



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
GRADUAÇÃO EM FÍSICA

RAUL PEIXOTO DA SILVA

PADRÕES NA MOBILIDADE URBANA DA CIDADE DE FORTALEZA

FORTALEZA

2016

RAUL PEIXOTO DA SILVA

PADRÕES NA MOBILIDADE URBANA DA CIDADE DE FORTALEZA

Monografia de Bacharelado apresentada à  
Coordenação da Graduação do Curso de  
Física, da Universidade Federal do Ceará,  
como requisito parcial para a obtenção do  
Título de Bacharel em Física.

Orientador: Prof. Dr. Ascânio Dias Araújo.

Coorientador: Prof. Dr. Humberto de An-  
drade Carmona.

FORTALEZA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca do Curso de Física

- 
- S583p Silva, Raul Peixoto da  
Padrões na mobilidade urbana da cidade de Fortaleza / Raul Peixoto da Silva. – 2016.  
39 f. : il. algumas color.
- Monografia (Graduação em Física) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências,  
Departamento de Física, Curso de Bacharelado em Física, Fortaleza, 2016.  
Orientação: Prof. Dr. Ascânio Dias Araújo.  
Coorientação: Prof. Dr. Humberto de Andrade Carmona.  
Inclui bibliografia.
1. Geofísica. 2. Modelos de transporte. 3. Mobilidade urbana. I. Araújo, Ascânio Dias.  
II. Carmona, Humberto de Andrade. III. Título.

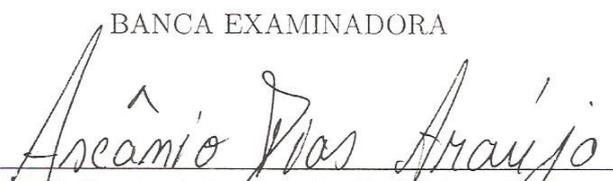
RAUL PEIXOTO DA SILVA

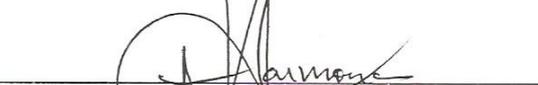
PADRÕES NA MOBILIDADE URBANA DA CIDADE DE FORTALEZA

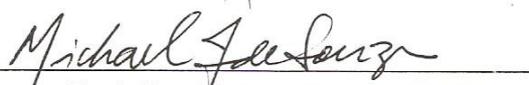
Monografia de Bacharelado apresentada à  
Coordenação da Graduação do Curso de  
Física, da Universidade Federal do Ceará,  
como requisito parcial para a obtenção do  
Título de Bacharel em Física.

Aprovada em 04/02/2016.

BANCA EXAMINADORA

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Ascânio Dias Araújo (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Humberto de Andrade Carmona  
(Coporientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Michael Ferreira de Souza  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

*Dedico este trabalho  
a minha falecida  
mãe, Maria Analibia  
Peixoto de Moraes  
(27/08/1964 –  
01/12/2015)*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradecer aos meus pais e a minha família, em especial aos meus pais *Expedito Pereira da Silva* e *Maria Analíbia Peixoto de Moraes* e ao meu tio *José Célio Peixoto de Moraes*, aos quais devo o que sou hoje, a oportunidade que me deram de estudar e ao grande apoio em todas as minhas ações durante a minha vida.

Agradeço ao professor *Ascânio Dias Araújo* pela dedicação, confiança e paciência para com minha pessoa ao longo desses dois anos que tive oportunidade de ser seu orientando nesse trabalho.

Gostaria de agradecer também ao meu co-orientador *Humberto Carmona de Andrade* pela colaboração, conselhos e por diversas discussões que me ajudaram a concluir esse trabalho.

Sobre minha formação, agradeço as discussões e diversos ensinamentos a todos os professores do departamento de Física da UFC, em especial *Raimundo Nogueira*, *Eduardo Bedê*, *Renan Landim*, *Andrey Chaves*, *José Ramos*, *Murilo Pereira*, *André Auto*, por contribuírem diretamente ao meu progresso acadêmico.

Devo parte das minhas conquistas a todos os meus amigos, sem a ajuda e apoio deles com certeza eu não teria conseguido, em especial: *Emanuel "Nena" Fonteles*, *Nathanaell Bandeira* e *William Mesquita*, pelo apoio, amizade e ajuda nas dificuldades em programação, além deles: *Nícolas Carvalho*, *Airton Ferreira*, *Levi Félix*, *Wendel "Meu brother" Oliveira*, *Michel Rodrigues*, *Fernando Almeida*, *Sofia Magalhães*, *Ken Aikawa*, entre outros.

A todos os funcionários do Departamento de Física da UFC, em especial: *Ivan* e *Ana Lúcia*.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Enfim, agradeço a todos os que me ajudaram, direta ou indiretamente, para a elaboração e conclusão desse trabalho.

## RESUMO

Esse estudo trata sobre a grande demanda de veículos em uma cidade e como ocorre a mobilidade dos indivíduos. A cidade de Fortaleza foi a escolhida para a realização desse trabalho. Desde meados do século XX vários modelos e teorias veem sidos criados afim de descrever a mobilidade urbana. Três modelos são apresentados e dois deles, ambos formados recentemente, são utilizados para tentar descrever de forma qualitativa o transporte de veículos na cidade de Fortaleza e prever quais são as probabilidades de viagens entre os bairros da cidade a partir das populações de cada bairro, das distâncias entre os bairros e os diversos pontos que atraem os indivíduos.

**Palavras-chave:** Modelos de transporte. Mobilidade. Fortaleza.

## ABSTRACT

This study is about the greatest demand of vehicles in a city and as is the mobility of individuals due to this fact, the city of Fortaleza was chosen to carry out this work. Since the mid-twentieth century various models and theories had solid create in order to describe the urban mobility. Three models are presented and two of them, both newly formed, are used to try to describe qualitatively the transport vehicles in the city of Fortaleza and predict what are the travel probabilities among city neighborhoods from the population of each district and of the distances between neighborhoods and the various points that attract individuals.

**Keywords:** Transportation model. Mobility. Fortaleza.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Avenida Aguanambi antes e depois. . . . .	11
Figura 2 – Praça da imprensa antes e depois. . . . .	11
Figura 3 – Ideia do modelo de radiação. . . . .	17
Figura 4 – Distribuição demográfica de Fortaleza . . . . .	23
Figura 5 – Distribuição demográfica do Ceará . . . . .	24

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Probabilidade de ocorrência de uma viagem em função da distância. . . .	31
Gráfico 2 – Probabilidade de ocorrência de uma viagem em função do número de habitantes no destino. . . . .	32
Gráfico 3 – Probabilidade de ocorrência de uma viagem em relação da distância. . .	34
Gráfico 4 – Probabilidade de ocorrência de uma viagem em relação ao número de oportunidades. . . . .	35
Gráfico 5 – Probabilidade de se recusar $a$ oportunidades em função do número de oportunidades. . . . .	36
Gráfico 6 – Comparação de $P(r)$ dos dois modelos . . . . .	37

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	11
2	MODELOS PARA DESCRIÇÃO DA MOBILIDADE URBANA	14
2.1	Modelo gravitacional . . . . .	14
2.2	Modelo de radiação . . . . .	16
2.2.1	Desenvolvimento matemático do modelo de radiação . . . . .	18
2.2.2	O caso da distribuição de população uniforme . . . . .	21
2.3	Modelo de radiação estendido . . . . .	23
2.3.1	Análise de sobrevivência e a extensão do modelo de radiação .	25
2.3.2	Inexistência de dados e o ajuste do parâmetro $\alpha$ . . . . .	28
3	MODELO DE RADIAÇÃO NA CIDADE DE FORTALEZA .	30
3.1	Sem a influência dos pontos de interesses (POI) . . . . .	30
3.2	Com a influência dos pontos de interesses (POI) . . . . .	33
3.3	Possíveis fontes de erros . . . . .	37
4	CONCLUSÃO . . . . .	38
	REFERÊNCIAS . . . . .	39

## 1 INTRODUÇÃO

Com o crescimento irrefreável das cidades ao redor do mundo, acabamos por nos deparar com desafios e dificuldades que surgem devido a alta densidade populacional normalmente presente nas cidades. Este problema requer dos governantes intervenções que visam uma melhor eficiência no transporte durante o deslocamento nestas cidades, observe as imagens 1 e 2. Por causa desse crescimento acelerado, e de certa forma agressivo, as cidades espalhadas pelo mundo apresentam características e formas peculiares sendo em alguns casos únicas em relação a topologia e dinâmica. Desenvolver estratégias que evitem os congestionamentos nas grandes cidades, são tarefas que exigem entendimento sobre como o transporte e os deslocamentos ocorrem nestes centros urbanos.

Figura 1 – Avenida Aguanambi antes e depois.

(a) Antes



(b) Depois



Fonte: [1]. Comparação entre o antes e o depois da Av. Aguanambi.

Figura 2 – Praça da imprensa antes e depois.

(a) Antes



(b) Depois



Fonte: [1]. Comparação entre o antes e o depois da praça da imprensa.

Boa parte dos congestionamentos é devido o excesso de veículos que circulam nas cidades e também devido a forma de determinadas vias que não contribuem de forma positiva, ou seja, existem avenidas e ruas que recebem um fluxo de carros e estas não possuem capacidade para tal demanda. Em alguns casos, esta demanda além da capacidade ocorre devido a topologia da cidade que acaba por gerar gargalos, elevando a densidade de veículos em alguns pontos da cidade, enquanto que em outras regiões esta permanece baixa. Para definir qual o tipo de intervenção deverá ser realizada e em qual região da cidade, é preciso conhecer o padrão de deslocamento que ocorre na cidade. Para melhor entender e descrever padrões sobre o comportamento no deslocamento das pessoas em uma determinada rede, foram propostos vários modelos de distribuição de fluxo através das últimas décadas. Podemos citar por exemplo, o modelo gravitacional que assume que o número viajantes entre um par origem-destino decai com uma função da distância e é proporcional a potências das populações de origem e do destino. Este modelo, além disso, pode ser dividido em não-vinculado e individualmente vinculado. Tanto o modelo gravitacional quanto suas ramificações são considerados "modelos ajustáveis", ou seja, são modelos que necessitam de dados reais, como por exemplo a densidade populacional de uma dada região para permitir uma calibragem que forneça uma melhor estimativa dos dados.

Como uma alternativa dos "modelos ajustáveis" foi criado o modelo de radiação, que se baseia em uma premissa física que compara cada indivíduo viajante a uma partícula que é emitida em um determinado local e absorvida em outro. Trata-se de um modelo estocástico probabilístico que infere a taxa de viagem de um lugar para outro levando em consideração aspectos locais da região. A partir desse pensamento é construído um modelo totalmente livre de parâmetros, agora conseguindo prever padrões nas viagens sem nem mesmo precisar de dados iniciais. O único problema com este modelo é a escala das regiões no qual se aplica o modelo, pois para uma boa previsão deve-se ter uma escala de centenas de quilômetros. Para solucionar essa falha o modelo de radiação tem sua formulação estendida de tal forma a abordar regiões menores, podendo assim prever comportamentos das viagens intraestadual e, dependendo de sua escala, até intramunicipal.

Outro fator importante a se levar em consideração no estudo de padrões no comportamento do deslocamento das pessoas é o fato de que as pessoas tem como premissa principal o seu próprio interesse em detrimento dos outros usuários, pois como elas não tem uma visão geral da situação, as pessoas tendem a tomar suas próprias decisões egoísticamente pensando ser a melhor opção. Na intenção de minimizar o tempo que

as pessoas gastariam se deslocando de um determinado ponto a outro de uma cidade, essas pessoas devem colocar seus interesses individuais em questão e repensar de forma a encontrar uma distribuição de fluxo de pessoas que amenize a desordem causada pela anarquia que cada um causaria com sua escolha. A dificuldade dessa reorganização de escolhas é devido ao fato de que as pessoas não tem informações de escala global, portanto, para que essa ideia seja utilizada com eficiência, necessita-se que exista um espécie de comando central onde as informações são recebidas de todos os usuários (GPS, SMS, dados de celular) alimentando um sistema central e um programa processa em tempo real repassando logo em seguida a melhor distribuição e qual caminho a seguir para cada usuário.

Os modelos para descrição e análise de padrões das viagens são apresentados no capítulo 2, ele traz o modelo de gravitação, o modelo de radiação e sua extensão para regiões que possuem uma escala muito pequena, como cidades. Nessa parte é também retratado as falhas e êxitos de cada modelo, assim como qual modelo descreve com maior precisão o fluxo de pessoas, levando em consideração a quantidade de pessoas das regiões estudadas, a heterogeneidade da distribuição das mesmas, a distância entre o par origem-destino, entre outros fatores.

Com o conhecimento dos modelos descritivos do capítulo 2, é apresentado no capítulo 3 a aplicação dos modelos na cidade de Fortaleza. Aqui é descrito cada passo feito na aplicação dos modelos de radiação e sua extensão assim como é exibido e discutido os resultados. Comparamos os modelos entre si, assim como é analisado cada resultado individualmente, tentando assimilar a resultados intuitivamente esperados. Posteriormente a esses capítulos, concluímos este trabalho no capítulo 4 apresentando uma opinião sobre os resultados e objetivos futuros.

## 2 MODELOS PARA DESCRIÇÃO DA MOBILIDADE URBANA

Neste capítulo apresentamos alguns conceitos físicos e matemáticos que são importantes na análise de padrões de migração e descrição da mobilidade urbana em cidades. Inicialmente descreveremos alguns modelos utilizados para tratar com o fluxo de viagens entre dois pontos em uma cidade ou país. Posteriormente são analisados alguns fundamentos matemáticos pertinentes ao modelo de radiação para se obter a probabilidade de ocorrer uma determinada viagem, assim como o número de viajantes.

### 2.1 Modelo gravitacional

Este modelo foi utilizado pela primeira vez em meados da década de 40, sendo baseado em evidências empíricas de que viagens entre dois locais  $i$  e  $j$ , com população de origem  $m_i$  e destino  $n_j$ , é proporcional ao produto das potências dessas populações e inversamente proporcional a uma lei de distância entre elas. Muitos estudos foram realizados com este modelo [2] que se estabelece com base na seguinte formulação,

$$T_{ij} = \frac{m_i^\kappa m_j^\beta}{f(r_{ij})} \quad (2.1)$$

onde  $\kappa$  e  $\beta$  são expoentes ajustáveis e a função  $f(r_{ij})$  é escolhida de forma empírica para que se ajuste melhor com os dados obtidos para comparação.

Apesar do seu grande uso para descrever diversos tipos de deslocamentos, esse modelo tem suas limitações [2]

- Limitação 1: Como a função  $f(r_{ij})$  não é pré-determinada, temos uma gama de funções que podem ser utilizadas (de lei de potências até exponenciais), podendo chegar a ter demasiados parâmetros a serem ajustados.
- Limitação 2: Temos que a Eq. 2.1 é uma função totalmente ajustável, necessitando de dados obtidos previamente, de forma que lugares onde não se possuem esses dados não podem ser estudados por esse modelo.
- Limitação 3: Apresenta grandes discrepâncias quando se compara duas viagens com

populações e distâncias da mesma ordem de magnitude.

- Limitação 4: Sendo um modelo determinístico, o modelo gravitacional não lida com flutuações no número de viajantes entre dois lugares.

Uma das variações do modelo gravitacional é o modelo duplamente vinculado. Nesse modelo levamos em consideração dois tipos diferentes de fluxos, um deles é o fluxo de partida  $O_i$  que diz a quantidade de pessoas que o local de origem  $i$  está emitindo, enquanto que o outro fluxo é chamado de fluxo de atração  $D_j$ , pois representa o quanto de pessoas estão chegando a um determinado local  $j$ . Tal modelo assume a seguinte forma funcional:

$$T_{ij} = \frac{\kappa_i \beta_j T_i T_j}{f(r_{ij})} \quad (2.2)$$

onde  $\kappa = \frac{1}{\sum_j \beta_j T_j f(r_{ij})}$  e  $\beta_j = \frac{1}{\sum_i \kappa_i T_i f(r_{ij})}$ .

O nome atribuído a este modelo se deve ao fato deste apresentar dois vínculos específicos:

- A soma de todos os fluxos que chegam em todos os possíveis destinos saindo da mesma origem é igual ao fluxo de partida (volume de pessoas que saem da origem), ou seja,  $\sum_j T_{ij} = T_i$ .
- A soma de todos os fluxos que saem de todas as origens e que chegam em um mesmo destino é igual ao fluxo de atração (volume de pessoas que chegam no destino), ou seja,  $\sum_i T_{ij} = T_j$ .

Note que o modelo gravitacional duplamente vinculado ainda permanece com as mesmas limitações que o modelo gravitacional "simples". Como parte do processo de aprimoramento dos modelos que preveem o fluxo de viagens entre origem e destino foi proposto um modelo alternativo baseado nas premissas do modelo de intervenção, modelo esse chamado de modelo de radiação que discutiremos a seguir.

## 2.2 Modelo de radiação

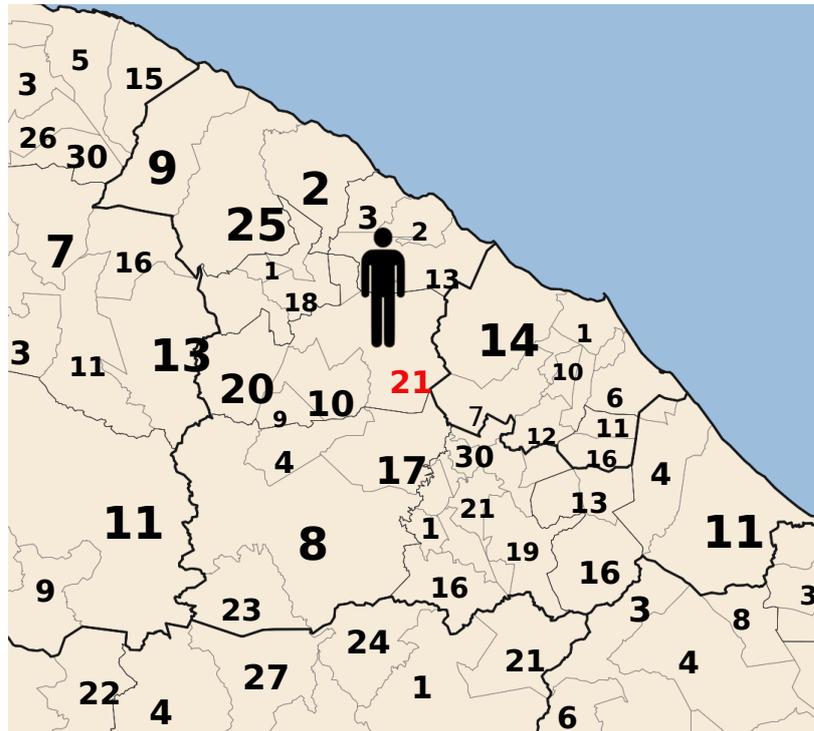
A ideia inicial contida no modelo de radiação pode ser facilmente representada por ofertas de trabalho espalhadas em estados de um país, ofertas que podem atrair os indivíduos estabelecendo assim um fluxo diário desse indivíduo ao seu trabalho. Entretanto para estabelecer esta seleção, ilustrada na figura 3, necessitamos de dois passos:

- Passo 1: Um indivíduo procura ofertas de trabalho em todos os estados, incluindo o seu próprio. O número de oportunidades de emprego na região é proporcional à população residente,  $n$ , assumindo que há uma vaga para cada  $n_{trab}$  indivíduos. Nós transformamos os benefícios de uma oportunidade em potencial de emprego representado por um único número,  $z$ , escolhido aleatoriamente a partir de uma probabilidade  $p(z)$  onde  $z$  simboliza uma combinação de renda, horas de trabalho, condições, etc. Assim, cada estado com uma determinada população  $n$  é atribuído  $n/n_{trab}$  números aleatórios,  $z_1, z_2, \dots, z_{[n/n_{trab}]}$ , refletindo o fato de que se a população de certo estado é maior, então há mais oportunidades de emprego a serem oferecidas.
- Passo 2: O indivíduo escolhe o trabalho mais próximo de seu estado, cujos benefícios  $z$  são maiores do que a melhor oferta disponível em seu estado. Portanto, os indivíduos estão mais dispostos a aceitar ofertas mais próximas de sua casa, prevalecendo a facilidade da mobilidade ao invés dos benefícios.

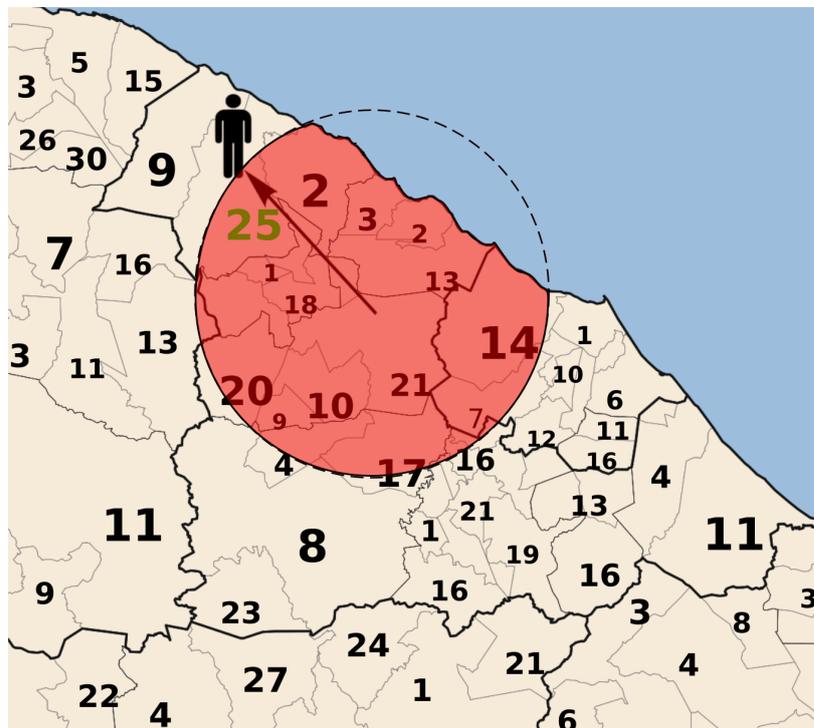
Este processo, aplicado em uma certa porcentagem da população residente, porcentagem essa que significa a quantidade de pessoas que podem trocar seu emprego, atribui locais de trabalho para cada região em potencial, o que por sua vez determina os fluxos das viagens diários em todo o país. O modelo tem três parâmetros desconhecidos: a distribuição benefício  $p(z)$ , o densidade de trabalho  $n_{trab}$ , e o número total de passageiros,  $N_p$ . Mostramos, no entanto, que o número de viajantes  $T_{ij}$  são independentes de  $p(z)$  e  $n_{trab}$ , e o parâmetro livre restante,  $N_p$ , não afeta a distribuição de fluxo, tornando o modelo totalmente livre de parâmetros.

Figura 3 – Ideia do modelo de radiação.

(a) Passo 1



(b) Passo 2



Fonte: Elaborado pelo autor. Figura que descreve visivelmente os dois passos descritos anteriormente. Na figura 3a mostra a distribuição dos números aleatórios a partir da probabilidade  $p(z)$ , já na figura 3b tem-se que o indivíduo selecionou a oportunidade de emprego que mais lhe agrada e mais próxima ao mesmo tempo.

### 2.2.1 Desenvolvimento matemático do modelo de radiação

Usando uma analogia com o processo de radiação e emissão, que é bastante empregado em diversos ramos da física e química, imagine um local de origem  $i$ , local esse que emite um fluxo constante de partículas únicas e independentes. A definição do processo de emissão e absorção é feito em três etapas [2]:

- 1) Associa-se a cada partícula,  $\Lambda$ , emitida de um local  $i$  um número,  $z_{\Lambda}^i$ , que representa o seu *limiar de absorção*, portanto, uma partícula que tem seu limiar de absorção muito elevado dificilmente será absorvida. O valor de  $z_{\Lambda}^i$  é definido como o número máximo obtido depois de  $m_i$  extrações de valores aleatórios de uma distribuição pré-selecionada,  $p(z)$ .
- 2) Os locais entorno do local de origem tem certa probabilidade para absorver a partícula  $\Lambda$ , o número  $z_{\Lambda}^j$  representa o valor de absorvância do local  $j$  para a partícula  $\Lambda$ , esse valor é definido como o valor máximo de  $m_j$  extrações de  $p(z)$ .
- 3) A partícula é absorvida pelo local mais próximo e que possui uma absorvância maior que o limiar de absorção da partícula  $\Lambda$ .

Repetindo esse mesmo processo para todas as partículas que podem ser emitidas pelo mesmo local e/ou locais diferentes, obtêm-se o fluxo de partículas através de uma região.

De acordo com o modelo de radiação, a probabilidade  $P(1|m_i, m_j, s_{ij})$  para uma emissão/absorção de uma partícula que é emitida de um local  $i$  com população  $m_i$  e absorvida em um local  $j$  com população  $m_j$ , dado que  $s_{ij}$  é a população total de todos os lugares (exceto em  $i$  e  $j$ ) dentro de um círculo de raio  $r_{ij}$  centrado em  $i$  ( $r_{ij}$  é a distância entre  $i$  e  $j$ ) é descrita por:

$$P(1|m_i, m_j, s_{ij}) = \int_0^{\infty} P_{m_i}(z)P_{s_{ij}}(< z)P_{m_j}(> z)dz \quad (2.3)$$

onde  $P_{m_i}(z)$  é a probabilidade que o valor máximo extraído de  $p(z)$  depois de  $m_i$  tentativas seja igual a  $z$ , ou seja,

$$P_{m_i}(z) = \frac{dP_{m_i}(< z)}{dz} = m_i p(< z)^{m_i-1} \frac{dp(< z)}{dz}. \quad (2.4)$$

onde  $P_{m_i}(< z)$  é a probabilidade de que os valores extraídos de  $p(z)$  após  $m_i$  tentativas seja menor do que  $z$ .

A ideia é análoga para  $P_{s_{ij}}(< z) = p(< z)^{s_{ij}}$  que é a probabilidade de que os valores extraídos de  $p(z)$  depois de  $s_{ij}$  tentativas seja menor que  $z$ , e  $P_{m_j}(> z) = 1 - p(< z)^{m_j}$  que é a probabilidade de que os valores extraídos de  $p(z)$  depois de  $m_j$  tentativas seja maior que  $z$ .

Substituindo os valores das probabilidades mostradas anteriormente, temos a probabilidade de uma única partícula viajar de  $i$  para  $j$ :

$$P(1|m_i, m_j, s_{ij}) = \int_0^\infty m_i p(< z)^{m_i-1} \frac{dp(< z)}{dz} p(< z)^{s_{ij}} [1 - p(< z)^{m_j}] dz \quad (2.5)$$

$$P(1|m_i, m_j, s_{ij}) = m_i \int_0^\infty [p(< z)^{s_{ij}+m_i-1} - p(< z)^{m_i+m_j+s_{ij}-1}] \frac{dp(< z)}{dz} dz$$

$$P(1|m_i, m_j, s_{ij}) = m_i \left[ \frac{1}{s_{ij} + m_i} - \frac{1}{m_i + m_j + s_{ij}} \right]$$

$$P(1|m_i, m_j, s_{ij}) = \frac{m_i m_j}{(s_{ij} + m_i)(m_i + m_j + s_{ij})} \quad (2.6)$$

Consequentemente, o fluxo de pessoas  $T_{ij}$  que saem de uma origem  $i$  e se deslocam para um destino  $j$  é dado por:

$$T_{ij} = T_i P(1|m_i, m_j, s_{ij}) = T_i \frac{m_i m_j}{(s_{ij} + m_i)(m_i + m_j + s_{ij})} \quad (2.7)$$

onde  $T_i = \sum_j T_{ij}$  é a quantidade de viajantes que partem de uma origem  $i$ . Considera-se que esse valor seja proporcional a população local total, ou seja,  $O_i = m_i \frac{N_v}{N}$ , sendo  $N$  o número total de pessoas na região (país) e  $N_v$  é o número de viajantes.

A variância é dada por:

$$\sigma^2 = T_i p_{ij} (1 - p_{ij}). \quad (2.8)$$

A equação 2.7 resolve todas as limitações que o modelo gravitacional possui. Primeiramente ela é uma equação livre de parâmetros, portanto não necessita de dados previamente obtidos para que se possa ajustar a curva formada por eles, solucionando assim as limitações 1 e 2. Como o modelo de radiação leva em conta não só a população de origem e de destino, mas todos os residentes ao redor da cidade de origem, tem-se que ao comparar duas viagens que possuam locais de origem e destino com características (população de origem e destino, assim como a distância entre elas) semelhantes, o resultado não possui a discrepância que o modelo de gravitação apresenta. Como ele é um modelo com variáveis estocásticas, ele consegue prever a variância do número de viajantes entre os locais  $i$  e  $j$ , satisfazendo assim a limitação 4 [2].

A probabilidade  $P(T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{iL})$  para uma sequência de absorções,  $(T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{iL})$ , de partículas emitidas de um local  $i$  é dada pela distribuição binomial:

$$P(T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{iL}) = \prod_{j \neq i} \frac{T_i!}{T_{ij}!} p_{ij}^{T_{ij}} \quad (2.9)$$

onde,

$$\sum_{j \neq i} T_{ij} = T_i \quad e \quad p_{ij} = P(1|m_i, m_j, s_{ij})$$

Portanto, a probabilidade de  $T_{ij}$  partículas serem emitidas de um local  $i$  e serem absorvidas em um local  $j$  é obtida por meio da probabilidade de marginalização 2.8:

$$P(T_{ij}|m_i, m_j, s_{ij}) = \sum P_i(T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{iL}) = \frac{T_i!}{T_{ij}!(T_i - T_{ij})!} p_{ij}^{T_{ij}} (1 - p_{ij})^{T_i - T_{ij}}. \quad (2.10)$$

### 2.2.2 O caso da distribuição de população uniforme

Comparando o modelo de radiação, Eq. 2.7, com o modelo gravitacional, Eq. 2.1, é notável a diferença entre as duas formulações, tanto na dependência da função  $r$ , a distância que separa os locais de origem e destino, como na dependência de uma nova variável,  $s$ , a população que está dentro de um círculo de raio  $r$  centrado na origem. Em um caso específico para a distribuição da população nos locais que se pode viajar, temos uma concordância entre esses dois modelos.

Quando a população é distribuída uniformemente, ou seja, a população se apresenta de maneira homogênea, temos que  $m_i = m_j = m$  e  $s(r) = m\pi r^2$ , portanto o número de viajantes é dado por:

$$T_{(m_i, m_j, s)} = T = T_i \frac{m_i m_j}{(s_{ij} + m_i)(m_i + m_j + s_{ij})} = \frac{m^3}{(s + m)(2m + s)} \quad (2.11)$$

onde assumimos que  $N_v = N$ . Para este caso podemos escrever

$$T = \frac{m^3}{(s + m)(2m + s)} \Rightarrow T = \frac{m}{(s/m + 1)(2 + s/m)} \Rightarrow T = \frac{m}{(\pi r^2 + 1)(\pi r^2 + 2)}$$

$$T \approx \frac{m}{r^4}. \quad (2.12)$$

Utilizando a função da distância do modelo de gravitação igual a uma lei de potência ( $f(r) = r^\gamma$ ) e lembrando que  $m_i = m_j = m$ , tem-se

$$T = \frac{m^\alpha m^\beta}{r^\gamma} \rightarrow T = \frac{m^{\alpha+\beta}}{r^\gamma}. \quad (2.13)$$

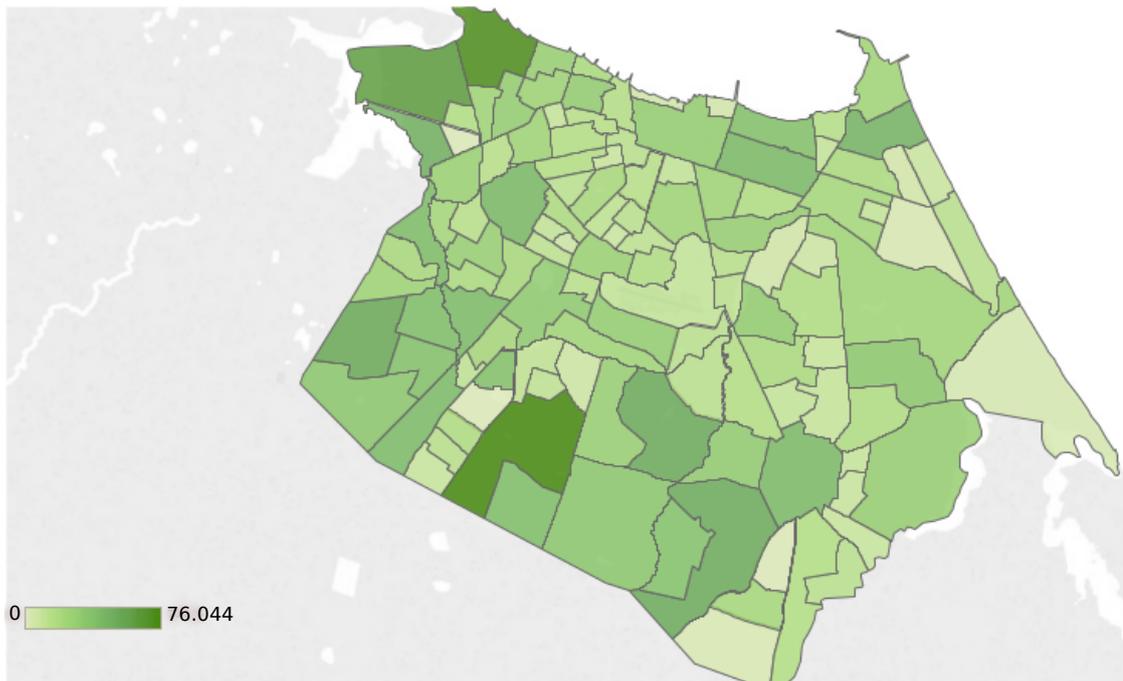
Com  $\alpha + \beta = 1$  e  $\gamma = 4$ , temos o caso que o modelo gravitacional e o modelo de radiação possuem a mesma forma.

$$T_{mr} = T_{mg} = \frac{m}{r^4}$$

### 2.3 Modelo de radiação estendido

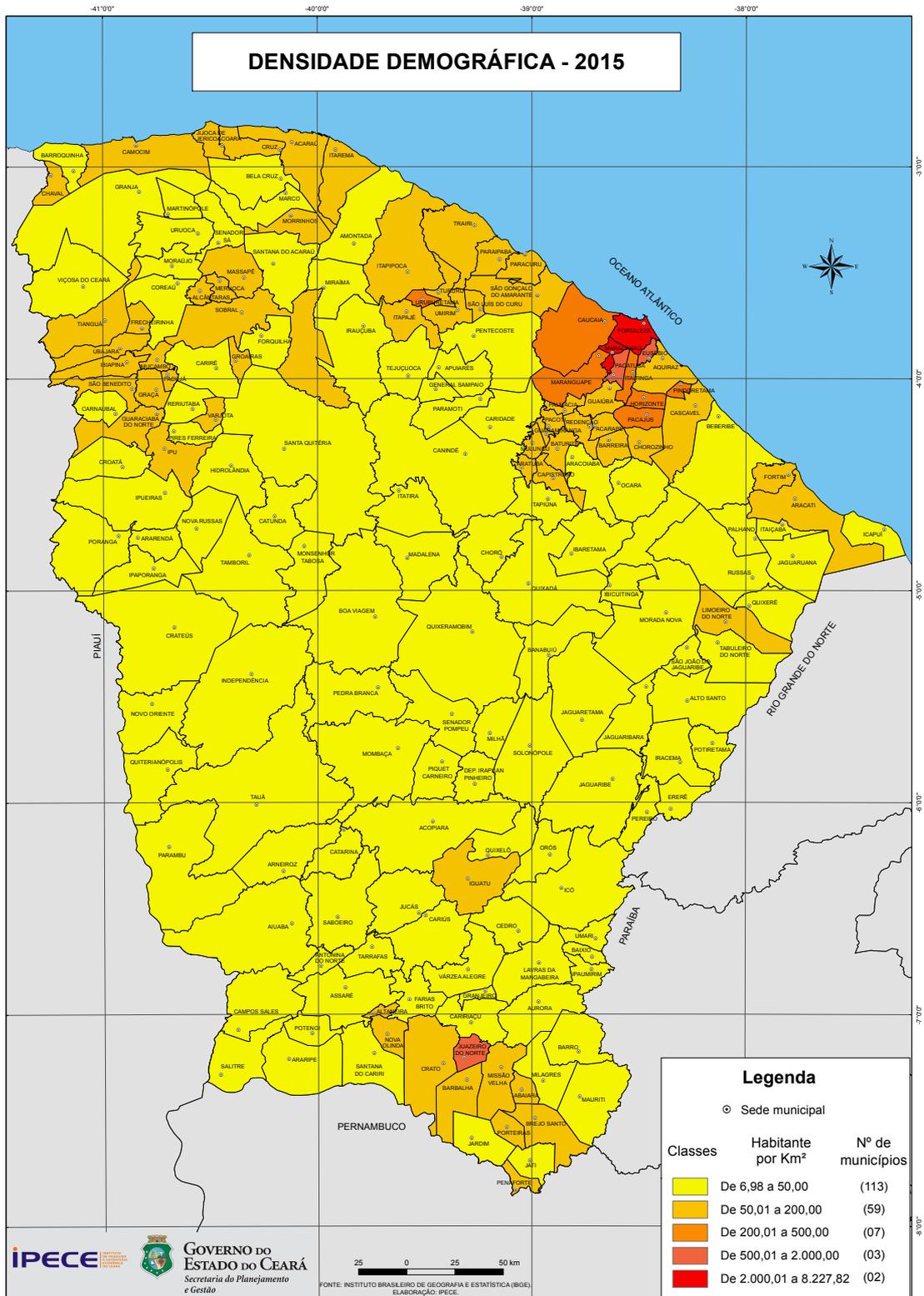
O modelo de radiação, mesmo solucionando os problemas do modelo gravitacional, quando se é reduzido a escala de estudo para uma escala intramunicipal ou, dependendo do tamanho do estado, intraestadual, o modelo falha bruscamente. Essa falha deve-se ao fato de que em grandes escalas, o fluxo de pessoas não leva em conta muitos aspectos que são observados quando se está em uma escala menor, só interessa o local de origem, o destino e a região entre elas compreendida. Em uma escala menor, temos que a opinião de cada pessoa, assim como suas preferências, influenciam o desenvolvimento do fluxo por meio da região de estudo [3]. Além desse fator a distribuição da população é bem distinta quando se trata de escalas diferentes, observe por exemplo a figura 4 e a figura 5. Fazendo aqui uma rápida analogia, imagine que a análise que o modelo de radiação faz com relação ao fluxo de pessoas entre locais distintos é o mesmo que fazemos para o cálculo de um potencial elétrico considerando uma certa distribuição de cargas. A grande distâncias a distribuição se apresenta como se existesse somente uma carga puntiforme de carga líquida  $Q$ , porém com várias aproximações, percebe-se que o que antes era uma única carga, agora "se torna" um dipolo elétrico, posteriormente um quadrupolo e assim sucessivamente, portanto, um ajuste no modelo de radiação é necessário, assim como necessita-se de uma expansão multipolar para o cálculo mais adequado do potencial em uma escala menor.

Figura 4 – Distribuição demográfica de Fortaleza



Fonte: [4]. Distribuição da população fortalezense no ano de 2010.

Figura 5 – Distribuição demográfica do Ceará



Fonte: [5]. Distribuição da população cearense no ano de 2015.

### 2.3.1 Análise de sobrevivência e a extensão do modelo de radiação

A primeira diferença entre o modelo de radiação e sua extensão é a introdução de um parâmetro  $\alpha$ . Este parâmetro surge a partir da combinação do modelo de radiação original e da análise de sobrevivência. A análise de sobrevivência utiliza métodos estatísticos que lidam com a análise do tempo de eventos, como por exemplo, o tempo de vida de uma colônia de organismos ou peças de uma máquina [6].

Os dois objetos de trabalho da análise de sobrevivência são a função sobrevivência,  $S(t)$ , e a função perigo,  $h(t)$ . A função sobrevivência representa o tempo de vida de um ser

$$S(t) = Pr(T > t). \quad (2.14)$$

$S(t)$  é a probabilidade de permanecer vivo (ativo) após um tempo  $t$ . A função perigo representa a taxa de morte por alguma condição após o tempo  $t$

$$h(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{Pr(t \leq T < t + dt | T \geq t)}{dt}. \quad (2.15)$$

Várias funções podem assumir o papel da função sobrevivência e da função perigo. Existem duas funções que são comumente usadas para representar a função perigo  $h(t) = \lambda$  e  $h(t) = \lambda \alpha t^{\alpha-1}$ . A primeira função  $h(t) = \lambda$  gera uma exponencial para a função sobrevivência,  $S(t) = e^{-\lambda t}$ , enquanto que a segunda função resulta em uma função de sobrevivência de Weibull,  $S(t) = e^{-\lambda t^\alpha}$ . Para a função de Weibull que é mais geral que a exponencial, obtém-se que quando  $\alpha \rightarrow 0$  a função perigo se torna independente do tempo  $t$ . Esse efeito, quando adaptado ao caso do modelo de radiação, satisfaz o fato de que para uma seleção de emprego esta apresenta uma pequena dependência com o número de oportunidades entre o lugar de origem do indivíduo e o local do trabalho selecionado. Para o modelo de oportunidades, a função sobrevivência,  $S(a)$ , representa a probabilidade de não se encontrar um local com  $a$  oportunidades [6]. Ou seja, o indivíduo continua sua busca por uma oportunidade até ser absorvido.

Se  $P_{>}(a)$  representa a probabilidade de não aceitar as  $a$  oportunidades mais próximas, logo, a probabilidade de uma pessoa que queira se locomover de uma região com  $n_i$  oportunidades para uma região com  $n_j$  oportunidades, sendo que existem  $s$  oportunidades entre essas regiões, pode ser descrito como a probabilidade condicional de se aceitar uma das  $n_j$  oportunidades entre  $a$  e  $a + n_j$ , dado que  $n_i$  oportunidades não foram escolhidas. Note que  $a = n_i + s$  para a Eq. 2.6, sendo que agora estamos trabalhando com os números de oportunidades da região, então  $s$  aqui será as várias oportunidades compreendidas dentro de um círculo de raio  $r_{ij}$  de forma semelhante no modelo de radiação. Essa probabilidade pode ser escrita da seguinte maneira:

$$P_{ext}(1|n_i, n_j, a) = \frac{P_{>}(a) - P_{>}(a + n_j)}{P_{>}(n_i)} \quad (2.16)$$

Com essa probabilidade em "mãos" ainda resta uma questão a ser resolvida. Qual o valor de  $P_{>}(a)$ ? Como todos os indivíduos são diferentes uns dos outros, cada um possui diferentes critérios e oportunidades para seus empregos, e isso é justamente o que o parâmetro  $\lambda$  representa, mesmo que seja adotado o mesmo tipo de função sobrevivência, o parâmetro  $\lambda \rightarrow \lambda_i$  é a partir de agora individual. Assim, a probabilidade condicional,  $P_{>}(a)$ , é dada por:

$$P_{>}(a) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda a} p(\lambda) d\lambda \quad (2.17)$$

se definirmos  $p(\lambda) = e^{-\lambda}$  e  $0 < \lambda < \infty$ , teremos:

$$P_{>}(a) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda a} p(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} e^{-\lambda a} e^{-\lambda} d\lambda = \frac{1}{1 + a} \quad (2.18)$$

Alguns motivos para se escolher uma exponencial para a probabilidade condicional  $p(\lambda)$  são que:

- Nos limites de  $\lambda$  a probabilidade é satisfeita,  $0 < \lambda < \infty \rightarrow 1 < e^{-\lambda} < 0$
- Possui certa conexão com a análise de sobrevivência e o modelo de radiação pois se assemelha as funções sobrevivências comumente usadas.

- Mesmo não sabendo quais valores  $\lambda$  pode assumir, é possível saber o numero de oportunidades que cada individuo negou antes de aceitar a oferta de emprego. Portanto, pode-se supor  $p(\lambda)$  a partir de  $P_{>}(a)$ .

Observe que a forma de  $P_{>}(a)$  faz sentido, pois quando  $a \rightarrow 0$  temos que  $P_{>}(a) \rightarrow 1$ , já que se não existe nenhuma oportunidade, logo existe a certeza de se recusar as "possibilidades existentes"! Quando  $a \rightarrow \infty$  temos que  $P_{>}(a) \rightarrow 0$ , já que existem diversas oportunidades será praticamente impossível recusar todas, tendo em vista que em algum momento uma das possíveis oportunidade será satisfatória e termina por ser aceita.

Para a função de Weibull, nós temos:

$$P_{>}(a) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda a^{\alpha}} p(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} e^{-\lambda a^{\alpha}} e^{-\lambda} d\lambda = \frac{1}{1 + a^{\alpha}} \quad (2.19)$$

utilizando-se desse resultado da Eq. 2.19 e substituindo-o na Eq. 2.16, tem-se:

$$P_{ext}(1|n_i, n_j, a_{ij}) = \frac{[(a_{ij} + n_j)^{\alpha} - a_{ij}^{\alpha}](n_i^{\alpha} + 1)}{(a_{ij}^{\alpha} + 1)[(a_{ij} + n_j)^{\alpha} + 1]} \quad (2.20)$$

Para a definição de fluxo entre dois locais  $i$  e  $j$ , levando em conta que só uma parte da população está viajando e ignorando os viajantes dos outros locais, duas constantes são necessárias para a completa definição como sugere a seguinte expressão

$$T_{ij} = \gamma m_i \frac{P_{ext}(1|n_i, n_j, a_{ij})}{\sum_k P_{ext}(1|n_i, n_k, a_{ik})} \quad (2.21)$$

onde  $\gamma$  é a porcentagem da população que está realmente se deslocando na região de estudo, pois nem todos os indivíduos do local estão viajando, e  $m_i$  é a população no local de origem  $i$ . Se os dados por censo ou por celulares estiverem disponíveis,  $\gamma$  pode ser calculado a partir do número total de viagens. Se nenhum dado estiver disponível, a distribuição de fluxo ainda permanece inalterada uma vez que o fator  $\gamma$  não influencia na razão entre os fluxos de diferentes pares de origem-destino.

### 2.3.2 Inexistência de dados e o ajuste do parâmetro $\alpha$

Os modelos descritos até agora preveem e descrevem o comportamento de viagens de pessoas por meio de regiões, mas há certos lugares que não possuem dados para se comparar e ajustar a curva de determinado modelo. Como o interesse aqui é mais uma aproximação de como se dá o fluxo de pessoas em locais de pequena escala, uma abordagem qualitativa se mostra melhor que uma abordagem quantitativa. Portanto, encontrar o melhor valor para  $\alpha$ , sem ajustar as equações 2.19, 2.20 e/ou 2.21 a uma outra curva, se faz necessário.

A função  $P_{>}(a)$  desempenha um papel importantíssimo na formulação e no ajuste do parâmetro  $\alpha$ . Quando o espaço é infinito e as oportunidades são contínuas,  $P_{>}(a)$  é uma função decrescente e o parâmetro  $\alpha$  controla a velocidade desse decrescimento. Mas como está sendo considerado viagens dentro de uma região de tamanho limitado, isso implica em um número de oportunidades finito, chamado de  $a_{tot}$ . Como um indivíduo está a procura de emprego, o mesmo irá aceitar uma oferta em um determinado momento, portanto  $P_{>}(a_{tot}) = 0$ . Para se obter valores discretos de  $a$ , a região de estudo pode ser dividida em diversas zonas. Suponha que a região em estudo seja dividido em  $n_{zon}$ , como consequência deste partilhamento, agora definimos a oportunidade média como  $a_{med} = a_{tot}/n_{zon}$  e  $a_{min}$  como o menor valor do número de oportunidades entre todas as zonas. Desconsiderando viagens dentro da própria zona, tem-se que, enquanto  $a < a_{min}$ , a função  $P_{>}(a)$  assume valor unitário (100% de se recusar as  $a$  oportunidades) pois não há oportunidade igual a oportunidade mínima da região, quando  $a = a_{min}$  a função  $P_{>}(a)$  começa a decrescer. Se dividirmos as zonas em uma forma específica, de modo que a oportunidade média,  $a_{med}$ , seja próxima da oportunidade mínima,  $a_{min}$ , isso implicaria em uma correção da Eq. 2.19 por conta dessa configuração, de tal forma que

$$\langle P_{>}(a) \rangle = \frac{\frac{1}{1+a^\alpha} - \frac{1}{1+a_{tot}^\alpha}}{\frac{1}{1+a_{med}^\alpha} - \frac{1}{1+a_{tot}^\alpha}}, \quad a_{tot} \geq a \geq a_{med}. \quad (2.22)$$

A Eq. 2.22 pode facilmente ser ajustada a curva gerada a partir dos dados e reproduzir  $P_{>}(a)$ . Quando não se possui os dados o parâmetro  $\alpha$  pode ser estipulado de outra maneira. Em regiões que  $a_{min} \sim a_{med}$  e a heterogeneidade do número de oportunidades nas zonas for pequena, o valor de  $\alpha$  pode ser encontrado pela seguinte relação

$$\alpha = \left( \frac{l}{36[km]} \right)^{1.33}, \quad (2.23)$$

onde  $l$  é a escala das zonas, por exemplo quadrados de lado  $l$ . A Eq. 2.23 só é válida para  $l \sim 10...65$  km, pois para zonas com escala superior a 65 km a heterogeneidade já influencia fortemente em  $\alpha$ , enquanto que para uma escala inferior a 10 km o modelo não é tão eficaz e acaba por não gerar dados satisfatórios. Para esse intervalo dentro da escala  $l$  temos que o parâmetro  $\alpha$  é definido no seguinte intervalo  $0.1 \leq \alpha \leq 2$ .

### 3 MODELO DE RADIAÇÃO NA CIDADE DE FORTALEZA

#### 3.1 Sem a influência dos pontos de interesses (POI)

Analisando a região da cidade de Fortaleza como uma região grande o suficiente para se aplicar apenas o modelo de radiação, ou seja, sem sua extensão para pequenas regiões, desconsideramos todo e qualquer "efeito" dos pontos de interesse, portanto, como já explicado, apenas o número de indivíduos na região influenciará tal modelo.

Com esse raciocínio separamos a cidade de Fortaleza em 116 bairros <sup>1</sup>. A partir dessa separação é iniciado o processo de aplicação do modelo de radiação, levando em conta que cada partícula representa uma pessoa, conforme explicado anteriormente. Inicialmente calcula-se todas as distâncias entre os pontos centrais de cada bairro para definirmos quais bairros estão dentro de um círculo de raio  $r$ , sendo  $r$  a distância entre os locais  $i$  e  $j$ . A latitude e longitude do ponto central de cada bairro, assim como a quantidade de habitantes e sua área, são obtidos com base em um arquivo criado com dados do anuário de Fortaleza de 2010. Portanto, com as informações sobre as massas/populações e da distância entre cada bairro, utilizando a equação 2.6 aplica-se o modelo para os deslocamentos.

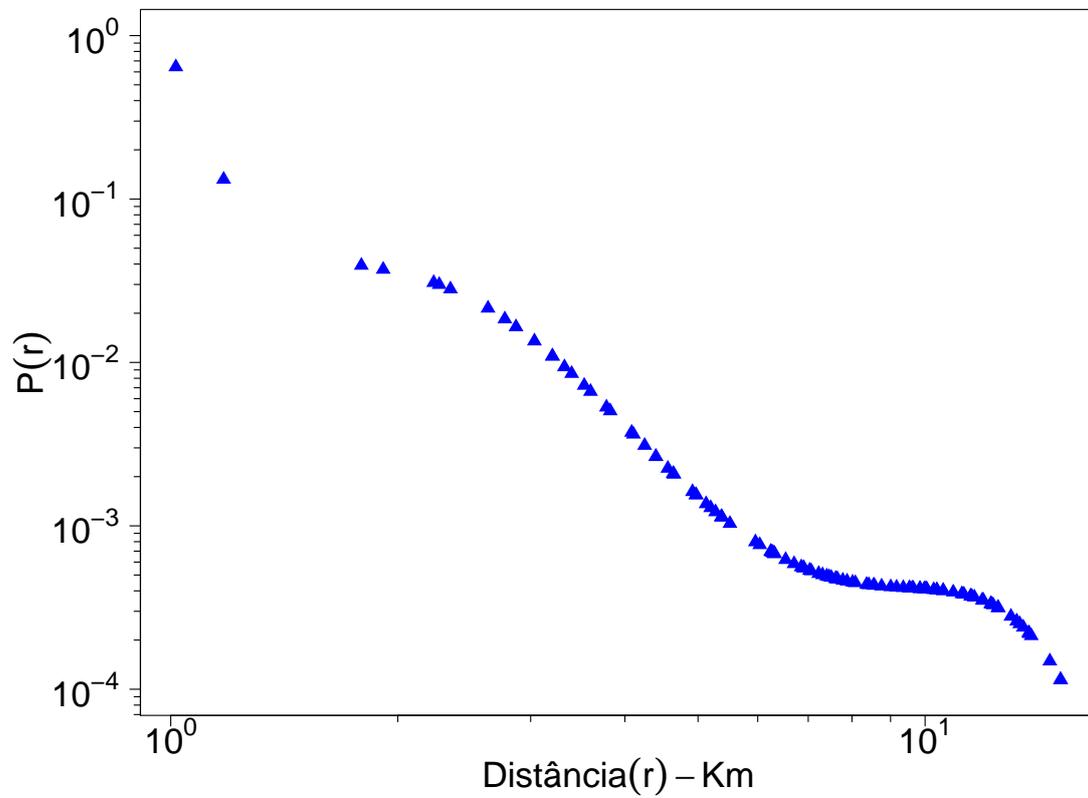
O resultado encontrado é uma matriz de probabilidade representando as possíveis viagens de um local  $i$  para o local  $j$ , assim como uma matriz de distâncias entre os locais. Portanto, após formada a matriz de probabilidades, é retirada a média dos valores das probabilidades contidos em cada coluna, com isso temos a probabilidade média de se deslocar de um local  $i$  para um local  $j$  considerando um determinada população destino,  $n$ .

No gráfico 1 é mostrado os resultados para a distribuição de probabilidade considerando as distâncias entre bairros. A curva apresenta um forte decaimento até uma distância de aproximadamente  $r \approx 5$  km. A partir desta distância entre bairros, temos uma saturação no comportamento da probabilidade  $P(r)$ . Em seguida a esta região de saturação, a curva apresenta um decaimento também bastante acentuado. Este último reflete apenas um efeito de tamanho finito, confirmando que não podemos ter viagens entre bairros maior do que o tamanho da cidade considerado.

---

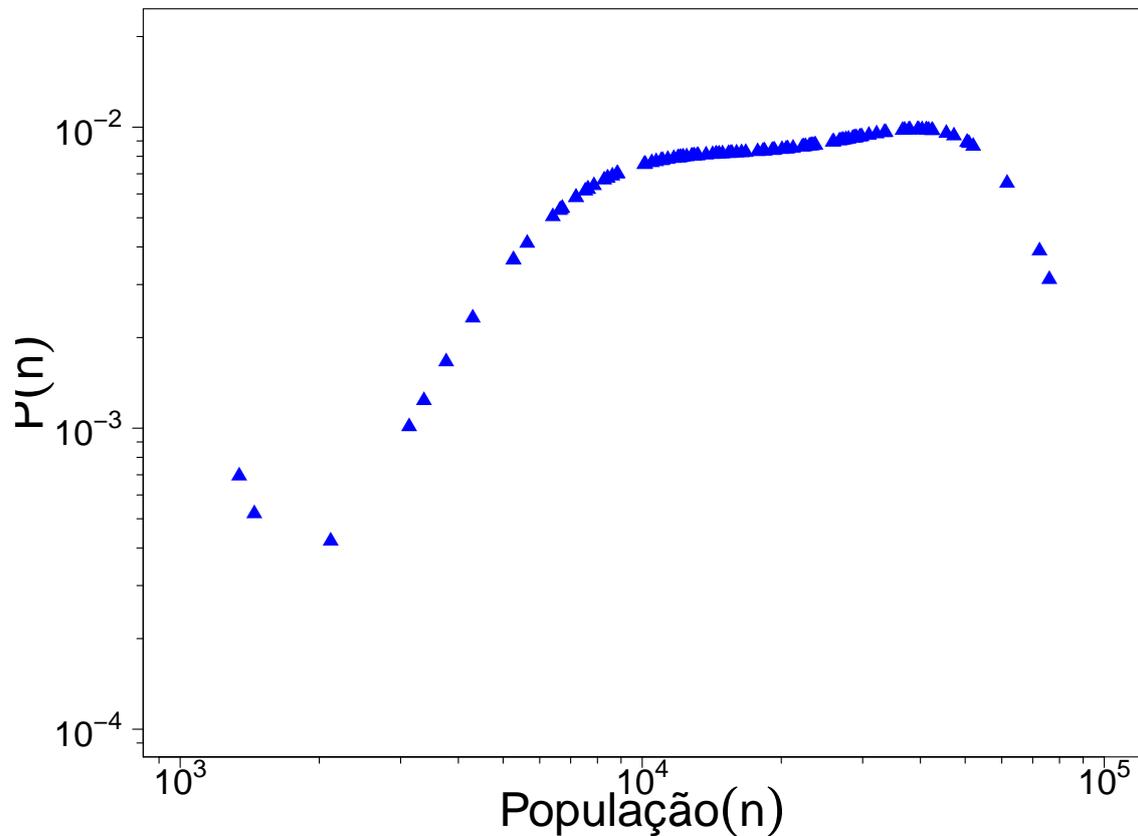
<sup>1</sup>Atualmente existem 119 bairros na cidade de Fortaleza, mas por motivos de tamanho de alguns bairros e por causa da quantidade da população de outros, acabamos por aglutinar alguns deles de forma que houve uma redução de 3 bairros do total existente.

Gráfico 1 – Probabilidade de ocorrência de uma viagem em função da distância.



Fonte: Elaborado pelo autor. A probabilidade de uma viagem ocorrer em função da distância entre os bairros viajantes é decrescente no modelo de radiação, algo de se esperar pois quanto mais longe o destino menor é o interesse neste local.

Gráfico 2 – Probabilidade de ocorrência de uma viagem em função do número de habitantes no destino.



Fonte: Elaborado pelo autor. A probabilidade de uma viagem em função do número de pessoas no bairro alvo é perceptivelmente crescente em sua grande parte, significando simbolizando que quanto mais pessoas há em determinado local maior é o número de viagens, isso até certa quantidade pois uma superlotação no destino dificulta a ocorrência de viagens.

Quando analisamos a curva da probabilidade de viagens entre bairros em função da população no local de destino,  $n$ , no gráfico 2, observamos que a partir de 2000 pessoas há um crescimento monotônico. Depois disso há uma saturação devido ao fato da equação 2.6 não ser diretamente proporcional ao número de pessoas no destino, após isso a curva decresce visto que o fator  $m_j$  no denominador da equação 2.6 domina em relação ao numerador, representando que um local superpopuloso dificulta a ocorrência de uma viagem. Vale salientar que nesta análise não se considera em qual região a população está concentrada, ou seja, não há distinções entre zonas comerciais e residenciais, toma-se em consideração apenas o valor da população nos bairros.

### 3.2 Com a influência dos pontos de interesses (POI)

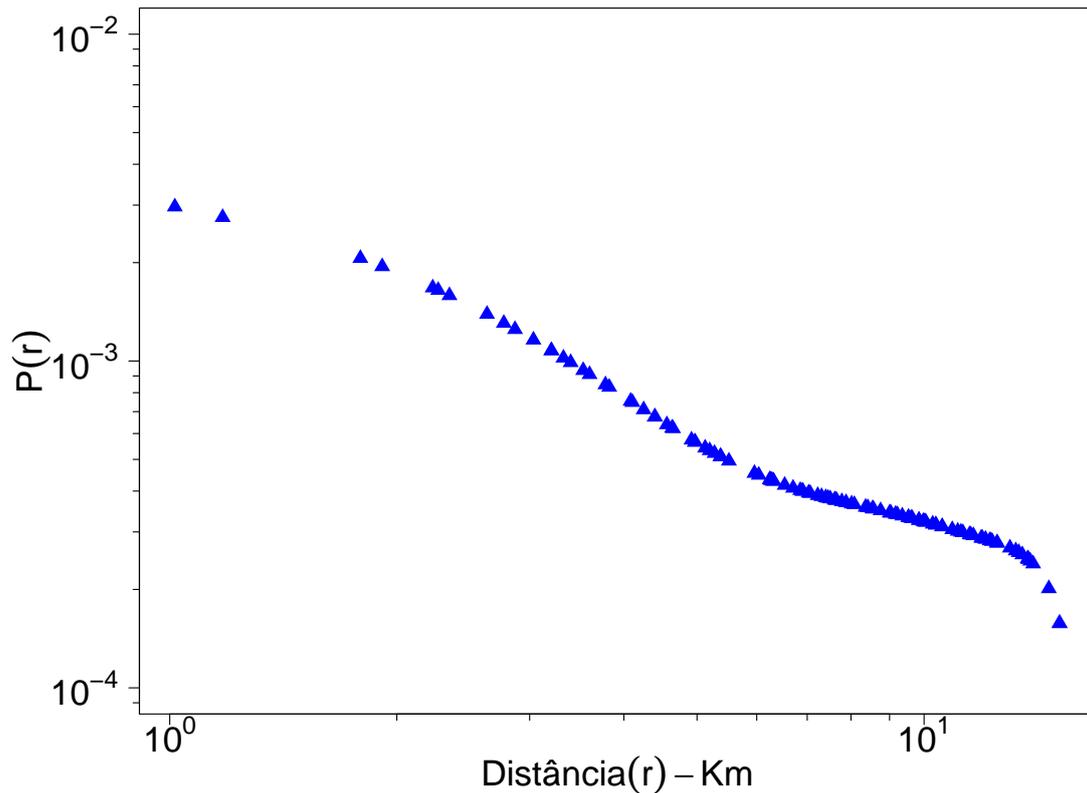
Como toda cidade e lugares com grande população, a alta quantidade de pessoas acarreta no fato de que há uma heterogeneidade nos gostos e decisões dos indivíduos, de forma que existem determinadas regiões que atraem mais pessoas enquanto outras carecem de atrativos. Como foi dito anteriormente, quando diminuimos consideravelmente a escala da região de estudo, a população começa a se deslocar de um local para outro na cidade a partir dos pontos que estão em seu interesse e não mais em relação a quantidade de pessoas que há naquele local.

Neste trabalho, a zona de Fortaleza, assim como todos os seus dados de importância para este estudo (pontos de interesse e moradias), são retirados do site *openstreetmaps.com*. Esta fonte não oferece uma informação totalmente fidedigna de onde estão os pontos de interesses pois as informações contidas neste site são de domínio público, qualquer cidadão pode contribuir com a base de dados definindo os locais de interesses. Entretanto estes dados possibilitam uma abordagem mais qualitativa, que é o nosso objetivo neste estudo.

Utilizando-se do mesmo arquivo da seção anterior com as informações de população, área, latitude e longitude, além dos dados dos pontos de interesses retirados diretamente do *openstreetmaps.com*, calculamos as distâncias e, assim como o modelo de radiação estendido explica, fazemos todos os cálculos e simulações necessários: as distribuições de oportunidades em cada bairro a partir dos pontos de interesse e o cálculo da matriz probabilidade e de viajantes com as equações 2.20 e 2.21, respectivamente.

Fazendo os ajustes do parâmetro  $\alpha$  que está contido na seção 2.3.2, construímos assim um gráfico de probabilidade em função do número de oportunidades  $a$  assim como um gráfico da probabilidade em função da distância entre as cidades.

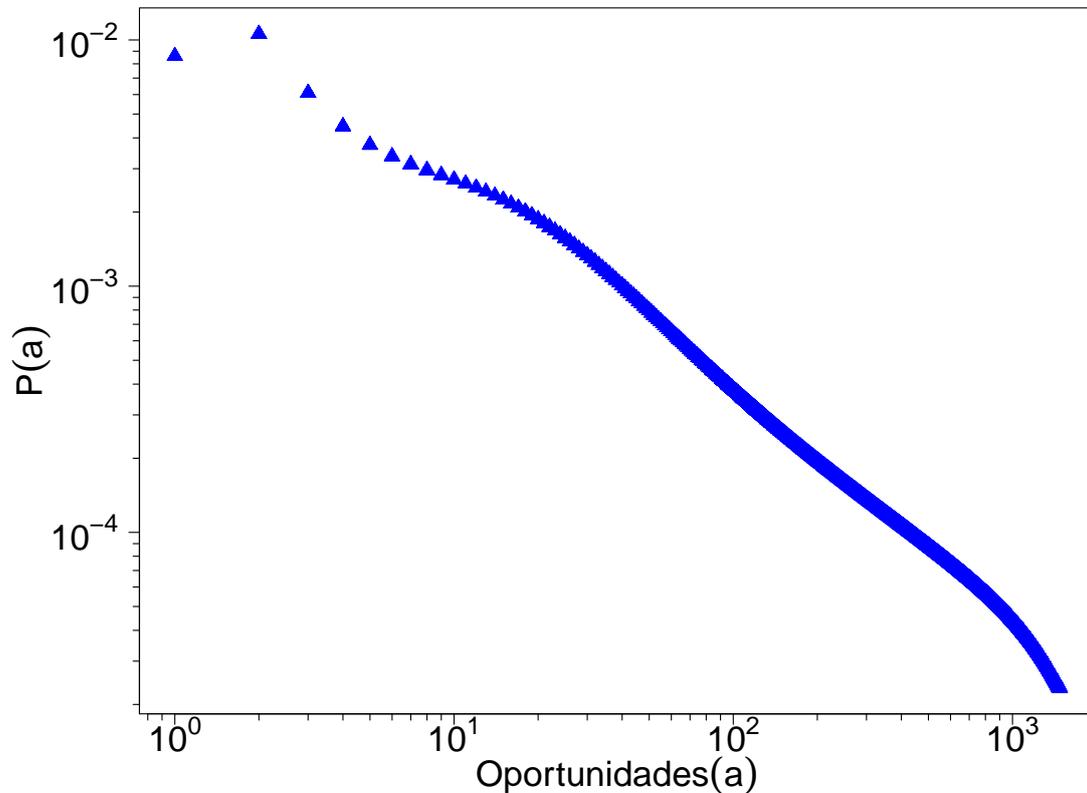
Gráfico 3 – Probabilidade de ocorrência de uma viagem em relação da distância.



Fonte: Elaborado pelo autor. A probabilidade de uma viagem em relação a distância entre os bairros viajantes é também decrescente no modelo de radiação estendido, possuindo um significado análogo ao do gráfico 1, quanto mais distante menor a possibilidade de uma viagem existir.

No gráfico 3 vemos um decrescimento análogo ao gráfico 1, decrescendo até o valor de aproximadamente 6 km mas com seu decrescimento um pouco menos acentuado. A partir desse valor temos novamente uma saturação e posteriormente um novo decaimento muito próxima da que temos no gráfico 1.

Gráfico 4 – Probabilidade de ocorrência de uma viagem em relação ao número de oportunidades.

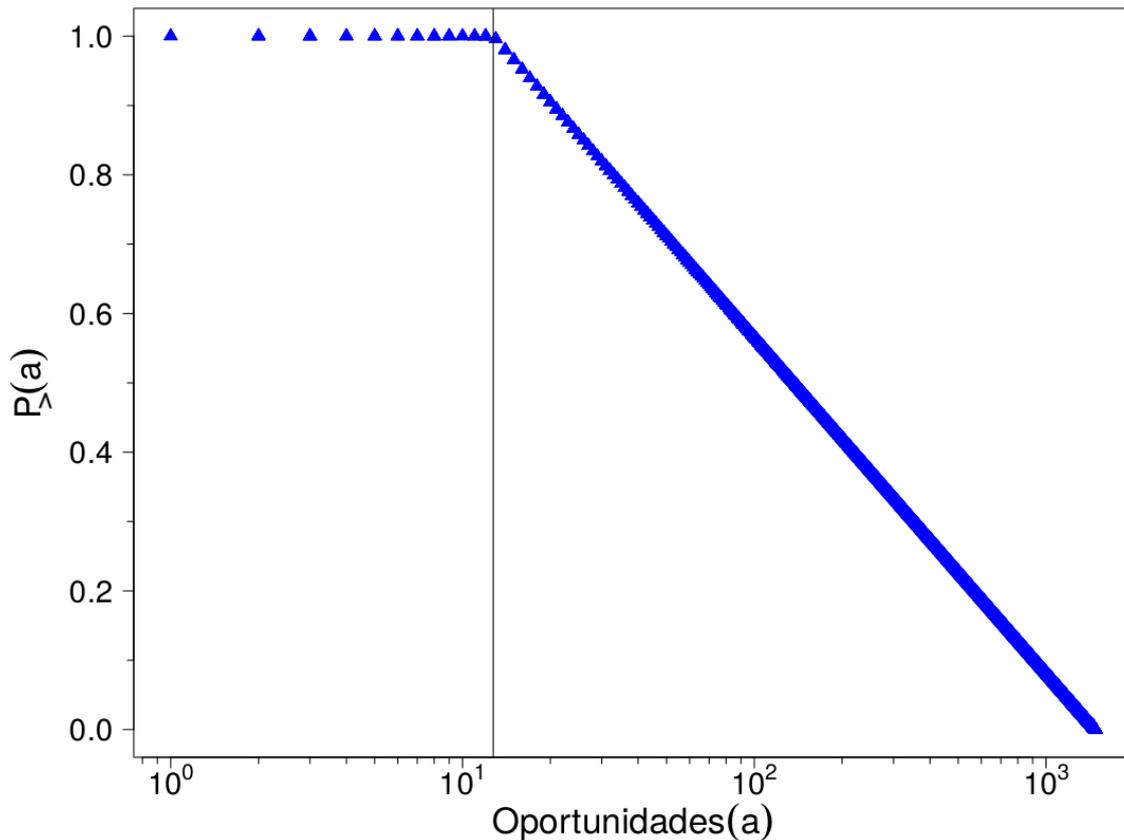


Fonte: Elaborado pelo autor. A probabilidade de uma viagem ocorrer em relação ao número de oportunidades entre os locais  $i$  e  $j$  é totalmente decrescente implicando que os deslocamentos são altamente influenciados pela distribuição das oportunidades.

No modelo de radiação estendido como lidamos com o número de oportunidades ao invés do número de pessoas em cada bairro, nosso gráfico 3 não tem nenhuma relação com o gráfico 1 uma vez que o número de pessoas não influencia na equação 2.20, mas podemos perceber que esta curva é decrescente. Este comportamento implica que os deslocamentos são altamente influenciados pela distribuição das oportunidades. Este resultado pode ser entendido se observarmos a heterogeneidade na distribuição dos pontos de interesses em cada bairro de Fortaleza.

Posteriormente iremos considerar como ocorre de fato as distribuições de oportunidades na cidade, pois é sabido que estas não são dispostas de forma homogênea em uma cidade e também em uma determinada zona.

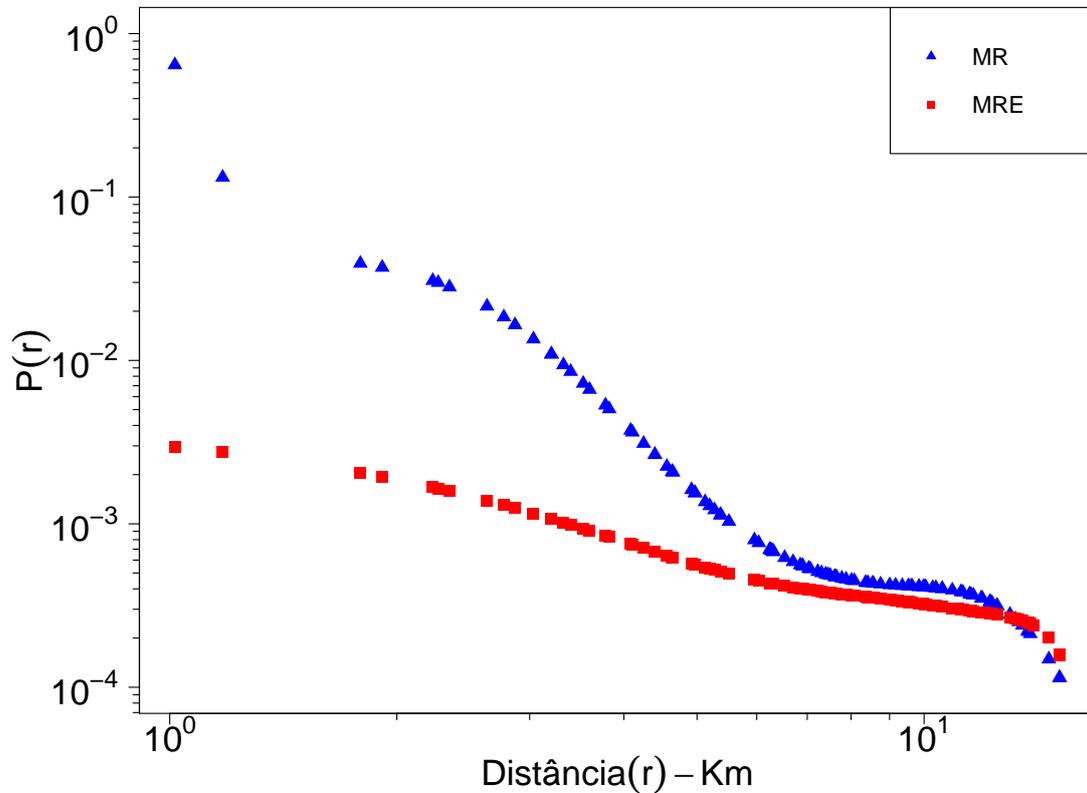
Gráfico 5 – Probabilidade de se recusar  $a$  oportunidades em função do número de oportunidades.



Fonte: Elaborado pelo autor. Nesse gráfico é mostrado como a probabilidade de recusa varia em relação as oportunidades nos bairros de Fortaleza. A linha vertical representa o número médio de oportunidades, percebe que para valores menores que o número médio  $a_{med}$  existe a certeza de se recusar tais oportunidades, e a partir desse valor tem-se que a probabilidade de recusa decai até zero.

Ao analisarmos como a probabilidade de se recusar  $a$  oportunidades se relaciona com as oportunidades em uma viagem temos como resultado o gráfico 5. Neste gráfico vemos que a probabilidade começa a decrescer a partir de um determinado valor (que é exatamente o número médio de oportunidades  $a_{med}$ ) indo a zero monotonicamente, pois a probabilidade de se recusar todas as oportunidades é nula. Vale a pena salientar que o decréscimo ocorre a partir do número médio pois isso é imposto no programa feito.

Agora para podermos identificar as diferenças entre os dois modelos temos no gráfico 6 um comparativo entre eles, nele vemos a comparação das probabilidades em relação a distância entre os bairros, percebe que para distâncias maiores que 8 Km ambas as probabilidades possuem valores semelhantes.

Gráfico 6 – Comparação de  $P(r)$  dos dois modelos

Fonte: Elaborado pelo autor. Comparação entre a probabilidade em função da distância do modelo de radiação (MR) e do modelo de radiação estendido (MRE).

### 3.3 Possíveis fontes de erros

Como mencionado anteriormente, todos os pontos de interesses foram retirados do site *openstreetmaps.com* e com ele foi possível obter todos os resultados até agora apresentados, mas, assim como esse site nos auxilia, ele pode vir a causar erros nas previsões dos padrões da mobilidade na cidade de Fortaleza. Esses erros se devem ao fato que as informações contidas nos mapas extraídos para os nossos fins são colocadas no site por qualquer pessoa que faça seu cadastro, assim podem haver informações a mais ou a menos em determinadas regiões. Por exemplo, alguns pontos podem ter duas tags idênticas que ao passar pelo programa criado ele vê não diferencia e portando conta como dois ao invés de somente um. Além disso, essas tags a mais podem fazer com que uma região com grande *POI* se destaque em relação as demais, o que pode vir a ser uma vantagem, ou não.

## 4 CONCLUSÃO

A descrição do processo de mobilidade urbana aborda diversas escalas, desde a escala global como viagens em aviões e navios, até a escala intramunicipal onde se utilizam veículos como carros e motos. Para tal descrição diversos modelos são criados, sendo eles ajustáveis ou não. Em comparação de dois modelos mais recentes e sua aplicação na cidade de Fortaleza é possível concluir que os resultados dos dois modelos são semelhantes em certos casos, especificamente extremos nas condições, por exemplo, na máxima distância entre bairros ou menos "população de destino" possível. Não há como dizer qual modelo é o mais correto, mas, com o comportamento de ambas as funções satisfazendo questões intuitivas e esperadas, podemos dizer que os resultados foram satisfatórios. Posteriormente, com dados sobre as viagens que ocorrem na cidade de Fortaleza e informações mais minuciosas sobre as mesmas, podemos ajustar o modelo de radiação estendido e compará-lo ao modelo de radiação para descobrirmos qual modelo descreve melhor a mobilidade urbana na cidade de Fortaleza. Entender os padrões da mobilidade urbana em uma cidade poderá ajudar nas ações por parte dos governantes, na direção de um melhor desenvolvimento urbano.

## REFERÊNCIAS

- [1] DADOS demográficos do Ceará. 2015. Disponível em: <<http://tribunadoceara.uol.com.br/especiais/fortaleza-antes-e-depois/>>.
- [2] SIMINI, F. et al. A universal model for mobility and migration patterns. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 484, n. 7392, p. 96–100, 2012.
- [3] STOUFFER, S. A. Intervening opportunities: a theory relating mobility and distance. *American sociological review*, JSTOR, v. 5, n. 6, p. 845–867, 1940.
- [4] DADOS demográficos de Fortaleza. 2010. Disponível em: <<http://www.fortaleza.ce.gov.br/sde/dados-demograficos-por-bairro-de-fortaleza>>.
- [5] DADOS demográficos do Ceará. 2015. Disponível em: <<http://www2.ipece.ce.gov.br/atlas/capitulo2/21/2140.htm>>.
- [6] YANG, Y. et al. Limits of predictability in commuting flows in the absence of data for calibration. *Scientific reports*, Nature Publishing Group, v. 4, 2014.