



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

KARYNA OLIVEIRA CHAVES DE LUCENA

**DESENVOLVIMENTO DE MODELO TRANSIENTE *FUZZY* DE TRANSPORTE DE
MASSA - ESTUDO DO RISCO AMBIENTAL EM RIOS NATURAIS A PARTIR DOS
PARÂMETROS DE ANÁLISE DE DBO E OD**

FORTALEZA

2018

KARYNA OLIVEIRA CHAVES DE LUCENA

DESENVOLVIMENTO DE MODELO TRANSIENTE *FUZZY* DE TRANSPORTE DE
MASSA - ESTUDO DO RISCO AMBIENTAL EM RIOS NATURAIS A PARTIR DOS
PARÂMETROS DE ANÁLISE DE DBO E OD

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil. Área de concentração: Saneamento Ambiental.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo Oliveira de Souza.

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

L968d Lucena, Karyna Oliveira Chaves de.

Desenvolvimento de modelo transiente fuzzy de transporte de massa - Estudo do risco ambiental em rios naturais a partir dos parâmetros de análise de DBO e OD / Karyna Oliveira Chaves de Lucena. – 2018.

104 f. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Saneamento Ambiental, Fortaleza, 2018. Orientação: Prof. Dr. Raimundo Oliveira de Souza.

1. Transporte de poluente. 2. Teoria Fuzzy. 3. Análise de risco. I. Título.

CDD 628

KARYNA OLIVEIRA CHAVES DE LUCENA

DESENVOLVIMENTO DE MODELO TRANSIENTE *FUZZY* DE TRANSPORTE DE
MASSA - ESTUDO DO RISCO AMBIENTAL EM RIOS NATURAIS A PARTIR DOS
PARÂMETROS DE ANÁLISE DE DBO E OD

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil da Universidade Federal do
Ceará, como requisito parcial à obtenção do título
de Doutor em Engenharia Civil. Área de
concentração: Saneamento Ambiental.

Aprovada em: 16/02/2018.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Raimundo Oliveira de Souza (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Fernando Jose Araújo da Silva
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. John Kenedy de Araujo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Hugo Leonardo de Brito Buarque
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. José Maria Brabo Alves
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Aos meus familiares, esposo, amigos e educadores,
pelo apoio e atenção dedicados a mim, dedico a
vocês este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus e a Nossa Senhora pelo dom da vida, pelas bênçãos recebidas, pela realização de mais um sonho acadêmico e por ter colocado anjos em minha vida que foram fundamentais para a concretização desse trabalho, os quais estão mencionados nesse agradecimento.

Os primeiros anjos compõem minha família, que são responsáveis pela base do meu ser, por me ensinarem os princípios éticos, religiosos e educacionais. Agradeço e dedico este trabalho aos meus pais amados e admirados Edilson e Dacila, por tamanho amor, empenho, dedicação, doação e apoio a minha vida estudantil e profissional; as minhas queridas e amadas irmãs Julyana e Patrícia, onde nelas eu sempre encontro a amizade, a confiança e o amor.

Estendo meus agradecimentos aos meus cunhados Jorge Ari e Marcelo, os quais eu considero como irmãos. E dedico também ao meu pequeno afilhado Jonathas, onde muitas vezes tive que me ausentar de momentos únicos e agradáveis em seus primeiros meses de vida devido à dedicação à tese.

Agradeço e dedico àquele que também é responsável pelo meu crescimento pessoal e profissional, Meu Bem precioso, meu esposo Samir Lucena. A ele dedico mais essa conquista, pois o seu amor, a sua alegria, compreensão, confiança e apoio, são inspiração para meus desafios. Em sua companhia, compartilhei momentos de renúncia, insônia e inquietação, para a conclusão do doutorado. Também agradeço ao meu sogro, minha sogra, cunhada Tatiana e sua família, pelo cuidado, atenção e torcida para essa realização.

Agradeço e dedico a minha estimada amiga Patrícia Buarque, pela sua valiosa amizade, apoio, confiança, ensino e seus conselhos sempre engrandecedores. A sua companhia na graduação, mestrado, doutorado e no trabalho legitima a nossa amizade e o seu incentivo foi fundamental para que eu alcançasse este título.

Agradeço sincera e humildemente ao meu prezado orientador, professor Dr. Raimundo Oliveira de Souza, por toda a sua disponibilidade, orientação, atenção, conselhos, confiança, respeito, amizade e compreensão. Ao senhor também dedico este trabalho, a quem tem todo meu apreço.

Agradeço as minhas contemporâneas de orientação: Juliana Araújo, Priscila Parente, Heloísa Cordeiro, Jessyca Costa, Raquel Jucá, Alice Rocha e, em especial, Patricia Sales, cuja alegria, ajuda e incentivo foram fundamentais para dar leveza aos últimos momentos.

Faço meus agradecimentos aos membros da banca da minha qualificação, os professores Dr. Raimundo Oliveira de Souza, Dr. Fernando Jose Araújo da Silva e Dr. John Kenedy de Araújo, pelas considerações primorosas para esta tese.

Agradeço aos membros da banca da defesa da tese, formada pelos professores Dr. Raimundo Oliveira de Souza (orientador da tese), Dr. Fernando Jose Araújo da Silva (examinador interno), Dr. John Kenedy de Araújo (examinador interno), Dr. Jose Maria Brabo Alves (examinador externo) e ao meu querido professor e orientador da graduação Dr. Hugo Leonardo de Brito Buarque (examinador externo), pelo aceite ao convite e pelas engrandecedoras contribuições.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental (DEHA/UFC) agradeço pelos ensinamentos e contribuições.

Por fim, agradeço a gestão do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE) - campus Quixadá, na pessoa do professor Alexandre Praxedes e professora Elizabete Carneiro, pelas permissões concedidas quanto a disponibilidade para meus estudos; agradeço as minhas amigas e amigos de trabalho pelo apoio e aos meus alunos, pela torcida e compreensão.

Enfim, expresso aqui o meu muito obrigada a todos que direta ou indiretamente contribuíram com essa conquista!

"Os rios não bebem sua própria água; as árvores não comem seus próprios frutos. O sol não brilha para si mesmo; e as flores não espalham sua fragrância para si. Viver para os outros é uma regra da natureza. A vida é boa quando você está feliz; mas a vida é muito melhor quando os outros estão felizes por sua causa".

Papa Francisco

RESUMO

Em virtude da crescente degradação da qualidade dos corpos hídricos e diante do cenário de escassez de água, torna-se importante o conhecimento do comportamento destes recursos sob diferentes cenários de lançamentos de efluentes. Para tal fim, modelos matemáticos têm sido desenvolvidos para representar processos de qualidade de água, de alta complexidade, que apresentem diversidade de parâmetros, em variabilidade temporal e espacial, como ocorre em sistemas fluviais. Nesse contexto, este trabalho promoveu o desenvolvimento de uma metodologia capaz de avaliar o risco ambiental de um rio natural sujeito a lançamento de efluente, nos moldes da teoria *Fuzzy*. A metodologia do modelo foi baseada nos princípios de transporte de massa em conjunto com a Lei de Fick, para o cálculo dos campos de concentração da Demanda Bioquímica de Oxigênio, do Oxigênio Dissolvido e Déficit de Oxigênio Dissolvido em rio natural; sendo consideradas as contribuições provenientes das seguintes fontes difusas: sedimentação, nitrificação, fotossíntese e respiração. As equações parciais obtidas no modelo foram submetidas aos fundamentos matemáticos da teoria *Fuzzy*, para inserção das incertezas atreladas ao sistema hídrico, por meio de funções de pertinência, a fim de permitir a análise da confiabilidade e do risco de degradação ambiental. Para isso, foi desenvolvido um programa computacional, em linguagem FORTRAN, capaz de permitir a realização das simulações em diferentes cenários de lançamento da fonte poluidora pontual e difusas. Os resultados do modelo, em especial, quanto ao campo de concentração de Demanda Bioquímica de Oxigênio e Oxigênio Dissolvido, corresponderam aos perfis encontrados na literatura, indicando que a utilização da teoria *Fuzzy*, agregada aos modelos de transporte de poluentes, apresentam-se como uma importante alternativa capaz de fornecer subsídios para a gestão dos recursos hídricos. A incorporação da análise do risco de contaminação do rio ao modelo desenvolvido reforça a importância dessa ferramenta computacional por permitir antever possíveis impactos, destacando-se o tempo e a região da ocorrência desse evento.

Palavras-chave: Transporte de poluentes. Teoria *Fuzzy*. Análise de risco.

ABSTRACT

Due to the increasing degradation of water bodies quality and the water scarcity scenario, it is important to know as distributions of pollutants spill in streams to different scenarios. For such, mathematical models were developed to represent water quality processes, with high complexity, in temporal and spatial variability with various parameters, as they occur in fluvial systems. In this context, this work promoted the development of a methodology to evaluate environmental risk in natural river subject to effluent discharge, according to the Fuzzy theory. Methodology has been based on principles of mass transport in conjunction with Fick's law, to calculate the concentration fields of the Biochemical Oxygen Demand, Dissolved Oxygen and Dissolved Oxygen Deficit in natural river. It is being considered as contributions of diffuse sources: sedimentation, nitrification, photosynthesis and respiration. Partial equations obtained are not subject to mathematical fundamentals of the Fuzzy theory, for insertion of uncertainties linked to water system, through membership functions, in order to allow a reliability and risk analysis of environmental degradation. For that, a computational program was developed, in FORTRAN language, capable of allowing the realization of the simulations in different scenarios of point source pollution and diffuse diffusion. Model results, especially in relation to the Biochemical Oxygen Demand and Dissolved Oxygen concentration, correspond to the profiles found in the literature, indicating that the use of the fuzzy theory, added to the pollutant transport models, as an important alternative, capable of providing subsidies to water resources management. An incorporation of the risk analysis in river contamination to the developed model reinforces an important punctuality to allow for anticipating possible impacts.

Keywords: Pollutants transport. Fuzzy Theory. Risk analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mecanismos interagentes no balanço de oxigênio dissolvido no corpo hídrico receptor de lançamento de efluente associado ao perfil da concentração de OD, DBO e bactérias.....	26
Figura 2 – Representação do volume de controle.....	32
Figura 3 – Representação de um Número Fuzzy triangular (TFN).....	43
Figura 4 – Representação gráfica do princípio da extensão.....	44
Figura 5 – Representação gráfica da adição de dois números Fuzzy triangulares.....	45
Figura 6 – Representação gráfica da subtração de dois números Fuzzy triangulares.....	46
Figura 7 – Representação gráfica da multiplicação de dois números Fuzzy triangulares.....	47
Figura 8 – Representação gráfica da divisão de dois números Fuzzy triangulares.....	47
Figura 9 – Função triangular de pertinência para o T_{90} segundo Ganoulis (1994).....	48
Figura 10 – Representação gráfica da função marginal.....	53
Figura 11 – Discretização de uma malha pelo método de Crank-Nicholson.....	60
Figura 12 – Fluxograma do programa computacional.....	65
Figura 13 – Interações dos fenômenos de consumo e reposição do OD considerados para o cálculo do risco Fuzzy proposto no modelo.....	66
Figura 14 – Perfil da DBO ao longo do rio após lançamento de efluente com DBO=100mg/L.....	70
Figura 15 – Comportamento do déficit de OD ao longo do rio, após o lançamento da carga de DBO=100mg/L.....	71
Figura 16 – Perfil de Concentração de OD para o mesmo lançamento anterior.....	72
Figura 17 – Comportamento do risco <i>fuzzy</i> de contaminação do rio frente ao lançamento de efluente com DBO igual a 100 mg/l.....	73
Figura 18 – Comportamento da confiabilidade fuzzy para o lançamento de DBO=100mg/l.....	74

Figura 19 – Comportamento do risco <i>fuzzy</i> de contaminação das águas para o lançamento de DBO=300 mg/L.....	75
Figura 20 – Comportamento da confiabilidade <i>fuzzy</i> de contaminação das águas para o lançamento de DBO=300 mg/L.....	75
Figura 21 – Comportamento do risco <i>fuzzy</i> , ao longo do rio, para um lançamento de DBO=500 mg/l.....	76
Figura 22 – Comportamento da confiabilidade, ao longo do rio, para um lançamento de DBO=500 mg/l.....	77
Figura 23 – Comportamento do Risco para uma vazão de 5m ³ /s em lançamento de DBO=300 mg/l.....	77
Figura 24 – Comportamento da Confiabilidade do rio, para uma vazão de 5m ³ /s e um lançamento de DBO=300 mg/l.....	78
Figura 25 – Comportamento de risco no tempo de 6 horas para diferentes vazões do rio sujeito a lançamento de efluente com DBO = 300mg/l.....	79
Figura 26 – Comportamento da confiabilidade no tempo de 6 horas para diferentes vazões do rio e lançamento de efluente com DBO = 300mg/L.....	80
Figura 27 – Comportamento da DBO ao longo do rio (vazão 10m ³ /s) após lançamento na origem de efluente com DBO igual a 300mg/L.....	81
Figura 28 – Comportamento do Déficit de OD, ao longo do rio (vazão 10m ³ /s), após lançamento na origem de efluente com DBO igual a 300mg/L.....	82
Figura 29 – Perfil da concentração de OD ao longo do rio (vazão 10m ³ /s) após lançamento na origem de efluente com DBO igual a 300mg/L.....	82
Figura 30 – Perfil do risco Fuzzy de contaminação do rio frente ao lançamento de efluente com DBO igual a 300 mg/l.....	83
Figura 31 – Perfil da Confiabilidade <i>Fuzzy</i> de contaminação do rio frente ao lançamento de efluente com DBO igual a 300 mg/l.....	83
Figura 32 – Comportamento do déficit de OD para o cenário com fonte difusa de nitrogênio.....	84

Figura 33 – Comportamento do OD para uma fonte difusa de nitrogênio.....	85
Figura 34 – Perfil do risco <i>fuzzy</i> para uma fonte difusa de nitrogênio.....	85
Figura 35 – Perfil da confiabilidade para o mesmo cenário anterior.....	86
Figura 36 – Perfil do déficit de OD considerando as cargas difusas de nitrogênio, respiração e a fotossíntese.....	87
Figura 37 – Perfil do OD considerando as fontes nitrogênio, respiração e fotossíntese...	88
Figura 38 – Perfil do risco <i>fuzzy</i> para o cenário considerando as fontes nitrogênio, respiração e fotossíntese.....	89
Figura 39 – Perfil da confiabilidade do rio diante as considerações das fontes nitrogênio, respiração e fotossíntese.....	89
Figura 40 – Perfil do déficit de OD considerando todas as fontes difusas.....	90
Figura 41 – Perfil da concentração de OD considerando todas as fontes difusas.....	91
Figura 42 – Perfil do risco para o cenário considerando todas as fontes.....	91
Figura 43 – Perfil da confiabilidade ao considerar todas as 4 fontes.....	92
Figura 44 – Função marginal para o cenário em que considera todas as fontes difusas.....	92
Figura 45 – Comparativo das funções marginais para os diferentes cenários.....	93
Figura 46 – Comparativo do risco para os diferentes cenários no tempo de 6 horas.....	94
Figura 47 – Comparativo da confiabilidade para os diferentes cenários.....	95

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Parâmetros ambientais de DBO e OD para água doce contemplados nas Resoluções do CONAMA nº 357/05 e nº 430/11.....	25
Quadro 2 – Dados de entrada dos parâmetros empregados na construção do modelo do programa.....	68

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANA	Agência Nacional de Águas
CONAMA	Conselho Nacional do Meio Ambiente
DBO	Demanda Bioquímica de Oxigênio [ML^{-3}]
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
pH	Potencial Hidrogeniônico
OD	Oxigênio Dissolvido
SRA	Sociedade de Análise de Risco
TFN	Número Fuzzy triangular

LISTA DE SÍMBOLOS

dA	Elemento de área [L ²]
$\frac{dC}{dt}$	Derivada parcial da concentração em função de t [ML ⁻³ T ⁻¹]
$\frac{\partial}{\partial t}$	Operador diferencial parcial em relação a t [T ⁻¹]
k_a	Coefficiente de aeração [T ⁻¹]
k_s	Coefficiente de sedimentação [T ⁻¹]
k_d	Coefficiente de decaimento [T ⁻¹]
k_r	Coefficiente de remoção global [T ⁻¹]
D	Déficit de oxigênio [ML ⁻³]
L	Concentração da DBO ao longo do rio [ML ⁻³];
C_s	Concentração de saturação de oxigênio no rio [ML ⁻³]
C	Concentração [ML ⁻³]
S_d	Demanda de oxigênio pelo sedimento [ML ⁻³]
ks	Coefficiente de sedimentação [d ⁻¹]
F	Fotossíntese [ML ⁻³]
R	Respiração [ML ⁻³]
$k_n \cdot L^n$	Nitrificação [ML ⁻³]
q	Fluxos de massa do elemento transportado [ML ⁻² T ⁻¹]
q_{xi}	Fluxos de massa do elemento transportado na direção x [ML ⁻² T ⁻¹]
q_{yj}	Fluxos de massa do elemento transportado na direção y [ML ⁻² T ⁻¹]
q_{zk}	Fluxos de massa do elemento transportado na direção z [ML ⁻² T ⁻¹]
$d\vartheta$	Elemento de volume do volume de controle [L ³]
∇	Operador Laplaciano [L ⁻¹]
$\frac{\partial C}{\partial x}$	Operador diferencial parcial da concentração na direção x [ML ⁻¹]
$\frac{\partial C}{\partial y}$	Operador diferencial parcial da concentração na direção y [ML ⁻¹]
$\frac{\partial C}{\partial z}$	Operador diferencial parcial da concentração na direção z [ML ⁻¹]
E	Coefficiente de dispersão longitudinal [L ² T ⁻¹]

A	Área da seção transversal do rio [L^2]
v	Média das velocidades em cada seção do rio [LT^{-1}]
La	Corresponde a uma fonte difusa, ou um sumidouro qualquer, no rio [MT^{-1}]
k	Coefficiente de decaimento de primeira ordem [T^{-1}]
u	Velocidade do rio [LT^{-1}]
k_n	Taxa global das reações de nitrogênio [T^{-1}].
$\mu_{\tilde{A}}$	Função de pertinência
\in	Pertence
\tilde{A}	Representação do Conjunto Fuzzy A
\oplus	Operação matemática de adição
\otimes	Operação matemática de multiplicação
\ominus	Operação matemática de subtração
\oslash	Operação matemática de divisão
$R_f e C_f$	Funcionais dependentes de outras funções
Q	Vazão do rio [L^3T^{-1}]
i	Declividade do rio [LL^{-1}]
B	Largura do rio [L]
$Z(x, t)$	Representa as fontes e consumos de oxigênio no rio [$ML^{-3}T^{-1}$],
\tilde{M}	Função marginal de segurança [ML^{-3}]
\tilde{R}	Resistência [ML^{-3}]
\tilde{C}	Concentração do poluente na forma fuzzy [ML^{-3}]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
2	OBJETIVOS	22
2.1	Objetivo Geral	22
2.2	Objetivos Específicos.....	22
3	REFERENCIAL TEÓRICO	23
3.1	Aspectos introdutórios relacionados à gestão da qualidade da água.....	23
3.2	Modelagem da qualidade da água em rios	28
3.3	Transporte de poluentes em rio.....	31
3.3.1	<i>Princípio de Conservação de Massa</i>	32
3.3.2	<i>Lei de Fick</i>	34
3.4	Fontes difusas no rio.....	37
3.5	Teoria <i>Fuzzy</i>	39
3.6	Risco e Confiabilidade <i>Fuzzy</i>	50
4	METODOLOGIA.....	55
4.1	Modelagem da DBO e OD	55
4.2	Modelo de Transporte <i>Fuzzy</i>	57
4.3	Solução do Modelo Matemático	59
4.4	Composição das funções de pertinência	61
4.5	Programa Computacional.....	63
4.6	Descrição dos cenários simulados	66
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	69
5.1	Cenário 1 - Variação na concentração da DBO do efluente.....	69
5.2	Cenário 2 – Análise da influência da vazão do rio	77
5.3	Cenário 3 – Ausência de fonte difusa.....	80
5.4	Cenário 4 – Influência da fonte nitrogenada	84

5.5	Cenário 5 – Influência das fontes difusas: nitrificação, respiração e fotossíntese..	86
5.6	Cenário 6 – Consideração de todas as fontes	89
5.7	Análise comparativa entre os cenários	93
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	96
6.1	Conclusões	96
6.2	Recomendações	98
_____	REFERÊNCIAS	99

1 INTRODUÇÃO

A poluição dos rios em diversas partes do mundo apresenta como principal causa o lançamento de efluentes nesses corpos d'água. Este problema consiste em um grande desafio para os gestores de recursos hídricos, principalmente em países em desenvolvimento, como o Brasil. Em áreas urbanizadas e industrializadas, por apresentarem elevada demanda por água, esse problema se agrava devido aos lançamentos de efluentes serem frequentes.

Para disciplinar os lançamentos de despejos e garantir a qualidade dos corpos hídricos, foram criadas leis que versam sobre esse tema, a citar as Resoluções do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA) nº 430/11 e nº 357/05 (BRASIL, 2011; 2005), a fim de evitar a poluição dos corpos aquáticos e assegurar a disponibilidade hídrica para os usuários, com padrões de qualidade correspondente aos seus respectivos usos.

Como todo sistema natural, tem-se que a dinâmica de um rio é bastante complexa e envolve a interação entre diversos ramos da ciência, tais como hidrologia, hidráulica e transporte de massa. Deste modo, a modelagem matemática de um processo biofísico em rios não se constitui uma tarefa simples. Neste contexto, para estudo desses processos, normalmente se empregam modelos de natureza determinística, e isto exclui a possibilidade da análise de incertezas intrínsecas ao processo.

Dessa forma, existem situações nas análises de problemas de recursos hídricos, que necessitam da inclusão dessas incertezas, as quais podem estar relacionadas com os dados obtidos, com as medições dos parâmetros, com os métodos de análises e até mesmo com as aproximações das soluções. Assim, a análise de incertezas tem um papel fundamental na gestão de recursos hídricos, principalmente nas questões relacionadas com a análise de risco ambiental.

Uma importante teoria empregada para se quantificar riscos em corpos hídricos é a Teoria *Fuzzy*, que foi desenvolvida em meados de 1960, na qual se apresenta como uma alternativa promissora nos estudos de gerenciamento de recursos hídricos. Esta teoria permite a incorporação de incertezas atreladas ao sistema sem requerer um expressivo banco de dados para demonstrar sua eficácia. Entretanto, deve-se atentar que a aplicação desta teoria na modelagem matemática de qualidade de água ainda se encontra em fase de estudos, considerando que normalmente está sempre vinculada a uma equação diferencial parcial de

segunda ordem, e que, até o presente momento, não se conhece estudos mais generalizados para tratar com a natureza destas equações do ponto de vista *Fuzzy*.

A grande dificuldade com relação à aplicação da Teoria *Fuzzy* nos problemas ambientais reside no fato de que as equações diferenciais que governam os processos de transporte da massa poluente precisam ser adaptadas à teoria. Isto quer dizer que, essas equações diferenciais devem ser transformadas em novas equações diferenciais com a inserção das operações matemáticas *Fuzzy*, levando em consideração um intervalo de valores, e cada qual com seu respectivo grau de pertinência.

Este trabalho pretende desenvolver uma metodologia que aplique a Teoria do Risco *Fuzzy* em um Modelo Transiente de Transporte de Poluente, considerando uma fonte poluidora de lançamento contínuo em um rio natural, acrescida das contribuições provenientes de fontes difusas, a citar: sedimentação, nitrificação, fotossíntese e respiração; a fim de avaliar o perfil dos parâmetros da Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO), do Oxigênio Dissolvido (OD), déficit de oxigênio e realizar a análise do risco e da confiabilidade desse sistema aquático, sob diferentes cenários de lançamentos de efluentes. Em suma, tendo em vista a crescente poluição e estudos quanto à dispersão de poluentes em corpos hídricos, esta pesquisa se propõe, via modelagem matemática, a inserção de incertezas ao modelo de transporte de poluentes por meio da lógica *Fuzzy* e a conseqüente mensuração da análise de risco ambiental.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Desenvolver uma metodologia para análise do risco e da confiabilidade em um rio natural, com aplicação da Teoria *Fuzzy* em um Modelo Transiente de Transporte de Poluente, a considerar uma fonte de lançamento pontual e contínua, levando em consideração a presença de múltiplas fontes difusas (respiração, fotossíntese, nitrificação e sedimentação), sob diferentes cenários, tomando como base os perfis de concentração da DBO e do OD, ao longo do referido rio.

2.2 Objetivos Específicos

- Formular um conjunto de equações diferenciais capazes de demonstrar a interação entre os fenômenos dos processos físicos, químicos e biológicos, relacionados ao consumo e reposição do oxigênio dissolvido em um rio natural, sujeito a lançamentos de efluentes;
- Aplicar os fundamentos da Teoria *Fuzzy* neste modelo desenvolvido, de modo que concentrações da DBO e do OD possam ser determinadas na sua forma *Fuzzy*;
- Analisar o comportamento dos parâmetros DBO, OD e déficit de oxigênio mediante a variação da DBO presente na fonte poluidora e variação na vazão do rio;
- Desenvolver uma metodologia que permita o cálculo do risco e da confiabilidade para diferentes cenários do rio baseado no consumo do OD;
- Desenvolver um conjunto de rotinas computacionais que permita a realização de simulações para vários cenários propostos;
- Verificar a influência das fontes difusas na análise do risco e confiabilidade *Fuzzy* para os cenários simulados.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Aspectos introdutórios relacionados à gestão da qualidade da água

A água, recurso natural limitado e dotado de valor econômico, é considerada um bem de domínio público, cujo uso deve ser realizado de forma sistemática por meio da gestão de recursos hídricos, com agregação dos aspectos quantitativos e qualitativos, a fim de proporcionar os seus usos múltiplos (BRASIL, 1997).

O gerenciamento dos recursos hídricos atua no intuito de identificar e diagnosticar os fatores que afetam a qualidade da água, bem como antever possíveis impactos sobre o corpo hídrico. Nesse sentido, a gestão de recursos hídricos, com vista à sustentabilidade, busca implementar um conjunto de ações destinadas a regular o uso, o controle e a proteção dos recursos hídricos, em conformidade com a legislação e às normas pertinentes. O uso de ferramentas para a gestão de recursos hídricos se justifica pela importância da água tanto para a sobrevivência dos seres humanos quanto para o equilíbrio do meio ambiente (LIRA; CÂNDIDO, 2013).

Ressalta-se como ações desse gerenciamento: o uso múltiplo das águas, através do regime de outorga de direitos de uso de recursos hídricos, a fim de assegurar a disponibilidade da água de forma qualitativa e quantitativa; a racionalização do seu uso através da cobrança do mesmo e o enquadramento dos corpos de água em classes segundo seus usos. Compete à Agência Nacional de Águas (ANA), que é uma autarquia federal, vinculada ao Ministério do Meio Ambiente, a implementação da gestão dos recursos hídricos brasileiros, bem como, a definição de critérios de outorga de direitos de uso de recursos hídricos.

Quanto às concessões de outorga, em especial para os lançamentos de efluentes, conforme preceitua a Resolução ANA nº 219, de 06 de junho de 2005, considera-se a necessidade de análise dos parâmetros DBO, temperatura, nitrogênio e fósforo, sendo estes dois últimos exigidos apenas em locais sujeitos à eutrofização.

Para os casos contemplados nos termos da Resolução ANA nº 1940, de 30 de outubro de 2017, torna dispensável a outorga de direito de uso (fazendo jus a uma Declaração

de Regularidade de Usos da Água que Independem de Outorga da ANA) os lançamentos de efluentes insignificantes.

Efluentes insignificantes são aqueles em que apresentam carga máxima de DBO_{5,20} (teste padrão para se determinar a quantidade de oxigênio requerido pelos microrganismos realizado a uma temperatura constante de 20°C e durante um período de incubação também fixo, 5 dias) igual ou inferior a 1,0 kg/dia, e também, lançamento máximo de efluente igual a 216 m³/dia que apresentem temperatura superior à do corpo hídrico, porém inferior a 40°C. No anexo 1 da Resolução ANA nº 1940, de 30 de outubro de 2017, estipula para determinados rios, o lançamento máximo de DBO, os quais podem variar de 15kg/dia a 760 kg/dia, e em casos de lançamento com temperatura superior à do corpo hídrico (e inferior a 40°C) a DBO pode variar de 850 m³/dia a 47.650m³/dia.

Sabe-se que a disponibilidade hídrica é condição importante, mas não suficiente para garantir o bem-estar social, sendo este dependente de serviços essenciais para a população, tais como os serviços de abastecimento de água e de esgotamento sanitário. O abastecimento de água e o tratamento de esgotos são serviços prestados e cobrados pelas companhias de saneamento em todos os países e não devem ser confundidos com a cobrança pelo uso ou pela contaminação da água. Nesse contexto, ações de saneamento são necessárias para o estabelecimento de condições salubres, que permitam o pleno desenvolvimento humano. E assim, o saneamento ambiental apresenta interconexão à saúde pública e à gestão de recursos hídricos (MOTA; YONG, 1997; LIBÂNIO, CHERNICHARO, NASCIMENTO, 2005).

O desenvolvimento social e industrial acarreta volume significativo de efluentes (domésticos e industriais), os quais muitas vezes são descartados em corpos hídricos, com ou sem o devido tratamento. Estes efluentes compreendem uma variabilidade de compostos orgânicos e inorgânicos, a depender do processo produtivo. Uma vez que o lançamento do efluente ocorra em termos volumétricos superiores ao da capacidade depurativa do corpo receptor, observa-se que as condições físicas, químicas e biológicas das águas e de seus leitos sofrem modificação (IBAMA, 2008).

Um importante desafio relacionado com a gestão da qualidade da água é garantir o atendimento aos padrões e normas estabelecidas pelas legislações vigentes. Exemplo disso são as Resoluções do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA) nº 357, de 17 de

março de 2005, a qual trata da classificação e o enquadramento dos corpos hídricos, e a Resolução CONAMA nº 430, de 13 de maio de 2011, que versa quanto ao atendimento dos parâmetros requeridos para o lançamento de efluentes (industriais, agropecuários, comerciais, aquicultura e domésticos) em corpos hídricos, a citar a DBO e OD. Os valores de DBO e OD determinados por essas Resoluções encontram-se resumidos no Quadro 1.

Quadro 1 – Parâmetros ambientais de DBO e OD para água doce contemplados nas Resoluções do CONAMA nº 357/05 e nº 430/11.

Resolução do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA) nº 430/11		
DBO ₅	Remoção mínima de 60%.	
OD	Não aplicável.	
Resolução do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA) nº 357/05		
DBO ₅	Classe I	< 3 mgL ⁻¹
	Classe II	< 5 mgL ⁻¹
	Classe III	< 10 mgL ⁻¹
	Classe IV	-
OD	Classe I	> 6 mgL ⁻¹ O ₂
	Classe II	> 5 mgL ⁻¹ O ₂
	Classe III	> 4 mgL ⁻¹ O ₂
	Classe IV	> 2 mgL ⁻¹ O ₂

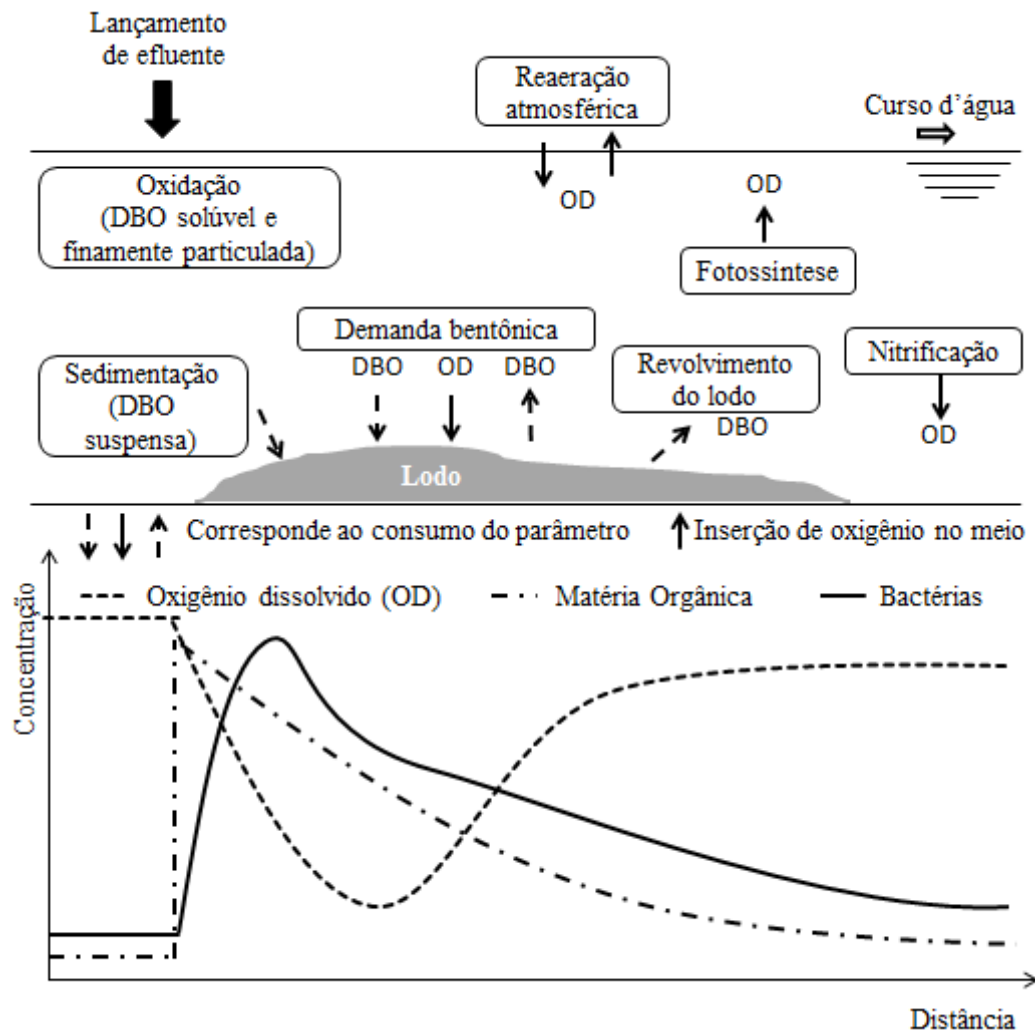
Fonte: elaborada pela autora.

Uma vez que, os padrões legais não sejam atendidos, o responsável pelo lançamento está sujeito às sanções penais e administrativas derivadas de condutas e atividades lesivas ao meio ambiente; ao passo que o corpo hídrico sofre a degradação ambiental, devido à grande heterogeneidade na composição dos efluentes, capaz de comprometer a saúde dos seres humanos, animais e vegetais integrados ao ecossistema aquático.

O descarte de efluentes em rios é considerado um procedimento clássico e bastante comum em diversas partes do mundo devido o sistema aquático conseguir assimilar e decompor a matéria orgânica presente no lançamento, através do processo de autodepuração. Este processo consiste na tentativa do corpo hídrico restabelecer as condições ambientais anteriores à poluição, alcançando o equilíbrio no meio aquático, através de mecanismos naturais capazes de converter os compostos orgânicos em compostos estáveis (gás carbônico e água). Contudo, esta capacidade de autodepuração é dependente da carga orgânica presente no efluente e das condições hidráulica e morfológica dos rios (SPERLING, 2007; ROSA, FRACETO, MOSCHINI-CARLOS, 2012). Para isso, torna-se necessário considerar os mecanismos de interação da carga poluidora ao corpo hídrico receptor e os efeitos quanto à

DBO e ao OD, ilustrados na Figura 1, pois um desequilíbrio entre os processos consumidores e repositores de OD é capaz de desencadear problemas ambientais, como eutrofização, hipoxia e poluição, requerendo, portanto, um cuidadoso gerenciamento das redes de monitoramento (DIAMANTINI *et al*, 2018).

Figura 1 – Mecanismos interagentes no balanço de oxigênio dissolvido no corpo hídrico receptor de lançamento de efluente associado ao perfil da concentração de OD, DBO e bactérias.



Fonte: adaptado de Sperling (2007).

A inserção de matéria orgânica em um corpo hídrico, por meio do lançamento de efluentes, e a sua posterior oxidação atua como o principal responsável pelo consumo de oxigênio dissolvido para a estabilização dessa carga orgânica, através de bactérias heterotróficas aeróbias. O consumo deste OD pode ser avaliado pelo parâmetro Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO) (DOBBINS, 1964). Essa definição corresponde a DBO exercida, pois se refere ao consumo de OD para estabilizar a matéria orgânica, ao passo que a

DBO remanescente, corresponde à concentração da matéria orgânica remanescente na massa líquida (SPERLING, 2007).

Em especial, dá-se o nome de demanda bentônica ou demanda de oxigênio pelo sedimento, o oxigênio requerido para a oxidação da matéria orgânica depositada na fina camada superior do lodo e no consumo de OD requerido pelos subprodutos parciais provenientes da decomposição anaeróbia do lodo. Importante ressaltar que, o aumento da vazão e da velocidade do curso d'água provoca o revolvimento da camada de lodo (DBO suspensa), representando assim uma nova fonte de demanda de oxigênio (SPERLING, 2007).

Também ocorre demanda de OD por microrganismos autótrofos quimiossintetizantes (em especial, as bactérias nitrossomonas e nitrobacter), processo denominado de demanda nitrogenada, para a transformação de espécies nitrogenadas no fenômeno chamado de nitrificação. Nele, tem-se a oxidação de amônia em nitritos e estes em nitratos, utilizando a energia obtida da oxidação do substrato inorgânico. Essas reações de oxidação consomem OD, responsável por elevar o valor da DBO.

A DBO em rios é influenciada pela proporção da população, uso da terra agrícola, pelo teor de cloretos e de fosfatos (DIAMANTINI *et al.*, 2018). Terry e Summers (2018) comentam que a matéria orgânica biodegradável, encontrada em todas as águas superficiais, é um desafio para a distribuição de água potável devido à possibilidade de formação de subprodutos na desinfecção, e sugerem que a biofiltração seja a tecnologia de tratamento eficiente para remover essa porção biodegradável de matéria orgânica no afluente.

Importante destacar que o oxigênio disponível no meio aquático para as reações de oxidação e estabilização da matéria orgânica são provenientes dos fenômenos da reaeração atmosférica, predominantemente e o da fotossíntese (KAMIYAMA, 1988; SPERLING, 2007). Bahadori e Vuthaluru (2010) comentam que um suprimento suficiente de OD é vital para a vida e que nos sistemas aquáticos, o oxigênio rege o metabolismo respiratório, mede os ciclos biogeoquímicos e é um componente integral da qualidade da água. Assim, o decréscimo da concentração do OD implica em um dos principais problemas de poluição das águas.

Sousa *et al.* (2018) reforçam que a contaminação da água é uma preocupação global, na qual se exige um melhor conhecimento químico das águas superficiais devido ao constante lançamento de substâncias orgânicas naturais e antropogênicas capaz de causar

enorme impacto no meio ambiente. Islam *et al.* (2017) destacam que o aspecto biológico destas águas também deve ser considerado, uma vez que está relacionado ao risco para a saúde, pois a população está sujeita ao consumo direto, recreação de contato primário ou consumo de vegetais irrigados.

Conforme explicam Sousa *et al.* (2018), algumas soluções primárias podem ser tomadas para evitar danos adicionais ao meio ambiente, tais como: atuar nas descargas de poluentes, controlar as principais fontes de poluição e desenvolver novas opções de tratamento de águas residuais. Contudo, segundo Li, Shigeki e Hong (2007), a simulação de qualidade da água e a previsão é a base para o planejamento e gerenciamento da qualidade da água de um rio.

3.2 Modelagem da qualidade da água em rios

De acordo com Rosa, Fraceta e Moschini-Carlos (2012), entende-se por modelo matemático a representação de um determinado fenômeno, de forma simples e abstrata, baseada na formalidade das partes integrantes ao sistema real, levando-se em consideração as relações e comportamentos entre eles. Com isso, é possível prever os efeitos de mudanças na realidade do sistema por meio da variação dos parâmetros.

Para Cox (2003), um modelo de qualidade de água parte de uma relação empírica através de um conjunto de equações de balanço de massa para um código de software complexa. Para Benedini e Tsakaris (2013), é uma ferramenta que promete enorme poder para resolver os problemas de qualidade da água e dar soluções racionais. Assim, as técnicas de modelagem são ferramentas complementares de grande importância para avaliar as decisões de gestão, que visem melhorar a saúde dos corpos aquáticos.

Os modelos matemáticos de qualidade da água surgiram no início do século XX e foram aprimorados desde então, face à preocupação com as questões relacionadas ao saneamento ambiental (OPPA, 2007). De acordo com Fleck, Tavares e Eyng (2013), a principal vantagem da modelagem matemática consiste na possibilidade de simular cenários futuros, de modo a evitar problemas com o lançamento de cargas poluentes.

O modelo matemático para qualidade de água considerado pioneiro é o modelo de Streeter-Phelps, desenvolvido em 1925 nos Estados Unidos, com o objetivo de avaliar o

comportamento do oxigênio dissolvido do Rio Ohio. É considerado um modelo simplificado do processo de autodepuração de rio poluído, pois usualmente, a concentração de oxigênio dissolvido é determinada basicamente por dois fenômenos: o consumo de oxigênio dissolvido pelos microrganismos aeróbios para a degradação da matéria orgânica presente no corpo hídrico e a inserção de oxigênio atmosférico no meio proveniente do processo de reaeração atmosférica (McCARTIN; FORRESTER JR., 2002; FAN *et al.*; 2012).

Ressalta-se que numa modelagem estendida do modelo de Streeter-Phelps para oxigênio dissolvido, consideram-se os mecanismos da demanda do sedimento, fotossíntese, respiração e nitrificação, conforme representado na Equação 1. Contudo, este modelo apresenta restrições em suas aplicações, pois em condições de anaerobiose, não é válido, pois prevê concentrações negativas de oxigênio dissolvido. Contudo, a sua principal desvantagem é que por ser um modelo determinístico, não é possível inserir as incertezas do sistema (SPERLING, 2007).

$$\frac{dc}{dt} = ka (C_s - C) - k_d \cdot L - S_d + F - R - k_n \cdot L^n \quad (1)$$

Onde:

C é a concentração de oxigênio dissolvido ao longo do rio, $[ML^{-3}]$;

ka é o coeficiente oxigenação, $[T^{-1}]$;

C_s é a concentração de saturação de oxigênio no rio, $[ML^{-3}]$;

k_d é o coeficiente de decaimento, $[T^{-1}]$;

L é a concentração de DBO ao longo do rio, $[ML^{-3}]$;

S_d representa a sedimentação, $[ML^{-3}T^{-1}]$;

F representa a fotossíntese, $[ML^{-3}T^{-1}]$;

R representa a respiração, $[ML^{-3}T^{-1}]$;

$k_n \cdot L^n$ representa a Nitrificação, $[ML^{-3}T^{-1}]$.

Azevedo *et al.* (2003) ao avaliar a utilização de sistemas de suporte como ferramenta à decisão para cessão de outorga de direitos do uso da água na gestão de recursos hídricos no Brasil, verificou que a utilização destes sistemas ainda ocorre de forma incipiente, ressaltando que esta prática ainda pode ser potencializada. Conforme Machado *et al.* (2008), a abordagem a respeito da previsão de impacto ambiental causado pela emissão de efluentes em rios ainda tem sido pouco substanciada em metodologias científicas.

Nas últimas décadas, diversos pesquisadores vêm tentando estabelecer diferentes modelos matemáticos de qualidade de água, como ferramenta de previsão, de modo que surjam perspectivas de cenários e soluções para as questões ambientais, a fim de facilitar as tomadas de decisões aos envolvidos no processo, auxiliar nas medidas corretivas apropriadas para o monitoramento da qualidade da água nos sistemas aquáticos, avaliar a extensão e os possíveis impactos causados frente a um derramamento de poluente e também que os parâmetros do modelo possam servir como valores de referência para a calibração de outras bacias hidrográficas na área ou com características climáticas similares, que não tenham dados suficientes para a calibração (SCARIOT, 2008; BAHADORI e VUTHALURU, 2010; FLECK, TAVARES, EYNG, 2013; FAN, COLLISCHONN, RIGO, 2013; FONSECA *et al.* (2014); KEUPERS e WILLEMS, 2017).

No âmbito da modelagem matemática de qualidade de água para a gestão de recursos hídricos, conforme levantamento bibliográfico realizado por Fleck, Tavares e Eyng (2013), os autores afirmam que a modelagem matemática consiste numa das mais importantes metodologias para o estudo da poluição hídrica, por ser consolidada como uma ferramenta concisa, na qual os processos químicos, físicos e biológicos podem ser incorporados nas formulações dos modelos. Entretanto, ressaltam que, a escolha do modelo matemático de qualidade da água deve atender às necessidades de toda a bacia hidrográfica e não apenas contemplar trechos isolados do curso hídrico em evidência (FLECK, TAVARES, EYNG, 2013a).

A utilização de modelos matemáticos para avaliar o lançamento e a assimilação de poluente em um corpo d'água é uma ferramenta de suma importância, em virtude da complexidade dos processos determinantes nas questões da qualidade de água (ARAÚJO, 2015). Nesse sentido, estudos computacionais vêm sendo estudados a fim de prever cenários em corpos hídricos sujeitos a lançamento de efluentes, a fim de auxiliar e subsidiar as tomadas de decisões para o gerenciamento dos recursos hídricos (LOPES, 2009; SALES, 2014).

Vrebos, Beauchard e Meire (2017) comentam que os sistemas fluviais são sistemas altamente complexos, hierárquicos e irregulares, altamente influenciados pelos ambientes da captação e por processos internos. A interação entre as características naturais da bacia hidrográfica e das atividades humanas cria um sistema na qual a variação na qualidade da água e suas fontes são difíceis de analisar e entender. É com essa preocupação

que Benedini e Tsakaris (2013) cita que o principal problema no controle e proteção da qualidade da água é apreender como um poluente está presente em uma massa de água e como sua presença pode variar no tempo e no espaço.

É nesse contexto e com essa perspectiva que o presente estudo está pautado, sendo desenvolvido a partir da combinação de um conjunto de teorias independentes, com o objetivo de verificar o comportamento do risco ou falha de um rio natural ultrapassar as condições ambientais impostas a ele, quando submetido ao lançamento de efluente.

3.3 Transporte de poluentes em rio

Modernamente, o gerenciamento de qualidade de rio baseia-se em modelos de qualidade de água do rio para simular a evolução temporal e espacial das concentrações de poluentes no corpo de água. Esses modelos são tipicamente construídos por modelos hidrodinâmicos e processos de advecção-difusão (KEUPERS e WILLEMS, 2017).

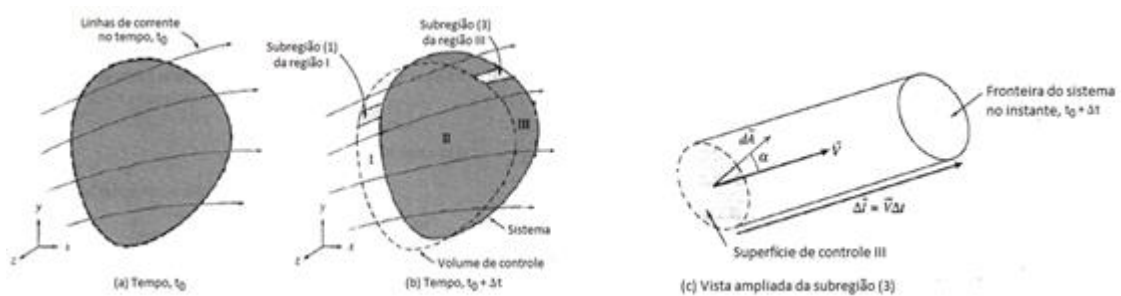
Fischer *et al.*, (2013) e Grayman *et al.*, (2001) ressaltam que a modelagem da dispersão e do transporte de poluentes é de grande importância para avaliar os riscos decorrentes de lançamentos de contaminantes nos cursos d'água. Nesses sistemas aquáticos, tem-se que o transporte e a dispersão de poluente, normalmente, são traduzidos por meio de modelo unidimensional, na forma de equação diferencial, conhecida como equação da advecção-dispersão. Esta equação é deduzida a partir de um balanço de massa, onde os fluxos são regidos pela lei de Fick (BARBOSA JÚNIOR *et al.*, 2005).

Nesse contexto, para entender o processo de transporte de poluentes, abordou-se sobre os Princípios de Transporte de Massa, na qual se baseia na Lei de Conservação de Massa e na Lei de Fick. A partir destas duas leis, é possível formular uma equação que descreva, adequadamente, o comportamento de uma nuvem poluente lançada em um ambiente aquático qualquer. Os tópicos seguintes 3.3.1 e 3.3.2 versam separadamente sobre essas duas leis.

3.3.1 Princípio de Conservação de Massa

Para melhor entendimento deste princípio, há a necessidade de recorrer ao conhecimento de um volume de controle ν limitado por uma superfície de controle S , como mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Representação do volume de controle.



Fonte: adaptado Fox (2004).

A representação \vec{q} corresponde ao fluxo de massa por unidade de área $d\bar{A}$, ou seja $\vec{q} = C\vec{V}$, na qual C corresponde a concentração da substância e $\vec{q} = q_x\hat{i} + q_y\hat{j} + q_z\hat{k}$, e que q_x , q_y e q_z correspondem as componentes do fluxo de massa nas direções x , y e z , respectivamente. Suas dimensões são $[ML^{-2}T^{-1}]$, onde M se refere a unidade de massa; L corresponde a unidade de comprimento e T unidade de tempo. Assim, o princípio da conservação da massa postula que, o balanço de fluxo de massa através de uma superfície de controle qualquer S é igual à variação de massa no interior do volume de controle ν .

Do ponto de vista matemático, o fluxo de massa através da superfície de controle é definido pela Equação 2 ao passo que a acumulação de massa é definida pela Equação 3.

$$\text{Fluxo total de massa} = \oint_{S,c} \vec{q} \cdot d\vec{A} \quad (2)$$

Onde \vec{q} é o fluxo de massa por unidade de área e $d\vec{A}$ é um elemento de área da superfície de controle, conforme mostrado na Figura 2, tem-se que,

$$\text{Acumulação de massa} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\nu,c} C \, d\vartheta \quad (3)$$

Onde,

\vec{q} corresponde ao fluxo de massa, $[\text{ML}^{-2}\text{T}^{-1}]$;

C é a concentração da substância que se quer avaliar, $[\text{ML}^{-3}]$;

e $d\vartheta$ é um elemento de volume do volume de controle, $[\text{L}^3]$.

Com isso, o Princípio de Conservação de Massa pode ser formulado, como segue na Equação 4, a qual corresponde a forma integral do princípio de conservação de massa.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c} C d\vartheta + \oiint_{s.c} \vec{q} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (4)$$

Com o uso do Teorema de Análise Vetorial, através do Teorema da Divergência (Teorema de Gauss), esta equação pode ser transformada para a forma diferencial. Por exemplo, o Teorema da Divergência diz: “O Fluxo total de massa através de uma superfície de controle é igual à divergência deste fluxo no volume de controle”. Assim, tem-se que:

$$\oiint \vec{q} \cdot d\vec{A} = \iiint (\vec{\nabla} \cdot \vec{q}) d\vartheta \quad (5)$$

Onde ∇ (“nabla”) é um operador diferencial vetorial definido por:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \quad (6)$$

Substituindo a equação 5 em 4, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c} C d\vartheta + \iiint_{v.c} (\vec{\nabla} \cdot \vec{q}) d\vartheta = 0 \quad (7)$$

Sabendo que a soma das integrais é igual a integral das somas, temos que a Equação 7 pode ser escrita na forma

$$\iiint_{v.c} \left[\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{q}) \right] d\vartheta = 0 \quad (8)$$

Para que a equação 8 seja igual a zero, é necessário que,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{q} = 0 \quad (9)$$

Assim, a equação 9 corresponde a equação diferencial do Princípio de Conservação de Massa.

3.3.2 Lei de Fick

Os processos de transporte de poluentes têm como base fundamental a combinação da Primeira lei de Fick, com a teoria da conservação das massas (FISHER, 1979). A Primeira lei de Fick enuncia que: o fluxo de massa de uma substância por unidade de área, entre dois pontos de um domínio qualquer é igual ao fluxo de massa advectivo acrescido do fluxo de massa difusivo. Quando a concentração do meio é assumida constante e sem reação química, matematicamente, esta lei pode ser formulada pela seguinte expressão,

$$\vec{q} = \vec{V}C - D\vec{\nabla}C \quad (10)$$

Onde,

\vec{q} corresponde ao fluxo de massa da substância em estudo [$ML^{-2}T^{-1}$];

\vec{V} representa o campo de velocidade do meio fluido definido por:

$$\vec{V}(x,y,z,t) = u(x,y,z,t)i + v(x,y,z,t)j + w(x,y,z,t)k; \quad [LT^{-1}]$$

u, v e w são as componentes de \vec{V} nas direções x, y e z, respectivamente;

C é o campo de concentração da substância diluída em estudo [ML^{-3}];

D é o coeficiente de difusão molecular [L^2T^{-1}];

$\vec{\nabla}$ é o operador diferencial vetorial [L^{-1}].

Combinando a equação 10 com a equação 9, tem-se:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [\vec{V}C - D\vec{\nabla}C] = 0 \quad (11)$$

Ou ainda, pode-se admitir a seguinte expressão:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V}C) - \vec{\nabla} \cdot (D\vec{\nabla}C) = 0 \quad (12)$$

Considerando que para líquidos incompressíveis, a divergência de fluxo ($\vec{V} \cdot \vec{\nabla}$) é igual a zero, tem-se que a Equação 11, pode ser escrita na seguinte forma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}C = D\nabla^2C \quad (13)$$

A equação 12 é conhecida como Equação de Difusão Advectiva tridimensional, pois o fluxo das partículas pode seguir em qualquer direção. A aplicação desta equação nos processos de transporte de poluentes permite que se estude o comportamento do campo de concentração em todos os pontos do domínio e para diferentes tempos de observações. Esta equação pode ser formulada em coordenadas retangulares, na seguinte forma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = D \left[\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right] \quad (14)$$

Se o comportamento da substância considerada for do tipo não conservativo, deve-se acrescentar o termo de decaimento (k) à equação 14, que neste estudo será considerada de primeira ordem.

Outra observação que deve ser feita é que para o caso de transporte de poluente em rio, é prudente aproximar a velocidade (u) e a concentração (C) em um valor médio para cada trecho do rio, o qual implica fazer os parâmetros u e C se tornarem funções dependentes do comprimento (sentido longitudinal do rio (coordenada x)) e do tempo (t), e assim, em cursos d'água, o coeficiente de difusão (D) passa a ser chamado de coeficiente de dispersão longitudinal (E) (BARBOSA *et.al.*, 2005). Nesse sentido, a equação 14 pode ser reavaliada de acordo com James (1993), a fim de considerar apenas a dispersão na direção longitudinal, onde a velocidade longitudinal é considerada a média na seção e admitindo que a área é constante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(E \cdot A \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \right) - k_1 C - L_a \quad (15)$$

Onde:

\bar{v} corresponde a média das velocidades em cada seção do rio [LT^{-1}];

C é o campo de concentração do parâmetro em estudo [ML^{-3}];

A é a área da seção transversal do rio [L^2];

k_1 é o coeficiente de decaimento de primeira ordem [T^{-1}];

L_a corresponde a uma fonte difusa, ou um sumidouro qualquer, ao longo do rio [MT^{-1}];

E corresponde ao coeficiente de Dispersão Longitudinal [L^2T^{-1}].

De acordo com Chapra (1997), o coeficiente de dispersão E reflete o vigor dos processos de mistura, sendo importante a sua real quantificação para traduzir bem o transporte mássico no sistema. A fim de promover maior caráter realístico ao sistema, foi que Perucca, Camporeale e Ridolf (2009) realizaram estudos que avaliam os efeitos de vegetação ripária sobre o coeficiente de dispersão, no qual verificaram que a sua estimativa em rios vegetativos pode ser afetada significativamente, sendo assim, indispensável.

Outra pesquisa de significativa relevância foi a realizada por Machado *et al.* (2008) onde apresentou um modelo inédito fluidodinâmico computacional tridimensional para simular a dispersão de substâncias solúveis em rios. Seus resultados foram exitosos ao verificar que os resultados fornecidos pelo modelo representaram satisfatoriamente o comportamento do sistema, uma vez que se aproximaram dos valores obtidos experimentalmente.

Vidal, Chagas e Sousa (2015) em seus estudos quanto à dispersão de poluentes, desenvolveram uma metodologia baseada no transporte de massa baseado na equação de difusão advectiva, para avaliar os campos de concentração de substância poluente sob a influência de parâmetros como declividades do fundo do canal e coeficiente de rugosidade no comportamento deste campo. Os autores verificaram que a celeridade de propagação da nuvem poluente é bastante influenciada pelas características hidráulicas, de forma que para apresentar maior celeridade na dissipação da nuvem requer-se menor coeficiente de rugosidade ao passo que a concentração tende a aumentar com o aumento da declividade.

Outros trabalhos tem sido desenvolvidos no âmbito do transporte de poluentes, tais como o Kachiashvili *et al.* (2007) em que apresentam modelos uni, di e tridimensionais em termos de equações diferenciais de convecção-difusão-reação dependentes do tempo utilizando a aproximação de diferenças finitas; o de Deng e Jung (2009) que estudaram a equação de advecção com inserção de termo transiente caracterizado pelo tempo de residência; e ressaltou o de Poletti (2009) que modelou matematicamente o comportamento evolutivo dispersivo de poluente de superfície no reservatório de Salto Grande.

Para esta pesquisa, empregou-se a Equação Diferencial Parcial de Difusão-Advecção com parâmetros *Fuzzy*, reunindo aspectos determinísticos e a Lógica *Fuzzy*, de modo a incorporar características relevantes de dispersão efetiva do poluente, seu transporte e degradação. Com isso, foi possível visualizar mudanças gradativas com alterações da

velocidade do vento, do tipo de ambiente e da quantidade de matéria impactante, possibilitando uma melhor leitura dos coeficientes de transporte, de degradação e de difusão.

3.4 Fontes difusas no rio

Muitas vezes as cargas difusas não são incluídas nos modelos matemáticos por uma questão de simplicidade de cálculo, tornando esta modelagem menos realista. Para esta pesquisa, considerou-se no modelo de transporte, algumas fontes de consumo e reposição do oxigênio dissolvido, além da reaeração. A inclusão dessas fontes completa o modelo final proposto neste trabalho. Assim, segue abaixo algumas considerações das fontes difusas inseridas no modelo:

a) Consumo de OD pelo nitrogênio

Neste trabalho, não serão tratados os detalhes físico-químicos das reações do nitrogênio. Apenas apresenta-se uma formulação que sintetise todo o processo. Esta formulação é proposta por Thomann (1987) e tem a seguinte expressão:

$$\frac{dC}{dx} = - \frac{K_n}{u} L^n \quad (16)$$

Em que,

C é a concentração do oxigênio ao longo do corpo hídrico

L^n é a demanda bioquímica de oxigênio pelas reações globais do nitrogênio [ML^{-3}];

u é a velocidade do rio [LT^{-1}];

K_n é a taxa global das reações de nitrogênio e pode variar de 0,1 a $0,5d^{-1}$ a $20^\circ C$ [T^{-1}].

b) Fotossíntese e respiração

A presença de algas e plantas aquáticas no corpo hídrico pode exercer certa influência no balanço hídrico do OD, ao longo do dia. A fotossíntese F pode ser representativa em alguns trechos dos rios, e em condições de presença de nutrientes, têm-se condições favoráveis ao crescimento algal (SPERLING, 2007). Por outro lado, é importante frisar que os seres clorofilados, além de praticarem a fotossíntese, também realizam a respiração (R) durante as 24 horas. O saldo entre a fotossíntese e a respiração pode ser determinado por meio

de várias técnicas respirométricas, gráficas, entre outras. Uma técnica bastante simples e antiga é a dos frascos claros e escuros, na qual nos frascos escuros ocorre apenas a respiração enquanto que nos claros ocorre a fotossíntese e a respiração. Por diferença, é possível determinar o balanço de oxigênio dissolvido nestes processos combinados.

Do ponto de vista matemático, tem-se que:

$$u \frac{dC}{dx} = F - R \quad (17)$$

Em que:

F corresponde a taxa de produção de OD pela fotossíntese [$\text{ML}^{-3}\text{T}^{-1}$];

R é a taxa de consumo de OD pela respiração [$\text{ML}^{-3}\text{T}^{-1}$].

c) *Demanda do Oxigênio pelo sedimento*

Segundo Von Sperling (2007), a matéria em suspensão presente nas águas residuárias pode vir a sedimentar em determinados trechos do curso d'água, formando uma camada de lodo no fundo. Esses depósitos de lodo são constituídos por uma biota específica, além de matéria orgânica e produtos minerais sedimentados. Normalmente, esses depósitos apresentam uma camada superficial aeróbia, de espessura não superior a alguns milímetros, e uma camada inferior, anaeróbia.

O lodo de fundo no processo de conversão da matéria orgânica é responsável por uma liberação de DBO e consequente consumo de OD, gerando a demanda bentônica (também conhecida como demanda de oxigênio pelo sedimento). Do ponto de vista matemático, sua formulação tem a seguinte expressão:

$$u \frac{dC}{dx} = -S_d \quad (18)$$

Onde:

S_d corresponde a demanda de oxigênio pela ressuspensão do lodo [$\text{ML}^{-3}\text{T}^{-1}$].

3.5 Teoria *Fuzzy*

O emprego de modelos matemáticos para estudar qualquer processo físico, muitas vezes está sujeito a ter que gerenciar um conjunto de incertezas inerentes a diferentes elementos existentes no processo de modelagem. Tais incertezas podem ser distinguidas em duas importantes categorias: as incertezas aleatórias, que estão associadas à variabilidade natural, e as incertezas epistêmicas, que são aquelas induzidas pelo homem, sendo provenientes dos dados de entrada, da modelagem e das aplicações tecnológicas. Nesse contexto, a modelagem determinística por requerer nítidos valores de parâmetros físicos e dados de entrada, não é apropriada para suportar dados imprecisos e propagar incertezas. Por outro lado, a modelagem estocástica e a modelagem *Fuzzy* demonstram serem metodologias adequadas para quantificar incertezas (GANOULIS *et al.*, 1994).

Assim, de acordo com Li *et al.*, (2007) e Chandra *et al.*, (2009), para a formulação de um modelo de qualidade de água, várias incertezas devem ser consideradas, tais como: a natureza aleatória das condições hidrodinâmicas e processos meteorológicos, a variabilidade do fluxo de transporte de poluentes, o tempo de transmissão, os processos físico-químicos, as interações dinâmicas entre cargas de poluentes e corpos de água receptores, disponibilidade da água e esgoto tratado.

Na modelagem estocástica todos, os dados de entrada que alimentam o modelo, são apresentados em forma de distribuição de probabilidades. Assim, esta metodologia exige um banco de dados consistente e disponível para seu uso, podendo atribuir ao modelo erros provenientes dos métodos de mensuração, da imprecisão dos instrumentos e do número limitado de amostras. Para contornar esses inconvenientes, algumas vezes os pesquisadores lançam mão da modelagem estocástica.

Nesse contexto, em 1965, Lofti A. Zadeh apresentou a Teoria dos Conjuntos Difusos, ou Teoria *Fuzzy*, como um modelo matemático usado para caracterizar e quantificar incertezas em dados e relações funcionais inerentes ao modelo matemático. De acordo com este autor, esta teoria é suficientemente útil quando o número de dados não é suficiente para caracterizar incertezas, mediante parâmetros estatísticos de medidas. Klir e Yuan (1995) reforçam ao dizer que os números *fuzzy* são utilizados quando se pretende calcular quantidades imprecisas.

Segundo Zadeh (1965), esta teoria foi desenvolvida ao trabalhar com problemas de classificações de conjuntos que não possuíam fronteiras bem definidas, cuja transição entre os conjuntos era suave e não abrupta. Exemplos disso ocorrem quando nos deparamos com situações em que as opções de respostas do tipo “Falso ou Verdadeiro”, “Sim ou Não”, “Pertence ou Não pertence” não são suficientes para tais casos. Dessa forma, tende a se admitir então um conceito de verdade parcial, que se intercala entre a resposta completamente verdadeira e completamente falsa.

Diferente da teoria clássica, na qual um elemento pertence ou não a um dado conjunto, tem-se que na Teoria *Fuzzy*, um elemento pode pertencer a um dado conjunto, sendo atribuído a ele um certo grau de representatividade (entre 0 e 1), denominado de grau de pertinência. Assim, o que Zadeh propôs foi considerar um grau de pertinência (compatibilidade em certo grau) aos diversos números integrantes de um dado subconjunto *Fuzzy* (ZADEH, 1965; PEDRYCZ e GOMIDE, 1998; BARROS e BASSANEZI, 2006).

Kaufmann

e Gupta (1988) complementam dizendo que um número *fuzzy* é um dado subjetivo, e não equivale a uma variável aleatória, é uma estimativa, e não uma medida.

A Teoria *Fuzzy* se baseia no emprego de funções de pertinência as quais seriam equivalentes às funções de densidade de probabilidade na Teoria Estocástica na avaliação das incertezas em problemas de engenharia. Assim, a teoria em estudo está centrada na obtenção da função de pertinência ($\mu_{\tilde{A}(x)}$), a qual representa numericamente o grau com que um elemento pertence a um dado conjunto. Cavalcante *et al.* (2012) esclarece que o grau de associação não é probabilidade, mas uma medida da compatibilidade do objeto com o conceito representado pelo conjunto *Fuzzy*.

Com isso, a Teoria *Fuzzy* permite que se faça uma análise de um processo físico qualquer, a partir de um pequeno banco de dados, atrelando uma representatividade do número (ou uma dada característica expressa numericamente) de um referido sistema. Esta teoria está longamente aplicada nos dias presentes, nas mais variadas áreas de conhecimento, tais como: biomedicina (ORTEGA, 2001), controle de geração de energias alternativas (CANEPPELE; SERAPHIM, 2010), educação (MALVEZZI, MOURÃO, BRESSAN, 2010), na detecção de falhas, isolamento e supervisão de processos técnicos (FRANK, 1994). Como cita Yu, Chu e Wang (2017), as áreas da Ciência da Computação e Engenharia são os campos

de estudos mais populares, ao passo que nos últimos anos, esta teoria tem ganhado espaço nas áreas de Ciências Sociais, Matemática, Biologia e Economia.

Em especial, a teoria *Fuzzy* se destaca em sistemas ecológicos, por atuar como metodologia alternativa capaz de englobar a imprecisão nos dados e quantificar o risco e a confiabilidade desses sistemas (GANOULIS et al., 1995; MASSAD et al., 2004).

Do ponto de vista matemático, um conjunto *Fuzzy* pode ser definido como segue. Seja $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ um conjunto qualquer de números. Um conjunto \tilde{A} é chamado conjunto *Fuzzy* quando satisfaz a seguinte definição:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) : x \in X; \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]\} \quad (19)$$

Onde:

$\mu_{\tilde{A}}(x)$ é conhecida como a função pertinência de cada elemento x no conjunto \tilde{A} atribuindo valores de 0 a 1.

Com base na Teoria *Fuzzy*, pode-se dizer que as operações de conjuntos diferem das relações aprendidas na Teoria Clássica dos conjuntos. Por exemplo, a união e a interseção entre dois conjuntos \tilde{A} e \tilde{B} , bem como o complemento de \tilde{A} , são definidas como segue.

- $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subseteq X \quad \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x));$
- $\forall \tilde{A}, \tilde{B} \subseteq X \quad \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x));$
- $\forall \tilde{A} \subseteq X \quad \mu_{\tilde{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x).$

Onde \tilde{A}^c é o complemento de \tilde{A} .

Define-se corte de nível h de um conjunto difuso, ao subconjunto difuso definido por:

$$\tilde{A}(h) = \{x; (\mu_{\tilde{A}}(x) \geq h) : x \in X; h \in [0,1]\} \quad (20)$$

Onde h representa o grau de pertinência ao intervalo $[0,1]$.

Um conjunto *Fuzzy* num universo X , definido por Zadeh, do ponto de vista matemático está definido como sendo:

$$\tilde{X} = \{(x, \mu_{\tilde{X}}) \mid x \in X, \mu_{\tilde{X}}(x) \in [0,1]\} \quad (21)$$

Segue algumas definições importantes para a compreensão da Teoria Fuzzy:

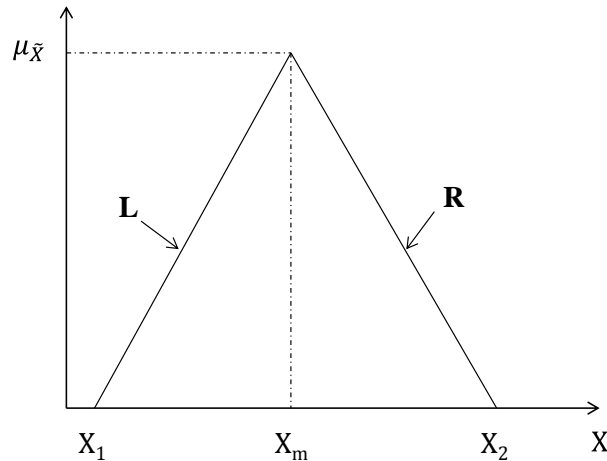
- Representação L – R de um número Fuzzy

Uma função de pertinência de um número Fuzzy pode ser descrito matematicamente por meio de duas funções: L e R. Matematicamente, essas funções podem ser definidas como segue:

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{X_m - X}{X_1}\right) & X \leq X_m ; X_1 > 0 \\ R\left(\frac{X - X_m}{X_2}\right) & X > X_m ; X_2 > 0 \end{cases} \quad (22)$$

Onde X_1 e X_2 são os números Fuzzy com menor grau de pertinência, enquanto que X_m é o menor número Fuzzy que apresenta maior grau de pertinência. Assim, um número difuso pode ser caracterizado por três números reais: 2 desses números apresentam grau de pertinência igual a zero, enquanto que apenas 1 número apresenta o maior grau de pertinência (igual a 1). Esta definição consiste na representação mais simples de um número *Fuzzy* – a representação triangular - como mostrada na Figura 3. Assim, um número *Fuzzy* é considerado normal, convexo, podendo ser caracterizado por esses três pontos e a curva definida por um par de funções, uma à esquerda e uma à direita, uma vez que a simetria esquerda-direita não é uma condição necessária.

Figura 3– Representação de um Número Fuzzy triangular (TFN).



Fonte: adaptado de Ganoulis (1994).

E assim, $\tilde{X} = (x_1, x_m, x_3)$ caracteriza completamente um número Fuzzy triangular (TFN).

Vale ressaltar que existem outras formas de representação das funções de pertinência de um número Fuzzy além da função triangular, sendo esta considerada a mais clássica. Cita-se como outros exemplos a função trapezoidal, Gaussiana e sino generalizada. Dentre esses formatos, Galvão e Valença (1999) comentam que as formas gráficas mais comuns de se representar um conjunto difuso são a triangular e trapezoidal.

- Suporte de um número Fuzzy - $S(\tilde{X})$

Define-se suporte de um número Fuzzy \tilde{X} como sendo o conjunto ordinário, representado pela Equação 23, na qual contém todos os elementos que pertencem à \tilde{X} com grau de pertinência diferente de zero.

$$S(\tilde{X}) = \{x \mid \mu_{\tilde{X}}(x) > 0\} \quad (23)$$

- Princípio de Extensão

O Princípio da Extensão é o método de computar funções de pertinência de conjuntos Fuzzy nas quais são funções de outro conjunto Fuzzy. A partir desse princípio, torna-se possível realizar operações de ponto a ponto em conjuntos Fuzzy, conforme descrito abaixo (JAFELICE *et al.*, 2005):

Sejam x e y dois conjuntos ordinários e f uma função que relaciona x com y do tipo:

$$f = x \rightarrow y \quad \forall x \in X, y = f(x), y \in Y \quad (24)$$

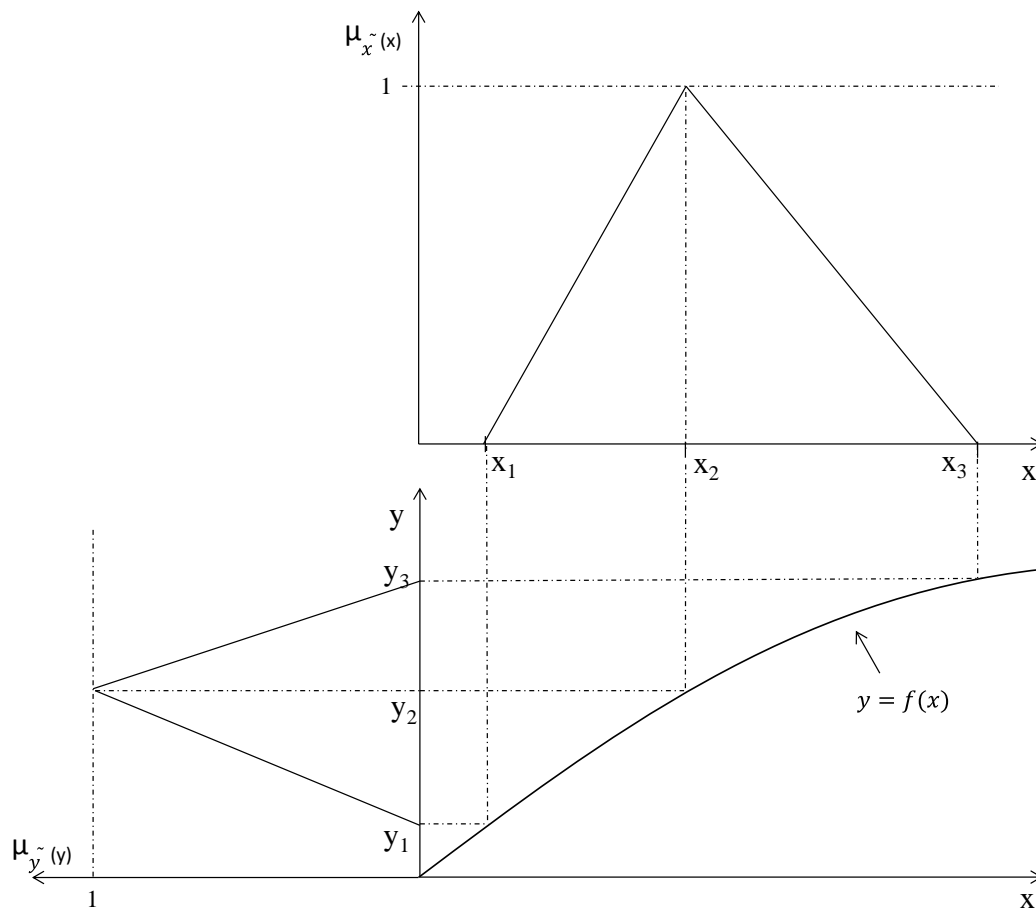
É importante notar que f é uma função determinística, mas que pode ser estendida para um conjunto *Fuzzy*, transformando, assim, num modelo *Fuzzy*. Esta operação pode ser obtida como segue:

Seja \tilde{X} um conjunto *Fuzzy* em X com função de pertinência $\mu_{\tilde{X}}(x)$. A imagem de \tilde{X} em y é também um conjunto *Fuzzy* \tilde{Y} com função de pertinência dada pelo princípio da extensão como segue:

$$\mu_{\tilde{Y}}(y) = \begin{cases} \sup\{\mu_{\tilde{X}}(x) : y = f(x), x \in X; y \in Y\} \\ 0, \text{ para qualquer outra situação.} \end{cases}$$

A Figura 4 ilustra graficamente o princípio da extensão.

Figura 4 – Representação gráfica do princípio da extensão.



Fonte: adaptado de Ganoulis (1994).

- Operações matemáticas com números Fuzzy

As operações matemáticas em números *fuzzy* podem ser realizadas considerando seus intervalos de níveis de corte (h) seguida das operações correspondentes realizadas em intervalos de números reais. Assim, a adição e a subtração de dois números *Fuzzy* são realizadas com base nas operações de intervalos.

Define-se a soma de dois números Fuzzy \tilde{A} e \tilde{B} , como sendo $\tilde{C} = \tilde{A} \oplus \tilde{B}$, tal como segue:

Sejam \tilde{A} e \tilde{B} conjuntos de números *Fuzzy* triangulares com nível de corte h , definidos pela seguinte relação: $\tilde{A} = [a_1(h), a_2(h), a_3(h)]$ e $\tilde{B} = [b_1(h), b_2(h), b_3(h)]$, define-se a operação de adição de dois números *Fuzzy* como sendo:

$$\bar{C}(h) = \bar{A}(h) \oplus \bar{B}(h) = [a_1(h) + b_1(h), a_2(h) + b_2(h), a_3(h) + b_3(h)] \quad (25)$$

Assim, temos que,

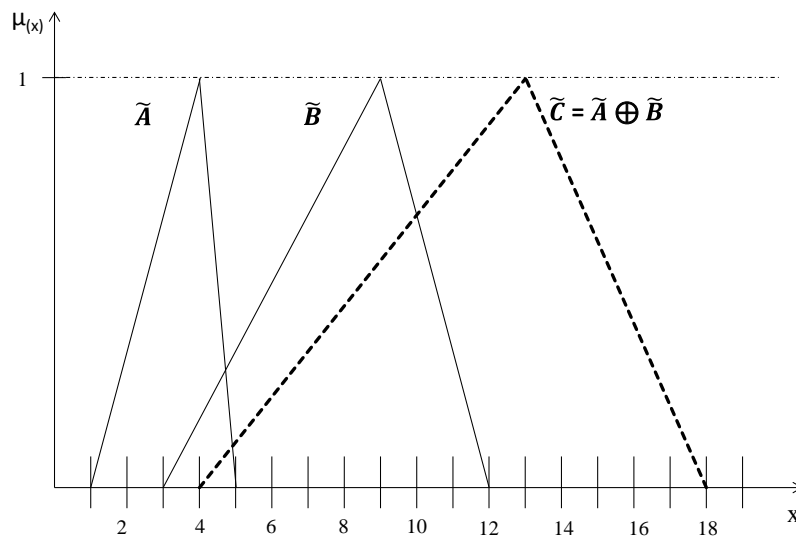
$$\bar{C} = \bar{A}(h) \oplus \bar{B}(h) = [c_1(h), c_2(h), c_3(h)] \quad (26)$$

Para o caso de números *Fuzzy* triangulares, a soma dos conjuntos pode ser simplificada da seguinte forma:

$$\tilde{C} = \tilde{A} \oplus \tilde{B} = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3] = [c_1, c_2, c_3] \quad (27)$$

Graficamente, esta operação de adição pode ser demonstrada pela Figura 5.

Figura 5 – Representação gráfica da adição de dois números Fuzzy triangulares.



Fonte: adaptado de Ganoulis (1994).

Em relação à operação matemática subtração, partindo da consideração dos seguintes números *Fuzzy* \tilde{A} e o oposto do número *Fuzzy* \tilde{B} (\tilde{B}^-), com nível de corte h , tem-se:

$$\tilde{A} = [a_1(h), a_2(h), a_3(h)] \text{ e } \tilde{B}^- = [-b_1(h), -b_2(h), -b_3(h)]$$

A diferença entre tais conjuntos é definida por:

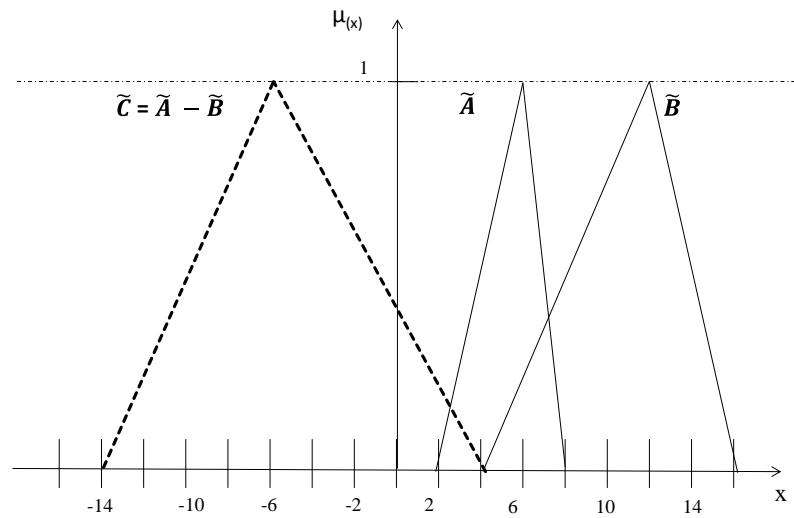
$$\tilde{C} = \tilde{A}(h) \ominus \tilde{B}(h) = [\tilde{A}(h) \oplus \tilde{B}^- = a_1(h) - b_3(h), a_2(h) - b_2(h), a_3(h) - b_1(h)] \quad (28)$$

Considerando como números *Fuzzys* triangulares, a equação 28 pode ser simplificada para:

$$\tilde{C} = \tilde{A} \ominus \tilde{B} = [a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1] = [c_1, c_2, c_3] \quad (29)$$

Graficamente, esta operação pode ser representada como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Representação gráfica da subtração de dois números *Fuzzy* triangulares.



Fonte: adaptado de Ganoulis (1994).

Quanto à operação da multiplicação, seja definido o produto de dois números *Fuzzy* \tilde{A} e \tilde{B} como sendo,

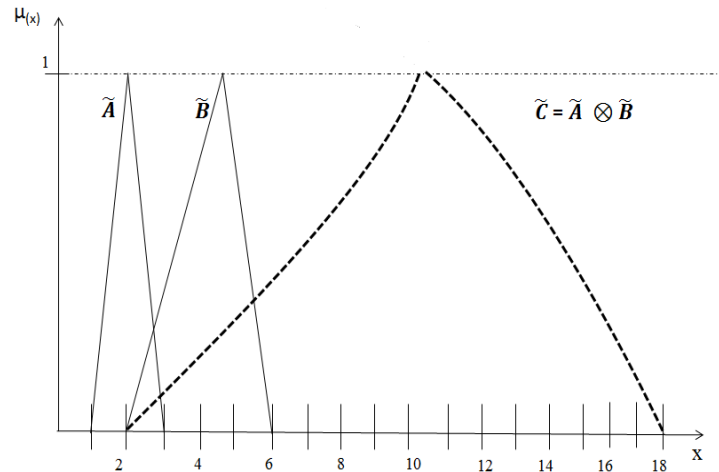
$$\tilde{C} = \tilde{A} \otimes \tilde{B} \quad (30)$$

E considerando um nível de corte h , tem-se que:

$$\tilde{C} = \tilde{A}(h) \otimes \tilde{B}(h) = [a_1(h) \cdot b_1(h), a_2(h) \cdot b_2(h)] = [c_1(h), c_2(h)] \quad (31)$$

A representação gráfica da multiplicação de dois números *fuzzys* triangulares (TFN) está mostrada na Figura 7. A partir dela, observa-se que o produto de dois TFN não necessariamente gera outro TFN.

Figura 7 – Representação gráfica da multiplicação de dois números Fuzzy triangulares.



Fonte: adaptado de Ganoulis (1994).

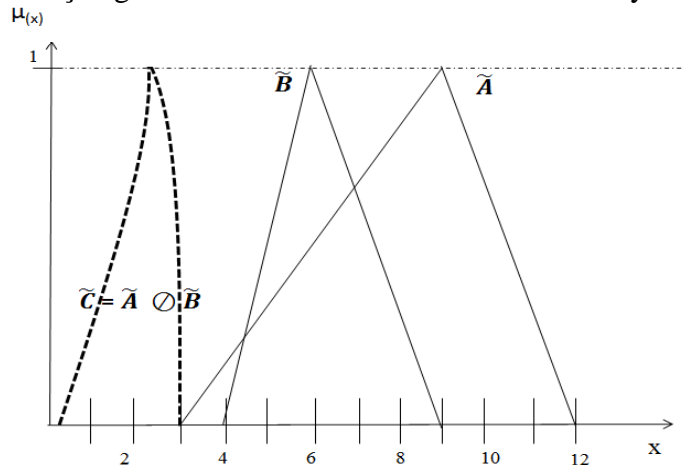
A operação da divisão entre os intervalos de números Fuzzy com nível de corte h , requer o inverso do número Fuzzy \tilde{B} , como mostrada na equação abaixo:

$$\bar{B}^{-1}(h) = \left[\frac{1}{b_2(h)}, \frac{1}{b_1(h)} \right] \quad (32)$$

$$\bar{C}(h) = \frac{\bar{A}(h)}{\bar{B}(h)} = \bar{A}(h) \otimes \bar{B}^{-1}(h) = \left[\frac{a_1(h)}{b_2(h)}, \frac{a_2(h)}{b_1(h)} \right] = [c_1(h), c_2(h)] \quad (33)$$

A Figura 8 demonstra graficamente a divisão entre números Fuzzy triangulares.

Figura 8 – Representação gráfica da divisão de dois números Fuzzy triangulares.

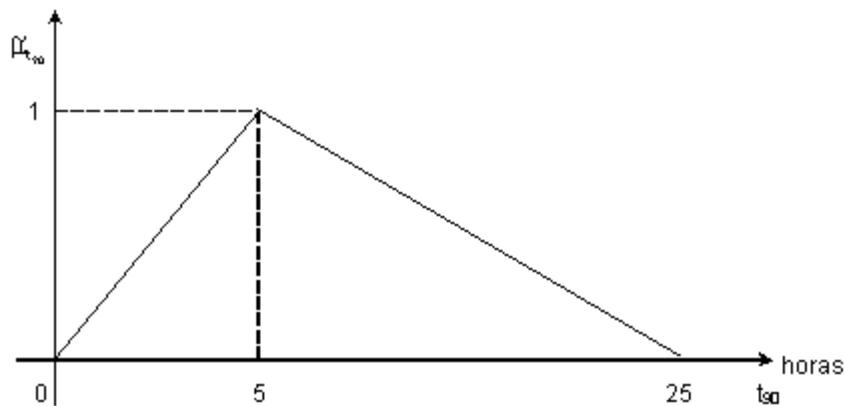


Fonte: adaptado de Ganoulis (1994).

Essas operações atreladas ao Princípio da Extensão são significativas para o desenvolvimento de modelagem *Fuzzy* aplicada aos princípios de transporte de massa, especialmente para o estudo ambiental. Desta forma, estas operações serão usadas no desenvolvimento da metodologia e no programa computacional da presente pesquisa.

Para exemplificar o uso desta teoria, Ganoulis (1994) utiliza o parâmetro T_{90} para estudos cinéticos em bactérias, o qual corresponde ao tempo requerido para a redução de 90% das bactérias. O autor faz uma análise simples sobre este parâmetro e conclui que zero hora e 25 horas podem ser considerados como limites mínimos e máximos para o T_{90} para qualquer conjunto de bactérias e em qualquer situação. Por outro lado, o autor coloca que 5 horas é um tempo razoável de T_{90} para um grande número de grupos de bactérias. Assim, é possível construir um gráfico como o da Figura 9, levando em consideração o grau de pertinência aplicado na Teoria *Fuzzy*.

Figura 9 – Função triangular de pertinência para o T_{90} segundo Ganoulis (1994).



Fonte: Ganoulis (1994).

De acordo com a figura acima, que representa uma função de pertinência, na forma triangular, para o parâmetro T_{90} ; tem-se que no universo do conjunto de bactérias, o conjunto numérico definido pelo intervalo $[0, 25]$ está relacionado com a função de pertinência $\mu_{T_{90}}(T_{90})$ através de diferentes graus de pertinência. Assim, os extremos desse intervalo (0 e 25) apresentam grau de pertinência igual a zero, enquanto que o tempo de 5 horas, apresenta grau de pertinência máxima, ou seja igual a 1.

A representação triangular também foi empregada por Li (2007) ao “*fuzzificar*” os parâmetros do modelo de qualidade da água. Para isso, em sua pesquisa, empregou os parâmetros do modelo de qualidade da água do rio como sendo números *Fuzzy* triangulares simétricos, os quais foram convertidos em valores de intervalo correspondente ao nível de

confiança especificado. Assim, pode-se estabelecer um modelo de simulação difusa, levando em consideração os impactos derivados da imprecisão dos dados. Seus resultados demonstraram que é viável e confiável usar números *Fuzzy* para simular a qualidade da água do rio.

Cita-se como exemplos de pesquisas que empregam a Teoria Fuzzy na temática da qualidade da água, o trabalho desenvolvido por Garcia (2012) para estudo do nível de eutrofização de um reservatório; Icaga (2007), Lermontov et al. (2009) e Pereira, Ocazionez e Tomaz (2011) na proposição de um novo índice da qualidade da água (IQA), Vidal (2016) na modelagem de sistema DBO/OD em reservatório com estratificação térmica, dentre outros.

3.6 Risco e Confiabilidade Fuzzy

O entendimento da palavra risco tem importância crescente em nossa sociedade devido permear em diferentes aspectos, áreas e conceitos. Dentre os variados tipos de risco, têm-se os riscos associados à saúde (CASTIEL, GUILAM, FERREIRA, 2010), o risco financeiro (MENDES, 2016), o risco operacional (TRAPP e CORRAR, 2005) e, em especial, o risco ambiental (SOUSA e ZANELLA, 2009).

A Sociedade de Análise de Risco (SRA, 2003) estabelece algumas considerações sobre o risco, tais como:

- Corresponde a possibilidade de uma ocorrência infeliz ou a potencialidade para a realização de consequências indesejadas e negativas de um evento;
- São as consequências da atividade e incertezas associadas a ela;
- Refere-se ao desvio de um valor de referência e suas incertezas.

Assim, define-se o risco como sendo o potencial para a realização de efeitos indesejados e suas consequências adversas para a vida humana, a saúde, a propriedade ou o meio ambiente; na qual a estimativa do risco geralmente se baseia no valor esperado da probabilidade da ocorrência do evento vezes a consequência do evento ocorrido (SRA, 2003). Em resumo, o risco corresponde à combinação da probabilidade de ocorrência de efeito não desejado (perigo) associada às consequências desse evento (FJELD, EISEBERG, COMPTON, 2006).

Para a Sociedade de Análise de Risco (SRA) a análise de risco tem uma compreensão mais ampla por incluir a avaliação de risco, a caracterização, comunicação, gerenciamento e a política deste risco, no contexto de riscos de interesse individual, público, organizacional e social (a nível local, regional, nacional ou global). Assim, a avaliação do risco identifica o perigo, calcula a exposição do perigo e seu efeito, e por fim, calcula/estima o risco, tornando-o algo mensurável, quantificável.

No âmbito da Engenharia, o Risco é a probabilidade ou possibilidade de ocorrência de eventos, fatos ou resultados indesejáveis, ao passo que a Confiabilidade consiste na probabilidade ou possibilidade de ocorrência de eventos agradáveis ou benéficos, muitas vezes chamados de oportunidades. De posse desses conceitos, tem-se que a Análise de

Risco pode ser definida como uma técnica capaz de avaliar a possibilidade ou ocorrência de um efeito adverso, nos seus diversos campos de engenharias (VIEIRA, 2005).

Segundo Vieira (2005), a Análise de Risco compreende duas fases:

- Qualificação ou identificação dos riscos;
- Quantificação ou avaliação dos riscos.

Tecnicamente, a Análise de Risco na Engenharia tem como finalidade a quantificação das várias incertezas que podem ocorrer em um processo físico qualquer. Por exemplo, no estudo de qualidade da água, há uma variedade de incertezas presentes em cada fase do estudo. Se este estudo se desenvolver com base em levantamento de dados, há incertezas em cada leitura, em cada anotação, em cada análise estatística, entre outros. Se o estudo se desenvolve com base na modelagem matemática, há incertezas nas mais diversas fases do processo, tais como: nas formulações do modelo, nas soluções numéricas das equações que compõem o modelo, bem como há incertezas nos processos de medidas de campo.

Nesse contexto, para Ganoulis (1994), a análise de risco se desenvolve em algumas fases do estudo, a saber:

- Identificação do Risco;
- Estabelecimento das cargas e resistências;
- Análise de Incertezas;
- Qualificação do risco.

Do ponto de vista de qualidade da água em rios, objeto deste estudo, o risco pode ser identificado como segue: considere um corpo hídrico qualquer, sujeito a lançamento de efluente. Neste cenário, a questão que surge é se caso a concentração do poluente presente no efluente está em atendimento ao padrão de lançamento estabelecido pela legislação e que em tal concentração, o corpo hídrico não tenha a capacidade de diluição, de forma que as concentrações resultantes possam superar os valores máximos permitidos pelos parâmetros estabelecidos por legislação quanto ao enquadramento da classe do corpo hídrico. Em uma possível concessão de outorga, esta questão é fundamental para que seja concedida a outorga de lançamento.

De acordo com Ganoulis (1994), se um evento, realização ou perigo é descrito conforme a lógica *Fuzzy*, então a confiabilidade desse evento pode ser calculada como um número *Fuzzy*. Ao considerar que um sistema aquático apresenta uma dada resistência (\tilde{R}) e uma carga poluidora (\tilde{C}), ambas representadas por números *Fuzzy*, é possível calcular a segurança marginal (\tilde{M}) desse sistema, a partir da subtração desses dois parâmetros.

Em outras palavras, considera-se \tilde{C} a concentração de uma dada substância presente no rio. Deve ficar claro que \tilde{C} é a concentração calculada, ao longo do rio e em diferentes tempos, na forma de função de pertinência. Com isso, tem-se um campo de concentração que representa a quantidade de uma dada substância no referido rio, em cada trecho e em cada tempo estabelecido, conferindo as características de transiência ao modelo. Seja \tilde{R} uma função de pertinência que representa a resistência do risco para dada substância presente em cada lançamento, é possível calcular a função marginal de segurança \tilde{M} , conforme descreve a Equação 34:

$$\tilde{M} = \tilde{R} - \tilde{C} \quad (34)$$

$$\text{Onde } \tilde{m} = \{m, \mu_m(m) \mid m \in R; \mu_m(m) \in [0,1]\} \quad (35)$$

Do ponto de vista matemático, esses índices podem ser calculados como segue (GANOULIS, 1994):

Seja \tilde{R} a resistência de um rio, segundo os padrões de enquadramento de classe conforme a Resolução nº 357/05 do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA);

Seja \tilde{C} a função de pertinência da concentração da substância em análise, encontrada em cada seção do rio e em diferentes tempos.

Tem-se que,

$$\tilde{M}(n) = \tilde{R}(n) - \tilde{C}(n) \quad (36)$$

Onde η corresponde o nível de corte de pertinência.

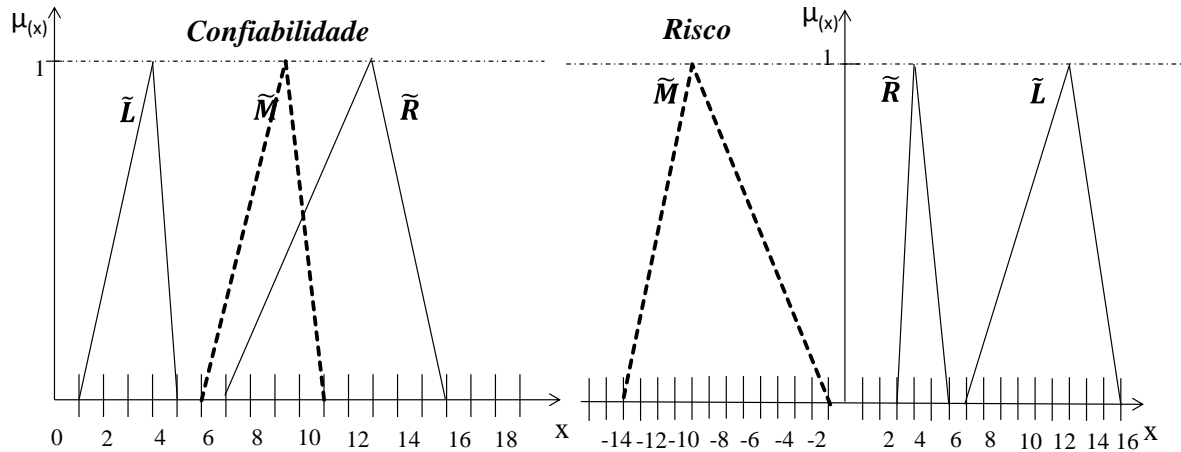
Uma análise da função marginal \tilde{M} permite concluir que duas condições são possíveis de acontecer:

- Se $\tilde{M} > 0$, tem-se que a resistência do rio supera a concentração calculada da substância no rio. Logo, conclui-se que o risco do sistema aquático falhar é igual a 0.
- Se $\tilde{M} < 0$, tem-se que a resistência é menor do que a concentração calculada da substância no rio. Neste caso, conclui-se que o rio em questão

não atende ao padrão de enquadramento da Classe do rio, apresentado, portanto, risco igual a 1.

A função marginal, em sua forma de risco e confiabilidade, está representada graficamente na Figura 10.

Figura 10- Representação gráfica da função marginal.



Fonte: adaptado de Ganoulis (1994).

Assim, pode-se dizer que \tilde{M} é uma medida de segurança capaz de definir e quantificar o índice de risco e o índice de confiabilidade para um sistema hídrico sujeito a lançamento de efluentes.

Dessa forma, o índice do Risco Fuzzy (Rf) e o índice de Confiabilidade (Cf) podem ser definidos por,

$$Rf = \frac{\int_{Z>0} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_Z \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (37)$$

$$Cf = \frac{\int_{Z<0} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_Z \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (38)$$

Onde $\mu_{\tilde{M}}$ representa a função de pertinência; m representa um número real associado à função de pertinência marginal de segurança (\tilde{M}); Rf e Cf representam as funções dependentes de várias funções, como variáveis independentes.

A partir desta teoria, explanada por Ganoulis (1994), pode-se estabelecer alternativas na tomada de decisão em sistemas hídricos que recebem múltiplas fontes de poluentes, já que se torna possível identificar o risco e a confiabilidade do sistema, sob condições prestabelecidas e, por conseguinte, facilitar a formulação de políticas de desenvolvimento local.

Estudos sobre a teoria de risco em diversas áreas do conhecimento científico têm sido elaborados, a citar: monitoramento clínico (DERVISHI (2017)), acidentes de trânsito aéreo (SKORUPSKI, 2016), avicultura (CHUTIA e GOGOI, 2018), projeto de construção (SAMANTRA, DATTA, MAHAPATRA (2017)). No caso da presente pesquisa, o interesse consiste em incorporar esta teoria à metodologia *fuzzy*, para a análise do risco em estudo da qualidade de água.

O estudo por essa teoria tem sido crescente, a citar os trabalhos desenvolvidos por: Chagas (2005) no estudo do risco de degradação ambiental em rios sujeitos a lançamento de efluentes (nos moldes determinísticos), na qual verificou que o campo do risco ao longo de um rio natural tem como variáveis de controle funções relacionadas com a hidrodinâmica e com os processos de transporte; Rocha (2007) ao desenvolver e aplicar em rios americanos um modelo de transporte de poluentes com vista à previsão do risco *fuzzy*; Lopes (2009) descreveu as alterações na qualidade da água em rios naturais com base na investigação de parâmetros hidráulicos (declividade e rugosidade) para a análise de degradação ambiental do rio; Araújo (2015) verificou a influência de ondas de cheia na análise do risco ambiental mediante aplicação de modelo matemático bidimensional difuso.

Para esta pesquisa, o conjunto de equações será desenvolvido para determinar o risco e a confiabilidade em diferentes cenários do rio sujeito a lançamento de efluentes, sendo usados como parâmetros de qualidade a DBO e o OD. Dessa forma, a descrição de como será dado este processo segue no próximo capítulo, onde as formulações serão apresentadas em sua forma *Fuzzy*.

4 METODOLOGIA

Esta pesquisa fundamenta-se na aplicação dos princípios da conservação da massa, Lei de Fick e da Teoria *Fuzzy* para o desenvolvimento de um modelo matemático transiente que permita o cálculo da análise do risco de contaminação de um rio natural sujeito a uma fonte poluidora contínua e fontes difusas.

Segundo os objetivos dessa pesquisa, fez-se necessário calcular um campo de concentração da DBO e um campo de concentração do OD, ao longo de um rio e em diferentes tempos, sujeito a lançamento de efluente, levando em consideração a presença de alguns fenômenos referente às fontes de consumo de OD, tais como: respiração, nitrificação e sedimentação; e fenômenos quanto à reposição do OD, como a reaeração e a fotossíntese.

Uma vez que o modelo matemático unidimensional foi desenvolvido, as especificidades da Teoria *Fuzzy* foram acrescidas as suas equações, obtendo formulações “fuzzificadas”. Com isso, as incertezas inerentes ao processo puderam ser inseridas com a avaliação das variáveis de controle por meio de funções de pertinência. Ressalta-se que a “fuzzificação” do modelo também foi aplicada para o cálculo da função marginal de segurança, a fim de mensurar o risco e a confiabilidade do corpo hídrico hipotético, diante das condições impostas para o lançamento da carga e para o rio.

Para simular os possíveis cenários de lançamento de efluentes e contribuições das fontes difusas no rio natural, foi requerido o desenvolvimento de sub-rotinas computacionais (programa computacional), a partir das equações “fuzzificadas” do modelo. Assim, o modelo matemático desenvolvido nesta pesquisa apresenta uma abordagem fenomenológica.

Os tópicos seguintes descrevem com maiores detalhes de informações o desenvolvimento da metodologia deste trabalho.

4.1 Modelagem da DBO e OD

O estudo do perfil da DBO e do OD foi realizado através da Equação 15, empregada para estudo do rio sujeito a lançamento de efluente, considerando o fluxo disperso longitudinalmente, a fim de permitir uma melhor estimativa do espalhamento da concentração dos poluentes lançados. Neste tópico estão explanados os vários elementos pertencentes às

fontes de lançamento e sumidouro (L_a), bem como o resultado da aplicação desta equação para o estudo da DBO (Equação 39) e do OD (Equação 42).

$$\frac{\partial L}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial L}{\partial x} \right) - k_r L \quad (39)$$

Onde:

L é a concentração de DBO ao longo do rio, $[ML^{-3}]$;

\bar{u} é a velocidade média em cada seção do rio, $[LT^{-1}]$;

A corresponde à área de seção transversal do rio, $[L^2]$;

x corresponde à coordenada longitudinal do rio, $[L]$;

t é o tempo $[T]$;

k_r representa o coeficiente de remoção global, o qual corresponde ao somatório do coeficiente de deoxigenação (k_d) e o coeficiente de sedimentação (k_s), sendo definido por:

$$k_r = k_d + k_s \quad (40)$$

E corresponde ao coeficiente de dispersão longitudinal $[L^2T^{-1}]$, calculado conforme demonstra a Equação 41 (FISCHER, 1979):

$$E = 0,059 \cdot \frac{Q}{i \cdot B} \quad (41)$$

Onde:

Q refere-se à vazão do rio, $[L^3T^{-1}]$;

i corresponde à declividade do rio, $[LL^{-1}]$;

B é a largura do rio, $[L]$.

Para a equação de Oxigênio Dissolvido, a equação (15), transforma-se em,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial C}{\partial x} \right] - k_d \cdot L + ka (C_s - C) + Z(x, t) \quad (42)$$

Onde:

C é a concentração de oxigênio dissolvido ao longo do rio, $[\text{ML}^{-3}]$;

C_s é a concentração de saturação de oxigênio no rio, $[\text{ML}^{-3}]$;

K_d é o coeficiente de desoxigenação, $[\text{T}^{-1}]$;

L é a concentração de DBO ao longo do rio, $[\text{ML}^{-3}]$;

k_a é o coeficiente de oxigenação, $[\text{T}^{-1}]$;

$Z(x,t)$ representa as fontes e consumos de oxigênio no rio, $[\text{ML}^{-3}\text{T}^{-1}]$, e é definida por,

$$Z(x, t) = - \frac{K_n}{u} L^n - S_d + F - R \quad (43)$$

Sendo:

S_d representa a sedimentação, $[\text{ML}^{-3} \text{T}^{-1}]$;

F representa a fotossíntese, $[\text{ML}^{-3} \text{T}^{-1}]$;

R representa a respiração, $[\text{ML}^{-3} \text{T}^{-1}]$;

$\frac{k_n}{u} \cdot L^n$ representa a nitrificação, $[\text{ML}^{-3} \text{T}^{-1}]$.

Finalmente, o déficit do oxigênio dissolvido pode ser calculado pela equação,

$$D = C_s - C \quad (44)$$

Onde:

D é o déficit de OD ao longo do rio, $[\text{ML}^{-3}]$;

C é a concentração de oxigênio dissolvido ao longo do rio, $[\text{ML}^{-3}]$;

C_s é a concentração de saturação de oxigênio no rio, $[\text{ML}^{-3}]$;

Este conjunto de equações é constituído por um conjunto de equações diferenciais parciais de segunda ordem e precisou ser resolvido. A técnica escolhida para essa solução foi o Método das Diferenças Finitas para que se obtenham os campos de concentrações de DBO, OD e Déficit de OD.

4.2 Modelo de Transporte *Fuzzy*

Como este estudo tem como objetivo a determinação do risco de falha do corpo hídrico para determinado lançamento de efluente, há a necessidade de se levar em

consideração a avaliação da incerteza, das mais diversas origens, presente no processo de equacionamento e de solução das equações diferenciais do modelo.

Isto foi feito, transformando as equações (39), (40), (41), (42), (43) e (44) em equações baseadas nos princípios *fuzzy*, como base de transformação dos parâmetros de entrada do modelo em distribuições de valores para cada parâmetro. Assim, parâmetros como kr , E , u , ka , A e $Z(x,t)$ foram transformados em funções de pertinência definida pela equação abaixo,

$$\mu_{\tilde{y}}(n) = \begin{cases} \frac{Y - Y_L}{Y_M - Y_L}, \text{ para } Y_L < Y < Y_M \\ \frac{Y_U - Y}{Y_U - Y_M}, \text{ para } Y_M < Y < Y_U \end{cases} \quad (45)$$

Onde

Y_L é o limite inferior da entrada dos números fuzzys;

Y_M é o valor do parâmetro considerado como maior grau de pertinência;

Y_U é o limite máximo do intervalo de números fuzzys;

Y é o valor do parâmetro no intervalo $[Y_L, Y_U]$.

Como pode ser visto pela Figura 3, a função de pertinência usada para definir cada parâmetro foi do tipo triangular, com um valor médio para o maior grau de pertinência e dois valores limites, que representam um desvio padrão da amostra de dados à direita e a esquerda, ambos com grau de pertinência igual a zero.

O uso deste procedimento para todos os parâmetros do modelo, bem como para as condições de contorno (referente à concentração da DBO do efluente) e para as condições iniciais (concentrações dos parâmetros no rio), transformou as equações determinísticas 39, 42 e 44 em um conjunto de equações do tipo *Fuzzy*, conforme mostradas abaixo:

- DBO

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{L}}{\partial x} = \frac{1}{\tilde{A}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\tilde{A} \tilde{E} \frac{\partial \tilde{L}}{\partial x} \right] - \tilde{k}_r \tilde{L} \quad (46)$$

- OD

$$\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x} = \frac{1}{\tilde{A}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[\tilde{A} \tilde{E} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x} \right] - \tilde{k}_d \tilde{L} + Z(x, t) \quad (47)$$

- Déficit de OD

$$\tilde{D} = \tilde{C}_s - \tilde{C} \quad (48)$$

Onde

\tilde{L} é a função de pertinência para DBO;

\tilde{u} é a função de pertinência para a velocidade;

\tilde{A} é a função de pertinência para área;

\tilde{E} é a função de pertinência para o coeficiente longitudinal;

\tilde{C} é a função de pertinência para a concentração de oxigênio dissolvido;

\tilde{k}_d é a função de pertinência para coeficiente de desoxigenação;

\tilde{k}_r é a função de pertinência para coeficiente de desoxigenação mais o coeficiente de sedimentação;

\tilde{C}_s é a função de pertinência para a concentração de saturação de OD;

\tilde{K} é a função de pertinência para o coeficiente de oxigenação;

$\tilde{Z}(x, t)$ é a função de pertinência para as fontes e sumidouros de OD na equação de OD.

Para determinar as concentrações de DBO e de OD fez-se necessário a resolução deste conjunto de equações. É importante lembrar que diferente do modelo determinístico, o modelo *Fuzzy* exige que suas equações sejam resolvidas segundo as leis e propriedades da teoria *Fuzzy*, tendo em vista que estas equações sejam operações diferenciais *Fuzzy* com propriedades especiais.

4.3 Solução do Modelo Matemático

Como foi dito anteriormente, para se atingir aos objetivos desta pesquisa, há a necessidade de resolver as equações diferenciais que compõem o modelo. Esta fase foi desenvolvida com a aplicação do Método das diferenciais finitas, na sua forma implícita,

permitindo que os campos de concentração fossem calculados. Essa solução apresenta características *Fuzzy*, o que implica encontrar solução das equações diferenciais *Fuzzy*.

Assim, a Equação 47 foi reescrita e a partir dela obtida a Equação 49:

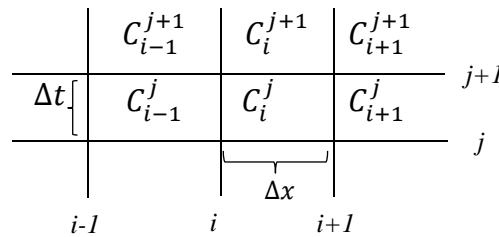
$$\frac{\partial \tilde{c}(h)}{\partial t} + \tilde{u}(h) \frac{\partial c(h)}{\partial x} = \frac{1}{\tilde{A}(h)} \frac{\partial}{\partial x} \left[\tilde{A}(h) \tilde{E}(h) \frac{\partial \tilde{c}(h)}{\partial x} \right] + \tilde{H}(h)(x, t) \quad (49)$$

Onde

$\tilde{H}(x, t)$ representa todas as fontes e sumidouros de OD presentes nas simulações.

Usando o método de Crank-Nicholson para discretizar a equação (49) temos:

Figura 11- Discretização de uma malha pelo método de Crank Nicholson.



Fonte: elaborada pela autora.

Sendo,

$$\frac{\partial \tilde{c}(h)}{\partial t} = \frac{c(h)_{i+1}^{j+1} - c(h)_i^j}{\Delta t} \quad (50)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}(h)}{\partial x} = \left(\frac{c(h)_{i+1}^{j+1} - c(h)_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} \right) + \left(\frac{c(h)_{i+1}^j - c(h)_{i-1}^j}{2\Delta x} \right) \quad (51)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{c}(h)}{\partial x^2} = \left[\frac{c(h)_{i+1}^{j+1} - 2c(h)_i^{j+1} + c(h)_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} \right] + \left[\frac{c(h)_{i+1}^j - 2c(h)_i^j + c(h)_{i-1}^j}{\Delta x^2} \right] \quad (52)$$

$$\tilde{H}(h) = \frac{[H(h)_{i+1}^j + H(h)_{i-1}^j]}{2} \quad (53)$$

Substituindo este conjunto de equações na equação diferencial (49) e fazendo todas as devidas simplificações, tem-se a equação matricial representada por,

$$A'(h)C(h)_{i-1}^{j+1} + B'(h)C(h)_{i+1}^{j+1} + C'(h)C(h)_{i+1}^{j+1} = D'(h)_i^j \quad (54)$$

Onde

$$A'(n) = -\alpha - \beta \quad (55)$$

$$B'(n) = 1 + 2\beta \quad (56)$$

$$C'(n) = \alpha - \beta \quad (57)$$

$$D'(n) = [\alpha - \beta]C_{i-1}^j + [1 - 2\beta]C_i^j + [-\alpha - \beta]C_{i+1}^j + Hm_i^j \quad (58)$$

$$\alpha = \frac{u(n)_i^j \Delta t}{4\Delta t} \quad (59)$$

$$\beta = \frac{\Delta t E(n)}{2\Delta x^2} \quad (60)$$

$$Hm_i^j = \frac{Hm_{i+1}^j + Hm_{i-1}^j}{2} \quad (61)$$

A equação (54) pode ser descrita de forma matricial, transformando-se em

$$[M(n)][C(n)] = [D(n)] \quad (62)$$

A solução desta equação matricial permite que todas as concentrações, em forma de função de pertinência sejam encontradas, ao longo dos trechos do rio e para cada intervalo de tempo. Isto implica dizer que o modelo permite o acompanhamento da evolução do perfil da nuvem poluente ao longo do rio, para diferentes instantes, conforme será visto no tópico dos resultados e discussão.

4.4 Composição das funções de pertinência

Antes de definir como foi realizado o cálculo do risco e da confiabilidade, é importante que se tenha ideia de como foi estabelecido a composição das funções de pertinência. Deste modo, para esta pesquisa, optou-se por utilizar a distribuição *fuzzy* triangular, segundo Li, Shigeki e Hong (2007), onde foram estimados os valores mínimo, médio e máximo de cada parâmetro “fuzzificado”.

Cada função de pertinência foi calculada de maneira que seus extremos, valores mínimo, médio e máximo, fossem estabelecidos de maneira arbitrária, ou obedecendo a alguma lógica de desvio padrão. Estes dados dependem muito da sensibilidade e conhecimento por parte do gestor.

Nesta pesquisa foram utilizados valores de desvio padrão de 20%, onde, definido o valor médio do número de base, os extremos foram calculados. Assim, para o valor mínimo, o cálculo é de 0,80 do valor médio estabelecido, e o valor máximo é 1,20 deste mesmo valor

médio. Esta distribuição simétrica obedece a uma amostragem de dados previamente utilizados em pesquisas anteriores (SALES, 2014; ARAÚJO, 2015). Exemplificando, tem-se que a função de pertinência que descreve a distribuição de dados de velocidade na equação 49 definida por,

$$\mu_u = \frac{u - u_L}{u_m - u_L}, \text{ para } u_L \leq u \leq u_m \quad (63)$$

$$\mu_u = \frac{u - u_u}{u_m - u_u}, \text{ para } u_m \leq u \leq u_u \quad (64)$$

Isto vale para as demais funções de pertinência empregadas para cada parâmetro envolvido nas equações. A ideia seguinte é transformar o modelo, ou melhor, as funções de pertinência geradas pela simulação do modelo, em um valor determinante de risco.

4.4 Cálculo do Risco e da Confiabilidade

Uma vez definido o modelo matemático que representa o comportamento das concentrações de DBO e de OD em relação ao tempo e direção longitudinal, foi possível definir uma metodologia que calculasse o índice de Risco *Fuzzy* e o índice de Confiabilidade do sistema hídrico em análise, através da função Marginal de Segurança (\tilde{M}). Para isso, recorreu-se a diferença entre duas funções de pertinência: a de Concentração (\tilde{C}) e a de Resistência (\tilde{R}).

Segundo Ganoulis (1994), considera-se \tilde{R} a função de pertinência que representa a resistência do rio receptor de lançamento de efluente outorgado. Tem-se que esta resistência pode ser representada, por exemplo, pelos valores de concentração máximas permitidas que definem as diferentes classes do rio para seus diferentes usos. Por exemplo, no caso do parâmetro DBO, este valor corresponde ao valor máximo de 5mgL^{-1} para rios enquadrados na Classe 2, conforme CONAMA nº 357/05. Para todos os cenários, consideraram-se os valores referentes a rio natural enquadrado nesta classe.

A função de pertinência de concentração (\tilde{C}) foi calculada em diferentes seções de 1km do rio, através do modelo matemático, sendo empregada como dados de entrada para o cálculo do campo de concentração ao longo do trecho, para diferentes tempos de exposição a um dado lançamento. Em resumo, tem-se que \tilde{C} é a resposta do rio para cada lançamento, em cada tempo e em cada seção do rio.

Como \tilde{R} e \tilde{C} são funções de pertinência, pode-se definir a uma função marginal de segurança \tilde{M} dada pela seguinte expressão:

$$\tilde{M} = \tilde{R} - \tilde{C} \quad (65)$$

A partir da função marginal de segurança foi possível estabelecer o risco e a confiabilidade do sistema.

Assim, o índice *Fuzzy* do risco de falha (R_f) do corpo hídrico, pode ser avaliado pela equação 66:

$$R_f = \frac{\int_{-\infty}^0 \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (66)$$

Ao passo que, a Confiabilidade (C_f) é dada pela seguinte expressão matemática:

$$C_f = \frac{\int_0^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad (67)$$

4.5 Programa Computacional

Para a solução do modelo foi desenvolvido um modelo computacional no intuito de encontrar as respostas do modelo matemático estudado. Para isso, utilizou-se de uma linguagem computacional comumente empregada em programas que envolvem problemas de engenharia, a linguagem FORTRAN 90. Esta linguagem gera respostas de maneira fácil, precisa e com grande velocidade, no que abrange os cálculos de engenharia, ao passo que o interesse desta pesquisa é obter respostas a nível científico, e não computacional.

O programa desenvolvido permite a avaliação das variáveis de controle, sob a forma de função de pertinência, a análise de cada parâmetro que envolve o sistema, e a avaliação do risco de contaminação da água de rios, através da metodologia *Fuzzy*. Para que isto fosse possível, foram estabelecidas sub-rotinas com funções bem definidas.

Inicialmente, uma sub-rotina inicial denominada de “leitura dos dados de entrada”, foi desenvolvida para que fosse feita a leitura de todos os dados referentes aos parâmetros do modelo, bem como os dados inseridos no cálculo das condições iniciais e de contorno, cujas informações estão presentes no Quadro 2.

Em seguida, outra sub-rotina, denominada “fuzzificação” do modelo, foi criada como responsável pela transformação dos dados numéricos dos parâmetros do modelo em distribuições do tipo *fuzzy*, na forma de função de pertinência.

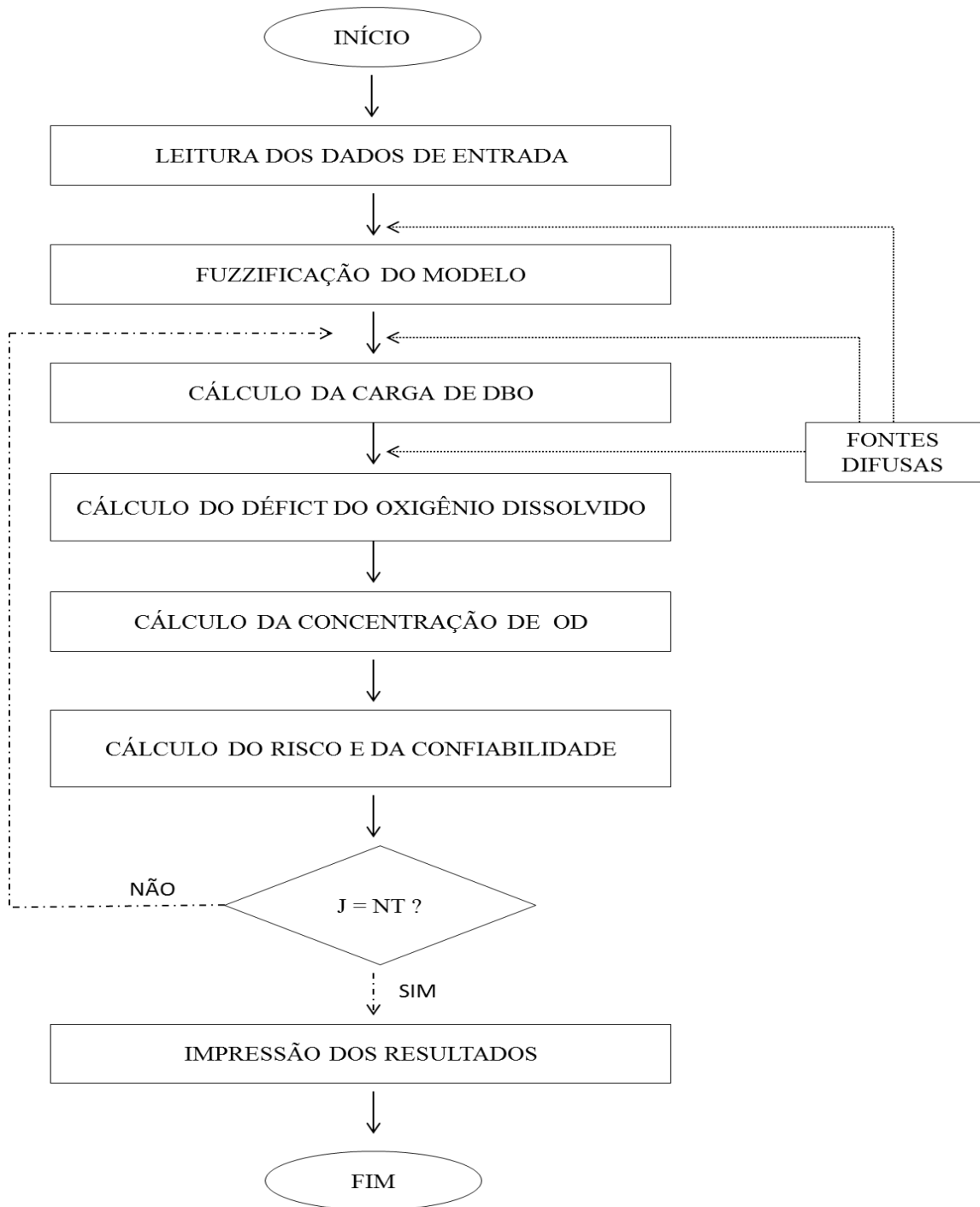
Posteriormente, a sub-rotina subsequente trata do cálculo das concentrações referentes aos parâmetros estabelecidos no modelo (DBO, déficit e OD), ao longo da sessão longitudinal do rio, para diferentes tempos, a partir do lançamento pontual da carga de DBO presente no efluente. A partir desta sub-rotina, é que foram determinadas as concentrações na forma de função de pertinência o que, conseqüentemente, tornam as funções do modelo em funções do tipo *Fuzzy*. Importante destacar que anterior às etapas de “fuzzyficação” do modelo, no cálculo da carga da DBO e OD ao longo do rio, houve a inserção das seguintes fontes difusas consideradas: nitrificação, respiração, fotossíntese e sedimentação, conforme a especificidade de cada cenário, para que fossem calculados os parâmetros envolvidos. Esta sub-rotina é a base fundamental para a obtenção dos resultados quanto ao campo da DBO e do OD em sua forma *Fuzzy*.

Uma nova sub-rotina foi acrescida para o estabelecimento do cálculo do risco e da confiabilidade do modelo. Com isto, foi possível realizar a análise do risco de contaminação das águas de um rio natural por poluentes advindos de fontes poluidoras.

Por fim, a última sub-rotina consistiu na impressão dos resultados, na qual é responsável por imprimir os resultados do modelo, tais como: as concentrações de DBO e de oxigênio dissolvido ao longo do curso do rio, em função do tempo; o déficit de oxigênio ao longo do percurso e em diferentes tempos, função marginal de segurança, cálculo do risco e da confiabilidade no espaço e no tempo. De forma resumida, a Figura 12, demonstra o fluxograma das sub-rotinas empregadas na construção do programa.

Para verificar a eficácia do modelo computacional, esta metodologia foi aplicada em diferentes simulações de lançamento de poluentes em rios naturais quanto à variação na concentração de DBO, vazão do rio e consideração de fontes difusas. A partir daí, pode-se entender o comportamento das variáveis de controle dentro do sistema, bem como verificar a influência de alguns parâmetros, tais como a carga de compostos físicos e químicos, e ainda fazer a avaliação do risco e da confiabilidade de contaminação das águas. Com isso, torna-se fácil compreender a capacidade de assimilação do poluente e verificar o restabelecimento do equilíbrio no corpo hídrico.

Figura 12 - Fluxograma do programa computacional.



Fonte: elaborada pela autora.

Onde:

J corresponde ao contador do tempo;

N refere-se ao número de contadores (total de 336);

T corresponde ao intervalo de tempo (múltiplo de 150 segundos).

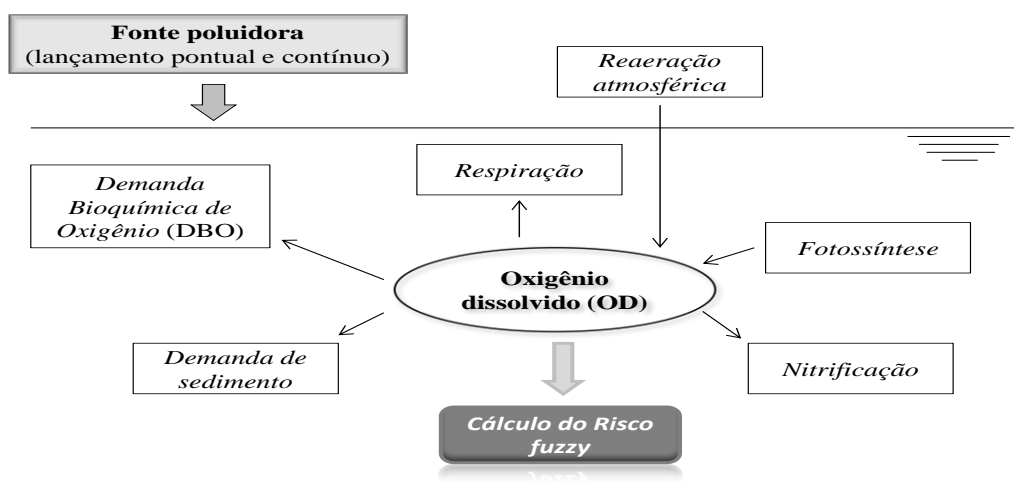
4.6 Descrição dos cenários simulados

Para o atendimento dos objetivos propostos nesta pesquisa, fez-se necessário realizar diferentes simulações no programa computacional desenvolvido. Nestas simulações, foram considerados os seguintes dados do rio: largura média igual a 20 m, comprimento de 50.000 m (sendo dividido em seções de 1000m para os cálculos da DBO, OD, e em especial, o risco e confiabilidade). Para todos os cenários a reaeração foi considerada. As demais informações pertinentes para a alimentação do modelo quanto aos parâmetros de transporte de massa aplicados para o rio, suas características e as do efluente, encontram-se resumidas no Quadro 2. Ressalta-se que os parâmetros foram “fuzzificados” e os números demonstrados no quadro correspondem àqueles com a maior pertinência (igual a 1).

Quanto ao efluente, este foi considerado como predominantemente orgânico e biodegradável e que o seu lançamento ocorre de forma pontual e contínua no rio natural na seção de origem (km coordenada longitudinal zero). Quanto às fontes difusas, estas foram inseridas à medida que as simulações foram realizadas atentando-se as especificidades de cada cenário.

A Figura 13 exemplifica os fenômenos considerados quanto ao consumo e reposição do OD para o estabelecimento do cálculo do risco Fuzzy proposto nesta metodologia.

Figura 13 – Interações dos fenômenos de consumo e reposição do OD considerados para o cálculo do risco Fuzzy proposto no modelo.



Fonte: elaborada pela autora.

Os cenários que foram simulados pelo programa estão descritos como segue:

- ***Cenário 1: Variação na concentração da DBO do efluente***

Neste cenário, buscou-se avaliar a influência da carga poluidora quanto à concentração da DBO lançada ao rio a partir da verificação do comportamento da DBO, OD, Déficit, risco e confiabilidade. Ressaltase que neste momento não houve inserção de fonte difusa, sendo considerada somente a reaeração como suprimento de OD. Sendo assim, foram empregadas neste cenário os valores 100 mgL^{-1} , 300 mgL^{-1} e 500 mgL^{-1} para as concentrações de DBO no efluente, cuja vazão considerada foi de $1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ e concentração de OD de 1 mgL^{-1} .

- ***Cenário 2: Análise da influência da vazão do rio***

Diferentes vazões do rio foram consideradas neste cenário: 5, 10, 15 e $20 \text{ m}^3/\text{s}$, a fim de avaliar a influência da vazão do rio quanto ao efeito da diluição e o transporte advectivo da nuvem poluente. Sob as mesmas condições do cenário 1, exceto quanto à vazão do rio, foram calculados o risco e a confiabilidade.

- ***Cenário 3: Ausência de fonte difusa***

Neste cenário, empregou-se vazão média do rio igual a $10 \text{ m}^3/\text{s}$, lançamento de efluente com $\text{DBO}=300 \text{ mg/L}$ (valor aproximado para efluentes domésticos) e ausência de fonte difusa no rio, considerando-se somente o fenômeno da reaeração.

- ***Cenário 4: Influência da fonte nitrogenada***

Para a verificação da influência da demanda nitrogenada de oxigênio quanto à análise do risco, neste cenário, foi inserida uma fonte nitrogenada proveniente do efluente com concentração de 228 mg/L .

- ***Cenário 5: Influência das fontes difusas- nitrificação, respiração e fotossíntese***

Neste cenário, foram acrescentadas ao cenário anterior, as características quanto à respiração e a fotossíntese, ou seja, a taxa de respiração (R) e a taxa de fotossíntese (F), a fim de avaliar as suas influências quanto à análise do risco *Fuzzy*.

- ***Cenário 6: Consideração de todas as fontes***

Por fim, a taxa de sedimentação foi inserida às condições do cenário anterior, de forma que a ressuspensão do lodo fosse considerada para o cálculo do OD, concluindo assim, a análise do risco diante a consideração de todas as fontes difusas. Neste caso, a taxa de sedimentação é de $0,5 \text{ mg/l d}$, conforme sugerido por Thomann (1987).

Ao final dessas simulações, foi realizada uma análise comparativa entre os resultados obtidos pelos cenários propostos, quanto ao risco de contaminação do rio natural, estando descrito no tópico 5.7.

Quadro 2 – Valores de entrada adotados para os parâmetros empregados na solução do modelo do programa.

Parâmetros do efluente		Valor adotado	Unidade
Vazão média		1	m ³ s ⁻¹
Concentração de OD		1	mgL ⁻¹ O ₂
Temperatura		27	°C
Concentração de DBO	Cenário 01	100, 300, 500	mgL ⁻¹
	Cenário 02	300	mgL ⁻¹
	Cenário 03	300	mgL ⁻¹
	Cenário 04	300	mgL ⁻¹
	Cenário 05	300	mgL ⁻¹
	Cenário 06	300	mgL ⁻¹
Carga nitrogenada		228	mgL ⁻¹
Parâmetros do rio		Valor adotado	Unidade
Largura média do rio		20	m
Temperatura		27	°C
Vazão do rio	Cenário 01	20	m ³ s ⁻¹
	Cenário 02	5,10,15,20	m ³ s ⁻¹
	Cenário 03	10	m ³ s ⁻¹
	Cenário 04	10	m ³ s ⁻¹
	Cenário 05	10	m ³ s ⁻¹
	Cenário 06	10	m ³ s ⁻¹
Comprimento do rio		50.000	m
Concentração de DBO no rio		2	mgL ⁻¹
Concentração inicial de OD		7,9	mgL ⁻¹ O ₂
Concentração de saturação de OD (Cs)		7,9	mgL ⁻¹ O ₂
Oxigênio dissolvido mínimo permissível (água doce Classe II)		5	mgL ⁻¹ O ₂
Temperatura média		27	°C
Coeficiente de reaeração (Ka)		2,1	d ⁻¹
Coeficiente de rugosidade		0.03	-
Declividade		0.00008	m/m
Coeficiente de decaimento da DBO com a interferência do rio (kr)		0,89	d ⁻¹
Coeficiente de decaimento da DBO sem a interferência do rio (kd)		0,67	d ⁻¹
Coeficiente de sedimentação (ks)		0,22	d ⁻¹
Taxa de respiração (R)		0,5	mgd ⁻¹
Taxa de fotossíntese (F)		0,58	mgd ⁻¹
Taxa de ressuspensão (Sd)		0,5	mgL ⁻¹ d ⁻¹
Nitrificação		228	mgL ⁻¹

Fonte: elaborada pela autora.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

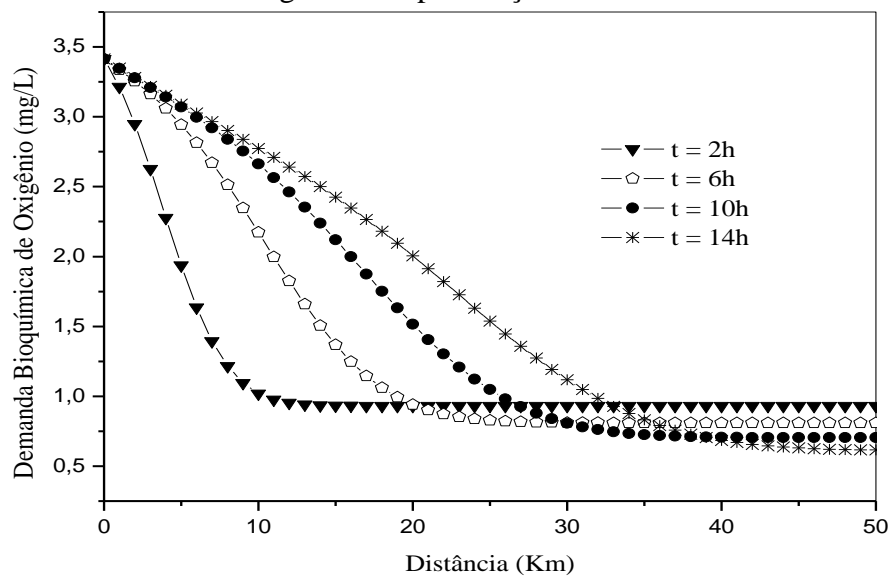
Este tópico visa demonstrar os resultados das simulações realizadas no programa computacional desenvolvido nesta pesquisa. Tais simulações referem-se aos cenários das condições impostas a um rio natural, a citar: variação na concentração de DBO do efluente (cenário 1), variação na vazão do rio (cenário 2), ausência de fonte difusa (cenário 3), contribuição da nitrificação (cenário 4), consideração da nitrificação, respiração e fotossíntese (cenário 5), contribuição de todas as fontes difusas (cenário 6) e por fim, a análise comparativa entre os cenários que contemplam as cargas difusas (cenário 7). Ressalto que a importância de cada cenário consiste em verificar a sua influência quanto à mensuração em percentuais de risco *Fuzzy*.

5.1 Cenário 1 - Variação na concentração da DBO do efluente

O cenário 1 analisa a concentração da DBO, o déficit de OD e a concentração de OD ao longo do rio, quando submetido ao lançamento de efluente com diferentes concentrações de DBO. A primeira análise corresponde ao perfil da DBO do rio, em diferentes tempos, referente ao lançamento de DBO=100mg/L e admitindo mistura instantânea logo após o lançamento, conforme demonstra a Figura 14. Vale ressaltar que para todos os gráficos de concentração apresentados, foram empregadas as concentrações correspondentes ao maior grau de pertinência (igual a 1).

A partir da análise da Figura 14, observa-se uma queda acentuada causada pelo processo de decaimento das concentrações de DBO e diluição da nuvem poluente. Como pode ser visto, para as condições estipuladas (vazão do rio=20 m³/s, vazão do efluente=1 m³/s e lançamento do efluente DBO=100 mg/l), as concentrações da DBO no rio apresentam-se bastante baixas, exibindo decréscimo de 99%, nas 2 primeiras horas após o lançamento, para uma distância de 10km da fonte poluidora. Observa-se também que, mesmo o lançamento sendo contínuo, ocorre um decréscimo progressivo da concentração de DBO ao longo do rio. Deste modo, verifica-se que os perfis de concentração da DBO são similares aos encontrados na literatura para um lançamento contínuo na origem (SPERLING, 2007).

Figura 14 – Perfil da DBO ao longo do rio após lançamento de efluente com DBO=100mg/L.



Fonte: elaborada pela autora.

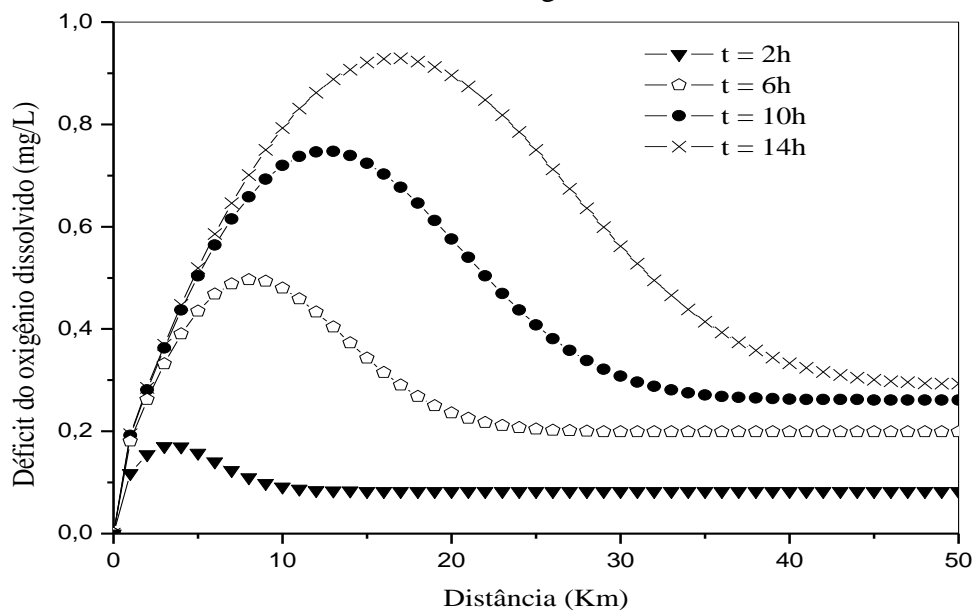
Nesse contexto, é possível observar coerência na metodologia por apresentar resultados compatíveis deste parâmetro com os obtidos na literatura. Entretanto, diferentemente dos modelos de Streeter-Phelps, onde o processo se desenvolve em estado estacionário, neste caso, o modelo proposto é capaz de demonstrar o comportamento da concentração de DBO para diferentes tempos, mostrando, assim, que há tendência ao declínio e distanciando-se da fonte poluidora. Isto indica que, por exemplo, para um tempo de 10 horas as concentrações deste parâmetro são mais intensas do que para um tempo de 2 horas, devido o lançamento do efluente ser contínuo na seção inicial de observação.

Ressalta-se que, em regiões mais afastadas do lançamento (a partir de 40km) tem-se que a concentração da DBO alcançada no período de 14 horas ($\sim 0,6\text{mgL}^{-1}$) é inferior quando comparada com o tempo de 2 horas, demonstrando a facilidade do corpo hídrico em depurar o efluente. Em suma, a Figura 14 ilustra que a nuvem poluente alcança trechos a jusante do lançamento devido o processo advectivo e que com o passar do tempo a concentração final alcançada pela DBO se aproxima da concentração inicial do rio (1mgL^{-1}) demonstrando que o próprio corpo hídrico tende a restabelecer uma nova condição de equilíbrio, para as condições adotadas.

Este comportamento da DBO é corroborado pela análise do gráfico do déficit de OD, verificado pela Figura 15. Nesta figura, observa-se que o comportamento do déficit nas primeiras seções do rio, corresponde justamente com a região na qual decresce a concentração

da DBO (Figura 14), causada pelo maior consumo de OD devido à ocorrência da oxidação matéria orgânica contida no efluente. Contudo, logo após o lançamento, a variação do déficit é muito pequena, ao passo que, em tempos posteriores, o aumento do déficit não é expressivo, pois não supera o valor de 1 unidade de concentração. Tal fato pode ser justificado devido à concentração inicial de OD no rio corresponder à concentração de saturação do OD. Importante ressaltar que à medida que a carga de DBO se dissipa, o déficit acompanha esse deslocamento.

Figura 15 – Comportamento do déficit de OD ao longo do rio, após o lançamento da carga de DBO=100mg/L.



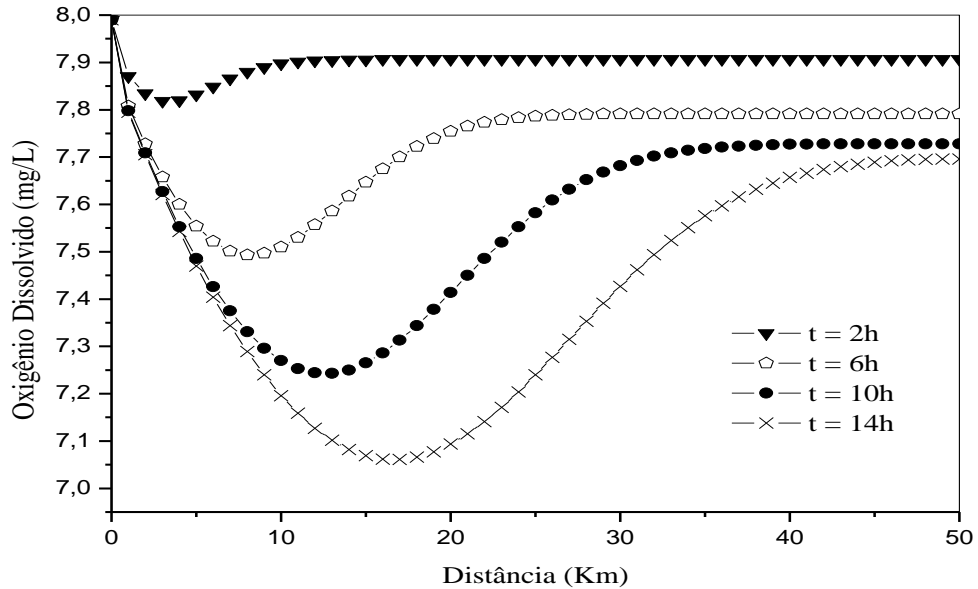
Fonte: elaborada pela autora.

A análise seguinte (Figura 15) corresponde ao comportamento de OD no rio frente às mesmas condições de lançamento da carga. Observa-se que as menores concentrações de oxigênio dissolvido foram alcançadas para o tempo de 14 horas, período em que justamente corresponde aos maiores valores verificados para o Déficit (Figura 15), demonstrando assim, que são funções complementares à saturação. Nos demais tempos, também foi observado que a redução do OD está associada ao crescimento do déficit.

Os valores de OD são menores nas proximidades da seção a 17 km a jusante do lançamento. Esta seção é relevante para o estudo da qualidade do rio, por corresponder ao ponto crítico da curva de OD, região de maior consumo de OD para a degradação da matéria orgânica, ao passo que a partir desta seção, inicia-se a recuperação do corpo hídrico, onde o balanço de oxigênio passa a ser positivo favorecido pela reaeração. Sob outro olhar, observa-

se na figura 16, que o consumo do OD foi pequeno devido a concentração crítica de OD ter sido aproximadamente $7,0 \text{ mgL}^{-1}$, alcançado no tempo de 14 horas, demonstrando que o risco de contaminação desse rio deve ser muito baixo.

Figura 16 – Perfil de Concentração de OD para o mesmo lançamento anterior.



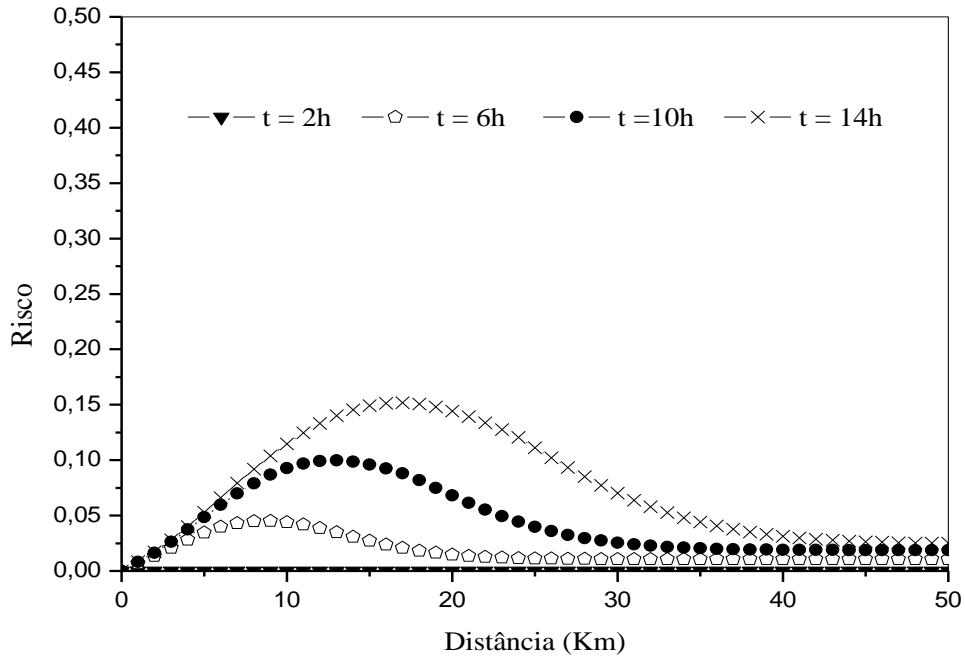
Fonte: elaborada pela autora.

Por outro lado, os resultados mostram que para um lançamento contínuo, o ponto crítico de OD estará localizado distante da fonte poluidora. Pode-se dizer que este fato é causado pela presença do processo advectivo na equação de transporte. Quanto à concentração do OD em trecho superior a 35 km, tem-se que para maiores distâncias do ponto de lançamento, o consumo de OD diminui bastante, o que facilita o processo de autodepuração do rio. Assim, para este nível de lançamento, e para esta vazão do rio, o risco do sistema falhar tende a ser pequeno, conforme indica a Figura 17.

Como foi dito antes, a Figura 17 mostra o comportamento do risco para as mesmas condições anteriores. Os resultados mostram curvas de risco que se assemelham muito às curvas do déficit de OD, com crescimento nas regiões correspondente ao ponto crítico de OD, e decréscimo nas seções mais afastadas desta região, sendo capaz de alcançar risco praticamente nulo a partir de 30 km. Os resultados mostram conforme havia sido previsto pelas concentrações de OD, que o pico do risco para o maior tempo de exposição (14 horas) é considerado baixo, com valor aproximadamente igual 0,15, ou seja, com risco de contaminação ambiental de 15% (seção 17km), o que é considerado muito baixo para os

padrões da engenharia hidráulica. Vale ressaltar que o risco calculado para o tempo de 2 horas após o lançamento é considerado inexistente durante todo o percurso de análise do rio.

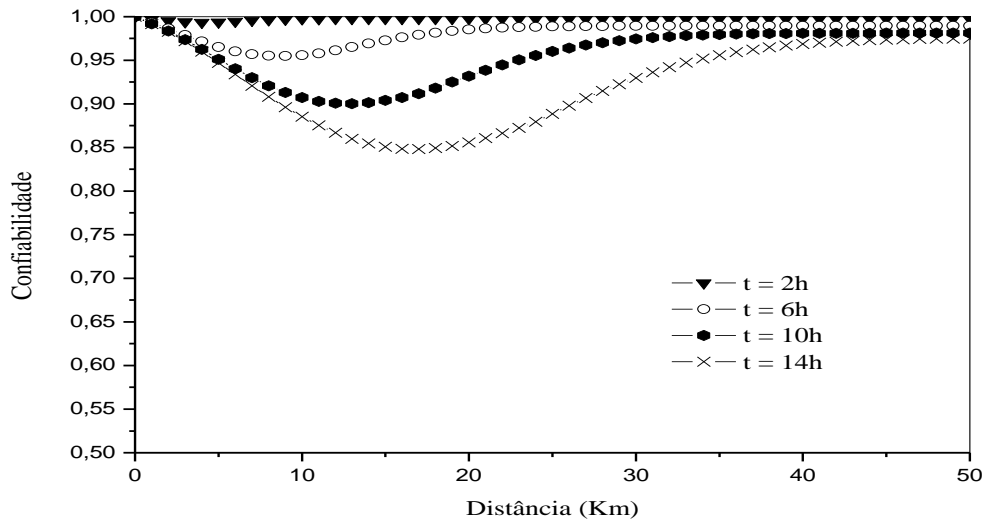
Figura 17 – Comportamento do risco *fuzzy* de contaminação do rio frente ao lançamento de efluente com DBO igual a 100 mg/l.



Fonte: elaborada pela autora.

A Figura 18 mostra os resultados obtidos para a confiabilidade do rio, sob as mesmas condições iniciais de lançamento do efluente. Em virtude do risco *fuzzy* ser muito baixo, a confiabilidade alcança valores máximos (100%) para o tempo de duas horas de lançamento. À medida que o lançamento ocorre de forma contínua, a confiabilidade tende a decrescer, e alcança o menor valor (igual a 0,85) para o maior tempo analisado (14 horas), o que corresponde a uma garantia de 85% em não ocorrer contaminação no rio natural em estudo.

Figura 18 – Comportamento da confiabilidade *fuzzy* para o lançamento de DBO=100mg/l.



Fonte: elaborada pela autora.

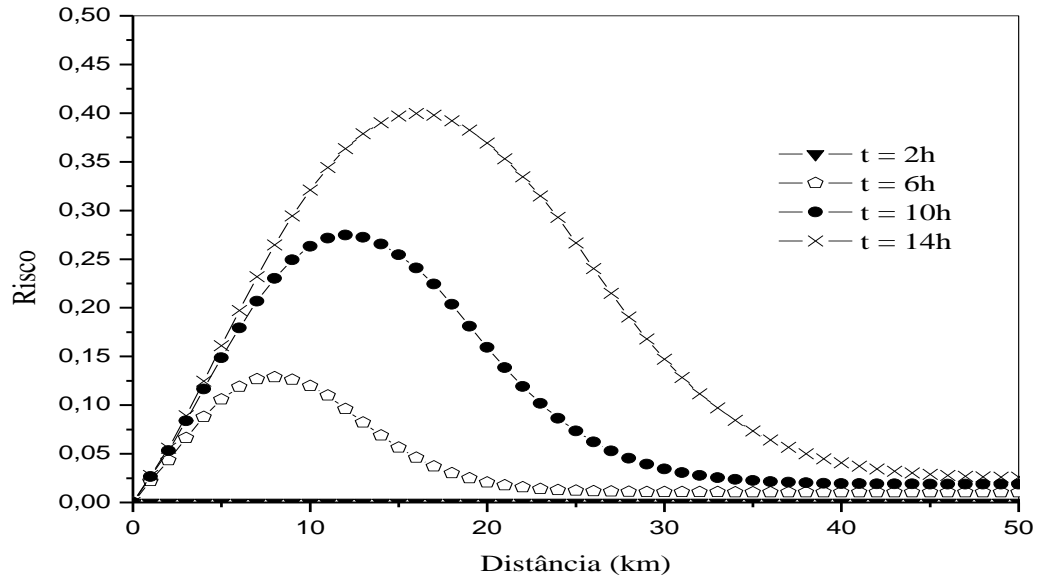
Após a discussão desses resultados, é possível afirmar que eles se encontram coerentes e conexos quanto aos parâmetros analisados (DBO, Déficit, OD). Isto confirma a versatilidade do programa computacional, e principalmente, que o modelo desenvolvido é capaz de realizar a avaliação do risco e da confiabilidade para um sistema hídrico qualquer que seja receptor de efluentes.

Uma vez que a metodologia desenvolvida foi capaz de demonstrar satisfatoriamente o perfil da DBO, Déficit e OD, em sua forma transiente, permitindo o cálculo seguro do risco e da confiabilidade *fuzzy*; a partir desse momento será discutido apenas o risco e a confiabilidade como parâmetros comparativos para os demais cenários de lançamento de efluentes.

Ao analisar o comportamento do corpo hídrico quanto ao risco *fuzzy* diante do lançamento de efluente com concentração de DBO=300 mgL⁻¹, conforme verificado na Figura 19, observa-se que o maior risco ocorre no trecho de 17 km, durante o tempo de 14 horas de lançamento, e alcança o valor de 40%. Assim, à medida que se tem aumento na concentração do efluente lançado no rio, o risco tende a aumentar de forma a indicar a possibilidade de ultrapassar os valores máximos permitidos para o enquadramento da classe do rio quanto aos parâmetros OD e DBO. Esta confirmação provém da análise do risco do rio ao receber efluente com DBO=500 mgL⁻¹, conforme verificado na Figura 21.

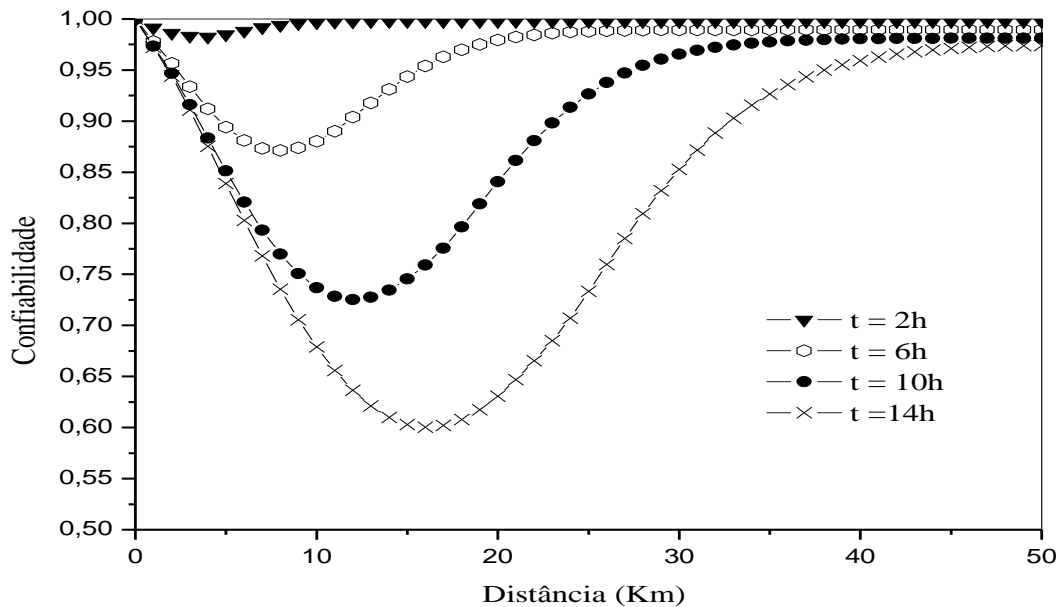
Em relação à confiabilidade diante do cenário com lançamento de efluente com DBO=300mg/L (Figura 20), tem-se que este parâmetro apresenta redução à medida que o risco tende a aumentar, indicando que sob o maior tempo de análise (14h), no trecho aproximado de 15km, obtém-se a menor confiabilidade.

Figura 19 - Comportamento do risco *fuzzy* de contaminação das águas para o lançamento de DBO=300 mg/L.



Fonte: elaborada pela autora.

Figura 20 - Comportamento da confiabilidade *fuzzy* de contaminação das águas para o lançamento de DBO=300 mg/L.

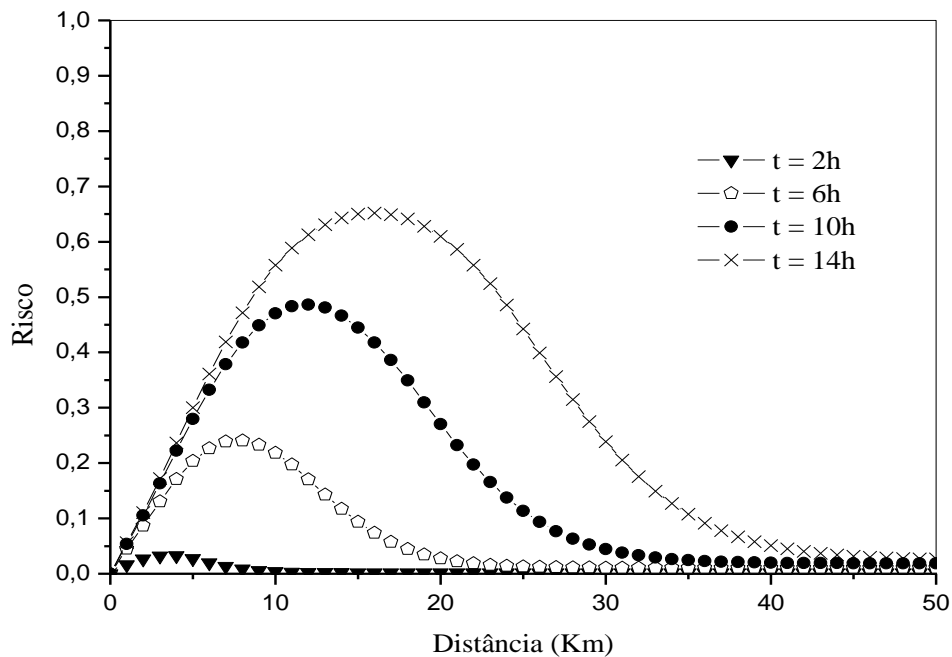


Fonte: elaborada pela autora.

Quanto ao risco ambiental (Figura 21), verifica-se picos em trecho inferior a 20 km, em especial na seção 17km, cujo valor chega a atingir 65%, o que é considerado alto para os padrões ambientais. Mas, ainda assim, observa-se que o rio suporta lançamentos desta intensidade, haja vista que o risco tende a diminuir (a partir deste ponto), desde que possua uma vazão de diluição capaz de reduzir as concentrações de DBO no ponto de lançamento.

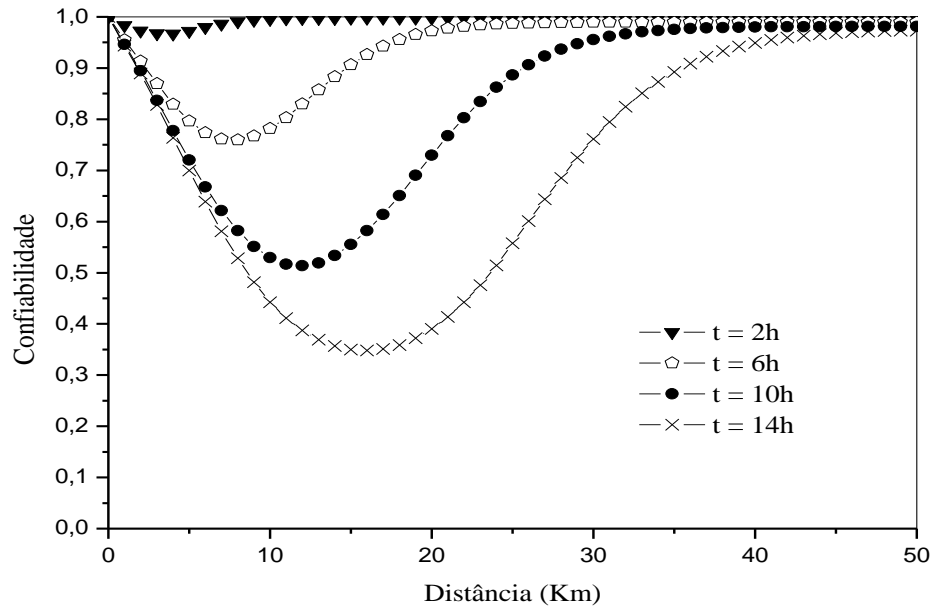
Tais resultados são reforçados quando se analisa o aspecto da confiabilidade, pois para a mesma situação do lançamento anterior, por meio da Figura 22, observa-se que este parâmetro apresenta valor mínimo de 35% em trecho a 17 km no tempo de 14 horas após o lançamento. Posterior a essa distância, tem-se que o rio restabelece novas condições ambientais evidenciadas pelo crescimento da confiabilidade.

Figura 21 – Comportamento do risco *fuzzy*, ao longo do rio, para um lançamento de DBO=500 mg/l.



Fonte: elaborada pela autora.

Figura 22 - Comportamento da confiabilidade, ao longo do rio, para um lançamento de DBO=500 mg/l.

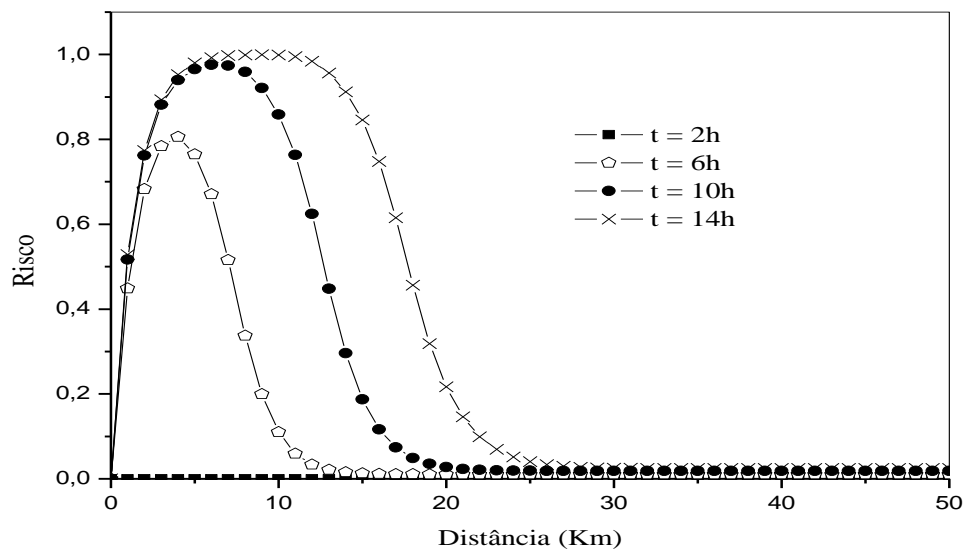


Fonte: elaborada pela autora.

5.2 Cenário 2 – Análise da influência da vazão do rio

Com o intuito de avaliar a influência da vazão do rio, ou seja, avaliar a contribuição da vazão de diluição, tem-se que a Figura 23 faz uma comparação entre os perfis de risco para uma vazão do rio de $5 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ com lançamento de efluente com $\text{DBO}=300 \text{ mgL}^{-1}$.

Figura 23 - Comportamento do Risco para uma vazão de $5 \text{ m}^3/\text{s}$ em lançamento de DBO=300 mg/l.

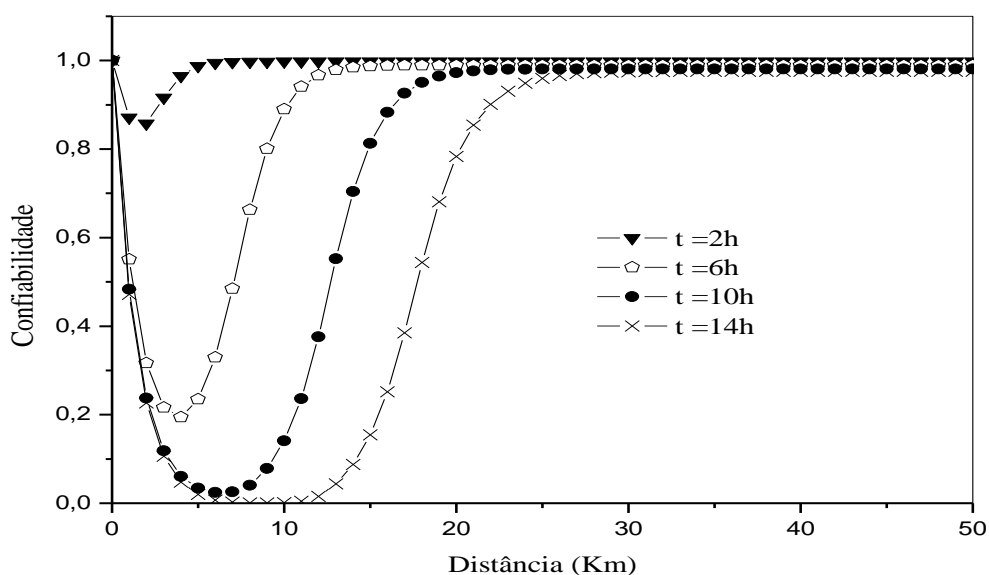


Fonte: elaborada pela autora.

Para a condição de baixa vazão do rio, nota-se que o rio alcança riscos elevados (80%) nas proximidades do lançamento (5 km), no tempo de 6 horas, bem como atinge valores máximos (igual a 100%) na proximidade de 10 km, após 10 horas de lançamento. Ressalta-se que não houve risco para estas condições no tempo de 2 horas de lançamento. Com a continuidade do lançamento (acima de 10 horas), somente em distâncias superiores a 20 km a jusante do lançamento, é que apresenta baixo risco ambiental (inferior a 20%) e alta confiabilidade. Comportamento oposto pode ser verificado na Figura 24, quanto à confiabilidade do corpo hídrico não sofre contaminação, na qual em tempo de 6 horas, alcança valor crítico de apenas 20%, sendo considerado um valor baixo para sistemas hídricos.

Para os rios do Nordeste brasileiro, cujas vazões são baixas, a concessão de outorga de lançamento de efluentes é sempre um risco, na qual deve ser devidamente mensurada. Conforme observado para este cenário, o risco máximo é alcançado, em trecho inferior a 10 km a jusante do lançamento, o que representa uma situação grave (Figura 23). Comportamento oposto ocorre com a confiabilidade do sistema, apresentada na Figura 24, que tem seu valor mínimo igual a zero. Contudo, mesmo diante destas condições de alto risco, este parâmetro tende a decrescer e a confiabilidade a aumentar, à medida que se distancia da fonte poluidora, indicando a capacidade de recuperação do corpo hídrico, estando principalmente vinculada a reaeração do rio.

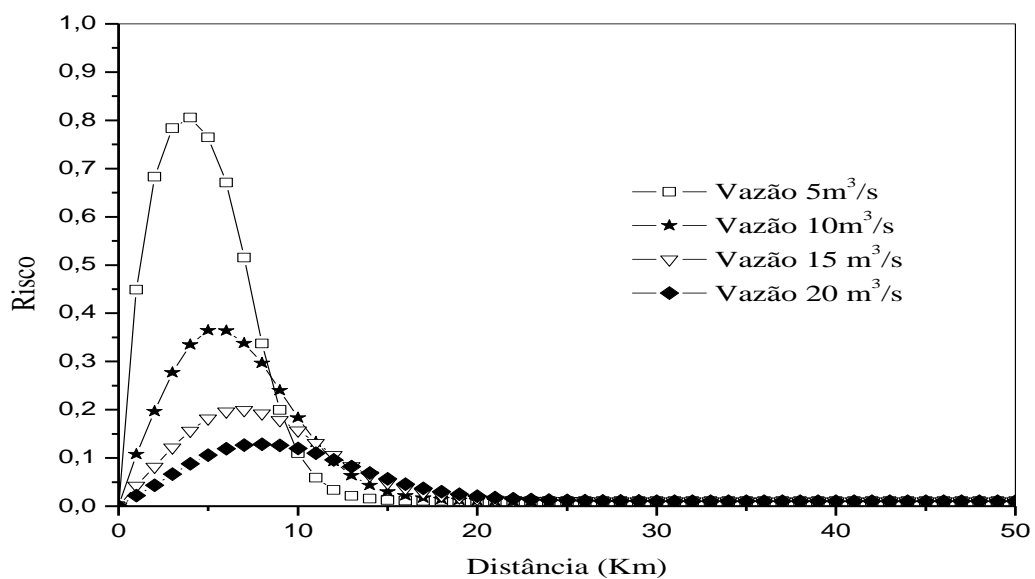
Figura 24- Comportamento da Confiabilidade do rio, para uma vazão de $5\text{m}^3/\text{s}$ e um lançamento de $\text{DBO}=300\text{ mg/l}$.



Fonte: elaborada pela autora.

Ao comparar diferentes vazões do rio ($5, 10, 15$ e $20 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$) e seus efeitos quanto ao risco do corpo hídrico receptor de lançamento de carga de $\text{DBO} = 300 \text{ mgL}^{-1}$, no tempo estipulado de 6 horas, observa-se pela Figura 25, que o maior risco (80%) ocorre quando o rio apresenta a menor vazão ($5 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$). Ao passo que, para análise da confiabilidade, figura 26, tem-se que os 5 primeiros quilômetros são os mais críticos por apresentarem confiabilidade de apenas 20%.

Figura 25 - Comportamento de risco no tempo de 6 horas para diferentes vazões do rio sujeito a lançamento de efluente com $\text{DBO} = 300\text{mg/l}$.

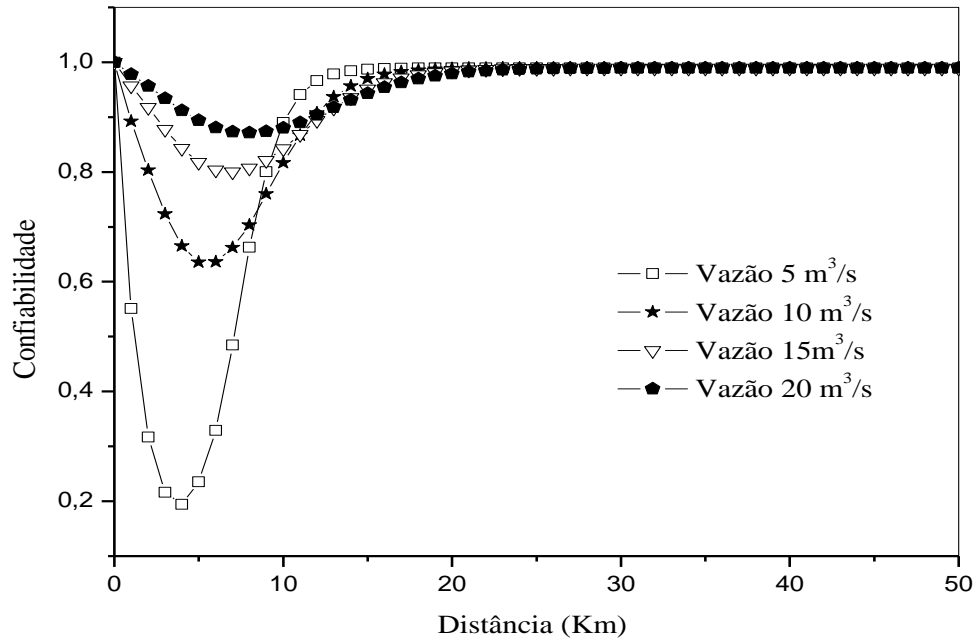


Fonte: elaborada pela autora.

Como pode ser visto, para um lançamento de carga poluidora com $\text{DBO}=300 \text{ mg/l}$ e vazão do rio igual a $5 \text{ m}^3/\text{s}$, são alcançados picos de risco próximos de 80%, valores considerados elevados para sistemas ambientais como rios e reservatórios. Por outro lado, para vazões de 10, 15 e $20 \text{ m}^3/\text{s}$, os valores aproximados de maior risco são, respectivamente, de 40%, 20% e 13%. Esses valores apresentam-se razoáveis para serem considerados no campo da engenharia ambiental.

Neste caso, os resultados mostram a forte dependência da vazão como parâmetros de controle de lançamento de efluentes. Nesse contexto, os resultados mostram que não se pode desprezar, por exemplo, a capacidade de diluição de um corpo hídrico, quando se deseja autorizar a concessão de outorga para um sistema de lançamento de efluentes.

Figura 26 – Comportamento da confiabilidade, no tempo de 6 horas, para diferentes vazões do rio e lançamento de efluente com DBO = 300mg/L.



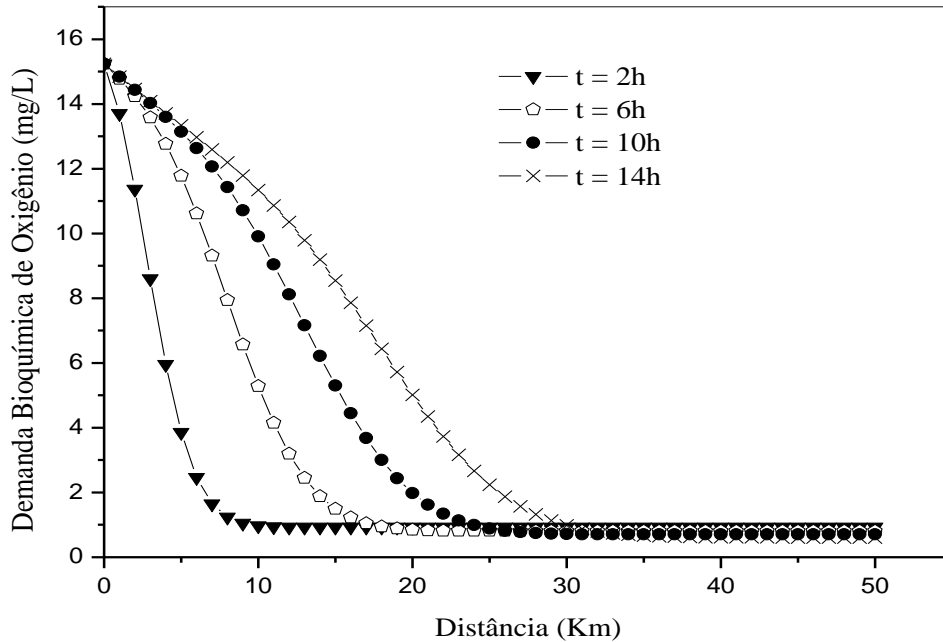
Fonte: elaborada pela autora.

5.3 Cenário 3 – Ausência de fonte difusa

Neste tópico, são apresentados os resultados correspondentes às simulações realizadas com vazão do rio igual a 10 m³/s, lançamento de efluente com DBO = 300mg/L e ausência de fonte difusa no rio, levando em consideração somente do fenômeno da reaeração. As Figuras 27, 28, 29 e 30 demonstram, respectivamente, os comportamentos da DBO, déficit, OD, risco e confiabilidade.

A Figura 27 apresenta acentuada queda no perfil da DBO, logo nas primeiras duas horas após o lançamento e nas proximidades do mesmo (10km), causada pelo processo de decaimento das concentrações de DBO. Nos tempos posteriores, ainda se verifica decréscimo acentuado, com o deslocamento deste perfil para a direita (distanciando da fonte), indicando a advecção da nuvem poluidora, face o lançamento contínuo da carga. Estes resultados apresentam comportamento semelhante aos verificados na Figura 14 (cenário 1), pois ambos alcançam baixos valores de DBO (aproximadamente 1mg/L), mesmo tendo a vazão do cenário 2 reduzida pela metade (igual a 10m³/s). Ressalta-se a capacidade do rio em restabelecer uma nova condição de equilíbrio, verificada na seção a partir de 10km da fonte poluidora para o tempo de 2 horas.

Figura 27 – Comportamento da DBO ao longo do rio (vazão $10\text{m}^3/\text{s}$) após lançamento na origem de efluente com DBO igual a 300mg/L .

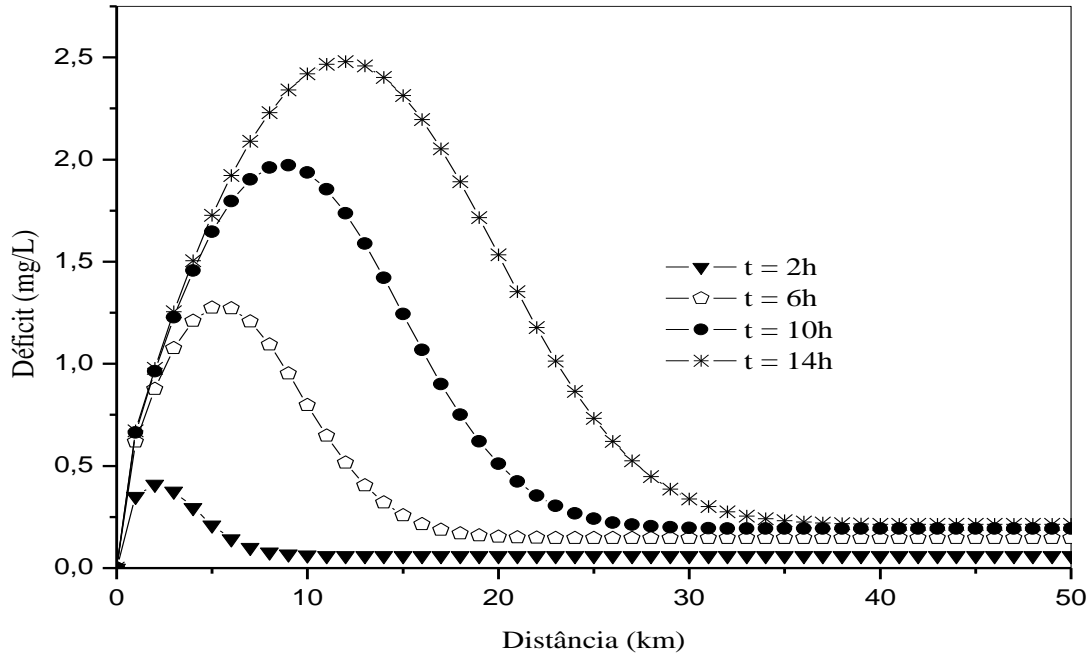


Fonte: elaborada pela autora.

O perfil do Déficit de OD (Figura 28) reforça o comportamento da DBO (Figura 27) ao tomar como exemplo o tempo de 14 horas, onde é alcançado o maior déficit (aproximadamente $2,5\text{ mg/L}$) e que, por conseguinte (Figura 29), para este mesmo tempo, alcança a menor concentração de OD ($5,5\text{ mg/L}$). Importante destacar que a reaeração é a responsável pelo restabelecimento da concentração de oxigênio dissolvido em concentrações semelhantes às verificadas anterior ao lançamento da carga. As concentrações críticas de OD foram verificadas no trecho de 5 a 15km a jusante do lançamento (Figura 29), região em que se observa os maiores riscos (Figura 30).

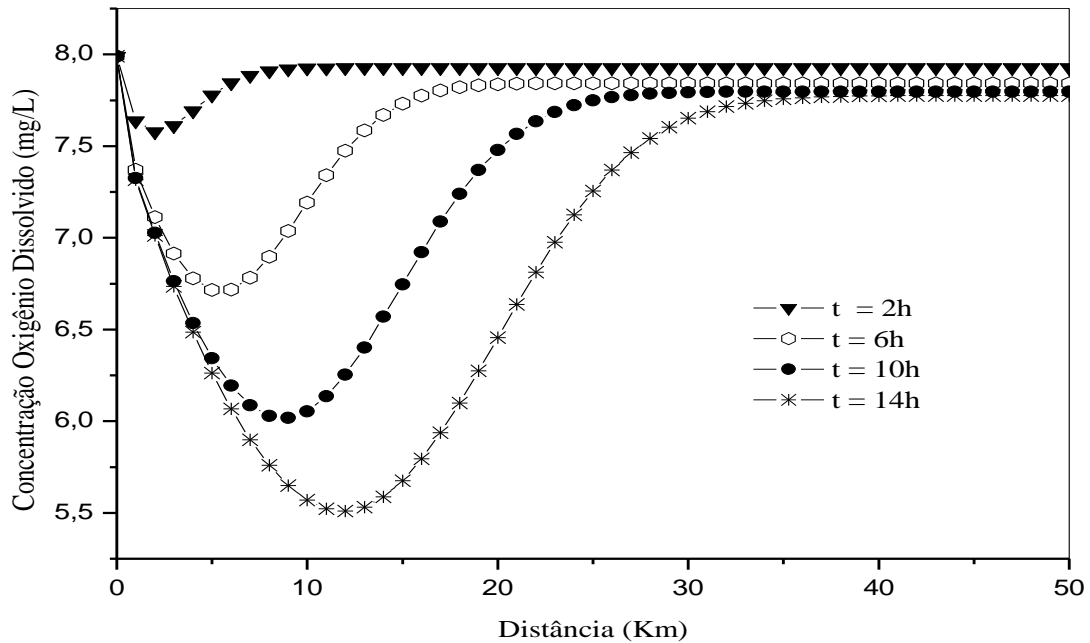
Para este cenário, o Déficit torna-se mais expressivo, com seu perfil correspondente ao perfil da DBO, estando o seu maior valor também associado ao ponto crítico do OD, na proximidade de 15km após a fonte poluidora.

Figura 28 – Comportamento do Déficit de OD, ao longo do rio (vazão $10\text{m}^3/\text{s}$), após lançamento na origem de efluente com DBO igual a 300mg/L .



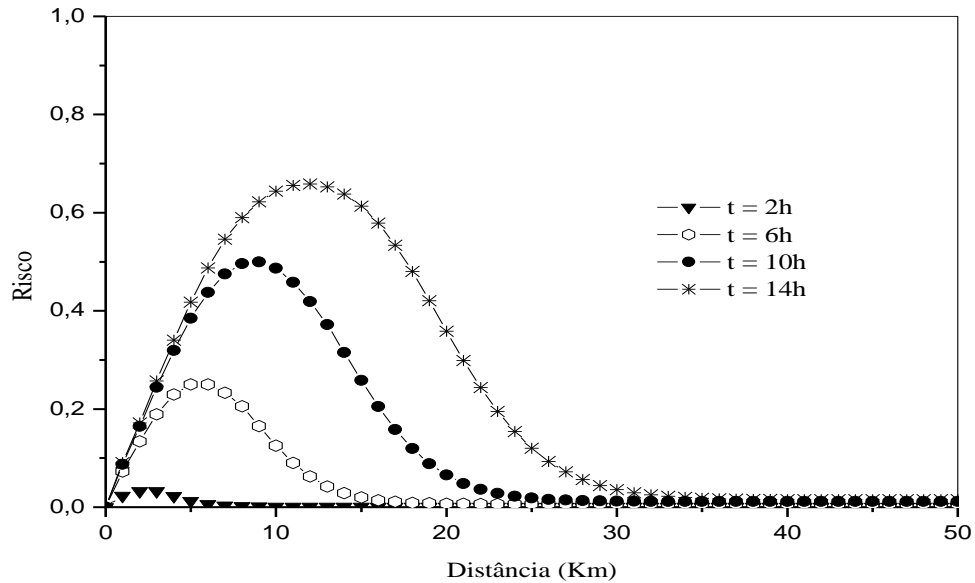
Fonte: elaborada pela autora.

Figura 29 – Perfil da concentração de OD ao longo do rio (vazão $10\text{m}^3/\text{s}$) após lançamento na origem de efluente com DBO igual a 300mg/L .



Fonte: elaborada pela autora.

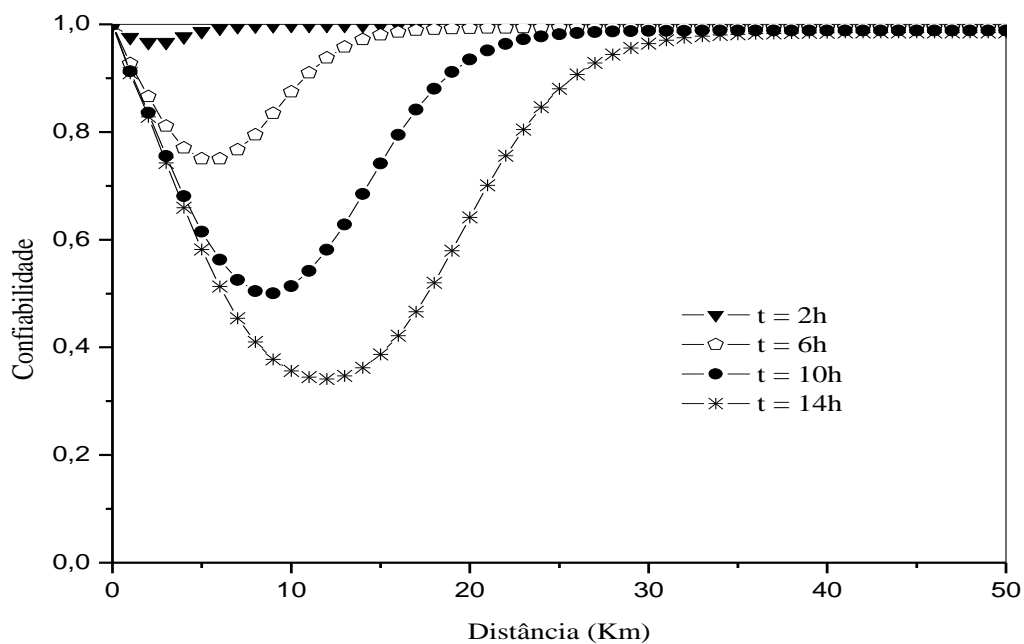
Figura 30 - Perfil do risco Fuzzy de contaminação do rio frente ao lançamento de efluente com DBO igual a 300 mg/l.



Fonte: elaborada pela autora.

A análise do risco (Figura 30) permite verificar a consonância deste parâmetro com o oxigênio dissolvido no corpo hídrico, haja vista que o maior risco (superior a 60%) foi encontrado para o tempo de 14 horas numa distância aproximada de 15km da origem da fonte poluidora. Essas observações robustecem o programa computacional desenvolvido, demonstrando que o mesmo é capaz de expressar a dinâmica de um corpo hídrico.

Figura 31 - Perfil da Confiabilidade Fuzzy de contaminação do rio frente ao lançamento de efluente com DBO igual a 300 mg/l.



Fonte: elaborada pela autora.

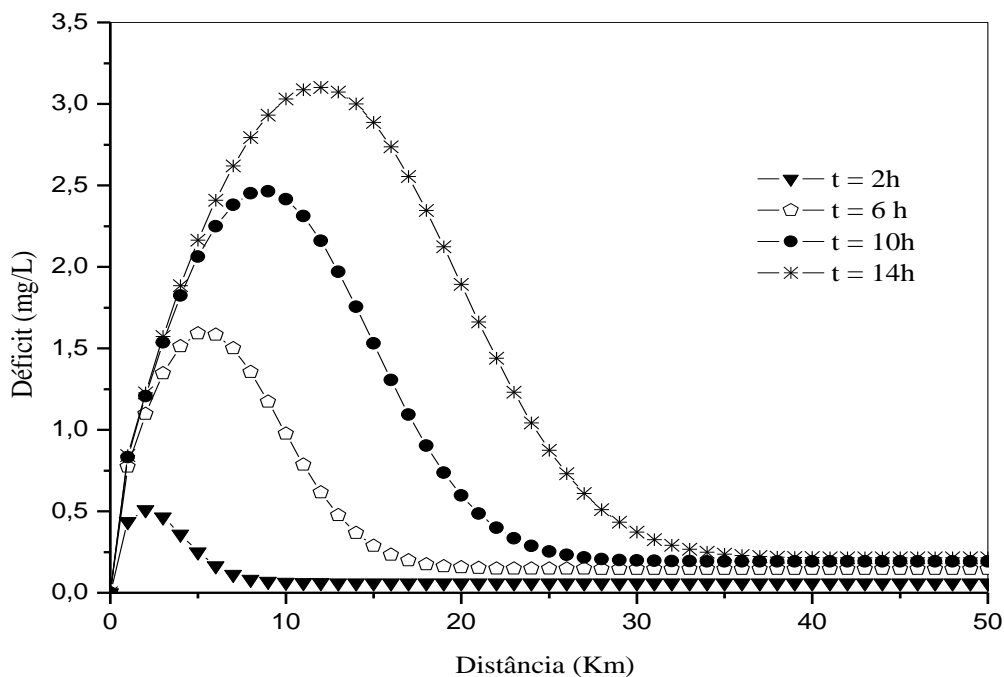
5.4 Cenário 4 – Influência da fonte nitrogenada

A análise da influência da fonte nitrogenada inicia-se com a observação do comportamento do Déficit de OD, através da Figura 32, para uma carga de nitrogênio de 228 mg/L com uma taxa global de reação de nitrogênio de $0,5d^{-1}(K_n)$. Como pode ser observada, a presença do nitrogênio provoca forte consumo do oxigênio dissolvido fazendo com que o déficit atinja um ponto máximo, em 14 horas, de 3mg/L.

A Figura 33 mostra o perfil do OD para o mesmo cenário anterior. Verifica-se que, para um tempo de 14 horas, a concentração crítica é de 5mg/L. Estes resultados exercem uma forte influência nos resultados do risco e da confiabilidade.

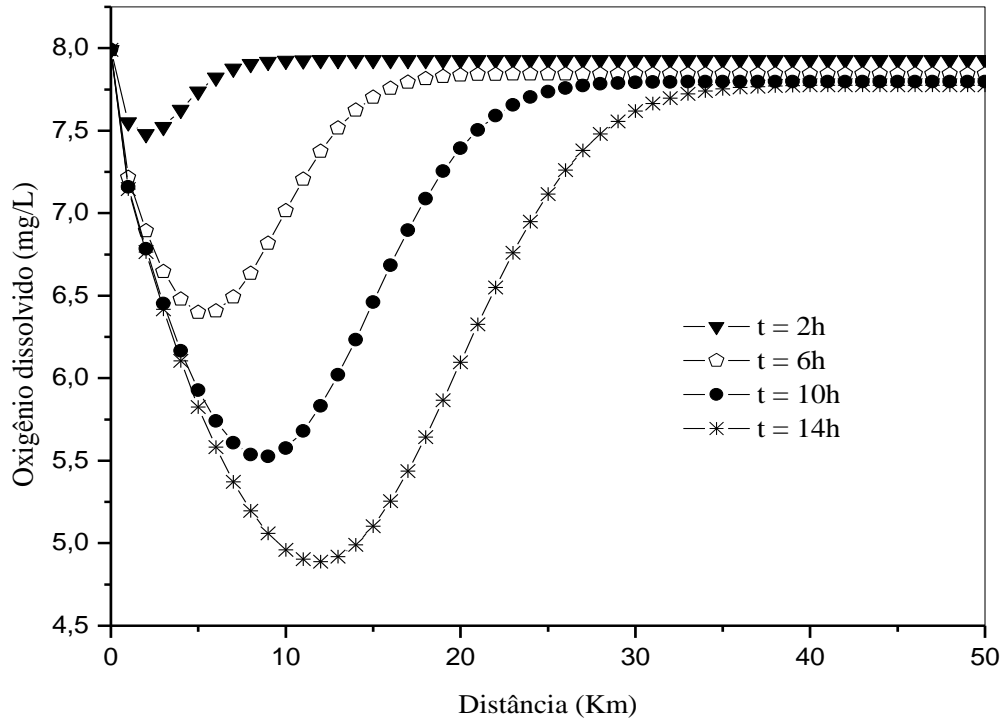
A Figura 34 mostra o comportamento do risco para este cenário. Como dito anteriormente, o risco tem um pico de 80% para um tempo de análise de 14 horas o que é considerado alto para os padrões da engenharia ambiental. Este resultado era esperado considerando que a presença do nitrogênio em um sistema aquático qualquer representa uma fonte de consumo de oxigênio dissolvido. Vale destacar aqui a eficácia do programa computacional e da metodologia desenvolvida para o cálculo desse funcional que apresenta natureza dinâmica.

Figura 32 – Comportamento do déficit de OD para o cenário com fonte difusa de nitrogênio.



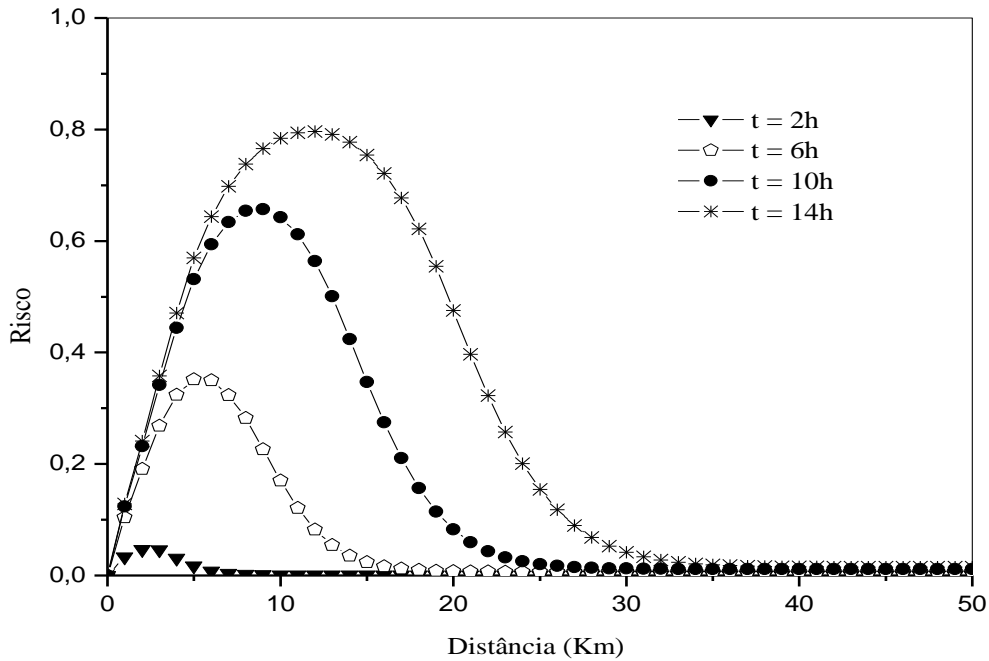
Fonte: elaborada pela autora.

Figura 33 – Comportamento do OD para uma fonte difusa de nitrogênio.



Fonte: elaborada pela autora.

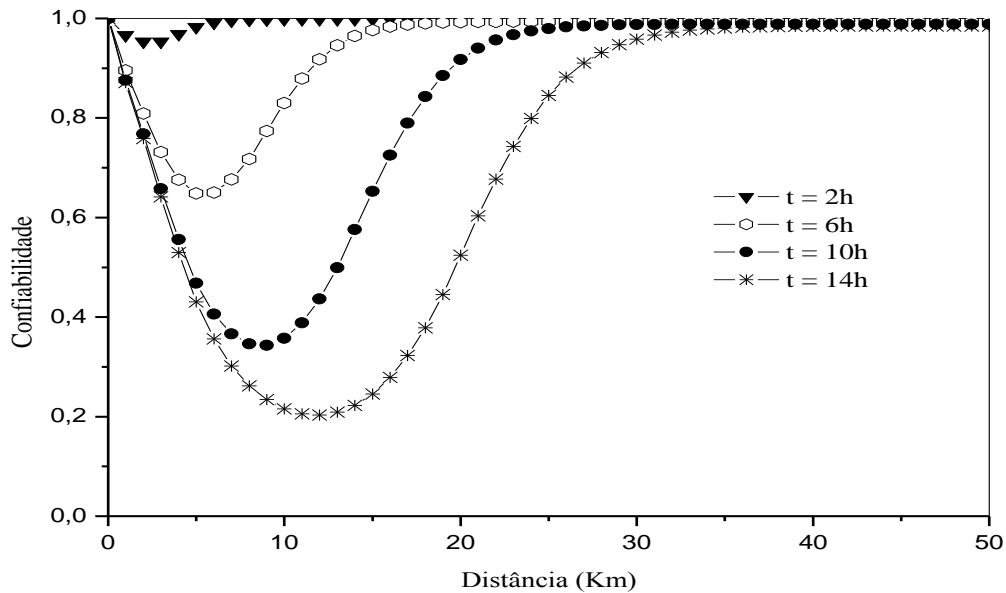
Figura 34 – Perfil do risco *fuzzy* para uma fonte difusa de nitrogênio.



Fonte: elaborada pela autora.

A Figura 35 mostra o comportamento da confiabilidade para o mesmo cenário. Uma vez mais se percebe uma redução na confiabilidade. Neste caso, para um tempo de 14 horas a confiabilidade cai para 20%. É importante notar que o risco e a confiabilidade possuem comportamentos governados pelo comportamento do oxigênio dissolvido o que garante uma análise mais consistente.

Figura 35 – Perfil da confiabilidade para o mesmo cenário anterior.



Fonte: elaborada pela autora.

Sales (2014) também verificou a forte influência da reação de nitrificação quanto ao campo de concentração do oxigênio dissolvido no rio e, por conseguinte na análise de risco, mesmo ao considerar uma modelagem em sistema determinístico.

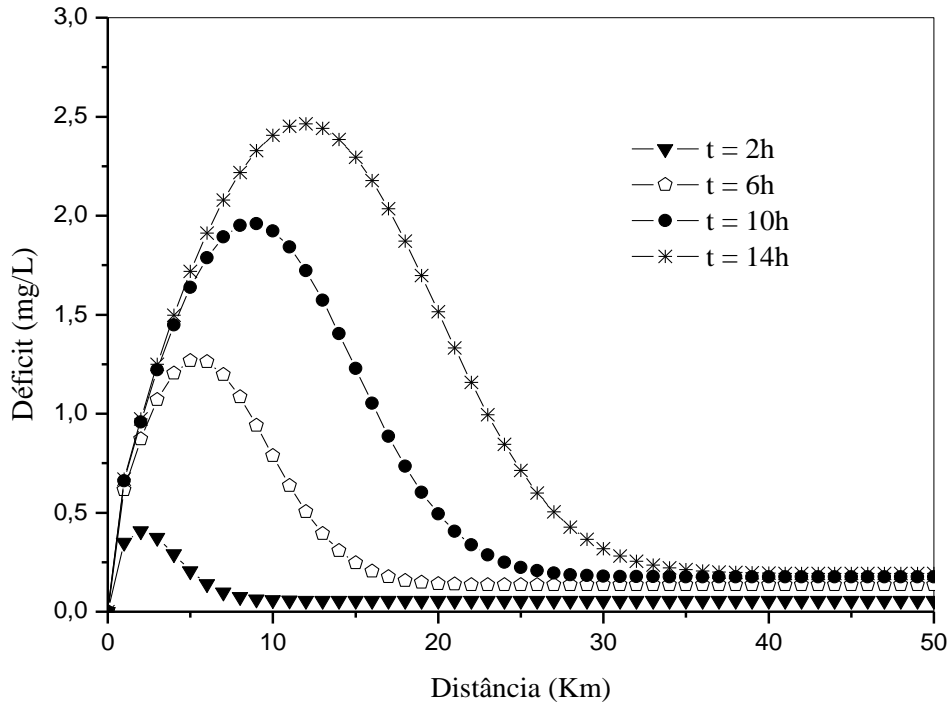
5.5 Cenário 5 – Influência das fontes difusas: nitrificação, respiração e fotossíntese.

As próximas Figuras correspondem à inclusão de fontes difusas na equação do oxigênio dissolvido e do Déficit para estudar o comportamento destes parâmetros neste novo cenário e, por conseguinte, avaliar o risco e a confiabilidade do sistema hídrico.

As Figuras 36, 37, 38 e 39 representam, respectivamente, os resultados do déficit, do oxigênio dissolvido, do risco e da confiabilidade na presença de mais duas fontes: a respiração e a produção através da fotossíntese.

A Figura 36 mostra o perfil do déficit para um cenário com a presença do nitrogênio, respiração e produção. Para a respiração foi considerada uma taxa de 0,5mg/d e para a produção o valor de 0,58 mg/d.. Para reservatório, esta taxa de produção é normalmente baixa, sendo um valor aceitável para rios.

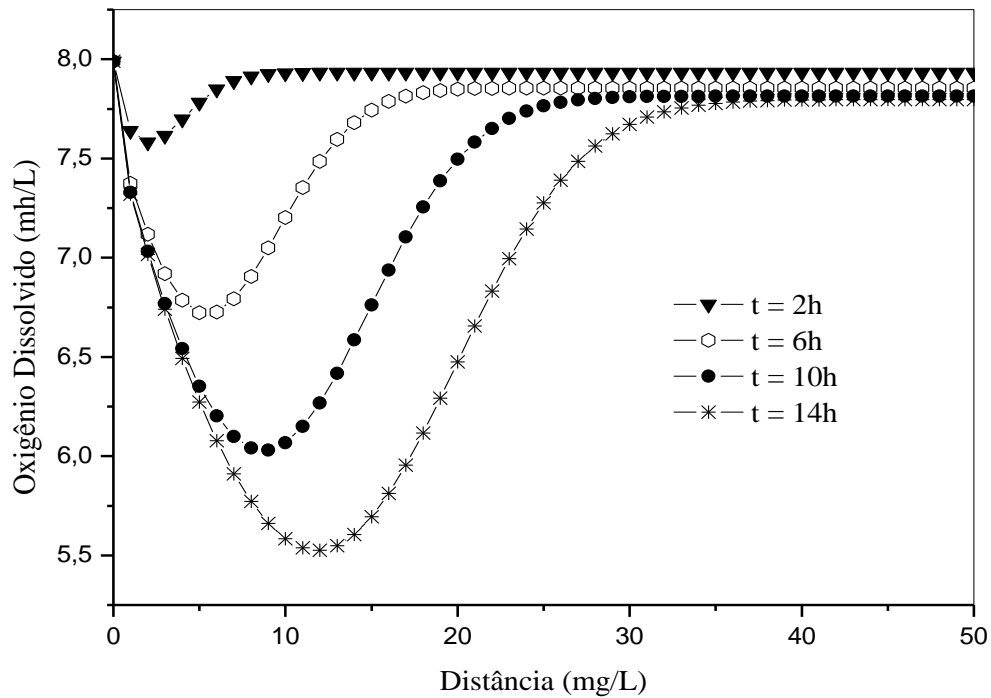
Figura 36 – Perfil do déficit de OD considerando as cargas difusas de nitrogênio, respiração e a fotossíntese.



Fonte: elaborada pela autora.

Uma análise dos gráficos permite constatar que as condições do rio melhoraram com a presença dessas duas fontes. Observando a Figura 36, verifica-se que para um tempo de 14 horas, o déficit aproximou-se de 2,5mg/L. Todos os resultados dependem das taxas empregadas na fotossíntese e na respiração. O que o resultado nos mostra é que o modelo é capaz de produzir bons resultados, mesmo considerando a complexidade de um modelo de transporte com transiência e com natureza *Fuzzy*.

Figura 37 – Perfil do OD considerando as fontes nitrogênio, respiração e fotossíntese.

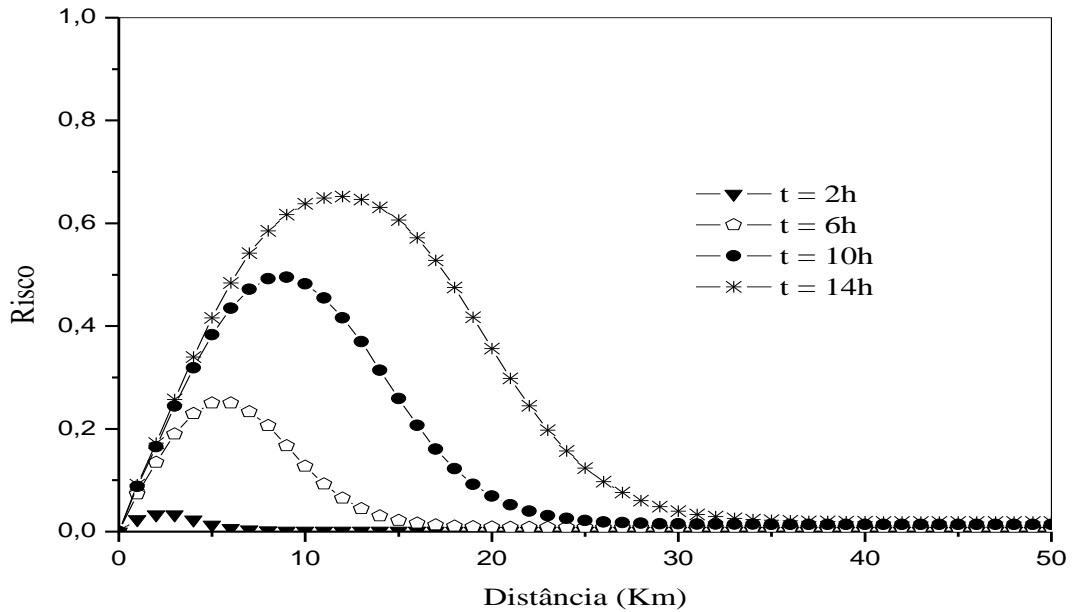


Fonte: elaborada pela autora.

A Figura 37 mostra o perfil do OD para este cenário, como pode ser constatado que seus valores demonstram ser discretamente melhor quando comparado ao cenário anterior. Neste caso, o ponto crítico da concentração de OD para 14 horas é próximo a 5,5 mg/L, valor superior quando comparado ao cenário anterior, fato este favorecido pelo efeito da fotossíntese.

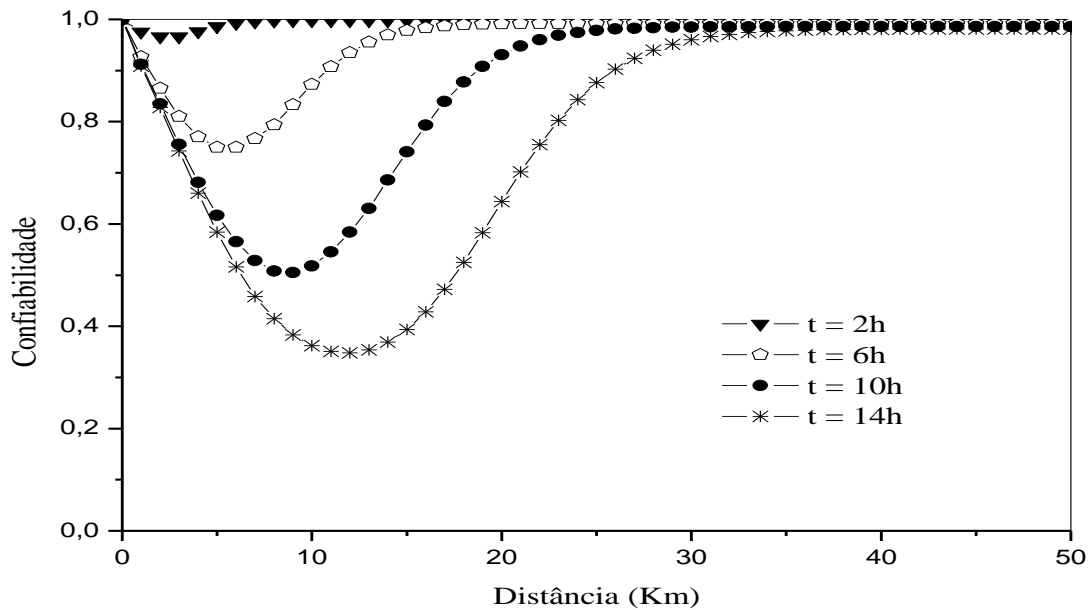
A Figura 38 mostra o comportamento do risco considerando as três fontes anteriores. Neste caso, ao considerar os mesmos valores de lançamento, o risco máximo está abaixo de 70%, o que representa um cenário de qualidade de água mais aceitável para este rio. A Figura 39 confirma esses resultados mostrando uma melhora no quadro da confiabilidade.

Figura 38 – Perfil do risco *fuzzy* para o cenário considerando as fontes nitrogênio, respiração e fotossíntese.



Fonte: elaborada pela autora.

Figura 39 – Perfil da confiabilidade do rio diante as considerações das fontes nitrogênio, respiração e fotossíntese.



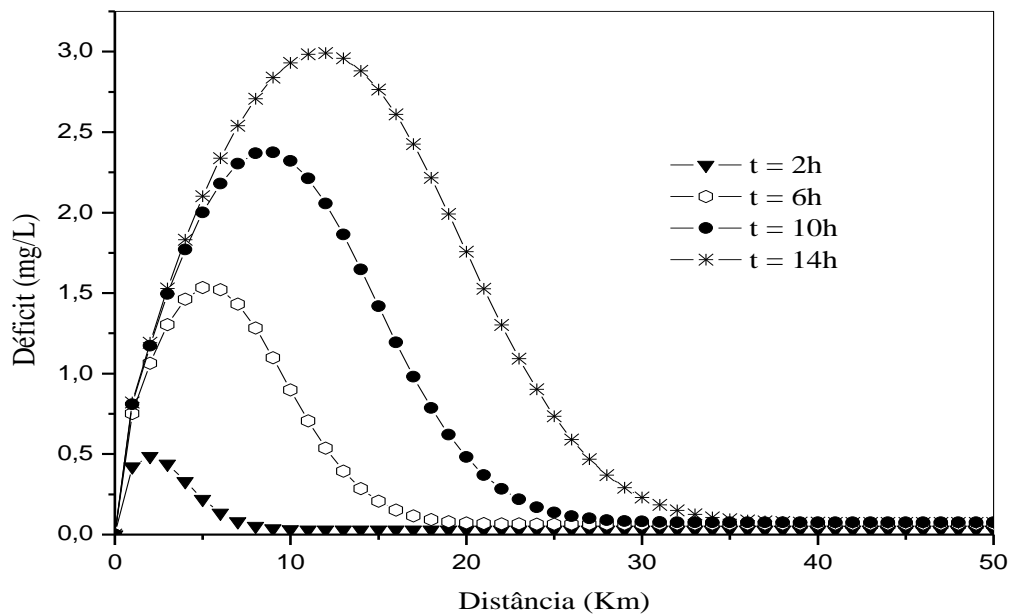
Fonte: elaborada pela autora.

5.6 Cenário 6 – Consideração de todas as fontes

Finalmente, as Figuras 40, 41, 42 e 43 mostram respectivamente, os resultados obtidos para o déficit, a concentração de OD, o risco e a confiabilidade, para um cenário com a contribuição da nitrificação, respiração, fotossíntese e sedimentação.

Como pode ser observado em relação ao Déficit (Figura 40), o efeito da ressuspensão de sedimento elimina o efeito da produção de OD pela fotossíntese. Para o maior tempo de análise (14 horas), observa-se o pico do déficit em 3 mg/L. O mesmo comportamento ocorre para a concentração de OD que tem seu valor crítico de 5mg/L para o referido tempo (Figura 41). Este resultado afeta o risco, que alcança o valor máximo próximo de 80%, para o mesmo tempo de análise (Figura 42). Da mesma maneira, a Figura 43 mostra que o perfil da confiabilidade alcança valor mínimo de aproximadamente 20%.

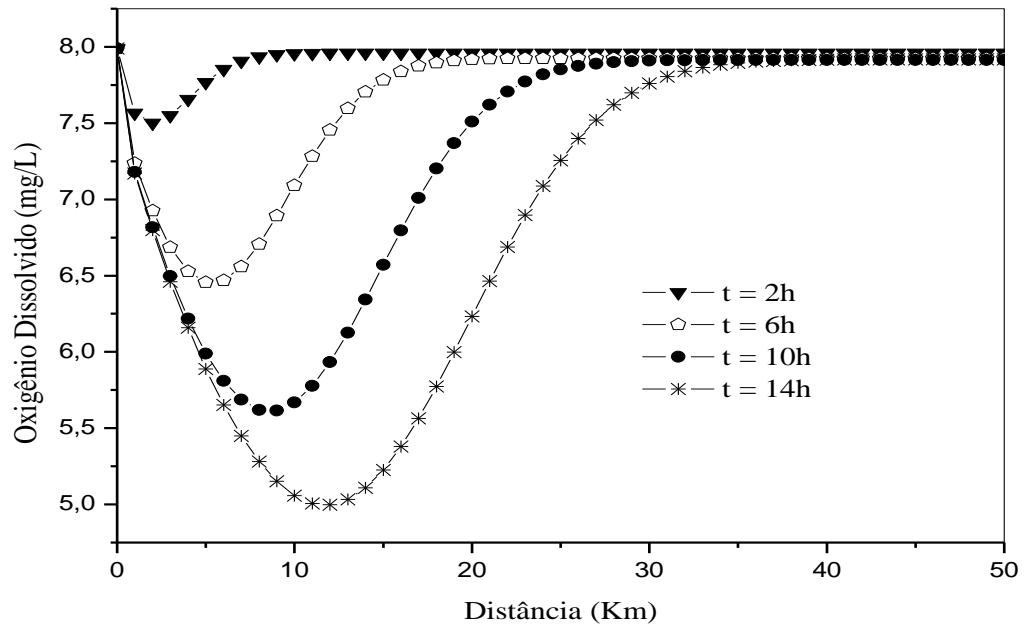
Figura 40 – Perfil do déficit de OD para o cenário em que as 4 fontes difusas são consideradas.



Fonte: elaborada a autora.

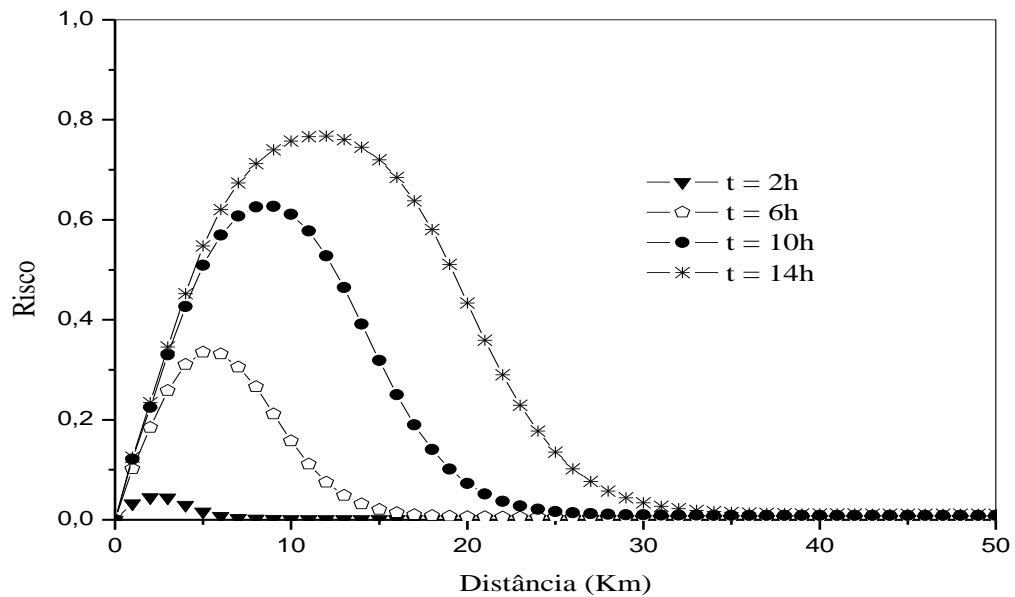
A inserção da demanda de oxigênio pelo sedimento (S_d) incluído na equação do OD promove decréscimo da qualidade das águas em um corpo hídrico em virtude da redução da concentração do OD (Figura 41). Isto é explicado pelo fato de que, neste caso, o modelo considera a concentração de DBO presente no sedimento, proveniente do processo de ressuspensão, requerendo, portanto, consumo do OD, diminuindo, portanto a sua disponibilidade no rio, e por consequência, promove o aumento do risco ambiental (Figura 42).

Figura 41 – Perfil da concentração de OD considerando as 4 fontes difusas.



Fonte: a autora.

Figura 42 - Perfil do risco para o cenário considerando todas as fontes.

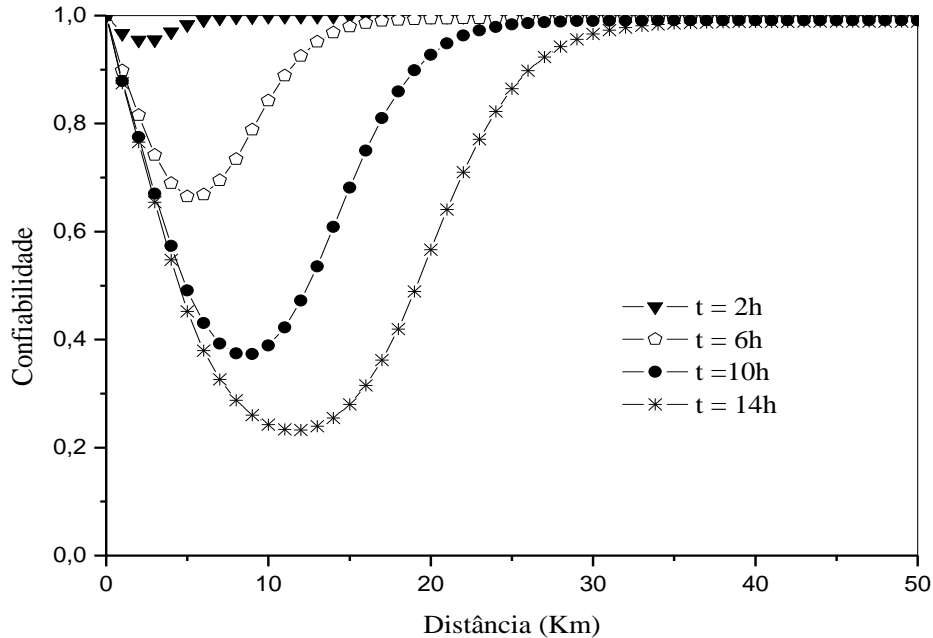


Fonte: elaborada pela autora.

A Figura 44 apresenta o comportamento da função marginal de segurança para diferentes períodos de análise, na direção longitudinal do rio, a 10km distantes da fonte poluidora. A partir dela, observa-se o deslocamento da nuvem poluente ao longo do escoamento do rio, sendo diretamente influenciada pelo campo de velocidade do rio associada a dispersão. O deslocamento da função marginal para a esquerda (com o passar do tempo)

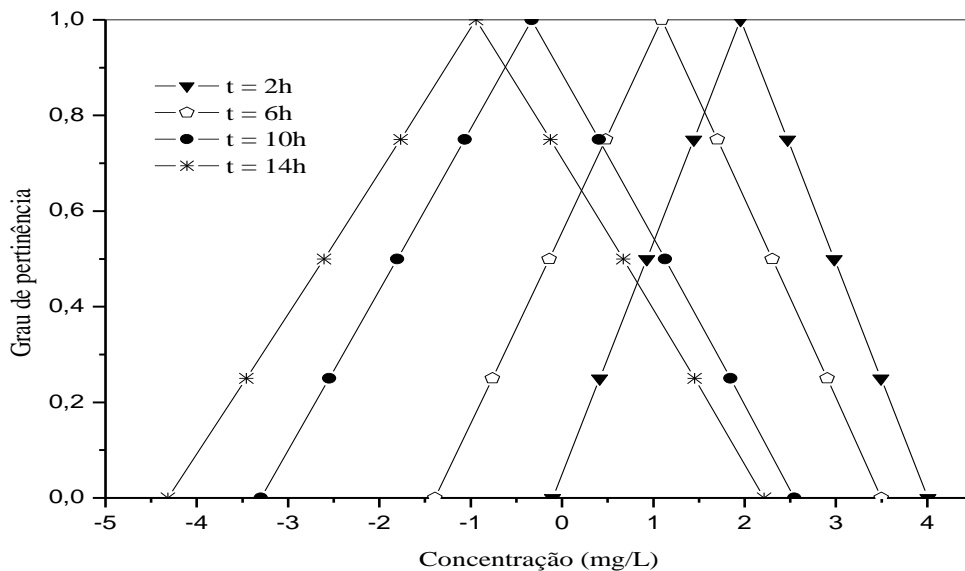
revela que a concentração da carga poluidora no corpo aquático tende a aumentar. Dessa forma, este comportamento vem reforçar a depleção do oxigênio dissolvido, associado ao aumento do risco e redução da confiabilidade para o maior período analisado (14h).

Figura 43 – Perfil da confiabilidade para o cenário considerando as 4 fontes difusas.



Fonte: a autora.

Figura 44 – Função marginal para o cenário em que considera todas as fontes difusas.

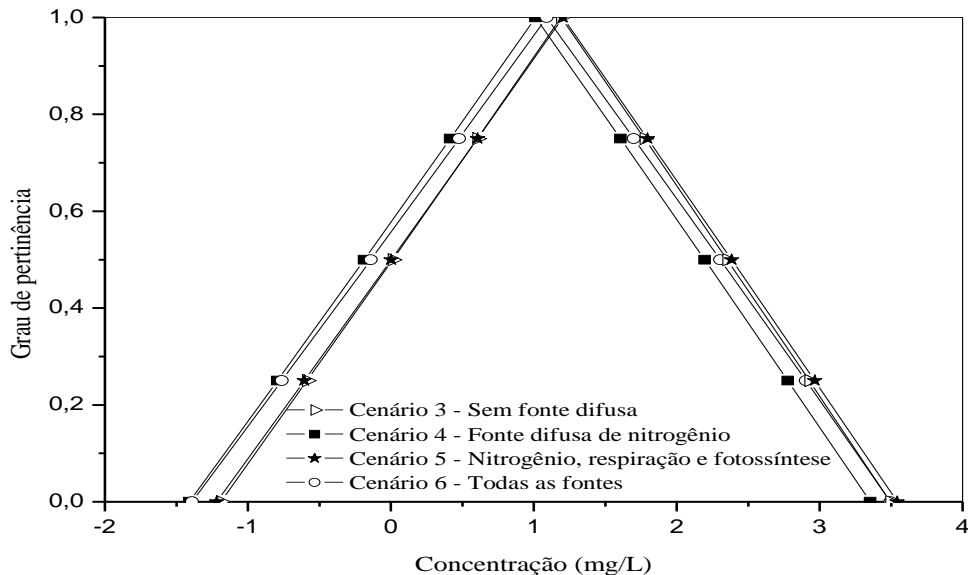


Fonte: elaborada pela autora.

5.7 Análise comparativa entre os cenários

A Figura 45 expressa o comparativo das funções marginais referentes aos cenários 3, 4, 5 e 6. De acordo com a equação 65, que rege quanto à função marginal, observa-se que, quando a concentração da resistência do corpo hídrico é inferior a concentração do poluente, obtêm-se resultados negativos para a concentração da função marginal, conforme pode ser observado na Figura 44 e 45. Nesta última, tem-se praticamente uma superposição entre as seguintes funções marginais: cenário 4 (fonte nitrogenada) com o cenário 6 (todas as fontes), e igualmente, o cenário 3 (ausência das fontes difusas) com o cenário 5 (fontes de nitrogênio, respiração e fotossíntese). Evidentemente que este resultado de equivalência de valores só ocorre pela escolha dos dados dos parâmetros empregados. Para outros cenários mais específicos, certamente que os efeitos são equivalentes, mas os resultados não são idênticos como nessas simulações de trabalho.

Figura 45 – Comparativo das funções marginais para os diferentes cenários considerando o tempo de 6 horas.



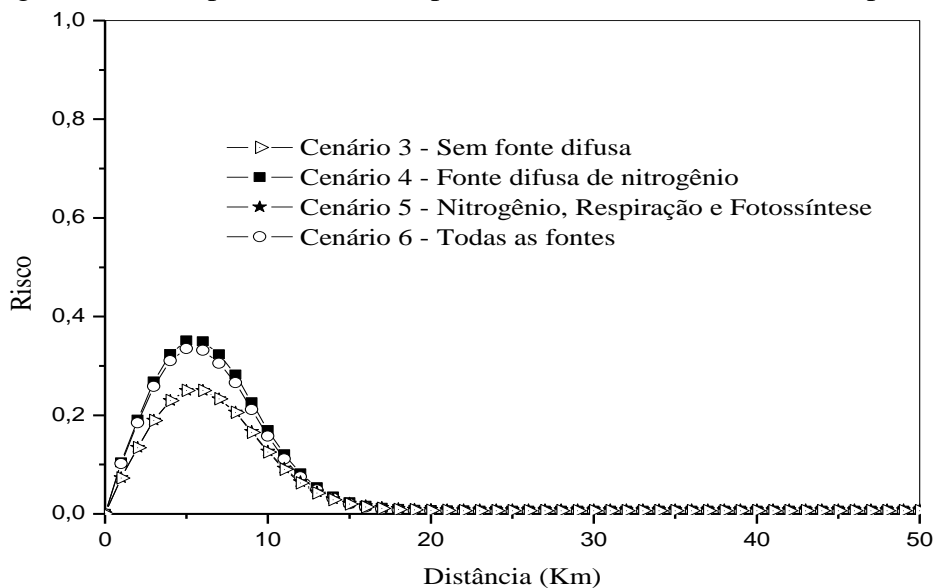
Fonte: elaborada pela autora.

A partir desses resultados, nota-se que, em uma análise individual, as fontes difusas atuam aos pares e que seus efeitos se cancelam. Por exemplo, a função marginal do cenário 6 (todas as fontes) comparada com o cenário 5, tem-se que a disponibilidade do OD contribuído pela fotossíntese, foi minimizada pelo efeito da ressuspensão do sedimento, por requerer consumo do oxigênio dissolvido para o decaimento da matéria orgânica suspensa. Isso promoveu o aumento da concentração marginal em escala negativa (aumentou a base da

pirâmide), elevando o risco do sistema. Esse fenômeno é reforçado ao analisar a Figura 46 para análise do risco, pois também se observa a sobreposição das curvas.

As Figuras 46 e 47 comparam o comportamento do risco e da confiabilidade, respectivamente, para os diferentes cenários. Os resultados mostram que, o risco encontrado para o cenário 6, no qual considera todas as fontes difusas, é equivalente ao risco referente ao cenário em que considera somente a fonte difusa de nitrogênio (cenário 4). Como pode ser observado, o maior risco encontrado nas duas situações é próximo ao valor de 35% (0,35). Isto quer dizer que o efeito da ressuspensão do sedimento minimiza a confiabilidade esperada devido à produção de OD pela fotossíntese. Assim, tem-se que inserção de fontes consumidoras de oxigênio (nitrificação e sedimentação) foi capaz de deslocar as funções marginais para a esquerda, ou seja, admitem valores negativos, indicando alto risco de o sistema falhar.

Figura 46 – Comparativo do risco para os diferentes cenários no tempo de 6 horas.



Fonte: a autora.

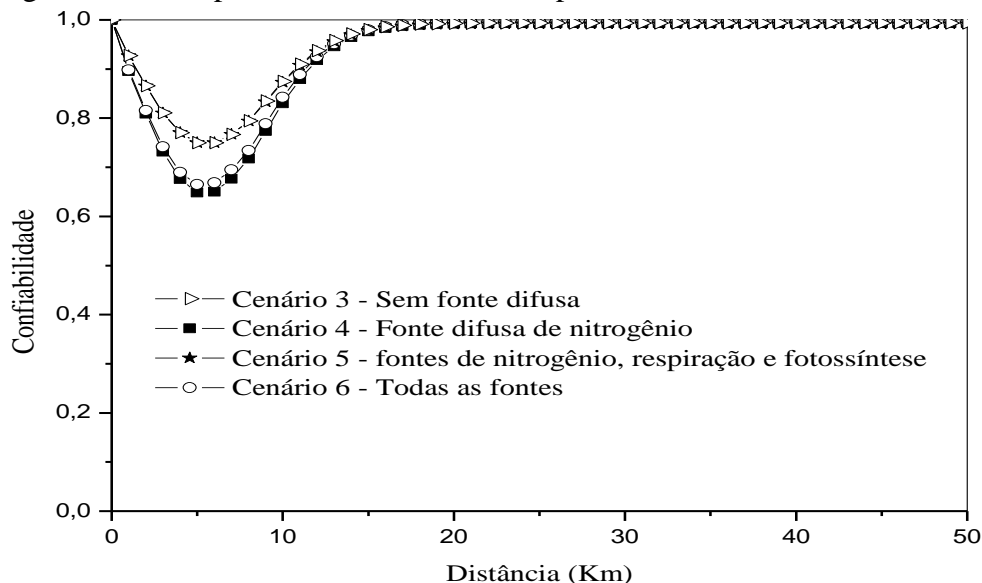
Ao comparar o risco do cenário 4 com o do cenário 5, observa-se que o primeiro apresenta risco superior (igual a 35%) devido a ausência do fornecimento de OD (fotossíntese) para o sistema. Conforme foi verificado que a análise do risco é dependente do OD, tem-se que no cenário 5 e para o tempo adotado, a fotossíntese considerada dispõe o OD requerido, para os dois fenômenos consumidores de OD: a nitrificação e a respiração, de forma a reduzir o risco para 25%. Assim, a fotossíntese contribui significativamente para o fornecimento de oxigênio ao sistema de forma que as reações de nitrificação sejam compensadas, ao passo que a sua ausência na modelagem é capaz de elevar o risco.

Observa-se que, individualmente o cenário analisado com a fonte difusa nitrogenada foi o que apresentou o maior risco, igual a 35%, ao passo que quando este fenômeno está associado com as demais fontes consideradas, este risco apresenta um pequeno decréscimo, alcançando o valor de 33%. Assume-se que esta redução está relacionada à contribuição promovida pela fotossíntese, por disponibilizar o OD para os processos da demanda nitrogenada.

Por outro lado, o cenário analisado quanto à ausência de todas as fontes, tem-se que o risco alcança o valor de 25%, nas seis primeiras horas de lançamento e na proximidade da fonte (distância inferior a 10 km). Quantitativamente, uma redução de 8% no valor desse risco, a princípio, pode-se ter uma falsa impressão de que as fontes difusas devam ser negligenciadas nos modelos matemáticos para os corpos hídricos.

Desconsiderar a camada de lodo no modelo atua contra a sua própria segurança, pois o lodo é responsável por uma demanda adicional de OD no corpo d'água. Dessa forma, a dinamicidade do sistema aquático deve ser considerada a fim de elevar o caráter realístico do modelo, bem como expressar com maior fidedignidade a capacidade que os corpos hídricos possuem em receber efluentes com diferentes intensidades de carga poluidora, sendo possível estabelecer quantitativamente a capacidade de comprometimento da sua qualidade ambiental, sendo esse o importante papel da engenharia. Em suma, os resultados mostram a capacidade desta metodologia na análise de risco de sistemas aquáticos com problema de qualidade de água.

Figura 47 – Comparativo da confiabilidade para os diferentes cenários.



Fonte: elaborada pela autora.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões

Os resultados obtidos a partir da modelagem matemática desenvolvida baseada no transporte de massa e na Lei de Fick, com a inserção dos parâmetros Fuzzy, para o cálculo do risco de um rio natural sofrer degradação ambiental, permitem estabelecer as seguintes conclusões:

- O modelo desenvolvido permitiu avaliar a transiência do sistema hídrico em estudo, pois permitiu o acompanhamento da carga poluidora no eixo longitudinal e em diferentes tempos, sendo, portanto capaz de prever a dispersão de poluentes em escala espacial e temporal;
- Ao contrário do modelo de Streeter-Phelps, que é um modelo estacionário, a modelagem desenvolvida permitiu a avaliação dos campos de concentrações de DBO e OD, em uma mesma seção do rio e para diferentes tempos, em concordância com os resultados presentes na literatura;
- A teoria Fuzzy incorporada no modelo foi capaz de permitir que as incertezas fossem inseridas nos parâmetros de entrada, os quais os dados desses parâmetros foram considerados em um intervalo de dados, atribuídos a eles determinados graus de pertinência, os quais foram avaliados por meio das formulações do modelo.
- A metodologia para o cálculo da análise de risco *Fuzzy* mostrou que o risco e a confiabilidade são individualmente uma função dependente da concentração do OD. Assim, quanto menor forem as concentrações de oxigênio, o modelo demonstra que maior será o risco do rio natural sofrer degradação ambiental.
- A relação entre o OD e o risco *fuzzy* foi fortalecida com os resultados obtidos, pois permitiram mostrar que o ponto crítico de oxigênio dissolvido sofre alteração em cada seção do rio com o passar do tempo e que o ponto crítico do risco apresenta o mesmo comportamento.
- A inclusão do nitrogênio na equação geral do OD faz com que as concentrações deste diminuam e, em consequência, cause a ocorrência do aumento do risco e diminuição da confiabilidade.
- Nas simulações realizadas, foi verificado que as taxas da fotossíntese e respiração apresentaram efeitos contrários em relação ao risco, devido à proximidade numérica

dos dados de entrada considerados. Assim, o resultado obtido não corresponde ao resultado final, mas sim, que dependendo do sistema aquático adotado e dos valores atribuídos às suas taxas, este comportamento pode sofrer alteração, como ocorreria para um reservatório eutrofizado.

- O cenário referente à sedimentação, na qual houve a inclusão do fenômeno da ressuspensão do lodo ao modelo, os resultados obtidos demonstraram que a consideração desse parâmetro fez com que uma parcela da DBO que estava no lodo retornasse ao sistema, reduzindo assim o OD e por consequência, promoveu aumento do risco ambiental. Isto mostra que, para rios com leitos irregulares, onde possa intensificar o efeito da turbulência e aumentar o processo de ressuspensão, tem-se o aumento do risco.
- Os resultados mostram que a combinação dessas 4 fontes difusas simultaneamente no modelo produz um efeito de aumento do risco com a redução do OD, mesmo que a fotossíntese e a reaeração promova uma reposição de OD ao modelo. Entretanto, os resultados mostram que novas simulações devem ser desenvolvidas a fim de obter maior riqueza de resultados.
- A metodologia desenvolvida pode ser empregada como ferramenta computacional a fim de auxiliar na descoberta da capacidade de suporte do corpo receptor baseada na análise do risco.
- A metodologia permite uma avaliação mais precisa quanto aos estudos requeridos para concessão de outorga, apresentando-se como uma ferramenta de extrema importância para a gestão de recursos hídricos.

Em resumo, este trabalho resultou ser um importante ponto de partida para a análise de risco ambiental em sistema fluvial receptor de lançamento de efluente, a considerar a dinamicidade do sistema, mesmo que de forma incipiente. Os resultados desta pesquisa serviram para se ter uma boa ideia da metodologia proposta, da capacidade do programa computacional, bem como, das possibilidades de informações que estudos como este podem disponibilizar para os gestores e formuladores de políticas públicas, na gestão integrada dos recursos hídricos.

6.2 Recomendações

Sobre este tema, sugerem-se algumas atividades a serem desenvolvidas:

- Inserção de novos parâmetros nas fontes consideradas, como exemplo, considerar como parâmetro a temperatura.
- Torna-se interessante que novas simulações sejam desenvolvidas a fim de conhecer melhor o efeito de cada parâmetro na análise do risco e assim realizar a análise de sensibilidade do modelo.
- Sugere-se a aplicação deste modelo em algum rio de modo a promover a calibração do modelo.
- Comparar a eficiência do modelo com a resolução analítica da Lei de Fick nos parâmetros analisados no estudo.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. A. F. **Análise do risco ambiental em rios mediante aplicação de um modelo matemático bidimensional difuso considerando a influência de ondas de cheia**. 2015. 124 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- BAHADORI, A., VUTHALURU, H. B. Simple Arrhenius-type function accurately predicts dissolved oxygen saturation concentrations in aquatic systems. **Process Safety and Environmental Protection**, v. 88, p. 335–340. 2010.
- BARBOSA JÚNIOR, A. R.; SILVA, G. Q.; NEVES, B. V. B.; DEVENS, J. A. Métodos diretos de determinação do coeficiente de dispersão longitudinal em cursos d'água naturais Parte 1 - Fundamentos teóricos. **REM: Revista Escola de Minas**, Ouro Preto, v. 58, n.1, p. 27-32, jan/mar. 2005.
- BENEDINI, M.; TESAKIRIS, G. **Water Quality Modelling for Rivers and Streams**. Water Science and Technology Library 70. Springer Dordrecht Heidelberg: New York London, 2013. 283 p.
- BRASIL. Lei Federal nº 9.433, de 8 de janeiro de 1997. **Institui a Política Nacional de Recursos Hídricos, cria o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos, regulamenta o inciso XIX do art. 21 da Constituição Federal, e altera o art. 1º da Lei nº 8.001, de 13 de março de 1990, que modificou a Lei nº 7.990, de 28 de dezembro de 1989**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9433.htm>. Acesso em: 20 abr. 2016.
- CANEPPELE, F. L.; SERAPHIM, O. J. Aplicação da teoria fuzzy no controle de sistemas de geração de energias alternativas. **Revista Energia na Agricultura**. Botucatu, v. 25, n.3, p.24-41. 2010.
- CASTIEL, L. D.; GUILAM, M. C. R.; FERREIRA, M. S. **Correndo o risco: uma introdução aos riscos em saúde**. Rio de Janeiro: editora Fiocruz, 2010.
- CAVALCANTI, J. H. F.; MELO, H.; SOUTO, C. R.; CAVALCANTI, M. T. **Lógica fuzzy aplicada às engenharias**. Disponível em: <http://www.logicafuzzy.com.br/wp-content/uploads/2013/04/logica_fuzzy_aplicada_as_engenharias.pdf> Acesso em: 02 dez. 2016.
- CHANDRA R., KNIGHT R., OMLIN CW. Renosterveld conservation in South Africa: a case study for handling uncertainty in knowledge-based neural networks for environmental management. **J Environ Inform**, v. 13, n. 1, p. 56–65. 2009.
- CHAPRA S. C. **Surface Water-Quality Modeling, McGraw-Hill Series in Water Resources and Environmental Engineering**. McGraw-Hill, New York, New York. 1997.
- COX B.A., A review of currently available in-stream water-quality models and their applicability for simulating dissolved oxygen in lowland rivers. **The Science of the Total Environment**, v. 314 –316, p. 335–377. 2003.
- DENG, Z.; JUNG, H. Scaling dispersion model for pollutant transport in rivers. **Environmental Modelling & Software**, v. 24, p. 627–631. 2009.

DERVISHI, A. Fuzzy risk stratification and risk assessment model for clinical monitoring in the ICU. **Computers in Biology and Medicine**, v. 87, n.1, p. 169-178. 2017.

DIAMANTINI, A.; LUTZ S. R.; MALLUCCI, S.; MAJONE, B.; MERZ, R.; BELLIN, A. Driver detection of water quality trends in three large European river basins. **Science of the Total Environment**, v. 612, p.49–62. 2018.

DOBBINS W. E. BOD and oxygen relationship in streams. **J. Sanit. Eng. Div. Proc. Am. Soc. Civ. Eng**, v. 90, p. 53–78. 1964.

FAN, C.; WANG, W.; LIU, K. F.; YANG, T. Sensitivity analysis and water quality modeling of a tidal river using a modified Streeter-Phelps equation with HEC-RAS-Calculated hydraulic characteristics. **Environmental Modeling & Assessment**, n.1, v.17, p.639-651. 2012.

FAN, F. M.; COLLISCHONN, W.; RIGO, D. Modelo analítico de qualidade da água acoplado com Sistema de Informação Geográfica para simulação de lançamentos com duração variada. **Revista Engenharia Sanitária e Ambiental**, v.18, n.4, p. 359-370, out-dez. 2013.

FISCHER, H. B.; LIST, E. J.; KOH, R. C. Y.; IMBERGER, J.; BROOKS, N. H. **Mixing in Inland and Coastal Waters**. Academic Press 1979, New York. 2013.

FLECK, L.; TAVARES, M. H. F.; EYNG, E. Conceitos e importância da modelagem matemática de qualidade da água para gestão dos recursos hídricos. **Ambiência Guarapuava (PR)** v.9, n.3, p. 487-503, set/dez. 2013.

_____. Principais modelos matemáticos de qualidade da água e suas aplicações: uma revisão. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná Campus Medianeira, v. 1, n. 7. 2013.

FONSECA, A.; BOTELHO, C.; BOAVENTURA, R. A.R.; VILAR, V. J. P. Integrated hydrological and water quality model for river management: A case study on Lena River. **Science of the Total Environment**, v. 485–486, p. 474–489. 2014.

FOX, R. W.; McDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**, LTC, 6ª ed. 2004.

FRANK, P. M. Application of Fuzzy Logic to Process Supervision and Fault Diagnosis. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 27, n. 5, p. 507-514, jun. 1994.

GANOULIS, J.; DUCKSTEIN, L.; BOGARDI, I. Risk Analysis of Water Quantity and Quality Problems: **The Engineering Approach**. In: Ganoulis (Ed.), Water Resources Engineering Risk Assessment, Nato ASI Series, Serie G: Ecological Sciences, v. 29. 1991.

GANOULIS J. G. **Engineering risk analysis of water pollution. Probabilities and Fuzzy sets**. VCH publishers Inc. Weinheim; New York; Basel; Tokyo, 1994.

GANOULIS, J.; BIMBAS, I.; DUCKSTEIN, L.; BOGARDI, I. Fuzzy Arithmetic for Ecological Risk Management. In: RISK-BASED DECISIONMAKING IN WATER

RESOURCES VII, Santa Barbara, California. **Proceedings**...New York, NY.: ASCE, p. 12-22.1995.

GALVÃO, C. O.; VALENÇA, M. J. S. **Sistemas inteligentes: aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais**. 1º ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS e ABRH, v.1, p. 247. 1999.

GARCIA, H. L.; SILVA, V. L.; MARQUES, L. P.; GARCIA C. A. B.; CARVALHO, F. O. Avaliação da qualidade da água utilizando a teoria Fuzzy. **Scientia Plena**, v.8, n.7. 2012.

GRAYMAN, W.M.; DEININGER, R. A.; MALES, R. M. Design of Early Warning and Predictive Source-Water Monitoring Systems. **AWWA Research Foundation and American Water Works Association**. 2001.

HUANG G. H.; BAETZ B. W.; PATRY G. G. A gray fuzzy linear programming approach for municipal solid-waste management planning under uncertainty. **Civ Eng Syst**, v.10, n. 2, p. 123–46. 1993.

HUANG G. H.; CHANG N. B. The perspectives of environmental informatics and systems analysis. **Journal of Environmental Informatics**, v.1, p. 1–6. 2003.

ICAGA, Y. Fuzzy evaluation of water quality classification. *Ecological Indicators*, v. 7, p. 710–718. 2007.

IBAMA - Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis. **Lançamento de efluentes**. Informação Técnica nº 175/08/CGASQ/DIQUA. Brasília, 26 de junho de 2008.

ISLAN, M. M. M et al. Modelling the impact of future socio-economic and climate change scenarios on river microbial water quality. *International Journal of Hygiene and Environmental Health*. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijheh.2017.11.006>>

JAFELICE R. S. M.; BARROS L. C.; BASSANEZI R. C. **Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações** – São Carlos, SP – Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, 2005.

JAMES, A. **An Introduction to Water Quality modelling**. 2nd Edition. By John Wiley & Sons Ltd, p. 311. 1993.

KACHIASHVILIA, K.; GORDEZIANIA, D.; LAZAROV, R.; MELIKDZHANIANC, D. Modeling and simulation of pollutants transport in rivers. *Applied Mathematical Modelling*. v. 31, n.7, p. 1371-1396, jul. 2007.

KAUFMANN, A.; GUPTA, M. M., *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science*, **Elsevier Science Publishers**, United States, 1988.

KEUPERS, I.; WILLEMS, P. Development and testing of a fast conceptual river water quality model. **Water Research**, v. 113, p. 62-71. 2017.

KLIR, G.; YUAN, B. **Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications**. New Jersey: Prentice Hall, p. 574, 1995.

LERMONTOV, A.; YOKOYAMA, L.; LERMONTOV, M.; MACHADO, M. A. S. River quality analysis using fuzzy water quality index: Ribeira do Iguape river watershed, Brazil. **Ecological Indicators**, v. 9, p. 1188–1197. 2009.

LI, J. B., HUANG G. H., ZENG G. M., MAQSOOD I., HUANG Y. F. An integrated fuzzy-stochastic modeling approach for risk assessment of Ground water contamination. **J Environ Manage**, v. 82, p. 173–88, 2007.

LIBÂNIO, P. A. C.; CHERNICHARO, C. A. L.; NASCIMENTO, N. O. A dimensão da qualidade de água: avaliação da relação entre indicadores sociais, de disponibilidade hídrica, de saneamento e de saúde pública. **Revista Eng. sanit. Ambiente**, v.10, n. 3, p. 219-228, jul/set. 2005.

LIRA, W. S.; CÂNDIDO, G. A. **Gestão sustentável dos recursos naturais: uma abordagem participativa** [online]. Campina Grande: EDUEPB, 2013, 325p. ISBN 9788578792824. Available from SciELO Books. Disponível em: <<http://books.scielo.org>>. Acesso em: 13 out. 2016.

LOPES, A. A. M. **Aplicação da lógica fuzzy no modelo de streeter-phelps para analisar o risco de contaminação das águas de rios, considerando múltiplos processos e múltiplos lançamentos**. 2009. 140f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2009.

KAMIYAMA, H. A complexidade da DBO. **Revista DAE**, v. 48, n. 152, jul/set 1988.

MACHADO, M. B.; FURLAN, L. T.; FURLAN, M. L.; TOMAZ, E.; NUNHEZ, J. R. Software para modelagem de dispersão de efluentes em rios. **Revista Engenharia Sanitária e Ambiental**, v.13, n.3, p. 291-297, jul/set. 2008.

MALVEZZI, W. R.; MOURÃO, A. B.; BRESSAN, G. Uma Ferramenta Baseada em Teoria Fuzzy para o Acompanhamento de Alunos Aplicado ao Modelo de Educação Presencial Mediado por Tecnologia. In: Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE), 2010. **Anais...** Disponível em: <<http://br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/view/1445>>. Acesso em: 23 jul. 2016.

MASSAD, E.; MENEZES, R. X.; SILVEIRA, P. S. P.; ORTEGA, N. R. S. **Métodos quantitativos em medicina**. Barueri, SP: Manole, 2004.

McCARTIN, B. J.; FORRESTER JR, S. B. A fractional step-exponentially fitted hopscotch scheme for the Streeter-Phelps equations of river self-purification. **Engineering Computations**, v.19, n.2, p.177-189. 2002.

MENDES, B., V., M. Modelagem do risco financeiro. **Instituto COPPEAD de Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) Relatórios COPPEAD**: 429, setembro, 2016.

MOTA, R. S.; YOUNG, C. E. F. **Instrumentos econômicos para a gestão ambiental no Brasil**. Rio de Janeiro, 1997. Disponível em: < <http://www.mma.gov.br/>>. Acesso em: 14 fev. 2015.

OPPA, L. F. **Utilização de modelo matemático de qualidade da água para análise de alternativas de enquadramento do Rio Vacacaí Mirim**. 2007. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.

ORTEGA, N. R. S. **Aplicação da Teoria de Conjuntos Fuzzy a Problemas da Biomedicina**. 2001. 166f. (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

POLETTI, E. C. C. **Dispersão de Poluente em Sistema de Reservatório: Modelagem Matemática e Simulação Computacional utilizando-se Aproximação Numérica e Conjuntos Fuzzy**. 2009. 115 f. Tese. (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2009.

ROBERT A. Fjeld, NORMAN A. EISENBERG, Keith L. Compton. Quantitative environmental risk analysis for human health. **Wiley-Interscience**, p. 389. 2006.

ROSA, A. H.; FRACETO, L. F.; MOSCHINI-CARLOS, V. **Meio ambiente e sustentabilidade**. Porto Alegre: Bookman, p. 412. 2012.

SAMANTRA, C.; DATTA, S.; MAHAPATRA, S. S. Fuzzy based risk assessment module for metropolitan construction project: An empirical study. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v.65, p. 449-464, oct. 2017.

SALES, R. J. M. **Aplicação da lógica fuzzy no modelo de streeter-phelps para analisar o risco de contaminação das águas de rios, considerando múltiplos processos e múltiplos lançamentos**. 2014. 117f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

SCARIOT, M. R. **Modelagem e Simulação Sistêmica de Rios: Avaliação dos Impactos Ambientais no Rio Mogi-Guaçu/SP**. 2008. 200 f. Tese. (Doutorado em Engenharia de Alimentos) - Faculdade de engenharia de alimentos, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2008.

SKORUPSKI, J. The simulation-fuzzy method of assessing the risk of air traffic accidents using the fuzzy risk matrix. **Safety Science**, v. 88, p.76-87, oct. 2016.

SOUZA, L. B.; ZANELLA, M. E. **Percepção de riscos ambientais: teoria e aplicações**. Fortaleza: edições UFC, p. 240, 2009.

SOUSA, J. C. G.; RIBEIRO, A. R.; BARBOSA, M. O.; PEREIRA, M. R. F.; SILVA, A. M. T. A review on environmental monitoring of water organic pollutants identified by EU guidelines. **Journal of Hazardous Materials**, v. 344, n. 15, p. 146-162, feb. 2018.

SPERLING V. M. **Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos**. 2 Ed. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental - UFMG. 1996.

SPERLING V. M. **Estudos e modelagem da qualidade da água de rios**. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental – UFMG, 1ª edição, v. 7, 2007.

SRA - Society for Risk Analysis. Committee on Foundations of Risk Analysis. **Society for Risk Analysis Glossary**: P–R. McLean. Approved June 22, 2015. Disponível em: <http://www.sra.org/sites/default/files/pdf/SRA_glossary_20150622.pdf>. Acesso em: 31 jul. 2017.

TERRY, L. G.; SUMMERS, R. S. Biodegradable organic matter and rapid-rate biofilter performance: A review. **Water Research**, v.128, p. 234-245, 2018.

THOMANN, RV., Mueller, J.A., **Principles of surface water quality modeling and control**. Harper & Row. New York, 1987.

TRAPP, A., C., G.; CORRAR, L. J. Avaliação e gerenciamento do risco operacional no Brasil: análise de caso de uma instituição financeira de grande porte. **Revista Contabilidade e Finanças**. v.16, n.37, São Paulo jan/apr. 2005

VIEIRA, V.P.P.B. **Análise de Risco em Recursos Hídricos**, ABRH, 2005.

VREBOS, D.; BEAUCHARD, O.; MEIRE, P. The impact of land use and spatial mediated processes on the water quality in a river system. **Science of the total environment**, v. 601-602, p. 365-373. 2017.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and control**, v.8, p. 338-353. 1965.

YU, D.; XU, Z.; WANG, W. Bibliometric analysis of fuzzy theory research in China: A 30-year perspective. **Knowledge-Based Systems**, v. 141, p.188-199, feb. 2018.