

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC
FACULDADE DE EDUCAÇÃO – FACED
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

**A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO
PEDAGOGO: OFICINAS PEDAGÓGICAS E A
PLATAFORMA TELEDUC NA ELABORAÇÃO
DOS CONCEITOS**

IVONEIDE PINHEIRO DE LIMA

**Fortaleza
2007**

IVONEIDE PINHEIRO DE LIMA

**A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO
PEDAGOGO: OFICINAS PEDAGÓGICAS E A
PLATAFORMA TELEDUC NA ELABORAÇÃO
DOS CONCEITOS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Doutor em Educação Brasileira.

Área de Concentração: Educação, Currículo e Ensino

Orientador: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto

**FORTALEZA – CE
2007**

IVONEIDE PINHEIRO DE LIMA

**A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO
PEDAGOGO: OFICINAS PEDAGÓGICAS E A
PLATAFORMA TELEDUC NA ELABORAÇÃO
DOS CONCEITOS**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação Brasileira, outorgado pela Universidade Federal do Ceará, e encontra-se à disposição dos interessados, na Biblioteca de Humanidades da referida Universidade. A citação de qualquer trecho da dissertação é permitida, desde que seja feita de acordo com as normas científicas.

Tese apresentada e aprovada em 15/01/2007

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Hermínio Borges Neto / UFC – Presidente

Prof. Dr. Júlio Wilson Ribeiro / UFC – Examinador

Prof^ª. Dr^ª. Eliane Dayse Pontes Furtado / UFC – Examinadora

Prof^ª. Dr^ª. Maria Gilvanise de Oliveira Pontes / UECE – Examinadora

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes / UFRN - Examinador

Dedico
à memória do meu irmão, Pedro Jorge de Lima,
aos meus pais, a minha filha, aos meus irmãos,

aos meus sobrinhos e aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força diária para vencer os obstáculos.

A minha filha, Iandara Maria de Lima Sena, que, mesmo pequena, compreendeu ao seu modo, os diversos momentos em que deixei de compartilhar da sua companhia, para produzir este trabalho.

Aos meus pais e irmãos, que não mediram esforços e incentivo nessa minha trajetória.

Ao Mardineusom Alves de Sena, pela amizade e apoio.

Ao Prof. Doutor Herminio Borges Neto, pela orientação, apoio e confiança, demonstrada durante todo o tempo do trabalho.

Às amigas Elizabeth Matos Rocha, Maria José dos Santos Costa, Regina Oliveira Barbosa e Silvana Werner, pelo carinho, ajuda, apoio e colaboração nesta importante etapa acadêmica e profissional.

A todos os integrantes do Laboratório Multimeios da UFC, que, direta ou indiretamente, me ajudaram no desenvolvimento desse trabalho, em especial a Janete Batista, pelo seu desprendimento em ajudar a todos.

Aos amigos Francisco Edison Eugenio de Sousa e a Isaias Batista de Lima, em especial, pelo carinho, colaboração e convivência durante o desenvolvimento do trabalho.

A Maria Juliana Santos e a Cícera Maria da Silva, pela sua amizade, apoio e incentivo.

Aos alunos do curso de Pedagogia da Faculdade de Educação – FACED da UFC.

Aos meus professores do Curso de Pós-Graduação da FACED/UFC, pelos estudos e aprendizados adquiridos ao longo dessa trajetória. .

A Professora Doutora Maria Gilvanise de Oliveira Pontes e ao Professor Doutor Júlio Wilson Ribeiro pelas colaborações desprendidas.

Ao Curso de Pós-Graduação em Educação e ao Laboratório de Pesquisa Multimeios, na pessoa do Professor Doutor Herminio Borges Neto, pelas condições oferecidas para realização deste trabalho.

À Universidade Estadual do Ceará, em especial ao Centro de Educação, Ciências e Tecnologia da Região dos Inhamuns – CECITEC, que me proporcionou essa conquista.

À CAPES pelo auxílio financeiro concedido.

RESUMO

O trabalho descreve, reflete e sistematiza uma metodologia para o ensino de Matemática no percurso da formação inicial do pedagogo, a partir de oficina pedagógica e do uso da plataforma TelEduc Multimeios. Expressa como objetivo principal investigar e analisar a relevância da aplicabilidade dessa metodologia na constituição de conceitos matemáticos básicos: número, sistema de numeração decimal, operações fundamentais, geometria e medidas. Foi realizada uma pesquisa de campo, qualitativo-descritiva, de natureza pesquisa-ação, junto a 42 alunos da disciplina *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental*, oferecida pelo Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará. Para coleta de dados na modalidade presencial, foram utilizadas observações participantes, anotações e filmagens. A distância, os recursos utilizados na plataforma TelEduc foram: o diário de bordo, portfólio e fóruns para discussão. No início da disciplina, houve uma certa rejeição quanto à proposta, no que diz respeito ao uso do TelEduc, em virtude da incipiência dos alunos no uso desse instrumento e da falta de tempo para realização das atividades propostas. Houve uma participação significativa dos estudantes nas atividades solicitadas, totalizando 1.868 acessos na plataforma. Verificamos que as discussões, orientações e sugestões vivenciadas no curso favoreceram aos estudantes uma análise crítica das atitudes de seus antigos professores que tiveram na sua vida escolar, revelando que o tratamento dado à Matemática - difícil, incompreensível, inacessível, cheio de fórmulas - foi bem diferente da abordagem enfatizada na disciplina. O estudo proporcionou também aos alunos uma reflexão sobre como lidar com a Matemática na escola, numa perspectiva de um ensino melhor e de qualidade. A dinâmica utilizada na disciplina agradou a todos, no entanto, dois alunos se manifestaram, dizendo que suas expectativas não foram atingidas, embora tenham gostado da disciplina. A disciplina foi importante para a formação inicial dos alunos, pois possibilitou uma discussão mais aprofundada dos temas, abordando pontos importantes normalmente não trabalhados no ensino formal e desconstruindo conceitos preestabelecidos. O principal resultado desse trabalho foi a reformulação da ementa e da metodologia que será utilizada no Curso de Pedagogia a partir de 2007, bem como ampliação da carga horária da disciplina que passou de 80 h/a para 160 h/a.

RESUMÉ

Ce travail décrit et systématise une méthodologie pour l'enseignement de la mathématique dans le parcours de la formation initial du pédagogue, à partir de l'atelier pédagogique et de l'usage de la plateforme TelEduc Multimoyens. L'objectif principal est rechercher et analyser la pertinence de l'applicabilité de cette méthodologie dans la constitution de concepts mathématiques basiques: numéro, système de numération décimal, opérations fondamentales, géométrie et mesures. Il a été réalisée une recherche de champs, qualitatif-descriptif, de nature recherche-action, auprès de 42 élèves de la discipline *L'enseignement de la Mathématique dans les séries Initiales de L'enseignement Fondamental*, offerts par le Cours de Pédagogie de l'Université Fédéral du Ceará). Pour la collecte de données dans la modalité présentielle, ont été utilisées observations participantes, annotations et filmages. A distance, les recours utilisés dans la plateforme TelEduc ont été: le journal de bord, portfolio et forums pour la discussion. Dans le parcours de la discipline, a eu un certain rejet, en concenant la proposition a respect de l'usage de TelEduc, a cause de la manque d'expériences des élèves dans ce type de cours et de l'incidence de temps pour la réalisation d'activités proposées. Il y a eu une participation significative d'étudiants dans les activités sollicitées, totalisant 1.868 accès dans la plateforme. Il a été verifié, que les discussions, orientations et suggestions vivenciées dans le cours ont favorés aux étudiants une analyse critique des activités de ses anciens professeurs qu'ils ont eu dans leur vie scolaire, révélant que le traitement donné a la mathématique (difficile, incompréhensible, inaccessible, plein de formule) a été bien différent de l'abord emphatisé dans la discipline. L'étude a proportionné aussi aux licenciés une réflexion sur comment traiter la mathématique a l'école, dans une perspective d'un enseignement meilleur et de qualité. La dynamique utilisée dans la discipline a plu a tous, cependant. deux élèves sont manifestés en disant que ses attentes n'ont pas été attendues, encore qu'ils ont aimé la discipline. La discipline a été importante pour la formation initial des élèves, puisque a possibilité une discussion plus approfondée des thèmes, en abordants points importants normalement non travaillés dans l'enseignement formel et modifiant concepts préétablis. Le principal résultat de ce travail a été la modification de l'ementé qui sera utilisée dans le Cours de Pédagogie à partir de 2007 et l'amplification de la charge horaire de la discipline, qui a passé de 80 h/a pour 160 h/a.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	09
LISTA DE QUADROS.....	10
LISTA DE APÊNDICES.....	11
LISTA DE ANEXO.....	12
INTRODUÇÃO.....	13
1 A TRAJETÓRIA QUE CONDUZIU A ESCOLHA DO OBJETO DE PESQUISA.....	19
1.1 Considerações iniciais.....	19
1.2 A formação inicial de professor de Matemática no Brasil: uma reflexão sobre a licenciatura...	23
1.3 O Matemático, o professor de Matemática e o pedagogo: três formas distintas de conceber o conhecimento matemático.....	28
1.3.1 O matemático.....	28
1.3.2 O professor de Matemática	30
1.3.3. O pedagogo: professor de Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental.....	31
2 CAMINHOS DA PESQUISA.....	35
2.1 Diretrizes teórico-metodológicas da pesquisa.....	35
2.2. Metodologia de ensino: Seqüência Fedathi e Engenharia Didática.....	40
2.2.1 Seqüência Fedathi.....	40
2.2.2 Engenharia Didática.....	46
3 OFICINAS PEDAGÓGICAS E A PLATAFORMA EDUCACIONAL TELEDUC MULTIMEIOS NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR.....	51
3.1 A elaboração do conhecimento matemático.....	51
3.2. O ensino de Matemática no curso de Pedagogia.....	56
3.3 As oficinas pedagógicas.....	58
3.4 Plataforma educacional Teleduc Multimeios.....	60
4 A INVESTIGAÇÃO.....	63
4.1 O cenário da investigação.....	63
4.2. Caracterizando a disciplina.....	64
4.3 Antecedentes da pesquisa: estudo-piloto.....	65
4.4 Diretrizes da disciplina - 2006.1.....	66
4.5 Perfil dos estudantes.....	70
5 ANÁLISES E RESULTADOS.....	74
5.1 Dinâmica da disciplina.....	74
5.2. Estudo <i>a posteriori</i> e validação da Engenharia Didática dos números.....	80
5.2.1 Análise da aula teórica.....	80
5.2.2 Análise da oficina pedagógica.....	83
5.2.3 Análise do fórum de discussão.....	85
5.2.4 Análise da lista de atividades.....	85
5.2.5 Percepções finais.....	86
5.3 Estudo <i>a posteriori</i> e validação da Engenharia Didática do sistema de numeração decimal....	87
5.3.1 Análise da aula teórica.....	87
5.3.2 Análise da oficina pedagógica.....	90
5.3.3 Análise da lista de atividades.....	91
5.3.4. Percepções finais.....	93
5.4 Estudo <i>a posteriori</i> e validação da Engenharia Didática das quatro operações fundamentais...	94

5.4.1 Análise da aula teórica.....	94
5.4.2 Análise da oficina pedagógica.....	96
5.4.3 Análise da lista de atividades.....	99
5.4.4 Percepções finais.....	100
5.5 Estudo <i>a posteriori</i> e validação da Engenharia Didática da Geometria e Medidas.....	101
5.5.1 Análise do pré-teste.....	101
5.5.2 Análise da aula teórica.....	103
5.5.3 Análise da oficina pedagógica.....	105
5.5.4 Percepções finais.....	107
5.6 Reflexões finais das quatro Engenharias Didáticas.....	107
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	111
BIBLIOGRAFIA.....	115

LISTA DE FIGURAS

1 A Seqüência Fedathi e sua relação com Engenharia Didática.....	48
2 Conhecimento matemático na concepção de Borges Neto.....	53
3 Ambiente de entrada do TelEduc Multimeios.....	59
4 Dimensão de objetos.....	165
5 Objetos formado pelas peças do Tangram.....	172
6 Área de superficies.....	174

LISTA DE QUADROS

1 Diferença entre matemático, o professor de matemática e o pedagogo.....	35
2 Etapas da Sequência Fedathi.....	45
3 Etapas da Engenharia Didática.....	49
4 Fóruns de discussão desenvolvidos no decorrer da disciplina.....	77

LISTA DE APÊNDICES

1 - Termo de consentimento.....	122
2 - Questionário perfil dos alunos.....	123
3 – Engenharia Didática: números.....	125
4 - Engenharia Didática: sistema de numeração decimal.....	138
5- Engenharia Didática: quatro operações fundamentais.....	148
6 - Engenharia Didática: geometria e medidas.....	160
7 - Lista de atividades do número.....	177
8 – Lista de atividades do Sistema de Numeração Decimal.....	178
9 - Lista de atividades das quatro operações.....	179
10 – Pré-teste de Geometria e medidas.....	180

LISTA DE ANEXO

1 – Programa da disciplina.....	181
---------------------------------	-----

INTRODUÇÃO

Nos últimos trinta anos, no Brasil, as dificuldades de aprendizagem e o elevado índice de reprovação e evasão na área de Matemática, observados nos diversos níveis de ensino, proporcionaram várias pesquisas e debates, desenvolvidos por estudiosos e pesquisadores, os quais buscam melhorias e novas estratégias para o ensino. O Ceará participa destas ações, com um número significativo de projetos, propostas pedagógicas e produção científica.

Os periódicos, congressos e eventos são os principais veículos de divulgação das experiências investigativas e reflexivas das pesquisas acadêmicas direcionadas para essa área. Os estudos apontam para a necessidade de redimensionamento de currículos, métodos e atitude dos professores, visto que é crescente o índice de dificuldade de aprendizagem de conceitos matemáticos pelos alunos, em especial os da Educação Básica. Mesmo com o grande aumento de produção de literatura especializada, percebe-se que ainda há pouca aplicação dos resultados no âmbito da sala de aula, em decorrência da prática pedagógica dos professores, direcionada para o modelo de ensino tradicional. O docente não se preocupa em identificar e transpor os obstáculos encontrados pelos alunos durante a aprendizagem.

A realidade está referenciada nos resultados oficiais do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - SAEB¹ – 1999, 2001 e 2003, ao mostrar que, à medida que o estudante progride no nível de escolarização, decai no aprendizado. Este fato também é confirmado pelo Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE²- 2004, ao expressar que os estudantes estão concluindo o Ensino

¹ Realizado pelo Instituto Nacional de Avaliação de Estudos e Pesquisas Educacionais, em Brasília. De dois em dois anos são aplicados exames aos alunos da 4^a e 8^a séries do Ensino Fundamental e 3^o ano do Ensino Médio, na área de leitura e Matemática, com a finalidade de verificar a aprendizagem nestas áreas.

² Criado pelo Governo do Estado do Ceará em 1992, é aplicado aos alunos das escolas estaduais e municipais do ensino regular e do programa Tempo de Avançar Fundamental (TAF), com testes em

Fundamental sem dominar as quatro primeiras operações fundamentais, não sabem resolver cálculos simples e desconhecem a reversibilidade das operações.

Para Machado (1989), a concepção que os indivíduos possuem sobre a Matemática, de que é difícil e só aprende quem é inteligente, tanto por parte de quem ensina como também de quem aprende, contribui para o crescimento dos problemas educacionais dessa disciplina.

Ensinar matemática tem sido frequentemente uma tarefa difícil. As dificuldades intrínsecas somam-se às decorrentes de uma visão distorcida da matéria, estabelecidas muitas vezes desde os primeiros contatos. Muitas pessoas desenvolvem em sua vida escolar atitudes negativas em relação à matemática, suas escolhas escolares e profissionais são condicionadas mais por suas dificuldades em dominá-la, acabando por tornar a disciplina um estigma na vida escolar na maioria dos estudantes. (MACHADO, 1989, p. 9).

Para agravar ainda mais esta situação, as universidades brasileiras não asseguram a qualidade do processo formativo do professor de Matemática, não sendo difícil encontrar docentes em efetivo exercício da docência, os quais não dominam conceitos matemáticos básicos. É o caso do pedagogo, formado para ministrar todas as disciplinas, referentes às séries iniciais do Ensino Fundamental: Português, Matemática, Ciências, Geografia e História.

A formação acadêmica desse profissional, no entanto, é deficiente em Matemática, pois lhe é oferecido pouquíssimo conteúdo nessa área de conhecimento. Estudos como de Barreto e Barreto Maia (2005), Santos (2005) e Lima et alii (2005) constataram que a matriz curricular dos cursos de Pedagogia, de modo geral, oferece apenas uma disciplina do currículo que aborda especificamente a Matemática. Em consequência, os graduandos não estão preparados para ensinar Matemática nas séries iniciais, além disso, demonstram muitas dúvidas e insegurança no que se refere aos conceitos matemáticos e aos procedimentos adotados.

No caso do Curso de Pedagogia, oferecido pela Universidade Federal do Ceará, esse quadro não é diferente. É ofertada apenas uma disciplina obrigatória de Matemática, que tem como finalidade retomar os conceitos matemáticos elementares das primeiras séries do Ensino Fundamental. A disciplina é denominada *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental*, possui uma carga horária de 80

Matemática e Língua Portuguesa, com o objetivo de retratar o desempenho de estudantes, nas áreas de conteúdos e séries avaliadas.

horas-aulas, cujo conteúdo é extenso para um semestre apenas: educação matemática, conceito de número natural, sistema de numeração decimal, as quatro operações fundamentais, números fracionários, medidas, Geometria e jogos matemáticos.

Trabalhar todo este conteúdo em um semestre representa um tempo muito exíguo, para que se possa contornar a falta de conhecimentos básicos e o alto índice de desafeto ou indiferença em relação à Matemática. Além do mais, parte-se do princípio que os alunos já sabem os conteúdos, sendo necessário somente trabalhar metodologia. É um grave engano, pois estudos como o de Reges e Barreto (2005) mostram que os pedagogos expressam grande dificuldade com a Matemática que abordam.

É uma situação realmente crítica e não se pode ficar indiferente a esta realidade, visto que é esse profissional que vai trabalhar no ensino de Matemática, no primeiro segmento do Ensino Fundamental. Para tanto, é preciso enfrentar esta situação, buscando meios eficazes de resolver o problema, no que se refere a melhorar os conhecimentos matemáticos dos acadêmicos em Pedagogia, em sua práxis. Além do mais, não é possível formar professores apenas em conhecimentos específicos, pois haverá também de trabalhar competências, habilidades e valores essenciais para a vida em sociedade.

Nesse quadro problemático emergem alguns dos questionamentos desta pesquisa: que conhecimentos os alunos de Pedagogia detêm acerca dos conceitos matemáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental? Quais metodologias de ensino poderiam ser utilizadas visando a melhorar a prática de ensino desses conceitos matemáticos no espaço escolar? Qual a contribuição das oficinas pedagógicas e da plataforma educacional TelEduc³ na elaboração desses conceitos?

Acredito que boa parte das dificuldades de aprendizagem que os alunos sentem na apropriação dos conceitos matemáticos está relacionada com a maneira como são trabalhadas em sala de aula, de forma complexa e pronta, jamais construída. É necessário que o professor entenda que, para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos, não basta apenas que sejam transmitidos, porém, elaborados e testados ao longo do processo. Dessa maneira, é necessário desenvolver uma metodologia de ensino pautada na teoria e na prática.

³ Plataforma de ensino a distancia, desenvolvida pela UNICAMP (http://www.ead.unicamp.br/~teleduc/pagina_inicial/index.php).

Para D'Ambrosio (1993), é preciso que o professor veja o ensino de Matemática como uma disciplina de investigação, que se deve voltar para ajudar o aluno a compreender e explicar a sua realidade. Na visão de Borges Neto e Dias (1999, p.15), esse ensino deve trabalhar “mais o raciocínio e a compreensão de processos do que o manejo de algoritmos e de sentimentos de incompetência”.

No sentido de melhorar essa realidade e confiante em que a interação entre a teoria e a prática possibilita maior vivência de formação técnico-científica, este trabalho estará apoiado no pressuposto de que oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc, com fundamentação teórico-metodológico na Seqüência Fedathi⁴ e na Engenharia Didática⁵, constituem estratégias pedagógicas potencial para a promoção da aprendizagem de conceitos matemáticos.

A proposta deste ensaio se caracteriza como uma pesquisa-ação que utiliza as oficinas pedagógicas como estratégia de promoção do conhecimento docente relativo aos conceitos matemáticos, ao mesmo tempo em que constitui espaço para investigar o domínio conceitual dos futuros professores de Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental, participante do estudo. O recurso à plataforma TelEduc foi fundamental no desenvolvimento desta investigação, como complementação de um curso presencial, na perspectiva de servir de elemento de avaliação da aprendizagem dos alunos e para avaliar o próprio curso.

Trata-se de investigação importante, considerando a ausência de professores qualificados para ministrar Matemática nas primeiras séries do Ensino Fundamental. Este trabalho é um recorte de um projeto maior, denominado Ensino de Matemática, mediado pela Seqüência Fedathi por meio de oficinas pedagógicas e da plataforma TelEduc.

Acredito o desenvolvimento para o curso de Pedagogia propiciará a aproximação dos alunos às oficinas pedagógicas e à plataforma TelEduc, aqui

⁴ Proposta elaborada pelo Grupo de Pesquisa em Educação Matemática ligada à Faculdade de Educação – FACED – UFC, denominado “Grupo Fedathi. Propõe que o professor de Matemática ensine os conhecimentos matemáticos, baseados no desenvolvimento do trabalho científico de um matemático (a ‘méthode’, do matemático francês René Descartes). Isso significa abordar uma situação de ensino, levando em consideração as fases do trabalho vivenciadas por esse profissional, no desenvolvimento de suas experimentações e produções técnicas.

⁵ Desenvolvida por Artigue, em 1988, é utilizada pelos didáticos franceses nas pesquisas de Didática da Matemática. Tem como objetivo analisar as situações didáticas e caracteriza-se como um esquema experimental fundamentado na concepção, desenvolvimento, observação e análise de seqüências de ensino.

compreendidas como ferramentas férteis, tanto para a melhoria do conhecimento discente quanto em práxis.

Todo este processo de pesquisa/estudo será fator imprescindível para proporcionar uma formação investigativa em Matemática do licenciando em Pedagogia, como profissional crítico, reflexivo, participativo e competente, para trabalhar em sala de aula. A consequência do trabalho desse profissional mais consciente será a facilidade de identificar os problemas e dificuldades que as crianças das séries iniciais enfrentam para compreender os conteúdos matemáticos e, a partir daí, possibilitar que os licenciandos pratiquem novos procedimentos de ação pedagógica, de tal modo que os articulem crítica e criativamente com o conhecimento científico adquirido na academia, buscando opções transformadoras para o ensino de Matemática.

Esta proposta não é inovadora, porém, o grande desafio foi de instigar um repensamento sobre as práticas pedagógicas em Matemática, no sentido de proporcionar aos alunos em formação outra perspectiva para este ensino, na descoberta de enfoques, favorecendo experiências mais relevantes para a aquisição de conceitos no campo da Matemática. Dessa maneira, as ações das oficinas pedagógicas e a utilização da plataforma TelEduc Multimeios têm a pretensão de contribuir para a formação inicial do professor, em Matemática, que atuará nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Este trabalho discute, descreve e sistematiza uma metodologia para o ensino de Matemática no percurso da formação inicial do pedagogo, a partir de oficinas pedagógicas e do uso da plataforma TelEduc Multimeios. Tem como objetivo principal investigar e analisar a relevância da aplicabilidade dessa metodologia na elaboração de conceitos matemáticos básicos: número, sistema de numeração decimal, operações fundamentais, Geometria e medidas. Seus objetivos específicos são:

- investigar os conhecimentos dos alunos de Pedagogia acerca dos conceitos matemáticos básicos (número, sistema de numeração decimal, operações fundamentais, geometria e medidas) a partir de oficina pedagógica e do uso da plataforma TelEduc Multimeios;
- analisar as implicações do emprego de oficina pedagógica e da plataforma TelEduc Multimeios como recursos didáticos necessários para melhoria do ensino e da aprendizagem; e
- avaliar a relevância da utilização de oficina pedagógica e da plataforma TelEduc Multimeios, como propostas de ensino de Matemática, numa visão inovadora,

tendo como suporte metodológico as teorias de ensino Seqüência Fedathi e Engenharia Didática, no percurso da formação inicial do pedagogo.

A metodologia empregada para desenvolvimento deste estudo implicou uma pesquisa de campo, na qual emprego os princípios da pesquisa qualitativa, de natureza pesquisa-ação. A pesquisa foi realizada com os alunos da disciplina de *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental*, oferecida para o sétimo semestre do Curso de Pedagogia da UFC, em 2006.1.

Para o delineamento do quadro conceitual sobre o tema, foi desenvolvida, desde o princípio da investigação, uma pesquisa bibliográfica, a partir de leituras, discussões e reflexões de conteúdos elaborados sobre o assunto, utilizando livros, *sites*, artigos científicos e outras fontes relevantes a essa área. Os dados foram analisados e tabulados de forma que possibilitassem caminhos mais elucidativos para o ensino da Matemática. O trabalho está organizado em cinco capítulos, incluindo esta introdução e as considerações finais.

O capítulo 1 compõe-se de uma descrição sobre os motivos que levaram esta pesquisadora a investigar a formação inicial do pedagogo para o ensino de Matemática, além de rememorar os aspectos históricos da formação do professor de Matemática no âmbito brasileiro, destacando as duas formas distintas de conceber o conhecimento matemático: na concepção do matemático e do professor de Matemática. O capítulo 2 apresenta as abordagens teórico-metodologias adotadas para realização da pesquisa, apresentando e caracterizando as fases da Seqüência Fedathi e da Engenharia Didática. O capítulo 3 descreve a importância da utilização das oficinas pedagógicas e da plataforma educacional TelEduc Multimeios para a formação inicial do professor de matemática das séries iniciais. O capítulo 4 é reservado à descrição da investigação, caracterizando a disciplina, o cenário e os sujeitos da investigação. Relata também os estudos-piloto que nortearam o desenvolvimento deste trabalho e as diretrizes da disciplina em 2006.2. O capítulo 5 descreve as análises dos dados coletados, tanto na modalidade presencial como a distância, a partir da realização de oficinas pedagógicas e da utilização da plataforma TelEduc Multimeios. Por fim, nas Considerações Finais, apresento as principais evidências detectadas na investigação e faço uma reflexão sobre essa pesquisa, apresentando os limites, possibilidades e perspectivas. Seguem-se a lista

de obras e autores que assinaram teórica e praticamente a investigação, bem como os apêndices, os quais facilitam o entendimento do todo aqui discutido.

1 A TRAJETÓRIA QUE CONDUZIU NA ESCOLHA DO OBJETO DE PESQUISA

Neste capítulo faço uma breve descrição sobre os motivos que me levaram a pesquisar a temática - A matemática na formação do pedagogo: oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc na elaboração dos conceitos - além de rememorar os aspectos históricos da formação do professor de Matemática no Brasil, apresentando o conhecimento matemático na concepção do matemático e do professor de Matemática, no sentido de contrastar os interesses, os saberes e os significados atribuídos no processo de ensino e aprendizagem.

1.1 Considerações iniciais

Meu interesse pelo tema “Formação inicial do pedagogo no ensino de Matemática utilizando oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc”, remete à minha estória como profissional da educação, marcada pelo meu ingresso no magistério superior a partir da seleção do Programa de Professor-Bolsista da então Fundação Cearense de Amparo à Pesquisa – FUNCAP (1997), quando fui aprovada e lotada no Centro de Educação, Ciências e Tecnologia da Região dos Inhamuns – CECITEC, da Universidade Estadual do Ceará – UECE, na cidade de Tauá, área de Matemática, admitida por concurso público, no ano seguinte, para o cargo de professor assistente, para a referida área.

Nessa trajetória, como professora de Matemática do Curso de Ciências com habilitação em Matemática/Física ou Biologia/Química, minha prática pedagógica estava fortemente centrada em aulas expositivas - com as definições matemáticas, demonstrações de teoremas, apresentação de lemas, proposições, corolários e resolução de problemas-padrão que servissem de modelos para fixação de conceitos e desenvolvimento de habilidades – fruto de toda a minha vida escolar. Acreditava ser esta a única forma de ensinar Matemática.

Eram perceptíveis as dificuldades que os estudantes sentiam para compreender os conceitos matemáticos, em decorrência, muitas vezes, da falta de conhecimentos básicos. Este fato incomodava-me, mas procurava não pensar sobre suas causas ou

buscar alguma solução, pois, na minha concepção, ter todos os pré-requisitos necessários, principalmente os conteúdos da educação básica, eram da responsabilidade exclusiva do estudante.

Imersa nessa visão de ensino, eu acreditava que saber o conteúdo e expô-lo adequadamente era o suficiente para proporcionar um bom aprendizado. Fazia todo o esforço para que os discentes entendessem o conteúdo que estava sendo exposto e procurava estimulá-los a estudar. Caso não compreendessem o assunto, a culpa era simplesmente deles, quando eu supunha que não estudavam o suficiente ou não tinham habilidades para a Matemática.

Ao ser convidada para lecionar a disciplina Introdução à Estatística no curso de Pedagogia no CECITEC, constatei que a falta de conhecimentos elementares em Matemática era, ainda, mais agravante. Sugeri, então, que solicitassem junto à coordenação do Curso a oferta da disciplina Matemática, que na matriz curricular é única e optativa. Como resposta, grande parte da turma se manifestou insatisfeita a essa idéia, alegando que não seria interessante, visto que não se identificava e não gostava da Matemática.

A reação dos estudantes foi suficientemente preocupante. Alguns alunos já exerciam a profissão e os outros, em um curto prazo de tempo, estariam na sala de aula, ensinando Matemática. Hoje percebo que o comportamento dos estudantes foi uma reação natural, pois nas suas vidas escolares vivenciaram o ensino de Matemática tradicional, que consistia no professor transmitir os conteúdos, sem nenhuma preocupação pela aprendizagem dos educandos. O aprender resumia-se em repetir e memorizar o conteúdo.

Em 2000, fui convidada pela coordenadora da área da Matemática do Núcleo de Educação Continuada e a Distância – CED/UECE para ministrar disciplinas no Curso de Formação de Professores para o Ensino Fundamental em Áreas Específicas de 1^a a 8^a séries, nas cidades de Aiuaba, Parambu e Tauá, na Região dos Inhamuns, ocasião em que conheci algumas pesquisas realizadas na área da Educação Matemática.

As leituras apresentavam um tratamento da Matemática com materiais pedagógicos e o computador, diferentemente da abordagem que eu estava acostumada a empregar. Assim, passei a ter uma nova visão sobre o ensino dessa disciplina e descobri que estava enganada quanto às minhas crenças, em particular com relação à atitude que

o professor deve assumir em sala de aula. Mesmo consciente de que deveria mudar, continuei adotando a mesma prática já mencionada, por não saber como proceder.

No início de 2001, sentindo-me perdida e desorientada e com anseio de mais informações sobre os trabalhos direcionados para Educação Matemática, procurei o coordenador do Laboratório de Pesquisa Multimeios, da Faculdade de Educação – FACED da Universidade Federal do Ceará – UFC, que já tinha sido meu professor na graduação. Fui então convidada a participar das reuniões/discussões do grupo e também das atividades do projeto Tele-Ambiente: Desenvolvimento e Aplicação de Ferramentas Cooperativas, Adaptativas e Interativas Aplicadas ao Ensino a Distância, para o desenvolvimento das atividades geométricas.

Nessa caminhada, as leituras e debates sobre formação de professores e didática da Matemática me instigaram a participar, como aluna ouvinte, da disciplina Seqüência Didática no Ensino de Matemática, oferecida pelo programa de Pós-Graduação da FACED/UFC no primeiro semestre de 2001, tendo sempre em mente a noção de que uma boa formação do pedagogo é essencial para reverter o quadro atual que se apresenta aqui no Brasil - o baixo índice de aprendizagem em Matemática dos alunos das séries iniciais.

Os temas debatidos na disciplina, como, por exemplo, transposição didática, contrato didático, obstáculos epistemológicos e outros, incitaram-me a uma reflexão mais aprofundada e instigante sobre os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Foram apresentadas as pesquisas e metodologias desenvolvidas pelos pesquisadores franceses, com a finalidade de melhorar as práticas docentes na área de Matemática. O método de ensino Seqüência Fedathi também foi estudada, na perspectiva de fazer um estudo/relação com as metodologias trabalhadas pelos autores franceses.

Em 2002, com uma experiência profissional mais amadurecida e com um conhecimento maior sobre as diferentes metodologias de ensino, participei da criação do grupo de estudo denominado “Grupo de Educação Matemática do Laboratório Multimeios” – GEM², composto por estudantes da Pós-Graduação em Educação (doutorado e mestrado) e alunos da graduação (Pedagogia, Matemática e Física).

Semanalmente, aconteciam reuniões, cujas discussões eram referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática. Importa registrar que essas atividades me possibilitaram elaborar e implementar um projeto de pesquisa “Formação contínua de

professores de Matemática do Ensino Fundamental por meio de oficinas pedagógicas”, na perspectiva de melhorar as condições pedagógicas das unidades escolares públicas, além de aprofundar a temática num nível científico mais elaborado.

O projeto tinha como meta principal aperfeiçoar a prática pedagógica do professor de Matemática, enfocando os seguintes aspectos: reflexão *na* e *sobre* a ação docente (NÓVOA, 1995), que possibilite uma mudança de atitude; recuperação do caráter investigativo do professor; motivação para a realização de atividades opcionais no ensino/aprendizagem dos educandos e desenvolvimento da habilidade de ensinar os conhecimentos matemáticos com base no trabalho científico de um matemático. Os tópicos trabalhados foram os seguintes: sistema de numeração decimal, algarismos romanos, operações fundamentais com os números naturais – adição, subtração, multiplicação e divisão, sistemas de medida e Geometria.

Toda essa vivência, repleta de debates e reflexões, fez com que emergissem, em mim, inquietações, na busca de elementos e respostas para amenizar as dificuldades que os docentes das séries iniciais têm com a Matemática, o que, até então, constituía tabu ou preconceito nos processos de ensino e de aprendizagem.

Neste sentido, direcionei esta pesquisa de doutorado para a formação inicial do pedagogo, buscando sinalizar a influência que a realização de oficinas pedagógicas e a utilização da plataforma TelEduc, à luz da Sequência Fedathi e da Engenharia Didática, podem proporcionar para o desenvolvimento desse profissional, como futuro professor de Matemática. Além do mais, espero contribuir para a formação de uma cultura de professores que ensinam Matemática, reflexivos em suas práticas educativas.

Por acreditar que a atitude do professor, em sala de aula, pode influenciar na aprendizagem dos alunos, discuto neste trabalho os distintos papéis do matemático e do professor de Matemática da Educação Básica, com o intuito de compreender o modelo de ensino que existe hoje nas escolas e determinadas atitudes que os professores de expressam em sala de aula.

Nesta perspectiva, apresento, a seguir, breve reflexão sobre os aspectos históricos da formação do professor de Matemática no Brasil, em particular, os de Matemática e Pedagogia, e as principais reformas educacionais realizadas no sentido de situar os aspectos mais relevantes.

1.2 A formação inicial de professores de Matemática no Brasil: reflexão sobre a licenciatura

Início a discussão fazendo alguns questionamentos: será que a formação acadêmica do futuro matemático tem que ser a mesma para o futuro professor de Matemática da Educação Básica? Quais conhecimentos matemáticos (básicos e avançados) são necessários para formar o matemático e o professor que ensina Matemática na Educação Básica? Quais os aspectos que diferenciam o matemático do professor de Matemática da Educação Básica?

Para responder esses questionamentos, é necessário voltar no tempo, mais precisamente, ao final do século XVII, para rememorar as origens da formação do professor de Matemática.

A princípio e sem perda de generalidade, foi nas antigas escolas militares e escolas politécnicas, destinadas à preparação formativa do professor para o Ensino Secundário, que tudo começou. A Matemática estudada naquele período tinha a finalidade de suprir as necessidades das atividades de guerra e de defesa do espaço territorial. A formação para Ensino Primário era da responsabilidade do governo brasileiro, por meio das escolas normais criadas na cidade de Niterói, em 1835, e no Estado da Bahia, em 1842 (SILVA da SILVA, 2002).

Na década de 1930, a implantação das licenciaturas ocorrem na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras – FFCL, em São Paulo, e na Faculdade Nacional de Filosofia, integrante da Universidade do Brasil, no Rio de Janeiro – FNF. Os cursos tinham como meta formar professores para o Ensino Secundário.

O modelo de ensino adotado era denominado “3 + 1”, três anos destinados à formação específica, no qual o aluno recebia o título de bacharel, e, caso desejasse, cursava mais um ano das disciplinas pedagógicas, incorporando-as ao conjunto das disciplinas cursadas anteriormente, recebendo o diploma de licenciado (MEDEIROS, 2006).

O curso de Pedagogia foi criado pelo Decreto-Lei n 1190, de 1939. O diploma de bacharelado permitia que o pedagogo atuasse como técnico de educação, do Ministério de Educação. O certificado de licenciado possibilitava que ele trabalhasse como professor no Curso Normal. É importante registrar a informação segundo a qual, em decorrência da Lei Orgânica do Ensino Normal, a pessoa que possuísse diploma do

Ensino Superior também poderia ensinar no Curso Normal, restringindo, assim, o campo de atuação do profissional de Pedagogia (SCHEIBE E AGUIAR, 1999).

O curso de Matemática tinha, como disciplinas específicas, Geometria (Analítica e Projetiva), Análise Matemática, Física Geral e Experimental, Cálculo Vetorial, Mecânica Racional e História da Matemática. O corpo docente era constituído basicamente por mestres estrangeiros - italianos e franceses (SILVA DA SILVA, 2002).

Os cursos de licenciatura tinham como filosofia a idéia de que, para formar um bom profissional para o magistério, era essencial trabalhar o conhecimento disciplinar específico, ficando a formação pedagógica voltada para a Didática e esta, por sua vez, se resumia, segundo Moreira e David (2005), a um conjunto de técnicas úteis para a transmissão do saber adquirido nos três anos iniciais. As disciplinas específicas ficavam na responsabilidade dos institutos básicos, enquanto as pedagógicas eram ministradas pelos pedagogos, vinculadas à faculdades de Educação.

No que se refere à licenciatura em Matemática, a falta de integração, entre os docentes, dos conteúdos específicos e os da Pedagogia contribuiu para um grande afastamento da Matemática produzida na academia da Matemática ensinada na escola. O artigo “A Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP e a Formação de Professores de Matemática”, de Silva da Silva (2002) relata o depoimento de Benedito Castrucci, ex-aluno da FFCL e ex-professor da USP, sobre o comportamento de seus antigos mestres estrangeiros:

Estuda Matemática, deixa de lado essas coisas de didática, porque didática só tem uma regra boa: saber a matéria, se você souber a matéria, o resto você é um artista e se for um mau artista será a vida toda, se for um bom artista será um bom professor. O resto põe tudo de lado. (SILVA DA SILVA, p.13).

O depoimento de Castrucci revela a visão de ensino que se tinha na época, cuja condição necessária e suficiente para ensinar era saber o conteúdo específico. Os alunos não eram incentivados a cursar, após o término do bacharelado, um ano de estudos de formação pedagógica que os habilitariam como licenciados.

Nos anos 1950, segundo D’Ambrosio (1996), são instituídos o Conselho Nacional de Pesquisas e o Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA (1955), direcionados para as pesquisas em ensino de Matemática. A partir de 1957, são realizados, em Poços de Caldas, os Colóquios Brasileiros de Matemática.

Dentre as diversas intervenções educacionais que aconteceram no Brasil, no sentido de mudar as ações docentes dos professores de Matemática, cito como marco principal o movimento da Matemática Moderna, em 1960, que tinha a intenção de aproximar a Matemática escolar daquela desenvolvida nos meios científicos.

A Matemática Moderna, consoante Kline (1976), foi um movimento internacional e nasceu em meio a uma política de modernização econômica, após a Segunda Guerra Mundial, ao se constatar o descompasso do progresso científico-tecnológico em relação ao currículo escolar vigente, principalmente em Ciências e Matemática. A proposta focalizava o abandono do currículo, elaborado antes de 1700, e passou a contemplar novos campos, como o “da álgebra abstrata, o da lógica simbólica, o da teoria estabelecida e a álgebra de Boole”. O autor enfatiza que esse movimento desprezava totalmente “o fato de que a matemática é um desenvolvimento cumulativo e que é praticamente impossível aprender as mais novas criações se desconhecem as mais antigas” (KLINE, 1976, p.34).

O movimento da Matemática Moderna foi um fracasso, originando graves problemas, tanto no ensino como na aprendizagem. O professor ficou desorientado e inseguro com essa proposta pedagógica e o aprendiz não compreendia o que era transmitido, principalmente das séries iniciais do Ensino Fundamental, pois dava ênfase à utilização excessiva da linguagem formal das diversas partes da Matemática, além da introdução do ensino da Teoria dos Conjuntos (KLINE, 1976).

Nesse mesmo período, é criado o Grupo de Estudos de Educação Matemática (GEEM), em São Paulo. Em seguida são criados o GEEMPA, em Porto Alegre, e GEPEN, no Rio de Janeiro, aproximando pesquisadores e educadores (D’AMBROSIO, 1996). É também fundada a Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM em 1988, juntamente com o surgimento dos primeiros programas de pós-graduação em Educação Matemática. Crescem, assim, as referências especializadas na reflexão sobre o ensino de Matemáticas no Brasil.

Enquanto isso, o Curso de Pedagogia é objeto de mudanças em razão da Lei n 5540/68, da Reforma Universitária, extinguido a distinção entre bacharelado e licenciatura e criando as habilitações, em 1969. O curso foi dividido em dois blocos distintos e autônomos: disciplinas dos fundamentos da Educação e disciplinas das habilitações específicas. Passou-se, então, a formar os denominados especialistas em

Educação – Supervisor Escolar, Orientador Educacional, Administrador Escolar, Inspetor Escolar (SCHEIBE e AGUIAR, 1999).

Nesta nova estrutura do Curso de Pedagogia permanecem, a concepção dicotômica do modelo anterior. As diferentes habilitações, de acordo com o Parecer CFE n 252/69 e incorporado à Resolução CFE n 2/69, deveriam ter uma base comum de disciplinas (Sociologia Geral, Sociologia da Educação, Psicologia da Educação, História da Educação, Filosofia da Educação e Didática) e uma parte diversificada referente a cada habilitação específica (IDEM, 1999).

Na década de 1970, os cursos de formação de educadores passaram por mudanças estruturais, a partir da I Conferência Brasileira de Educação, em São Paulo, pelo Comitê Nacional Pró-Formação do Educador. O currículo de Pedagogia é o pioneiro nas discussões, tendo mais tarde se estendido às demais licenciaturas.

As discussões buscavam contornar os problemas enfrentados pelos cursos, no que se refere à dicotomia teoria e prática, ao distanciamento entre ensino e pesquisa, ao excesso de valorização do bacharelado sobre o licenciado, à desarticulação das disciplinas específicas em relação às pedagógicas e à desvinculação formação acadêmica/prática docente na escola (DINIZ PEREIRA, 2000).

Nesse período, de acordo com Moreira (2000), o paradigma do livro já não atendia às necessidades do ensino, emergindo outro paradigma para suprir essa carência, chamado paradigma dos projetos, voltado para a aprendizagem e destinado à elaboração de projetos curriculares para a Educação Básica. Esse paradigma teve passagem efêmera, e um dos motivos que o autor aponta para essa eventualidade foi a falta de concepção do que era a aprendizagem abordada nesses projetos.

Em 1983, o Encontro Nacional de Reformulação dos Cursos de Formação de Educadores propôs que os professores das áreas específica e pedagógica trabalhassem conjuntamente na formação do professor, incorporando à grade curricular dos cursos as chamadas disciplinas integradoras - Prática de Ensino, Instrumentação para o Ensino, Didática Especial e outras. Assim, na matriz curricular das licenciaturas, deveriam ser incluídas disciplinas de conteúdo específico, pedagógicas e integradoras.

Apesar das mudanças, este novo modelo de ensino não alcançou o resultado esperado, pois as disciplinas integradas foram concentradas no último ano letivo do curso, desvinculando da formação específica de conteúdo, da formação pedagógica,

continuando, assim, o distanciamento entre o saber acadêmico e o conhecimento abordado em sala de aula.

Em 1996 ocorreu a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, desenvolvida pelo Ministério da Educação e do Desporto e destinada ao Ensino Fundamental. O documento teve como finalidade elaborar propostas para subsidiar as ações educativas nas unidades escolares, nas diversas áreas de ensino. Para Pietropaolo (1998, p.1);

O Ministério da Educação tinha como objetivo a construção de um documento que viesse não apenas a se firmar como orientação para as ações educativas nas escolas e a propor diretrizes mais claras às políticas para a Educação no âmbito do Ensino Fundamental, mas também desencadear um amplo debate nacional, que concorresse para superar a atual fragmentação das ações educativas.

Apesar de toda esta discussão e pesquisas sobre a compreensão dos problemas educacionais no ensino de Matemática, são poucos os professores que conhecem as sugestões dos PCN e ainda prevalece o modelo “3 + 1”, pois a maior parte dos professores já formados e os que estão se formando conservam a mesma atitude e prática pedagógicas desenvolvidas nos anos 1930.

Tal fato decorre do modelo de ensino herdado dos primórdios das licenciaturas, que estava muito mais apoiado na formação do bacharelado do que no licenciado, e que serviu e serve como referencial para os professores. Além do mais, nos cursos que formam estes profissionais, existe uma supervalorização das disciplinas específicas, enquanto as pedagógicas estão totalmente desarticuladas das específicas e são ministradas no último ano do curso como é o caso da disciplina Prática de Ensino, que pouco proporciona aos estudantes a oportunidade de analisarem e refletirem sobre a realidade escolar, desconsidera os conhecimentos prévios e as experiências profissionais vividas pelos acadêmicos e não propicia uma formação investigativa.

Para mudar essa imagem negativa, a formação inicial do professor de Matemática das séries iniciais precisa passar necessariamente por momentos de reflexão, em que seja possível qualificá-lo para enfrentar as dificuldades e problemas do ambiente educacional. Por isso, proponho o uso de oficinas pedagógicas e da plataforma TelEduc Multimeios, como instrumento pedagógico, motivador, no sentido de facilitar o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

1.3 O matemático, o professor de Matemática e o pedagogo: três formas distintas de conceber o conhecimento matemático⁶

O trabalho desenvolvido pelo matemático é bem diferente do realizado pelo professor de Matemática para a Educação Básica, que corresponde ao Ensino Fundamental e Médio. Para Moreira e David (2005), uma importante distinção entre esses dois profissionais é o papel e significado que as definições e as demonstrações representam para cada um.

1.3.1 O Matemático

Davis e Hersh (1986), ao abordarem o tema “Matemático ideal”, trazem suas concepções sobre esse profissional. O matemático é aquele vê o seu trabalho como parte inerente à estrutura do mundo que o cerca, cujo produto de suas investigações são verdades válidas para sempre, cuja legitimação ocorre por meio de demonstrações rigorosas, que as tornam incontestáveis e convincentes.

(...) o matemático considera seu trabalho como parte da própria estrutura do mundo, contendo verdades que são válidas para sempre, desde o princípio dos tempos, mesmo nos locais mais remotos do universo. Sua fé são as demonstrações rigorosas; acredita que a diferença entre uma demonstração correta e incorreta é uma diferença decisiva e inconfundível. Não consegue imaginar nenhuma condenação mais execrável do que dizer de alguém “ele não sabe nem o que é uma demonstração”. No entanto, não consegue dar nenhuma explicação coerente do que significa o rigor, ou o que é necessário para tornar uma demonstração rigorosa. Em seu próprio trabalho, a fronteira entre as demonstrações completas e incompletas é algo vago e freqüentemente controvertido (DAVIS e HERSH, 1986, p. 61).

O objeto de trabalho desse profissional é produzir resultados originais elevados, científica e socialmente reconhecidos, voltados para a Matemática acadêmica, denominados de saber científico, cujas práticas se realizam por meio de questões com elevado grau de abstração, na busca permanente de generalização dos resultados, utilizando, para isso, o processo lógico-dedutivo associado com uma rigorosa

⁶ É oportuno registrar que essa discussão vem sendo feita há três anos na disciplina e que foram elaborados *slides* e notas de aula. Todo o material foi disponibilizado para os graduandos na plataforma TelEduc Multimeios.

linguagem própria da área (MOREIRA E DAVID, 2005). Suas atividades, em geral, se desenvolvem no Ensino Superior, nos cursos de graduação, pós-graduação e pesquisa acadêmica.

O Matemático acredita que o seu objeto de pesquisa existe e dedica a maior parte do seu tempo, com devoção apaixonada, a descobrir fatos relativos ao seu campo de conhecimento. O estudo é minucioso e sistemático, sendo seu foco de investigação de conhecimento da parte de um grupo reduzido de indivíduos (DAVIS E HERSH, 1986).

Ele estuda objetos cuja existência não é nem suspeitada, exceto por um pequeno grupo de colegas. Em verdade, se uma pessoa não iniciada lhe pergunta o que estuda, é incapaz de mostrar ou dizer de que se trata. É necessário submeter-se a uma aprendizagem árdua de vários anos, para poder entender a teoria a que se devota. Somente então estaríamos preparados para receber sua explicação do que está estudando. Sem isso, receber-se-ia uma definição tão obscura que derrotaria todas as tentativas de compreensão (IDEM, p.61).

Portanto, o ato de investigar, para o matemático, põe em relevo um traço fundamental, que é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, buscando identificar as respectivas propriedades. Não se preocupa se os seus resultados terão aplicação ou não, seja na própria Matemática ou fora dela.

Moreira e David (2005) entendem que, por causa da estrutura axiomática da Matemática, para estabelecer a verdade mediante raciocínio concludente, o especialista se apropria dos conceitos primitivos, das definições, postulados e teoremas anteriormente estabelecidos.

As definições formais e as demonstrações rigorosas são elementos importantes tanto durante o processo de conformação da teoria – nos momentos em que a comunidade avalia e eventualmente acata um resultado novo, garantindo-se, então, a sua incorporação ao conjunto daqueles já aceitos como válidos – quanto no processo de apresentação sistemática da teoria já elaborada. (MOREIRA e DAVID, 2005, p. 08).

A comunidade dos matemáticos é constituída por um grupo pequeno, no máximo algumas centenas de pessoas, especialistas na área. O profissional matemático, segundo Davis e Hersh (1986), é reconhecido pelo objeto de pesquisa que escolhe, quantidade de trabalhos que publica, referencial teórico que utiliza e discípulos que o

seguem. A compreensão do trabalho do matemático, por uma pessoa leiga, não é nada fácil, visto que sua prática se desenvolve quase exclusivamente no campo dos conceitos abstratos e de suas inter-relações, utilizando muito raciocínio e cálculos. São necessários muitos anos de estudo e dedicação para acompanhar a linha de raciocínio do matemático. Os autores citam como exemplo o profissional dedicado ao estudo dos “hiperquadrados não-riemannianos”, identificado por esse campo de pesquisa, e somente as pessoas que têm afinidades com este assunto compartilham suas idéias.

A formação acadêmica desse profissional ocorre no Curso de Bacharelado em Matemática, com duração média de quatro anos. São ofertadas somente disciplinas específicas durante todo o curso, entre obrigatórias e optativas. Caraça (1984, p. XIII), ao se referir à Matemática, expõe que “(..) é geralmente considerada uma ciência á parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra de um gabinete fechado, onde não entram ruídos do mundo exterior, nem o sol, nem os clamores do homem. Porém, isso só em parte é verdadeiro”. Na concepção de Davis e Hersh (1986, p.142), a abstração é essencial para a pesquisa do matemático:

A abstração é o sangue da vida matemática, e reciprocamente, como salientado por P. Dirac, “A matemática é a ferramenta especialmente apropriada para lidar com conceitos abstratos de qualquer tipo. Não há limites a seus poderes, neste campo”. Mas a abstração é ubíqua. É quase uma característica da própria inteligência, ou sinônimo dela.

As ferramentas de trabalho utilizadas pelo matemático são os saberes matemáticos reconhecidos, tais como definições, teoremas, axiomas, lemas, proposições e corolários e resolução de problemas. Davis e Hersh (1986) ainda salientam que os equipamentos laboratoriais não são muito necessários para o desenvolvimento da Matemática, e sim experimentos imaginários.

1.3.2 O professor de Matemática

O professor de Matemática é o profissional que detém domínio do conhecimento matemático e o utiliza como meio com o objetivo de formar o cidadão. É de sua responsabilidade, a formação educacional e social do estudante. É o profissional que educa pela Matemática e não para a Matemática (LINS, 2000). Desenvolve suas atividades nas escolas de Educação Básica e nas secretárias de educação. Tem como

objeto de trabalho criar as condições necessárias que produzirão os saberes matemáticos entre os alunos, a partir dos conhecimentos prévios que estes têm sobre o assunto em foco, transformando o saber científico matemático em um saber ensinado, que seja didaticamente acessível aos alunos em cada um dos níveis escolares. Tal processo é denominado por Chevallard (1991) de “Transposição Didática”.

Embora o domínio de conhecimento que o professor de Matemática deva possuir seja diferente do exigido para ser matemático, é indiscutível que ter uma sólida formação em Matemática é fundamental para ensiná-la, mas é necessária, também, uma forte formação pedagógica, que lhe possibilite conhecer em cada conteúdo seus processos e significados formais, para poder refletir e analisar criticamente as possíveis formas de abordagem e ainda ser capaz de criar estratégias.

A formação acadêmica desse profissional ocorre no Curso de Licenciatura em Matemática, que tem como objetivo principal propiciar a inserção do graduando para o magistério das séries terminais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. O aluno estuda, durante três anos, disciplinas específicas e em um ano as disciplinas pedagógicas.

As licenciaturas em Matemática não são, apenas elas, a preparar o aluno para exercer essa profissão. Os licenciados de áreas das ciências, como Física, Química e Biologia, podem se dedicar ao magistério de Matemática. Além do mais, a Nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, número 9.394/96, abre espaço para que outros profissionais de áreas diversas como, Engenharia e Arquitetura, ensinem Matemática. A lei estabelece que os portadores de diploma superior podem ensinar na Educação Básica, desde que tenham uma complementação na sua formação, por meio de programas de formação pedagógica.

As ferramentas de trabalho utilizadas pelo professor de Matemática são conhecimentos matemáticos, as atividades, recursos didáticos e as concepções educacionais.

1.3.3 O Pedagogo: professor de Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental

O ensino de Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental é da responsabilidade dos pedagogos, cuja formação acadêmica é totalmente diferente da formação do matemático e do professor de Matemática.

O Pedagogo é o profissional qualificado para atuar em diversos campos educativos tanto no setor público como no setor privado: docência (educação infantil; séries iniciais do Ensino Fundamental; EJA e disciplinas da formação pedagógica do nível médio); na organização e gestão de sistemas de ensino; unidades e projetos escolares e não-escolares; produção e difusão do conhecimento científico e tecnológico do campo educacional; e nas áreas emergentes do campo educacional. Dentre as diversas atribuições que o pedagogo pode se enquadrar, nesse trabalho focalizo apenas o pedagogo como professor de Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Sua formação acadêmica é no curso de Pedagogia. O curso busca proporcionar ampla discussão a respeito da interação da teoria com a prática. Tem duração média de quatro anos e meio, com disciplinas de ordem científica, didática, psicopedagógica e prática de ensino. O graduando é formado para assumir todas as disciplinas: Português, História, Geografia, Ciências, Matemática; e é denominado de polivalente.

Seu conhecimento em Matemática, em geral, é básico. Tem como objeto de trabalho diagnosticar problemas e apresentar soluções em diversos campos educativos: formal, não formal e informal. As ferramentas de trabalho utilizadas pelo pedagogo são conhecimentos básicos em matemáticos, as atividades, recursos didáticos e as concepções educacionais.

O quadro 1, a seguir, mostra de forma resumida a diferença entre o matemático, o professor de Matemática e o pedagogo.

Quadro 1 – Diferença entre o matemático, o professor de Matemática e o pedagogo

	Matemático	Professor de Matemática	Pedagogo
Quem é?	É profissional que vê o seu trabalho como parte inerente à estrutura do mundo que o cerca, cujo	É o profissional que tem domínio do conhecimento matemático e o utiliza	É o profissional qualificado para atuar em diversos campos educativos: formal,

	<p>produto de suas investigações são verdades válidas para sempre, cuja legitimação ocorre por meio de demonstrações rigorosas, que as tornam incontestáveis e convincentes.</p>	<p>como meio, direcionando suas atividades com objetivo de formar o cidadão. É de sua responsabilidade a formação educacional e social do estudante.</p>	<p>não formal e informal . Seu conhecimento em Matemática é básico.</p>
<p>Campo de atuação</p>	<p>Ensino Superior, nos cursos de graduação, pós-graduação e pesquisa acadêmica.</p>	<p>Escolas de Ensino Fundamental e Médio, e nas secretárias de Educação.</p>	<p>Docência (educação infantil; séries iniciais do Ensino Fundamental; EJA e disciplinas da formação pedagógica do nível médio); projetos e experiências escolares e não-escolares; produção e difusão do conhecimento científico e tecnológico do campo educacional; e nas áreas emergentes do campo educacional</p>

Objeto de trabalho	Produzir elevados resultados originais, científica e socialmente reconhecidos.	Criar as condições necessárias que produzirão os saberes matemáticos entre os alunos, a partir dos conhecimentos prévios que estes têm sobre o assunto em foco, transformando o saber científico matemático em um saber ensinado, que seja didaticamente acessível aos alunos em cada um dos níveis escolares.	Diagnosticar problemas e apresentar soluções em diversos campos educativos (formal, não formal e informal).
Ferramentas de trabalho	Saberes matemáticos reconhecidos: definições, teoremas, axiomas, lemas, proposições e corolários, bem como a resolução de problemas.	Conhecimentos matemáticos, as atividades, recursos didáticos e as concepções educacionais.	Conhecimentos básicos em matemáticos, as atividades, recursos didáticos e as concepções educacionais.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Pela minha formação e vivência no magistério percebo que os cursos de formação de professores não conseguem assegurar uma boa qualidade na preparação do futuro professor de Matemática, cuja repercussão é um ensino referenciado por livros, muitas vezes de má qualidade. A utilização dos recursos computacionais, como a *Internet*, ainda não integra de forma satisfatória as práticas pedagógicas dos professores do Ensino Superior, quer pela sua ausência na universidade ou por desconhecimento sobre seu potencial pedagógico no processo de ensino-aprendizagem.

2 CAMINHOS DA PESQUISA

Neste capítulo apresento a metodologia utilizada na pesquisa e os procedimentos metodológicos adotados. Por acreditar que uma boa metodologia de ensino é aquela que trabalha com o raciocínio do indivíduo e a compreensão dos processos, e que o professor é um elemento essencial para o desenrolar deste processo, auxiliando o aluno a compreender o significado do que seja investigar em Matemática, apresento também as propostas de ensino Sequência Fedathi e Engenharia Didática, desenvolvidas para o ensino de Matemática, as quais serviram como veio principal de investigação para a realização deste trabalho.

2.1 Diretrizes teórico-metodológicas da pesquisa

Caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa mediante uma intervenção, de natureza de pesquisa-ação, à luz do seguinte pressuposto: como o desenvolvimento da metodologia para o ensino de Matemática no Curso de Pedagogia, a partir de oficinas pedagógicas e plataforma educacional TelEduc Multimeios, podem contribuir para melhorar os conhecimentos matemáticos dos licenciados em Pedagogia.

Para André (1995), a pesquisa-ação é um processo científico de investigação que possibilita aos práticos estudar cientificamente seus problemas; envolve um plano de ação, a fim de orientar, corrigir e avaliar suas ações e decisões. Este tipo de pesquisa caracteriza-se como uma ação sistemática e controlada, desenvolvida pelo próprio pesquisador. O plano de ação se baseia em objetivos, em acompanhamento e controle da ação planejada e no seu relato concomitante. Ensina Haguette (1992, p. 117) que a intervenção é a principal característica deste tipo de pesquisa:

A pesquisa-ação, como método de abordagem do real, tem sido informada pelos mais variados matizes teóricos. Sua principal característica, a intervenção, se presta tanto a ações integradoras que à auto-regulação do objeto de estudo (grupo, instituição, movimento social, indivíduo) e a mudanças não radicais, como a constatação das estruturas, e à luta por transformações revolucionárias.

Para a delimitação do quadro conceitual sobre o tema, foi desenvolvida, desde o princípio da investigação, uma pesquisa bibliográfica, a partir de leituras, discussões e

reflexões de conteúdos elaborados sobre o assunto, utilizando livros, *sites*, artigos científicos e outros relevantes a essa área.

Este tipo de pesquisa, na concepção de Gil (1996) e Manzo (1971), é essencial para qualquer pesquisa científica e refere-se ao levantamento teórico acerca do assunto em foco, a partir de material elaborado e publicado. Para Lakatos e Marconi (1991), a pesquisa bibliográfica não representa mera repetição do que foi dito ou escrito sobre certo assunto, mas proporciona uma discussão mais detalhada a respeito do tema sob nova perspectiva, chegando a conclusões inovadoras.

A pesquisa foi desenvolvida junto a 42 graduandos do sétimo semestre, matriculados na disciplina *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental*, no turno diurno, oferecido pelo Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará, em 2006.1.

Para viabilizar a investigação, os graduandos assinaram um termo de consentimento (apêndice 1), autorizando a utilização dos dados coletados, em que foi acertado o anonimato a respeito dos seus nomes. Nesse caso utilizei, segundo a ordem alfabética dos nomes dos estudantes, os números de 01 a 42 para identificá-los: Aluno 01, Aluno 02,..., Aluno 42. Em relação ao gênero dos participantes, o tratamento se deu de acordo com cada sexo, ou seja, o indivíduo do sexo masculino denominou-se de aluno e o do feminino, chamei de aluna.

A disciplina contou com o seu professor efetivo que criou e gerenciou as atividades no ambiente TelEduc Multimeios e identificou-se pela letra P. Contou também com 3 formadoras, integrantes do Grupo de Educação Matemática do Laboratório de Pesquisa Multimeios – GEM² da UFC e alunas do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação – FACED da UFC, cujos objetos de pesquisa estão inseridos nos conteúdos das séries iniciais. Elas foram identificadas por F1, F2 (autora desse trabalho) e F3. As formadoras F1 e F2 possui formação em licenciatura em Matemática e F3 em Pedagogia.

A dinâmica da disciplina foi desenvolvida, procurando reaver os significados mais elementares ou fundamentais de cada conteúdo trabalhado, baseando-se na compreensão e reflexão de um ensino voltado para uma aprendizagem contínua e gradual, em que os assuntos sejam retomados gradativamente, de acordo com as necessidades do grupo e grau de maturidade física, psicológica e cognitiva dos agentes envolvidos.

A efetivação dessa investigação abrangeu cinco momentos:

a) Primeiro: Diagnóstico

Esta etapa objetivou caracterizar as concepções acerca da Matemática, do ensino e da aprendizagem discentes. A importância desta fase consistiu em registrar os depoimentos dos alunos sobre sua escolarização, sua relação com a Matemática, o motivo que os levou à escolha do Curso de Pedagogia, seus conhecimentos acerca do TelEduc e suas perspectivas e interesses em relação à disciplina.

A partir dos dados coletados, foi possível compor um perfil dos alunos pesquisados. A concretização desta etapa envolveu duas horas-aula.

b) Segundo: Aulas teóricas (presencial)

Essa etapa envolveu a exposição dos conteúdos matemáticos (Números, Sistema de Numeração Decimal, Quatro Operações, Frações, Geometria e Medidas) pelo professor ou pelas formadoras. A intenção era fortalecer os conhecimentos dos alunos acerca dos conceitos matemáticos básicos, em uma perspectiva de aprendizagem significativa.

A partir da ação acima (momento a) as aulas teóricas foram organizadas em seis sessões, cada uma abordando tema específico, conforme discriminado a seguir: Tema 01 – Número; Tema 02 – Sistema de Numeração Decimal; Tema 03 – Quatro Operações; Tema 04 – Frações; Tema 05 – Geometria e Tema 06 - Medidas. Cada sessão teve a duração de cinco horas-aula, ocorrendo a cada quinze dias.

O professor e as formadoras reuniam-se semanalmente para estudar o conteúdo e elaborar a Engenharia Didática e a Seqüência Fedathi relativas a cada conteúdo a ser ministrado na semana seguinte. Essa estratégia de trabalho foi pensada para que a equipe pudesse fazer possíveis realinhamentos, no sentido de minimizar as dificuldades dos alunos, buscando explorar cada tópico de forma interativa da teoria com a prática. A Engenharia Didática dos números fracionários não será apresentada nesse trabalho, pois faz parte da dissertação de mestrado da formadora F3.

c) Terceiro: Oficinas pedagógicas (presencial)

Os alunos foram divididos em seis subgrupos, denominados Euclides, Euler, Fedathi, Lagrange, Newton, Whitehard. Cada formadora ficou responsável pelo acompanhamento e orientação de dois subgrupos.

Com as informações adquiridas nos momentos anteriores, as equipes de alunos elaboraram e confeccionaram diversos materiais alternativos de baixo custo, utilizando sucatas e materiais simples do dia-a-dia. Cada equipe teve no mínimo dois encontros de estudos com as formadoras.

Essa fase caracterizou-se pela possibilidade de proporcionar aos alunos de Pedagogia, por meio de estudos e orientações, a valorização de estratégias alternativas de ensino e o aperfeiçoamento de sua prática pedagógica futura, a partir da reflexão *na e sobre a ação* (SCHÖN, 2000), que possibilite uma mudança de atitude; a recuperação do caráter investigativo; a motivação para realizar atividades opcionais no ensino/aprendizagem.

As oficinas pedagógicas foram organizadas também em seis sessões, cada uma abordando um tema específico trabalhado nas aulas teóricas: Tema 01 – Número; Tema 02 – Sistema de Numeração Decimal; Tema 03 – Quatro Operações; Tema 04 – Frações; Tema 05 – Geometria; e Tema 06 - Medidas. Essa etapa teve a duração de cinco horas-aula, ocorrendo a cada quinze dias, alternando com o momento dois.

d) Quarto: Plataforma TelEduc Multimeios (a distância)

Essa etapa se destinou à utilização da plataforma TelEduc Multimeios, em que o aluno, ao final de cada aula teórica e prática, foi obrigado a produzir e depositar no Portfólio ou no Diário de Bordo um resumo reflexivo das principais idéias tratadas, expondo o seu ponto de vista em termos de aprendizagem. As atividades eram totalmente compartilhadas com os demais participantes do curso, tanto para os demais alunos, formadoras e professor, no sentido de socializar e/ou comentar os trabalhos,

pelos demais. As sugestões e as críticas da disciplina também foram depositadas nessas duas ferramentas.

Lista de atividades foram depositadas na ferramenta Atividades e, também, foram abertos fóruns para discussão.

O objetivo dessa etapa era aprofundar teoricamente os conceitos matemáticos, discutidos anteriormente, nos dois últimos momentos (b e c).

e) **Quinto:** Análise e sistematização dos resultados

Como assinalado antes, o processo formativo configura-se também como um espaço de investigação. Cada momento (a, b, c, d) foi acompanhado e houve estratégias específicas, visando à coleta de dados, os quais permitiram responder às questões sinalizadas na problemática que orientou a pesquisa. Cada instrumental de coleta de dado foi objeto de estudo.

O instrumento utilizado para o primeiro momento (diagnóstico) foi aplicação de um questionário (apêndice 2), no dia 04/04/06, em sala presencial, com questões objetivas e subjetivas. As perguntas foram agrupadas em quatro categorias: identificação, escolaridade, interatividade e profissional.

Para analisar o segundo momento, aulas teóricas, foram utilizados os registros dos alunos, disponibilizados nas ferramentas Portfólio e Diário de Bordo da plataforma TelEduc.

No terceiro momento, oficinas pedagógicas, além das observações e acompanhamento dos trabalhos, foram empregadas, também, os registros dos alunos, disponibilizados nas ferramentas Portfólio e Diário de Bordo. Cada sessão foi filmada (registro das imagens - vídeo).

Os dados foram analisados e tabulados, de forma que possibilitem caminhos mais elucidativos para o ensino de Matemática no Curso de Pedagogia. A seguir descrevo detalhadamente as metodologias Seqüência Fedathi e a Engenharia Didática que direcionaram todo a investigação.

2.2 Metodologia de ensino: Seqüência Fedathi e Engenharia Didática

2.2.1 Seqüência Fedathi⁷

A seqüência Fedathi é uma proposta teórico-metodológica apresentada por um Grupo de Educadores Matemáticos do Estado do Ceará, conhecido como “Grupo Fedathi”⁸, sob orientação de Borges Neto. Esse referencial propõe que os conhecimentos matemáticos sejam ensinados pelo professor com base no desenvolvimento do trabalho científico de um matemático, a ‘*méthode*’, do matemático francês René Descartes.

Segundo o Grupo Fedathi (1996), reproduzir o trabalho do matemático significa abordar uma situação de ensino, levando em consideração as fases de trabalho vivenciadas por esse profissional no desenvolvimento de suas experimentações e produção técnica.

A importância da reprodução desse ambiente na sala de aula ocorre pelo fato de possibilitar ao aluno a formação de conceitos, de forma significativa, por meio da resolução de problemas, em que suas produções serão o objeto sobre o qual o professor vai partir para conduzir a mediação, a fim de levá-lo a constituir o conhecimento em jogo. Nesse processo, o professor leva em conta as experiências vivenciadas pelos alunos e seus conhecimentos anteriores acerca das atividades desenvolvidas.

Essa proposta tem como princípio, a realização de quatro estádios básicos: tomada de posição, maturação, solução e prova. Cada momento pode se confundir com as outras etapas, pois em determinadas situações elas são tão próximas que muitas vezes

⁷ Este texto faz parte do artigo *A Seqüência de FEDATHi como Proposta Metodológica no Ensino-Aprendizagem de Matemática e sua Aplicação no Ensino de Retas Paralelas*, desenvolvido por mim, juntamente com Francisco Gêvane Muniz Cunha e Maria José Araújo Souza, sob orientação do Prof. Dr. Hermínio Borges Neto, a ser publicado no volume 1 da Coleção Caderno de Fedathi.

⁸ Grupo Fedathi – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, atualmente composto por professores da Universidade Federal do Ceará - UFC, Universidade Estadual do Ceará – UECE e alunos do curso de Mestrado e Doutorado da Faculdade de Educação – FACED - UFC.

surtem simultaneamente. É preciso que o estudante passe por todas esses níveis, mesmo aqueles que possuem um raciocínio mais elaborado e busquem vencer alguma etapa, com o objetivo de o educador analisar todo raciocínio do aluno e não somente o produto final.

1 Tomada de posição: apresentação do problema.

Nessa etapa, o professor apresenta o problema ao aluno, o qual deve ter relação com o conhecimento a ser ensinado, devendo ser apreendido pelo aluno ao final do processo; é importante que o problema tenha como um dos meios de sua resolução a aplicação do conhecimento a ser ensinado. A abordagem do problema poderá ser feita de variadas formas, seja mediante uma situação-problema escrita ou verbal, de um jogo, de uma pergunta, da manipulação de material concreto; de experimentações em algum *software*; podendo os alunos trabalhar sobre o problema de maneira individual e/ou em grupo.

Para apresentar o problema, o professor já deve ter realizado, um diagnóstico inicial, a fim de identificar o nível de conhecimento do grupo, principalmente no que diz respeito aos pré-requisitos necessários para o conhecimento que pretende ensinar. Ele será um investigador de sua própria sala de aula. Deverá levantar questionamentos a fim de apreender as possíveis deficiências dos alunos em relação aos conhecimentos anteriores que deveriam possuir.

Na tomada de posição, o professor estabelecerá algumas regras que deverão nortear o trabalho dos alunos. O professor esclarecerá as dúvidas que venham surgir e observará o trabalho individual, ao passo que deverá estimular os alunos ao trabalho interativo, de forma cooperativa entre os membros de um grupo e entre os grupos como um todo.

Nesse momento, é importante que o professor, como agente mediador entre conhecimento e aluno, adote uma linguagem acessível, para poder atingir os seus objetivos de ensino e se fazer entendido pelos alunos. Digamos que o professor pergunte ao aluno: qual a sua graça? Se ele nunca tiver ouvido esse tipo de pergunta, provavelmente não saberá responder, mas se perguntar: “qual o seu nome?”, ele com certeza saberá responder. Para alcançar seus propósitos de ensino, é tarefa do professor preparar o ambiente, conquistar, orientar e apresentar os seus alunos. Assim, o

planejamento diário será de grande importância para conduzir suas aulas, que necessitarão ter flexibilidade para possíveis adaptações, a fim de garantir a participação da classe como um todo, que deve buscar ascender os alunos para o mesmo nível de aprendizagem.

2. Maturação: compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema

Essa etapa é destinada à discussão entre professor e alunos a respeito do problema focalizado; os alunos devem buscar compreender o problema e tentar identificar os possíveis caminhos que possam levá-lo a uma solução. Feitas suas interpretações, os alunos deverão identificar quais os dados contidos no problema, qual a relação entre eles e o que está sendo solicitado pela atividade.

Nesse estágio, os alunos devem levantar hipóteses a respeito de suas análises. Quando não houver a iniciativa por parte deles, o professor incitá-los-á a estabelecer relações do problema estudado com outros já conhecidos por eles, a fim de que possam utilizar os conhecimentos aprendidos anteriormente, como ferramentas auxiliares na busca da solução.

Durante a maturação do problema, o professor estará atento aos alunos, observando o seu comportamento, interesses, medos, atitudes, raciocínios, opiniões e as estratégias aplicadas na análise e busca da solução da atividade, bem como suas interpretações e modos de pensar, a fim de perceber quando e como mediar e apontar informações necessárias ante as realizações dos alunos.

3 Solução: representação e organização de esquemas/modelos que visem à solução do problema.

Nessa etapa, os alunos deverão organizar e apresentar modelos que possam conduzi-los a encontrar o que está sendo solicitado pelo problema; os quais podem ser escritos em linguagem matemática, ou simplesmente por meio de desenhos, esquemas ou mesmo mediante verbalizações.

É importante que, durante a realização dessa etapa, aconteçam as trocas de idéias, opiniões e discussões dos pontos de vista dos alunos de um grupo e dos grupos entre si. O professor deverá estimular e solicitar que os alunos expliquem seus modelos

e justifiquem a escolha de determinados caminhos, indagando sobre a completude dos modelos criados: se abrangem todas as variáveis do problema e se são suficientes para levá-los à resposta procurada.

Nesse momento, faz-se necessário dar tempo aos alunos para pensarem e refletir sobre suas realizações, avaliarem suas respostas por meio de ensaios e erros e de tentativas para validarem os modelos criados. Esse é um importante momento para os alunos exercitarem a autonomia e perceberem a importância da participação de cada um no ensino/aprendizagem.

Na busca de solução por parte dos alunos, o professor tem papel fundamental como mediador, pois deverá discutir junto com o grupo as resoluções encontradas, a fim de, juntos, concluírem qual delas é mais adequada para representar e responder o problema proposto. É essencial que, nessas discussões, fique claro para o grupo quais são as lacunas e falhas dos modelos que não foram adequados para satisfazer o problema, pois, identificando e reconhecendo os erros, os alunos se tornarão capazes de evitá-los em situações posteriores.

É importante que o professor motive os alunos a buscarem formas de verificação dos resultados encontrados. A refutação dos modelos inadequados poderá ser realizada por meio de contra-exemplos. O professor deverá mostrar aos alunos que a solução ideal deve satisfazer não só o problema em questão ou somente determinadas situações, mas sim o maior número possível de situações que necessitem desse conhecimento para serem resolvidas. Assim, é interessante que apresente situações-problemas diferentes da inicial para mostrar a limitação dos modelos que se mostraram inadequados ou insuficientes.

É normal que, nesse estágio, apenas alguns alunos, os mais adeptos da Matemática, cheguem a respostas corretas, mediante soluções variadas, utilizando modelos matemáticos desconectados do que se pretende ensinar, até porque, se o objetivo da seqüência é formular um conhecimento novo para o aluno, dificilmente ele já estará fazendo uso dele, pois, na maioria das situações, esse conhecimento ainda é desconhecido para o grupo, e será, nesse momento, que o professor começará a delinear o conhecimento científico a apresentar estágio da prova.

4 Prova: apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado

Após as discussões realizadas a respeito das produções dos alunos, o professor apresentará o novo conhecimento como meio prático e otimizado para conduzir a resposta do problema.

Nessa fase, a didática do professor será determinante para aquisição do conhecimento por parte dos alunos, pois, além de ter que manter a atenção e a motivação do grupo, o regente precisará fazer uma conexão entre os modelos apresentados pelos alunos e o modelo científico existente; deverá introduzir o novo saber por meio de sua notação simbólica em linguagem matemática, juntamente com as novas regras inerentes a esse conhecimento.

É nessa etapa final, referente à prova, que o novo conhecimento deverá ser compreendido e assimilado pelo aluno, levando-o a perceber que, a partir deste, será possível deduzir outros modelos simples e específicos, para serem aplicados a situações também particulares.

É importante que, nessa fase referente à prova, o aluno perceba a importância de se trabalhar com modelos gerais, pois estes irão instrumentar-lhe para a resolução de outros problemas e situações, contribuindo também para o desenvolvimento de seu raciocínio lógico-dedutivo, tipo de pensamento desejado e necessário para resolvermos, de maneira eficiente e lógica, problemas de nosso dia-a-dia, além de ser um tipo de pensamento importante para o desenvolvimento das ciências.

Em geral, no ensino de Matemática, os dois níveis intermediários (maturação e solução) são omitidos da sala, valorizando-se a tomada de posição e a prova. Esse salto, entre os níveis extremos, provoca problemas de aprendizagem no desenvolvimento do raciocínio matemático do aluno, pois é nas etapas intermediárias que o aluno levanta hipóteses, experimenta possibilidades de ensaios e erros, de fazer e refazer o problema, na tentativa de apresentar uma solução adequada, procedimento esse tão comum ao matemático.

O quadro a seguir mostra de forma resumida as etapas estabelecidas na Seqüência Fedathi.

Quadro 2 – Etapas da Seqüência Fedathi

ETAPAS	PROCEDIMENTOS
<p>1 Tomada de posição</p> <p>Apresentação do problema</p>	<ul style="list-style-type: none"> - situações-problema escritas ou verbais; - jogos; - material concreto manipulável; - <i>software</i> (aplicativos); e - trabalhos individuais ou grupos.
<p>2 Maturação</p> <p>Compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema</p>	<ul style="list-style-type: none"> - discussão entre professor e aluno; - hipóteses e análises; e - observações do professor.
<p>3 Solução</p> <p>Representação e organização de esquemas/modelos que visem à solução do problema</p>	<ul style="list-style-type: none"> - organização e apresentação dos modelos encontrados; - troca de idéias; - professor como mediador; - contra-exemplos; e - apresentação de várias soluções para o mesmo problema.

<p>4 Prova</p> <p>Apresentação e formalização do modelo a ser ensinado</p>	<ul style="list-style-type: none"> - conexão entre os modelos apresentados pelos alunos e o modelo científico existente; e - introduzir o novo saber por meio de sua notação simbólica em linguagem matemática, juntamente com as novas regras inerentes a esse conhecimento.
---	---

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

A investigação matemática em sala de aula por meio da Sequência Fedathi tem como ponto forte possibilitar que o aprendiz recorra aos seus conhecimentos, mobilizando os seus recursos cognitivos e afetivos, a fim de conseguir um objetivo. O envolvimento ativo do aluno nesse tipo de atividade tende a proporcionar o seu comprometimento na aprendizagem, além de trazer para o âmbito da sala de aula o espírito da atividade matemática genuína.

É importante salientar que o engajamento do estudante nas atividades matemáticas está diretamente ligado à sequência das diferentes situações propostas mediante uma situação didática. A Sequência Fedathi procura concitar o aluno à busca de novos conhecimentos a fim de proporcionar sua autonomia.

2.2.2 Engenharia Didática

A escolha da Engenharia Didática decorre do fato de possibilitar ao educador organizar uma leitura melhor dos fenômenos que rodeiam o conteúdo a ser ensinado, permitindo elaborar seqüências didáticas adequadas para o ensino de Matemática, as quais objetivam fazer interagir o aprendiz com o saber em jogo.

A expressão *Engenharia didática*, desde a década de 1980, é utilizada pelos didáticos franceses nas pesquisas de Didática da Matemática, em que o processo empírico faz parte dessas pesquisas, que têm como objeto analisar as situações didáticas. Como metodologia de pesquisa, é baseado em realizações didáticas em sala de aula. Caracteriza-se como um esquema experimental fundamentado sobre a concepção, desenvolvimento, observação e análise de seqüências de ensino, como salienta Michele Artigue (1988).

Do ponto de vista pedagógico, a autora compara a prática docente do professor ao trabalho desenvolvido por um engenheiro, que tem que possuir conhecimentos científicos para a perfeita efetivação das suas tarefas. Embora a ciência não disponha de todos os meios para as soluções dos problemas, considerando que o trabalho sobre os objetos na vida cotidiana é bem mais complexo do que os objetos depurados da Ciência, o professor, assim como o engenheiro, têm que enfrentar esses desafios. Conforme Douady (1993), *apud* Machado (1999, p. 198), entende-se como Engenharia Didática

... uma seqüência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor.

O registro dos estudos realizados e o modo de validação envolvido em todo o processo fazem parte da Engenharia Didática. Essa validação tem como característica principal o fato de ser realizada internamente, pela defrontação da *análise a priori* com base no quadro teórico com a *análise a posteriori*, ao contrário dos outros tipos de metodologia, em que é feita externamente: estatística/comparativa com grupo de controle. A esse respeito, Pais (2001, p. 100) assinala que, “além do suporte do referencial teórico, é preciso que a realização prática da pesquisa seja submetida a um controle sistemático, visando a preservar as condições de confiabilidade da atividade científica”.

Quanto à execução da Engenharia Didática, no que se refere à sua parte experimental e adotada neste trabalho de pesquisa, enumera quatro fases consecutivas: estudo preliminar, concepção e *análise a priori* das situações didáticas, experimentação, e estudo *a posteriori* e validação. Todas essas etapas são complementares.

1 Estudos preliminares

A análise preliminar deve contemplar três aspectos essenciais para a elaboração da Engenharia Didática: o aluno, o conteúdo e o ambiente.

No que diz respeito ao aluno, é fundamental que o docente conheça o seu público-alvo e seus conhecimentos prévios, fazendo um diagnóstico das suas dificuldades e limitações. Nessa fase, conhecerá as concepções dos estudantes e levantará constatações de suas vivências sobre o conteúdo a ser ensinado.

Quanto ao conteúdo, essa etapa é destinada ao levantamento bibliográfico sobre o assunto, refletindo sobre as dificuldades inerentes à aprendizagem do tema, dos pontos de vista epistemológico e didático. É também necessário conhecer o ensino atual, juntamente com os pré-requisitos necessários que o aluno deve possuir para compreender o conteúdo em foco.

Sobre o ambiente, o professor/pesquisador se preocupará em fazer um diagnóstico no qual a experiência será desenvolvida, analisando as possibilidades e o potencial dos recursos (ambiente pedagógico).

Tomando como base os dados coletados, o educador procurará organizar uma descrição das principais dimensões que envolvem o objeto a ser estudado nos seus aspectos epistemológico, cognitivo, pedagógico, entre outros. É fundamental que o professor tenha sua atenção voltada para o maior número possível de informações que rodeiam o saber em foco.

2 Estudo *a priori* das situações didáticas

Nessa fase, o professor se dedicará a planejar e aplicar as seqüências didáticas⁹ destinadas à investigação do fenômeno em estudo, tomando como referência os dados colhidos na análise preliminar. Ele buscará delimitar as variáveis de comando que envolvem o conhecimento a ser trabalhado no cenário da sala de aula, articulando-as e analisando-as no transcorrer de todo o procedimento, no sentido de relacionar os conceitos em questão com as atividades que os alunos podem desenvolver para compreender o saber em foco. Esta etapa também é destinada à constituição de uma proposta do contrato didático a ser discutido em sala de aula, assim como dos objetivos a serem atingidos e a formulação das hipóteses.

⁹ Seqüência didática é constituída por um conjunto de aulas (sessões) planejadas e analisadas antecipadamente, em torno do conteúdo previsto na pesquisa didática, a fim de estudar situações de aprendizagem.

À medida que a seqüência didática é formulada, o professor tem que pensar na mediação, neste caso, a Seqüência Fedathi, pois é ela que conduzirá toda a elaboração do conhecimento matemático. Além do mais, em sala de aula, o docente deve propiciar o surgimento de situações a-didáticas, deve abordar a mesma situação-problema sob pontos de vista diversos. O professor tem que pensar nos possíveis erros que os alunos podem cometer para poder gerenciá-los no sentido de ajudá-los na aprendizagem. Nessa fase, o regente também tem que escolher os instrumentos para a escolha dos indicadores.

3 Experimentação

Esse nível é direcionado para a aplicação das seqüências didáticas com a mediação da Seqüência Fedathi, com os sujeitos envolvidos na pesquisa. Antes, porém, de executar o experimento, o professor deverá explicitar para o público-alvo os objetivos e condições de realização da pesquisa, instituir o contrato didático, empregar os instrumentos de pesquisa e registrar os dados colhidos. De acordo com o objetivo da pesquisa, diversos suportes de registro poderão ser utilizados pelo pesquisador nessa etapa: filmadoras, gravador, observação, registro, questionário e outros.

É aconselhável realizar uma análise, a *posteriori*, de cada sessão aplicada, confrontado-a com as análises a *priori*, com a finalidade de corrigir eventuais problemas no planejamento previsto.

4 Estudo a *posteriori* e validação

Nessa fase, o pesquisador, apoiado nas observações, nos dados colhidos e nas produções dos alunos, confrontará as hipóteses levantadas na análise a *priori* com os resultados adquiridos na experimentação, validando-as ou refutando-as. Sistematizará os resultados e reorganizará a Engenharia Didática.

O quadro a seguir mostra de forma resumida as etapas estabelecidas na Engenharia Didática.

Quadro 3– Etapas da Engenharia Didática

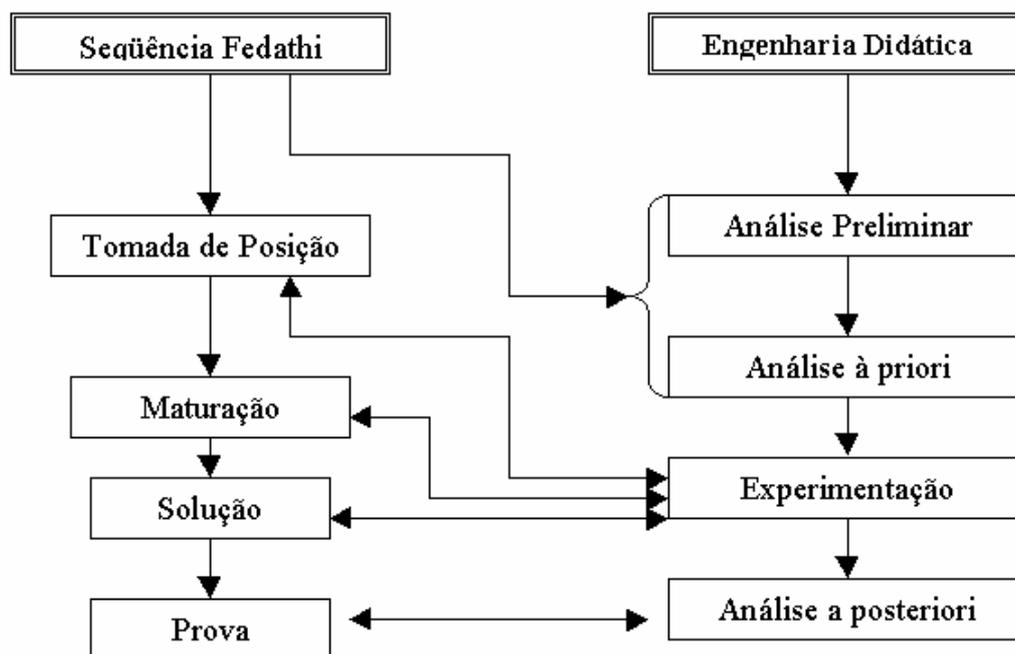
--	--

ETAPAS	PROCEDIMENTOS
<p>1 Estudo preliminar</p> <p>Contemplar três aspectos essenciais: o aluno, o conteúdo e o ambiente</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Objetivos a alcançar; - Levantamento bibliográfico: aspectos epistemológico, cognitivo, pedagógico e outros. - pré-requisitos necessários; e - diagnóstico do ambiente.
<p>2 Estudo a priori</p> <p>Planejamento das seqüências didáticas</p>	<ul style="list-style-type: none"> - toma como referência os dados colhidos na análise preliminar; e - delimita as variáveis de comando que circunda o conteúdo.
<p>3 Experimentação</p> <p>Aplicação das seqüências didáticas</p>	<ul style="list-style-type: none"> - explica os objetivos do experimento; - contrato didático; - aplica os instrumentos de pesquisa; e - registra os dados.
<p>4 Estudo a posteriori</p> <p>Avaliação do experimento</p>	<ul style="list-style-type: none"> - baseada no protocolo da investigação em sala de aula; - toma como base a análise a <i>priori</i>; e - análise da gestão da classe.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Apresento a seguir a figura que mostra a relação entre as duas teorias:

Figura 01 - A Seqüência Fedathi e sua relação com Engenharia Didática



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

3 OFICINAS PEDAGÓGICAS E A PLATAFORMA EDUCACIONAL TELEDUC MULTIMEIOS NO

CONTEXTO DA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR

Este capítulo é dedicado a discussão sobre o conhecimento matemático e como esse processo se desenvolve principalmente no Curso de Pedagogia. Discuto também a cerca da importância da utilização das oficinas pedagógicas e da plataforma educacional TelEduc Multimeios na formação inicial do professor de matemática das séries iniciais.

3.1 A elaboração do conhecimento matemático

A Ciência é uma das mais extraordinárias criações do ser humano. Está presente na sua vida desde a Pré-História, quando os primitivos recorriam à magia para tentar explicar os fenômenos da natureza, até os dias atuais, com o homem contemporâneo rodeado de aparatos tecnológicos, cujos objetos manipulados por ele são frutos da técnica e de conhecimento científico. A Ciência progride pelo acúmulo de descobertas.

Ao longo da história, as matemáticas foram os primeiros conhecimentos a receber o estatuto de ciência, em razão dos seus objetos e da sua natureza. Para Gilles (1994), o universo das Ciências está dividido em dois grandes troncos: ciências formais e ciências empíricas. A Matemática situa-se no cenário das ciências formais, cujo instrumento de análise é a lógica.

A Matemática, desde as suas origens, evolui de acordo com as necessidades e interesses do ser humano. Como ciência organizada, contribui para o desenvolvimento do pensamento hipotético-dedutivo do indivíduo. Seu ensino tem como objetivo principal desenvolver nos alunos um conjunto de habilidades e competências necessárias à formação do pensamento lógico-matemático e à resolução de problemas.

Esse pensamento é mais bem explicitado nas palavras de D'Ambrosio (1996, p.7), que argumenta ser o conhecimento matemático “uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível de um contexto natural e cultural”.

Ao fazer referência a essa temática, Nunes e Campos (1994) realçam a noção de que a Matemática é uma ciência destinada ao estudo das relações, que se faz

indispensável e necessária à vida da humanidade, em virtude da sua grande aplicabilidade na prática social, na ciência e na tecnologia, como instrumento que ajuda a explicar, entender, analisar e até modificar a sociedade. Essa afirmação é reforçada em Brasil (1997, p. 33), nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

... reconhecer que o conhecimento matemático é fruto do trabalho humano e que as idéias, conceitos e princípios que hoje são reconhecidos como conhecimento científico e fazem parte da cultura universal, surgiram de necessidades e de problemas com os quais os homens depararam ao longo da história e para os quais encontraram soluções brilhantes e engenhosas, graças a sua inteligência, esforço, dedicação e perseverança.

Assim, a Matemática deve ser explorada da maneira mais ampla possível, pois ela é essencial à educação, não podendo ficar fora da proposta curricular de ensino. Em pleno século XXI, no entanto, ainda existem muitos estudantes com receio da Matemática em virtude do modo como foi transmitida, ao longo da história.

As primeiras manifestações matemáticas ocorreram nas antigas civilizações orientais. Conforme Miorin (1998), tinha um caráter essencialmente prático e era considerada uma ciência ilustre, cujo ensino era restrito a um grupo pequeno da elite constituído por escribas, altos funcionários e dirigentes.

O ensino dos conhecimentos matemáticos começou a acontecer de maneira intencional no período das antigas civilizações orientais. Nessa época, apesar de ainda estar dando os seus primeiros passos e possuir um caráter essencialmente prático, a Matemática, já considerada uma ciência nobre, era desenvolvida separadamente das “artes técnicas”. Seu ensino era reservado apenas aos membros de uma classe privilegiada: a dos escribas, dos altos funcionários e dos dirigentes (MIORIN, p.1).

A palavra da autora mostra a não-democratização do conhecimento matemático e reforça a concepção que muitos indivíduos, ainda hoje, têm em relação à sua aprendizagem, concebendo-a como difícil, de modo que somente uma classe privilegiada, nesse caso a dos inteligentes, tem condições de aprendê-la.

No âmbito escolar, de acordo com Lima et alii (2001), ainda hoje, dificilmente o estudante experimenta situações de investigação, exploração, questionamento e reconstrução, visto que o professor tem dificuldade de fazer uma boa articulação entre a Matemática elaborada pela comunidade científica (formal) e a Matemática da vida

cotidiana. Desse modo, os educandos encontram enormes dificuldades em compreender os conceitos matemáticos.

Para Borges Neto¹⁰, é dever do educador desmistificar esses inúmeros preconceitos e idéias equivocadas que a Matemática traz ao longo dos anos. É importante que o docente tenha ciência de que o conhecimento matemático é um vetor formado por três componentes distintos, que precisam ser trabalhados no ensino de Matemática: ferramentas matemáticas, raciocínio matemático e transferência ou transposição. O diagrama a seguir apresenta essa idéia:

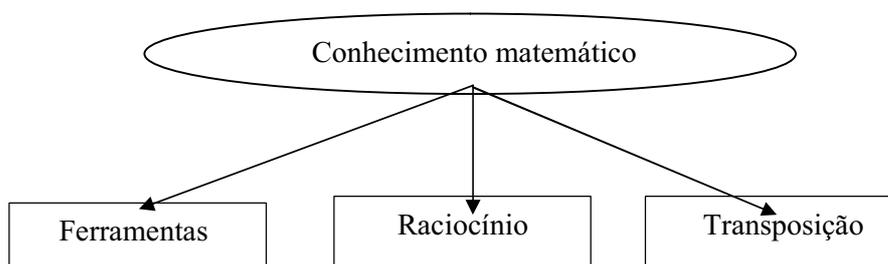


Figura 2 – Conhecimento matemático, na concepção de Borges Neto

Para o autor, as ferramentas matemáticas são os conhecimentos matemáticos (noções, definições, teoremas, dentre outros) que o indivíduo aprendeu e que podem ser utilizados para resolver problemas ou interpretar novas questões. O raciocínio é a habilidade de transformar, representar uma dada situação em uma forma que se possa utilizar o instrumental matemático. A transferência ou transposição é habilidade desenvolvida pelo indivíduo, que utiliza (transfere) o conhecimento, anteriormente adquirido em uma dada situação, para solucionar outra situação totalmente diferente da anterior.

A ferramenta matemática é a habilidade mais fácil de desenvolver no estudante, embora precise de mais tempo. O raciocínio é a única habilidade que é inata à espécie humana, pois é o único animal na terra capaz de raciocinar, mas é necessário desenvolvê-lo. A transferência ou transposição é a mais difícil de ser desenvolvida e muito pouco trabalhada em sala de aula.

¹⁰ ([http://www.multimeios.ufc.br/slides/2ª mm fedathi03 fichiers/frame.htm](http://www.multimeios.ufc.br/slides/2ª_mm_fedathi03_fichiers/frame.htm)).

Acesso: 20/11/2006.

Borges Neto ressalta que a ferramenta e o raciocínio são as habilidades mais trabalhadas no ambiente escolar, não levando em consideração os níveis cognitivos, conhecimentos prévios dos alunos. O ensino se caracteriza pela repetição e memorização dos conteúdos, em que o professor transmite o conhecimento e o aluno o recebe passivamente. A exposição de cálculos exaustivos acompanhados de uma enorme lista de atividades com exercícios semelhantes aos que foram tratados em sala de aula, sem desenvolver a transferência ou transposição do discente, é bastante comum na dinâmica dessa disciplina.

O ensino de Matemática deve proporcionar aos estudantes a oportunidade de experimentar, investigar, formular hipóteses, comparar com outras atividades apresentadas anteriormente, no sentido de fazer com que eles redescubram os conceitos matemáticos (BORGES NETO et alii, 2001). Nessa perspectiva, uma pergunta torna-se fundamental: o que muda no ensino de Matemática?

O educador Matemático Borges Neto apresenta alguns pontos que considero fundamentais: mudança de atitude do professor, pensamento matemático, modelo científico, recuperação do caráter investigativo, análise do erro e a construção interativa.

A transformação da atitude do professor é a primeira e a mais importante mudança que deve acontecer nessa nova visão de ensino. Acreditar no potencial dos alunos, valorizando os seus conhecimentos prévios, proporcionando ao máximo sua participação nas aulas, tornando-os sujeitos ativos e formuladores do conhecimento são fatores fundamentais.

O professor tem outra visão acerca da aprendizagem, passa a observar melhor o aluno, enriquece o seu repertório e melhora a capacidade de resolver problemas, analisa com detalhes resultados de medidas de aprendizagem, permite que os alunos avaliem a ação docente e faz da sala de aula um espaço de experimentação.

O desenvolvimento do pensamento matemático é outro aspecto que o professor deve buscar trabalhar com os alunos, levando em consideração as etapas que o matemático põe em prática no desenvolvimento de suas atividades. Nessa perspectiva, o docente deve levar para o âmbito escolar o que a Matemática tem de mais belo: seu caráter investigativo por meio da resolução de problemas (BORGES NETO e DIAS, 1999). Deve criar um ambiente propício em que o trabalho tome como base as conjecturas dos alunos, fazendo-os verificar e demonstrar na medida do possível.

O professor deve desafiar o aprendiz com situações compatíveis com o seu nível de entendimento, auxiliando-o por meio de questionamentos estimulantes e propondo meios para que eles consigam alcançar os objetivos, com o propósito de suscitar no estudante o gosto pelo raciocínio independente. O docente pode e deve utilizar-se de modelos matemáticos, que consistem na descrição ou no estabelecimento de protótipo de processos que ocorrem na vida real, capazes de descrever e prever o comportamento do sistema.

Davis e Hersh (1986), nesse tocante, inventariam alguns objetivos procurados na elaboração de modelos: compreender os fatores que influenciam o mundo físico, contribuir para a observação ou experimentação futuras, proporcionar o progresso e a compreensão conceituais, ajudar a sistematizar o fato físico e estimular a Matemática e a elaboração de modelos.

Resgatar o caráter investigativo é outro ponto que deve ser desenvolvido em sala. Estudos como os de Artigue (1988), D'Ambrosio (1993); D'Ambrosio (1996); Borges Neto et alii (2001); Borges Neto e Santana (2001), Santos (2001) evidenciam o fato de que o ato de investigar é uma ferramenta poderosa na formulação do conhecimento, principalmente no ensino de Matemática. Recorrendo às palavras de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 10), tem-se que

investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração.

A palavra investigar sinaliza o uso de atividades que procurem clarificar e estudar, de modo organizado, os conteúdos matemáticos, cujo professor tem o papel de simular situações em que as idéias do aprendiz venham à tona por meio da resolução de problemas. O educador precisa estar preocupado para analisar a solução do problema e, não somente, o seu resultado.

A análise do erro e a elaboração interativa são pontos que também devem ser contemplados nessa nova visão de ensino. Na escola, é comum o aluno ser punido quando erra e supervalorizado quando acerta. Pesquisas como as de Schubing (1998) e Almouloud (2000) revelam que o erro não deve representar expressão de incapacidade subjetiva ou falta de atenção, mas deve ser concebido como elemento importante para a

diagnose de situações no processo de ensino/aprendizagem. Para o educador e matemático Borges Neto, a feitura do conhecimento matemático pelos alunos é, em geral, local e pode incitar uma geração de erros no aprendiz na ocasião da aprendizagem de novos conhecimentos. Nesse caso, é preciso que o professor dê contra-exemplos que possam possibilitar a superação dessas dificuldades.

O didático francês Brousseau (1996), inspirado nas idéias do filósofo Bachelard (1938), registra em suas pesquisas três tipos principais de obstáculos, presentes no cenário educacional: os epistemológicos, os ontogênicos e os didáticos.

Os epistemológicos são aqueles inerentes ao ato de conhecer, que pertencem à natureza do próprio conhecimento, como, por exemplo, o zero, que levou milhares de anos para ser aceito como número, haja vista que a sua associação com “nada” foi e é causa de numerosos erros ainda hoje. Os ontogênicos compreendem aqueles obstáculos ocasionados pelo processo cognitivo dos estudantes nas suas limitações perante a aprendizagem, como, por exemplo, a utilização da linguagem correta da Matemática provoca esse tipo de obstáculo. Os obstáculos didáticos são aqueles originados no ambiente escolar, decorrentes das situações didáticas desenvolvidas em sala de aula, como, Vergnaud (1982), por exemplo, detectou diferentes significados para o sinal de igualdade empregada pelo professor em sala de aula e inferiu que esses obstáculos são fonte produtora de erros futuros do aluno.

Assim, é fundamental que o professor tome consciência da existência dos obstáculos e do modo como foram elaborados os conceitos e as notações matemáticas, para poder direcionar suas ações em sala de aula. Moreira e David (2005) assinalam que o docente na sua práxis pedagógica deve utilizar definições matemáticas mais descritivas, refletir sobre as causas dos erros dos educandos e buscar formas opcionais para demonstrar, argumentar ou apresentar os conceitos e resultados.

3.2 O ensino de Matemática no curso de Pedagogia

Os conhecimentos exigidos para o exercício da profissão de professor para as séries iniciais, em particular para a docência em Matemática, são trabalhados de forma não satisfatória, pelos cursos de Pedagogia e demais licenciaturas, de graduação plena, oferecidas pelas universidades e institutos superiores de Educação.

A esse respeito, Melo (1999) enfatiza que os currículos dos cursos de formação apresentam certa fragilidade, tanto nos aspectos didático-metodológicos dos conteúdos como nas concepções teóricas e políticas relativos à profissão docente, de modo que são necessários os cursos fazerem uma reflexão no âmbito das práticas e dos referenciais que os orientam.

Essa afirmação é respaldada na Lei de Diretrizes e Bases (LDB) da Educação Nacional – Lei n.º 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e na Proposta de Diretrizes para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica em cursos de Nível Superior, do Ministério da Educação - MEC, de 08 de maio de 2001, ao fazerem menção às novas perspectivas que devem ser trabalhadas nesses cursos.

A LDB da Educação Nacional, em seu artigo 63, assinala que a formação inicial de professores deve ser encarada como um grande desafio, no sentido de propiciar uma formação de alto nível, desenvolvendo no profissional, além dos conhecimentos sobre seu trabalho, habilidades que permitam a ele mobilizar esses conhecimentos (ZILMER e SANTOS ABIB, 2006).

O documento encaminhado pelo MEC apresenta o desenvolvimento de competências no futuro professor como compromisso com os valores éticos, políticos e estéticos da sociedade democrática; reconhecimento do papel social da escola; articulação entre os conhecimentos com outras áreas do saber científico, de modo a trabalhar a interdisciplinaridade; domínio do conhecimento pedagógico, elaboração e investigação de situações que proporcionem o aperfeiçoamento da prática pedagógica e o gerenciamento do próprio desenvolvimento profissional (ZILMER e SANTOS ABIB, 2006).

Com a finalidade de melhor atender a essas exigências, diversas medidas foram tomadas nas universidades brasileiras, dentre os quais exaustiva discussão e revisão dos currículos. Em consequência, a formação de professores, especialmente em Matemática, constitui um campo de pesquisa e estudo fértil. Desse modo, refletir sobre a sua prática docente e inovar devem ser compromissos do professor, com o intuito de investigar novas formas de ensino e de aprendizagem. Isso, porém, exige profunda mudança de concepção e atitude profissional, que só é possível se houver uma redefinição nos cursos de formação inicial e a implementação de cursos de formação contínua que trabalhem nessa nova visão.

Com efeito, esta investigação propõe trabalhar com a formação do pedagogo, no percurso de seu preparo inicial na área de Matemática, utilizando oficinas pedagógicas e a Internet, por meio da plataforma educacional TelEduc, como elementos de informação e saber, no intuito de propiciar maior interação professor/aluno nas relações de ensino e de aprendizagem, no sentido de alcançar uma aprendizagem significativa¹¹.

3.3 As oficinas pedagógicas

Na *communis officio*, a palavra oficina significa o lugar destinado para fazer ou consertar alguma coisa. Existem diversos tipos de cenários em que essa palavra pode ser empregada: oficina mecânica, oficina de conserto de eletrodoméstico, oficina de carpintaria e outros. Tal posição remete às seguintes perguntas: o que é oficina pedagógica? A utilização de oficina pedagógica serve de instrumento propulsor de melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática?

Na compreensão de Cuberes (1989), oficina pedagógica é um tempo e um espaço destinado à aprendizagem. A utilização de oficina pedagógica é a alternativa metodológica que pode e deve ser realizada em sala de aula, em especial, no ensino de Matemática, que possibilita a interação do estudante com o objeto, em um processo ativo de transformação na busca do conhecimento. A educadora Gianotto (2006) advoga que a expressão oficina pedagógica remete à idéia de local de ação. É uma atividade que possibilita a constituição e a reconstituição do conhecimento:

Ao priorizar a prática, tão escassa na rotina da sala de aula, as oficinas não somente despertam o interesse dos alunos, mas também constitui um desafio para o professor no que se refere ao seu planejamento e execução, assim como ao exigir, não somente leitura, mas ainda a capacidade de criar e desenvolver atividades que fujam da rotina, elaboração de metodologias, definições de dinâmicas e a busca de parcerias, para o enriquecimento do trabalho. Uma experiência cansativa, porém muito gratificante, que permite praticar a interdisciplinaridade tão discutida atualmente. (GIANOTTO, 2006, p.4).

¹¹ Expressão utilizada pelo pesquisador Ausubel (1968), em seus estudos sobre a aprendizagem, principalmente a cognitiva. O princípio fundamental para uma aprendizagem significativa é partir do conhecimento que o aprendiz já internalizou. Significa a organização e integração de novas informações na estrutura cognitiva do indivíduo.

O uso de oficinas, na perspectiva pedagógica, se contrapõe ao ensino tradicional e considera o indivíduo como um organismo ativo, inteligente, em plena e permanente interação com o espaço em que vive. Proporciona ao aluno um ambiente rico de aprendizagem, em que ele tem oportunidade de investigar, experimentar, simular situações e (re)descobrir seus “teoremas” (BORGES NETO¹², *pré-print*). A teoria e a prática, segundo Mediano (1997), estão ligadas como uma força-motriz do ensino e da aprendizagem, em que aluno é o centro desse processo. Vieira e Volquind (2002, p.17) consideram que esta metodologia amplia a possibilidade de interação do professor com o aluno, e lembram que,

através das oficinas, podemos ensinar de forma mais humanizada, onde a cultura e os valores dos alunos participantes serão respeitados. As oficinas promovem a abertura de um espaço de aprendizagem alternativo. Na oficina surge um novo tipo de comunicação, entre professores e alunos. É formada uma equipe de trabalho, onde cada um contribui com sua experiência. O professor é o dirigente, mas também, aprendiz. Cabe a ele diagnosticar o que cada participante sabe e promover o ir além do imediato. Através das oficinas é possível transformar-se o conhecimento científico em saber de ensino.

A inserção de oficinas pedagógicas no ensino de Matemática constitui um instrumento de grande valia para o ensino e a aprendizagem. Essa metodologia possibilita explorar as possibilidades dos materiais manipuláveis, no sentido de proporcionar significativa melhoria nas aprendizagens dos estudantes nos conteúdos matemáticos. Neste processo, é necessário que o professor elabore atividades criativas e dinâmicas que estimulem a participação do aluno, que deve ser motivado a buscar seus conhecimentos, por meio da própria ação de fazer.

Nesse contexto, o ambiente da sala de aula ganha novo cenário, exposições apenas orais dos conteúdos e grandes listas de exercícios, voltadas somente para aplicação direta de fórmulas e que parecem estar condicionados por carteiras enfileiradas, quadro e giz; perdem espaço para um lugar dinâmico, cheio de atividades diversificadas que possibilita a elaboração individual e coletiva do conhecimento. O aluno, nesse processo, é o protagonista da formulação do seu conhecimento.

¹² *Pré-print*: Considerações acerca do uso do computador no ensino de Matemática nos cursos de Pedagogia. http://www.multimeios.ufc.br/pre_print.php, acesso 16/04/06

A proposta de oficinas pedagógicas desenvolvida na disciplina *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental* teve como eixo principal levar os estudantes a refletirem sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática do Ensino Fundamental 1, instigando-o a pesquisar, criticar, comparar e fazer novas estratégias de ação, visando a subsidiar a sua formação inicial em Matemática. Essa idéia foi incorporada pelos alunos, pois diversos instrumentos como Quadro Valor de Lugar - Q.V.L., material dourado, baralho e muitos outros, foram feitos e utilizados em sala de aula, não por imposição do professor ou das formadoras, mas pela necessidade que os discentes sentiram de conhecer esses materiais didático-pedagógicos.

3.4 Plataforma educacional Teleduc Multimeios

A utilização da plataforma TelEduc abre diferentes possibilidades e oportunidades educacionais, entretanto, é preciso que seja utilizada como instrumento de criação, expressão e comunicação, pois todo e qualquer programa pode ser utilizado no ensino, desde que o professor saiba trabalhar pedagogicamente. Em razão do grande fascínio que o computador exerce nos indivíduos, principalmente em crianças e jovens, o educador pode e deve utilizá-lo como ferramenta, associando a aprendizagem ao prazer.

O TelEduc é um ambiente virtual gratuito destinado à criação, participação e administração de cursos na *Web* e se distingue das demais plataformas pela facilidade e flexibilidade quanto à sua funcionalidade e operacionalização.

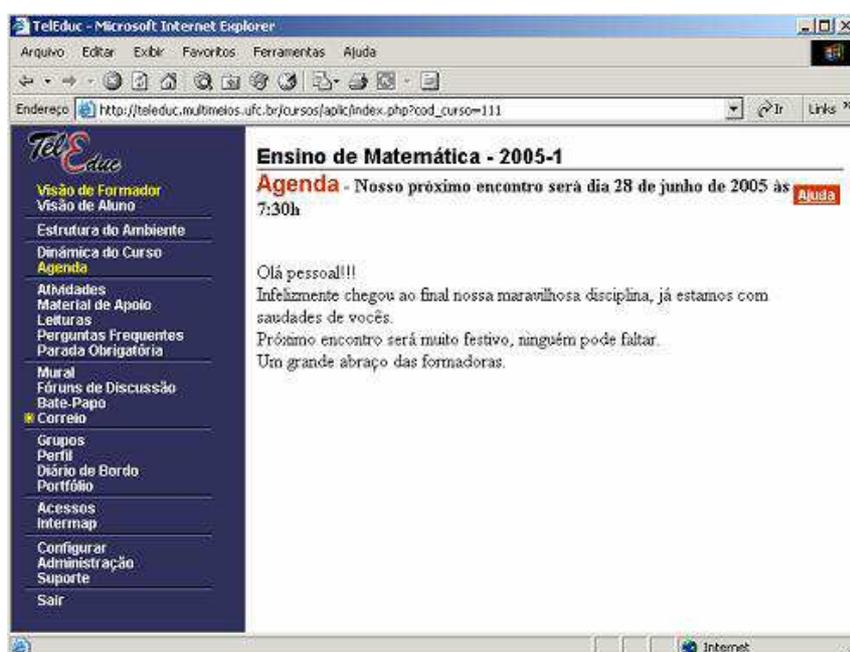
Este ambiente virtual foi desenvolvido pelo Núcleo de Informática Aplicada à Educação - NIED e pelo Instituto de Computação - IC da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, tendo como foco a formação docente para a informática educativa, com base na metodologia de formação contextualizada; é um *software* livre, cujo usuário pode redistribuir e/ou modificar sob os termos da *General Public License* (GNU) versão 2, como publicado pela *Free Software Foundation*. No laboratório Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará – UFC, encontra-se uma versão atualizada dessa plataforma (<http://teleducmm.multimeios.ufc.br>).

Seu funcionamento permite classificar os usuários em cinco tipos distintos de categorias: coordenador, formador, aluno, visitante e convidado. O coordenador é quem

cria e gerencia todo o desenvolvimento do curso, tendo acesso a todas as ferramentas disponíveis no ambiente. O formador tem permissão de acesso a todas as ferramentas, não lhe sendo permitido modificar os dados do curso. O aluno tem acesso a quase todas as ferramentas disponíveis, menos aquelas ligadas ao gerenciamento e a criação do curso. O visitante e o convidado são usuários temporários, que têm acesso à quase todas as ferramentas disponíveis.

A página de entrada do curso na plataforma é dividida em duas partes: à esquerda, encontram-se várias ferramentas - *dinâmica do curso, agenda, atividades, material de apoio, leituras, parada obrigatória, mural, fóruns de discussão, bate-papo, correio, grupos, perfil, diário de bordo, portfólio, acessos, intermap, configurar e sair*, e à direita há o conteúdo da ferramenta selecionada na parte esquerda. Apresento a seguir a imagem do ambiente TelEduc.

Figura 03 - Ambiente de entrada do TelEduc Multimeios



Fonte: TelEduc Multimeios

O TelEduc permite, de acordo com o interesse e a necessidade do curso, que as diversas ferramentas sejam ligadas e desligadas. Para uso no Laboratório de Pesquisa Multimeios todo esse ambiente virtual foi idealizado, projetado e depurado, segundo necessidades relatadas por seus usuários, conforme Borges Neto et alii (2003). A seguir, descrevo as principais ferramentas utilizadas no desenvolvimento desse trabalho.

A Agenda é a página de entrada do ambiente e do curso em andamento. É o espaço destinado para depositar a programação de um determinado período do curso (diária, semanal, mensal, ...).

A ferramenta Atividade é o espaço reservado à apresentação de atividades a serem realizadas durante o curso.

O Diário de Bordo é um espaço para que o usuário registre as anotações pessoais - sucessos, dificuldades, dúvidas, anseios. A ferramenta possibilita que os registros sejam compartilhados ou não com os demais. Se permitido o acesso para as outras pessoas, podem ser lidas e/ou comentadas.

O Portfólio é uma ferramenta que permite aos participantes do curso armazenar textos, arquivos, endereços eletrônicos e outras leituras a serem utilizados ou desenvolvidos durante o curso. Permite, ainda, que cada usuário possa ver os portfólios dos demais, podendo fazer comentários sobre eles.

A Parada Obrigatória é destinada à alocação de materiais, com o intuito de desencadear reflexões e discussões entre os usuários.

Os Fóruns de Discussão possibilitam a criação de tópicos para discussão entre os participantes, em que o acompanhamento das reflexões acontece de forma estruturada por meio da visualização das mensagens enviadas e, a participação, pelo envio de mensagens.

O Correio possibilita ao participante comunicar-se internamente com os outros usuários do curso. Todos os participantes podem enviar e receber mensagens.

A ferramenta Perfil é um espaço para que cada usuário do curso possa se apresentar aos demais de maneira informal.

O capítulo seguinte descreve detalhadamente a investigação em que foram realizadas oficinas pedagógicas e a utilização da plataforma TelEduc na disciplina de Matemática no Curso de Pedagogia da UFC.

4 A INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo faço uma descrição da investigação, caracterizando a disciplina *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental*, o cenário e os sujeitos envolvidos na pesquisa, bem como os estudos-piloto que nortearam o desenvolvimento deste trabalho e as diretrizes da disciplina em 2006.2.

4.1 O cenário da investigação

A disciplina *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental* foi realizada nas dependências físicas do Curso de Pedagogia¹³ da Universidade Federal do Ceará, tendo sido utilizados dois ambientes: laboratório de informática, denominada

¹³ O Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará tem origem na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Ceará, reconhecida pela Lei nº 3.866, de 25 de janeiro de 1961. A primeira turma ingressou no primeiro semestre de 1963 e, a partir de 1969, o curso passou a ser coordenado pela Faculdade de Educação.

Sala Multimídia – SAMIA, para discussão teórica, e a sala de aula convencional, para oficinas pedagógicas.

A SAMIA é um espaço que oferece boa infra-estrutura, de iluminação e equipamentos. Possui dezesseis computadores PC multimídia, todos ligados à *Internet*, sendo quinze para os alunos e um conectado ao telão de 54 polegadas, além de um quadro branco, pincel e apagador. Os computadores estão instalados em um formato de sala de aula convencional.

O conteúdo matemático específico foi trabalhado de forma expositiva, por meio de *slides*, disponível para acesso na plataforma de ensino a distância do Curso. O uso dos *slides* possibilitou a discussão e o aprofundamento de forma dinâmica e rápida sobre o tema, permitindo a troca de experiências entre professor, formadoras e alunos. A utilização da SAMIA possibilitou a pesquisa na *Internet* e a operacionalização de *software* educativo.

O uso do quadro branco permitiu registrar, por escrito, de alguma observação ou apresentar atividades não contempladas nos *slides*.

Um reforço a estas possibilidades é a grande experiência em estudos e pesquisas que professor e o grupo de formadoras têm sobre o assunto, no sentido de provocar ações nos alunos que possibilitem desequilíbrios e equilíbrios cognitivos.

4.2 Caracterização da disciplina

A disciplina Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental, de acordo com o programa fornecido pela Coordenação do Curso, tem como propósito fomentar no aluno a aquisição de uma atitude crítico-analítica perante os conteúdos e atividades matemáticas desenvolvidas no Ensino Fundamental, visando estabelecer possíveis relações entre a sua realidade sócio cultural e o contexto escolar. Propõe como objetivos específicos:

- compreender a aquisição do conceito de número pela criança desde as mais simples operações concretas até a sua abstração, visando ao desenvolvimento de atividades voltadas ao seu ensino na primeira fase do ensino fundamental.
- constituir as estruturas conceituais e operacionais acerca do sistema de numeração decimal, tendo em vista a sua utilização nas atividades de ensino

- aplicada nas séries iniciais; desenvolver habilidades e competências necessárias à realização das operações fundamentais no sistema de numeração decimal (adição, subtração, multiplicação e divisão), utilizando para isso várias opções pedagógicas de que dispõem as pesquisas em Educação Matemática; e
- desenvolver o raciocínio lógico das crianças por intermédio de jogos matemáticos e atividades lúdicas.

Para o cumprimento desses objetivos, o Curso apresenta, em sua ementa, os conteúdos matemáticos das séries iniciais: numeração, as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação, divisão), frações, medidas, figuras planas e o sistema monetário no cotidiano social e escolar.

Adota como metodologia de ensino aulas teóricas e práticas sobre os tópicos matemáticos, leitura e discussão de textos, uso de material didático-pedagógico, trabalhos individuais e de grupo. A avaliação do curso se desenvolve em dois aspectos: avaliação das atividades desenvolvidas ao longo do mesmo e avaliação do desempenho dos alunos (reflexão, participação e produtividade referentes aos temas abordados e teste avaliativo).

O aluno é avaliado levando-se em consideração a sua participação nas atividades individuais e de grupo, a sua assiduidade e a pontualidade no decorrer da disciplina.

4.3 Antecedentes da pesquisa: estudo-piloto

Foram realizados três estudos-piloto: 2004.1, 2005.1 e 2005.2. O primeiro mostrou resultados satisfatórios de acordo com os registros dos alunos na plataforma. O segundo foi muito bem aceito pelos alunos, visto que, dos 54 graduandos matriculados, apenas três não participaram do último fórum para discussão, destinado à avaliação da disciplina, e, dos que responderam, somente um estudante não gostou da dinâmica do Curso. A terceira aplicação não teve resultados satisfatórios, pois o Curso foi interrompido no meio do semestre. A turma era formada por sete alunos que desistiram ou passaram para o turno da noite. Diversos fatores contribuíram para esse fato: greve

dos docentes da Universidade, que durou em torno de três meses, desestimulando os alunos, problemas de saúde na família e compromissos assumidos.

O estudo-piloto 2005.1 foi escolhido a fim de servir de base para realização desta investigação com a turma 2006.1, em razão do fato de ter sido o primeiro experimento de que participei como formadora e, também, foi o curso que possibilitou melhor sistematização da proposta de trabalho. O estudo constatou que os graduandos não dominam os conceitos matemáticos das séries iniciais: Número, Sistema de Numeração Decimal, Quatro Operações, Frações, Geometria e Medidas, pois seus conhecimentos são básicos, decorrentes do convívio social e da formação escolar que tiveram.

Esse piloto ainda possibilitou detectar as dificuldades tanto no material didático como na metodologia utilizada, proporcionando redimensionar a dinâmica do Curso e o aprofundamento teórico dos pesquisadores. Isso fez com que o grupo percebesse a necessidade de reorganização das atividades, de acordo com a clientela, mesmo se tratando da mesma temática.

Para contornar as principais dificuldades evidenciadas no semestre 2005.1, a equipe de pesquisadores reuniu-se e reorganizou as engenharias didáticas do Curso, elaborando o cronograma e os critérios do funcionamento da disciplina, que serão descritos a seguir. Todo este material foi posto, antecipadamente, na ferramenta Parada Obrigatória no TelEduc Multimeios.

4.4 Diretrizes da disciplina-2006.1

A seguir descrevo o cronograma e as diretrizes da disciplina elaboradas pela equipe, no sentido de orientar os alunos sobre os critérios a serem trabalhados e exigidos na disciplina: trabalhos individuais, trabalho em grupo e avaliação da aprendizagem. Todo esse material foi depositado antecipadamente na ferramenta Parada Obrigatória na plataforma TelEduc.

a) Cronograma da disciplina

28/03 - Conversa inicial sobre a disciplina.

04/04 - Conhecendo a plataforma TelEduc Multimeios e o Contrato Didático.

- 11/04 - Educação Matemática (matemático e professor de Matemática).
18/04- Filme "Uma mente brilhante".
25/04- Educação Matemática: Seqüência Fedathi e Engenharia Didática.
02/05 - Aula teórica: "conceito do número natural" (Mediadora: Formadora 02).
09/05 - Oficina "conceito do número natural" - (Grupo Fedathi).
16/05 - Aula teórica: Sistema de Numeração Decimal (Mediadora: Formadora 03).
23/05 - Oficina "Sistema de Numeração Decimal" - (Grupo Whitehad).
30/05 - Aula teórica: Operações Fundamentais (Mediadora: Formadora 01).
06/06 - Oficina "Operações Fundamentais" - (Grupo Newton).
13/06 - Aula teórica: Números Fracionários (Mediadora: Formadora 03).
20/06 - Oficina "Números Fracionários" - (Grupo Euler).
27/06 - Aula teórica: Geometria (Mediadora: Formadora 02).
04/07 - Oficina "Geometria" - (Grupo Euclides).
11/07 - Aula teórica: Medidas (Mediadora: Formadora 01).
18/07 - Oficina "Medidas" - (Grupo Lagrange).
25/07 - Encerramento da disciplina.

b) Considerações sobre os trabalhos individuais

1. Os materiais didáticos analógico e digital relativo às atividades deveriam ser lidos antes de sua realização.
2. Os trabalhos deveriam ser colocados no portfólio.
3. Os alunos deveriam colocar o seu perfil com foto.
4. A participação nos fóruns era obrigatória.
5. Comentários, críticas e sugestões da disciplina poderiam ser postos no Diário de Bordo.
6. O material analógico estava à disposição na xerox da Mohana, na FACED.

c) Condições de trabalho em grupo

1. No máximo oito componentes por grupo.
2. As equipes deveriam participar das reuniões de planejamento. Em caso de imprevistos, o aluno deveria justificar e poderia ser remanejado para outro grupo que estivesse com vaga.

3. Os componentes do grupo deveriam participar ativamente da oficina, quer no planejamento conjunto, quer na sua apresentação.

d) A avaliação da aprendizagem

É comum no ensino de Matemática, que o processo avaliativo da aprendizagem dos alunos utilize avaliações classificatórias, valorizando apenas os resultados de provas periódicas sem a preocupação, por parte do docente, de um acompanhamento da produtividade diária do estudante.

Essa realidade é resultante de uma “cultura” que envolve o ensino, sobretudo o de Matemática, e que reconhece esse recurso como “principal elemento motivador” para condução do aluno ao estudo. Nesse sentido, tanto professor, quanto o aluno, se encontra “presos” à idéia de provas para nota, onde a necessidade da busca pela compreensão e descoberta dos conteúdos propostos são substituídos pela preocupação com a aprovação decorrente da nota. Dessa maneira a relação do sujeito cognoscente com os objetos cognoscíveis, em Matemática, fica comprometida, já que competências e habilidades não são adquiridas por meio da aplicação e realização de provas.

Nos últimos anos duas questões têm sido bastante abordadas nas discussões sobre educação: como avaliar os estudantes e quais os aspectos (desempenho acadêmico ou atitudes) que deverão ser priorizados. O processo de avaliação faz-se necessário e é inerente à educação. Faz parte do processo de construção do conhecimento do aluno e deve ser trabalhada pelo professor de forma contínua e processual, onde o aluno participe ativamente, construindo e reconstruindo conceitos, a partir da análise de dificuldades e erros. De acordo com Brasil (1997):

... a avaliação subsidia o professor com elementos para uma reflexão contínua sobre a sua prática, sobre a criação de novos instrumentos de trabalho e a retomada de aspectos que devem ser revistos, ajustados ou reconhecidos como adequadas para o processo de aprendizagem individual ou de todo o grupo. Para o aluno, é o instrumento de tomada de consciência de suas conquistas, dificuldades e possibilidades para a reorganização de seu investimento na tarefa de aprender.

A avaliação educacional é um domínio bastante complexo e se constitui parte integrante do processo ensino-aprendizagem, e requer preparo técnico e capacidade de

observação dos professores, tendo em vista o impacto desse processo no desenvolvimento dos alunos. Independentemente de qual modalidade de ensino esteja se utilizando: presencial ou distância tem como funções básicas o controle, a classificação e o diagnóstico.

Hadji (2001) propõe três modalidades de avaliação: prognóstica, somática e formativa. A primeira objetiva fazer um diagnóstico sobre os conhecimentos prévios dos alunos, para nortear o desenvolvimento do trabalho do professor. A segunda é voltada à coleta de notas atribuídas ao desempenho dos alunos, com o intuito classificatório ao final de uma etapa letiva. A última busca melhorar o desempenho dos alunos em termos de habilidades e comportamentos alcançados, visando diagnosticar, gradativamente, se há apreensão dos conteúdos pelos discentes. Essa avaliação, por ser contínua, fornece informações que podem ser utilizadas para a melhorar o curso ou programa, em termos metodológicos.

Na avaliação da aprendizagem, o professor deve evitar que os resultados das provas contínuas, geralmente de caráter classificatório, sejam supervalorizados em detrimento de suas observações diárias, de caráter diagnóstico.

Para que haja um equilíbrio entre esses dois aspectos avaliativos, o professor deve trabalhar de maneira dinâmica e interativa, para que possa ter segurança, ao longo de todo o ano, da participação e produtividade de cada aluno.

Dessa forma, o recurso avaliativo da aprendizagem, quando plenamente exercido, fornece ao professor elementos que o possibilitem interpretar a real condição do alunado em termos de seus conhecimentos sobre o que está sendo estudado. Isso facilita a redefinição das suas estratégias e atitudes com os alunos, alimentando diretamente a ação pedagógica, em que o aluno se torna um parceiro mais consciente das suas responsabilidades quanto à própria aprendizagem.

Na disciplina o processo de avaliação global do desempenho dos alunos foi desenvolvido em dois momentos:

- Momentos presenciais

1. Frequência: chamada no primeiro e no segundo tempos, no seu início.
2. Participação nas atividades propostas com sugestões, comentários e intervenções.

3. Participação e realização da oficina.

- Momentos a distância no TelEduc Multimeios

1. As anotações dos alunos das aulas teóricas e práticas deveriam ser postas no Portfólio até 10 dias após sua realização, conforme o Cronograma das Atividades, em Parada Obrigatória.
2. A participação dos alunos nos Fóruns foi objeto de avaliação pelas contribuições trazidas. Recomendou-se tréplicas nas mensagens inseridas nos Fóruns.
3. Recomendou-se acesso diário à plataforma. A qualidade deste acesso seria objeto de avaliação.
4. A apresentação de cada equipe deveria deixar disponível seu plano de aula no Portfólio do Grupo, liberado para consulta até o sábado anterior ao da realização da oficina. Este material incluiria o material digital.

Observação: a sugestão e a inserção de materiais complementares, além dos sugeridos pela equipe de Formadores, será muito bem recebida e objeto de uma consideração distinguida na avaliação.

No que se refere aos critérios de avaliação da oficina, ficou acertado que os pontos contemplados seriam os seguintes:

1. Domínio do conteúdo.
2. Metodologia - preparação, organização, criatividade, recursos didáticos e utilização do tempo.
3. Mediação - posição do grupo, linguagem utilizada e forma como foram utilizados os recursos.
4. Plano de trabalho - planejamento utilizando a Engenharia Didática e Seqüência Fedathi, incluindo o contrato didático.

4.6 Perfil dos estudantes

A turma 2006.1 é constituída por 42 alunos, sendo 41 do sexo feminino e 01 do sexo masculino. Apenas 37 alunos devolveram o questionário respondido.

Barros e Lenhfeld (1990) justificam essa ocorrência, quando dizem que o questionário é um dos instrumentos de pesquisa mais utilizados para o levantamento de informações, mas ocorre que 20% dos entrevistados não respondem, e destes nem todos respondem bem às perguntas.

A turma é formada por jovens, cuja idade média está compreendida entre 21 e 26 anos. Quanto ao estado civil, 65% (24) dos alunos são solteiros e 35% (11) são casados. Todos eles possuem algum tipo de endereço eletrônico, seja e-mail ou orkut ou msn.

Quanto à escolarização do Ensino Fundamental das séries iniciais, 27% (10) da classe cursaram escola pública, 68% (25) fizeram na escola privada, e apenas 5% (2) freqüentaram as duas redes de ensino - pública e privada - sendo a maior parte na escola particular. Para as séries terminais do Ensino Fundamental, 33% (12) da turma fizeram na escola pública, 62% (23) na escola particular e 5% em ambas.

O Ensino Médio foi realizado por 46% (17) dos participantes na escola pública e 54% (20) na rede particular. Desses, 24% (9) dos estudantes optaram pelo Curso Normal, 65% (24) escolheram o Curso Científico e os demais, que são 11% (4) dos educandos, se direcionaram para cursos profissionalizantes como Contabilidade, Técnico em Laboratório, Técnico em Telecomunicações e Técnico em Administração.

Os dados mostram a mudança que ocorreu na vida desses jovens quanto à escolha da profissão, haja vista a parcela pequena que escolheu o Curso Normal. Tal situação remete a um questionamento: o que levou estes alunos a escolherem o curso de Pedagogia?

Como resposta a esta pergunta, as informações colhidas revelam que a maioria dos estudantes optou pelo curso para fugir da Matemática, pois somente 32% (12) do grupo teve boa relação com essa disciplina na Educação Básica, enquanto 68% (25) dos acadêmicos não gostam ou sentiram algum tipo de dificuldade, conforme seus próprios depoimentos: “Quando era estudante do ensino fundamental e médio só tive dificuldade com a disciplina de matemática na sexta série do ensino fundamental, quando comecei a estudar sistemas com variáveis x , y , ...” (Aluna 20), “sempre tive dificuldade com a disciplina. Não que não gostasse da disciplina, mas é que não conseguia, ou sentia muita dificuldade de resolver as questões” (Aluna 21) e “nunca fui boa aluna, embora tirasse boas notas, sinto que não aprendi muita coisa” (Aluna 28).

O motivo da escolha do curso de Pedagogia, para a maior parte dos estudantes, que corresponde a 70% (26) da turma, foi por afinidade com a área de Educação ou pelo fato de gostar de crianças. “Gosto de educação e me identifiquei demais com o curso (aluna 05). A oportunidade de trabalhar com crianças, além de ser um curso que trabalha com textos e análise crítica” (aluna 02). Os demais, que representam 30% (11), alegam falta de opção, ou a facilidade em passar no vestibular, ou a possibilidade de transferir para outro curso como Psicologia: “a facilidade do ingresso à faculdade” (Aluna 01). “Primeiro, por não conseguir passar no curso que realmente quero. Segundo, por simpatizar com o curso. Atualmente, estou satisfeita com a pedagogia, mas não desisti de fazer outro curso” (Aluna 21).

A maior parte dos acadêmicos, 85% (32), não é estudante profissional, pois exercem algum tipo de atividade profissional, como magistério, bolsista, operador de telemarketing, dentre outros. Somente 16% (6) dos estudantes exercem atividades voltadas para o magistério, sendo dois na escola pública, dois na escola particular e dois em aulas de reforço.

Os alunos, de modo geral, têm os turnos da tarde e da noite ocupados, restringindo o seu tempo para se dedicarem à realização das atividades da faculdade, que, normalmente, ocorrem nos intervalos entre uma atividade e outra ou nos finais de semanas. “O tempo que tenho é basicamente o período da manhã em que estou na faculdade e os intervalos entre os trabalhos, já que trabalho à tarde, à noite e aos finais de semana” (Aluna 10). “O tempo que tenho realmente disponível é o domingo, mas cada hora que estou sem ter muito o que fazer, procuro ler os textos e fazer o que for possível das atividades da faculdade. O motivo de não dispor de tempo é devido trabalhar nos períodos tarde e noite e ter uma filha de seis meses” (Aluna 20).

Um aspecto que chamou atenção e mostra o desinteresse dos discentes em relação à Matemática foi quando perguntado se já haviam participado, durante o curso na universidade, de atividades, projetos de pesquisa ou em cursos de Matemática, pois somente 5% (2) dos educandos responderam afirmativamente, enquanto o restante [95% (35)] nunca frequentou nenhum curso.

Em relação ao conhecimento da plataforma TelEduc, somente 26% (8) dos alunos desconhecem este recurso. Esse fato é bastante positivo, significando que o tempo programado de duas aulas, estabelecido no cronograma da disciplina, para a familiarização da plataforma pelos estudantes, não precisava ser alterado.

No que se refere ao uso do computador, 24% (9) dos investigados sempre o utilizam em casa, pois possuem *Internet*, 5% (2) têm computador, mas utilizam outros espaços como a faculdade, o cyber-café e outros ambientes - porque não possuem *Internet* em casa. O restante do grupo [70% (26)] tem acesso ao computador em diversos lugares, pois eles não possuem computador em casa. Estes dados mostram que, embora os preços estejam mais acessíveis para compra de computador, ainda é uma minoria que tem poder aquisitivo para adquiri-lo, principalmente ligado à *Internet*.

A pergunta seguinte era destinada apenas a quem ensinava Matemática e solicitava qual a sua relação com esta disciplina em sala de aula. Dos seis que ensinam, apenas um não respondeu. Eis alguns depoimentos: “Não tenho muitas dificuldades, por já trabalhar com matemática algum tempo. Os meus alunos são jovens e adultos, então eles são muito esforçados em aprender. Mas acho minha aula um pouco tradicional” (Aluna 10). “Tenho um pouco de dificuldade com o conteúdo da oitava série e ensino médio, por não ter tido um preparo maior, pois era o pedagógico - curso normal” (Aluna 19). Para nossa surpresa 5% (2) dos alunos que não se encaixa nesse quadro colocaram suas expressões sobre essa questão: “não serei” (Aluna 37) e “não pretendo ser professora de matemática, pois não gosto nem um pouco da matéria” (Aluna 16).

A última questão indagava aos estudantes o que eles esperavam da disciplina Matemática, pedindo que detalhasse suas expectativas e interesses. Apenas 5% (2) dos pesquisados não responderam a esta questão. Mais da metade dos graduandos, 60% (22), disseram que tencionavam adquirir subsídios teóricos e metodológicos para ajudá-los nas suas vidas profissionais. “Espero sair bem preparada para que possa ensinar bem para meus futuros alunos. Sair com um ótimo embasamento teórico e prático” (Aluna 07).

Outros alunos, o que corresponde a 19% (7), pretendem aprender mais Matemática e trocar experiências com os colegas. “Espero aprender matemática: pensar, raciocinar e transferir meus conhecimentos matemáticos para outras situações-problemas. Também espero que a disciplina seja dinâmica e não cansativa e que haja harmonia entre teoria e prática” (Aluna 24). “Aprender mais sobre a matemática, trocar experiência etc” (Aluna 12).

Outro grupo, que representa 16% (6), espera superar seus temores em relação à Matemática, conforme depoimento: “Espero mudar a minha perspectiva negativa com

relação à disciplina e passar a gostar. Quero aprender a linha do raciocínio e na ‘decoreba’ de fórmulas” (Aluna 16).

5. ANÁLISES E RESULTADOS

Neste capítulo apresento uma descrição das etapas desenvolvidas no decorrer da disciplina, tanto nos momentos presenciais como a distância, e os resultados das cinco Engenharias Didáticas aplicadas – número, sistema de numeração, quatro operações, Geometria e Medidas.

5.1 Dinâmica da disciplina¹⁴

O primeiro e o segundo encontros consistiram na apresentação do grupo (alunos, formadoras e professor) e da ementa da disciplina. Foram estabelecidos o contrato didático e a dinâmica da disciplina a ser trabalhada. Os alunos foram orientados a visitar a plataforma TelEduc, com a finalidade de conhecer e explorar o ambiente de trabalho. Os alunos foram instigados a visitar a ferramenta “Parada Obrigatória” para conhecer os critérios da disciplina. Foi solicitado aos alunos que elaborassem e depositassem seus perfis. Nesse momento foi aberto o primeiro fórum: Para você, o que é Matemática?

Realizado esse primeiro momento, iniciamos a disciplina com uma discussão e reflexão sobre o papel do matemático e do professor de Matemática da Educação Básica (veja Capítulo 1, item 1.3). Observamos nas discussões um certo entusiasmo do grupo, querendo conhecer melhor cada um desses profissionais.

Para a aula seguinte, é combinado com a turma assistir ao filme “Uma mente brilhante”, que retrata a vida do matemático Jonh Nash, como matemático e professor. Ganhador do Prêmio Nobel em Economia, em 1994, e do prêmio Leroy P. Steele da *American mathematical Society*, em 1999. O filme¹⁵ mostra vários aspectos da vida de

¹⁴ A partir desse momento, será utilizada a primeira pessoa do plural, pois o trabalho foi desenvolvido pelo professor e as formadoras.

¹⁵ Dirigido: [Ron Howard](#), roteiro: Akiva Goldsman, produção: Brian Grazer e Ron Howard, música: James Horner, fotografia: Roger Deakins, desenho de produção: Wynn Thomas, direção de arte: Robert Guerra, figurino: Rita Ryack, Edição: Daniel P. Hanley e Mike Hill, efeitos especiais: Digital Domain.

Nash. É um drama e foi baseado no livro de Sylvia Nasar, lançado nos Estados Unidos, em 2001. Tem como título original “A Beautiful Mind” (www.abeautifulmind.com). Essa foi a primeira vez que houve a exibição de filme na disciplina.

Toda a turma estava concentrada no filme, pois passou o horário do intervalo e pouquíssimos alunos saíram para comprar lanche e os que saíram retornaram rapidamente à sala.

Após a exibição, foi feita pequena reflexão, mas a necessidade de dar continuidade à discussão foi suprida, então *online*, com duas atividades e os dois fóruns de discussão¹⁶ "uma mente brilhante" e “refletindo a ação do professor”. As atividades levantavam as seguintes questões:

1. Relate trechos do filme em que ficou evidente a ação do profissional matemático.
2. Cada um de vocês faz parte de um grupo que recebe o nome de um matemático. Realize uma pesquisa sobre ele e faça um resumo com suas palavras.

O primeiro fórum discutiu o seguinte questionamento: o matemático John Nash, para justificar sua ausência das aulas, disse que "as aulas driblam a mente e destroem toda criatividade autêntica". Qual a sua opinião sobre esse comentário?

A participação da classe foi muito boa, com um percentual de 76% (32) dos alunos, o que possibilitou ampliar a discussão iniciada em sala. A reflexão não se restringiu apenas ao filme, mas foram discutidos, também, os problemas educacionais relacionados com as futuras práticas pedagógicas, conforme depoimento:

- Gente o Nash não dava importância para as aulas porque ele era um gênio, mas nessa fala dele existe realmente uma crítica a educação tradicional. Mas imagino que mesmo a nossa escola sendo um lugar de "castração da mente", como já falou a Aluna 41, por exemplo, imagino que nós como futuros professores mudar nossa postura. Sei que estamos inseridos numa sociedade com todos os defeitos possíveis no que se refere a educação, mas podemos amenizar os impactos negativos com a nossa prática. (Aluna 31, fórum de discussão, 25/04/06).

Elenco: [Russell Crowe](#) (John Forbes Nash Jr.), [Ed Harris](#) (William Parcher), [Jennifer Connelly](#) (Alicia Nash), [Paul Bettany](#) (Charles), Adam Goldberg (Sol), Vivien Cardone (Marcee), Judd Hirsch (Helinger), [Josh Lucas](#) (Hansen), Anthony Rapp (Bender), [Christopher Plummer](#) (Dr. Rosen), David B. Allen (John Nash Jr. - 13 anos)

¹⁶ Os textos dos alunos na participação dos fóruns de discussão são originais, sem correção.

O segundo fórum abordou a seguinte indagação: em sala de aula, como professor do Massachusetts Institute of Technology, John Nash fez o seguinte comentário para um aluno que solicitava que o professor abrisse as janelas do ambiente, por causa do calor: "seu conforto vem depois da sua necessidade de escutar a minha voz". Em outra situação, de acordo com o filme, Nash esquece seu horário de aula com os alunos. Qual a sua opinião no que concerne à ação de Nash como professor?

Como no fórum anterior, a participação da turma foi bem significativa, pois participaram 71% (30) dos estudantes. A reflexão limitou-se praticamente à análise do comportamento de Nash. "Ele se achava muito importante e ficava perdido dentro de sua vaidade... Ele achava que o mundo girava em torno dele e de seus horários... Isso se chama egocentrismo e não deve acontecer dentro de sala de aula e nem fora dela". (Aluna 13, fórum de discussão, 18/04/2006).

O encontro seguinte teve como base a discussão sobre as metodologias de ensino: Sequência Fedathi e Engenharia Didática (veja Capítulo 3, item 3.2). Para complementação e aprofundamento do estudo, foi aberto o fórum "A importância das metodologias no ensino-aprendizagem", que focaliza o seguinte questionamento: como você concebe a viabilização do "professor-observador-pesquisador", de acordo com as metodologias propostas na aula e a realidade diária desse professor que trabalha na escola pública e privada?

A participação dos estudantes foi muito boa, tanto em sala como na plataforma. O índice de frequência no fórum foi significativa, com 64% (27) da turma. Os estudantes acharam a proposta interessante, mas alegaram que o trabalho com essas metodologias não é nada fácil, principalmente pela falta de tempo para planejar e executar.

- As metodologias propostas na aula de hoje nos dão um outro horizonte para o ensino/aprendizagem da matemática, pois trazem a importância do papel aluno neste processo, algo que já vem sendo discutido há algum tempo por vários teóricos de outras áreas, mas o que o torna especial é a preocupação com o ensino da matemática, uma área de conhecimento considerada quase inacessível, "coisa pra gênio". Por outro lado não podemos esquecer de considerar a disponibilidade do professor em se dedicar mais ao estudo para se apropriar deste saber, porém passado este empasse, creio que com estudo e um pouco de boa vontade seja possível colocar esta proposta em prática! (Aluna 28, fórum de discussão, 25/04/2006).

Os debates seguintes foram destinados ao estudo dos conteúdos matemáticos e aplicação das oficinas pedagógicas, de acordo com o assunto de cada grupo: Número, Sistema de Numeração, Operações Fundamentais, Fração, Geometria e Medidas.

As aulas teóricas eram realizadas a cada quinze dias, com duração média de cinco horas. O intervalo a cada duas aulas tinha por finalidade a realização da oficina pedagógica com a temática debatida na aula anterior, além da entrega dos trabalhos solicitados nas ferramentas Atividades e Portfólio ou Diário de Bordo, como também a participação dos alunos nos fóruns.

Além das aulas em sala, os encontros a distância se deram pela participação dos alunos em nove fóruns para discussão abertos no decorrer da disciplina. Os fóruns tiveram como objetivo discutir algum tópico pouco explorado na discussão, os quais proporcionaram aos alunos a participação e o acompanhamento das discussões, por meio da visualização, de forma estruturada, das informações e reflexões enviadas. No quadro 4, apresentamos os temas e o número de participações dos estudantes em cada fórum.

Quadro 4 - Fóruns de discussão desenvolvidos no decorrer da disciplina

TEMÁTICA	PARTICIPAÇÃO
Por que faltei na terça feira?	58
Para você, o que é Matemática?	78
Uma mente brilhante	64
Refletindo a ação do professor	53
A importância das metodologias no ensino-aprendizagem	51
O que é número e o que é numeral?	43
A construção do número	52
Números fracionários	37
O que você achou da aula teórica de frações?	36
Avaliação da disciplina	34

Fonte: Fóruns de discussão do TelEduc Multimeios

O último fórum foi destinado à avaliação da disciplina, contendo três perguntas, mediante as quais procuramos saber a opinião dos alunos sobre a dinâmica da disciplina:

- a disciplina atingiu as suas expectativas? Justifique.
- Quais os pontos positivos e negativos da disciplina?
- Dê sugestões para a próxima disciplina.

Responderam a esse fórum 83% (35) dos alunos, o que representa boa participação da turma na última atividade solicitada. A dinâmica utilizada na disciplina agradou a todos, no entanto, dois alunos manifestaram que suas expectativas não foram atingidas, embora tenham gostado da disciplina. Os outros alunos, cujas expectativas foram alcançadas, assinalaram que os estudos e reflexões proporcionados foram de muita relevância para a sua formação, consoante mostram seus depoimentos:

- As aulas da disciplina de ensino da Matemática foram extremamente ricas ao por em sintonia a teoria e a prática, por promover o engajamento maior da turma, e as formadoras juntamente com o prof: conseguiram superar minhas expectativas ao nos ensinar a construir os conceitos a partir de situações-desafio e desta forma sinto-me preparada para construir junto com as crianças os conhecimentos de matemática, não a partir dos conceitos já pronto, mais analisando, comparando, levantando hipóteses, classificando ... e assim construir um conhecimento mais elaborado sobre matemática. (Aluna 39, fórum de discussão, 24/07/2006).
- A disciplina atingiu as minhas expectativas, pois inicialmente ao presenciar a primeira aula pensei que seria bastante chata, descontextualizada de nossa prática docente, mas freqüentando as demais aulas comecei a gostar pois as formadoras faziam as aulas se sentirem bem, a ponto das aulas tornarem bastante dialogadas, com exposição de dúvidas pelos alunos, as quais as formadoras tentavam sempre responder. Além disso, elas trabalhavam a teoria vinculada com a prática, apresentando durante as aulas situações para trabalhar com os alunos em sala. (Aluno 03, fórum de discussão, 26/07/2006).

No que diz respeito aos pontos positivos e negativos identificados pelos participantes no desenvolvimento da disciplina, obtivemos respostas bem parecidas, que indicam como fator positivo a idéia de trabalhar a parte teórica e prática das aulas, utilização do ambiente Teleduc, mas sinalizam para a necessidade de melhor utilização das ferramentas dessa plataforma, bem como a diminuição das atividades exigidas nela.

- Considero como pontos positivos a maneira de como planejaram a aula. Nos explicando a teoria e fazendo a gente trabalhar com a prática através de oficinas, para assim desenvolvermos a nossa capacidade em sala de aula. Como ponto negativo, não sei se é na verdade negativo! Muitas atividades passadas! É bom, pois melhora nossos conhecimentos, mas infelizmente o tempo é muito corrido ficando assim muito puxado! (Aluno 08, fórum de discussão, 24/07/2006).

- Os pontos positivos eram as explanações em sala, os ótimos slides apresentados, ótimas interferências do professor durante as aulas teóricas e um esforço extraordinário das equipes em apresentar um bom conteúdo lúdico. Os pontos negativos que verifiquei na disciplina foi a não estimulação do uso da plataforma como auxiliar na aprendizagem (ficou a desejar) e não gostei de muitos comentários que as formadoras lançavam (alguns só diziam OK, bom, e quando questionavam realmente e que respondíamos não enviavam respostas incentivadoras ou repressivas. Me senti sozinha, não mais porque fiquei aperreando o professor e a formadora 01. (Aluno 19, fórum de discussão, 24/07/2006).
- Os pontos positivos foram a organização e cumprimento do programa e a disponibilidade das formadoras que sempre mostraram-se prestativas conosco. A idéia das oficinas a cada assunto foi muito boa para que pudéssemos praticar o que estudamos e para mim as oficinas foram momentos de maior aprendizado na disciplina, para quem as ministrou e para quem assistiu. Negativos: acho que o uso da plataforma Teleduc foi além do que imaginávamos quando no início do curso concordamos que seria um complemento da disciplina. Não foi dito claramente o peso que ele teria na nossa avaliação, houveram excessos de atividades que, a meu ver, deveriam ter sido entregues em sala mesmo, no velho papel, pois além da dificuldade de acessar a plataforma (já que a universidade é carente de laboratórios disponíveis) teríamos que reservar tempo para formatar as repostas num editor de texto. Achei que poderíamos simplificar nesse ponto. (Aluno 32, fórum de discussão, 24/07/2006).

Para finalizar, os alunos apresentaram algumas propostas para a superação das dificuldades apresentadas no decorrer da disciplina, na perspectiva de melhorar a prática pedagógica dos próximos cursos: “sugiro para o próximo semestre não ter esse excesso de atividades o que tornam as aulas um pouco corridas e os alunos muito sobrecarregados de trabalhos. É importante lembrar que temos todos os outros ensinos, não só o de matemática” (Aluno 14, fórum de discussão, 24/07/2006), “na próxima disciplina seria interessante repensar junto aos alunos o uso e objetivo do teleduc” (Aluno 36, fórum de discussão, 25/07/2006) e “(...) outras atividades fora do Teleduc, diminuindo a sua utilização, pois desta forma as pessoas que não tem acesso constante a internet não ficariam com suas atividades tão atrasadas, tendo muitas vezes que fazê-las por uma obrigação a uma coisa que foi imposta (Aluno 03, fórum de discussão, 26/07/2006).

As sugestões apresentadas revelam alguns cuidados que devem ser tomados na efetivação da disciplina e apontam a necessidade de continuação dos estudos referentes à formação inicial do pedagogo em Matemática.

5.2 Estudo *a posteriori* e validação da Engenharia Didática dos Números¹⁷

O experimento foi realizado nos dias 02 (aula teórica) e 09 (oficina pedagógica) de maio de 2006. Não foi filmado, foram feitas apenas anotações no caderno. A aula teórica foi ministrada pelo professor titular da disciplina. A oficina pedagógica foi realizada pelo grupo Fedathi, composto por 8 componentes. Como complementação ao assunto ministrado, foram abertos dois fóruns de discussão e uma lista de atividade (apêndice 7) depositada na plataforma TelEduc, composta de 5 questões.

As observações realizadas, as imagens gravadas, os fóruns de discussão, o portfólio, a oficina pedagógica e a lista de atividade deram suporte à análise.

5.2.1 Análise da aula teórica

A abordagem da discussão teórica foi direcionada para concepção de número do ponto de visão de Piaget e do Matemático, o que provocou desequilíbrio cognitivo nos estudantes, em relação aos seus conhecimentos prévios: “(...) alguns alunos tentaram responder, mas nenhuma colocação foi suficiente para classificar o conceito de número em sua complexidade” (Aluna 33, portfólio, 23/06/2006), “(...) com relação aula sobre o número pude chegar à conclusão que tanto eu quanto a maioria da turma não sabia o conceito de número, tanto por ser difícil este conceito como falou o professor e por não termos desenvolvido este conceito na escola” (Aluna 20, diário de bordo, 03/05/2006) e “(...) começou questionando o que é número? Parece uma pergunta boba, mais foi uma saia justa saber que ainda estamos despreparados para responder até as perguntas mais simples” (Aluna 17, portfólio, 17/06/2006).

Os textos produzidos pelos alunos revelam que, apenas 36% (15) da turma fizeram referência aos números naturais construídos a partir da Teoria dos Conjuntos, enquanto 64% (27) abordaram sob o foco piagetiano. Eis alguns relatos:

- Ao meu ver números são a representação gráfica (escrita) de uma quantidade. Para o professor, porém, é a associação de dois

¹⁷ Nesse capítulo apresentaremos apenas as análises das quatro Engenharias Didáticas (números, sistema de numeração, operações fundamentais, Geometria e medidas) desenvolvidas em sala de aula. Nos apêndices 3, 4, 5 e 6 encontram-se as três primeiras etapas (estudo a priori, estudo preliminares e experimentação) de cada uma das Engenharia Didática.

conjuntos distintos, ou seja, de um conjunto desconhecido com o conjunto dos números naturais. "Número é um símbolo que representa um conjunto". "Conjunto é a união de elementos com X características comuns" (Aluna 41, portfólio, 04/05/2006).

- Ressalto que a partir do texto que eu li, ele informa que segundo Piaget a construção do número na criança é a síntese da ordenação e da inclusão, formando a base para a matemática mais abstrata. (Aluna 38, portfólio, 04/05/2006).

O resultado é muito compreensível, pois são alunos de Pedagogia e a formação escolar que tiveram foi deficiente em Matemática. Além do mais, a noção de número na abordagem do Matemático não é nada fácil de entender e exige do sujeito certa maturidade.

A diferença entre número e numeral não ficou muito clara para os alunos, conforme seus relatos: "(...) houve uma certa dificuldade entre numero e numeral" (Aluna 30, portfólio, 11/05/2006), "(...) em nossa aula de hoje, realmente fiquei um pouco confusa a respeito destas definições" (Aluna 11, fórum de discussão, 09/05/2006) e "(..) percebemos que conceituar número é um pouco difícil, mas é necessário compreendê-lo para saber como a criança constrói este conceito" (Aluna 24, portfólio, 06/05/2006). Assim, é preciso um trabalho um pouco mais intenso nessa questão que é tão importante, pois são termos que aparecem constantemente nos livros didáticos e que os estudantes confundem muito.

Os alunos fazem algumas observações importantes, demonstrando suas reflexões e percepções sobre o assunto. Os relatos a seguir mostram essa situação. As justificativas descritas revelam esse aspecto.

- Outro assunto discutido e muito importante na minha opinião, é o que nós, futuros professores, devemos desenvolver na criança para que ela aprenda o conceito de número. Vimos que devemos introduzir a noção de ordem, raciocínio indutivo e dedutivo, noção de classificação, antecessor e sucessor e também a capacidade de comparação. (Aluna 13, portfólio, 02/05/2006).
- Fomos então remetidos à conclusão de que é difícil construir tal conceito, porém é fundamental compreendermos para sermos capazes de ensinar. A aula de hoje a princípio foi um pouco confusa, porém muito produtiva no que se refere a ampliação do conceito de número e as formas como podemos trabalhar o assunto com as crianças. (Aluna 33, portfólio, 23/06/2006).

A utilização da torre de Hanói foi muito importante para compreensão do raciocínio indutivo explicado na aula. Os alunos se mostraram atentos, fazendo

perguntas a respeito. O seguinte depoimento retrata essa afirmação: “adorei a exemplificação sobre raciocínio indutivo com o uso do jogo: a Torre de Hanoi. É um excelente recurso que pode ser explorado em qualquer situação e ajuda a desenvolver diversas competências nos indivíduos, além de seu papel lúdico” (Aluna 08, portfólio, 02/05/2006). Um aspecto negativo, ao uso do jogo, foi a não-manipulação do material pelos alunos, pois em sala só tínhamos uma unidade.

Em geral, os registros mostram que houve aprendizagem, tanto em conteúdo como em metodologia, mas é necessário que os alunos tenham mais estudos para aprofundar a temática, com o intuito de superar suas limitações. Os registros a seguir apresentam suas percepções a respeito do assunto: “(...) imagino que o maior exercício nem era a pergunta em si (O que é número?), mas o trabalho de pensar na resposta (o exercício mental) por isso concordo com quem diz que matemática é pura filosofia” (Aluna 08, portfólio, 02/05/2006), “(...) aprendi que mais importante do que conceituar o que seja número é preciso entender o que venha a ser número” (Aluna 11, portfólio, 16/05/2006) e “(...) outro assunto discutido e muito importante na minha opinião, é o que nós, futuros professores, devemos desenvolver na criança para que ela aprenda o conceito de número. Vimos que devemos introduzir a noção de ordem, raciocínio indutivo e dedutivo, noção de classificação, antecessor e sucessor e também a capacidade de comparação (Aluna 13, portfólio, 02/05/2006).

A aula agradou a turma, contribuindo para sua formação profissional. Os seguintes trechos ressaltam esse fato: “gostei muito dessa aula e aprendi que não basta somente garantir que as crianças recitem números e os escrevam” (Aluna 24, portfólio, 06/05/2006) e “gostei muito da aula, pois mesmo com muitas informações e teorias a aula foi bastante útil, pois muitas vezes aprendemos as coisas na escola, mas não nos preocupamos em saber porque executamos tal atitude” (Aluna 03, portfólio, 25/07/2006).

Elucidou-se o grau de comprometimento dos alunos no sentido de aplicar esta experiência na sua prática pedagógica futura: “na minha opinião, este conteúdo enriqueceu os meus conhecimentos acadêmicos. E, serviu de base para que eu fizesse um esforço dirigido na tentativa de compreender os fatores fundamentais, entendendo como a crianças constrói o conceito de número” (Aluna 04, portfólio, 04/07/2006).

5.2.2 Análise da oficina pedagógica

Para realização da oficina pedagógica, a F1 teve dois encontros com a equipe. O planejamento da oficina foi entregue no dia da prática, quebrando o contrato didático estabelecido, cuja entrega deveria ser até o sábado anterior ao da sua realização. Três situações foram bastante evidentes no desenvolvimento da oficina.

Primeiro, a equipe trouxe diferentes materiais pedagógicos para sala de aula. Além de desenvolverem atividades práticas baseadas na aula teórica, também trabalharam outros conceitos, ampliando o conhecimento dos alunos, conforme testemunho: “a partir do conceito de número repassado pelo professor na aula anterior, o grupo apresentou atividades propostas para o ensino-aprendizagem da criança” (Aluna 18, portfólio, 24/07/2006).

Segundo, a participação e a interatividade da classe nas atividades solicitadas. Os seguintes registros evidenciam esse fato: “foi muito interessante ver a turma participar empolgada e também o que pude aprender com a preparação da oficina” (Aluna 14, portfólio, 21/07/2006) e “gostei do modo como os integrantes da equipe interagiram com os demais alunos. Foram ótimas as brincadeiras, e melhor ainda é saber que podemos praticá-las” (Aluna 17, portfólio, 17/06/2006).

Terceiro, a diversidade de materiais utilizados, de baixo custo, presentes na vida cotidiana. As declarações a seguir expõem esses aspectos: “Os componentes da equipe trabalhou utilizando jogos e uma dinâmica para tornar a aula bem participativa” (Aluna 26, portfólio, 21/07/2006), “utilizamos diversos materiais, como brinquedos, gravuras, moedas e um bloco lógico (Aluna 25, portfólio, 17/05/2006) e “a equipe utilizou-se de materiais concretos e de fácil acesso, onde possibilita o aluno a interagir com materiais que fazem parte de sua vida diária” (Aluna 17, portfólio, 17/06/2006).

Um ponto bastante questionado referiu-se ao nível das atividades trabalhadas, que estavam direcionadas para crianças, contrapondo o contrato didático estabelecido no início do semestre, em que ficou acordado, em ambas partes, que as práticas deveriam ser voltadas para o nível de maturidade dos alunos da classe. O registro a seguir ilustra esse ponto. “Todas as brincadeiras foram direcionadas para a criança, fazendo oposto do que foi pedido nas oficinas que era uma abordagem mais adulta para os professores e não para os alunos” (Aluna 13, portfólio, 24/07/2006).

Os componentes da oficina consideraram que o auxílio das formadoras no planejamento das atividades foi importante para o bom desenvolvimento do trabalho, conforme suas próprias falas: “a troca de conhecimentos com a equipe e com a formadora, a Beth, foi muita válida e acho que por isso a oficina foi boa” (Aluna 14, portfólio, 21/07/2006), “gostaria de agradecer o carinho, a atenção e o desvelo da F1 que nos auxiliou na preparação desta oficina. Sua disponibilidade em se reunir conosco e suas colocações foram de extrema importância para o bom andamento desta oficina (Aluna 11, portfólio, 15/05/2006) e “nos reunimos dois dias para elaborarmos a oficina sob a orientação da F3 e da F1 (que foi super atenciosa e dedicada conosco). Além dos textos propostos para a disciplina complementamos a leitura com textos extras”(Aluna 31, portfólio, 23/05/2006).

Os componentes da oficina, ainda, reconhecem que os estudos realizados para elaboração das práticas contribuíram para o aprofundamento do assunto, de acordo com seus escritos: “foi muito bom realizar esta atividade, o estudo feito previamente e a interação com os colegas nos proporcionou um melhor aprendizado do conteúdo. Tudo se deu de maneira bem descontraída e proveitosa” (Aluna 31, portfólio, 23/05/2006), “gostei muito de participar deste grupo e oficina, pois é uma maneira gostosa de fixar o conteúdo, poder explicá-lo de uma forma diferenciada, estreitar relações de amizade e dar um novo dinamismo para as aulas do ensino de matemática” (Aluna 11, portfólio, 15/05/2006) e “ministrar esta oficina foi algo proveitoso, a interação com os colegas foi um componente fundamental” (Aluna 04, portfólio, 04/07/2006).

Os alunos, em geral, gostaram muito da oficina pedagógica e documentaram o fato de que atividades práticas, com recursos lúdicos, ajudam na aprendizagem. Os registros a seguir contemplam esse foco. “foi visto que esse tema é bem complexo mas se for transmitido de forma dinâmica e com utilização de recursos lúdicos facilita o aprendizado das crianças (Aluna 26, portfólio, 21/07/2006), “foi uma manhã muito gostosa (Aluna 35, portfólio, 27/05/2006) e “essas oficinas é que nos dão um "norte" pra trabalhar esses conteúdos numa sala de aula. Espero que os seminários continuem dessa forma com esse objetivo, pois com certeza essa disciplina é e será muito importante pra nossa prática docente” (Aluna 10, portfólio, 09/05/2006).

5.2.3 Análise do Fórum de discussão

O primeiro fórum de discussão “o que é número e o que é numeral?”, teve 71% (30) de participação da turma, em que todos souberam distinguir a diferença entre número e numeral.

O segundo fórum, “a construção do número”, solicitava aos estudantes que indicassem quais eram as ações que o professor deveria desenvolver na criança para que ela elaborasse a idéia de número, exemplificando. A participação da turma nessa discussão foi de 60% (25). Dentre os que responderam, apenas 36% (9) deram respostas satisfatórias, enquanto o restante, 64% (16), colocaram informações sem nenhum significado. Os registros a seguir mostram isso: “criança constrói a noção de número através de jogos, brincadeiras...enfim,com a prática lúdica” (Aluna 15, fórum de discussão, 03/05/2006). O resultado mostra a enorme dificuldade dos alunos em ler os textos propostos, visto que a solução para essa questão estava contemplada nessas leituras.

5.2.4 Análise da lista de atividades

A participação dos alunos na lista de atividades foi de 81% (34) da turma. A primeira questão tinha como objetivo mostrar que o homem pré-histórico não sabia contar, apenas conseguia distinguir coleções com um, dois objetos e “muitos”, além de perceber que diversas línguas e escritas, tanto antigas como modernas, trazem registros dessas formas primitivas de contar. Dos alunos que responderam, 68% (23) fizeram a primeira questão; destes, 17% (4) acertaram. Isso significa que o aspecto de investigação na disciplina precisa ser mais bem trabalhado, denunciando a enorme dificuldade dos estudantes na realização de pesquisas.

O segundo e o terceiro item tiveram uma freqüência de 94% (32) dos participantes. A segunda questão era uma revisão do conceito de correspondência biunívoca e a terceira questão tinha finalidade de mostrar que a capacidade de distinguir pequenas quantidades não é privilegio somente do ser humano, mas que alguns animais também possuem o senso numérico.

O índice de acerto nas duas perguntas foi de 66% (21) e 31% (10), respectivamente. Acreditamos que a discussão feita em sala sobre correspondência biunívoca tenha ajudado no maior número de acerto na questão dois. Já para terceira questão, faz-se necessário enfatizar mais essas questões, com indicações de leituras

extra-sala, para promover no futuro professor de Matemática um conhecimento mais sólido sobre o número.

As duas últimas questões, quarta e quinta, foram respondidas por todos. A quarta questão foi uma revisão dos conceitos de número e numeral. Somente uma pessoa errou, o que representa 3% (1) da turma. Como o assunto desse item foi discutido em sala de aula e no fórum de discussão, podemos acentuar que isso contribuiu para a quase totalidade de acertos.

A quinta questão pedia as ações que precisam ser desenvolvidas com a criança para ajudá-la na aquisição do número. O número de acertos foi de 44% (15) da turma. Como a quantidade de acertos não foi satisfatório, mesmo que tenha sido discutido anteriormente tanto em sala como no fórum de discussão, isso significa que, para as próximas turmas, é preciso dar mais ênfase a esse tópico.

5.2.5 Percepções finais

As hipóteses levantadas (os alunos não sabem o conceito de número, têm pouco conhecimento sobre o processo de aquisição do número pela criança, não sabem quais são as ações que devem ser trabalhadas com as crianças para ajudá-las na aprendizagem de números) no início do experimento foram todas confirmadas. Entretanto, os resumos, de modo geral, mostram que houve certa compreensão do assunto trabalhado, tanto na aula teórica como na oficina.

A dinâmica de trabalho utilizada proporcionou aos graduandos terem atitudes positivas em relação à Matemática, conforme depoimento a seguir: “aproveito este momento para dizer que estou gostando bastante das aulas de matemática. Antes de iniciar esta disciplina eu achava que não ia gostar, talvez por achar que a forma que eu ia aprender a ensinar seria a mesma que usaram comigo nas minhas séries iniciais (tô falando de metodologia). Agora estou percebendo que posso fazer meus alunos gostarem de matemática” (Aluna 27, portfólio, 12/05/2006).

O experimento detectou alguns pontos que precisam ser revistos para organização da Engenharia Didática. É importante que a aula e a oficina sejam filmadas, do início ao fim, para uma melhor análise. Para a próxima turma, é importante que se discuta a

segunda hipótese da origem do número, pois a maioria das pessoas desconhece, e exigir da equipe a entrega antecipada, analógica e digital, do seu planejamento.

5.3 Estudo *a posteriori* e validação da Engenharia Didática do Sistema de numeração Decimal

A investigação foi realizada nos dias 16 e 25 de maio de 2006. A aula teórica foi desenvolvida no primeiro dia, ministrada pelas formadoras 01 e 02, enquanto a parte prática foi realizada no segundo dia por meio da oficina pedagógica, cuja equipe responsável foi Whitehad com 04 componentes. Somente a oficina foi filmada.

Os instrumentos utilizados na coleta de dados na modalidade presencial foram observações, anotações no caderno, oficina pedagógica e lista de atividades (apêndice 8) com nove questões. A distância foram usados os seguintes recursos da plataforma TelEduc Multimeios: o diário de bordo e portfólio.

5.3.1 Análise da aula teórica

A abordagem dada foi desenvolvida porque acreditamos que o professor precisa ter um conhecimento maior do que aquele que vai ensinar, por isso é necessário que os licenciados tenham boa compreensão dos princípios que regem o sistema de numeração decimal, para poderem transmitir de modo mais claro às crianças.

A idéia de trabalhar em outras bases teve a intenção de fazer com que os alunos percebessem as dificuldades que as crianças sentem no processo de aprendizagem do nosso sistema, já que ele é considerado um conteúdo fácil de aprender, além de proporcionar aos estudantes a oportunidade de avaliarem seus conhecimentos acerca do assunto. Também é para mostrar que os nossos antepassados agruparam em outras bases, cujos indícios temos ainda hoje. A seguinte ilustração mostra que essa idéia foi incorporada.

- (...) pude aprender muitas coisas e tirar duvidas sobre tantas outras coisas que pensava que sabia, mas pude perceber que eram muito mais complexas do que imaginava! Gostei muito do tema, pois não tina a menor idéia da importância de conhecermos nosso sistema de numeração, para a realização das operações do cotidiano. (Aluna 28, portfólio, 05/08/2006).

As hipóteses - os alunos têm conhecimentos elementares sobre sistema de numeração, desconhecem as vantagens do sistema de numeração decimal em relação aos outros sistemas, não sabem operacionalizar com mudanças de base e não sabem colocar o número em expansão polinomial - foram validadas.

As observações mostram que os graduandos possuem conhecimentos básicos sobre sistema de numeração decimal, pois não detinham informações simples, como evidenciam seus depoimentos: “(...) contribuição que considere importante foi saber o porque o nosso sistema de numeração é chamado de indo-arábico” (Aluna 20, diário de bordo, 20/05/2006), “(...) nos fez perceber que os agrupamentos facilitam nosso sistema de contagem, ao qual estão relacionados com a unidade,dezena e centena. Aprendi que o nosso sistema de numeração é assim chamado porque os hindus o iniciaram e os árabes o difundiram” (Aluna 24, portfólio, 20/05/2006), “(...) descobrimos que o sistema de numeração surgiu com a necessidade do homem de contar e registrar (Aluna 33, portfólio, 23/06/2006) e “uma curiosidade me chamou atenção que foi o povo hindu iniciaram e o povo árabes o difundiram” (Aluna 18, portfólio, 23/05/2006).

Os discentes também desconheciam as vantagens do sistema de numeração decimal em relação aos outros sistemas. Os seguintes registros comprovam essas questões. “(...) o que eu entendi foi que o sistema indo-arabico é o que utilizamos hoje, tem como principais características a presença do zero, menos símbolos ser posicional e aditivo dentre outras” (Aluna 26, portfólio, 09/06/2006) e “(...) constatamos que o sistema de numeração que utilizamos (indo-arábico) usa um espaçamento menor porque tem menos símbolos, tem o zero, é posicional, aditivo, multiplicativo e utiliza apenas dez algarismos; enquanto a numeração romana era utilizada apenas para registros e não se adequava às quatro operações” (Aluna 25, portfólio, 17/05/2006).

Os estudantes não sabiam operacionalizar em outras bases, nem representar o número em uma expansão polinomial, de forma que o desafio lançado - escrever 72 na base 4 - foi o momento de grande atenção por parte dos licenciados, que ficaram atentos às explicações, buscando compreender todo o processo.

Segundo seus relatos, acharam, a princípio, o desafio complicado, mas, à medida que a discussão foi-se desenrolando, foram entendendo o porquê das trocas realizadas entre uma ordem e outra: “(...) o terceiro momento da aula foi resolver a uma questão proposta pela formadoras que era colocar o número 72 na base de 4. Primeiramente essa

atividade parecia ser difícil, mas com a orientação das formadoras tornou-se bem simples e compreensível! (Aluna 07, portfólio, 24/07/2006), “(...) foi posto um desafio: desmembrar como se explica matematicamente 72 na base 4. Confesso que a elaboração desta lógica me deu um nó na cabeça, mas pude compreender mais a fundo como se processava tal conhecimento” (Aluna 11, portfólio, 17/05/2006) e “(...) a princípio se tornou um pouco confuso, mas a medida que ia se dando a explicação foi se tornando um pouco mais claro” (Aluna 21, portfólio, 04/08/2006).

Uma das metas da disciplina é fazer com que o aluno compreenda a justificativa Matemática, pois partimos do princípio de que não é só fazer atividade que vai produzir conhecimento. As seguintes redações expressam as reflexões e sentimentos dos estudantes em relação à disciplina. “(...) é muito interessante esse tipo de aula em que nós sabemos os porquês das "coisas", e que elas não estão ali por acaso” (Aluna 10, portfólio, 17/05/2006) e “(...) apesar de no início dar muito trabalho acompanhar essa linha de raciocínio, pouco a pouco estou percebendo que o conhecimento por mim adquirido durante estas aulas está bem mais sedimentado do que outros conteúdos que são literalmente jogados em cima de mim em outras disciplinas. Aos poucos estou entendendo mais essa matéria e tomando mais gosto por ela!” (Aluna 11, portfólio, 17/05/2006).

Os objetivos traçados para a aula foram alcançados, mas é necessário que os alunos tenham mais leituras sobre o conteúdo. Os registros a seguir mostram suas percepções: “percebi que o intuito delas nos pedir para agruparmos e reagruparmos era para que entendêssemos que esse exercício facilita a contagem, ou seja, dependendo da quantidade de unidades, os agrupamentos facilitam a contagem” (Aluna 31, portfólio, 23/05/2006), “(...) o processo de agrupar e reagrupar facilita nossa contagem” (Aluna 25, portfólio, 17/05/2006) “(...) O sistema de numeração decimal que utilizamos possui determinadas características estruturais que nem sempre são compreendidas pelo aluno, pois exigem um alto grau de abstração. Entre elas destacamos: ser posicional, ser aditivo e possuir o zero” (Aluna 19, portfólio, 22/05/2006) e “acredito que foi um assunto que se revelou de certa forma difícil e principalmente pudemos perceber que não é nada para se decorar, como eu aprendi na escola. É interessante descobrir a lógica por traz desses sistemas que retratam um momento histórico e a cultura de um povo” (Aluna 32, portfólio, 31/07/2006).

A dinâmica utilizada na aula agradou aos alunos, como mostram seus próprios depoimentos: “(...) a aula foi interessante, instigante e produtiva (Aluna 24, portfólio, 203/05/2006), “(...) a aula de hoje foi muito proveitosa, pois o assunto foi explorado de diversas formas e o conhecimento foi construído coletivamente, evitando assim que a aula se tornasse maçante” (Aluna 33, portfólio, 23/06/2006) e “(...) hoje a aula foi muito importante e interessante, já que o conteúdo foi abordado de várias maneiras, não tornando-se assim uma aula cansativa” (Aluna 07, portfólio, 24/07/2006).

5.3.2 Análise da oficina pedagógica

A oficina iniciou às 8h 45min, com um atraso de uma hora. A equipe demonstrou insegurança ao tratar da recuperação histórica e do caráter da “posicionalidade” do sistema de numeração decimal. Apesar dessas dificuldades, as atividades desenvolvidas ajudaram os alunos na compreensão do assunto estudado, de acordo com os seus próprios relatos: (...) na aula sobre sistema de numeração fiquei com algumas dúvidas sobre a questão de se trabalhar bases diferentes, mas com a oficina pude compreender e tirar as minhas dúvidas. “(...) com certeza as questões ficaram bem mais fáceis de resolver após a apresentação da segunda da oficina” (Aluna 20, diário de bordo, 24/05/2006), “(...) a apresentação foi fundamental para que pudéssemos aprofundar o assunto e compreendê-lo melhor” (Aluna 33, Diário de Bordo, 23/06/2006).

Um dos pontos positivos da oficina foi a dinâmica das atividades estarem direcionadas para o público adulto, respeitando o contrato didático firmado no início do semestre. A fala a seguir testemunha esse ponto: “(...) O grupo Whitehad realmente direcionou a oficina para o público adulto, por isso parabênizo seus componentes” (Aluna 24, portfólio, 28/05/2006).

As atividades foram desenvolvidas tomando aula teórica como base, mas a equipe foi mais além, aprofundando a discussão, utilizando diversos materiais de baixo custo, em especial o quadro valor de lugar – Q.V.L. confeccionado com papel-madeira. Os depoimentos a seguir reforçam essa colocação: “(...) a equipe repetiu e aprofundou algumas abordagens de aula passada” (Aluna 33, portfólio, 23/06/2006) e “(...) no começo eu achei que estavam repetindo as mesmas coisas da aula passada mais depois

elas foram falando outros temas que englobavam o assunto e fazendo várias demonstrações, foi muito boa a apresentação” (Aluna 26, portfólio, 24/05/2006).

A oficina foi importante porque apresentou diversas atividades com materiais de baixo custo, proporcionando novas idéias à prática pedagógica futura dos discentes. O relato a seguir apresenta esse fato: “Através das atividades práticas desta oficina tive boas idéias de trabalho em sala de aula” (Aluna 25, portfólio, 11/07/2006).

A princípio houve certa rejeição ao uso da filmadora, alegando que o instrumento iria intimidá-los no desenvolvimento das atividades. O desafio foi então conscientizá-los da importância do equipamento para desenvolvimento da pesquisa, que eles haviam autorizado. A redação a seguir apresenta essa situação: “(...) só não gostei da filmadora acho que deixou a equipe um pouco nervosa e envergonhada, mais valeu elas estavam muito bem e estão de parabéns” (Aluna 26, portfólio, 25/05/2006).

A turma, de modo geral, gostou das atividades realizadas na oficina, conforme seus relatos: “(...) a aula de hoje foi bem interessante” (Aluna 23, portfólio, 23/05/2006) e “(...) foi interessante, instigante e produtiva” (Aluna 24, portfólio, 28/05/2006).

5.3.3 Análise da lista de atividades

Com o intuito de aprofundar os estudos sobre o sistema de numeração decimal, foi disponibilizada na plataforma TelEduc Multimeios uma lista de atividade com oito questões. A participação dos discentes na atividade foi muito boa, com 74% (31) da turma.

A primeira questão solicitava que representassem os números 143, 1134, 65 e 945 no sistema de numeração egípcio e romano, cujo objetivo era revisar essas escritas, em especial, o sistema romano, que é o mais enfatizado nos livros didáticos. A análise aponta que 52% (16) dos alunos responderam corretamente os dois itens, enquanto 48% (15) fizeram apenas o item que se refere à numeração romana.

A limitação de recursos computacionais e o desconhecimento dos alunos sobre ferramentas que existem para o ensino de Matemática fizeram com que eles criassem meios para responder o item sobre a numeração egípcia, conforme seus depoimentos: “Como não há símbolos egípcios no teclado eu faço aqui a legenda que corresponde: @ = C egípcio = 100(cem), Rosa = rosa egípcia = 1.000(mil), \$= ferradura egípcia = 10(dez) e I = pauzinho egípcio = 1(um) ou mais dependendo da quantidade ofertada.

(Aluna 16, portfólio, 24/05/2006) e 143 egípcio = 1 caracol + 4 ferraduras + 3 bastões (Aluno 36, portfólio, 30/05/2006).

Três alunos, que não responderam o item do sistema egípcio, se justificam, dizendo que no programa não havia recursos para fazer a representação, conforme suas redações: Fiz no caderno mas não sei colocar aqui (Aluna 27, portfólio, 31/07/2006), Não foi possível escrever no sistema egípcio, pois não encontrei os símbolos (Aluna 28, portfólio, 04/08/2006) e Números egípcios: não foi possível desenhar os símbolos, pois o programa não possui o recurso (Aluna 32, portfólio, 27/06/2006)

A segunda e a terceira atividades tinham como finalidade proporcionar aos graduandos uma revisão do conteúdo. A pergunta da segunda se referia a numeração romana e solicitava qual o número que não tem representação nesse sistema. Já a terceira perguntava o que é à base de um sistema de numeração. As duas questões tiveram um índice de acerto muito bom, com 100% (31) e 81% (25) dos participantes, respectivamente.

A quarta e quinta atividades foram mais complicadas e exigiam cálculos para sua resolução. A primeira questão rogava que representasse o número 1542 nas bases 3 e 7, ao passo que a outra interrogação requeria quantas horas, minutos e segundos há em 10 870 segundos e qual a base utilizada. A observação minúcia indica que os participantes não se saíram muito bem na quarta questão. Nesse caso, acertaram apenas 45% (14) dos alunos. No que se refere à quinta questão, 74% (23) dos licenciados acertaram, demonstrando que não houve dificuldade para encontrar a solução do problema.

Para melhor análise, os estudantes que erraram a quarta questão, que significa 55% (17) dos participantes, foram divididos em duas categorias: os que deram apenas resposta e os que apresentaram erros de cálculo. A frequência no primeiro grupo foi de 47% (08) e no segundo 53% (09).

A análise na primeira categoria nada revela, considerando que fica difícil fazer qualquer afirmação, tomando como base somente respostas. Na segunda categoria, o procedimento utilizado mostra falta de atenção dos alunos no primeiro item (base 3), pois fizeram o algoritmo corretamente, mas erraram na representação, conforme exemplo:

$$\begin{array}{r}
 1542/3 \\
 042 \ 514/3 \\
 (0) \ 04 \ 171/3 \\
 (1) \ 21 \ 57/3 \\
 (0)27 \ 19/3 \\
 (0) \ (1)6/3 \\
 (0)2/3 \\
 (2)0
 \end{array}$$

$$R = (20001)_3$$

Para o item que solicitava a base 7, tivemos como resposta o seguinte algoritmo:

$$\begin{array}{r}
 1542/7 \\
 14 \ 22/7 \\
 (02) \ (01)3/7 \\
 (03) \ 0
 \end{array}$$

$$R = (312)_7$$

O cálculo da primeira divisão evidência que os alunos não se lembram de que no quociente é preciso colocar zero após o número dois. O grupo de alunos demonstrou ter conhecimento sobre a operação de divisão, mas não se lembrou de interpretar adequadamente o resultado. Pela nossa experiência este tipo de erro é bastante comum aos alunos da Pedagogia.

A três últimas questões envolveram uma revisão do nosso sistema de numeração decimal. A sexta questão pedia que explicasse a afirmação: “o sistema de numeração que utilizamos é chamado de Indo-arábico”. A sétima questão perguntava quais são o menor e o maior número possíveis de se escrever no sistema de numeração indo-arábico, e a oitava questão pedia que comparasse os sistemas de numeração egípcio e romano com o indo-arábico, apontando as características básicas de cada sistema. As três atividades tiveram do grupo um percentual de acerto muito significativo, com 97% (30), 81% (25) e 84% (26), respectivamente.

5.3.4 Percepções finais

Os fatores pesquisados, aula teórica, oficina pedagógica e lista de atividade, evidentemente constituem fonte essencial na busca de melhorias de qualidade do ensino do sistema de numeração decimal. De posse desses resultados, fica evidente que as questões que exigiam cálculos foram os itens em que os alunos mais sentiram dificuldades para resolver. Podemos dizer que foi uma atividade complexa, considerada difícil. Os erros habituais, como o caso da divisão, mostram que é necessário para a próxima turma buscar opções que possam ajudá-los na sua superação.

Os resumos apresentados foram bons, quer da aula teórica, quer na oficina pedagógica, abordando aspectos importantes discutidos em sala de aula. Um aspecto positivo da equipe da oficina pedagógica foi a entrega do planejamento.

O tempo dedicado ao estudo do sistema de numeração decimal foi pouco, embora tenha atingido o objetivo da pesquisa. Futuramente é necessário fazer nova abordagem do assunto com os licenciados, dando continuidade, com outras atividades, no sentido de criar estratégias diferentes na sua formação acadêmica. Para melhor análise, é importante que a investigação seja toda filmada, do início ao fim de cada sessão.

5.4 Estudo *a posteriori* e validação da Engenharia Didática das quatro operações fundamentais

A investigação foi desenvolvida nos dias 30/05/06, com aula teórica, 06 e 13/06/06, com oficina pedagógica. O experimento foi filmado e foram feitas anotações no caderno. Vale ressaltar que a aula teórica foi filmada a partir da operação de subtração.

A aula foi oficiada pelo professor titular da disciplina e a oficina foi ministrada pelo grupo de alunos denominado Newton, constituído de oito integrantes. A frequência média da turma no experimento foi de 56% (24) alunos. Para maior aprofundamento do estudo, foi depositada no TelEduc uma lista de atividades com seis questões (apêndice 9).

Para coleta de dados foram utilizados as imagens de vídeo, as anotações no caderno, os registros dos no TelEduc, a oficina pedagógica e a lista de atividades.

5.4.1 Análise da aula teórica

As hipóteses foram confirmadas. Os alunos não sabiam a diferença entre adicionar e somar. Em geral, é bastante comum o uso dessas duas palavras como sinônimas. As escritas dos estudantes a seguir mostram a surpresa que tiveram ao descobrir que esses termos representam processos distintos. “Inicialmente, descobri que adição e soma são coisas diferentes” (Aluna 04, portfólio, 06/07/2006), “inicialmente fiquei surpresa ao descobrir que a soma é diferente da adição, pois a primeira consiste na junção do conjunto e posterior contagem, enquanto a segunda consiste na inclusão de classe” (Aluna 33, portfólio, 23/06/2006) e “(...) o mais interessante que achei foi a diferença entre soma e adição. A primeira corresponde a junção de conjuntos para contagem posterior e na adição contamos a partir de onde se está” (Aluna 10, portfólio, 24/07/2006).

Desconheciam as dificuldades que as crianças têm para aprender as quatro operações fundamentais e não sabiam quais eram as ações que deveriam ser trabalhadas para ajudá-las na aprendizagem. Demonstraram ter um certo conhecimento sobre as propriedades comutativa e associativa.

O ponto que chamou mais atenção dos graduandos na aula teórica foi o fato de a criança trabalhar, inicialmente, com a soma e depois com adição. As considerações a seguir revelam esse aspecto: “(...) foi muito interessante descobrir que a criança parte da idéia de soma e só depois evolui para a adição” (Aluna 32, portfólio, 01/08/2006) e “(...) primeiramente foi abordado a diferença entre a soma e a adição, onde a primeira refere-se a junção do conjunto e a segunda à inclusão de classes. Descobrimos que a criança, primeiramente trabalha com a soma e posteriormente com a adição” (Aluna 07, portfólio, 24/07/2006).

Os alunos, em geral, não conheciam o ábaco como recurso didático-pedagógico. Em seus escritos, salientam a importância do material no tratamento das operações. É interessante registrar que a palavra ábaco foi frequentemente encontrada em caixa-alta. Essa ocorrência nos leva a afirmar que o ábaco foi bem aceito pelos estudantes. Os escritos a seguir justificam isso: “(...) a explicação foi curta por causa do tempo, mas foi enriquecida com a demonstração do ABACO, o qual não conhecia até o momento e que é uma incrível ferramenta matemática” (Aluna 32, portfólio, 01/08/2006), “(...) foi utilizado o ABACO, o qual não conhecia até o momento da aula, para demonstrar de forma concreta as operações fundamentais feitas de diferentes formas” (Aluna 40,

portfólio, 28/07/2006) e “(...) achei interessante o material que foi o utilizado e que eu não conhecia o ABACO e que pode ser usado para demonstrar as quatro operações e de formas diferentes. Foi muito bom”. (Aluna 14, portfólio, 28/07/2006).

Uma aluna achou que a abordagem dada à aula foi básica, como indica seu comentário: “(...) essa aula poderia ter sido mais bem aproveitada, foi muito elementar” (Aluna 23, portfólio, 13/06/2006), entretanto, os outros alunos, ao contrário, testemunharam que gostaram da aula e que essa foi enriquecedora, segundo suas considerações: “(...) foi uma aula bem enriquecedora e produtiva” (Aluna 07, portfólio, 24/07/2006), “(...) hoje a aula foi ministrada pelo professor, foi muito bom, pois ele transmite muito bem o conteúdo e tira muitas dúvidas que trazemos para a aula”. (Aluna 26, portfólio, 21/07/2006) e “(...) é sempre bom saber os conceitos e como utilizá-los...Eu estou muito contente em poder repassar um dia para os meus alunos” (Aluna 18, portfólio, 24/07/2006).

O estudo teórico possibilitou aos discentes refletirem, tanto em conteúdo como em metodologia, questões importantes na formação de todo professor de Matemática: “(...) através desta aula reaprendemos as propriedades comutativa e associativa e a partir de tais concepções passamos a ter uma certa noção de como trabalhar o conteúdo com as crianças” (Aluna 33, portfólio, 23/06/2006) e “(...) é importante respeitar o desenvolvimento cognitivo da criança e trabalhar dentro dos limites dela, no caso da subtração, por exemplo, vimos que a criança precisa ter desenvolvido a noção de reversibilidade para um melhor aprendizado” (Aluna 32, portfólio, 01/08/2006).

5.4.2 Análise da oficina pedagógica

Para elaboração da oficina pedagógica, a equipe responsável teve cinco encontros de estudos e planejamento com as formadoras. Um ponto bastante discutido no planejamento era trabalhar os diversos materiais de uso diário, em situações do cotidiano, trabalho e estudo. O seguinte depoimento de um de seus integrantes ilustra esse aspecto:

- Nós procuramos levar para a sala de aula variadas formas de se trabalhar as operações numéricas, partindo das experiências cotidianas e chegando à sistematização matemática. Acredito que essa é a melhor forma de se trabalhar qualquer conteúdo escolar, partindo de ações práticas onde a criança perceberá a aplicação e importância de determinado assunto e chegando nos esquemas teóricos. (Aluna 32, portfólio, 01/08/2006).

O uso freqüente do Q.V.L. e de outros materiais de baixo custo, no decorrer da oficina, foi muito útil na compreensão dos cálculos, principalmente no entendimento das trocas realizadas nas operações. Os depoimentos a seguir asseguram este fato: “(...) ficou para mim muito mais fácil compreender a forma de calculo que utilizamos, que até então, para mim, era feita de forma mecânica sem entender o por que, que se fazia o cálculo de divisão da maneira que aprendemos na escola” (Aluna 38, portfólio, 22/06/2006), “essas atividades chamadas "Atividades Concretas" é que auxiliam os alunos das séries mais baixas a terem um melhor entendimento sobre as quatro operações” (Aluna 17, portfólio, 24/07/2006) e “essas atividades envolviam materiais diversos como: garrafas, tampinhas e figurinhas. Achei interessante, pois a equipe proporcionou atividades lúdicas- práticas com material barato” (Aluna 40, portfólio, 28/07/2006).

As atividades realizadas, em geral, agradaram bastante os discentes, contribuindo para sua formação como futuros professores de Matemática, esclarecendo suas dúvidas e proporcionando meios alternativos de ensinar as operações. Os depoimentos a seguir justificam essa afirmação: “considerarei esse seminário muito importante, pois as dúvidas que surgiram ao longo da apresentação foram esclarecidas, o que melhorou o meu nível de compreensão acerca das quatro operações que são tão fundamentais aos alunos das séries iniciais” (Aluna 04, portfólio, 07/07/2006), “o seminário foi fundamental, pois as operações matemáticas são dotadas de grande abstração, dificultando o ensino para crianças. Desta forma, recebemos sugestões valiosas para uma melhor atuação em sala” (Aluna 33, portfólio, 23/06/2006) e “essa oficina foi muito produtiva, pois pude aprender a trabalhar melhor as quatro operações matemáticas, utilizando materiais concretos e que fazem parte do cotidiano das crianças” (Aluna 34, portfólio, 14/07/2006).

Uma aluna fez uma crítica à equipe, no que se refere a administrar melhor o tempo, segundo suas considerações sobre oficina: “a apresentou uma ótima oficina, mas não soube administrar o tempo” (Aluna 40, portfólio, 28/07/2006).

A oficina foi muito agradável e bastante elogiada pela turma, conforme suas próprias falas: “acredito ter sido o melhor seminário já apresentado!!!” (Aluna 07, portfólio, 24/07/2006), “adorei a apresentação dessa equipe. Ela está de parabéns” (Aluna 07, portfólio, 24/07/2006) e “aula desse dia achei bastante enriquecedora e obtive um aprendizado satisfatório” (Aluna 38, portfólio, 22/06/2006).

O aspecto muito citado nos resumos se refere à operação de reversibilidade, que a criança precisa desenvolver para compreender a subtração. Isso demonstra que houve aprendizado e que essa informação servirá para futuras ações que esses alunos irão desenvolver como professores de Matemática. Os seguintes relatos mostram isso: “na subtração pode ser encontradas dificuldades para as crianças, já que é uma operação inversa da soma e o princípio da reversibilidade tem que estar sendo desenvolvido” (Aluna 07, portfólio, 24/07/2006), “para a operação de subtração é necessário que a criança flexibilize o raciocínio e isso acontece com o entendimento da operação de reversibilidade” (Aluna 15, portfólio, 21/06/2006) e “a criança só consegue compreenderá operação da subtração se já tiver construído a compreensão da reversibilidade (flexibilidade do pensamento)” (Aluna 20, portfólio, 31/05/2006).

5.4.3 Análise da lista de atividades

A lista de atividades teve o propósito de ampliar o estudo dos licenciados sobre as quatro operações fundamentais, além de identificar as carências na formação escolar dos estudantes, no sentido de mapear suas limitações para poder buscar meios alternativos para ajuda-los. Responderam a atividade apenas 55% (23) da turma.

A primeira questão procurou fazer uma revisão da discussão trabalhada em sala de aula, perguntando a diferença entre adição e soma, já que são termos usados como sinônimos. A intenção era fazer com que os alunos percebessem que adição está relacionada à idéia de reunir, juntar e acrescentar, enquanto soma é o resultado da adição. Dos participantes, somente 13% (03) da turma erraram. Isso nos leva a acentuar que houve compreensão dos termos trabalhados na aula teórica.

A segunda pergunta solicitava que elaborassem quatro situações-problema que envolvessem a idéia de: a) comparar na operação subtração, b) acrescentar na operação adição, c) completar na operação subtração e d) raciocínio combinatório, que tinha como objetivo abordar cada operação com enfoques diferentes, principalmente a multiplicação, haja vista que, no ambiente escolar, é quase sempre desenvolvida como adição de parcelas iguais. O índice de acerto nos itens a, b e c foi de 100% (23), diferentemente do último item em que houve um percentual de erro de 30% (07) dos estudantes.

A terceira, quarta e quinta questões foram respondidas corretamente por todos, demonstrando que os estudantes não têm nenhuma dificuldade com esses tópicos. A terceira e a quinta questões tiveram como finalidade proporcionar aos licenciados uma revisão das propriedades das operações. A quarta trabalhou com o conceito de antecessor.

A discussão da última questão foi em torno da mudança de base e teve o propósito de levar os alunos perceberem as dificuldades que as crianças sentem com as operações, ou seja, que a sua aprendizagem não é tão fácil como se imagina. A questão pedia que resolvesse as seguintes operações: a) 534 multiplicado por 138 na base 6 e b) 220102 dividido por 102 na base 3. O resultado mostra que os graduandos sentiram muita dificuldades na sua resolução. O número de acertos foi apenas de 13% (03) dos estudantes.

Os resultados mostram que é necessário se dedicar mais tempo à multiplicação, em especial, trabalhar a idéia de número de pares possíveis formados pelos elementos de dois conjuntos, considerando que o enfoque de adição de parcelas iguais é o mais natural.

A sexta questão foi a mais difícil, pois foi a que teve maior índice de erros (87%). Isso revela que o assunto precisa ser mais explorado, no sentido de ampliar e enriquecer os conceitos já apreendidos.

5.4.4 Percepções finais

Os resumos apresentados, de maneira geral, revelam que os alunos captaram as idéias principais tratadas na aula, no que diz respeito à aula teórica como na oficina pedagógica.

Os resultados obtidos pelas três análises - aula teórica, oficina pedagógica e lista de atividade - dão subsídios para se buscar melhorias da qualidade do ensino das quatro operações fundamentais.

Para a próxima turma, é importante que a investigação toda seja filmada, do início ao fim de cada sessão, de maneira que proporcione melhor análise dos dados. A equipe não entregou seu planejamento, de modo que, no futuro, a sua entrega analógica e virtual

seja cobrada. É necessário também que na aula teórica haja maior aprofundamento nas propriedades das quatro operações fundamentais.

5.5 Estudo a *posteriori* e validação da Engenharia Didática da Geometria e Medidas

O experimento foi realizado nos dias 18 (aula teórica) e 25 (oficina pedagógica) de julho de 2006, com média de 23 e 32 presentes na sala, respectivamente. Foi filmada e feita anotação no caderno. No primeiro dia, a pessoa responsável pela abertura do Laboratório Multimeios não pôde chegar no horário, de maneira que a filmagem das atividades se iniciou a partir das 9h40min, quando F1 falava da grandeza comprimento.

A aula teórica foi ministrada pelas três formadoras F1, F2 e F3. A oficina pedagógica foi realizada pelos grupos Euclides, com 6 componentes, e Lagrange, com 7 membros. No dia 11 de julho de 2006, foi aplicado um pré-teste com cinco questões (apêndice 10), com o intuito de comparar seus conhecimentos prévios com os adquiridos após experimento. Participaram 29 alunos da turma e não foi exigida a sua identificação.

O pré-teste, as observações realizadas, as imagens gravadas, o resumo das aulas depositado no portfólio e a oficina pedagógica darão suporte à análise.

5.5.1 Análise do pré-teste

O primeiro item questionava o que era maior: sua idade ou o tamanho do seu pé. A atividade teve como objetivo identificar se os alunos eram capazes de perceber que as grandezas tempo e comprimento são incompatíveis, sem unidade de comparação. Responderam incorretamente à questão 62% (18) dos alunos, cujas respostas indicavam a idade ou o tamanho do pé como o maior.

As análises denotam que os graduandos manifestaram suas respostas induzidos apenas pelo aspecto quantitativo do teor da pergunta, sem observar que duas grandezas só podem ser comparadas se forem de mesma natureza, ou seja, homogêneas, como, por exemplo, dois comprimentos ou dois volumes (ROCHA, 2006, p. 26).

As respostas dos alunos deixam evidentes o desconhecimento e as incertezas que circundam a idéia de comparação de grandezas. Essa realidade indica a necessidade de

um tempo maior, para que seja possível aprofundar mais esse conhecimento. Para justificar melhor esse pensamento, vejamos a seguir as respostas de alguns alunos: “meu pé porque é número 39 e idade 21”, “a minha idade. Por comparação dos números ou grandezas” e “se eu for comparar os números 35 (tamanho do meu pé) e 24 (minha idade) vou dizer que é o tamanho do meu pé”.

Com relação ao segundo item, perguntamos o que era medir. A questão teve o intuito de identificar qual o entendimento dos alunos acerca da ação de medir. Todos responderam, mas apenas duas soluções foram um pouco mais consistentes do ponto de vista matemático, pois impuseram a condição da unidade de medida e sua adequada comparação com a grandeza a ser medida. Os demais alunos deram respostas evasivas do tipo: “medir significa tirar alguma informação de um determinado objeto”, “verificar o tamanho de algum objeto, substância ou qualquer outro objeto” e “limitar uma distância, o tamanho de algo”.

Um olhar mais criterioso sobre essa resposta remete à realidade de que é preciso dar mais ênfase a essas questões na escola de educação básica, pois, do contrário, como é possível conseguir autonomia do aluno nesse conhecimento, se o próprio professor não tem conhecimentos sólidos acerca dessa questão, do ponto de vista matemático e físico.

A terceira questão enfocou transformação de unidades, seguida de um cálculo da subtração, com a seguinte situação-problema: sabendo-se que André tem 163cm, e que Paulo tem 1520mm, calcule a diferença das suas alturas. Apenas 48% (14) dos discentes fizeram adequada transformação de unidades, realizando, posteriormente, a diferença entre as alturas fornecidas. Esse resultado não é surpresa, considerando-se a forma tradicional como é trabalhado o conteúdo de medidas na escola, em especial, das transformações de unidades.

A quarta atividade questionava se existe diferença entre superfície e área. A questão foi elaborada no mesmo viés de percepção abordada em livros da didática para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, quando afirma que a área é o número relativo a determinada superfície. O assunto é muito complexo e produz muitas dúvidas, sobretudo, se forem pedidos os cálculos da área e do perímetro.

Sem levarmos em conta o rigor matemático implícito nessa discussão, tanto sob o enfoque didático, quanto matemático, constatamos que somente 35% (10) dos graduandos identificaram área como sendo um espaço delimitado e, portanto, passível

de quantificação. Esse resultado era esperado, pois os estudantes fazem muita confusão entre esses dois conceitos.

A quinta e última pergunta buscou analisar o nível de percepção dos alunos acerca do conceito de área. A questão apresentava duas figuras distintas, formadas pelas sete peças de um mesmo Tangram e solicitava qual relação de comparação, entre essas duas áreas, era mais adequada para fazer. Esperávamos que os alunos percebessem que, embora mudasse o contorno das figuras, com possibilidades de perímetros diferentes, a área permanecia igual. O que achávamos que seria a resposta de maior índice de acertos vimos que 69% (20) dos alunos deram respostas erradas: “poderia utilizar a comparação das larguras”, “comparar a área, calculando ou comparando as figuras” e “utilizar as figuras geométricas e relacionar as suas áreas. Assim é possível medir ou quantificar”.

Os resultados das análises evidenciam o desconhecimento acentuado dos discentes acerca da temática, aumentando a responsabilidade do papel do Curso de Pedagogia, para a elaboração de meios que melhorem o conhecimento dos seus alunos sobre essa questão.

5.5.2 Análise da aula teórica

As formadoras, no início e no decorrer da aula teórica, chamavam a atenção dos alunos para desligar os monitores e participar das discussões, no entanto, nem todos ficavam atentos às explicações, uns navegavam na *Internet* e outros conversavam com os colegas. Acredito que são causas para essa situação o fascínio que a tecnologia, em especial *Internet*, provoca nos alunos e o fato de a disciplina ser trabalhada em tempo corrido, com cinco horas-aula diárias, tornando-a cansativa.

Um dos pontos que chamou bastante a atenção dos discentes foi descobrir que homem utilizava o próprio corpo para fazer medição, o que acentua ainda mais a noção de que os conhecimentos que eles têm a respeito de medidas é muito elementar. Os relatos a seguir justificam esse aspecto: “(...) trouxe curiosidades de medidas que eu realmente desconhecia e achei muito interessante: o cúbito egípcio, tamanho relativo do cotovelo até o dedo médio do faraó; e a jarda, medida da distância da ponta do nariz do rei Henrique I até a ponta do indicador com o braço estendido (Aluna 12, portfólio, 26/07/2006) e “(...) por estes exemplos vimos que o corpo humano sempre foi usado como medidas das coisas: o palmo, a polegada, o passo, o tamanho do pé, foi bastante

interessante saber que o corpo humano sempre foi usado como meio para medir as coisas” (Aluna 15, portfólio, 26/07/2006).

Outro ponto que também deixou os alunos perplexos foi descobrir que a Geometria e as medidas estão ligadas. As falas dos alunos destacam esse aspecto: “(...) percebemos o quanto o assunto medidas está relacionado com a geometria e pode ser trabalhado em sala de aula sincronicamente” (Aluna 32, portfólio, 01/08/2006), “(...)os conceitos de geometria associados às medidas” (Aluna 33, portfólio, 29/07/2006) e “(...)as medidas estarem casadas com a geometria” (Aluna 12, portfólio, 23/07/2006). Esse comportamento é compreensível, pois, ao longo dos tempos, a Matemática é trabalhada de forma muito fragmentada, dividida em três grandes blocos, como Aritmética Álgebra e Geometria, sem nenhum vínculo um com o outro.

As observações mostram que os alunos ficaram confusos para compreender os conceitos explorados na aula, em especial medir área e superfície, o que mostra que são pontos que precisam ser mais bem trabalhados: “(...) a medição parece complicada em definição, mas quando verificamos na prática fazemos medições várias vezes sem nem perceber. (...) A partir de estudos de grandezas e formas de medições adentramos do tópico geometria e então partimos para a diferença entre área e superfície, o que ficou bastante confuso para nós (Aluna 32, 01/08/2006).

O domínio da Matemática, a utilização de objetos cotidianos integrados as vivências das crianças são essenciais para trabalhar os conteúdos da Geometria e das medidas. Reflexões como essa são observados nos relatos e exibem a repercussão que as discussões em sala proporcionam na formação inicial dos alunos. A redação a seguir ilustra isso: “(..) percebi que para trabalhar esse tema em sala de aula exige que o professor tenha bastante domínio, além disso como se trata de um tema bem abstrato o professor deve buscar ver quais as vivencias que o aluno traz do seu cotidiano em relação a medidas e comprimento, para que deste modo o aluno comece a absorver tais conhecimentos de forma prática. O importante seria que ele percebesse como estes conceitos estão presentes na sua vida cotidiana, para que assim haja um aprendizado satisfatório” (Aluna 38, portfólio, 24/07/2006).

As discussões proporcionaram uma reflexão, tanto em conteúdo como em metodologia, trabalhando questões essenciais para a formação do pedagogo. Eis alguns relatos: “ (..) destacou a importância de trabalharmos com os alunos a partir da utilização de materiais (régua, fita métrica), pois tais instrumentos, sendo manuseados,

facilitam a compreensão. A aula foi muito interessante e teve como mensagem principal o cuidado que devemos Ter ao ensinar tal conteúdo a crianças, devendo partir sempre do cotidiano, do concreto para o abstrato” (Aluna33, portfólio, 29/07/2006) e “(...) nessa aula, pude conhecer as medidas não-convencionais e convencionais, bem como trabalhar com diferentes tipos de medidas, tais como as de comprimento, de tempo e capacidade (Aluna 24, 28/07/2006).

5.5.3 Análise da oficina pedagógica

Para realização da oficina pedagógica, as formadoras tiveram dois encontros com cada uma das equipes: Euclides e Lagrange. Ambas as equipes trouxeram diferentes materiais pedagógicos para a sala de aula. Além de desenvolverem atividades práticas baseadas na aula teórica, também trabalharam outros conceitos, ampliando o conhecimento dos alunos.

As propostas de atividades das equipes foram boas, no entanto, a primeira equipe saiu-se melhor do que segunda, pois a participação dos alunos foi bem mais intensa e dinâmica, diferentemente da segunda equipe, que foi mais tranqüila, com pequenas participações dos alunos.

A equipe Euclides cometeu duas falhas: a primeira, ao propor a atividade para calcular o volume da batata, a aluna se confunde e pede que calcule a área da batata, mas, no mesmo instante, percebe seu engano e se corrige, solicitando à turma o cálculo correto; a segunda foi no estudo da medida e das posições dos segmentos consecutivos, quando a aluna fez confusão entre os segmentos colineares e não colineares, sendo corrigida pelos outros componentes da equipe.

O tempo destinado a cada equipe foi muito curto, prejudicando o desenvolvimento das atividades, conforme depoimento: “achei que houve por parte da equipe falta de programação em relação ao tempo” (Aluna 21, portfólio, 25/07/2006), mas mesmo com a limitação do tempo, as equipes demonstraram que estavam bem organizadas e seguras no desenvolvimento das atividades. Essa observação é confirmada pelos seguintes comentários: “(...) Eu gostei demais da oficina de geometria as meninas deram realmente conta do recado” (Aluna 03, portfólio, 26/07/2006), “(...) adorei as duas oficinas, pois foram muito bem trabalhada e transmitida. O empenho das alunas foi muito grande, pois as apresentações foram ótimas”.(Aluna, portfólio,

25/07/2006) e “(...) esta oficina trabalhou bem mais coisas, foram tantas as possibilidades mostradas que não tive tempo de descrevê-las todas. Parabéns para as duas equipes! As apresentações de ambas foram divertidas, criativas e deu pra ver o empenho com que cada participante trabalhou para a realização das mesmas. (Aluna 11, portfólio, 25/07/2006).

As equipes Euclides e Lagrange manifestaram suas reflexões acerca da importância do estudo que fizeram para planejamento da oficina, pensando na formação inicial e na prática docente futura dos colegas. Os seguintes comentários evidenciam esse aspecto:

- Tentamos trazer para a sala de aula atividades lúdicas e situações cotidianas nas quais as crianças pudessem perceber a presença das medidas, pois o que observamos é que o pouco interesse dos alunos pela matemática ocorre em virtude da abordagem do educador está desvinculada do contexto vivenciado pelos alunos. Nesse sentido trouxemos para compartilhar com o restante da turma atividades prazerosas que envolveram música, dança, dramatização, jogos. Espero que vocês tenham gostado, pois preparamos a oficina pensando na necessidade futura que teremos no próximo semestre nos estágios ou se estivermos trabalhando e é sempre bom ter uma atividade prática e diferente para trabalhar com as crianças sem esquecer que elas adoram esse tipo de atividade. Assim, espero que tenhamos contribuído para a formação dos participantes desta disciplina. (Aluna 03, portfólio, 26/07/2006).
- Fizemos uma breve exposição dos conteúdos sobre Geometria, para sistematizar o que iríamos fazer depois. Considerando o caráter de construção que a oficina deve ter, estimulamos situações concretas para manipulação, classificação, seriação e reflexão não só do conteúdo pedagógico da Geometria, como também ao trabalharmos com jogos cooperativos estamos motivando os alunos a agirem com mais responsabilidade com o outro, evitando pequenas guerrilhas em sala de aula. Aprendendo a trabalhar com o outro e não contra o outro. Pois no jogo cooperativo, ou todos ganham ou todos perdem. O aprendizado da cooperação leva tempo. Quisemos demonstrar que é possível fazer bom uso de métodos que promovam valores de paz e que podem ser utilizados para ensinar diversos conteúdos. Foi muito bom participar dessa equipe. Adorei esse assunto. E posso dizer que cresci como pessoa. (Aluna 08, portfólio, 25/07/2006).

Os depoimentos são muito significativos, revelando o que significou a oficina para cada uma delas. Cada equipe se preocupou em levar para a classe, atividades que

favorecessem a criatividade, a curiosidade e o dinamismo, tão ausentes do ensino de Matemática.

Os alunos, em geral, gostaram bastante do desempenho das duas equipes. As seguintes falas expressam a avaliação que fizeram da oficina: “adorei as duas oficinas, pois foi muito bem trabalhada e transmitida. O empenho das alunas foi muito grande, pois as apresentações foram ótimas” (Aluna 07, portfólio, 25/07/2006), “a apresentação de ambas foram divertidas, criativas e deu pra ver o empenho com que cada participante trabalhou para a realização das mesmas” (Aluna 11, portfólio, 25/07/2006) e “gostei das brincadeiras e das atividades sugeridas como o peixinho de origame que se pode trabalhar as formas geométricas, assim como as medidas. Também a musica das caveiras para trabalhar as medidas de tempo e o dominó que pode-se trabalhar todas as medidas e usar a criatividade com as crianças” (Aluna 14, portfólio, 25/07/2006).

5.5.4 Percepções finais

O experimento detectou alguns pontos que precisam ser revistos para organização da Engenharia Didática da próxima turma. É importante que todas as aulas sejam filmadas, do início ao fim, para uma melhor análise; dar maior ênfase às transformações de medidas, de acordo com a sugestão oferecida: “o que eu tenho mais dificuldade nesse assunto e acho que poderia ser bem mais explorado foram as transformações de medidas, das unidades de medida” (Aluna 23, no dia 25/07/06); exigir das equipes a entrega antecipada, analógica e digital, dos seus planejamentos.

Fazendo uma análise comparativa entre os conhecimentos dos estudantes no pré-teste e depois do experimento, podemos assinalar que houve um crescimento significativo na compreensão do assunto trabalhado. O importante é que os alunos vejam o ensino de Geometria e medidas com nova perspectiva, como disciplina dinâmica inserida no seu cotidiano, ajudando a viver e a compreender melhor a vida.

5.6. Reflexões finais das quatro Engenharias didáticas

Verificamos que as discussões, orientações e sugestões vivenciadas no Curso favoreceram aos estudantes uma análise crítica das atitudes de seus antigos professores que tiveram na sua vida escolar, o que revela que o tratamento dado à Matemática

(difícil, incompreensível, inacessível, cheio de fórmulas) foi bem diferente da abordagem enfatizada na disciplina.

- A princípio fiquei um pouco confusa sobre a metodologia a ser usada pelo professor: reaprender matemática ou trabalhar metodologia do ensino da matemática!? Quando a ficha caiu percebi que o "terror" da matemática inicia-se pela falta de compreensão dos conteúdos, que não foram por nós nem aprendidos muito menos entendido nos bancos de escola e isso era um ponto chave nessa estratégia utilizada pelo prof°. Isso ficou claro, na disciplina, quando podemos perceber o processo de construção dos conteúdos apresentados e sua utilidade. Aí pude perceber a dinâmica que envolvia todo processo, ou seja, ter conhecimento real do conteúdo para só depois fazer uso das diversas práticas de ensino e assim podermos levar para sala de aula, de forma mais segura, objetivando a construção de um conhecimento mais significativo para as crianças. (Aluna 15, fórum de discussão, 24/07/2006).
- O ensino de Matemática que tive durante meu Ensino Fundamental era caracterizado pela preocupação de meus professores em "passar" aos alunos, definições, regras, técnicas, procedimentos, nomenclaturas de maneira mais rápida possível, sem um trabalho com as idéias matemáticas que os levassem a uma aprendizagem com compreensão. Assim, a Matemática, para mim, tornou-se algo chato, que não me despertava interesse. Com a disciplina o ensino da Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, tive contato com uma nova Matemática que pode ser descoberta no mundo, e seu ensino deve ser vivo, concreto, centrado quase que exclusivamente em atividades práticas que levem ao desenvolvimento da observação, da imaginação e principalmente do prazer da descoberta. (Aluna 24, fórum de discussão, 31/07/2006).
- Em resumo, aprendi a compreender melhor a teoria (pois em meu tempo de escola o processo não era explorado) e visualizei formas variadas de utilizar atividades práticas, embora o conteúdo abordado no decorrer da disciplina não comporte tudo o que é dadp no ensino fundamental II. (Aluna 25, fórum de discussão, 28/07/2006).

O estudo proporcionou também aos alunos uma reflexão sobre como lidar com a Matemática na escola, numa perspectiva de um ensino melhor e de qualidade, conforme seus depoimentos: “aprendi muito tanto nas aulas teóricas como nas oficinas que além de completar as aulas teóricas trouxeram grandes contribuições que levarei para a prática” (Aluna 42, fórum de discussão, 27/07/2006) “as apresentações nos deram idéias de como trabalhar em sala de maneira dinâmica, para que nossos alunos não tenham a visão de que matemática é uma disciplina ruim...” (Aluna 33, fórum de discussão, 29/07/2006) e “Esse conhecimento adquirido com a disciplina, podem ter certeza que

será de muita valia pra mim, aliás, já está sendo em minhas aulas de EJA” (Aluna 10, fórum de discussão, 24/07/2006).

Além do enriquecimento dos conhecimentos, a disciplina também proporcionou aos os discentes ter uma nova concepção sobre a Matemática: “(...) apresentava uma visão muito negativa em relação ao ensino de matemática por achar que ia aprender de uma forma tradicionalista. Do contrário as coisas aconteceram de uma forma bem construtivista. Eu tinha estímulos para vir à aula. E o que é mais importante: aprendi muito e espero poder ajudar a muitas crianças a gostar de matemática” (Aluna 27, fórum de discussão, 31/07/2006). “Considero que pessoalmente ‘redescobrir’ o gosto pela matemática, as metodologias empregadas foram interessantes, as oficinas ministradas empolgantes e divertidas” (Aluna 12, fórum de discussão, 23/07/2006) e “(...) apesar de não gostar muito de matemática e não querer me formar nessa área, com certeza aprendi a gostar um pouco mais, e passei a entender muitas questões que antes não conseguia. Esse novo olhar de caráter investigativo...” (Aluna 37, fórum de discussão, 24/07/2006).

A limitação do tempo foi uma dificuldade detectada na disciplina, pois não possibilitou aprofundar os estudos e as discussões, conforme registros: “(...) O grande problema que encontrei e não foi culpa da disciplina, foi em relação ao tempo, que acabou sendo um pouco corrido por conta dos imprevistos” (Aluna 38, fórum de discussão, 25/07/2006), “é bom, pois melhora nossos conhecimentos, mas infelizmente o tempo é muito corrido ficando assim muito puxado!” (Aluna 07, fórum de discussão, 24/07/2006) e “a disciplina foi muito boa! As oficinas muito criativas, apesar do tempo curto e super corrido...” (Aluna 37, fórum de discussão, 24/07/2006).

O trabalho de acompanhamento de cada aluno foi árduo, mas compensador, pois nos permitiu acompanhar o progresso, na busca do conhecimento, de cada aluno. Essa disciplina também possibilitou, para alguns alunos, participar de uma experiência em Educação a Distância, viabilizando uma discussão mais aprofundada dos temas, abordando pontos relevantes normalmente não trabalhados no ensino formal e desconstruindo conceitos preestabelecidos. Isso faz com que os alunos percebessem o quanto estão despreparados para ensinar os conteúdos das séries iniciais do Ensino Fundamental, conscientizando-os de que precisam estudar mais. Os depoimentos a seguir justificam esse fato: “se vocês queriam demonstrar a essência das operações que eu achava que sabia, conseguiram. Realmente aprendi coisas novas, métodos interessantes para trabalhar na prática com os alunos, acredito que vai me ajudar muito”

(Aluna 01, fórum de discussão, 19/07/2006), “de fato percebemos nessa disciplina que não sabíamos o "porque" de muitos assuntos que acreditávamos dominar. Mesmo sendo assuntos de ensino fundamental, acredito que muitos de nós sentiu dificuldades em compreender alguns assuntos” (Aluna 32, fórum de discussão, 24/07/2006) e “de fato percebi nessa disciplina que não sabia muitos assuntos que acreditava dominar, pois apesar de ser assuntos de ensino fundamental, senti dificuldades em compreender alguns assuntos” (Aluna 40, fórum de discussão, 26/07/2006).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho apresenta apenas alguns recortes das várias informações que podem ser levantadas a partir de todas as atividades desenvolvidas no período, parte delas armazenadas no ambiente do TelEduc Multimeios, e tantas considerações que podem ser feitas pelos estudantes e formadores. Sabemos que a exploração de cada ferramenta da plataforma resultaria em vários trabalhos e reflexões. Nosso interesse com esta pesquisa foi analisar a influência de oficinas pedagógicas e da plataforma TelEduc na elaboração dos conceitos matemáticos nas séries iniciais do Ensino Fundamental, na formação inicial do Pedagogo.

Consideramos que a utilização da Plataforma e das oficinas na disciplina *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental* foi relevante, pois possibilitou aos graduandos, que não tiveram a oportunidade de uma formação matemática de qualidade na sua vida escolar, um aprofundamento e uma abordagem comprometida com uma formação gradual e contínua, seguindo as propostas sugeridas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Os objetivos de autoformação, importantes para a autonomia do indivíduo, inerente a todo o processo educativo, foram atingidos à medida que os alunos puderam sentir a necessidade da busca de novos conhecimentos. A parte a distância exigiu dos alunos autonomia na realização das atividades propostas, instigando-os a pesquisar, criticar, comparar e formular novas estratégias de ação, visando a subsidiar a sua formação inicial em Matemática. O uso da plataforma TelEduc Multimeios possibilitou maior interação dos agentes nesse processo, nesse caso, alunos, professor e formadoras.

Percebemos, ao longo do curso, que houve participação significativa dos estudantes nas atividades solicitadas, tanto presencial como a distância. O total de acessos na plataforma foi de 1.868, fato este verificado por meio da ferramenta “acessos”, que tem como função possibilitar a visualização e acompanhamento da frequência de acesso dos alunos ao Curso e às suas ferramentas.

O uso da plataforma TelEduc Multimeios proporcionou acompanhamento diário dos alunos nos seus estudos, proporcionando a troca de informação, de modo mais rápido, e propiciando a diminuição das dúvidas e a sugestão de outras leituras.

Uma dificuldade apresentada foi o fato de que a maior parte dos estudantes não possui computador em casa, quanto mais *Internet*. Como solução para este problema, a

Faculdade disponibilizou para eles um laboratório de informática, em horários diversos. Assim, ficou a critério dos estudantes a forma de acesso: de casa, do trabalho, da Faculdade ou de outros lugares.

O contrato didático, estabelecido no início do semestre, tinha como um dos itens a chamada nos dois períodos da manhã: a primeira antes do intervalo e outra no final da aula, mas nem sempre isso aconteceu em virtude da limitação do tempo, o que possibilitou a não-participação efetiva de alguns alunos em sala, pois chegavam atrasados ou simplesmente faltavam.

Percebemos que o tempo que tínhamos programado para cada atividade foi pouco, conduzindo-nos a um redimensionamento do planejamento, pois estava prevista a realização de seis estudos temáticos: Número, Sistema de Numeração Decimal, Operações Fundamentais, Números Fracionários, Medidas e Geometria; mas surgiram alguns contratempos e, em razão do prazo para o término do semestre letivo, estabelecido pela Universidade, foi necessário unificar os dois últimos conteúdos - Geometria e Medidas.

Um dos contratempos foi a realização das oficinas de operações fundamentais e de frações, que precisaram, cada uma, de duas aulas para o desenvolvimento de suas atividades. Outro fator que também contribuiu para restringir ainda mais o tempo foi a realização do jogo do Brasil na Copa de 2006 acontecer no dia e no horário da aula, o que nos obrigou a mudar o cronograma. Desse modo, foram realizadas cinco aulas teóricas de conteúdos matemáticos e cinco oficinas temáticas. É oportuno registrar que as reflexões sobre o conteúdo “jogos matemáticos” eram contempladas pelas oficinas.

No início da disciplina, houve certa rejeição quanto à proposta, no que diz respeito ao uso do TelEduc, em virtude de falta de experiência dos alunos nesse tipo de curso e a incipiência de tempo para realização das atividades propostas.

O desafio, então, foi conscientizá-los da importância do ensino a distância e das atividades, para a formação inicial do pedagogo. Problemas técnicos também apareceram, como a falta de energia elétrica ou queda no servidor, situações estas que podem acontecer em um curso *on-line*, o que muito contribuiu para reclamações dos alunos, alegando falta de tempo para realização das atividades propostas e o atraso da entrega das atividades na plataforma.

Com o decorrer do Curso, podemos notar a evolução dos alunos em relação ao uso do computador (recursos agregados) e quanto ao emprego da própria plataforma educacional utilizada.

As aplicações da avaliação de aprendizagem de cada aluno foram acompanhadas semanalmente pelas formadoras e o professor da disciplina, o que favoreceu a oportunidade de tirar as dúvidas dos alunos, reforçar alguns tópicos e indicar novas leituras. Foi realizado, individualmente, um mapeamento de toda a atividade (desde o número de acesso, tempo destinado à navegação na plataforma, participação nos debates e outros) realizada pelo aluno e registrada na plataforma. Somente duas equipes apresentaram o plano de aula da oficina pedagógica: Números e Sistema de Numeração Decimal, portanto, para a próxima turma esse ponto precisa ser mais enfatizado.

Alguns pontos precisam ser revistos, no intuito de reorganizarmos a Engenharia Didática e a Seqüência Fedathi, no sentido de melhorar a dinâmica da disciplina e melhor avaliar os alunos:

- falta de uma ficha de avaliação para as oficinas, contendo os critérios que deverão ser observados;
- falta da entrega, analógico e virtual, pelos alunos, do plano de trabalho das oficinas;
- abertura de poucos fóruns para discussão; e
- elaboração da freqüência presencial.

Como o conteúdo previsto para a disciplina é extenso para um único semestre e em virtude da falta de conhecimentos matemáticos básicos na formação escolar dos alunos - fatos esses constatados ao longo desses três anos de estudos e validados de várias formas - a principal contribuição deste trabalho foi a mudança da ementa e a ampliação da carga horária da disciplina, que passou de 80h/a para 160h/a, dividida em dois semestres como disciplinas obrigatórias: Matemática e Prática de Ensino de Matemática.

A ementa que estava em vigor até 2006.2, com carga horária de 80h/a, contemplava os seguintes pontos: ensinando o aluno a pensar a Matemática real: numeração, adição, subtração, multiplicação, divisão; o uso das frações, das medidas, das figuras planas e do sistema monetário no cotidiano social e escolar.

A partir de 2007, as ementas a serem utilizadas no Curso de Pedagogia serão as seguintes:

- ✓ Matemática (4 créditos com carga horária de 64h/a).

PCN - a relação professor de Matemática e Matemático. Metodologias para o ensino da Matemática: a Engenharia Didática e a resolução de problemas. Mediação ao ensino da Matemática: a seqüência Fedathi. A concepção de número na Matemática e segundo Piaget. Expansão p-ádica de números naturais e o sistema de numeração. Oficinas pedagógicas: aplicação das teorias e conceitos desenvolvidos, baseadas nas propostas metodológicas e de mediação apresentadas, usando materiais analógicos e digitais. Livros didáticos e paradidáticos.

- ✓ Prática de Ensino de Matemática (6 créditos com carga horária de 96h/a)

Operações fundamentais: algoritmos, sua epistemologia e justificativa. Números decimais e fracionários. Medidas: construções geométricas usando instrumento. Geometria: a diferença entre desenho e figura. Medida de área. O desenvolvimento do raciocínio algébrico e seus estágios. Oficinas pedagógicas: aplicação das teorias e conceitos desenvolvidos baseados nas propostas metodológicas e de mediação apresentadas usando materiais analógicos e digitais. Livros didáticos e para-didáticos.

Além do mais, com os resultados desta investigação tivemos, até o presente momento, os seguintes artigos publicados:

- *Avaliação da aprendizagem do ensino de Matemática: utilizando a plataforma telEduc e oficinas pedagógicas*. II Congresso Internacional em Avaliação educacional, realizada em Fortaleza/CE e no Encontro regional sobre Formação e Práticas Docentes – EFPD2005, realizada na UECE, 01 a 03 de dezembro de 2005.
- *A formação inicial e o ensino de fração*. V Encontro de Iniciação à Docência, como parte da programação do Mundo UNIFOR, 3 a 7 de outubro de 2005.

Sugerimos que cursos de especialização sejam oferecidos para complemento e aprimoramento da formação desses alunos. Acreditamos que este poderá ser um passo para alavancar a Educação no Brasil.

BIBLIOGRAFIA

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da Matemática**. São Paulo: SP, 2000 (Programa de Estudos Pós-Graduados em educação matemática).

ANDRE, Marli Eliza D. A. de. **Etnografia da Prática Escolar**. 2 ed. Campinas/SP: Papirus, 1995 (Série Prática Pedagógica).

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches Didactique de Mathematiques**. França:, v. 9, nº 3, p. 245-308, 1988.

AUGÉ, Marc. **Não-lugares**: introdução a uma antropologia da supermodernidade. Campinas: Papirus, 1994.

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology**: a cognitive view. 1 ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1968.

BACHELARD, G. **A Formação do Espírito Científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Tradução de Estela dos Santos de Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARRETO, Marcília Chagas e MAIA, Madelene Gurgel Barreto. Articulação entre operações aritméticas e sistema decimal: uma avaliação do livro didático. In: II Congresso Internacional em Avaliação Educacional. Fortaleza: FACED/NAVE/UFC, 2005.

BARROS, Aidial de Jesus Paes e LEHFELD, Neide Aparecida de Souza. **Projeto de Pesquisa**: propostas metodológicas. 12 ed. Petrópolis/RJ: Vozes, 1990.

BARTOLOMÉ, Olga e FREGONA, Dilma. A conta em um problema de distribuição: uma origem possível no ensino dos números naturais. In: PANIZZA, Mabel (Org.). **Ensinar Matemática na educação infantil e nas séries iniciais**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BITTENCOURT, Jane. Obstáculos Epistemológico e a Pesquisa em Didática da Matemática. In **Educação Matemática em Revista**, nº 06. São Paulo: SBEM, 1998.

BORGES NETO, Hermínio. **Uma classificação sobre a utilização do computador pela escola**. Versão reelaborada de um trabalho apresentado no Simpósio “Novas abordagens da comunicação na escola: a sala de aula adequada como processo comunicacional” ao XI ENDIPE – Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, realizado de 04 a 08 de maio de 1998 em Águas de Lindóia, SP.

BORGES NETO, Hermínio et alii. **TeLeduc Multimeios**: uma experiência de educação a distância na graduação em CNTP (Condições normais de trabalho e pesquisa). XVI EPENN – Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste. Aracaju/SE: UFSE, 2003.

_____. & SANTANA, José Rogério. **A Teoria de Fedathi e sua relação com o intuicionismo e a lógica do desenvolvimento Matemático no ensino.** XV EPENN – Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste, 2001. São Luís/MA: UFMA, 2001.

_____. e DIAS, A.M I. Desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático no 1º Grau e Pré-Escola. **Cadernos da Pós-Graduação em Educação:** Fortaleza, UFC, 1999, v. 2.

_____. LIMA, I. P. e SOUSA, F. E. E. **Informática e Educação na Formação Contínua de Professores.** XVII Encontro de Pesquisa do Norte e Nordeste – XVII EPENN, 16 de junho de 2005.

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. Lei De Diretrizes e Bases da Educação Nacional: texto aprovado na Comissão de Educação, Cultura e Desporto da CD/com comentários de Dermeval Saviani. [et al.] São Paulo: Cortez, ANDE, 1990.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino fundamental. Secretaria de educação Fundamental. Brasília; MEC/SEF, 1999.

BROUSSEAU, G. **Theory of Didactical Situations in Mathematics.** Dorchechit the Netherlands: Klower Academic Pubisher, 1997.

_____. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In: BRUN, J. et al. **Didactique des mathématiques.** Paris: delachaux et Niestlé S.A, 1996.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça (Org.). **Explorando conceitos de Geometria elementar com o software Cabri-Géomètre.** São Paulo: Educ, 1998.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática.** Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

CARMO, João dos Santos. Conhecimentos de estudantes de Licenciatura em Matemática acerca do conceito de número. Cuiabá: **Revista de Educação Pública** [MT], v.10, n. 18, p. 13-24, dez, 2001.

CARRAHER, Terezinha, CARRAHER, David e SCHLIEMANN, Analúcia. **Na vida dez, na escola zero.** 10 ed. São Paulo: Cortez, 1995.

CENTURIÓN, Marília. **Números e operações.** São Paulo: Scipione, 2002.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica:** del saber sabioal saber enseñado. Buenos Aires: Aique, 1991

CUBERES, Maria Tereza G. **El taller de los talleres.** Buenos Aires: Estrada, 1989.

D'AMBROSIO B. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o grande desafio. **Revista Pro-Posições**. São Paulo: Unicamp, 1993. V. 4, nº 1[10].

D'AMBROSIO U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 4 ed. Campinas, SP: Papirus, 1996. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática). P.7

DAVIS, Philips J. & HERSH, Reuber. **A experiência Matemática**. 3. ed. Rio de Janeiro: F. Alves, 1986.

DINIZ PEREIRA, Júlio Emílio. **Formação de professores**: pesquisa, representações e poder. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. 2 ed. Campinas-SP: UNICAMP, 1997.

FERNANDES, Francisco et alii.. **Dicionário Brasileiro Globo**. 22 ed. São Paulo: Globo, 1991.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Dicionário Básico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1988.

GIANOTTO, Dulcinéia Éster Pagani. Oficinas pedagógicas como atividades de estágio supervisionado na disciplina de Prática de Ensino de Ciências e Biologia. **XIII Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino – XIII Endipe**. Pernambuco: UFPE, 2006.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 3 ed. São Paulo: Atlas, 1996.

GILLES, Gaston Granger. **A Ciência e as Ciências**. São Paulo: UNESP, 1994.

HADJI, Charles. **Avaliação Desmistificada**. Tradução de Patrícia Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

HAGUETTE, T. M. F. **Metodologias qualitativas na Sociologia**. 3 ed. Petrópolis: Vozes, 1992.

HALMOS, Paul R. **Teoria ingênua dos conjuntos**. São Paulo: Universidade de São Paulo e Polígono, 1973.

HEFEZ, A. **Elementos da Aritmética**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2005.

IFRAH, Georges. **Os números**: a história de uma grande invenção. 8 ed. São Paulo: Globo, 1996.

KAMII, Constance e DECLARK, Geórgia. **Reinventando a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. 11 ed. Campinas/SP: Papirus, 1996.

- KLIN, Morris. **O Fracasso da Matemática Moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.
- LAKATOS, Eva maria & MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 3 ed. São Paulo: Atlas, 1991.
- LERNER, D e SADOVSKY. Sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C. e SAIZ, I. (Org). *Didática da matemática: Reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- LIMA, Ivoneide Pinheiro de et alii. **Avaliação da aprendizagem do ensino de Matemática: utilizando a plataforma TelEduc e oficinas pedagógicas**. In II Congresso internacional em Avaliação Educacional. Fortaleza: UFC, 2005.
- LIMA, Ivoneide Pinheiro de et alii. **A Seqüência de Fedathi como Proposta Metodológica no Ensino-aprendizagem de Matemática e sua Aplicação no Ensino de Retas Paralelas**. São Luiz/MA: XV Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste – XV EPENN, 2001.
- LIMA, Paulo Figueiredo & BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental**. Série Textos de História da Matemática, v. 8. Rio Claro-SP: SBHMAT, 2002.
- LINS, Rômulo Campos. **Tendências em Educação Matemática**. São Paulo: UNISINOS, 2000 (Palestra proferida no XII EREM).
- LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria?. In: **A Educação Matemática em Revista**. São Paulo: SBEM, 1995, v.4.
- MACHADO, Nilson. **Matemática e Realidade**. São Paulo: Cortez, 1989.
- MACHADO, Silva Dias Alcântara. Engenharia Didática. In: **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo/SP: EDUC, 1999 (Série Trilhas).
- MANZO, Abelardo J. **Manual para la preparacion de monografias: um guia para presentar informes y tesis**. Buenos Aires: Humanitas, 1971.
- MARTINS, Joel & CELAN, M. Antonieta Alva. **Subsidio para redação em teses de mestrado e doutorado**. 2 ed. São Paulo: Cortez e Moraes, 1979.
- MEDEIROS, Luiz Adauto da. **Aspectos da Matemática no Rio de Janeiro**. Disponível em <http://www.dmm.im.ufrj.br/doc/fnfi-im.htm>. Acesso em: 26 de novembro de 2006.
- MEDIANO, Zélia D. A formação em serviço de professores através de oficinas pedagógicas. In CANDAU, Vera Maria (Org.). **Magistério, construção cotidiana**. 4 ed. Petrópolis/RJ: Vozes, 1997.

MELO, Maria Teresa Leitão de. Programas oficiais para formação dos professores da educação básica. **Educação e Sociedade**: revista quadrimestral de Ciência da Educação/Centro de estudos Educação e Sociedade (CEDES) n. 69, 1999.

MENDES, I. A. **O uso da História no ensino da Matemática**: reflexões teóricas e experiências. Série Educação; n.1. Belém/PA, 2001.

MIORIN, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOREIRA, M. A. Ensino de Física no Brasil: retrospectiva e perspectiva. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. v.22, n.1, 2000. Disponível em: www.sbfisica.org.br. Acesso em: 21 de maio de 2006.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti e DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MORENO, Beatriz Ressia. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, Mabel (Org.). **Ensinar Matemática na educação Infantil e nas séries iniciais**. Porto alegre: Artmed, 2006.

NÓVOA, António. “*O passado e o presente dos professores*”. In: NÓVOA, António (Org.). **Profissão professor**. Coleção Ciências da Educação. Portugal: Porto editora, 1995.

NUNES, Terezinha e BRYANT, Peter. **Crianças fazendo Matemática**. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha e CAMPOS, Tânia M.M. Tendências atuais do ensino e aprendizagem da Matemática. **Em Aberto**, ano 14, n. 62, ab/ju, 1994.

PAIS, L.C. **Didática da Matemática, uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001 (Tendência em educação matemática).

PENTEADO, Miriam Godoy. Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, Maria Aparecida V (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. – (Seminários e Debates), 297-313.

PIAGET, Jean e SZEMINSKA, Aline. **A gênese do número na criança**. Trad. Chirstiano Monteiro Oiticica. 2 ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIETROPAOLO, Ruy César. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática**; um estudo dos pareceres. Caxambu: ANPED, 1998.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J.P.; BROCARD, J. e OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003 (Tendência em educação matemática)

PONTES, Maria Gilvanise de Oliveira. **Perfil do Professor de Matemática que Atua no Núcleo de Educação Continuada e a Distância – NECAD/UECE**. São Luiz/MA: XV Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste – EPENN, 2000.

REGES, Maria Auricélia Gadelha e BARRETO, Marcília Chagas. Análise do desempenho de professores do II ciclo do Ensino Fundamental na resolução de problemas de adição e subtração: um estudo de caso. In **Formação e Prática Docente: história, política e experiências pedagógicas – EFPD 2005**. Fortaleza: UECE, 2005.

ROCHA, Elizabeth Matos. **Uso de instrumentos de medição no estudo da grandeza comprimento a partir de sessões didáticas**, Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal do Ceará - UFC, 2006.

SANTOS, Lucíola L. C. P. Dilemas e Perspectivas na relação entre Ensino e Pesquisa. In: ANDRE, Marli (org) et alii. **O Papel da Pesquisa na Formação e na Prática dos Professores**. Campinas/SP: Papyrus, 2001 (Série Prática Pedagógica).

SANTOS, Maria José Costa dos. O ensino de fração por meio de oficinas pedagógicas: uma análise do desenvolvimento profissional na formação inicial do professor de Ensino Fundamental I. In: **XVII Encontro de Pesquisa Educacional do Norte Nordeste – XVII EPENN**. Belém/Pará: junho/2005.

SCHEIBE, Leda e AGUIAR, Márcia Ângela. Formação de profissionais da educação no Brasil: o curso de pedagogia em questão. **Educação Sociedade**. V.20, n. 68. Campinas, 1999. Disponível em www.sbfisica.org.br. Acesso em: 15 de maio de 2006.

SCHÖN, Donald A. **Educando o profissional reflexivo, um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SILVA, Benedito Antonio da. *Contrato Didático*. In: MACHADO, Silva Dias Alcântara.: **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo/SP: EDUC, 1999 (Série Trilhas).

SILVA DA SILVA. C. M. **A Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP e a Formação de Professores de Matemática**, 2002. Disponível em <http://www.anped.br>. GT – educação Matemática. Acesso em: 10 de março de 2006.

SILVA DA SILVA, C. M. **Explorando as operações aritméticas com recursos da história da Matemática**. Brasília: Plano editora, 2003.

SOUZA, Eliane Reame de, DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. **Álgebra: das variáveis às equações e funções**. 2 ed. São Paulo: IME, 1996.

STANAT, Donald F. e McALLISTER, David. **Discrete mathematics in computer science**. México: Prentice-Hall International, 1997.

TOLEDO, Marília e TOLEDO, Mauro. **Didática da matemática, como dois e dois: a construção da Matemática**. São Paulo: FTG, 1997.

TRAJANO, A. **Aritmética progressiva**. Rio de Janeiro; Francisco Alves, 1927.

VERGNAUD, G. **Cognitive and Developmental Psychology and Researd in Mathematics Education: some theoretical and methodological**. Université Blaise Pascal, 1982

VIEIRA, Elaine e VOLQUIND, Lea. **Oficinas de ensino: o quê? Por quê? Como?** Porto Alegre: Edipucrs, 2002.

ZILMER, Tânia T. Bruns e SANTOS ABIB, Maria Lucia Vital dos. Concepções sobre Matemática e ensino-aprendizagem de professores das séries iniciais em formação. **XIII Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino – XIII Endipe**. Pernambuco: UFP, 2006.

APÊNDICE 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ-UFC
FACULDADE DE EDUCAÇÃO-FACED
CURSO DE PEDAGOGIA
LABORATÓRIO DE PESQUISA MULTIMEIOS
DISCIPLINA: ENSINO DE MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL– Diurno/2006.1
PROFESSOR ORIENTADOR: HERMÍNIO BORGES NETO

Termo de consentimento

Caros alunos

Este questionário faz parte da construção do projeto “Ensino de Matemática mediado pela Seqüência Fedathi por meio de oficinas pedagógicas e da plataforma TelEduc” sob a orientação do Prof. Dr. Hermínio Borges Neto, titular desta disciplina.

A colaboração de vocês para com essa pesquisa é essencial e, portanto pedimos o apoio de todos respondendo esse questionário.

Garantimos o total anonimato a respeito de seus nomes.

Gratos.

Pelo presente termo, aceito a participar dessa pesquisa e autorizo a fazerem uso de tudo que menciono no que estar estritamente ligado ao tema da pesquisa, e ainda autorizo a utilização desses dados na Dissertação de Mestrado e Tese de Dourado, publicações posteriores e de apresentações públicas.

Fortaleza, _____ de _____ de 2006.

Assinatura do aluno(a)

APÊNDICE 2 - QUESTIONÁRIO PERFIL DOS ALUNOS

- Primeira parte: Identificação

Nome completo: _____ 2. Idade: _____
 Estado Civil: _____ 4. Sexo: _____
 E-mail: _____
 6. Orkut: _____

- Segunda parte: Escolarização

Escolas em que cursou:

Ensino Fundamental (séries iniciais)

- () Toda na escola pública
 () Toda na escola privada
 () Maior parte na escola privada
 () Maior parte na escola pública

Ensino Fundamental (séries finais)

- () Toda na escola pública
 () Toda na escola privada
 () Maior parte na escola privada
 () Maior parte na escola pública

Ensino Médio: _____

- () Toda na escola pública
 () Toda na escola privada
 () Maior parte na escola privada
 () Maior parte na escola pública

O Ensino Médio foi realizado por meio de:

- a. () curso normal (Magistério)
 b. () Científico
 c. () Profissionalizante (Técnico em _____)

- Terceira parte: Interatividades

a) Na sua vida escolar qual sua relação com a disciplina de Matemática?

b) O que o (a) levou a escolher o curso de Pedagogia?

c) Quanto tempo você tem para realizar as atividades da faculdade? Justifique.

d) Você participa ou já participou de alguma atividade, projetos pesquisa, ou curso de Matemática? Comente.

e) Você conhece a plataforma TelEduc? Caso conheça, descreva como foi esse contato.

f) Onde usa o computador?

- sempre em casa (tenho Internet)
- sempre em casa (não tenho Internet)
- só na faculdade
- cyber-café
- outros

- Quarta parte: profissional

Qual sua atividade profissional?

- a Professor(a) da escola pública.
- b Professor(a) da escola particular.
- c Professor(a) da escola pública e particular.
Séries: _____ disciplinas: _____
- d Outras atividades

Caso seja professor(a) de Matemática, qual sua relação em sala de aula com essa disciplina?

O que você espera dessa disciplina? Detalhe suas expectativas e interesses.

APÊNDICE 3 - ENGENHARIA DIDÁTICA: NÚMEROS

1. Estudo preliminar

O número é uma das mais extraordinárias criações do ser humano, estando presente na sua vida há milhares de anos, quando os pastores sentiram necessidade de controlar os rebanhos, até os dias atuais, com o homem contemporâneo rodeado de aparatos tecnológicos.

Seu conceito é abstrato e o seu desenvolvimento foi lento e complexo, pois levou milhares de anos e envolveu diversas civilizações. Para representar qualquer número, são utilizados dez símbolos diferentes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Cada um desses símbolos e seus respectivos nomes permitem identificar quantos elementos há em determinado conjunto (BARTOLOMÉ e FREGONA, 2006).

No final do século XIX, por meio do raciocínio indutivo, a noção de número passou a ser trabalhada utilizando os conceitos de conjuntos, ou seja, o conceito de número evoluía de uma noção intuitiva para um conceito mais elaborado, como salienta Hefez (2005).

O conceito de número é essencial para a aprendizagem da Matemática das séries iniciais, no entanto, o seu ensino é negligenciado. Nos cursos que formam professores de Matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental, em geral, não existe uma discussão acerca do número do ponto de vista matemático e, por acreditarmos que esse estudo é fundamental para a formação do futuro docente, nesta pesquisa, a discussão teórica foi direcionada para essa linha, o que provocou um desequilíbrio cognitivo nos conhecimentos prévios dos alunos.

1.1 Levantamento bibliográfico sobre o assunto

Para o matemático Boyer (1974), pouco se pode afirmar sobre a origem dos números, em razão da falta de documentos escritos. Sabe-se é que seus primórdios

antecedem a escrita e que existem duas vertentes sobre o seu surgimento: correspondência um a um ou rituais religiosos, sendo a segunda delas a mais aceita.

- Primeira hipótese

A idéia de contar origina-se nos rituais religiosos primitivos. Nas cerimônias, era necessário chamar os participantes à cena de acordo com uma ordem específica. Para resolver esse problema, o homem primitivo criou a contagem. Nesse caso, o aspecto ordinal precedeu o de número cardinal (BOYER, 1974).

- Segunda hipótese

A princípio o homem primitivo não sabia contar. Não percebia que havia algo em comum entre coleções com a mesma quantidade de elementos. No máximo, o que ele conseguia era distinguir a diferença entre a unidade, o par (dois) e a pluralidade (muitos). Diferenciava uma coleção com único elemento daquele que possuía dois elementos. Quando a coleção possuía mais de dois elementos, independentemente de sua quantidade, era denominada de “muitos” (IFRAH, 1996; BOYER, 1974; CENTURIÓN, 2002).

À medida que aumentavam suas relações com os outros, porém sentiu a necessidade de ter maior “exatidão” quantitativa. A contagem impõe-se como uma necessidade cada vez mais importante e urgente.

Começou, então, a comparar os elementos de duas ou mais coleções: “mais que”, “menos que” ou “tantos quanto” (CARAÇA, 1984). Dessa maneira, utilizava a correspondência um para um: a cada ovelha correspondia uma pedrinha, ou uma marca num pedaço de osso ou de madeira, ou formas outras de registro. A quantidade de pedrinhas acumuladas, ou a quantidade de marcas riscadas, corresponderia à quantidade de ovelha no pasto.

Com o aumento do rebanho, esses procedimentos de registro foram ficando inviáveis, em virtude da dificuldade de distinguir uma grande quantidade de marcas. Assim, a dificuldade de percepção de grandes quantidades foi um obstáculo que o

homem teve de superar para saber quantos animais havia no pasto. O homem, então, inventou os números.

A necessidade de contagem juntamente com a correspondência um para um foram passos fundamentais dados pelo homem em direção ao posterior desenvolvimento do conceito de número.

Esta breve retrospectiva possibilita perceber, de maneira semelhante, como as crianças elaboram esse conhecimento. A criança na Educação Infantil, quando precisa comparar conjunto de objetos, usa como estratégia a correspondência um para um. Se as quantidades de elementos aumentam, as crianças apropriam-se do cálculo, igualmente como fez o homem primitivo.

1.2 As dificuldades inerentes à aprendizagem do assunto pelas crianças, do ponto de vista epistemológico e didático

O ato de contar é uma ação que somente o ser humano possui, diferentemente da sensação numérica. Estudos mostram que alguns animais, como corvos, rouxinóis, pegas demonstram a capacidade de distinguir pequenas capacidades, conjuntos de até quatro elementos. Este limite da sensação numérica é denominado de “senso numérico”. Se oferecermos às crianças pequenas, que ainda não sabem contar, três a quatro brinquedos e, em seguida, retirarmos um sem que ela veja, ela sentirá a falta do brinquedo retirado.

É bastante comum a criança pequena mostrar os dedinhos da mão quando indagada sobre sua idade ou ainda verbalizar a seqüência numérica: um, dois, três, quatro..., mas esse procedimento não significa que ela saiba contar. Segundo Toledo e Toledo (1997), a criança pequena conta da seguinte forma:

- na contagem de objetos não se preocupa se todos os objetos foram contados ou se algum deles foi contado mais de uma vez;
- na seqüência numérica, repete os números ou não os põe da ordem: “um, dois, quatro, dois, três...” Quando a criança não domina o nome dos números na ordem da seqüência numérica, ela repete alguns nomes ou deixa de nomear alguns;
- recita os nomes dos números como se estivesse nomeando os objetos. A criança precisa perceber que o nome que se enuncia não é do objeto, mas da quantidade de objetos contados, como por exemplo: após contar uma coleção com cinco objetos e

solicitarmos à criança que indique o quatro, ela apontará o quarto objeto, como se este fosse o nome dele.

Ifrah (1996) acentua que a criança, por um certo tempo, tem dificuldade de conceber e dizer o número 3. Na sua contagem, ela fala o número 1 e depois o 2, mas esquece em seguida o terceiro número, dizendo o próximo, que é o 4: 1,2,4....

A aquisição do conceito de número envolve o domínio de ações, como correspondência, comparação, classificação, seqüência, inclusão, ordenação e conservação, que devem ser trabalhadas simultaneamente com as crianças e que são fundamentais para que elas atinjam um conhecimento mais complexo e abstrato.

Para Piaget e Szeminska (1975), quando a criança aprende a contar, é preciso, ainda, um longo percurso para que ela compreenda os números. As crianças com quatro anos de idade, embora já possam saber alguns nomes dos números e consiga dizê-los na ordem da seqüência numérica, tem dificuldade em respeitar a lógica numérica:

(...) não basta de modo algum á criança pequena saber contar verbalmente “um, dois, três etc” para achar-se na posse do número. Um sujeito de cinco anos pode muito bem, por exemplo, ser capaz de enumerar os elementos de uma fileira de cinco fichas e pensar que, se repartir as cinco fichas em dois subconjuntos de 2 e 3 elementos, essas subcoleções não equivalem, em sua reunião, à coleção total inicial (PIAGET e SZEMINSKA, 1975; 15).

Nessa perspectiva, Nunes e Bryant (1997) acentuam que as crianças novas não entendem o significado da contagem, para comparar conjuntos ou produzir conjuntos equivalentes. Quando as crianças são desafiadas a contarem um conjunto de elementos, cujos arranjos não estão enfileirados em linha reta, elas utilizam outras estratégias ou indícios outros da situação, como, por exemplo, o comprimento da fileira, em vez da contagem.

A utilização dos termos número, numeral e algarismo são obstáculos didáticos, sem a devida compreensão por parte do aluno. Número é a idéia de quantidade. Numeral é a representação dos números por meio de símbolos, seja gráfica ou oralmente e algarismos são os símbolos que representam os números.

O número zero é um obstáculo epistemológico, considerando-se que levou milhares de anos para ser aceito como número, pois a sua associação com “nada” foi e é causa de numerosos erros ainda hoje.

1.3 Ensino atual

Inicialmente, na escola, se trabalha o ensino dos números aos poucos, um a um e na ordem da seqüência numérica. Os livros didáticos, em geral, ou apresentam o número por meio de alguns exemplos ou solicitando que a criança desenhe objetos que correspondam ao número que está sendo explicitado. Logo em seguida, vêm atividades para exercitar a escrita convencional, que podem ser feitas por meio de desenhos, ou recortes ou pintura, ou escrita em linhas inteiras, repetindo o mesmo número, outras ou atividades similares.

Habitualmente, em sala de aula, são trabalhadas atividades que contêm uma quantidade moderada de elementos que podem ser percebidos pela criança apenas com o olhar, sem a necessidade de recorrer à contagem. Um exemplo desse tipo de atividade é: três lápis estão sobre uma mesa. Solicite à criança que distribua para cada lápis uma borracha. Utilizando a estratégia da correspondência um para um facilmente a criança resolve o problema.

A correspondência um a um é muito importante para a aquisição do número, mas esse procedimento não implica que ela sabe contar, pois este tipo de estratégia possibilita abordar a quantidade sem recorrer aos números para dar uma solução. (BARTOLOMÉ E FREGONA, 2006).

Outro procedimento ordinariamente utilizado é o dos conjuntos, decorrente da reforma da Matemática moderna. Em duas colunas paralelas, colocam-se conjuntos contendo diferentes quantidades de elementos (três aviões, quatro bonecas, seis picolés...), para que a criança ligue por correspondência, termo a termo, os conjuntos que têm a mesma quantidade de elementos (MORENO, 2006).

O professor em sala de aula não deve trabalhar cada número de forma isolada, pois ele tem a obrigação de realçar a idéia de sucessivo de um número pela adição de mais um elemento: mostrar que o número três é obtido da junção do número 2 mais uma unidade, o número quatro é o três mais um, e assim sucessivamente.

a) Para Piaget e Szeminska

Para Piaget e Szeminska (1975), o número é uma estrutura mental elaborada pela criança, resultado de dois tipos de relação: a ordenação e a inclusão hierárquica. É

preciso que a criança domine a inclusão hierárquica para que perceba que cada número, a partir do um, está incluído no número seguinte. Caso isso não ocorra, ela apenas nomeará os números. Kamii e Declark (1996), discípulas de Piaget, argumentam que o conceito de número não pode ser ensinado, pois este é desenvolvido individualmente por meio da sua abstração reflexiva sobre os objetos.

As crianças desenvolvem o conceito de número a partir da sua capacidade natural de pensar, mas é necessário que o professor realize diversas atividades que trabalhem os sete esquemas básicos, essenciais para aprendizagem matemática (PIAGET e SZEMINSKA, 1975):

- ✓ comparação - é examinar para estabelecer diferenças ou semelhanças entre objetos, às pessoas ou as idéias;
- ✓ classificação - consiste em separar em categorias, a partir dos atributos percebidos na comparação;
- ✓ inclusão - significa envolver um conjunto ou idéia por outro(a);
- ✓ correspondência - é comparar os elementos de dois conjuntos, por meio de emparelhamento;
- ✓ seqüenciação - é fazer suceder, a cada elemento, um outro;
- ✓ ordenação - é colocar os elementos em seqüenciação, de maneira que seja na ordem crescente ou decrescente; e
- ✓ conservação - é perceber que a quantidade não varia, independentemente da arrumação, forma ou posição.

b) Para o matemático

Para o matemático os números naturais são elaborados utilizando-se a Teoria dos Conjuntos. Para a sua compreensão, é necessário que o indivíduo tenha desenvolvido o raciocínio indutivo, pois é por meio desse raciocínio que ele irá constituir novos conceitos, tomando como base o que já sabe.

Contar é fazer uma associação ou correspondência entre dois conjuntos distintos, que significa associar o conjunto¹⁸ que desconhece a quantidade de elementos com o

¹⁸ É toda coleção de objetos que possui determinado atributo. O objeto da coleção recebe o nome de elemento ou membro do conjunto. Para Stanat e Mcallister (1997), a noção de conjunto e a relação “e um elemento de” são termos primitivos da Teoria dos Conjuntos, pois não existe uma definição formal para o termo conjunto, nem regras para decidir quando um objeto é um membro do conjunto.

conjunto preestabelecido (conhecido). Não pode ser qualquer associação, tem que ser uma correspondência um para um, denominada correspondência biunívoca¹⁹.

Isto que dizer que não se pode utilizar objetos distintos para a mesma palavra-número, ou seja, escolhe-se um dos elementos do conjunto e enuncia-se a primeira palavra-número: um; escolhe outro elemento (sucessor) e diz: dois; continua assim até esgotar todos os elementos do conjunto inicial. A última palavra-número pronunciada representa a quantidade de elemento do conjunto. Exemplo: se a última palavra-número dita for quatro, o conjunto possui quatro elementos.

Para Stanat e Mcallister (1997) e Halmos (1973), cada número natural é um conjunto formado pelo conjunto de seus predecessores. O primeiro número natural é definido como conjunto com zero elementos e representado por \emptyset . Para todo conjunto n define o *sucessor* n' como o conjunto obtido pela união de n aos elementos de n , ou seja, $n' = n \cup \{n\}$.

Exemplo: o número 3 é todo conjunto formado exatamente por três elementos. Como construir o número seguinte? O número 4 será definido como o conjunto consistindo dos três elementos de 3, junto com o 3.

Definição: O conjunto dos números naturais N é o conjunto tal que:

(Básico) $\emptyset \in N$.

(Indução) Se $n \in N$, então $n \cup \{n\} \in N$.

(Extremo) Se $S \subset N$ e S satisfaz as condições 1 e 2, então $S = N$.

Para os autores, os naturais se fazem assim:

O numero zero é definido como conjunto com zero elemento.

$$0 = \emptyset$$

O número 1 é todo conjunto formado por um elemento.

$$1 = \{\emptyset\}$$

O número 2 é todo conjunto formado por dois elementos.

$$2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{\emptyset, 1\}$$

O número 3 é todo conjunto formado por três elementos.

¹⁹ A relação de A e B é uma correspondência biunívoca, se para cada elemento de A existe único correspondente em B e para cada elemento de B existe um único correspondente em A.

$$3 = \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} = \{ \emptyset, 1, 2 \}$$

O número 4 é todo conjunto formado por quatro elementos.

$$4 = \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} \} = \{ \emptyset, 1, 2, 3 \}$$

O número 5 é todo conjunto formado por cinco elementos.

$$5 = \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} \} \} = \{ \emptyset, 1, 2, 3, 4 \}$$

O número 6 é todo conjunto formado por seis elementos.

$$6 = \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} \} \} \} = \{ \emptyset, 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

O número 7 é todo conjunto formado por sete elementos.

$$7 = \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} \}, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \} \} \} \} \} = \{ \emptyset, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

E assim sucessivamente.

1.4 Conteúdo e pré-requisitos necessários

O conteúdo trabalhado na aula foi o processo de contagem, conceito de número e numeral, importância do número, associação entre dois conjuntos, correspondência biunívoca, número na concepção de Piaget e do matemático. Para entendimento do assunto, é necessário que o aluno tenha a conservação de quantidade e noção de conjunto.

2 Estudo *a priori*

2.1 Hipóteses

- Os alunos não sabem o conceito de número.
- Os alunos têm pouco conhecimento sobre o processo de aquisição do número pela criança.

- Os alunos não sabem quais são as ações que devem ser trabalhadas com as crianças para ajudá-las na aprendizagem de números.

2.2 Objetivos

✓ Geral

- Construir o domínio conceitual dos números naturais, na concepção de Piaget e do matemático.

✓ Específicos

- Rememorar a evolução histórica dos números, apontando as dificuldades que o homem primitivo sentiu no seu estabelecimento, fazendo uma analogia com os percalços que as crianças de hoje enfrentam.
- Discutir o que é número nas visões de Piaget e do matemático.
- Discutir as principais dificuldades de aprendizagem que as crianças apresentam no ensino de números.

2.3 Seqüência didática

No decorrer da aula foram feitos vários questionamentos acerca do conteúdo, respeitando as etapas da Seqüência Fedathi, no sentido de desencadear ações do aluno a fim de provocar os desequilíbrios/equilíbrios cognitivos necessários para a sua aprendizagem.

Tomada de posição 1 O que é número?

Tomada de posição 2 O que é associação?

Tomada de posição 3 O que é correspondência biunívoca?

Tomada de posição 4 Qual a concepção de número para Piaget?

Tomada de posição 5 Qual a concepção de número para o matemático?

Tomada de posição 6 Quais habilidades e características o professor precisa trabalhar com o estudante para ajudá-lo na aquisição do número?

3 Experimentação

A aula iniciou com 20 minutos de atraso, com o professor fazendo o seguinte questionamento para a turma:

P – O que é números para vocês?

Alguns alunos respondem:

A – É uma representação gráfica de uma quantidade.

A – Algo que está no nosso dia-a-dia.

A – Representação de uma quantidade.

P – Existem duas dificuldades do professor das séries iniciais: 1) entender o que é número e 2) compreender como a criança desenvolve o número.

O professor mostra uma caneta e pergunta se está no dia-a-dia das pessoas.

A – É difícil conceituar, pois venho do ensino tradicional. Foi ensinado 1, 2, 3... e serve para contar.

P – Se você representa, é porque você deve saber contar. Se as crianças perguntarem, o que é número?

A – É 1, 2, 3 e está respondido.

A – O que é e para que serve o número?

O professor mostra uma garrafa de cabeça para baixo e pergunta: isso é número?

A – Os números são infinitos.

A – O conceito é difícil.

P – Realmente o conceito é difícil, mas é preciso entender, para depois poder explicar.

No início do século XIII, o conceito de número começou a ser trabalhado e terminou no começo do século XX.

O professor usa os dedos da mão mostrando como o homem primitivo contava: um dedo representa uma ovelha, dois dedos representam duas ovelhas, e assim por diante.

P – O que é que está por trás disso?

A – Fazendo uma associação das pessoas com os dedos.

P – Isso. Que associação é essa?

A – Pessoa e dedo.

P – Ela associou pessoa ao dedo. Na linguagem matemática que você conhece, quando você pega um bocado de alunos da Pedagogia, faz uma associação entre dois conjuntos: conjuntos das pessoas com o conjunto de dedos. O ato de contar é fazer associação entre dois conjuntos distintos:

Conjunto de pessoas \longrightarrow Conjunto de dedos

Que tipo de associação é esta?

O conjunto que eu não sei quanto tem e o conjunto que já é preestabelecido (conhecido). Exemplo: tem-se um grupo de alunos; então, cada aluno será associado a um número natural, iniciando pelo 1.

Tem uma característica peculiar nessa associação. 1, 2, 2, 3 ... Pode?

A – Não.

P - Essa associação tem que ser particular, não pode repetir e não pode colocar o mesmo objeto ao mesmo número. A associação não pode ser qualquer uma; tem que ser uma correspondência um para um, uma correspondência biunívoca.

P – O que vocês entendem por correspondência biunívoca?

Ninguém responde.

P – Dados os conjuntos A e B, para cada elemento do conjunto A existe um correspondente em B e para cada elemento de B existe um único correspondente em A.

P – Para trabalhar o conteúdo matemático, na sala de aula, nunca pode ser feita pergunta óbvia. Precisa o professor colocar dificuldades, de modo que o estudante desenvolva a habilidade de justificar. Toda atividade precisa perguntar por quê. Exemplo: tem mais meninos ou meninas? (pergunta óbvia). Tem mais alunos brancos ou negros? (não óbvio).

O professor mostra dois livros aparentemente da mesma altura e pergunta: Qual livro tem mais página? Só olhando dá para responder?

A – Não.

P – Como contar?

A – Conta as páginas do livro 1 e do livro 2, depois compara para saber qual livro tem mais página.

P – Pega o primeiro livro e associa com os números naturais, depois pega o livro 2 e associa com os números naturais, em seguida, compara os resultados.

O processo de comparação é o processo mais simples. Isso se faz quando inicia o processo de contagem.

O processo de contagem surgiu historicamente, uma ovelha para uma pedra. Nesse período não havia representação.

Dois elementos distintos do conjunto C1 têm que ir a dois elementos distintos de C2.

Exemplo: $A = \{a, e, i, o, u\}$

| | | | |

$B = \{a, b, c, d, e\}$

Cada elemento de A com cada elemento distinto de B.

Vamos construir o conjunto dos números naturais (N):

antes, digam o que é número.

A – É um símbolo.

P- Isso é número ou numeral?

A- É número.

A- É numeral.

A- É os dois.

P- O número é a idéia de quantidade e numeral é o símbolo. Quais habilidades que têm que desenvolver nas crianças para ajudá-las na aquisição do número?

Ninguém responde.

P – Comparação - é você ter dois conjuntos ou mais e estabelecer as diferenças e semelhanças entre eles. Classificação – em cima das diferenças e das semelhanças, separar em categoria. Correspondência - é fazer a correspondência um a um, conforme discutido anteriormente. Seqüenciação – é suceder a cada elemento um outro. Ordenação – é colocar os elementos em ordem crescente ou decrescente. Inclusão hierárquica – é abranger, significa envolver um conjunto ou idéia por

outro. Para Piaget, a criança constrói o número por meio de duas habilidades: a ordem e a inclusão hierárquica.

P – Para o matemático, é preciso ter o número zero, ordem, raciocínio indutivo (que representa a inclusão de classe de Piaget) e tem sempre o sucessor. Vamos ver a construção dos naturais.

O número zero é definido: $0 = \emptyset$. O conjunto vazio é para manter a consistência da teoria.

Como construo o número seguinte?

O conjunto de um elemento é o conjunto que eu posso fazer uma correspondência biunívoca com $\{\emptyset\}$.

$$2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{\emptyset, 1\}$$

$$3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} = \{\emptyset, 1, 2\}$$

À medida que você vai construindo, vai ficando mais complicado por causa das chaves.

$$4 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\} = \{\emptyset, 1, 2, 3\}$$

$$5 = \{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$$

$$6 = \{\emptyset, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

E assim sucessivamente.

Por fim, o professor usou torre de Hanói e mostra o raciocínio indutivo.

APÊNDICE 4 - ENGENHARIA DIDÁTICA: SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

1 Estudo preliminar

A humanidade, a partir da sua evolução sócio-econômica, começou a ter dificuldade em realizar contagens em razão do aumento de seus bens. O registro de quantidades em ossos, pedaços de madeira e outros já não estava sendo prático. A partir desse novo desafio, o homem começou a estabelecer símbolos pautados em regras preestabelecidas entre tribos. Daí o surgimento dos sistemas de numeração, como o egípcio, o maia, o babilônico, o grego, o chinês, o romano e outros que não foram práticos o suficiente para se perpetuarem.

A nova necessidade de encontrar um sistema que atendesse de forma prática aos intercâmbios comerciais fez surgir o sistema de numeração indo-arábico ou sistema de numeração decimal, que, com seus dez símbolos, provocou verdadeiro avanço nos cálculos numéricos.

Apesar de ser inserido socialmente, ainda hoje subsiste uma grande dificuldade de compreensão da estrutura do sistema de numeração decimal pelos alunos, o que certamente acarretará dificuldades nas quatro operações fundamentais da Matemática. É importante, contudo, que o professor tenha consciência dessa realidade, explorando de forma adequada os princípios que envolvem o sistema de numeração decimal.

1.1 Levantamento bibliográfico sobre o assunto

A necessidade de registrar deu origem à numeração escrita. Nos museus nas mais diversas partes do mundo, encontramos inúmeros objetos (pedaços de madeira com talhos, cordas com nó, pedaços de barros com marcas e outros) que pertenceram aos habitantes de épocas antigas. Encontramos também cavernas com paredes pintadas e talhadas, revelando a forma primitiva de contar.

Para contar seus objetos, o homem primitivo se utilizava da correspondência um a um: uma marca para cada objeto. À medida que as marcas foram crescendo, o homem sentiu a necessidade de agrupá-los, facilitando a contagem.

Boyer (1974) assinala que, as primeiras formas de agrupar, provavelmente, se relacionavam ao corpo, como as mãos e os pés. O homem, então, agrupava de cinco em cinco, de dez em dez. A partir dos agrupamentos, surgiram os diversos sistemas de numeração: egípcios, maias, romanos, chineses e outros. Falaremos apenas da numeração egípcia, romana e indo-arábica.

Os egípcios na Antiguidade utilizavam os seguintes símbolos para escrever os números:

Símbolo egípcio	Descrição	Correspondência no Sistema de Numeração Decimal
	Bastão	1
∩	calcanhar	10

	Rolo de corda	100
	flor de lótus	1000
	Dedo apontando	10000
	Peixe	100000
	Homem	1000000

O sistema de numeração romana utilizava os seguintes símbolos:

Símbolo romano	Correspondência no Sistema de Numeração Decimal
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Para evitar repetir quatro vezes o mesmo símbolo, os romanos desenvolveram a operação de subtração, como, por exemplo: $4 = 5 - 1 = IV$ e $9 = 10 - 1 = IX$.

Os sistemas egípcio e romano, entretanto, são muito trabalhosos para escrever determinados números, revelando ser pouco práticos, pois, para representar determinados números, é necessário enfileirar uma grande quantidade de símbolos, como, por exemplo, o número 333 na numeração egípcia e romana:

egípcio = 
romana = CCCXXXIII

Se a quantidade for muito grande, é preciso, em ambos os sistemas de numeração, a criação de novos símbolos, como, por exemplo, um para o dez mil e outro para o dez milhões; além da dificuldade de realizar cálculos.

O nosso sistema de numeração é muito mais prático e ele é usado quase no mundo todo. É chamado indo-árabico, pois foi criado pelos hindus e divulgado pelos árabes. Suas principais características são: é decimal, emprega o zero, é aditivo, é multiplicativo, é posicional e usamos apenas dez símbolos diferentes para escrever qualquer número.

1.2 As dificuldades inerentes à aprendizagem do assunto pelas crianças, do ponto de vista epistemológico e didático

A criança, segundo Moreno (2006), ao iniciar sua vida escolar, já traz consigo conhecimentos básicos sobre sistema de numeração decimal, no que se refere à organização e regularidade. A autora enfatiza que esse sistema é uma convenção que depende das informações externas para poder ser aprendido e que suas características não estão explicitadas na escrita, ou seja, a numeração falada nem sempre é a mesma na numeração escrita, o que se torna uma dificuldade.

Para Nunes e Bryant (1997) a não-compreensão da composição aditiva e os diversos valores que as unidades assumem são dificuldades epistemológicas. A economia de símbolos que nosso sistema de numeração proporciona, pois utilizamos somente dez dígitos, decorre do princípio da “posicionalidade”, em que os agrupamentos vão originando outras ordens e conseqüentemente outros números, o que origina muitos problemas de compreensão para as crianças. Lerner e Sadovsky (1996, p. 33) concordam com esse pensamento, quando dizem que:

A escrita de um número qualquer não “diz” que o algarismo colocado no lugar das dezenas deve ser multiplicar por 10 para o reconhecimento do seu valor, também não “diz” que o algarismo colocado no lugar das centenas deve ser multiplicado por 100. Em nosso sistema, as potências de base 10 não aparecem explicitamente representadas. O único indicador que dispomos para saber por qual potência devemos multiplicar cada algarismo é a posição que este ocupa em relação aos decimais.

As pesquisadoras, Lerner e Sadovsky, em estudos com crianças, estabeleceram que os termos “vai um” e “pedir emprestado, tão comum utilizados nas contas escolares, não tinham ligação com as “unidades, dezenas e centenas”, estudadas anteriormente. O problema foi detectado em crianças que cometiam erros como aquelas que resolviam a “conta” corretamente.

Para Kamii e Declark (1996), é preciso que a faça construir, inicialmente, as “unidades”, para depois fazer as “dezenas”, logo após as “centenas” e assim sucessivamente. É necessário dar tempo suficiente para que a criança elabore mentalmente cada uma dessas ordens. Elas ainda acrescentam que “construir mentalmente o ‘1’ de 100, e coordena-lo hierarquicamente com a estrutura das dezenas e unidades, é uma tarefa muito difícil” (p. 93).

1.3 Ensino atual

No âmbito da sala de aula, o ensino do sistema de numeração decimal, em geral, está direcionado para aprender “regras”, em que a criança arma e resolve continhas sem compreender o processo.

1.4 Conteúdo e pré-requisitos necessários

Os seguintes tópicos foram abordados na aula: evolução histórica dos sistemas de numeração, os agrupamentos, expansão polinomial e as características do sistema de numeração decimal. Para compreensão do conteúdo, é necessário que o aluno tenha conhecimentos da noção de número.

2 Estudo *a priori*

2.1 Hipóteses

- Os alunos têm conhecimentos elementares sobre sistema de numeração.
- Desconhecem as vantagens do sistema de numeração decimal em relação aos outros sistemas.
- Os alunos não sabem operacionalizar com mudanças de base.
- Não sabem colocar o número em expansão polinomial.

2.2 Objetivos

- ✓ Geral

- Trabalhar os princípios do Sistema de Numeração Indo-arábico.

✓ Específicos

- Rememorar a evolução histórica dos números no sistema de numeração, apontando as dificuldades que o homem primitivo sentiu na sua construção, fazendo analogia com os percalços que as crianças de hoje enfrentam.
- Trabalhar os princípios do sistema de numeração indo-arábica.
- Representar quantidades em números p-ádicos.
- Comparar as características do sistema de numeração decimal com outros sistemas.

2.3 Seqüência didática

Tomada de posição 1 Sistema de numeração: O que é isso?

Tomada de posição 2 Você conhece algum Sistema de Numeração? Qual ou quais?

Tomada de posição 3 O que é o sistema de numeração “indo-arábico”? Quais suas principais características? Quais suas vantagens e desvantagens em relação a outros sistemas de numeração?

Tomada de posição 6 Por que o nosso sistema de numeração é decimal?

Tomada de posição 7 Você sabe da origem do zero? O que significa o zero no nosso sistema de numeração?

Tomada de posição 8 Com exceção da base dez, você já utilizou ou conhece outras bases?

Tomada de posição 9 Represente 72 na base 6.

3 Experimentação

A aula iniciou com 15 minutos de atraso, pois a sala Samia estava fechada. A Formadora 03 distribuiu para cada aluno uma folha de papel contendo flores, em torno de 300 unidades. Em frente aos alunos, F02 mostra uma folha de papel-ofício e pergunta:

F02- Quantas flores têm?

A- 240.

A- 175.

F02 dividiu os alunos em grupos e solicitou que cada grupo ficasse responsável por agrupar as flores em determinada base: 2, 3, 4, 6 e 7. Em seguida, aleatoriamente, de cada grupo, F 02 pegou uma folha de ofício e mostrou para a classe, perguntando:

F02 – E agora, dá para contar? Está difícil?

A- Está.

F02 – Vamos agora reagrupar. Quem agrupou de dois em dois, agora pega duas coleções e agrupa, pega mais duas coleções e agrupa. Quem agrupou de três em três, agora pega três coleções e agrupa, pega mais três coleções e agrupa. E assim por diante.

Após a realização dessa atividade, F02 pegou novamente as mesmas folhas de papel-ofício e perguntou à turma:

A - Agora está mais fácil, tem 300 flores.

São 8h20min.

F 02 – Vocês sabem o que estão fazendo?

A - Estamos fazendo conjuntos de flores.

F 02 – O que é sistema de numeração?

A - Estamos trabalhando como sistema de numeração decimal.

São 8h25min. Os alunos demonstraram insegurança para definir. Seis alunos se distraem com o computador e alguns alunos sentem dificuldade em perceber os reagrupamentos.

F02- Por que utilizamos o sistema de numeração decimal? Você conhece algum sistema de numeração? Quais?

A - Conheço o sistema de numeração decimal, maia, egípcio.

F02- Existem diferentes sistemas de numeração, sendo os romanos, egípcios e decimal os mais conhecidos. Nos romanos, temos a seguinte representação para os números:

1 – I	6 – VI	50 - L
2 – II	7 – VII	100 - C
3 – III	8 – VIII	500 - D
4 – IV	9 – XI	1000 - M
5 – V	10 – X	

Esse sistema tem base dez, não é posicional, não tem o zero, tem o princípio subtrativo, não tem o princípio multiplicativo, é aditivo e possui vários símbolos.

Nós ainda utilizamos esse sistema?

A - Sim, quando vamos representar os séculos, os números de alguns relógios, nos capítulos de alguns livros.

F02- Ok. No sistema egípcio, temos a seguinte representação:

1 – I	6 – IIIIII
2 – II	7 – IIIIIII
3 – III	8 – IIIIIIII
4 – IIII	9 – IIIIIIIII
5 – IIIII	10 – ∩

Esse sistema tem também a base dez, não é posicional, não tem o zero, não tem o princípio multiplicativo, é aditivo e possui vários símbolos.

Nós ainda utilizamos esse sistema?

A - Não, que eu saiba.

F02- Já na numeração indo-arábica, recebe esse nome porque foi criado pelos hindus e divulgado pelos árabes. Precisamos apenas de dez símbolos para representar qualquer número: 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Tem base dez, é posicional, tem o zero, tem o princípio subtrativo, tem o princípio multiplicativo e é aditivo.

F01- Por que nosso sistema de numeração é decimal?

A - Porque agrupamos e reagrupamos em dez em dez.

F01- O que é zero? Qual a sua origem? O que significa o zero no nosso Sistema de numeração?

A- É um número que significa ausência de quantidade.

F01- Isso mesmo, é um número que significa ausência de quantidade. O zero surgiu há milhares de anos, quanto o homem primitivo realizava suas contagens e precisou representar com símbolos o que se passava, no ábaco. Após a sua invenção, o homem levou ainda muito tempo para aceitá-lo como número.

F01 – O número zero, para ser aceito como tal levou milhares de anos. O número zero é um obstáculo epistemológico para a criança, por isso é importante o professor saber disso, para melhor trabalhar em sala. Com exceção da base dez, você já utilizou ou conhece outras bases?

A - Sim, agora na sala.

F01 – No dia-a-dia nós utilizamos outras bases?

A - Agora na sala, agrupando as flores.

F02 – No supermercado, encontramos embalagens com caixa de 24 unidades, os ovos são agrupados com 6, 12 ou 30 unidades; temos também que 1h corresponde a 60min ou 3600s. Vamos agora lançar um desafio para vocês: represente 72 na base 6.

Os alunos não conseguem responder.

F02- Vamos responder, então, juntos. Para melhor compressão, vamos utilizar o Quadro Valor de Lugar – Q.V.L. A primeira coluna à direita será chamada de 1ª ordem ou da unidade, a segunda coluna é 2ª ordem, a terceira coluna 3ª ordem, e assim sucessivamente. Na 1ª ordem, vamos colocar as 72 unidades. Agora, a cada seis unidades, vamos trocar por uma unidade da 2ª ordem, que representaremos por um quadrado. Quanto vale cada palito da 1ª ordem?

A - Unidade.

F02- Certo, que eu posso representar por 6^0 . Agora, a cada seis unidades da 2ª ordem trocaremos por uma unidade da 3ª ordem, que representaremos por um círculo. Quanto vale cada quadrado da 2ª ordem?

A - Seis.

F02- Isso, que eu posso representar por 6^1 . E quanto vale cada círculo da 3ª ordem?

A - 36.

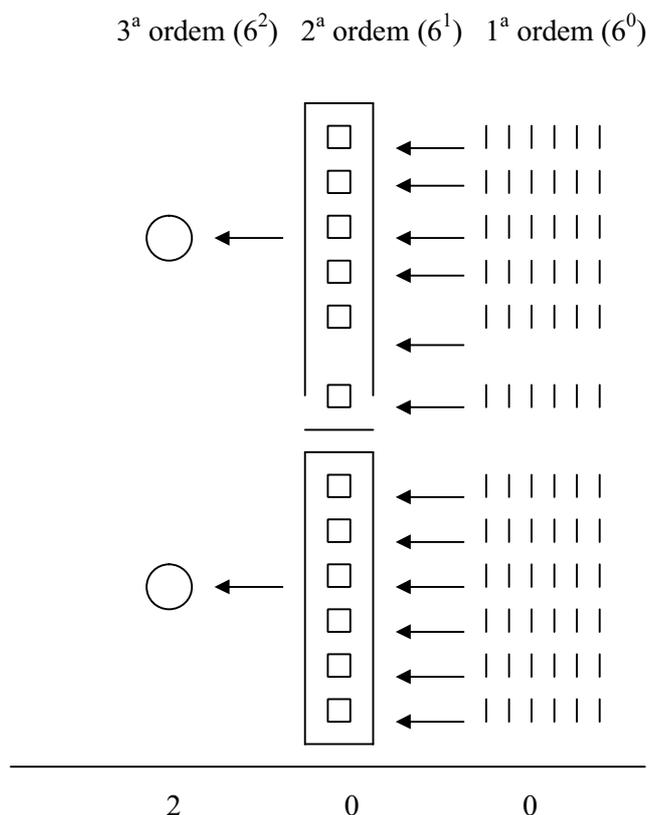
F02- Vale 36, que podemos representar por 6^2 . E se ainda tivéssemos a 4ª ordem, quanto valeria cada unidade?

A - 212.

F02- 212, que podemos representar por 6^3 . E a 5ª ordem?

A- 6^4 .

F02- Certo. E assim sucessivamente. A figura a seguir, representa essa situação:



F02- 72 na base 6 é dois, zero, zero.

A - Toda vez que for colocar um número, em outras bases, tenho que usar o Q.V.L.?

F02- Não; existe um algoritmo que facilita muito a nossa vida. Pega o 72 e divide por 6, dá 12 de quociente e resto 0.

Se o quociente for maior ou igual a 6 divide esse valor por 6. Se o novo quociente ainda for maior ou igual a 6 divide esse valor por 6, e assim sucessivamente.

Nesse caso vamos dividir 12 por 6, que é igual a 2 e resto 0. Como o quociente é menor do que a base, então, paramos.

Pega o último quociente e os restos das divisões, vindo da direita para esquerda, conforme o modelo a seguir:

$$\begin{array}{r} 72 \quad | \quad 6 \\ \underline{} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \ 6 \\ \swarrow \\ 0 \ \boxed{2} \end{array}$$

72 na base 6 é dois, zero, zero, que podemos representar assim: $72 = (200)_6$.

F01- Digamos que vocês não saibam que número $(200)_6$ é 72 unidades na base 10.

Como se fazer à reversibilidade desse processo?

A - Não sei.

F01- Vamos fazer a expansão polinomial (p-ádica) do número dois, zero, zero na base 6. O número dois está em qual ordem?

A - Terceira ordem.

F01- Então, vamos fazer 2×6^2 . E o zero do meio? E o outro zero?

A - O do meio está na segunda ordem e o outro na primeira ordem.

F01- Nesse caso, escrevemos 0×6^1 e 0×6^0 , depois soma os resultados dos produtos.

Assim, $2 \times 6^2 + 0 \times 6^1 + 0 \times 6^0 = 72$. Deu para compreender?

A - Deu.

F01- Na próxima aula teremos a oficina sobre sistema de numeração, em que aprofundaremos a discussão.

APÊNDICE 5 - ENGENHARIA DIDÁTICA: QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

1 Estudo preliminar

As operações básicas fundamentais da Aritmética são de grande importância para a vida do aluno, pois, além de estarem presente nas suas vivências infantis desde muito cedo, constituem uma condição necessária para a vida em sociedade, em razão da sua aplicabilidade direta no cotidiano da humanidade. Desse modo, o professor deve proporcionar ao estudante um ambiente rico de aprendizagem, abordando técnicas operatórias e resolução de problemas adequada a sua realidade.

1.1 Levantamento bibliográfico sobre o assunto

O termo operação, de acordo com Centurión (2002), se refere a agir sobre os objetos, proporcionando, de certo modo, uma transformação. Já a palavra Aritmética, segundo Silva da Silva (2003), deriva do grego e significa a arte ou habilidade com os números. As situações cotidianas, principalmente do comércio, impulsionaram os nossos antepassados a encontrarem um procedimento mais sistematizado que os ajudasse a resolver seus problemas concretos: “armar contas” e “resolver as contas”. Trajano (1927) aponta duas importantes vantagens para o ensino da Aritmética: a primeira, que desenvolve no estudante habilidade de calcular e a outra é a habilidade de raciocinar.

A adição é a mais simples das operações e tem como princípios três ações: reunir, juntar ou acrescentar. Centurión (2002) diz que adicionar dois números

corresponde à propriedade numérica do conjunto união de conjuntos disjuntos, mas é preciso ter cuidado, considerando que não se pode adicionar conjuntos e sim unir conjuntos. O que se pode fazer é simplesmente adicionar os números. O termo soma representa o resultado da adição e o termo parcela corresponde aos números adicionados.

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & + & 7 & = & 11 \\ (1^{\text{a}} \text{ parcela}) & & (2^{\text{a}} \text{ parcela}) & & (\text{soma ou total}) \end{array}$$

A operação de subtração é a segunda a ser trabalhada na escola e tem como ações as idéias de retirar, completar e comparar. O seu estudo acontece muito cedo na vida da criança e como esta ainda não desenvolveu a idéia de reversibilidade, sua compreensão se torna difícil. Seus termos são assim denominados:

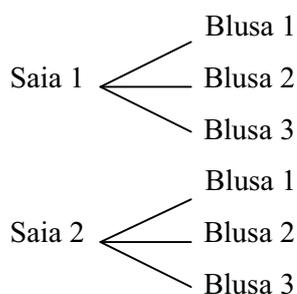
$$\begin{array}{ccccccc} 7 & - & 4 & = & 3 \\ (\text{minuendo}) & & (\text{subtraendo}) & & (\text{diferença ou resto}) \end{array}$$

A idéia mais simples para a operação de multiplicação é adição de parcelas iguais, como por exemplo: $3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$. Seus termos são: o multiplicando - que é a parcela repetida; o multiplicador - que determina quantas vezes essa parcela será repetida; e o produto - que é o resultado.

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & \times & 4 & = & 4 + 4 + 4 & = & 12 \\ (\text{multiplicador}) & & (\text{multiplicando}) & & (3 \text{ vezes}) & & (\text{produto}) \end{array}$$

A multiplicação também tem a idéia de raciocínio combinatório, como por exemplo: Marta tem duas saias e três blusas. Quantas combinações diferentes ela pode fazer com essas peças de roupa?

Para responder a essa pergunta, basta apenas combinar os elementos do conjunto de saias com os de blusas, formando pares de todas as maneiras possíveis:



A operação da divisão envolve duas situações: a primeira se refere a repartir em partes iguais e a segunda saber quantos grupos podem ser formados com determinada quantidade. A divisão exata tem como termos o dividendo, o divisor e o quociente, enquanto na divisão não-exata acrescenta-se o termo resto.

a) divisão exata

$$\begin{array}{ccccccc} 12 & \div & 4 & = & 3 & + & 0 \\ \text{(dividendo)} & & \text{(divisor)} & & \text{(quociente)} & & \text{(resto)} \end{array}$$

b) divisão não exata

$$\begin{array}{ccccccc} 13 & \div & 4 & = & 3 & + & 1 \\ \text{(dividendo)} & & \text{(divisor)} & & \text{(quociente)} & & \text{(resto)} \end{array}$$

1.2 As dificuldades inerentes à aprendizagem do assunto pelas crianças, do ponto de vista epistemológico e didático

É natural que os alunos apresentem dúvidas em relação às ações, algoritmo e propriedades das operações, pois constituem obstáculos epistemológicos. Durante o desenvolvimento das atividades, poderão surgir dificuldades com subtração com reserva; não compreender a combinação como uma idéia multiplicativa, pois que ela é mais complexa e exige mais maturidade intelectual; não entender a divisão com dois ou mais algarismos ou com resto. O número zero intercalado nas operações também constitui uma dificuldade epistemológica, em especial, na subtração e na divisão.

As dificuldades didáticas que podem surgir em sala são: os alunos acharem a operação de adição fácil demais e criarem resistência para estudá-la, por acharem que já dominam o assunto e que não produz muitas dúvidas entre as crianças; os termos (emprestar, diferença, perder e outros) utilizados na subtração não se apresenta claros, induzindo a criança a erros; a divisão ser vista como difícil entendimento e que sempre tem que ser dividida em partes iguais; as operações se resumem apenas em algoritmo e a não-interpretação adequada dos problemas abordados em sala.

1.3 Ensino atual

Carraher, Carraher e Schliemann (1995) e Kamii & Declark (1996) ressaltam que, na aprendizagem das quatro operações fundamentais, o educador centraliza, de modo geral, o ensino na operacionalização do algoritmo, não trabalhando adequadamente a compreensão das idéias que envolvem o assunto. Os autores apontam ainda que a falta de habilidades dos estudantes em trabalhar com o nosso sistema de numeração decimal é, também, fonte geradora das dificuldades da aprendizagem desse conteúdo.

1.4 Conteúdo e pré-requisitos necessários

Foram abordados os seguintes aspectos das quatro operações: ações e propriedades da adição, subtração, multiplicação e divisão, mas, para um bom entendimento do assunto, é necessário que os alunos tenham conhecimentos de: número, contagem, agrupamentos, sistemas de numeração decimal, a expansão polinomial, conjuntos e conhecimento básico do algoritmo de cada operação.

2 Estudo *a priori*

2.1 Hipóteses

- Os alunos têm pouco conhecimento sobre as dificuldades que as crianças têm para aprender as quatro operações fundamentais.
- Os alunos não sabem a diferença entre soma e adição.
- Os alunos não se lembram das propriedades de cada operação.
- Os alunos não sabem quais são as ações que devem ser trabalhadas com as crianças para ajudá-las na aprendizagem das operações.

2.2 Objetivos

- ✓ Geral
- Trabalhar os princípios das operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão.

✓ Específicos

- Trabalhar as ações e propriedades relativas às quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão.
- Compreender a diferença entre a adição e a soma.
- Trabalhar simultaneamente as operações inversas entre si.

2.3 Seqüência didática

Tomada de posição 1 O que é somar? O que é adicionar?

Tomada de posição 2 O que é subtrair?

Tomada de posição 3 O que é multiplicar?

Tomada de posição 4 O que é dividir?

3 Experimentação

A aula iniciou com um atraso de 50 minutos, são exatamente 8h10min. Estão presentes a sala dezessete alunos, as três formadoras e o professor. A Formadora 03 faz a chamada.

São 8h 20min e há 18 alunos em sala.

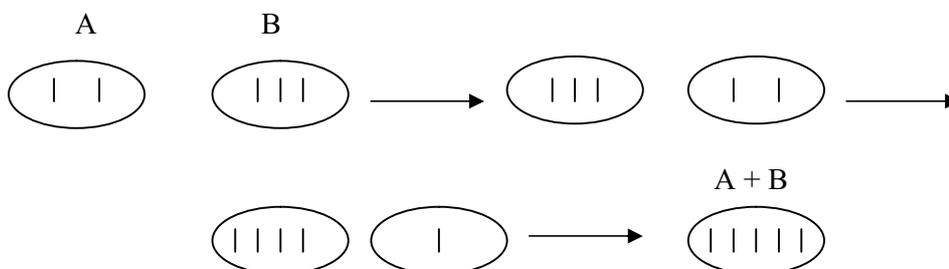
P - A primeira operação que se conhece é a adição.

P - O que é somar? O que é adicionar? Esse assunto é do contexto da Aritmética, que vai até a quinta série do Ensino Fundamental. Os trabalhos de Piaget sugerem que, nessa etapa, na Aritmética, deve-se trabalhar o operatório concreto, enquanto na Álgebra é a fase do operatório formal. O ensino de Geometria pode ser inserido em qualquer uma dessas etapas.

P - Somar é o processo simples. Você tem duas coleções, junta todos os elementos desses conjuntos e conta os elementos, conforme figura a seguir. O termo somar é freqüentemente usado em vários contextos.



P - Adicionar é o processo mais formal, sofisticado, que trabalha com a inclusão de classe. Veja a figura a seguir.



P - Em sala de aula, ao trabalhar com objetos, temos que ter cuidado, pois objetos diferentes para ser distribuídos com crianças pequenas podem gerar obstáculos didáticos, considerando que elas podem brigar por determinados objetos. Inicialmente, a criança dá apenas um atributo (característica física) para cada objeto. É preciso respeitar os estádios de Piaget.

São 8h40 min; há 21 alunos em sala. Os alunos estão muitos calados. O professor relembra número para iniciar o processo da adição.

P - O que é 1? 1 é o representante de todos os conjuntos que tem um elemento.

P - O que é 2? 2 é o representante de todos os conjuntos que tem dois elementos.

P - O que é 3?

A - O numeral 3 representa todos os conjuntos que tem três elementos.

P - Isso. O que é 4?.

A - Conjunto que tem quatro elementos.

P - O que é 3 + 4?

A - É um conjunto.

P - Certo. A soma é o resultado da junção de dois conjuntos, formando um novo conjunto. Neste caso, um conjunto de três unidades com um conjunto com quatro unidades. Usa-se a inclusão de classe, trabalhando, então, o princípio da soma ou adição.

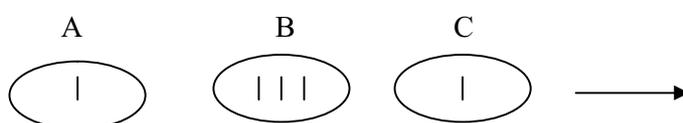
A- A soma é então um conjunto?

Alguns alunos demonstram que não compreenderam bem a diferença entre somar e adicionar.

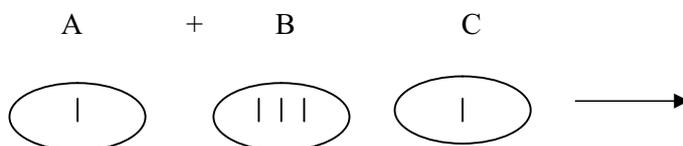
P- Sim, a soma aritmética desses números é construída pela união disjunta de dois conjuntos. A criança passa por dois processos. O primeiro é a soma, em que junta tudo e depois conta, e o segundo estágio é adição, que é a mais sofisticada, que envolve a inclusão de classe.

P- A soma é comutativa e associativa. Essas são as duas propriedades básicas que vocês têm que trabalhar. É extremamente importante compreendê-las, para vocês saberem elaborar as atividades para as crianças.

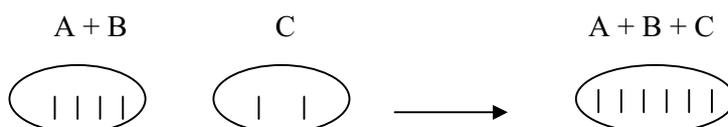
A- É comutativa porque a sua ordem não altera o valor e associativa porque você pode trabalhar com diversos números. Vamos ver por que a soma é associativa. Sejam os conjuntos A e B, de acordo com a figura a seguir.



Inicialmente você junta os dois primeiros conjuntos, a coleção A e B. Você nunca junta tudo de uma vez, junta sempre de dois em dois conjuntos.



Depois você junta o novo conjunto A + B com o C, para obter A + B + C.



P- Pode agrupar à vontade. Essas são as propriedades da adição. A outra operação, chamada inversa da soma, é a subtração. A criança só vai entender a subtração quando ela compreender a reversibilidade. A reversibilidade é a habilidade que a criança desenvolve, de que determinado processo pode ser desfeito por operações inversas, operações simétricas que foram feitas. Não pode dar exemplo para as crianças de coisas que não são reversíveis, por exemplo: você pega uma lata de tinta amarela e junta com a tinta azul, vai dar cor verde. Essa operação é

irreversível. Felizmente, quase todas as operações da Matemática são reversíveis, neste estágio de primeira até a quinta série do Ensino Fundamental. A operação que você fez pode destruir e retornar as condições iniciais.

São 10h e há 22 alunos na sala de aula.

P – A criança só vai entender a subtração quando compreender a reversibilidade. O que é subtração para vocês?

A - Tirar.

P - Tirar, remover.

A - Perder.

P - Perder. Esse é o sentido da subtração. A subtração, diferentemente da adição, não é comutativa.

A - Há problemas que são de subtração e parece adição.

P - Isso. É verdade. Fulano tinha dez latas e deu cinco latas ao seu irmão. Quantas latas ficaram? Esse termo dar tem o sentido de acrescentar, mas, neste contexto, o dar tem o sentido de retirar. É preciso trabalhar com os estudantes de vocês, o tempo todo, o sentido do problema colocado. No começo isso é extremamente difícil.

P - O caráter da reversibilidade desenvolve a flexibilidade do raciocínio. Eu fiz e desfaço, eu fiz e desfaço, eu fiz e desfaço..., isso dá uma flexibilidade ao raciocínio. E a criança, ainda, até a quarta série, não tem essa flexibilidade do raciocínio. Aí, é preciso boa mediação pedagógica para fazer com que a criança flexibilize o raciocínio, para que entenda que o dar pode ser acrescentar ou retirar. Um dos grandes problemas da Aritmética com as crianças, com a subtração; às vezes o problema colocado lá, você diz: quantos anos fulano tem a mais que o outro?

Na sala de aula encontram-se 21 alunos.

P - Aparentemente, isso é um problema de soma porque tem a extensão “a mais”, e na realidade você pode recorrer mais facilmente pela subtração. Tem que entender muito bem o sentido da frase que é colocado no problema.

A - Por isso, na terceira série, eles sempre perguntam é de mais, é de menos.

P – Aí pode ser dois problemas, um é que não foi bem discutido o sentido do problema e o outro é o vício que se cria no estudante; termina a matéria, há uma série de exercícios relacionados a essa matéria.

A - É.

- P - Ele pede a flexibilidade de jogar a ferramenta que ele tem, que ele conhece. Ele é induzido. Exemplo: terminou soma ele vai ver só exercício de soma. Ele não sabe nem o que fazer, precisa nem pensar é só somar.
- P - A subtração não é comutativa, pois $4 - 3$ não é a mesma coisa que $3 - 4$. Vocês têm que ter muito cuidado. A operação $3 - 4$ vai dar menos um, mas, para a criança, ela ainda não compreende assim. Se você tem vários objetos sobre a mesa, pega uma coleção de três objetos e pede a ela para retirar quatro. Como reagirá? Ela, então, irá tirar um, dois e o terceiro objeto da coleção. Não ficou nenhum, mas se deixar objetos na mesa, ele pegará um objeto qualquer para completar o quarto. A regra da atividade tem que ficar bem clara para o estudante. Se a criança pegar um objeto fora da coleção, você precisa alertá-la de que não pode.
- P - Quando o estudante desenvolve estratégia para resolver problema, está originando saber, aprendendo alguma coisa; isso significa que havendo aprendizagem. O ensino de vocês é que vai mediar, vai dizer que essa quantidade não é o que você quer.
- A - Na subtração, são comuns os termos dar, empresta, perde. Existe algum termo incorreto ou que dificulta a aprendizagem?
- P - Qualquer termo é válido, desde que ele saiba em que contexto o está usando. O termo mais adequado, tecnicamente, é “troca”, mas você pode usar a expressão “tomar emprestado”, desde que você saiba o que está fazendo, que os alunos saibam o que estão fazendo. O termo que você vai usar, para mim, é irrelevante, contanto que você saiba o que vai fazer, saiba o sentido da troca, sentido do empréstimo, sentido do vai um. Se você souber isso, está resolvido.
- P - Um dos problemas que surge na adição, que vai ser trabalhado na oficina, é o seguinte. Como é mesmo o problema?
- A - Ana tem cinco anos e seu irmão tem três anos a mais do que ela. Quantos anos têm os dois juntos? A tendência da criança é somar os números que aparecem, $5 + 3$, e diz que é oito. Ele não consegue entender que esse “a mais” significa cinco mais três. O que você tem que trabalhar constantemente é a interpretação do problema.
- P - É verdade. O que você tem que fazer é perguntar; qual a idade de Ana? Qual a idade do seu irmão.
- A - Este tipo de problema faz com que a criança pense, pois, se você dizer que Ana tem cinco e seu irmão tem oito, não tem nem graça.

- A - Nos livros, eu acho que as primeiras atividades chegam a esse raciocínio, como “descubra o valor do quadrado”, que acaba sendo o início da equação.
- P - O problema é todo isso aqui. Quando eles colocam esse tipo de coisa, eles querem “algebrizar” cedo a criança. É o mesmo pecado da Matemática moderna. Não adianta colocar isso aqui, $\square + 2 = 5$, para as crianças pequenas, que o sentido da igualdade elas ainda não entendem, nesse estágio ainda não foi desenvolvido. Esse tipo de problema foge completamente do desenvolvimento do raciocínio da criança.
- A - Ai ela vai fazer a reversibilidade, a operação inversa.
- P - Antes disso, há uma coisa importante; quando você trabalha com Aritmética, a igualdade da Aritmética tem um sentido, quando você trabalha com a Álgebra, a igualdade da Álgebra tem outro sentido. A igualdade da Aritmética é operatória: quanto é essa quantidade mais essa outra? Vai dar uma quantidade. Já a igualdade da Álgebra é de relações, que é diferente. Você pode colocar o quadradinho, mas o aluno não vai conseguir responder, pois ele não tem o desenvolvimento lógico suficiente para isso, só vai começar a compreender na quarta série. Você antecipar não vai adiantar. Você tem que fazer é atividades, que criem para o aluno dificuldade, do tipo é de mais ou é de menos. Exemplo: sobre a mesa existem duas coleção de objetos, que chamarei de coleção 1 e 2, respectivamente. Quantos objetos a coleção 1 tem a menos do que a coleção 2? Quantos objetos a coleção 1 tem a mais do que a coleção 2?. Quantos objetos eu preciso colocar na coleção 1 para ficar com a mesma quantidade de objetos da coleção 2?
- P – A expressão “a mais”, dependendo do problema - ele pode ser problema de soma ou problema de subtração. Importante é que você entenda o problema, a estratégia para resolver é você quem vai fazer com a criança; tanto pode ser somando ou pode ser subtraindo.
- A - O aluno sempre cria uma estratégia para resolver o problema. Minha filha precisou de uma fantasia que custava R\$ 18,00. Como não tinha, ela optou por um vestido de festa de R\$ 30,00. Ela então disse: mãe faltam R\$ 12,00 para completar os trinta. A diferença, ela mesma descobriu. Só que ela não fez $30 - 18$, ela contou dos 18 até o 30 e percebeu que faltavam 12. Foi uma soma, não foi uma subtração.
- P - Nunca devemos disser para o aluno o que ele tem que fazer. Você deve colocar o aluno para fazer. Isso é mais difícil, mas, com o tempo, ele se acostuma. Ele vai ficar com raiva, pois está acostumado a ficar esperando a resposta.

A - Com certeza.

A - Na sala onde trabalho, que é com adultos, quem sabe não espera pelo outro, por mais que você converse com ele.

A - O que acontece também é o próprio professor dar a resposta; ele não tem paciência para esperar o aluno racionar. O aluno já está tão acostumado com essa atitude do professor, que ele nem quer mais pensar.

P - É isso que vocês não podem fazer. Todas essas questões que vocês expressam não são questões da Matemática, é tudo ligado à Metodologia e a Didática. Então, grande parte dos problemas gerados em sala de aula provém do mau uso da didática. Tudo isso que vocês falaram é chamado efeito topázio: $1 + 1$ e...?

A - 2

A - A Matemática não exige uma metodologia própria?

P - Sim. Observe que, em momento nenhum eu trouxe material para fazer com vocês; estou apenas usando material da sala conhecido como sucata. Agora, se você quer uma aula bonita, traga o material de casa, como exemplo, o ábaco que serve para trabalhar as operações.

Neste momento são 10h35min e há 24 alunos na sala de aula.

P - O que é multiplicação? Tem como primeiro princípio a soma das parcelas repetidas. Assim, multiplicação é a soma de parcelas iguais. Quanto é 3×2 ? É $2 + 2 = 2 = 6$. Agora, quanto é 3×5 ?

É $5 + 5 + 5 = 15$. Quando passa de 10, você origina um problema que não é da operação, é do sistema de numeração. O ábaco é bom, porque força o aluno a passar por uma etapa intermediária, que é de troca. Se o sistema de numeração não for bem trabalhado com o estudante, ele pode errar na operação, não por não saber fazer, mas é porque não sabe operar com o ábaco. É o que acontece com o computador, cujo usuário não sabe operar de modo adequado o equipamento. Com a multiplicação, vocês têm que ter muito cuidado. A multiplicação é a soma de parcelas repetidas e a soma é comutativa; então a multiplicação também é comutativa, porque é uma operação herdada da adição. Se a adição é associativa, então a multiplicação também é.

P - Quanto é 2×3 e 3×2 ?

A - Seis.

P - A quantidade é a mesma, no entanto, o processo é diferente. O processo não é comutativo, porque $2 \times 3 = 3 + 3$ e $3 \times 2 = 3 + 3 + 3$.

A - Porque tem que agrupar e reagrupar de modo diferente.

P - Não é fácil a criança enxergar esses dois processos, pois são operações completamente diferentes do ponto de vista operatório, pois 2×3 representa 2 de 3, ou seja, 2 grupos de três. Já 3×2 que representa 3 de 2, significa 3 grupos de 2. Como exemplo, um prédio de três andares, cada um com dois apartamentos, é diferente do prédio de dois andares, cada um com três apartamentos. O entendimento do que seja a multiplicação com ação externa é o entendimento final do que seja multiplicação; esse dois de significa uma quantidade atuando sobre outra grandeza. É diferente esse entendimento da ação soma repetida.

São 10h55 min e há 21 alunos.

P - A divisão tem como princípio repartir em partes iguais. Há um princípio da adição equivalente a esse que é “qual é o maior”, significa saber quantas vezes um número é maior do que o outro, quantas vezes um número contém o outro. Exemplo: quantas vezes o número 26 é maior do que o 5.

P - Vejam que a expressão “maior é” tanto pode ser uma questão de divisão como de multiplicação. O que é que você faz: $5 \times 1 = 5$, que é menor; $5 \times 2 = 10$; $5 \times 3 = 15$; $5 \times 4 = 20$; $5 \times 5 = 25$, que é menor do que 26; $5 \times 6 = 30$, passou, então, é 5, ou seja, 26 é maior 5 vezes do que número 5. Algoritmo de divisão você transformou na multiplicação, mas pode ser feito assim: $25 - 5 = 20$, retiro uma vez: $20 - 5 = 15$, duas vezes; $15 - 5 = 10$, três vezes; $10 - 5 = 5$, quatro vezes; $5 - 5 = 0$, cinco vezes.

P - Para trabalhar as operações na escola de vocês, podem utilizar as carteiras, as crianças, os lápis, tampinhas, sementes, outros objetos, e podem também confeccionar materiais.

P - Se vocês compreenderem o princípio de cada operação, fica fácil compreender as dificuldades dos alunos.

Foi utilizado o ábaco, para exemplificar as operações. A aula terminou às 11h15 min.

APÊNDICE 6 - ENGENHARIA DIDÁTICA: GEOMETRIA E MEDIDAS

1 Estudo preliminar

Ao longo da história, o homem se utilizou da Geometria e das medidas para resolver problemas do dia-a-dia. No ambiente escolar, mesmo fazendo parte das propostas curriculares e tão necessários à vida do cidadão moderno, o que se presencia é o ensino dessas duas áreas, quase sempre, relegado a um segundo plano em relação à Aritmética e à Álgebra e, quando ensinada, normalmente é abordada de forma inadequada e incompleta. Diante desta realidade, procuramos levar para a sala de aula os pontos que consideramos essenciais, para formação do pedagogo.

1.1 Levantamento bibliográfico sobre o assunto

A palavra *Geometria*, etimologicamente vem do latim e significa medida da terra. Para Fernandes et alii (1991), a Geometria é a “ciência que tem por objeto a medida das linhas, das superfícies e dos volumes; diz-se geometria plana quando estuda as linhas e figuras planas; e geometria no espaço quando estuda as linhas ou volumes considerados no espaço”. Ferreira (1988, p.322) assinala que a Geometria é a ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos.

A Geometria tem sua gênese no Paleolítico superior, haja vista sua presença em desenhos, utensílios, cerâmicas, armas e outros. Observa-se que os povos primitivos já possuíam noções das formas e de alguns conceitos geométricos, tais como: triângulo, quadrado, simetria. Aproximadamente 3000 a.C, os sumerianos já utilizavam o cálculo da área de um retângulo pelo produto do comprimento pela largura. Posteriormente, calculava-se a área de quadriláteros irregulares por meio de aproximações (BOYER, 1974).

No século V a.C., a Geometria passou a receber especial tratamento por parte de estudiosos - filósofos, físicos, matemáticos, astrônomos, dentre outros - que buscaram dar-lhe um caráter científico. Destaca-se nesse período a obra *Os Elementos*, formulada a partir de princípios básicos descritos nos postulados e axiomas deduzidos por Euclides.

Como um assunto se complementa com o outro, passemos então a falar um pouco acerca das medidas. Livros da História da Matemática, como os de Eves (1997) e Boyer (1974) indicam que o Oriente antigo foi palco do desenvolvimento das atividades ligadas à agricultura e à engenharia, como construção de canais e reservatórios. Essas atividades necessitavam de um sistema de pesos e medidas que otimizasse o controle e armazenamento da colheita e do controle da água. Por serem atividades essencialmente práticas, percebe-se o avanço da mensuração prática, como, por exemplo, os babilônios que, já há 1600 a.C tinham conhecimento das regras gerais para o cálculo do retângulo, trapézio isósceles, triângulo retângulo e volume de um prisma reto de base trapezoidal (EVES, 1997, p.60-61).

Isso mostra que, tanto quanto a Aritmética, a Geometria como as medidas evoluíram desde o momento em que os homens se estabeleceram em tribos, que se organizaram em cidades próximas às margens de rios. E se a mensuração do espaço físico foi e continua sendo algo necessário e usual, vinculado sistematicamente à Aritmética e à Geometria, então, não há sentido estudá-la, no ambiente escolar, de forma separada, considerando que as medidas estão inseridas nesses dois blocos do conhecimento.

1.2 As dificuldades inerentes à aprendizagem do assunto pelas crianças, do ponto de vista epistemológico e didático

Do ponto de vista da organização científica do conhecimento relativo da Geometria e das grandezas e suas medidas, o principal obstáculo a ser superado é dar condições para que o professor perceba qual sua importância na Matemática escolar, no sentido de poder evidenciar as diversas possibilidades desse estudo vinculadas a outros domínios da Matemática, como a Aritmética e a Álgebra, além da utilização prática na vida das pessoas no seu dia-a-dia.

Um aspecto epistemológico que precisa ser reaprendido pelo professor está justamente no ato de medir duas grandezas. Aparentemente é algo simples de ser feito, mas quando se tem a devida consideração sobre exatamente em que consiste o ato de medir. Portanto, é preciso que o docente tenha consciência de que o ato de medir envolve três fases distintas: a escolha adequada da unidade de medida, que é uma grandeza mediante a qual se vão medir outras grandezas da mesma espécie, a adequada

comparação entre a unidade de medida e a grandeza de mesma natureza a ser medida e, evidentemente, o resultado dessa comparação, que é um número (ROCHA, 2006, p. 27).

As principais dificuldades didáticas decorrem da falta de conhecimento do professor acerca da necessidade da utilização de materiais concretos que possam ser manipulados pelos alunos, quando do estudo da Geometria e das medidas, como, por exemplo, a régua graduada, a trena e também medidas não padronizadas, como partes do próprio corpo.

Quanto à superação das dificuldades didáticas, esta só pode ocorrer quando o professor perceber que o ensino da Geometria e das medidas é possível, vinculando-as diretamente à Aritmética. A partir daí, ele dá crédito à utilização dos materiais pedagógicos, como recurso didático poderoso e eficiente na apreensão desse conteúdo, pelo aluno.

1.3 Ensino atual

Para Lorenzato (1995, p.127), o distanciamento entre a Geometria e o aluno decorre do fato de o professor desconhecer “o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar a Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la”. Quanto ao condicionamento do ensino ao livro didático, o autor se refere:

... Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. (LORENZATO, 1995, p.127).

O autor expressa ainda, que o ensino da Geometria deverá ser desenvolvido desde a pré-escola, baseando-se numa “Geometria intuitiva e natural que promove a observação e a exploração das formas presentes no espaço físico” (LORENZATO, 1995, p.131). Ele aponta como fatores principais para o descaso em relação à Geometria:

- a falta de conhecimentos geométricos necessários por parte dos professores, em decorrência de uma formação deficiente;
- o desconhecimento dos professores sobre a importância desse conhecimento para a vida do aluno; e.
- a falta das disciplinas que trabalhem a Geometria nos cursos que formam professores para atuarem na educação básica.

Pesquisas como de Lima & Bellemain (2002) e Rocha (2006) apontam, nos poucos momentos em que o estudo de medidas é feito no âmbito escolar, que este é conduzido de maneira inadequada, utilizando como recurso didático apenas o livro. O ensino das medidas fica reduzido ao aspecto numérico, como os cálculos, do perímetro, da área e do volume, apenas. As transformações de unidades-padrão são trabalhadas, utilizando-se regras práticas que não fazem muito sentido para o aluno.

1.4 Conteúdo e pré-requisitos necessários

Foi trabalhada a idéia da dimensão, grandeza física e não física, conceito de medir, história da medida, grandeza comprimento, perímetro, polígono, área, superfície, volume, capacidade, massa e peso.

Como pré-requisitos, é necessário ter domínio conceitual do sistema de numeração decimal, das operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), dos números naturais, noções de espaço, figuras geométricas, relação de comparação, composição de quantidades, e ter noção do ato de medir.

2 Estudo *a priori*

2.1 Hipóteses

- Os alunos não sabem quais são as ações que devem ser trabalhadas com as crianças para ajudá-las na aprendizagem de Geometria e de medidas;
- desconhecem o conceito e a classificação de dimensão;
- não sabem o conceito de medir; e
- desconhecem a diferença entre área e superfície.

2.2 Objetivos

✓ Geral

- Constituir o domínio conceitual da Geometria e das medidas.

✓ Específicos

- Rememorar a evolução histórica da Geometria e das medidas, apontando as dificuldades que o homem primitivo sentiu na sua elaboração, fazendo uma analogia com os percalços que as crianças de hoje enfrentam;
- discutir as principais dificuldades de aprendizagem que as crianças apresentam no ensino de Geometria e medidas;
- conceituar o que é medir; e
- apresentar a grandeza de comprimento, de superfície e volume.

2.3 Sequência didática

Tomada de posição 1 O que é dimensão?

Tomada de posição 2 O que é grandeza? Como se classificam as grandezas?

Tomada de posição 3 Quem é maior, sua idade ou o tamanho do seu pé?

Tomada de posição 4 O que é medir?

Tomada de posição 5 O que é grandeza comprimento?

Tomada de posição 6 Área é o mesmo que superfície?

Tomada de posição 7 O que é grandeza volume?

3 Experimentação

F3- Bom dia. A aula de hoje é sobre Geometria e medidas.

Vocês lembram o que é grandeza?

A- Grandeza é aquilo que pode associar um valor numérico.

F3- Ok. O que é dimensão?

A- É uma medida.

A- É uma função das medidas, do tipo comprimento, área, volume.

F3- As dimensões de um objeto se referem às suas extensões (medidas, tamanhos). Veja a figura a seguir:

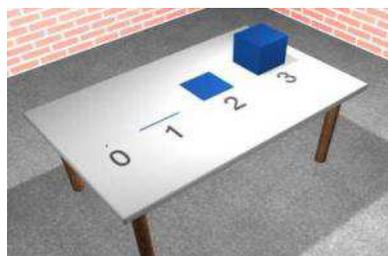


Figura 04 – Dimensão de objetos

Qual a dimensão de cada objeto? O ponto tem dimensão?

A- Sim.

F1- A idéia da dimensão está ligada ao conjunto de parâmetros que definem elementos, como reta, plano espaço.

F2- No mundo da Matemática, temos objetos com n-dimensões, porém, no âmbito escolar, são abordadas apenas três dimensões: unidimensional, bidimensional e tridimensional.

O pesquisador Lorenzato expressa que se deve iniciar o ensino da Geometria com as crianças partindo dos objetos tridimensionais, tendo em vista que o mundo que a rodeia é tridimensional.

F3- A figura 0 não apresenta dimensão. É a-dimensional.

A figura 1 possui apenas uma dimensão: comprimento. Ela é unidimensional.

A figura 2 apresenta duas dimensões: comprimento e largura. É bidimensional.

A figura 3 tem três dimensões: comprimento, largura e altura. É tridimensional.

Deu para entender?

A- Sim.

F3- As grandezas podem ser classificadas em:

físicas (vetoriais ou escalares), aquelas que podem ser medidas, como exemplo: comprimento, massa, tempo etc...;
não físicas, as que não podem ser medidas, como por exemplo: beleza, emoção, alegria, amor etc...

F1- Agora um desafio: quem é maior, sua idade ou o tamanho do seu pé?

A- A idade.

A- Não há relação de comparação.

A- Depende do referencial da medida.

A- Não dá para comparar a idade com o tempo.

F1- Vocês concordam?

A- Sim.

F1- Não tem como dizer, pois a medida consiste na comparação entre grandezas de mesma natureza, ou seja, só posso medir o comprimento de um objeto se tomar o comprimento de um outro objeto como unidade de medida. O que é necessário para medir?

Estabelecer uma unidade de medida da grandeza de que se trata. Ex. cm para o comprimento (escolha da unidade).

Responder à pergunta: quantas vezes essa unidade de medida cabe na grandeza a ser medida? (comparação com a unidade).

O número que se obtém chama-se medida da grandeza em relação à unidade estabelecida (expressão do resultado dessa comparação por um número).

No passado distante, o homem utilizava diversas unidades de medidas, principalmente as partes do corpo, como mão, pé, braço, cintura e outros. Como exemplo, há o

cúbito egípcio (2000 a. C), que era a distância do cotovelo até a ponta do dedo médio do Faraó. A jarda dos anglo-saxônicos, que era a medida da cintura. A jarda inglesa foi distância da ponta do nariz do rei Henrique I até a ponta do indicador, com o braço esticado.

A- A polegada ainda é utilizada?

F3- Sim.

São 9h40min; há 17 alunos presentes.

F1 - Entre as grandezas comprimento, área e volume, vou falar da grandeza comprimento. E a gente vai passar, forçosamente, por determinados assuntos que já vimos aqui, como grandeza e dimensão. Antes de formalizar a grandeza comprimento, o que é comprimento, para vocês?

A – Medida horizontal?

F1 – Certo.

A – Não só horizontal, mas vertical, também.

A – Diagonal, também.

F1 – E nesse sentido, eu posso ter quantas diagonais? Tem como a gente saber?

A – Não.

F1 – Acho interessante quando a aluna disse distância horizontal, apesar de ela ter limitado a abordagem dela aqui no horizontal e já ter sido ampliada por vocês, mas ela tocou num ponto interessantíssimo, que é a distância. Esse comprimento, na realidade, é a distância. Distância entre o quê? Entre dois pontos. A medida de comprimento é a primeira e a mais simples das medições. Ela é unidimensional, portanto, plana.

Com o comprimento, há dois mundos com os quais trabalharei essa grandeza: objetos do mundo físico e objetos do mundo matemático. O comprimento está presente nos objetos do mundo físico e do mundo matemático. Aqui na sala de aula em que objeto do mundo físico podemos ver a grandeza comprimento? Que é essa distância entre dois pontos?

A – Todos os objetos.

F1 – E em mim?

A – A altura

F1 – E a minha largura?

A – É.

F1– Embora eu seja um “objeto” tridimensional, o que está presente nesse objeto tridimensional?

A – A grandeza comprimento.

F1– Que é unidimensional. O tridimensional é, também, formado pelo unidimensional, ou seja, por isso que se fala que a grandeza comprimento é a primeira e a mais simples das medições, é unidimensional, portanto, plana; que a partir dela as outras se estabelecem.

É importante estimular os alunos a refletirem sobre as medidas. A abordagem no mundo físico é a fundamental, é necessária, é a primeira que você deve fazer, que é a exploração do espaço. Para medir o comprimento do quadro, posso utilizar o comprimento do meu palmo como unidade de medida. Assim estou fazendo a comparação do comprimento do meu palmo com o comprimento da parte horizontal do quadro. Uma atividade simples como essa estimula o ato de medir.

A grandeza comprimento, como objeto do mundo físico, é uma abordagem interessante de ser feita com o aluno em sala de aula. Já os conhecimentos dessa grandeza, como objeto do mundo matemático, é o conhecimento a ser desenvolvido com vocês, alunos do curso de Pedagogia.

F1– Se tenho os pontos A e B que estão no plano cartesiano e você quer encontrar a distância entre eles; no ponto A, tenho as coordenadas x_A e y_A e do ponto B x_B e y_B , se eu traçar uma paralela ao eixo x, pelo ponto A e outra paralela ao eixo y, pelo ponto B, encontrarei o ponto C.

São 10h, os alunos estão atentos à explicação.

F1– Tenho a distância AC e a distância é calculada em módulo, por quê? Porque não existe distância negativa. Esse módulo, matematicamente, nos garante que todo valor negativo se torna positivo. A distância $\overline{AC} = \sqrt{\quad}$, a distância $\overline{BC} = \sqrt{\quad}$ e a distância \overline{AB} ainda não sabemos calcular. Temos uma figura geométrica (triângulo retângulo ABC). Qual o teorema que nos ajuda para encontrar a distância \overline{AB} ?

A– Teorema de Pitágoras.

F1– $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$, a distância \overline{AB} é a hipotenusa, \overline{AC} e \overline{BC} são catetos.

Como $d_{AB} = \overline{AB}$, $d_{AC} = \overline{AC}$, $d_{BC} = \overline{BC}$ e a radiciação é a operação inversa da potenciação, então teremos a seguinte fórmula:

$$d_{AB} = \sqrt{\quad}$$

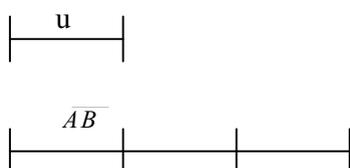
A grandeza comprimento é unidimensional, pois só preciso de dois pontos para determiná-la. Por que comprimento é uma grandeza? Porque ele é qualitativamente definido e quantitativamente determinado.

Como é que eu sei que ele é qualitativamente definido? É a questão da distância.

Quantitativamente determinado, porque a grandeza comprimento pode ser medida.

É contínua porque não perde sua característica de comprimento.

A grandeza comprimento tem uma consequência extremamente importante na Matemática, que é expansão numérica. Os pitagóricos achavam que os números governavam o mundo. Se eu tomar uma unidade e comparar com o comprimento \overline{AB}

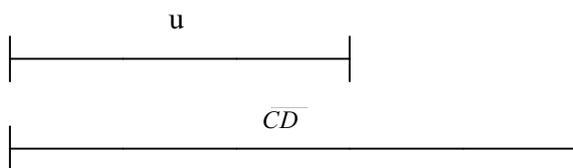


Para os pitagóricos essa medida era possível de ser realizada. Se u coubesse três vezes em \overline{AB} , então $\overline{AB} = 3u$, u é unitário. Logo $\overline{AB} = 3$.

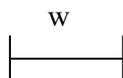
O três é um número inteiro. O conjunto dos números inteiros é representado por

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

É comum você medir e não conseguir o número exato de vezes; conseguir números quebrados. Para os pitagóricos, esse caso também não é problema. Seja unidade u e segmento \overline{CD} :



Nesse caso, pega-se um submúltiplo comum (w) a u e a \overline{CD} :



$$\text{Então, } u = 3w \text{ e } \overline{CD} = 5w.$$

Posso dizer que $w = u/3$?

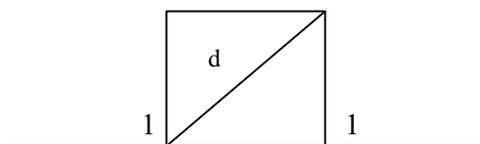
A- Posso.

F1- Como u é unitário, então $w = 1/3$. Como a distância de $\overline{CD} = 5w$, então $\overline{CD} = 5 \cdot (1/3) = 5/3$.

O valor $5/3$ é um número racional formado a partir dos inteiros. A Escola Pitagórica estava muito feliz, radiante. Posso dizer que os segmentos u e \overline{CD} são comensuráveis entre si, ou seja, existe um submúltiplo comum. Um discípulo de Pitágoras resolveu estudar o quadrado de lado 1:



Resolva, então, traçar a diagonal do quadrado. Qual figura geométrica formou?



A - Triângulo de 90° .

A- Triângulo retângulo.

F1- Qual a relação que posso utilizar para calcular essa diagonal?

A- Teorema de Pitágoras.

F1- Então, $d^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow d = \sqrt{2}$. Que tipo de número é esse?

Vamos encontrar um número em forma de fração que seja submúltiplo comum entre a diagonal e lado do quadrado. Se não for possível encontrar esse submúltiplo, então posso dizer que diagonal e lado do quadrado são incomensuráveis.

Seja $d = \frac{p}{q}$, com $p \in \mathbb{Z}$ e $q \in \mathbb{Z}^*$. Considere p e q primos entre si, então, p e q são irredutíveis. O que é uma fração irredutível?

A- Não pode mais ser simplificada.

A- Onde você quer chegar?

F1- Provar que $\sqrt{2}$ não é um número inteiro e sim irracional. Nesse caso, tenho duas possibilidades para número p : p é par ou p é ímpar.

Caso 1: p é par

Se p é par, então é escrito na forma de $p = 2n$, com $n \in \mathbb{Z}$. Temos que $d^2 = 2$, então

$$\frac{2n}{q} = \frac{2n}{q} \quad \dots \quad \frac{2n}{q} = \frac{2n}{q} \quad \dots \quad \frac{2n}{q} = \frac{2n}{q}$$

Como $2n$ é par e q pode assumir qualquer valor, então isso é um absurdo. Logo, $\sqrt{2}$ é irracional. O segundo caso vocês tentem fazer em casa.

A medida trabalha o tempo todo com a Geometria. Você pode utilizar diversos instrumentos de medição, como a régua, fita métrica e outros, para trabalhar segmentos consecutivos colineares e não colineares. Você estuda linha poligonal, que é percussora do polígono. Na linha poligonal com segmento consecutivo, simples (porque elas não se cruzam) e fechado, você tem a idéia de polígono.

Você também pode estudar o perímetro. O que é perímetro de um polígono?

A- Soma dos lados.

F1- É a soma de todos os lados. No sistema de medidas, a unidade-padrão da grandeza comprimento é o metro. Quais são os submúltiplos do metro? Decímetro, centímetro e milímetro.

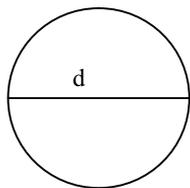
E os múltiplos?

A - Quilômetro, hectômetro e decâmetro.

F1- 1 decâmetro tem 10 metros, 1 hectômetro tem 100 metros e 1 quilômetro tem 1000 metros. O decímetro é a décima parte do metro, o centímetro é a centésima parte do metro e milímetro é a milésima parte do metro.

MÚLTIPLOS			UNIDADE PADRÃO	SUBMÚLTIPLOS		
Km	hm	dam	M	dm	cm	mm.
			1	0		
			1	0	0	
			1	0	0	0
		0,	1			
	0,	0	1			
0,	0	0	1			

Uma atividade interessante que pode ser feita com as medidas é o cálculo do comprimento da circunferência. O comprimento da circunferência dividido pelo seu diâmetro vai dar 3,14.



Seja C = comprimento da circunferência, d = diâmetro e r = raio.

Como, $\frac{C}{d} = \pi$, $d = 2r$ e $C = 2\pi r$

$$\therefore \frac{C}{2r} = \pi \quad \therefore C = 2\pi r$$

F2- O que é área? É o mesmo que superfície? Ou são diferentes?

A- A superfície cabe várias áreas.

A- Conjunto de área.

F2- Vamos responder a essa pergunta mais adiante.

Sabendo-se que as duas figuras são formadas pelas sete peças do mesmo Tangram, diga se a área da figura 1 é maior, menor ou igual à da figura 2. Justifique.

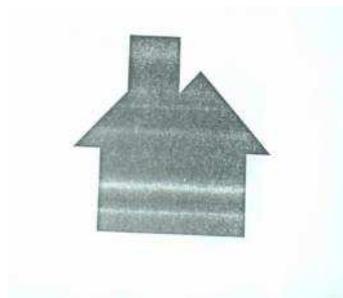
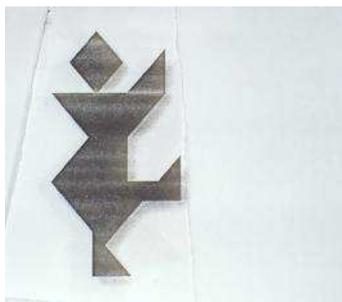


Figura 05 – Objetos formado pelas peças do Tangram

A- São iguais.

São 10h30min e há 23 alunos em sala.

F2- Essas duas figuras possuem a mesma área, por que com sete peças do Tangram foram construídas as figuras 1 e 2? E a sua forma? É igual ou diferente?

A- Diferente.

F2- As formas dessas figuras são diferentes, mas suas áreas são a mesma. Assim, posso dizer que essas áreas são equivalentes.

Nessas figuras o que seria a superfície e o que seria área?

A- Superfície é a figura.

F2- Isso, o formato das figuras são as superfícies. E área?

A- Área é o espaço.

F2- Quantas peças utilizei para formar o homem?

A- Sete.

F2- Quantas peças utilizei para formar a casa?

A- Sete.

F2- Se eu tomar como referência as peças do Tangram, posso dizer que a minha área é sete peças nessas superfícies.

A- Que é formato.

F2- Vou tomar agora o chão da sala de aula. O que seria o chão?

A- Superfície.

F2- Para saber quanto de piso é necessário para esse chão, o que é necessário?

A- Calcular área.

F2- O que seria área? O que é que eu tomo, para calcular essa área?

A- Superfície.

F2- Tomo uma unidade, nesse caso o piso. Para saber quantos azulejos iguais à unidade cabem na superfície.

Área é uma medida da superfície. Área e superfície são bidimensionais.

A- É bidimensional?

F2- É. Qual a unidade-padrão utilizada para área?

A- Metro quadrado (m^2).

F2- O m^2 têm seus múltiplos: km^2 , hm^2 e dam^2 ; e submúltiplos: dm^2 , cm^2 e mm^2 .

Qual área de cada figura se considero um quadradinho como minha unidade padrão.

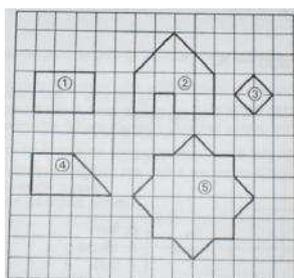


Figura 06 – Área de superfícies

A figura 1, qual sua área?

A- 6u.

F2- Figura 2, qual sua área?

A- 11u.

F2- Figura 3, qual sua área?

A- 2u.

F2- Figura 4, qual sua área?

A- 6u.

F2- Figura 5, qual sua área?

A- 20u.

F2- Vejam a figura 4. A superfície é a região que forma o trapézio e área é 6u.

Se tomo como unidade-padrão a metade do quadradinho, qual é minha área na figura 4?

A- 12u.

F2- Certo. A unidade de uma superfície pode mudar, pois depende da unidade-padrão que você considera.

Para evitar que cada pessoa tomasse uma unidade-padrão e para facilitar a comunicação entre indivíduos foi criado o m^2 .

F2- Na figura 1, a superfície é retângulo e área é 6u.

A- Você não calcula a superfície e sim área..

F2- Sim.

A- Você calcula superfície em área.

F2- Não, você calcula área da superfície.

A- Na superfície da figura 1, o cálculo da área pode ser comprimento vezes altura.

F2- Certo.

F2- O perímetro é um outro conceito diferente de área. Perímetro é a soma dos lados do polígono. Considere a seguinte superfície:



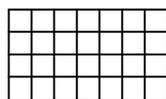
Que superfície é essa?

A - Retângulo.

F2- Considere o quadradinho a seguir como unidade-padrão.

→ unidade padrão

Para calcular área, é preciso saber quantas unidades cabem no retângulo.

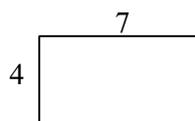


Qual a área?

A- 28 u.

A- É mesma coisa que calcular comprimento e altura.

F2- Isso. Agora, considere que o lado do quadradinho é 1. Para calcular o perímetro, basta somar todos os lados do retângulo:



Perímetro = $7 + 4 + 7 + 4 = 22$. Percebam como é diferente da área.

Para o cálculo da área, usa-se como unidade-padrão o m^2 .

Agora vou abordar outra grandeza, que é volume. O que é volume?

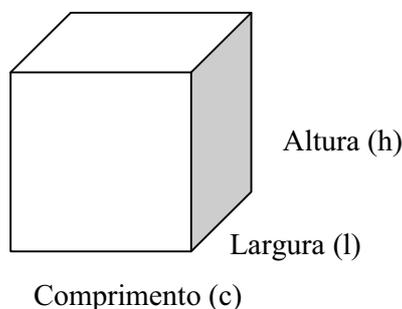
O volume tem uma dimensão tridimensional. Um exemplo bem simples; no supermercado há uma caixa grande contendo várias caixinhas de sabão em pó.

Você quer saber o volume da caixa, o que você faz?

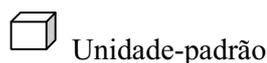
A- Leio as embalagens.

F2- Se você tomar a caixinha como unidade-padrão, basta apenas saber quantas caixinhas iguais a essa cabem na caixa grande, para calcular o volume.

O volume tem uma dimensão tridimensional: comprimento, largura e altura.



Considere o sólido acima. Para calcular o seu volume, basta tomar uma unidade-padrão.



Calcular volume é saber quantas unidades-padrão cabem no sólido. O que é volume?

A- É a medida do espaço ocupado por um sólido.

F2- Para calcular o volume, existe uma fórmula que nos ajuda bastante: $V = c \times l \times h$.

A unidade-padrão utilizada no cálculo do volume é metro cúbico (m^3).

O m^3 têm seus múltiplos: km^3 , hm^3 e dam^3 ; e submúltiplos: dm^3 , cm^3 e mm^3 .

Existem também outros tipos de grandezas.

- A capacidade: o termo capacidade define o volume do interior de um recipiente

kl, hl, dal, l, dl, cl, ml.

- A massa é a quantidade de matéria que um corpo possui, sendo, pois, constante em qualquer lugar.

- O peso de um corpo é a força com que esse corpo é atraído (gravidade) para o centro da Terra. Varia de acordo com o local onde o corpo se encontra.

kg, hg, dag, g, dg, cg, mg.

São 11h e há 22 alunos em sala.

Por fim, o homem é a medida de todas as coisas...

APÊNDICE 7 - LISTA DE ATIVIDADES DO NÚMERO

1. Na língua francesa, a palavra *trois* quer dizer três, e a palavra *três* quer dizer muito ou muitos. Faça uma analogia entre essas duas palavras e a primitiva forma como homem primitivo identificavam quantidades.
2. O que é uma correspondência biunívoca? Cite exemplos.
3. Leia a estória abaixo que foi retirado do livro: DANTZIG, Tobias. Número – A linguagem da Ciência. Trad. Sérgio Góes de Paula. Rio de Janeiro: Zahar, 1970, p. 15 e 17.

Um fazendeiro queria matar um urubu que havia feito o ninho na torre da capelinha da fazenda. Por diversas vezes tentou surpreender o pássaro, mas em vão: quando o fazendeiro entrava na torre, o urubu saía do ninho. De uma árvore distante, ele esperava atentamente até que o homem saísse da torre e só então voltava ao ninho. Um dia o fazendeiro tentou um truque: dois homens entravam na torre, um ficou dentro, e o outro saiu e se afastou. Mas o pássaro não foi enganado: só voltou ao ninho quando o outro homem saiu da torre. A experiência foi repetida nos dias seguintes com dois, três e quatro homens. Todas as vezes, o urubu esperava que o último homem saísse, para voltar o ninho.

Podemos afirmar que o urubu sabe “contar”? Justifique.

4. Qual a diferença entre número, numeral e algarismo?
5. Diga o que o professor tem que fazer para que a criança desenvolva o conceito de número?

APÊNDICE 8 - LISTA DE ATIVIDADES DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

1. Escreva os números abaixo no sistema de numeração egípcio e romana:
a. 143 b. 1 134 c. 65 d. 945
2. No sistema de numeração romana qual o número que não era representado?
3. O que é a base de um sistema de numeração?
4. Represente o número 315 nas bases 3 e 7.
5. Quantas horas, minutos e segundos, há em 10 870 segundos? Qual a base que foi utilizada?
6. A afirmação: “o sistema de numeração que utilizamos é chamado de indo-arábico”. Explique.
7. Qual é o menor e o maior número que se pode escrever no sistema de numeração indo-arábico?
8. Compare os sistemas de numeração egípcio e romana com o indo-arábico e aponte a características básicas destes sistemas.

APÊNDICE 9 - LISTA DE ATIVIDADES DAS QUATRO OPERAÇÕES

1. Qual a diferença entre as palavras “adição” e “soma”?
2. Elabore um problema para cada item abaixo:
 - a. Que envolva a idéia de comparar na operação subtração.
 - b. Que envolva a idéia de acrescentar na operação adição.
 - c. Que envolva a idéia de completar na operação subtração.
 - d. Raciocínio combinatório.
3. Quais são as propriedades da adição e da subtração. Exemplifique.
4. Qual é o número natural que não tem antecessor?
5. Quais são as propriedades da multiplicação e da divisão. Exemplifique.
6. Resolva as operações abaixo:
 - a. 534 multiplicado por 138 na base 6.
 - b. 220102 dividido por 102 na base 3.

APÊNDICE 10 - PRÉ-TESTE DE GEOMETRIA E MEDIDAS

1. Quem é maior: sua idade ou o tamanho do seu pé? Justifique.
2. O que significa medir, para você?
3. Sabendo-se que André tem 163cm, e que Paulo tem 1520mm, calcule a diferença das suas alturas.
4. Existe diferença entre superfície e área? Justifique.
5. Duas crianças utilizam, cada uma, tangrans²⁰ do mesmo tamanho. Uma das crianças forma a figura 1, enquanto a outra, forma a figura 2, de acordo com os desenhos. Qual relação de comparação, entre essas duas áreas, é mais adequada a fazer? Justifique.

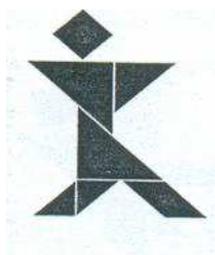


Figura 1



Figura 2

²⁰ Tangram é um jogo chinês, formado por sete peças: 2 triângulos grandes, 2 pequenos, 1 médio, 1 quadrado e 1 paralelogramo.

ANEXO 1 – PROGRAMA DA DISCIPLINA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ PLANO DE ENSINO DE DISCIPLINA

Ano/Semestre
2005.1

1 – Identificação						
1.1 Centro: Faculdade de Educação						
1.2 – Departamento: Departamento de Teoria e Prática do Ensino						
1.3 – Disciplina:	1.4 Código:	1.5 Caráter:				1.6 Carga Horária: 75
		S e m	A n u	O b r	O pt.	
O Ensino da Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental.	PC190	X		X		05 créditos
1.7 - Professor(es): Francisca Lúcia Quitéria da Silva						
1.8 - Curso(s): Pedagogia						

2 – Justificativa
Atendendo as exigências da Lei nº 9.394/96 que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, no seu artigo 21, fica a educação escolar composta por educação básica, formada pela educação infantil, ensino fundamental e médio e educação superior. Sendo o primeiro nível o objeto de estudo desta disciplina, fez-se necessário ajustar da mesma à legislação supra citada.

3 – Ementa
Ensinando o aluno a pensar a matemática real: numeração, adição, subtração, multiplicação, divisão; o uso das frações, das medidas, das figuras planas e do sistema monetário no cotidiano social e escolar.

4 – Objetivos - Gerais e Específicos
<p>I – Geral Fomentar no aluno a aquisição de uma postura crítico-analítica frente aos conteúdos e atividades matemáticas desenvolvidas no ensino fundamental, visando estabelecer possíveis relações entre a sua realidade sócio-cultural e o contexto escolar.</p> <p>II – Específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Compreender o processo de aquisição do conceito de número pela criança desde as mais simples operações concretas até a sua abstração, visando o desenvolvimento de atividades voltadas ao seu ensino na primeira fase do ensino fundamental. • Construir as estruturas conceituais e operacionais acerca do sistema de numeração decimal tendo em vista a sua utilização nas atividades de ensino

aplicada nas séries iniciais;

- Desenvolver habilidades e competências necessárias realização das operações fundamentais no sistema de numeração decimal (adição, subtração, multiplicação e divisão), utilizando para isso, várias alternativas pedagógicas de que dispõe as pesquisas em Educação Matemática;
- Desenvolver o raciocínio lógico das crianças através de jogos matemáticos e atividades lúdicas.

5 - Descrição do Conteúdo/Unidades	5.1 Carga Horária
<p>UNIDADE 1. Educação Matemática</p> <p>UNIDADE 2. O conceito de número natural</p> <p>UNIDADE 3. O sistema de numeração decimal</p> <p>UNIDADE 4. As operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão.</p> <p>UNIDADE 5. Os números fracionários.</p> <p>UNIDADE 6. O sistema de medidas.</p> <p>UNIDADE 7. Geometria.</p> <p>UNIDADE 8. Jogos matemáticos.</p>	

6 – Metodologia de Ensino
<ol style="list-style-type: none"> 1. Aulas teóricas e práticas sobre os tópicos matemáticos abordados no ensino fundamental, visando subsidiar a formação matemática do professor. 2. Leitura e discussão de textos sobre fundamentos teóricos da Educação Matemática. 3. Pesquisa bibliográfica em livros didáticos e paradidáticos; uso de material didático-pedagógico. 4. Apresentação de trabalhos dos alunos, e oficina de produção de materiais pedagógicos e jogos. 5. Elaboração e apresentação de atividades voltadas ao ensino de matemática.

7 – Atividades Discentes
<ul style="list-style-type: none"> • Aprofundamento do tema Educação Matemática através de leitura de textos-discussão/debates. • Atividades escritas a partir de situações problemas para trabalhar conteúdos matemáticos. • Aulas práticas com material didático-pedagógico. • Aplicar e avaliar atividades com crianças. • Confecção de jogos matemáticos.

8 – Avaliação

O processo de avaliação do curso se desenvolverá em dois aspectos e através de dois momentos.

1. Avaliação das atividades desenvolvidas ao longo do curso.
2. Avaliação do desempenho dos participantes do curso.
 - Avaliação contínua do grupo nas atividades de sala de aula: reflexão, participação e produtividade referentes aos temas abordados;
 - Avaliação do nível de aprendizagem da disciplina: teste avaliativo referente ao conteúdo matemático ministrado ao longo do semestre.

9 – Bibliografia

9.1 Básica

DANTE, Luis Roberto. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1998, 176p.

FAYOL, Michel. *A Criança e o Número: da contagem à resolução de problemas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. 186p.

IMENES, Luiz Márcio. *A numeração indo-arábica*. São Paulo: Scipione, 1989, 47p.

_____. *Brincando com os números*. 10ª edição. São Paulo: Scipione, 1995, 47p.

_____. *Os números na história da civilização*. 3ª edição. São Paulo: Scipione, 1990, 58p.

_____. *Problemas curiosos*. São Paulo: Scipione, 1989, 47p.

JAUBOTIC, José. *Par ou ímpar*. São Paulo: Scipione, 1990, 48p.

MACHADO, Nilson José. *Lógica? É lógico!* 4ª edição. São Paulo: Scipione, 1992, 40p.

_____. *Medindo cumprimentos*. 5ª edição. São Paulo: Scipione, 1988, 40p.

MENDES, Iran Abreu. *O Ensino de Matemática a partir de atividades: o que, porque e para que aprender*. Natal-RN: UFRN, 1997.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997, 244p.

ROSA NETO, Ernesto. *Didática da Matemática*. 3ª edição. São Paulo: Ática, 1991, 200p.

TOLEDO, Marília e TOLEDO, Mauro. *Como dois e dois: a construção da matemática*. São Paulo: FTD, 1997 (Coleção Conteúdo e Metodologia – 1ª a 4ª série).

SMOLE, Kátia Stocco. DINIZ, Maria Inez. *Ler, escrever e resolver problemas-habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre-RS. ARTMED: 2001.