



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIAS, CONTABILIDADE
E SECRETARIADO EXECUTIVO
DEPARTAMENTO DE FINANÇAS
PROGRAMA DE GRADUAÇÃO EM FINANÇAS

BRUNA KETHEY DA SILVA PEIXOTO

PREVISÃO DE RETORNO ACIONÁRIO: UMA APLICAÇÃO DO *DYNAMIC*
MODEL AVERAGING

FORTALEZA

2017

BRUNA KETHEY DA SILVA PEIXOTO

PREVISÃO DE RETORNO ACIONÁRIO: UMA APLICAÇÃO DO *DYNAMIC MODEL*
AVERAGING

Monografia apresentada ao curso de Bacharelado em Finanças da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Finanças.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Tatiwa Ferreira

FORTALEZA

2017

BRUNA KETHEY DA SILVA PEIXOTO

PREVISÃO DE RETORNO ACIONÁRIO: UMA APLICAÇÃO DO DYNAMIC MODEL
AVARAGING

Monografia apresentada ao curso de Bacharelado em Finanças da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Finanças.

Aprovada em: ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Roberto Tatiwa Ferreira (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Leandro de Almneida Rocco
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Vitor Borges Monteiro
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- P43p Peixoto, Bruna Kethey da Silva.
Previsão de Retorno Acionário: uma aplicação do Dynamic Model Averaging / Bruna Kethey da Silva Peixoto. – 2017.
42 f. : il.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade, Curso de Finanças, Fortaleza, 2017.
Orientação: Prof. Dr. Roberto Tatiwa Ferreira .
1. Previsão de retorno . 2. Modelos de Média Dinâmica . 3. Fatores Macroeconômicos . 4. Dynamic Model Averaging . 5. Incerteza . I. Título.

CDD 332

A Deus.

Aos meus pais, Francisca e Raimundo, por
todo carinho e compreensão.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Roberto Tatiwa Ferreira, pela excelente orientação e todo conhecimento repassado durante a graduação.

Aos professores participantes da banca examinadora Leandro de Almeida Rocco e Vitor Borges Monteiro pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos demais professores do curso, pelo tempo concedido e aprendizado durante as aulas.

Aos meus colegas da turma de graduação, pelas reflexões, críticas e sugestões recebidas.

Ao grupo de jovens Essência de Cristo, pelas amizades construídas e pelo incentivo que foi me dado nesse período.

À todos os meus amigos, em especial minha família, pelo amor e carinho que me é dado todos os dias.

RESUMO

A previsão do retorno dos ativos sempre teve destaque nos estudos em Finanças. Especialmente a partir do desenvolvimento de modelos de precificação, como o CAPM e posteriormente na inclusão de fatores propostas pelo APT, nos quais são incluídas variáveis relevantes no modelo. Há uma enorme quantidade e variedade de possíveis fatores econômicos a serem incluídos, o que possivelmente resultaria em modelos não parcimoniosos, de pouca significância e de difícil explicação econômica. Nestes modelos, além da incerteza sobre a sua especificação, pode existir instabilidades nos seus parâmetros causadas por mudanças estruturais ou pela mudança da importância desses regressores ao longo do tempo. Desta forma, métodos que considerem essas incertezas e instabilidades podem melhorar tanto a precificação quanto a previsão de ativos. Apesar de ser uma ideia bastante intuitiva e discutida por diversos economistas no passado, a consideração da incerteza nos parâmetros necessita um certo desenvolvimento computacional devido à grande quantidade de informação necessária a seleção do melhor modelo, fato que pode ser contornado com a utilização de algumas simplificações matemáticas e o uso de técnicas computacionais atuais, possibilitando assim o desenvolvimento da Média Dinâmica de Modelos (*dynamic model averaging*) ou DMA, que atualiza o modelo de acordo com fatores de esquecimento, permitindo tanto uma variação no modelo, como nos parâmetros. Nesse método, a cada período são calculadas probabilidades de ocorrência de cada modelo sendo o modelo escolhido uma média dinâmica de todas as possibilidades. Nesse estudo, a metodologia DMA é aplicada em um exercício de previsão de 6 ações: ITUB4, BBAS3, ABEV3, BRFS3, PETR4 e VALE5, além do índice Ibovespa utilizando como possíveis regressores 15 fatores econômicos. Os resultados indicam que a taxa de juros e a inflação são as variáveis com maior a probabilidade de inclusão no modelo de regressão para esse problema. Com relação a previsão, há uma superioridade do DMA/DMS em relação aos demais modelos considerados, com destaque também para a capacidade preditiva do BMA.

Palavras-chave: Previsão de retorno. Fatores econômicos. Média Dinâmica dos Modelos. DMA. DMS. BMA. Fatores de esquecimento.

ABSTRACT

The forecast of the equity return is an important problem in finance, and it is addressed by different studies and methods. Especially by asset pricing models, such as CAPM and later in with the inclusion of factors proposed by APT model, in which relevant variables are included in the model. There is an enormous amount and variety of possible economic factors to be included, which would possibly result in non-parsimonious models. Besides the uncertainty about the model specification, there are parameter instabilities caused by structural changes or the change in the importance of regressors over time. This way, methods that consider such uncertainties and instabilities can improve both asset pricing and asset forecasting. The dynamic model averaging or DMA, updates the model according to forgetting factors, allowing both a variation in the model and in the parameters. In this method, in each period is calculated probabilities of occurrence of each model and the chosen model is a dynamic average of all possibilities. In this study, the DMA methodology is applied on a forecast exercise of 6 stocks: ITUB4, BBAS3, ABEV3, BRFS3, PETR4, VALE5, and the Ibovespa index, using as possible regressors 15 economic factors. The results indicate that interest rates and inflation are the variables with greater probability to be included in the regression model for this problem. Regarding the forecast, there is a superiority of the DMA / DMS in relation to the other models considered, also highlighting the predictive capacity of the BMA

Keywords: Stock market forecast. Economic factors. Dynamic Model Avaraging. DMA. DMS. BMA. Forgetting factors.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	09
2	REVISÃO DE LITERATURA	11
2.1	Modelos de Apreçamento	11
2.1.1	<i>Capital Asset Pricing</i>	11
2.1.2	<i>Arbitragy Asset Pricing</i>	12
2.2	Aplicação de Modelos de Precificação no Brasil	14
2.3	Previsão do retorno acionário	15
2.2	Aplicações do Dynamic Model Avaraging	16
3	METODOLOGIA	18
3.1	Base de Dados	18
3.2	Dynamic Model Avaraging	20
4	RESULTADOS EMPÍRICOS	26
4.1	Estimações DMA	26
4.2	Previsão do Retorno	28
5	CONCLUSÃO	31
	REFERÊNCIAS	33
	ANEXO A – GRÁFICOS DO NÚMERO DE PREDITORES	36
	ANEXO B – GRÁFICOS DE INCLUSÃO DE PROBABILIDADE	39

1 INTRODUÇÃO

No mercado, acredita-se que os preços das ações são amplamente influenciados pelas notícias no mercado financeiro e mudanças inesperadas na macroeconomia, na política ou na conjuntura internacional. Essas mudanças alteram as expectativas dos agentes que por sua vez impactam no valor do ativo e na sua volatilidade (risco).

O risco provocado por mudanças em variáveis que não são inerentes a um determinado ativo, é o chamado risco sistêmico ou risco não diversificável pois se refere a todos os agentes e todos os ativos presentes no mercado não podendo ser eliminado pela diversificação de carteira. Esse risco é diferenciado dependendo do setor e do tipo de notícia.

Apesar desse consenso quanto a influência de variáveis sistêmicas, a teoria não determina unicamente quais as variáveis estão presentes na formação de preços e influenciam no risco sistêmico. Com isso, vários estudos buscam fundamentar a teoria de apreçamento com base na noção real dos agentes de variáveis que influenciam no risco sistêmico.

Nesse sentido, a teoria de precificação por arbitragem (*Arbitrage Pricing Theory - APT*) desenvolvida por Stephen Ross (1976) introduz a ideia de que os retornos dos títulos podem ser descritos por um modelo de fator, ou seja, somente um fator sistemático afeta os retornos acionários.

Não é difícil, entretanto, pensar em variáveis que poderiam compor esse fator: flutuações nas taxas de juros, taxa de câmbio, taxa de inflação, crescimento econômico e diversas outras determinadas pelo ciclo econômico, assim é possível estabelecer um conjunto de fatores dando origem a chamada APT multifatorial.

O modelo APT é muitas vezes visto como uma expansão de um modelo ainda mais tradicional, o CAPM, proposto por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), que consiste basicamente em estabelecer um coeficiente que relaciona o retorno de um ativo ao prêmio de risco de mercado, denominado de beta do ativo (ou beta do CAPM).

Devido a sua ampla utilização, é importante verificar na prática se existem formas de melhorar a especificação do CAPM, através da inclusão de outras variáveis por exemplo, que melhore as inferências proporcionadas por esse modelo. As variáveis fundamentalistas são há muito utilizadas por analistas de investimentos e acadêmicos como fatores determinantes na análise de risco dos ativos. Esses estudos são motivados pelas evidências da melhora explicativa dos modelos ao se utilizar dessas variáveis apesar de não haver uma intuição tão evidente como na relação de risco e retorno previstas pelo CAPM.

Nos modelos multifatoriais, estudos mais recentes utilizam a chamada ponderação *baysiana* ou *Bayesian Model Averaging* (BMA) que consiste, essencialmente, em uma combinação de resultados obtidos em diferentes modelos, visando o que se adapta melhor a cada caso. De maneira geral, segundo esse modelo, há incerteza diante da escolha do modelo, característica inerente aos modelos APT e sua maior fonte de críticas. No BMA, o resultado final é gerado por meio de estimação e combinação ponderada entre todos os modelos possíveis através de técnicas bayesianas.

Mais recentemente, Raftery et al (2010) propuseram o método do Dynamic Model Averaging. O DMA além de considerar a incerteza em relação aos modelos através da ponderação bayesiana, permite também que os parâmetros e os pesos da ponderação mudem em cada período de tempo. Desta forma, os parâmetros do modelo podem acompanhar as oscilações e mudanças no mercado e o modelo de previsão pode mudar com o tempo de acordo com a conjuntura do mercado.

O presente estudo utiliza variáveis que representam a conjuntura macroeconômica do país, bem como variáveis externas relacionadas a setores importantes da economia, para prever o retorno do índice IBOVESPA e de mais seis ações selecionadas entre as mais líquidas e que representam os principais setores presentes na bolsa: Setor Financeiro (ITUB4 e BBAS3), Setor de Consumo (ABEV3 e BRFS3) e Setor Materiais Básicos (PETR4 e VALE5).

As equações de previsão baseiam-se nos modelos APT e são estimadas e combinadas pelo DMA, visando uma melhor previsão de retorno acionário de ações brasileiras. Para isso, o estudo é dividido em 5 seções. Além dessa introdução, na seção 2 será tratado o tema de precificação de ativos, com ênfase em trabalhos que dão embasamento a utilização de modelos APTs, além de aplicações do modelo DMA. Na seção 3 será apresentada a metodologia DMA, bem como os principais conceitos e vantagens dessa aplicação. A seção 4 discute a seleção de variáveis utilizadas e métodos usados para tratamento de dados e trata das estimações e principais resultados obtidos na previsão. A seção 5 encerra o estudo, trazendo principais conclusões e possíveis aplicações futuras desse método.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Nesta seção, serão expostos resumidamente alguns dos principais estudos de precificação de ativos e previsão de retorno. Para isso, foi dividida da seguinte forma: Na primeira subseção, trata-se dos principais modelos de Apreçamento de Ativos na Literatura de Finanças, na segunda, buscou-se resumir as principais aplicações e resultados de modelos desse tipo no Brasil, e finalmente, na terceira subseção, serão apresentados os principais aspectos do DMA (Dynamic Model Avaraging) e suas aplicações.

2.1 Modelos de Precificação de Ativos Financeiros

Um modelo de precificação de ativos financeiros é basicamente um conjunto de previsões relativas a retornos esperados de equilíbrio de ativos de risco. Isso significa que, um modelo de precificação deve oferecer uma previsão precisa da relação que deve-se observar entre o risco de um ativo e o seu retorno esperado.

2.1.1 CAPM

Quando se fala em Apreçamento de Ativos, o primeiro modelo lembrado e até hoje utilizado é o Capital Asset Pricing Model (CAPM), proposto quase simultaneamente por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966).

O CAPM baseia-se essencialmente em investidores racionais que do ponto de vista dessa teoria seriam os que otimizam suas carteiras com base na Teoria de Carteiras propostas por Markowitz (1952). Para Markowitz, os investidores se utilizam das informações históricas disponíveis (retornos, variâncias, covariâncias) para traçar uma fronteira eficiente empregando todos os ativos disponíveis no mercado e identificando assim uma carteira eficiente.

Para o CAPM todos os investidores são iguais, portanto todos chegariam a mesma carteira ótima, assim todos os investidores deveriam escolher os mesmos ativos e em mesma quantidade (pesos iguais), portanto a carteira de mercado que é a agregação de todas as carteiras, deveria ter os mesmos pesos da carteira ótima do investidor. Para que um ativo (ou carteira de ativos) seja vendável, é necessário ter rendimento compatível com a carteira de mercado ponderado por um fator de risco denominado Beta de Mercado do Ativo, que consiste na correlação existente entre a carteira analisada e a carteira de mercado. A especificação dessa equação é dada por:

$$E(r_i) = r_F + \beta_i[E(r_m) - r_F]$$

Onde $E(r_i)$ é o retorno esperado para o ativo i , r_F é a taxa livre de risco, $E(r_m)$ é o retorno esperado para a carteira de mercado, e β_i é uma medida do risco não diversificável do ativo i . A diferença que multiplica β_i é conhecida como prêmio de risco de mercado.

A principal crítica ao CAPM, que permanece até hoje, inclusive nas suas versões mais modernas, é a impossibilidade de se recriar empiricamente a verdadeira carteira de mercado. Portanto, para estimar o CAPM deve-se utilizar uma proxy para essa variável, geralmente representada por um índice de mercado ou índice setorial.

Segundo da Costa Jr e Neves (2000), as mais recentes críticas a utilização do CAPM como modelo de previsão são os resultados encontrados por muitos estudos recentes que mostram que várias variáveis chamadas “fundamentalistas” complementam ou até são mais importantes na explicação das variações nas rentabilidades médias das ações.

Nesse sentido, vários autores defendem que para se medir o risco deve-se utilizar as respostas sistemáticas a variáveis macroeconômicas, além de outros fatores relacionados ao preço das ações. Por exemplo, Lakonishok Shapiro (1986) mostram a sensibilidade do preço das ações à variáveis não relacionadas ao risco sistêmico.

2.1.2 APT

A introdução de novas variáveis na equação de precificação, dá origem ao APT (Arbitrage pricing theory) ou teoria de precificação por arbitragem, que consiste em um modelo de precificação de ativos baseado na ideia de que os retornos de um ativo podem ser preditos usando a relação entre esse ativo e muitos fatores de risco comuns. Em outras palavras, o APT não estabelece precisamente quais são as variáveis que determinam o risco. Os estudos empíricos nessa abordagem buscam encontrar quais seriam os regressores ideais para explicar e prever o retorno do ativo.

Ross, Westerfield e Jaffe (2002) usam a inflação como fator para explicar o retorno de uma ação. Nesse caso, se o coeficiente que relaciona o retorno com a inflação for positivo, a inflação afeta positivamente o retorno, se por outro lado for negativo, a relação é inversa, e no caso de não haver relação significativa, o coeficiente será zero, ou seja o fator não tem relação com a variável explicada.

Chen, Roll e Ross (1986) utilizam como variáveis explicativas, fatores a priori não correlacionados entre si, a exemplo de índice de produção industrial, prêmio de risco, taxa de juros, inflação, expectativa de inflação, dentre outros. Os seus resultados, mostram que há uma influência significativa do índice de produção industrial e do prêmio de risco no retorno mensal

para um conjunto de ações americanas. Os resultados mostraram ainda que os retornos acionários são suscetíveis às notícias econômicas sistemáticas.

Chan, Hendershott e Sanders (1990) analisam os retornos mensais negociados no período de 1973 a 1987, através de uma abordagem multifatorial do modelo APT que contém e amplia o conjunto de fatores macroeconômicos de Chen, Roll e Ross (1986). Os resultados indicam que o risco de crédito e estrutura a termo da taxa de juros influenciam os retornos.

Fama e French (1993) propõem um modelo de quatro fatores: valor de mercado, índice valor patrimonial da ação/preço, índice lucro por ação/ preço e alavancagem financeira (índice de endividamento). Os autores encontram coeficientes significantes do índice de valor patrimonial da ação e do seu valor de mercado (calculado como o valor da ação multiplicado pelo número de ações) na regressão do retorno da ação, com sinais positivo e negativo respectivamente. Esses resultados mostram que no risco há uma relação multidimensional (variáveis fundamentalistas) e unidimensional (beta de mercado). Vale lembrar que esse estudo compreendeu uma enorme quantidade de títulos e um período de 50 anos.

Um ponto interessante na proposta inicial do APT, assim como no CAPM, é que o modelo é aplicado a portfólios diversificados, eliminando o risco diversificável. No entanto conforme destaca Brealey e Myers (2000), se o preço guarda relação com o portfólio diversificado, a relação também deve existir se um ativo for considerado isoladamente. Assim, é possível realizar uma análise da sensibilidade do ativo em relação aos fatores do modelo. Nesse sentido, muitos estudos adaptam os modelos de precificação de portfólios diversificados à ativos individuais.

Ross, Westerfield e Jaffe (2002) destacam que a vantagem do APT em relação ao CAPM consiste na possibilidade de adicionar fatores de maneira ilimitada (os fatores não são predefinidos) até que se obtenha uma situação na qual o risco não-sistêmico de um ativo não tenha relação com o risco não-sistêmico dos demais ativos, sendo ainda que o risco sistêmico pode ser eliminado por diversificação.

No embate entre a utilização de fatores estatisticamente construídos (seguido Fama e French (1993) e fatores macroeconômicos, Chen e Jordan (1993) defendem a utilização dos últimos, visto que quando estes não são superiores a vantagem da abordagem Fama e French é apenas marginal. Além disso, o fato de a segunda metodologia permitir interpretação econômica torna-a mais interessante abrindo, assim, maior espaço para pesquisa com modelos baseados em variáveis macroeconômicas, onde novas variáveis podem ser propostas para explicar o movimento de ativos ou portfólios.

Por outro lado, Cauchie et al. (2004) em um estudo do mercado acionário suíço, utilizam um modelo APT de quatro fatores (produção industrial, variação na inflação esperada no G7, estrutura a termo da taxa de juros na Suíça e retorno do portfólio de mercado) e encontram que o modelo com cargas fatorais é substancialmente mais robusto e eficiente na precificação de ativos. Outros autores destacam ainda que, além de melhorar o poder de explicação do desempenho econômico, o modelo por cargas fatoriais ainda capta outros fatores determinantes para a precificação de ativos.

Em termos práticos, no entanto, Cauchie et al. (2004) afirmam que os gestores de portfólios devem se manter atentos às variáveis macroeconômicas significantes. Esses fatores também devem ser levados em conta para estratégias de proteção de carteira (hedge) e para o cálculo de custo de capital para o mercado local.

Em um estudo para ações americanas, Malhotra (2010) utiliza várias variáveis de caráter macroeconômico e financeiro, como índice de inflação, oferta monetária, a produção industrial, preço do petróleo, prêmio de risco corporativo, índice de mercado, fator tamanho (retorno de ações de empresas com menor capitalização descontado do de empresas maiores), taxa de câmbio e diferencial de juros de longo e curto prazo, como variáveis específicas a cada ativo, a exemplo de número de negócios, razão preço sobre lucro (PE) e valor de mercado da companhia.

Os resultados de Malhotra (2010) confirmam que todos os ativos são positivamente correlacionados com o índice de mercado, mas as demais variáveis possuem coeficientes com sinais diferenciados por setor de atuação das empresas. No que se refere a variáveis macroeconômicas, o autor encontra poucos ativos para os quais a inflação, oferta monetária, produção industrial e diferencial de juros foram significantes. Sendo assim, o portfólio de mercado, preço do petróleo, taxa de câmbio e indicadores financeiros das empresas explicam melhor o desempenho das companhias que as variáveis representativas do setor real da economia americana.

2.2 Aplicações de Modelos de Precificação de Ativos no Brasil

Aplicando à retornos mensais de ações brasileiras, Mello e Samanez (1999), em um estudo comparativo entre APT e CAPM concluem que o primeiro é superior ao segundo, vale destacar que os autores utilizaram fatores de risco estatisticamente construídos (similares aos propostos por Fama e French (1996)).

Schor, Bonomo e Pereira (2002) utilizam fatores como produto, inflação, taxa de juros, risco de crédito e risco de mercado em uma aplicação à portfólios de ações. Os seus

resultados mostram que os fatores de risco macroeconômico são estatisticamente significantes para explicar os retornos da maioria dos portfólios de ações e, portanto, há ganho na explicação dos retornos dos ativos com a utilização do modelo APT em comparação com o CAPM.

Piencó (2014) investiga se os retornos do índice Ibovespa, podem ser explicados por variáveis que retratam o desempenho da economia brasileira, tais como produção industrial, vendas no varejo, indicadores antecedentes dos setores industrial e de serviço e índice de preços, ou que reflitam a conjuntura internacional, como índice de mercado da bolsa de Nova Iorque (S&P-500), taxa de câmbio, índice de volatilidade das ações do S&P-500, índice de preços de commodities.

O modelo estimado indicou que o desempenho da economia brasileira não influencia os preços dos ativos, mas a conjuntura internacional explica bem o comportamento do Ibovespa. Os autores ressaltam ainda a significância do fluxo de recursos estrangeiros na bolsa para o desempenho de nosso mercado, o que deve estar associado ao fato dos indicadores de conjuntura internacional serem mais significantes.

Uma outra aplicação interessante é proposta em Almeida Filho (2015), aplicando a metodologia da ponderação bayesiana de modelos, que considera a incerteza em relação aos regressores do modelo, e utilizando como fatores de risco variáveis de expectativa macroeconômica. Utilizando dados semanais de 5 blue chips (maior capitalização de mercado média) e small caps (menor capitalização de mercado média), o autor evidencia a escolha de modelos parcimoniosos com a utilização dessa abordagem, com a média do número de regressores entre 1,7 e 3,63

Uma outra observação importante nesse estudo é que somente no caso das *small caps*, a metodologia com inclusão de variáveis de expectativas gera melhores modelos de precificação que o CAPM. O que não ocorre no caso das *blue chips*, fato que pode ser atribuído a alta liquidez de mercado dessas ações que, portanto, seriam melhor precificadas, ou absorveriam as mudanças de maneira mais rápida.

Em relação a significância das variáveis, o autor destaca as variáveis de expectativa da taxa de cambio e expectativa da taxa Selic como possibilidades de arbitragem nas *small caps*. Já nas *blue chips*, as variáveis mais significativas nas ações Petrobrás e Vale, únicas que trazem o BMA como abordagem superior, são expectativa do PIB e do IPC, fatores mais fortemente ligados ao desempenho macroeconômico do país.

2.3 Previsão de retorno acionário

Conforme Thiele e Adami (2016), para construir sistemas previsores existem diversos métodos estatísticos que podem auxiliar nessa tarefa, como os modelos autorregressivos, de médias móveis e modelos ARIMA. Além desses, técnicas de inteligência computacional, tais como redes neurais artificiais e máquinas de vetor de suporte, proporcionam a criação de metodologias avançadas de previsão.

Rapach e Zhou (2013), investigam o desempenho de previsão de retornos de ações e apontam três pontos principais. Primeiro, uma vez que existe uma forte relação entre a previsibilidade dos retornos de ações e as flutuações no ciclo de negócio, o desempenho das previsões são diferentes entre economias em expansão e economias em recessão. Isso implica que diferentes preditores podem ser mais importantes para explicar os retornos do mercado de ações em diferentes pontos no tempo.

Em segundo lugar, a instabilidade dos parâmetros pode fazer com que o melhor modelo seja alterado ao longo do tempo, pois as relações entre variáveis econômicas podem não ser constantes, mas mudar ao longo do tempo. Em terceiro lugar, as estratégias recentes que oferecem ganhos estatísticos e econômicos significativos fora da amostra, incluem estratégias com base em restrições de modelo economicamente motivados, como é o caso dos estudos com redes neurais.

Há ainda a possibilidade de utilização dos fatores propostos pelo APT para previsão dos retornos, essa metodologia pressupõe que os fatores são capazes de antecipar o retorno relativo dos ativos. Assim, uma mudança no fator em $t - 1$ estaria influenciando o retorno do ativo no tempo t . No entanto, a utilização de fatores na previsão de retorno pode ocasionar modelos não parcimoniosos, dado a dificuldade de escolha de fatores a serem incluídos no modelo

Nesse sentido, na tentativa de solucionar os problemas acima, Koop e Korobilis (2011, 2012) sugerem o uso do DMA que permite que os parâmetros e a especificação do modelo mude ao longo do tempo. Essa abordagem permite o uso de um grande número de preditores (m) para gerar modelos $K = 2^m$, que se caracterizam por ter subconjuntos diferentes de variáveis explicativas.

2.4 Aplicações do Dynamic Model Avaraging

O Dynamic Model Avaraging (DMA) foi introduzido por Raftery et al (2010) considerando o problema da previsão quando é incerto qual o melhor modelo de previsão a ser

usado. Os autores desenvolveram uma representação de estado espaço (*state space model*) na qual os parâmetros de cada modelo e os seus pesos na combinação de modelos variem ao longo do tempo.

Koop e Korobilis (2011, 2012) aplicam o DMA para a previsão da inflação trimestral americana e mostram que esse as previsões desse método são substancialmente melhores em relação a regressões simples e abordagens mais sofisticadas, como as que usam modelos com coeficientes variando no tempo (TVP).

Naser e Alaali (2015) investigam a influência do preço do petróleo, juntamente com variáveis macroeconômicas e financeiras na previsão do índice S&P 500. Considerando que um modelo de previsão incluindo todas as variáveis potenciais podem resultar em um modelo *overtired*, os autores utilizam a abordagem DMA/DMS e reportam uma significativa melhora no desempenho da previsão em comparação com outras metodologias de previsão. Além disso, o desempenho desses modelos são melhores quando os preços do petróleo estão incluídos nos preditores.

3 METODOLOGIA

3.1 Base de Dados

Foram calculados os retornos reais do IBOVESPA e de 6 ações da BM&F Bovespa. Os critérios para seleção das ações foram:

- Ações devem apresentar alta liquidez no mercado acionário, pois a liquidez reflete a facilidade com que determinado ativo é negociado, sem prejuízo de valor.
- Ações devem pertencer a empresas e setores de atuação diferenciados. É utilizada a setorização da bolsa de valores BM&FBovespa para fins de comparação.
- Ações devem estar sendo negociadas na BM&FBovespa desde 1º de abril de 2003

As variáveis dependentes selecionadas foram coletadas no site Yahoo Finanças e as principais estatísticas descritivas referente a elas estão na Tabela 1.

Tabela 1: Estatísticas Descritivas Séries de Retorno Mensal (Mai/2003 – Jul/2017)

Sigla	Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Mediana
IBOV	Índice Bovespa	0.47	6.54	-28.82	15.18	0.50
ABEV3	Ambrev SA ON	2.08	7.48	-29.43	28.07	1.81
BBAS3	Banco do Brasil ON	0.87	11.58	-43.45	37.26	0.50
BRFS3	Brasil Foods ON	1.33	12.78	-47.95	43.65	0.24
ITUB4	Itaú PN	0.38	8.15	-31.72	20.08	0.85
PETR4	Petrobrás PN	0.11	11.71	-41.20	47.41	0.50
VALE5	Vale PN	0.58	10.84	-35.58	31.63	0.30

Fonte: Elaboração própria

Os retornos foram calculados como:

$$r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$$

Onde r_t é o retorno do ativo no tempo t , P_t e P_{t-1} representam respectivamente o preço da ação no tempo t e $t - 1$. Considerou-se ainda a inflação no período, sendo assim as séries de retorno foram descontadas usando a série de inflação mensal (IPCA), resultando, portanto, no retorno real.

Para prever o retorno das sete variáveis são utilizados 15 fatores econômicos, sugeridos por Chen, Roll e Ross (1986) na escolha de fatores, com algumas adaptações ao caso brasileiro. Desta forma, as variáveis selecionadas foram: IPCA (como representante da inflação), SELIC (Taxa de Juros da Economia), TJLP (Taxa de Juros de Longo Prazo), IPI (Índice de Produção Industrial), Índice de Consumo, Preço do Petróleo e PIB (Produto Interno Bruto Mensal dessazonalizado).

Ainda seguindo esses autores, foram utilizadas séries derivadas, são elas: Inflação Inesperada (calculada como a diferença entre a inflação no tempo t e a inflação esperada mensurada pelo Relatório Focus para t , no tempo $t - 1$), o Prêmio de Risco (medido como a diferença entre o rendimento do Ibovespa e da TJLP), o termo estrutural (representa o retorno de longo prazo não antecipado e é calculado como a diferença entre TJLP no tempo t e SELIC no tempo $t - 1$).

Como tentativa de observar o efeito do setor externo, incluiu-se na análise: Índice de Commodities (setor mais representativo nas exportações brasileiras), o retorno do Índice Dow Jones (importante indicador de retorno acionário americano), o Risco País (medido pelo EMBI-BR). As séries foram coletadas no SGS (Sistema Gerenciador de Séries Temporais do Banco Central) e descontadas pelo IPCA afim de se obter variações reais. As séries são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2: Fatores Macroeconômicos

Fator	Descrição	Cálculo
CAM	Varição percentual na Taxa de Cambio	$CAM_t = \ln(TC_t/TC_{t-1})$
COM	Varição percentual do Índice de Commodities	$COM_t = \ln(IC_t/IC_{t-1})$
CONS	Varição percentual Índice de Consumo	$CONS_t = \ln(C_t/C_{t-1})$
DJ	Retorno do Índice Dow Jones	$DJ_t = \ln(IDJ_t/IDJ_{t-1})$
EIPCA	Inflação Esperada	$EIPCA_t = E(IPCA_{t+1} t)$
EMBI	Varição percentual no Risco Brasil	$EMBI_t = \ln(RB_t/RB_{t-1})$
EST	Estrutura de prazo das taxas de juros	$EST_t = TJLP_t - SELIC_{t-1}$
IIPCA	Inflação Inesperada	$IIPCA_t = IPCA_t - EIPCA_{t-1}$
IND	Varição percentual no Índice de Produção Industrial	$IND_t = \ln(IPI_t - IPI_{t-1})$
DIPCA	Varição percentual no IPCA	$DIPCA_t = IPCA_t - IPCA_{t-1}$
DPIB	Varição percentual no PIB	$DPIB_t = PIB_t - PIB_{t-1}$
DPET	Varição percentual no Preço do Petróleo	$DPET_t = PET_t - PET_{t-1}$
PREMIO	Prêmio de Risco do Mercado	$PREMIO_t = IBOV_t - TJLP_t$
SELIC	Taxa de Juros para títulos públicos	$SELIC = Taxa Selic Over$
TJLP	Taxa de Juros de títulos públicos de longo prazo	$TJLP = Taxa de Juros de LP$

Fonte: Elaboração Própria

Nota-se que a maioria das séries foram incluídas em termos de variação, eliminando os problemas que poderiam ser causados pela presença de raiz unitária característica desse tipo de serie em nível. As estatísticas descritivas das series podem ser observadas na Tabela 3.

Tabela 3: Estatísticas descritivas dos fatores econômicos (Mai/2003 a Jul/2017) – Valores em %

Série	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Mediana
CAM	0.02	3.63	-7.03	18.86	-0.54
COM	0.33	3.35	-6.98	9.65	-0.01
CONS	0.29	5.42	-27.76	24.05	0.76
DJ	0.55	3.72	-15.15	9.12	0.76
EIPCA	0.45	0.16	0.14	1.21	0.43
EMBI	-0.18	10.70	-18.21	68.55	-1.85
EST	-0.45	0.18	-1.14	-0.09	-0.44
IIPCA	0.03	0.22	-1.01	0.54	0.04
IND	0.06	1.86	-13.64	5.88	0.30
IPCA	0.47	0.27	-0.23	1.32	0.46
PIB	0.36	0.44	-1.10	1.32	0.39
PPET	0.47	8.84	-40.74	25.45	0.63
PREMIO	0.38	6.48	-28.87	15.00	0.26
SELIC	0.54	0.42	-0.50	2.12	0.52
TJLP	0.09	0.32	-0.87	1.10	0.09

Fonte: Elaboração própria

3.2 Dynamic Model Avaraging

Considerando-se inicialmente um modelo de regressão simples, pode-se especificar o retorno acionário r_t , com a incorporação das variáveis supracitadas, na seguinte equação:

$$r_t = \alpha + \sum_{k=1}^p \phi_k r_{t-k} + \sum_{k=0}^p \phi_k X_{t-k} + \varepsilon_t$$

Onde, r_t é o retorno da ação considerada e X é o vetor de variáveis que explicam o retorno do ativo em questão.

Alternativamente, pode-se considerar uma série de modelos de previsão diferentes para retornos do mercado de ações, incluindo: os modelos de parâmetro variáveis no tempo (TVP), o modelo de média dinâmica (DMA), a seleção do modelo dinâmico (DMS) e o modelo com ponderação bayesiana (BMA). Nos modelos com TVP a representação estado espaço é dada por:

$$r_t = Z_t \theta_t + \varepsilon_t$$

$$\theta_t = \theta_{t-1} + \eta_t$$

Em que $t=1, \dots, T$, $Z_t = [1, x_{t-h}]$ é um vetor $1 \times m$ de preditores do retorno (r_t) e θ_t é um vetor de coeficientes. Além disso, $\varepsilon_t \sim N(0, H_t)$ e $\eta_t \sim N(0, Q_t)$, sendo ainda independentes e identicamente distribuídos, além de ser mutualmente independentes entre si.

Em geral, a principal vantagem de usar modelos de parâmetros variáveis no tempo (TVP) é a possibilidade de capturar possíveis instabilidades nos mesmos. No entanto, segundo Koop e Korobilis (2011), esses modelos podem ser melhorados se permitirem que o conjunto de preditores mude com o tempo. Ainda de acordo com esses autores os modelos tradicionais com TVP apresentam problemas de parametrização excessiva. Para superar essas limitações os autores propõem o uso dos modelos DMA.

As duas principais vantagens desta abordagem é considerar conjuntamente a instabilidade nos parâmetros e a incerteza do modelo. Seja r_t o retorno do preço da ação, $Z_t^{(k)} \subseteq Z_t$, com $k = 1, \dots, K$, $\varepsilon_t^{(k)} \sim N(0, H_t^{(k)})$ e $\eta_t^{(k)} \sim N(0, Q_t^{(k)})$. Defina ainda $L_t \in \{1, 2, \dots, K\}$, que denota cada modelo aplicado em cada período de tempo $\theta_t = (\theta_t^{(1)'}, \dots, \theta_t^{(k)'})'$ e $r^t = (r_1, \dots, r_t)'$. Ou seja, têm-se um modelo diferente em cada ponto do tempo, o que explica o nome “*dynamic model averaging*” - média dinâmica do modelo. Utilizando a representação estado espaço anterior para este caso:

$$\begin{aligned} r_t &= Z_t^{(k)} \theta_t^{(k)} + \varepsilon_t^{(k)} \\ \theta_t^{(k)} &= \theta_{t-1}^{(k)} + \eta_t^{(k)} \end{aligned}$$

A primeira equação permite que um modelo diferente, de melhor desempenho seja mantido em cada espaço de tempo, para fazer a média do modelo e selecionar o modelo de melhor desempenho. Assim, a previsão no tempo t pode ser procedida explorando informações através do tempo $t - 1$ e calculando a probabilidade do modelo posterior.

Essa probabilidade é utilizada nos métodos *Dynamic Model Averaging* (DMA), *Bayesian Model Averaging* (BMA), *Bayesian Model Selection* (BMS) e no *Dynamic Model Selection* (DMS). No DMS, o modelo com maior probabilidade é selecionado, enquanto, alternativamente, no DMA essas probabilidades são usadas como pesos ao construir previsões médias usando todos os modelos K em cada ponto do tempo t . Tanto no DMA como no BMA, é possível calcular a densidade preditiva, $p(\hat{r} | r)$, pela média resultante em modelos globais com pesos dados pela probabilidade do modelo posterior como mostrado abaixo:

$$p(\hat{r} | r) = \sum_{k=1}^K p(\hat{r} | r, k) p(k | r)$$

Seja $K = 2^m$ o número de possíveis modelos elaborados a partir da combinação de m preditores disponíveis, no BMA calcula-se uma previsão média para todos os modelos de 2^m modelos, onde todas as observações carregam o mesmo peso em todos os o período de estimação. O DMA modifica o BMA ao incluir a possibilidade de que a ponderação das variáveis e os coeficientes na equação de regressão sejam variantes no tempo. Ademais, incluem

dois novos fatores chamados de fatores de esquecimento: *parameter forgetting*, λ (fator de esquecimento de parâmetro) e *model forgetting*, α (fator de esquecimento de modelo).

Segundo Naser e Alaali (2015), a dificuldade fundamental do modelo é calcular a evolução de modelos ao longo do tempo. Mais concretamente, suponha uma variável aleatória $S_t \in \{1, 2, \dots, K\}$ que mostra qual o modelo aplicado no tempo t . Supõem-se que S_t é um processo estocástico Markoviano¹ com matriz de probabilidade de transição $P = (p_{ij})'_{j \in \Lambda}$. A probabilidade de transição é $p_{ij} = P(S_t = j | S_{t-1} = i)$ ou seja, a probabilidade de que o modelo de previsão seja i no tempo $t - 1$, e mude para o modelo j no tempo t .

O grande problema nessa estrutura, de acordo com Koop e Korobilis (2012, 2011), é o tamanho de matriz de probabilidade de transição, que se tornaria computacionalmente inviável mesmo se o número de modelos fosse pequeno. Os autores propõem, então, uma solução para esse problema, que chamaram de “*The curse of dimensionality*” em tradução livre: “A maldição da dimensionalidade”, utilizando um método de aproximação sugerido por Raftery et al. (2010).

Para Raftery et al (2010), o fato de que, nesse modelo o vetor de estado tem uma definição diferente para cada modelo candidato permite usar uma aproximação muito simples em que cada modelo é atualizado individualmente em cada ponto de tempo. Nesse estudo, os autores mostram que isso é equivalente a uma versão *age-weighted* do BMA, que consiste em uma ponderação pela “idade” da observação, o que torna intuitivamente atraente. O BMA seria portanto um caso especial, quando o modelo e os parâmetros não mudam. O DMA é portanto, uma implementação recursiva do modelo bayesiano.

Vale ressaltar que as estimativas bayesianas envolvem Métodos de Markov Chain Monte Carlo (MCMC) que estima os estados condicionados a outros parâmetros tais como o de H_t e Q_t , isto é $(1 - \lambda^{-1}) \Sigma_{t-1}$, onde $0 < \lambda \leq 1$ e $\Sigma_{t-1} = (\theta_t - \hat{\theta}_t)(\theta_t - \hat{\theta}_t)'$. Conforme destacado por Naser e Allali (2015), $\hat{\theta}_t$ é a estimativa do filtro de Kalman para θ_t e λ é um fator de esquecimento, na medida em que as observações de j períodos no passado tem um peso λ^j , ou seja, quanto mais distante do ponto de previsão menor o peso.

Naser e Allali (2015) destacam ainda a importância acerca do parâmetro λ , sendo que um parâmetro próximo de um sugerem persistência do parâmetro. Mais precisamente, se

¹ Tais modelos de comutação foram introduzidos na economia por Hamilton (1989) e têm sido amplamente utilizados em economia e finanças desde então.

$\lambda = 1$, tem-se um parâmetro constante. Por outro lado, se $\lambda \rightarrow 0$, apenas a última observação é usada para previsão.

Raftery et al. (2010) também consideram uma aproximação referente ao problema da eficiência computacional da inclusão de probabilidade posterior. Deixando $\pi_{t|t-1,k}$ denotar a probabilidade do modelo k ser aplicado no tempo t usando informações até o tempo $t - 1$. O DMA, usa $\pi_{t|t-1,k}$ como peso de modelos diferentes, ou seja, faz-se uma ponderação de modelos possíveis, enquanto no DMS, escolhe-se o modelo com o mais alto $\pi_{t|t-1,k}$ ou seja, o modelo de maior probabilidade.

Ao usar o processo de mudança de Markov para descrever a evolução dos K modelos com probabilidade de transição P , a densidade preditiva de modelo k é dada por $p_k(r_{t-1}|r_{t-2}, r_{t-3}, \dots, r_1)$. Pode-se escrever então que:

$$\pi_{t|t-1,k} = \sum_{i=1}^K r_{t-1|t-1,k} p_{ij}$$

Onde:

$$\pi_{t-1|t-1,k} = \frac{\pi_{t-1|t-2,k} p_k(r_{t-1}|r_{t-2}, r_{t-3}, \dots, r_1)}{\sum_{k=1}^K \pi_{t-1|t-2,k} p_k(r_{t-1}|r_{t-2}, r_{t-3}, \dots, r_1)}$$

Segundo Raftery et al (2010), essa equação pode ser reescrita como:

$$\pi_{t|t-1,k} = \frac{\pi_{t-1|t-1,k}^\alpha}{\sum_{i=1}^K \pi_{t-1|t-1,k}^\alpha}$$

Onde $0 < \alpha \leq 1$ é um parâmetro de esquecimento de valor fixo, ligeiramente menor que um (geralmente utiliza-se 0,99 ou 0,95), cuja interpretação é similar ao λ . A utilização desse parâmetro permite uma grande simplificação no modelo, à medida que achata a distribuição dos modelos. Embora o modelo resultante não especifique explicitamente a matriz de transição da cadeia de Markov, segundo Raftery et al apud Smith e Miller (1986), essa simplificação não é um defeito do modelo, uma vez que os dados fornecem informações sobre $\pi_{t-1|t-1,k}$ e $\pi_{t|t-1,k}$. Koop e Korobilis (2012) defendem a utilização desse modelo uma vez que, estudos que trabalham com modelos similares, argumentam que as aproximações, como consideradas, são sensíveis e não muito restritivas.

Segundo Koop e Korobilis (2012) a principal vantagem no uso do fator de esquecimento α predefinido na equação do modelo é que se torna dispensável o uso do algoritmo como MCMC e MC³ para desenhar a transição entre modelos. Assim, avaliações

simples, comparáveis às da atualização da equação no filtro de Kalman, podem ser utilizadas. Tem-se então, um modelo de atualização da equação dado por:

$$\pi_{t|t,k} = \frac{\pi_{t|t-1,k} p_k(r_t | r^{t-1})}{\sum_{l=1}^K \pi_{t|t-1,l} p_l(r_t | r^{t-1})}$$

Onde $p_l(r_t | r^{t-1})$ é a densidade preditiva do modelo l avaliada no tempo t . A previsão pode ser dada de maneira recursiva com base na média dos resultados preditivos para cada modelo. Portanto, a previsão é dada por:

$$E(y_t | y^{t-1}) = \sum_{k=1}^K \pi_{t|t-1,k} z_t^{(k)} \hat{\theta}_{t-1}^{(k)}$$

Para demonstrar o significado do fator α mais claramente, pode-se ainda especificar o modelo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \pi_{t|t-1,k} &\propto [\pi_{t-1|t-2,k} p_k(r_{t-1} | y^{t-2})]^\alpha \\ &= \prod_{i=1}^{t-1} [p_k(r_{t-1} | y^{t-i-1})]^\alpha \end{aligned}$$

Pode-se ver que valores de α próximo de um implica que $\pi_{t|t-1,k}$ será maior, nesse caso o DMS selecionará o modelo k no tempo t se ele prever bem no passado recente. Em outras palavras, em cada ponto de tempo haverá valores diferentes de $\pi_{t|t-1,k}$ correspondendo a cada modelo. O DMS prossegue selecionando o modelo com maior valor de $\pi_{t|t-1,k}$ enquanto o DMA calcula a média ponderada de todos os modelos.

A interpretação do "passado recente" é controlado pelo fator de esquecimento, α , que decai exponencialmente à taxa α^i para observações i períodos atrás. Assim, se $\alpha = 0,99$, o desempenho de previsão há um ano atrás recebe em torno de 90% de peso e se $\alpha = 0,95$, esse peso cai para 54%.

Koop e Korobilis (2012) destacam ainda que, se $\alpha = 1$, $\pi_{t|t-1,k}$ é simplesmente proporcional a probabilidade marginal usando dados através do tempo $t - 1$, abordagem usualmente utilizada na estimação do BMA. Quando $\lambda = 1$, o DMA é similar ao BMA usando modelos de previsão linear convencional sem variação de tempo nos coeficientes.

Koop e Korobilis (2012) dão ênfase ainda a questão da variância das séries. A estratégia de estimativa e previsão no DMA é condicional a H_t e envolve a avaliação de fórmulas como as do filtro Kalman. Todas as recursões são escolhidas a priori para $r_{0|0,k}$ e $\theta_0^{(k)}$, com $k = 1, \dots, K$.

Nesse contexto, Raftery et al (2010) propõem um método de conexão simples em que, $H_t^k = H^k$, isso significa que a variância é considerada fixa no tempo. No caso de variáveis financeiras entretanto, é provável que a variância do erro esteja mudando ao longo do tempo. Assim, usa-se uma média móvel ponderada exponencialmente (EWMA) como estimativa consistente de H_t .

Os estimadores EWMA são comumente usados para modelar volatilidades variáveis no tempo em finanças. Esse modelo considera um fator de esquecimento κ o qual Riskmetrics (1996) propõe definir 0,97 para dados mensais e 0,94 para dados diários. Uma característica atraente da especificação EWMA é que ela pode ser aproximada por uma forma recursiva, que pode ser usada para obter previsões de volatilidade. Para previsão em $t + 1$, tem-se:

$$\hat{H}_{t+1|t}^{(k)} = \left(\kappa \hat{H}_{t|t-1}^{(k)} (1 + \kappa) (r_t - z_t^{(k)} \hat{\theta}_t^{(k)}) \right)^2$$

4 RESULTADOS EMPÍRICOS

A Metodologia DMA citada na seção anterior foi aplicada para o retorno das 6 ações (ABEV3) e do índice Ibovespa, considerando os retornos passados da própria variável, através de um processo autoregressivo e os 15 possíveis preditores descritos na Tabela 2 da Seção 3.

As estimações foram realizadas através do pacote “eDMA” no software gratuito R que, segundo Catania e Nonejad (2016) é cerca de 133 vezes mais rápido do que a implementação padrão usando uma CPU de núcleo único.

4.1 Estimação DMA e DMS

A aplicação do DMA permite que o modelo de previsão mude no tempo, além de que são considerados modelos parcimoniosos, evitando problemas de superposição. Esses benefícios são é claro teóricos se fazendo necessário uma análise particular no resultados empíricos, demonstrando que, de fato, esses benefícios podem ou não ser alcançados.

Conforme definido por Koop e Korobilis (2012) pode-se escrever o número de parâmetros do modelo como:

$$E(Size_t) = \sum_{k=1}^K \pi_{t|t-1,k} Size_{k,t}$$

Onde, $Size_{k,t}$ é o número de preditores (não incluindo o intercepto e os componentes autoregressivos) do modelo k no tempo t . Assim, $E(Size_t)$ pode ser interpretado como o número esperado ou médio de preditores no modelo DMA no tempo t .

No Anexo A, as Figuras de 1 a 7 mostra a evolução no número de regressores para cada um dos sete exercícios empíricos propostos, ou seja, para as seis ações e o Ibovespa, considerando dois fatores de esquecimento comumente utilizados em estudos similares. O modelo se mostra relativamente parcimonioso, o número de parâmetros varia entre três e seis com a utilização de $\alpha = \lambda = 0,99$, desconsiderando o intercepto que está presente em todo o período.

Vale lembrar que o modelo exige um período de adaptação a amostra, isto é, é necessário um período de teste para melhor adequação do modelo. Sendo assim, recomenda-se a utilização de um período de queima entre 32 e 50 períodos. Buscando-se obter o maior período de estimação possível, foram desconsideradas as estimações dos primeiros 32 meses, no entanto, nota-se que a eliminação de um período maior não alteraria de maneira significativa os resultados.

As Figuras de 1 a 7 do Anexo A mostram as mudanças no modelo ao longo do tempo, que pode ser observada a partir da mudança no número de parâmetros no modelo em cada período de tempo. Para efeito comparativo, considerou-se duas possibilidades quanto aos fatores de esquecimento, isto é $\alpha = \lambda = 0,99$ e $\alpha = \lambda = 0,95$. Nota-se que a utilização de um fator mais baixo, que indica um esquecimento acelerado, leva a modelos menos parcimoniosos, com número de parâmetros chegando a nove, novamente desconsiderando a presença do intercepto.

As Figuras 8 a 14 do Anexo B trazem a importância de cada regressor em cada ponto no tempo para cada um dos sete exercícios empíricos, usando novamente as duas possibilidades de fatores de esquecimento. Estes gráficos contêm probabilidades de inclusão posterior. Ou seja, a probabilidade de um regressor no tempo $t - 1$ ser útil para a previsão da variável dependente no tempo t . Em outras palavras, eles são os pesos utilizado pelo DMA.

Esses números confirmam que o DMS tende selecionar variáveis de forma parcimoniosa e os pesos em DMA refletem a importância desses modelos parcimoniosos. Outro resultado importante é que, encontra-se evidências de mudança de modelo, ou seja, o conjunto de regressores do modelo muda ao longo do tempo.

Além disso, no DMA as mudanças podem ser graduais ou abruptas. Ou seja, existem muitos casos em que a inclusão posterior de probabilidade associada a um regressor aumenta ou diminui gradualmente ao longo do tempo, por exemplo, o IPCA para o Ibovespa entre 2010 e 2011, passando de uma probabilidade 0,4 para 0,8, além da TJLP que passa de 0,2 para 0,8 entre 2007 e 2011 ou do regressor CAMBIO para a ação ABEV3 entre 2007 e 2009, passando de uma probabilidade próxima a 0,8 para menos de 0,2.

Também há casos de mudanças abruptas, onde uma probabilidade de inclusão posterior muda abruptamente de perto de zero para um valor significativo (ou vice-versa) dentro de um curto espaço de tempo, esse fato pode ser observado na estimação do retorno da ação BBAS3, na mudança de 0,6 para 0,2 na variável que contém informação sobre o índice de commodities no final de 2010, ou ainda na ação BRFS4 no final de 2015, onde o Índice Dow Jones passa de uma probabilidade de inclusão de 0,2 para próximo de 0,8.

A mudança na significância ou importância do parâmetro dentro do modelo ao longo do tempo, reflete ainda uma evidência para variação dos parâmetros. Ou seja, condizente com a mudança no valor dos parâmetros, que corrobora com a adoção dos modelos do tio TPV, vale ressaltar ainda que esse tipo de modelo não permite mudanças abruptas no valor do parâmetro, assim o DMA apresenta mais uma vantagem nesse aspecto.

Na maioria dos modelos, entretanto, há uma manutenção de regressores significantes no modelo ao longo do tempo. Nos seis exercícios envolvendo retorno de ações, as variáveis referentes as taxas de juros da economia se mostram significantes, isto é, os regressores EST, SELIC e TJLP estão sempre com probabilidade de inclusão maior que 0,4. Além disso merece destaque as variáveis referentes a inflação. Tanto observada como inesperada, sendo significativa na maioria das aplicações.

A variação do PIB também apresenta uma elevada probabilidade de inclusão em alguns períodos, especialmente no setor de base da economia (PETR4, VALE5), modelos que também tendem a incluir os regressores de variação no preço do Petróleo (PPET) e da variação do IPI (IND).

É interessante ainda relacionar as evidências do modelo com eventos acontecidos no mercado. Por exemplo, analisando as figuras 8, 9, 10 e 12, nota-se uma maior probabilidade de inclusão do dólar no modelo entre 2007 e 2008, período de insegurança no mercado devido a crise

Nota-se ainda que, no final de 2015, houve um pequeno aumento da probabilidade de inclusão da variável EMBI na previsão da ação PETR4, passando de próximo de próximo de 0 para cerca de 0,2. Essa variável mede a variação no Risco País, o qual apresentou um aumento no início de 2015, juntamente com os recentes escândalos envolvendo a Petobrás.

4.2 Previsão de Retorno

Para efeito comparativo da capacidade preditiva do modelo, foram estimados 10 diferentes modelos com base na literatura na área. Os modelos estimados são descritos na tabela 4 abaixo:

Tabela 4: Especificação dos Modelos de Previsão de Retorno

MODELOS	DESCRIÇÃO
MODELO 0	AR(1): Modelo Autoregressivo
MODELO 1	AR(1,3,6,12): Modelo Autoregressivo com truncagem nos lags 1, 3, 6 e 12.
MODELO 2	TVP: DMA com $\lambda = 0,99$ e $\alpha = 1$
MODELO 3	DMA com $\lambda = \alpha = 0,99$
MODELO 4	DMS com $\lambda = \alpha = 0,99$
MODELO 5	DMA com $\lambda = \alpha = 0,95$
MODELO 6	DMS com $\lambda = \alpha = 0,95$
MODELO 7	BMA: DMA com $\lambda = \alpha = 1$
MODELO 8	BMS:DMS com $\lambda = \alpha = 1$
MODELO 9	Regressão Simples incluindo todos os regressores

Fonte: Elaboração Própria

Para efeitos de escolha do modelo 0, foram calculados Modelos Autoregressivos utilizando até 5 defasagens. Além de um modelo que considera as defasagens de 1 mês, 3 meses, 6 meses e 1 ano, a escolha dessas defasagens pode ser entendida como motivadas pela heterogeneidade de mercado, que considera a existência de diferentes tipos de investidores, basicamente 3 tipos: curto prazo, médio prazo e longo prazo.

Conforme define Bueno (2011), a cada regressor adicional a soma dos resíduos tende a diminuir. Os critérios de informação impedem que haja um número excessivo de regressores, associando uma penalidade ao ingresso de novos regressores. Isto é, dado que os resíduos sejam considerados ruído branco, o modelo mais parcimonioso deve ser escolhido.

Ainda segundo Bueno, o critério BIC é consistente assintoticamente, e tende a escolher um modelo mais parcimonioso do que o AIC, este último funciona melhor em pequenas amostras, não obstante seja viesado para escolher modelos sobreparametrizados. Assim optou-se pela utilização do critério BIC, cuja estatística é calculada como:

$$BIC = \ln \hat{\sigma}^2 + n \frac{\ln(T)}{T}$$

Quanto maior o número de parâmetros, menor será o erro estimado, mas isso será penalizado na segunda parcela da estatística. Por isso, deseja-se o menor AIC, HQ ou BIC possível. Os valores das estatísticas calculadas para o período de 10 anos (agosto/2007 a julho/2017), estão presentes na tabela 5. Com exceção da ação PETR4, cujo melhor modelo é um AR (2), nas demais séries recomenda-se a escolha de um modelo com apenas uma defasagem.

Tabela 5: Estatísticas de Schwarz ou BIC

	IBOV	ABEV3	BBAS3	BRFS3	ITUB4	PETR4	VALE5
AR(1)	-2,6300	-2,2634	-1,4278	-1,7043	-2,1108	-1,3845	-1,5394
AR(2)	-2,5927	-2,2315	-1,4102	-1,6725	-2,0828	-1,3960	-1,5075
AR(3)	-2,5270	-2,2277	-1,3806	-1,6408	-2,0651	-1,3658	-1,4766
AR(4)	-2,4977	-2,2139	-1,3601	-1,6199	-2,0426	-1,3342	-1,4556
AR(5)	-2,4720	-2,1821	-1,3326	-1,5858	-2,0109	-1,3143	-1,5080
AR(1,3,6,12)	-2,5021	-2,2297	-1,3578	-1,6834	-2,0418	-1,2891	-1,4722

Fonte: Elaboração própria

Para calcular a eficiência na previsão, foram considerados os últimos 120 meses presentes na amostra, correspondendo ao período de 10 anos. Assim, cada modelo foi estimado no tempo t , considerando variáveis conhecidas em $t - 1$. Para efeito de comparação da capacidade preditiva dos modelos foram calculados os erros quadráticos médios de previsão (EQMP) para cada modelo apresentados na Tabela 5.

Na análise dos EQMP, não há uma predominância clara da superioridade de um modelo. No entanto, de maneira geral, os modelos que consideram a incerteza são melhores do que os que não a consideram. Individualmente, o Modelo 8, que corresponde ao BMS, é superior na previsão de 3 séries: Ibovespa, ITUB4 e VALE5. Já o DMA e o BMA são superiores uma série apenas, respectivamente BRFS4 e BBAS3.

Tabela 5 – Erro Quadrático Médio na Previsão *out-of-sample*

	IBOV	ABEV3	BBAS3	BRFS4	ITUB4	PETR4	VALE5
Modelo 0	0,00509	0,00564	0,01604	0,00670	0,00776	0,01746	0,01511
Modelo 1	0,01211	0,00465	0,01625	0,00755	0,00749	0,01891	0,01422
Modelo 2	0,00581	0,00435	0,01610	0,00746	0,00745	0,01708	0,01407
Modelo 3	0,00502	0,00455	0,01582	0,00579	0,00785	0,01761	0,01337
Modelo 4	0,00515	0,00512	0,01586	0,00582	0,00757	0,01771	0,01290
Modelo 5	0,00537	0,00481	0,01625	0,00638	0,00827	0,01862	0,01419
Modelo 6	0,00537	0,00554	0,01758	0,00719	0,00875	0,02001	0,01447
Modelo 7	0,00485	0,00459	0,01561	0,00587	0,00757	0,01748	0,01288
Modelo 8	0,00469	0,00497	0,01585	0,00623	0,00736	0,01759	0,01286
Modelo 9	0,03117	0,00892	0,01978	0,08523	0,01166	0,04415	0,01691

Fonte: Elaboração Própria

O modelo que considera somente a variação no tempo dos parâmetros (Modelo 2) também se destaca na previsão de duas séries ABEV3 e PETR4. Em relação a esse modelo vale lembrar que a especificação é a mesma do modelo 1, ou seja, um AR com os *lags* 1,3,6 e 12, considerando apenas o fator de esquecimento do parâmetro $0,9 \leq \lambda \leq 1$. Nesse sentido, em todos os casos, o modelo 2 é superior ao modelo 1, indicando que a consideração da variação nos parâmetros tem um efeito positivo no desempenho da predição. O modelo 9 utiliza todos os regressores e se apresenta como o pior modelo em todos os casos.

Para verificar se uma especificação mais parcimoniosa do processo autoregressivo fornece previsões mais eficientes, os modelos, exceto os puramente autoregressivos, foram novamente estimados com apenas uma defasagem da variável depende.

Na comparação entre os três melhores modelos de cada caso, proposta pela Tabela 6, nota-se uma predominância dos modelos baseados na incerteza quanto aos regressores. No entanto, a utilização dos fatores de esquecimento do DMA/DMS não mostra superioridade em relação a sua não utilização proposta pelo BMA/BMS.

Tabela 6 – Top 3 dos modelos de Previsão

	IBOV	ABEV3	BBAS3	BRFS4	ITUB4	PETR4	VALE5
1º	BMS	TVP	BMA	DMA	BMS	TVP	BMS
2º	BMA	DMA	DMA	DMS	TVP	AR(1)	BMA
3º	DMA	BMA	BMS	BMA	AR(1,3,6,12)	BMA	DMS

Fonte: Elaboração Própria

5 CONCLUSÃO

O Dynamic Model Avaraging vem sendo utilizado em diversas áreas, com grandes possibilidades de aplicações em Economia e Finanças. Neste estudo, tal modelo foi aplicado ao retorno acionário usando o Arbitragy Asset Pricing Model com 15 fatores econômicos para prever o retorno de 6 ações e do índice Ibovespa.

Os modelos DMA são muito utilizados por gerarem modelos parcimoniosos, isto é, modelos que envolvam o mínimo de parâmetros possíveis a serem estimados e que explique bem o comportamento da variável resposta. Além dessa capacidade, o DMA permite que os parâmetros e a especificação do modelo mudem ao longo do tempo.

Conforme mostrado na seção 4.1, número máximo de regressores está mudando ao longo do tempo. Além disso, as probabilidades de inclusão posterior indicam que cada a importância de cada regressor na previsão do DMA muda em algumas ocasiões, o que indicaria uma vantagem na utilização dessa metodologia.

Nesse estudo, os modelos que utilizam um fator de esquecimento de 0,99, gera modelos com um número relativamente baixo de regressores, entre 3 e 6. Já a utilização de um fator mais baixo, igual a 0,95 tende a gerar modelos menos parcimoniosos, o número de parâmetros chega a nove em alguns casos.

Dos fatores utilizados nesse estudos, merece destaque a participação das variáveis que refletem as taxas de juros da economia, tanto a taxa Selic como a TJLP estiveram presentes em todos os modelos DMA e DMS em praticamente todos os períodos, mostrando a influência permanente dessas taxas no mercado acionário. As variáveis de inflação (EIPCA, IIPCA, IPCA) também tiveram importante influência nos retornos, estando com probabilidade acima de 40% em 11 dos 12 modelos estimados.

Verificando a capacidade preditiva dos modelos, nota-se em um primeiro momento a superioridade de modelos que consideram a incerteza em relação aos parâmetros utilizados, isto é, modelos TVP, DMA(S) e bayesianos. Não havendo uma clara definição de preferência entre eles.

Vale ressaltar que o estudo selecionou as ações utilizando o critério de maior liquidez, nesse sentido, as dificuldades apresentadas pelo DMA/BMA na seleção de melhores modelos pode apresentar dificuldades devido a rapidez no mercado em incorporar novas informações aos preços das ações, estando de acordo com Almeida Filho(2015) na precificação de *blue ships*.

Diferentemente do resultado encontrado em Naser e Alaali (2015) na previsão do índice do mercado de ações americano S&P500, os autores consideram que o DMA/DMS melhora significativamente o desempenho da previsão em comparação com outras abordagens

Outro destaque, é a melhora na predição ao utilizar o modelo TVP considerando os *lags* 1,3,6 e 12, em todos os casos o TVP obteve um resultado melhor na previsão de retorno que o modelo que utiliza as mesmas variáveis sem considerar a mudança nos parâmetros. Esse resultado é condizente tanto com os estudos de previsão de inflação como com a utilização desse método no retorno acionário, exemplificado pelo trabalho de Naser e Alaali (2015).

Nesse estudo, optou-se pela utilização de fatores econômicos mais tradicionais do APT, no entanto, muitos estudos vem desenvolvendo a ideia de utilizar como fatores variáveis de expectativa, considerando que os agentes tendem a olhar para o futuro e se antecipar e este.

Pode-se ainda considerar uma abordagem em que sejam considerados maiores horizontes de tempo para previsão, assim, o pesquisador poderia considerar uma previsão de mais longo prazo e não somente de uma dia como considerado nesse estudo.

Além disso, a elevada variação nas séries de retorno em alguns períodos contribuem para um pior desempenho na previsão. Nesse aspecto, a introdução de um novo componente que captasse períodos com elevação da volatilidade (saltos nas séries de retorno), que são geralmente causados por informações inesperadas no mercado, poderia melhorar a previsão.

Um outro ponto é a comparação entre modelos do tipo DMA usados nesse trabalho com modelos mais modernos usados em Finanças, um bom exemplo são os modelos de redes neurais que mostram bons resultados na previsão de ativos financeiros, porém são de mais difícil implementação pela complexidade computacional.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA FILHO, D. B. **Modelos de precificação forward-looking aplicados à blue chips e small caps do mercado brasileiro**. Monografia (Bacharelado em Finanças) – Departamento de Finanças, Universidade Federal do Ceará, 2014. Disponível em: <<http://www.repositoriobib.ufc.br/000031/0000316a.pdf>>. Acesso em 15/12/2017.
- BREALEY, R. A. , MYEARS, S.C. **Principals of Corporate Finance**, 6th ed. Irwin/MCGraw, 2000.
- BUENO, R. L. S. 2008. **Econometria de series temporais**. São Paulo: Cengage Learning.
- CATANIA, Leopoldo; NONEJAD, Nima. **Dynamic Model Averaging for Practitioners in Economics and Finance: The eDMA Package**. Publicado em 01/02/2017. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/package=eDMA>>. Acesso em: 17 ago. 2017.
- CAUCHIE, S., HOESLI, M. e ISAKOV, D., The determinants of stock returns in a small open economy, **International Review of Economics and Finance**, Amsterdã: North Holland, v. 13, p. 167-185, 2004.
- CHAN, Kam C.; HENDERSHOTT, Patric H.; SANDERS, Anthony B. Risk and return on real estate: evidence from equity REITs. **Real Estate Economics**, v. 18, n. 4, p. 431-452, 1990.
- CHEN, S. J., e JORDAN, B. D., Some empirical tests in the arbitrage pricing theory: Macrovariables vs. derived factors. **Journal of Banking and Finance**, Amsterdã: North Holland, v. 17(1), p. 65–89, 1993.
- CHEN, N.; ROLL, R.; ROSS, S. A. Economic Forces and the Stock Market. **The Journal of Business**, vol. 59, n. 3, p. 383-403, 1986.
- COSTA JUNIOR, Newton C. A. da; NEVES, Myrian B. Eiras das. Variáveis Fundamentalistas e os Retornos das Ações. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 54, p.123-137, mar. 2000.
- DE MELLO, L. M.; SAMANEZ, C. P. Determinação e análise de desempenho do modelo APT - Arbitrage Pricing Theory - no mercado de capitais brasileiro. **Anais do Encontro Anual da ANPAD**, Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Administração, p. 95, 1999.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. **Journal of Financial Economics**, vol. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.
- FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R.. Multifactor Explanation of Asset Pricing Anomalies. **Journal of Finance**, [sl], v. 51, n. 1, p.55-84, mar. 1996.
- KOOP, G. and D. KOROBILIS . UK macroeconomic forecasting with many predictors: Which models forecast best and when do they do so? **Economic Modelling** 28 (5),p. 2307-2318. (2011).

KOOP, G. and D. KOROBILIS. Forecasting inflation using dynamic model averaging. **International Economic Review** 53 (3), 867-886. 2012.

LAKONISHOK, Josef; SHAPIRO, Alan C. Systematic risk, total risk and size as determinants of stock market returns. **Journal Of Banking & Finance**, [SI], v. 10, n. 1, p.115-132, 1986.

LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, vol. 47, n. 1, p. 13-37, 1965.

MALHOTRA, K., Autoregressive multifactor APT model for U.S. Equity Markets, **Munich Personal RePEc Archive**, n. 23418, 2010.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, vol. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica**, vol. 34, n. 4, p. 768-783, 1966.

NASER, Hanan; ALAALI, Fatema. Can Oil Prices Help Predict US Stock Market Returns: An Evidence Using a DMA Approach. **Munich Personal Repec Archive**, jun. 2015. Disponível em: <<https://mpira.ub.uni-muenchen.de/65295/>>. Acesso em: 15 out. 2017.

PIANCÓ, F. B. **Ibovespa e Variáveis Macroeconômicas: Uma Análise dos Determinantes do Mercado Acionário Brasileiro pela Teoria de Precificação por Arbitragem (APT)**. 2014. Monografia (Bacharelado em Ciências Econômicas) – Departamento de Economia, Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

RAFTERY, Adrian E.; KÁRNÝ, Miroslav; ETTLER, Pavel. Online Prediction Under Model Uncertainty via Dynamic Model Averaging: Application to a Cold Rolling Mill. **Technometrics**. p. 52-66. Feb. 2010.

RAPACH, D. E. and G. Zhou (2013). Forecasting stock returns. **Handbook of Economic Forecasting 2** (Part A), p. 328-383.

RISKMETRICS, “Technical Document- Fourth Edition,” (1996). Disponível em: <<https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>>.

ROLL, R. A Critique of the Asset Pricing Theory’s Tests – Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. **Journal of Financial Economics**, vol. 4, n. 2, p. 129-176, 1977.

ROLL, R.; ROSS, S. A. An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory. **The Journal of Finance**, vol. 35, n. 5, p. 1073-1103, 1980.

ROSS, Stephen A.. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. **Journal Of Economic Theory**, p. 341-360, 1976.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JORDAN, B. D. **Princípios de administração financeira**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**, vol. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

SCHOR, A.; BONOMO, M. A.; PEREIRA, P. L. V. Arbitrage Pricing Theory (APT) e Variáveis Macroeconômicas: um Estudo Empírico sobre o Mercado Acionário Brasileiro. **Texto para Discussão**, PUC-Rio, n. 391, 1998.

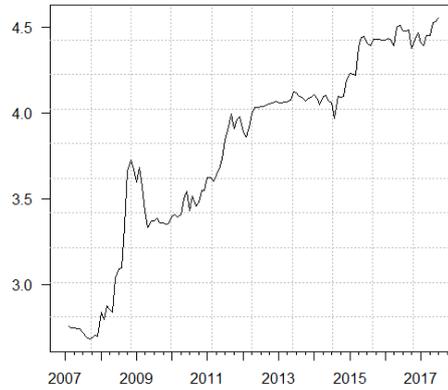
SMITH, J; MILLER, J., “A Non-Gaussian State Space Model and Application to Prediction Records,” **Journal of the Royal Statistical Society of Time Series B** 48 , p. 79-88, 1986.

THIELE, Cássio Cristiano; ADAMI, André Gustavo. Previsão de séries temporais financeiras: modelo baseado em redes neurais artificiais. **Revista Brasileira de Computação Aplicada**, [s.l.], v. 8, n. 2, p.113-128, 1 set. 2016. UPF Editora.
<http://dx.doi.org/10.5335/rbca.v8i2.5638>.

ANEXO A – GRÁFICOS DO NÚMERO ESPERADO DE REGRESSORES

Figura 1: Número esperado de regressores no Ibovespa

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

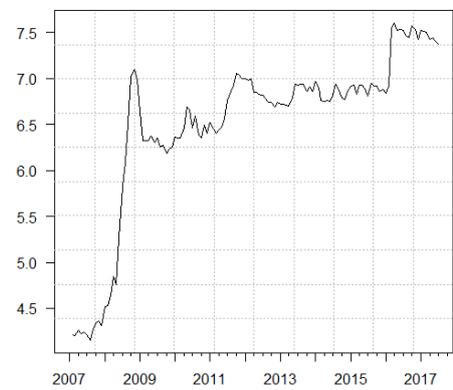
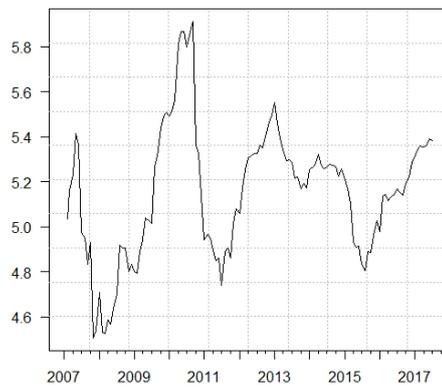


Figura 2: Número esperado de regressores na ação ABEV3

a) $\alpha = \lambda = 0,99$

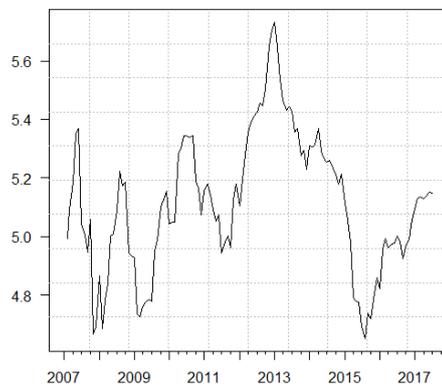


b) $\alpha = \lambda = 0,95$



Figura 3: Número esperado de regressores na ação BBAS3

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

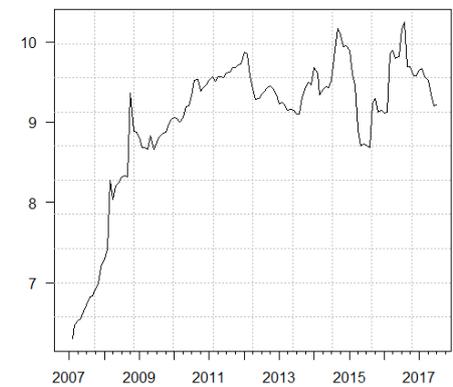
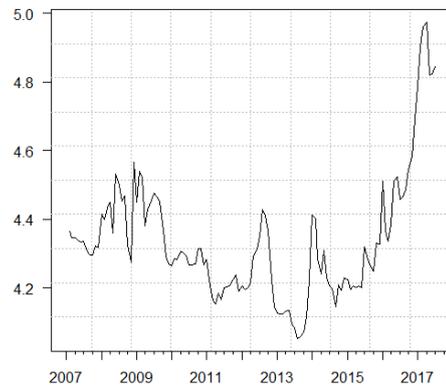


Figura 4: Número esperado de regressores na ação BRFS4

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

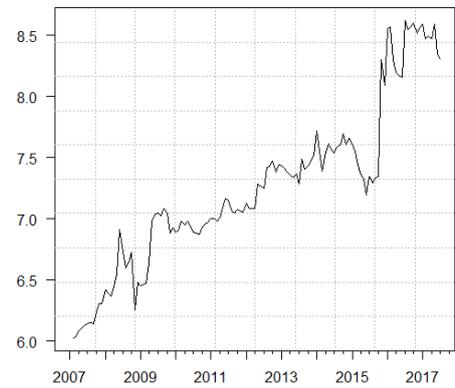
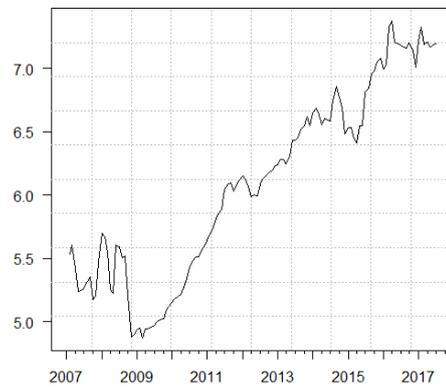


Figura 5: Número esperado de regressores na ação ITUB4

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

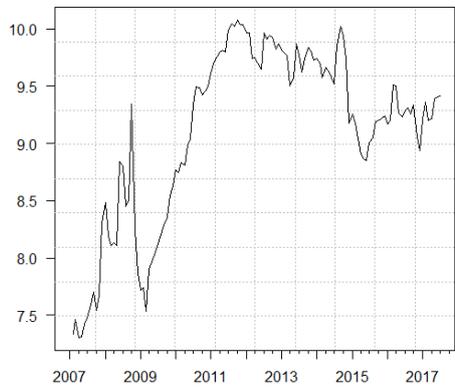


Figura 6: Número esperado de regressores na ação PETR4

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

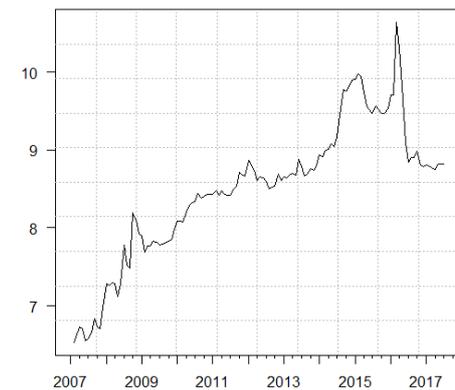


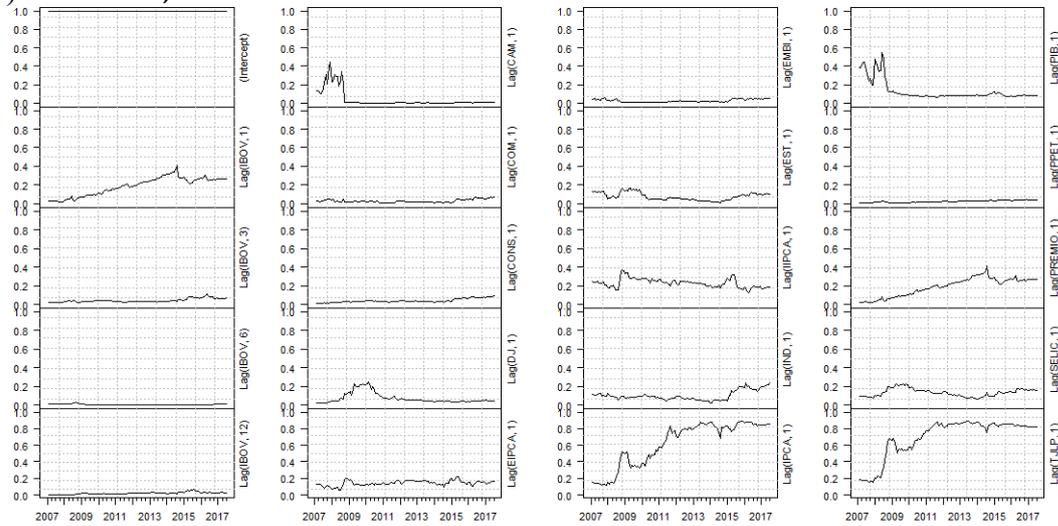
Figura 7: Número esperado de regressores na ação VALE5

a) $\alpha = \lambda = 0,99$ b) $\alpha = \lambda = 0,95$ 

ANEXO B – GRÁFICOS DAS INCLUSÕES DE PROBABILIDADE POSTERIOR

Figura 8: Gráficos de Inclusão de Probabilidade do Ibovespa

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

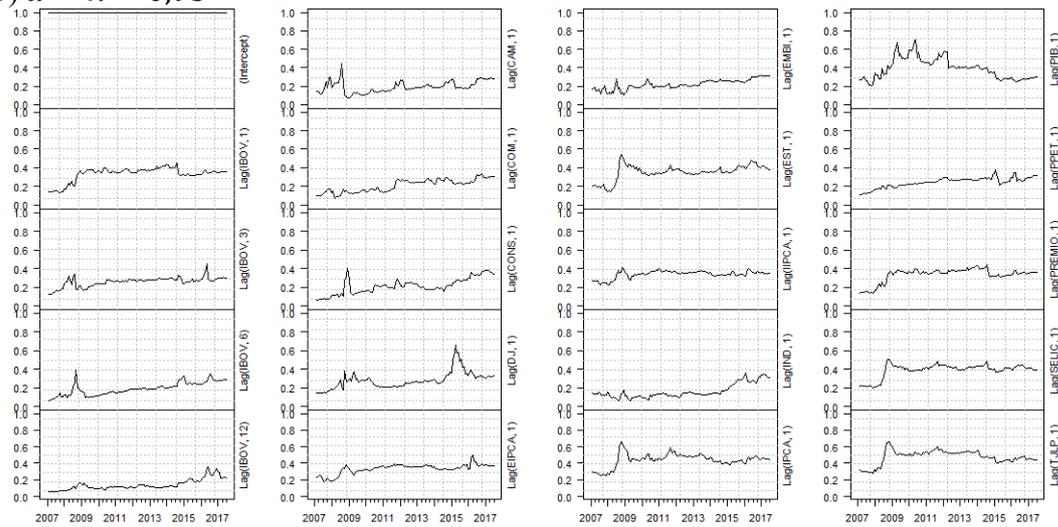
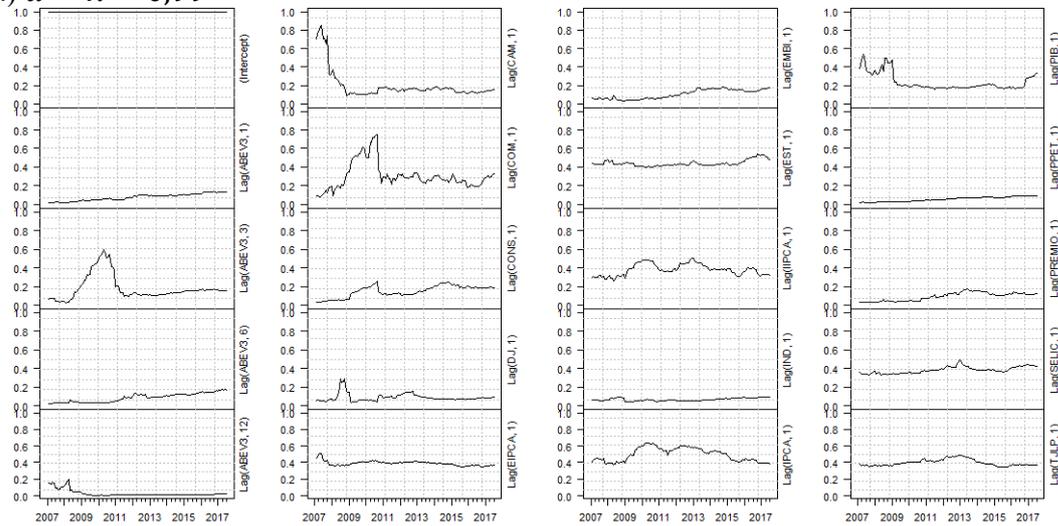


Figura 9: Gráficos de Inclusão de probabilidade da ação ABEV3

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

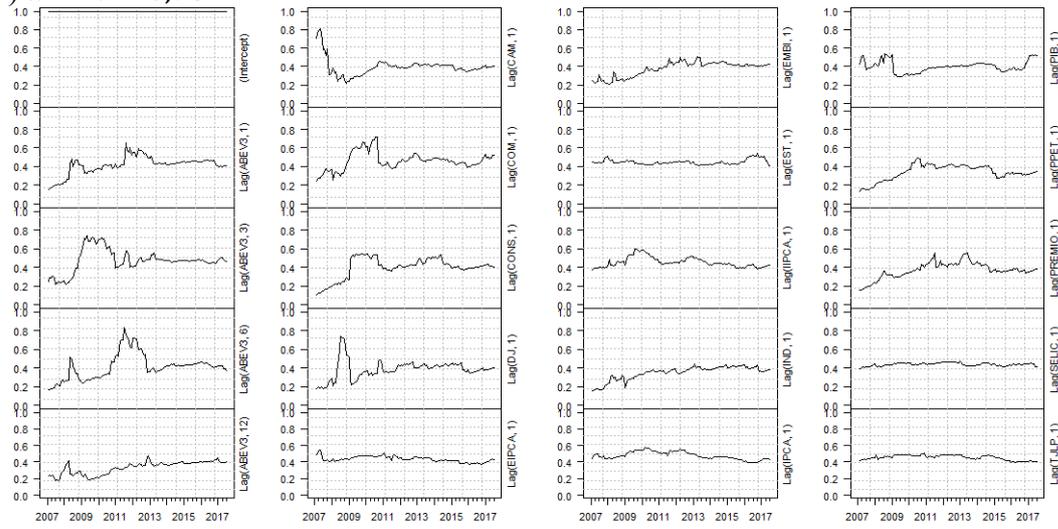
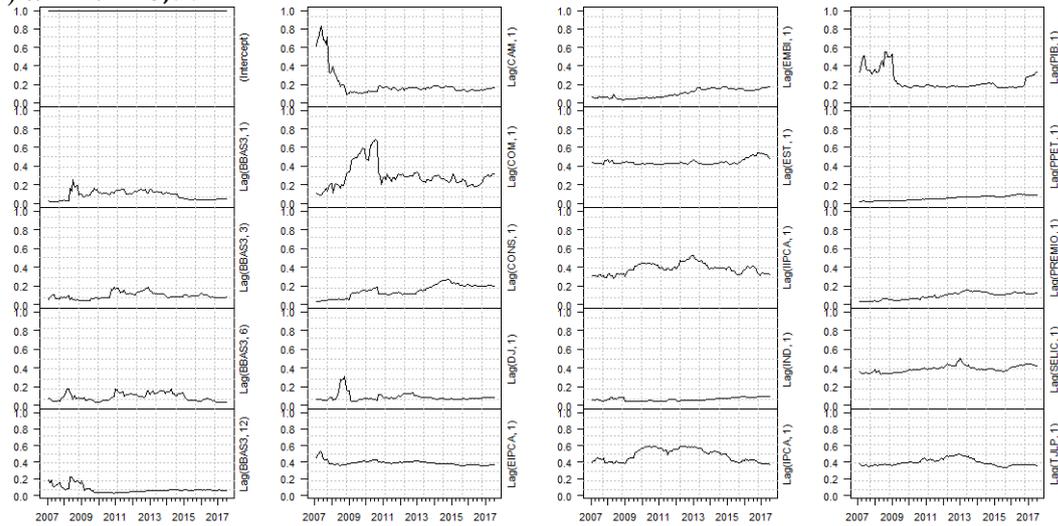


Figura 10: Gráficos de Inclusão de probabilidade da ação BBAS3

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

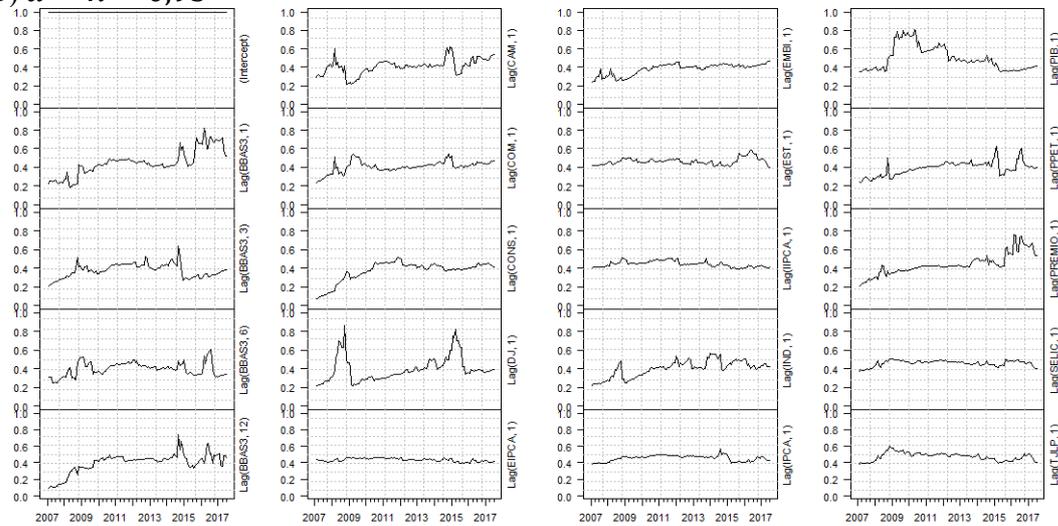
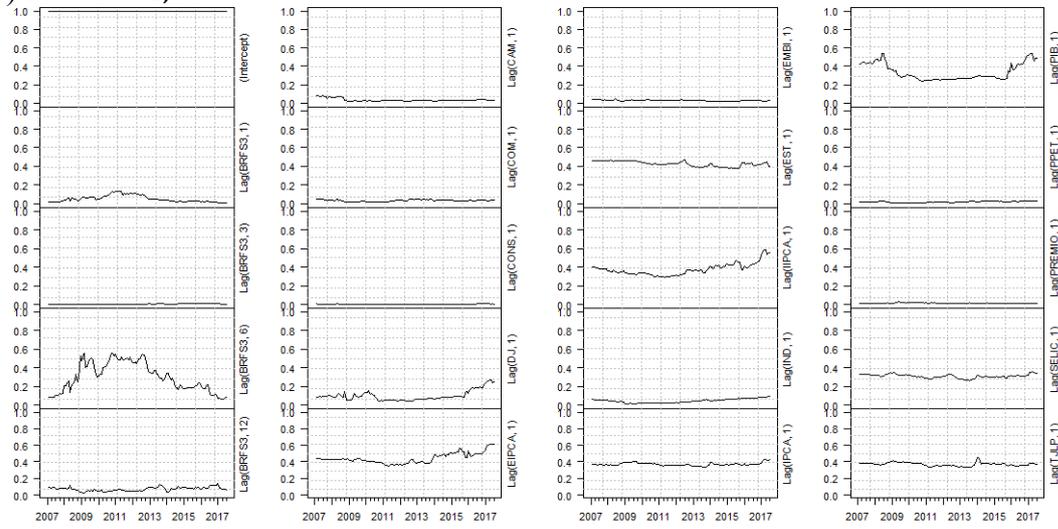


Figura 11: Gráficos de Inclusão de probabilidade da ação BRFS4

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

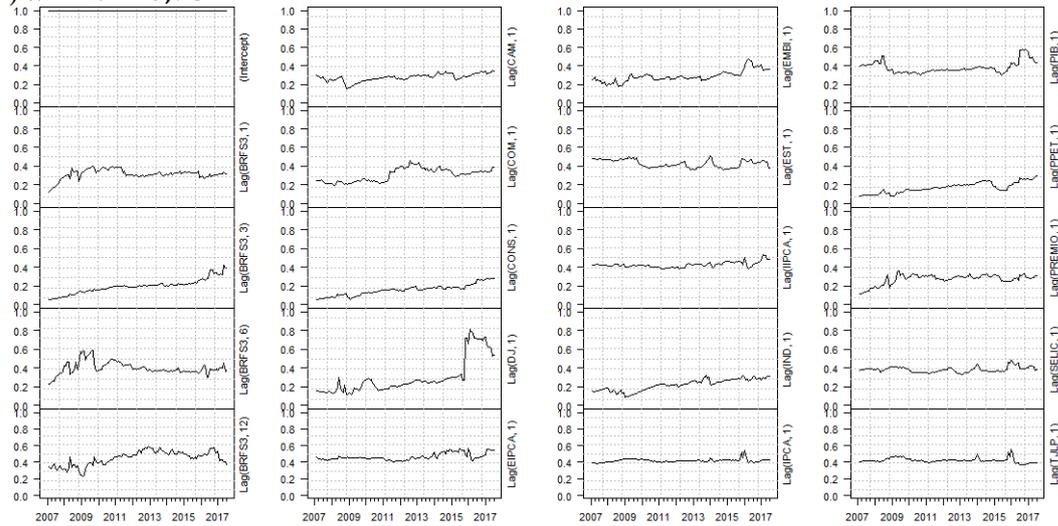
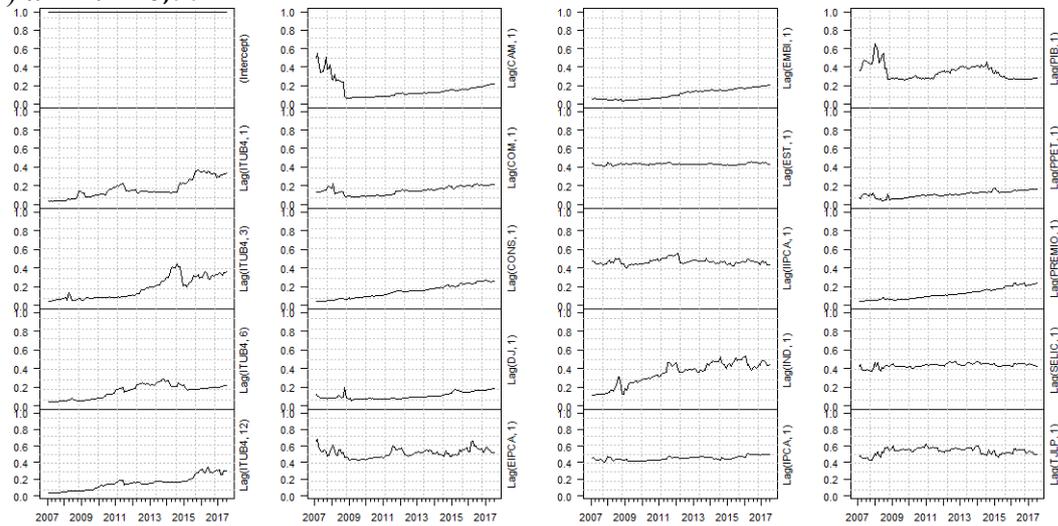


Figura 12: Gráficos de Inclusão de probabilidade da ação ITUB4

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

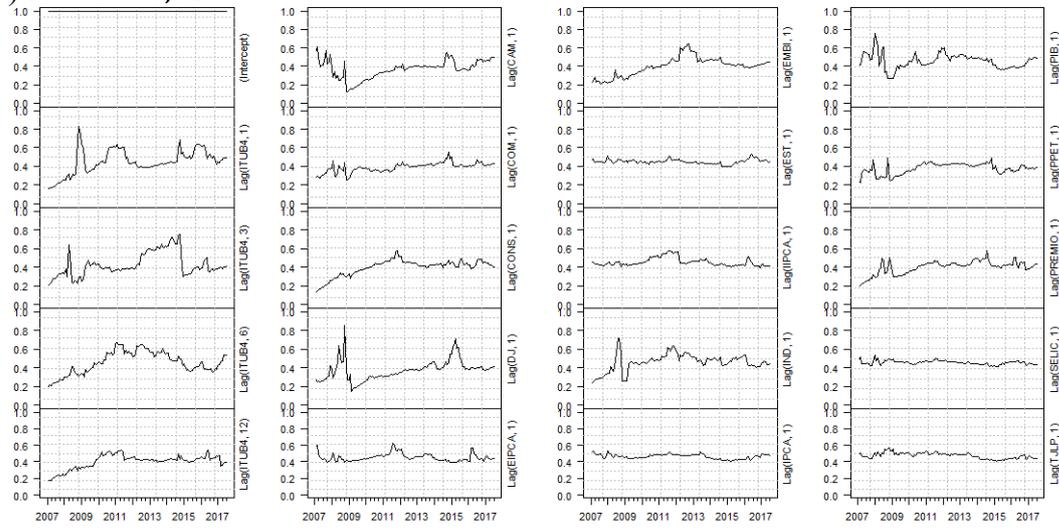
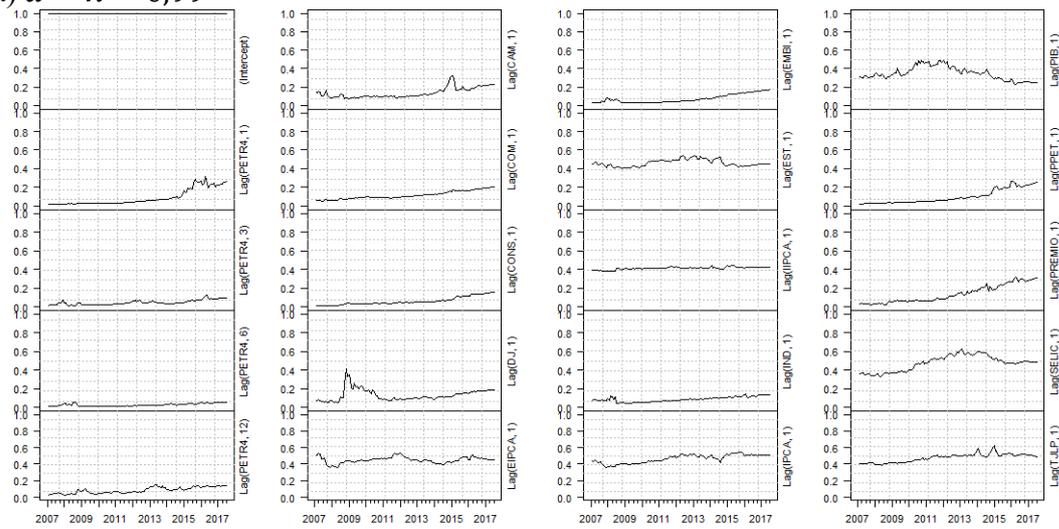


Figura 13: Gráficos de Inclusão de probabilidade da ação PETR4

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

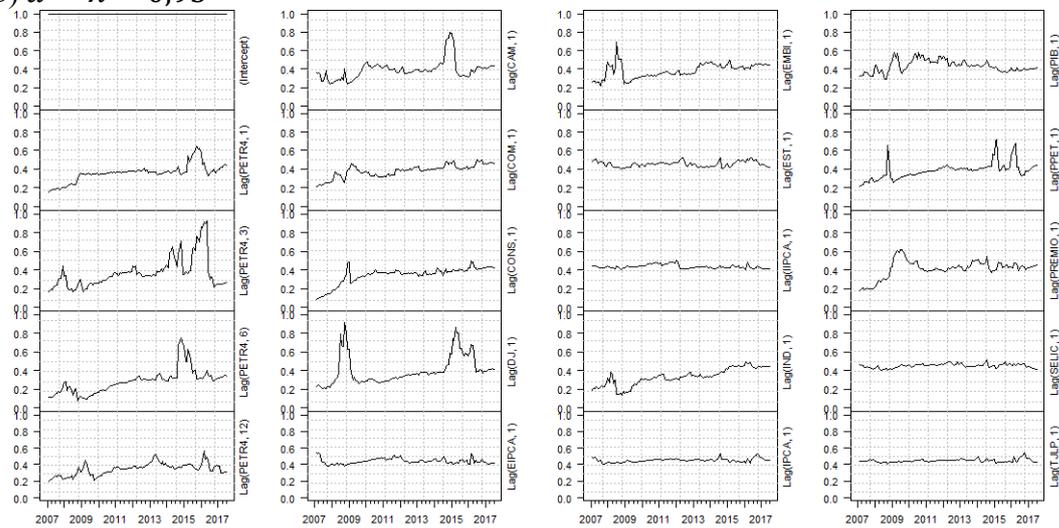
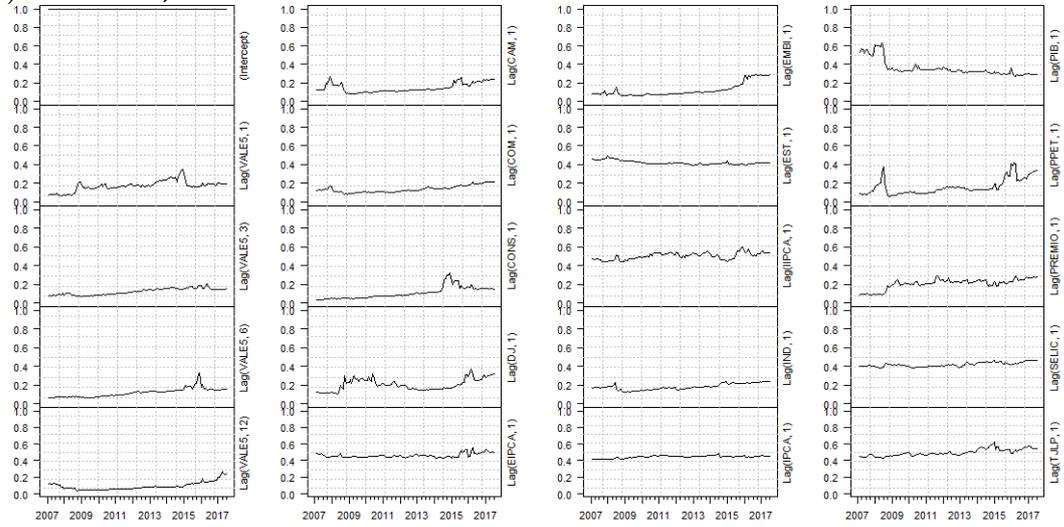


Figura 14: Gráficos de Inclusão de probabilidade da ação VALE5

a) $\alpha = \lambda = 0,99$



b) $\alpha = \lambda = 0,95$

