



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, ATUÁRIA E CONTABILIDADE  
CURSO DE CIÊNCIAS ATUARIAIS

**GLAYLSON RODRIGUES SAMPAIO**

**NÍVEL DE *HOME BIAS* EM FUNDOS DE INVESTIMENTOS BRASILEIROS: UMA  
APLICAÇÃO DE EXTENSÕES DO *VALUE AT RISK***

FORTALEZA,  
DEZ/2013

GLAYLSON RODRIGUES SAMPAIO

NÍVEL DE *HOME BIAS* EM FUNDOS DE INVESTIMENTOS BRASILEIROS: UMA  
APLICAÇÃO DE EXTENSÕES DO *VALUE AT RISK*

Monografia apresentada ao Curso de Ciências Atuariais da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino  
Matos

FORTALEZA  
2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade

---

S183n Sampaio, Glaylson Rodrigues.  
Nível de Home bias em fundos de investimentos brasileiros: uma aplicação de extensões do Value at Risk / Glaylson Rodrigues Sampaio - 2013.  
78 f.: il.

Monografia (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade, Curso de Ciências Atuariais. Fortaleza, 2013.  
Orientação: Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos.

1. Finanças 2. Fundos de investimentos I. Título

---

CDD 368.01

GLAYLSON RODRIGUES SAMPAIO

NÍVEL DE *HOME BIAS* EM FUNDOS DE INVESTIMENTOS BRASILEIROS: UMA  
APLICAÇÃO DE EXTENSÕES DO *VALUE AT RISK*

Monografia apresentada ao Curso de Ciências Atuariais da Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Aprovada em: 17 / 12 / 2013.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Sílvia Maria Dias Pedro Rebouças  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Ms. Francisco Rogério Gomes Cruz  
FATENE - Fortaleza - Faculdade de Tecnologia do Nordeste

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, pelo provimento das condições necessárias à concretização deste trabalho.

À minha família, pelo apoio incondicional e compreensão dos momentos de ausência, em especial, à minha esposa Lílian e ao meu filho Guilherme.

Ao professor Paulo Matos, tanto pelas aulas inspiradoras, que despertaram em mim o interesse por finanças, quanto por sua preciosa orientação, sempre indicando os caminhos e a melhor forma de trilhá-los.

Aos professores Rogério Cruz e Sílvia Rebouças, por aceitarem prontamente o convite de participar da banca e pelos comentários e sugestões para a melhoria deste documento. Além disso, agradeço ao professor Rogério pelo referencial metodológico e à professora Sílvia, de quem tive a grata satisfação de ser aluno em algumas disciplinas, por sua valiosa contribuição para minha formação.

A Adailton Azevedo e a Tiago Nogueira, cujos estudos inspiraram, respectivamente, a escolha do tema e a delimitação da amostra de fundos de investimentos a ser analisada.

Por fim, agradeço aos colegas de trabalho Adelson, Alci, Brunna, Liliane, Mário, Renan, Sâmia e Valdir pelos incentivos e colaborações.

## RESUMO

Não obstante a literatura demonstre ser possível mitigar riscos e, até mesmo, elevar os ganhos por meio da diversificação internacional, os investidores preferem, quase que exclusivamente, os ativos domésticos, fenômeno esse conhecido como *home bias*. Neste estudo, investiga-se a participação de ativos do exterior na composição de carteiras de fundos de investimentos brasileiros e sua contribuição em termos de risco e *performance*. Propõe-se o *Value at Risk* (VaR) para modelação da volatilidade das carteiras teóricas utilizadas no exercício empírico. Dado que suas séries de retornos violam os pressupostos de normalidade e homocedasticidade, sugere-se o uso da distribuição de Laplace para ajuste dos dados e o arcabouço ARMA-GARCH para modelação dos parâmetros condicionais ao longo do tempo. Constata-se que as especificações de VaR com essas características e ao nível de confiança de 99% passam em todos os testes de cobertura. Por fim, verifica-se que as carteiras formadas com fundos que investem fora incorrem em mais riscos, porém, auferem maiores retornos no período.

**Palavras-Chave:** Viés Doméstico. Gráfico de Balzer. Agrupamento de volatilidade. ARMA-GARCH. Leptocurtose.

## ABSTRACT

Although literature demonstrates that it is possible to mitigate risks and even raise earnings through international diversification, investors prefer, almost exclusively, domestic assets, a phenomenon known as home bias. In this study, we investigated the participation of the foreign assets in the portfolio composition of Brazilian investment funds and their contribution in terms of risk and performance. It is proposed the Value at Risk (VaR) approach to model the volatility of theoretical portfolios used in the empirical practice. Since their return series violate the assumptions of normality and homoscedasticity, we suggest Laplace distribution for all data adjustments and the ARMA-GARCH framework for modeling the conditional parameters along the time. It appears that VaR's specifications with these characteristics and at the confidence level of 99% pass every coverage tests. Finally, it appears that the portfolios composed by funds that invest outside the country incur in more risks, however, earn higher returns during the period.

**Keywords:** Home bias. Balzer's Graph. Clustering of volatility. ARMA-GARCH. Leptokurtosis.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	7
2	FUNDOS DE INVESTIMENTO NO BRASIL .....	9
2.1	<i>Home bias</i> versus diversificação internacional .....	11
3	METODOLOGIA .....	14
3.1	<i>Value at Risk</i> (VaR) tradicional: mundo gaussiano.....	14
3.2	Distribuição de probabilidade melhor ajustada .....	16
3.2.1	<i>Distribuição de Laplace</i> .....	19
3.3	Modelagem VaR segundo um ARMA-GARCH (método econométrico) .....	20
3.3.1	<i>Arcabouço ARMA</i> .....	21
3.3.2	<i>Arcabouço GARCH</i> .....	22
3.4	<i>Backtesting</i> .....	23
3.5	Gráfico de Balzer.....	25
4	EXERCÍCIO EMPÍRICO .....	27
4.1	Caracterização dos fundos selecionados.....	27
4.2	Nível de <i>home bias</i> em fundos de investimentos do Brasil .....	32
4.3	Modelos <i>best fitting</i> .....	34
4.4	Modelos ARMA-GARCH .....	37
4.5	Estimação do VaR e <i>backtesting</i> .....	41
4.6	Gráficos de Balzer .....	49
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	52
	REFERÊNCIAS .....	54



## 1 INTRODUÇÃO

O “quebra-cabeça” no âmbito de finanças denominado *home bias* vem inquietando há alguns anos a comunidade científica especializada, sobretudo, nos Estados Unidos, de onde provem a maioria dos artigos publicados.

A carteira eficiente de Markowitz decorre de uma escolha eminentemente técnica, passando à margem do perfil de aversão ao risco do investidor. Sendo assim, seria de esperar que investidores institucionais, especialistas em investimentos, alocassem parte de seus recursos em mercados internacionais com vistas a minimizar o risco da carteira, uma vez que não se estaria restrito ao risco do país de origem e se poderiam combinar ativos com baixa correlação positiva ou, até mesmo, com correlação negativa.

Diante de um cenário de retração das taxas de juros que marcou a economia brasileira nos anos recentes<sup>1</sup> e da crescente concorrência de produtos financeiros, espera-se dos gestores de fundos uma gestão ativa de investimentos em busca de carteiras competitivas, com uma boa relação risco-retorno, que possibilite a retenção/atração de investidores. Em face da necessidade de rentabilizar os *portfolios*, a diversificação internacional aparece como uma alternativa estratégica de investimento, o que se contrapõe aos níveis elevados de viés local apresentados por fundos de investimento. Este estudo revela-se importante na medida em que apresenta fatos estilizados sobre o *home bias puzzle* em nível de fundos de investimento brasileiros.

O objetivo geral desse estudo consiste em investigar se o grau de viés local nas carteiras dos fundos de investimento da amostra os diferenciam em termos de risco e *performance*, utilizando-se o Value at Risk (VaR) e o gráfico de Balzer. Adota-se a hipótese de que a diversificação internacional se constitui numa aliada no processo de gestão de riscos. Como objetivos específicos tem-se: investigar os níveis de investimentos no exterior apresentados por esses fundos; abordar teorias que tratam dos determinantes do *home bias*; investigar a origem dos ativos do exterior em que aplicam os fundos analisados; e propor o uso da distribuição de Laplace com parâmetros condicionais no cálculo do VaR.

---

<sup>1</sup> A meta da taxa básica de juros da economia (SELIC) sofreu quedas consecutivas a partir de out. 2011 até out. 2012, quando chegou ao patamar de 7,25%, meta que vigeu até início de abril 2013, segundo dados do Banco Central do Brasil, disponível em <<http://www.bcb.gov.br/?COPOMJUROS>>. Acesso em: 10 dez. 2013.

Para realização do exercício empírico aqui proposto, no qual são comparadas carteiras de fundos sem investimentos no exterior com *portfolios* compostos de fundos que recorrem a esse tipo de diversificação, foram selecionados os fundos da categoria multimercado, subtipo multiestratégia e que possuem série completa de cotações para o período de janeiro de 2005 a dezembro de 2012.

Definidos o tipo de fundos de investimento e o período da amostra, o passo seguinte consistiu em averiguar quais fundos investiam no exterior nos dois últimos anos da série. Para controlar o aspecto institucional, foram formadas carteiras teóricas por administrador, sendo uma com os fundos que aplicavam em ativos do exterior e outra com os fundos que aplicam apenas em ativos locais.

Os dados têm como fonte o site da Comissão de Valores Mobiliários (CVM), do qual, além das informações operacionais/administrativas dos fundos de investimento da amostra, foram extraídos dados referentes ao patrimônio líquido (PL), ao valor das cotas e à composição das carteiras dos fundos em questão. Outra importante fonte é o site da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (Anbima).

Para consolidação e tratamento dos dados foram utilizados os *softwares Excel e EViews*. Nesse mister, acrescenta-se o *EasyFit*, *software* que incorpora critérios para identificação das distribuições teóricas de probabilidade que melhor se ajustam à distribuição empírica de séries de dados, estabelecendo um *ranking*, em conformidade com alguns testes de aderência, com destaque para o teste de Anderson-Darling.

Dessa forma, este trabalho tem a seguinte estrutura: além desta introdução, na seção 2 são abordados os fundos de investimento no Brasil e a dualidade entre *home bias* e diversificação internacional. Na seção 3 detalha-se a metodologia utilizada, incluindo os modelos de VaR adotados e os métodos para sua validação. Na seção 4 delinea-se o exercício empírico, desde a formação das carteiras teóricas e os resultados de *backtesting* dos modelos estimados para cálculo dos VaRs até a análise de *performance* das carteiras de uma adaptação do gráfico de Balzer. Por fim, na seção 5 são feitas algumas considerações finais.

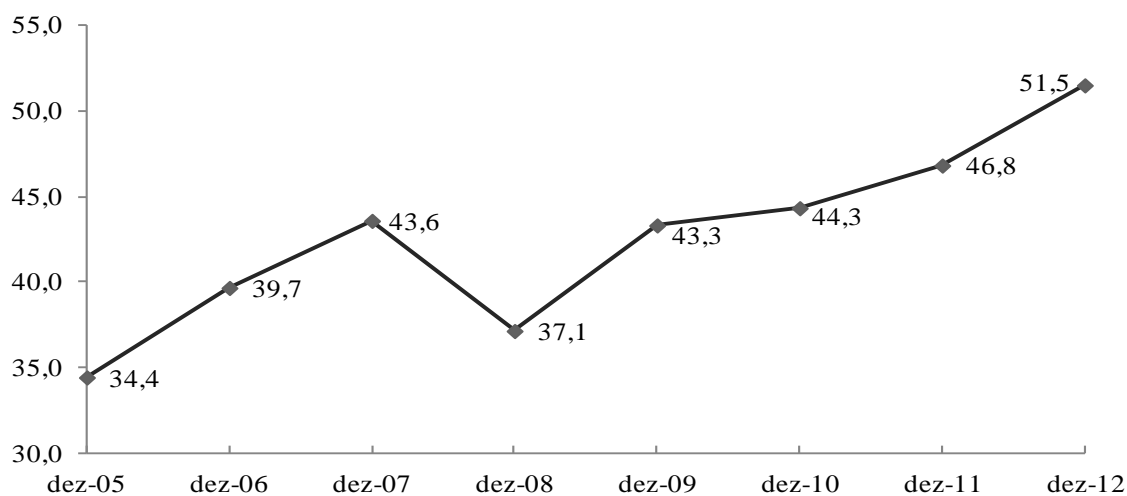
## 2 FUNDOS DE INVESTIMENTO NO BRASIL

Conforme definição expressa no art. 2º da Instrução CVM nº 409/2004, "fundo de investimento é uma comunhão de recursos, constituída sob a forma de condomínio, destinado à aplicação em títulos e valores mobiliários, bem como em quaisquer outros ativos disponíveis no mercado financeiro e de capitais [...]".

Nos últimos anos, a indústria de fundos de investimento tem ganhado cada vez mais destaque dentro da economia brasileira. Considerando valores correntes, a participação de seu patrimônio líquido total frente ao Produto Interno Bruto (PIB) passou de 34,4% ao final do ano de 2005 para 51,5% ao término de 2012, quando tal PL atingiu a marca de, aproximadamente, R\$ 2,27 trilhões. Observa-se no gráfico 1 que referida participação vinha em franco crescimento até a crise do *subprime*, período em que apresentou um recuo tanto em termos relativos quanto absolutos, evidenciando o fato de que foi mais afetada que a economia real do Brasil. No entanto, já a partir de 2009, tem mostrado sinais de recuperação.

Sobre a indústria de fundos de investimento no Brasil e sua evolução constitui referência o estudo de Varga e Wengert (2011). Segundo esses autores, os fundos oferecidos no país geralmente têm uma classificação relacionada às classes de ativos, às demandas dos investidores e à regulamentação imposta pelas autoridades. Nesse contexto destaque para a classificação oficial da CVM e a classificação da Anbima.

Gráfico 1 - Evolução da razão entre o PL total dos fundos de investimentos e o PIB (%)



Fonte: Elaboração própria com dados de IBGE (2013) e Anbima (2013b).

Seguindo estudo de Matos e Nogueira (2012), em que analisam a *performance* e a gestão de fundos de investimento multimercados no Brasil para o período de 2005 a 2010, e considerando a representatividade dessa categoria dentro da indústria de fundos, mais de 20% conforme figura 1, e a possibilidade que têm de alocar até 20% de seus recursos em ativos do exterior, conforme Instrução CVM nº 409/2004, os fundos de investimento Multimercado constituem objeto de análise deste estudo. Em regra, tais fundos não têm um *benchmark* bem definido e não são tão bem explicados pelas classes de ativos. Foram selecionados para a amostra apenas os fundos abertos para aplicações ou não restritos, e que possuem série completa para o período de janeiro de 2005 a dezembro de 2012.

Saliente-se que, atualmente, a referida restrição para alocação de recursos em ativos do exterior pode deixar de existir para os casos em que fundo multimercado exija o investimento mínimo, por investidor, de R\$ 1,0 milhão e preveja, em seu regulamento, a aplicação ilimitada de recursos no exterior, hipótese em que o fundo deverá acrescentar à sua denominação a expressão “Investimento no Exterior”, conforme art. 110-B da Instrução CVM N.º 409, de 18 de agosto de 2004). (BRASIL, 2013).

Figura 1 - Distribuição do PL por Categoria, na posição de dezembro-2012

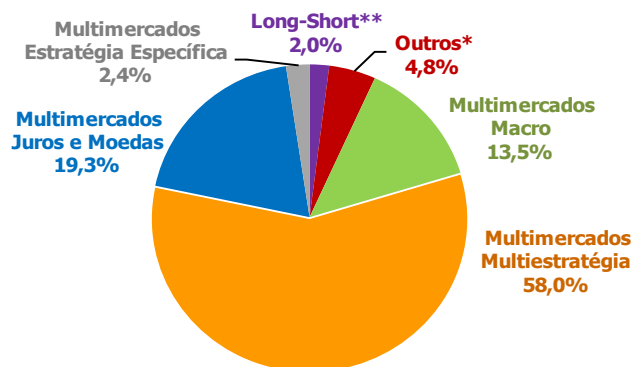


Fonte: Adaptado de Anbima (2013a)

Dentro dessa categoria, há diversas subcategorias, com diferentes perfis e estratégias, que juntas reuniam, ao final de 2012, mais de seis mil fundos. Assim, com vistas a podar a amostra, optou-se pela subcategoria multiestratégia, seguindo o critério da maior representatividade, assim como fizeram Matos e Nogueira (2012). Esse subtipo congregava, aproximadamente, 3,6 mil fundos ou 57% dos fundos multimercado, respondendo por 58% do PL total da categoria, na posição de dezembro de 2012, conforme figura 2.

Na tabela 1, apresentam-se informações acerca dos fundos de investimentos que compõem a amostra. Conforme se observa, nenhum dos fundos de investimento em cotas pratica a diversificação internacional, razão pela qual não foram considerados para fins de construção dos *portfolios*. Ademais, dos 84 fundos avaliados, somente 12 ou 14,3% deles detinham em suas carteiras ativos estrangeiros.

Figura 2 - Participação dos tipos multimercados



Fonte: Adaptado de Anbima (2013a)

\* Capital Protegido, Balanceados, Trading e Multigestor

\*\* Long Short Neutro e Long Short Direcional

Tabela 1 - Caracterização dos fundos de investimento da amostra quanto à composição de carteira

Composição de Carteira	FI <sup>a</sup>		FICFI <sup>b</sup>		TOTAL	
	Quant.	[%]	Quant.	[%]	Quant.	[%]
Inclui ativos do exterior	12	26,7	0	0,0	12	14,3
Somente ativos nacionais	33	73,3	39	100,0	72	85,7
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>100,0</b>	<b>39</b>	<b>100,0</b>	<b>84</b>	<b>100,0</b>

Fonte: Elaboração própria com dados da CVM.

<sup>a</sup> Fundo de Investimento

<sup>b</sup> Fundo de Investimento em Cotas de Fundos de Investimento

## 2.1 Home bias versus diversificação internacional

De acordo com Bodie, Kane e Marcus (2010), seria de esperar que a maioria dos investidores, notadamente *players* institucionais e profissionais, aproveitassem as oportunidades oferecidas pelo investimento internacional. Contudo, verifica-se que, na prática, seus *portfolios* são predominantemente compostos por ativos de seus respectivos países, enquanto que as ações estrangeiras pesam menos ou são totalmente ignoradas.

Grubel (1968), Solnik (1974), Eldor, Pires e Schwartz (1988), e DeSantis e Gerard (1997) apud Coval e Moskowitz (1999) já haviam documentado benefícios significantes da diversificação internacional. No entanto, remanesce ainda um importante *puzzle* não resolvido no cerne das finanças.

French e Poterba (1991) apud Hau e Rey (2008) pontuaram que o grau de diversificação nos mercados de ações internacionais era muito baixo. A partir de então muitos artigos começaram a abordar esse enigma. Azevedo (2012) cita que aqueles autores sinalizaram como explicação para o *home bias* as restrições institucionais que aumentam a incerteza do investidor estrangeiro e o conduz a concentrar suas aplicações em ativos locais.

Coval e Moskowitz (1999) constataram que a forte preferência pelos ativos domésticos nos Estados Unidos vão além dos títulos do governo, aplicando-se também a carteiras de ações. Eles observaram que nesse país, os gestores de investimento exibem forte preferência por empresas com sede local. Os resultados de seus estudos sugerem que informações assimétricas entre investidores locais e não locais podem explicar a preferência por investimentos geograficamente próximos. Os autores ainda observam que o fenômeno *home bias* também está presente em outros países, onde os investidores parecem escolher, basicamente, ativos nacionais, ignorando virtualmente as oportunidades no exterior.

Raj (1994), Fry (1994) e Solnik (1991, 2004) apud Almada (2008) encontraram evidências de redução de risco e aumento de retorno via diversificação internacional. O que se atribui ao baixo grau de correlação entre os países desenvolvidos e alguns países emergentes.

Nesse sentido, o estudo de Almada (2008) investiga a contribuição dos mercados africanos na diversificação de *portfolio* de investimento internacional. A pesquisa mostra que esses mercados apresentaram *performance*, em geral, superior a dos mercados desenvolvidos. Além disso, o baixo coeficiente de correlação registrado entre esses dois grupos de países reduziu o risco total do *portfolio* eficiente, que derivou do modelo *Portfolio Selection*.

Conforme Ferreira, Matos e Pereira (2009) informações assimétricas são um importante determinante das escolhas de *portfolio*. Porém, com a globalização financeira nas últimas décadas, o grau de *home bias* e dessas informações tem decrescido.

Em nível de fundos de investimento, Hau e Rey (2008) analisam tal fenômeno, evidenciando uma alta heterogeneidade no grau de viés doméstico dos fundos, bem como, correlações positivas entre o tamanho dos fundos e a preferência por ativos locais e entre o tamanho dos fundos e o número de países estrangeiros e de setores em que investem.

Investigação semelhante fizeram Chan, Covrig e NG (2005), examinando como uma gama de fundos alocam seus recursos entre mercados de ações domésticos e estrangeiros e quais fatores determinam a distribuição mundial de suas aplicações. Os autores encontraram evidências robustas de que os fundos de ações, de forma agregada, alocam desproporcionalmente uma maior fração de seu patrimônio no mercado de ação doméstico do que estrangeiros. Mais sobre *home bias* em mercados de ações, inclusive algumas possíveis explicações para esse fenômeno, pode ser visto em Lewis (1999).

Alinhado a Chan, Covrig e NG (2005) e Hau e Rey (2008), este estudo pretende analisar o viés doméstico em fundos de investimentos brasileiros, especificamente, os fundos categorizados como Multimercado, subtipo Multiestratégia, tendo em vista sua representatividade dentro da indústria de fundos brasileira.

Além disso, procura-se investigar se a diversificação internacional se constitui uma aliada na gestão de riscos. Nesse sentido, Damodaran (2009) adota o conceito de risco referente a uma combinação entre "perigo" e "oportunidade", representando tanto o lado do risco de perdas (*downside risks*) quanto o lado dos riscos como oportunidades (*upside risks*), numa distribuição de resultados. Segundo esse autor, a essência da boa gestão de riscos está em tomar as decisões certas ao lidar com diferentes tipos de riscos, o que envolve tanto o *hedge* como a busca estratégica do risco.

Assim, o cerne dessa definição de risco está na dualidade risco-recompensa. Conseqüentemente, as empresas precisam adotar uma visão mais abrangente da gestão do risco, em que possam considerar, além da maneira de se proteger contra alguns riscos, quais devem ser explorados e qual a melhor forma de fazê-lo.

### 3 METODOLOGIA

Este estudo está alinhado metodologicamente a Galdi e Pereira (2007), que calculam o valor em risco (VaR) para os preços de ações preferenciais da Petrobrás utilizando modelos de previsão de volatilidade, entre eles o GARCH; e a Cruz (2013), que agrega à discussão sobre gestão de risco dos principais índices de mercado do BRIC por meio do VaR.

#### 3.1 *Value at Risk* (VaR) tradicional: mundo gaussiano

O *Value at Risk* (VaR) ou valor em risco, proposto inicialmente pelo banco J.P. Morgan na década de 1990, mensura o limite de perda que não será superado a um nível de confiança específico ao longo de certo período de tempo. O VaR consiste, assim, numa medida estatística que sintetiza em um único número diversas formas de riscos.<sup>2</sup> Duffie e Pan (1997), Laubsch e Ulmer (1999) e Jorion (2010) são excelentes fontes sobre definições, contextos e formulações matemáticas dessa métrica de risco.

De acordo com Jorion (2010), embora a definição de VaR tenha surgido somente na década de 1990, a metodologia que lhe dar suporte não remonta ao sistema de média-variância desenvolvido por Markowitz em 1952. Porém, o que há de novo é a integração de todos os riscos em uma única medida. Inicialmente aplicado a riscos de mercado, ele é hoje utilizado para medir riscos de crédito, riscos operacionais e o risco em toda a empresa.

Segundo Simonato (2011) o VaR avalia o potencial de grandes perdas em *portfolios* e orienta gestores de risco em suas decisões acerca do controle do nível de risco aceitável ou sobre o requerimento de capital para fazer frente a eventuais perdas.

Conforme Jorion (2010), o cômputo do VaR requer os seguintes procedimentos: (1) marcar o *portfolio* a mercado; (2) medir a variabilidade do fator de risco; (3) definir o horizonte temporal, ou o período de aplicação; (4) estabelecer o nível de confiança; e (5) reportar a pior perda potencial (que corresponde ao VaR) processando todas as informações anteriores numa distribuição de probabilidade dos retornos.

---

<sup>2</sup> Artzner *et al.* (1998) criticou os modelos de VaR por não serem uma medida coerente de risco, ao não atender o princípio da sub-aditividade.



O VaR pode ser visto sob duas perspectivas: a do VaR relativo, representando a perda monetária relativamente à média num dado horizonte de tempo; e a do VaR absoluto, isto é, a perda monetária relativamente a zero. Este estudo abordará apenas o VaR absoluto, uma vez que as técnicas de *backtesting* aqui utilizadas estão associadas a esse tipo de VaR.

Formalmente, o VaR pode ser representado pela seguinte relação:

$$P(\text{Perda} > \text{VaR}) = P(W \leq W^*) \leq 1 - c = p = \int_{-\infty}^{W^*} f_W(w|\boldsymbol{\theta})dw \quad (2)$$

onde,  $c$  é o nível de confiança do VaR,  $p$  reporta o nível de significância,  $W$  é a variável aleatória em questão,  $f_W(w|\boldsymbol{\theta})$  é a função densidade de probabilidade associada a  $W$ , e  $\boldsymbol{\theta}$  é o vetor de parâmetros desta distribuição.

Conforme Manganelli e Engle (2001), as metodologias de estimação do *Value at Risk* dividem-se em três grandes grupos: paramétricas, não paramétricas e semi-paramétricas. Em razão de produzirem medidas de VaR mais precisas a um custo comparativamente menor, o escopo de análise deste estudo se restringe à primeira classe.

Na metodologia paramétrica, um elemento essencial é a determinação da distribuição de probabilidade incondicional da série. Supondo que a série possua a mesma distribuição e os mesmos parâmetros ao longo do tempo, Jorion (2010) argumenta sobre a conveniência do uso da distribuição normal, ao permitir a conversão para diferentes níveis de confiança. Neste caso, a relação (2) é implementada por meio da seguinte equação:

$$\text{VaR}(\text{zero}) = -W_0 R^* = W_0(\mu\Delta t - \alpha\sigma\sqrt{\Delta t}) \quad (3)$$

onde,  $W_0$  representa valor inicial do *portfolio*;  $W^*$  representa o nível mais baixo do valor do *portfolio* dado um nível de confiança, sendo definido pela expressão  $W^* = W_0(1 + R^*)$ ;  $R^*$  expressa o retorno crítico;  $\alpha$  representa o valor crítico, em módulo, associado à distribuição de probabilidade;  $\sigma$  a volatilidade mensurada pelo desvio-padrão;  $\mu$  a média dos retornos e  $\Delta t$  o horizonte de tempo no qual se deseja obter o pior cenário a um nível de confiança definido.

Além disso, o VaR do *portfolio* também pode ser expresso em termos de retorno, tal qual será tratado neste estudo, em que representa, segundo Simonato (2011), o menor nível de retorno de tal forma que um retorno inferior irá ocorrer somente numa proporção  $p$  dos casos ao longo do próximo período, ou seja,

$$\Pr (r_t < \text{VaR}) = p$$

onde  $r_t$  representa o retorno tomando-se por base os valores de fechamento diário da cotas dos fundos de investimento analisados.

Dessa maneira, o VaR em termos de retorno e um período à frente se reduz a:

$$\text{VaR}(\text{zero}) = \mu - \alpha\sigma \quad (4)$$

Como observa Simonato (2011), esse VaR é geralmente um número negativo, mas em grande parte da literatura troca-se o sinal, sendo o VaR reportado como um número positivo. Alinhado ao estudo desse autor tal convenção não será seguida neste trabalho.

Seguindo a relação (4), para o cálculo do primeiro VaR aqui adotado, o VaR Gaussiano Incondicional, será utilizada como distribuição de probabilidade das séries a distribuição normal, com a média e a volatilidade fixas no tempo. Este será o VaR *benchmark*, o qual será refinado ao se incorporar a média e a volatilidade condicionais variáveis no tempo e o valor crítico associado à distribuição de probabilidade que melhor se ajusta à distribuição empírica de retornos dos *portfolios*.

### 3.2 Distribuição de probabilidade melhor ajustada

Segundo De La Rocque (1997), a principal vantagem de usar o VaR é que ele permite integrar, em uma única medida numérica, o risco total da carteira de ativos sob análise, agregando no cálculo todos os ativos e passivos e permitindo a comparação e a integração dos riscos de diferentes classes de ativos. Essa métrica, no entanto, se calculada sob premissas que não sejam evidenciadas, pode gerar resultados pouco confiáveis ou inadequados, pondo em risco sua vantagem.

Para as séries de retornos, conforme Gouriéroux e Jasiak (2001), as várias e robustas evidências sugerem que as distribuições possuam caudas pesadas, costumando admitir valores extremos, aspecto corroborado por Morettin (2008), ao observar que as séries de retorno são leptocúrticas<sup>3</sup>, e por Tsay (2010), ao argumentar que distribuições de retornos financeiros tendem a se desviar da distribuição normal e ter caudas mais pesadas, significando que há maiores chances de ocorrência de retornos nos extremos do que prever tal distribuição.

Costa (1999) destaca que essa distorção da realidade quando do uso do modelo gaussiano clássico determinou vias diferentes de busca de soluções mais pragmáticas. Em uma primeira linha de pesquisa, tem-se procurado encontrar uma distribuição que se ajuste melhor ao comportamento das séries de retorno. Em outra, tem-se buscado incorporar um caráter dinâmico aos modelos no sentido de que, qualquer que seja a distribuição escolhida, o seu comportamento se adapte em cada instante à realidade do mercado.

Seguindo a primeira linha, vários estudos abordaram a busca de uma distribuição que melhor representasse as variáveis de mercado não gaussianas no cálculo do *Value at Risk*. Hull e White (1998) propõem variáveis multivariadas normais, derivadas de uma transformação funcional das variáveis de mercados não normais, enquanto Venkataraman (1997) propõe um VaR com uma mistura de distribuições normais.

Mais recentemente, Barra (2004) calcula um VaR utilizando uma distribuição herdada de terceira ordem multivariada. Adicionalmente, Cayton e Mapa (2012) citam algumas das distribuições que têm sido usadas na literatura, a saber: distribuição t de Student (Hansen, 1994; Harvey and Siddique, 1999), distribuição de Pearson Tipo IV (Yan, 2005), distribuição Johnson SU (Yan, 2005), séries de densidade de Edgeworth (Rockinger and Jondeau, 2001) e as séries de Gram-Charlier (Jondeau and Rockinger, 2001).

Neste estudo, testa-se, inicialmente, a hipótese nula de normalidade das séries segundo teste de Jarque e Bera. Havendo rejeição, propõe-se uma solução visando acomodar os efeitos da não gaussianidade por meio do uso da distribuição que melhor se ajuste às séries de retornos.

---

<sup>3</sup> A partir dos anos 1960, as análises empíricas apontaram a não normalidade da distribuição de retornos financeiros reais. Ver Mandelbrot (1963).

Aferir a qualidade do ajuste de uma distribuição de probabilidade teórica a uma distribuição empírica é um problema recorrente em estatística e diversos métodos<sup>4</sup> se prestam a esse fim. No presente estudo, prima-se por uma boa aderência nas caudas das distribuições, justificando o uso do teste proposto por Anderson-Darling (1952), que atribui maior peso às diferenças nos extremos, tendendo a dar mais ênfase à qualidade de ajuste nas caudas do que no meio das distribuições. (KLUGMAN, PANJER e WILLMOT, 2004).

O teste de Anderson-Darling (AD) compara o ajuste de uma função de distribuição cumulativa observada a uma função de distribuição cumulativa esperada. Prause (1999) usa esse teste para avaliar qual distribuição teórica tem melhor aderência aos dados de bancos alemães, enquanto Brito e Assaf Neto (2008) o utilizam para encontrar as distribuições de probabilidade melhor ajustadas aos índices de segmentos do mercado de crédito brasileiro.

O teste AD tem como hipótese nula a de que os dados seguem a distribuição especificada, e, para um conjunto de amostras crescentemente ordenado, sua estatística<sup>5</sup> é definida por:

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \cdot [\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n-i+1}))]$$

Com base na distribuição ajustada, tida como constante ao longo do tempo para o retorno e a volatilidade dos *portfolios*, obtém-se o novo alfa crítico associado a um dado nível de confiança. A este arcabouço denomina-se doravante de VaR *best fitting* incondicional.

Outro refinamento consiste na utilização das distribuições ajustadas às séries com parâmetros temporalmente dependentes. Conforme Cayton e Mapa (2012) as distribuições usadas nestes conjuntos de procedimento geralmente envolvem mais do que dois parâmetros, que incluem parâmetros de forma, tais como aqueles que afetam assimetria e curtose, a exemplo da distribuição Johnson SU. Quanto à utilização dessa distribuição no cálculo de VaR, ver também Choi (2001), Yan (2005) e Simonato (2012).

<sup>4</sup> Além do teste aqui usado e do teste sugerido em Kolmogorov (1933) e Smirnov (1948), outros exemplos de testes de ajuste existentes na literatura são Shapiro & Wilk (1965) e Shapiro & Francia (1972), para distribuições contínuas e Qui-quadrado para distribuições discretas.

<sup>5</sup> Os valores críticos do teste AD para os níveis de significância de 1%, 5% são 3,857, 2,492 e 1,933, respectivamente. (KLUGMAN, PANJER e WILLMOT, 2004). Quanto menor a estatística, mais adequada a distribuição.

### 3.2.1 Distribuição de Laplace

Na linha dos estudos de Bollerslev (1987) e Hsieh (1989) apud Simonato (2012), em que introduzem o uso de distribuições simétricas leptocúrticas com o objetivo de fornecer descrições mais adequadas ao se afastar do pressuposto de normalidade dos resíduos, apresenta-se nesse estudo uma aplicação da distribuição de Laplace (também denominada Exponencial Dupla ou Exponencial Bilateral) ao ajuste de séries financeiras e sua flexibilidade quanto à incorporação de parâmetros condicionais no decorrer do tempo.

Da mesma forma que a distribuição Normal, a de Laplace é definida apenas por dois parâmetros, um de posição ( $\mu$ ), que corresponde à média da série, e outro de escala ( $\beta$ ), o qual tem uma relação direta com a variância, conforme segue:

$$\sigma^2 = 2\beta^2 \Rightarrow \beta = \sqrt{\frac{\sigma^2}{2}} \quad (5)$$

Essa propriedade simplifica o cálculo do VaR condicional. Analogamente ao VaR Gaussiano, o VaR "Laplaciano" para um dia, em termos de retorno, resume-se ao seguinte:

$$\text{VaR}_{\text{LAP}} = \mu - \alpha\beta \quad (6)$$

Então, substituindo  $\beta$  (como função da variância) na equação 5, tem-se que o VaR por Laplace pode ser obtido da seguinte maneira:

$$\text{VaR}_{\text{LAP}} = \mu - \alpha_L \left( \sqrt{\frac{\sigma^2}{2}} \right) \quad (7)$$

onde,  $\alpha_L$  representa o valor crítico associado a uma Laplace padrão ( $\mu=0$ ;  $\beta=1$ ). Ressalte-se que, às vezes, como é o caso do *software EasyFit*, pode-se encontrar tal distribuição definida pelos parâmetros  $\mu$  e  $\lambda$ , com este representando o inverso do parâmetro de escala.

Assim, pode-se implementar o VaR definido na equação 7, com a inclusão dos parâmetros condicionais, de maneira bem mais simples e intuitiva do que os processos que consideram distribuições com quatro parâmetros, conforme segue:

$$\text{VaR}_{\text{LAP}} = \mu_t - \alpha_L \left( \sqrt{\frac{\sigma_t^2}{2}} \right) \quad (8)$$

### 3.3 Modelagem VaR segundo um ARMA-GARCH (método econométrico)

A segunda linha de extensão do VaR aqui empregada tem origem na crescente importância desempenhada por considerações de risco e incerteza na teoria econômica moderna, que demandou o desenvolvimento de novas técnicas econométricas de séries temporais que incluíssem a modelagem das variâncias e covariâncias variáveis no tempo. Diante disso, Engle (1982) introduz o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heterocedasticity*), o qual incorpora a condicionalidade da variância ao longo do tempo.

Bollerslev (1986) apresenta a primeira, e mais expressiva, extensão do modelo ARCH: o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity*). Nesta generalização, a variância condicional é função não apenas das inovações quadráticas passadas, mas também dos seus próprios valores passados (CRUZ, REIS e PINHO, 2013).

Engle (2001) apresenta uma introdução do uso de modelos GARCH nos arcabouços de *Value at Risk*. Nesse contexto, Berkowitz e O'Brien (2002) avaliam os modelos de VaR de grandes bancos norte-americanos comparando-os aos VaRs mensurados com modelos ARMA-GARCH de volatilidade condicional, concluindo que, não obstante o modelo GARCH seja uma forma reduzida do cálculo de VaR, não contabilizando as mudanças na composição do *portfolio*, os VaR dos bancos analisados não são melhores do que esse simples modelo de volatilidade, pois, não refletem adequadamente as mudanças nesse quesito. Os resultados a que chegaram os autores ilustram que, embora na forma reduzida, os modelos de séries temporais podem ser ingredientes úteis na estimação do VaR.

No Brasil, Souza-Sobrinho (2001) estima a volatilidade do Ibovespa com modelos da família GARCH, enquanto Galdi e Pereira (2007) mensuram o VaR de ações da Petrobrás utilizando um modelo ARMA-GARCH para a volatilidade e o compara com o VaR com a volatilidade estimada por modelos EWMA e Volatilidade Estocástica.<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup> O termo EWMA corresponde a *Exponential Weighted Moving Average*, método sugerido pelo *RiskMetrics*. Para mais detalhes ver Laubsch e Ulmer (1999). Já sobre o modelo de volatilidade estocástica, ver Taylor (1980, 1986).

Em suma, conforme Cayton e Mapa (2012), a metodologia econométrica envolve a especificação do seguinte: (1) estrutura da média condicional  $\mu_t$  como uma função do tempo  $t$ , para este fim pode-se utilizar os modelos autorregressivos de média móvel (ARMA), (2) equação de variância condicional  $\sigma_t^2$  para a volatilidade em função do tempo, neste caso pode-se fazer uso de extensões dos modelos autorregressivos de heterocedasticidade condicional (ARCH), e (3) especificação da distribuição padronizada dos erros.

Uma vez que os três elementos próprios do método econométrico estejam plenamente especificados e todos os parâmetros estejam estimados, o respectivo  $100(1-p)\%$  VaR, um período a frente, o qual doravante será chamado VaR Condicional, é dado por:

$$VaR_{COND} = \hat{\mu}_t - \sqrt{\hat{\sigma}_t^2} F_\varepsilon^{-1}(p)$$

onde,  $\hat{\mu}_t$  e  $\hat{\sigma}_t^2$  representam as estimativas, um passo a frente, para a média e a variância, respectivamente, das séries de retornos; e  $F_\varepsilon^{-1}$  é a função quantílica dos erros padronizados.

### 3.3.1 Arcabouço ARMA

A formalização estatística dos modelos ARMA deriva da combinação do componente autorregressivo (AR) e do componente de médias móveis (MA). Em processos AR ( $m$ ), o valor da variável dependente no período  $t$  depende de seu valor nos períodos anteriores e de um choque ou distúrbio aleatório no período, enquanto no processo MA( $n$ ), o valor de  $y$  em  $t$  é igual a uma constante mais uma média móvel dos termos de erro presentes e passados. Assim, em um processo autorregressivo e de médias móveis, ARMA( $m,n$ ), a variável dependente no período  $t$  tem características tanto de AR quanto de MA, sendo representada por:

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_m y_{t-m} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_n \varepsilon_{t-n}$$

onde,  $\phi_1, \dots, \phi_m$  e  $\theta_1, \dots, \theta_n$  são parâmetros,  $\phi_m \neq 0$ ,  $\theta_n \neq 0$  e  $\varepsilon_t \sim RB(0, \sigma^2)$ .

### 3.3.2 Arcabouço GARCH

Diante da necessidade de modelagem da variância ao longo do tempo,  $\sigma_t^2$ , Engle (1982) sugere uma variância condicional heterocedástica como função linear do quadrado das inovações passadas. Assumindo-se que o termo de erro ( $\varepsilon_t$ ) segue uma Normal e que  $\psi_{t-1}$  é o conjunto de suas informações passadas, o modelo ARCH(p) de Engle (1982) é definido por:

$$\begin{aligned} y_t &= \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= v_t \sigma_t & v_t &\sim RB(0, \sigma^2) \\ \varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \end{aligned}$$

com  $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \forall i = 1, \dots, p$ .

No modelo GARCH(p,q), à representação autorregressiva dos valores ao quadrado do modelo ARCH é acrescida uma especificação autorregressiva que representa as variâncias condicionais defasadas. O processo GARCH (p,q) é definido por:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \end{aligned}$$

com  $p \geq 0, q > 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$ , e  $0 \leq \sum \alpha_i + \sum \beta_j < 1, \forall i = 1, \dots, q, p$ .

A soma de todos os parâmetros estimados é chamada de *persistência* – taxa que reflete como o impacto de um choque no retorno hoje se propaga ao longo do tempo sobre a volatilidade dos retornos futuros. Conforme Bollerslev (1986), para que o modelo tenha covariância estacionária e, portanto, variância incondicional ou uma tendência de convergência, a soma dos coeficientes das ordens  $p$  e  $q$  deve ser menor do que um.

Jorion (2010) enuncia que a beleza dessa especificação está no fato de fornecer um modelo parcimonioso, que parece se adequar muito bem aos dados. Esse autor acrescenta que os modelos GARCH tornaram-se a base das análises de séries temporais dos mercados financeiros, que demonstram sistematicamente períodos de ‘agrupamento’ de volatilidade. Tal fenômeno (em inglês, *volatility clustering*) apresenta a característica de que altas (baixas) volatilidades são geralmente seguidas por altas (baixas) volatilidades.



No modelo GARCH(p,q) o primeiro número se refere à defasagem no componente de média móvel do modelo (termo ARCH) e o segundo diz respeito ao número de defasagens dos termos autorregressivos (termo GARCH). Em virtude da suposição quanto à distribuição condicional dos termos de erro  $\varepsilon_t$ , os modelos GARCH são tipicamente estimados pela maximização da função de verossimilhança, envolvendo otimização numérica. Neste estudo, as estimações do modelo GARCH foram obtidas considerando a distribuição gaussiana<sup>7</sup> para o erro. Assim, o VaR Gaussiano Condicional será calculado da seguinte maneira, conforme visto em Berkowitz e O'Brien (2002) e Galdi e Pereira (2007):

$$VaR_{Gaussiano} = \hat{y}_t - \alpha \hat{\sigma}_t$$

Enquanto o VaR por Laplace definido na equação 8, aqui representando o VaR condicional *best fitting*, tem a seguinte estrutura:

$$VaR_{Laplace} = \hat{y}_t - \alpha \frac{\hat{\sigma}_t}{\sqrt{2}}$$

onde,  $\alpha$  representa o valor da inversa da função de distribuição dada;  $\hat{y}_t$ , a média condicional estimada por um ARMA e  $\hat{\sigma}_t$ , o desvio-padrão derivado de um GARCH.

### 3.4 Backtesting

Segundo Jorion (2010), os modelos de VAR são úteis unicamente quando conseguem prever o risco de forma razoável. Por isso, a aplicação desses métodos deve ser sempre acompanhada de um processo de validação, a exemplo do *backtesting* - procedimento estatístico formal para verificar a consistência entre as perdas observadas e as perdas previstas pelo VaR para um determinado período. O método mais simplificado de *backtesting* é a taxa de exceções, que corresponde ao quociente do número de violações do VaR ( $N$ ) pelo total de observações ( $T$ ). Kupiec (1995) gerou regiões de confiança de aproximadamente 95% para esse teste, sendo essas regiões definidas pela razão de log-verossimilhança a seguir:

$$LR_{uc} = -2\ln[(1 - p)^{T-N} p^N] + 2\ln\{[1 - (N/T)]^{T-N} (N/T)^N\}$$

<sup>7</sup> Por exemplo, em um modelo GARCH (1,1) com termos de erro seguindo uma Normal, a contribuição da log-verossimilhança para a observação em  $t$  é  $l_t = -\frac{1}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log \sigma_t^2 - \frac{1}{2}(y_t - x_t\theta)^2/\sigma_t^2$ .

Essa razão, também conhecida como teste de cobertura incondicional, possui distribuição assintótica qui-quadrado com um grau de liberdade  $\chi^2(1)$ , sob a hipótese nula de que  $p$  (nível de significância do VaR) é a verdadeira probabilidade de exceção. Portanto, se  $LR_{uc} > 3,84$  a hipótese nula é rejeitada e o modelo considerado inadequado.

O teste de Kupiec é um método amplamente utilizado e pioneiro em avaliação de modelos de VaR, no entanto, possui um baixo poder de teste e considera apenas a frequência de perdas e não o momento em que elas ocorrem<sup>8</sup>. Como resultado, pode-se incorrer em erro ao deixar de rejeitar um modelo que produz exceções em *cluster*. Assim, segundo Campbell (2005), o *backtesting* não deve depender unicamente dos testes de cobertura incondicional.

Christoffersen (1998) propõe um teste de cobertura condicional ou independência, que estende a estatística de Kupiec examinando a probabilidade de uma exceção em qualquer dia depender do resultado do dia anterior. A estatística do teste é:

$$LR_{ind} = -2\ln[(1 - \pi)^{(T_{00}+T_{10})} \pi^{(T_{01}+T_{11})}] + 2\ln [(1 - \pi_0)^{T_{00}} \pi_0^{T_{01}} (1 - \pi_1)^{T_{10}} \pi_1^{T_{11}}]$$

onde,

$T_{00}$  = Número de dias consecutivos sem exceções.

$T_{01}$  = Número de dias com exceção seguindo dias sem exceção.

$T_{10}$  = Número de dias sem exceção seguindo dias com exceção.

$T_{11}$  = Número de dias consecutivos com exceções.

$\pi_0 = \frac{T_{01}}{T_{01}+T_{00}}$ ;  $\pi_1 = \frac{T_{10}}{T_{10}+T_{11}}$ ; e  $\pi = \frac{T_{01}+T_{11}}{T_{01}+T_{00}+T_{11}+T_{10}}$ , em que  $\pi_i$  são as probabilidades condicionais

de observar exceção dado o estado  $i$  registrado no dia anterior.

Esta estatística possui distribuição assintótica qui-quadrado com um grau de liberdade  $\chi^2(1)$ . Assim, a um nível de significância de 5%, rejeita-se a hipótese nula de que a proporção de exceções não agrupadas ( $\pi_0$ ) é igual à proporção de exceções agrupadas ( $\pi_1$ ) se  $LR_{ind} > 3,84$ . O primeiro passo na realização do teste é definir uma variável indicadora que recebe valor "1" se o VaR é excedido e "0", caso contrário ( $T_i = 1$  ou 0). Após, define-se  $T_{ij}$  como o número de dias em que o estado  $j$  aconteceu após o estado do dia anterior ter sido  $i$ . No quadro 1 segue exemplo de uma tabela de exceções condicionais.

<sup>8</sup> Mais detalhes em Gaglianone (2007) e Pena, Rivera e Ruiz-Mata (2007).

Quadro 1 - Valor esperado de exceções

Dia atual	Condicional (dia anterior)		Incondicional
	Sem exceção	Com exceção	
Sem exceção	$T_{00} = T_0 (1 - \pi_0)$	$T_{10} = T_1 (1 - \pi_1)$	$T (1 - \pi)$
Com exceção	$T_{01} = T_0 (\pi_0)$	$T_{11} = T_1 (\pi_1)$	$T (\pi)$
<b>Total</b>	<b><math>T_0</math></b>	<b><math>T_1</math></b>	<b><math>T = T_0 + T_1</math></b>

Fonte: Jorion (2010)

Outro teste surge com a junção desses dois, resultando em um teste conjunto de cobertura incondicional e condicional, cuja estatística é dada por:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$$

e apresenta distribuição assintótica qui-quadrado com dois graus de liberdade  $\chi^2$  (2). Portanto, ao nível de significância de 5%, rejeita-se a hipótese nula se  $LR_{cc} > 5,99$ . Estes serão os testes usados neste estudo, porém, há na literatura outros tipos de *backtesting* como o teste estabelecido pelo Comitê de Basileia, um teste para múltiplos níveis de VaR contido em Crnkovic e Drachman (1997), a Função de Perda proposta por Lopez (1998), o teste misto de Kupiec proposto por Haas (2001) e o *backtesting* recomendado por Gaglianone (2007).

### 3.5 Gráfico de Balzer

Conforme Duarte Júnior (1997, p. 14) "o acompanhamento regular da *performance* de fundos de investimento, operadores de mercado etc. é uma necessidade para aqueles interessados pelo efetivo gerenciamento do risco de mercado de sua instituição financeira". Nesse sentido, defende que uma das técnicas mais robustas é o gráfico de Balzer.

Essa ferramenta reproduz o desenvolvimento temporal do retorno e risco de um investimento em comparação a um *benchmark* (concorrente). Segundo Duarte Júnior (1997), a meta do investidor é procurar sempre, simultaneamente, maximizar sua diferença de retorno e minimizar sua diferença de risco em relação ao retorno/risco do *benchmark* utilizado. Nesse sentido, a diferença entre o retorno obtido pelo administrador de investimentos e seu *benchmark* deve ser preferencialmente positiva; enquanto que a diferença entre o risco corrido pelo administrador e seu *benchmark* deve ser preferencialmente negativa.

De acordo com Duarte Júnior (1997), diferente de outras métricas de *performance*, como a Razão de Sharpe<sup>9</sup>, o gráfico de Balzer não apresenta limitações em seu uso, sendo uma técnica robusta para a avaliação de *performance* de investimentos.

Conforme visto em Moretti (2004), o eixo das ordenadas do gráfico de Balzer expressa a diferença entre o retorno acumulado de um ativo e o retorno acumulado de seu *benchmark* ao longo do período em análise. Já no eixo das abscissas tem-se a diferença ao longo do tempo entre o risco do investimento escolhido e o de seu concorrente.

Uma vez que o objetivo de um administrador ativo consiste em maximizar as diferenças de retorno e minimizar as diferenças de risco em relação ao *benchmark*, a região mais desejável ou ideal encontra-se no quadrante mais à esquerda e mais acima dos eixos centrados na origem, enquanto que pontos abaixo e à direita desses eixos são considerados ruins (MORETTI, 2004).

Como métrica de risco, Balzer (1995) utiliza o desvio-padrão dos retornos, contudo, salienta que outras medidas de risco podem ser usadas na construção do gráfico de risco/retorno. Neste estudo, representa-se o risco pelo VaR, comparando-se a *performance* dos *portfolios*, por administrador, de fundos que possuem investimentos no exterior com a *performance* dos *portfolios* formados por fundos que investem apenas em ativos locais.

---

<sup>9</sup> Segundo Duarte (1997) existem duas limitações na utilização prática da Razão de Sharpe: (1) conforme proposto na literatura de finanças, a Razão de Sharpe deve ser necessariamente um número positivo; (2) esse índice fica distorcido quando a volatilidade dos fundos de investimentos sob comparação é muito pequena.

## 4 EXERCÍCIO EMPÍRICO

O processo de seleção da amostra consistiu em escolher, dentre os fundos de investimento brasileiros, aqueles do tipo multimercado, subtipo multiestratégia, e com série completa no período de janeiro de 2005 a dezembro de 2012. Com esse procedimento, dos 12.650 fundos ativos no fim desse período, restaram 84 para amostra.

O passo seguinte consistiu em obter os valores das cotas desses fundos no período supracitado e averiguar quais fundos apresentavam investimentos no exterior nos últimos dois anos da série, período em que se observa um cenário de retração das taxas de juros no Brasil. Ademais, optou-se por analisar apenas dois anos em razão da dificuldade de levantamento das informações, uma vez que, para cada fundo, deve-se extrair, mês a mês, o quanto é alocado no exterior. O que significa recarregar 24 vezes a página do site da CVM com as informações da composição das carteiras dos 84 fundos e localizar os valores pertinentes a investimentos no exterior, incluindo os Brazilian Depositary Receipts (BDRs) Nível I Não Patrocinados<sup>10</sup>.

Observa-se que, no período, fundos de apenas três administradores investem em ativos do exterior, porém, como um destes não possui fundos dentro da amostra que aplicasse apenas em ativos locais, foram montadas carteiras somente para dois dos administradores. Assim, confrontam-se as duas carteiras de cada administrador, cotejando o *portfolio* de fundos que investem fora do país com a carteira de fundos que não utilizam essa estratégia.

### 4.1 Caracterização dos fundos selecionados

Em virtude do interesse em analisar o risco e a *performance* dos quatro *portfolios* montados neste estudo à luz do fato de apresentarem ou não investimentos no exterior, é importante que se tenha uma extensa série temporal dos retornos dessas carteiras. Neste sentido, a série abrange 2.007 observações de retornos diários líquidos nominais dos fundos desses *portfolios*, obtidos com base na variação de suas cotas de fechamento extraídas do site da CVM. As características dos *portfolios* são descritas no quadro 2.

---

<sup>10</sup> Segundo a BM&F Bovespa, "BDRs são certificados representativos de valores mobiliários de emissão de companhias abertas, ou assemelhadas, com sede no exterior, e emitidos por instituição depositária no Brasil". Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/mercados/outros-titulos/bdrs-brazilian-bepository-receipts/bdrs-brazilian-bepository-receipts.aspx?idioma=pt-br#2>>. Acesso em: 30 nov. 2013.

As carteiras comparáveis são formadas por fundos com mesma classificação, administração e viés de sobrevivência. No caso dos *portfolios* BTG, seus fundos também têm o mesmo gestor de carteira.

A composição das carteiras se deu pelo valor de mercado (*value-weighted*) dos fundos, com rebalanceamento diário, em que a cotação da carteira consiste numa média ponderada das cotações individuais dos fundos que a integram. A evolução do retorno acumulado durante o período aqui analisado encontra-se no gráfico 2. Destaque para o *portfolio* BNY\_*mixed* que descola dos demais a partir do ano de 2007, quando passa a auferir maiores ganhos, tendo o ápice no final do período, com um ganho acumulado de 191,0%. Curiosamente, o outro *portfolio* formado com fundos do mesmo administrador fechou o período com o pior desempenho (147,3%), muito embora tenha superado em boa parte do período em análise as outras duas carteiras.

Quadro 2 - Discriminação dos fundos de investimentos selecionados

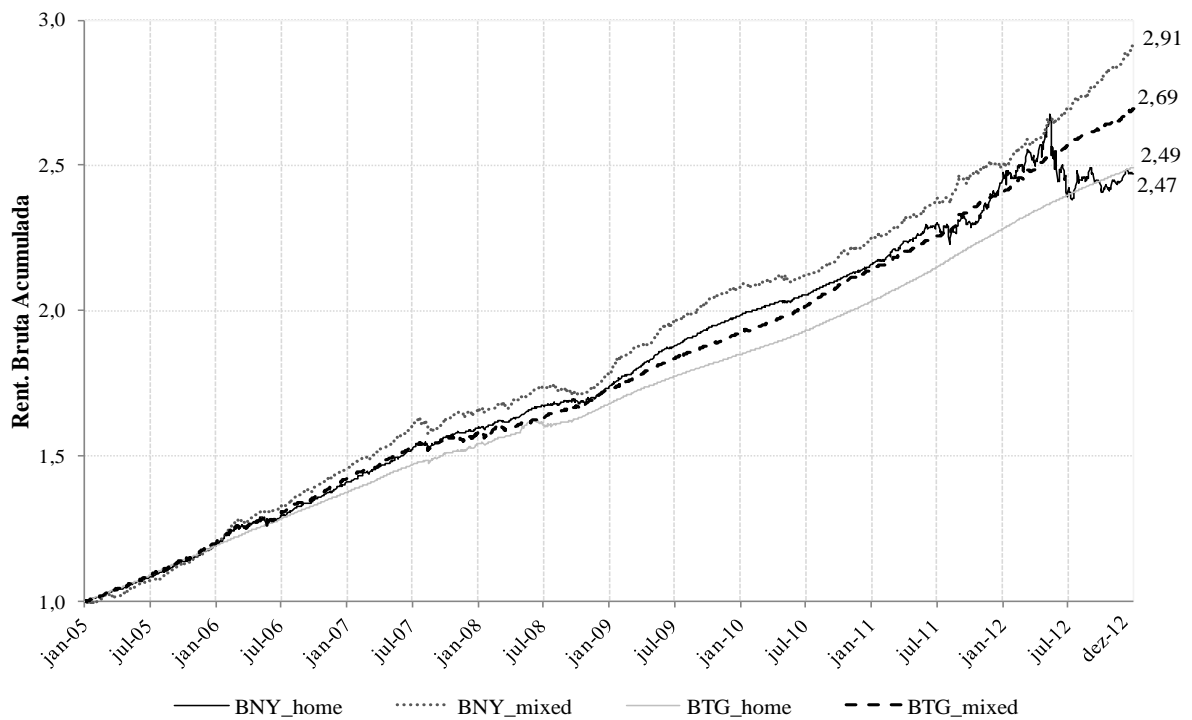
Portfólio	Fundo	Data início atividades	Tx. adm.	Tx. performance sobre excedente a 100% CDI	Aplicação mínima (R\$)
<b>BNY-home</b>	Antares FI Multimercado I	02/06/2003	2,0%	20,0%	50.000,00
	Argos TR FI Multimercado	01/03/2004	2,0%	20%	2.500,00
	Ático Hedge FI Multimercado	01/11/1995	2,0%	20%	5.000,00
	Bresser Hedge FI Multimercado	24/06/2002	2,0%	20%	50.000,00
	GAP Institucional FI Multimercado	08/09/2003	1,0%	20%	20.000,00
	GS Allocation Hedge FI Multimercado	01/10/2001	1,8%	25%	5.000,00
	Nobel Advanced Agressivo FI Multimercado	13/08/1998	2,0%	20%	30.000,00
	Multinvest Capital Casa Forte Créd. Priv. Mult. FI	28/03/2002	0,8%	20% (*)	0,00
	Santa Fé Aquarius FI Multimercado	04/09/2001	2,0%	20%	1.000,00
	Sextante Multimercado FI	29/04/2004	1,5%	20%	50.000,00
<b>BNY-mixed</b>	GAP Absoluto FI Multimercado	16/05/1997	2,0%	25%	50.000,00
	GAP Hedge FI Multimercado	26/12/1996	1,3%	25%	5.000,00
	GAP Multiportfólio FI Multimercado	23/09/1998	2,0%	20%	10.000,00
	Mercatto Diferencial Multimercado FI LP	03/09/2002	1,0%	20%	25.000,00
	Mercatto Diferencial Institucional FI Mult. LP	12/07/2004	1,3%	20%	50.000,00
	Opus Hedge FI Multimercado	19/05/2000	2,0%	25%	5.000,00
<b>BTG-home</b>	BTG Pactual FI Multimercado Local Institucional	01/10/2002	0,6%	20,0%	0,00
	Mugen FI Multimercado Crédito Privado	17/11/2003	0,0%	0,0%	1.000.000,00
<b>BTG-mixed</b>	BTG Pactual Equity Hedge FI Multimercado	02/08/2000	2,0%	20,0%	25,00
	BTG Pactual Hedge FI Multimercado	31/10/1995	1,5%	20,0%	25.000,00
	BTG Pactual Hedge Plus FI Multimercado	08/05/1996	2,0%	20,0%	25.000,00

Fonte: Comissão de Valores Mobiliários - CVM. Elaboração própria.

(\*) Diferentemente dos demais fundos, que consideram 100% do CDI, esse fundo toma como base o que exceder a 105% do CDI.

Ao longo de todo o período amostral, observa-se que o *portfolio* BTG\_mixed também supera seu *benchmark*, apresentando uma rentabilidade acumulada de 169% contra 149% de seu concorrente BTG\_home.

Gráfico 2 - Rentabilidade acumulada dos *portfolios* dinâmicos *equal weighted* compostos por fundos de investimentos (jan. 2005 – dez. 2012) <sup>a</sup>



Fonte: Elaboração própria.

<sup>a</sup> Retorno bruto nominal diário acumulado: série temporal de cotação de fechamento – jan. 2005 – dez. 2012.

A tabela 2 traz estatísticas descritivas dos *portfolios* teóricos formados pelos fundos de investimento discriminados no quadro 1. No tocante à rentabilidade média, as carteiras “*mixed*” também superaram suas adversárias. Das carteiras com investimentos no exterior, apenas a BNY\_mixed obteve menor desvio-padrão vis-à-vis sua concorrente.

Tabela 2 - Estatísticas descritivas dos retornos dos *portfolios* <sup>a,b</sup>

Portfolio	Rentabilidade diária (%)					
	Mínima	Média	Mediana	Máxima	Acumulada	Desvio-Padrão
BNY_home	-2,3026	0,0454	0,0467	2,4785	147,2799	0,2313
BNY_mixed	-1,0702	0,0534	0,0552	0,9869	191,0065	0,1514
BTG_home	-0,4905	0,0455	0,0446	0,5326	149,3578	0,0488
BTG_mixed	-0,7744	0,0494	0,0476	1,0229	169,2994	0,1193

Fonte: Elaboração própria.

<sup>a</sup> Séries de retorno diário obtido com base na série temporal do valor da cota de fechamento dos fundos que compõem as carteiras em questão, no período de jan.2005 a dez.2012, num total de 2007 observações.

Tabela 3 - Características das distribuições de retorno

Série	Assimetria	Excesso de Curtose	Teste Normalidade - Jarque-Bera <sup>a</sup>		Teste Raiz Unitária ADF <sup>b</sup>	
			Estatística	p-valor	Estatística t	p-valor
BNY_home	-0,3640	27,12	48.699,84	0,0000	-41,81	0,0000
BNY_mixed	-0,4025	7,76	1.949,10	0,0000	-39,82	0,0000
BTG_home	-1,0241	29,13	57.427,07	0,0000	-7,96	0,0000
BTG_mixed	0,2918	13,87	9.908,16	0,0000	-31,87	0,0000

Fonte:Elaboração própria

<sup>a</sup> Hipótese nula de que a série de dados segue uma distribuição normal.

<sup>b</sup> Hipótese nula de que a série possui raiz unitária (não estacionária ou explosiva).

De acordo com a tabela 3, as séries apresentam assimetria negativa, exceto a *BTG\_mixed*, cuja assimetria também é a mais moderada. Todas as séries apresentam excesso de curtose em relação à distribuição normal. Estas evidências sugerem, *a priori*, a não normalidade das séries de retornos dos *portfolios*, o que se confirma com o teste de Jarque e Bera, cujos resultados constantes da tabela acima indicam a rejeição da hipótese nula de normalidade para todas as séries, ao nível de significância de 1%.

Para examinar se as séries são estacionárias, foram realizados os testes de raiz unitária de Dickey & Fuller em sua versão Aumentada. Verifica-se, também na tabela 3, para todas as séries, a um nível de 1% de significância, a rejeição da hipótese nula de presença de raiz unitária, o que é esperado para séries de retornos, conforme Morettin (2008).

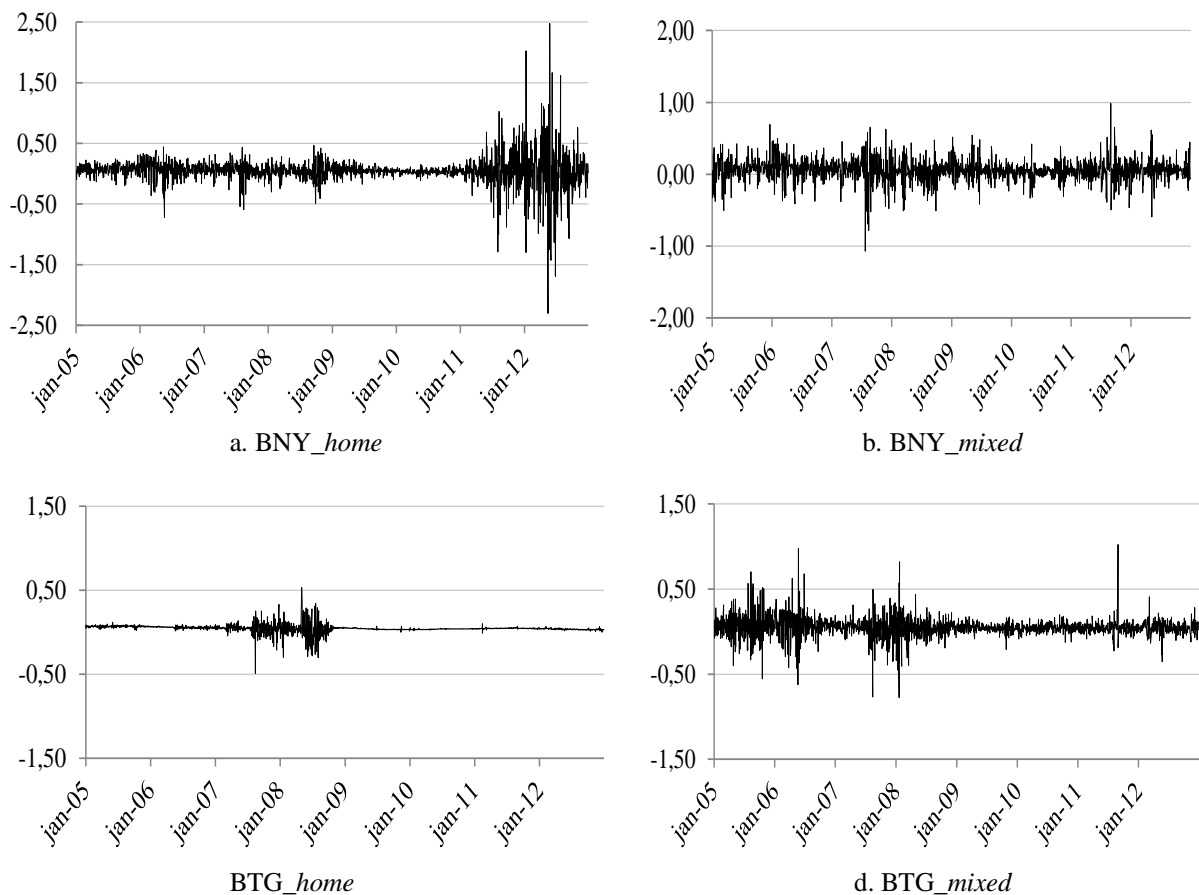
Na figura 3 tem-se um esboço do comportamento das séries de retornos dos *portfolios*. Da análise gráfica, confirma-se a estacionariedade das séries, contudo, percebem-se alguns agrupamentos de volatilidades, com destaque para as oscilações no ano de 2008, auge da crise do *subprime*. Segundo Gouriéroux e Jasiak (2001) agrupamentos de volatilidade em séries diárias de retorno são esperados, pois as observações dos retornos apresentam vários padrões não-lineares.



Para a série do *BNY\_home*, constata-se que as turbulências foram mais intensas nos dois últimos anos da amostra. Em face disso, verificou-se que dois fundos desse *portfolio* se comportaram de forma semelhante, apresentando oscilações acentuadas nos anos de 2011 e 2012. Um deles, o fundo "Nobel", iniciou o ano de 2011 com aplicação superior a 20% de seu PL nas ações OGXP3 e MPXE3, participação que aumentou significativamente até junho de 2012, quando o percentual alocado no último ativo atingiu 170,8% da carteira.

Assim, têm-se fortes indícios de que a instabilidade dos retornos do fundo "Nobel" e, por extensão, do *portfolio* teórico *BNY\_home*, nesse período, esteja associada à volatilidade dessas ativos. Por exemplo, tem-se que a ação MPXE3 apresentou, em termos de retorno diário, para o período de janeiro de 2011 a dezembro de 2012, o mínimo de -9% e o máximo de 10%. Com uma rentabilidade média de 0,11% a.d. e desvio-padrão de 2,22% a.d.

Figura 3 - Evolução dos retornos líquidos nominais dos *portfolios* <sup>a,b</sup>



**Fonte:** Elaboração própria.

<sup>a</sup> Séries de retorno líquido nominal diário obtido com base na série temporal de cotas de fechamento (*end-of-day*) dos fundos de investimento, durante o período de jan. 2005 – dez. 2012; 2.007 observações.

#### 4.2 Nível de *home bias* em fundos de investimentos do Brasil

Conforme exposto anteriormente, a investigação dos níveis de investimento dos fundos integrantes da amostra em ativos do exterior se ateve ao período de janeiro de 2011 a dezembro de 2012, em função do esforço computacional requerido para obtenção dos dados.

Na tabela 4 são reportadas as quantidades de fundos de investimento (FI), por administrador, que aplicam em ativos estrangeiros, bem como o respectivo número de fundos, dos mesmos administradores, que não investem fora. Haja vista que na amostra não há fundos de investimentos do administrador Banco Itaucard que invistam somente em ativos domésticos, não foram formadas carteiras com fundos desse administrador.

Tabela 4 - Fundos que compõem as carteiras teóricas analisadas por administrador

<b>Administrador</b>	<b>Quant. FI com Ativos no Exterior</b>	<b>Quant. FI sem Ativos no Exterior</b>
BNY Mellon Serviços Financeiros	6	10
BTG Pactual Serviços Financeiros	3	2
Banco Itaucard	3	0
<b>Total</b>	<b>12</b>	<b>12</b>

Fonte: CVM (2013). Elaboração própria.

Quanto aos níveis de aplicação em ativos do exterior segue tabela com sumário das estatísticas consolidadas pelos *portfolios* ditos "mixed". Conforme se observa, há fundos no *portfolio* BTG que chegaram a alocar próximo de 19,4% de seu PL em ativos do exterior.

Tabela 5 - Sumário de estatísticas descritivas da participação dos investimentos no exterior na composição das carteiras de fundos por administrador (%)

<b>Administrador / Participação de ativos do exterior</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio-Padrão</b>	<b>Coef. Variação</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Mediana</b>	<b>Máximo</b>
BNY Mellon Serv. Financeiros	3,43	3,03	88,38	-	3,40	11,12
BTG Pactual Serv. Financeiros	6,88	6,19	90,03	0,83	3,56	19,35
Banco Itaucard (*)	1,21	1,74	152,00	-	0,04	6,24
Geral	3,69	4,37	118,68	-	2,55	19,35

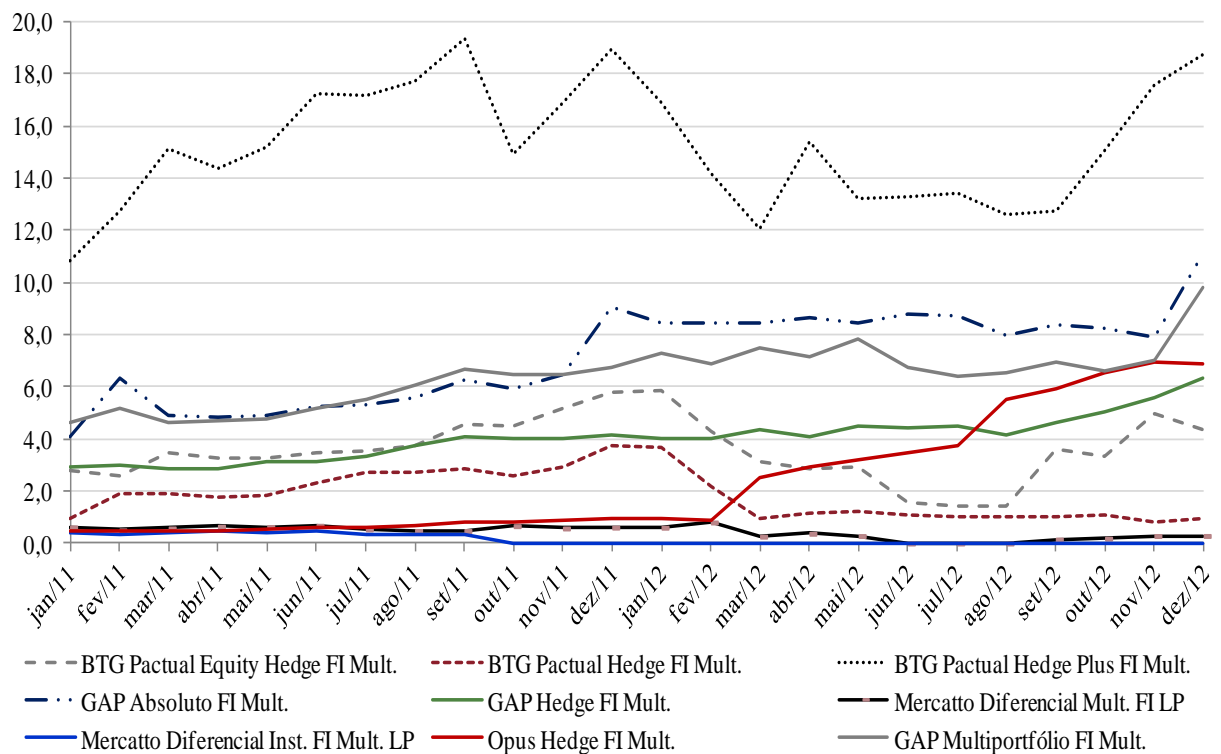
Fonte: Elaboração própria.

(\*) Por não haver na amostra fundo de investimentos desse administrador que investisse somente em ativos locais, não foram formadas carteiras com fundos dessa administração.

No que se refere às medidas de tendência central, constata-se que o *portfolio* teórico formado com fundos BTG também alcança maiores valores. No global, observa-se que a participação dos investimentos externos na composição dos fundos analisados representa, em média, 3,69%. A mediana é um pouco inferior, 2,55%. Ambas as medidas foram rebaixadas em razão de períodos em que não havia, para alguns fundos, participação de investimentos externos na composição da carteira de encerramento do mês, a exemplo de um dos fundos administrados pelo Banco Itaucard.

No gráfico 3, apresenta-se a evolução da participação dos investimentos extra-nacionais nas carteiras dos fundos selecionados para o exercício empírico. Observa-se que a representatividade desse tipo de investimento, geralmente, está abaixo de 10%.

Gráfico 3 - Evolução da participação dos investimentos no exterior na composição das carteiras dos fundos analisados, de jan. 2011 a dez. 2012 (%)



No entanto, da análise do gráfico acima, percebe-se também que a maioria dos fundos elevou seu nível de investimento no exterior nos últimos meses do período analisado, o que pode ser reflexo da redução das taxas de juros da economia no período. Essa realidade tende a levar os investidores a buscarem novas alternativas de investimentos.

Portanto, tem-se aqui fatos estilizados do viés doméstico que caracteriza os fundos de investimentos brasileiros, o que se consubstancia tanto pelo número de fundos que aplicam fora do país quanto pela baixa participação percentual de tais investimentos na composição das carteiras daqueles que utilizam essa estratégia de investimento, ressaltando o fundo "BTG Pactual Hedge Plus FI Mult.", cujas aplicações no exterior estiveram sempre acima de 10% e, em alguns meses, próximas ao teto de 20%.

Quanto ao local de origem dos ativos caracterizados como investimento no exterior aparecem: Ilhas Cayman, México, Estados Unidos e, curiosamente, Brasil. Também há ativos sem a identificação da origem, o que dificulta uma análise mais aprofundada.

### **4.3 Modelos *best fitting***

Dadas as evidências de que as séries não seguem uma normal, busca-se a distribuição teórica que melhor se amolde aos dados. A tabela 5 reporta as posições iniciais do *ranking* de ajustamento de uma gama de funções de distribuição contínuas de probabilidade. Para cada *portfolio*, são apresentadas as seis distribuições melhor classificadas segundo o critério de Anderson-Darling, as estatísticas do teste de aderência para cada uma delas e a respectiva posição. Além das distribuições de probabilidade discretas, também foram desconsideradas as distribuições definidas apenas para os números não negativos, por serem inapropriadas à modelação de séries de retornos financeiros. (CHOI e NAM, 2008).

Dentre as distribuições de probabilidade não restritas ao domínio dos reais positivos, a distribuição Cauchy apresentou o melhor ajuste para três dos quatro *portfolios*, no entanto, como não possui média nem variância, apresentando momentos explosivos, não se presta ao cálculo do VaR. Por isso, também foi descartada.

Com essa ressalva, e pelo critério de Anderson-Darling a distribuição normal ficou em 6º lugar para todos os *portfolios*. Se considerado o critério de Kolmogorov-Smirnov, a normal cai algumas posições, indicando quão distante está das distribuições empíricas. Já a distribuição Johnson SU apresentou a melhor aderência a três das quatro séries, sendo seguida pela distribuição de Laplace, que, ademais, foi a que melhor se ajustou à série de retornos do *portfolio* BNY\_*mixed*, justamente a série com menor grau de leptocurtose.

De acordo com as estatísticas de teste constantes da terceira coluna da tabela 6, não se pode rejeitar a hipótese de que os dados seguem a distribuição especificada, ao nível de significância de 5%, apenas para o *portfolio* BNY\_mixed ( $AD=1,83 < 2,492$ ). Porém, visa-se com este estudo obter uma melhoria em relação à distribuição normal, justificando a adoção de uma distribuição que se mostre mais apropriada a séries de retornos financeiros, por captar parte do excesso de curtose e das caudas longas e pesadas que caracterizam tais séries.

Tabela 6 - Ranking das distribuições das séries dos retornos dos *portfolios* <sup>a</sup>

PORTFOLIO	DISTRIBUIÇÃO	CRITÉRIO			
		Anderson-Darling		Kolmogorov-Smirnov	
		Estatística	Ranking	Estatística	Ranking
BNY_home	Johnson SU	35,34	1	0,10	1
	<b>Laplace</b>	<b>57,84</b>	<b>2</b>	<b>0,12</b>	<b>2</b>
	Error	57,84	3	0,12	3
	Hypersecant	87,81	4	0,15	5
	Logistic	105,63	5	0,16	6
	Normal	140,33	6	0,18	8
BNY_mixed	<b>Laplace</b>	<b>1,83</b>	<b>1</b>	<b>0,03</b>	<b>1</b>
	Error	1,83	2	0,03	2
	Johnson SU	5,61	3	0,04	3
	Hypersecant	8,80	4	0,06	4
	Logistic	15,71	5	0,07	5
	Normal	30,08	6	0,09	7
BTG_home	Johnson SU	80,70	1	0,17	1
	<b>Laplace</b>	<b>106,57</b>	<b>2</b>	<b>0,20</b>	<b>3</b>
	Error	106,57	3	0,20	4
	Hypersecant	145,89	4	0,23	6
	Logistic	166,95	5	0,24	8
	Normal	201,40	6	0,26	9
BTG_mixed	Johnson SU	9,05	1	0,05	1
	<b>Laplace</b>	<b>11,62</b>	<b>2</b>	<b>0,05</b>	<b>2</b>
	Error	11,62	3	0,05	3
	Hypersecant	26,59	4	0,07	4
	Logistic	38,32	5	0,09	6
	<b>Normal</b>	<b>63,71</b>	<b>6</b>	<b>0,11</b>	<b>7</b>

Fonte: Elaboração própria.

<sup>a</sup>Rankings elaborados de acordo com os critérios especificados, com auxílio do software EasyFit.

Em razão da boa classificação da distribuição de Laplace nos *rankings* e de suas vantagens de implementação para estimação do VaR por método econométricos, permitindo incorporar, de maneira simples e intuitiva, a condicionalidade da média e da volatilidade ao longo do tempo, tal distribuição será aplicada ao cálculo do VaR de todas as séries, passando a ser considerada a distribuição "*best fitting*".

Na tabela 7, apresentam-se as distribuições de Laplace com respectivos parâmetros ajustados às séries dos *portfolios*, os valores críticos (VaRs *best fitting* incondicionais de cada série) para 1% e 5% de significância, bem como a assimetria e a curtose associada a tal distribuição. Observa-se que essa distribuição, assim como a normal, também é simétrica.

Tabela 7 - Distribuição de Laplace ajustadas às séries dos retornos dos *portfolios*

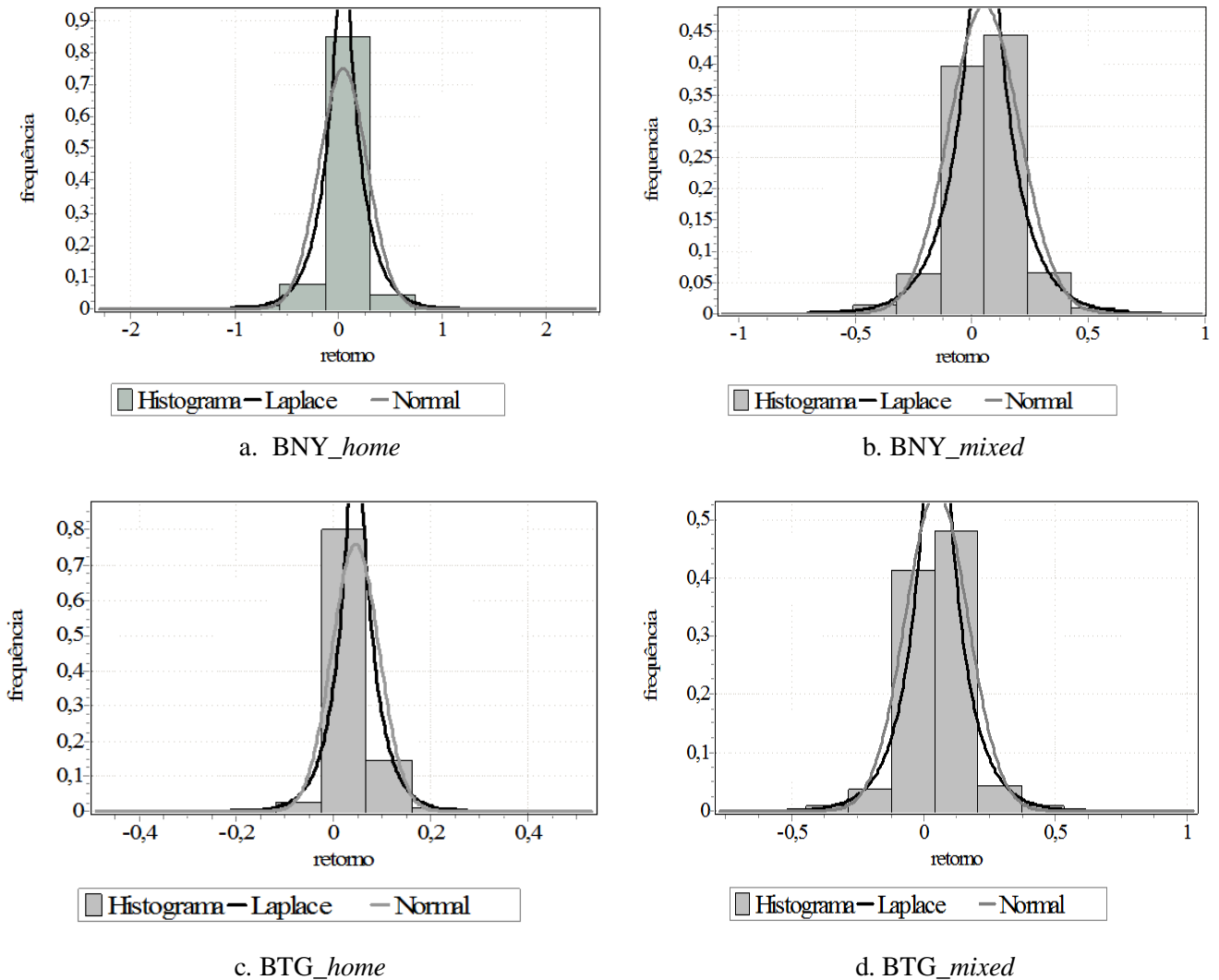
<i>Portfolio</i>	Distribuição ajustada e respectivos parâmetros	Sig.	$\alpha$	Assimetria	Curtose
BNY_home	Laplace ( $\lambda=6,1152$ ; $\mu=0,04539$ )	1%	-0,5943	0,00	3,00
		5%	-0,3311		
BNY_mixed	Laplace ( $\lambda=9,3386$ ; $\mu=0,05335$ )	1%	-0,3656	0,00	3,00
		5%	-0,1932		
BTG_home	Laplace ( $\lambda=28,96$ ; $\mu=0,04555$ )	1%	-0,0895	0,00	3,00
		5%	-0,0340		
BTG_mixed	Laplace ( $\lambda=11,852$ ; $\mu=0,04944$ )	1%	-0,2806	0,00	3,00
		5%	-0,1448		

Fonte: Elaboração própria.

Dessa forma, ao tempo em que se adota uma distribuição melhor ajustada à série empírica de retornos, com ganhos associados à leptocurtose, permite-se incorporar a volatilidade condicional ao longo do tempo sem maiores esforços computacionais, como seria o caso de distribuições que contém além dos parâmetros de escala e de posição, dois parâmetros de forma, a exemplo da distribuição Johnson SU.

A figura 4 apresenta os histogramas e os gráficos das distribuições de Laplace e da normal ajustadas a cada uma das quatro séries. Por meio da análise gráfica também é possível observar que as primeiras se mostram mais capazes de acomodar as leptocurtoses evidenciadas, apresentando caudas mais espessas que as da normal.

Figura 4 - Distribuições Laplace e Normal ajustadas às séries de retornos dos *portfolios* analisados<sup>a, b</sup>



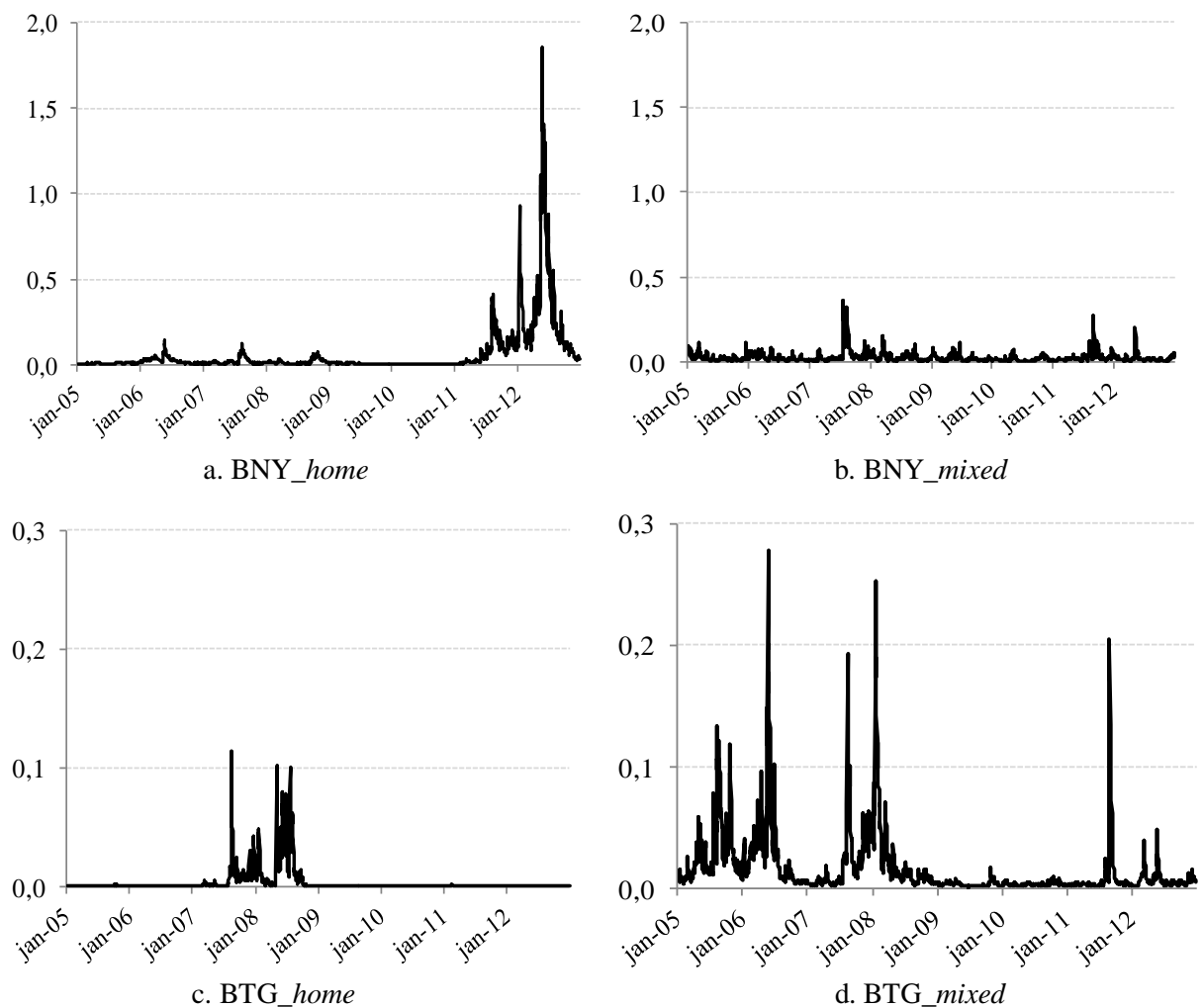
Fonte: Elaboração própria, com auxílio do software EasyFit

#### 4.4 Modelos ARMA-GARCH

Na estimação das médias condicionais foi utilizada a metodologia de Box-Jenkins, ver Gujarati (2011). Aos modelos ARMA estimados foram associados modelos do tipo GARCH, haja vista a presença de heterocedasticidade condicional autorregressiva nos resíduos daqueles modelos, confirmada por meio do teste ARCH-LM, que tem como hipótese nula a ausência de ARCH. Dessa forma, com adição dos modelos GARCH para modelagem da volatilidade condicional, observa-se que tal heterocedasticidade foi controlada.

A figura 5 apresenta as volatilidades condicionais associadas às melhores especificações ARMA-GARCH, cujas estimações estão reportadas no quadro 3. Da análise gráfica, percebem-se os agrupamentos (*clusters*) de volatilidade, com picos de volatilidades heterogêneos entre as séries. Observa-se que o maior pico está associado à série BNY\_home, no ano de 2012, quando se aproximou a 2%, enquanto as demais séries se mostraram mais estáveis, com suas volatilidades se situando abaixo de 0,5%. Destaque para a carteira BTG\_home cuja volatilidade passou a maior parte do tempo abaixo de 0,1%, o que pode estar relacionado com o fato de que um dos fundos que a compõem se destinam a investidores qualificados (aplicação mínima de R\$ 1 milhão), levando a crer que possua uma gestão mais especializada e, possivelmente, mais conservadora.

Figura 5 - Volatilidade Condicional dos retornos nominais obtida pelos modelos ARMA-GARCH (%)<sup>a</sup>



Fonte: Elaboração própria.

<sup>a</sup> Séries originais de retorno líquido nominal diário obtido com base na série temporal de cotação de fechamento (*end-of-day*) dos *portfolios* em questão, durante o período de jan. 2005 – dez. 2012, 2.007 observações.



Apresentam-se a seguir, no quadro 3, os modelos ARMA-GARCH estimados. Por meio deles serão obtidas as séries condicionais de médias e de variâncias. Os resultados daí derivados comporão o cálculo dos VaRs condicionais, gaussiano e *best fitting* (nomenclaturas utilizadas no desenvolvimento deste trabalho).

Quadro 3 - *Portfolios*: Estimação dos modelos ARMA - GARCH <sup>a</sup>

ARMA		$r_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^n \varphi_j \varepsilon_{t-j}$	(Período: 2005:1 a 2012:12 - 2007 observações)		
GARCH		$\sigma_t^2 = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \gamma_j \sigma_{t-j}^2$			
<i>Portfolio</i>	<i>Modelo</i>	<b>Parâmetros estimados (p-valor entre parênteses)</b>	<b>log-verossi.</b>	<b>Critério</b>	
				<b>Inf. Akaike</b>	<b>Inf. Schwarz</b>
BNY_ <i>home</i>	ARMA (0,1) + GARCH (1,2)	$\hat{r}_t = 0,0445 + 0,0945\varepsilon_{t-1}$ (0,0000) (0,0002) $\hat{\sigma}_t^2 = 0,00006 + 0,1518\varepsilon_{t-1}^2 + 0,5525\sigma_{t-1}^2 + 0,3083\sigma_{t-2}^2$ (0,0787) (0,0000) (0,0489) (0,2244)* <b>Persistência = 0,7043</b>	1.407,03	-1,3961	-1,3794
BNY_ <i>mixed</i>	ARMA (2,1) + GARCH (1,1)	$\hat{r}_t = 0,0601 + 1,0954r_{t-1} - 0,0961r_{t-2} - 0,9963\varepsilon_{t-1}$ (0,0053) (0,0000) (0,0005) (0,0000) $\hat{\sigma}_t^2 = 0,0015 + 0,2518\varepsilon_{t-1}^2 + 0,6985\sigma_{t-1}^2$ (0,0000) (0,0000) (0,0000) <b>Persistência = 0,9503</b>	1.239,00	-1,2289	-1,2094
BTG_ <i>home</i>	ARMA (1,1) + GARCH (1,2)	$\hat{r}_t = 0,0296 + 0,9982r_{t-1} - 0,9117\varepsilon_{t-1}$ (0,2414)* (0,0000) (0,0000) $\hat{\sigma}_t^2 = 0,000003 + 0,3993\varepsilon_{t-1}^2 + 0,6796\sigma_{t-1}^2 + 0,0026\sigma_{t-2}^2$ (0,0000) (0,0190) (0,2489)* (0,9954)* <b>Persistência = 0,3993</b>	6.402,4	-6,3763	-6,3567
BTG_ <i>mixed</i>	ARMA (1,0) + GARCH (1,2)	$\hat{r}_t = 0,0452 - 0,0693r_{t-1}$ (0,0000) (0,0219) $\hat{\sigma}_t^2 = 0,0001* + 0,2010\varepsilon_{t-1}^2 + 0,6223\sigma_{t-1}^2 + 0,1858\sigma_{t-2}^2$ (0,0048) (0,0000) (0,0056) (0,3472)* <b>Persistência = 0,8233</b>	2.079,70	-2,0675	-2,0507

<sup>a</sup> Modelos GARCH estimados via ARCH, com distribuição de erros normal, utilizando-se o coeficiente de covariância de Bollerslev-Wooldridge robusto à heterocedasticidade dos resíduos.

(\*) Insignificante a 10%.

Na ausência de um padrão definido para as funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial das séries de retornos, partiu-se do ajustamento de um AR(1). Destaque-se que na busca da especificação mais adequada foram estimados diversos modelos ARMA e GARCH, com as combinações possíveis até a defasagem 2, conforme recomendado em Morettin (2008). Os modelos foram selecionados com base no critério de Schwarz, haja vista sua maior punição a especificações menos parcimoniosas (GUJARATI, 2011). Os modelos GARCH estimados que não lograram êxito na remoção da heterocedasticidade condicional dos resíduos foram descartados.

Ademais, foram respeitadas as restrições para os coeficientes do modelo GARCH, ou seja, valores não negativos e cuja soma seja inferior a um, pois, no estudo dos modelos GARCH, constitui um aspecto relevante a análise da persistência do modelo, que mede a permanência de impacto de um choque sobre a volatilidade. Conforme se verifica no quadro 3, considerando que alguns coeficientes dos modelos GARCH associados às séries *BNY\_home*, *BTG\_home* e *BTG\_mixed* não são significativos ao nível de 10%, todos os modelos estimados apresentam persistência menor do que um, indicando a estacionariedade da covariância dos modelos ou a convergência para a variância incondicional.

Conforme Cruz, Reis e Pinho (2013) antes e depois de estimar o modelo, deve-se investigar a presença de heteroscedasticidade condicional dos resíduos, utilizando o teste de multiplicadores de Lagrange (LM) de Engle (1982), que testa a hipótese nula de não haver heteroscedasticidade condicional autorregressiva - ARCH. Na tabela 8, vê-se que, após a inclusão da especificação GARCH nos modelos, a hipótese nula de ausência de ARCH não pode mais ser rejeitada.

Tabela 8 - Testes ARCH-LM (Multiplicadores de Lagrange) para os retornos das carteiras <sup>a</sup>

MODELO	<i>BNY_home</i>		<i>BNY_mixed</i>		<i>BTG_home</i>		<i>BTG_mixed</i>	
	$\chi^2$	p-valor	$\chi^2$	p-valor	$\chi^2$	p-valor	$\chi^2$	p-valor
ARMA	191,91	0,00	165,88	0,00	360,72	0,00	151,54	0,00
ARMA-GARCH	0,65	0,72	1,53	0,47	0,19	0,91	0,3494	0,8397

Fonte: Elaboração própria.

#### 4.5 Estimação do VaR e *backtesting*

Os VaRs são calculados para um horizonte de um dia a frente e para os níveis de confiança de 95% e 99%. Porque esses modelos são baseados na posição de fechamento imediatamente anterior ao dia previsto, eles omitem as mudanças de posições intradiárias.

Na tabela 9, apresentam-se os valores de VaR incondicionais para esses dois níveis. Ao nível de 95%, observa-se a proximidade entre os valores obtidos supondo a distribuição normal e os valores críticos obtidos via distribuição de Laplace. Constatamos que os primeiros preveem perdas um pouco mais severas do que os últimos, o que indica um maior conservadorismo do VaR gaussiano nesse nível. Porém, ao nível de confiança de 99%, a situação se reverte, ficando os VaRs *best fitting* relativamente abaixo dos VaRs gaussianos, o que é consistente com o fato de que a distribuição de Laplace tem caudas mais pesadas, justificando seu uso para o cálculo do VaR, especialmente, para esse nível de confiança.

Tabela 9 - VaRs Incondicionais (gaussiano e *best fitting*, a 95% e a 99% de confiança)

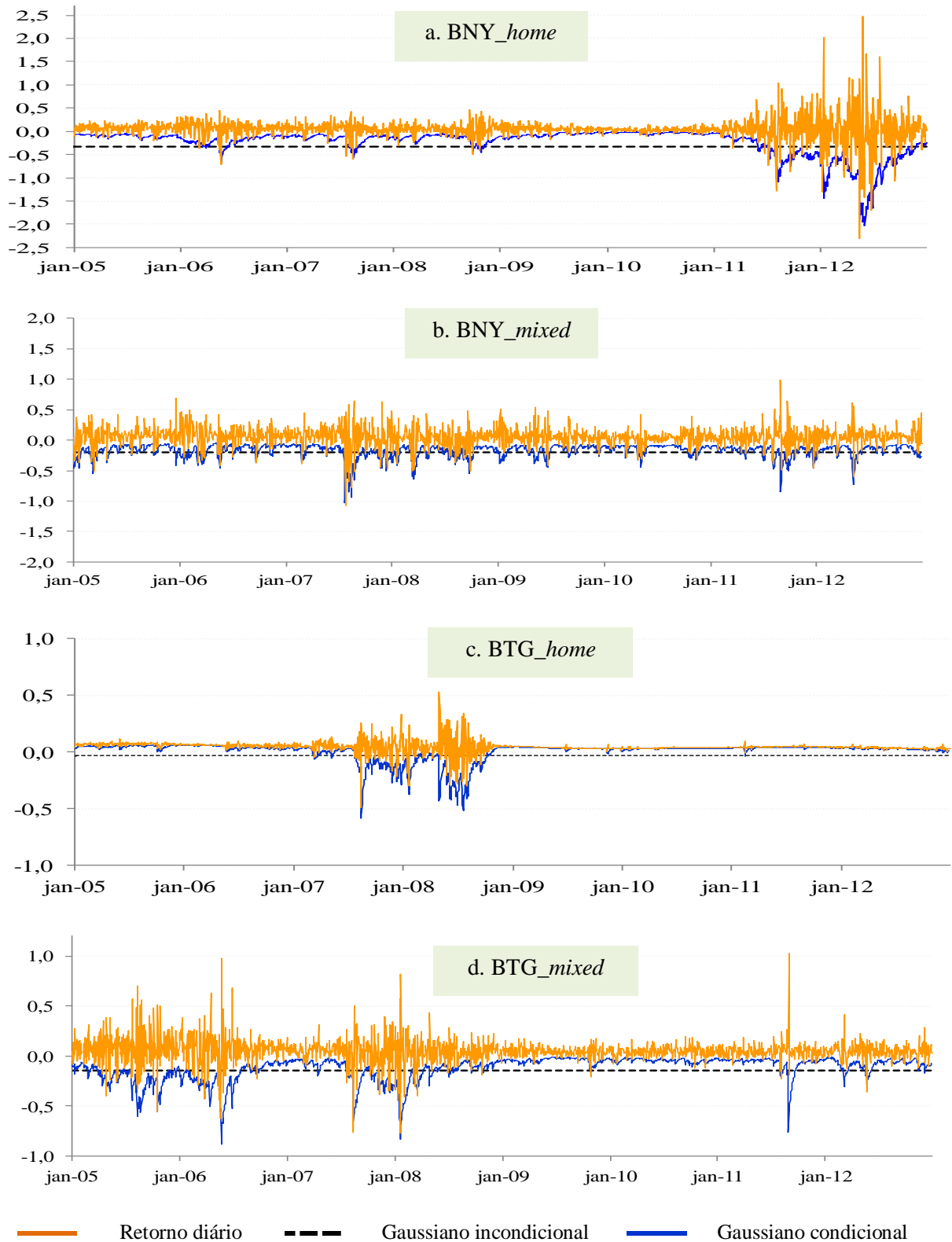
VaR Incondicional	Nível de Confiança	Portfolios Teóricos			
		BNY_home	BNY_mixed	BTG_home	BTG_mixed
Gaussiano	95%	-0,3350	-0,1957	-0,0348	-0,1468
	99%	-0,5834	-0,2989	-0,0681	-0,2281
<i>Best fitting (Laplace)</i>	95%	-0,3311	-0,1918	-0,0340	-0,1448
	99%	-0,5943	-0,3656	-0,0895	-0,2806

Fonte: Elaboração própria

Assim, os VaRs *best fitting* preveem valores de perdas mais extremos do que os obtidos com o uso da distribuição normal, estabelecendo níveis de VaR mais adequados à realidade de cada série.

A figura 6 apresenta a evolução temporal das séries estimadas de VaR segundo às especificações gaussianas aqui sugeridas, considerando um nível de confiança de 95% para o horizonte de um dia e suas respectivas violações de limites. Considerando o mesmo horizonte de tempo e o mesmo nível de confiança, a figura 7 reporta a evolução das volatilidades obtidas segundo as especificações do VaR que consideram a distribuição *best fitting*.

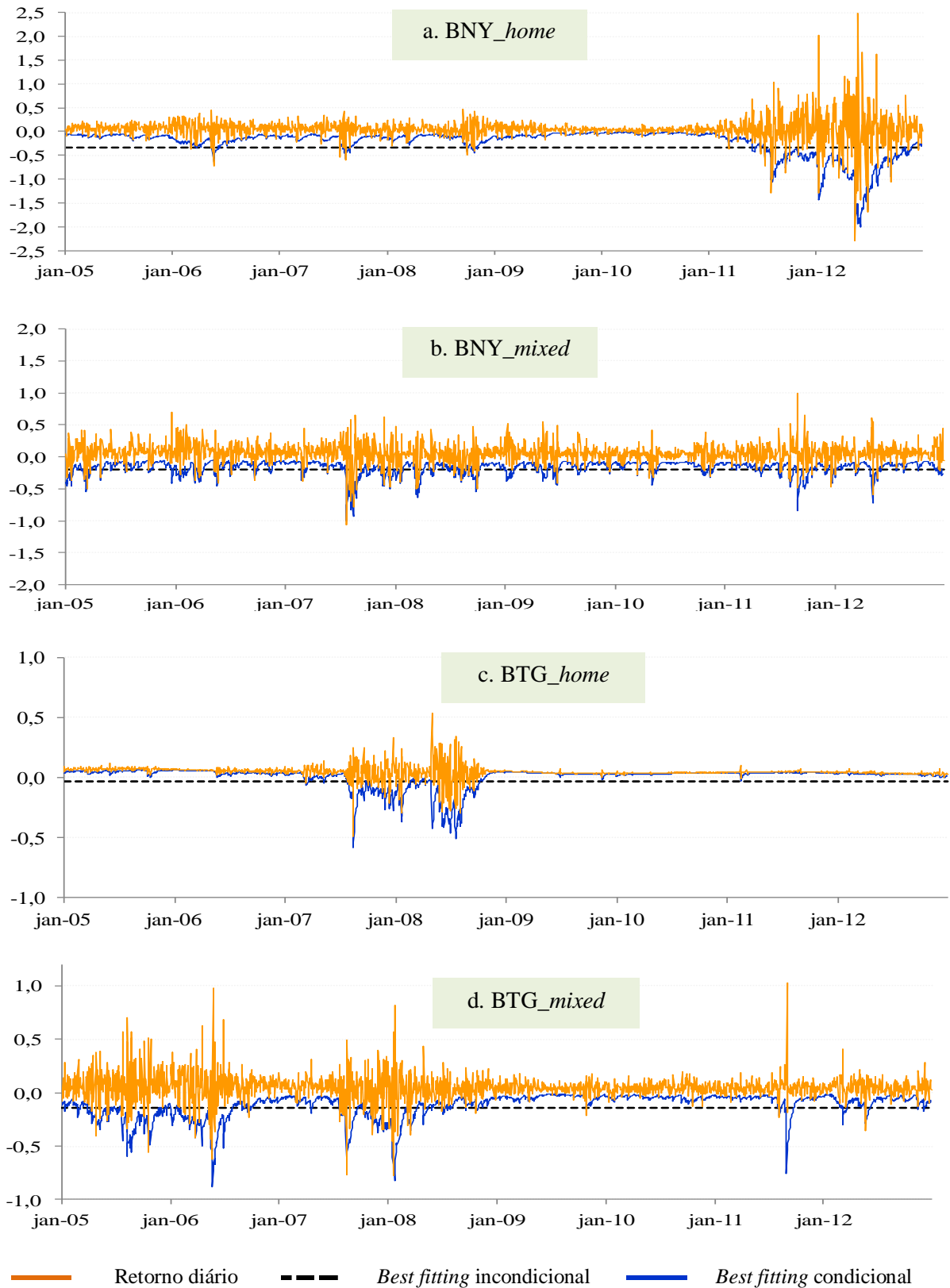
Figura 6 - Séries estimadas de VaR, a 95% de nível de confiança para 1 dia, sob os métodos gaussianos (condicional e incondicional), das séries de retornos dos *portfolios* (%)<sup>a</sup>



Fonte: Elaboração própria

<sup>a</sup> Procedimento realizado através de previsões *in-sample* para a amostra de 2.007 observações, jan. 2005 a dez. 2012.

Figura 7 - Séries estimadas de VaR, a 95% de nível de confiança para 1 dia, sob os métodos *best fitting* (condicional e incondicional), das séries de retornos dos *portfolios* (%) <sup>a</sup>



Fonte: Elaboração própria

<sup>a</sup> Procedimento realizado através de previsões *in-sample* para a amostra de 2007 observações, jan./05 a dez./12.

Comparando ambas as figuras, verifica-se que os métodos incondicionais (expressos por linhas pretas tracejadas) não demonstraram ter boa capacidade de prever as perdas ocorridas notadamente nos períodos de grandes variações na volatilidade, a exemplo do segundo semestre de 2008 (crise do *subprime*), e que são muito conservadores nos momentos de calma.

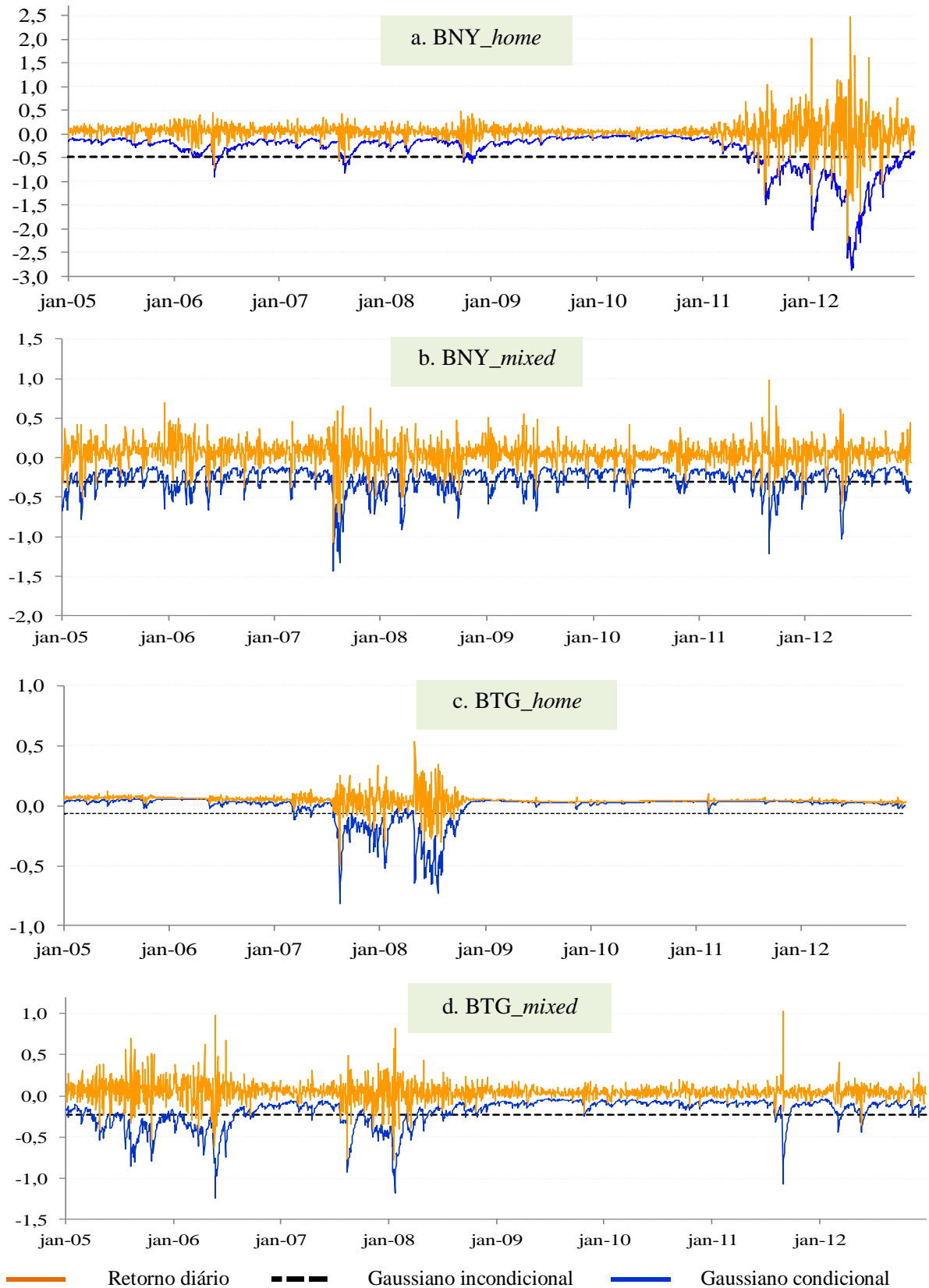
Ainda com base nas figuras 6 e 7, a análise das especificações com volatilidade condicional variável ao longo do tempo, a 95% de confiança, sugere que o VaR gaussiano condicional e o VaR *best fitting* condicional estão percorrendo trajetórias aparentemente similares para todas as carteiras, sendo evidente a capacidade dos modelos na previsão em períodos com agrupamentos de volatilidade.

Na figura 8, tem-se o esboço dos gráficos das séries de VaR gaussiano, ao nível de confiança de 99%. E na figura 9, são mostrados os gráficos associados às séries de VaR *best fitting* para esse nível. Os gráficos das séries de VaR para tal nível de confiança situam-se em patamar inferior vis-à-vis os gráficos de VaR ao nível de 95% de confiança. Por exemplo, comparando os gráficos associados à série *BNY\_home* constantes das figuras 7 e 9, verifica-se que exceções, bem evidentes no período de 2011 a 2012 da figura 7.a, não são mais vistas na figura 9.a.

Visando analisar as diversas especificações de VaR, a tabela 10 sumariza todos os resultados dos *backtestings* realizados nas séries estimadas, com base em Kupiec (1995) e Christoffersen (1998) - individual e conjuntamente - *apud* Jorion (2010).

Pelo teste de Kupiec, foram melhor avaliados os modelos *best fitting* condicional para as séries com investimento no exterior, *BTG\_mixed* e *BNY\_mixed*. Tendo o primeiro apresentado apenas uma exceção abaixo do esperado, e o segundo, duas violações acima. Também ao nível de confiança de 99%, os modelos *best fitting* condicional para essas duas séries se mostram os melhores, com estatística " $L_{uc}$ " próximas a zero.

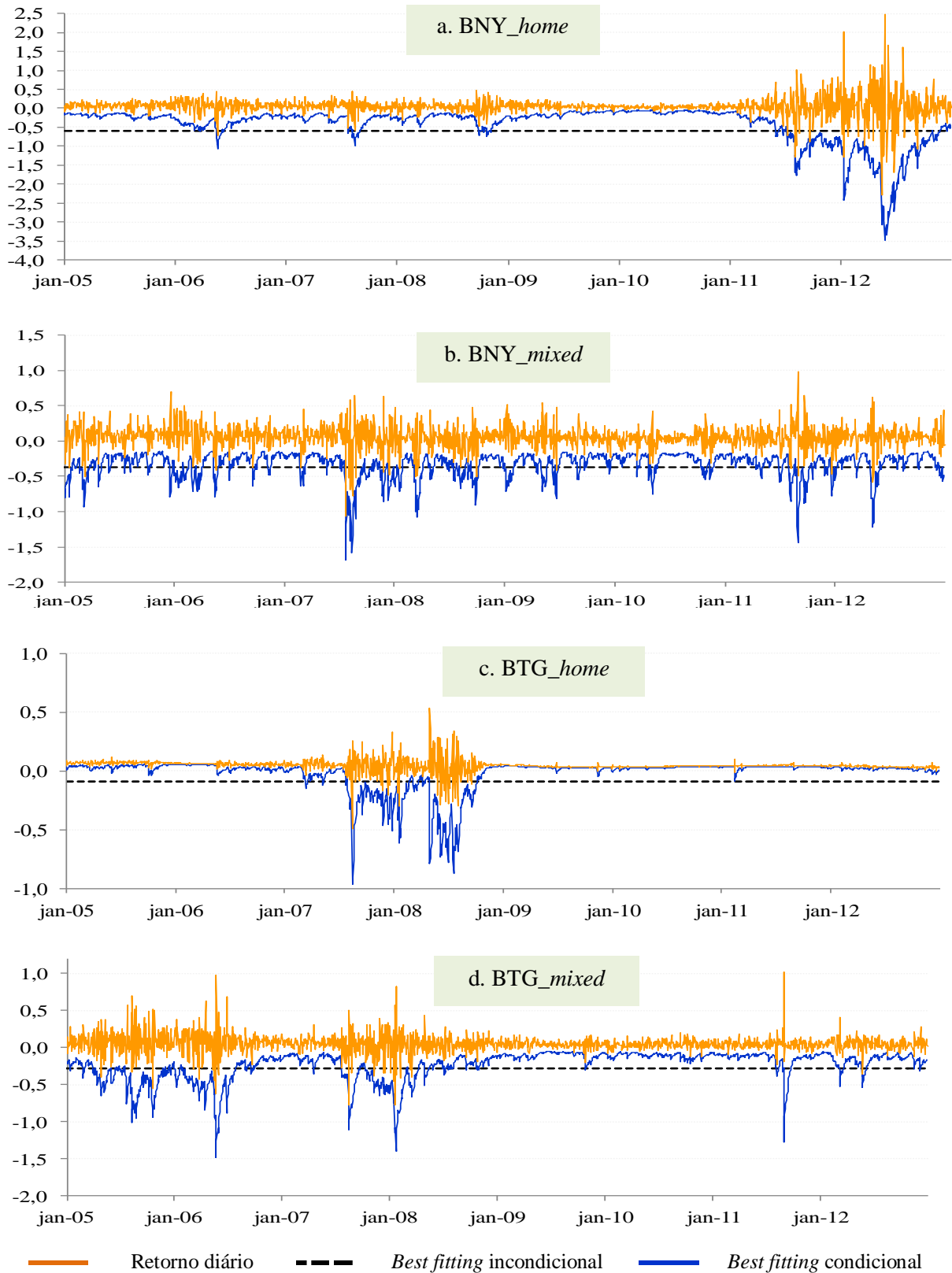
Figura 8 - Séries estimadas de VaR, a 99% de nível de confiança para 1 dia, sob os métodos gaussianos (condicional e incondicional), das séries de retornos dos *portfolios* (%)<sup>a</sup>



Fonte: Elaboração própria

<sup>a</sup> Procedimento realizado através de previsões *in-sample* para a amostra de 2007 observações, jan./05 a dez./12.

Figura 9 - Séries estimadas de VaR, a 99% de nível de confiança para 1 dia, sob os métodos *best fitting* (condicional e incondicional), das séries de retornos dos *portfolios* (%)<sup>a</sup>



Fonte: Elaboração própria

<sup>a</sup> Procedimento realizado através de previsões *in-sample* para a amostra de 2007 observações, jan./05 a dez./12.



Do cotejo entre os modelos gaussianos e os *best fitting*, observa-se na tabela 10 que, ao nível de confiança de 95%, os números de exceções praticamente não diferem. No entanto, quando o nível de confiança passa a 99%, tem-se que as especificações *best fitting* retornam número de exceções bem inferiores, mostrando-se mais capazes de modelar valores extremos.

Em suma, considerando o critério quantidade de violações, a evidência sobre as caudas da distribuição das séries de retorno serem mais espessas que as da normal é incorporada nos modelos de gestão de risco somente para valores mais elevados de nível de confiança, associados a valores mais extremos da distribuição de probabilidade, corroborando os resultados de Cassetari (2001), Pant e Chang (2001) e Todorova (2009) apud Cruz (2013).

A limitação deste método simplificado de *backtesting* baseado na quantidade de exceções está na ausência de inferência estatística, sendo mais adequado considerar as regiões de confiança sugeridas em Kupiec (1995) e Christoffersen (1998), recorrendo-se aos testes de cobertura incondicional, condicional e conjunta.

Passa a ser possível, por exemplo, examinar a probabilidade de uma exceção em qualquer dia depender do resultado do dia anterior, além de punir a especificação do VaR não somente pelas excessões, mas, também, pelo excesso de conservadorismo em períodos de estabilidade econômica em que não se justifica perdas constantes tão extremas.

Ainda nesta tabela, verifica-se que, para todas as séries, apenas o VaR *best fitting* condicional 99% não foi rejeitado por qualquer dos testes, credenciando-o à métrica de risco do gráfico de Balzer, em que se faz uma análise comparativa entre as *performances* dos *portfolios mixed / home*.

Tabela 10 - Resultados de *Backtesting* das séries de VaR estimadas para os retornos dos *portfolios*, com 95% e 99% de confiança <sup>a</sup>

Portfolio	VaR		Exceções na série estimada de VaR <sup>a</sup>		Teste de Kupiec <sup>b</sup>			Teste de Christoffersen <sup>c</sup>			Teste Conjunto <sup>d</sup>		
	Modelo	Nível Conf.	Nº	[%]	Estatística Teste LR <sub>uc</sub>	Vl. Crítico $\chi^2(1)$	Resultado Teste <sup>e</sup>	Estatística Teste LR <sub>ind</sub>	Vl. Crítico $\chi^2(1)$	Resultado Teste <sup>e</sup>	Estatíst. Teste LR <sub>uc</sub> + LR <sub>ind</sub>	Vl. Crítico $\chi^2(2)$	Resultado Teste <sup>f</sup>
BNY_home	Gaussiano Incondicional	95%	69	3,44	11,43	3,84	Rejeita	44,72	3,84	Rejeita	56,15	5,99	Rejeita
		99%	43	2,15	20,01	6,63	Rejeita	33,78	6,63	Rejeita	53,79	9,21	Rejeita
	Best Fitting Incondicional	95%	69	3,44	11,43	3,84	Rejeita	44,72	3,84	Rejeita	56,15	5,99	Rejeita
		99%	31	1,55	5,19	6,63	Não rejeita	27,52	6,63	Rejeita	32,71	9,21	Rejeita
	Gaussiano Condicional	95%	99	4,94	0,02	3,84	Não rejeita	0,96	3,84	Não rejeita	0,97	5,99	Não rejeita
		99%	41	2,05	17,00	6,63	Rejeita	0,06	6,63	Não rejeita	17,06	9,21	Rejeita
Best Fitting Condicional	95%	103	5,14	0,08	3,84	Não rejeita	0,61	3,84	Não rejeita	0,69	5,99	Não rejeita	
	99%	26	1,30	1,64	6,63	Não rejeita	0,88	6,63	Não rejeita	2,52	9,21	Não rejeita	
BNY_mixed	Gaussiano Incondicional	95%	103	5,14	0,08	3,84	Não rejeita	25,62	3,84	Rejeita	25,70	5,99	Rejeita
		99%	42	2,10	18,48	6,63	Rejeita	10,23	6,63	Rejeita	28,71	9,21	Rejeita
	Best Fitting Incondicional	95%	104	5,19	0,15	3,84	Não rejeita	24,98	3,84	Rejeita	25,13	5,99	Rejeita
		99%	26	1,30	1,64	6,63	Não rejeita	8,36	6,63	Rejeita	10,00	9,21	Rejeita
	Gaussiano Condicional	95%	96	4,79	0,19	3,84	Não rejeita	0,09	3,84	Não rejeita	0,28	5,99	Não rejeita
		99%	35	1,75	9,23	6,63	Rejeita	0,00	6,63	Não rejeita	9,23	9,21	Rejeita
Best Fitting Condicional	95%	102	5,09	0,03	3,84	Não rejeita	0,33	3,84	Não rejeita	0,36	5,99	Não rejeita	
	99%	17	0,85	0,49	6,63	Não rejeita	0,00	6,63	Não rejeita	0,49	9,21	Não rejeita	
BTG_home	Gaussiano Incondicional	95%	74	3,69	7,93	3,84	Rejeita	54,40	3,84	Rejeita	62,33	5,99	Rejeita
		99%	44	2,20	21,55	6,63	Rejeita	38,60	6,63	Rejeita	60,16	9,21	Rejeita
	Best Fitting Incondicional	95%	74	3,69	7,93	3,84	Rejeita	54,40	3,84	Rejeita	62,33	5,99	Rejeita
		99%	33	1,65	7,07	6,63	Rejeita	25,65	6,63	Rejeita	32,73	9,21	Rejeita
	Gaussiano Condicional	95%	57	2,84	23,11	3,84	Rejeita	0,29	3,84	Não rejeita	23,40	5,99	Rejeita
		99%	27	1,35	2,20	6,63	Não rejeita	0,00	6,63	Não rejeita	2,20	9,21	Não rejeita
Best Fitting Condicional	95%	58	2,89	21,95	3,84	Rejeita	0,34	3,84	Não rejeita	22,29	5,99	Rejeita	
	99%	15	0,75	1,41	6,63	Não rejeita	0,00	6,63	Não rejeita	1,41	9,21	Não rejeita	
BTG_mixed	Gaussiano Incondicional	95%	80	3,99	4,61	3,84	Rejeita	23,04	3,84	Rejeita	27,65	5,99	Rejeita
		99%	37	1,85	11,58	6,63	Rejeita	4,55	6,63	Não rejeita	16,14	9,21	Rejeita
	Best Fitting Incondicional	95%	81	4,04	4,15	3,84	Rejeita	22,41	3,84	Rejeita	26,57	5,99	Rejeita
		99%	25	1,25	1,14	6,63	Não rejeita	4,30	6,63	Não rejeita	5,44	9,21	Não rejeita
	Gaussiano Condicional	95%	84	4,19	2,93	3,84	Não rejeita	0,61	3,84	Não rejeita	3,53	5,99	Não rejeita
		99%	35	1,75	9,21	6,63	Rejeita	0,22	6,63	Não rejeita	9,43	9,21	Rejeita
Best Fitting Condicional	95%	85	4,24	2,57	3,84	Não rejeita	1,47	3,84	Não rejeita	4,04	5,99	Não rejeita	
	99%	15	0,75	1,41	6,63	Não rejeita	2,71	6,63	Não rejeita	4,11	9,21	Não rejeita	

<sup>a</sup> Testes realizados após previsões in-sample, utilizando-se toda a amostra de 2007 obs. Em razão das estimações e cálculos perdem-se duas obs. dos *portfolios* BNY e uma dos BTG.

<sup>b</sup> Teste de cobertura incondicional proposto por Kupiec (1995) apud Jorion (2010), com regiões de confiança de aproximadamente 95% e 99%, definidas por uma razão de log-verossimilhança que possui distribuição assintótica qui-quadrado com um grau de liberdade, sob a hipótese nula de que o nível de confiança do VaR é a verdadeira probabilidade.

<sup>c</sup> Teste de cobertura condicional (independência), proposto por Christoffersen (1998) apud Jorion (2010), com regiões de confiança de aproximadamente 95% e 99%, definidas por uma razão de log-verossimilhança que possui distribuição assintótica qui-quadrado com um grau de liberdade, sob a hipótese nula de que as exceções são serialmente independentes.

<sup>d</sup> Teste conjunto de cobertura incondicional e condicional, com regiões de confiança definidas por uma razão de log-verossimilhança que possui distribuição assintótica qui-quadrado com dois graus de liberdade, sob a hipótese nula de que o nível de confiança do VaR é a verdadeira probabilidade de perdas e de que as exceções são serialmente independentes.

## 4.6 Gráficos de Balzer

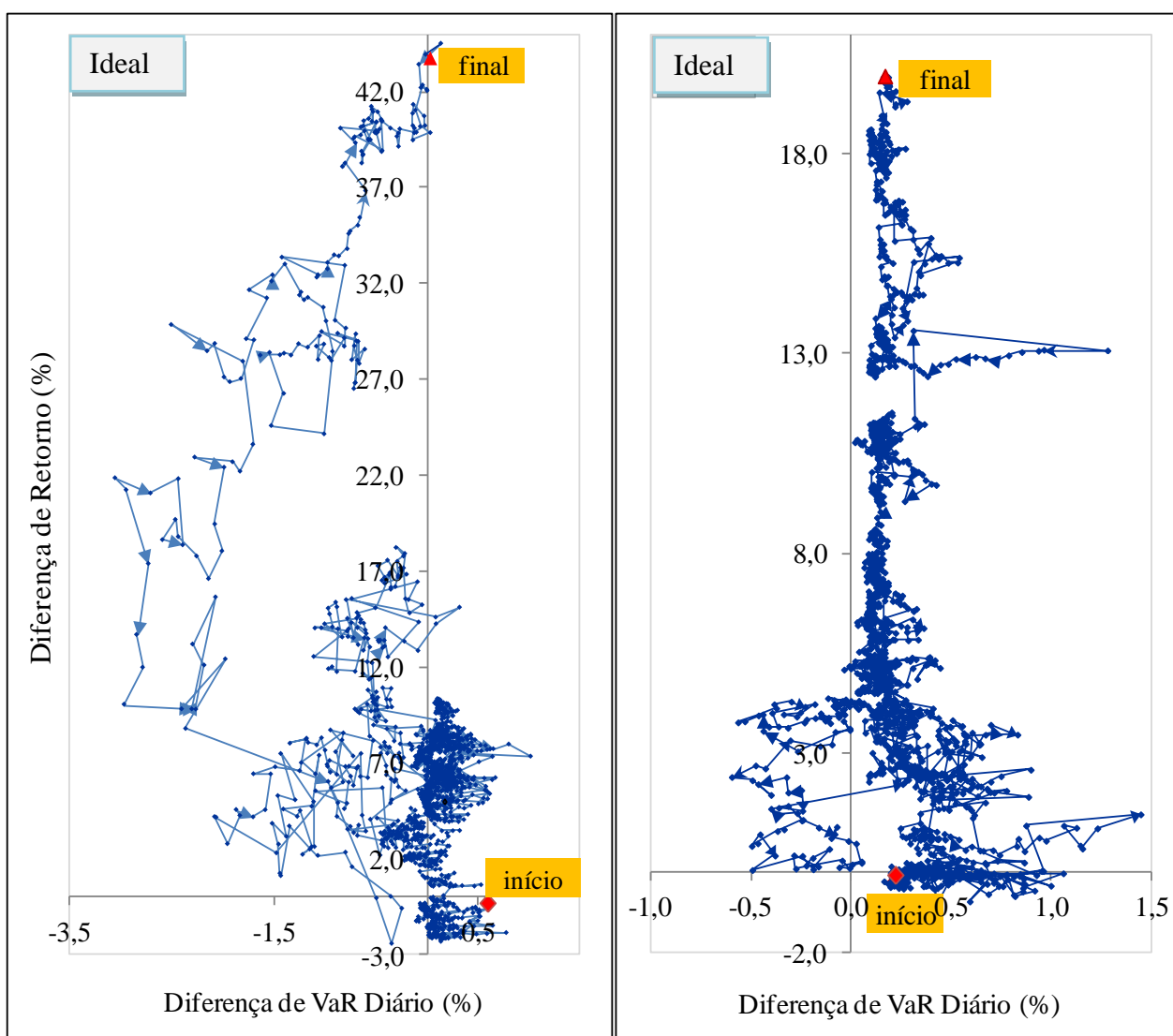
A análise de *performance* baseia-se nos gráficos de Balzer adaptados pela métrica de risco condicional, em que se compara a evolução da *performance* dos *portfolios* formados com fundos que investem no exterior vis-à-vis o desempenho das carteiras de fundos estritamente domésticos, no período de janeiro de 2005 a dezembro de 2012. Utiliza-se como medida de risco o VaR *best fitting* condicional a 99% de nível de confiança, haja vista que foi a única especificação não rejeitada para todas as séries, sob os critérios de *backtesting* aqui adotados.

A figura 10 traz os gráficos de Balzer. Cada ponto representa um dia no período de análise. Os pontos correspondentes ao primeiro e ao último dia estão marcados em vermelho, sendo indicados pelas palavras início e final. Nos gráficos são mostradas as regiões ideais na ótica das carteiras *mixed*. Tem-se como premissa que o investidor está interessado em obter diferenças positivas de retorno e diferenças negativas de risco em relação a um concorrente. Assim, seu objetivo é estar o mais próximo possível da região considerada ideal.

Observa-se nesses gráficos a evolução do desempenho dos fundos *mixed* comparativamente a seus *benchmarks*, evidenciando uma tendência de aproximação da região ideal. O comportamento dos gráficos ilustra que os *portfolios mixed* têm, ao longo do tempo, apresentado resultados melhores do que seus concorrentes, o que pode ser um indício de benefício da diversificação internacional.

Considerando a figura 10.a, percebe-se, em termos de retorno, uma grande vantagem do BNY\_ *mixed*, chegando ao final do período com uma diferença acumulada próxima de 43 p.p.. Na diferença de VaR, tal carteira se mostra mais arriscada em 63% das vezes. Entretanto, constata-se que essas diferenças estão concentradas no intervalo [0%,1%], enquanto que no lado esquerdo do gráfico, observam-se diferenças de até -3,4%. Ou seja, embora as diferenças entre o VaR do *portfolio* BNY\_ *mixed* e o VaR de seu concorrente tenham sido majoritariamente positivas, nas vezes em que foram negativas foi por uma diferença bem maior. Assim, tem-se indícios de que a carteira composta por fundos que investem no exterior supera, em nível de *performance*, sua concorrente BNY\_ *home*.

Figura 10 - Gráficos de Balzer - performance dos portfolios "mixed" vis-à-vis seus benchmarks "home" <sup>a,b</sup>



a. BNY\_mixed versus BNY\_home

b. BTG\_mixed versus BTG\_home

<sup>a</sup> Diferença de Retornos: retornos diários acumulados do primeiro *portfolio* menos os do *benchmark* – 2.007 observações, jan. 2005 a dez. 2012.

<sup>b</sup> Diferença dos VaRs *best fitting* condicionais diários estimados, a 99% de confiança, do primeiro *portfolio* menos os do *benchmark* – 2.007 observações, jan. 2005 a dez. 2012.

Na figura 10.b, também se tem uma predominância de diferenciais de retorno positivos, representando 94% dos pontos, chegando ao final do período com uma vantagem acumulada de 20 p.p., aproximadamente. Quanto à volatilidade, fica patente a concentração dos pontos no lado direito do eixo das ordenadas, representando 95% das vezes, o que indica o maior

risco associado à carteira *BTG\_mixed* comparativamente a seu *benchmark*. Por outro lado, a aproximação do gráfico à região dita ideal sugere que a carteira composta por fundos que investem fora do país é mais vantajosa, em termos de *performance*, que sua concorrente *BNY\_home*.

Quanto à região considerada ruim (menor retorno e maior risco), observa-se sua ocorrência apenas no início do período para ambos os gráficos. Tais pontos representam para as carteiras *BNY\_mixed* e *BTG\_mixed*, respectivamente, 9,8% e 6,3%.

Destaque-se que um dos fundos que compõe a carteira *BTG\_home* se destina a investidores qualificados, em que a aplicação inicial mínima é de R\$ 1 milhão. É de se esperar que tal fundo apresente uma administração mais especializada e, possivelmente, mais conservadora. Corroborando com esta tese, verifica-se que a carteira desse fundo se compõe, basicamente, de títulos de renda fixa, o que pode justificar a baixa volatilidade do *portfolio* teórico de que faz parte<sup>11</sup>.

Saliente-se que, conforme figuras 6 a 9, o VaR do *BTG\_home* assume valores positivos, indicando, por exemplo, que em determinados períodos, a um dado nível de confiança, o pior cenário seria um ganho relativamente pequeno.

---

<sup>11</sup> No período amostral, a participação média desse fundo no *portfolio* teórico *BTG\_home* foi de 88,7%.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Investiga-se neste trabalho o nível da participação de ativos do exterior na composição de carteiras de fundos de investimentos brasileiros e sua contribuição em termos de risco e *performance*. Parte-se da hipótese de que a diversificação internacional se constitui numa aliada no processo de gestão de riscos, exercendo um papel de *hedge* dentro de uma carteira. Consta-se que, da amostra de 84 fundos de investimento multimercado-multiestratégia, somente 14,3% alocam seus recursos em investimentos extranacionais, com uma participação média de 3,7% de suas carteiras.

Quanto ao local de origem dos ativos caracterizados como investimento no exterior, observam-se Ilhas Cayman, México, Estados Unidos e, curiosamente, Brasil. Também há ativos sem a identificação da origem, o que dificulta uma análise mais aprofundada.

O uso do arcabouço VaR em sua versão tradicional, que assume a gaussianidade e a homocedasticidade dos retornos, mostra-se inadequado, notadamente, para níveis de perdas mais extremos. Em razão disso, são necessários alguns refinamentos nessa estrutura a fim de modelar certas idiosincrasias estatísticas das séries de retornos. Um deles consiste na adoção de valores críticos associados a distribuições de probabilidade mais aderentes às séries. Outro ponto é a modelagem da evolução condicional do risco e da média.

Evidencia-se, empiricamente, a aplicação do VaR à modelação do risco, desde que especificado de forma a captar certas características de séries de retornos financeiros, tais como a leptocurtose da distribuição empírica e a condicionalidade da volatilidade e da esperança dos retornos.

Dessa forma, sugere-se o ajuste da distribuição de Laplace às séries de retorno e o arcabouço ARMA-GARCH para modelação dos parâmetros condicionais ao longo do tempo. Este refinamento do VaR contorna a presença de heterocedasticidade condicional autorregressiva das séries, sendo que o modelo ARMA modela a média condicional dos retornos, e os resíduos desse modelo seguem um GARCH. (TSAY, 2010).

Verifica-se que essa especificação de VaR, ao nível de confiança de 99%, passa em todos os testes de cobertura utilizados, permitindo a sua utilização como medida de risco na confecção dos gráficos de Balzer.

Quanto ao *home bias*, os resultados não sugerem que as carteiras com fundos que investem fora incorram em menos riscos que as carteiras que só investem localmente. O que pode decorrer dos baixos níveis observados de alocação em ativos do exterior. Por outro lado, constata-se que os *portfolios* com diversificação internacional levam vantagem em termos de ganhos vis-à-vis seus *benchmarks*, sendo um indício de que os fundos que compõem àquelas carteiras apresentam um menor nível de aversão ao risco.

Por meio da análise de Balzer, compara-se a *performance* dos *portfolios* formados por fundos que investem fora do país com a dos *portfolios* que investem apenas localmente. Constata-se um movimento de aproximação dos gráficos à região considerada ideal, evidenciando a superioridade de *performance* das carteiras *mixed* em relação aos seus *benchmarks*. Assim, tem-se um indício de benefício da diversificação internacional.

A contribuição desse estudo para a literatura do VaR consiste em propor a distribuição de Laplace para o seu cálculo, permitindo capturar o excesso de curtose e a volatilidade condicional de uma maneira simples e intuitiva, em que se utiliza de fórmulas fechadas sem maiores esforços computacionais. Assim, este trabalho agrega ao segmento de investigação de distribuições não-normais na estimação do VaR de ativos financeiros.

Um possível refinamento do cálculo do VaR consiste na adoção de distribuições que incorporem a condicionalidade dos parâmetros associados aos terceiro e quarto momentos da distribuição, permitindo que parâmetros relacionados com a assimetria e a curtose variem ao longo do tempo. Quanto ao fenômeno conhecido mundialmente como *home bias*, este estudo contribui para a literatura local ao evidenciar o nível desse viés na estratégia de fundos de investimentos brasileiros.

## REFERÊNCIAS

ALMADA, E. E. Vaz. **Diversificação internacional de portfólios**: um estudo para os países africanos. Dissertação (Mestrado em Administração) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, USP, São Paulo, 2008. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/12/12139/tde-04062008-102447/>>. Acesso em: 28 nov. 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIRO E DE CAPITAIS - ANBIMA. **Boletim Anbima**: fundos de investimento. Rio de Janeiro: Anbima, ano VIII, n. 81, jan. 2013. Disponível em: <[http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/boletins/fundos-de-investimento/Documents/Boletim%20FI\\_081\\_jan2013.pdf](http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/boletins/fundos-de-investimento/Documents/Boletim%20FI_081_jan2013.pdf)>. Acesso em: 1º jun. 2013a.

\_\_\_\_\_. **Evolução Histórica de PL e Captação Líquida da Indústria de Fundos**. Abril/2013. Disponível em: <<http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/estatisticas/patr-liq-rentab/Pages/default.aspx>>. Acesso em: 1º jun. 2013b.

AZEVEDO, A. C. de. **O Investidor Brasileiro e Diversificação Internacional**. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Finanças e Seguros) – Curso de Pós-Graduação em Economia-CAEN, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

BALZER, L. A. Snail Trails: Measuring Fund Manager Risk/Return Performance Over Time. **The Journal of Investing**, New York, Vol. 4, n. 1, p. 8-18, 1995.

BARRA, U. **Gestión del Riesgo en Entornos No-gaussianos**. Trabajo de Investigación del Programa de Doctorado Interuniversitario en Finanzas Cuantitativas Universidad Complutense de Madrid, Universidad del País Vasco, Universitat de València, 2004.

BERKOWITZ, J. e O'BRIEN, J. How Accurate are Value-at-Risk Models at Commercial Banks? **The Journal of Finance**, vol. 57, n. 3, p. 1.093-1.111, 2002.

BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J. **Investimentos**. Tradução: Suely Sonoe Murai Cuccio. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

BOLLERSLEV, Tim. Generalised autoregressive conditional heteroscedasticity. **Journal of Econometrics**, n. 31, p. 307–327, fev. 1986.

BRASIL. **Instrução CVM nº 409**, de 18 de agosto de 2004. Dispõe sobre a constituição, a administração, o funcionamento e a divulgação de informações dos fundos de investimento. Disponível em: <<http://www.cvm.gov.br>>. Acesso em: 16 fev. 2013.

BRITO, G. A. S.; ASSAF NETO, A. Modelo de risco para carteiras de créditos Corporativos. **Revista de Administração**, São Paulo, v.43, n.3, p.263-274, jul./ago./set. 2008.



CAMPBELL, S. **A Review of Backtesting and Backtesting Procedure**. Finance and Economics Discussion Series, Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board, Washington D.C., 2005.

CAYTON, Peter Julian A.; MAPA, Dennis S. **Time-varying conditional Johnson SU density in value-at-risk (VaR) methodology**. UPSS Working Paper n° 2012-01, School of Statistics, University of the Philippines, Diliman, Quezon City, jan. 2012. Disponível em: [http://mpira.ub.uni-muenchen.de/36206/1/MPRA\\_paper\\_36206.pdf](http://mpira.ub.uni-muenchen.de/36206/1/MPRA_paper_36206.pdf). Acesso em: 15/11/2013.

CHAN, K., COVRIG, V. and NG, L. What Determines the Domestic Bias and Foreign Bias? Evidence from Mutual Fund Equity Allocations Worldwide. **The Journal of Finance**, 60: 1495–1534, 2005.

CHOI, P. **Estimation of Value at Risk Using the SU–Normal Distribution**. Working Paper, Texas, A&M University, 2001.

CHOI, P.; NAM, K. Asymmetric and leptokurtic distribution for heteroscedastic asset returns: The SU-normal distribution. **Journal of Empirical Finance**. 15: 41-63, 2008.

COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS – CVM (Brasil) (Org.). **Consulta Consolidada de Fundo**. Disponível em: <<http://cvmweb.cvm.gov.br/SWB/defaultCPublica.asp>>. Acesso em: 16 fev. 2013.

COSTA, J. **Distribuição Hiperbólica das Rentabilidades Accionárias**. Working Paper WP0353, NOVA School of Business & Economics Paper Series, 1999.

COVAL, Joshua D.; MOSKOWITZ, Tobias J. Home Bias at Home: Local Equity Preference in Domestic Portfolios. **The Journal of Finance**. v. 54, Issue 6, pages 2045–2073, dez. 1999. Disponível em: [http://web.ku.edu/~finpko/myssi/FIN938/Coval%20%26%20Moskowitz\\_Local%20Bias\\_JF\\_1999.pdf](http://web.ku.edu/~finpko/myssi/FIN938/Coval%20%26%20Moskowitz_Local%20Bias_JF_1999.pdf). Acesso em: 28 nov. 2012.

CHRISTOFFERSEN, P. Evaluating Interval Forecasts. **International Economic Review**, 39:841–862, 1998.

CRNKOVIC, C. e DRACHMAN, J. **Quality Control in VaR: Understanding and Applying Value-at-Risk**. London, Risk Publications, 1997.

CRUZ, F. R. Gomes. **Risco de Mercado no BRIC**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Finanças e Seguros) – Curso de Pós-Graduação em Economia-CAEN, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

CRUZ, Wallacy L. V.; REIS, Márcio C.; PINHO, Frank M. (2013). Investimento em Contratos Futuros de Commodities: uma análise quanto ao risco e retorno. **Revista de Finanças Aplicadas**. v.1, p.1-21, jun. 2013.

DAMODARAN, Aswath. **Gestão estratégica do risco: uma referência para a tomada de riscos empresariais**. Tradução Felix Nonnenmacher. Porto Alegre: Bookman, 2009.

DE LA ROCQUE, E. A Vedete do Controle de Riscos. **Revista Bovespa**, 47:50–52, 1997.

DUARTE JÚNIOR, A. M. (1997). Análise da Performance de Investimentos. **Resenha BM&F**, São Paulo, n. 121, p. 25-33, 1997. Disponível em: <[http://www2.bmf.com.br/cimConteudo/W\\_ArtigosPeriodicos/01888402.pdf](http://www2.bmf.com.br/cimConteudo/W_ArtigosPeriodicos/01888402.pdf)>. Acesso em 30out2013.

DUFFIE, D.; PAN, J. An overview of value at risk. **Journal of Derivatives**, 4:7–49, 1997.

ENGLE, R. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica**, 50:987–1.007, 1982.

\_\_\_\_\_. GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics. **Journal of Economic Perspectives**. v. 15, 4: 157–168, 2001.

FERREIRA, M. A.; MATOS, P.; PEREIRA, J. (2009). **Do Foreigners Know Better? A Comparison of the Performance of Local and Foreign Mutual Fund Managers**. Working Paper. Disponível em: <http://inquire-europe.org/seminars/2011/papers%20Cambridge/paper%20Ferreira%20Matos%20Pereira.pdf>. Acesso em: 03.nov.2013.

GALDI, F.; PEREIRA, L. Valor em risco (VaR) utilizando modelos de previsão de volatilidade: EWMA, GARCH e volatilidade estocástica. **Brazilian Business Review**, v.4, 1:74–95, jan/abr. 2007.

GAGLIANONE, W. P. **Evaluating Value-at-Risk models via quantile regressions**. In: Ensaios em Macroeconometria e Finanças. Tese de Doutorado apresentada ao Curso de Pós-Graduação e Economia da EPGE. Rio de Janeiro, 2007.

GOURIEROUX, C.; JASIAK, J. **Financial econometrics: problems, models and methods**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2001.

GUJARATI, Damodar. PORTER, Dawn C. **Econometria básica**. Tradução: Denise Durante, Mônica Rosemberg e Maria Lúcia G.L. Rosa. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

HAAS, M. **New Methods in Backtesting**. Financial Engineering Research Center Caesar, Bonn, 2001.

HAL, Harald; REY, Hélène. Home Bias at the Fund Level. **American Economic Review**, 98(2): 333-38, 2008.

HULL, J.; WHITE, A. Value at risk when daily changes in market variables are not normally distributed. **Journal of Derivatives**, v. 5:9–19, 1998.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Séries históricas e estatísticas**: sistema de contas nacionais. Disponível em: <<http://seriesestatisticas.ibge.gov.br/series.aspx?no=12&op=0&vcodigo=SCN52&t=produto-interno-bruto-br-valores-correntes>>. Acesso em: abril 2013.

JORION, P. **Value at risk**: a nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro. Tradução Thierry Barbe. – São Paulo: BM&FBOVESPA: Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros, 2010.

KLUGMAN, Stuart A.; PANJER, Harry H.; WILLMOT, Gordon E. **Loss Models**: from data to decisions. 2. ed., Hoboken: Wiley, 2004.

KUPIEC, P. Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models, **Journal of Derivatives** 3:73–84, 1995.

LAUBSCH, A. J.; ULMER, A. **Risk management**: a practical guide. 1. ed. New York: RiskMetrics Group, 1999.

LEWIS, Karen K. Trying to Explain Home Bias in Equities and Consumption. **Journal of Economic Literature**, v. 37: 571-608, jun. 1999. Disponível em: <http://dipeco.economia.unimib.it/persona/colombo/finarm/lewis-jel-99.pdf>. Acesso em: 28 nov. 2012.

LOPEZ, J. **Methods for Evaluating Value-at-Risk Models**. Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Review. San Francisco, 1998.

MATOS, P. R. F. ; NOGUEIRA, T. A. . Análise de performance e gestão de fundos de investimento multimercados no Brasil. In: XII Encontro Brasileiro de Finanças, 2012, São Paulo. Anais do XII Encontro Brasileiro de Finanças. FEA-USP: São Paulo, 2012.

MANDELROT, B. The Variation of Certain Speculative Prices. **Journal of Business**, 36:394–419, 1963.

MANGANELLI, S.; ENGLE, R. F. **Value at Risk models in finance**, ECB, Working Paper N° 75, 2001.

MORETTI, R. **A Eficiência da Teoria de Administração de Portfólio de Markowitz, considerando Custos de Transação para o Mercado de Ações Brasileiro de julho de 1999 a junho de 2003**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

MORETTIN, P. A. **Econometria Financeira**: Um Curso em Séries Temporais Financeiras. São Paulo: Blucher, 2008.

PENA, V. H. de La; RIVERA, Ricardo; RUIZ-MATA, Jesus. Quality Control of Risk Measures: backtesting VAR models. **Journal of Risk**. Volume 9:39–54, 2007.

PRAUSE, K. **The Generalized Hyperbolic Model**: Estimation, Financial Derivatives and Risk Measures. PhD thesis, University of Freiburg, 1999.

SIMONATO, J-G. The performance of Johnson distributions for computing value at risk and expected shortfall. **Journal of Derivatives**. 19: 7–24, 2011.

\_\_\_\_\_. GARCH processes with skewed and leptokurtic innovations: revisiting the Johnson Su case. **Finance Research Letters** 9 (2012) 213–219, 2012.

SOUZA-SOBRINHO, N. Extração da Volatilidade do Ibovespa. **Resenha BM&F**, n. 144:17–39, 2001.

TSAY, R. **Analysis of financial time series**. 3 ed. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2010

VARGA, G.; WENGERT, M. A indústria de fundos de investimentos no Brasil. **Revista de Economia e Administração**, v.10, n.1, 66-109p, jan./mar. 2011

VENKATARAMAN, S. Value at risk for a mixture of normal distributions: the use of quasi Bayesian estimation techniques. **Economic Perspectives**, Federal Reserve Bank of Chicago, 2–13, 1997.

YAN, Jun. **Asymmetry, fat-tail, and autoregressive conditional density in financial return data with systems of frequency curves**. Working Paper in Department of Statistics and Actuarial Science, University of Iowa, USA, 2005.