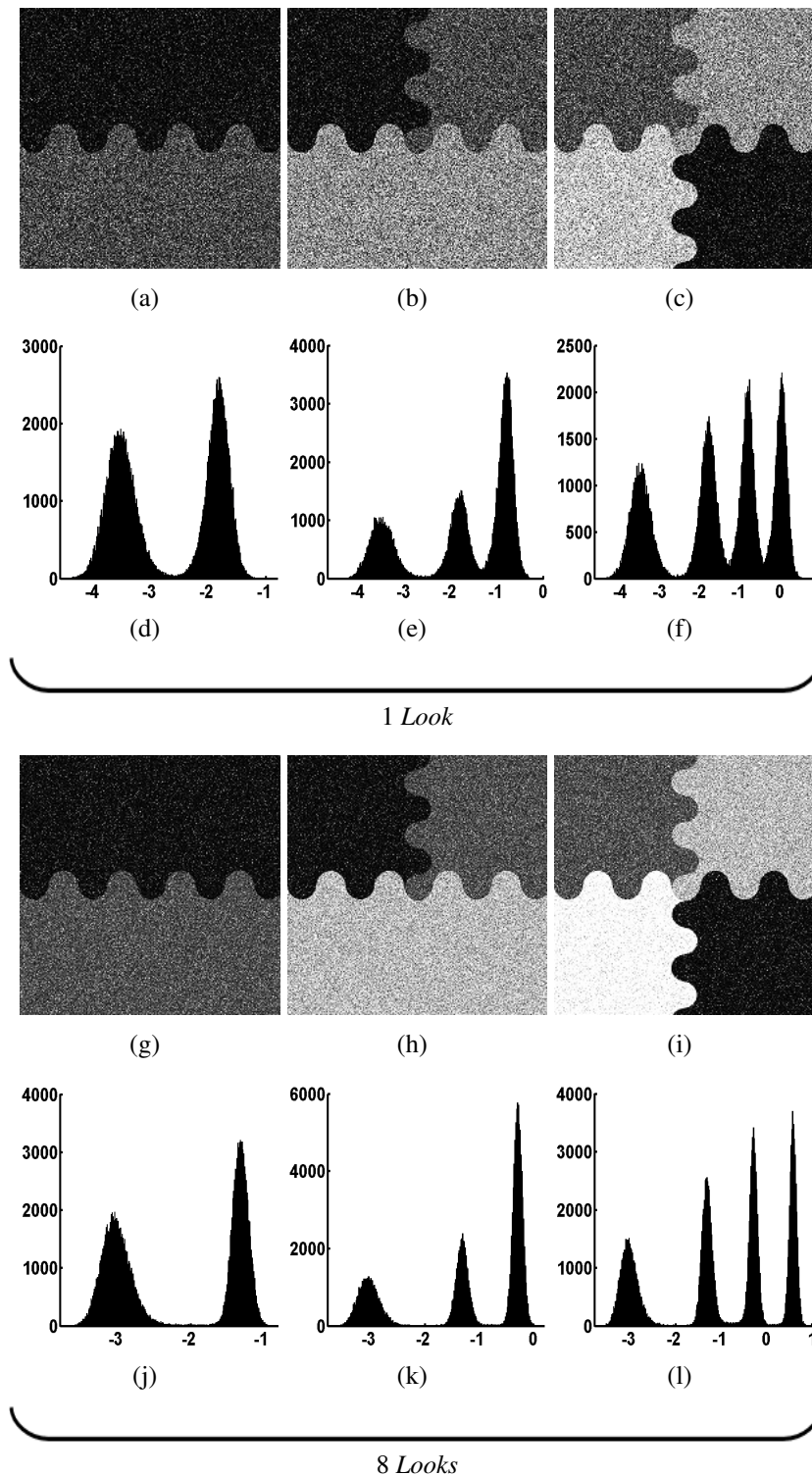
Uma característica importante e desejável do *MoLE* é que seu histograma se comporta de forma semelhante ao do M_α e do *MoRE*, em relação à determinação do número de regiões que compõem a imagem (Figura 36). No entanto, ao contrário desses dois mapas, o *MoLE* não compromete seu poder de discriminação das regiões com o aumento do número de *looks*. Este é um aspecto interessante nos processos de segmentação de imagens SAR.

Outra vantagem do *MoLE* em relação aos mapas M_α e *MoRE* é o reduzido tempo computacional para obtê-lo, uma vez que não é necessário utilizar qualquer método numérico para sua determinação.

6.3 A metodologia proposta

Tendo como base a metodologia proposta por Rodrigues *et al.* (2016), que utiliza o mapa de rugosidade (M_α), e a metodologia apresentada no Capítulo 5, desta tese, que utiliza

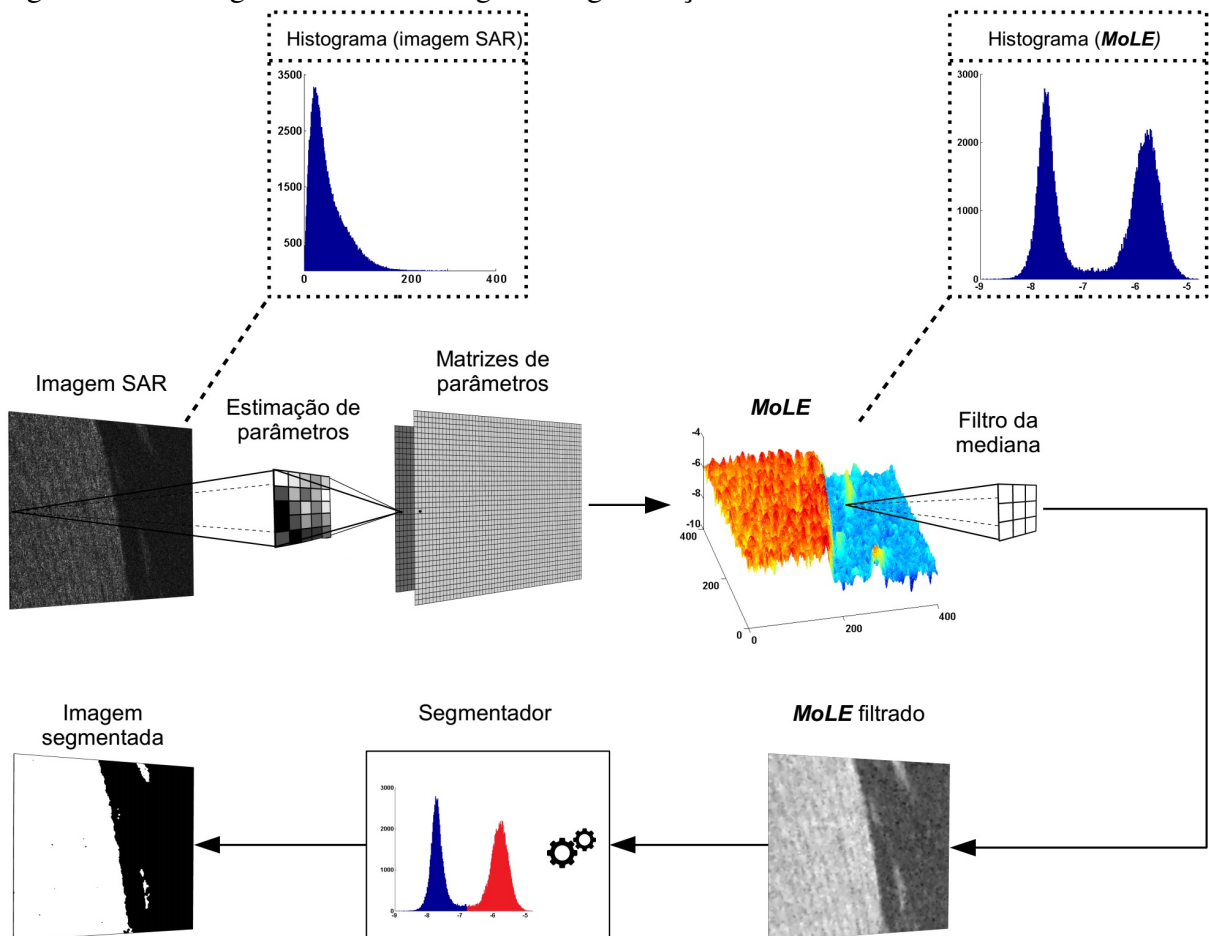
Figura 36 – Imagens SAR sintéticas e respectivos histogramas do *MoLE*: (a)–(c) e (g)–(i) ilustram imagens SAR sintéticas, simuladas segundo o modelo G_I^0 , com diferentes números de regiões e com a configuração de parâmetro $\alpha \in \{-1,5; -4; -8; -12\}$, $\gamma \in \{0,05; 1; 6; 22\}$ e $L \in \{1; 8\}$. (d)–(f) e (j)–(l) mostram histogramas do *MoLE* com modas bem definidas, ideais para métodos de segmentação de imagem baseados em limiarização.



o mapa da entropia de Rényi (*MoRE*), introduzimos uma metodologia que utiliza o *MoLE* como um guia para dirigir os algoritmos de segmentação de imagens SAR. Essa metodologia procura manter as vantagens presentes nas duas abordagens que utilizam o M_α e o *MoRE*, porém dirimindo as limitações existentes em ambas.

A Figura 37 mostra o fluxograma da metodologia proposta para segmentação de imagem SAR utilizando o *MoLE*.

Figura 37 – Fluxograma da metodologia de segmentação utilizando o *MoLE*.



Nesta metodologia nós realizamos a estimativa de parâmetros, *pixel por pixel*, em uma janela 5x5, utilizando MM. Em seguida, utilizamos as matrizes dos parâmetros estimados ($\hat{\alpha}$, $\hat{\gamma}$) para calcular a esperança logarítmica dos dados e o *MoLE*, utilizando a Equação (6.8). Para minimizar os efeitos do ruído e aumentar a separabilidade dos dados através de um histograma nós aplicamos sobre o *MoLE* o filtro da mediana de tamanho 3x3. Por fim, utilizamos o *MoLE* e os limiares do seu histograma como entradas para os métodos de segmentação. Os limiares, T_{LE} , são obtidos aplicando o método de Otsu (OTSU, 1979) sobre o *MoLE* de forma similar a

metodologia proposta com o *MoRE*.

Nossos testes foram realizados utilizando o algoritmo Otsu e três métodos baseados em *level set* para segmentação de imagens SAR.

A) *Métodos de level set*

- O método de Huang *et al.* (2005) modificado (versão hierárquica)

Conforme descrito no Capítulo 5, Huang *et al.* (2005) propuseram um método de *level set* baseado no nível de intensidade de cada *pixel* $I(l, c)$, em que l e c representam a linha e a coluna, respectivamente.

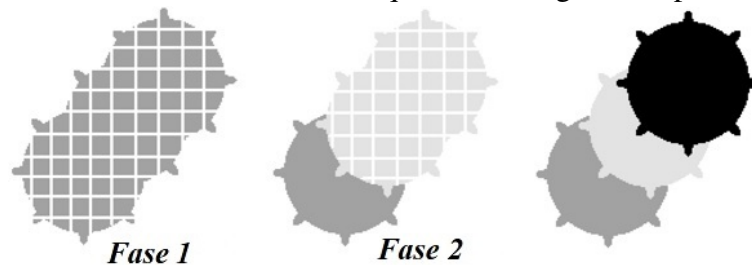
Para a aplicação da metodologia proposta modificamos a função de velocidade F substituindo $I(l, c)$ pelo $MoLE(l, c)$, e os valores I_{media} , $I_{inferior}$ e $I_{superior}$ por T_{LE} . Os valores de T_{LE} são obtidos pelo método de Otsu multilimiar.

$$F^{**} = \begin{cases} MoLE(l, c) - T_{LE}(n), & \text{if } MoLE(l, c) < T_{LE}(n) \\ T_{LE}(n) - MoLE(l, c), & \text{if } MoLE(l, c) \geq T_{LE}(n) \end{cases}, \quad n \in \mathbb{N}^*, \quad (6.9)$$

em que n indica o limiar a ser aplicado.

A abordagem hierárquica adotada se baseia em Jeon *et al.* (2005) e Braga *et al.* (2017). Nela, o *level set* de uma fase ocorre sobre os resultados de segmentação de fases anteriores. A quantidade de fases é determinada pela quantidade de limiares retornados pelo método de multilimiar de Otsu. A Figura 38 ilustra este processo, em que a Fase 1 é guiada pelo primeiro limiar ($n = 1$) retornado pelo método de Otsu. A Fase 2, por sua vez, é dirigida pelo segundo limiar ($n = 2$), porém levando em consideração o resultado obtido na Fase 1 e assim sucessivamente.

Figura 38 – Fases do método de *level set* hierárquico em imagem composta de 3 regiões.



Fonte – Adaptada de Braga *et al.* (2017).

- O método de Marques *et al.* (2012) modificado

O método proposto por Marques *et al.* (2012) tem como pressuposto a ideia de que amostras de diferentes regiões da imagem são descritas por distribuições distintas modeladas

pela distribuição G_A^0 . Assim, a distribuição cumulativa dessas regiões é diferente e pode ser usada para compor a funcional de energia necessária nos métodos de *level set*. Desta forma, de maneira similar ao que fizemos no Capítulo 5, substituímos a função de energia proposta por Marques *et al.* (2012) pelo *MoLE*. Este método modificado continuará tendo a limitação da proposta original, segmentando apenas imagens binárias.

- O método de Braga *et al.* (2017) modificado

Braga *et al.* (2017) propuseram um método de segmentação para imagens SAR modelados pela G_I^0 . Este método de *level set* utiliza os operadores morfológicos de dilatação e erosão para indicar a direção da frente de propagação. Esta, por sua vez, é obtida a partir da diferença logarítmica da FDP da G_I^0 das áreas de *foreground* e *background* do *level set*.

Este método hierárquico tem como critério de definição da quantidade de fases o contraste entre regiões. Este contraste é obtido a partir da distância aritmética-geométrica (d_{AG}) (NASCIMENTO *et al.*, 2010), sendo de 30×30 o tamanho da amostra de dados a ser utilizada.

Nesta tese propomos a utilização do *MoLE* como entrada para o método proposto por Braga *et al.* (2017). Para que isso seja possível, alteramos a frente de propagação de maneira que ela não dependa da distribuição G_I^0 . Para isso modificamos a frente de propagação para utilizar o modelo de evolução final proposto por Marques *et al.* (2012), que depende apenas das áreas de *foreground* e *background* do *level set* e suas respectivas médias. Neste cenário substituímos a funcional de energia proposta por Marques *et al.* (2012) pelo *MoLE*. Outra modificação necessária para a utilização do *MoLE* é referente à substituição da distância estocástica aritmética-geométrica por uma distância não estocástica. Neste caso, adotamos a distância euclidiana. Nossa intenção é mostrar que conseguimos obter bons resultados usando técnicas clássicas de processamento de imagens sobre os dados do *MoLE*.

6.4 Resultados experimentais

Todos os testes foram realizados em uma máquina Intel Core i5 3.1 GHz, 8 GB de RAM, usando o software MATLAB R2013b.

A) Métricas de avaliação da segmentação

Para verificar a eficácia da metodologia proposta e avaliar os resultados dos métodos de segmentação em imagens SAR sintéticas, utilizamos o índice de erro de segmentação (*EoS*), a

taxa de falso positivo (FPR), a taxa de falso negativo (FNR) e o índice *Jaccard* (YADOLLAHI *et al.*, 2015). O índice *Jaccard* é definido por

$$Jaccard = \frac{|R \cap S|}{|R \cup S|}, \quad (6.10)$$

em que R é a verdade terrestre e S a imagem resultante da segmentação. Os operadores de conjunto “ \cap ”, e “ \cup ” indicam a interseção e a união, respectivamente.

Para imagens SAR reais usamos as medidas DoS e CRF definidas por Marques *et al.* (2012) por não haver a verdade terrestre.

Também avaliamos o tempo computacional, que indica o esforço computacional necessário para o processo de segmentação ser concluído.

B) *Imagens SAR simuladas*

Realizamos dois experimentos de Monte Carlo para dados SAR sintéticos seguindo o modelo G_I^0 . O primeiro está relacionado a imagens binárias e, o segundo, a imagens com três regiões.

As imagens SAR em intensidade foram geradas em duas etapas. Na primeira etapa, geramos imagens SAR em amplitude usando a Equação (4.1). Na segunda etapa, transformamos a imagem SAR em amplitude em uma imagem SAR em intensidade utilizando a relação $Z_A^2 = Z_I$ (ver Capítulo 3).

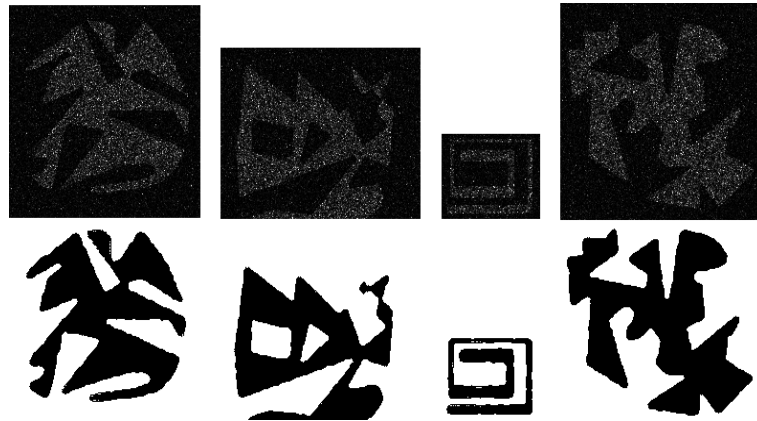
- Experimento com imagens binárias

Utilizamos 53 imagens binárias de diferentes tamanhos e formas, onde as regiões de *foreground* (f) e de *background* (b) seguiram as distribuições $G_I^0(\alpha_f, \gamma_f, L)$ e $G_I^0(\alpha_b, \gamma_b, L)$, respectivamente. Nesse contexto, os seguintes cenários foram avaliados:

- a) $\alpha_f = \alpha_b$ e $\gamma_f \neq \gamma_b$,
- b) $\alpha_f \neq \alpha_b$ e $\gamma_f = \gamma_b$,
- c) $\alpha_f \neq \alpha_b$ e $\gamma_f \neq \gamma_b$.

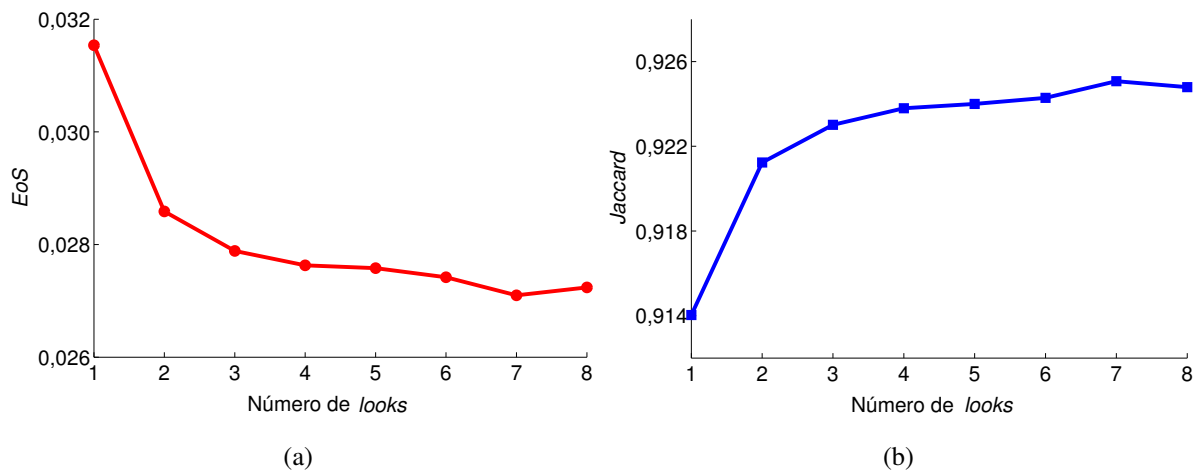
Esses cenários são compostos pelos seguintes parâmetros: $\alpha \in \{-1, 5; -4; -8\}$, $\gamma \in \{0,002; 0,05; 1\}$ e $L \in \{1; 2; \dots; 8\}$ produzindo 576 combinações diferentes com 30.528 testes diferentes. Repetimos cada teste 1000 vezes gerando, no total, um experimento com 30.528×10^3 imagens SAR simuladas. A Figura 39 exhibe alguns dos resultados de segmentação pela metodologia proposta, mostrando sua robustez ao considerar os diferentes níveis de detalhes que compõem cada imagem.

Figura 39 – Resultados de segmentação do experimento de Monte Carlo para imagens binárias, usando o *MoLE*.



A Figura 40 ilustra o comportamento do índice *EoS* e do índice *Jaccard* com o aumento de L . Verificamos que, embora L tenha aumentado, a precisão da segmentação em termos de ambas as medidas manteve-se estável. Indicando que o *MoLE* se mantém estável, mesmo havendo flutuações no número de *looks*.

Figura 40 – Medidas *EoS* e *Jaccard* para os cenários de teste com imagens SAR sintéticas binárias, variando o número de *looks*, usando o *MoLE*.



Na Tabela 12, os valores médios próximos a zero de *FPR* e *FNR* indicam que o método obteve valores de verdadeiros positivos (sensibilidade) e verdadeiros negativos (especificidade) elevados. O valor do *EoS* próximo a zero e o valor do índice *Jaccard* próximo a 1 demonstraram a capacidade da metodologia proposta em lidar com imagens contaminadas com ruído *speckle* e, assim, segmentar imagens SAR sintéticas com bom desempenho.

Tabela 12 – Média \pm desvio padrão para a metodologia proposta em imagens SAR sintéticas binárias.

$EoS \downarrow$	$FPR \downarrow$	$FNR \downarrow$	$Jaccard \uparrow$
$0,0281 \pm 0,0249$	$0,0145 \pm 0,0338$	$0,0648 \pm 0,0704$	$0,9225 \pm 0,0720$

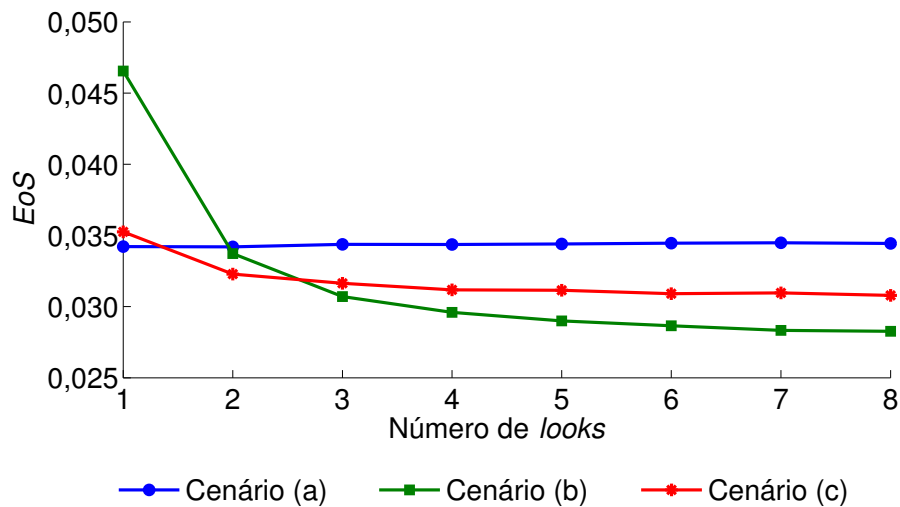
- Experimento com imagens ternárias

Utilizamos 14 imagens de diferentes tamanhos e formas compostas de três regiões. Nomeamos cada região como R1, R2 e R3, seguindo, cada uma as distribuições $G_I^0(\alpha_{R1}, \gamma_{R1}, L)$, $G_I^0(\alpha_{R2}, \gamma_{R2}, L)$ e $G_I^0(\alpha_{R3}, \gamma_{R3}, L)$, respectivamente. Nesse contexto, os seguintes cenários foram avaliados:

- $\alpha_{R1} = \alpha_{R2} = \alpha_{R3}$ e $\gamma_{R1} < \gamma_{R2} < \gamma_{R3}$,
- $\alpha_{R1} > \alpha_{R2} > \alpha_{R3}$ e $\gamma_{R1} = \gamma_{R2} = \gamma_{R3}$,
- $\alpha_{R1} < \alpha_{R2} < \alpha_{R3}$ e $\gamma_{R1} < \gamma_{R2} < \gamma_{R3}$.

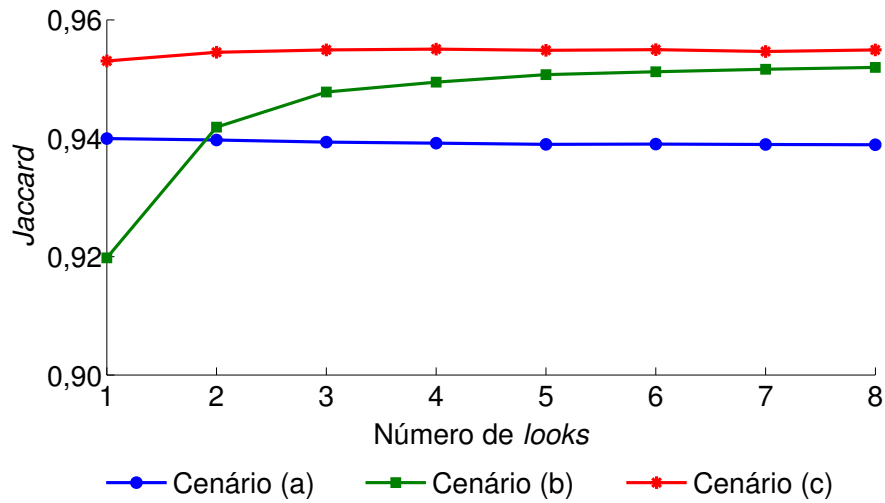
Esses cenários são compostos pelos seguintes parâmetros: $\alpha \in \{-1,5; -4; -8\}$, $\gamma \in \{0,07; 3; 20\}$ e $L \in \{1; 2; \dots; 8\}$. Desta forma, foram geradas 56 combinações diferentes, totalizado 784 testes distintos. Cada teste foi repetido 1000 vezes gerando um experimento com 784×10^3 imagens SAR simuladas. A Figura 41 ilustra o comportamento do índice EoS nos cenários avaliados.

Figura 41 – Resultados do EoS em imagens SAR sintéticas com 3 regiões distintas, variando o número de $looks$, usando o $MoLE$.



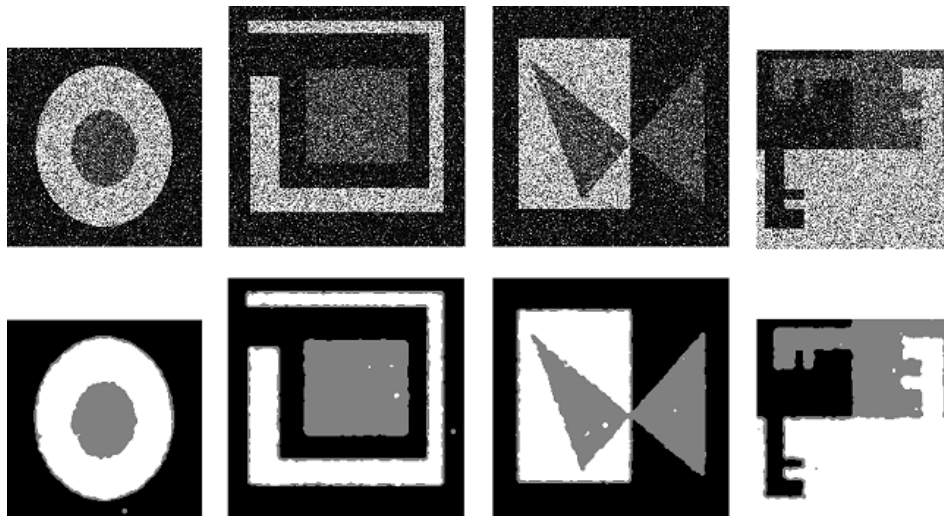
O resultado apresentado na Figura 41 foi confirmado pelo índice de *Jaccard* (Figura 42).

Figura 42 – Resultados do índice de *Jaccard* em imagens SAR sintéticas com 3 regiões distintas, variando o número de *looks*, usando o *MoLE*.



Alguns resultados de segmentação em imagens sintéticas com 3 regiões, utilizando a metodologia proposta, são exibidos na Figura 43.

Figura 43 – Resultados de segmentação do experimento de Monte Carlo para imagens ternárias usando o *MoLE*.



C) Imagens SAR reais

Para estes testes realizamos dois experimentos: sendo que o primeiro utiliza imagens SAR com duas regiões (experimento 1) e o segundo utiliza imagens SAR com 3 regiões (experimento 2).

Consideramos, para fins de comparação com a metodologia proposta, os métodos descritos a seguir.

M1 - Método de Otsu (OTSU, 1979);

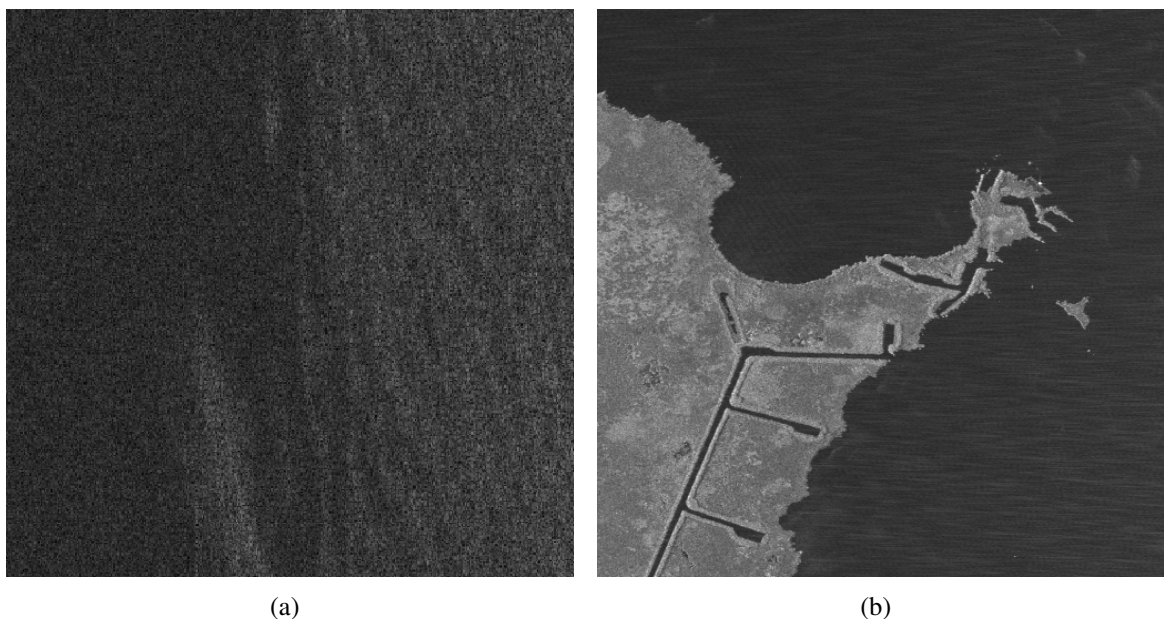
- M2 - Método de segmentação baseado em *level set* proposto por Huang *et al.* (2005);
- M3 - Método de segmentação baseado em *level set* proposto por Marques *et al.* (2012);
- M4 - Método de segmentação baseado em *level set* proposto por Braga *et al.* (2017);
- M5 - Metodologia de segmentação baseada no mapa de rugosidade (M_α) proposta por Rodrigues *et al.* (2016);
- M6 - Metodologia de segmentação baseada no mapa da entropia de Rényi (*MoRE*) proposto nesta tese, no Capítulo 5.

No experimento 1, comparamos nossa metodologia com todos os métodos e metodologias descritos (M1;M2;...;M5). No experimento 2, utilizamos apenas aqueles métodos que comportam segmentação de imagens SAR com mais de 2 regiões, neste caso, M1, M2, M4, M5 e M6.

• Experimento 1

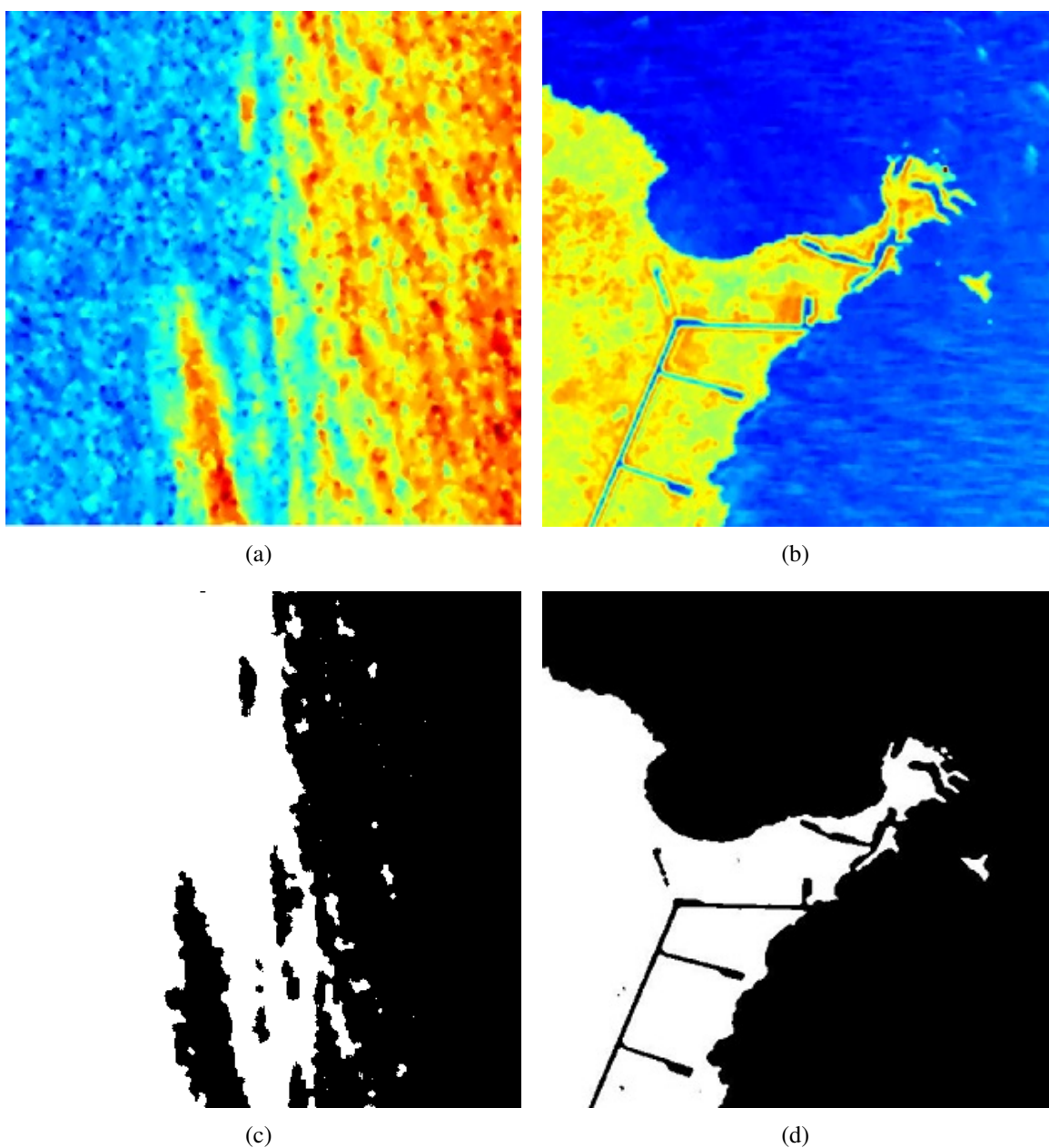
Para realizar este experimento, utilizamos imagens SAR reais compostas de duas regiões: a Figura 44 (a) mostra uma mancha escura na Bacia de Campos, no Brasil (400×400 pixels, 1 look, HH, ALOS-PALSAR, em intensidade). A Figura 44 (b) exibe uma parte do parque florestal *Sabine National Wildlife Refuge*, em Louisiana, nos Estados Unidos da América (EUA) (512×512 pixels, 12 looks, HH, UAVSAR, em intensidade).

Figura 44 – Imagens SAR reais em intensidade (imagens equalizadas para fins de visualização, apenas): (a) mancha escura na Bacia de Campos, no Brasil e (b) parte do parque florestal *Sabine National Wildlife Refuge*, em Louisiana, nos EUA.



A Figura 45 (a) e (b) exibem os mapas de cores do *MoLE* para as imagens SAR do experimento. Nele podemos observar uma clara distinção dos tipos de região que compõem a imagem. Também verificamos que o aumento do número de *looks* favoreceu uma distinção mais nítida das regiões na 45 (b), corroborando os resultados apresentados nos experimentos com imagens SAR sintéticas.

Figura 45 – (a) e (b) correspondem ao mapa de cor do *MoLE* para as Figuras 44 (a) e (b); (c) e (d) correspondem ao melhor resultado de segmentação empregando *MoLE*.



A Tabela 13 exibe os resultados comparativos usando as medidas *DoS* e *CRF* para os métodos de segmentação das imagens SAR reais apresentadas na Figura 45. A avaliação do desempenho demonstra a adequação e eficácia dessa metodologia de segmentação de imagem SAR. Outra vantagem da nossa metodologia é que ela é robusta ao aumento do número de *looks*.

Tabela 13 – Medida *DoS* e *CRF* para imagens SAR reais com duas regiões.

Imagens	DoS	Aplicada sobre	Métodos			
			M1	M2	M3	M4
Mancha escura (1 look)	2,439	Dados SAR	0,351	0,520	0,525 ^a	0,596
		M_α (M5)	0,606	0,662	0,577	0,728
		<i>MoRE</i> (M6)	0,725	0,697	0,549	0,721
		<i>MoLE</i>	0,729	0,709	0,578	0,733
<i>Sabine</i> <i>Refuge</i> (12 looks)	0,127	Dados SAR	0,506	0,663	0,577 ^a	0,798
		M_α (M5)	0,718	0,687	0,623	0,724
		<i>MoRE</i> (M6)	0,742	0,745	0,714	0,741
		<i>MoLE</i>	0,755	0,872	0,722	0,758

^a Segmentação processada através do mapa de energia da imagem SAR, proposto por Marques *et al.* (2012).

A metodologia proposta também obteve resultados satisfatórios com relação ao tempo computacional conforme mostra a Tabela 14.

Tabela 14 – Tempo computacional para imagens SAR reais com duas regiões (em segundos).

Imagens	Aplicada sobre	Métodos			
		M1	M2	M3	M4
Mancha escura (1 look)	Dados SAR	0,662	78,334	24,406	55,926
	M_α (M5)	>851	>867	>868	>870
	<i>MoRE</i> (M6)	111,974	128,904	123,022	134,667
	<i>MoLE</i>	3,404	17,727	16,652	29,253
<i>Sabine</i> <i>Refuge</i> (12 looks)	Dados SAR	0,437	72,464	13,498	36,179
	M_α (M5)	>1418	>1438	>1422	>1445
	<i>MoRE</i> (M6)	194,071	211,668	207,135	213,648
	<i>MoLE</i>	3,738	22,118	18,077	27,936

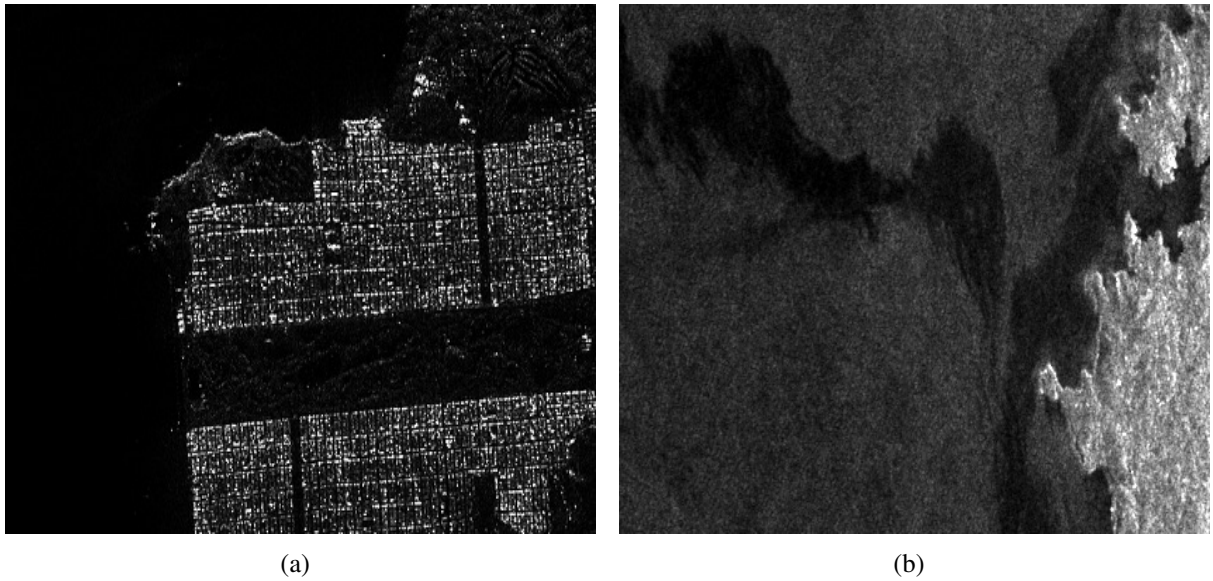
O resultado satisfatório do tempo computacional ocorre porque o *MoLE* incorporou informação significativa ao processo de segmentação, diminuindo o esforço dos algoritmos de

segmentação utilizados. Além disso, a determinação da esperança logarítmica é direta, não necessitando da utilização métodos numéricos. Estes dois fatores propiciam uma maior velocidade no processamento das imagens, contribuindo para a diminuição do tempo computacional do processo de segmentação.

• Experimento 2

Para realizar este experimento, utilizamos imagens SAR reais compostas de três regiões: a Figura 46 (a) ilustra parte da cidade de São Francisco (600×450 pixels, 4 looks, canal HH, AIRSAR, em intensidade). A Figura 46 (b) mancha de óleo na costa do litoral da Galícia, Espanha (472×335 pixels, ≈ 11 looks, canal HH, ENVISAT, em intensidade).

Figura 46 – Imagens SAR reais em intensidade: (a) parte da cidade de São Francisco, EUA e (b) mancha de óleo na costa do litoral da Galícia, Espanha.



Para imagens com três regiões, Ω_1 , Ω_2 e Ω_3 , calculamos as medidas DoS e CRF médios como

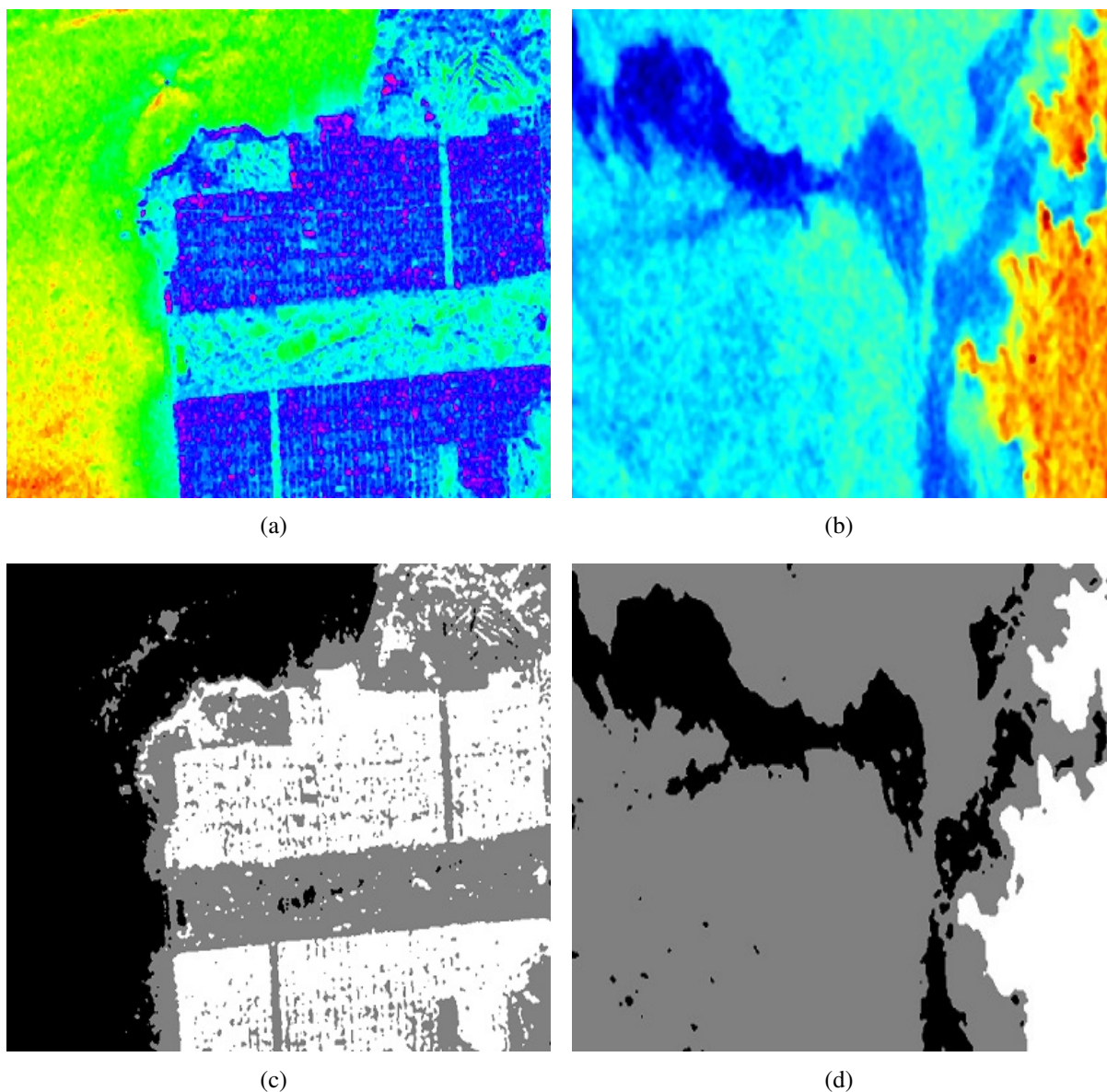
$$DoS_{medio} = \frac{DoS_{(\Omega_1, \Omega_2)} + DoS_{(\Omega_1, \Omega_3)} + DoS_{(\Omega_2, \Omega_3)}}{3} \quad (6.11)$$

e

$$CRF_{medio} = \frac{CRF_{(\Omega_1, \Omega_2)} + CRF_{(\Omega_1, \Omega_3)} + CRF_{(\Omega_2, \Omega_3)}}{3}. \quad (6.12)$$

A Figura 47 mostra o mapa de cor do *MoLE* para as imagens da Figura 46 e os respectivos melhores resultados de segmentação utilizado o *MoLE*.

Figura 47 – (a) e (b) correspondem ao mapa de cor do *MoLE* para as Figuras 46 (a) e (b); (c) e (d) correspondem ao melhor resultado de segmentação empregando *MoLE*.



A Tabela 15 exhibe os resultados comparativos usando as medidas *DoS* e *CRF*. Nela podemos verificar que a metodologia proposta apresentou os melhores resultados dentre todos os métodos e metodologias avaliados.

Tabela 15 – Medida DoS e CRF para imagens SAR reais com três regiões.

Imagens	DoS	Aplicada sobre	Métodos		
			M1	M2	M4
São Francisco (4 looks)	1,254	Dados SAR	0,121	0,218	0,298
		M_α (M5)	0,314	0,324	0,310
		$MoRE$ (M6)	0,337	0,327	0,316
		$MoLE$	0,341	0,332	0,333
Galícia (≈ 11 looks)	0,241	Dados SAR	0,254	0,589	0,701
		M_α (M5)	0,714	0,692	0,715
		$MoRE$ (M6)	0,724	0,711	0,719
		$MoLE$	0,735	0,728	0,722

Também mensuramos o tempo computacional para os métodos de segmentação das imagens SAR reais apresentadas na Figura 46, conforme Tabela 16. Podemos verificar que o $MoLE$ apresentou o melhor resultado de segmentação em ambas as imagens SAR do experimento, demonstrando sua robustez em diferentes cenários, sem comprometer o tempo computacional.

Tabela 16 – Tempo computacional para imagens SAR reais com três regiões (em segundos).

Imagens	Aplicada sobre	Métodos		
		M1	M2	M4
São Francisco (4 looks)	Dados SAR	0,814	84,300	124,926
	M_α (M5)	>1254	>1287	>1345
	$MoRE$ (M6)	201,149	250,668	189,513
	$MoLE$	7,142	36,248	68,227
Galícia (≈ 11 looks)	Dados SAR	0,745	88,114	60,214
	M_α (M5)	>1045	>1047	>1074
	$MoRE$ (M6)	104,172	128,828	115,163
	$MoLE$	4,513	48,002	50,598

O $MoLE$ também pode ser utilizado em imagens SAR em amplitude, desde que ela seja convertida, através da relação $Z_A^2 = Z_I$, em uma imagens SAR em intensidade.

6.5 Resumo do capítulo

Neste capítulo introduzimos o mapa da esperança logarítmica (*MoLE*) dos dados SAR modelados pela distribuição G_I^0 . Para avaliar este mapa propomos e analisamos uma metodologia de segmentação baseada nos dados que compõem este mapa.

Para validar os experimentos realizamos testes em imagens SAR sintéticas e reais. Os experimentos em imagens sintéticas mostraram que essa metodologia melhorou os resultados de segmentação nos métodos avaliados, bem como apresentou um resultado de segmentação satisfatório quando comparada a outras metodologias, em particular as que utilizam o mapa de rugosidade e o mapa da entropia de Rényi (proposta no Capítulo 5). Isso nos leva a concluir que o mapa da esperança logarítmica incorporou informações importantes para o processo de segmentação. Estes resultados foram confirmados em imagens SAR reais.

Como vantagens desta metodologia, podemos elencar: a) capacidade de identificar diferentes tipos de regiões em uma imagem SAR, em diferentes cenários; b) o aumento do número de *looks* não afetou negativamente o resultado final da segmentação, contrapondo-se aos resultados das metodologias que usamos como comparativo; c) resultados satisfatórios quando utilizada em técnicas clássicas de processamento de imagens (método de Otsu); d) resultados promissores nos métodos de *level set* avaliados; e) baixo tempo computacional, uma vez que o cálculo do mapa da esperança logarítmica não depende da utilização de nenhum método numérico, sendo adequada para sistemas de vigilância do oceano (ex.: derramamento de óleo e o monitoramento do tráfego marítimo).

7 DISCRIMINAÇÃO DE REGIÕES EM IMAGENS SAR

Neste capítulo avaliamos o uso da entropia e da esperança logarítmica no processo de discriminação de regiões em imagens SAR, bem como sua utilização em processos de recuperação. Nesses experimentos comparamos estas duas abordagens com aquelas baseadas em distância estocásticas, em específico, a distância triangular e a distância aritmética-geométrica (ver Seção 3.4). Também avaliamos a utilização do parâmetro α na discriminação e recuperação de imagens SAR. Para uma maior abrangência desta avaliação realizamos testes em imagens SAR sintéticas e reais.

7.1 Contextualização

A interpretação automática de imagens SAR, além de desafiadora, tem diversas e importantes aplicações como planejamento urbano (HENDERSON; XIA, 1997; WU *et al.*, 2011), monitoramento ambiental (BRAUN; HOCHSCHILD, 2017; SUN *et al.*, 2018; JOHANSSON *et al.*, 2018), gerenciamento de desastres (TRALLI *et al.*, 2005; MATGEN *et al.*, 2007; MANAVALAN, 2017), resposta de emergências (SUN *et al.*, 2016), dentre outros. Neste cenário, um dos temas mais importantes é a discriminação automática de regiões (NARANJO-TORRES *et al.*, 2017).

Conforme vimos no Capítulo 2, a formação de uma imagem SAR está vinculada às características do alvo (ver Seção 2.1), às características ligadas ao radar (ver Seção 2.2), ao ruído *speckle* (ver Seção 2.3) e ao processamento *multilook* (ver Seção 2.4). Assim, para discriminar regiões em uma imagem SAR é importante utilizar um modelo que explique, de forma adequada, a formação dos dados que compõem esta imagem. No Capítulo 3 apresentamos as distribuições G_A^0 e G_I^0 propostas por (FRERY *et al.*, 1997), e que são utilizadas de maneira ampla para explicar dados SAR em amplitude e intensidade, respectivamente. Ambas as distribuições são dependentes de três parâmetros, a saber: o parâmetro de rugosidade (α), o parâmetro de escala (γ) e o número de *looks* (L), que é considerado conhecido ou pode ser estimado para toda a imagem.

Desta forma, uma imagem SAR com duas regiões distintas, Ω_1 e Ω_2 , são modeladas, por exemplo, pela G_I^0 , porém com uma composição de parâmetros distintos $\Delta_1(\alpha_1, \gamma_1, L)$ e $\Delta_2(\alpha_2, \gamma_2, L)$, respectivamente. Com base nesta premissa, diversas abordagens foram criadas (MARQUES *et al.*, 2012; TORRES *et al.*, 2014), incluindo as metodologias propostas nesta tese.

Uma forma de medir a diferença entre duas distribuições paramétricas é através de distâncias estocásticas, como proposto em Nascimento *et al.* (2010) e mais recentemente pela distância geodésica proposta por Naranjo-Torres *et al.* (2017). A ideia é utilizar uma distância como medida de dissimilaridade entre dois modelos, por exemplo, G_A^0 ou G_I^0 .

Neste capítulo, realizamos experimentos para avaliar a discriminação em aplicação de recuperação de imagens SAR, em intensidade, utilizando a entropia de Rényi e da esperança logarítmica. Comparamos esta abordagem com aqueles que fazem uso de distâncias estocásticas (distância triangular e a distância aritmética-geométrica). Também avaliamos o uso do parâmetro α em recuperação de imagens SAR.

7.2 Discriminação de regiões

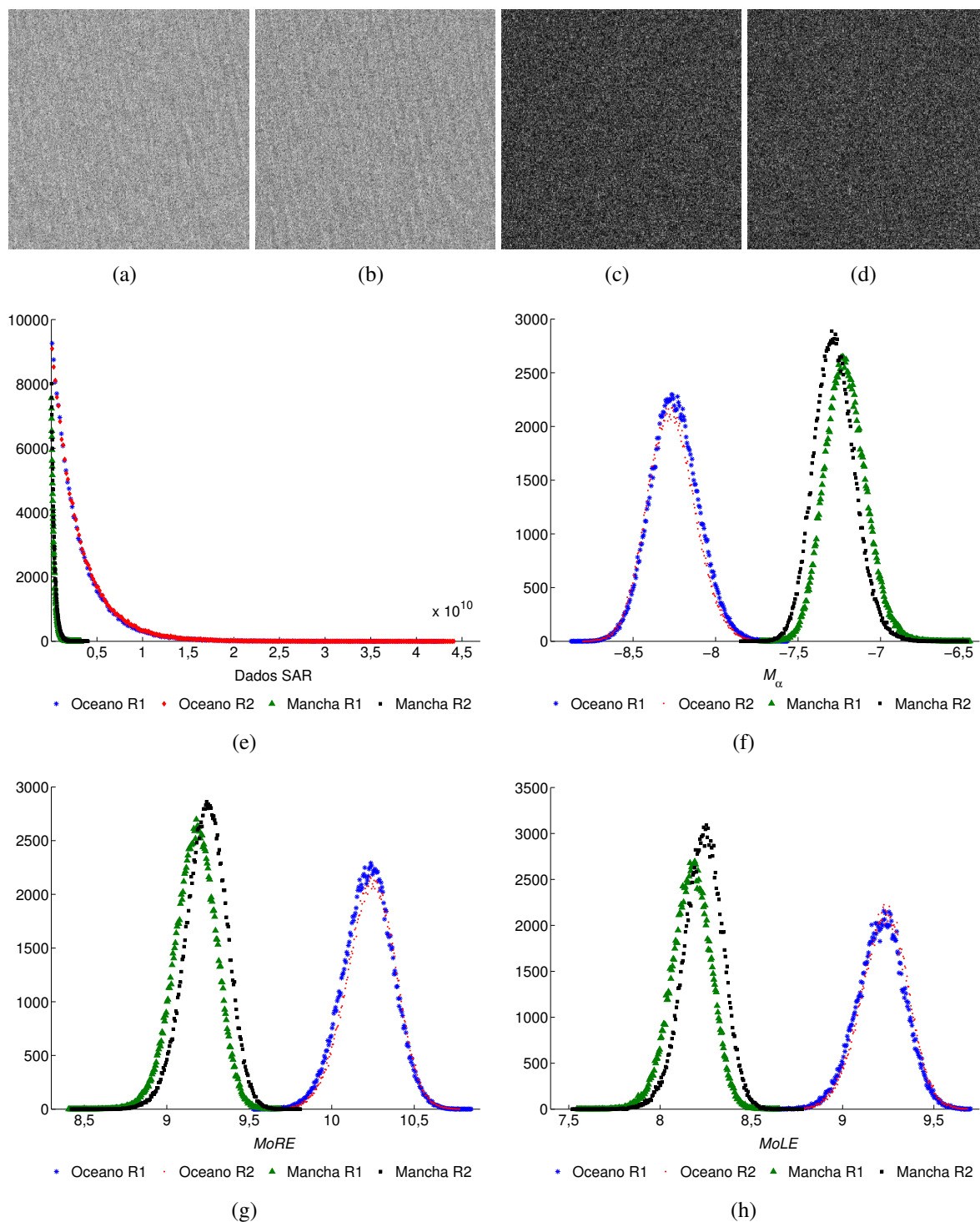
Conforme vimos nos Capítulos 5 e 6 o *MoRE* e o *MoLE* são capazes de identificar regiões distintas em imagens SAR. O mapa de rugosidade (M_α) proposta por Rodrigues *et al.* (2016) também apresenta esta característica. Conforme podemos observar na Figura 48, é possível verificar que os histogramas do M_α , *MoRE* e *MoLE* podem ser utilizados para identificar regiões de uma imagem SAR, uma vez que os histogramas de regiões distintas ficam minimamente sobrepostos.

Este efeito de discriminação de regiões através dos histogramas do M_α , do *MoRE* e do *MoLE*, destacado na Figura 48, não é obtido através do histograma da imagem SAR. Uma das consequências é que o histograma de uma imagem SAR, contendo oceano e uma mancha escura, terá, em geral, apenas uma única moda e, em geral, terá duas modas, quando o histograma for obtido sobre os dados do mapa de rugosidade, do mapa da entropia de Rényi ou do mapa de esperança logarítmica (Figura 49).

Outro ponto que destacamos ao analisar as Figuras 48 (f), (g) e (h) é que os histogramas, para o mesmo tipo de região, como os retratados por (c) e (d), são mais próximos. De fato, ao verificarmos as FDAs empíricas dos dados que compõem as imagens SAR apresentadas na Figura 48 (a), (b), (c) e (d) notamos que as FDAs empíricas com maior proximidade representam imagens que mostram o mesmo tipo de região, em contraponto, as que estão mais distantes apresentam um tipo de região diferente daquelas. A Figura 50 mostra este cenário.

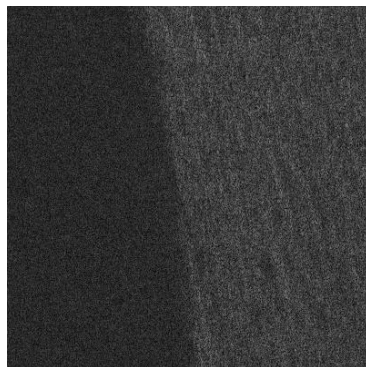
Este comportamento é explicado para o caso do M_α . Para Rodrigues *et al.* (2016), o M_α representa o mapa de rugosidade da superfície imageada, isso porque o parâmetro α das distribuições G_A^0 e G_I^0 está diretamente relacionado a rugosidade do alvo (MEJAIL *et al.*, 2003),

Figura 48 – Recorte de imagem SAR de tamanho 400×400 pixels, obtidas da Baía de Campos, RJ, banda P, 1 look, canal HH, Alos-PalSAR, em intensidade: (a) e (b) correspondem ao recortes de oceano (Oceano R1 e Oceano R2, respectivamente) e (c) e (d) aos recortes de mancha escura no oceano (Mancha R1 e Mancha R2, respectivamente); (e), (f), (g) e (h) correspondem aos histogramas da imagem SAR, do M_α , do $MoRE$ e do $MoLE$, respectivamente.

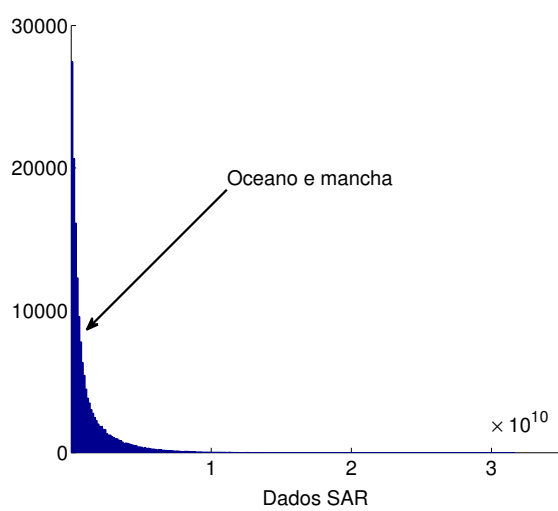


podendo, desta forma, ser utilizado como uma medida de textura (FRERY *et al.*, 1997). Assim, podemos utilizar este parâmetro como um discriminante de regiões distintas em uma imagem

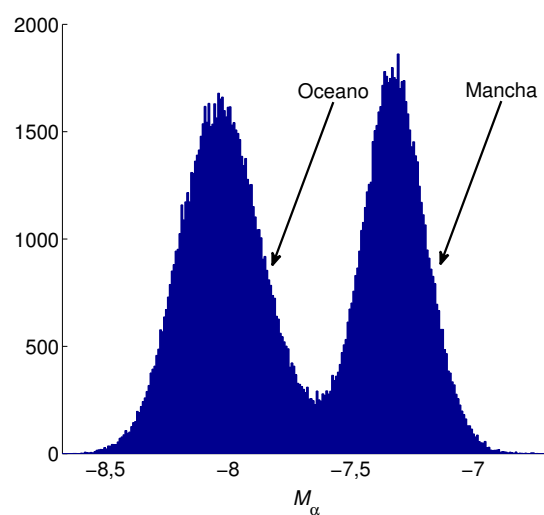
Figura 49 – (a) imagem SAR de tamanho 400×400 , obtida da Baía de Campos, RJ, banda P, 1 *look*, canal HH, Alos-PalSAR, em intensidade, retratando oceano e mancha escura; (b), (c), (d) e (e) correspondem aos histogramas da imagem SAR, do M_α , do *MoRE* e do *MoLE*, respectivamente.



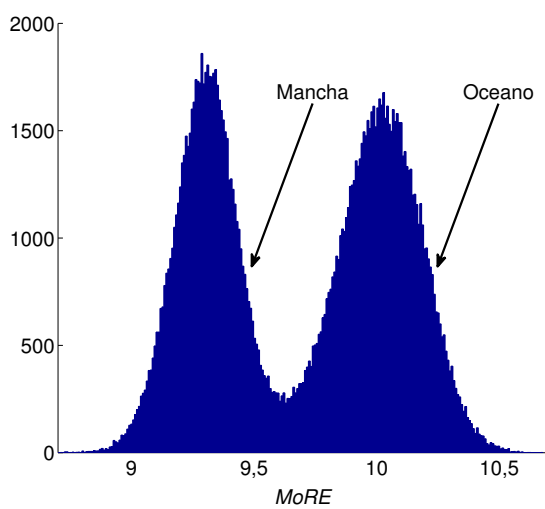
(a)



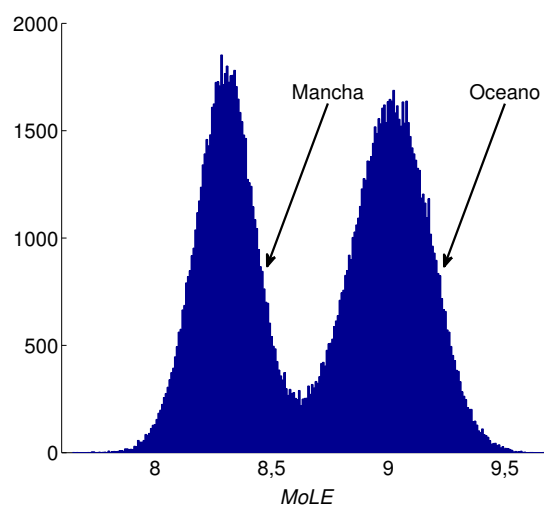
(b)



(c)

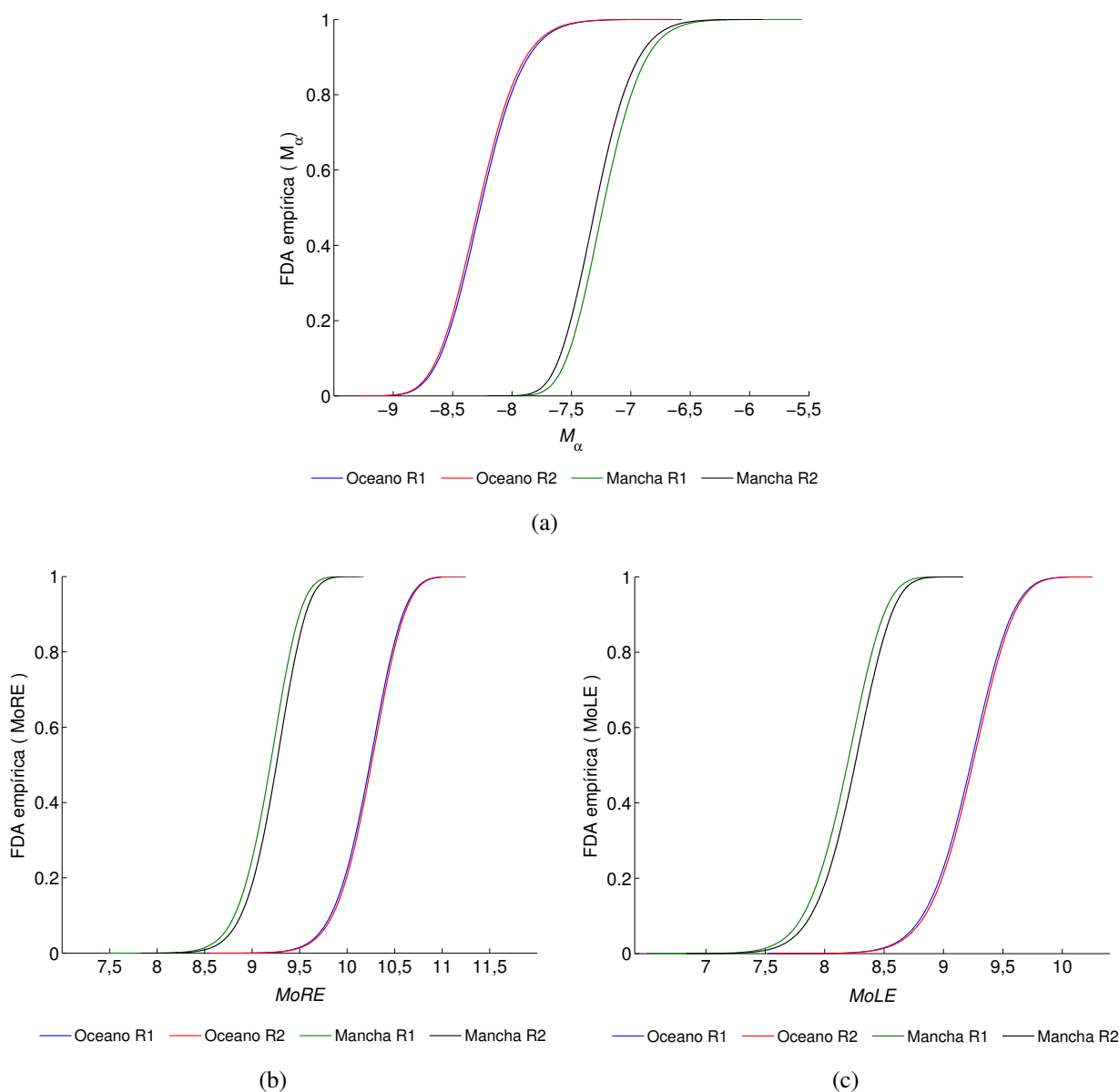


(d)



(e)

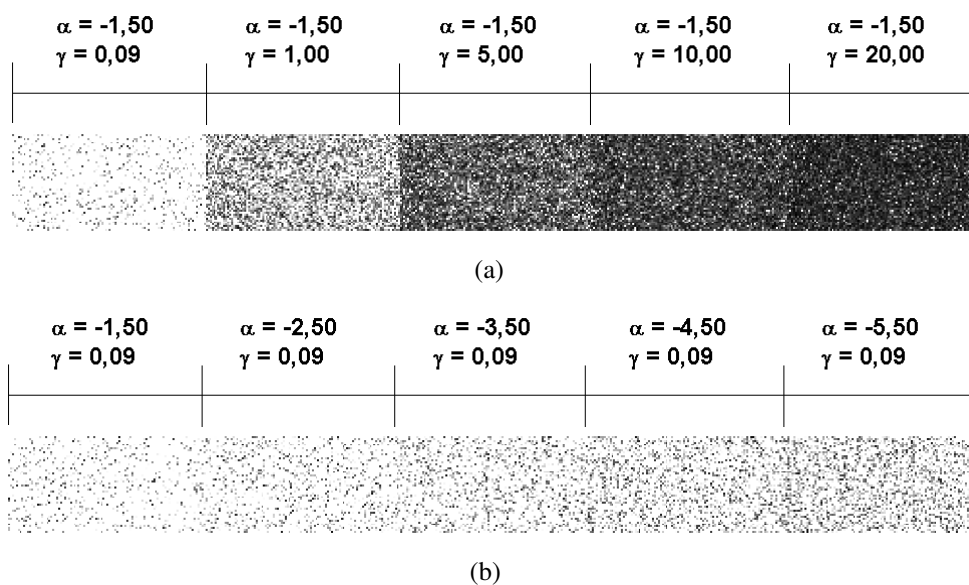
Figura 50 – FDAs empíricas obtidas a partir das Figuras 48 (a), (b), (c) e (d): (a) FDAs empíricas do M_α ; (b) FDAs empíricas do $MoRE$ e (c) FDAs empíricas do $MoLE$.



SAR. Este foi o critério utilizado por Rodrigues *et al.* (2016) na proposta de um segmentador para imagens SAR.

Conforme já mostramos, o $MoRE$ e o $MoLE$ se assemelham ao M_α com relação à discriminação do número de regiões que compõem uma imagem SAR, porém com algumas vantagens. A principal característica do $MoRE$ e do $MoLE$ é que ambos são obtidos utilizando todos os parâmetros da distribuição. Isso os torna mais robustos a alguns cenários, como aqueles nos quais as regiões apresentam o mesmo parâmetro de rugosidade α , mas diferentes parâmetros de escala γ , ou o oposto, conforme mostra a Figura 51. Assim, o M_α é propenso a causar confusão na discriminação de regiões pelos motivos discutidos.

Figura 51 – Imagens SAR sintéticas (1 look) geradas seguindo o modelo G_I^0 : (a) regiões formadas mantendo-se constante o valor do parâmetro α ; (b) regiões formadas mantendo-se constante o valor do parâmetro γ .



Desta forma, podemos interpretar o *MoRE* e o *MoLE* com base nas informações utilizadas para criá-las, neste caso, a entropia e a esperança logarítmica. Estas informações, conforme mostramos nos Capítulos 5 e 6 desta tese, tornam-se importantes discriminadores, tal como ocorre com o parâmetro de rugosidade.

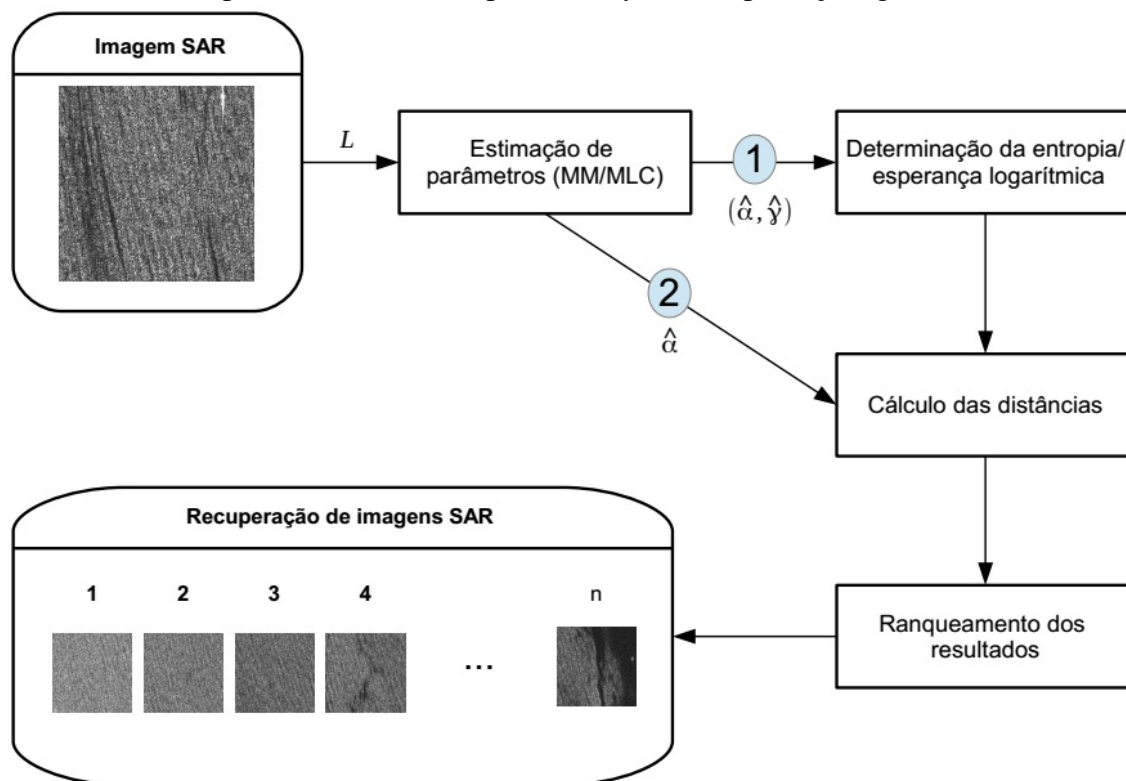
7.3 Metodologia proposta

Para verificar o poder de discriminação da entropia, em específico da entropia de Rényi e da esperança logarítmica, em aplicação de recuperação de imagens, definimos dois experimentos, ambos realizados com imagens em intensidade, modelados pela distribuição G_I^0 : a) experimento com imagens SAR sintéticas e b) experimentos com imagens SAR reais.

Nos nossos experimentos foi utilizado o estimador MM para determinar os parâmetros α e γ necessários para a obtenção da entropia de Rényi e da esperança logarítmica e, o MLC para a obtenção do parâmetro α utilizado por Rodrigues *et al.* (2016) para obtenção do M_α . A estimação é feita sobre todo o conjunto de dados, gerando apenas uma única informação correspondente a todos os *pixels* da imagem. A Figura 52 mostra o fluxo da metodologia proposta, onde 1 indica que a recuperação será realizada utilizando a entropia ou a esperança logarítmica (neste caso serão utilizados os dois parâmetros estimados na etapa anterior), enquanto 2 indica que a recuperação utilizará o parâmetro α e não necessitará determinar qualquer outra informação. Na fase seguinte é realizado o cálculo da distância da informação discriminante (α , entropia de

Rényi ou esperança logarítmica) entre a imagem de busca e as imagens existentes na base de dados. Na fase seguinte é realizado um ranqueamento dos resultados por ordem decrescente de distância (quanto menor a distância, mais semelhantes são as imagens). Por fim, as imagens são recuperadas, seguindo o ranqueamento obtido na fase anterior.

Figura 52 – Metodologia de recuperação de imagens SAR baseada na distância euclidiana (d_E) entre o parâmetro α , a entropia de Rényi ou a esperança logarítmica.



Os resultados da metodologia proposta são comparados com métodos baseados nas distâncias triangular (d_T) e aritmética-geométrica (d_{AG}). Estas, conforme mostramos no Capítulo 3, são obtidas diretamente sobre o dado SAR.

7.4 Resultados experimentais

Todos os testes foram realizados em um Intel Core i5 3.1 GHz, 8 GB de RAM, usando o software MATLAB R2013b.

- *Medidas de avaliação*

As medidas utilizadas para avaliação das imagens SAR foram o valor preditivo positivo (*positive predictive value - PPV*) e a média das pontuações de precisão média (*mean*

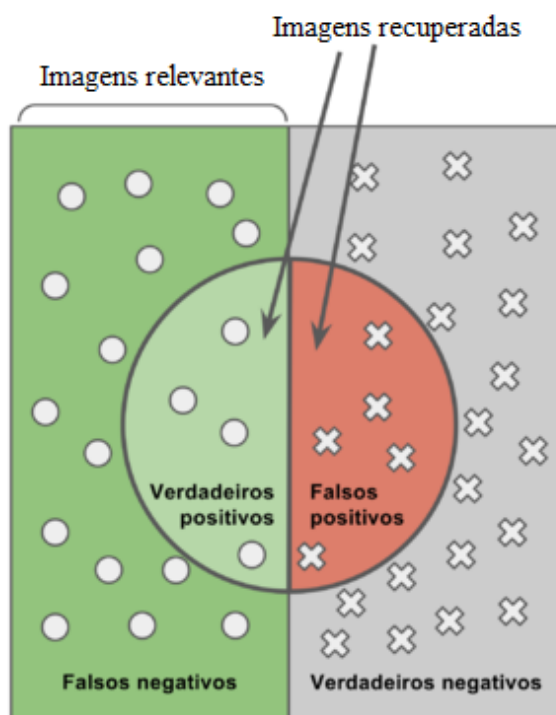
average precision - MAP).

O PPV, também denominado de precisão (*precision*) é definido como (PARIKH *et al.*, 2008):

$$PPV = \frac{VP}{VP \cup FP}, \quad (7.1)$$

em que *VP* (verdadeiro positivo) representa o total de imagens recuperadas e relevantes, ou seja, aquelas corretamente selecionadas e *FP* (falso positivo) o total de imagens selecionadas, mas que não são relevantes, conforme mostra a Figura 53. O operador de conjunto “ \cup ” indica união.

Figura 53 – Esquema mostrando cálculo do *PPV*.



$$PPV = \frac{\text{Verdadeiros positivos}}{\text{Verdadeiros positivos} + \text{Falsos positivos}}$$

Fonte – Adaptada de Rosa (2017).

A *MAP* é definida como a média aritmética dos valores médios de precisão para um sistema de recuperação de informações em um conjunto de Q tópicos de consulta. A *MAP* pode

ser expressa da seguinte forma (BEITZEL *et al.*, 2009):

$$MAP = \frac{\sum_{q=1}^Q \text{AveP}(q)}{Q}, \quad (7.2)$$

em que AveP representa a precisão média definida como (WANG *et al.*, 2015)

$$\text{AveP}(q) = \frac{\sum_{k=1}^M ((P(k) \times f(k)))}{N}, \quad (7.3)$$

em que $P(k)$ é a precisão no corte k na lista de imagens recuperadas e $f(k)$ é igual a 1 se a imagem na posição k for relevante para a consulta q e 0 caso contrário, M é o número de imagens recuperadas e N é o número de imagens relevantes recuperadas para q . Consideramos $k = 10$ nos nossos experimentos.

- *Experimentos com imagens SAR sintéticas*

Para avaliarmos o poder de discriminação em aplicações de recuperação de imagens, geramos o seguinte conjunto de imagens de tamanho 400×400 , seguindo o formato $G_I^0(\alpha, \gamma, L)$. Para termos uma avaliação mais precisa dos resultados nós definimos os seguintes cenários, cada um representando áreas:

- Extremamente heterogêneas: $\{(-1, 5; 40, L), (-2, 7; 20, L)\}$,
- Heterogêneas: $\{(-4, 5; 10, L), (-5, 5; 5, L)\}$,
- Homogêneas: $\{(-7, 5; 1, L), (-8, 5; 0, 09, L)\}$.

Para todos os cenários, L é conhecido e considerado constante em toda a imagem, sendo $L \in \{1; 2; \dots; 8\}$. Para cada combinação, definida por $G_I^0(\alpha, \gamma, L)$, foram geradas 10 imagens. Desta forma, foram geradas 240 combinações diferentes, totalizando 2400 imagens. De modo a assegurar um experimento mais controlado, definimos que uma imagem gerada usando um determinado número de *looks* seria consultada apenas na base de imagens geradas com o mesmo número de *looks*. Este critério impede que analisemos imagens geradas com parâmetros L distintos.

A Tabela 17 mostra os resultados médios de *PPV* para as distâncias analisadas. Nela podemos observar que as informações relacionadas ao parâmetro α , entropia de Rényi e esperança logarítmica foram capazes de recuperar adequadamente as imagens SAR.

Tabela 17 – Resultados dos valores médios da medida *PPV* com variação do número de *looks*, em imagens SAR sintéticas.

Número de <i>looks</i>	d_{AG}	d_T	d_E		
			α	Entropia de Rényi	Esperança Logarítmica
1	89,32%	89,27%	89,01%	87,98%	89,61%
2	76,12%	76,14%	91,32%	91,64%	91,64%
3	76,15%	76,13%	91,45%	91,68%	91,68%
4	61,27%	61,32%	91,34%	90,87%	91,87%
5	61,30%	61,30%	78,62%	91,63%	91,89%
6	46,73%	46,86%	91,43%	91,64%	91,92%
7	17,20%	43,65%	91,55%	91,64%	91,94%
8	17,18%	17,43%	80,33%	91,64%	91,98%

A *MAP* confirma os bons resultados obtidos no *PPV*, conforme Tabela 18. Nela observamos um alto índice de acerto, bem como uma estabilidade nos resultados, mesmo com o aumento do número de *looks*, principalmente quando comparamos com os resultados obtidos pelas distâncias aritmética-geométrica e triangular.

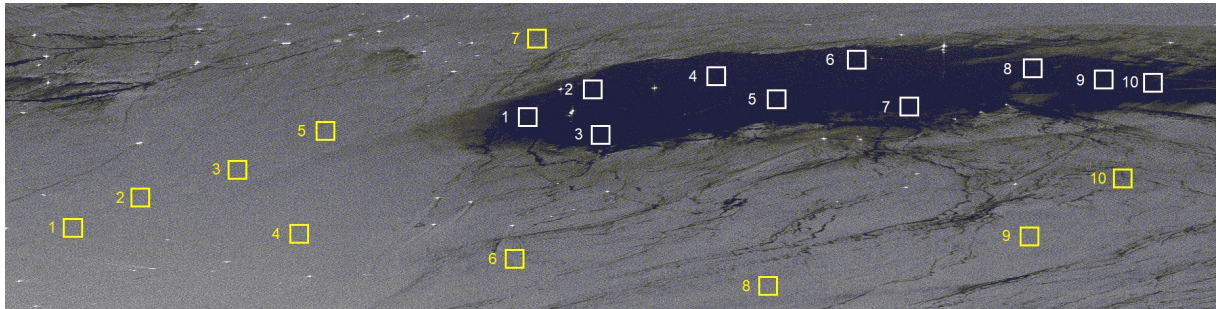
Tabela 18 – Resultado dos valores médios da *MAP* obtido da recuperação de imagens SAR sintéticas.

Número de <i>looks</i>	D_{AG}	D_T	D_E		
			α	Entropia de Rényi	Esperança Logarítmica
1	99,16%	99,16%	99,16%	95,27%	99,16%
2	86,29%	86,29%	99,98%	100,00%	99,98%
3	86,31%	86,31%	100,00%	100,00%	100,00%
4	75,04%	75,03%	100,00%	99,86%	100,00%
5	75,04%	75,03%	89,71%	99,94%	100,00%
6	70,30%	70,30%	100,00%	100,00%	100,00%
7	67,89%	67,89%	100,00%	100,00%	100,00%
8	28,09%	28,09%	91,96%	100,00%	100,00%

- *Experimentos com imagens SAR reais*

Para realizar este experimento utilizamos recortes de imagem SAR da Baía de Campos, RJ, banda P, 1 *look*, canal HH, Alos-PalSAR, em intensidade, de tamanho 400×400 *pixels*. São 10 imagens retratando apenas o oceano e 10 imagens de mancha escura. A Figura 54 mostra os 20 recortes utilizados no experimento.

Figura 54 – Imagem Alos-PalSAR da Bacia de Campo: Recortes de oceano destacados em amarelo e recortes de mancha escura destacados em branco.



Os resultados de PPV no experimento de recuperação de imagens SAR reais é mostrado na Tabela 19. Podemos observar que a d_E apresentou resultados satisfatórios com relação às informações relacionadas ao parâmetro α , entropia de Rényi e esperança logarítmica.

Tabela 19 – Resultados dos valores médios da medida PPV na recuperação de imagens de oceano e mancha escura em imagem SAR reais.

d_{AG}	d_T	d_E		
		α	Entropia de Rényi	Esperança Logarítmica
80,50%	80,00%	83,00%	83,50%	89,00%

Este resultado foi confirmado pela medida MAP , conforme Tabela 20. Nela observamos que as informações relacionadas ao parâmetro α , entropia de Rényi e esperança logarítmica propiciaram uma satisfatória discriminação das imagens no experimento de recuperação, apesar de trabalhar com uma distância comumente não utilizada em processamento de imagens SAR.

Tabela 20 – Valores médios da MAP obtidos da recuperação de imagens SAR de oceano e mancha escura em imagem SAR reais.

d_{AG}	d_T	d_E		
		α	Entropia de Rényi	Esperança Logarítmica
92,40%	91,20%	95,90%	94,50%	99,30%

7.5 Resumo do capítulo

Neste capítulo verificamos e avaliamos o poder de discriminação das informações de rugosidade (parâmetro α), da entropia de Rényi e da esperança logarítmica em aplicação de recuperação de imagens SAR.

Observamos que todas estas informações apresentam um poder de discriminação satisfatório, conforme mostram as medidas utilizadas. Nos experimentos em imagens SAR sintéticas os resultados de recuperação mostram que a esperança logarítmica apresentou um alto *PPV*, sem que este tenha sido influenciado pelo aumento do número de *looks*, em contraponto aos resultados das medidas estocásticas, que decaíram significativamente. Em imagens SAR reais, a discriminação obtida pelas informações de rugosidade, da entropia de Rényi e da esperança logarítmica foi confirmada.

A *MAP*, por sua vez, mostra que a esperança logarítmica possui a característica de discriminar melhor as imagens e, por conseguinte, evitar a recuperação de imagens não relevantes durante a pesquisa. Isso é importante, pois evita a ocorrência de falsos positivos, característica relevante em aplicações de monitoramento ambiental, resposta de emergências, dentre outras.

8 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Os dados sintéticos são uma ferramenta valiosa no processamento e na compreensão da imagem SAR. Neste contexto, várias distribuições foram propostas para modelar dados SAR. Nesta tese, investigamos dois métodos para gerar imagens SAR sintéticas modeladas pela distribuição $G_A^0(\alpha; \gamma; L)$ usando R e Matlab.

A análise dos resultados dos experimentos conduzidos indicou que ambas as abordagens são estatisticamente similares em relação ao dado gerado. Contudo a forma indireta é computacionalmente 10 vezes mais rápida que a abordagem direta, comumente utilizada. Isso é importante, principalmente, em situações nas quais o tempo é um fator importante no processo de geração de dados sintéticos, como ocorre no processo de treinamento de redes neurais convolucionais. Podemos concluir que o método indireto é viável e computacionalmente mais rápido para geração de imagens SAR sintéticas em amplitude. Esta conclusão pode ser estendida à geração de dados SAR em intensidade pela relação existente entre a distribuição $G_I^0(\alpha; \gamma; L)$ e a distribuição $G_A^0(\alpha; \gamma; L)$.

Nesta tese também definimos e avaliamos o mapa de entropia de dados SAR, modelados pelas distribuições G_A^0 e G_I^0 , além de propor uma metodologia de segmentação baseada neste mapa.

Os experimentos com imagens SAR sintéticas mostraram que o mapa da entropia de Rényi apresentou os melhores resultados de segmentação, quando comparados com o mapa da entropia de Shannon e com o mapa da entropia de Tsallis. Também verificamos que a metodologia proposta, utilizando o mapa da entropia de Rényi, foi capaz de incorporar informações significativas, melhorando o resultado em atividades de segmentação, inclusive em métodos clássicos como Otsu. Os resultados em imagens SAR reais também confirmaram a vantagem de usar a abordagem baseada em entropia do Rényi. Como vantagens da metodologia proposta baseadas no mapa de entropia de Rényi, listamos: a) a capacidade do *MoRE* para identificar diferentes regiões de imagens SAR, uma vez que abrange todos os parâmetros do modelo de dados (G_A^0 ou G_I^0); b) o aumento no número de *looks* não compromete o resultado final da segmentação; c) a metodologia proposta apresentou resultados promissores e melhorou o desempenho dos métodos *level set* avaliados.

Uma característica dos mapas de entropia apresentadas é que não há uma forma fechada para calcular a entropia de Shannon, Rényi ou Tsallis das distribuições G_A^0 ou G_I^0 e, portanto, faz-se necessário o uso de métodos de integração numérica. Entretanto, isso onera o

tempo computacional na metodologia proposta. Como forma de superar esta limitação definimos o mapa da esperança logarítmica da distribuição G_I^0 , computacionalmente mais rápido de ser obtido do que os mapas de entropia, além de propormos uma metodologia para segmentação de imagens SAR baseada nesta informação. Os experimentos em imagens sintéticas mostraram que essa metodologia apresentou um resultado de segmentação satisfatório, quando comparada a outras metodologias, em particular com a que utiliza o mapa de rugosidade e o mapa da entropia de Rényi. Outra diferença que verificamos foi que o aumento do número de *looks* não afetou negativamente o resultado final da segmentação, contrapondo-se aos resultados das metodologias que usamos como comparativo.

Com relação à aplicação em sistemas de recuperação de imagens SAR, os testes mostraram que a entropia de Rényi e a esperança logarítmica podem ser utilizadas como discriminantes em processos de recuperação de imagens, tendo esta última apresentado uma baixa quantidade de falsos negativos, característica importante em sistemas de detecção de alvos, pois evita a ocorrência de falsos alarmes.

8.1 Trabalhos futuros

A partir da pesquisa desenvolvida nesta tese, outras linhas de estudo foram identificadas para trabalhos futuros:

- utilização dos mapas de entropia e de esperança logarítmica em classificação de imagens, através, por exemplo, de redes neurais convolucionais.
- proposição de método de filtragem guiado pelo *MoRE* ou *MoLE*.
- determinação dos mapas de entropia e de esperança logarítmica a dados PolSAR.
- derivação de um descritor de textura em imagens SAR a partir destes mapas.

REFERÊNCIAS

- AHRENS, J. H.; DIETER, U. Computer methods for sampling from gamma, beta, poisson and binomial distributions. **Computing**, v. 12, n. 3, p. 223–246, Sep. 1974. ISSN 1436-5057.
- AHRENS, J. H.; DIETER, U. Generating gamma variates by a modified rejection technique. **Communications ACM**, v. 25, n. 1, p. 47–54, Jan. 1982. ISSN 0001-0782.
- ALLENDE, H.; FRERY, A. C.; GALBIATI, J.; PIZARRO, L. M-estimators with asymmetric influence functions: The G_A^0 distribution case. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v. 76, n. 11, p. 941–956, 2006.
- ALONSO-GONZALEZ, A.; LOPEZ-MARTINEZ, C.; SALEMBIER, P. Filtering and segmentation of polarimetric SAR data based on binary partition trees. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 50, n. 2, p. 593–605, Feb. 2012. ISSN 0196-2892.
- ALONSO-GONZALEZ, A.; VALERO, S.; CHANUSSOT, J.; LOPEZ-MARTINEZ, C.; SALEMBIER, P. Processing multidimensional SAR and hyperspectral images with binary partition tree. **Proceedings of the IEEE**, v. 101, n. 3, p. 723–747, March 2013. ISSN 0018-9219.
- AN, L.; LI, M.; ZHANG, P.; WU, Y.; JIA, L.; SONG, W. Discriminative random fields based on maximum entropy principle for semisupervised SAR image change detection. **IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing**, v. 9, n. 8, p. 3395–3404, Aug 2016. ISSN 1939-1404.
- ARFKEN, G. B.; WEBER, H. J. **Mathematical Methods for Physicists**. [S.l.]: Dover Publications, 2005.
- ARSENAULT, H. H.; LEVESQUE, M. Combined homomorphic and local-statistics processing for restoration of images degraded by signal-dependent noise. **Applied Optics**, OSA, v. 23, n. 6, p. 845–850, Mar 1984.
- AUER, S. **3D synthetic aperture radar simulation for interpreting complex urban reflection scenarios**. Tese (Doutorado) — Technische Universität München, 2011.
- AYED, I. B.; MITICHE, A.; BELHADJ, Z. Multiregion level-set partitioning of synthetic aperture radar images. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 27, n. 5, p. 793–800, May 2005. ISSN 0162-8828.
- BALZ, T.; HAMMER, H.; AUER, S. Potentials and limitations of SAR image simulators – a comparative study of three simulation approaches. **Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 101, p. 102–109, 2015. ISSN 0924-2716.
- BALZ, T.; STILLA, U. Hybrid GPU-based single- and double-bounce SAR simulation. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 47, n. 10, p. 3519–3529, Oct. 2009. ISSN 0196-2892.
- BEITZEL, S. M.; JENSEN, E. C.; FRIEDER, O. Map. In: _____. **Encyclopedia of Database Systems**. Boston, MA: Springer US, 2009. p. 1691–1692. ISBN 978-0-387-39940-9.
- BRAGA, A. M.; MARQUES, R. C. P.; RODRIGUES, F. A. A.; MEDEIROS, F. N. S. A median regularized level set for hierarchical segmentation of SAR images. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**, v. 14, n. 7, p. 1171–1175, July 2017. ISSN 1545-598X.

BRAUN, A.; HOCHSCHILD, V. A SAR-based index for landscape changes in african savannas. **Remote Sensing**, v. 9, n. 4, 2017. ISSN 2072-4292.

BUSTOS, O. H.; LUCINI, M. M.; FRERY, A. C. M-Estimators of roughness and scale for G_A^0 -modelled SAR imagery. **EURASIP Journal on Applied Signal Processing**, v. 2002, n. 1, p. 1–10, 2002.

CAO, Z.; XU, L.; FENG, J. Automatic target recognition with joint sparse representation of heterogeneous multi-view SAR images over a locally adaptive dictionary. **Signal Processing**, v. 126, p. 27–34, 2016. ISSN 0165-1684. Signal Processing for Heterogeneous Sensor Networks.

CHA, S.-H.; SRIHARI, S. N. On measuring the distance between histograms. **Pattern Recognition**, v. 35, n. 6, p. 1355–1370, 2002. ISSN 0031-3203.

CHEN, B.; ZHU, P.; PRINCIPE, J. C. Survival information potential: A new criterion for adaptive system training. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 60, n. 3, p. 1184–1194, Mar. 2012. ISSN 1053-587X.

CHITROUB, S.; HOUACINE, A.; SANSAL, B. Statistical characterisation and modelling of SAR images. **Signal Processing**, v. 82, n. 1, p. 69–92, 2002. ISSN 0165-1684.

CUI, H.; LIU, T.; JIANG, Y.; GAO, J. Parameter estimation for polarimetric synthetic aperture radar imagery based on the $z^f \log z$ moments. **Journal of Applied Remote Sensing**, v. 9, n. 1, May 2015.

CUI, S.; DATCU, M. Coarse to fine patches-based multitemporal analysis of very high resolutions satellite images. In: **6th International Workshop on the Analysis of Multi-temporal Remote Sensing Images (Multi-Temp)**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 85–88.

CUI, S.; SCHWARZ, G.; DATCU, M. A comparative study of statistical models for multilook SAR images. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 11, n. 10, p. 1752–1756, Oct 2014.

CUI, S.; SCHWARZ, G.; DATCU, M. A benchmark evaluation of similarity measures for multitemporal SAR image change detection. **IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing**, v. 9, n. 3, p. 1101–1118, March 2016. ISSN 1939-1404.

DICE, L. R. Measures of the amount of ecologic association between species. **Ecology**, JSTOR, v. 26, n. 3, p. 297–302, 1945.

DOBSON, M. C.; ULABY, F. T.; PIERCE, L. E. Land-cover classification and estimation of terrain attributes using synthetic aperture radar. **Remote Sensing of Environment**, v. 51, n. 1, p. 199–214, 1995. ISSN 0034-4257.

DUAN, Y.; LIU, F.; JIAO, L. Sketching model and higher order neighborhood markov random field-based SAR image segmentation. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**, v. 13, n. 11, p. 1686–1690, Nov 2016. ISSN 1545-598X.

DUAN, Y.; LIU, F.; JIAO, L.; ZHAO, P.; ZHANG, L. SAR image segmentation based on convolutional-wavelet neural network and markov random field. **Pattern Recognition**, v. 64, p. 255–267, 2017. ISSN 0031-3203.

ERSAHIN, K.; CUMMING, I. G.; WARD, R. K. Segmentation and classification of polarimetric SAR data using spectral graph partitioning. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 48, n. 1, p. 164–174, Jan 2010. ISSN 0196-2892.

ERVEN, T. V.; HARREMOËS, P. Rényi divergence and Kullback-Leibler divergence. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 60, n. 7, p. 3797–3820, Jul. 2014.

FENG, J.; CAO, Z.; PI, Y. Multiphase SAR image segmentation with G^0 statistical-model-based active contours. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 51, n. 7, p. 4190–4199, Jul 2013.

FONSECA, A.; FERNANDES, J. **Detecção remota**. [S.l.]: LIDEL (BRASIL), 2004. ISBN 9789727572922.

FOUCHER, S.; BENIE, G. B.; BOUCHER, J. M. Multiscale MAP filtering of SAR images. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 10, n. 1, p. 49–60, Jan. 2001. ISSN 1057-7149.

FRANCESCHETTI, G.; MIGLIACCIO, M.; RICCIO, D. The SAR simulation: an overview. In: **Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1995. IGARSS '95. 'Quantitative Remote Sensing for Science and Applications', International**. [S.l.: s.n.], 1995. v. 3, p. 2283–2285.

FRERY, A. C.; CINTRA, R. J.; NASCIMENTO, A. D. C. Entropy-based statistical analysis of PolSAR data. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 51, n. 6, p. 3733–3743, Jun. 2013.

FRERY, A. C.; CRIBARI-NETO, F.; SOUZA, M. O. de. Analysis of minute features in speckled imagery with maximum likelihood estimation. **EURASIP Journal on Applied Signal Processing**, v. 2004, n. 16, p. 2476–2491, Jun. 2004.

FRERY, A. C.; MÜLLER, H.-J.; FREITAS, C. C.; SANT'ANNA, S. J. S. A model for extremely heterogeneous clutter. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 35, n. 3, p. 648–659, 1997.

GAJOWNICZEK, K.; ZĄBKOWSKI, T.; ORŁOWSKI, A. Comparison of decision trees with Rényi and Tsallis entropy applied for imbalanced churn dataset. In: **Computer Science and Information Systems (FedCSIS), 2015 Federated Conference on**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 39–44.

GALLAND, F.; NICOLAS, J. M.; SPORTOUCHE, H.; ROCHE, M.; TUPIN, F.; REFREGIER, P. Unsupervised synthetic aperture radar image segmentation using Fisher distributions. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 47, n. 8, p. 2966–2972, Aug. 2009.

GALLAND, F.; REFREGIER, P.; GERMAIN, O. Synthetic aperture radar oil spill segmentation by stochastic complexity minimization. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**, v. 1, n. 4, p. 295–299, Oct 2004. ISSN 1545-598X.

GAMBINI, J.; CASSETTI, J.; LUCINI, M. M.; FRERY, A. C. Parameter estimation in SAR imagery using stochastic distances and asymmetric kernels. **IEEE Journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing**, v. 8, n. 1, p. 365–375, Jan 2015.

GAMBINI, J.; MEJAIL, M. E.; JACOBO, J.; FRERY, A. Accuracy of edge detection methods with local information in speckled imagery. **Statistics and Computing**, v. 18, n. 1, p. 15–26, Mar 2008.

- GAO, G. Statistical modeling of SAR images: A survey. **Sensors**, v. 10, n. 1, p. 775–795, 2010.
- GENOVEZ, P. C. **Segmentação e classificação de imagens SAR aplicadas à detecção de alvos escuros em áreas oceânicas de exploração e produção de petróleo**. Tese (Doutorado) — Instituto Alberto Luiz Coimbra de pós-graduação e pesquisa de engenharia, Rio de Janeiro, 3 2010.
- GOMEZ, L.; ALVAREZ, L.; MAZORRA, L.; FRERY, A. C. Classification of complex wishart matrices with a diffusion–reaction system guided by stochastic distances. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, The Royal Society, v. 373, n. 2056, 2015. ISSN 1364-503X.
- GOODMAN, J. W. Statistical properties of laser speckle patterns. **Topics in Applied Physics**, Springer, v. 9, p. 9–75, 1975.
- GOUDAIL, F.; REFREGIER, P. Contrast definition for optical coherent polarimetric images. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 26, n. 7, p. 947–951, July 2004. ISSN 0162-8828.
- HAMMER, H.; SCHULZ, K. **Coherent simulation of SAR images**. 2009. 74771G-74771G-9 p.
- HE, K.; SUN, J. Convolutional neural networks at constrained time cost. In: **2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 5353–5360. ISSN 1063-6919.
- HENDERSON, F. M.; XIA, Z.-G. SAR applications in human settlement detection, population estimation and urban land use pattern analysis: a status report. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 35, n. 1, p. 79–85, Jan 1997. ISSN 0196-2892.
- HESS, L. L.; MELACK, J. M.; FILOSO, S.; WANG, Y. Delineation of inundated area and vegetation along the amazon floodplain with the SIR-C synthetic aperture radar. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 33, n. 4, p. 896–904, Jul 1995. ISSN 0196-2892.
- HORTA, M. M. **Modelos de mistura de distribuições na segmentação de imagens SAR polarimétricas multi-look**. Tese (Doutorado) — Instituto de Física de São Carlos, São Carlos, São Carlos, 6 2009.
- HUANG, B.; LI, H.; HUANG, X. A level set method for oil slick segmentation in SAR images. **International Journal of Remote Sensing**, v. 26, n. 6, p. 1145–1156, Mar 2005.
- JARABO-AMORES, P.; ROSA-ZURERA, M.; MATA-MOYA, D. de la; VICEN-BUENO, R.; MALDONADO-BASCON, S. Spatial-range mean-shift filtering and segmentation applied to SAR images. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 60, n. 2, p. 584–597, Feb. 2011. ISSN 0018-9456.
- JEON, M.; ALEXANDER, M.; PEDRYCZ, W.; PIZZI, N. Unsupervised hierarchical image segmentation with level set and additive operator splitting. **Pattern Recognition Letters**, v. 26, n. 10, p. 1461–1469, 2005. ISSN 0167-8655.
- JOHANSSON, A. M.; BREKKE, C.; SPREEN, G.; KING, J. A. X-, C-, and L-band SAR signatures of newly formed sea ice in arctic leads during winter and spring. **Remote Sensing of Environment**, v. 204, p. 162–180, 2018. ISSN 0034-4257.

KANOPOULOS, N.; VASANTHAVADA, N.; BAKER, R. L. Design of an image edge detection filter using the sobel operator. **IEEE Journal of Solid-State Circuits**, v. 23, n. 2, p. 358–367, Apr 1988. ISSN 0018-9200.

KAPLAN, L. M. Extended fractal analysis for texture classification and segmentation. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 8, n. 11, p. 1572–1585, Nov. 1999. ISSN 1057-7149.

KAPUR, J. **Measures of Information and Their Applications**. New Delhi, India: John Wiley & Sons, 1994. ISBN 9780470220641.

KENT, A.; BERRY, M. M.; LUEHRS, F. U.; PERRY, J. W. Machine literature searching viii. operational criteria for designing information retrieval systems. **American Documentation**, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 6, n. 2, p. 93–101, 1955. ISSN 1936-6108.

KRYLOV, V.; MOSER, G.; SERPICO, S. B.; ZERUBIA, J. On the method of logarithmic cumulants for parametric probability density function estimation. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 22, n. 10, p. 3791–3806, Oct 2013.

LANG, M. W.; TOWNSEND, P. A.; KASISCHKE, E. S. Influence of incidence angle on detecting flooded forests using C-HH synthetic aperture radar data. **Remote Sensing of Environment**, v. 112, n. 10, p. 3898–3907, 2008. ISSN 0034-4257.

LEE, J.-S. Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images. **Computer Graphics and Image Processing**, v. 17, n. 1, p. 24–32, Sep. 1981.

LEE, J.-S. Speckle suppression and analysis for synthetic aperture radar images. **Optical Engineering**, v. 25, n. 5, p. 636–643, May 1986.

LEE, J. S.; JURKEVICH, L.; DEWAELE, P.; WAMBACQ, P.; OOSTERLINCK, A. Speckle filtering of synthetic aperture radar images: A review. **Remote Sensing Reviews**, v. 8, n. 4, p. 313–340, 1994.

LEE, J.-S.; POTTIER, E. **Polarimetric Radar Imaging: From Basics to Applications**. [S.l.]: CRC Press, 2017. (Optical Science and Engineering). ISBN 9781420054989.

LEWIS, A. J.; HENDERSON, F. M.; HOLCOMB, D. Radar fundamentals: the geoscience perspective. **Principals and Applications of Imaging Radar**. John Wiley and Sons, New York, p. 131–181, 1998.

LILLESAND, T.; KIEFER, R.; CHIPMAN, J. **Remote sensing and image interpretation**. [S.l.]: Wiley, 2004. ISBN 9780471152279.

LIU, F.; DUAN, Y.; LI, L.; JIAO, L.; WU, J.; YANG, S.; ZHANG, X.; YUAN, J. SAR image segmentation based on hierarchical visual semantic and adaptive neighborhood multinomial latent model. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 54, n. 7, p. 4287–4301, Jul. 2016. ISSN 0196-2892.

LONG, S.; FATOYINBO, T. E.; POLICELLI, F. Flood extent mapping for namibia using change detection and thresholding with SAR. **Environmental Research Letters**, v. 9, p. 1–9, Mar. 2014.

- LOPEZ, L.; MOCTEZUMA, M.; PARMIGGIANI, F. Oil spill detection using glcm and mrf. In: **Proceedings. 2005 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2005. IGARSS '05.** [S.l.: s.n.], 2005. v. 3, p. 1781–1784. ISSN 2153-6996.
- LOPEZ-MARTINEZ, C.; FABREGAS, X. Polarimetric SAR speckle noise model. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 41, n. 10, p. 2232–2242, Oct. 2003. ISSN 0196-2892.
- LUCKMAN, A. J.; FRERY, A. C.; YANASSE, C. C. F.; GROOM, G. B. Texture in airborne SAR imagery of tropical forest and its relationship to forest regeneration stage. **International Journal of Remote Sensing**, Taylor Francis, v. 18, n. 6, p. 1333–1349, 1997.
- MACQUEEN, J. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In: **Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1: Statistics.** [S.l.: s.n.], 1967. p. 281–297.
- MANAVALAN, R. SAR image analysis techniques for flood area mapping - literature survey. **Earth Science Informatics**, v. 10, n. 1, p. 1–14, Mar 2017. ISSN 1865-0481.
- MARQUES, R. C. P. **Caracterização de regiões em imagens da radar de abertura sintética com aplicações por segmentação por Level Set.** Tese (Doutorado) — Departamento de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 7 2011.
- MARQUES, R. C. P.; MEDEIROS, F. N.; NOBRE, J. S. SAR image segmentation based on level set approach and G_A^0 model. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 34, n. 10, p. 2046–2057, Oct. 2012.
- MARQUES, R. C. P.; MEDEIROS, F. N. S.; USHIZIMA, D. Target detection in SAR images based on a level set approach. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)**, v. 39, n. 2, p. 214–222, Mar. 2009.
- MARSAGLIA, G.; TSANG, W. W. A simple method for generating gamma variables. **ACM Transactions on Mathematical Software**, v. 26, n. 3, p. 363–372, Sep. 2000.
- MARTINO, G. D.; SIMONE, A. D.; IODICE, A.; RICCIO, D. Scattering-based nonlocal means SAR despeckling. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 54, n. 6, p. 3574–3588, Jun. 2016. ISSN 0196-2892.
- MASSEY, F. J. The kolmogorov-smirnov test for goodness of fit. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor Francis, v. 46, n. 253, p. 68–78, 1951.
- MASZCZYK, T.; DUCH, W. Comparison of Shannon, Rényi and Tsallis entropy used in decision trees. In: _____. **Artificial Intelligence and Soft Computing – ICAISC 2008: 9th International Conference Zakopane, Poland, June 22-26, 2008 Proceedings.** [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2008. p. 643–651. ISBN 978-3-540-69731-2.
- MATGEN, P.; SCHUMANN, G.; HENRY, J.-B.; HOFFMANN, L.; PFISTER, L. Integration of SAR-derived river inundation areas, high-precision topographic data and a river flow model toward near real-time flood management. **International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation**, v. 9, n. 3, p. 247–263, 2007. ISSN 0303-2434.
- MATHER, P.; TSO, B. **Classification Methods for Remotely Sensed Data, Second Edition.** [S.l.]: Taylor & Francis, 2009. (Environmental Engineering). ISBN 9781420090727.

MEJAIL, M. E.; JACOBO-BERLLES, J. C.; FRERY, A. C.; BUSTOS, O. H. Classification of SAR images using a general and tractable multiplicative model. **International Journal of Remote Sensing**, Taylor Francis, v. 24, n. 18, p. 3565–3582, 2003.

MIGLIACCIO, M.; GAMBARDELLA, A.; TRANFAGLIA, M. SAR polarimetry to observe oil spills. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 45, n. 2, p. 506–511, Feb 2007. ISSN 0196-2892.

MIKHAIL, E.; BETHEL, J.; MCGLONE, J. **Introduction to modern photogrammetry**. [S.l.]: Wiley, 2001. ISBN 9780471309246.

MOREIRA, A.; PRATS-IRAOLA, P.; YOUNIS, M.; KRIEGER, G.; HAJNSEK, I.; PAPATHANASSIOU, K. P. A tutorial on synthetic aperture radar. **IEEE Geoscience and remote sensing magazine**, p. 6–43, Mar. 2013.

MORIO, J.; REFREGIER, P.; GOUDAIL, F.; DUBOIS-FERNANDEZ, P. C.; DUPUIS, X. A characterization of shannon entropy and bhattacharyya measure of contrast in polarimetric and interferometric SAR image. **Proceedings of the IEEE**, v. 97, n. 6, p. 1097–1108, June 2009. ISSN 0018-9219.

MUSGROVE, C. **Synthetic aperture radar speckle reduction for circle mode SAR images**. 2016. 9829 - 9829 - 7 p.

NARANJO-TORRES, J.; GAMBINI, J.; FRERY, A. C. The geodesic distance between \mathcal{G}_i^0 models and its application to region discrimination. **IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing**, v. 10, n. 3, p. 987–997, March 2017. ISSN 1939-1404.

NASCIMENTO, A. D. C.; CINTRA, R. J.; FRERY, A. C. Hypothesis testing in speckle data with stochastic distances. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 48, n. 1, p. 373–385, 2010.

NASCIMENTO, A. D. C.; HORTA, M. M.; FRERY, A. C.; CINTRA, R. J. Comparing edge detection methods based on stochastic entropies and distances for PolSAR imagery. **IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing**, v. 7, n. 2, p. 648–663, Feb 2014. ISSN 1939-1404.

NEZRY, E.; MOUGIN, E.; LOPES, A.; GASTELLU-ETCHEGORRY, J. P.; LAUMONIER, Y. Tropical vegetation mapping with combined visible and SAR spaceborne data. **International Journal of Remote Sensing**, Taylor Francis, v. 14, n. 11, p. 2165–2184, 1993.

NICOLAS, J.-M. Introduction aux statistiques de deuxième espèce: Application des logs-moments et des logs-cumulants à l'analyse des lois d'images radar. **Traitement du Signal**, v. 19, n. 3, p. 139–167, 2002. In French.

OLIVER, C.; QUEGAN, S. **Understanding Synthetic Aperture Radar Images**. [S.l.]: Artech House, 1998.

OTSU, N. A threshold selection method from gray-level histograms. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v. 9, n. 1, p. 62–66, Jan 1979.

PARIKH, R.; MATHAI, A.; PARIKH, S.; CHANDRA, S. G.; THOMAS, R. Understanding and using sensitivity, specificity and predictive values. **Indian Journal of Ophthalmology**, v. 56, n. 1, p. 45–50, 2008.

PENG, Q.; ZHAO, L. Novel mixture model for synthetic aperture radar imagery. **Journal of Applied Remote Sensing**, v. 6, n. 1, p. 063616–063616, Nov. 2012.

QIN, F.; GUO, J.; LANG, F. Superpixel segmentation for polarimetric SAR imagery using local iterative clustering. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**, v. 12, n. 1, p. 13–17, Jan. 2015. ISSN 1545-598X.

RANEY, R. K. Radar fundamentals: Technical perspective. In: . [S.l.: s.n.], 1998. cap. 2, p. 9–130.

RENYI, A. On measures of entropy and information. **Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1: Contributions to the Theory of Statistics**, v. 1, p. 547–561, 1961.

RODRIGUES, F. A. A.; NETO, J. F. S. R.; MEDEIROS, F. N. S. de; NOBRE, J. S. SAR image segmentation using the roughness information. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**, v. 13, n. 2, p. 132–136, Feb. 2016.

RODRIGUES, F. A. Ávila. **Método de log-cumulantes em processamento de imagens SAR**. Tese (Doutorado) — Departamento de Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 1 2017.

ROSA, R. A. da S. **Detecção de mudanças em imagens SAR multitemporais das bandas X e P**. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São Paulo, 7 2017.

RYERSON, R.; HENDERSON, F.; LEWIS, A. **Manual of Remote Sensing, Principles and Applications of Imaging Radar**. [S.l.]: Wiley, 1998. (Manual of Remote Sensing - Third Edition). ISBN 9780471294061.

SAHOO, P. K.; ARORA, G. A thresholding method based on two-dimensional Rényi's entropy. **Pattern Recognition**, v. 37, n. 6, p. 1149–1161, Jun. 2004. ISSN 0031-3203.

SALEHI, M.; MOHAMMADZADEH, A.; MAGHSOUDI, Y. Adaptive speckle filtering for time series of polarimetric SAR images. **IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing**, v. 10, n. 6, p. 2841–2848, June 2017. ISSN 1939-1404.

SALEMBIER, P.; FOUCHER, S. Optimum graph cuts for pruning binary partition trees of polarimetric SAR images. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 54, n. 9, p. 5493–5502, Sept 2016. ISSN 0196-2892.

SALICRU, M.; MORALES, D.; MENENDEZ, M.; PARDO, L. On the applications of divergence type measures in testing statistical hypotheses. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 51, n. 2, p. 372–391, 1994. ISSN 0047-259X.

SEGHOUANE, A. K.; AMARI, S. I. The AIC criterion and symmetrizing the Kullback–Leibler divergence. **IEEE Transactions on Neural Networks**, v. 18, n. 1, p. 97–106, Jan. 2007. ISSN 1045-9227.

SEN, P. K.; SINGER, J. M.; LIMA, A. C. P. **From Finite Sample to Asymptotic Methods in Statistics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2009. (Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics).

SHANG, R.; TIAN, P.; JIAO, L.; STOLKIN, R.; FENG, J.; HOU, B.; ZHANG, X. A spatial fuzzy clustering algorithm with kernel metric based on immune clone for SAR image segmentation. **IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing**, v. 9, n. 4, p. 1640–1652, Apr. 2016. ISSN 1939-1404.

SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. **Bell System Technical Journal**, v. 27, n. 3, p. 379–423, Jul. 1948.

SHARMA, S. **Applied Multivariate Techniques**. [S.l.]: Wiley, 1995. ISBN 9780471310648.

SILVA, M.; CRIBARI-NETO, F.; FRERY, A. C. Improved likelihood inference for the roughness parameter of the GA0 distribution. **Environmetrics**, v. 19, n. 4, p. 347–368, Aug. 2008.

SILVA, M. F. da. **Estimação e teste de hipótese baseados em verossimilhanças perfiladas**. Tese (Doutorado) — Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 6 2005.

SINGH, V.; FIORENTINO, M. **Entropy and Energy Dissipation in Water Resources**. [S.l.]: Springer Netherlands, 2012. (Water Science and Technology Library). ISBN 9789401124300.

STORVOLD, R.; MALNES, E.; LARSEN, Y.; HOGDA, K. A.; HAMRAN, S. E.; MÜLLER, K.; LANGLEY, K. A. SAR remote sensing of snow parameters in norwegian areas — current status and future perspective. **Journal of Electromagnetic Waves and Applications**, Taylor Francis, v. 20, n. 13, p. 1751–1759, 2006.

STUART, A.; ORD, K. **Kendall's Advanced Theory of Statistics: Volume 1: Distribution Theory**. 6nd. ed. [S.l.]: Wiley, 2009. ISBN 9780340614303.

SUN, W.; SHI, L.; YANG, J.; LI, P. Building collapse assessment in urban areas using texture information from postevent SAR data. **IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing**, v. 9, n. 8, p. 3792–3808, Aug 2016. ISSN 1939-1404.

SUN, X.; SONG, H.; WANG, R.; LI, N. High-resolution polarimetric SAR image decomposition of urban areas based on a poa correction method. **Remote Sensing Letters**, Taylor Francis, v. 9, n. 4, p. 363–372, 2018.

TEIXEIRA, S. G. **Radar de abertura sintética aplicado ao mapeamento e reconhecimento de zonas úmidas costeiras**. Tese (Doutorado) — Instituto de Geociências, Universidade Federal do Pará, Pará, 12 2011.

TIAN, X.; JIAO, L.; YI, L.; GUO, K.; ZHANG, X. The image segmentation based on optimized spatial feature of superpixel. **Journal of Visual Communication and Image Representation**, v. 26, p. 146–160, Jan. 2015.

TISON, C.; MARIE, J.; TUPIN, F. A new statistical model for markovian classification of urban areas in high-resolution SAR images. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 42, n. 10, p. 2046–2057, Oct 2004.

TORRES, L.; SANTÁNNA, S. J.; FREITAS, C. da C.; FRERY, A. C. Speckle reduction in polarimetric SAR imagery with stochastic distances and nonlocal means. **Pattern Recognition**, v. 47, n. 1, p. 141–157, 2014. ISSN 0031-3203.

TRALLI, D. M.; BLOM, R. G.; ZLOTNICKI, V.; DONNELLAN, A.; EVANS, D. L. Satellite remote sensing of earthquake, volcano, flood, landslide and coastal inundation hazards. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 59, n. 4, p. 185–198, 2005. ISSN 0924-2716.

TREVETT, J. **Imaging Radar for Resources Surveys**. [S.l.]: Chapman and Hall, 1986. (Outline Studies in Biology). ISBN 9780412255205.

TSALLIS, C. Possible generalization of boltzmann-gibbs statistics. **Journal of Statistical Physics**, v. 52, n. 1, p. 479–487, Jul 1988. ISSN 1572-9613.

ULABY, F.; MOORE, R.; FUNG, A. **Microwave Remote Sensing: Active and Passive**. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, Advanced Book Program/World Science Division, 1986. (Artech House microwave library, v. 3). ISBN 9780890061923.

ULLAH, A. Entropy, divergence and distance measures with econometric applications. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v. 49, n. 1, p. 137–162, 1996. ISSN 0378-3758. Econometric Methodology, Part I.

VASSILIADIS, V. S.; CONEJEROS, R. Broyden family of methods and the bfgs update. In: _____. **Encyclopedia of Optimization**. Boston, MA: Springer US, 2001. p. 222–223. ISBN 978-0-306-48332-5.

WANG, B.; BROWN, D.; GAO, Y.; SALLE, J. L. March: Multiscale-arch-height description for mobile retrieval of leaf images. **Information Sciences**, v. 302, p. 132–148, 2015. ISSN 0020-0255.

WANG, W.; XIANG, D.; BAN, Y.; ZHANG, J.; WAN, J. Superpixel segmentation of polarimetric SAR images based on integrated distance measure and entropy rate method. **IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing**, v. 10, n. 9, p. 4045–4058, Sept 2017. ISSN 1939-1404.

WARD, K. D. Compound representation of high resolution sea clutter. **Electronics Letters**, v. 17, n. 16, p. 561–563, Aug. 1981.

WU, Q.; CHEN, R.; SUN, H.; CAO, Y. Urban building density detection using high resolution SAR imagery. In: **2011 Joint Urban Remote Sensing Event**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 45–48. ISSN 2334-0932.

XING, X.; JI, K.; ZOU, H.; SUN, J. Feature selection and weighted SVM classifier-based ship detection in PolSAR imagery. **International Journal of Remote Sensing**, Taylor Francis, v. 34, n. 22, p. 7925–7944, 2013.

YADOLLAHI, M.; PROCHÁZKA, A.; KAŠPAROVÁ, M.; VYŠATA, O.; MAŘÍK, V. Separation of overlapping dental arch objects using digital records of illuminated plaster casts. **BioMedical Engineering OnLine**, v. 14, n. 1, p. 1–15, Jul. 2015.

ZHANG, P.; LI, M.; WU, Y.; AN, L.; JIA, L. Unsupervised SAR image segmentation using high-order conditional random fields model based on product-of-experts. **Pattern Recognition Letters**, v. 78, p. 48–55, 2016. ISSN 0167-8655.

ZHU, Z. W.; ZHOU, J. J.; GUO, Y. Y. A MoLC+MoM-based G^0 distribution parameter estimation method with application to synthetic aperture radar target detection. **Journal of Central South University**, v. 22, n. 6, p. 2207–2217, Jun. 2015. ISSN 2227-5223.

APÊNDICE A – ENTROPIAS DAS DISTRIBUIÇÕES G_A^0 E G_I^0

Neste apêndice nós apresentamos os cálculos para determinação das entropias de Shannon, Rényi e Tsallis das distribuições G_A^0 e G_I^0 utilizadas nesta tese.

Conforme Frery *et al.* (1997), a distribuição G_A^0 têm a função densidade de probabilidade dada por:

$$f_{G_A^0}(z; \alpha, \gamma, L) = \frac{2L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \frac{z^{2L-1}}{(\gamma + Lz^2)^{L-\alpha}}, \quad (\text{A.1})$$

enquanto a função densidade de probabilidade da distribuição G_I^0 é

$$f_{G_I^0}(z, \theta) = \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{L-1} (\gamma + Lz)^{\alpha-L}, \quad (\text{A.2})$$

em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1$ e $z \in (0, +\infty)$.

A.1 Entropia de Shannon - $H^S(P)$

A entropia diferencial de Shannon de uma distribuição P , com função de densidade de probabilidade f , que modela uma variável aleatória contínua W , é dada por (SHANNON, 1948)

$$H^S(P) = - \int f(w) \ln f(w) dw = \mathbb{E}[-\ln(f(w))]. \quad (\text{A.3})$$

A.1.1 Shannon - distribuição G_A^0

A entropia diferencial de Shannon, para a distribuição G_A^0 , calculada a partir das Equações (A.1) e (A.3), é dada por

$$\begin{aligned} H^S(G_A^0) &= \mathbb{E} \left[-\ln \left\{ \frac{2L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{2L-1} (\gamma + Lz^2)^{(\alpha-L)} \right\} \right] \\ &= \mathbb{E}[-L \ln(2L) - \ln[\Gamma(L - \alpha)] + \alpha \ln(\gamma) + \ln[\Gamma(-\alpha)] + \ln[\Gamma(L)] - \\ &\quad (2L - 1) \ln(z) - (\alpha - L) \ln(\gamma + Lz^2)] \\ &= -L \ln(2L) - \ln[\Gamma(L - \alpha)] + \alpha \ln(\gamma) + \ln[\Gamma(-\alpha)] + \ln[\Gamma(L)] - \\ &\quad (2L - 1) \mathbb{E}[\ln(z)] - (\alpha - L) \mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz^2)], \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

onde

$$\mathbb{E}[\ln(z)] = \frac{L^{(1/2)}\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \int_0^\infty \ln\left(\frac{t}{L}\right) t^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} dt \quad (\text{A.5})$$

e

$$\mathbb{E}[\ln(\gamma+Lz^2)] = \frac{2L^{(1/2)}\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \int_0^\infty \ln(t+\gamma) t^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} dt, \quad (\text{A.6})$$

em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1$ e $t \in (0, +\infty)$.

Demonstração. Determinação de $\mathbb{E}[\ln(z)]$ para a G_A^0

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\ln(z)] &= \int_0^\infty \ln(z) \left\{ \frac{2L^L\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} z^{2L-1} (\gamma+Lz^2)^{(\alpha-L)} \right\} dz \\ &= \frac{2L^L\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \int_0^\infty \ln(z) z^{2L-1} (\gamma+Lz^2)^{(\alpha-L)} dz. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Fazendo $\gamma+Lz^2 = s$, temos $z = \left(\frac{s-\gamma}{L}\right)^{(1/2)}$. Portanto, podemos reescrever a Equação (A.7) em função de s como

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\ln(\gamma+Lz^2)] &= \frac{2L^L\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \int_\gamma^\infty \ln\left[\left(\frac{s-\gamma}{L}\right)^{(1/2)}\right] \left(\frac{s-\gamma}{L}\right)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} ds \\ &= \frac{2L^L\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \frac{1}{2L^{(L-1/2)}} \int_\gamma^\infty \ln\left(\frac{s-\gamma}{L}\right) (s-\gamma)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} ds \\ &= \frac{L^{(1/2)}\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \int_\gamma^\infty \ln\left(\frac{s-\gamma}{L}\right) (s-\gamma)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} ds. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Fazendo $s-\gamma = t$, temos $s = t + \gamma$. Assim, podemos reescrever a Equação (A.8) em função de t como

$$\mathbb{E}[\ln(z)] = \frac{L^{(1/2)}\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha\Gamma(-\alpha)\Gamma(L)} \int_0^\infty \ln\left(\frac{t}{L}\right) t^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} dt. \quad (\text{A.9})$$

□

Demonstração. Determinação de $\mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz^2)]$ para a G_A^0

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz^2)] &= \int_0^\infty \ln(\gamma + Lz^2) \left\{ \frac{2L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{2L-1} (\gamma + Lz^2)^{(\alpha-L)} \right\} dz \\ &= \frac{2L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_0^\infty \ln(\gamma + Lz^2) z^{2L-1} (\gamma + Lz^2)^{(\alpha-L)} dz.\end{aligned}\quad (\text{A.10})$$

Fazendo $\gamma + Lz^2 = s$, temos $z = \left(\frac{s-\gamma}{L}\right)^{(1/2)}$. Portanto, podemos reescrever a Equação (A.10) em função de s como

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz^2)] &= \frac{2L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_\gamma^\infty \ln(s) \left(\frac{s-\gamma}{L}\right)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} ds \\ &= \frac{2L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \frac{1}{L^{(L-1/2)}} \int_\gamma^\infty \ln(s) (s-\gamma)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} ds \\ &= \frac{2L^{(1/2)} \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_\gamma^\infty \ln(s) (s-\gamma)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} ds.\end{aligned}\quad (\text{A.11})$$

Fazendo $s - \gamma = t$, temos $s = t + \gamma$. Assim, podemos reescrever a Equação (A.11) em função de t como

$$\mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz^2)] = \frac{2L^{(1/2)} \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_0^\infty \ln(t + \gamma) t^{(L-1/2)} (t + \gamma)^{(\alpha-L)} dt.\quad (\text{A.12})$$

□

A.1.2 Shannon - distribuição G_I^0

Utilizando as Equações (A.2) e (A.3) obtemos a entropia diferencial de Shannon da distribuição G_I^0 , sendo a mesma dada por

$$\begin{aligned}H^S(G_I^0) &= \mathbb{E} \left[-\ln \left\{ \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{L-1} (\gamma + Lz)^{\alpha-L} \right\} \right] \\ &= \mathbb{E}[-L \ln(L) - \ln[\Gamma(L - \alpha)] + \alpha \ln(\gamma) + \ln[\Gamma(-\alpha)] + \ln[\Gamma(L)] - \\ &\quad (L - 1) \ln(z) - (\alpha - L) \ln(\gamma + Lz)] \\ &= -L \ln(L) - \ln[\Gamma(L - \alpha)] + \alpha \ln(\gamma) + \ln[\Gamma(-\alpha)] + \ln[\Gamma(L)] - \\ &\quad (L - 1) \mathbb{E}[\ln(z)] - (\alpha - L) \mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz)],\end{aligned}\quad (\text{A.13})$$

onde

$$\mathbb{E}[\ln(z)] = \ln(\gamma) - \Psi^0(-\alpha) + \Psi^0(L) - \ln(L) \quad (\text{A.14})$$

e

$$\mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz)] = \frac{L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_0^\infty \ln(t + \gamma) t^{(L-1)} (t + \gamma)^{(\alpha-L)} dt, \quad (\text{A.15})$$

em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1, t \in (0, +\infty)$ e Ψ^0 a função digamma.

Demonstração. Determinação de $\mathbb{E}[\ln(z)]$ para a G_I^0

Frery *et al.* (1997) modelaram o retorno de intensidade dos dados SAR com a distribuição G_I^0 , como o produto de duas variáveis aleatórias independentes

$$Z = X.Y, \quad (\text{A.16})$$

onde X segue a distribuição gama inversa $X \sim \Gamma^{-1}(-\alpha, \gamma)$ e Y a distribuição gama $Y \sim \Gamma(L, L)$.

Podemos, utilizando uma transformação homomórfica (ARSENAULT; LEVESQUE, 1984), transformar este modelo multiplicativo em aditivo. Desta forma, o modelo $Z = X.Y$ pode ser transformado em

$$\ln(Z) = \ln(X) + \ln(Y). \quad (\text{A.17})$$

Considerando a propriedade $\mathbb{E}(A + B) = \mathbb{E}(A) + \mathbb{E}(B)$, podemos reescrever a Equação (A.17) em função da esperança, como

$$\mathbb{E}[\ln(Z)] = \mathbb{E}[\ln(X)] + \mathbb{E}[\ln(Y)]. \quad (\text{A.18})$$

Por sua vez, as esperanças logarítmicas de X e Y são definidas por

$$\mathbb{E}[\ln(X)] = \ln(b) - \Psi^0(a), \quad a, b > 0. \quad (\text{A.19})$$

e

$$\mathbb{E}[\ln(Y)] = \Psi^0(a) - \ln(b), \quad a, b > 0, \quad (\text{A.20})$$

em que a corresponde ao parâmetro de forma, b corresponde ao parâmetro de escala (SINGH; FIORENTINO, 2012).

Fazendo os devidos ajustes com relação aos parâmetros nas Equações (A.19) e (A.20), levando em consideração que $X \sim \Gamma^{-1}(-\alpha, \gamma)$ e $Y \sim \Gamma(L, L)$, podemos reescrever a Equação (A.18) como:

$$\mathbb{E}[\ln(z)] = \ln(\gamma) - \Psi^0(-\alpha) + \Psi^0(L) - \ln(L). \quad (\text{A.21})$$

□

Demonstração. Determinação de $\mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz)]$ para a G_γ^0

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz)] &= \int_0^\infty \ln(\gamma + Lz) \left\{ \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{L-1} (\gamma + Lz)^{\alpha-L} \right\} dz \\ &= \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_0^\infty \ln(\gamma + Lz) z^{L-1} (\gamma + Lz)^{(\alpha-L)} dz. \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Fazendo $\gamma + Lz = s$, temos $z = (\frac{s-\gamma}{L})$. Portanto, podemos reescrever a Equação (A.22) em função de s como

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz)] &= \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_\gamma^\infty \ln(s) \left(\frac{s-\gamma}{L} \right)^{(L-1)} s^{(\alpha-L)} ds \\ &= \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \frac{1}{L^{(L-1)}} \int_\gamma^\infty \ln(s) (s-\gamma)^{(L-1)} s^{(\alpha-L)} ds \\ &= \frac{L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_\gamma^\infty \ln(s) (s-\gamma)^{(L-1)} s^{(\alpha-L)} ds. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Fazendo $s - \gamma = t$, temos $s = t + \gamma$. Assim, podemos reescrever a Equação (A.23) em função de t como

$$\mathbb{E}[\ln(\gamma + Lz)] = \frac{L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \int_0^\infty \ln(t + \gamma) t^{(L-1)} (t + \gamma)^{(\alpha-L)} dt. \quad (\text{A.24})$$

□

A.2 Entropia de Rényi - $H_q^R(P)$

A entropia diferencial de Rényi de uma distribuição P , com função de densidade de probabilidade f , é dada por (ERVEN; HARREMOËS, 2014)

$$H_q^R(P) = \frac{1}{1-q} \ln \int f^q(w) dw, \quad (\text{A.25})$$

em que $q \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$.

A.2.1 Rényi - distribuição G_A^0

Para a distribuição G_A^0 , a entropia diferencial de Rényi, calculada a partir das Equações (A.1) e (A.25), é dada por

$$\begin{aligned} H_q^R(G_A^0) &= \frac{1}{1-q} \ln \int_0^\infty \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{(2L-1)} (\gamma + Lz^2)^{\alpha-L} \right]^q dz \\ &= \frac{1}{1-q} \ln \int_0^\infty \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \left[z^{(2L-1)} (\gamma + Lz^2)^{\alpha-L} \right]^q dz \\ &= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \int_0^\infty \left[z^{(2L-1)} (\gamma + Lz^2)^{\alpha-L} \right]^q dz \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Fazendo $\gamma + Lz^2 = s$, temos $z = \left(\frac{s-\gamma}{L}\right)^{(1/2)}$. Portanto, podemos reescrever a Equação (A.26) em função de s como

$$\begin{aligned} H_q^R(G_A^0) &= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \int_\gamma^\infty \left[\left(\frac{s-\gamma}{L}\right)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} \right]^q ds \right\} \\ &= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \frac{1}{L^{(L-1/2)q}} \int_\gamma^\infty \left[(s-\gamma)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} \right]^q ds \right\} \\ &= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{2\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q L^{(q/2)} \int_\gamma^\infty \left[(s-\gamma)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} \right]^q ds \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Fazendo $s - \gamma = t$, temos $s = t + \gamma$. Assim, podemos reescrever a Equação (A.27) em função de t como

$$\begin{aligned}
H_q^R(G_A^0) &= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{2\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q L^{(q/2)} \int_0^\infty \left[(t)^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} \right]^q dt \right\} \\
&= \frac{1}{1-q} \left[\ln \left(\frac{2\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right)^q \right] + \frac{1}{1-q} \left[\ln(L)^{(q/2)} \right] + \\
&\quad \frac{1}{1-q} \left[\ln \left(\int_0^\infty \left[(t)^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)} \right]^q dt \right) \right], \tag{A.28}
\end{aligned}$$

em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1$ e $t \in (0, +\infty)$.

A.2.2 Rényi - distribuição G_I^0

Por sua vez, utilizando as Equações (A.2) e (A.25), obtemos a entropia diferencial de Rényi da distribuição G_I^0 , sendo esta dada por

$$\begin{aligned}
H_q^R(G_I^0) &= \frac{1}{1-q} \ln \int_0^\infty \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(L) \Gamma(-\alpha)} z^{(L-1)} (\gamma + Lz)^{\alpha-L} \right]^q dz \\
&= \frac{1}{1-q} \ln \int_0^\infty \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \left[z^{(L-1)} (\gamma + Lz)^{\alpha-L} \right]^q dz \\
&= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \int_0^\infty \left[z^{(L-1)} (\gamma + Lz)^{\alpha-L} \right]^q dz \right\}. \tag{A.29}
\end{aligned}$$

Fazendo $\gamma + Lz = s$, temos $z = \left(\frac{s-\gamma}{L}\right)$. Portanto, podemos reescrever a Equação (A.29) em função de s como

$$\begin{aligned}
H_q^R(G_I^0) &= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \int_\gamma^\infty \left[\left(\frac{s-\gamma}{L} \right)^{(L-1)} s^{(\alpha-L)} \right]^q ds \right\} \\
&= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \frac{1}{L^{(L-1)q}} \int_\gamma^\infty \left[(s-\gamma)^{(L-1)} s^{(\alpha-L)} \right]^q ds \right\} \\
&= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q L^q \int_\gamma^\infty \left[(s-\gamma)^{(L-1)} s^{(\alpha-L)} \right]^q ds \right\}. \tag{A.30}
\end{aligned}$$

Fazendo $s - \gamma = t$, temos $s = t + \gamma$. Assim, podemos reescrever a Equação (A.30) em função de t como

$$\begin{aligned}
H_q^R(G_I^0) &= \frac{1}{1-q} \ln \left\{ \left[\frac{\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q L^q \int_0^\infty [(t)^{(L-1)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)}]^q dt \right\} \\
&= \frac{1}{1-q} \left[\ln \left(\frac{\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right)^q \right] + \frac{1}{1-q} [\ln(L)^q] + \\
&\quad \frac{1}{1-q} \left[\ln \left(\int_0^\infty [(t)^{(L-1)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)}]^q dt \right) \right],
\end{aligned}$$

em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1$ e $t \in (0, +\infty)$.

A.3 Entropia de Tsallis - $H_q^T(P)$

A entropia diferencial de Tsallis de uma distribuição P com função de densidade de probabilidade f é dada por (TSALLIS, 1988)

$$H_q^T(P) = \frac{1}{q-1} \left(1 - \int f^q(w) dw \right), \quad (\text{A.31})$$

em que $q \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$.

A.3.1 Tsallis - distribuição G_A^0

Para a distribuição G_A^0 , a entropia diferencial de Tsallis, calculada a partir das Equações (A.1) e (A.31), é dada por

$$\begin{aligned}
H_q^T(G_A^0) &= \frac{1}{q-1} \left(1 - \int_0^\infty \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} z^{(2L-1)} (\gamma + Lz^2)^{\alpha-L} \right]^q dz \right) \\
&= \frac{1}{1-q} \left(1 - \int_0^\infty \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \left[z^{(2L-1)} (\gamma + Lz^2)^{\alpha-L} \right]^q dz \right) \\
&= \frac{1}{1-q} \left(1 - \left\{ \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \int_0^\infty \left[z^{(2L-1)} (\gamma + Lz^2)^{\alpha-L} \right]^q dz \right\} \right).
\end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Fazendo $\gamma + Lz^2 = s$, temos $z = \left(\frac{s-\gamma}{L}\right)^{(1/2)}$. Portanto, podemos reescrever a Equação (A.32) em função de s como

$$\begin{aligned}
H_q^T(G_A^0) &= \frac{1}{1-q} \left(1 - \left\{ \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \int_\gamma^\infty \left[\left(\frac{s-\gamma}{L} \right)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)} \right]^q ds \right\} \right) \\
&= \frac{1}{1-q} \left(1 - \left\{ \left[\frac{2L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \frac{1}{L^{(L-1/2)q}} \int_\gamma^\infty [(s-\gamma)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)}]^q ds \right\} \right) \\
&= \frac{1}{1-q} \left(1 - \left\{ \left[\frac{2\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q L^{(q/2)} \int_\gamma^\infty [(s-\gamma)^{(L-1/2)} s^{(\alpha-L)}]^q ds \right\} \right).
\end{aligned} \tag{A.33}$$

Fazendo $s - \gamma = t$, temos $s = t + \gamma$. Assim, podemos reescrever a Equação (A.33) em função de t como

$$H_q^T(G_A^0) = \frac{1}{1-q} \left(1 - \left\{ \left[\frac{2\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q L^{(q/2)} \int_0^\infty [(t)^{(L-1/2)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)}]^q dt \right\} \right), \tag{A.34}$$

em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1$ e $t \in (0, +\infty)$.

A.3.2 Tsallis - distribuição G_I^0

Por sua vez, utilizando as Equações (A.2) e (A.31), obtemos a entropia diferencial de Tsallis da distribuição G_I^0 , sendo a mesma dada por

$$\begin{aligned}
H_q^T(G_I^0) &= \frac{1}{q-1} \left(1 - \int_0^\infty \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(L) \Gamma(-\alpha)} z^{(L-1)} (\gamma + Lz)^{\alpha-L} \right]^q dz \right) \\
&= \frac{1}{q-1} \left(1 - \int_0^\infty \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \left[z^{(L-1)} (\gamma + Lz)^{\alpha-L} \right]^q dz \right) \\
&= \frac{1}{q-1} \left(1 - \left\{ \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \int_0^\infty \left[z^{(L-1)} (\gamma + Lz)^{\alpha-L} \right]^q dz \right\} \right).
\end{aligned} \tag{A.35}$$

Fazendo $\gamma + Lz = s$, temos $z = \left(\frac{s-\gamma}{L} \right)$. Portanto, podemos reescrever a Equação (A.35) em função de s como

$$\begin{aligned}
H_q^T(G_I^0) &= \frac{1}{q-1} \left(1 - \left\{ \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \int_\gamma^\infty \left[\left(\frac{s-\gamma}{L} \right)^{(L-1)} s^{(\alpha-L)} \right]^q ds \right\} \right) \\
&= \frac{1}{q-1} \left(1 - \left\{ \left[\frac{L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q \frac{1}{L^{(L-1)q}} \int_\gamma^\infty [(s-\gamma)^{(L-1)} s^{(\alpha-L)}]^q ds \right\} \right) \\
&= \frac{1}{q-1} \left(1 - \left\{ \left[\frac{\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q L^q \int_\gamma^\infty [(s-\gamma)^{(L-1)} s^{(\alpha-L)}]^q ds \right\} \right).
\end{aligned} \tag{A.36}$$

Fazendo $s - \gamma = t$, temos $s = t + \gamma$. Assim, podemos reescrever a Equação (A.36) em função de t como

$$H_q^T(G_I^0) = \frac{1}{q-1} \left(1 - \left\{ \left[\frac{\Gamma(L-\alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \right]^q L^q \int_0^\infty [(t)^{(L-1)} (t+\gamma)^{(\alpha-L)}]^q dt \right\} \right), \tag{A.37}$$

em que $-\alpha, \gamma > 0, L \geq 1$ e $t \in (0, +\infty)$.