



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**JULIANA CUNHA ALVES**

**UTILIZAÇÃO DA ANÁLISE DINÂMICA LINEAR NO ESTUDO DO COLAPSO  
PROGRESSIVO DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO**

**FORTALEZA**

**2017**

JULIANA CUNHA ALVES

UTILIZAÇÃO DA ANÁLISE DINÂMICA LINEAR NO ESTUDO DO COLAPSO  
PROGRESSIVO DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Evandro Parente Junior.

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- A479u Alves, Juliana Cunha.  
Utilização da Análise Dinâmica Linear no Estudo do Colapso Progressivo de Edifícios de Concreto Armado / Juliana Cunha Alves. – 2017.  
97 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2017.  
Orientação: Prof. Dr. Evandro Parente Junior.
1. Colapso Progressivo. 2. Análise Dinâmica Linear. 3. Segurança Estrutural. I. Título.

CDD 620

---

JULIANA CUNHA ALVES

UTILIZAÇÃO DA ANÁLISE DINÂMICA LINEAR NO ESTUDO DO COLAPSO  
PROGRESSIVO DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Evandro Parente Junior (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr<sup>a</sup>. Tereza Denyse Pereira de Araújo  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Junior  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

À minha mãe, Vânia Cunha, à minha irmã, Nájila  
Cunha e à minha avó, Francisca Cunha.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, que nos concede a vida.

Agradeço à minha amada mãe, pela educação, pelo apoio, pela paciência e pelo investimento.

Agradeço à minha querida irmã, por quem tenho grande admiração e carinho. Pessoa que me ajudou bastante nesta jornada que é a vida.

Agradeço a minha insubstituível avó, Francisca, pelo amor e por ter estado ao meu lado até hoje.

Agradeço ao meu orientador, professor Dr. Evandro Parente, pela grande quantidade de conhecimentos repassados durante os anos de graduação.

Agradeço aos meus amigos do LMCV, João Pedro, Elias, Bergson, Pedro Sanderson, Edson e David, pessoas incríveis e prestativas, que trouxeram aprendizados e leveza a esses vários anos de graduação.

Agradeço àqueles que, de forma direta ou indireta, puderam contribuir para que esta fase da minha vida fosse finalizada.

## RESUMO

O colapso progressivo de uma estrutura ocorre a partir da propagação de um dano localizado para uma parte maior da estrutura. Apesar de ser um evento com pequena taxa de ocorrência e pouco abordado pelas normas brasileiras de projeto estrutural, sua ocorrência pode gerar danos irreparáveis, desde a perda total da estrutura até perdas humanas. Com o crescente interesse em critérios de falha, segurança estrutural e desempenho das estruturas, a prevenção do colapso progressivo passou a ser uma preocupação de projetistas e pesquisadores. Três métodos de análise estrutural são abordados por órgãos reguladores de diversos países: linear estático, não linear estático e não linear dinâmico. Por se tratar de um fenômeno dinâmico, as abordagens estáticas não representam de forma fiel o fenômeno do colapso progressivo. Por outro lado, a análise não linear dinâmica aborda os aspectos de vibração, amortecimento e não linearidade física e geométrica da estrutura, sendo a mais fiel ao fenômeno. No entanto, é uma análise bastante complexa, exigindo grande esforço computacional. Dessa forma, propõe-se estudar a viabilidade da utilização da análise dinâmica linear na verificação da resistência de estruturas de concreto armado ao colapso progressivo. Esta abordagem apresenta uma complexidade intermediária entre a utilização da análise estática linear e das análises não lineares. A metodologia proposta foi aplicada em uma estrutura regular de concreto armado dimensionada pela NBR 6118:2014 com o objetivo de avaliar o comportamento dinâmico da estrutura e avaliar o impacto da consideração da ocorrência do colapso progressivo em uma estrutura dimensionada pelo código brasileiro. Aspectos como esforços e deslocamentos, comparando com uma análise estática, ambas sem considerar o comportamento não linear da estrutura, também foram observados. Ademais, avaliou-se a capacidade da estrutura dimensionada pela norma brasileira para resistir ao colapso progressivo utilizando o procedimento presente no guia GSA dos anos de 2003 e 2013 como fonte bibliográfica. Os resultados obtidos mostraram que a estrutura dimensionada pela NBR 6118:2014 não era capaz de resistir ao colapso progressivo, entraria em colapso, devendo, portanto, ser redimensionada. A estrutura foi devidamente redimensionada, para resistir ao fenômeno do colapso progressivo, apresentando um considerável aumento na seção de concreto e armadura requerida em relação à estrutura originalmente projetada. A partir deste trabalho, pode-se concluir que o acréscimo de efeitos dinâmicos deve ser observado com mais critério pela norma brasileira.

**Palavras-chave:** Colapso progressivo. Análise dinâmica. Segurança Estrutural.

## ABSTRACT

The progressive collapse of a structure occurs due to the propagation of a local damage to a larger part of the structure. Although it is an event with small occurrence rate and very few discussed by Brazilian structural design standards, its occurrence can cause irreparable damages, from total loss of the structure to human losses. With the increasing interest in failure criteria, structural safety and structural performance, the prevention of progressive collapse has become a concern for designers and researchers. Regulators from several countries address three methods of structural analysis: linear static, non-linear static and non-linear dynamic. Because it is a dynamic phenomenon, static approaches do not actually represent the progressive collapse phenomenon. On the other hand, the dynamic non-linear analysis adds the aspects of vibration, damping and the physical and geometric non-linear behavior of the structure, being the most reliable model of the phenomenon. Nevertheless, it is a highly complex analysis, which incurs high computational cost. Thus, this work proposes to assess the feasibility of the use of linear dynamic analysis for verification of the resistance of reinforced concrete structures to progressive collapse. This approach presents an intermediate complexity between the use of linear static analysis and non-linear analysis. We applied the proposed method in a regular reinforced concrete structure, designed by NBR 6118:2014, to evaluate the dynamic behavior of the structure. The impact of considering the occurrence of progressive collapse in a structure designed by the Brazilian code, measuring efforts and displacements was also assessed. We compared the results with a static analysis, but the non-linear behavior of the structure was not considered. In addition, the capacity of the structure to resist progressive collapse using the procedure presented in the GSA guide of the years 2003 and 2013 was adopted as a bibliographic source. The results showed that the structure designed by NBR 6118:2014 was not able to withstand the removal of a column, which would lead to the collapse of the structure. Thus, we resized the structure to withstand the phenomenon of progressive collapse, presenting substantial increase in the concrete volume and reinforcement when compared with the originally designed section. From the obtained results, we can conclude that the Brazilian standard should consider an addition of dynamic effects with more criteria.

**Keywords:** Progressive collapse. Dynamic analysis. Structural security.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Edifício Ronan Point após o colapso. ....	14
Figura 2 – Estrutura hiperestática da ilha da madeira .....	20
Figura 3 – Apoio entre o tabuleiro e um pilar em uma ponte de concreto pré-moldado.....	21
Figura 4 – Retirada dos pilares central em um modelo experimental .....	23
Figura 5 – Método das Amarrações .....	24
Figura 6 – Modelo constitutivo para o concreto submetida a compressão.....	27
Figura 7 – Viga em balanço.....	32
Figura 8 – Aplicabilidade do GSA 2013. ....	37
Figura 9 – Localização dos pilares a serem removidos. ....	39
Figura 10 – Localização das áreas com o carregamento majorados - Planta .....	41
Figura 11 – Localização dos pilares a serem removidos - Elevação .....	41
Figura 12 – Localização do pilar interior a ser removido - Planta .....	46
Figura 13 – Procedimento de Análise Dinâmica Linear.....	50
Figura 14 – Diagrama de interação esforço Normal-Momento Fletor .....	53
Figura 15 – Vista lateral e planta baixa do edifício. ....	54
Figura 16 – Modelo tridimensional da estrutura. ....	56
Figura 17 – Função rampa de retirada do pilar. ....	57
Figura 18 – Deslocamentos ao longo do tempo. ....	58
Figura 19 – Primeiro e segundo modo de vibração da estrutura. ....	59
Figura 20 – Terceiro e quarto modo de vibração da estrutura. ....	60
Figura 23 – Variação do Fator de Amplificação Dinâmica .....	61
Figura 24 – Variação do DCR - Situação de remoção do P7.....	65
Figura 25 – Variação do DCR - Situação de remoção do P7.....	65
Figura 26 – Diagrama Força Normal-Momento Fletor - P6 - Situação de remoção do P7.....	67
Figura 27 – Diagrama Força Normal-Momento Fletor – P8 - Situação de remoção do P8 .....	67
Figura 28 – Cálculo do DCR para os pilares .....	68
Figura 29 – Esquema tridimensional e planta da estrutura redimensionada. ....	71
Figura 30 – Diagrama Força Normal-Momento Fletor – P8 – Seção redimensionada .....	73

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coeficientes de Majoração de Carga para o PLE .....	42
Tabela 2 – Determinação do Coeficiente de demanda $m$ .....	42
Tabela 3 – Coeficientes de Amplificação Dinâmica de Carga para o PNE .....	44
Tabela 4 – Critério de rotação para vigas - PNE .....	45
Tabela 5 – Tipos de análise abordadas pelas normas GSA 2003 e 2013 .....	48
Tabela 6 – Combinações de carregamento. ....	49
Tabela 7 – Tempo de retirada do pilar. ....	50
Tabela 8 – Restrições para a avaliação do colapso progressivo. ....	51
Tabela 9 – Detalhes das seções da estrutura .....	55
Tabela 10 - Modos de vibração da estrutura.....	59
Tabela 11 – Análise do FAD.....	60
Tabela 12 – Momentos resistentes das seções .....	62
Tabela 13 – Situação de Remoção do P7.....	63
Tabela 14 – Situação de Remoção do P8.....	63
Tabela 15 – Situação de Remoção do P11 .....	64
Tabela 16 – Situação de Remoção do P12.....	64
Tabela 17 – DCR dos pilares .....	69
Tabela 18 – Dimensões iniciais do redimensionamento das vigas .....	70
Tabela 19 – Situação de remoção do P7 .....	71
Tabela 20 – Situação de remoção do P8 .....	72
Tabela 21 – Situação de remoção do P11 .....	72
Tabela 22 – Situação de Remoção do P12.....	72
Tabela 23 – Novas dimensões para as seções de vigas da estrutura.....	73
Tabela 24 – DCR final dos pilares redimensionados.....	74
Tabela 25 – Novas dimensões para as seções de pilares da estrutura.....	74
Tabela 26 – Aumento percentual na armadura das vigas - Análise Linear Dinâmica .....	76
Tabela 27 – Comparação do modelo proposto e o PLE – GSA (2013).....	77
Tabela 28 – Aumento percentual na armadura dos pilares - Análise Linear Dinâmica.....	77
Tabela 29 – Comparação do modelo proposto e o PLE – GSA (2013).....	78
Tabela 30 – Resumo: PLE x Análise Linear Dinâmica .....	78
Tabela 31 – Comparação de resultados do presente trabalho com Bitarello (2013) .....	79

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>1.1</b>	<b>Problema .....</b>	<b>14</b>
<b>1.2</b>	<b>Justificativa .....</b>	<b>15</b>
<b>1.3</b>	<b>Questões motivadoras .....</b>	<b>16</b>
<b>1.4</b>	<b>Objetivos.....</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>COLAPSO PROGRESSIVO.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1</b>	<b>O fenômeno do colapso progressivo.....</b>	<b>17</b>
<b>2.2</b>	<b>Prevenção do colapso progressivo.....</b>	<b>18</b>
<b>2.2.1</b>	<i>Redundância, continuidade e ductilidade .....</i>	<i>19</i>
<b>2.3</b>	<b>Métodos estruturais para a prevenção do colapso progressivo.....</b>	<b>21</b>
<b>2.3.1</b>	<i>Métodos diretos.....</i>	<i>22</i>
<b>2.3.1.1</b>	<i>Método da Resistência Localizada Específica .....</i>	<i>22</i>
<b>2.3.1.2</b>	<i>Método do Caminho Alternativo de Carga .....</i>	<i>22</i>
<b>2.3.2</b>	<i>Métodos indiretos.....</i>	<i>23</i>
<b>2.3.2.1</b>	<i>Método de Amarrações .....</i>	<i>24</i>
<b>3</b>	<b>ANÁLISE ESTRUTURAL.....</b>	<b>25</b>
<b>3.1.1</b>	<i>Análise Linear Estática .....</i>	<i>26</i>
<b>3.1.2</b>	<i>Análise Não Linear Estática .....</i>	<i>26</i>
<b>3.1.3</b>	<i>Análise Linear Dinâmica .....</i>	<i>28</i>
<b>3.2</b>	<b>Dinâmica das estruturas .....</b>	<b>28</b>
<b>3.2.1</b>	<i>Vibrações.....</i>	<i>29</i>
<b>3.2.1.1</b>	<i>Vibração livre e vibração forçada.....</i>	<i>29</i>
<b>3.2.1.2</b>	<i>Vibração não amortecida e amortecida .....</i>	<i>29</i>
<b>3.2.2</b>	<i>Elemento de mola .....</i>	<i>30</i>
<b>3.2.3</b>	<i>Elemento de massa .....</i>	<i>30</i>
<b>3.2.4</b>	<i>Elemento de amortecimento.....</i>	<i>30</i>
<b>3.2.5</b>	<i>Vibração livre de um sistema com um grau de liberdade .....</i>	<i>31</i>
<b>3.2.5.1</b>	<i>Equação de movimento para vibração livre amortecida - UGL.....</i>	<i>32</i>
<b>3.2.5.2</b>	<i>Equação de movimento para vibração livre - VGL.....</i>	<i>34</i>
<b>3.3</b>	<b>General Services Administration (GSA - 2013) .....</b>	<b>35</b>
<b>3.3.1</b>	<i>Organização do guia GSA.....</i>	<i>36</i>
<b>3.3.2</b>	<i>Aplicabilidade do GSA 2013.....</i>	<i>36</i>

<b>3.3.3</b>	<b><i>Procedimentos de Análise</i></b> .....	<b>37</b>
3.3.3.1	<i>Procedimento Linear Estático</i> .....	38
3.3.3.2	<i>Procedimento Não Linear Estático</i> .....	43
<b>3.4</b>	<b>Análise Linear Dinâmica - GSA 2003</b> .....	<b>45</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>48</b>
<b>4.1</b>	<b>GSA 2003 e GSA 2013</b> .....	<b>48</b>
4.1.1	<i>Combinação de carga da estrutura</i> .....	49
4.1.2	<i>Carregamento da estrutura e retirada do pilar</i> .....	49
4.1.3	<i>Avaliação do colapso progressivo</i> .....	51
4.1.3.1	<i>Determinação da capacidade de carga dos elementos</i> .....	52
<b>5</b>	<b>APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO</b> .....	<b>54</b>
<b>5.1</b>	<b>Descrição da estrutura</b> .....	<b>54</b>
<b>5.2</b>	<b>Carregamento da estrutura</b> .....	<b>55</b>
<b>5.3</b>	<b>Análise da estrutura</b> .....	<b>56</b>
5.3.1	<i>Retirada dos pilares e análise do DCR da estrutura</i> .....	62
<b>5.4</b>	<b>Redimensionamento da estrutura</b> .....	<b>70</b>
<b>5.5</b>	<b>Comparação dos resultados</b> .....	<b>75</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>81</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>83</b>
	<b>APÊNDICE A – REMENSIONAMENTO DA ESTRUTURA</b> .....	<b>85</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O colapso progressivo é caracterizado pela propagação de um dano localizado para uma parte maior da estrutura. De acordo com o *General Services Administration – GSA* (2013), o colapso progressivo é definido como uma extensão de um dano localizado desproporcionalmente a magnitude do evento inicial. O fenômeno pode ocorrer a partir de um acidente, como explosões, ou mesmo de falhas no projeto da estrutura, podendo gerar grandes perdas econômicas e humanas.

Esse fenômeno pode ser iniciado a partir da perda de um ou mais elementos estruturais, em que as cargas da estrutura irão se redistribuir para outros elementos resistentes, podendo ou não haver falha desses elementos quando submetidos a essa carga extra. Havendo a falha desses elementos estruturais sobrecarregados, ocorre uma nova redistribuição de cargas. Esse processo se repete até a estrutura alcançar o equilíbrio estático ou até que haja a ruína da estrutura.

Apesar da baixa taxa de ocorrência do colapso progressivo, os danos causados são muito significantes uma vez que muitas vidas podem ser perdidas, além das perdas econômicas, especialmente na consideração da ocorrência do fenômeno em edifícios muito movimentados e, com o advento dos recentes ataques terroristas pelo mundo, há uma crescente exigência e necessidade de prevenção do colapso progressivo. Dessa forma, busca-se por métodos que representem bem o problema aplicado a métodos de prevenção da ocorrência do colapso progressivo, que em nível de análise estrutural, por ser de origem dinâmica e apresentar fatores de difícil modelagem, pode ser bastante complexa e com elevado custo computacional.

Um dos eventos que podem ilustrar o fenômeno é o colapso do edifício de 22 andares em concreto pré-moldado, *Ronan Point*, em 1968 (Figura 1), onde, segundo o *National Institute of Standards and Technology – NIST* (2007) uma explosão de gás no 18º andar levou ao colapso parcial da estrutura, matando quatro pessoas e ferindo outras 17.

Figura 1 – Edifício Ronan Point após o colapso.



Fonte: NIST (2007)

Além do acidente acima mencionado com o edifício Ronan Point, outros acidentes foram registrados e são conhecidos pela quantidade de vítimas geradas. No Brasil, o edifício Liberdade, que apresentava 21 andares, entrou em colapso progressivo após a perda de um de seus pilares no 9º andar durante uma reforma no ano de 2012. Além do colapso da estrutura do edifício, houve uma propagação do dano para as construções vizinhas derrubando o edifício Colombo, com 10 andares, e um sobrado de quadro andares, resultando no óbito de 22 pessoas (OLIVEIRA, 2015).

Neste trabalho, propõe-se uma alternativa de análise intermediária, avaliando-se a representatividade de uma análise linear dinâmica, considerando os efeitos das forças de inércia, elásticas e de amortecimento na estrutura quando sujeitas ao colapso progressivo ainda no regime linear elástico.

## 1.1 Problema

Além do acidente com o Edifício Ronan Point, muitos outros acidentes foram registrados apresentando o fenômeno do colapso progressivo. No Brasil, o edifício *Palace II*, em 1988 na cidade do Rio de Janeiro, entrou em colapso ocasionado por um erro de

dimensionamento de dois pilares. Os pilares foram calculados para suportarem uma carga menor do que a metade do valor solicitado. Ademais, alguns laudos apontavam problemas na execução do projeto, que também podem ter sido determinantes para o acidente (CÂMARA, 2015).

Os danos causados por um colapso parcial ou total de uma edificação vão além de prejuízos financeiros, podendo ser perdas de vidas, o transtorno gerado no entorno da edificação além de uma sensação de insegurança para os usuários. Dessa forma, há um interesse no estudo do entendimento do problema assim como a formulação de metodologias para a prevenção do colapso progressivo. Desde as fases de prevenção de ocorrência do evento inicial, sendo a perda de um elemento estrutural, como na prevenção da propagação de um dano localizado, caracterizando o colapso progressivo da estrutura.

## **1.2 Justificativa**

O colapso progressivo de uma estrutura ocorre a partir da propagação de um dano localizado para uma parte maior da estrutura. Apesar de ser um evento com pequena taxa de ocorrência e pouco abordado pelas normas brasileiras de projeto estrutural, sua ocorrência pode gerar danos irreparáveis, desde a perda total da estrutura até perdas humanas.

Com o crescente interesse em critérios de falha, segurança estrutural e desempenho das estruturas, a prevenção do colapso progressivo passou a ser uma preocupação de projetistas e pesquisadores. Três métodos de análise estrutural são abordados por órgãos reguladores de diversos países: linear estático, não linear estático e não linear dinâmico.

Por se tratar de um fenômeno dinâmico, as abordagens estáticas não representam de forma fiel o fenômeno do colapso progressivo. Por outro lado, a análise não linear dinâmica aborda os aspectos de vibração, amortecimento e não linearidade física e geométrica da estrutura, sendo a mais fiel ao fenômeno. No entanto, é uma análise bastante complexa, exigindo grande esforço computacional. Dessa forma, propõe-se estudar a viabilidade da utilização da análise dinâmica linear na verificação da resistência de estruturas de concreto ao colapso progressivo. Esta abordagem apresenta uma complexidade intermediária entre a utilização da análise estática linear e das análises não lineares.

### 1.3 Questões motivadoras

Apresentam-se, a seguir, as questões que motivam a realização do presente estudo:

Quais métodos de análise atualmente são tratados pelos principais órgãos reguladores acerca do colapso progressivo? Será feito um estudo acerca das metodologias de análise abordadas por diferentes órgãos reguladores que tratam do colapso progressivo.

Um método de análise intermediário para o colapso progressivo apresenta resultados razoáveis? Diferentes níveis de análise podem ser feitos, desde uma mais simplificada a uma mais complexa e realista, dessa forma, busca-se avaliar se um método de análise apresenta resultados aceitáveis e custo computacional razoável.

Quais as diferenças em relação à confiabilidade e custo computacional entre uma abordagem linear estática e linear dinâmica no estudo do colapso progressivo? O custo de modelagem da segunda em detrimento da primeira compensa gerando resultados mais representativos? Em projetos de estruturas convencionais, no tratamento de cargas dinâmicas, prefere-se utilizar de análise linear estática juntamente de fatores de majoração de cargas. Neste trabalho, questiona-se a utilização de uma modelagem tão simplificada e fatores relativamente altos de coeficientes de majoração em detrimento de uma análise ainda que não tão realista, porém, instintivamente mais fiel ao problema do colapso progressivo.

### 1.4 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é estudar a utilização da análise dinâmica linear na verificação da resistência de edifícios de concreto armado ao colapso progressivo.

Como objetivos específicos deste trabalho, temos:

- a) Propor uma metodologia de análise intermediária, a partir das prescrições da norma GSA americana dos anos de 2003 e 2013;
- b) Aplicação da metodologia de análise linear dinâmica proposta em um edifício regular, dimensionado em acordo com as prescrições normativas da NBR 6118:2014 e avaliação do potencial de colapso progressivo da mesma quando sujeita à perda de um elemento estrutural, utilizando um programa de elementos finitos.
- c) Comparação dos resultados da análise linear dinâmica com a análise linear estática, com a finalidade de avaliar o ganho de fidelidade do modelo proposto em relação a análise linear estática.



## 2 COLAPSO PROGRESSIVO

A partir do colapso do edifício *Ronan Point*, alguns países, como o Reino Unido e Canadá, passaram a adotar medidas para a prevenção do colapso progressivo. Os regulamentos exigiam que os edifícios fossem concebidos com capacidade para resistir à falha, “costurando” os elementos estruturais, adicionando elementos redundantes, assim como dimensionando os elementos para resistir a cargas excepcionais. Esse procedimento gera estruturas mais robustas, com maior resistência e ductilidade.

A normatização de medidas com o objetivo de prevenir o colapso progressivo aumentou e as normas passaram a recomendar metodologias de avaliação do fenômeno para as estruturas assim como propor medidas para a sua prevenção. Desde então, muitos trabalhos acadêmicos foram produzidos de forma a compreender o fenômeno do colapso progressivo e seus fatores condicionantes.

### 2.1 O fenômeno do colapso progressivo

O colapso progressivo de uma estrutura é iniciado a partir da falha de um (ou mais) elemento estrutural, como um pilar, por exemplo. Uma vez que ocorre a falha, há uma redistribuição dos esforços na estrutura, em que a mesma irá tentar redistribuir esses esforços nos elementos estruturais restantes em busca do equilíbrio estático. Esses elementos podem ser ou não capazes de suportar essa redistribuição de cargas, uma vez que esses elementos não suportam essas cargas adicionais, muitas vezes não prevista, há a falha dos demais elementos sucessivamente, caracterizando o fenômeno do colapso progressivo da estrutura. Este pode ser um colapso total ou parcial da estrutura.

Diversos órgãos reguladores, por meio de suas normas, definem o colapso progressivo. Apesar de apresentarem diferentes abordagens quanto ao tratamento do mesmo, as definições do colapso progressivo por essas normas convergem ao conceito de que o fenômeno se trata da propagação de um dano localizado desproporcionalmente para uma parte maior da estrutura.

A *American Society of Civil Engineers* (ASCE, 2010) define o colapso progressivo como a propagação de uma falha local para demais elementos da estrutura eventualmente resultando no colapso total da estrutura ou desproporcionalmente de uma parte da estrutura. A norma indica a prevenção do colapso progressivo para estruturas em que há uma necessidade de proteção de ambientes com grande número de pessoas ou ambientes que possam ser alvo de

algum tipo de ataque.

O *General Services Administration* – GSA, agência norte-americana responsável por gerenciar e oferecer suporte para o funcionamento das agências federais, incluindo o gerenciamento de propriedades e edifícios do governo, produziu um guia de projeto para evitar o colapso progressivo. O *GSA Alternate Path Analysis and Design Guidelines for Progressive Collapse Resistance* (GSA, 2003) define o colapso progressivo como uma situação em que a falha de um elemento estrutural primário leva ao colapso de membros estruturais adjacentes, levando ao colapso dos mesmos, com uma abordagem de que o dano total gerado na estrutura é desproporcional ao dano inicial. Uma versão atualizada deste guia foi lançada recentemente (GSA, 2013).

A Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, por meio da NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, apesar de não apresentar uma definição para o fenômeno, recomenda a utilização de uma armadura para a prevenção do colapso progressivo quando da utilização de lajes lisas.

## **2.2 Prevenção do colapso progressivo**

Existem, simplificadaamente, três estágios que podem levar a ocorrência do colapso progressivo na estrutura. O primeiro deles é a ocorrência do evento que é causa da falha do elemento estrutural, como uma explosão, um acidente ou até mesmo de um erro grosseiro no projeto e/ou na execução da estrutura. O segundo, uma vez que houve a ocorrência do primeiro, é justamente a falha do elemento estrutural que pode desencadear o fenômeno se a estrutura não for capaz de resistir à nova configuração imposta. E por último, a falha generalizada da estrutura, levando ao seu colapso, parcial ou totalmente.

Dessa forma, pode-se trabalhar na prevenção nesses três estágios. No primeiro, pode haver uma intensificação da segurança no entorno das estruturas, de forma a reduzir a probabilidade de ocorrência de eventos que possam causar a falha da estrutura. No entanto, uma medida dessa ordem pode apresentar custos muito altos sem que haja uma garantia de que a probabilidade de ocorrência seja pequena o suficiente, uma vez que se trata de um evento de ordem aleatória, de forma a compensar os custos de aplicação dessa medida. Uma outra abordagem seria a garantia de que a estrutura apresente a capacidade de resistir a perda de um ou mais elementos estruturais, mantendo a sua integridade e conseqüente segurança para os usuários. Essa abordagem é a utilizada pelos órgãos reguladores que tratam da prevenção do colapso progressivo.

Com o objetivo de resistir a essa redistribuição de cargas que ocorre a partir da perda de um ou mais elementos estruturais, as estruturas devem ser avaliadas quanto ao potencial de colapso progressivo e dimensionadas para prevenir a sua ocorrência, apresentando resistência, redundância e ductilidade. Assim, é desejável que as estruturas tenham uma baixa vulnerabilidade ao colapso progressivo, e um dos fatores mais importantes dessa vulnerabilidade é a deficiência (ou até mesmo ausência) de continuidade e ductilidade dos materiais e dos elementos estruturais, juntamente com as suas formas de ligação. Com esse objetivo, as normas que tratam do fenômeno apresentam metodologias para a avaliação e prevenção do colapso progressivo para as estruturas.

O Departamento de Defesa (DoD), responsável por edifícios militares dos EUA, publicou em 2005 um guia intitulado *Unified Facilities Criteria (UFC): Design of Structures to Resist Progressive Collapse*, que fornece requisitos necessários para reduzir o potencial de colapso progressivo para novas edificações assim como a avaliação de estruturas já existentes, sendo que em 2009 foi publicada sua versão mais atual.

No Brasil, a NBR 6118:2014 apresenta uma seção em que há a recomendação de uma armadura de colapso progressivo na região acima dos pilares em lajes lisas. Há, também, recomendações para a integridade das estruturas assim como a ductilidade de alguns elementos, porém, sem grandes especificações para o fenômeno do colapso progressivo. De forma semelhante, o Eurocode 2 (CEN, 2004), propõe um sistema de “amarração” da estrutura de forma a prevenir a ocorrência do colapso progressivo no caso de perda de um ou mais elementos estruturais, aumentando a ductilidade da estrutura.

Um estudo de pórticos dimensionados com os requisitos mínimos de acordo com a NBR 6118 e o Eurocode foi feito por Oliveira *et al* (2014) em que, a partir da utilização de uma análise não linear dinâmica, analisa a susceptibilidade dos pórticos ao colapso progressivo. Apesar de nenhuma das estruturas sofrer colapso progressivo, o pórtico dimensionado de acordo com o Eurocode apresentou menores deslocamentos, maior ductilidade e robustez.

### **2.2.1 Redundância, continuidade e ductilidade**

A prevenção do colapso progressivo pode ser feita a partir de detalhes no projeto das estruturas que garantem mais de um “caminho” para a distribuição das cargas a que está submetida. Isso pode ser garantido quando o projetista fornece redundância, continuidade e ductilidade da estrutura, ou seja, uma conectividade entre os elementos resistentes. Essa conectividade permite que haja um monolitismo da estrutura assim como fornece vários

caminhos alternativos de distribuição de seus esforços.

A redundância em uma estrutura possibilita alternativas para a redistribuição dos esforços uma vez que ocorre a falha de um dos elementos da estrutura, ou seja, ela apresenta uma maior quantidade de apoios do que o necessário para ser isostática, sendo, portanto, uma estrutura hiperestática (Figura 2).

Figura 2 – Estrutura hiperestática da ilha da madeira



Fonte: Laranjeiras (2010)

Além de redundância, é recomendada uma conexão adequada dos elementos estruturais, fornecendo uma continuidade da estrutura, garantindo que trabalhe solidariamente e, a partir de sua hiperestaticidade, possa manter-se em equilíbrio e transferir as cargas em caminhos alternativos para o restante da estrutura evitando a propagação do dano localizado. Uma estrutura hiperestática, porém, sem apresentar a continuidade de seus elementos, não apresenta capacidade de redistribuição de cargas, uma vez que a conexão desses caminhos não existe. Isso pode ser ilustrado por meio das estruturas pré-moldadas, que devido a sua forma de produção, por muitas vezes apresentam descontinuidades entre os seus apoios. Isso pode ser um problema, pois, no caso da falha de um de seus elementos resistentes a estrutura não apresenta conectividade entre seus apoios para que haja a redistribuição dos esforços, muito comum no caso de pontes em estruturas de concreto pré-moldado no apoio do tabuleiro com os pilares (Figura 3).

Figura 3 – Apoio entre o tabuleiro e um pilar em uma ponte de concreto pré-moldado



Fonte: PINI (2011)

Por fim, uma outra característica desejável em uma estrutura, não somente aquelas que são dimensionadas para prevenir o colapso progressivo, é a ductilidade, que pode ser definida como a capacidade da estrutura sofrer grandes deformações antes de sua ruptura. No caso de um colapso, é desejável que a estrutura seja capaz de sofrer grandes deformações mantendo as suas conexões e resistência, sendo ainda capaz de transferir cargas de um elemento a outro. A ductilidade em uma estrutura de concreto pode ser obtida a partir da continuidade das armaduras, garantindo que ela trabalhe conjuntamente ao longo dos elementos.

### **2.3 Métodos estruturais para a prevenção do colapso progressivo**

Para prevenir a ocorrência do colapso progressivo existem diferentes abordagens metodológicas, porém com o mesmo objetivo de evitar a ocorrência do colapso progressivo ou minimizar a amplitude dos danos que podem ocorrer no caso da falha de um elemento estrutural.

De forma geral, os métodos estruturais de prevenção do colapso progressivo incorporam na estrutura características como redundância, ductilidade e continuidade das estruturas justamente para fornecer novos caminhos de cargas no caso da perda de um ou mais elementos estruturais. Eles podem ser classificados em métodos diretos e indiretos.

### 2.3.1 Métodos diretos

Com a utilização dos métodos diretos, considera-se a capacidade da estrutura resistir a carregamentos excepcionais (NIST – 2007). O projetista deve dimensionar a estrutura de forma a suportar o carregamento excepcional ou projetar a estrutura apresentando um caminho alternativo de carga para o caso da perda de um elemento estrutural.

#### 2.3.1.1 Método da Resistência Localizada Específica

O Método da Resistência Localizada Específica (MRLE), a estrutura é dimensionada explicitamente para suportar o carregamento vertical de cargas excepcionais. Trata-se da prevenção da ocorrência de um dano local uma vez que a ação excepcional ocorreu, assim o MRLE foca no aumento de resistência de um elemento estrutural próximo ao local da possível ocorrência do evento.

Para este tipo de abordagem, os métodos de análise estrutural são não-lineares e dinâmicos com o objetivo de representar confiavelmente o comportamento da estrutura quando sujeita a esse carregamento anormal. Dessa forma, trata-se de uma análise complexa, com alto custo computacional e com alto grau de sofisticação, sendo, portanto, uma abordagem pouco utilizada na concepção de estruturas para resistir ao colapso progressivo.

#### 2.3.1.2 Método do Caminho Alternativo de Carga

O Método do Caminho Alternativo de Carga (MCAC) consiste no dimensionamento da estrutura de forma que dado a perda de um elemento estrutural, esta possa apresentar caminhos alternativos de carga para que seja resistente a nova configuração de esforços que a mesma estará submetida.

No MCAC verifica-se a retirada de um dado elemento estrutural, um pilar, por exemplo. Dessa forma, trata-se de uma abordagem independente do evento que poderia ocasionar a falha do elemento. É utilizada pelas normas da ASCE (2010), do GSA (2013) e do DOD (2009). Por considerar especificamente a falha de um elemento estrutural, Mohamed (2006) afirma que o MCAC não é suficientemente adequado e que uma abordagem mais adequada consideraria a retirada de mais de um elemento estrutural, podendo representar de forma mais realista a ocorrência de um dano localizado.

Kokot (2012) apresentou um trabalho experimental em que uma estrutura de três andares de concreto armado em escala real foi submetida à perda de dois pilares em uma retirada quase estática de dois dos seus apoios centrais, suportando a retirada dos pilares. Ademais, foi feito um estudo numérico utilizando o MCAC para três casos, alternadamente foram retirados três pilares instantaneamente: um pilar central (Figura 4), um pilar de canto do menor lado da estrutura e um pilar de canto do maior lado da estrutura.

Figura 4 – Retirada dos pilares central em um modelo experimental



Fonte: Kokot (2012)

Para abordagem do MCAC pode-se utilizar de análise estática linear e não-linear, assim como análise dinâmica não-linear, onde há a simulação da retirada de um pilar com as devidas condições de contorno e carregamento para cada tipo de análise abordada. É válido afirmar que a confiabilidade dos resultados é função do tipo de análise adotada, modelos estáticos, logo mais simplificados, mesmo com a utilização de fatores de amplificação dinâmica, trazem resultados menos realistas por desconsiderarem a ação dinâmica que a estrutura sofre durante a perda de um pilar.

### 2.3.2 Métodos indiretos

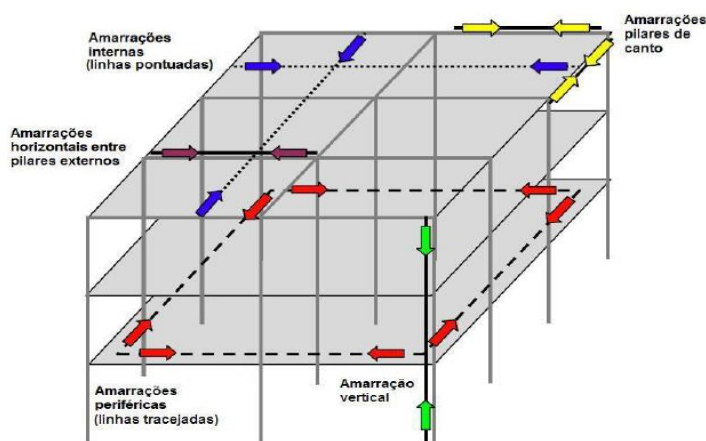
O método indireto apresenta uma abordagem de aumentar a robustez da estrutura, apresentando uma resistência mínima, utilizando de detalhes no projeto que garantam a continuidade da estrutura e sua ductilidade. Essa abordagem é independente do tipo de

carregamento que pode desencadear o colapso progressivo assim como da ocorrência de eventos excepcionais. Apresenta a vantagem de ser um método considerado simples de ser aplicado, no entanto não apresenta uma análise detalhada de uma resposta da estrutura no caso de um evento excepcional.

### 2.3.2.1 Método de Amarrações

O Método das Amarrações, também conhecido como “*Tie Forces*”, sugere que os elementos estruturais estão conectados entre si (Figura 5), aumentando a continuidade, ductilidade e caminhos de carga alternativos, e têm a capacidade de trabalhar como tirantes. Dessa forma, os elementos devem estar amarrados internamente e na região periférica, a partir de amarrações entre os elementos nas direções transversal, longitudinal e periférica e devem ter a capacidade de transferência de esforços entre si. As forças de amarração devem ser fornecidas pelos elementos estruturais existentes calculados para suportar a perda de um elemento estrutural (UFC – 2009).

Figura 5 – Método das Amarrações



Fonte: Laranjeiras (2010)



### 3 ANÁLISE ESTRUTURAL

O comportamento de uma estrutura sujeita ao fenômeno do colapso progressivo é de complexa modelagem e a escolha de um método de análise está sujeita a um inerente nível de complexidade e representatividade do problema. Assim, modelos mais complexos, tendem a representar com mais fidelidade o comportamento das estruturas quando sujeitas à carregamentos diversos.

Um modelo de análise estática pode representar bem determinadas situações, como a análise de um edifício sujeito às ações permanentes e de serviço quando não tendem a ter grandes variações ao longo do tempo. Porém, esse modelo se torna inadequado ou grosseiro quando esse mesmo edifício será localizado em um lugar com grande taxa de ocorrência de terremotos, ou seja, a estrutura estará submetida a deslocamentos que podem variar com o tempo, alterando os esforços a que a estrutura está submetida. Neste caso, uma modelagem dinâmica seria mais adequada, tratando-se de uma análise mais complexa. Para o caso do colapso progressivo, tem-se um evento de origem dinâmica, porém, há abordagens estáticas que utilizam fatores de majoração das cargas de forma a compensar a simplificação do problema.

Outro fator bastante influente na complexidade e representatividade de um modelo é a consideração da não linearidade, tanto física quanto geométrica. As incertezas intrínsecas ao comportamento das estruturas sujeitas ao colapso progressivo são de difícil modelagem. Com a ocorrência do colapso, os materiais mudam de regime elástico para o plástico e as deformações se alteram ao longo do tempo, a modelagem desse fenômeno de forma fiel exige modelos bastante complexos e bem formulados, o que pode justificar a preferência por modelos mais simplificados.

De forma geral, para a avaliação do potencial e dimensionamento preventivo contra o colapso progressivo, as abordagens utilizadas podem ser: linear estática, não-linear estática, linear dinâmica e não-linear dinâmica com um nível de complexidade crescente. O tipo de análise a ser realizada depende de vários fatores, no entanto, geralmente opta-se por uma análise mais simplificada desde que esteja de acordo com as exigências normativas dos códigos vigentes.

### **3.1.1 *Análise Linear Estática***

Uma análise estática trata-se de um caso particular de uma análise dinâmica, em que o tempo de aplicação dos carregamentos na estrutura é muito grande, ou seja, a estrutura é carregada de forma tão lenta que os possíveis efeitos dinâmicos podem ser desprezados. No caso do colapso progressivo, sabe-se que é um fenômeno de origem dinâmica. A perda de um ou mais elementos estruturais é quase instantânea, ocorrendo em um intervalo de tempo muito pequeno, e ainda pode haver uma carga de impacto sobre a estrutura. A consideração desses efeitos na estrutura pode gerar vibrações e alternância de tensões, entre outros efeitos.

Com o objetivo de tentar representar os efeitos dinâmicos na estrutura, utiliza-se de um fator de amplificação dinâmica, onde o carregamento que a estrutura deverá estar submetida é amplificada por um fator igual a 2 (GSA – 2003). Estudos apontam que esse valor de fator de amplificação dinâmica pode ser conservador. Kokot (2012) apresentou um estudo tridimensional de uma estrutura em concreto armado de três andares utilizando análise linear, linear dinâmica e não-linear dinâmica. A partir dos resultados obtidos, pode-se observar que, para a estrutura analisada, o fator de amplificação dinâmica utilizado na análise linear estática, igual a 2, era conservador em relação ao pior cenário analisado. Encontrou-se o valor de 1,87 para as vigas e de 1,60 para os pilares analisados.

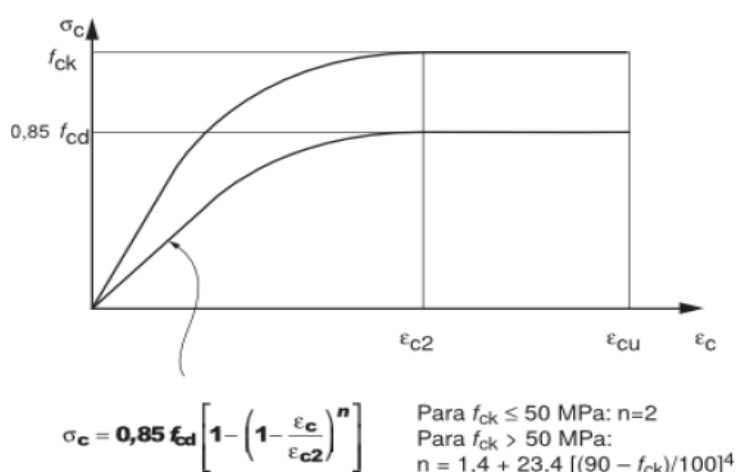
Outro fator que é apontado negativamente na utilização da análise linear estática para o colapso progressivo é a desconsideração dos efeitos de não-linearidade física e geométrica da estrutura. Uma estrutura submetida a um carregamento excepcional, que varia com o tempo, sofre também deslocamentos em função do tempo, esses deslocamentos são importantes uma vez que podem gerar novos esforços na estrutura alterando seu equilíbrio e estado de tensões.

### **3.1.2 *Análise Não Linear Estática***

No caso da ocorrência de um evento anormal, a estrutura é submetida a condições de difícil representação. A perda de um pilar, por exemplo, pode gerar uma alteração do estado de tensões da estrutura rapidamente, saindo de um estado elástico de tensões para um estado plástico, a estrutura passa a se comportar de forma inelástica. Esse efeito pode ser considerado em uma análise a partir da consideração dos efeitos não-lineares físicos, em que as tensões de um elemento não são linearmente dependentes de suas deformações (Figura 6).

No caso de estruturas de concreto armado, o comportamento inelástico da estrutura também é influenciado pela ocorrência de fissuras e fluência (PINTO, 1997). Esses efeitos são considerados no projeto de estruturas de concreto armado pela NBR 6118 a partir da redução na rigidez de vigas e pilares, quando se utiliza um modelo linear de análise. No caso do colapso progressivo, a consideração da não-linearidade física é importante porque permite simular de forma mais realista a redistribuição dos esforços dos elementos que falham para os que ainda possuem capacidade resistente.

Figura 6 – Modelo constitutivo para o concreto submetida a compressão.



Fonte: NBR 6118 (2014)

Além da não-linearidade física, intrínseca ao material, as estruturas estão sujeitas à não-linearidade geométrica. Quando uma estrutura passa a ter grandes deslocamentos e deformações, efeitos de segunda ordem passam a ser relevantes no comportamento global da estrutura, sendo essencial considerá-los.

Em uma análise não-linear estática, o carregamento da estrutura é feito de forma incremental com o objetivo de simular os efeitos não-lineares da estrutura, como os efeitos de segunda ordem ocasionados pela deformação da estrutura. Marjanishvili (2006), em seu estudo, afirma que o procedimento não-linear estático é o mais conservador, quando comparados com as análises lineares estática e dinâmica e não-linear dinâmica, uma vez que, apesar de considerar de forma mais fiel o comportamento da estrutura, no estudo do colapso progressivo, as cargas ainda são majoradas com um fator de amplificação dinâmica igual a 2 com uma duração “infinita”.

### **3.1.3 *Análise Linear Dinâmica***

A utilização de uma análise dinâmica é muito importante no tratamento de cargas que variam em função do tempo. No caso da análise estrutural, é bastante importante quando se avalia o comportamento das estruturas submetidas às cargas de explosão, impacto, harmônicas, entre outras. A consideração intrínseca das forças elásticas, o efeito do amortecimento e das forças de inércia na estrutura anulam a necessidade da utilização de um fator de amplificação dinâmica e, conseqüentemente, traz resultados mais realistas.

No caso de uma análise linear dinâmica para o estudo do colapso progressivo, a principal vantagem é se ter resultados com uma maior confiabilidade e a avaliação dos efeitos dinâmicos do problema com a consideração de seus modos de vibração na resposta da estrutura. No entanto, essa abordagem apresenta a deficiência de não considerar os efeitos da não-linearidade física e geométrica, já abordadas no item anterior, o que seria bastante relevante no caso do colapso progressivo. Dessa forma, trata-se de uma análise intermediária, não apresentando a complexidade e precisão de uma análise não-linear, porém, apresenta a importante incorporação dos efeitos dinâmicos no comportamento global da estrutura.

O guia GSA (2003) apresentava a possibilidade da utilização de uma análise linear dinâmica para a avaliação e prevenção do colapso progressivo, porém, sua última versão (GSA – 2013) não apresenta mais essa possibilidade. Atualmente, apenas as abordagens lineares estáticas, não-linear estática e não-linear dinâmica são aceitas por este guia.

## **3.2 Dinâmica das estruturas**

As estruturas estão sujeitas a ações que variam no tempo, seja em sua direção, posição ou magnitude, logo estas são ações dinâmicas e capazes de gerarem vibração do sistema (estrutura). Essas vibrações podem ser prejudiciais à medida que podem gerar grandes deslocamentos e podem levar à fadiga do material pela alternância de carregamento. Ademais, com o aumento da resistência do concreto e do aço, além de avanços tecnológicos na construção civil, têm-se projetado edificações cada vez mais esbeltas, apresentando mais suscetibilidade para vibrações. Dessa forma, é essencial a caracterização das ações a que as estruturas estão submetidas e a devida avaliação do seu comportamento dinâmico e seu dimensionamento garantindo segurança, estabilidade e durabilidade (SORIANO, 2014).

### 3.2.1 Vibrações

A maioria das atividades realizadas pelos humanos envolvem algum tipo de vibração. O simples andar está associado ao movimento periódico das mãos e pernas. Segundo RAO (2008) vibração é qualquer movimento que se repita após um intervalo de tempo. Os primeiros estudiosos tiveram como objeto de estudo os fenômenos da natureza e desenvolveram teorias matemáticas que descreviam o movimento de alguns sistemas vibratórios. Com o passar do tempo, o estudo das vibrações passou a ter papel importante na área da engenharia, como em projeto de estruturas, motores, fundações, turbinas, entre outros.

Os elementos de um sistema vibratório consistem em um meio para armazenar energia potencial, um meio para se armazenar energia cinética (massa) e um meio para a perda gradual de energia (amortecedor). A vibração é uma transferência de energia potencial para energia cinética e de energia cinética para energia potencial. Na presença de um amortecedor, parte da energia é dissipada em cada ciclo.

#### 3.2.1.1 Vibração livre e vibração forçada

A vibração de um sistema é considerada livre quando, a partir de uma perturbação externa, ele continua a vibrar de forma indeterminada na ausência de um elemento que dissipe sua energia. Um pêndulo simples pode ilustrar esse tipo de vibração quando é solto em uma determinada altura e continua a oscilar sem interferências externas.

Quando um sistema é alimentado por uma força externa, sendo de forma repetitiva ou não, a vibração resultante é dita forçada. Exemplos de vibrações forçadas são aquelas que surgem em máquinas devido aos motores. Um problema bastante pertinente para estruturas sujeitas a vibrações forçadas é a ressonância, que ocorre quando a frequência da fonte externa coincide com a frequência natural da estrutura, gerando grandes deslocamentos e podendo levar a estrutura a ruptura.

#### 3.2.1.2 Vibração não amortecida e amortecida

Uma vibração é classificada como não amortecida se não houver dissipação de energia durante a oscilação. No entanto, quando há a perda de energia, a vibração é dita amortecida. Em alguns sistemas, o amortecimento é tão pequeno que seu efeito na resposta da estrutura pode ser desprezado.

### 3.2.2 *Elemento de mola*

Uma força é desenvolvida em uma mola quando a partir de uma deformação, em que a força é proporcional a quantidade de deformação gerada, para uma mola linear:

$$f_{el}(t) = k \times x \quad (1)$$

onde  $f_{el}$  é a força elástica da mola,  $k$  é a sua rigidez e  $x$  é a deformação da mola.

As molas reais são lineares apenas até determinada deformação, dependendo do material, e quando a tensão ultrapassa o limite de escoamento, seu comportamento é não linear. Quando se tratando de pequenas deformações, é usual considerar o seu comportamento como linear. A mola é introduzida em uma análise dinâmica a partir da matriz de rigidez da estrutura a ser analisada.

### 3.2.3 *Elemento de massa*

A massa é considerada como um corpo rígido que pode ganhar ou perder energia a partir da variação de sua velocidade. De acordo com a segunda lei de Newton, a força de inércia ( $f_{in}$ ), aplicada a um corpo de massa  $m$  é igual ao produto de sua massa pela sua aceleração ( $\ddot{x}$ ):

$$f_{in}(t) = m \times \ddot{x} \quad (2)$$

A forma de consideração da massa em um sistema dependerá do modelo a ser utilizado. Pode-se considerar a massa distribuída ao longo de uma barra ou concentradas nos nós do modelo, isso deverá ser avaliado de acordo com os resultados esperados e a fidelidade do modelo à realidade.

### 3.2.4 *Elemento de amortecimento*

A perda de energia ocorre em todo sistema oscilatório, seja por energia convertida em som e calor, como por fatores externos a estrutura, tais como resistência do meio (ar, água) ou por algum dispositivo de dissipação de energia. Assim, a perda de energia de um sistema é bastante complexa de ser estimada, pois depende da estrutura, do meio em que ela está inserida e de suas oscilações. Segundo Soriano (2014), a forma mais consistente seria por meio da

determinação da quantidade de energia dissipada pelo sistema, no entanto seria limitado a um tipo de oscilação e causa. Dessa forma, utiliza-se o conceito de força de amortecimento, uma força que se opõe ao movimento. As formulações de amortecimento mais utilizadas na dinâmica são o amortecimento viscoso e o amortecimento de Coulomb.

O amortecimento viscoso considera que a força de amortecimento  $f_a$  é proporcional a velocidade do corpo ( $\dot{x}$ ) e ao coeficiente de amortecimento viscoso ( $c$ ), tem expressão semelhante à oposição ao movimento lento de corpos submersos em fluidos:

$$f_a(t) = c \times \dot{x} \quad (3)$$

O amortecimento de Coulomb ou por atrito seco é gerado pelo atrito entre as superfícies em contato, secas ou com lubrificação insuficiente. Neste caso, a amplitude da força é constante, porém com sentido inverso ao movimento do corpo.

$$f_a = \mu \times N \quad (4)$$

onde  $\mu$  é o coeficiente de atrito cinemático (adimensional) e  $N$  é o valor da força normal à superfície.

A ideia do amortecimento viscoso é a mais utilizada na engenharia por produzir equações de movimento com relativa simplicidade de resolução e resultados satisfatórios. O valor do coeficiente de amortecimento é aquele que apresenta maior incerteza, por não depender de condições já conhecidas como geometria e rigidez da estrutura. Pode ser obtido de forma experimental, no entanto é um procedimento financeiramente dispendioso. Dessa forma, é usual adotarem-se de valores usuais apresentados na literatura e nos códigos normativos.

### ***3.2.5 Vibração livre de um sistema com um grau de liberdade***

Um sistema está em vibração livre quando sua oscilação é gerada por uma perturbação inicial, sem que haja continuidade dessa perturbação. Por exemplo, um pêndulo simples, quando solto a partir de uma determinada altura, passa a oscilar livremente. Quando não há nenhuma fonte de dissipação de energia, a vibração é denominada de vibração livre não amortecida, e a oscilação da massa ocorre, tem tese, por tempo indeterminado. No entanto, na prática, as amplitudes das oscilações diminuem gradativamente, devido a dissipação de energia, por meio do som, calor e a resistência do meio em que o sistema está inserido. Vibrações em que não se desprezam o amortecimento sob o sistema são chamadas vibrações livres amortecidas.

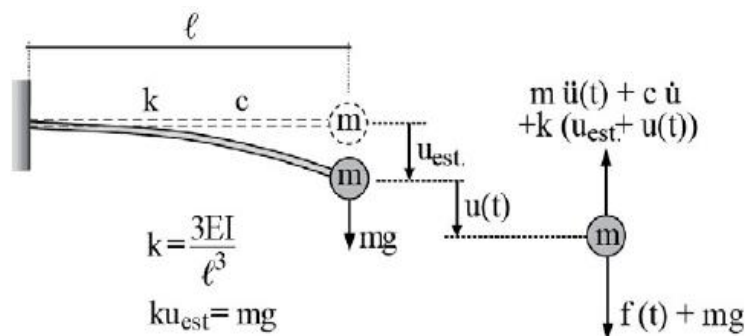
Diversos sistemas complexos podem ser simplificados como um sistema de um grau de liberdade. É um fato que a massa, em sua maioria, é distribuída pelos elementos de uma estrutura. No entanto, dependendo da resposta que se deseja da análise da estrutura, ela pode ser simplificada por um sistema de um grau de liberdade (UGL) a partir da utilização do conceito de massa equivalente, reduzindo-se um problema de vários graus de liberdade (VGL), de solução complexa e de alto custo computacional, por um sistema equivalente UGL.

Com o avanço da tecnologia e o surgimento de metodologias de análise mais sofisticadas, atualmente os computadores são capazes de resolver problemas de vários graus de liberdade em um tempo factível e apresentando resultados satisfatórios.

### 3.2.5.1 Equação de movimento para vibração livre amortecida - UGL

Como já comentado anteriormente, as parcelas de um sistema que caracterizam o comportamento dinâmico de uma estrutura são a mola, a massa e o amortecimento do sistema. De forma a apresentar a obtenção da equação de movimento de um sistema, apresenta-se a equação de movimento de um sistema massa-mola de um grau de liberdade em vibração livre amortecida a partir de uma viga em balanço, considerando-se sua massa concentrada em sua extremidade.

Figura 7 – Viga em balanço



Fonte: Soriano (2014)

As equações de equilíbrio de um sistema são semelhantes a mecânica estática, no entanto utiliza-se o equilíbrio do sistema em função do tempo. Dessa forma, cada parcela que atua no sistema, têm seus valores em função do tempo. A partir do equilíbrio da massa da viga concentrada em sua extremidade (Figura 7), temos:



$$m \times \ddot{u}(t) + c \times \dot{u}(t) + k \times (u_{est} + u(t)) = mg \quad (5)$$

em que a primeira parcela da Eq. (5) representa a força de inércia do sistema, a segunda parcela representa o amortecimento viscoso do sistema e a última parcela representa as forças elásticas, e em que  $u_{est}$  é o deslocamento estático devido ao peso próprio  $mg$ . Valendo comentar que  $u(t)$  representa o deslocamento da estrutura ao longo do tempo e as parcelas  $\dot{u}(t)$  e  $\ddot{u}(t)$  são suas derivadas, representando a velocidade e a aceleração da massa, respectivamente.

Sabendo que o deslocamento estático é uma relação entre o peso e a rigidez da estrutura:

$$u_{est} = \frac{mg}{k} \quad (6)$$

Substituindo a expressão anterior na Eq. (5):

$$m \times \ddot{u}(t) + c \times \dot{u}(t) + k \times u(t) = 0 \quad (7)$$

A solução da Eq. (7) apresenta solução homogênea dada por:

$$u(t) = b \times e^{pt} \quad (8)$$

em que  $b$  e  $p$  são constantes a serem determinadas. Com a substituição da solução na eq. (7) e o seu desenvolvimento, temos uma equação característica de soluções:

$$p_{1,2} = -\frac{c}{2m} \mp \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (9)$$

Estas soluções direcionam para a solução dos deslocamentos pela equação diferencial com forma:

$$u(t) = b_1 \times e^{p_1 \times t} + b_2 \times e^{p_2 \times t} \quad (10)$$

em que  $b_1$  e  $b_2$  são constantes reais de integração.

Um ponto importante que deve ser devidamente observado é que a solução da equação característica (Eq. (9)) pode levar a três casos de amortecimento dependendo das propriedades do oscilador.

a) Amortecimento crítico:

Quando o radicando da Eq. (9) é nulo, temos:

$$\left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad (11)$$

$$c = c_{crit} = 2 \times \sqrt{k \times m} \quad (12)$$

Esse valor para o coeficiente de amortecimento é amortecimento crítico, é um valor limite do coeficiente de amortecimento viscoso em que converte um estado oscilatório do sistema para um estado não oscilatório. Dessa forma, o sistema é chamado criticamente amortecido.

b) Amortecimento supercrítico:

Quando o valor do radicando é maior do que zero, logo o valor do coeficiente de amortecimento é maior do que o crítico, neste caso, o sistema volta para a sua situação estática, também sem oscilar, porém, com um intervalo de tempo maior do que na situação de amortecimento crítico. Neste caso, o oscilador é superamortecido:

$$c \geq c_{crit} \quad (13)$$

c) Amortecimento subcrítico:

Quando o radicando da Eq. (9) é menor do que zero, sob essa condição, o sistema apresenta oscilação e volta gradativamente para a sua posição neutra em um movimento não periódico, denominado oscilador subamortecido:

$$0 < c < c_{crit} \quad (14)$$

### 3.2.5.2 Equação de movimento para vibração livre - VGL

Expandindo a Eq. (7) para um sistema com n graus de liberdade, temos:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = 0 \quad (15)$$

em que  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa,  $\mathbf{C}$  é a matriz de amortecimento,  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez e  $\mathbf{u}(t)$  é o vetor de deslocamento das massas em função do tempo,  $\dot{\mathbf{u}}(t)$  é o vetor de velocidades das massas e  $\ddot{\mathbf{u}}(t)$  é o vetor de aceleração das massas em função do tempo.

Considerando um sistema sem amortecimento, temos a seguinte equação:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = 0 \quad (16)$$

A solução para a equação anterior é harmônica de deslocamentos nodais para cada elemento de massa:

$$\mathbf{u}(t) = \varphi_j \cos(\omega_j t - \phi_j) \quad (17)$$

em que  $\varphi_j$  é o  $i$ -ésimo modo natural de vibração,  $\omega_j$  e a frequência natural de vibração livre correspondente a este modo e  $\phi_j$  é o correspondente ângulo de fase. A partir desta equação, podemos observar que o sistema apresenta movimento harmônico referente a um modo de vibração e que este modo, assim como a frequência de vibração, independe das forças externas. Depende apenas da distribuição de massa e da rigidez da estrutura.

Substituindo a equação acima na Eq. (16), temos o seguinte sistema de equações algébricas:

$$(\mathbf{K} - \omega_j^2 \mathbf{M})\varphi_j \cos(\omega_j t - \phi_j) = 0 \quad (18)$$

cuja solução não singular representa um problema de autovalor generalizado, apresentando  $n$  soluções não triviais, em que tem-se  $n$  número de autopares  $(\varphi_j, \omega_j)$ , em que  $\omega_j$  é autovalor e  $\varphi_j$  é autovetor. Agrupando as frequências naturais em uma matriz, denominada matriz espectral ( $\mathbf{\Omega}$ ) e os modos de vibração na matriz modal ( $\mathbf{\Phi}$ ):

$$\mathbf{K}\mathbf{\Phi} = \mathbf{M}\mathbf{\Phi}\mathbf{\Omega} \quad (19)$$

A resolução desta equação é denominada análise modal. Esta análise fornece os modos de vibração (amplitudes) e as frequências para cada modo de vibração da estrutura. O conhecimento destes parâmetros é essencial, especialmente para as estruturas sujeitas a ações dinâmicas, como cargas sísmicas, em que frequências naturais mínimas são requeridas por critérios de norma.

### 3.3 General Services Administration (GSA - 2013)

O guia, publicado pelo órgão *General Services Administration* – GSA, intitulado *Progressive collapse analysis and design guidelines for new federal office buildings and major modernization projects* (GSA 2013), deve ser utilizado para avaliação e dimensionamento de instalações federais dos Estados Unidos da América para o colapso progressivo, sejam elas em fase de concepção ou já existentes. A norma de 2013 substitui o *Progressive collapse analysis and design guidelines for new federal office buildings and major modernization projects* (GSA 2003), cujas mudanças serão abordadas posteriormente.

### 3.3.1 Organização do guia GSA

De forma simplificada, o guia GSA 2013 é dividido em quatro seções:

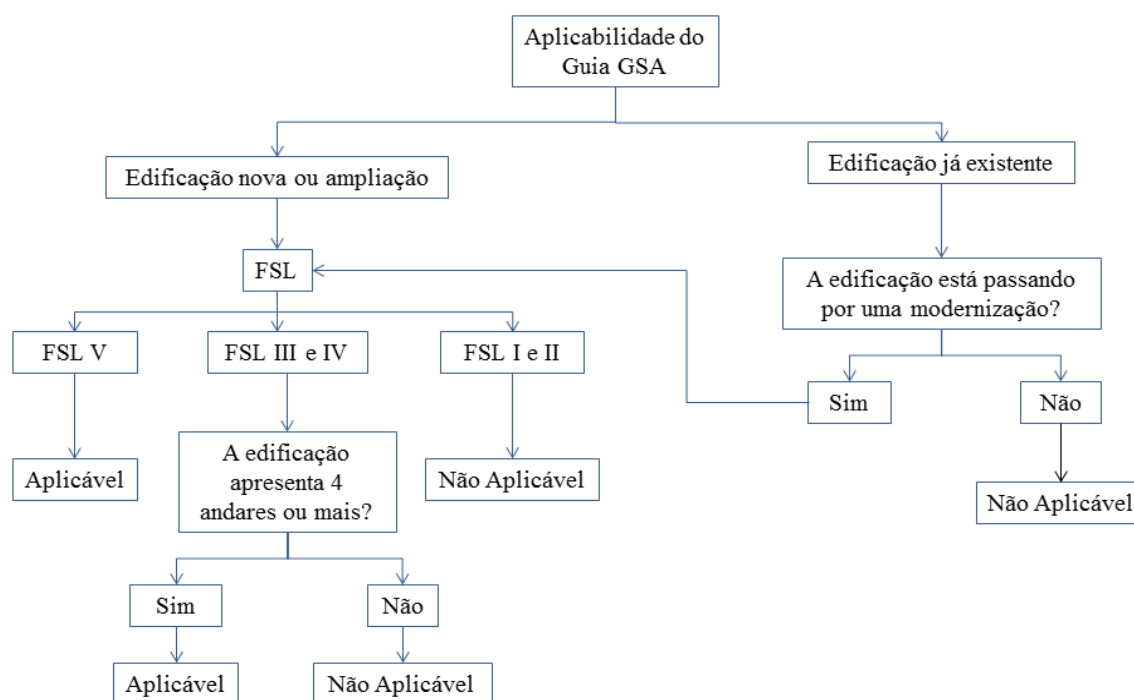
- a) Introdução: formada pelos Capítulos 1 e 2, apresentando as definições gerais do guia, apresentando objetivos e a sua aplicabilidade;
- b) Procedimentos de análise: Capítulo 3, apresentando as abordagens metodológicas para cada procedimento de análise e suas condições de utilização para a avaliação do potencial de colapso progressivo da estrutura, com foco no Método do Caminho Alternativo de Carga (MCAC);
- c) Critérios dos materiais: os Capítulos 4 a 8 apresentam as propriedades mínimas requeridas para os materiais utilizados na análise.
- d) Apêndices: aplicações utilizando os procedimentos presentes no guia.

### 3.3.2 Aplicabilidade do GSA 2013

A aplicabilidade do GSA 2013 é função do número de andares da estrutura e do seu *Facility Security Level – FSL*, que classifica a estrutura em relação ao nível de segurança que a mesma deve ter em função da sua ocupação, se é um alvo atrativo para possíveis ataques. Entre outros aspectos, essa classificação é utilizada pelo *Interagency Security Committee – Physical Security Criteria*, classificando o nível de segurança de edifícios federais dos EUA. A Figura 8, apresenta um fluxograma que apresenta a aplicabilidade do guia para novas edificações e edificações já existentes.

Estruturas classificadas com FSL I e II não requerem a avaliação do colapso progressivo, independentemente do número de andares. Já as estruturas classificadas com FSL III e IV, com quatro andares ou mais, é requerido a sua avaliação e dimensionamento para resistir ao colapso progressivo. A seguir, apresenta-se um fluxograma que apresenta o passo a passo.

Figura 8 – Aplicabilidade do GSA 2013.



Fonte: Adaptado de GSA (2013)

De forma diferente do guia mais atual de 2013, no GSA 2003, a estrutura, para a sua avaliação do potencial ao colapso progressivo, não era classificada conforme o seu FSL, utilizava-se uma consideração de estrutura atípica, em que a presença de irregularidades geométricas e de rigidez na sua conformação direcionava para o tipo de análise a ser utilizada, sendo elas linear ou não-linear.

Ao ser verificado a aplicabilidade do guia para a estrutura, determina-se o procedimento de análise a ser utilizado na avaliação de potencial para o colapso progressivo da estrutura.

### 3.3.3 Procedimentos de Análise

No GSA 2013 são apresentados três procedimentos de análise da estrutura, o Procedimento Linear Estático, o Procedimento Não-Linear Estático e o Procedimento Não-Linear Dinâmico. Neste ponto, podemos apontar uma considerável mudança no guia, pois sua versão anterior apresentava, além das abordagens citadas, um Procedimento Linear Dinâmico.

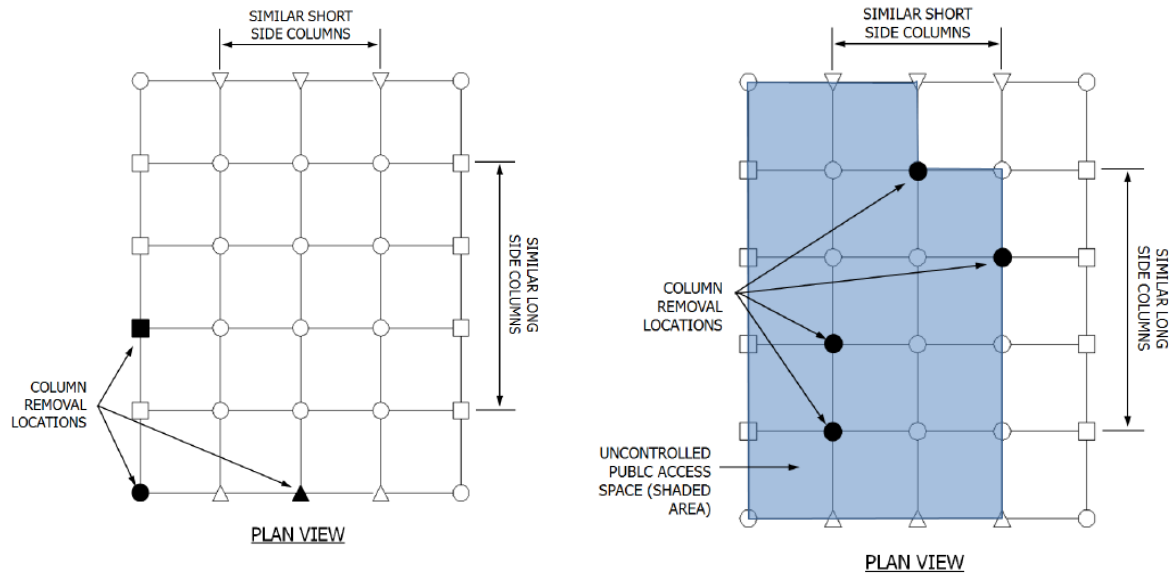
### 3.3.3.1 Procedimento Linear Estático

O Procedimento Linear Estático (PLE) apresenta algumas limitações para a sua utilização. Primeiramente, é um procedimento recomendado apenas para estruturas com até 10 andares. Ademais, quando não há a ocorrência de irregularidades na estrutura, não há necessidade de uma verificação de sua Razão de Capacidade-Demanda (*Demand Capacity Ratio – DCR*) para todos os elementos portantes da estrutura. Uma vez que a estrutura apresenta irregularidades, calculam-se os DCRs de seus elementos e verifica-se uma condição de DCR menor que 2,0. Caso esse critério seja atendido, o PLE pode ser utilizado, caso contrário é recomendada a utilização de um Procedimento Não-Linear Estático (PNE).

Uma vez que os critérios de utilização do PLE são atendidos, prossegue-se com a identificação dos pilares que deverão ser removidos para a avaliação da estrutura. O GSA recomenda que para estruturas com FSL III e IV deverão ser removidos pilares externos e internos do pavimento térreo e para estruturas com FSL V, deverão ser removidos, pilares internos e externos de cada andar (Figura 9). De forma geral, temos:

- a) Externos: devem ser removidos, no mínimo, um pilar próximo ao centro do menor lado da edificação, um pilar próximo ao centro do maior lado da edificação e um pilar de canto da edificação.
- b) Internos: devem ser removidos um pilar próximo ao centro do menor lado da edificação, um pilar próximo ao centro do maior lado da edificação e um pilar de canto da edificação.

Figura 9 – Localização dos pilares a serem removidos.



Fonte: GSA 2013

Um importante passo para a análise da estrutura consiste na classificação dos elementos estruturais em Primários e Secundários. Os Primários são aqueles que apresentam a capacidade de resistir aos efeitos da perda de um elemento estrutural. Já os Secundários são aqueles que não contribuem para a resistência da estrutura quando ocorre a perda de um ou mais pilares.

Em seguida, diferencia-se as ações na estrutura em controladas por deformações e controladas por força. As ações controladas por deformações excessivas são aquelas em que a falha do elemento se dá por deformações, como no caso de flexão em uma viga. Já as ações controladas por força são aquelas em que a falha do elemento dá-se por ruptura frágil do mesmo, como no caso de elementos submetidos a esforços normais e cortantes.

Para a análise da estrutura, deve-se prosseguir com o cálculo do DCR de cada um de seus elementos estruturais de acordo com o tipo de falha do elemento, dessa forma:

$$DCR = \frac{Q_{UD}}{\phi \times Q_{CE}} \quad (20)$$

$$DCR = \frac{Q_{UF}}{\phi \times Q_{CL}} \quad (21)$$

Nas equações (20) e (21),  $Q_{UD}$  e  $Q_{UF}$  são os valores dos esforços últimos controlados por ações de deformação e força, respectivamente e  $Q_{CE}$  e  $Q_{CL}$  são os valores das resistências desses elementos multiplicados pelo fator de redução  $\phi$  do material da estrutura. Considerando que na estrutura haverá dois modelos, um para cada tipo de ação ( $Q_{UD}$  e  $Q_{UF}$ ), dois casos de carregamento deverão ser utilizados. Para ações controladas por deformação, o carregamento nas áreas acima do pilar removido deverá ser (Figura 10 e Figura 11):

$$G_{LD} = \Omega_{LD} [ 1,2D + (0,5L \text{ ou } 0,2S) ] \quad (22)$$

Na Equação (22),  $G_{LD}$  é o carregamento majorado para ações controladas por deformação,  $\Omega_{LD}$  é o fator de majoração para esforços controlados por deformação,  $D$  é a carga permanente (*Dead Load*) da estrutura,  $L$  é a carga variável (*Live Load*) e  $S$  é a carga de neve (*Snow*).

Para o carregamento da estrutura no modelo de esforços controlados por força, o seguinte carregamento deverá ser utilizado nas áreas acima do pilar removido (Figura 10 e Figura 11):

$$G_{LF} = \Omega_{LF} [ 1,2D + (0,5L \text{ ou } 0,2S) ] \quad (23)$$

Na Equação (23),  $G_{LF}$  é o carregamento majorado para ações controladas por força,  $\Omega_{LF}$  é o fator de majoração para esforços controlados por deformação,  $D$  é a carga permanente da estrutura,  $L$  é a carga variável e  $S$  é a carga de neve.

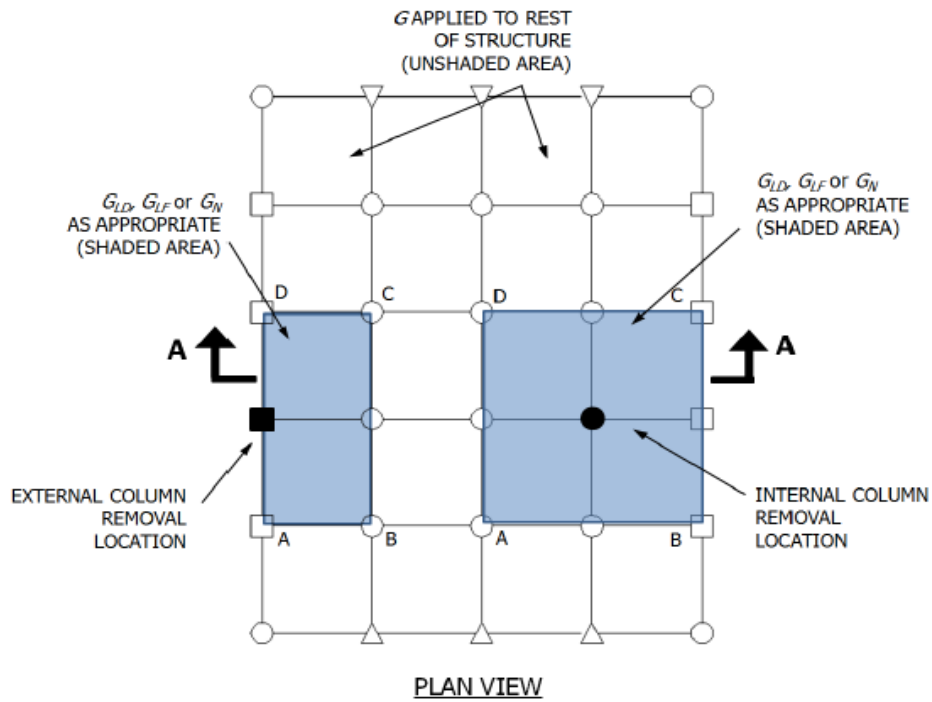
Nas demais áreas deverá ser utilizada a combinação:

$$G = 1,2D + (0,5L \text{ ou } 0,2S) \quad (24)$$

Na Equação (24),  $G$  é o carregamento a ser aplicado nas demais áreas da estrutura,  $D$  é a carga permanente da estrutura,  $L$  é a carga variável e  $S$  é a carga de neve.

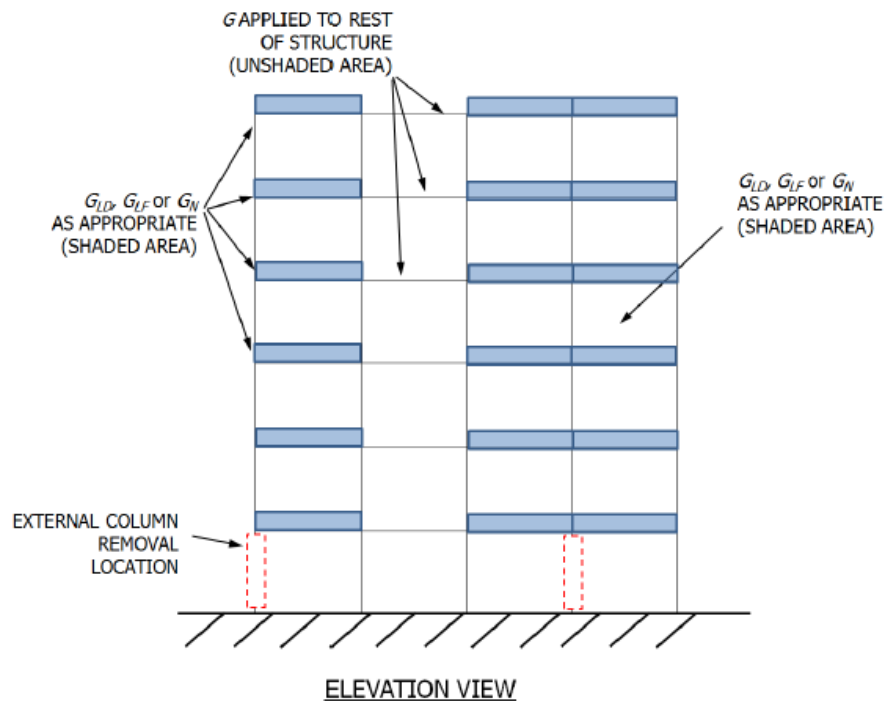


Figura 10 – Localização das áreas com o carregamento majorados - Planta



Fonte: GSA 2013

Figura 11 – Localização dos pilares a serem removidos - Elevação



Fonte: GSA 2013

Para a determinação dos fatores de majoração de cada um dos casos de carga deve-se utilizar a tabela apresentada abaixo, em que  $m_{LIF}$  deverá ser o menor fator  $m$  encontrado para qualquer elemento Primário diretamente conectado ao pilar removido.

Tabela 1 – Coeficientes de Majoração de Carga para o PLE

Material	Tipo de Estrutura	$\Omega_{LD}$	$\Omega_{LF}$
Aço	Pórtico	$0,9 \times m_{LIF} + 1,10$	2,0
Concreto Armado	Pórtico	$1,2 \times m_{LIF} + 0,80$	2,0
	Parede Estrutural	$2,0 \times m_{LIF}$	2,0
Alvenaria	Parede Estrutural	$2,0 \times m_{LIF}$	2,0
Madeira	Parede Estrutural	$2,0 \times m_{LIF}$	2,0
Aço Formado a frio	Parede Estrutural	$2,0 \times m_{LIF}$	2,0

Fonte: Adaptado de GSA 2013

Para vigas de concreto armado submetidas a esforços predominantemente de flexão, o valor do fator  $m$  é determinado utilizando a tabela apresentada abaixo.

Tabela 2 – Determinação do Coeficiente de demanda  $m$

$\frac{\rho - \rho'}{\rho_{bal}}$	Armadura Transversal	$\frac{V}{b_w \times d \times \sqrt{f'_c}}$	Coeficiente de demanda $m$
$\leq 0,0$	C	$\leq 3$	16
$\leq 0,0$	C	$\geq 6$	9
$\geq 0,5$	C	$\leq 3$	9
$\geq 0,5$	C	$\geq 6$	6
$\leq 0,0$	NC	$\leq 3$	9
$\leq 0,0$	NC	$\geq 6$	6
$\geq 0,5$	NC	$\leq 3$	6
$\geq 0,5$	NC	$\geq 6$	4

Fonte: Adaptado de GSA 2003

Os valores de  $\rho$  e  $\rho'$  são as taxas de armadura inferior e superior, respectivamente e  $\rho_{bal}$  é a taxa de armadura balanceada, referente ao ACI 318. Referente a armadura transversal, temos as indicações “N” e “NC”, correspondentes a uma armadura “Conforme” e “Não Conforme”, respectivamente. Quando as armaduras são espaçadas a uma distância  $\leq d/3$  ou, para componentes com moderada ou alta ductilidade, a resistência fornecida pela armadura for no mínimo de três quartos do esforço cortante solicitante, a armadura é

considerada Conforme. Caso contrário, é considerada Não Conforme.

Para a determinação da taxa de armadura balanceada  $\rho_{bal}$ , utiliza-se a expressão abaixo apresentada, segundo o ACI 318:

$$\rho_{bal} = 0,85 \times \beta_1 \times \frac{f'_c}{f_y} \times \frac{87000}{87000 + f_y} \quad (25)$$

em que  $\beta_1$  pode ser considerado como 0,85,  $f'_c$  é a resistência do concreto à compressão e  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço utilizado em libra-força por polegada (psi).

Na Tabela 2,  $V$  é o valor do esforço cortante solicitante calculado para o Estado Limite Último,  $b_w$  é a largura da seção da viga,  $d$  é sua altura útil e  $f'_c$  é a resistência à compressão do concreto. Finalmente, na Tabela 2, apresentam-se os valores dos coeficientes de demanda, que deverá ser determinado para cada elemento estrutural.

Em seguida, a partir da determinação dos DCRs da estrutura, comparam-se os valores obtidos com o coeficiente de demanda da estrutura e o valor de 1, para o caso de elemento controlado por deformação excessiva e elemento controlado por força, respectivamente:

$$DCR = \frac{Q_{UD}}{\phi \times Q_{CE}} \leq m \quad (26)$$

$$DCR = \frac{Q_{UF}}{\phi \times Q_{CL}} \leq 1 \quad (27)$$

### 3.3.3.2 Procedimento Não Linear Estático

O Procedimento Não Linear Estático (PNE) não apresenta limitações da estrutura quanto ao seu DCR ou irregularidades. Nesta abordagem, o critério de avaliação do colapso progressivo é a formação de rótulas plásticas e a limitação de suas rotações até um valor limite. O comportamento do elemento deve ser modelado explicitamente utilizando as relações tensão-deformação, incluindo a redução de resistência no modelo. Ademais, deve ser considerada a estabilidade global e local devido às cargas verticais e horizontais.

Os pilares a serem removidos seguem o mesmo critério apresentado no item anterior, assim como o carregamento. No entanto, o carregamento majorado deverá utilizar a relação:

$$G_{LF} = \Omega_N [ 1,2D + (0,5L \text{ ou } 0,2S) ] \quad (28)$$

em que  $G_N$  é o carregamento majorado para ações controladas por força para uma análise utilizando o PNE,  $\Omega_N$  é o fator de amplificação dinâmica,  $D$  é a carga permanente da estrutura,  $L$  é a carga variável e  $S$  é a carga de neve. O restante da estrutura deverá ser carregado com a combinação dada pela Equação (24).

No PNE o carregamento da estrutura deverá ser feito utilizando um incremento de carga com pelo menos 10 passos de carga, como recomendado pelo GSA. A determinação do fator de amplificação dinâmica  $\Omega_N$  é feito utilizando a Tabela 3, em que  $\theta_{pra}$  é a rotação plástica e  $\theta_y$  é a rotação limite de escoamento. A Tabela 4 apresenta o critério de rotação para o caso de vigas submetidas predominantemente à flexão no caso de ações controladas por deformação. Para ações controladas por força, o critério de aceitação é:

$$\phi \times Q_{CL} \leq Q_{UF} \quad (29)$$

Tabela 3 – Coeficientes de Amplificação Dinâmica de Carga para o PNE

Material	Tipo de Estrutura	$\Omega_N$
Aço	Pórtico	$1,08 + 0,76 / (\frac{\theta_{pra}}{\theta_y} + 0,83)$
Concreto Armado	Pórtico	$1,04 + 0,48 / (\frac{\theta_{pra}}{\theta_y} + 0,48)$
	Parede Estrutural	2,0
Alvenaria	Parede Estrutural	2,0
Madeira	Parede Estrutural	2,0
Aço Formado a frio	Parede Estrutural	2,0

Fonte: Adaptado de GSA 2013

Tabela 4 – Critério de rotação para vigas - PNE

Condições		Parâmetros do Modelo			Critério	
$\frac{\rho - \rho'}{\rho_{bal}}$	Arm. Transv.	$\frac{V}{b_w \times d \times \sqrt{f'_c}}$	Rotações Plásticas (rad)		Resistência Residual	Ângulos de rotações plásticas (rad)
			a	b		
$\leq 0,0$	C	$\leq 3$	0,063	0,10	0,2	0,063
$\leq 0,0$	C	$\geq 6$	0,050	0,08	0,2	0,050
$\geq 0,5$	C	$\leq 3$	0,050	0,06	0,0	0,050
$\geq 0,5$	C	$\geq 6$	0,038	0,04	0,2	0,038
$\leq 0,0$	NC	$\leq 3$	0,050	0,06	0,2	0,050
$\leq 0,0$	NC	$\geq 6$	0,025	0,03	0,2	0,025
$\geq 0,5$	NC	$\leq 3$	0,025	0,03	0,2	0,025
$\geq 0,5$	NC	$\geq 6$	0,013	0,02	0,2	0,013

Fonte: Adaptado de GSA 2003

### 3.4 Análise Linear Dinâmica - GSA 2003

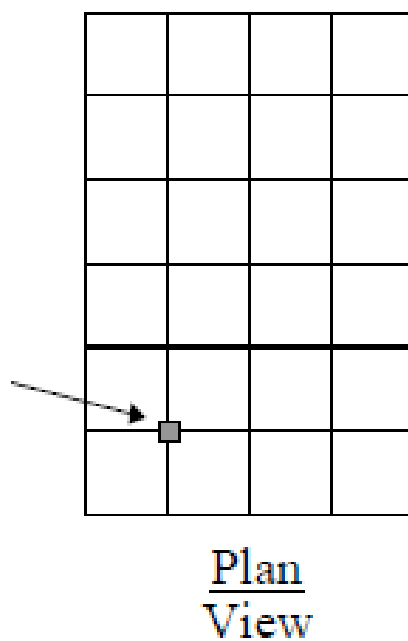
O GSA 2013 não apresenta um Procedimento Linear Dinâmico como uma de suas metodologias de análise, enquanto o GSA 2003 apresentava uma Análise Linear Dinâmica como um de seus possíveis procedimentos de análise, além dos Procedimento Linear Estático, Procedimento Não Linear Estático e o Procedimento Não Linear Dinâmico.

No GSA 2003 a utilização de uma análise linear apresenta a possibilidade de uma abordagem estática e dinâmica, sendo recomendada para edificações de pequeno e médio porte, apresentando no máximo 10 andares, e para edificações de configuração regular em planta. O carregamento da estrutura, para uma abordagem dinâmica, é dado por:

$$Q_{LD} = D + 0,25L \quad (30)$$

Na Equação (30),  $Q_{LD}$  é o carregamento para uma abordagem Linear Dinâmica,  $D$  é o carregamento permanente e  $L$  é o carregamento variável da estrutura. Os pilares exteriores da estrutura a serem removidos são os mesmos apresentados no guia GSA 2013, no entanto, a remoção de pilares interiores é considerada apenas quando há áreas de acesso não controlado no térreo, sendo removido um pilar interior ao perímetro do pavimento (Figura 12).

Figura 12 – Localização do pilar interior a ser removido - Planta



Fonte: GSA 2003

Apesar de ainda tratar-se de uma abordagem linear, uma Análise Linear Dinâmica apresenta diferenças consideráveis em relação à uma Análise Linear Estática. Uma delas é a forma de remoção do pilar. Enquanto em uma Análise Linear Estática a remoção do pilar é feita sem um impacto na estrutura, em uma Análise Linear Dinâmica a remoção do pilar é feita em função do tempo. O GSA 2003 recomenda que a remoção do pilar tenha uma duração não maior do que 1/10 do período fundamental da estrutura. Além disso, somente o elemento vertical deverá ser removido, não impedindo a conexão entre os elementos estruturais horizontais ligados ao pilar a ser removido.

O critério para a consideração da falha do elemento estrutural, de forma semelhante ao GSA 2013, também é dado por DCR:

$$DCR = \frac{Q_{UD}}{Q_{CE}} \leq 2,0 \quad (31)$$

$$DCR = \frac{Q_{UD}}{Q_{CE}} \leq 1,5 \quad (32)$$

Nas equações acima,  $Q_{UD}$  é a ação atuante e  $Q_{CE}$  é a resistência última do elemento estrutural. O critério apresentado na Equação (31) é referente a edificações regulares e o critério da Equação (32) é referente a edificações com uma estrutura atípica. É válido observar que o GSA 2003 não apresenta uma diferenciação de falha dos elementos estruturais por deformações ou força como em sua versão atual.

## 4 METODOLOGIA

A partir das metodologias e abordagens de análise apresentadas na seção anterior e prosseguindo no trabalho com o objetivo de propor uma metodologia de análise linear dinâmica, apresenta-se nesta seção a metodologia proposta de uma análise dinâmica linear para a avaliação do colapso progressivo em estruturas e cada uma das devidas considerações utilizando o Método do Caminho Alternativo de Carga, abordado pelo GSA. A metodologia proposta neste trabalho tem como referência a Norma Americana GSA dos anos de 2003 e 2013.

### 4.1 GSA 2003 e GSA 2013

A norma GSA do ano de 2003 e do ano de 2013 são bastante distintas e alguns pontos já foram abordados no capítulo anterior deste trabalho. As metodologias de análise abordadas pela norma de 2003 são duas análises lineares e duas análises não lineares, em que cada uma delas pode ser realizada com um carregamento estático ou dinâmico. No ano de 2013 a norma retirou a possibilidade de se utilizar uma análise linear dinâmica para a avaliação do colapso progressivo, a figura abaixo apresenta as metodologias abordadas por cada uma delas.

Tabela 5 – Tipos de análise abordadas pelas normas GSA 2003 e 2013.

<b>Tipo de Análise</b>	<b>GSA 2003</b>	<b>GSA 2013</b>
<b>Linear Estática</b>	✓	✓
<b>Linear Dinâmica</b>	✓	✗
<b>Não Linear Estática</b>	✓	✓
<b>Não Linear Dinâmica</b>	✓	✓

Fonte: Autora (2017)

Neste trabalho, além de propor uma análise dinâmica linear, questiona-se a retirada da análise linear dinâmica da norma, uma vez que os efeitos dinâmicos são essenciais na avaliação do colapso progressivo, como já abordado anteriormente.

A seguir, apresentam-se os passos de formulação da metodologia de análise dinâmica linear proposta, tendo em vista o carregamento da estrutura, forma e tempo de retirada do pilar e critérios de avaliação.



#### 4.1.1 Combinação de carga da estrutura

A combinação de carga a ser utilizada na estrutura é distinta em ambas as versões da norma. Na versão do ano de 2013, o carregamento da estrutura é determinado em função da região em relação a proximidade do pilar a ser removido, do tipo de análise a ser realizada e também da ruptura do elemento, como já abordado no capítulo anterior deste trabalho, na Seção 3.3. Para a norma do ano de 2003, a combinação de carga a ser utilizada na estrutura depende apenas do tipo de análise realizada. A tabela abaixo apresenta o carregamento da estrutura para ambas as normas.

Tabela 6 – Combinações de carregamento.

<b>Norma</b>	<b>GSA 2003</b>	<b>GSA 2013</b>
<b>Linear Estático</b>	$2(D + 0,25L)$	$G_{LD} = \Omega_{LD}(1,2D + 0,5L)$ $G = 1,2D + 0,5L$
<b>Linear Dinâmico</b>	$D + 0,25L$	-
<b>Não Linear Estático</b>	$2(D + 0,25L)$	$G_N = \Omega_N(1,2D + 0,5L)$
<b>Não Linear Dinâmico</b>	$D + 0,25L$	$G_{ND} = 1,2D + 0,5L$

Fonte: Autora (2017)

A metodologia de análise proposta neste trabalho utiliza a combinação de carga recomendada pelo procedimento não linear dinâmico da norma do ano de 2013, considerando-se que este carregamento não necessita de fator de amplificação uma vez que os efeitos dinâmicos serão considerados na análise, apesar de não englobar qualquer efeito não linear na análise. Outro fator importante é que esta combinação será utilizada em toda a estrutura, e não em apenas na região próxima a retirada do pilar.

#### 4.1.2 Carregamento da estrutura e retirada do pilar

O procedimento de carregamento da estrutura em ambas as normas é bastante semelhante para o caso de utilização de uma análise dinâmica. O principal parâmetro a ser observado é a forma de retirada do pilar, devendo ser realizada de forma instantânea. Em ambas

as normas há a recomendação de que o tempo de retirada do pilar seja feito em um intervalo de tempo menor do que 10% do período fundamental da estrutura analisada já sem o pilar a ser removido. A obtenção do período fundamental da estrutura será obtida por meio de uma análise modal realizada no *software SAP2000*, utilizado neste trabalho.

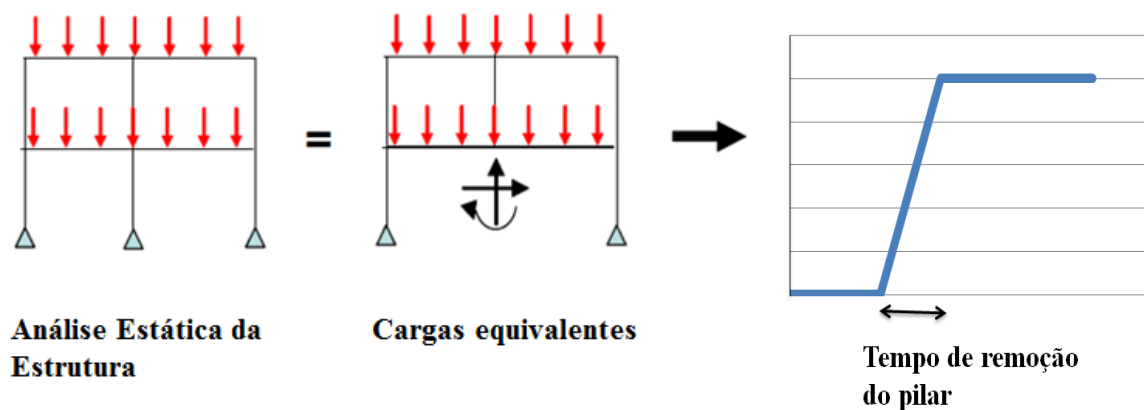
Tabela 7 – Tempo de retirada do pilar.

Norma	GSA 2003	GSA 2013
<b>Linear Dinâmico</b>	$t \leq \frac{1}{10}T$ do Período da Estrutura	-
<b>Não Linear Dinâmico</b>	$t \leq \frac{1}{10}T$ do Período da Estrutura	$t \leq \frac{1}{10}T$ do Período da Estrutura

Fonte: Autora (2017)

O procedimento de análise inicia-se por uma análise estática da estrutura, ainda com todos os seus pilares. A partir do seu equilíbrio, encontram-se os esforços nodais no ponto de retirada do pilar. A segunda parte da análise consiste na modelagem da mesma estrutura, agora sem o pilar a ser removido, porém com as forças nodais encontradas na análise estática. Em seguida, as cargas nodais são reduzidas até zero, por meio da aplicação de cargas nodais no mesmo ponto de remoção do pilar, mas em sentido oposto, em um intervalo de tempo menor do que 10% do período fundamental da estrutura (Figura 13).

Figura 13 – Procedimento de Análise Dinâmica Linear



Fonte: Adaptado de Mcway(2012)

Um ponto importante a ser abordado é a ausência em ambas as versões da norma de uma referência de valor para o coeficiente de amortecimento a ser utilizado durante a análise da estrutura, devendo-se este coeficiente ser ponderado com bom senso uma vez que o amortecimento é benéfico para a estrutura, ou seja, quanto maior o seu valor, mais rapidamente a energia é dissipada pela estrutura.

A partir dos resultados da análise, é feita a verificação da estrutura utilizando o conceito de DCR e suas restrições para cada um dos elementos da estrutura, como abordado posteriormente.

#### 4.1.3 Avaliação do colapso progressivo

A avaliação do potencial de colapso progressivo da estrutura é feita utilizando o DCR de cada um de seus elementos. Abaixo, apresenta-se uma tabela com os parâmetros utilizados pela norma GSA nas duas versões abordadas neste trabalho.

Tabela 8 – Restrições para a avaliação do colapso progressivo.

<b>Norma</b>	<b>GSA 2003</b>	<b>GSA 2013</b>
<b>Linear Estático</b>	DCR $\leq$ 2,0 – Estrutura Regular DCR $\leq$ 1,5 – Estrutura Irregular	DCR $\leq$ $m$ - DF DCR $\leq$ 1,0 - FOR
<b>Linear Dinâmico</b>	DCR $\leq$ 2,0 – Estrutura Regular DCR $\leq$ 1,5 – Estrutura Irregular	-
<b>Não Linear Estático</b>	Rotação Limite	Rotação Limite - DF DCR $\leq$ 1,0 - FOR
<b>Não Linear Dinâmico</b>	Rotação Limite	Rotação Limite - DF DCR $\leq$ 1,0 - FOR

Fonte: Autora (2017)

A avaliação do potencial de colapso progressivo utilizando o modelo proposto neste trabalho utilizará as restrições de DCR propostas pela norma de 2003: DCR  $\leq$  2, para vigas, e DCR  $\leq$  1,0 para pilares.

#### 4.1.3.1 Determinação da capacidade de carga dos elementos

Para a determinação da resistência das vigas, o GSA, em suas ambas versões (2003 e 2013), recomenda que a resistência última das seções das vigas sejam determinadas segundo o ACI 318. Esta norma determina que para uma viga de armadura longitudinal simples, seu momento resistente é dado por:

$$M_r = A_s \times f_y \times (d - a/2) \quad (33)$$

em que  $A_s$  é a área de aço da seção,  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço em libra-força por polegada (psi),  $a$  é a altura do bloco de concreto comprimido e  $d$  é a altura útil da seção. Para a determinação da altura do bloco comprimido:

$$a = \frac{A_s \times f_y}{0,85 \times f'_c \times b} \quad (34)$$

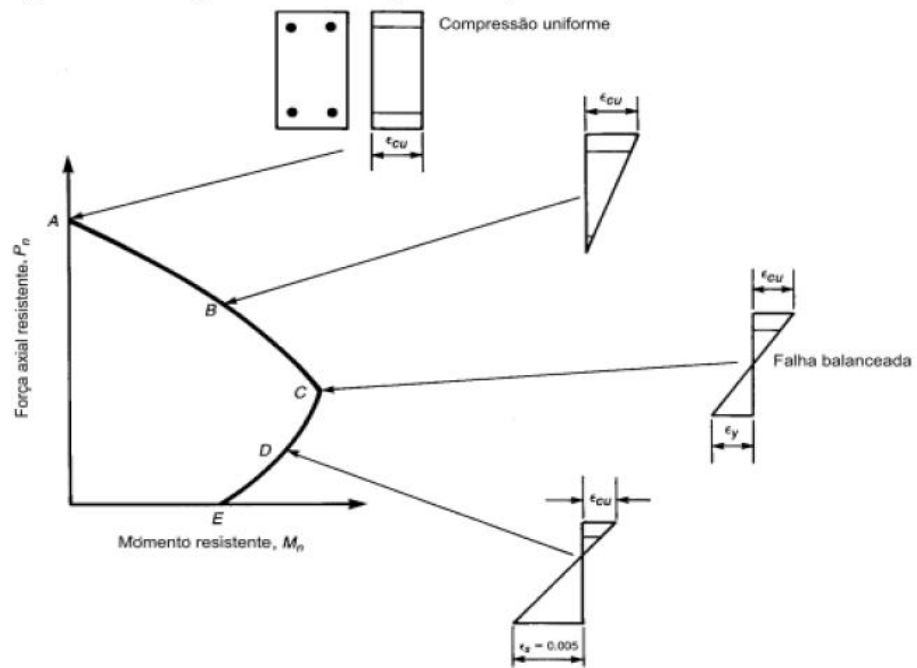
onde  $f'_c$  é a resistência à compressão do concreto e  $b$  a largura da seção considerada. Para o cálculo da altura útil da seção de altura total  $h$ , de cobrimento da armadura  $c$ , diâmetro  $\phi_t$  da armadura transversal, diâmetro da armadura longitudinal da primeira camada  $\phi_{l,cam1}$ , de espaçamento vertical  $s$  entre as duas camadas de armadura e  $\phi_{l,cam2}$  o diâmetro da armadura longitudinal da segunda camada,  $d$  é determinado pela equação:

$$d = h - (c + \phi_t + \phi_{l,cam1} + s + \frac{\phi_{l,cam2}}{2}) \quad (35)$$

Para a verificação dos pilares, utiliza-se o diagrama de interação Força Normal-Momento Fletor (WIGHT e MCGREGOR, 2009). Em que, na consideração de flexão reta, o diagrama de flexo-compressão pode ser obtido apenas com as propriedades geométricas, incluindo área e disposição das armaduras, e das propriedades físicas da seção.

Para uma flexo-compressão reta, a Figura 14 apresenta o diagrama de interação da Força Normal-Momento Fletor generalizado. A partir da figura, podemos observar que o diagrama abrange desde uma situação de compressão uniforme da seção (ponto A), e então há o aparecimento de tensões de tração (ponto B). O ponto C corresponde ao concreto atingindo sua deformação de ruptura juntamente com o escoamento do aço, esse ponto é denominado falha balanceada. A partir de então, há uma transição da ruptura frágil para a ruptura dúctil, em que há uma predominância de flexão na seção e, finalmente, o ponto E representa uma falha por flexão simples da seção.

Figura 14 – Diagrama de interação esforço Normal-Momento Fletor



Fonte: WIGHT e McGregor (2009)

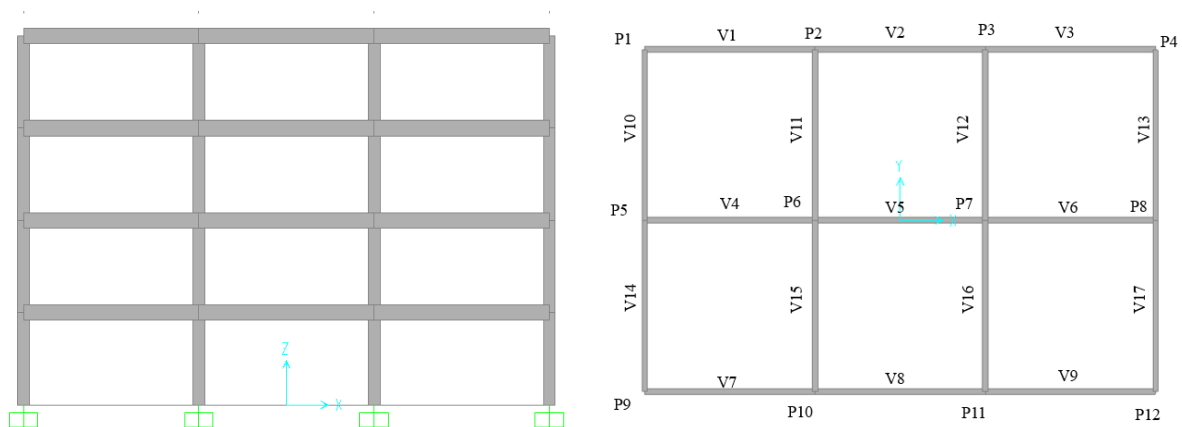
## 5 APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

O método proposto neste trabalho de utilização da análise dinâmica linear para a avaliação do colapso progressivo por meio da abordagem do Método do Caminho Alternativo de Carga baseado nas normas GSA dos anos 2003 e 2013, descrito na Seção 2.3.1.2, será aplicado para avaliar o potencial do colapso progressivo de uma estrutura de concreto armado regular já estudada por Matias (2016). Em seu trabalho, foi realizada uma análise linear estática utilizando o Procedimento Linear Estático apresentado na norma GSA do ano de 2013. Os resultados obtidos pelo método proposto serão comparados com os resultados da análise linear estática e devidamente discutidos.

### 5.1 Descrição da estrutura

A estrutura analisada neste trabalho trata-se de um edifício de quatro pavimentos, sendo o superior o forro e os demais, pavimentos tipo. Em sua direção longitudinal, o edifício é composto por três vãos de 6,0m cada e, em sua direção transversal, dois vãos de 6,0m cada. O pé-direito do edifício é de 3,0m. Na Figura 15, apresentam-se as plantas da edificação e na Tabela 9 os detalhes da seção para vigas e pilares. A resistência do concreto considerada foi de 25MPa e o aço CA – 50 para as armaduras. O módulo de elasticidade considerado foi o secante, calculado de acordo com a NBR 6118 por Matias (2016). Demais parâmetros, como os coeficientes de redução da resistência dos materiais também foram de acordo com a norma brasileira, considerando uma Classe de Agressividade II.

Figura 15 – Vista lateral e planta baixa do edifício.



Fonte: Autora (2017)

Tabela 9 – Detalhes das seções da estrutura

Posição	Dimensões		Armadura superior	Armadura inferior
	Altura (cm)	Base (cm)		
<b>Viga – meio do vão</b>	50	20	2 $\phi$ 16	3 $\phi$ 12,5
<b>Viga – apoio</b>	50	20	4 $\phi$ 16	3 $\phi$ 12,5
<b>Pilar</b>	40	40	2 $\phi$ 16	2 $\phi$ 16

Fonte: Autora (2017)

## 5.2 Carregamento da estrutura

O carregamento da estrutura é o mesmo utilizado por Matias (2016), em que as cargas provenientes das lajes para as vigas foram obtidas utilizando o Método de Marcus. Os carregamentos considerados foram o peso próprio das lajes e das vigas, um carregamento linear da parede ao longo das vigas e uma carga acidental de 0,50kN/m<sup>2</sup> para forro e 1,5kN/m<sup>2</sup> para os demais pavimentos.

A determinação das seções de viga e pilar utilizadas, assim como as armaduras, foram feitas de acordo com as prescrições da NBR 6118 respeitando o Estado Limite Último e o Estado Limite de Serviço e, também, considerando a ação do vento, conforme a norma NBR 6123:1988 – Forças devido ao vento em edificações.

A combinação de carga utilizada para a avaliação do potencial de colapso progressivo da estrutura foi a indicada pela norma GSA 2013, para o caso de uma análise não linear dinâmica e aplicada em toda a estrutura:

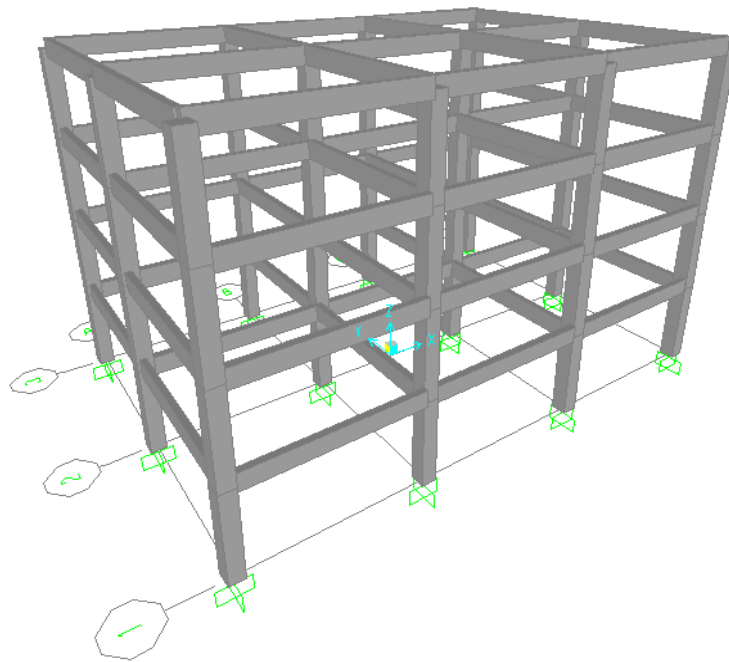
$$G_{ND} = 1,2D + 0,5L \quad (36)$$

Os casos considerados para avaliar a estrutura foram a retirada instantânea de um pilar central (P7), um pilar próximo ao centro do menor lado (P8), um pilar próximo ao centro do maior lado (P11) e um pilar de canto (P12), conforme sugeridos pela norma americana. O tempo de remoção do pilar considerado respeita a relação de 10% do período fundamental da estrutura e foi variado para que se pudesse fazer uma avaliação da influência desse parâmetro no modelo.

### 5.3 Análise da estrutura

A análise da estrutura foi feita utilizando o *software SAP2000*, a partir de um modelo tridimensional da estrutura (Figura 16) que apresenta as dimensões e seções apresentadas na seção 5.1 e é solucionada via Método dos Elementos Finitos, em que são utilizados elementos de barra com 1,5m de comprimento cada.

Figura 16 – Modelo tridimensional da estrutura.



Fonte: *SAP2000*, versão 14

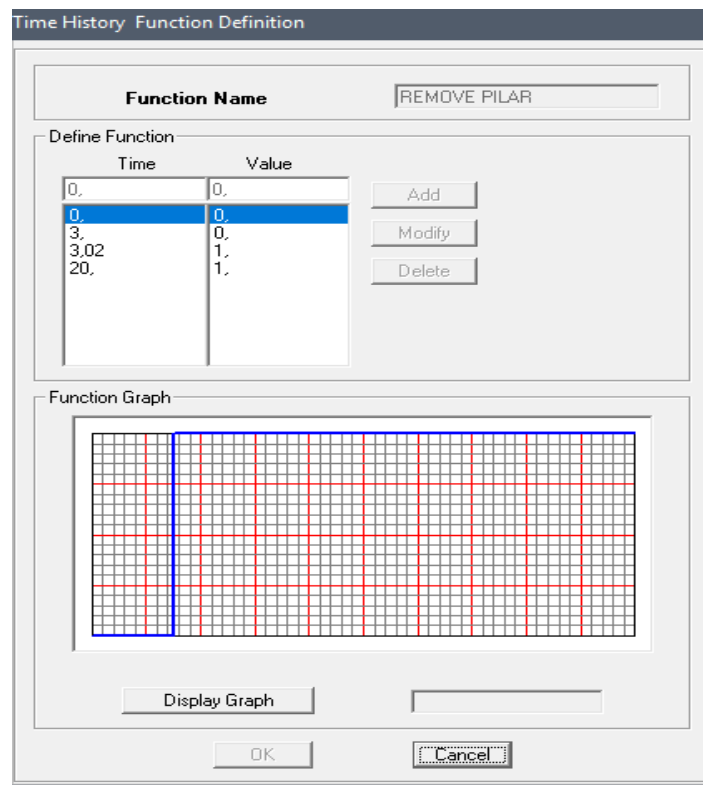
A rigidez a torção de todas as barras foi diminuída 1.000 vezes, com o objetivo de não considerar torção nas mesmas, e a rigidez à flexão das vigas foi reduzida pela metade, considerando o efeito da perda de rigidez das vigas por grandes deformações, sugerida pelo ASCE 41/06. Para os pilares, o módulo de elasticidade secante foi considerado integralmente. Aqui, a taxa de amortecimento considerada foi de 1%, baseado em outros trabalhos já publicados, como McWAY (2008) e MASHHADI et. al. (2017), e o tempo de retirada do pilar foi variado, porém atendendo a exigência da norma americana de um tempo de retirada do pilar menor ou igual a 10% do período natural da estrutura.

A retirada do pilar foi simulada por meio de uma função rampa, que reduz as cargas nodais no ponto de retirada do pilar, como já explicado na seção 4.1.2. Para a análise linear dinâmica da estrutura, utilizou-se o uma análise modal, resolvida por Eigen Vectos e utilizada



uma tolerância de  $1 \times 10^{-9}$ . Para a observação dos resultados gerados na análise, verificou-se o comportamento dos esforços e deslocamentos variando-se o número de modos utilizados. Observou-se que a utilização de um número de modos de vibração menores que 100, não gerava resultados condizentes com o comportamento da estrutura. Assim, variando-se a quantidade de modos, chegou-se a um valor de 160 modos de vibração utilizados nesta análise.

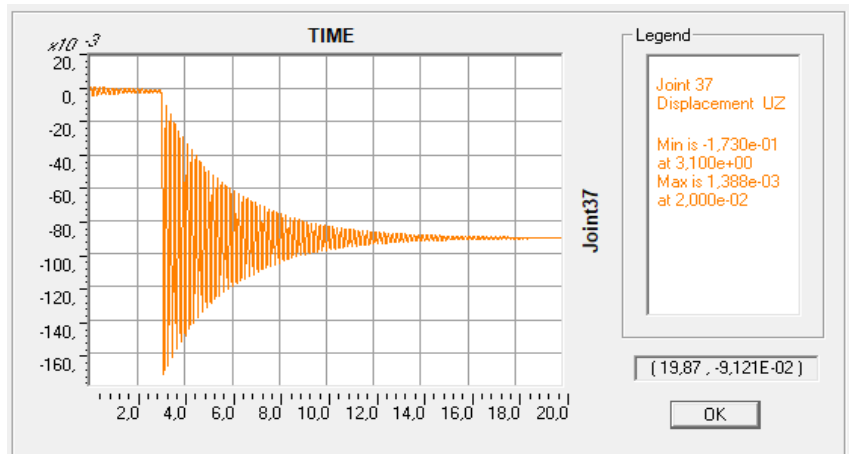
Figura 17 – Função rampa de retirada do pilar.



Fonte: Autora (2017)

Com o objetivo de verificar a coerência do modelo, observou-se o comportamento dos deslocamentos da estrutura ao longo do tempo. Para isso, observou-se os deslocamentos do ponto de retirada do pilar P7 da estrutura para a análise dinâmica e para uma análise estática da estrutura.

Figura 18 – Deslocamentos ao longo do tempo.



Fonte: SAP2000, versão 14

A partir da Figura 18, observamos que os deslocamentos da estrutura oscilam, depois estabilizando em torno de um valor de cerca de 9,07 cm. Em uma análise estática da estrutura na mesma situação, o deslocamento do mesmo ponto apresenta um valor de 9,04 cm. A convergência do valor deste deslocamento, considerando uma análise dinâmica do modelo para um valor muito próximo ao de uma análise estática, é o comportamento esperado da estrutura. O mesmo comportamento dos deslocamentos também foi observado para as outras situações de remoção do pilar, dessa forma, podemos continuar a análise com o objetivo de avaliar o potencial de colapso progressivo da estrutura.

Outro ponto importante a se observar é a relação entre o pico de deslocamento para uma análise dinâmica e uma análise estática. Pela Figura 18 podemos ver que o deslocamento máximo para este ponto foi de 17,3 cm, ao relacionarmos este valor ao deslocamento estático, verificamos que a razão entre os dois deslocamentos é 1,91.

Sabendo-se que o valor de 2,0 é usualmente utilizado como fator de amplificação dinâmica (FAD) na literatura, e também é recomendado pelo GSA de 2003, com o objetivo de majorar o carregamento e simplificar uma análise dinâmica para uma análise estática, observam-se os esforços na estrutura, comparando-se os valores máximos e mínimos de momento nas vigas e força normal nos pilares.

Os modos de vibração encontrados para a estrutura por meio da utilização de uma análise modal são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 - Modos de vibração da estrutura

<b>Modo de Vibração</b>	<b>Período de Vibração (s)</b>
1º	0,4012
2º	0,3651
3º	0,3483
4º	0,3267

Fonte: Autora (2017)

Na Figura 19 e na Figura 20 são apresentados os modos de vibração da estrutura. A partir da observação das figuras, o primeiro modo de vibração corresponde ao modo de vibração no sentido mais flexível da estrutura, como esperado. O segundo modo corresponde ao sentido longitudinal da estrutura e o terceiro é um modo de torção.

Figura 19 – Primeiro e segundo modo de vibração da estrutura.

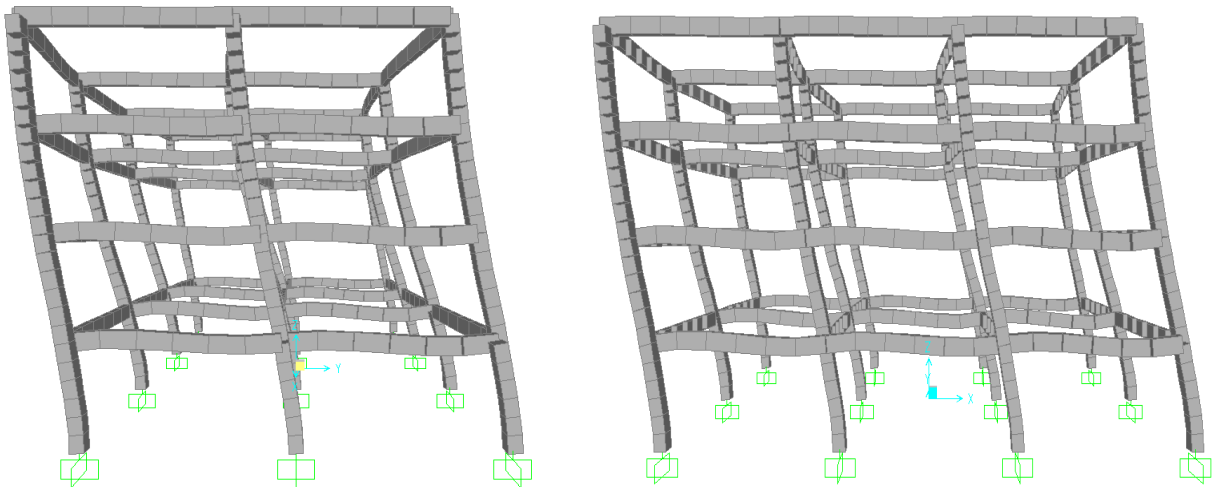
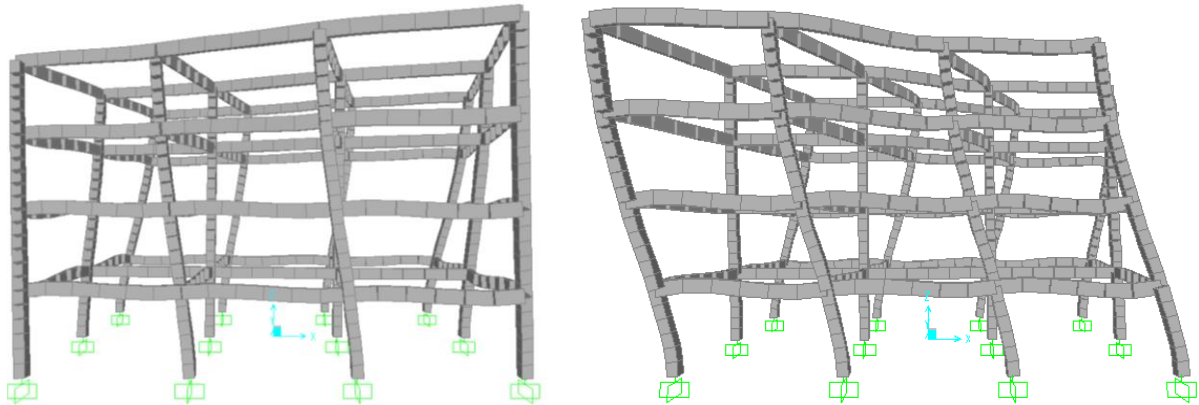


Figura 20 – Terceiro e quarto modo de vibração da estrutura.



Fonte: SAP2000, versão 14

Com o objetivo de se validar os modos de vibração observados pela estrutura, realizou-se uma verificação simplificada por meio de um modelo *shear-building* da estrutura, considerando apenas dois graus de liberdade. O modo de vibração fundamental encontrado fora de 0,48s, valor próximo, em ordem de grandeza, daquele encontrado pela análise modal realizada no *software* SAP2000.

Na Tabela 11, apresentam-se as relações entre os esforços máximos encontrados em uma análise estática linear e em uma análise dinâmica linear, considerando como parâmetros um tempo de remoção do pilar de T/40s, T/20s e 3/40T, utilizando uma taxa de amortecimento de 1% para o caso de remoção do Pilar P7 da estrutura.

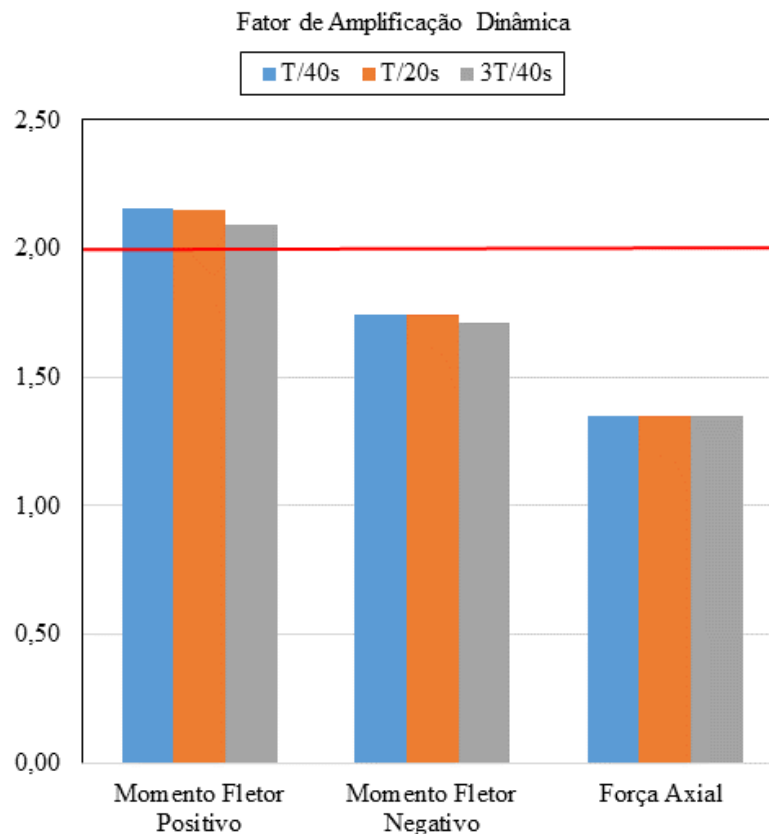
Tabela 11 – Análise do FAD

Tempo de remoção do pilar (s)	Tipo de Análise	Viga		Pilar
		Momento Positivo Máximo (kNm)	Momento Negativo Máximo (kNm)	Força Axial Máxima (kN)
T/40	Dinâmica	576,21	-749,52	-2891,24
	Estática	267,34	-429,27	-2146,44
	FAD	2,16	1,75	1,35
T/20	Dinâmica	574,42	-748,36	-2891,24
	Estática	267,34	-429,27	-2146,44
	FAD	2,15	1,74	1,35
3/40T	Dinâmica	559,94	-734,95	-2891,24
	Estática	267,34	-429,27	-2146,44
	FAD	2,09	1,71	1,35

Fonte: Autora (2017)

A partir da Tabela 11, podemos observar que, como esperado, os esforços em uma análise que considere os efeitos dinâmicos na estrutura apresentam valores maiores. E a maior relação entre a análise dinâmica linear e estática linear foi de 2,15 e, como já abordado, usualmente utiliza-se um FAD de 2,0 e o valor encontrado neste estudo é próximo do utilizado, porém flutua entre valores mais altos e mais baixos, como se pode observar na Figura 21.

Figura 21 – Variação do Fator de Amplificação Dinâmica



Fonte: Autora (2017)

O mesmo comportamento para os deslocamentos e para os esforços também foi observado para as outras situações de remoção do pilar. Dessa forma, podemos continuar a análise com o objetivo de avaliar o potencial de colapso progressivo da estrutura.

A análise da estrutura para a avaliação do potencial de colapso progressivo se dá a partir do cálculo do DCR de todos os seus elementos. Serão analisadas as vigas de V01 a V17, considerando sempre a viga que apresenta maiores esforços para cada pavimento e todos os pilares da estrutura serão avaliados. O valor de capacidade resistente de cada viga é feito a partir do ACI – 318 e para os momentos positivos e negativos, e seus valores são apresentados na

Tabela 12 e os dados utilizados para o cálculo da resistência da seção foram retirados do seu detalhamento. Uma vez que os elementos de viga apresentam as mesmas seções, os valores de momento resistente positivo e negativo são os mesmos para todas as vigas. Os valores de esforços solicitantes máximos foram extraídos do *SAP2000* para cada caso de remoção de pilar.

Tabela 12 – Momentos resistentes das seções

Viga	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )		$d$ (cm)		$a$ (cm)		$M_r$ (kNm)	
	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.
V01 a V17	8,04	3,68	45,57	45,57	9,46	4,33	164,22	80,22

Fonte: Autora (2017)

### 5.3.1 Retirada dos pilares e análise do DCR da estrutura

As tabelas a seguir apresentam os valores dos esforços para as seções mais solicitadas da estrutura, considerando-se as situações de retirada dos pilares P7, P8, P11 e P12. Na primeira coluna de cada tabela indica-se a viga da estrutura, em seguida, tem-se a posição da armadura, sendo armadura positiva aquela na posição inferior e armadura negativa na posição superior. Na terceira coluna, temos os valores dos momentos resistentes da viga multiplicados pelo fator de redução da resistência do concreto armado sob flexão ( $\phi$ ), parâmetro encontrado no ACI – 318, cujo valor é 0,9. Em seguida, apresentam-se os valores dos momentos solicitantes máximos e mínimos apresentados pela estrutura em cada tempo de remoção do pilar considerado seguido pelo DCR do elemento, o conteúdo das duas últimas colunas descritas se repete para três tempos de remoção de pilar.

Para a análise dos elementos de viga, foi utilizada a envoltória de esforços apresentada durante a análise da estrutura no intervalo considerado. Já para os elementos dos pilares, uma análise dos esforços em função do tempo foi utilizada, aplicando-se a ideia de combinação das cargas de força normal e flexão na seção. A duração da simulação foi de 20s e utilizou-se um passo de 0,02s de intervalo, totalizando 1000 passos na análise.

Os resultados apresentados pelos elementos abaixo são referentes aqueles que apresentaram uma relação demanda-capacidade maior ou igual a 2,0, critério utilizado neste trabalho para a avaliação do potencial de colapso progressivo, ou seja, aqueles elementos cujos DCR apresentam valores superiores a 2,0, apresentam falha no critério adotado e, conseqüentemente, grande probabilidade de a estrutura apresentar o fenômeno do colapso

progressivo. Ademais, realiza-se um estudo para se observar o comportamento da estrutura quando se varia o tempo de remoção do pilar, considerando-se os casos de tempo de remoção do pilar iguais a T/40s, T/20s e 3T/40s. A taxa de amortecimento considerada foi de 1% para toda a estrutura e em todos os casos de remoção de pilar apresentados nas Tabela 13, Tabela 14, Tabela 15 e Tabela 16.

Tabela 13 – Situação de Remoção do P7

Viga	Pos. da Armad.	Remoção do pilar (s)			0,01		0,02		0,03	
		$M_r$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	DCR	$M_s$ (kNm)	DCR	$M_s$ (kNm)	DCR		
5	Sup.	72,20	576,21	7,98	574,42	7,96	559,94	7,76		
	Inf.	147,80	-735,53	4,98	-733,02	4,96	-718,18	4,86		
6	Sup.	72,20	543,58	7,53	542,85	7,52	529,56	7,33		
	Inf.	147,80	-730,21	4,94	-730,70	4,94	-718,91	4,86		
12	Sup.	72,20	546,45	7,57	545,22	7,55	530,94	7,35		
	Inf.	147,80	-749,52	5,07	-748,36	5,06	-734,95	4,97		
16	Sup.	72,20	546,45	7,55	545,22	7,55	530,94	7,35		
	Inf.	147,80	-749,52	5,06	-748,36	5,06	-734,95	4,97		

Fonte: Autora (2017)

Tabela 14 – Situação de Remoção do P8

Viga	Pos. da Armad.	Remoção do pilar (s)			0,01		0,02		0,03	
		$M_r$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	DCR	$M_s$ (kNm)	DCR	$M_s$ (kNm)	DCR		
5	Sup.	72,20	101,77	1,41	99,50	1,38	95,04	1,32		
	Inf.	147,80	-304,24	2,06	-301,80	2,04	-295,21	2,00		
6	Sup.	72,20	246,48	3,41	244,34	3,38	235,62	3,26		
	Inf.	147,80	-477,12	3,23	-474,79	3,21	-466,58	3,16		
13	Sup.	72,20	401,92	5,57	393,21	5,45	390,27	5,41		
	Inf.	147,80	-481,66	3,26	-473,48	3,20	-470,72	3,18		
17	Sup.	72,20	401,92	5,57	393,21	5,45	390,27	5,41		
	Inf.	147,80	-481,66	3,26	-473,48	3,20	-470,72	3,18		

Fonte: Autora (2017)

Tabela 15 – Situação de Remoção do P11

Remoção do pilar (s)		0,01			0,02		0,03	
Viga	Pos. da Armad.	$M_r$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	DCR	$M_s$ (kNm)	DCR	$M_s$ (kNm)	DCR
8	Sup.	72,20	403,93	5,59	394,26	5,46	395,39	5,48
	Inf.	147,80	-470,97	3,19	-461,83	3,12	-463,03	3,13
9	Sup.	72,20	384,35	5,32	376,25	5,21	372,70	5,16
	Inf.	147,80	-461,02	3,12	-453,98	3,07	-449,65	3,04
12	Sup.	72,20	163,70	2,27	157,41	2,18	158,07	2,19
	Inf.	147,80	-399,94	2,71	-392,80	2,66	-390,35	2,64
16	Sup.	72,20	222,53	3,08	222,33	3,08	215,41	2,98
	Inf.	147,80	-473,42	3,20	-465,23	3,15	-466,21	3,15

Fonte: Autora (2017)

Tabela 16 – Situação de Remoção do P12

Remoção do pilar (s)		0,01			0,02		0,03	
Viga	Pos. da Armad.	$M_r$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	DCR	$M_s$ (kNm)	DCR	$M_s$ (kNm)	DCR
9	Sup.	72,20	239,45	3,32	239,79	3,32	236,95	3,28
	Inf.	147,80	-347,94	2,35	-348,30	2,36	-347,46	2,35
13	Sup.	72,20	146,81	2,03	144,53	2,00	142,65	1,98
	Inf.	147,80	-263,58	1,78	-260,66	1,76	-260,79	1,76
17	Sup.	72,20	211,48	2,93	214,01	2,96	213,20	2,95
	Inf.	147,80	-348,72	2,36	-345,93	2,34	-340,05	2,30

Fonte: Autora (2017)

A partir da observação dos resultados obtidos, algumas conclusões podem ser tiradas. De forma geral, temos que, como esperado, os elementos adjacentes ao pilar removido foram aqueles que apresentaram uma maior relação demanda-capacidade, para todas as situações de remoção de pilar avaliadas.

A situação mais crítica para a estrutura, para os elementos de viga, foi a retirada do pilar P7, como já esperado. A remoção deste pilar carregaria bastante os elementos adjacentes uma vez que apresenta uma maior área de influência na configuração da estrutura. Considerando-se o critério da Norma do ano de 2003, em que o DCR dos elementos devem ser menores ou iguais a 2, a estrutura em sua situação mais crítica (remoção do pilar P7) apresenta sua seção resistente solicitada quatro vezes além do critério abordado pelo GSA para uma análise dinâmica linear da estrutura.

A situação em que se considera a retirada do pilar P12 é a mais favorável para a estrutura, apresenta as menores relações de demanda-capacidade, é a situação em que o pilar

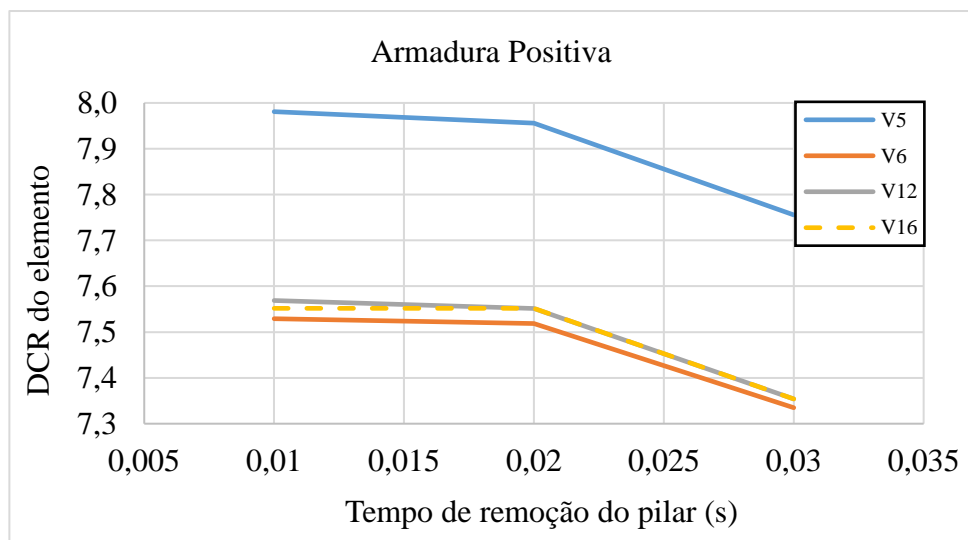


apresenta menor área de influência. Ainda que seja a situação com os menores DCRs, o critério de avaliação para o colapso progressivo da estrutura ainda é ultrapassado, apresentando para esta situação um DCR igual a 3,32 para o seu elemento de viga mais solicitado. E as outras situações, remoção dos pilares P8 e P11 são intermediárias, apresentando um DCR de 5,59, o que representa quase três vezes a relação demanda-capacidade requeridas pelo GSA.

Assim, é válido afirmar que a estrutura apresenta alto potencial de colapso progressivo, sendo o dimensionamento feito a partir da NBR 6118 insuficiente para garantir a segurança da estrutura frente a um evento de perda de um elemento estrutural, considerando os critérios da norma americana GSA dos anos de 2003, devendo, portanto, ser redimensionada.

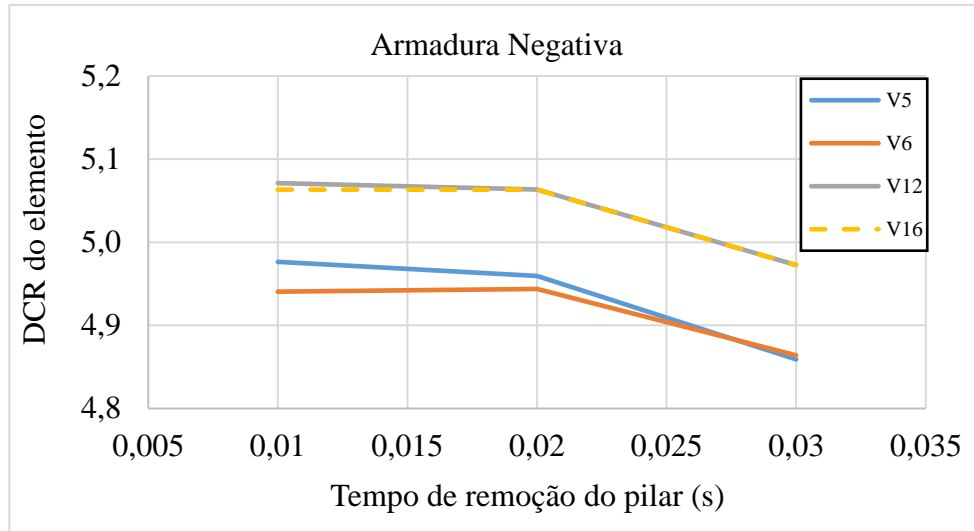
Observando o comportamento da estrutura em relação a variação do tempo de remoção do pilar, podemos observar que o valor do DCR dos elementos tende a diminuir conforme se aumenta o tempo de remoção do pilar na análise (Figura 22 e Figura 23). Resultado já esperado, pois, quão mais lentamente o pilar é removido, mais próximo de uma análise estática. No entanto, com as pequenas variações do tempo de remoção do pilar, uma vez que se tem um pequeno intervalo de tempo que se pode analisar a estrutura, valores menores do que 10% do seu período fundamental, em alguns casos, a resposta da estrutura não é tão sensível ao aumento de tempo da remoção do pilar, como apresentado abaixo.

Figura 22 – Variação do DCR - Situação de remoção do P7



Fonte: Autora (2017)

Figura 23 – Variação do DCR - Situação de remoção do P7

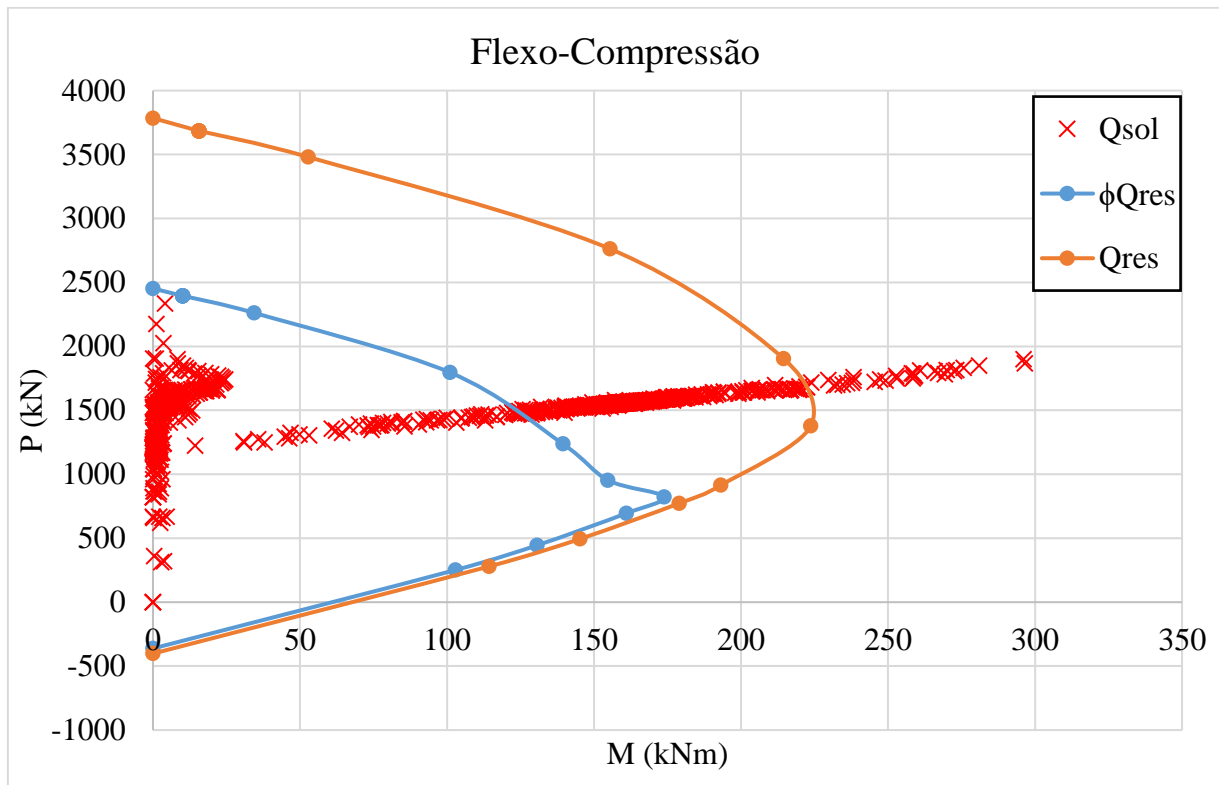


Fonte: Autora (2017)

Para a análise do DCR dos pilares da estrutura, utilizou-se o diagrama de interação Força Normal-Momento Fletor apresentados em Wight e McGregor (2009) para cada caso de remoção de pilar analisado. Considerando o grande volume de resultados gerados, para a avaliação dos pilares, apresenta-se somente o caso em que o tempo de remoção do pilar é de  $T/20s$ .

Os diagramas abaixo apresentados referem-se aos pilares mais solicitados da estrutura para cada caso de remoção de pilar. Na Figura 24,  $Q_{res}$  é a capacidade da seção de pilar quadrada de 40x40 cm, apresentando uma armadura composta por 4 barras de 16cm dispostas em cada canto da seção,  $\phi Q_{res}$  representa a capacidade da seção com o fator de redução da resistência  $\phi$ . Os pontos no gráfico representados por um "x",  $Q_{sol}$ , representam os valores das combinações de flexo-compressão solicitantes ao longo do tempo. Ou seja, é necessário considerar a variação da flexo-compressão no tempo para se ter uma resposta mais real do comportamento da estrutura.

Figura 24 – Diagrama Força Normal-Momento Fletor - P6 - Situação de remoção do P7

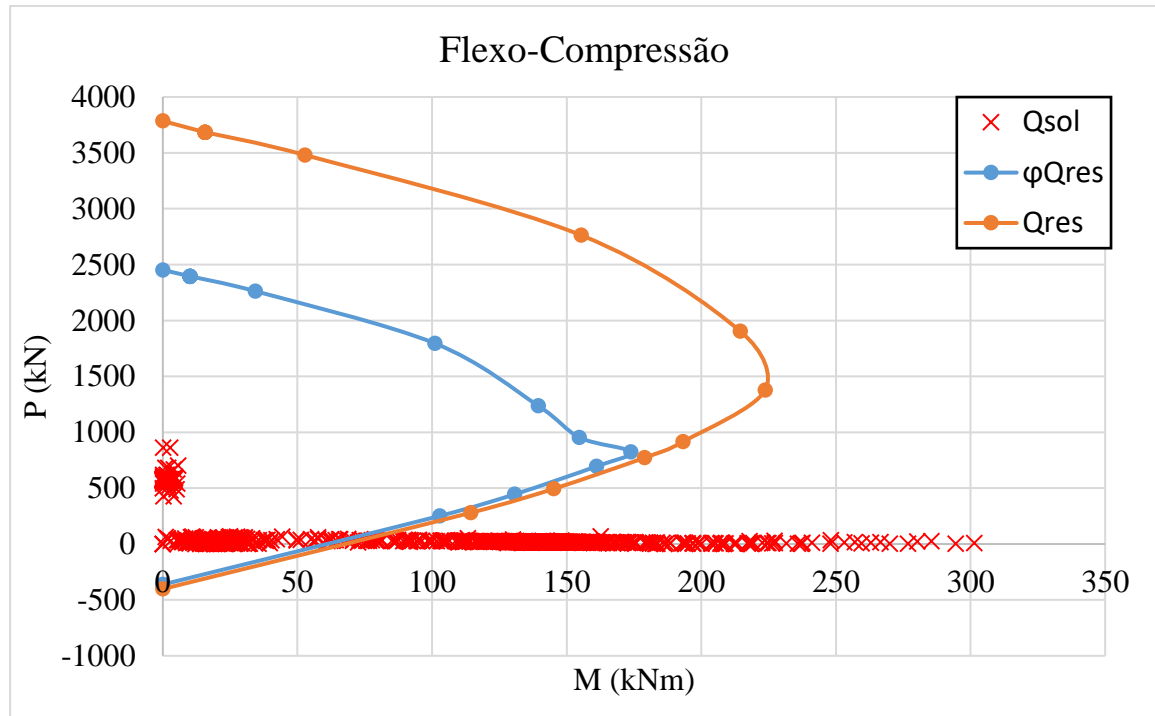


Fonte: Autora (2017)

A Figura 24 acima apresenta os valores de força normal e momento fletor apresentados pelo pilar P6 da estrutura no caso da remoção do P7. Como já comentado, a situação de remoção do pilar P7, por ser um pilar mais central, é a situação mais crítica para o colapso progressivo para os elementos de viga. Observa-se que em vários instantes de tempo o pilar está sendo solicitado por esforços acima de sua capacidade, dessa forma, ainda que não se tenha apresentado o DCR do elemento, ele já apresenta falha uma vez que sua seção não é suficiente para resistir à solicitação de esforços par esta situação.

Na Figura 25, apresenta-se mais uma situação de remoção de pilar, consistindo na interação do esforço normal e momento fletor do pilar P8 na situação de remoção do pilar P8. Diferente da situação apresentada anteriormente (Figura 24), o pilar apresenta falha uma vez que a sua capacidade resistente é superada pelos esforços de momento fletor que surgem no P8 no pavimento superior, esta é a situação mais crítica encontrada nesta análise para os pilares.

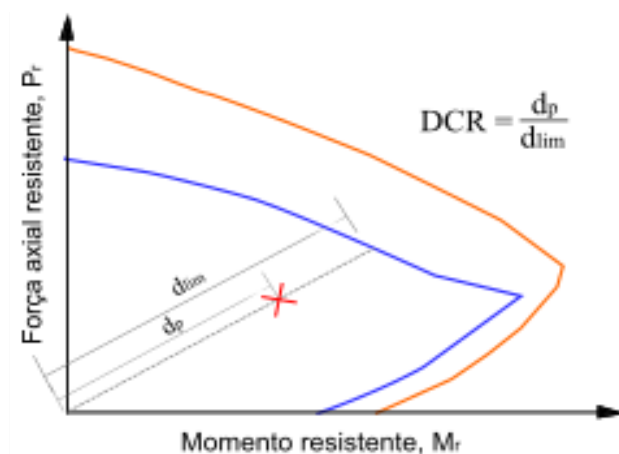
Figura 25 – Diagrama Força Normal-Momento Fletor – P8 - Situação de remoção do P8



Fonte: Autora (2017)

A partir dos valores de força normal e momento fletor observados, calcularam-se os DCRs dos pilares apresentados, em que para isso utilizou-se o mesmo método abordado por Matias (2016), em que considerou-se a relação entre a reta que vai da origem para ao ponto de combinação de força normal e momento fletor e a reta na mesma direção, porém que vai da origem a linha azul da Figura 26, ou seja, até a capacidade minorada da seção.

Figura 26 – Cálculo do DCR para os pilares



Fonte: Matias (2016)

Na Tabela 17 apresentam-se os valores dos pilares cuja capacidade de carga foi

superada, ou seja, a relação entre as retas da origem até a combinação de carga mais crítica e a reta paralela à reta anterior

Tabela 17 – DCR dos pilares

<b>Pilar Removido</b>	<b>Pilar analisado</b>	<b>P (kN)</b>	<b><math>M_s</math>(kNm)</b>	<b>DCR</b>
<b>P7</b>	P6	1898,3	296,2	2,0
	P8	1143,9	323,2	2,6
<b>P8</b>	P5	711,5	231,9	2,0
	P6	1643,8	249,7	1,6
	P7	2094,1	301,2	1,9
	P8	7,6	301,5	5,0
<b>P11</b>	P6	2905,7	1,4	1,2
	P7	2883,8	2,4	1,2
	P10	1016,5	194,2	1,2
	P12	658,9	207,9	1,5
<b>P12</b>	P6	2905,2	1,4	1,2
	P7	2904,7	2,4	1,2
	P11	2904,7	2,4	1,2
	P12	13,8	247,6	4,1

Fonte: Autora (2017)

A partir da observação dos valores de DCR encontrados, temos que os pilares estão apresentando esforços além de sua capacidade, assim como foi observado para as vigas. Desta forma, apesar da estrutura estar corretamente calculada de acordo com a NBR 6118, ela apresenta alta probabilidade de colapso progressivo dado a ocorrência da perda de um pilar em todos os casos considerados. Este resultado já era esperado, uma vez que a norma brasileira para o projeto de estruturas de concreto armado não aborda questões como a perda de um elemento estrutural ou carga sísmica.

Outro ponto a ser observado é que, como esperado, os pilares que apresentam as maiores Relações de Demanda – Capacidade são aqueles próximos aos pilares removidos. Quando há falha por alta carga axial, geralmente o pilar apresenta momentos fletores baixos e os DCRs dos elementos que falham por carga axial foram os menores observados. O tipo de falha que apresentou o maior DCR foi por flexão oblíqua, em que o pilar P8 apresentou uma solicitação cinco vezes maior do que a sua capacidade, com momento fletor sendo a solicitação predominante.

## 5.4 Redimensionamento da estrutura

O redimensionamento dos elementos estruturais teve inicialmente a consideração de que a estrutura fosse capaz de suportar os esforços gerados pela situação de remoção do pilar que gerava a situação mais crítica para os elementos da estrutura, ou seja, situação em que o P7 é removido e que todos os elementos fossem detalhados com a mesma seção e armadura, por questões de simplicidade de execução da estrutura. A armadura inicialmente sugerida para as vigas é apresentada na Tabela 18.

Tabela 18 – Dimensões iniciais do redimensionamento das vigas

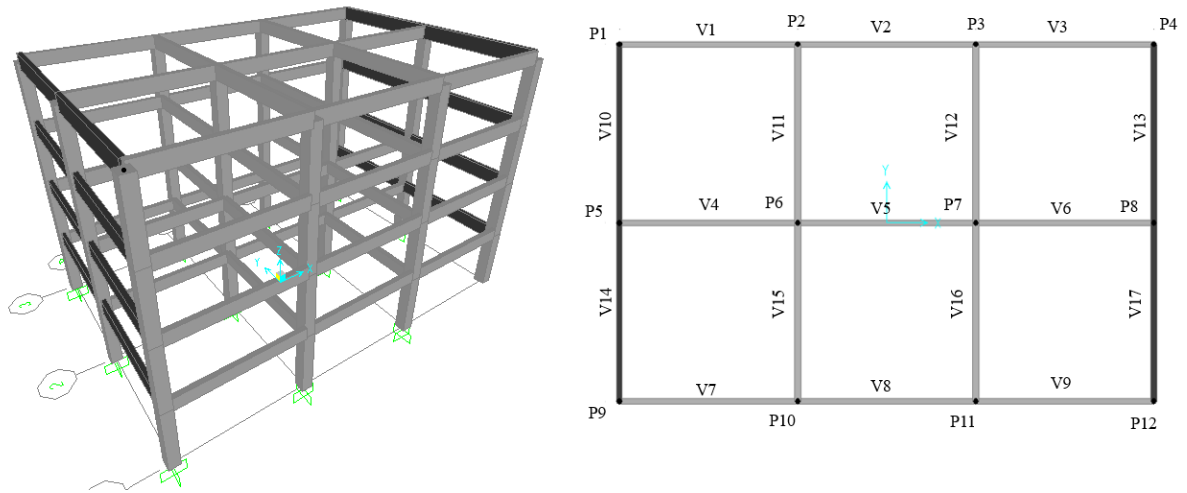
Elemento	Dimensões		Armadura superior	Armadura inferior
	Altura (cm)	Base (cm)		
<b>Viga – meio do vão</b>	60	20	2 $\phi$ 16	2 $\phi$ 25 + $\phi$ 20
<b>Viga – apoio</b>	60	20	3 $\phi$ 25 + 2 $\phi$ 16	2 $\phi$ 25 + $\phi$ 20
<b>Pilar</b>	50	50	2 $\phi$ 32	2 $\phi$ 32

Fonte: Autora (2017)

Para as seções apresentadas acima, todos os elementos de viga apresentaram DCRs menores ou iguais a 2,0. No entanto, na análise dos pilares, as duas situações em que os pilares são mais solicitados, que são as remoções dos pilares P8 e P12, os elementos de pilar superiores a estes pilares removidos, cujos DCRs foram os mais altos encontrados (ver Tabela 17), apresentavam a sua capacidade superada pelos esforços, com valores altos de momento fletor nesses elementos, mesmo com o aumento das seções de vigas e pilares, conseqüente aumento de rigidez da estrutura, e de suas armaduras. Dessa forma, foi proposta novas seções para os elementos estruturais.

De forma a solucionar o problema, sem haver um aumento excessivo de armadura para resistir aos esforços de flexo-compressão nos pilares, optou-se por um aumento na rigidez das vigas nas extremidades longitudinais do modelo com o objetivo de encaminhar esses esforços para as vigas e aliviar um pouco os esforços nestes pilares. Dessa forma, aumentou-se a altura das vigas V10, V13, V14 e V17 para 70cm de altura, as demais vigas apresentam dimensões iguais as da Tabela 18, assim como os pilares. De forma geral, a Figura 27 apresenta o modelo tridimensional da estrutura e a planta de forma das vigas e pilares, os elementos indicados por cor mais escura, são os elementos de viga com altura de 70cm.

Figura 27 – Esquema tridimensional e planta da estrutura redimensionada.



Fonte: SAP2000, versão 14

Após a avaliação dos esforços apresentados para os elementos da estrutura, sugeriram-se armaduras para os seus elementos de forma a suportar as solicitações observadas para cada situação de remoção de pilar. A seguir, apresentam-se os DCRs apresentados pelos elementos de viga da estrutura.

Tabela 19 – Situação de remoção do P7

Viga	Posição da Armadura	$M_s$ (kNm)	$M_r$ (kNm)	DCR
5	Inferior	546,81	277,34	2,0
	Superior	-711,71	363,74	2,0
6	Inferior	513,75	277,34	1,9
	Superior	-715,69	363,74	2,0
12	Inferior	513,51	277,34	1,9
	Superior	-729,59	363,74	2,0
16	Inferior	513,51	277,34	1,9
	Superior	-729,59	363,74	2,0

Fonte: Autora (2017)

Tabela 20 – Situação de remoção do P8

Viga	Posição da Armadura	Ms (kNm)	Mr (kNm)	DCR
5	Inferior	86,76	225,06	0,4
	Superior	-262,02	257,87	1,0
6	Inferior	161,69	225,06	0,7
	Superior	-383,32	257,87	1,5
13	Inferior	440,00	225,06	2,0
	Superior	-512,39	257,87	2,0
17	Inferior	440,00	225,06	2,0
	Superior	-512,39	257,87	2,0

Fonte: Autora (2017)

Tabela 21 – Situação de remoção do P11

Viga	Posição da Armadura	Ms (kNm)	Mr (kNm)	DCR
8	Inferior	387,14	196,76	2,0
	Superior	-461,80	251,16	1,8
9	Inferior	368,38	196,76	1,9
	Superior	-453,64	251,16	1,8
12	Inferior	158,61	196,76	0,8
	Superior	-392,77	251,16	1,6
16	Inferior	215,69	196,76	1,1
	Superior	-493,59	251,16	2,0

Fonte: Autora (2017)

Tabela 22 – Situação de Remoção do P12

Viga	Posição da Armadura	Ms (kNm)	Mr (kNm)	DCR
9	Inferior	184,69	196,76	0,9
	Superior	-305,78	251,16	1,2
13	Inferior	199,75	225,06	0,9
	Superior	-322,52	257,87	1,3
17	Inferior	251,80	225,06	1,1
	Superior	-400,03	257,87	1,6

Fonte: Autora (2017)

A partir da observação das Tabela 19 a 21, as vigas estão todas dimensionadas de forma a atender o critério de DCR da norma GSA de 2003. Na Tabela 23, apresenta-se um detalhamento das armaduras obtidas, especificando-se a viga e a armadura necessária calculada.



A simetria da estrutura foi considerada para obter um detalhamento para todas as vigas.

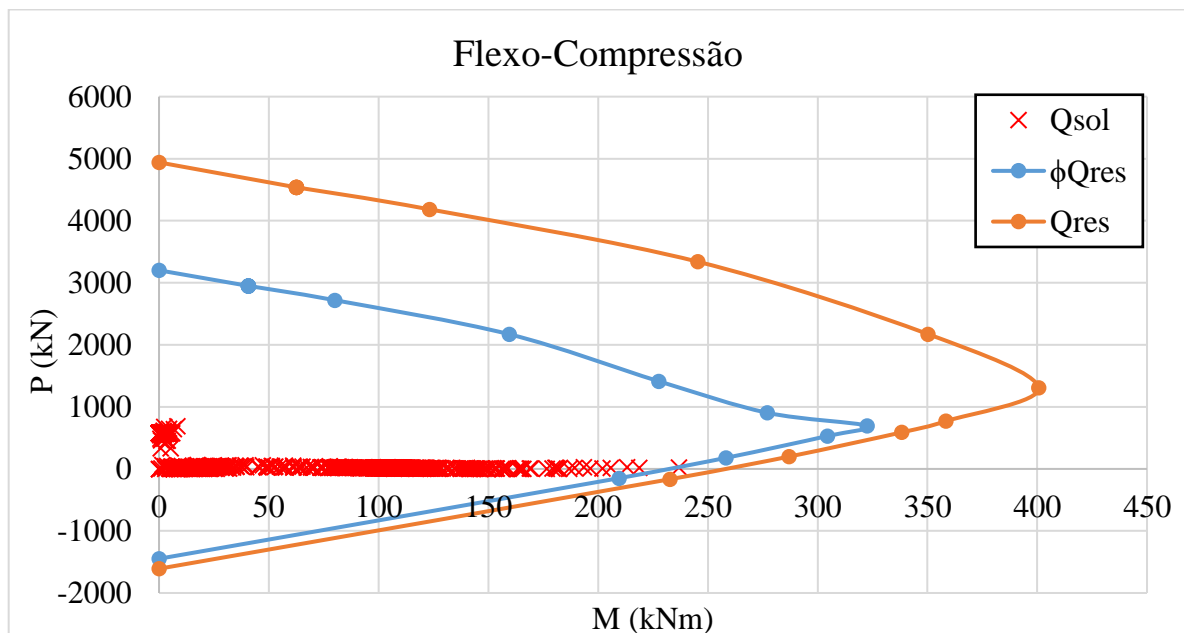
Tabela 23 – Novas dimensões para as seções de vigas da estrutura

Vigas	Dimensões		Armadura superior	Armadura inferior
	Altura (cm)	Base (cm)		
V1, V2, V3, V7, V8 e V9	60	20	$2\phi 25 + 1\phi 16$	$2\phi 22,5 + 1\phi 10$
V4, V5 e V6	60	20	$3\phi 25 + 2\phi 16$	$2\phi 25 + \phi 20$
V10, V13, V14 e V17	70	20	$2\phi 25$	$2\phi 20 + 1\phi 16$
V11, V12, V15 e V16	60	20	$3\phi 25 + 2\phi 16$	$2\phi 25 + \phi 20$

Fonte: Autora (2017)

Para a análise dos pilares, o procedimento realizado foi novamente utilizando o diagrama de flexo-compressão. Os resultados obtidos para os valores dos DCRs são apresentados na Tabela 24 juntamente com os esforços normais e de momento solicitantes e a Figura 28 apresenta o diagrama de flexo-compressão para a situação mais solicitada da estrutura de remoção do P8.

Figura 28 – Diagrama Força Normal-Momento Fletor – P8 – Seção redimensionada



Fonte: Autora (2017)

Tabela 24 – DCR final dos pilares redimensionados

<b>Pilar Removido</b>	<b>Pilar analisado</b>	<b>P (kN)</b>	<b>MS,x (kNm)</b>	<b>MS,y (kNm)</b>	<b>DCR</b>
<b>P7</b>	P6	2525,5	112,4	0,0	0,7
	P8	1530,2	262,8	0,0	0,8
	P5	727,9	246,3	0,0	0,8
<b>P8</b>	P6	2307,4	1,8	0,0	0,5
	P7	1938,7	307,3	0,0	1,0
	P8	8,6	316,5	0,0	1,0
<b>P11</b>	P6	2831,7	1,5	-0,5	0,8
	P7	2800,9	2,5	0,1	0,8
	P10	1005,8	205,0	0,6	0,6
	P12	662,6	206,2	2,1	0,8
<b>P12</b>	P6	2299,8	2,6	0,0	0,5
	P7	2299,0	3,4	0,1	0,5
	P11	1040,7	142,9	35,2	0,9
	P12	24,7	215,6	-279,2	0,9

Fonte: Autora (2017)

Para a definição das armaduras dos pilares, mais uma vez foi considerada a simetria da estrutura e que os pilares deveriam estar dimensionados para apresentar esforços menores ou iguais a resistência da seção minorada. Na Tabela 25, apresentam-se as quantidades de aço encontradas.

Tabela 25 – Novas dimensões para as seções de pilares da estrutura

<b>Pilares</b>	<b>Dimensões</b>		<b>Armadura superior</b>	<b>Armadura inferior</b>
	<b>Altura (cm)</b>	<b>Base (cm)</b>		
<b>P1, P4, P9 e P12</b>	50	50	2 $\phi$ 32	2 $\phi$ 32
<b>P5 e P8</b>	50	50	2 $\phi$ 32	2 $\phi$ 32
<b>P2, P3, P10 e P11</b>	50	50	2 $\phi$ 20	2 $\phi$ 20
<b>P6 e P7</b>	50	50	2 $\phi$ 32	2 $\phi$ 32

Fonte: Autora (2017)

## 5.5 Comparação dos resultados

Para a verificação da viabilidade da utilização de uma análise estrutural intermediária aqui proposta, observam-se as alterações nas dimensões das seções da estrutura assim como no aumento de armadura necessária para a prevenção do colapso progressivo para a estrutura analisada. Esta comparação é feita em relação a sua estrutura original, dimensionada de acordo com a NBR 6118:2014, em relação a uma análise linear estática realizada por Matias (2016), utilizando o Procedimento Linear Estático (PLE) descrito na Seção 3.3.3.1, e o método de análise linear dinâmico aqui proposto.

Primeiramente, alguns aspectos deste estudo devem ser ressaltados. Primeiramente, a estrutura dimensionada pela NBR 6118 não apresenta nenhuma condição de dimensionamento a considerar qualquer carga dinâmica, seja a remoção de um pilar ou carga sísmica. Outro ponto importante é que uma avaliação do Nível de Segurança da Instalação (FSL) da edificação não foi realizada de forma cuidadosa, e esta deve ter, de acordo com a norma americana GSA do ano de 2013, um FSL no mínimo igual a III, uma vez que se trata de uma estrutura com mais de quatro pavimentos. Este FSL é determinado em função da probabilidade de a edificação ser alvo de ataques terroristas, ser um prédio governamental e em relação ao fluxo de pessoas previsto.

Neste estudo, não há a consideração de quaisquer efeitos não lineares na estrutura, fato que deve ser ressaltado. Comparam-se análises lineares da estrutura e a contribuição do modelo proposto é de se considerar efeitos do amortecimento e forças de inércia na estrutura com o objetivo de se aproximar o modelo da realidade.

A Tabela 26 apresenta o aumento de armadura observado para a estrutura redimensionada utilizando o procedimento proposto. O maior aumento observado foi para as vigas V4, V5, V6 V11, V12, V15 e V16, mais de três vezes a área de aço original. Observado a Figura 27, temos que estas vigas são as vigas mais internas da estrutura. É esperado que estas vigas sejam as mais solicitadas uma vez que a remoção de pilares centrais da estrutura, como o P7, P8 e pilares simétricos a estes, carregam bastante esses elementos adjacentes.

O menor aumento de armadura observado foram os das vigas periféricas V10, V13, V14 e V17, em que a área da seção transversal foi aumentada com o objetivo de aliviar o carregamento dos pilares a elas conectadas (Tabela 26). Este aumento de seção gerou uma maior resistência destes elementos, que apresentaram um menor aumento de aço necessário para a prevenção do colapso progressivo.

Tabela 26 – Aumento percentual na armadura das vigas - Análise Linear Dinâmica

<b>Vigas</b>	<b>Posição da Armadura</b>	<b><math>A_{s,original}</math> (<math>cm^2</math>)</b>	<b><math>A_{s,redim}</math> (<math>cm^2</math>)</b>	<b>Aumento Percentual</b>
<b>V1, V2, V3, V7, V8 e V9</b>	Inferior	3,68	8,74	137,43%
	Superior	8,04	11,83	47,12%
<b>V4, V5 e V6</b>	Inferior	3,68	16,10	337,52%
	Superior	8,04	18,75	133,18%
<b>V10, V13, V14 e V17</b>	Inferior	3,68	8,29	125,38%
	Superior	8,04	9,82	22,11%
<b>V11, V12, V15 e V16</b>	Inferior	3,68	16,10	337,52%
	Superior	8,04	18,75	133,18%
<b>Aumento Percentual Total</b>				<b>131,17%</b>

Fonte: Autora (2017)

Para a comparação das armaduras obtidas entre o modelo proposto e a aplicação do PLE por Matias (2016), a Tabela 27 apresenta as quantidades de armadura necessária para os elementos de viga da estrutura analisada. Nesta comparação, observamos que as armaduras encontradas por meio do modelo proposto neste trabalho apresentam menor quantidade de área de aço. De forma geral, o PLE apresenta uma armadura sugerida de cerca de 30% maior do que a encontrada neste trabalho.

É importante ressaltar que não foi observado uma diminuição da armadura necessária para a prevenção do colapso progressivo em todos os elementos. Para o caso das vigas mais centrais do modelo, V4, V5 e V6, a armadura inferior sugerida pelo PLE é 19,51% menor do que a proposta por este modelo, em contraste, a armadura superior é 41,62% maior para o PLE.

Outro ponto a ser ressaltado com cautela é que as dimensões das seções das vigas sugeridas para a prevenção do colapso progressivo pelo PLE foram todas constantes, com uma altura de 60 cm e uma largura de 20 cm. Para o modelo proposto, como já mencionado, as vigas periféricas V10, V13, V14 e V17 apresentam uma seção mais rígida de 70 cm de altura e 20cm de largura. Esse aumento de 10 cm na altura da viga representa um considerável aumento na inércia das mesmas, contribuindo para uma maior resistência e rigidez desses elementos. Assim, a diferença de quase duas vezes para a armadura superior no PLE deve ser analisada considerando estes fatores.

Tabela 27 – Comparação do modelo proposto e o PLE – GSA (2013)

<b>Vigas</b>	<b>Posição da Armadura</b>	<b><math>A_{s,obtido}</math> (<math>cm^2</math>)</b>	<b><math>A_{s,PLE}</math> (<math>cm^2</math>)</b>	<b>Aumento Percentual</b>
<b>V1, V2, V3, V7, V8 e V9</b>	Inferior	8,74	12,96	48,33%
	Superior	11,83	18,75	58,52%
<b>V4, V5 e V6</b>	Inferior	16,10	12,96	-19,51%
	Superior	18,75	26,55	41,62%
<b>V10, V13, V14 e V17</b>	Inferior	8,29	11,90	43,48%
	Superior	9,82	18,75	90,99%
<b>V11, V12, V15 e V16</b>	Inferior	16,10	11,90	-26,09%
	Superior	18,75	27,69	47,70%
<b>Aumento Percentual Total</b>				<b>30,53%</b>

Fonte: Autora (2017)

Para os pilares, a Tabela 28 apresenta o aumento percentual obtido para as armaduras dos pilares. Para que a capacidade resistente dos pilares não fosse superada, a maioria dos pilares deveria ser redimensionada para uma armadura quatro vezes maior do que a armadura encontrada no dimensionamento pela NBR 6118:2014. Esse aumento pode ser compreendido a partir da observação dos resultados dos DCRs dos pilares, uma vez que as situações de remoção de pilar geravam uma mudança na configuração da estrutura e a presença de altos valores de flexão, o que pode ser combatido pela armadura.

Tabela 28 – Aumento percentual na armadura dos pilares - Análise Linear Dinâmica

<b>Pilares</b>	<b><math>A_{s,original}</math> (<math>cm^2</math>)</b>	<b><math>A_{s,redim}</math> (<math>cm^2</math>)</b>	<b>Aumento Percentual</b>
<b>P1, P4, P9 e P12</b>	8,04	32,17	300%
<b>P5 e P8</b>	8,04	32,17	300%
<b>P2, P3, P10 e P11</b>	8,04	12,57	56%
<b>P6 e P7</b>	8,04	32,17	300%

Fonte: Autora (2017)

Comparando com os resultados obtidos por Matias (2016), observamos que há uma diferença considerável para a armadura após o redimensionamento dos pilares.

Tabela 29 – Comparação do modelo proposto e o PLE – GSA (2013)

Pilares	$A_{s,obtido}$ ( $cm^2$ )	$A_{s,PLE}$ ( $cm^2$ )	Aumento Percentual
<b>P1, P4, P9 e P12</b>	32,17	19,63	-39%
<b>P5 e P8</b>	32,17	32,17	0%
<b>P2, P3, P10 e P11</b>	12,57	32,17	156%
<b>P6 e P7</b>	32,17	32,17	0%

Fonte: Autora (2017)

Observando-se os resultados obtidos, podemos afirmar que, uma estrutura dimensionada pela NBR 6118:2014 não apresenta robustez o suficiente para garantir segurança quanto ao fenômeno do colapso progressivo, no caso de haver uma exigência de se garantir sua segurança, a estrutura deve ser redimensionada. E, uma vez sendo redimensionada, apresenta considerável aumento de seção transversal e de armadura, para dar robustez e ductilidade a estrutura, e, por consequência, aumentando o seu custo, para ambos os casos. Esse aumento de custo, no mercado brasileiro, pode ocasionar uma inviabilidade econômica da estrutura.

Na Tabela 27, apresenta-se uma comparação geral dos resultados obtidos, apresentando-se um resumo da comparação dos resultados obtidos por Matias (2016). Podemos visualizar que na utilização do método proposto foram calculadas menores quantidades de armadura requerida para os pilares e para a armadura negativa. No entanto, a seção transversal de algumas vigas foram um pouco maiores, para dar mais robustez à estrutura, assim como se encontrou uma maior quantidade de armadura positiva para as vigas. No entanto, como se pode observar na Tabela 27 e na

Tabela 29, houve uma redução geral na quantidade de aço. Um estudo quantitativo com valores atuais de aço e concreto poderia ser realizado para se concluir se há ou não ganho em relação aos custos para cada uma das análises.

Tabela 30 – Resumo: PLE x Análise Linear Dinâmica

Autor	Tipo de Análise	Aumento na seção de Transversal	Viga		$A_{s,pilar}$
			$A_{s,inferior}$	$A_{s,superior}$	
Matias (2016)	Linear Estática (PLE – GSA 2013)	20%	166%	244%	315%

Presente trabalho	Linear Dinâmica	25%	217%	77%	219%
-------------------	-----------------	-----	------	-----	------

Fonte: Matias (2016)

Apesar de os resultados de redimensionamento da estrutura obtidos utilizando uma análise linear dinâmica apresentarem menores quantidades de aço, é necessário ressaltar as simplificações e as consideráveis diferenças entre o método aqui proposto e o redimensionamento feito utilizando o PLE. Ainda que uma análise dinâmica apresente resultados mais realistas, em uma análise linear, feita neste trabalho, não se considera o comportamento não linear da estrutura, em geral, apresenta resultados mais conservadores.

No método proposto, não foi utilizado nenhum coeficiente de majoração de carga que pudessem simular os efeitos não lineares da estrutura. No PLE, o coeficiente de majoração de carga tem o intuito de simular tanto o comportamento dinâmico da estrutura como o seu comportamento não linear, dado em função do fator  $m$ , já mencionado na Seção 3.3.3.1 deste trabalho. Dessa forma, estudos para avaliar o efeito do comportamento não linear da estrutura para o colapso progressivo devem ser feitos com o objetivo de avaliar essas questões. Ainda assim, verificamos, por meio desse estudo, que uma análise linear dinâmica não apresenta grandes dificuldades para ser realizada, fornece uma visualização mais realista do comportamento da estrutura para o fenômeno do colapso progressivo e ainda elimina incertezas relativas ao fator de amplificação dinâmica, como já comentado.

Bitarello (2013), realizou uma análise não linear dinâmica em uma estrutura de planta quadrada 4x4 de vãos de 4,0 m e 3 pavimentos apresentando 3,0 m de pé-direito cada, bastante semelhante com a deste trabalho. O redimensionamento da estrutura apresentou um aumento da altura de viga de 25%, com aumentos de armadura apresentados abaixo, porém sem aumento em suas dimensões, utilizando o procedimento não linear dinâmico da norma GSA do ano de 2003. Na Tabela 31, apresenta-se uma comparação dos resultados obtidos por Bitarello (2013) e o presente trabalho.

Tabela 31 – Comparação de resultados do presente trabalho com Bitarello (2013)

Autor	Tipo de Análise	Aumento na seção de Transversal	Viga		$A_{s,pilar}$
			$A_{s,inferior}$	$A_{s,superior}$	
Bitarello (2013)	Não Linear Dinâmica (GSA 2003)	25%	252%	900%	156%

Presente trabalho	Linear Dinâmica	25%	217%	77%	219%
-------------------	-----------------	-----	------	-----	------

Fonte: Bitarello (2013)

A partir dos resultados apresentados na Tabela 31, podemos observar que, apesar das diferenças das dimensões das estruturas, o aumento da seção transversal calculado por Bitarello (2013) apresenta proximidade numérica com os resultados obtidos neste trabalho. O aumento da seção transversal das vigas foi o mesmo, houve um aumento considerável nas armaduras, apesar do valor expressivo de aumento de 900% na armadura negativa das vigas, aspecto que pode ser futuramente investigado.

Finalmente, podemos afirmar que a insuficiência de armaduras e rigidez das estruturas e o expressivo aumento das mesmas para se adequar aos requisitos da norma americana GSA, apresentadas por Matias (2016), utilizando uma análise linear estática baseada na norma GSA (2013), também observada por Bitarello (2013), utilizando uma análise não linear baseada na norma GSA (2003) e no presente trabalho, apontam uma carência de robustez das estruturas brasileiras e uma alta probabilidade de ocorrência do fenômeno do colapso progressivo no caso de ocorrência da falha de um pilar.



## 6 CONCLUSÃO

Com o objetivo de propor uma metodologia de análise intermediária para a prevenção do colapso progressivo em estruturas de concreto armado, este trabalho foi desenvolvido a partir de uma breve explanação dos métodos de análise atualmente abordados pelos órgãos reguladores do fenômeno. Com destaque para a norma americana GSA em suas versões dos anos de 2003 e 2013, procurou-se, utilizando as duas versões como fonte, propor um método de análise linear dinâmica, aplicando o Método do Caminho Alternativo de Carga, como uma opção de análise intermediária, em relação aos modelos mais largamente utilizados e mais simplificados, como a análise linear estática.

Para a avaliação do colapso progressivo, utilizando o Método do Caminho Alternativo de Carga, abordado pelo GSA dos anos de 2003 e 2013, avaliou-se uma estrutura de concreto armado dimensionada de acordo com a NBR 6118:2014, aplicando o método proposto de análise linear dinâmica. Neste trabalho, em relação a uma análise estática, acrescentaram-se aspectos importantes do fenômeno do colapso progressivo, tais como o amortecimento e as forças de inércia. A partir dos modelos gerados, podem-se observar os deslocamentos da estrutura em função do tempo, em uma simulação de remoção de pilar. Em que uma razão próxima de 2,0 foi encontrada para os picos de esforços encontrados em uma análise dinâmica e uma análise estática, ambas lineares. Razão esta que justifica a utilização de um Fator de Amplificação dinâmica igual a 2,0, usualmente aplicado em análises estáticas com a finalidade de simular efeitos dinâmicos na estrutura, nem sempre a favor da segurança. Por outro lado, pode ser conservador em alguns casos.

Ademais, observou-se o comportamento dos esforços quando o tempo de remoção do pilar é variado, em que, de forma geral, há uma diminuição do pico de esforços máximos nos elementos quando o tempo de remoção é aumentado, respeitando o critério da norma de se utilizar um tempo de remoção de pilar menor que 10% do período fundamental da estrutura para esta análise.

A partir deste estudo, verificou-se que a estrutura não apresenta robustez necessária para resistir ao fenômeno. O seu redimensionamento gerou um aumento de cerca de 130% de armadura a mais para as vigas e de 3,4 vezes a quantidade de armadura original para os pilares. O consumo de concreto aumentou em 27%. A partir desses resultados, condizentes com estudos de outros autores, podemos afirmar que a estrutura está deficientemente dimensionada para resistir ao colapso progressivo e o custo associado para aumentar a sua robustez e garantir a segurança diante de um evento de perda de um pilar, é bastante elevado, o que pode tornar a

consideração do fenômeno inviável economicamente para as estruturas comuns do Brasil.

Outro aspecto bastante relevante neste trabalho é a utilização de uma análise linear dinâmica para a avaliação do colapso progressivo. A partir do método proposto, o redimensionamento da estrutura apresentou alguns ganhos quantitativos em termos de armadura necessária em relação a aplicação do Procedimento Linear Estático presente no GSA (2013) para a mesma estrutura. Como abordado, a utilização de uma análise linear dinâmica não apresenta um grau de dificuldade elevado e representa de forma mais fiel o fenômeno estudado, esses aspectos nos fazem justificar a sua utilização e questionar a remoção desta opção de análise da norma GSA mais atual.

Apesar dos aspectos positivos de utilização da análise linear dinâmica, vale ressaltar que foram desconsiderados a não linearidade na estrutura. Dessa forma, uma sugestão de trabalho futuro, seria observar o comportamento não linear da estrutura e comparar os resultados obtidos com o presente trabalho, com o objetivo de se verificar a viabilidade da utilização do método proposto em detrimento de uma análise mais complexa, como uma análise não linear dinâmica.

## REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **ACI 318 - Building code requirements for structural concrete and commentary**. Farmington Hills, 2014.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE). **ASCE/SEI 41-06 – Seismic Rehabilitation of Existing Buildings**. Reston, 2006.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE). **ASCE/SEI 7-10 – Minimum design loads for buildings and other structures**. Reston, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118: projeto de estruturas de concreto: procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

BITARELLO, G. **Colapso progressivo de estruturas de concreto pré-moldado**. 2013. p. 103. Monografia (Engenharia Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2013.

CÂMARA, L. A. **Parecer Técnico de Engenharia: Avaliação das causas do desabamento do Ed. Liberdade**. 2012.

COMPUTERS AND STRUCTURES, INC. **SAP2000** (Versão 14). Structural Analysis Program, 2009.

DEPARTMENT OF DEFENSE (DoD). **Unified Facilities Criteria (UFC): Design of Structures to Resist Progressive Collapse**. Washington DC, 2005.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). **Eurocode 2 – Design of concrete structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings**. Brussels, 2004.

GENERAL SERVICES ADMINISTRATION (GSA). **Progressive collapse analysis and design guidelines for new federal office buildings and major modernization projects**. Washington DC, 2003.

GENERAL SERVICES ADMINISTRATION (GSA). **Progressive collapse analysis and design guidelines for new federal office buildings and major modernization projects**. Washington DC, 2013.

HABERLAND, M.; STAROSSEK, U. **Progressive Collapse Nomenclature**. *In: Structures Congress 2009: Don't Mess with Structural Engineers: Expanding Our Role*, 2009, Austin. Anais... Austin: ASCE, 2009. p. 1886-1895.

KOKOT, S.; ANTHONIE, A.; NEGRO, P.; SOLOMOS, G. Static and dynamic analysis of a reinforced concrete flat slab frame building for progressive collapse. **Elsevier Engineering Structures**, v. 40, p. 205 – 217, 2012.

LARANJEIRAS, A. C. R. **Colapso Progressivo dos Edifícios: Breve Introdução**. Rio de Janeiro, 2010.

MARJANISHVILI, S.; AGNEW, E. **Comparison of various procedures for progressive collapse analysis**. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, v. 20, n 4, p. 365-374, 2006.

MASHHADI, J.; SAFFARI, H. Modification of dynamic increase factor to assess progressive collapse potential of structures. **Elsevier Engineering Structures**, v. 138, p. 72 – 78, 2017

MATIAS, B. S. **Estudo comparativo do colapso progressivo em estruturas de concreto armado**. 2016. 190 p. Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal do Ceará, 2016.

MCKAY, A; MARCHAND, K; DIAZ, M. **Alternate Path Method in Progressive Collapse Analysis: Variation of Dynamic and Nonlinear Load Increase Factors**. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*. ASCE, 2012.

MOHAMED, O. A. Progressive Collapse of Structures: Annotated Bibliography and Comparison of Codes and Standards. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 20, n. 4, p. 418-425, nov. 2006.

NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECHNOLOGY (NIST). **NISTIR 7396 - Best Practices for Reducing the Potential for Progressive Collapse Buildings**. Gaithersburg, 2007.

OLIVEIRA, C. E. M. **The influence of geometrically nonlinear effects on the progressive collapse of reinforced concrete structures**. 2015. 80 p. Tese (Doutorado em Filosofia em Ciências da Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, 2015.

OLIVEIRA, C. E. M.; BATELO, E. A. P.; BERKE, P. Z.; SILVEIRA, R. A. M.; MASSART, T. J. Nonlinear analysis of the progressive collapse of reinforced concrete plane frames using a multi-layered beam formulation. **Ibracon Structures and Materials Journal**, v. 7, n. 5, p. 845 – 855, Oct. 2014.

PINI. **Estrutura metálica versus concreto pré-moldado**. *Revista Construção Mercado*, n 123, out, 2011.

PINTO, R. S. **Não linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado**. 128p. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1997.

RAO, Singiresu. **Vibrações Mecânicas**, 4. ed. São Paulo: Pearson, 2009.

SORIANO, Humberto Lima. **Introdução à Dinâmica das Estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

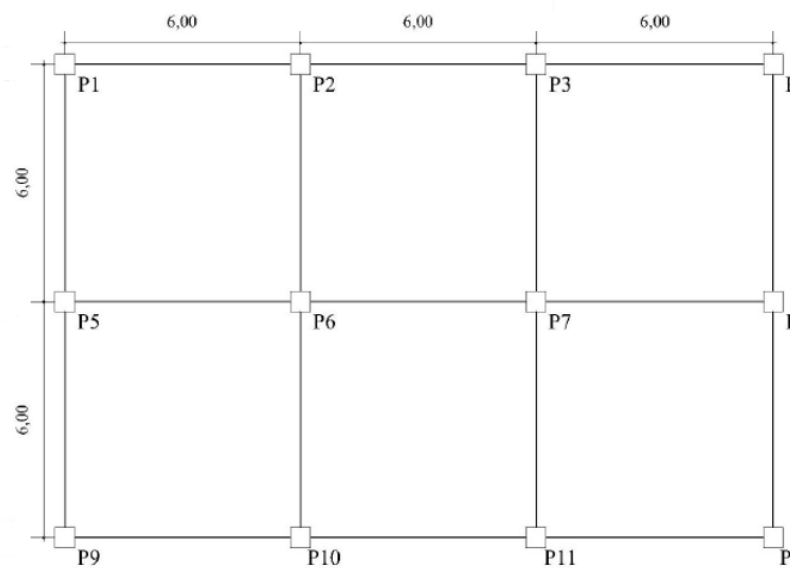
WHITE, J. K. MCGREGOR, J. G. **Reinforced concrete, mechanics and design**. 4. ed. Nova Jérícia: Pearson, 2009.

## APÊNDICE A – REMENSIONAMENTO DA ESTRUTURA

### A.1. DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

A estrutura é um edifício que apresenta quatro pavimentos, apresentando 18,0 m de comprimento no seu sentido longitudinal e 12,0 m no seu sentido transversal. Os vãos das vigas são de 6,0 m cada (Figura A. 1) e o pé-direito da estrutura é de 3,0 m para todos os seus pavimentos.

Figura A. 1 - Planta baixa da edificação



Fonte: Autora (2017)

### A.1. DADOS DA ESTRUTURA

Para esta estrutura, considerou-se um concreto com resistência à compressão  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  e com densidade  $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$ , o aço considerado para as armaduras é do CA – 50, com tensão de escoamento  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$  e módulo de elasticidade  $E_s = 200 \text{ MPa}$ .

Para o cálculo do módulo de elasticidade secante do concreto ( $E_{cs}$ ), utiliza-se a expressão recomendada pela NBR 6118 (2014):

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_c = \alpha_i \cdot \alpha_e \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

em que  $\alpha_i$  é dado por:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}$$

dessa forma:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{25}{80} = 0,8625$$

$$\alpha_e = 1,0$$

finalmente,

$$E_{cs} = 0,8625 \cdot 1,0 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25} = 24,15 \text{ GPa}$$

Os cobrimentos adotados, seguindo as recomendações da Norma brasileira, foram de 3,0 cm para as lajes e de 2,5 cm para as vigas. Considerando estes parâmetros mencionados, a estrutura, já previamente dimensionada por Matias (2016) para o Estado Limite Último e para o Estado Limite de Serviço, foi redimensionada com o objetivo de resistir ao colapso progressivo considerando o caso de carga mais desfavorável para estrutura encontrado na análise dinâmica realizada.

## A.1. AÇÕES NA ESTRUTURA

O carregamento da estrutura foi feito considerando uma cargas permanentes ( $g$ ) e cargas variáveis ( $q$ ) nas lajes de:

a) Ações nas lajes de piso:

-Peso próprio:

$$g_1 = 0,25 \cdot 25 = 3,0 \text{ kN/m}^3$$

- Revestimento:

$$g_2 = 1,0 \text{ kN/m}^3$$

- Carga acidental para edifícios residenciais:

$$q = 1,5 \text{ kN/m}^3$$

b) Ações nas lajes do forro:

-Peso próprio:

$$g_1 = 0,25 \cdot 25 = 3,0 \text{ kN/m}^3$$

- Revestimento:

$$g_2 = 1,0 \text{ kN/m}^3$$

- Carga acidental para edifícios residenciais:

$$q = 0,5 \text{ kN/m}^3$$

## A.1. CARREGAMENTO DAS VIGAS E PILARES

O modelo de análise utilizado é o de pórtico tridimensional, e o seu carregamento foi feito a partir das reações nas vigas geradas pelas lajes, solucionado via Método de Marcus (Matias – 2016). As reações nas vigas obtidas são apresentadas na Figura A. 2 e na Figura A. 3.

Figura A. 2 - Planta de carga dos pisos

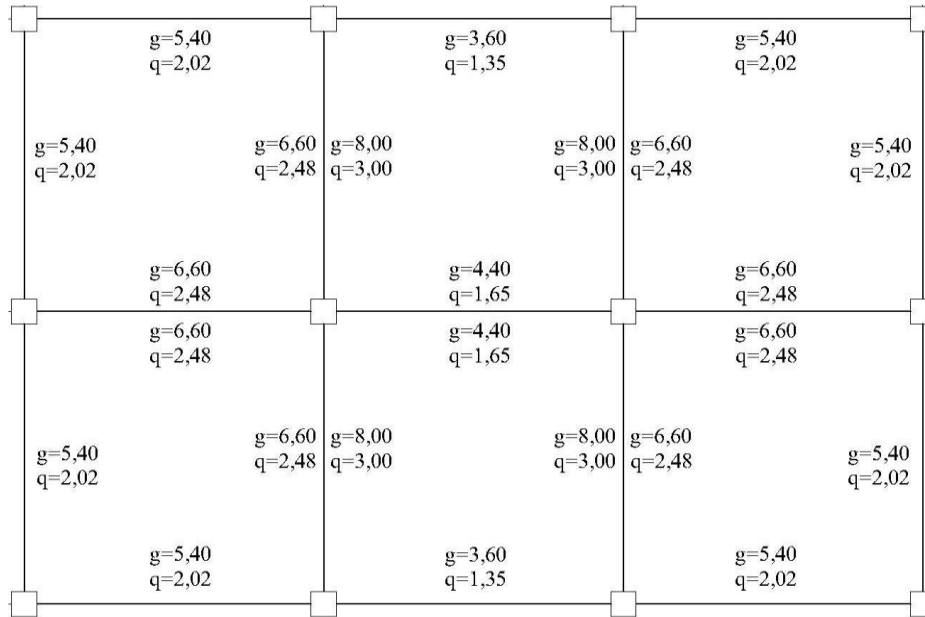
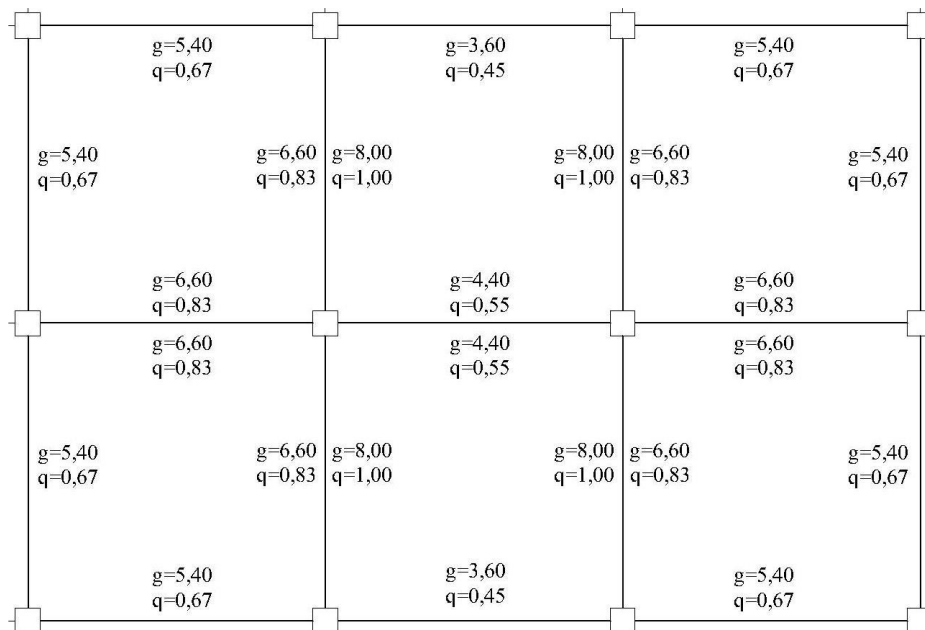


Figura A. 3 - Planta de carga do forro



A partir do carregamento obtido por Matias (2016) a estrutura foi carregada

utilizando a combinação de carga sugerida pelo guia GSA ( $G$ ):

$$G = 1,2D + 0,5L \quad (1)$$

Em que  $D$  é referente ao carregamento permanente da estrutura (*Dead – Load*) e  $L$  é referente ao carregamento variável da estrutura (*Live – Load*). O carregamento obtido para essa combinação de carga é apresentado na Figura A. 4 e na Figura A. 5.

Figura A. 4 – Combinação de carga dos pisos

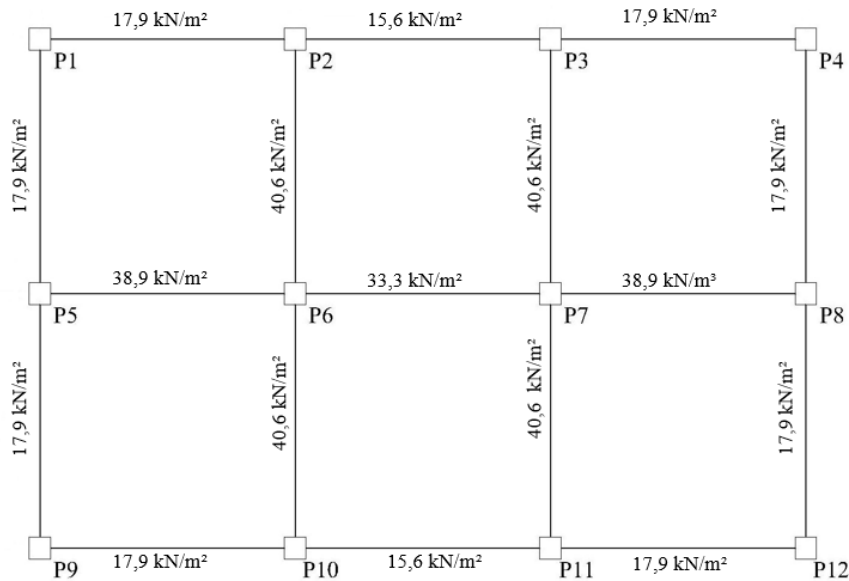
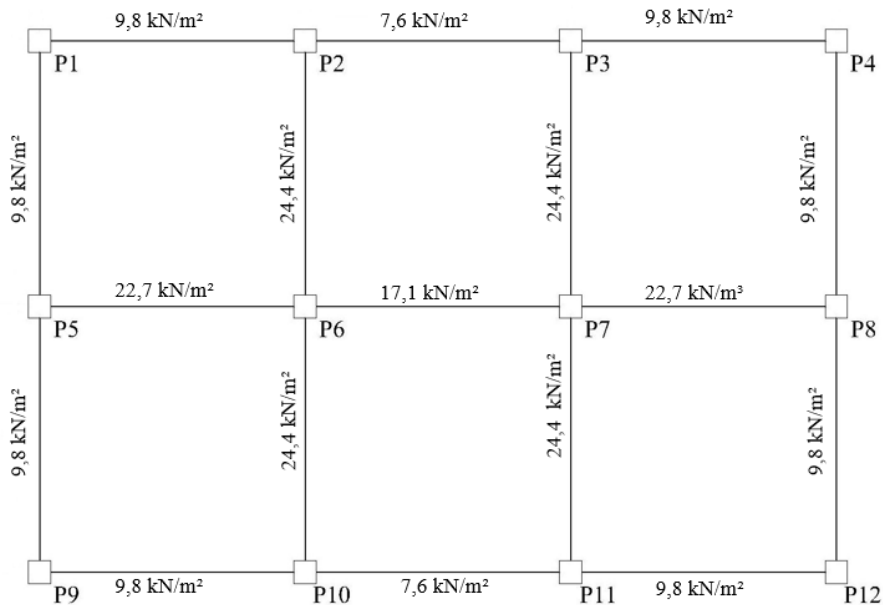


Figura A. 5 - Combinação de carga do forro



## A.1. REDIMENSIONAMENTO DAS VIGAS



O redimensionamento das vigas foi feito a partir dos casos de carga mais desfavoráveis para os elementos estruturais para cada caso de remoção de pilar e considerando a simetria da estrutura. Sugeriu-se uma altura de viga de 70 cm para as vigas V10, V13, V14 e V16 e de 60 cm para as demais vigas e a base de todas as vigas são de 20 cm, utilizou-se a ferramenta de planilhas eletrônicas do Excel para se obter as áreas de aço que aproximavam o DCR de cada elemento o mais próximo de 2,0, com o objetivo de se obter seções mais econômicas.

Utilizando duas camadas de aço para cada viga, calcula-se o momento resistente de cada elemento, calculado de acordo com o ACI – 318, de forma que a seção seja capaz de atender o critério de DCR adotado neste trabalho. Para isso, sugere-se uma determinada quantidade de armadura, em duas camadas e verifica-se a resistência da seção atende ao critério de DCR do elemento. De forma a ilustrar o processo, apresenta-se o dimensionamento da viga V5, que apresenta o pior caso de carga na consideração de remoção do P7. Em que os esforços de flexão são:

$$M_s^+ = 546,81 \text{ kNm}$$

$$M_s^- = 711,71 \text{ kNm}$$

Tabela A. 1 - Sugestão de armadura e dados da seção

Viga	Dimensões		Armadura superior	Armadura inferior
	Altura (cm)	Base (cm)		
V5	60	20	3 $\phi$ 25 + 2 $\phi$ 16	2 $\phi$ 25 + $\phi$ 20

O ACI determina que o momento resistente de uma viga de armadura simples seja determinado por:

$$M_r = A_s \times f_y \times (d - a/2)$$

em que  $A_s$  é a área de aço da seção a ser encontrada,  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço,  $a$  é a altura do bloco de concreto comprimido e  $d$  é a altura útil da seção. A altura do bloco comprimido é dada por:

$$a = \frac{A_s \times f_y}{0,85 \times f'_c \times b}$$

onde  $f'_c$  é a resistência à compressão do concreto e  $b$  a largura da seção considerada. O parâmetro  $d$  é determinado a partir do centro de gravidade das armaduras:

$$y = \frac{(0,0438 \times 3 \times \pi \times 0,025^2 + 0,1363 \times 2 \times \pi \times 0,016^2)}{3 \times \pi \times 0,025^2 + 2 \times \pi \times 0,016^2}$$

$$y = 0,04819m$$

logo:

$$d = 0,60 - 0,04819 = 0,5522m$$

Para o cálculo do momento resistente da armadura inferior, calcula-se a altura do bloco comprimido:

$$a = \frac{(3 \times \pi \times 0,025^2 + 2 \times \pi \cdot 0,016^2) \times 500}{0,85 \times 25 \times 0,20} = 0,1525 \text{ m}$$

Finalmente:

$$M_s^+ = (3 \times \pi \times 0,025^2 + 2 \times \pi \cdot 0,016^2) \times 500 \times \left(0,5522 - \frac{0,1525}{2}\right) = 308,38 \text{ kNm}$$

Considerando o fator de minoração da resistência, indicado pelo ACI – 318,  $\phi = 0,9$ :

$$\phi \cdot M_R^+ = 277,55 \text{ kNm}$$

Para o cálculo da resistência da armadura negativa (superior), prossegue-se com o mesmo procedimento:

$$y' = \frac{(0,0438 \times 2 \times \pi \times 0,025^2 + 0,066 \times \pi \times 0,016^2)}{2 \times \pi \times 0,025^2 + 2 \times \pi \times 0,02^2}$$

$$y' = 0,06032 \text{ m}$$

logo:

$$d' = 0,60 - 0,06032 = 0,5397 \text{ m}$$

Calcula-se a altura do bloco comprimido:

$$a = \frac{(2 \times \pi \times 0,025^2 + \pi \cdot 0,020^2) \times 500}{0,85 \times 25 \times 0,20} = 0,2206 \text{ m}$$

assim:

$$M_s^- = (2 \times \pi \times 0,025^2 + \pi \times 0,020^2) \times 500 \times \left(0,5397 - \frac{0,2206}{2}\right) = 402,51 \text{ kNm}$$

Aplicando o fator de minoração da resistência,  $\phi = 0,9$ :

$$\phi \cdot M_R^- = 362,26 \text{ kNm}$$

O último passo consiste na verificação do DCR da estrutura:

$$DCR^+ = \frac{M_s^+}{\phi \cdot M_R^+} = \frac{546,81}{277,55} = 2,0 \leq 2,0$$

$$DCR^- = \frac{M_s^+}{\phi \cdot M_R^+} = \frac{711,71}{362,26} = 2,0 \leq 2,0$$

O processo foi automatizado por meio de planilhas eletrônicas e foram verificados os piores casos de carga para cada elemento estrutural, determinando-se armaduras de para atender o critério de falha do DCR das vigas. A Figura A. 6 e a Figura A. 7 apresentam os DCRs finais da estrutura após o redimensionamento.

Tabela A. 2 - Conteúdo da planilha Apresentada na Figura A.6 e na Figura A.7

Coluna	Definição	Conteúdo
1	Posição da Armadura na viga	Armadura positiva ou negativa
2	Momento Solicitante	$M_s$ – Via análise – <i>SAP2000</i>
3	Fator de redução – ACI - 318	$\phi = 0,9$
4	Área de aço sugerida	$A_s$
5	Altura da viga	$h = 0,70$ m ou $h = 0,60$ m
6	Altura útil da viga para armadura positiva	$d = h - y$
7	Altura útil da viga para armadura negativa	$d = h - y'$
8	Base da seção da viga	$b_w = 0,20$ m
9	Altura do bloco comprimido	$a = \frac{A_s \times f_y}{0,85 \times f'_c \times b}$
10	Resistência à flexão da viga minorada	$\phi \times M_R$
11	DCR do elemento	$\frac{M_s}{\phi \times M_R}$

Figura A. 6 - DCR das vigas V1 a V9.

Viga	Posição	ACI 318									GSA 2003
		$M_s$ (kNm)	f	$A_s$ (m <sup>2</sup> )	h (m)	d (m)	d' (m)	$b_w$ (m)	a (m)	f x $M_n$ (kNm)	DCR
1	Inferior	368,382	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	196,76	<b>1,9</b>
	Superior	-453,637	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	251,16	<b>1,8</b>
2	Inferior	387,1381	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	196,76	<b>2,0</b>
	Superior	-461,798	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	251,16	<b>1,8</b>
3	Inferior	368,382	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	196,76	<b>1,9</b>
	Superior	-453,637	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	251,16	<b>1,8</b>
4	Inferior	546,8139	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	277,34	<b>2,0</b>
	Superior	-711,712	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	363,74	<b>2,0</b>
5	Inferior	546,8139	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	277,34	<b>2,0</b>
	Superior	-711,712	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	363,74	<b>2,0</b>
6	Inferior	546,8139	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	277,34	<b>2,0</b>
	Superior	-711,712	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	363,74	<b>2,0</b>
7	Inferior	368,382	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	196,76	<b>1,9</b>
	Superior	-453,637	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	251,16	<b>1,8</b>
8	Inferior	387,1381	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	196,76	<b>2,0</b>
	Superior	-461,798	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	251,16	<b>1,8</b>
9	Inferior	368,382	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	196,76	<b>1,9</b>
	Superior	-453,637	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	251,16	<b>1,8</b>

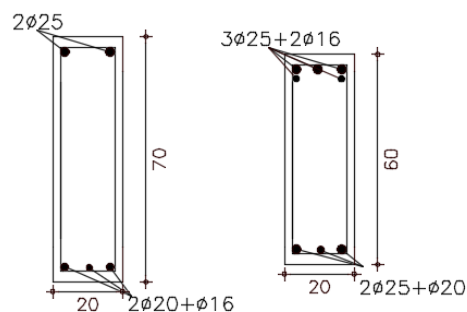
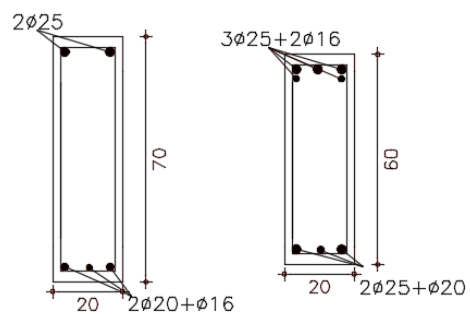


Figura A. 7 – DCR das vigas V10 a V17

Viga	Posição	ACI 318									GSA 2003
		$M_s$ (kNm)	f	$A_s$ (m <sup>2</sup> )	h (m)	d (m)	d' (m)	$b_w$ (m)	a (m)	$f \times M_n$ (kNm)	DCR
10	Inferior	439,9975	0,90	1,30E-03	0,70	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	225,06	<b>2,0</b>
	Superior	-512,385	0,90	1,87E-03	0,70	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	257,87	<b>2,0</b>
11	Inferior	513,5114	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	277,34	<b>1,9</b>
	Superior	-729,595	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	363,74	<b>2,0</b>
12	Inferior	513,5114	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	277,34	<b>1,9</b>
	Superior	-729,595	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	363,74	<b>2,0</b>
13	Inferior	439,9975	0,90	1,30E-03	0,70	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	225,06	<b>2,0</b>
	Superior	-512,385	0,90	1,87E-03	0,70	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	257,87	<b>2,0</b>
14	Inferior	439,9975	0,90	1,30E-03	0,70	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	225,06	<b>2,0</b>
	Superior	-512,385	0,90	1,87E-03	0,70	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	257,87	<b>2,0</b>
15	Inferior	513,5114	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	277,34	<b>1,9</b>
	Superior	-729,595	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	363,74	<b>2,0</b>
16	Inferior	513,5114	0,90	1,30E-03	0,60	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	277,34	<b>1,9</b>
	Superior	-729,595	0,90	1,87E-03	0,60	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	363,74	<b>2,0</b>
17	Inferior	439,9975	0,90	1,30E-03	0,70	0,5518	0,0482	0,2000	0,1525	225,06	<b>2,0</b>
	Superior	-512,385	0,90	1,87E-03	0,70	0,5414	0,0586	0,2000	0,2206	257,87	<b>2,0</b>



### A.1. REDIMENSIONAMENTO DOS PILARES

O redimensionamento dos pilares foi realizado de forma semelhante ao das vigas, propôs-se as dimensões das seções dos pilares e quantidades de armadura de forma que o DCR destes elementos atendesse ao critério de falha do guia GSA. Para isso, utilizaram-se os diagramas de interação de Flexo-Compressão, apresentados abaixo.

Tabela A. 3 – Conteúdo da planilha Apresentada na Figura A.8 e na Figura A.9

Coluna	Definição	Conteúdo
1	Fator de multiplicação da deformação	$Z$
2	Deformação na 1º camada de aço	$\varepsilon_{s1} = Z \times \varepsilon_y$
3	Tensão na 1º camada de concreto	$f_{s1} = E_s \times \varepsilon_{s1}$
4	Altura da região comprimida do concreto	$c = \frac{0,003}{0,003 + 0,005} \times d$
5	Deformação na 2º camada de concreto	$\sigma_{s2} = \left(\frac{c - d_2}{c}\right) \times 0,003$
6	Tensão na 2º camada de concreto	$f_{s2} = E_s \times \varepsilon_{s2}$
7	Altura efetiva da região comprimida do concreto	$a = \min(\beta_1 \times c; h)$
8	Força resistida pelo bloco de concreto	$C_c = 0,85 \times f'_c \times a \times b$
9	Força resistida pela 1º camada de aço	$f_{s1} = \begin{cases} f_{s1} \times A_{s1}, & \text{se } d_1 > a \\ (f_{s1} - 0,85 \times f'_c), & \text{se } d_2 \leq a \end{cases}$
10	Força resistida pela 2º camada de	$f_{s2} = \begin{cases} f_{s2} \times A_{s2}, & \text{se } d_2 > a \\ (f_{s2} - 0,85 \times f'_c), & \text{se } d_2 \leq a \end{cases}$
11	Capacidade de carga axial	$P_r = C_c + \sum F_{st}$

12	Capacidade de momento fletor	$M_r = C_c \times \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + F_{s1} \times \left(\frac{h}{2} - d_1\right) + F_{s2} \times \left(\frac{h}{2} - d_2\right)$
13	Coeficiente de redução de capacidade ( $\epsilon_t$ – deformação no aço)	$\phi = \begin{cases} 0,65, \text{ se } -0,003 \leq \epsilon_t < 0,002 \\ 0,65 + (\epsilon_t - 0,002) \times \frac{250}{3}, \text{ se } 0,002 \leq \epsilon_t < 0,005 \\ 0,90, \text{ se } \epsilon_t \geq 0,005 \end{cases}$
14	Capacidade de carga axial reduzida	$\phi \times P_r$
15	Capacidade de momento fletor reduzida	$\phi \times M_r$

Figura A. 8 – Diagrama de interação Para o P8 - Situação de Remoção do P8.

Z	ecu	ey	es1	fs1 (MPa)	c (m)	es2	fs2 (MPa)	b1	a (m)	Cc (kN)	Fs1 (kN)	Fs2 (kN)	Pn (kN)	Mn (kNm)	f	fPn (kN)	fMn (kNm)
													-1608,50	0	0,90	-1447,6	0
-6	0,00300	0,00250	-0,01500	-500,0	0,06	0,00076	151,6	0,85	0,05	428,3	-804,2	209,7	-166,2	232,8	0,90	-149,6	209,5
-4	0,00300	0,00250	-0,01000	-500,0	0,08	0,00138	276,2	0,85	0,07	593,1	-804,2	410,1	198,9	287,0	0,90	179,0	258,3
-2,5	0,00300	0,00250	-0,00625	-500,0	0,12	0,00185	369,6	0,85	0,10	833,5	-804,2	560,3	589,6	338,3	0,90	530,6	304,5
-2	0,00300	0,00250	-0,00500	-500,0	0,13	0,00200	400,7	0,85	0,11	963,7	-804,2	610,4	769,9	358,4	0,90	692,9	322,5
-1	0,00300	0,00250	-0,00250	-500,0	0,19	0,00232	463,0	0,85	0,16	1401,8	-804,2	710,6	1308,1	400,6	0,69	904,8	277,1
-0,5	0,00300	0,00250	-0,00125	-250,0	0,25	0,00247	494,1	0,85	0,21	1814,1	-402,1	760,6	2172,6	350,3	0,65	1412,2	227,7
0	0,00300	0,00250	0,00000	0,0	0,36	0,00263	500,0	0,85	0,30	2569,9	0,0	770,1	3340,0	245,4	0,65	2171,0	159,5
0,25	0,00300	0,00250	0,00063	125,0	0,45	0,00270	500,0	0,85	0,38	3246,2	166,9	770,1	4183,2	123,3	0,65	2719,1	80,1
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,40	3400,0	367,9	770,1	4538,0	62,6	0,65	2949,7	40,7
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,40	3400,0	367,9	770,1	4538,0	62,6	0,65	2949,7	40,7
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,40	3400,0	367,9	770,1	4538,0	62,6	0,65	2949,7	40,7
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,40	3400,0	367,9	770,1	4538,0	62,6	0,65	2949,7	40,7
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,40	3400,0	367,9	770,1	4538,0	62,6	0,65	2949,7	40,7
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,40	3400,0	367,9	770,1	4538,0	62,6	0,65	2949,7	40,7
													4940,1	0,0	0,65	3201,2	0,0

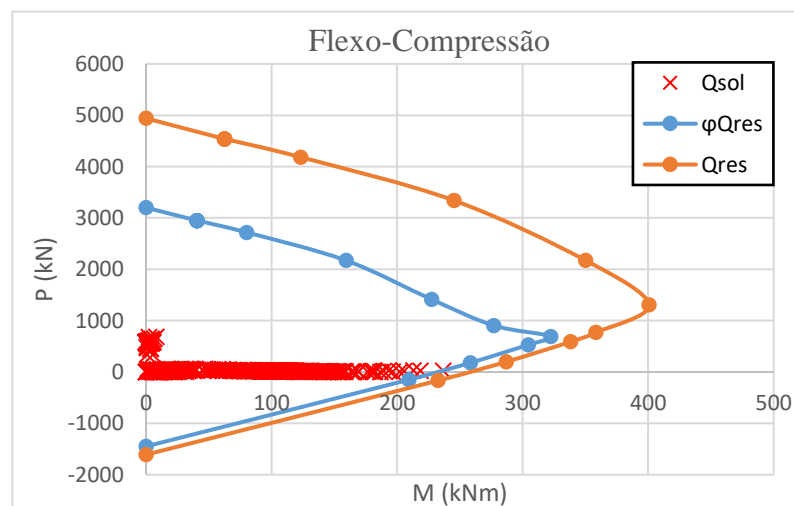
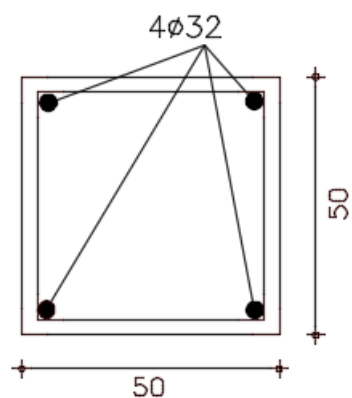




Figura A. 9 – Diagrama de interação Para o P12 - Situação de Remoção do P11.

Z	$\epsilon_{cu}$	$\epsilon_y$	$\epsilon_{s1}$	$f_{s1}$ (MPa)	c (m)	$\epsilon_{s2}$	$f_{s2}$ (MPa)	$\beta_1$	a (m)	$C_c$ (kN)	$F_{s1}$ (kN)	$F_{s2}$ (kN)	$P_n$ (kN)	$M_n$ (kNm)	$\phi$	$\phi P_n$ (kN)	$\phi M_n$ (kNm)
													-628,32	0	0,90	-565,5	0
-6	0,00300	0,00250	-0,01500	-500,0	0,06	0,00076	151,6	0,85	0,05	535,4	-314,2	81,9	303,2	170,4	0,90	272,9	153,4
-4	0,00300	0,00250	-0,01000	-500,0	0,08	0,00138	276,2	0,85	0,07	741,3	-314,2	160,2	587,3	225,6	0,90	528,6	203,1
-2,5	0,00300	0,00250	-0,00625	-500,0	0,12	0,00185	369,6	0,85	0,10	1041,9	-314,2	218,9	946,6	287,6	0,90	851,9	258,9
-2	0,00300	0,00250	-0,00500	-500,0	0,13	0,00200	400,7	0,85	0,11	1204,7	-314,2	238,4	1128,9	315,1	0,90	1016,0	283,6
-1	0,00300	0,00250	-0,00250	-500,0	0,19	0,00232	463,0	0,85	0,16	1752,2	-314,2	277,6	1715,6	383,9	0,69	1186,6	265,5
-0,5	0,00300	0,00250	-0,00125	-250,0	0,25	0,00247	494,1	0,85	0,21	2267,6	-157,1	297,1	2407,6	402,6	0,65	1565,0	261,7
0	0,00300	0,00250	0,00000	0,0	0,36	0,00263	500,0	0,85	0,30	3212,4	0,0	300,8	3513,2	379,4	0,65	2283,6	246,6
0,25	0,00300	0,00250	0,00063	125,0	0,45	0,00270	500,0	0,85	0,38	4057,8	65,2	300,8	4423,8	294,6	0,65	2875,5	191,5
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,50	5312,5	143,7	300,8	5757,0	46,7	0,65	3742,1	30,3
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,50	5312,5	143,7	300,8	5757,0	46,7	0,65	3742,1	30,3
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,50	5312,5	143,7	300,8	5757,0	46,7	0,65	3742,1	30,3
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,50	5312,5	143,7	300,8	5757,0	46,7	0,65	3742,1	30,3
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,50	5312,5	143,7	300,8	5757,0	46,7	0,65	3742,1	30,3
0,5	0,00300	0,00250	0,00125	250,0	0,61	0,00278	500,0	0,85	0,50	5312,5	143,7	300,8	5757,0	46,7	0,65	3742,1	30,3
													5914,1	0,0	0,65	3832,3	0,0

