



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ – UFC

FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIA, CONTABILIDADE E  
SECRETARIADO EXECUTIVO – FEAAC

CURSO DE CIÊNCIAS ATUARIAIS

**RONALD BERNARDES FONSECA**

MODELO DE PREVISÃO DE VOLATILIDADE APLICADO AO VALOR EM RISCO.

FORTALEZA

2012

**RONALD BERNARDES FONSECA**

**MODELO DE PREVISÃO DE VOLATILIDADE APLICADO AO VALOR EM RISCO.**

Monografia apresentada à Faculdade de Economia, Administração, Atuária, Contabilidade e Secretariado Executivo, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Ciências Atuariais.

Orientadora: Prof.Ms. Sérgio César de Paula Cardoso.

FORTALEZA

2012

Fonseca, Ronald Bernardes

Modelo de previsão de volatilidade aplicado ao Valor em Risco (VaR)./Ronald Bernardes Fonseca – Fortaleza: UFC/FEAACS, 2012.

Monografia (Graduação). – Universidade Federal do Ceará, Departamento de Administração.

3. 1. Introdução. 2. Valor em Risco e a Administração dos Riscos Financeiros 3. Modelo EWMA - Exponentially Weighted Moving Average 4. Modelo GARCH - Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity. 5. Considerações Finais.

**RONALD BERNARDES FONSECA**

**MODELO DE PREVISÃO DE VOLATILIDADE APLICADO AO VALOR EM RISCO.**

Esta monografia foi submetida à Coordenação do Curso de Ciências Atuariais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais, outorgado pela Universidade Federal do Ceará – UFC e encontra-se à disposição dos interessados na Biblioteca da referida Universidade.

A citação de qualquer trecho desta monografia é permitida, desde que feita de acordo com as normas de ética científica.

Data da aprovação \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Me. Sérgio César de Paula Cardoso(Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Profa. Me. Alana Katielli Azevedo de Macedo  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

*Dedico a Deus e minha mãe, por serem o porto seguro de toda minha trajetória.*

## **AGRADECIMENTOS**

Á Deus, por seus milagres diários e ser a fonte de toda a força para essa trajetória.

Á minha família, em especial meus pais, por me educarem e guiarem com tanto amor ao longo de minha vida.

Aos meus amigos, cujo amor e companheirismo foram imprescindíveis para a superação de cada desafio que surgiu.

Aos professores, em especial os do curso de atuária, por me mostrarem esse mundo cheio de mistérios da faculdade e da atuária, atiçando minha vontade de aprendizado.

*“Quality is more important than quantity. One  
homerun is much better than two doubles”  
(Steve Jobs)*

## RESUMO

O trabalho desenvolvido objetiva testar a eficiência da aplicação de modelos de previsão de volatilidade dentro do Valor em Risco, para o mercado brasileiro. Para alcançar esse fim, foram escolhidos dois modelos de previsão de volatilidade, o EWMA e o GARCH, e comparados a uma medida padrão de volatilidade, o desvio padrão. Com a definição dos modelos, aplicou-os a uma carteira hipotética para comparar os resultados alcançados por cada um. O modelo padrão fora reprovado pelo *backtesting* realizado, ao passo que os outros foram aprovados. O modelo padrão teve sua deficiência revelada pela crise financeira de 2008 enquanto os outros dois modelos adaptaram-se bem a ela. Assim, conclui-se que os modelos de previsão podem ser utilizados de maneira eficiente nos mercados brasileiros, porém deve-se testar seu uso previamente para avaliar se sua metodologia de cálculo adapta-se às características do portfólio em questão, uma vez que cada carteira possui seu comportamento intrínseco.

**Palavras-chave:** Modelos de previsão, EWMA, GARCH, VaR.



## **ABSTRACT**

The work aims to test the efficiency of application of models to forecast volatility in the Value at Risk for the Brazilian market. To achieve this end, we chose two models to forecast volatility, EWMA and GARCH, and compared to a standard measure of volatility, the standard deviation. With the definition of models, they were applied to a hypothetical portfolio to compare the results achieved by each. The standard model backtesting ended up failing, while the others have been approved. The standard model had her weakness revealed by the 2008 financial crisis while the other two models have adapted well to it. Thus, it is concluded that the predictive models can be used efficiently in the Brazilian Market, but must be tested to assess if their method of calculation suited to the characteristics of the portfolio in question, as each portfolio has its intrinsic behavior.

**Keywords:** Predictive models, EWMA, GARCH, VaR.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Gráfico 1 – Cotação Dólar x Real, de março a dezembro de 2008.....	14
Figura 1 – Valor em Risco para uma série hipotética de retornos.....	18
Gráfico 2 – Volatilidade de Taxas de Juros Pré-Fixados.....	22
Gráfico 3 – Retorno Logarítmico da Taxa de Juros Pré-Fixados.....	23
Gráfico 4 – Volatilidade da Taxa de Juros Pré-Fixado.....	23
Gráfico 5 – Volatilidade da cotação Real x Dólar.....	24
Gráfico 6 – Volatilidade GARCH do Petróleo com choques de mercado zero a partir de 1/2/2011.....	32
Gráfico 7- Cotações históricas do preço do petróleo WTI, em US\$.....	34
Gráfico 8 – Preço no mercado a vista da ação preferencial da Petrobrás, PETR4.....	35
Gráfico 9 – Preço no mercado a vista da ação preferencial do Banco Bradesco, BBDC4.....	36
Gráfico 10 – Série da Taxa de compra da LTN, eixo à esquerda. Série de PU da LTN, eixo a direita.....	38
Gráfico 11 – Série da Taxa de compra da NTN-B, eixo à esquerda. Série de PU da NTN-B, eixo a direita.....	39
Gráfico 12 – Índice do IPCA acumulado 12 meses.....	40
Gráfico 13 – Percentual do Valor em Risco Padrão em relação a Carteira de ativos, ao longo do tempo.....	41
Gráfico 14 – Valor de Mercado da carteira de ativos pelo tempo, no eixo à direita. Volatilidade medida pelo desvio padrão, pelo tempo, no eixo à esquerda.....	42
Gráfico 15 - Percentual do Valor em Risco EWMA em relação a Carteira de ativos, ao longo do tempo.....	43
Gráfico 16 – Valor de Mercado da carteira de ativos pelo tempo, no eixo a direita. Volatilidade medida pelo EWMA, pelo tempo, no eixo à esquerda.....	44
Gráfico 17 - Percentual do Valor em Risco GARCH em relação a Carteira de ativos, ao longo do tempo.....	47
Gráfico 18 – Valor de Mercado da carteira de ativos pelo tempo, no eixo à direita. Volatilidade medida pelo GARCH, em termos percentuais sobre valor da carteira, pelo tempo, no eixo à esquerda.....	48
Gráfico 19 – Evolução dos ganhos e perda da carteira com VaR calculado pelo método padrão.....	49
Gráfico 20 – Evolução dos ganhos e perda da carteira com VaR calculado pelo método EWMA.....	50
Gráfico 21 – Evolução dos ganhos e perda da carteira com VaR calculado pelo método GARCH.....	50

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores de pagamentos de contraparte feitos pela AIG entre 4º Trimestre de 2008 e 1 Trimestre de 2009. ....	16
Tabela 2 – Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de preço do Petróleo WTI. ....	35
Tabela 3 – Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de preço da ação preferencial da Petrobrás, PETR4. ....	36
Tabela 4 – Médias anuais dos preços da ação BBDC4. ....	37
Tabela 5 – Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de preço da ação preferencial do Banco Bradesco, BBDC4. ....	37
Tabela 6 - Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de PU das Letras do Tesouro Nacional. ....	39
Tabela 7 – Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de PU das Notas do Tesouro Nacional série B, NTN-B. ....	40
Tabela 8 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados do Petróleo. ....	44
Tabela 9 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados da ação Petr4. ....	45
Tabela 10 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados da ação BBDC4. ....	45
Tabela 11 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados do PU LTN. ....	45
Tabela 12 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados do PU NTN-B. ....	45
Tabela 13 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados da ação BBDC4, de 2004 a 2008. ....	46
Tabela 14 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, , para parâmetros GARCH, dos dados da ação BBDC4, de 2008 até abril de 2012. ....	46
Tabela 15 – Comparativo dos Modelos. ....	51

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**BIS** – Banking for International Settlements

**BMF-Bovespa** – Bolsa de Mercadorias e Futuros Bovespa.

**EUA** – Estados Unidos da América.

**EWMA** – Exponentially Weighted Moving Average

**GARCH** – Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

**i.i.d** – Iguais e identicamente distribuídos

**VaR** – Valor em Risco

## SUMÁRIO

1.	Introdução .....	12
2.	Valor em Risco e a Administração dos Riscos Financeiros.....	13
2.1.	Inconstância dos mercados.....	13
2.2.	O legado das perdas.....	14
2.3.	O Valor em Risco .....	17
3.	Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) .....	21
3.1.	Propriedades e Premissas .....	21
3.2.	Modelo de Previsão.....	25
4.	Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH).....	27
4.1.	Propriedades e Premissas .....	27
4.2.	Modelos de Previsão .....	29
5.	Resultados .....	33
5.1.	Descrição da carteira de ativos .....	33
5.2.	VaR com Desvio Padrão .....	40
5.3.	VaR com EWMA .....	42
5.4.	VaR com GARCH.....	44
5.5.	Comparativo.....	48
5.6.	Análise dos resultados obtidos .....	51
6.	Considerações Finais.....	52
	REFERÊNCIAS.....	54

## 1. Introdução

No mercado financeiro utilizam-se algumas métricas para avaliar o risco de um ativo ou uma carteira. A métrica mais difundida atualmente é o Valor em Risco (VaR), por se tratar de uma métrica de simples compreensão, sendo o valor máximo que o determinado ativo ou carteira pode perder em um horizonte de tempo e intervalo de confiança pré-estabelecidos. Segundo Eduarda de La Rocque (2004) essa é a métrica mais adequada para fundos de investimento e mesas de operações, de maneira mais geral, para instituições financeiras, fora criado especificamente para elas. Sua melhor adequação a essas instituições deve-se ao fato que nelas suas posições em geral são mais líquidas, portanto sua marcação a mercado traduz de maneira mais fiel seu patrimônio e uma perda de valor, foco do VaR, reflete uma perda desse patrimônio, assim representando bem o risco aos administradores dos riscos dessas instituições.

Uma das informações necessárias ao desenvolvimento dessa métrica é uma medida de volatilidade. Comumente utiliza-se como medida de volatilidade o desvio padrão de uma série histórica ou aplica-se a ele algum ajuste, como por exemplo, realizar médias móveis com o desvio padrão. Porém, ao realizar esses procedimentos, assume-se uma premissa, de que a volatilidade do passado será a mesma do futuro. Essa premissa pode falhar, uma vez que os mercados financeiros mudam com certa velocidade sua estabilidade, por conseguinte sua volatilidade.

Esse trabalho objetiva testar os modelos de previsão de volatilidade EWMA e GARCH, como insumos do cálculo do valor em risco, para o mercado brasileiro. Para atingir esta finalidade, fora necessário primeiro exemplificar o que é volatilidade, definir o que é o Valor em Risco, bem como os dois modelos a serem testados e escolher uma carteira de ativos. Após todos esses passos, aplicou-se os modelos aum backtesting, para testar como seria sua eficiência no passado.

## **2. Valor em Risco e a Administração dos Riscos Financeiros.**

O valor em Risco, também conhecido como VaR, é uma prática atualmente difundida em alguns meios, notoriamente o bancário. Ao longo deste capítulo será abordado o motivo do surgimento dessa prática, que está interligado com o desenvolvimento de áreas próprias para a administração dos riscos. Por fim, também será apresentado o que é especificamente o VaR, definição que será usada ao longo desse trabalho.

### **2.1. Inconstância dos mercados.**

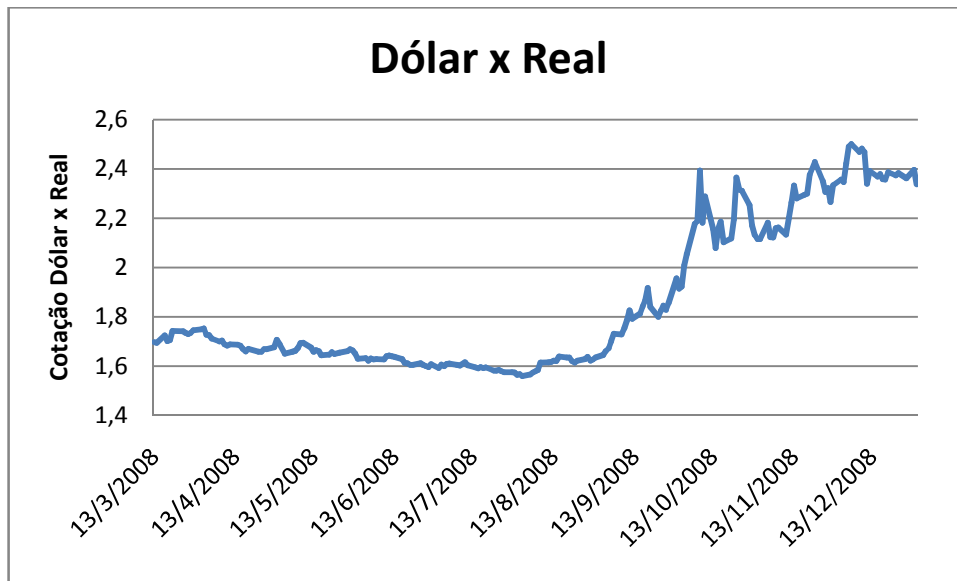
Os cenários econômicos, a níveis micro e macro, estão em constante mudança, de tal forma que uma possível estabilização completa desses cenários seria altamente improvável, uma vez que o próprio mundo apresenta-se em mudança constante, de tal modo que esses cenários são, por vezes, reflexo dessas mudanças ou são, em outras vezes, a causa dessas mudanças.

Pode-se enumerar algumas mudanças recentes que alteraram o panorama de diversos ativos financeiros ou até da chamada economia real, como fez Jorion (1999), onde citou alguns fatos ocorridos desde a década de setenta até meados dos anos 90. De forma similar, realizar-se-á um breve histórico de eventos similares, em impactos, ocorridos nos anos 2000.

- a) Bolha da Internet (2001);
- b) Crise Argentina (2001);
- c) Atentado do 11 de setembro (2002);
- d) Estouro Crise do SubPrime(2008);
- e) Crise das dívidas Públicas Européias– (2011);

Nesses casos, eventos incontroláveis estão presentes nas economias mundiais afetando-as algumas vezes de maneira bem drástica. Por exemplo, em 2008, conforme pode ser visto no Gráfico 1, a taxa de câmbio Real x Dólar mudou inesperadamente e saiu de 1,5730 em 05/08/2008 para 2,4120 em 29/12/2008, ou seja, em quatro meses houve um aumento de 53%, causando um verdadeiro caos para quem opera com câmbio.

Gráfico 1 – Cotação Dólar x Real, de março a dezembro de 2008



Fonte: Elaboração do Autor.

Essa brusca variação levou a sérias perdas aqueles que não estavam preparados para um cenário tão caótico como o que ocorreu. Por exemplo, a empresa Sadia, do ramo alimentício, especulou com o uso de derivativos, não se protegeram adequadamente contra a variação cambial. Com esse grave erro por parte de sua área financeira, a empresa acumulou perdas na ordem de R\$ 777 milhões, que levou a companhia a aceitar uma oferta hostil de fusão, feita pela sua grande concorrente, Perdigão, segundo jornal Folha de São Paulo (19 de maio de 2009)

Esse tipo de variação que ocorre, às vezes abruptamente, é o que no mercado pode-se chamar de volatilidade. Em um sentido mais amplo, segundo a BM&F/Bovespa (2012), volatilidade é:

Variável que indica a intensidade e a frequência das oscilações nos preços de um ativo financeiro (ação, título, fundo de investimento) ou de índices das bolsas de valores em um determinado período de tempo, a volatilidade é um dos parâmetros mais utilizados como forma de medir o risco de um ativo.

Há diversas formas de medir a volatilidade dos ativos, uma delas são os modelos de previsão, que tentam prever essa volatilidade, assunto de fundamental importância para aqueles que buscam gerir competidamente seus riscos.

## 2.2. O legado das perdas

Nos recentes anos, meados entre 2008 e 2012, os mercados financeiros e diversas economias estão experimentando crises por muitos ainda não vista, afetando de sobremaneira não só os



mercados, como também a vida das pessoas, através da criação ou fechamento de empregos ou medidas de aperto econômico. Esse estado calamitoso levou grandes empresas com história e tamanho gigantesco, a falirem. Há dois casos exemplares que ocorreram nesse período, o do banco americano Lehman Brothers e o caso da gigante do seguro a AIG.

Após a bolha da internet, ocorrida nos primeiros anos da década de 2000, o então presidente do Banco Central americano, Alan Greenspan, defendeu que deveria se aplicar em ativos reais, notoriamente os imóveis, de tal forma a orientar ações como subsídio de taxa de juros, redução de impostos sobre imóveis, dentre outros. Assim, os EUA experimentaram um forte crescimento do ramo, tanto no crescimento da indústria, como nos financiamentos de imóveis e outras intermediações.

O banco americano Lehman Brothers era o quarto maior banco de investimentos dos EUA. Durante o boom imobiliário, o Lehman investiu fortemente no setor imobiliário, dentro das suas aplicações existiam aquelas lastreadas ou feitas voltadas para o público chamado de *subprime*. Os grupos chamados de *subprime* eram aqueles cujo risco de inadimplência era maior, pois não tinham comprovação formal de renda ou ainda histórico de atrasos e inadimplência em outros créditos, portanto era uma classe de maior risco.

O Lehman foi experimentando taxas cada vez mais elevadas de inadimplência, assim, após alguns anos, foi obrigado a declarar muitas operações como de liquidação duvidosa, obrigando a provisionar montantes cada vez maiores, até chegar ao ponto de não receber, pondo um enorme montante financeiro em prejuízo. Em setembro de 2008, o banco, apresentou ao mercado um prejuízo de US\$ 7,8 bilhões, o maior da sua história.

Com esse prejuízo, o banco buscou ajuda do governo federal dos EUA, que não socorreu a instituição, levando-a a declarar concordata e assim se tornar uma das maiores quebras da história, fato que desencadeou uma série de outras quebras ou quase quebras no mercado, tornando o cenário mais devastador da economia desde o crash de 29.

A fim de entender a quase falência da gigante do seguro, AIG, deve-se antes conhecer um tipo de contrato derivativo feito, o chamado *Credit Default Swap* (CDS). Esse tipo de contrato funciona similarmente ao de um seguro. Nele existem três agentes, aquele que está vendendo, o que está comprando e a operação a ser segurada. Quem está comprando, deseja proteger-se de um evento de risco, que é a inadimplência da contraparte de uma operação e para se proteger desse risco, paga um prêmio ao vendedor. Em caso de inadimplência, o vendedor paga ao comprador o montante devido da operação, portanto assumindo todo o risco de crédito que a operação envolve.

A seguradora AIG, por meio de sua área financeira, se expos em larga escala a esse risco, realizando inúmeros contratos CDS. As operações seguiam bem e lucrativas até o estouro da crise, principalmente após a quebra do Lehman Brothers, quando vários bancos entraram em situações complicadas de liquidez e ainda muitos continham operações com o próprio Lehman, que não foram honradas. Com essa onda de inadimplência, vários dos CDS foram exigidos, em um curto espaço de tempo, levando a AIG a beira da falência por não poder contar com meios para pagar todos os contratos.

O governo norte-americano se viu forçado a fazer empréstimos ponte em valores antes nunca praticados para salvar a AIG, já que seus contratos envolviam diversas outras instituições financeiras e, caso ela entrasse em concordata, seria instalado um caos ainda maior nos mercados mundiais.

No Tabela 1 são apresentados os contratos CDS que foram pagos pela AIG no quarto trimestre de 2008 e primeiro trimestre de 2009.

Tabela 1 – Valores de pagamentos de contraparte feitos pela AIG entre 4º Trimestre de 2008 e 1 Trimestre de 2009.

Contraparte	Valor em US	Contraparte	Valor em US
<a href="#">Société Générale</a>	\$4.100.000.000,00	<a href="#">Deutsche Bank</a>	\$2.600.000.000,00
<a href="#">Goldman Sachs</a>	\$2.500.000.000,00	<a href="#">Merrill Lynch</a>	\$1.800.000.000,00
<a href="#">Calyon</a>	\$1.100.000.000,00	<a href="#">Barclays</a>	\$ 900.000.000,00
<a href="#">UBS</a>	\$800.000.000,00	<a href="#">DZ Bank</a>	\$ 700.000.000,00
<a href="#">Wachovia</a>	\$700.000.000,00	<a href="#">Rabobank</a>	\$ 500.000.000,00
<a href="#">KfW</a>	\$500.000.000,00	<a href="#">JPMorgan</a>	\$ 400.000.000,00
<a href="#">Banco Santander</a>	\$300.000.000,00	<a href="#">Danske Bank</a>	\$ 200.000.000,00
<a href="#">Reconstruction Finance Corporation</a>	\$200.000.000,00	<a href="#">HSBC Bank</a>	\$ 200.000.000,00
<a href="#">Morgan Stanley</a>	\$200.000.000,00	<a href="#">Bank of America</a>	\$ 200.000.000,00
<a href="#">Bank of Montreal</a>	\$200.000.000,00	<a href="#">Royal Bank of Scotland</a>	\$ 200.000.000,00
Outros	\$4.100.000.000,00	<b>Total</b>	<b>\$22.400.000.000,00</b>

Fonte: Wikipédia apud AIG Disclosures.

Esses dois casos ilustram que a imprudência de operadores pode ser extremamente perigosa em um cenário de alta volatilidade do mercado, no qual taxas ou índices que variam dentro de um determinado patamar, passam a oscilar em um patamar bem maior. Para evitar esse tipo de situação, ao longo da história, foram se desenvolvendo as técnicas de gestão de

risco.

As grandes perdas e quebras da história possuem um papel fundamental na evolução da gestão de risco, já que são elas que revelam as fraquezas dentro do sistema. Assim, ao serem reveladas, desenvolvem-se métodos mais robustos para evitar que essa mesma falha leve a outras quebras e prejuízos da mesma magnitude.

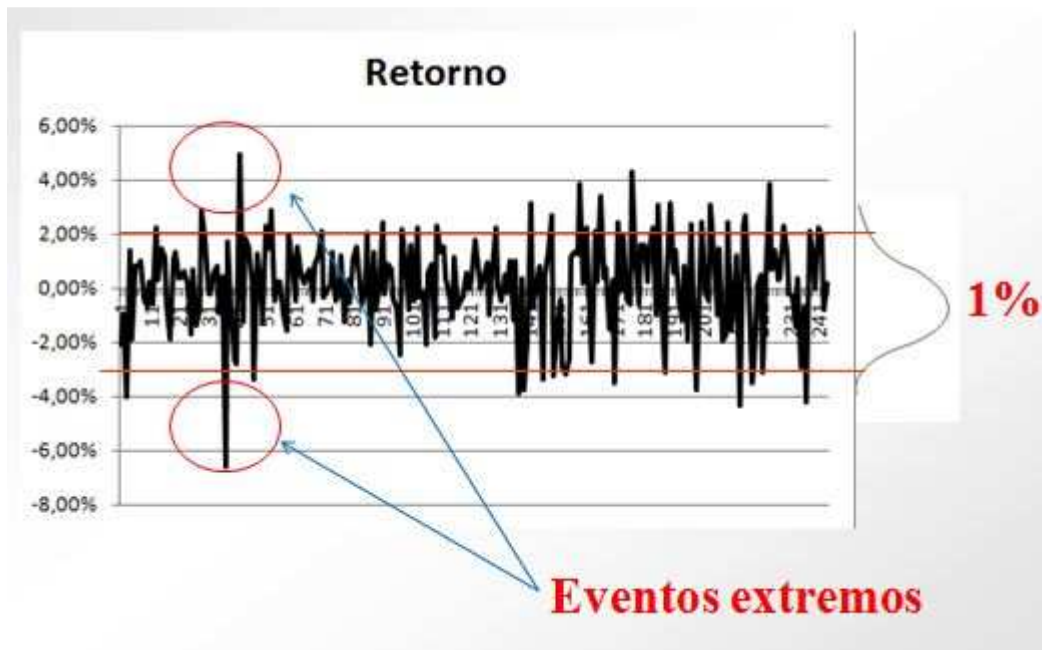
Por exemplo, no começo do ramo bancário, logo se viu a necessidade de se estudar o risco de crédito, tendo em vista a popularização dos empréstimos e por consequência, o aumento dos calotes. Na década de setenta, vários movimentos econômicos e políticos afetaram de sobremaneira os mercados mundiais, levando diversos participantes dele a terem grandes prejuízos, daí observou-se a necessidade do estudo do risco de mercado. No início da década de noventa houve alguns casos, um dos quais levou a uma quebra histórica, que foi o banco Barings, onde falhas nos controles operacionais levaram a inúmeras perdas e em alguns casos a quebras, revelando a necessidade do estudo do risco operacional.

### **2.3. O Valor em Risco**

Carol Alexander (2008, p.13) define Valor em Risco (VaR) como : “Valor em Risco é uma perda da qual se tem razoável certeza de que não será excedida caso mantiver-se o portfólio por certo período de tempo”. O desenvolvimento dessa métrica ajudou aos investidores e órgãos fiscalizadores, posto que ela oferece em um único número uma noção do nível de risco incorrido pela instituição, seja a um fator exclusivo ou ao portfólio inteiro. O Conceito comum de VaR é dado por Jorion (1999, p. 18) “O VaR sintetiza a maior perda esperada dentro de determinado período de tempo e intervalo de confiança”.

A Figura 1 exemplifica, com um intervalo de confiança é 1%, como o interesse é controlar as perdas, o destaque será para a parte inferior, de acordo com o VaR apenas 1% das perdas devem estar abaixo da linha que demarca esses 1%.

Figura 1 – Valor em Risco para uma série hipotética de retornos.



Fonte: Dr. Marcos Antonio Leonel Caetano.

O VaR possui grande utilidade para as próprias instituições, já que ele facilitou a administração de suas carteiras de modo mais eficiente, facilitando também a implementação de políticas de risco mais objetivas e mais controláveis. Quando bem usado, cumpre bem sua finalidade, de ser uma ferramenta auxiliar na gestão dos riscos financeiros, ajudando a evitar que novos casos e novas catástrofes ocorram.

A difusão do VaR como medida de risco, levou a um aumento dos controles, tanto das próprias empresas, quanto dos diversos participantes do mercado, porém por outro lado, acabou viciando algumas instituições, que focam sua administração simplesmente em gerar um bom número de VaR, ignorando, entretanto, que ele é somente uma métrica e não uma forma de gestão. É importante observar também que o VaR só funciona em situações de normalidade e as grandes perdas geralmente não ocorrem ou não se revelam nesses períodos e sim naqueles atípicos ou estressados. Além disso, o investidor pode estar limitando sua exposição, mantendo seu VaR baixo, mas se não houver controle sobre suas contrapartes, sua liquidez ou outros fatores que lhe expõem, essas poderão causar-lhe grandes perdas, como em alguns dos casos citados neste capítulo. Portanto, ao utilizar-se o VaR, se faz de grande importância adotá-lo em sua proposta inicial, uma medida para auxiliar a mensurar o risco, ao invés de um método de gestão de risco.

Existem diversas maneiras de se realizar o cálculo do VaR: i) os modelos numéricos, como os baseados em simulações de Monte Carlo; ii) os modelos econométricos, baseados

em simulações históricas e; iii) os derivados de distribuições estatísticas, os modelos paramétricos.

Independente do modelo que se adota, há duas variáveis básicas, comum a todos os modelos, que são características do VaR, o nível de confiança e o horizonte de tempo. Sempre que se observa um número do VaR, a sua análise depende do nível de confiança e de seu horizonte de tempo, permitindo a comparação com outros casos e a compreensão da sensibilidade do valor.

O nível de confiança no Brasil é, para alguns setores, definido pelo Banco Central e Conselho Monetário Nacional e atualmente está estabelecido em 99%. Para controles internos, o número é definido de acordo com a própria empresa, sendo os mais praticados 95%, 97,5% e 99%. O nível de confiança nos indica o erro associado ao VaR. Por exemplo, para um nível de confiança de 99%, em 100 dias ou 100 observações, espera-se que a perda ultrapasse o VaR uma vez.

O horizonte de tempo trata do período de tempo que as perdas serão carregadas, é o chamado período de manutenção, o tempo o qual você carregará a carteira até se desfazer dela.

Neste trabalho serão utilizados duas formas para se calcular o VaR, ambas paramétricas. Uma para o qual será medido o VaR de cada instrumento financeiro isolado e outro que calculará o VaR da carteira como um todo.

A fórmula para VaR isolado:

$$VaR = \Phi^{-1}(1 - \alpha) \cdot \sqrt{h} \cdot \sigma \cdot P \quad (1)$$

Onde:

$\Phi$  = Função normal padronizada.

$\alpha$  = nível de significância, que será estabelecido em 1%.

$h$  = horizonte de tempo para o qual o VaR é calculado, foi fixado em 10 dias.

$\sigma$  = volatilidade calculada.

$P$  = Preço a mercado dos instrumentos financeiros.

A fórmula para VaR agregado da carteira:

$$VaR = \Phi^{-1}(1 - \alpha) \cdot \sqrt{h} \cdot \sqrt{P^{-1} \cdot COV \cdot P} \cdot P \quad (2)$$

Em que:

$\Phi$  = Função normal padronizada.

$\alpha$  = nível de significância, que será estabelecido em 1%.

$h$  = horizonte de tempo para o qual o VaR é calculado, foi fixado em 10 dias.

COV = Matriz de variâncias e covariâncias da carteira.

P = Matriz com os valores de mercado.

Escolheu-se ambos os modelos paramétricos, baseados na distribuição normal, com média 0, dado que este modelo é adotado como base na regulamentação sugerida pelo BIS (*Banking For International Settlements*), inclusive sendo adotada no Brasil como modelo padrão. E, por convenção, de acordo com o modelo adotado no Brasil, o índice de confiança praticado pela regulamentação é de 99%, o que gera um resultado de 2,33 na função normal padronizada, de acordo com o modelo aqui aplicado também, adotar-se-á o horizonte padrão de 10 dias úteis para o período de manutenção. As volatilidades a serem utilizadas serão três, a primeira que será tida como *benchmark*, é o desvio padrão dos retornos e as outras duas serão providas pelos modelos de previsão de volatilidade posteriormente explicados, o EWMA e o GARCH.

A seguir no próximo capítulo, será estudado o modelo EWMA, que se trata de um ajuste exponencial feito a série original de volatilidade, procurando captar as variações do mercado, para assim ter a medida de volatilidade mais apropriada.

### 3. Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

O EWMA ou médias móveis exponencialmente ponderadas é um método de suavização exponencial utilizado principalmente em séries financeiras. Como o próprio nome já sugere, nesse modelo há um fator exponencial de ponderação dos valores dos dados. Portanto, ao se usá-lo, deixa-se de considerar igualmente todas as informações nas bases de dados.

#### 3.1. Propriedades e Premissas

Quando se trata igualmente todas suas observações, obtêm-se uma boa estimativa histórica acerca delas. Portanto ao se trabalhar com a volatilidade, obtêm-se, nesse caso, uma medida ideal para se usar ao longo de um período maior, posto que se acredita que no longo prazo essa medida se replicará, ou seja, há uma estabilidade nos níveis de oscilação do mercado, à longo prazo. No entanto, essa medida no curto prazo poderá não ser a mais adequada uma vez que, há uma grande influência dos acontecimentos recentes, ou seja, há certo nível de dependência entre o nível de volatilidade apresentado hoje, com relação àquele apresentado ontem. Entretanto, no longo prazo, a volatilidade tenderá para o nível previamente estabelecido.

A fórmula estatística do modelo de variância EWMA é:

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1 - \lambda)r_{n,t-1}^2 + \lambda\hat{\sigma}_{t-1}^2 \quad (3)$$

Em que:

$\lambda$  = constante de suavização ou fator de decaimento.  $0 < \lambda < 1$

$\sigma_t^2$  = volatilidade calculada.

$r_n$  = retorno logarítmico da série, do ativo n.

Para um portfólio tem-se:

$$\hat{\sigma}_{12t}^2 = (1 - \lambda)r_{1,t-1}r_{2,t-1} + \lambda\hat{\sigma}_{1,2,t-1} \quad (4)$$

Essas fórmulas representam a variância, assim, para transformá-las em uma medida de volatilidade, extrai-se a raiz quadrada de  $\sigma^2$ .

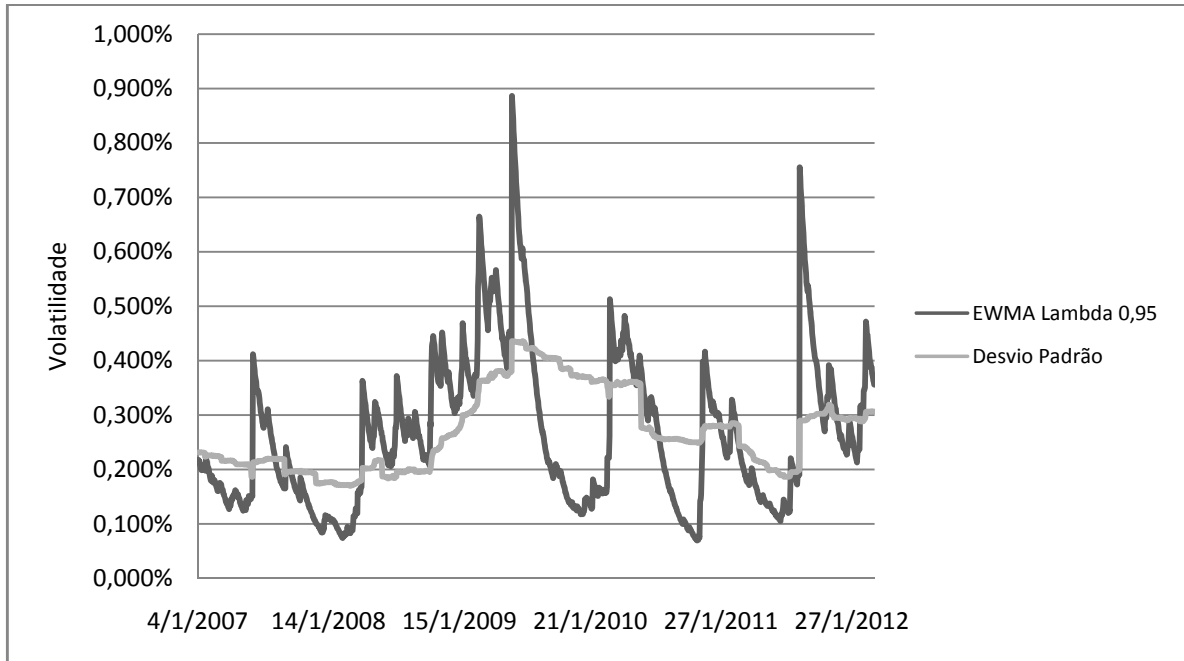
Como pode ser observado no Gráfico 2, há uma diferença considerável entre a medida de volatilidade comum, que trata igualmente todas as informações e a calculada pelo EWMA, ambas aplicadas para a mesma série de taxas de juros pré-fixados, medidas através de taxas

---

<sup>1</sup> Para maior dedução da fórmula, pesquisar Jorion 1997.

referenciais de contratos de SWAP DIxPRE, divulgados pela BMF-Bovespa.

Gráfico 2 – Volatilidade de Taxas de Juros Pré-Fixados.



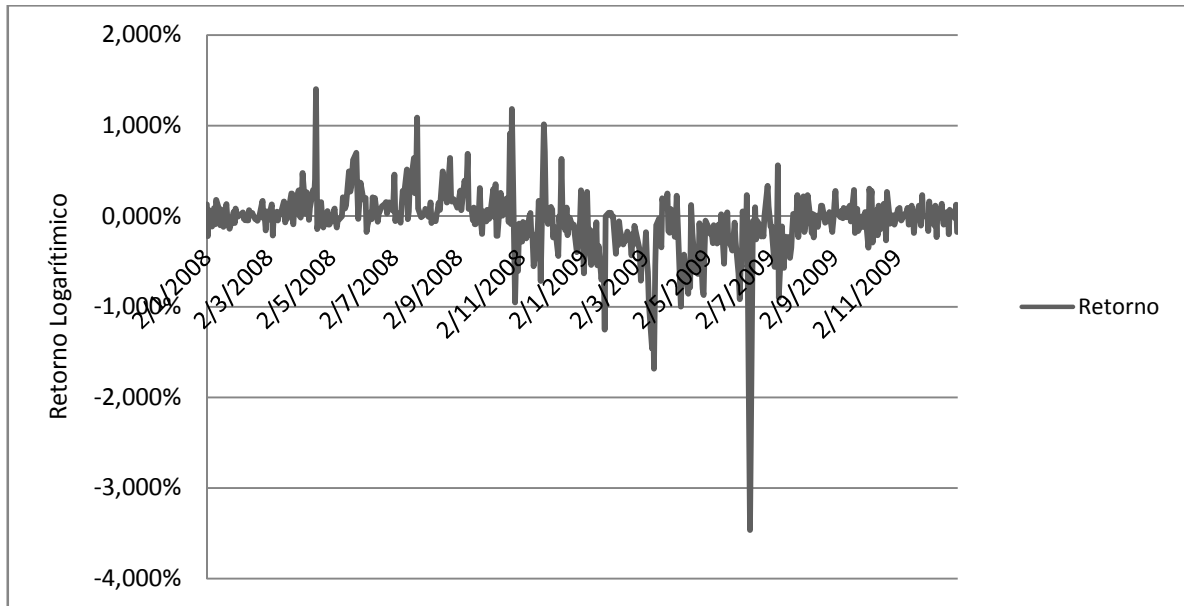
Fonte: Elaboração do Autor.

O Gráfico 2 mostra como a volatilidade calculada pelo EWMA é mais sensível às variações no mercado, ao mesmo tempo em que, ela mais rapidamente volta a patamares inferiores à medida que os acontecimentos que acabaram por elevá-la tornam-se eventos passados, diferentemente do desvio padrão tradicional, que carrega consigo essas informações por mais tempo, logo, tendo uma reatividade às mudanças de cenário bem inferior. Vale-se ressaltar que a sensibilidade do EWMA é bem diversificada, por causa do seu fator de suavização, assim, pode-se ter modelos EWMA bem mais reativos que outros.

Os gráficos 3 e 4 demonstram como o modelo EWMA responde melhor aos movimentos apresentados nas séries originais.

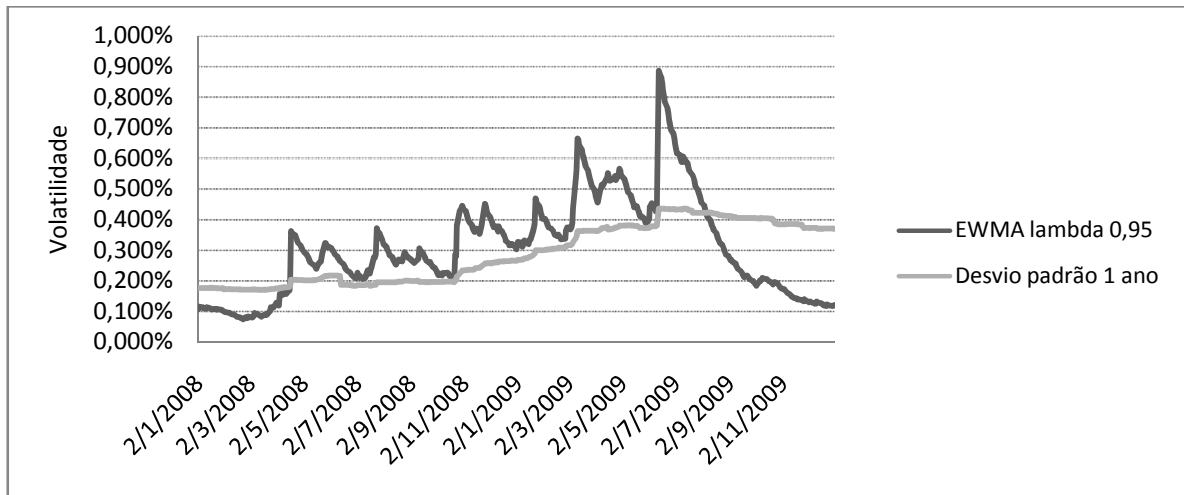


Gráfico 3 – Retorno Logarítmico da Taxa de Juros Pré-Fixados



Fonte: Elaboração do Autor.

Gráfico 4 – Volatilidade da Taxa de Juros Pré-Fixado.



Fonte: Elaboração do Autor

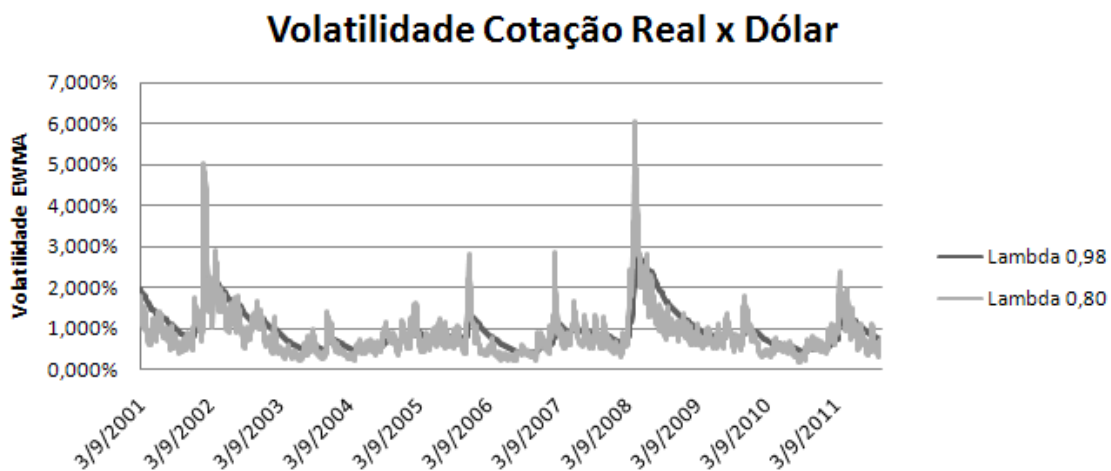
Na análise dos gráficos 4 e 5, pode-se notar nos momentos em que houve maiores alterações nos retornos da taxa pré, eles foram rapidamente incorporados à volatilidade prevista pelo EWMA, de tal modo que seus picos de oscilação coincidem. Já o desvio padrão, demora a incorporar essas oscilações, tendo uma resposta mais demorada que o EWMA.

O fator de suavização,  $\lambda$ , é responsável por duas características do modelo: a reatividade e a resistência. De acordo com a fórmula, há duas partes, ambas dependentes do  $\lambda$ . A primeira,  $(1 - \lambda) r_{(t-1)}^2$ , é responsável pela reatividade, ou seja, é o que dá a força que os recentes movimentos na série terão sobre a volatilidade. O outro termo,  $\lambda \hat{\sigma}_{t-1}^2$ , carrega a

resistência, o significa que, independente do ocorrido no dia de hoje, a volatilidade de hoje terá forte influência da de ontem.

Como ambos os termos dependem do  $\lambda$ , o equilíbrio entre a reatividade total, que seria alcançada com  $\lambda = 0$  e a total resistência a mudanças,  $\lambda = 1$ , se dá justamente na escolha do valor do fator. Como pode se notar, quando o fator for menor, o valor tenderá a ser mais volátil, a oscilar mais com as subidas e descidas apresentadas nas séries e já um fator mais próximo a 1, indicará que ele terá uma resistência alta em sair dos patamares anteriores.

Gráfico 5 – Volatilidade da cotação Real x Dólar



Fonte Elaboração do Autor.

No Gráfico 6, nota-se a grande diferença da volatilidade medida por dois modelos EWMA, para as cotações históricas de Real x Dólar, o modelo que possui maior  $\lambda$  apresenta uma série mais suave, com menos picos, porém mantendo a volatilidade alta por mais tempo, ao passo que a série com o lambda menor respondeu mais rapidamente as mudanças nos retornos, conforme o esperado.

A assunção de dependência entre a resistência e a reatividade por meio do fator de suavização é a principal premissa do modelo, apesar de nem sempre se pode efetivamente afirmar que exista tal relação. Outra premissa do modelo é que ele fora baseado em uma série i.i.d, independente e identicamente distribuído, portanto a variância dos retornos não mudará ao longo do tempo, característica que nem sempre se é possível garantir.

Outra desvantagem do modelo é que o mesmo fator de suavização para todo o portfólio, ou seja, taxas de juros, terão o mesmo fator de suavização que taxas de câmbio, commodities ou outros. Porém, o ideal seria contar com o fator mais indicado para cada tipo,

apesar de o ser escolhido de maneira subjetiva.

### 3.2. Modelo de Previsão

O fator de suavização utilizado no EWMA assume que os retornos da série provem de uma normal multivariada i.i.d, isso implica que a volatilidade medida pelo EWMA será constante ao longo do tempo. Para se chegar a estimativas de volatilidade para períodos diversificados, deve-se coletar o retorno com bases temporárias diferentes. Assim, ao realizar-se a medição dos retornos, para uma volatilidade diária, medem-se retornos diários, em caso anual, mede-se o retorno em base anual. Há ainda a possibilidade de se transformar uma medida de um dia para outro tempo, através de uma aproximação que seria multiplicar pela raiz quadrada do tempo desejado. Pode-se usar essa regra dado o fato de os retornos são normais multivariados i.i.d.

A regra da raiz quadrada do tempo pode ser aplicada pois:

$$\begin{aligned} \text{Se } X &\sim N(\mu, \sigma^2) \\ \text{Então } aX &\sim (a\mu, a^2\sigma^2) \end{aligned}$$

Portanto, se multiplicarmos por  $\sqrt{t}$ , então o desvio padrão será o equivalente para o período  $t$ .

Com nossa premissa de normalidade, temos que a estimativa do erro padrão, em termo percentual do valor da previsão de volatilidade, é a seguinte:

$$\frac{est(\hat{\sigma}_t)}{\hat{\sigma}_t} \approx \sqrt{\frac{1 - \lambda}{2(1 + \lambda)}}^2$$

Vale-se ressaltar que essa medida de erro é apenas uma estimativa. No entanto, é uma estimativa válida para poder se balizar e ajustar o modelo, na escolha do fator de suavização adequado.

No modelo adotado neste trabalho, será adotado o fator de suavização de 0,95, valor definido arbitrariamente. Segundo a estimativa de erro padrão, ele apresenta aproximadamente 10% de erro e carregará consigo informações dos últimos 90 dias, que é um período considerado suficiente para análise da situação da volatilidade do mercado para o curto prazo. No documento RiskMetrics (1996), fora definido arbitrariamente o fator de 0,94 para o VaR de um dia, dado que ele carrega as informações dos últimos 74 dias e de 0,97 para o VaR de um mês, segundo uma metodologia própria, na qual eles calculam um fator ótimo

---

<sup>2</sup>Para dedução da fórmula, consultar Carol Alexander 2008

para cada série de dados, de acordo com sua matriz de volatilidades, ao final eles fazem uma média ponderada desses fatores e definem um que será aplicado a todo o portfólio.

Ressalta-se que não há um método estatístico pré-definido que fornecerá a melhor estimativa do fator de suavização, portanto é de fundamental importância a sensibilidade do responsável pela elaboração do modelo com os números apresentados, já que a escolha do  $\lambda$  deverá equalizar e equilibrar da maneira mais representativa para sua carteira as duas características já mencionadas do modelo, a reatividade e a resistência. Uma má escolha desse fator levará a medidas não condizentes com a realidade do seu portfólio, por conseguinte uma má medição dos níveis de riscos, sejam eles mais conservadores ou mais propensos ao risco. Portanto, independentemente do critério adotado para se estimar seu fator de suavização, a experiência e conhecimento do elaborador será imprescindível para um bom e realista modelo.

O próximo capítulo será dedicado ao estudo do modelo GARCH, ao qual o EWMA é um caso particular. Ao se entender suas especificidades, espera-se encontrar a melhor forma de ajustá-lo a uma carteira de ativos, tal como fora feito com o EWMA.

#### **4. Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)**

O modelo EWMA descrito no capítulo anterior, na verdade é um caso específico de um modelo estocástico mais geral, o GARCH. Como fora visto, o EWMA capta as variações recentes da série de dados, gerando uma estimativa de volatilidade condizente com essas variações, no entanto possui a limitação na hora de fazer previsões, dado que ele simplesmente assume que aquela medida gerada se prolongará para os próximos dias, não importando quantos sejam. Já o GARCH, que será detalhado adiante, possui uma melhor capacidade para fazer essas previsões.

##### **4.1. Propriedades e Premissas**

Os mercados financeiros são conhecidos por serem voláteis e inconstantes, uns mais que outros, e, por causa disso, é complicado afirmar que seus retornos sigam uma série i.i.d. Existem os ciclos econômicos, onde há os momentos de prosperidade nos quais as oscilações tendem a ser menores e também os momentos de crise, em que os mercados geralmente ficam agitados e oscilam bastante, o que em inglês fora definido como “VolatilityClustering” por Mandelbrot (1963), que em tradução livre é “Agrupamentos de Volatilidade”. Para que esse agrupamento seja notado, é necessário possuir uma série de dados com, pelo menos, uma frequência diária. Séries anuais dificilmente terão essa ligação, pois é um tempo longo em que muito acontece no mercado e acabam por tornar-se séries mais suave. O mesmo se aplica a uma base de dados mensal, porém dependendo do tamanho da crise e do mercado, é possível notar, algumas vezes, o agrupamento.

Um modelo capaz de captar esse comportamento nos mercados é de grande importância. A volatilidade é fundamental no processo de avaliação de risco de uma carteira, é ela quem vai indicar quais as chances de perda do portfólio. Há outro processo no qual ela se mostra vital, no apreçamento de operações com derivativos. Para essas operações há diversos modelos para seu apreçamento e neles a volatilidade sempre está presente como fiel da balança para que a operação seja precificada com um preço justo. Portanto, um modelo que não seja capaz de medir corretamente a volatilidade, seja no curto ou no médio e longo prazo, pode levar a sérios erros de avaliação, que podem se tornar prejuízos acima do limite estipulado caso ocorram movimentos adversos nos mercados.

Para compreender a distinção entre o EWMA e o GARCH, faz-se necessário o

entendimento da diferença entre a volatilidade condicional e a incondicional. A volatilidade incondicional pressupõe que a volatilidade dos períodos passados se replicará para os períodos futuros, não havendo uma tendência dentro desse período. Assim, na medição dessa volatilidade, a ordem dos retornos não terá importância, somente seus valores brutos estarão sendo considerados. Essa pode ser considerada como uma estimativa de volatilidade a longo prazo, ou seja, uma medida para a qual tenderá a volatilidade no futuro, e por causa dessas propriedades, é uma medida ideal para uso por órgãos reguladores e em legislações que tratem de medidas para um prazo mais longo.

A volatilidade condicional, por sua vez, está sempre mudando, uma vez que considera que os retornos recentes contêm mais informações para a volatilidade, ou seja, os retornos dos últimos dias contêm mais informações para prever a volatilidade dos próximos dias. Por causa disso, a sua estimativa varia de acordo com o tempo, não somente aquele usado para seu cálculo, como também o tempo para o qual é projetado. Outra característica derivada dessa propriedade é a sua melhor consistência para o curto prazo, dado que as informações recentes possuem maior importância. No entanto, o efeito dessas mudanças recentes dilui-se ao longo do tempo, além de que, para prazos maiores, outros acontecimentos surgirão e estes afetarão a volatilidade do momento.

Pelo exposto acima, esclarece-se que não há uma dualidade entre as volatilidades condicional e incondicional, dado que elas, apesar de ambas serem medidas de volatilidade, não possuem, dentro dos modelos, exatamente a mesma finalidade. De fato, pode-se usar a volatilidade incondicional para curto e curtíssimos prazos, da mesma forma que pode-se usar a condicional para prazos médios e longos, no entanto ao fazê-lo estar-se-á agindo contra as indicações desses modelos e, portanto, assumindo um erro que não se consegue mensurar.

O desvio padrão dos retornos da série, como fora visto anteriormente, é comumente utilizado como medida de volatilidade, posto que em sua fórmula de cálculo não há nenhum tipo de ordenamento cronológico dos retornos e calcula-se o quanto o atual retorno difere de uma média de todo o período abordado, nota-se que ele pertence ao conjunto dos modelos de volatilidade incondicional. Utiliza-se essa medida principalmente para longos períodos, inclusive fora recomendado como medida padrão para supervisão pelo documento RiskMetrics (1996) e integra parte dos modelos sugeridos no segundo acordo de Basiléia<sup>3</sup>.

O modelo EWMA é incondicional, dado que sua previsão de volatilidade é única para todo o futuro. Porém, ele pode ser considerado um modelo misto, uma vez que ele considera

---

<sup>3</sup>Para maiores informações consultar Banking For International Settlements 2009

as variações mais recentes com impacto maior que as mais antigas. O EWMA poderá obter medidas mais próximas à métodos incondicionais, tais como o desvio padrão, ou próximos às medidas condicionais, como o GARCH, esse ajuste se dá pelo seu fator de suavização  $\lambda$ . Quanto maior for o fator, o resultado obtido pelo EWMA deve se aproximar mais do desvio padrão, porém não necessariamente quanto menor mais se aproximará do GARCH, dado que esse último também possui outras variáveis influenciadoras. Por causa das suas características, um modelo EWMA bem ajustado fornecerá uma boa medida de volatilidade, no entanto o problema reside que ela seria como uma foto, pois seria estática ao longo do tempo. Portanto, dependendo da calibração por meio do  $\lambda$ , o EWMA poderá fornecer medidas boas para o médio e longo prazo ou poderá fornecer boas medidas para o curtíssimo prazo.

O GARCH, por fim, é um modelo condicional. Será mostrado na sequência do capítulo as razões para ele o ser. Inicialmente, sabe-se que ele é auto-regressivo, ou seja, para se calcular o valor do modelo para o período  $t$ , o resultado do modelo para  $t-1$  será considerado. Outra característica do modelo é a heterocedasticidade condicional. A heterocedasticidade ocorre quando um modelo assume a hipótese de que as variâncias são distintas para as diversas observações e ela é condicional, já que o modelo a condiciona ao tempo. Mesmo com essa relação com o tempo, assume-se que essa variância irá oscilar de acordo com uma distribuição estatística, por isso há tanto esforço e tantas diversificações nos modelos GARCH na literatura, uma vez que pode-se ajustar modelos de acordo com as mais variadas distribuições estatísticas. Para uso neste trabalho, usar-se-a normal como fonte de aleatoriedade da variância.

## **4.2. Modelos de Previsão**

Nesta seção serão apresentadas as bases matemáticas do modelo, bem como seu modo de utilização para construir as previsões de volatilidade para a carteira e a melhor forma de se estimar seus parâmetros.

Quando se calcula o risco de uma carteira há dois modos de fazê-lo. O primeiro consiste em calcular separadamente o risco de cada elemento que a compõe e após isso, somarem-se os riscos e chegar assim a um risco global da carteira. Nesse modo, utilizam-se as volatilidades univariadas, de acordo com as séries de retornos individuais dos ativos da carteira. Outro modo é calcular o risco da carteira toda de uma só vez, para tal serão usadas técnicas para conseguir fazer esse cálculo unificado, nesse caso a volatilidade multivariada será a indicada. Neste trabalho apenas será aplicado à primeira forma, da unificação dos casos

univariados.

Um modelo GARCH ( r, s ) é dado por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (5)$$

Em que:

$$\alpha_0 > 0$$

$$\alpha_i \geq 0$$

$$\beta_j \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i) < 1, q = \max ( r, s )$$

Essa é a equação da variância condicional, portanto a volatilidade condicional será dada pela sua raiz quadrada. Como se pode ver, as variâncias em diversos períodos no tempo estão correlacionadas, portanto não são identicamente distribuídas nem independentes.

O primeiro termo da equação,  $\sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t-i}^2$ , representa o choque de mercado, no qual vamos assumir em nosso modelo que  $X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$  e  $\varepsilon_t \sim N ( 0, \sigma^2 )$ .

Assim será considerado, para este trabalho, que os choques de mercado seguirão uma normal com média 0 e desvio padrão  $\sigma^2$ . Outras distribuições poderão ser ajustadas, assim como outros parâmetros. Dessas variações surgem modelos de extensão do GARCH, que podem ser aplicados a casos mais específicos.

Também para aplicação neste trabalho, será utilizado o modelo GARCH (1,1). Ou seja, o modelo constitui-se:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha X_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (6)$$

Nesse modelo, caso a variância do mercado deixe de existir, seu valor tenderá para um valor de volatilidade que é a volatilidade incondicional do modelo, ou seja, a variância que existe inerente ao mercado. Essa volatilidade incondicional é diferente da incondicional do EWMA, posto que ela não se baseia em uma distribuição i.i.d. Para se encontrar o valor dessa variância assume-se que se busca um valor que satisfaça a seguinte condição:

$$\sigma_t^2 = \sigma_{t-1}^2 = \sigma^2 \quad (7)$$

Como se trabalha com a hipótese de normalidade de  $X_t$  usa-se o fato de  $E(X_{t-1}^2) = \sigma_{t-1}^2$ , assim tem-se:

$$\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1-(\alpha+\beta)} \quad (8)$$



Dessa forma, obtém-se a variância incondicional do modelo GARCH (1,1) baseado na normal<sup>4</sup>. Como fora apontado por Galdi e Pereira (2007) e pode ser confirmado pela fórmula, nesse modelo a volatilidade incondicional é constante. Isso leva o modelo a necessitar ser reajustado a um determinado período de tempo, para não ficar defasado.

A estimação dos parâmetros será feita através de maximização da seguinte função de Log-Verossimilhança:

$$\ell(\alpha, \beta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left( \ln(\sigma_t^2) + \left( \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \right)^2 \right) \quad (9)$$

Com as estimativas dos valores dos parâmetros, encontram-se os valores de previsão de volatilidade. Diferentemente dos modelos anteriormente vistos, para se fazer a previsão de volatilidade, o GARCH além dos parâmetros necessita de um horizonte de tempo, uma vez que sua volatilidade não é constante. Todas as previsões realizadas considerarão todos os dados até o último dia da base de dados. Dessa forma, consegue-se elaborar não somente a estimativa do dia seguinte faz-se uma estrutura a termo de volatilidade futura. Para se encontrar a volatilidade do primeiro dia após o último dia da base de dados, usa-se a seguinte equação:

$$\hat{\sigma}_{T+1}^2 = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha} X_T^2 + \hat{\beta} \sigma_T^2 \quad (10)$$

Em que T é o último dia da base de dados. Para os demais dias, há uma consideração a ser feita, tendo em vista que não sabemos o valor do choque de mercado,  $X_{T+1}$ . Assim, a melhor forma de se estimar seus futuros valores, é com base no seu valor esperado, como assumimos que ele segue uma normal  $N(0, \sigma^2)$ , Então:

$$E_T(\varepsilon_t^2) = \sigma_{T+1}^2$$

Logo,

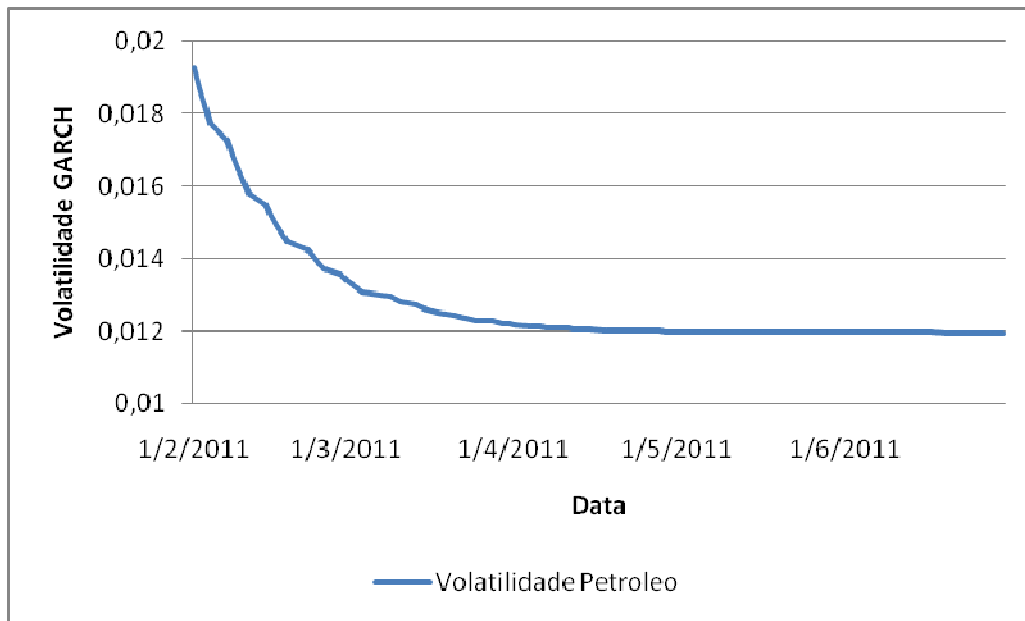
$$\hat{\sigma}_{T+s+1}^2 = \hat{\alpha}_0 + (\hat{\alpha} + \hat{\beta}) \sigma_{T+s}^2 \quad (11)$$

Ao realizar as previsões para diversos dias a frente, espera-se que o efeito do último choque do mercado se dilua ao longo do tempo e a volatilidade do modelo tenderá a convergir para a volatilidade incondicional, que seria o valor de volatilidade inerente do mercado, que não muda, como pode ser observado no Gráfico 6, em que se considerou choques de mercado 0 a partir do dia 1º de fevereiro de 2011, dessa forma pode-se observar que a volatilidade prevista fora decaindo até estabilizar-se após alguns meses.

<sup>4</sup>Para desenvolvimento mais detalhado, consultar Alexander (2008)

<sup>5</sup>Para melhor entendimento, consultar Morettin e Tolo (2006)

Gráfico 6 – Volatilidade GARCH do Petróleo com choques de mercado zero a partir de 1/2/2011.



Fonte: Elaboração do Autor.

O Gráfico 6 mostra, ainda, o tempo que um choque de mercado permanece afetando a volatilidade, de acordo com o modelo. Nesse exemplo, do último choque até a estabilização completa, transcorreram-se 97 dias de negociação, ou seja, aproximadamente os quatro meses demonstrados no gráfico.

No próximo capítulo os modelos aqui apresentados, EWMA e GARCH, serão aplicados e comparados ao modelo benchmark, o derivado da volatilidade padrão. A carteira a qual serão aplicados esses modelos também será definida, buscando dar certa representatividade do mercado brasileiro, tendo em vista que este estudo é voltado para esse mercado.

## 5. Resultados

Ao longo do trabalho, foram apresentados três modelos para se calcular a volatilidade e aplicá-las ao Valor em Risco paramétrico, que também fora apresentado nos capítulos iniciais. Agora será apresentada a carteira de ativos que a ser utilizada. Ela será composta por cinco ativos, que serão descritos individualmente. Com base nos três modelos apresentados, será calculado o VaR dos três modelos individualmente e analisados seus resultados individuais, por meio de *backtesting*. Ao final, realizar-se-á um comparativo dos resultados apresentados pelos três modelos.

### 5.1. Descrição da carteira de ativos

A carteira que será trabalhada para a aplicação dos modelos vistos nos capítulos anteriores será composta por cinco ativos financeiros, a saber:

- a) Petróleo WTI spot, ou seja o preço à vista no mercado norte americano, que é bastante usado no mercado brasileiro como referência para essa commodity:
- b) Ação preferencial da Petrobrás, que há certo tempo é um dos parâmetros do humor do mercado acionário nacional, sendo responsável atualmente por cerca de 10% do volume total negociado no mercado à vista de ações.
- c) Ações preferenciais do Banco Bradesco, por representar um importante setor da economia, o bancário, além de ser uma das maiores empresas do país.
- d) Títulos públicos LTN, que são prefixados, por serem considerados parâmetros oficiais do mercado de taxas de juros.
- e) Títulos públicos NTN-B, que são aqueles indexados ao IPCA, portanto representando a inflação, outro componente de suma importância para o mercado brasileiro.

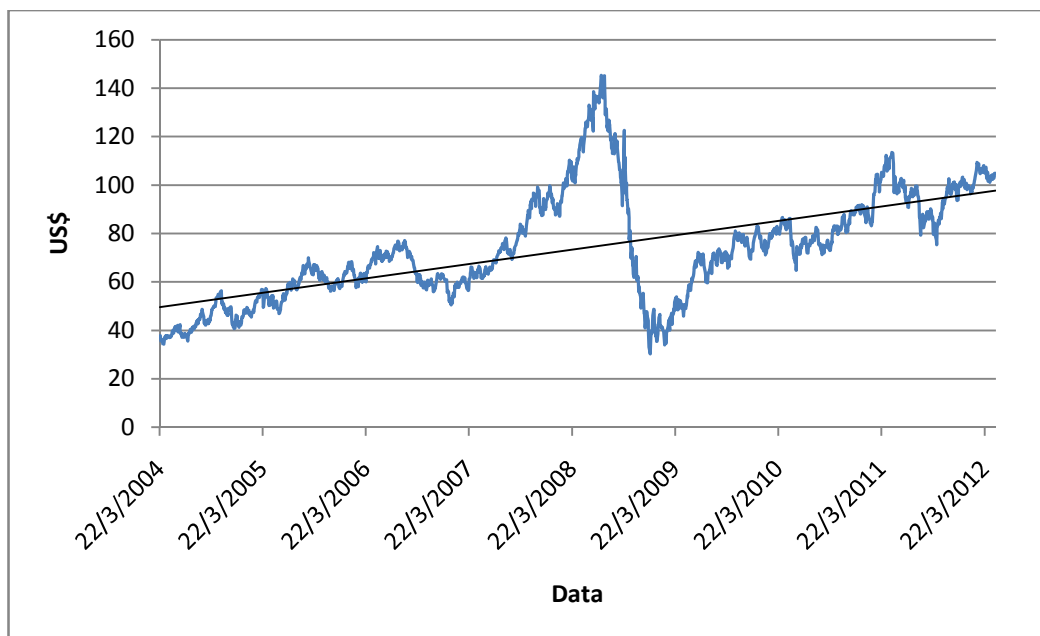
Agora far-se-á uma breve descrição dos dados, ao longo do período estudado. Os dados foram coletados desde março de 2004 até abril de 2012. Em seguida, foram identificadas algumas distinções quanto aos dias de operação de cada um, assim, os dias em que não apresentavam dados para todos os cinco ativos foram excluídos. Outro ajuste feito, foi a exclusão dos dias em que houve agrupamentos ou desagrupamento nas ações, dado que nesses dias houve uma quebra na sequência de preços que não reflete a volatilidade do

mercado. Nas séries de dados restantes, cada uma conta com 1949 observações, portanto uma série longa o suficiente para que boas estatísticas sejam obtidas.

O primeiro ativo analisado é o preço do petróleo. O Gráfico 7 permite ter macro visão do ocorrido com essa commodity ao longo do período estudado. Como é sugerido pela linha de tendência linear aplicada, há um forte indicativo que os preços, apesar de sua grande oscilação, seguem uma crescente ao longo do tempo.

Ao longo do período, seu valor oscilou entre o mínimo de \$ 30,28 em dezembro de 2008 e o máximo de \$ 145,31 em julho do mesmo ano, com preço médio de R\$ 72,64.

Gráfico 7- Cotações históricas do preço do petróleo WTI, em US\$



Fonte: Elaboração do Autor.

No Gráfico 7 ficam evidenciadas fortes oscilações entre 2008 e 2009, fato que pode ser constatado na Tabela 2 que fornece o desvio padrão dos retornos logarítmicos da série por ano e também de todo o período. Outro fato interessante de se observar é certa estabilidade do desvio padrão em torno de 2% quando há uma situação de normalidade, ou pelo menos, sem crises de porte mundial.

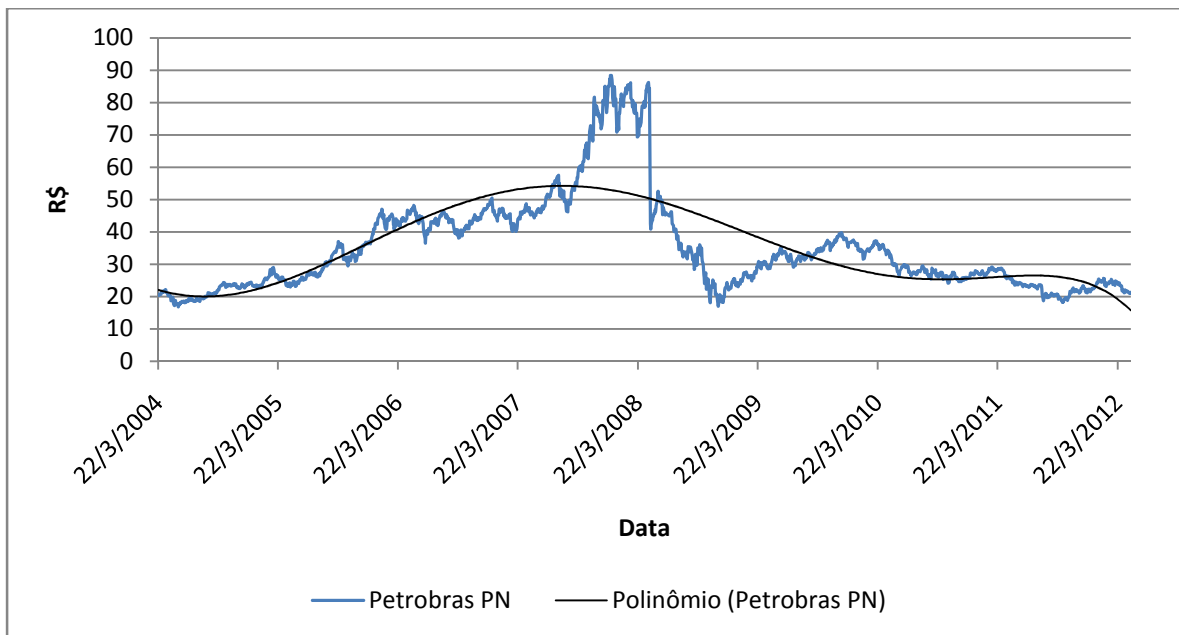
Tabela 2 – Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de preço do Petróleo WTI.

2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Total
<b>2,31%</b>	2,25%	1,87%	1,89%	4,08%	3,60%	1,87%	2,23%	1,29%	2,59%

Fonte: Elaboração do Autor.

O próximo conjunto de ativos analisados são as ações preferenciais da Petrobrás, cujo símbolo na bolsa é PETR4. Pode-se observar no Gráfico 8, que ela teve dois momentos bem distintos no período analisado, um de 2004 até meados de 2008 e outro de 2008 até os atuais dias. No primeiro, ela apresenta uma trajetória crescente, no entanto após atingir seu ápice, entrou em uma descendente, com uma breve estabilização entre 2010 e 2011. A linha de tendência polinomial de 6º grau aplicada ajuda a observar esses movimentos. Em abril de 2008 houve um desdobramento de 1 para 2 nas ações, por isso as ações “caíram” da faixa de 80 reais para 40 abruptamente

Gráfico 8 – Preço no mercado a vista da ação preferencial da Petrobrás, PETR4.



Fonte: Elaboração do Autor.

Com relação a volatilidade dessa ação, a Tabela 3 mostra o comportamento por ano e também do período todo, dos retornos logarítmicos dela. Nota-se um comportamento similar ao do preço do petróleo, onde se mantém um nível relativamente constante nos primeiros anos, atinge um pico em 2008 e depois retorna para os valores prévios. Diferentemente do petróleo, a ação já começou a ficar mais volátil no fim de 2007, já refletindo o princípio da crise mundial de 2008. Lembrando que o início da crise de 2008 se deu em agosto de 2007,

quando o banco francês BNP Paribas anunciou não conseguir mensurar as perdas de sua divisão de investimentos no mercado subprime norte-americano. Esse fato afetou mais rapidamente os mercados financeiros, antes de afetar as commodities. Há um fato curioso entre esses dois ativos, sua correlação no período de 2004 até abril de 2008 é altíssima, com o índice de 0,93, ou seja correlação positiva quase perfeita. Já a correlação de abril de 2008 a abril de 2012 apresenta um índice de apenas 0,24, bem inferior ao do período anterior.

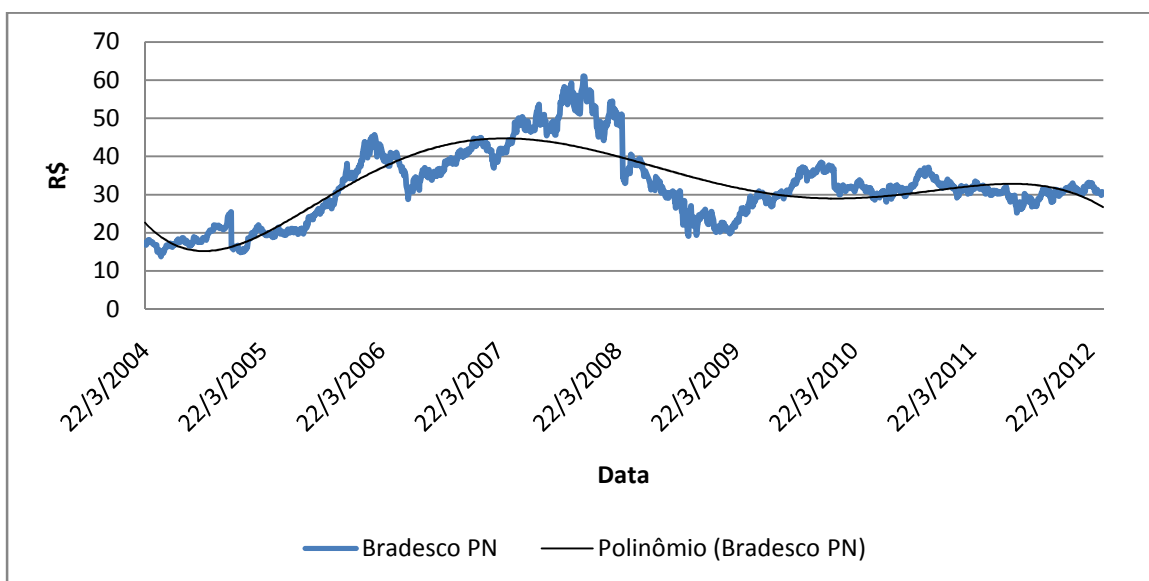
Tabela 3 – Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de preço da ação preferencial da Petrobrás, PETR4.

2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Total
<b>1,78%</b>	1,90%	1,93%	2,28%	4,13%	2,14%	1,77%	1,79%	2,04%	2,33%

Fonte: Elaboração do Autor.

Analisando as ações preferenciais do Banco Bradesco, cujo símbolo na bolsa é BBDC4, nota-se um comportamento similar aos das ações da Petrobrás, posto que ambos apresentam um crescimento até 2008. Após essa fase de crescimento, há uma queda e, em seguida, uma certa estabilidade, ou como se diz popularmente no mercado, a ação passou a “andar lateralmente”. Também foi usada uma linha de tendência polinomial do 6º grau no Gráfico 9 para facilitar a visualização desses movimentos na ação.

Gráfico 9 – Preço no mercado a vista da ação preferencial do Banco Bradesco, BBDC4.



Fonte: Elaboração do Autor.

A Tabela 4 mostra as médias dos preços anuais da ação, o que ajuda a notar o movimento de valorização da ação até 2008, depois sua desvalorização e a partir de 2010 as médias estão muito próximas, confirmando a tendência de horizontalidade sugerida pelo Gráfico 9.

Tabela 4 – Médias anuais dos preços da ação BBDC4.

<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>
<b>18,22</b>	23,45	38,15	48,37	35,16	29,31	32,27	30,21	31,50

Fonte: Elaboração do Autor.

A volatilidade dessa ação apresentou-se um pouco diferente dos outros ativos, possuindo uma alta volatilidade para o ano de 2004, antes de estabilizar-se até o ano de 2008, quando assim como os outros, houve um grande aumento em sua variabilidade, após a esse período, retornou a níveis anteriores, próximos a das médias dos outros anos, como pode ser observado na Tabela 5.

Tabela 5 – Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de preço da ação preferencial do Banco Bradesco, BBDC4.

<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>Total</b>
<b>3,58%</b>	2,17%	2,11%	2,09%	4,59%	2,32%	1,90%	1,83%	1,21%	2,66%

Fonte: Elaboração do Autor

Agora serão analisados os dois ativos que pertencem a classe de renda fixa, que são os títulos públicos, o de taxas pré-fixadas, LTN e o indexado ao IPCA, NTN-B. Para se analisar esses títulos fez-se uso do PU, preço unitário, que fora calculado de acordo com a seguinte fórmula:

$$PU = \frac{1000}{(1+taxa\ do\ dia)} \quad (12)$$

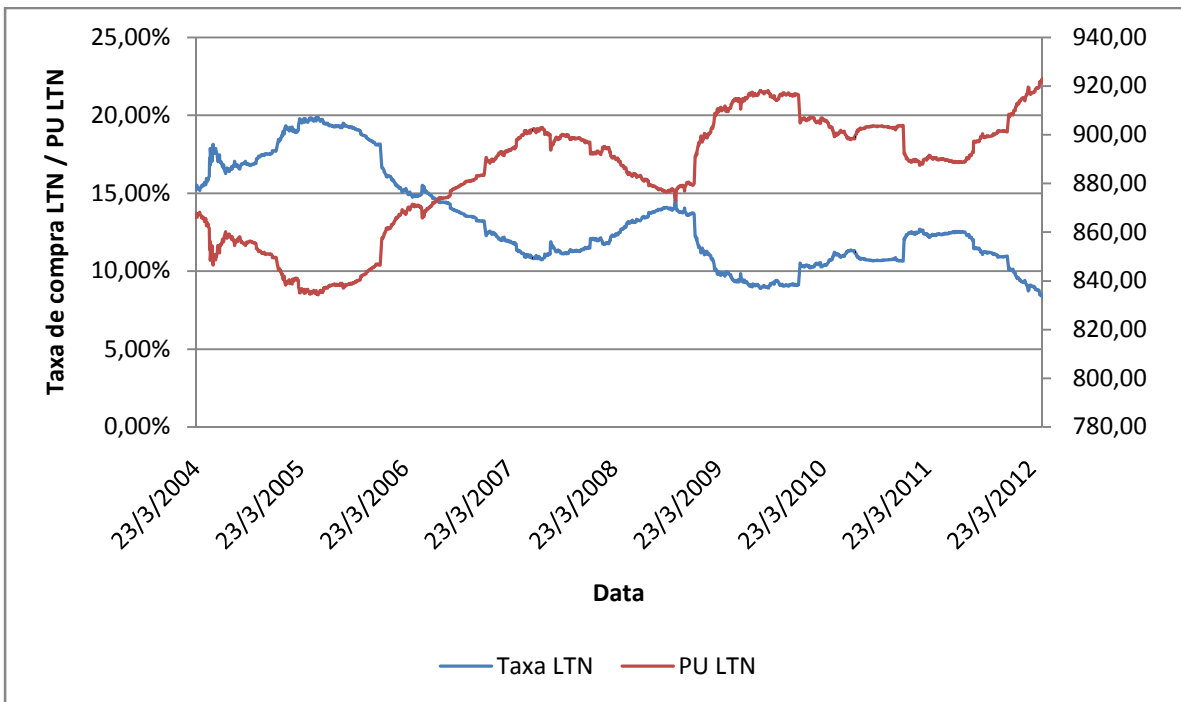
Onde a taxa do dia é a fornecida pelo tesouro nacional para o título.

Fora usado 252/252, uma vez que se considerou a taxa para um ano, que corresponde a 252 dias úteis, ou seja, a taxa será aplicada por um ano cheio. Assim, ressalta-se que o PU e a taxa são grandezas inversamente proporcionais, portanto quando a taxa cair, conseqüentemente o PU crescerá.

Na série das Letras do Tesouro Nacional, LTN, pode-se evidenciar a trajetória de

queda dos juros no mercado brasileiro no período. No Gráfico 10, nota-se que há ciclos de alta e de baixa nas taxas de juros, porém os ciclos de baixa têm prevalecido, fazendo com que a tendência de queda seja mais acentuada que a de alta. Há influência das crises internacionais nesses ciclos, pois o governo para estimular a economia em momentos de fragilidade tende a reduzir os juros. A linha de tendência polinomial aplicada também nos ajuda a observar o atual momento de baixas históricas nos juros, indicando ainda a tendência da queda.

Gráfico 10 – Série da Taxa de compra da LTN, eixo à esquerda. Série de PU da LTN, eixo a direita.



Fonte: Elaboração do Autor.

A volatilidade desses títulos é bem inferior ao dos ativos anteriormente citados, tendo valores de variabilidade em patamares bem mais baixos que das ações ou commodities. Esse comportamento é esperado, dado que o mercado de renda fixa em geral apresenta níveis de risco inferiores a esses outros. Esse fato pode ser comprovado pela Tabela 6, que mostra a evolução anual da volatilidade dos retornos logarítmicos do PU da LTN. Diferente dos outros, não houve um aumento considerável no ano de 2008, a única mudança notável fora um leve aumento nos níveis de volatilidade a partir de 2009.



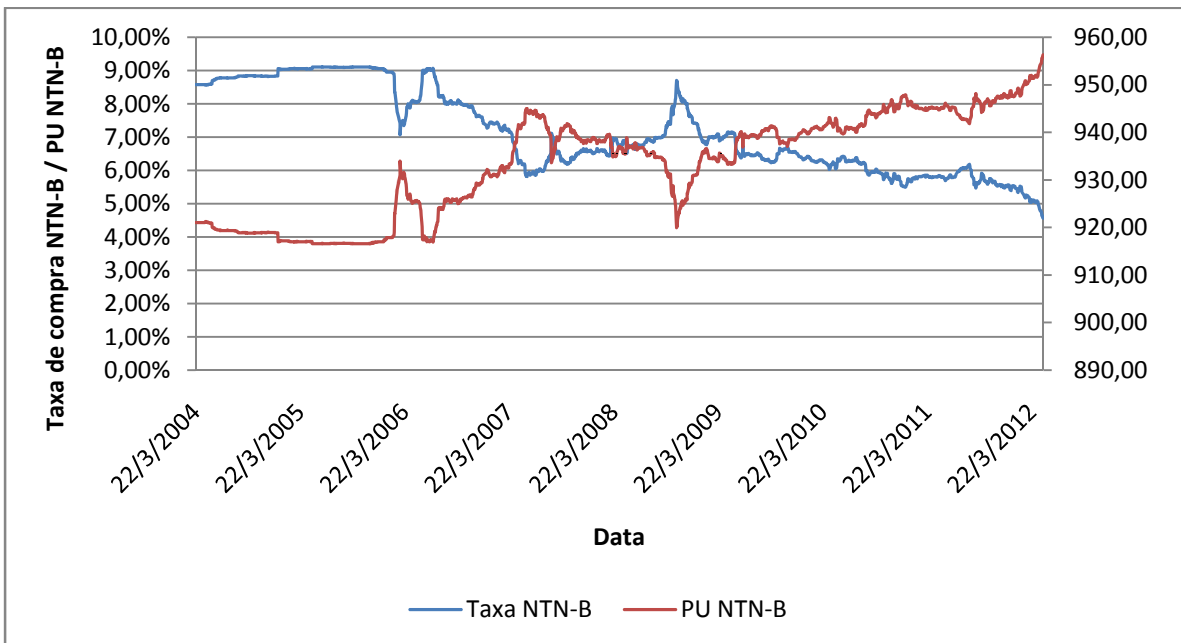
Tabela 6 - Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de PU das Letras do Tesouro Nacional.

2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Total
<b>0,15%</b>	0,07%	0,09%	0,08%	0,07%	0,10%	0,09%	0,10%	0,11%	0,09%

Fonte: Elaboração do Autor.

Por fim, o título Notas do Tesouro Nacional-Série B, NTN-B, cuja remuneração consiste no IPCA, mais a taxa indicada pelo tesouro. Como sua remuneração é composta tanto pela taxa quanto pelo índice IPCA, para avaliar sua evolução ao longo do período far-se-á uso de ambas as séries, das taxas e do PU da NTN-B e também da série do IPCA, que é divulgado pelo IBGE. Os Gráficos 11 e 12, mostram que as taxas da NTN-B acompanharam a queda de juros no país, sendo um pouco atenuado pelo fato de a inflação medida pelo IPCA ter-se reduzido um pouco ao longo do tempo, porém essa última oscila mais que a primeira, apresentando ciclos também. Assim, a maior influência fora a queda de juros e não a alteração na inflação.

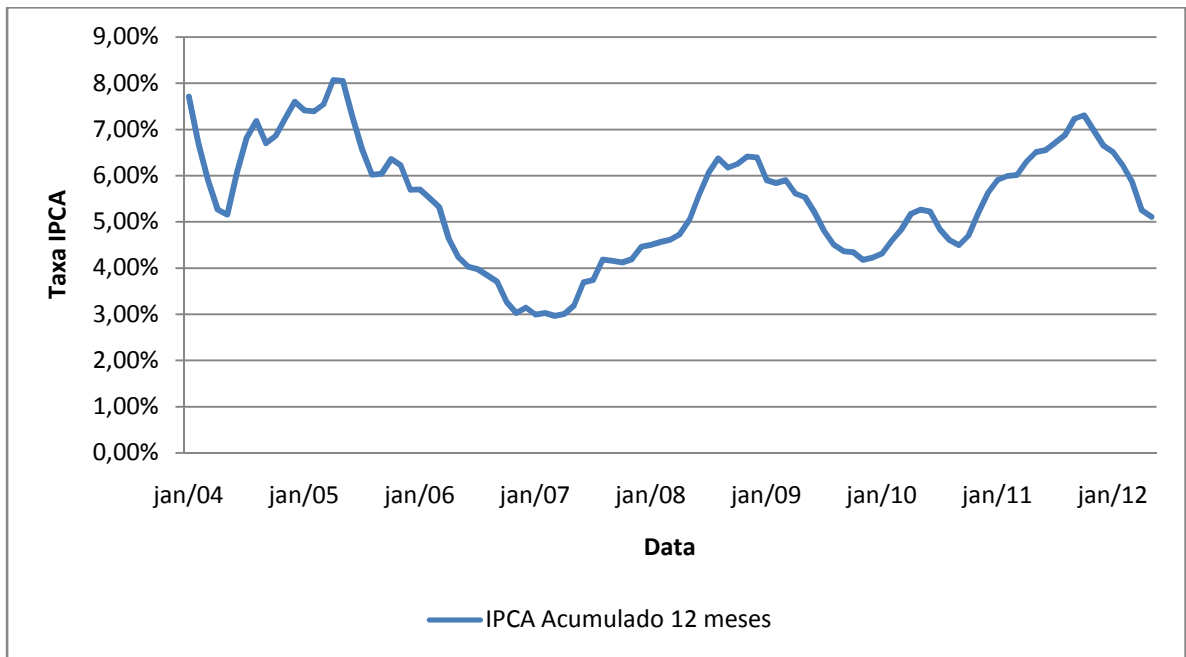
Gráfico 11 – Série da Taxa de compra da NTN-B, eixo à esquerda. Série de PU da NTN-B, eixo a direita.



Fonte: Elaboração do Autor.

E o gráfico relativo ao IPCA acumulado de 12 meses.

Gráfico 12 – Índice do IPCA acumulado 12 meses.



Fonte: Elaboração do Autor.

A volatilidade da NTN-B fora a menor de todos os ativos componentes da carteira, apresentando variabilidade bem inferior aos demais. A Tabela 7 mostra a evolução anual dos desvios padrões anuais e do total, onde pode-se notar um aumento nos anos de 2006 a 2008, que ao se acompanhar as taxas no Gráfico 12, constitui-se do período onde ela apresenta maiores oscilações. E após esse período também há uma estabilização.

Tabela 7 – Desvio padrão por ano e por período total, dos retornos logarítmicos da série de PU das Notas do Tesouro Nacional série B, NTN-B.

2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Total
<b>0,01%</b>	0,01%	0,06%	0,05%	0,06%	0,04%	0,03%	0,03%	0,03%	0,04%

Fonte: Elaboração do Autor.

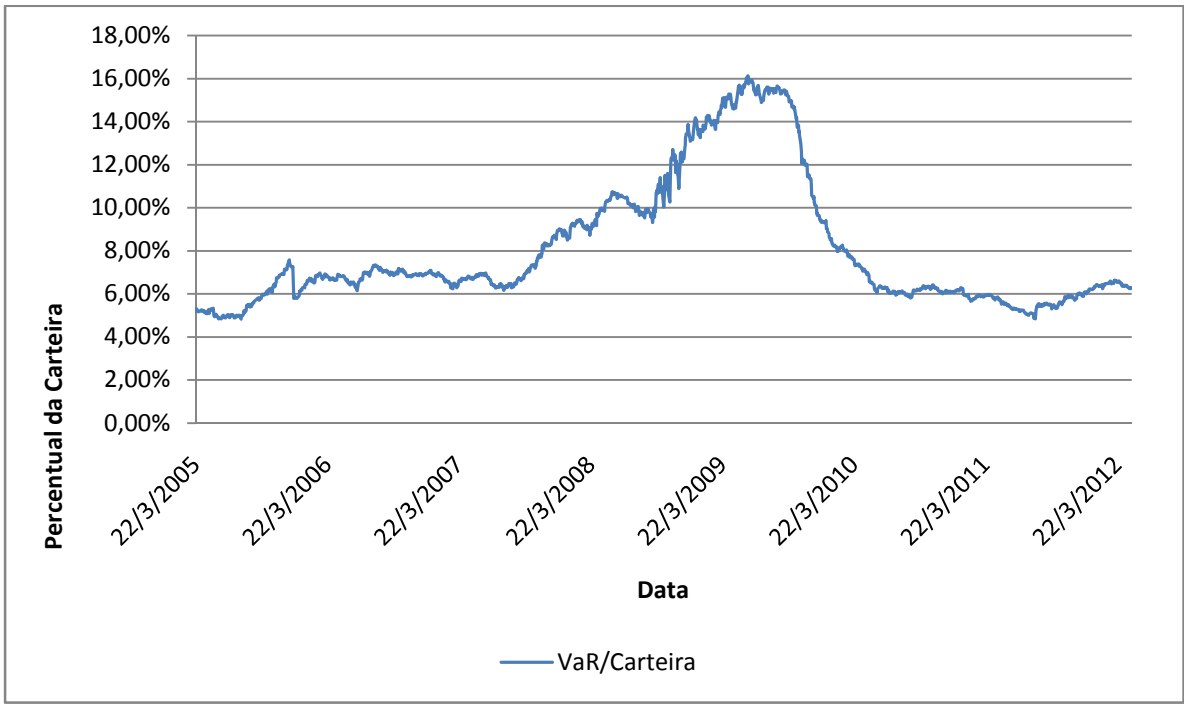
## 5.2. VaR com Desvio Padrão

A primeira metodologia de VaR em risco a ser aplicada fora a considerada padrão, na qual utilizou-se a fórmula apresentada no primeiro capítulo desse trabalho com o benchmark da volatilidade, o desvio padrão. A carteira está em constante mudança, essa é a origem do risco de mercado, portanto não é adequado avaliar o VaR por valores absolutos, sendo mais propício estudá-lo de acordo com seu valor relativo ao tamanho total da carteira.

No Gráfico 13, a evolução do Valor em Risco da carteira toda, em relação ao tamanho

da própria carteira pode ser acompanhada.

Gráfico 13 – Percentual do Valor em Risco Padrão em relação a Carteira de ativos, ao longo do tempo.

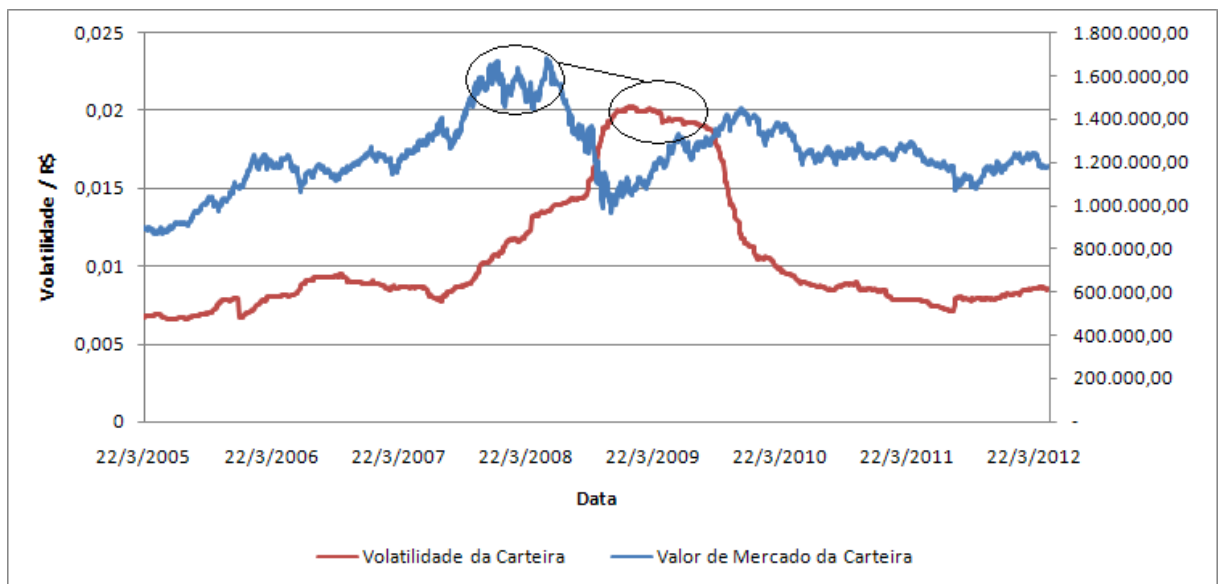


Fonte: Elaboração do Autor.

Analisando o Gráfico 13, nota-se basicamente duas situações, uma de normalidade, na qual o VaR oscila em torno de 6% a 7% do valor de mercado da carteira, com indicativo de que esse percentual seja uma tendência para qual os valores convirjam após maiores oscilações. A outra situação visível é uma situação de anormalidade, de crise, na qual em seu ápice, em junho de 2009, atingiu o valor de 16,12% da carteira.

Um ponto a ser observado é o motivo pelo qual esse percentual do VaR sobre o tamanho da Carteira atingiu seu máximo em junho de 2009, esse fato mostra o *lag* existente entre o que está acontecendo no mercado, com a metodologia do desvio padrão como medida de volatilidade, dado que o auge da crise, fora em 2008, mais notoriamente a partir do final do segundo trimestre. Esse fato pode ser mais bem observado no Gráfico 14, que mostra a evolução da oscilação do valor de mercado da carteira conjuntamente com sua volatilidade. Nele se destacou a carteira oscilando bastante em meados de 2008 e essa oscilação repercutiu na volatilidade fazendo a mesma atingir valores maiores em 2009.

Gráfico 14 – Valor de Mercado da carteira de ativos pelo tempo, no eixo à direita. Volatilidade medida pelo desvio padrão, pelo tempo, no eixo à esquerda.

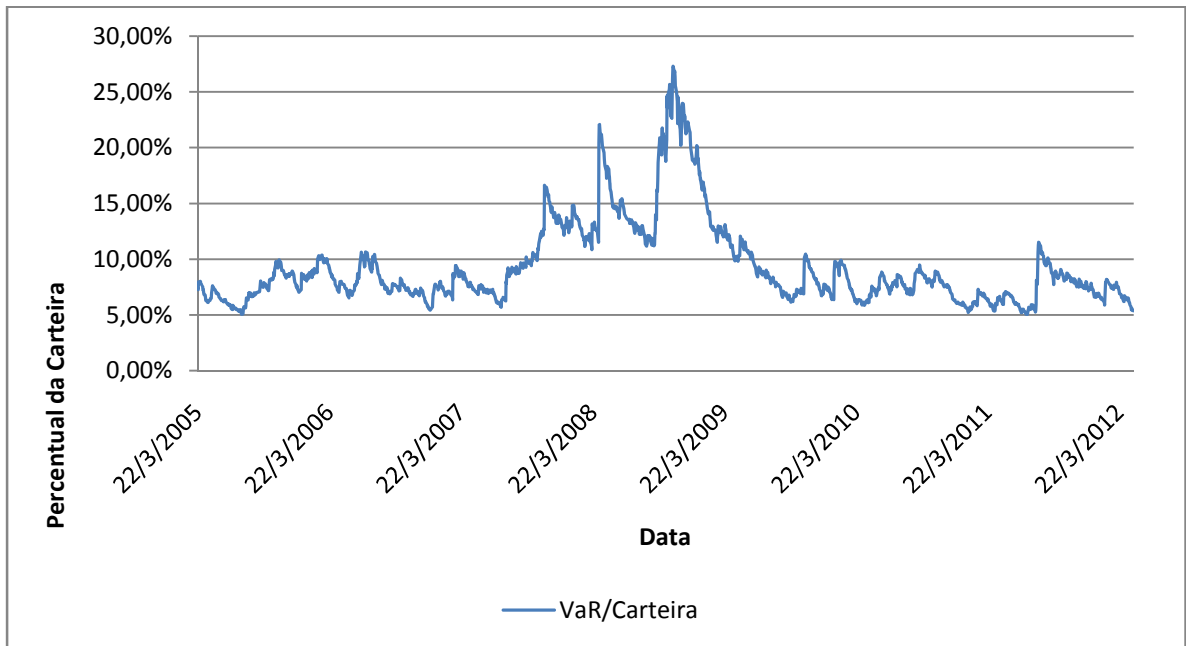


Fonte: Elaboração do Autor.

### 5.3. VaR com EWMA

Agora serão analisados os resultados obtidos pela aplicação do modelo de previsão de volatilidade EWMA, apresentado no terceiro capítulo. Para essa avaliação foi utilizado o percentual que o valor em risco apresentou sobre a carteira. Seu comportamento ao longo do tempo está expresso no Gráfico 15.

Gráfico 15 - Percentual do Valor em Risco EWMA em relação a Carteira de ativos, ao longo do tempo.

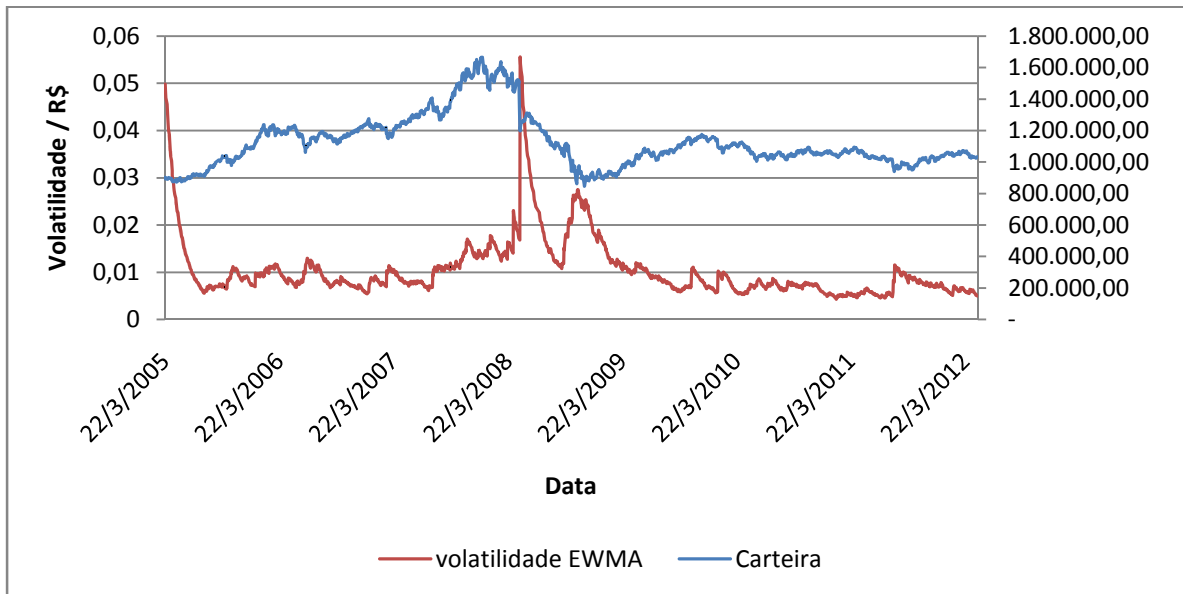


Fonte: Elaboração do Autor.

Assim como no modelo padrão, aqui pode-se observar basicamente dois momentos, o de normalidade e o cenário de crise. Na média do período completo o EWMA apresentou resultados maiores que o padrão, uma média de 9,30% ante 8,04% do modelo padrão. Esse fato pode ser observado comparando os Gráficos 13 e 15. Essa comparação também mostra a maior reatividade do EWMA, apresentando em seu comportamento algumas ondas de volatilidade, na qual ocorre um dia com maior impacto e esse impacto é diluído aos poucos nos dias seguintes.

Já no Gráfico 16, pode-se observar que o modelo EWMA é mais rápido as variações no mercado, como esperado, diminuindo o *lag* visto no modelo padrão, com isso, ele também se tornou menos suave, apresentando variações mais abruptas, porém em maior sintonia com os ocorridos no mercado. Também nota-se uma menor permanência dos impactos que no modelo padrão, ou seja, a volta ao estado de normalidade ocorre com mais rapidez.

Gráfico 16 – Valor de Mercado da carteira de ativos pelo tempo, no eixo a direita. Volatilidade medida pelo EWMA, pelo tempo, no eixo à esquerda.



Fonte: Elaboração do Autor.

#### 5.4. VaR com GARCH

Ao tratar do modelo GARCH, primeiro fora necessário encontrar os parâmetros ideais para sua utilização. Ao realizar o ajuste do modelo, encontraram-se os seguintes resultados, apresentados nas Tabelas de 8 a 12. Os Resultados foram obtidos usando o pacote estatístico rugarch, de AlexiosGhalanos 2012, do software R.

Tabela 8 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados do Petróleo.

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr(> t )
<b>Intercepto</b>	0.000013	0.000005	26.671	0.007652
<b>Alpha</b>	0.067268	0.014818	45.397	0.000006
<b>Beta</b>	0.909065	0.021552	421.810	0.000000

Fonte: Elaboração do Autor.

Tabela 9 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados da ação Petr4.

<b>Parâmetro</b>	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr(> t )
<b>Intercepto</b>	0.000010	0.000003	348.160	0.000498
<b>alpha1</b>	0.073509	0.011416	643.907	0.000000
<b>beta1</b>	0.904430	0.014838	6.095.490	0.000000

Fonte: Elaboração do Autor.

Tabela 10 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados da ação BBDC4.

<b>Parâmetro</b>	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr(> t )
<b>Intercepto</b>	288.447.955	243.719.164	1.183.526	0.236601
<b>alpha</b>	0.000002	0.003354	0.000466	0.999628
<b>beta</b>	0.998973	0.003441	290.320.552	0.000000

Fonte: Elaboração do Autor.

Tabela 11 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados do PU LTN.

<b>Parâmetro</b>	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr(> t )
<b>Intercepto</b>	0.000000	0.000000	2.002.178	0.000000
<b>alpha</b>	0.054907	0.011540	475.780	0.000002
<b>beta</b>	0.939189	0.006016	15.612.489	0.000000

Fonte: Elaboração do Autor.

Tabela 12 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados do PU NTN-B.

<b>Parâmetro</b>	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr(> t )
<b>Intercepto</b>	0.000000	0.000000	247.057	0.01349
<b>alpha</b>	0.062109	0.004310	1.441.050	0.000000
<b>beta</b>	0.900699	0.004283	21.031.447	0.000000

Fonte: Elaboração do Autor.

Ao se analisar os dados, em geral, estes apresentaram resultados satisfatórios, no

entanto observou-se que o ajuste da ação BBDC4 não ficou satisfatório, dado que o seu alfa, ou seja o parâmetro responsável pela reatividade aos choques de mercado, apresentou um nível de erro acima do esperado, portanto sendo rejeitado.

Na análise desse ativo, feita anteriormente, fora constatado que há dois momentos distintos para ele, a fase de crescimento de 2004 até meados de 2008 e a fase da estabilidade ou horizontalidade, que se configura de 2008 até o presente. Dessa forma, optou-se por subdividir a base de dados, a primeira é de 2004 até abril de 2008 e a segunda de 2008 até 2012. Dessa forma atingiu-se bons parâmetros para o ajuste do modelo, que são apresentados nas tabelas 13 e 14.

Tabela 13 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, para parâmetros GARCH, dos dados da ação BBDC4, de 2004 a 2008.

	<b>Estimativa</b>	<b>Erro padrão</b>	<b>valot t</b>	<b>Pr(&gt; t )</b>
<b>intercepto</b>	0.012423	0.004743	261.927	0.008812
<b>alpha</b>	0.095007	0.012418	765.058	0.000000
<b>beta</b>	0.903993	0.012574	7.189.663	0.000000

Fonte: Elaboração do Autor.

Tabela 14 – Estimativa, erro padrão, valor t e a probabilidade associada a ele, , para parâmetros GARCH, dos dados da ação BBDC4, de 2008 até abril de 2012.

	<b>Estimativa</b>	<b>Erro padrão</b>	<b>valot t</b>	<b>Pr(&gt; t )</b>
<b>intercepto</b>	0.014226	0.005328	267.018	0.007581
<b>alpha</b>	0.107136	0.024502	437.253	0.000012
<b>beta</b>	0.864320	0.028253	3.059.232	0.000000

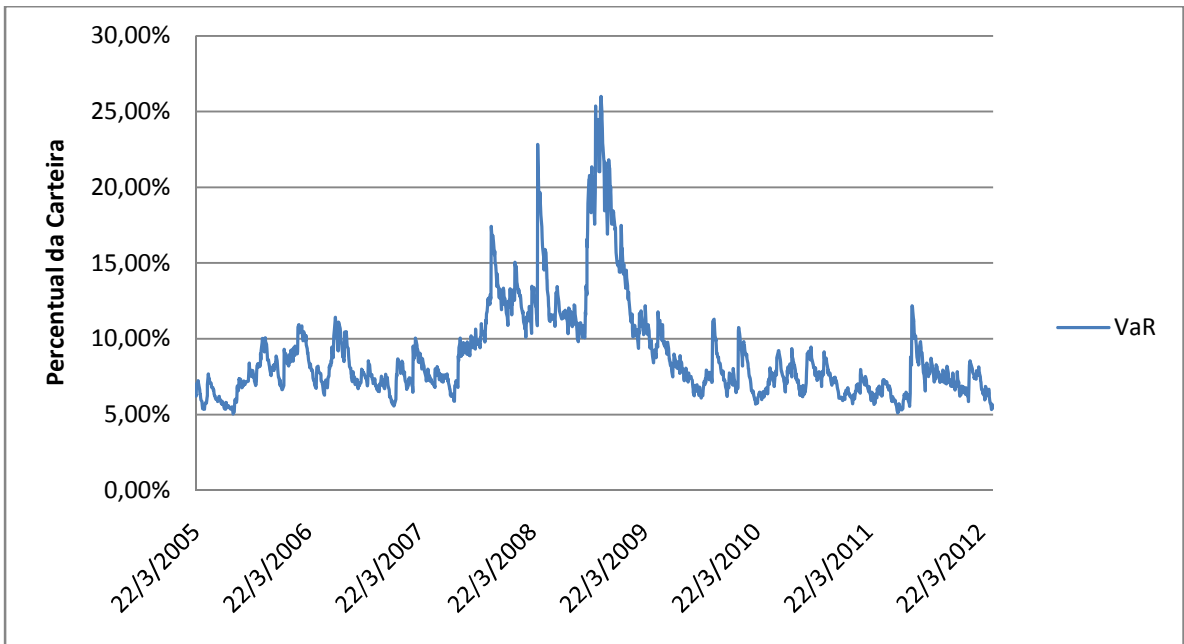
Fonte: Elaboração do Autor.

Isso também é um alerta, para que modelos como o GARCH, sejam constantemente atualizados, seus parâmetros recalculados, para não entrar em defasagem com aquilo que acontece no mercado e com a própria estrutura de evolução do ativo. O Banco Central do Brasil institui em sua resolução 3.464/07 que essa reavaliação do modelo de mensuração do risco seja feita com periodicidade anual, sendo assim, essa é a menor periodicidade a ser feita essa análise.



Após o ajuste dos parâmetros, procedeu-se a análise do percentual que o VaR com GARCH teve sobre a carteira total. Pode-se observar no Gráfico 17 essa evolução ao longo do tempo.

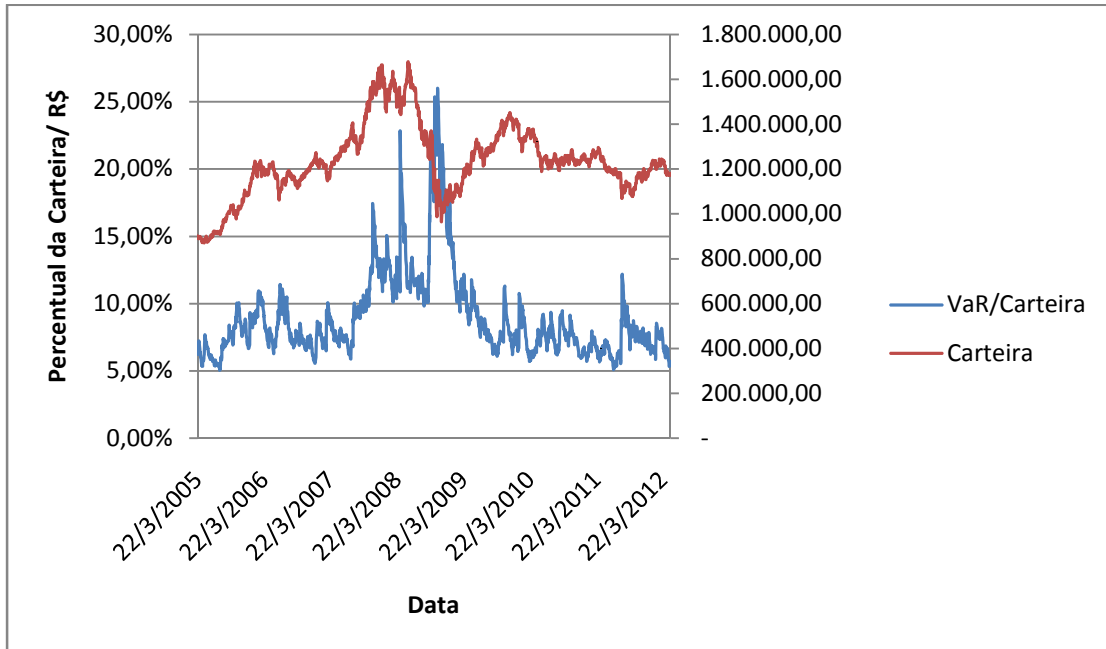
Gráfico 17 - Percentual do Valor em Risco GARCH em relação a Carteira de ativos, ao longo do tempo.



Fonte: Elaboração do Autor.

O Gráfico 17 mostrou um resultado muito similar ao do modelo EWMA, mostrado no gráfico 15, porém ele se mostra um pouco mais volátil, fato que se oriunda pelos seus valores de alfa serem maiores que o do EWMA, tornando-os mais reativos e seus valores de beta serem menores, tornando os choques menos persistentes. Tal como no EWMA, o efeito do *lag* é reduzido por causa de suas características, isso pode ser observado no Gráfico 18, mostrando que os impactos no preço da carteira rapidamente são incorporados pelo modelo, aumentando sua volatilidade.

Gráfico 18 – Valor de Mercado da carteira de ativos pelo tempo, no eixo à direita. Volatilidade medida pelo GARCH, em termos percentuais sobre valor da carteira, pelo tempo, no eixo à esquerda.



Fonte: Elaboração do Autor.

### 5.5. Comparativo

Para se comparar os resultados obtidos pelos três modelos, fez-se uso da metodologia do *backtesting*, que consiste em aplicar os modelos a dados históricos e verificar que resultados eles alcançariam à época. Os modelos aplicados preveem 99% de confiança, portanto espera-se que somente 1% das perdas superem o valor dado pelo VaR.

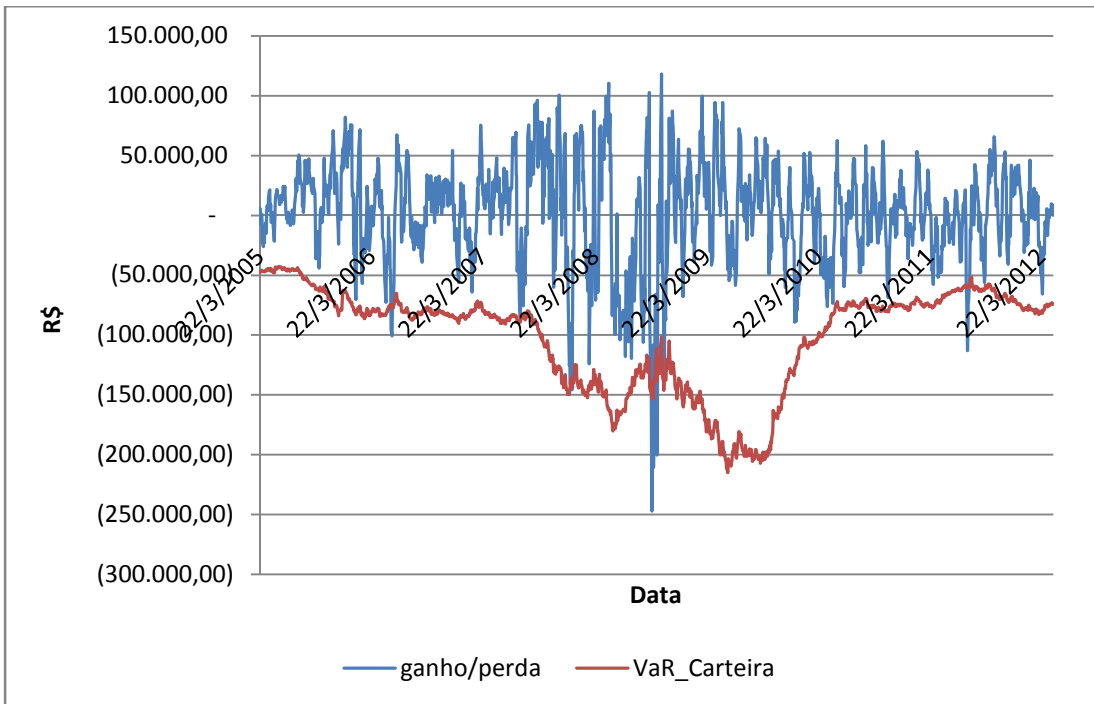
Ao total foram calculados VaR para 1707 dias, portanto para cada modelo, o VaR somente poderá ser superado pelas perdas em 17 destes para que o modelo possa ser considerado válido.

A eficiência desses modelos também será comparada também, ou seja, aquele que apresentou melhores resultados no *backtesting* com o menor valor de VaR, dado que o VaR é um valor que em geral é provisionado, por legislação, então quanto menos o gestor da carteira precisar provisionar, mais ele terá para investir, logo, isso é um critério importante na comparação entre modelos.

O modelo padrão teve seu VaR violado 20 dias dentre esse período, ou seja, em 1,17% das vezes, acima do 1% esperado. Um fato a ser ressaltado aqui, é uma evidência da aglutinação de volatilidade que se fez presente, não somente com os resultados do modelo

padrão, que a maioria dos dias em que o VaR fora violado, o dia subsequente ou o dia anterior também o violou. Acrescenta-se que desses 20 dias, nove deles ocorreram durante o ano de 2008 e sua crise. Esses resultados podem ser observados no Gráfico 19.

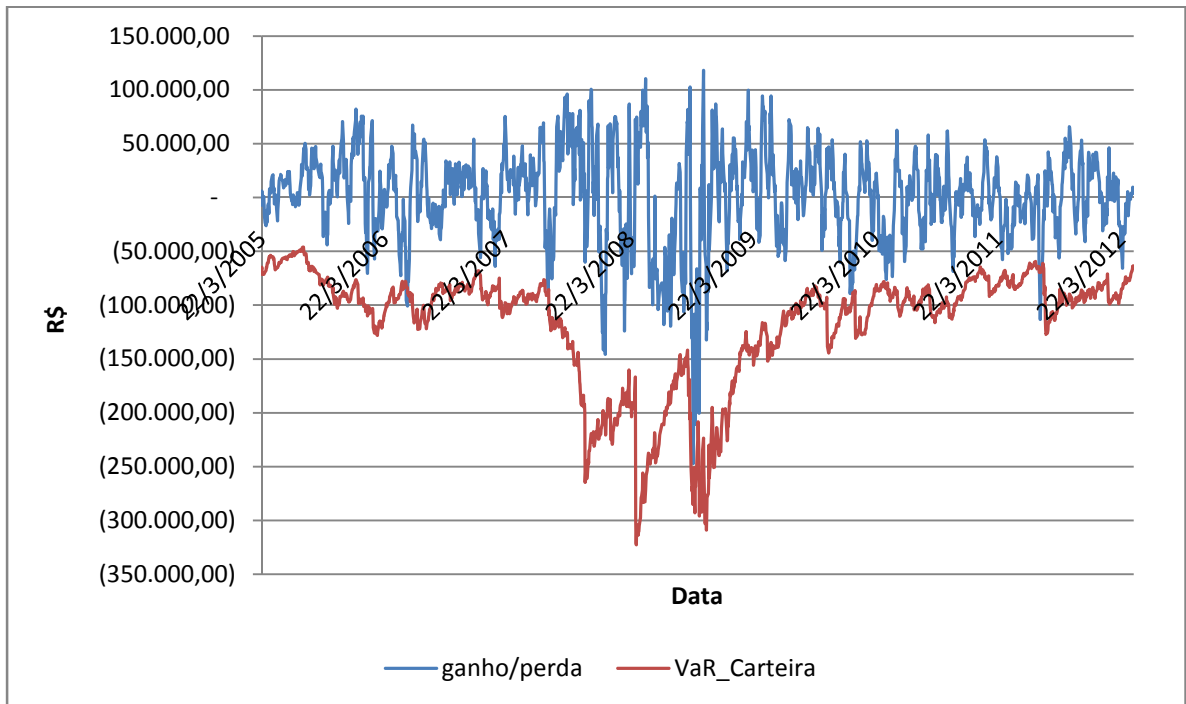
Gráfico 19 – Evolução dos ganhos e perda da carteira com VaR calculado pelo método padrão.



Fonte: Elaboração do Autor

O modelo EWMA teve seu VaR rompido em sete dias, ou 0,41% dos dias, dentro do nível de significância esperado. Portanto, esse modelo se mostrou adequado para a mensuração do risco dessa carteira, diferentemente do método padrão nesse período estudado. O Gráfico 20 mostra esses resultados. Interessante notar que fica bastante claro no gráfico, que o VaR se ajusta melhor as oscilações, principalmente nos períodos de maiores variações no mercado, como a crise de 2008.

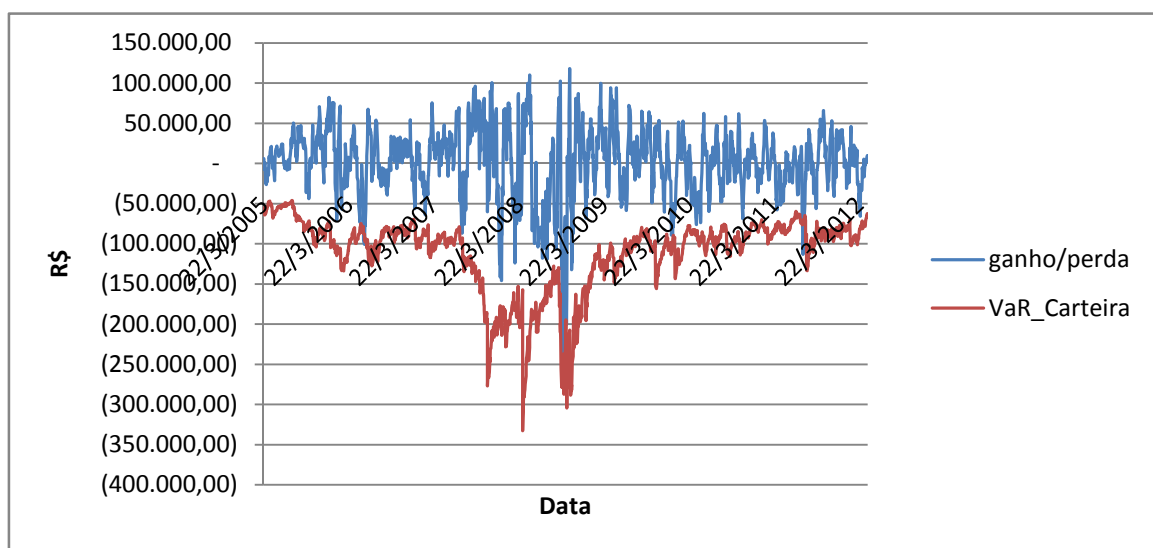
Gráfico 20 – Evolução dos ganhos e perda da carteira com VaR calculado pelo método EWMA.



Fonte: Elaboração do Autor.

Já o modelo GARCH, apresentou resultado similar ao EWMA, tendo o seu VaR rompido também em setedias, na realidade, nos mesmos setedias que o outro fora. Esse resultado era esperado, dada a similaridade entre os dois modelos, lembrando que o EWMA é um caso particular do GARCH.

Gráfico 21 – Evolução dos ganhos e perda da carteira com VaR calculado pelo método GARCH.



Fonte: Elaboração do Autor.

### 5.6. Análise dos resultados obtidos

Para terminar a análise, a Tabela 15, apresenta o percentual médio que o VaR representou da carteira ao longo do tempo, o número total de violações e o valor total dos valores em risco no período, em R\$1.000.

Tabela 15 – Comparativo dos Modelos.

<b>Modelo</b>	<b>Percentual</b>	<b>Violação</b>	<b>VaR Total</b>
<b>Padrão</b>	8,04%	20	171.970,63
<b>EWMA</b>	9,30%	7	198.446,55
<b>GARCH</b>	8,94%	7	190.769,29

Fonte: Elaboração do Autor.

Como se pode observar na Tabela 15, o modelo GARCH fora o mais eficiente sem ser reprovado pelo *backtesting*, uma vez que ele atingiu o mesmo número de violações que o EWMA, porém, com um percentual médio sobre a carteira menor e alocando ao longo de todo o período cerca quase 8 milhões de reais a menos. Esse resultado é explicado pela característica do modelo GARCH, que engloba o EWMA, porém é estimado através de modelos estatísticos e também possui maior maleabilidade, dado que o alfa é independente do beta, que no EWMA não o é. Além disso, sua estimação por log-máximo verossimilhança permite que ele se ajuste melhor que o EWMA. Esse resultado é válido para o caso estudado, englobando a carteira definida e o período de tempo analisado, para outras carteiras e/ou outros períodos o resultado encontrado poderá ser diferente.

## 6. Considerações Finais

Neste trabalho fora apresentado a métrica do Valor em Risco, que atualmente é considerada uma das formas mais práticas de se mensurar os riscos de um portfólio com relação as variações de preços. Para o cômputo do VaR é necessário uma medida de volatilidade, além da definição de um horizonte de tempo e intervalo de confiança. Há diversas formas de se calcular essa volatilidade, o foco do atual trabalho fora comparar a aplicação no VaR das medidas de volatilidade fornecidas pelos modelos de previsão EWMA e GARCH com aquela considerada benchmark, o desvio padrão.

Foram fornecidos três modelos para calcular a volatilidade, o primeiro fora o desvio padrão, que nada mais é que a raiz quadrada da variância, ou seja, trata-se de uma variável que indica a variação média em relação a média que a série teve. Essa é uma medida mais suave, com lenta transição entre períodos, assim sendo mais indicado para utilização em longos prazos. O modelo EWMA, consiste em se dar pesos as observações, o peso que cada observação terá, será dado pelo fator de decaimento, que surte efeito exponencialmente, fato que torna o modelo exponencial, no entanto o ajuste desse fator de decaimento depende da sensibilidade de quem está modelando, o que aumenta a responsabilidade do modelador. Estudou-se também a família de modelo GARCH, dentro da qual se insere o próprio EWMA, essa família de modelos caracteriza-se por considerar que as variâncias de um dia pro outro não são independentes e ele considera que essa dependência está atrelada ao tempo, logo seus dois parâmetros fundamentais são: o parâmetro auto-regressivo, ou seja, aquele que pondera a volatilidade de ontem e o parâmetro que se aplica sobre a variância de hoje, para assim chegar ao resultado do modelo.

Ao fim, para testar os três modelos, todos foram submetidos a um *backtesting*, que consiste em replicar o modelo definido para o passado, para assim avaliar como teria sido seu comportamento. O modelo benchmark fora reprovado, ainda que com número de violações próximas ao limite, sua única vantagem em relação aos demais foi a menor alocação de recursos. Os outros dois obtiveram o mesmo resultado no *backtesting*, porém a vantagem está ao lado do GARCH, uma vez que esse modelo apresentou os menores riscos, com a mesma eficiência de resultado final, passando a frente dos outros nessa forma de classificação.

Para futuros trabalhos, sugere-se trabalhar com carteiras reais e não hipotéticas. Buscar aplicar o modelo GARCH multivariado para a mensuração do risco conjunto do portfólio e também testar o ajuste de GARCH cujo choque de mercado siga outras distribuição que não a

normal, para verificar sua validade como modelo de previsão de volatilidade para o VaR.

## REFERÊNCIAS

ALEXANDER, Carol **MARKET RISK ANALYSIS: PRACTICAL FINANCIAL ECONOMETRICS** John Wiley& Sons 2008

ALEXANDER, Carol **VALUE-AT-RISK MODELS** John Wiley& Sons 2008

AMERICAN INTERNATIONALGROUP – AIG –**Counterparty Attachments**Disponível em:

<[http://www.aig.com/aigweb/internet/en/files/CounterpartyAttachments031809\\_tcm385-155645.pdf](http://www.aig.com/aigweb/internet/en/files/CounterpartyAttachments031809_tcm385-155645.pdf)>

Acesso em 31/05/2012

Banco Central do Brasil **RESOLUÇÃO N° 3464**Banco central do Brasil 2007

Banking for International Settlements **Revisions to the Basel II market risk framework** BIS Press & Communications 2009

BMFBOVESPA, **Volatilidade de Ativos**disponível em:

<<http://www.bmfbovespa.com.br/cias-listadas/volatilidade-ativos/BuscaVolatilidadeAtivos.aspx?idioma=pt-br>>

acesso em 31/05/2012

CAETANO, Dr. Marcos Antonio Leonel .-. Disponível em:

<[http://www.mudancasabruptas.com.br/ValueAtRisk\\_imag.JPG](http://www.mudancasabruptas.com.br/ValueAtRisk_imag.JPG)>

Acesso em 31/05/2012

EDERINGTON, Louis H.; GUAN, Wei**FORECASTING VOLATILITY** Journal of Futures Markets 2004

GALDI ,Fernando Caio;PEREIRA ,Leonel Molero. **Valor em Risco (VaR) utilizando modelos de previsão de volatilidade: EWMA, GARCH e Volatilidade Estocástica** Brazilian Business Review Vol. 4, No. 1, Vitória-ES, Brasil – Jan/ Abr2007

GHALANOS, Alexios. **RUGARCH: UNIVARIATE GARCH MODELS. R PACKAGE** version 1.0-9. 2012

JORION, Philippe **VALUE-AT-RISK: A NOVA FONTE DE REFERÊNCIA PARA O CONTROLE DO RISCO DE MERCADO.** Bolsa de Mercadorias e Futuros 1999

JP MORAN, Reuters **RISKMETRICS – TECHNICAL DOCUMENT** 4ª edição, 1996



LA ROCQUE, Eduarda; LOWENKRON, Alexandre **Métricas e Particularidades da Gestão de Risco em Corporações**. Risk Control, 2004. Disponível em:

<<http://epge.fgv.br/we/Graduacao/AvaliacaoDeEmpresas/2010?action=AttachFile&do=get&target=metricas.pdf>>

Acesso em 31/05/2012

MORETTIN, Pedro A.; TOLOI, Clelia M.C. **ANALISE DE SERIES TEMPORAIS** edição 2, 2006

**WIKIPÉDIA** Disponível em:

<[http://en.wikipedia.org/wiki/EWMA#Exponential\\_moving\\_average](http://en.wikipedia.org/wiki/EWMA#Exponential_moving_average)>

<[http://en.wikipedia.org/wiki/Autoregressive\\_conditional\\_heteroskedasticity](http://en.wikipedia.org/wiki/Autoregressive_conditional_heteroskedasticity)>

<<http://pt.wikipedia.org/wiki/Heteroscedasticidade>>

<[http://en.wikipedia.org/wiki/American\\_International\\_Group#cite\\_note-71](http://en.wikipedia.org/wiki/American_International_Group#cite_note-71)>

Acessos em 31/05/2012