UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

ANTONIO MARCELO ARAÚJO BEZERRA

A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO PEDAGOGO: A RELAÇÃO ENTRE O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E AS ESTRATÉGIAS NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

FORTALEZA
2017

ANTONIO MARCELO ARAÚJO BEZERRA

A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO PEDAGOGO: A RELAÇÃO ENTRE O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E AS ESTRATÉGIAS NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Educação. Área de concentração:Educação, Currículo e Ensino.

Orientadora: Profª. Drª. Maria José Costa dos Santos.

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

B469f Bezerra, Antonio Marcelo Araújo Bezerra.
A formação matemática do Pedagogo: a relação entre o raciocínio matemático e as estratégias na resolução de problemas matemáticos / Antonio Marcelo Araújo Bezerra Bezerra. – 2017.
95 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2017.
Orientação: Profa. Dra. Maria José Costa dos Santos.

1. Raciocínio Matemático. 2. Ensino de Matemática. 3. Formação Inicial. I. Título.
CDD 370

ANTONIO MARCELO ARAÚJO BEZERRA

A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO PEDAGOGO: A RELAÇÃO ENTRE O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E AS ESTRATÉGIAS NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Educação.

Aprovada em: ____/____/_____.

BANCA EXAMINADORA

____

Profª. Dra. Maria José Costa dos Santos (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

____

Profª. Dr. Hermínio Borges Neto
Universidade Federal do Ceará (UFC)

____

Profª. Dra. Maria Auxiliadora Lisboa Moreno Pires
Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS)

Às minhas filhas que tanto amo, Ana Sophia e Giovanna.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me inspirar todas as noites a sempre buscar ser o melhor no dia seguinte e nunca desanimar diante das dificuldades.

À minha família, por nunca me deixar desacreditar nos estudos e na vida como professor, em particular minha mãe, que sempre acreditou e me fez acreditar que, com perseverança e fé, Deus há de nos ajudar no que precisamos.

À professora Mazzé Santos por tudo que me ajudou e ainda contribui na árdua tarefa de ser um bom pesquisador.

Ao professor Hermínio, mediador como na Sequência Fedathi, mas, acima de tudo, instigador de novas ideias e fazeres de um bom professor.

À professora Maria Auxiliadora pela sua disponibilidade em me acompanhar nestes momentos tão importantes do meu trabalho.

A todos os alunos (as) graduandos do curso de Pedagogia da UFC com quem tive a oportunidade de conviver, debater e refletir sobre as práticas envoltas do professor de matemática.

A todos que compõem o MM, GEM² e o G-TERCOA, pela oportunidade que tive de usufruir de variados estudos, debates e produções sobre o ensino de qualidade.

“Por muito tempo achei que a ausência é falta. E lastimava, ignorante, a falta. Hoje não a lastimo. Não há falta na ausência. A ausência é um estar em mim. E sinto-a, branca, tão pegada, aconchegada nos meu braços, que rio e danço e invento exclamações alegres, porque a ausência, essa ausência assimilada, ninguém a rouba mais de mim” (DRUMMOND, 1984).

RESUMO

A formação inicial no Curso de Pedagogia da Faculdade de Educação (FACED) da Universidade Federal do Ceará (UFC) envolve a compreensão por parte do aluno (futuro-professor) não somente dos conteúdos a serem trabalhados com seus alunos, mas também sobre como utilizar as práticas pedagógicas que melhor facilitem à transposição didática desses conhecimentos. Diante de um ensino trabalhado por vezes repleto de regras a serem memorizadas e sem qualquer significação para o aluno, em particular dos conteúdos matemáticos, objetivamos analisar as estratégias matemáticas apresentadas pelos alunos do curso de Pedagogia, visando a classificação de problemas matemáticos no que diz respeito aos raciocínios: (i) concreto; (ii) gráfico (iii) aritmético; e, (iv) algébrico, com vistas à construção e não apenas à memorização de fatos e fórmulas, levantando questões relativas à formação do professor de matemática. Esta pesquisa de natureza qualitativa se deu, em parte, com: (a) observação das aulas de matemática; e, (b) realização de um conjunto de problemas matemáticos, essas atividades foram desempenhadas durante a disciplina de ensino de matemática na turma do Curso de Pedagogia no semestre de 2016.1. Anteriormente, também buscamos em livros, teses e periódicos, pesquisas sobre ensinar e aprender matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Coletadas as informações, iniciamos as análises sobre as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas categorizamos as respostas a partir da classificação feita por Johannot (1947) quanto ao raciocínio matemático. Os resultados indicam para novos e melhores espaços de reflexão tanto na formação inicial de professores como na atuação direta com os alunos da Educação Básica, em especial nos anos iniciais do ensino fundamental. Mostramos com esta pesquisa a relevância no que se refere a compreensão de como os alunos de Pedagogia constroem suas estratégias de resolução de problemas e as consequências disso para o ensino dos conteúdos matemáticos. Embora que o objeto de estudo desta pesquisa seja o entendimento das estratégias apresentadas pelos alunos sobre o raciocínio matemático, para este entendimento tivemos como forte apoio as observações às ações mediadas pela professora, em particular, na construção de novos saberes por meio da Sequência Fedathi.

Palavras-Chave: Raciocínio Matemático. Ensino de Matemática. Formação inicial.

ABSTRACT

The initial training in the Pedagogy Course of the Faculty of Education (FACED) of the Federal University of Ceará (UFC) involves an understanding by the student (future-teacher) not only of contents to be worked with his students, but also pedagogical practices that better facilitate the didactic transposition of knowledge. Faced with a teaching that is sometimes filled with rules to be memorized and with no meaning for the student, in particular the mathematical contents, we aim to analyze how mathematical strategies presented by the students of the Pedagogy course, aiming at a classification of mathematical problems not referring to reasoning : (i) concrete; (ii) graph (iii) arithmetic; and (iv) algebraic, with a view to the construction and not only the memorization of facts and formulas, raising questions related to the formation of the mathematics teacher. This research of a qualitative nature occurred in part with: (a) observation of mathematics classes; and (b) accomplishment of a set of mathematical problems, activities with the unemployed during a course of mathematics teaching in the course of the Course of Pedagogy semester of 2016.1. Previously, we also searched in books, theses and periodicals, research on teaching and learning math in the early years of elementary school. Collected as information, we began as analyzes on how strategies for students in solving the problems categorized as answers from the series made by Johannot (1947) regarding mathematical reasoning. The results indicate new and better spaces for reflection both in initial teacher training and in updating with students of Basic Education, especially in the initial years of elementary education. We show with this research the relevance in terms of an understanding of how Pedagogy students build their problem solving strategies and as consequences for the teaching of mathematical contents. What is the object of study of the research and the understanding of the strategies presented by the students on the mathematical reasoning, for the understanding as the strong support as observations to the actions mediated by the teacher, in particular, in the construction of new knowledge through the Fedathi Sequence.

Keywords: Mathematical Reasoning. Teaching Mathematics. Initial Formation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC- Base Nacional Comum Curricular

CE - Ceará

E.U.A - Estados Unidos da América

EJA - Educação de Jovens e Adultos

FACED - Faculdade de Educação

MEC - Ministério da Educação

MMM - Movimento da Matemática Moderna

PCN's - Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e Médio

SF - Sequência Fedathi

SMSG - School Mathematics Study Group

TCC - Teoria dos Campos Conceituais

UFC - Universidade Federal do Ceará

Sumário

1 INTRODUÇÃO

A matemática ensinada nas escolas comumente apresenta dificuldades no momento da transposição didática[1] dos saberes para os alunos (CHEVALLARD; BOSCH; GASPÓN, 2001) já que sua compreensão passa a ser feita rotineiramente num arranjo com *déficit* de significados em que "os conteúdos de matemática foram afastando-se da realidade dos educandos gerando uma falta de entendimento lógico e contextualizado com a vida que acaba por dificultar a representação simbólica da matemática" (MORAE; PERAÇOLI, 2009).

Contudo, a ação de abstrair não busca retirar a significância que o sujeito, diante de um raciocínio já elaborado, consegue abstrair ou inferir sobre ideias mais gerais tornando-as mais complexas e abrangentes que as anteriores, pois sem abstração não há conhecimento (MACHADO, 2009), como bem coloca Piaget: as abstrações se dão na medida em que se as operações lógico-matemáticas elaboram operações sobre outras, caracterizando os conjuntos de transformações possíveis e não mais apenas reais que o mundo físico coloca (PIAGET, 1971). Esse importante elemento e necessário à prática do aluno diante de um conhecimento a ser adquirido e vai em direção às ações rotineiramente praticadas pelo aluno e mediadas pelo professor, as quais são fruto de comportamentos repetitivos que pouco ou nada representam ao sujeito.

Ao falar sobre a sala de aula, destacamos aqui com relevante importância a metodologia Sequência Fedathi[2] - (SF) como principal ferramenta de nossa análise nos vários momentos em que a professora titular da turma trabalhava diferentes saberes com os alunos do curso de Pedagogia.

Para Lima (1998), ao analisar os trabalhos de Piaget, as aprendizagens escolares são meras percepções de hábitos e informações que desaparecem por ter um valor de comportamento e não de estruturas intrínsecas à compreensão da realidade. A esses comportamentos estão relacionadas certas preocupações diante de como os professores da

[1]Na aquisição do conhecimento é possível identificar fontes de influências que condicionam as transformações do saber. A este conjunto de elementos que permitem a mudança do saber a ser ensinado para se tornar objeto de ensino, dar-se o nome de Transposição Didática.

[2]Trata de uma metodologia elaborada pelo Prof. Borges Neto da UFC que toma como referência as etapas do trabalho científico do matemático, a Sequência Fedathi é composta por quatro etapas interdependentes, assim denominadas: Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova (SOUZA, 2013). Esta sequência será objeto de análise mais aprofundada no capítulo um deste trabalho.

Educação Básica, mesmo proporcionando aprendizagens, por vezes apresentam fragilidades em se tratando de um ensino com significância para o aluno.

Numa visão mais pragmática e voltada ao ensino de turmas iniciais ou de alfabetização, a construção do saber se faz a partir de experiências físicas que possam partir de questões concretas e vivenciáveis pelos alunos, de modo que o conhecimento possa adquirir sentido e, assim, servir como referência à construção de novas estruturas. Há se de considerar que a matemática não se sustenta e nem progride apenas na sua compreensão concreta. O sujeito em contato com o mundo usa concomitantemente ou de maneira separada dois processos aquisitivos que Piaget chama de “abstração (empírica) a partir dos objetos” e “experiência (lógico-matemática) a partir da qual constrói estratégias de manipulação de objetos” a partir das ações (LIMA, 1998, p. 101).

Estabelecendo um paralelo com o nosso trabalho, o sujeito precisa elaborar hipóteses e, intuitivamente, ultrapassar o campo do raciocínio matemático concreto adquirido pela abstração empírica, a fim de alcançar algo mais avançado que agregue experiências lógico-matemáticas como o raciocínio aritmético e o algébrico na resolução de problemas matemáticos.

A questão é que, diante da construção destes raciocínios mais aprimorados, muitas são as estratégias que, usualmente, acabam sendo memorizados pelos alunos sem qualquer significância, tendo como único intuito reduzir ou facilitar os caminhos para uma rápida resolução de problemas (VERGNAUD, 1998).

Diante das inúmeras discussões e modificações pelas quais o ensino da matemática tem passado no decorrer de sua história, destacamos o movimento conhecido como Matemática Moderna iniciada no final dos anos de 1950. Dentre as várias particularidades envolvidas neste movimento, evidenciamos as dificuldades de um currículo exigente que tinha como base a memorização pelos estudantes, a falta de motivação e a uma matemática que não condizia com as necessidades da sociedade (KLINE, 1976). Desde já, consideramos que o MMM possuía sua significância no contexto histórico por intencionar transpor para as escolas uma visão mais moderna sobre o currículo (DIAS, 2008).

Entretanto, tal movimento proporcionou na matemática escolar uma categorização de complexas estruturas nas quais os excessos de rigor lógico-dedutivo davam destaque à memorização de fórmulas pelos alunos e que eram colocadas por vezes como verdades absolutas e de nenhuma contestação.

Consequentemente, essa matemática passou a ser vista como uma disciplina monótona, de caráter muito repetitivo. Como destaca Chevallard (1996), a ação repetitiva já não atende o espírito e os anseios da modernidade, pois é necessária uma construção intuitiva fruto de várias elaborações em espaços didáticos, não apenas na compreensão de algo já formalizado, mas produto de erros, acertos e principalmente de descobertas que vislumbrem uma nova visão matemática. É nesse contexto que tratamos com certa especificidade os diferentes raciocínios matemáticos expostos pelos alunos do curso de Pedagogia da UFC em relação à forma como expõem suas estratégias para a solução de variados problemas matemáticos. O termo 'estratégias' mencionado nesta pesquisa tem como referência o trabalho de Barreto (2001) que vislumbra a capacidade de incorporar habilidades variáveis diante de situações-problema optando por aquelas que melhor respondam às particularidades da questão colocada.

O que, de fato, diferencia uma determinada estratégia em seu espaço de atuação não deve ser apenas o modo de tratá-la como uma 'ferramenta universal' de resolução memorizada, na qual o aluno possa apenas a operacionalizá-la, mas principalmente compreendê-la (CHEVALLARD; BOSCH; GASPÓN, 2001). A compreensão significativa de estratégias na resolução de problemas deve surgir de hipóteses que alavanquem novas mudanças diante de novas situações e problemas muito mais complexos que antes.

Para tanto, este trabalho não se voltou à exposição de 'técnicas' na resolução de problemas matemáticos, bem como na melhoria das já compreendidas pelos alunos, mas na análise e considerações quanto ao papel do professor na compreensão e trato dos diferentes raciocínios levantados pelos alunos com vistas à melhoria dos aspectos didáticos, em particular aqueles que futuramente serão professores na educação básica.

Discorrer sobre a relação entre professor, aluno e o saber, obrigatoriamente nos remete a entender o significado dessas correlações no campo teórico com vistas à compreensão de seu contexto prático. Embora ainda não se veja de forma "efetiva o professor assumindo um ensino que leve o aluno a refletir, pensar, raciocinar e questionar" (SANTOS, 2007, p. 31) toda e qualquer relação existente entre professor e alunos em prol da construção de novos saberes envolve uma rede de responsabilidades para ambos os personagens, ou seja, uma constante reformulação do acordo didático.

Na óptica sobre a relação entre professor, aluno e saber a ser ensinado, na SF temos o acordo didático que relaciona professor-conteúdo-aluno como elemento imprescindível no planejamento da sessão didática (SANTOS, 2016), relação que tende a atender às expectativas tanto do professor como do aluno.

Dentre essas 'obrigações', o conjunto de comportamentos do professor que é esperado pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que é esperado pelo professor. Tais comportamentos, normalmente implícitos no contexto escolar, geram comumente uma relação negativa entre ambos, pois tanto ao professor quanto aos alunos são atribuídas responsabilidades não condizentes com uma prática promotora de melhores e mais sólidas aprendizagens, o que compõe um contrato didático mal elaborado (CHEVALLARD; BOSCH; GASPÓN, 2001).

Sobre os obstáculos apresentados no momento da intencionalidade do professor em transpor as dificuldades na construção do saber, Santos (2007) esclarece que o conhecimento está assentado em obstáculos a serem superados, sejam eles de caráter didático, pela devida apropriação do professor de métodos e técnicas didáticas, ou de ordem epistemológica. No entanto, na sala de aula, a compreensão das dificuldades dos alunos passa pelo entendimento destes aspectos a fim de compreender como o sujeito expõe seu raciocínio matemático perante determinados problemas e como o professor atua na elaboração de uma boa sessão didática.

Esta pesquisa trata especificamente da compreensão das variadas manifestações do raciocínio matemático apresentadas pelos alunos do curso de Pedagogia da UFC a partir da classificação antes feita por Johannot (1947), a saber, o raciocínio concreto que utiliza ou necessita de elementos manipuláveis para operar, o gráfico em que há uma forte representação por desenhos e gráficos, o aritmético ao utilizar de números e operações e o algébrico por conseguir associar números a diferentes outras formas de símbolos.

Essa ação terá como premissa a compreensão de como diferentes raciocínios matemáticos são expostos pelos alunos ao resolver variados problemas e quais ações podem ser discutidas para o melhoramento dessas estratégias já internalizadas pelos alunos.

Como consequência, esse processo trará à reflexão as hipóteses antes apresentadas pelos alunos sobre as diferentes manifestações que o raciocínio matemático poderá assumir perante um problema, dentre elas: o concreto (o mais elementar dos raciocínios), o gráfico (com forte apelo a questão visual), o aritmético (que já realiza generalizações por meio de um sistema abstrato-numérico) e o algébrico (que utiliza de simbolismos e elaboração de equações) (BARRETO, 2001).

A prática de resolver problemas matemáticos alude a formas muito mais interessantes que encontrar apenas 'respostas' para as questões colocadas pelo professor, mas entende que, nos processos de ensino e aprendizagem da matemática, os alunos possam ter a oportunidade de experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, comunicar as suas ideias e tomar decisões autonomamente (SERRAZINA *et al.,* 2012). Para tanto, a homogeneidade destas ações requer a compreensão antecipada por parte do professor das diferentes manifestações que os alunos expõem perante os distintos raciocínios matemáticos que já dominam.

Como construção de um conjunto de indagações que sustente inicialmente este trabalho, as principais questões a serem discutidas buscam responder as seguintes perguntas:

De acordo com a classificação colocada por Johannot (1947), a saber; o raciocínio concreto, gráfico, aritmético e algébrico, há alguma relação entre o tipo de raciocínio e a dificuldade para a resolução do problema matemático colocado? Diante do conhecimento destes raciocínios, como o professor poderia atuar na incumbência de instigar o aluno a desenvolver o maior repertório possível de estratégias com vistas a promover raciocínios algébricos mais gerais? Ao compreender como os raciocínios matemáticos se manifestam na resolução de problemas matemáticos, como esse conhecimento pode contribuir com a formação de pedagogos?

Ciente da problemática que envolve a compreensão das variadas estratégias levantadas no momento da resolução de problemas matemáticos, tomamos como premissa a observação das diferentes manifestações destes conhecimentos trazidos pelos alunos, destacando o papel do professor em promover uma ressignificação destes conceitos e, consequentemente, esquemas operativos mais elaborados. Feita essa análise, prosseguimos com a solução de um conjunto de problemas matemáticos (Anexo I) com vistas a compreender como se manifesta a operacionalização destas estratégias já internalizadas pelos alunos.

De modo geral este trabalho tem como objetivo principal analisar as estratégias apontadas na solução de problemas matemáticos pelos alunos do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará, interpretando-as a partir da classificação do raciocínio matemático de Johannot (1947). Já nas questões específicas, objetivamos: Refletir sobre as estratégias colocadas pelos pedagogos a partir das classificações de Johannot quanto ao raciocínio matemático; Comparar as respectivas classificações dos raciocínios colocados pelos alunos com o tipo e a complexidade dos problemas sugeridos; Identificar possíveis melhorias e intervenções do professor no uso de práticas que facilitem e ou melhorem a aprendizagem matemática dos pedagogos; e, Validar a relação entre o uso da Sequência Fedathi e a construção significativa de conceitos matemáticos a partir da relação entre aluno e professor.

Diante da necessidade de um aporte teórico que fundamente nossas exposições anterior e posteriormente ao contato com os alunos em diferentes perspectivas recorremos a outros autores na certeza que estas sejam mais bem expostas e analisadas. Ou seja, temos por referência a classificação do raciocínio matemático colocado por Johannot (1947), a epistemologia genética de Piaget (1971), o sujeito como produto social por Vygotsky (1987) os esquemas operatórios apontados por Vergnaud (1993) e a prática do professor na sala de aula de Borges Neto (2001), Souza (2013) e Santos (2016), ambos concatenados em prol do entendimento sobre as estratégias que os alunos possuem a respeito dos variados problemas matemáticos.

De posse de uma base teórica que subsidie reflexões tanto anteriormente como posteriormente à pesquisa, do ponto de vista pragmático, evidencia-se desde já a preocupação em salientar um instrumento que concilie tais teorias à prática do professor para com o aluno, ou seja, de posse de sólidas bases teóricas proporcionadas por Johannot, Piaget, Vygotsky, Vergnaud há a necessidade de integrá-los à prática da sala de aula, ou em como o professor deve operar na certeza de que as aprendizagens aconteçam de fato.

Esse pensamento corrobora fortemente com a importância do papel que o professor assume como mediador no processo de ensino, para o qual, nesse caso, o uso da SF nos oportuniza a dar maior ênfase ao papel do professor, principalmente este tendo conhecimento sobre as possíveis manifestações do raciocínio exposto pelo aluno.

Ao contrário das práticas defendidas pela matemática moderna em que o principal foco se voltava para uma matemática mais dedutiva, esta pesquisa terá como referência a compreensão do conjunto de procedimentos que os alunos do curso de pedagogia possuem sobre a resolução de determinados problemas matemáticos a partir de uma óptica mais intuitiva e de reflexão por parte do professor e dos alunos.

Assim, nossa investigação teve como abordagem os princípios da pesquisa participante, de natureza qualitativa e interpretativa a partir dos momentos de observação das aulas, utilizando-se da análise do diário de bordo, fonte bibliográfica e experimental relacionada ao tema num estudo de caso único. A opção pelo aspecto qualitativo remete ao trabalho de Santos (2007) em que o pesquisador deteve o contato direto com o contexto onde ocorreu a investigação e os dados foram colhidos diretamente no ambiente onde ocorreu a pesquisa.

Pretendemos que estas observações contribuam para uma nova percepção por parte dos professores de como os alunos elaboram suas estratégias diante de variados problemas matemáticas, em particular, os alunos do curso de Pedagogia. A culminância desta ação se deu com a aplicação de um conjunto de problemas matemáticos aos alunos contendo alguns problemas matemáticos em que os quatro tipos de raciocínio apontados por Johannot sejam possivelmente empregados.

Desta forma, a pesquisa foi desenvolvida a partir das seguintes etapas concomitantes à execução dos procedimentos descritos abaixo, em conformidade com os objetivos da pesquisa: revisão da literatura na qual destacamos aspectos teóricos que nortearam a fundamentação teórica para a investigação, realização de um conjunto de problemas matemáticos que suscitassem diferentes raciocínios (bem como variadas possibilidades de soluções por parte dos alunos) e a análise e consolidação das estratégias elaboradas pelos alunos diante da solução de vários problemas matemáticos expostos no primeiro momento.

Em paralelo, tratamos de observar a turma e descrever sobre as percepções dos alunos quanto à construção de suas estratégias para a solução de questões afins ao raciocínio matemático no decorrer das atividades inerentes ao curso e, por fim, a análise e sintetização das informações colhidas a partir das respostas aos problemas colocados, propondo, em seguida, estratégias que perfazem melhores resultados quanto à forma de abordagem de novos problemas e o papel do professor como mediador destes processos, seja formando futuros professores e/ou alunos da educação básica.

Como estrutura, este trabalho está organizado em seis capítulos ordenados da seguinte forma: no primeiro, temos a introdução composta por: justificativa, problemática, objetivos e metodologia. No segundo, detalhamos o quadro teórico tendo como principais referências os trabalhos de Johannot (1947), Barreto (2001) e Borges Neto e Dias (1991) Borges Neto e Campos (1999) no campo do raciocínio matemático, Gomes, M., (2001; 2010), Gomes, J., (2006) no que tange a formação do professor de matemática e Souza (2013) e Santos (2007; 2013; 2016) em referência a SF.

Para o terceiro capítulo, reservamos a descrição das ações que se sucederam tanto anterior como posteriormente à pesquisa. Mesmo que a exposição, análise e discussão dos resultados sejam o ápice deste trabalho, há variadas particularidades importantes que complementam este processo de forma a corroborar com a necessidade desta pesquisa no campo das práticas escolares.

Neste aspecto, o que causa preocupação remete a determinadas práticas que excedem a um rigor matemático no qual a capacidade de descoberta e construção do conhecimento fica subalterna a memorização e emprego de técnicas cada vez mais usuais com vistas apenas a se chegar ao resultado, não importando o caminho a ser percorrido. Piaget (1982) exemplifica que, na inteligência empírica, a repetição por meio das tentativas de exposição dos esquemas já assimilados chega a sustentar o processo de acomodação, processo bem diferente da repetição por simples acaso mecânico e sem sentido.

No quarto capítulo, ao realizarmos a análise das informações coletadas a partir dos quatro tipos de raciocínio apontados por Johannot, dos vinte e três alunos pesquisados, todos estavam entre o raciocínio matemático geométrico (uso de representações gráficas; desenhos) e o algébrico (tradução de regras e fórmulas do ponto de vista simbólico), último dos apontados por Johannot.

Como consolidação do conjunto de ações realizadas, no quinto capítulo são realizadas as considerações finais submergidas nos possíveis rumos que podem ser tomados no entendimento e melhor tratamento de problemas matemáticos, seja dentro das salas de aula com aos alunos da educação básica ou frente aos alunos do curso de Pedagogia na disciplina de Ensino da Matemática.

Feitas estas considerações iniciais quanto à sistemática do nosso trabalho, tratamos de realizar a seguir um esboço teórico que fundamenta e direciona nossas reflexões tanto para a análise como as conclusões chegadas a partir da pesquisa.

2 DA FORMAÇÃO INICIAL À ATUAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: AS BASES TEÓRICAS

Neste capítulo, almejamos realizar um aprofundamento sobre as principais linhas que darão suporte teórico para nossa pesquisa, a saber, as particularidades em volta da formação inicial do professor de matemática, apontados principalmente pelos trabalhos de Gomes, M. (2001; 2010) e Burigo (1989), bem como o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, usando da descrição e uso da Sequência Fedathi por Souza (2013) e Santos (2013; 2016), e com destaque para a classificação do raciocínio matemático segundo Johannot (1947), ambos voltados para a compreensão e melhoria da dinâmica da sala de aula.

Até meados do século XX, o ensino de matemática ainda possuía fortes traços técnicos e utilitaristas em se tratando das didáticas utilizadas no ensino. Contudo, mesmo com os avanços na qualidade do trabalho do professor e sua relação com o aluno, atualmente ainda se mantêm vivaz a dicotomia entre docente e discente quanto as suas verdadeiras responsabilidades em relação às aprendizagens (CHEVALLARD; BOSCH; GASPÓN,2001).

Essas responsabilidades, mesmo que atuando implicitamente, lançam sobre o professor o dever de destituir-se do centro da relação vertical e hierarquizada comumente vista na maioria das escolas perante os estudantes. Já o aluno tem assumido, equivocadamente, a tarefa de pensar ou tentar pensar como o professor, eximindo-se de sua verdadeira responsabilidade, que é ser protagonista de seu próprio conhecimento (CHEVALLARD; BOSCH; GASPÓN,2001). Perpetuamos então, uma funcionalidade negativa dentro das salas de aula com equivocados papéis para ambas as partes.

Embora seja salutar o conhecimento sobre os aspectos históricos envolvendo a formação do professor de matemática, não nos reserva aqui o percorrer deste longo caminho até os dias atuais, uma vez que “o conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores” (BRASIL, 1997, p. 30). Nosso propósito se volta, contudo, às particularidades da sala de aula, no que compete à compreensão do professor quanto à forma como o aluno expõe suas estratégias diante de variados problemas matemáticos.

Desta forma, é de interesse deste trabalho que um conjunto de novas reflexões sejam fundamentadas com base nas estratégias colocadas pelos alunos do curso de Pedagogia na certeza de que tais conclusões melhor fundamentem e sustentem novas e melhores práticas escolares, de modo que o professor seja o protagonista.

2.1 A Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: entre o ensino intuitivo e o ensino dedutivo

Tendo como partida os trabalhos do matemático alemão Felix Klein (*apud* BURIGO, 1989), em particular na sua obra 'Matemática elementar de um ponto de vista avançado' de 1908, o autor alemão já destacava que o professor só teria sucesso se apresentasse as coisas de uma forma intuitivamente compreensível aos alunos. Contudo, nesse trabalho, suas considerações também teciam fortes críticas ao ensino dedutivo, o qual era fruto de uma instrução estritamente formal e hierarquizada, em que tudo era ensinado para o aluno de maneira inquestionável.

Esta característica, no entanto, não condizia com a perspectiva intuitiva, autônoma e universal ao aluno, ou seja, ao evidenciar as dificuldades enraizadas no ensino dedutivo[3], suas considerações giravam em torno da estruturação de um ensino que assegurasse qualidade relacionada a uma maior abrangência, permitindo que o ensino, de fato, se tornasse melhor a todos.

Com o advento do Movimento da Matemática Moderna (MMM), o ensino baseou-se na "ampliação da abordagem lógico-dedutiva" em todos os ramos da matemática, tendo um "maior rigor nas demonstrações utilizando-se de uma linguagem bem mais precisa" (BARRETO, 2001, p. 47). Isso embasava a grande oposição ao ensino clássico, pois este último forçava o aluno a confiar mais na memorização do que na compreensão, além de desmotivar o aluno.

O MMM baseava-se em estruturas formais voltadas ao estudo das propriedades abstratas e nas suas demonstrações. Esse movimento foi disseminado pelo mundo sob a influência americana e implantado no Brasil em meados da década de 1960, sob o amparo da ditadura militar (GOMES, 2006).

De fato, as mudanças numa perspectiva mais moderna eram necessárias e iminentes quanto à forma com que a matemática era ensinada. Contudo, era essencial que a implantação, em particular no ensino secundário, fosse de forma gradativa e sem mudanças drásticas (VALENTE, 2010). No Brasil, as discussões se deram com a realização do II Congresso Nacional de Ensino da Matemática em 1957 (BÚRIGO, 1989), em que as

[3] Segundo Fiorentini (1995) havia mais remotamente, especificamente no final do século passado e no início deste, uma tendência pedagógica a tratar do ensino da matemática com base na 'disciplina mental' e no pensamento lógico-dedutivo, ou seja, tudo deveria ser justificado e argumentado e demonstrado logicamente.

principais ideias defendidas permeavam entre a realização de uma mudança na matemática clássica para a moderna numa aparente 'atualização do ensino'.

No entanto, o MMM, em muitos aspectos, principalmente vinculados ao ensino secundário, não permitiu uma maior discussão em torno da forma que se daria tal processo, pois se pensou no ensino mais técnico e não da educação básica (BURIGO, 1989).

A urgência em implantar as mudanças apontadas pelo MMM levou, em 1962, à assinatura de um manifesto firmado por vários matemáticos canadenses e norte-americanos por conta de vários equívocos pedagógicos desencadeados pelo MMM, dentre eles: a introdução prematura de conceitos unificadores, a preocupação excessiva com o rigor dedutivo e o desprezo da intuição, a desconsideração do processo histórico de construção do conhecimento matemático, tendo uma interpretação puramente formal da matemática (BURIGO, 1989).

Dentre os vários trabalhos que corroboravam com estas críticas, um dos que tiveram maior destaque para com o movimento e suas implicações no contexto escolar foi de Morris Kline, professor norte-americano que, mesmo quase quinze anos após o início das reformas curriculares, em 1973 publicou o livro "Why Johnny can't'add: the failure of the new math[4]" tendo grande repercussão no campo acadêmico.

Como expõe Burigo (1989) em sua obra, Kline coloca que a ênfase formalista dos novos currículos e a matemática como elementos desvinculados das ciências naturais se davam pela separação do conhecimento matemático do conhecimento científico, questões estas reveladas principalmente pela preponderância da opinião dos matemáticos ligados às áreas de pesquisa mais abstratas da matemática. Porém, destacamos algumas considerações quanto aos motivos que levaram à reflexão, na época, sobre uma nova estruturação do Ensino da Matemática a partir da cisão com as antigas práticas de ensino. Tais ideias viam na industrialização e no crescimento econômico um meio para se chegar ao bem-estar social, e em particular:

> A valorização da ciência como fator de desenvolvimento econômico, que vinha associada a ideia de modernização, enfatizava desde os anos 20 pelos escolanovistas, ganhando um novo sentido com a aceleração da inovação tecnológica a nível mundial (BURIGO, 1989, p. 236)

É preciso compreender, desde então, o contexto em que o MMM se deu para que de fato, possamos delinear uma percepção mais apurada e crítica quanto os motivos e as consequências de sua implantação. A ideia de (re) apresentar uma matemática mais

[4]Porque Johnny não pode adicionar: o fracasso da nova matemática. Tradução do autor.

simplificada e com menos ‘cientificidade’ que a ensinada tradicionalmente (BURIGO, 1989), demonstrava uma clara preocupação com um ensino mais prazeroso e que atendesse os anseios econômicos da época.

Seguindo o preceito que a modernização do ensino teria que partir dos professores, os quais teriam que se adaptar a um novo roteiro de conteúdos e de metodologias, grupos de estudo e de pesquisa foram criados em alguns países, com o objetivo de estudar, divulgar e implantar a MMM nas escolas WIELEWSKI (2008). Dentre eles, o SchoolMathematicsStudyGroup[5] (SMSG), criado em 1958 nos E.U.A, em virtude do pós-guerra na necessidade de equiparação tecnológica com a Rússia (OLIVEIRA FILHO, 2009).

Tal grupo acabou por promover uma grande mudança no ensino de matemática, pois procurava motivar a integração de novos tópicos através da publicação de livros e textos de Matemática e pela divulgação das ideias modernistas em vários países. Toda a discussão em volta da justificativa para estas ideias centrava na certeza que o currículo tradicional continha uma matemática já ultrapassada e era necessário oferecer uma nova visão.

2.1.1 Formação docente

No Brasil, a formação de professores emergiu de forma mais direta após a independência do país, quando se atentou sobre a organização da instrução popular. Com a promulgação da Lei das Escolas de Primeiras Letras, em 15 de outubro de 1827, manifestou-se com maior contundência no Brasil a preocupação com a formação de professores (SAVIANI, 2009).

Os primeiros Cursos de formação de professores foram criados em 1934 e eram oferecidos nas Faculdades de Filosofia. Os professores que ensinavam matemática nos cursos de licenciaturas se preocupavam apenas com a transmissão do conteúdo, desprezando principalmente as questões pedagógicas, essenciais para a construção do conhecimento (GOMES, 2006).

No período de 1995 a 1998, o MEC elaborou os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e Médio (PCN’s,) como também as Diretrizes Curriculares, sendo referência para a formação dos professores. No mesmo período, em 1996, com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, no seu Artigo 53, evidencia-se que as universidades deveriam fixar novas diretrizes nos currículos de seus

---

[5]Grupo de Estudos de Matemática Escolar’ tradução do autor.

cursos, contudo, outras questões ainda compõem o conjunto de dificuldades em volta da formação de professores, pois, como destaca GOMES (2006, p. 56):

> É necessário que se pense na formação do professor que vai ensinar matemática em uma ampla dimensão, pois sentimos a ausência de alguns aspectos nesta formação que promovam a imersão cultural, social e política do professor no mundo, aspectos estes apresentados com grande destaque nos PCN's, exigindo que o educador se sinta cidadão, fato este que pouco é abordado durante a formação docente. Um outro aspecto diz respeito ao conhecimento matemático do professor, das possíveis conexões e inter-relações entre os variados temas matemáticos, não se admitindo que sejam vistos de formas fragmentadas.

Observe que a formação do professor se compõe de aspectos culturais, sociais e políticos, bem como sua formação ou o conhecimento matemático que possui sobre a área de atuação. Ocorre que este complexo conjunto resulta do domínio de dois campos distintos, mas complementares à formação do professor. Referimo-nos ao conhecimento pedagógico e matemático que, no caso, oferecem o suporte necessário a atuação do profissional das matemáticas.

Como mostra disto, os PCN's, no volume três, que trata da matemática, descreve que:

> Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho (BRASIL, 1997, p.22).

Considerando que as práticas de formação inicial e continuada de professores sofrem constantemente certa adaptação diante das mais diferentes demandas da sociedade, a ação institucional de melhoria destas práticas precisa estar constantemente sendo (re)avaliadas e melhoradas através de políticas educacionais. Essa insatisfação é revelada principalmente na iminente revisão do currículo escolar e das práticas do professor no trato das questões pedagógicas e específicas da área de ensino.

A reformulação dos objetivos, conteúdos e a busca por novas metodologias que congreguem o conhecimento pedagógico e específico com a formação que hoje o professor necessita tem se colocado como um dos elementos centrais da reestruturação do currículo escolar (BRASIL, 1997). Em se tratado do currículo nas escolas brasileiras, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em sua elaboração tem proporcionado relevantes debates no âmbito da Educação Matemática, como em outras áreas, pois intenciona agregar práticas que melhorem a compreensão dos estudantes.

> Essa incorporação pode ser justificada na medida em que esses estudos apresentam contribuições para a melhor compreensão, por parte dos/das estudantes, de noções e procedimentos concernentes à Matemática e porque incluem demandas de uma sociedade cada vez mais exigente relativamente ao domínio de competências e habilidades que podem ser desenvolvidas por meio dessa área do conhecimento (BRASIL, 2015, p. 133).

Segundo Ponte (1992), D'Ambrósio (1996), Smole (2000), Pietropaolo (2002), entre outros, a formação do professor de matemática precisa ser pautada na articulação perene entre teoria e prática, ou seja, entre o saber específico de cada disciplina que necessita constantemente ser vinculado a um saber pedagógico, ambos articulados de modo que conceitos e reflexões sobre suas práticas possam, juntas, melhor interagir na formação docente.

Particularmente, tratando do ensino da matemática, a formação do pedagogo para que ensine as matemáticas necessita que os próprios cursos de formação sejam modificados, principalmente na sua composição curricular (CURI, 2005) na certeza de que melhor atuem no desenvolvimento dos conceitos matemáticos já compreendidos na escolarização básica, pois muitas destas ideias conceituais permanecem equivocadas pelos pedagogos (SANTOS, 2015). Ou seja, o pedagogo precisa estar constantemente modificando e criando uma nova concepção epistemológica quanto à sua prática.

Esta ação abrange uma óptica muito mais extensiva que visualizar o ensino da matemática apenas como a realização de cálculos (FIORENTINI, 1995), mas que carreguem significado às situações criadas e discutidas no contexto escolar, em que o professor incorpore uma prática investigativa e reflexiva Schön (2009) ambas articuladas pela ação do professor.

Para que esta articulação progrida em favor de uma boa formação doente, há de se considerar uma série de recursos cognitivos que Perrenoud (1993) chama de competências e habilidades, que seriam desenvolvidas principalmente do decorrer das práticas de ensino. Esses saberes, necessários à prática do professor, constituem a garantia de boas e necessárias construções didáticas, pois um bom professor de matemática não se define apenas como aquele que domina o conteúdo em específico. Bem como ao reconhecer as qualidades de um bom pedagogo, este apenas com seus conhecimentos de formação terá dificuldades no planejamento e execução de atividades matemáticas por desconhecer a fundo o conteúdo.

Ao expor as competências básicas necessárias ao trabalho do professor, fazemos certo destaque ao trabalho de Oliveira, Borges e Carvalho (2002) em que os autores expõem quatro competências tidas como fundamentais ao trabalho do docente: os conhecimentos em educação, o domínio tecnológico, a especificidade de formação e a transposição didática.

O domínio pedagógico seriam os conhecimentos gerais normalmente apresentados nos cursos de Pedagogia que trata de questões mais abrangentes sobre o processo educacional em vários níveis, como: questões da psicologia, sociologia, política e filosofia da educação. Sobre o domínio tecnológico, independente da tecnologia utilizada, o professor deve dominar tal ferramenta tendo em vista um bom planejamento e o alcance de seus objetivos pedagógicos, já a especificidade de formação, além dos conhecimentos gerais em educação, o docente deve ter o domínio específico nas disciplinas e, por fim, a transposição didática, elemento imprescindível à transformação do saber científico em saber ensinado (prático).

Ambas as competências se complementam na certeza que não apenas nas aulas de matemática, mas em qualquer outra disciplina, o professor necessita ter plena consciência que não será apenas o domínio de uma destas competências que lhe trará êxito em suas aulas. A questão preocupante se volta então para a terceira competência citada, que é comumente entendida como a principal, talvez a única, e relevante para o sujeito que pretende seguir a carreira do magistério. As demais seriam apenas um complemento necessário ou não, principalmente a depender do público alvo.

Ou seja, para a educação infantil, um pouco mais de pedagogia e técnicas de alfabetização; do primeiro ao nono ano do Ensino Fundamental, a pedagogia é deixada um pouco de lado e passa-se a favorecer gradativamente o rigor das regras e fórmulas. Já no ensino médio, o professor deve, acima de tudo, ser bom na disciplina, ou seja, dominar o conteúdo.

Dentre as quatro competências citadas, a depender do ano ou período da Educação Básica, o professor realiza uma opção, embora que, na maioria das vezes implícita, permanecendo então a prevalência de uma sobre outra.

Numa óptica otimista, a urgência se manifesta em muito mais que demonstrar aos professores esses conhecimentos, mas os próprios se veem na condição de profissionais em formação perene. O conhecimento e o domínio destas competências, além de assegurar uma boa articulação entre os saberes necessários, colocam o professor na condição de vigilante constante de sua prática, principalmente quando constatado que o fracasso do aluno possui grande parcela na sua atuação como principal mediador.

2.2 A contribuição da Escola como promotora de problemas didáticos que suscitem novas estratégias matemáticas

Seja nos trabalhos de Vygotsky (1987), Borges Neto e Dias (1991), Nébias (1999), Chevallard, Bosch e Gastón(2001) e Vergnaud (2004), a escola desempenha o importante papel de criar espaços de interação entre os alunos, o professor e o saber com o maior número possível de situações com vistas a promover a sistematização dos saberes como forma eficiente de aprendizagem, além dos conceitos já adquiridos no convívio habitual com outros. Não temos a pretensão de diminuir ou retirar a importância que os saberes cotidianos exercem na vida dos sujeitos, mas completá-los na certeza que, para os conhecimentos de cunho técnico e maior capacidade de generalização, cabe à escola intervir e proporcionar, no mínimo, a reflexão/ação dos conceitos não espontâneos ou científicos.

Quanto à função da escola de "provocar" a capacidade de reflexão do aluno e, especificamente, do ensino das matemáticas, ela tem tomado diferentes caminhos na busca por melhores práticas que potencializem a aprendizagem dos conceitos, haja vista que aprender matemáticas ainda carrega a óptica equivocada de ignorar-se a estrutura e as funções do trabalho do aluno como sujeito investigativo, de modo que a atividade do seu estudo é vista como um meio auxiliar do ensino (CHEVALLARD; BOSCH; GASPÓN, 2001), sendo o professor ainda visto comumente como referência única na produção e repasse do conhecimento ao aluno.

Sabemos que a disciplina de matemática é carregada de vários estereótipos e preconceitos quanto a sua complexidade e o alto teor de artificialidade incorporado em sua operacionalidade, contudo, convém lembrar que boa parte destas ideias são frutos de um ensino de má qualidade que, diferentemente do conhecimento social (convencional), não precisa ser transmitido de forma repetitiva de geração a geração (BORGES NETO; DIAS, 1991). A forma como o sujeito incorpora os conceitos matemáticos necessita obrigatoriamente que sejam objetos de mudanças positivas em sua transposição didática, ou seja, a matemática precisa deixar de ser encarada como um receituário de fórmulas e esquemas a serem memorizados.

A questão é que as situações, quando formalizadas e expostas aos alunos com variedade e história[6], acabam por requerer novos raciocínios que estimulam implicitamente ideias e estratégias mais abrangentes que as anteriores. Só deste modo se pode esperar uma compreensão efetiva dos conceitos e procedimentos matemáticos por parte do aluno Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012), o que comprova, então, a necessidade constante do sujeito

[6]Das mais diferentes situações elaboradas (variedade) que permitam relacionarem-se as anteriormente já dominadas com vistas a compreensão de outras mais complexas (história) (VERGNAUD, 1993).

estar em processo de interação com as mais diferentes situações ou problemas, pois são nelas que os conceitos adquirem significância num complexo arranjo de situações, conceitos e esquemas embebidos em diferentes representações simbólicas por trás desse processo.

Numa outra ótica, quanto o papel da Escola, atualmente, primeiro se ensina matemática para, em seguida, o aluno resolver os problemas e não se ensina matemática enquanto se resolve problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). Esta lógica acaba por não permitir que particularidades muito maiores sejam consideradas, como: a compreensão de fato do problema, a flexibilidade do sujeito em acionar outras formas de raciocínio e não relacionar sempre um determinado problema a uma técnica específica.

Dentre os trabalhos que destacam a importância do resolver problemas como condição para aprender matemática, Onuchic e Allevato (2009) apontam questões importantes como condição para que o aluno se volte para a análise de problemas, desde que um arranjo se configure perfeitamente no ambiente em que está inserido. A prática de resolver problemas alude à construção de novos conceitos, pois:

> Nessa concepção, o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir este processo (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011,p. 80).

Quanto ao papel do professor, nada mais construtivo que conduzir esses processos não pelo 'repasse' de informações ou se colocando no centro do processo como único detendo do saber, mas pela mediação entre o conhecimento e os alunos como ferramenta elementar nestas relações.

2.3 O raciocínio matemático: as situações-problema e a formação do pedagogo

Em se tratando das formas como o aluno expõe suas ideias sobre as estratégias de resolução de problemas matemáticos, aprofundar-nos-emos nos tipos de raciocínio matemático apresentados inicialmente por Johannot (1947) e destacados por Borges Neto e Campos (1999), Barreto (2001) e Gomes, Castro Filho e Barreto (2004).

Ao adentrarmos no ambiente acadêmico da pesquisa, a grande questão se volta para o papel do professor nos momentos em que o aluno, diante de problemas em que não dispõe das competências necessárias para a sua resolução, passa a gerar, por intermédio da mediação do professor, classes de condutas iguais independente do contexto em que os problemas se apresentam. Ou seja, de posse de uma solução encontrada, o aluno passa a tentar encontrar em outros problemas aspectos semelhantes ao que resolvera tornando sua resposta uma ‘ferramenta universal’ para os demais.

Este aspecto de automação é uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização dos nossos comportamentos que abrangem uma parte de automatismos e outra de decisões conscientes (VERGNAUD, 1993). No entanto, essa ação, mesmo que necessária diante da necessidade do aluno ter contato com outras situações em formas de ‘exercícios’, revela um aspecto negativo quanto à aprendizagem da matemática, pois acaba permitindo que os alunos internalizem novas estratégias pelo excessivo hábito de resolver questões a partir de exemplos dados pelo professor e não pela construção destas estratégias por si só.

Ou seja, mesmo sendo necessária no percurso escolar, a prática de resolver exercícios não pode retirar do aluno a capacidade de inferir sobre os mais diferentes problemas mediados pelo professor. De forma contrária, é perfeitamente mais cômodo ao professor diminuir o tempo gasto nestas discussões oferecendo de imediato a ‘forma operacional’ ao aluno, esperando então que ele a empregue de forma mecânica em outros problemas semelhantes.

Numa definição mais generalista, a compreensão do raciocínio matemático, inicialmente colocado por Russel (1999), expõe que o usamos para pensar sobre as propriedades de um determinado objeto matemático, desenvolvendo generalizações que se apliquem a toda classe de objetos. Enquanto que Johannot, de forma mais superficial, define-o por “o raciocínio que intervêm durante a resolução de problemas matemáticos que faz chamada a um simbolismo aritmético e algébrico” (JOHANNOT, 1947, p. 25, tradução nossa).

Johannot pesquisa o raciocínio matemático em adolescentes, tomando como referência o estágio operatório formal de Piaget como forma de classificar o nível de desenvolvimento do raciocínio matemático em quatro tipos: o concreto, o gráfico, o aritmético e o algébrico (JOHANNOT, 1947). No entanto, nosso trabalho apresenta algumas semelhantes e distinções quanto à obra de Johannot, pois, em comum, recorremos à classificação dos três últimos tipos de raciocínio já realizados em prol da compreensão dos raciocínios expressados pelos pedagogos.

Em se tratando das diferenças, Johannot realiza uma análise profunda tendo como iniciativa o uso do método clinico de Piaget seguido de uma minuciosa análise psicológica e pedagógica frente ao grupo de adolescentes pesquisados. Em nosso trabalho, recorremos à classificação dos raciocínios matemáticos feitas por Johannot, contudo, foi objeto da pesquisa um grupo pequeno de pedagogos em processo de formação, levantando suas estratégias frente a um conjunto de problemas matemáticos. Feita a coleta e classificação dessas informações, buscamos identificar, a partir das considerações apontadas, os benefícios que o professor pode inferir para a sua aula frente a esses conhecimentos e o uso de uma boa metodologia de ensino.

Para tanto, o início destas ações necessitou da compreensão sobre os tipos de raciocínio matemático que Johannot (1947) detalhou em sua obra, em que o desenvolvimento do raciocínio matemático, para assim melhor defini-lo, passa por um conjunto de estágios descritos da seguinte forma:

> Nós classificamos por classes de respostas corretas em quatro estágios fundamentais correspondentes aos quatro estágios do raciocínio matemático. Estes estágios variando assim;
> Etapa I: Respostas corretas a um nível concreto único, até os 13 anos.
> Etapa II: Respostas corretas a um plano de representação gráfica, de 12 a 14 anos.
> Etapa III: Respostas corretas a um plano intuitivo ou formal aritmético, de 13 a 17 anos.
> Etapa IV: Respostas corretas a um plano algébrico de 17 anos apenas. (JOHANNOT, 1947, p. 51).

Embora esta definição de Johannot remeta à relação entre o raciocínio matemático e aspectos ligados à idade e ao gênero do seu público alvo, citamo-los apenas como exposição fidedigna de sua obra, mas que não intencionamos em nosso trabalho adentrar nestes aspectos. Nosso objetivo centra na compreensão das estratégias expostas pelos alunos do curso de Pedagogia e como, diante desse conhecimento, o professor pode melhor direcionar suas reflexões e práticas.

Convêm destacar que, no processo de compreensão destes estágios, as aquisições anteriores ocupam a posição de um patamar necessário para as aquisições subsequentes que ocorrem na forma de equilibrações sucessivas entre os mecanismos adaptativos do indivíduo expressados pela assimilação e acomodação (JOHANNOT *apud* BORGES, 1999). Convém destacar que o sujeito, quando não consegue dominar ou compreender um estágio complexo para si, suas estruturas buscam nas estruturas anteriormente já assimiladas um ponto de equilibração e uma resposta iminente, somente com novas e mais adequadas desequilibrações ele poderá acomodar novos conhecimentos e assim constituir algo mais elaborado.

Ou seja, essa capacidade de raciocínio matemático não se desenvolve por memorização de conceitos e procedimentos apenas, mas na imersão que se dá diante de variados problemas em que o aluno se depara, estruturando-se nos conceitos já compreendidos, pois, como destaca Ausubel *et al.*,(1980, p. 137), “se quiséssemos reduzir a psicologia educacional em um único princípio este seria: O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece”. A definição que Ausubel dá aos elementos que aportam conceitos significantes na estruturação de novas ideias são denominadas de subsunçores, em que,

> [...] os produtos da interação entre os subsunçores introduzidos e as estruturas cognitivas existentes tornam-se pontos de interesse de ancoragem, com um objetivo particular, para a aprendizagem por recepção do novo material. Com efeito, fornecem um suporte (ancoragem) ideário, a um nível adequado de conceptualização (AUSUBEL, 2003, p. 65).

Como melhor entendimento destas estruturas nas salas de aula, o professor necessita construir, dessa forma, um conjunto de saberes a que todos os alunos possuam conhecimento comum como forma de iniciar um espaço de discussão e investigação no qual todos participem ativamente. Tal estrutura é definida como *plateau*[7] em que, no campo didático, Bezerra (2017) destaca suas funcionalidades no momento em que o professor se coloca na condição de planejar sua sessão didática:

> No momento da elaboração da sequência didática pelo professor, o *plateau* se destaca como importantíssimo elemento de iniciação à investigação e reflexão, por duas grandes razões; primeiramente, por formatar e consolidar o que de primordial deve ser entendido por todos, para que as demais ações se desenvolvam e obtenham êxito, e segundo, por desencadear um processo intermitente de reflexões, partindo de algo já compreendido pelos alunos e sabiamente explorado pelo professor em forma de provocações e desestabilizações típicas de uma salutar construção de conhecimentos (BEZERRA, 2017, p. 56).

Na tratativa de corresponder com um ensino que parta de uma real significância para o aluno, o *plateau* pressupõe um elemento crucial à prática do professor, pois parte de algo essencialmente elementar, um campo de conhecimento singular a todos. Qualquer conhecimento que agregue entendimento, implicitamente remete a elementos que evoquem significâncias ao sujeito, algo representativo que faça sentido sem mesmo antes ser investigado um novo campo conceitual[8].

Em trabalhos mais recentes no que tange a compreensão de como o sujeito conceitua o saber de forma significativa, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), elaborada pelo pesquisador francês Gerard Vergnaud, busca responder a essas e outras questões quanto

---

[7]Termo em francês surgido entre os anos de as décadas de 1940 e 1950 em referência a ‘plano’ de planalto, algo como uma base para iniciar os trabalhos de forma segura, em que o sujeito já possua um conhecimento que lhe trará mais possibilidades de êxito diante das construções posteriores.

[8]Segundo Vergnaud (1993) um campo conceitual é definido como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados na tentativa de compreendê-los.

à conceitualização que o sujeito realiza no momento da internalização de um ou vários conhecimentos. A TCC trata-se de uma teoria cognitivista de cunho psicológico,de modo que busca compreender como se dá a conceitualização do real por parte do sujeito com vistas às aprendizagens de estruturas complexas, sobretudo as que dependem da ciência e da técnica (VERGNAUD,1993).

Por ser uma teoria que trata do ensino das ciências e não especificamente de uma disciplina ou conteúdo, vários trabalhos têm utilizado a TCC como suporte a elaboração de didáticas mais específicas em diferentes áreas do ensino, como na Biologia com Cruz, Resende Júnior e Souza (2005), na Química através de Scheffer (2011) e Física por Moreira (2002).

Embora Vergnaud seja da escola piagetiana e procure estudar o sujeito diante do desenvolvimento de situações de ensino, seu objetivo de estudo não está no sujeito epistêmico, foco de grande parte dos trabalhos de Piaget, e sim no sujeito-em-situação, razão que seus trabalhos suscitem um novo olhar perante as práticas usuais de ensino. Mesmo não se voltando diretamente para o interior das salas de aula, a TCC fornece importantes subsídios para a formação reflexiva do professor, partindo do princípio que o desenvolvimento cognitivo depende inicialmente de situações vivenciadas pelo aluno e, posteriormente, conceitualizações específicas que o sujeito necessita para lidar com elas.

Vergnaud destaca que, embora Piaget tenha feito um rico trabalho para a educação, ele não focou dentro da sala de aula ensinando matemática. Entretanto, no momento em que nos interessamos pelo que se passa na sala de aula, diretamente nos voltamos para o conteúdo do conhecimento. A definição dada para a teoria dos campos conceituais de forma mais abrangente é colocada por Vergnaud (1993, p. 1) em que,

> A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista, que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobre tudo as que dependem da ciência e da técnica. Por fornecer uma estrutura de aprendizagem, ela envolve a didática, embora não seja uma teoria didática. Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações a rupturas entre conhecimentos [...].

Vergnaud, em seu trabalho, enfatiza que a teoria dos campos conceituais não é específica da matemática, embora sua atuação como pesquisador tem se direcionado ao estudo das estruturas aditivas e multiplicativas, das relações número, espaço e álgebra, tal teoria se volta perfeitamente para o ensino das ciências por ser tratar do estudo de como se dá a compreensão dos conceitos, ou seja, da conceitualização dos próprios conteúdos trabalhados em sala de aula ou as situações a que o sujeito é colocado.

A teoria dos Campos Conceituais não trata de uma teoria de ensino voltada a conceitos explícitos e formalizados e sim de uma teoria complexa e de cunho psicológico voltada aos processos de conceitualização do real que permita localizar e estudar continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual (VERGNAUD, 1993). Ou seja, falta algo estritamente prático que, embora executável do ponto de vista didático, possua um arrojado arcabouço teórico em sua formação.

O próprio Vergnaud expõe que Piaget não se deu conta de quanto o desenvolvimento cognitivo depende de situações e de conceitualizações específicas necessárias para lidar com elas (VERGNAUD *apud* MOREIRA, 2002). De fato, os trabalhos de Vergnaud se aproximam um pouco mais da prática de sala de aula, pois passa a oferecer àqueles que labutam diariamente com os alunos objetos mais contundentes de reflexão de e para a sua prática usual. Todavia, Vergnaud intencionalmente não adentra nos espaços de reflexão sobre as práticas escolares em si, embora ofereça um vasto material de apoio para sua reflexão, ainda falta um conjunto de orientações mais didáticas para o professor que reflete diariamente como operacionalizará suas aulas ou sessões didáticas.

Representar e compreender diferentes conceitos inconscientemente diante de diferentes situações e instrumentalizá-los com variados esquemas embebidos em fortes representações simbólicas requer a percepção de um conjunto variado de abstrações por parte daqueles que se debruçam a compreender o domínio progressivo de um determinado campo conceitual pelo aluno, como enfatiza:

> […] o primeiro passo para estudar o progressivo domínio de um campo conceitual por parte do aluno é identificar e classificar situações. Mas isso envolve duas ideias principais: diversidade e história. Ou seja, existe uma grande variedade de situações em um dado campo conceitual e as aprendizagens dos alunos são moldadas pelas situações com as quais se depararam e progressivamente dominaram, particularmente as primeiras suscetíveis de dar sentido aos conceitos e procedimentos que lhes queremos ensinar (VERGNAUD, *apud* MOREIRA, 2002, p. 26).

A elaboração de estratégias por parte dos pedagogos remete ao professor a tarefa de constantemente estar submetendo-os a problemas em variadas situações com vistas à construção de novos conhecimentos. Diante de novos problemas no ambiente escolar, essas situações, por serem desafiadoras e variadas aos alunos, garantem uma abordagem eficaz no trato com diferentes conceitos, os quais corroboram com os conceitos de variedade e história.

Sabendo que as situações carecem de variedade e historia no transcorrer das ações para a efetiva transposição didática a ser realizada pelo professor (a), as situações podem ser divididas em duas classes com efeitos de sua melhor compreensão diante dos dados conhecidos e desconhecidos: seriam aquelas para as quais o aluno tem, em algum ponto do seu desenvolvimento, as habilidades necessárias para a sua resolução mais ou menos imediata, e as que o aluno não tem as habilidades necessárias, que impõe uma reflexão, exploração, trazendo-a para o sucesso ou fracasso (KREMZÁROVÁ, 2008).

A forma como estas habilidades são analisadas convergem perfeitamente com os conceitos de equilibração e desequilibração já colocados por Piaget em que, cotidianamente em ambiente escolar, o sujeito precisa ser confrontado com problemas que os desestabilizem ao ponto de construírem, a partir do erro, novas e mais elaboradas estruturas.

Com uma considerável quantidade de estudos que fomentaram melhores práticas pedagógicas e didáticas, alguns dos maiores destaques se deram aos estudos de Vygotsky (1896-1934) e Jean Piaget (1896-1980) sobre o modo e as condições que os sujeitos aprendem. A compreensão dos conceitos de assimilação, acomodação esquemas e zonas de desenvolvimento representaram apenas uma pequena parte perante o universo estudado. Contudo, de enorme contribuição que deram, ainda contribuem para a qualidade do ensino.

O processo de aquisição de determinado conceito passa por uma dura evolução repleta de avanços e retrocessos. Tais particularidades na verdade são elementos necessários à construção diária do conhecimento, pois, diante de um saber constituído, muito brevemente esse mesmo será objeto de questionamentos ao ponto de ser modificado e/ou superado por outro melhor ou mais abrangente.

Estes aspectos partem da compreensão dos conceitos de assimilação e acomodação, em que “a assimilação consiste em incorporar novos objetos não previstos na programação orgânica” (PIAGET, 1971, p. 4). Já na acomodação “há os ajustamentos individuais às circunstâncias múltiplas que eles se orientam no sentido de uma acomodação ao meio ou à experiência” (PIAGET, 1971, p. 21).

O sujeito, na tentativa de compreender algo novo, passa por um processo de assimilação e acomodação constantemente, sendo que, logo após, há uma equilibração entre a assimilação e a acomodação, criando-se, assim, a teoria da equilibração, de modo que:

> A teoria da equilibração como teoria explicativa do processo de adaptação e reconstrução da inteligência face ao meio em relação ao qual ela se organiza, auto regula e prepara para novas transformações, representa a síntese da explicação do processo do conhecimento (FERREIRA, 2003, p. 10).

O fato é que o sujeito, estando imerso em diferentes problemas e sendo frequentemente desequilibrado com novas situações, passando por processos de assimilação e acomodação, acaba por elaborar um conjunto de estratégias na iminência de responder de maneira eficaz os problemas antes colocados. Referimo-nos desde já aos esquemas, conceito-chave nos vários trabalhos de Piaget e em outros pesquisadores na área do ensino que envolve as estruturas cognitivas.

Na iminência de resolver um problema, o sujeito usa dos conhecimentos que já possui uma forma de elaborar estratégias que facilitem ou proporcionem êxito na questão, pois, para Piaget (1971) esse conhecimento aflora como esquemas que implicam em estruturas internas das ações que o sujeito adota para entender o mundo. Já Pulaski (1986) expõe o esquema como uma estrutura cognitiva que atua com um padrão de comportamento e pensamento e emerge da integração entre unidades mais simples até as de maior complexidade, enquanto, para Wadsworth (1996), os esquemas seriam como estruturas mentais pelas quais os indivíduos se adaptam e organizam o meio.

Notemos que a percepção de esquema, como destacada nesses autores, prepondera a ideia da capacidade do sujeito de elaborar estruturas que lhe ajude a compreender e se relacionar cada vez mais com o meio. Essas estruturas, quando analisadas do ponto de vista prático na resolução de um problema, desponta como o mecanismo de resposta para a questão colocada, ou seja, na manifestação das estratégias implícitas no sujeito que expõe suas estruturas já compreendidas ou esquemas internalizados.

Na certeza que nossas reflexões se dirijam ao interior das salas de aula, Vergnaud (1993) e Piaget (1971) não se voltaram às questões da didática escolar. Embora que suas contribuições influenciaram e ainda influenciam fortemente questões ligadas à didática da sala de aula, asseguradamente seus trabalhos propuseram novas formas de compreender a construção do conhecimento, bem como melhorar a atuação do professor. De uma maneira bem particular, que analisamos no contexto de nossa pesquisa, a SF converge e corrobora com fortes aspectos tanto de Piaget como Vergnaud no que tange as particularidades do dia a dia do professor, ou seja, no planejamento e execução de suas aulas.

O conceito de esquema de Vergnaud leva em consideração principalmente o conjunto de situações colocadas aos alunos que seriam seus agentes deflagradores. Para o autor, os esquemas seriam a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. De todo modo, no corpo de nossa pesquisa, os pedagogos, ao expressarem suas estratégias na resolução de problemas matemáticos, suas ideias implicitamente estarão sendo colocadas a partir do conjunto de comportamentos já internalizados pelos mesmos por meio de regras, teoremas ou mesmo um conjunto de ideias concatenadas que visem determinado objetivo, ou seja, os esquemas seriam comportamentos organizados no intuito de corresponder à realização de uma ação de maior ou menor complexidade.

Desta forma, ao considerar que os sujeitos detêm certas estruturas operacionais conscientes ou não, já definidas quanto à forma de resolução ou trato com variadas situações e problemas, o estudo sobre estas questões remete a áreas muito mais específicas que o próprio ensino da matemática. Refiro-me às consideráveis contribuições que a psicologia cognitiva oferece.

Embora reconheçamos o importante papel advindo da psicologia, não adentraremos com tanta severidade nestes aspectos epistemológicos por considerarmos como principal objeto de análise as estratégias elaboradas pelos pedagogos do curso de pedagogia na resolução de problemas matemáticos compreendendo-os a partir do trabalho de Johannot. Mesmo que na própria obra do autor suas considerações perfaçam o contexto psicológico além do pedagógico na análise geral de sua pesquisa, pretendemos aqui detalhar apenas um destes contextos, no caso, o pedagógico.

Tratadas as questões a respeito de como o sujeito constrói novos conhecimentos, há de considerarmos nesse contexto as relações com os outros como indispensáveis para aprendizagem. Vygotsky caracteriza de forma refinada e precisa a compreensão do papel que o outro atua no momento que conhecimentos são compreendidos. Em seu trabalho, a definição do que seriam as zonas de desenvolvimento a partir dos níveis de desenvolvimento do sujeito demonstra claramente a função que o outro desempenha no momento destas construções, ou seja,

> É preciso determinar ao menos dois níveis de desenvolvimento, caso contrário não conseguiremos encontrar a relação entre desenvolvimento e possibilidade de aprendizagem. Chamamos o primeiro destes níveis ‘desenvolvimento atual da criança’. Corresponde ao grau de desenvolvimento atingido pelas funções psíquicas da criança. O segundo nível evidentemente é o nível de desenvolvimento potencial (VYGTSKY *apud* VERGNAUD, 2004, p. 30).

Numa área entre estes dois níveis situa-se o que o Vygotsky chama de zona de desenvolvimento proximal, ou seja, aquilo que o sujeito sabe fazer com a ajuda de alguém e que não sabe fazer sozinho. Esta zona seria de fato o espaço ‘intermediário entre dois conceitos’ (VERGNAUD, 2004, p. 31).

De posse dessas ideias, podemos destacar os momentos que os trabalhos eram realizados em grupos pelos pedagogos. A interação entre os sujeitos percebe-se imprescindível ao ponto que um permita ao outro o domínio de um determinado conceito ao transitar entre o momento que realiza determinada atividade com o auxílio de outro e que outrora realize sozinho. A importância da compreensão desse conhecimento permite o professor inferir que todos os sujeitos em determinadas situações precisam transitar entre estes espaços que desconhecem com a ajuda dos outros para que a *posteriore* possa sozinho, compreender e aplicar novos conceitos.

2.4 A formação do professor de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: percepções dos estudantes de Pedagogia sobre ensinar matemáticas

Dentre os principais produtos a que chegamos com as observações realizadas com os vinte e três pedagogos da turma do curso de Pedagogia da UFC 2016.1, estão: o conhecimento que o aluno possui sobre determinado conteúdo, sua capacidade de transposição deste conhecimento técnico ao cotidiano do aluno da educação básica e a visão que possuem sobre as questões que envolvem o ensino.

Em se tratando do último aspecto o que nos chama a atenção está no confronto, por muitas vezes apresentado entre as práticas tidas como corretas (e por vezes as únicas), trazidas pela bagagem epistêmica dos pedagogos e a exposição pela professora da turma das incompletudes apresentadas por estas práticas que há muito perpetuam sem sequer serem questionadas.

O ensino formal, rígido e sem sentido, na verdade possui uma forte relação com a forma com que a formação do professor se deu, pois suas concepções ao longo deste processo acabam por desconsiderar relevantes aspectos ligados à qualidade do ensino (SANTOS, 2016). Um dos elementos que melhor representa a forma errônea como é ensinado para os pedagogos está no entendimento sobre a forma como o sujeito internaliza variados conceitos. Sua compreensão emerge quase que exclusivamente da memorização de estratégias sem qualquer respaldo significativo para o aluno e, ainda que o sujeito compreenda algo de forma memorizada (não crítica), a aprendizagem por ser mecânica e fraca de organização, não possibilita futuras interlocuções com outros temas (AUSUBEL, 2003).

Argumento semelhante é apontado por Ferreira (2012, p. 3) em que,

> Nesta realidade, o processo de ensino-aprendizagem fica reduzido a uma atividade mecânica de repetição de respostas e estruturas que, muitas vezes, encontram-se vazias de significação tanto para o professor como para o aluno. Não há reflexão, nem diálogo. Não há construção de conhecimento e nem aprendizagem.

A ação se dá a todo o momento pela repetição em ambas as partes, seja pelo professor na reprodução de técnicas na tentativa de transpor os conhecimentos à forma compreensível pelos alunos e pelos alunos, para os quais o comportamento importante é repetir regras e memorizar fórmulas.

Uma das atividades programadas do curso envolvia a visita a uma turma de educação infantil ou EJA por grupos de pedagogos. Nelas, além de observarem a atuação do docente junto à turma, também era realizado o planejamento de uma sessão didática, aplicada pelos pedagogos na turma antes observada. O que destacamos nestes momentos são algumas percepções trazidas pelos pedagogos e discutidas no grande grupo quanto ao que encontraram nas turmas, em referência às práticas didáticas utilizadas pelos professores.

Em se tratando da forma como se dava a relação entre alunos e professores 'a professora até que tentava utilizar de situações do cotidiano, mas, no final, sempre acabava falando e os alunos tendo que repetir' (Pedagogo A) e 'a professora diz que vamos trabalhar a subtração, coloca um modelo e pede que todos o sigam na resolução dos outros' (Pedagogo B).

Analisando estes e outros aspectos citados no campo das observações, isto remete a uma quebra, por vezes, brusca da forma como os estudantes do curso de Pedagogia se veem na condição de reverem suas ideias quanto às práticas de ensino, principalmente quando passaram pelas mesmas condições de ensino e como aprenderam quando estudantes da educação básica, fato que acusa que não sabemos se tal método proporcionaria a todos a oportunidade de apreenderem tanto na época como atualmente.

Ocorre que mesmo com as mudanças positivas no que diz respeito à formação de professores e ao estudo das didáticas da sala de aula, o docente, em plena atividade, ao sentir-se inseguro em sua prática, acaba por recorrer à forma como aprendera, seja no ensino Fundamental ou Médio da Educação Básica. Esta prática é perfeitamente visível no momento da resolução dos problemas colocados em suas respostas. Para uma mesma questão, uns usavam de gráficos ou desenhos, outros iam por números e incógnitas. Diante de uma questão em que deveriam resolver um problema, relatavam: "Eu aprendi a resolver desta forma, não sei explicar o porquê, mas só sei que é assim" (Pedagogo B).

Ocorre que esta e outras atitudes relacionadas à forma como aprenderam não desponta como um ponto negativo no primeiro momento, mas por evidenciar dois aspectos que acabam por desqualificar o trabalho do professor: o primeiro, por não se permitir aprender novas e melhores estratégias diante das dificuldades surgidas no dia a dia, e a segunda, por recorrer a práticas e técnicas que possuam um viés centralizador no professor e a um ensino por vezes com forte apelo à memorização.

Eis uma das diferenças ao se usar uma metodologia de ensino que confronte essa realidade e permita que os pedagogos refaçam suas ideias perante o ensino. É claro que seus conhecimentos adquiridos não serão esquecidos, mas, a partir de então, a forma de ensino a que muitos estavam habituados ou prevendo que deveriam ser uma reprodução da forma como aprenderam deverá de ser modificada.

Ao focar especificamente no professor do Ensino Fundamental da Educação Básica, esse apresenta um quadro interessante quanto à forma como procede a sua formação inicial e continuada e a maneira como comumente atua em sua sala de aula. É sabido que, mesmo com as dificuldades que o currículo oferece ao processo de formação de docentes, como uma estrutura curricular extensa e com pouco foco no ensino de disciplinas específicas, a exemplo da matemática, muito já se melhorou quando comparadas à forma vertical em que se dava a relação entre aluno e professor num ensino voltado quase que exclusivamente à memorização.

Num dos vários momentos em que as considerações e observações eram feitas nessas turmas, podemos aqui destacar as estratégias que os pedagogos utilizavam para a resolução de determinados problemas matemáticos.

O uso de desenhos e gráficos, o ‘contar nos dedos’ e as analogias na intenção de simplificar e compreender melhor o problema exposto era comum nesses momentos. O fato é que esse conjunto de esquemas gestuais e o uso do desenho atuavam como atividades promotoras das generalizações necessárias. Contudo, essas últimas só se permitiam ou se tornavam mais visíveis no momento em que a professora utilizava de contraexemplos ou mesmo o aprofundamento da mesma questão a partir de ópticas diferentes.

Antes de abordarmos os problemas matemáticos em si com a turma, outras questões comumente eram colocadas para a discussão no grande grupo em se tratando das melhores e possíveis práticas a serem usadas nas turmas da Educação Básica do Ensino Fundamental. Nestas discussões, um dos alunos coloca, ‘não vejo dificuldade em se ensinar o sistema de numeração a outras pessoas, é só juntar de dez em dez e pronto’ (Pedagogo C), imediatamente uma aluna complementa ‘nós dizemos isso porque já sabemos, o difícil é ensinar pra quem nunca viu falar nisso, o difícil é fazer ele aprender de uma forma que não seja decorado’ (Pedagoga D).

Nesse cenário, surgem então algumas reflexões acerca de quais problemas seriam necessários para que novas estratégias fossem melhoradas ou criadas pelos pedagogos, ao mesmo tempo em que transpusesse àquelas já trazidas ou ‘copiadas’ por práticas já vivenciadas e que desprezam majoritariamente a significância e enfatizam potencialmente a memorização.

Como forma de adentrar com maior profundidade na percepção que os pedagogos possuem, inicialmente necessitar-se-ia compreender quais e como as estratégias matemáticas se manifestariam nas atividades dos pedagogos para, assim, propormos ações didáticas mais direcionadas ao melhor entendimento perante novos conceitos. Vergnaud (1993) entende que é praticamente impossível se estudar os conceitos sem relacioná-los às ações, pois é no trato de situações que existem conceitos implícitos a ser compreendidos. O sujeito há de operacionalizar essas ideias ou hipóteses em busca da consolidação ou conceitualização do real.

Desta forma, com a elaboração das questões matemáticas aos pedagogos, um rico campo de análise passou a se configurar, principalmente quanto ao nosso objetivo de compreender as estratégias que os pedagogos possuem frente ao raciocínio matemático, destacando de igual forma possíveis melhorias na prática do professor de matemática. O foco, ao voltar-se para a compreensão destas estratégias, não deixa de permitir que as relações entre o professor, os alunos e o saber não sejam também objetos de reflexão perante suas respostas.

Uma das referências para esta relação está nos estudos do francês Brousseau (1996) no que diz respeito à relação entre o professor, o aluno e o saber, destacando a compreensão do acordo didático e sua implicação quanto a aquisição de novos conhecimentos. Dentre os seus vários trabalhos, Brousseau, ao detalhar a teoria das situações didáticas, utiliza a noção de obstáculo epistemológico no que diz respeito ao caráter dinâmico que tais obstáculos oferecem ao conhecimento matemático.

A definição de obstáculo epistemológico inicialmente apresentado por Gaston Bachelard relata que o surgimento destes obstáculos está condicionado às situações criadas pelo professor com a finalidade de construir novos conhecimentos matemáticos ou transposição dos saberes formais aos de uso cotidiano do aluno, pois todo conhecimento é formado contra um conhecimento anterior (CHEVALLARD; BOSCH; GASPÓN,2001) que, para ser melhorado, precisa ser superado diante das suas incompletudes, o que implica ao professor a tarefa de propor situações que confrontem, por vezes, conceitos ainda não consolidados ou pouco generalizáveis a outras questões.

Não se trata de a resposta a estes obstáculos vir do professor nem tampouco o aluno esperar que naturalmente suas dificuldades sejam resolvidas, mas numa interação em que o aluno perceba sua responsabilidade, bem como o professor a sua, ou seja, um acordo didático em que ambos reconheçam seus papeis com vistas à superação desses obstáculos. Ao professor, a efetiva mediação entre o saber e o aluno sem que ‘entregue’ o primeiro pronto, mas permita investigações e construções, ao aluno, a iniciativa de buscar, questionar, expor e construir novas ideias.

Um dos fatos que prejudica ainda mais o ensino da matemática nas escolas é a percepção do aluno que, para fazer matemática, é preciso comumente estar memorizando regras a fim de aplicá-las corretamente em situações postas pelo professor (CHEVALLARD; BOSCH; GASPÓN,2001). Essa matemática muito pouco servirá às necessidades cotidianas dos alunos ou para o desenvolvimento da ciência em si, pois, anterior a essa percepção, há inicialmente o olhar dos professores que outrora aprenderam na mesma sistemática e que internalizaram ser essa a única forma (mais fácil e rápida) de se ensinar, perfazendo então um ciclo intermitente de práticas negativas ao ensino da matemática.

Ainda assim, diante da certeza que um conhecimento mais elaborado deriva de um conhecimento anterior e que o papel do professor se volta para a criação de variadas situações aos alunos, os processos desencadeados com vistas à superação destes obstáculos atinge uma importância muito maior quando considerados os papeis do professor nas mediações realizadas no contexto escolar, pois mesmo ciente das transposições necessárias à superação de um conhecimento, deve-se permanecer transparente à função do docente nas relações entre o aluno e o saber.

2.5 A Sequência Fedathi como metodologia de ensino, pesquisa e formação

Na iminência de propor novas e melhores aprendizagens aos alunos o ensino obrigatoriamente tende a passar por mudanças na certeza que o maior número de alunos aprenda com qualidade. É nesse cenário que algumas propostas metodológicas visam romper com antigas práticas em que o ensino é centralizado na figura do professor e tudo que se é dito é aceito pelos alunos e reproduzido em seguida.

Porém, não se trata de apenas mudanças no currículo ou no melhor domínio técnico do professor, mas numa mudança drástica na visão do professor em se tratando da forma como o ensino por muito tempo foi e ainda é idealizado: um processo de transferência do conhecimento do que sabe mais (professor) aos que ainda não sabem (alunos).

Embora que num primeiro momento pareça uma questão subjetiva e de menor relevância para esta pesquisa, torna-se necessário evidenciar o que observamos e destacamos nas práticas realizadas pela professora titular da turma quanto à metodologia utilizada. Nessa pesquisa, qualquer mudança que se pretenda alcançar já tendo compreendido como os alunos pensam diante de variados problemas, o conjunto das ações didáticas desenvolvidas pelo professor são cruciais ao seu êxito pedagógico, pois de nada adiantará se não buscarmos algo que rompa com o “modelo de escolaridade vertical predominante do tradicionalismo”

(SOUZA; SANTANA; SANTOS, 2016, p. 79). Assim, pontuamos em vários momentos o uso da SF como o rompimento com esse e outros modelos que, de fato, não ensinam e nem promovem aprendizagens significativas aos alunos.

Por conta disto, ao ter nesta pesquisa o uso da SF como base de observação, esta não apenas engrandecerá, mas tornará possível o rompimento necessário com antigas e defasadas práticas de ensino. É seguro afirmarmos que, na ausência de algo que permitisse essa mudança, de pouco adiantaria compreendermos como os alunos expressam suas estratégias se não tivéssemos algo que direcionasse um ensino mais autônomo e investigativo por parte do aluno e o professor. Dessa forma, tratamos de destacar algumas das principais particularidades que envolvem essa Sequência de ensino, o seu uso e suas contribuições para este trabalho.

A SF é uma sequência didática que foi inicialmente elaborada pelo Prof. Borges Neto da Universidade Federal do Ceará baseada no princípio da resolução de problemas de Polya (1978), no qual o problema é colocado por fases, a saber: a tomada de posição, na qual o sujeito tem contato com a situação colocada pelo professor; a maturação, na qual a situação é desenvolvida e comparada com outras questões encaminhando-se para a uma solução; com vistas a uma prova, representado por algo mais elaborado e sistematizado. A esses quatro estágios, dá-se o nome de SF.

De acordo com Santos (2016, p. 129),

> Essa metodologia pode ser utilizada em diversas áreas do conhecimento, partindo da premissa de que uma construção conceitual deve ser executada integrando o projeto teórico e prático a ações didáticas concretas que sejam úteis para planejar, (re) construir, investigar, e buscar na análise dos dados extraídos da realidade, além de validar ou refutar as hipóteses levantadas durante a execução das sessões didáticas (aulas).

Ao tratar-se de uma metodologia na qual o aluno adote uma postura investigativa a partir de suas hipóteses já consolidadas, suas ideias serão produtos daquelas anteriores que não mais conseguem corresponder aos seus anseios ou que perderam sua ineficiência em responder a determinadas situações (problemas). Dessa forma, o uso da SF facilitará a compreensão de raciocínios matemáticos superiores aos já entendidos.

Convém destacarmos que, além desse, outros trabalhos já utilizaram a SF como estratégia direta de mediação didática. Em nosso caso, analisamos o trabalho da professora titular da disciplina de Ensino da Matemática no decorrer do curso de Pedagogia no primeiro semestre de 2016. Tendo como referência a SF, tomam-se por destaque alguns outros trabalhos em distintos conteúdos que utilizam essa metodologia na prática de ensino.

Santos (2007) partiu não somente da compreensão dos problemas que envolvem o domínio do conceito de frações, mas como intervir de forma positiva a partir do uso da SF na formação de pedagogos do curso de Pedagogia da UFC na disciplina de Ensino de Matemática nos semestres de 2004.1 e 2005.1. Na sua pesquisa, um conjunto de ações formativas foi implantado com vistas a intensificar as discussões sobre a educação matemática na formação de professores. Dentre as questões levantadas estão as dificuldades dos pedagogos em explanar os possíveis motivos do uso indevido e principalmente a não compreensão dos conceitos que envolvem frações.

No ensino de Física, em particular, do conteúdo de termologia, Nobre *et al., (*2009 *apud* SILVA, 2013) descreve as intervenções realizadas com alunos (voluntários) do primeiro ano de uma escola de Ensino Médio na cidade de Juazeiro do Norte – CE, na qual foram realizados minicursos utilizando a SF para a compreensão dos conceitos envolvendo a termologia.

Já Magalhães (2015) atuou na utilização da SF como auxílio na construção dos conceitos relacionados ao sistema de numeração decimal com discentes cegos numa instituição patrimonial na cidade de Fortaleza – CE. Seu trabalho adquire grande relevância não somente pela importância do uso da metodologia contextualizada e adequada ao público-alvo, mas por focalizar a postura diferenciada do professor, uma ação mediadora para com os alunos deficientes visuais.

O que de comum podemos demonstrar na exposição desses trabalhos são os possíveis momentos em que direta ou indiretamente o professor, ao buscar situações que deflagrem reflexões e questionamentos aos alunos, submeta-os a buscar novas soluções aos problemas apresentados e, consequentemente, modificar as ideias e conceitos já estruturados, tornando-se melhores e mais abrangentes.

Em um dos trabalhos em que a professora abordava os conceitos implícitos nos esquemas de Piaget, antecedido por algumas discussões sobre o que os alunos entendiam sobre comparação, classificação, correspondência, ordenação, inclusão hierárquica, sequenciação e seriação, até então poderia ser concluído tal trabalho com a definição direta e clara sobre cada um deles. A questão é que esses conceitos precisavam ser mais explorados, vivenciados, discutidos entre os próprios alunos a fim de se chegar a alguma conclusão. Ao dividir a turma em grupos de, no máximo, quatro membros, todos precisariam usar de material concreto para demonstrar o entendimento desses conceitos, eis que a tomada de posição (apresentação do contexto e exposição da tarefa) já imediatamente realizava a conexão com a maturação.

Na fase de solução os grupos fizeram uma exposição sobre seus ‘achados’, gerando, assim, uma nova fase de discussões. Em alguns momentos, a professora intervinha complementando ou consolidando os conceitos relacionados a Piaget. Isso demonstra que a prova, última fase da SF, não necessariamente trata-se da conclusão ou encerramento de uma discussão, mas que oferece a rica oportunidade de iniciar novos processos envolvendo a SF, pois a importância que destacamos na utilização da SF está na postura assumida pelo professor para com a promoção da autonomia do aluno, instigando principalmente seus aspectos investigativos (SOUZA, 2013), e isto é algo permanente quando se trata de aprendizagem.

Esta postura da professora requer principalmente uma nova forma de relacionamento com o aluno, ou seja, há necessidade do estabelecimento de um novo acordo didático que permita uma ressignificação das relações antes mantidas entre o professor e o aluno. Desta forma, a SF nos permite assegurar, na visão do professor, uma transposição de saberes com maior reflexão e significância por parte dos alunos sabendo ser precípua à ação mediadora do docente neste processo (SOUZA, 2013).

Ao associarmos esses elementos a outros de importância significativa para a didática da sala de aula, há, no entanto, em todas as etapas da SF, o papel implícito do professor em manter-se comprometido a uma prática mediadora constante, pois, dentre as principais ideias que norteiam a SF, a ação mediadora do professor possui significativo destaque, pois “é importante que o professor se faça presente para observar os alunos e para confrontá-los e ser confrontado” (BORGES; SANTANA, 2001, p. 6). Essa relação permite tanto que alunos como professor construam novos conhecimentos.

A questão a completar o grupo destas reflexões toma corpo ao questionarmos qual metodologia conciliaria a necessária transposição dos saberes matemáticos a se fazer, consciente dos obstáculos a serem superados tendo o professor como figura mediadora deste processo. Neste momento a inserção da SF preenche este complexo conjunto de particularidades importantes na prática do professor, pois concilia o necessário conhecimento formal que o professor precisa ter sobre determinados conteúdos a sua prática construtiva de saberes.

Na intenção de focar no cotidiano da sala de aula, no qual as aprendizagens de fato ocorrem em menor ou maior amplitude, tomamos como exemplo a SF como uma sequência didática utilizada para o ensino das ciências. Essa metodologia tem como princípio um conjunto de ações didático-pedagógicas nas quais há um destaque quanto à postura do professor perante a abordagem para com os alunos, favorecendo, assim, o resgate por parte do discente no seu aspecto investigativo e reflexivo na busca por soluções a diferentes problemas.

A seguir, tratamos de detalhar o conjunto das práticas que sustentaram nossa investigação e, por consequência, propuseram novos campos de reflexão sobre a compreensão que graduandos possuem sobre o raciocínio matemático.

3 AS PRÁTICAS ENVOLVENDO OS SUJEITOS E O UNIVERSO DE SUAS REFLEXÕES

Uma das formas eficazes de se verificar a magnitude e a expressividade de um trabalho de campo é ter a oportunidade de adentrar no cerne das suas vivências, assumindo, por muitas vezes, a figura de observador, concomitante ao de promover novas reflexões de forma colaborativa com os sujeitos (FRANCO, 2005). Esta postura, por várias vezes, permeava ricas discussões, seja observando a postura dos alunos ou mesmo participando delas.

Certamente, que nosso intuito era a todo instante ‘provocá-los’ ou desestabilizá-los diante de suas hipóteses, a discussão nos grupos eram os melhores momentos em que percebíamos claramente como ainda pensavam diante de determinados problemas.

O trabalho de análise das estratégias levantadas pelos pedagogos teve como início a observação da turma em forma de diagnóstico, bem como a percepção do que os pedagogos compreendiam sobre as estratégias para a resolução de determinados problemas matemáticos. Para tanto, um trabalho de observação da turma em várias atividades desenvolvidas pela professora foi crucial para iniciarmos, de fato, esta ação.

3.1 A ação participativa de observação

A pesquisa participativa que vivenciamos corrobora com uma ação na qual construções são realizadas no momento em que a voz do sujeito fará parte da própria metodologia da investigação. Nesse caso, “a metodologia não se faz por meio das etapas de um método, mas se organiza pelas situações relevantes que emergem do processo” (FRANCO, 2005, p. 486). Finda que as percepções tidas antes pelos sujeitos sofrem transformações tanto em si próprias como no processo que, consequentemente, favorecem a formação e principalmente a emancipação do sujeito, princípio elementar para a proposta metodológica que tomava forma naqueles espaços de discussão.

Esses momentos de contato entre pesquisador e demais sujeitos ocorriam em dois dias da semana, sendo o primeiro das 18:00 às 20:00, e o segundo das 18:00 às 22:00 nas quartas e quintas feiras da semana, respectivamente. A disciplina na qual os pedagogos estavam inseridos era formada por nove unidades compreendidas por conteúdos do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental totalizando 96 h/a de estudo.

Logo no primeiro encontro em que a professora tratou de discutir sobre as particularidades do curso, um conjunto de questões relacionadas ao que se objetivava conseguir naquele e em outros momentos posteriormente foi colocado. Essa ação já dava destaque à elaboração do acordo didático por parte da professora e dos pedagogos, com algumas de suas questões bem explícitas, como: os horários de aula, as considerações sobre a estrutura da disciplina, o mínimo de presenças, trabalhos a serem apresentados e os aspectos ligados a avaliação.

3.1.1 O acordo didático e suas implicações na sala de aula

Quanto aos aspectos implícitos ao acordo didático, embora verbalizado inicialmente pela professora, uma das ações que se esperaria dos pedagogos no decorrer do processo era sua participação como um sujeito investigativo, ou seja, que não esperassem respostas ‘prontas’ diante de qualquer iniciativa de compreensão de um ou vários conceitos trabalhados.

Embora que essa postura dependesse muito dos tipos de situações ou problemas colocados pela professora, a postura da docente em não fornecer as respostas imediatamente à exposição dessas questões gerou, a princípio, certa ‘estranheza’ e incômodo em alguns alunos. Eis um dos relatos feitos por uma aluna diante de uma questão que não compreendia: ‘Eu não vou conseguir resolver isso. Se, pelo menos, me desse uma ideia ou de onde eu começar talvez eu conseguisse’ (ALUNO A). Quando feitos vários questionamentos pela professora diante do que a aluna já sabia, ao encontrar a respostas imediatamente comentou: ‘poderia muito bem já ter me dito esse caminho, ficaria muito mais fácil e não perderia muito tempo’.

Este e muitos outros exemplos deixavam clara a dificuldade em levar os pedagogos a se sentirem mais independentes e autônomos na manifestação de suas hipóteses diante das questões colocadas nos primeiros encontros. Porém, no decorrer das aulas, a aceitação dos alunos em não ‘exigir’ as respostas diante das questões colocadas permitia momentos de descoberta que se sobressaiam às dificuldades anteriormente colocadas pelos alunos no momento de discussão.

Quando os alunos já se manifestavam de forma ‘natural’ diante das questões colocadas pela professora, ou seja, suas hipóteses eram objetos de suas próprias reflexões, a pesquisa se permitia percorrer com mais fluidez o caminho destes raciocínios expostos, tanto nos grupos como individualmente, fornecendo-lhes contra-exemplos às suas ideias, gerando novos questionamentos.

3.1.2 A relação entre o programa da disciplina e o objeto da pesquisa

Em particular, na unidade cinco do programa da disciplina (Anexo II), o conteúdo abordava o desenvolvimento do raciocínio algébrico, no caso, o tratamento de situações-problemas e o estudo sobre os campos conceituais. Foi exatamente nesse conteúdo que pudemos pesquisar como, de fato, os alunos expressavam suas estratégias diante da necessidade da resolução de vários problemas matemáticos. Nessa perspectiva, não somente o raciocínio algébrico seria trabalhado, mas as outras classificações já detalhadas por Johannot (1947) ao raciocínio matemático.

Todavia, tratar de diferentes raciocínios como objetos de análise expostos a partir de várias questões matemáticas necessariamente implicaria partir de um ou vários conteúdos que permitissem que esses raciocínios fossem revelados. Essa iniciativa partiu de um dos desdobramentos das aulas nos dias 18 e 19 de maio de 2016, em que se discutiam os esquemas usados na resolução de determinados problemas envolvendo as estruturas aditivas, um dos tópicos da teoria dos campos conceituais e que fazia parte da estrutura curricular do curso.

Feita essa observação, ao analisar a compreensão do 'meio matemático dos alunos', isto é, a percepção quanto à familiaridade que tinham com determinados conteúdos e o poder de manipulá-los com propriedade (CHEVALLARD; BOSCH; GASPÓN,2001) e tendo como referência os conteúdos apontados no Programa de Ensino (raciocínio algébrico e o tratamento de situações problemas), essas informações nos permitiram apontar alguns conteúdos que melhor responderiam às manifestações do raciocínio matemático e que fossem de conhecimento dos alunos, ao mesmo tempo nos respondendo sobre a compreensão de quais estratégias são usadas na resolução de problemas matemáticos.

3.1.3 O processo de construção e classificação dos problemas matemáticos

A partir de então, elaboramos um conjunto de problemas matemáticos de dez questões (ANEXO I), constituídas por: quatro questões envolvendo equações do primeiro grau, três sobre análise combinatória e três aludindo à regra de três (proporcionalidade). Estas questões foram escolhidas, além dos detalhes já mencionados anteriormente, a partir dos seguintes critérios; constituem-se de problemas envolvendo as estruturas multiplicativas[9] e

[9]Analogamente, o campo conceitual das estruturas multiplicativas é, a mesmo tempo, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões (VERGNAUD, 1993, p. 10).

são objetos de estudo suscitados no do Programa da Disciplina. Todas as questões, além de abordarem os conceitos envolvendo as estruturas multiplicativas, tem suas respostas compreendidas em um dos quatro tipos de raciocínio descritos por Johannot (1947) em seus trabalhos.

Independente da forma como o aluno expusesse suas estratégias na solução de um determinado problema, de acordo com as pesquisas feitas por Johannot (1947) com um conjunto de cento e doze jovens entre treze e dezenove anos, as diferentes formas de raciocínio passam por um processo de maturação que se inicia na infância. A questão se volta às dificuldades de expor esses raciocínios, pois sua compreensão recai sobre entendimentos de aspectos comuns aos mais complexos.

A classificação realizada nesse trabalho permite que o professor possa compreender como o aluno raciocina sobre determinado problema. Desta forma essas ideias se configuram categoricamente em quatro tipos de raciocínios como já ditos anteriormente. Sabendo que a atuação de um raciocínio matemático na resolução de um problema engloba esses quatro tipos, Johannot nos deixa claro que todos atuam do mais simples ao mais complexo em se tratando da abstração e generalização usada pelo aluno frente a um problema. O que implica, então, no estudo desses raciocínios, a percepção por parte do pesquisador de um espaço comum de conhecimentos em que os alunos 'transitem' sem dificuldades, sendo necessário, desde já, o contato direto entre pesquisador e os que fazem parte do objeto da pesquisa.

3.1.4 A abordagem metodológica da professora e a posterior ação dos pedagogos

Nos primeiros momentos que se deu este contato (pesquisador, professora e pedagogos), o foco se voltou para a compreensão de quais conhecimentos já trazidos pelos sujeitos estavam explícitos quando solicitados a resolver determinados problemas. Uma boa estratégia usada para a visualização desses pontos se dava nos momentos em que os próprios alunos eram colocados na condição de ensinar aos outros do grupo, pois ficava mais visível como entendiam diferentes conteúdos e a forma como executavam suas 'estratégias' na resolução de variados problemas matemáticos.

Uma consideração relevante a se fazer preliminarmente é o fato da professora abordar os conceitos presentes nos conteúdos curriculares partindo necessariamente de uma situação ou problema exposto. Por exemplo, na elaboração e execução das práticas em volta da SF, a professora mediava a construção do conceito de número com a turma de pedagogos.

Num primeiro momento (tomada de posição), a turma era questionada a expor suas ideias sobre o que entendem por número nos seus aspectos físicos (experiência empírica), socio-cultural-histórico e lógico-matemáticas. Nesse momento, muitas discussões ocorriam entre os alunos e a professora (maturação), mas, sem qualquer definição antecipada da professora, como resultado, são chegadas a algumas ideias sobre número, numeral e algarismo (solução). Em seguida, a professora tratou de sistematizar estas ideias num saber mais formalizado (prova).

Temos então uma visão resumida do conjunto de ideias envolvendo o conceito de número que foram trabalhados envolvendo a SF. Especificamente, tratando das situações ou problemáticas colocadas inicialmente, ambas sempre visavam uma melhor relação com os objetivos do curso de Pedagogia. Essas situações normalmente partiam de: práticas de professores, estratégias de ensino, a visão do professor sobre determinado conteúdo, a forma como aprenderam quando estudantes da Educação Básica e, principalmente, como seria a atuação no cenário atual com vistas à efetivação de práticas que gerassem mais aprendizagens em alunos do Ensino Fundamental.

A prática usual da professora em iniciar os momentos de estudo com um problema ou uma questão que suscite discussões, vai ao encontro destas ações, pois ao permitir que os sujeitos reflitam antecipadamente sem evidenciar precocemente os conceitos ou fornecer 'modelos' na busca das respostas constitui a primeira das quatro fases da Sequência Fedathi (tomada de Posição). Essa ação impele naturalmente que suas ideias sejam colocadas, ou seja, suas hipóteses e estratégias adquirem espaço de manifestação diferente de uma metodologia que não permite tal atitude do aluno.

No entanto, convêm considerarmos como imprescindível a análise de alguns aspectos observados no decorrer das sessões didáticas trabalhadas pela professora. Trata-se do entendimento, embora que superficial, mas bastante prático, sobre as fases que compõem a Sequência Fedathi.

Exposto então um problema ou uma situação em que os alunos refletissem, por vezes individualmente e outras em grupos, era dado a eles um momento para que a exposição sobre as discussões pudesse ser realizada de maneira mais clara, contemplando suas ideias e hipóteses sobre o conteúdo trabalhado. À professora, cabia a tarefa de mediar essa fase, entendida por Maturação, na qual, num determinado momento, os alunos exporiam suas conclusões para o grupo.

Passado o momento do ápice das discussões, chegava-se o momento no qual os alunos exporiam suas conclusões referentes ao problema inicialmente posto. Nesse momento, denominado de Solução, a professora acolheria as considerações até ali chegadas, podendo aprofundá-las ou não. Como consolidação aos resultados, uma sistematização era feita na certeza que os conceitos antes construídos pelos alunos adquiriam agora uma denotação mais científica, resultado da última fase da SF definida como Prova.

A vivência da Sequência Fedathi, embora não seja diretamente nosso objeto de pesquisa, é perfeitamente visível quanto à crítica direcionada ao ensino verticalizado em que o professor de matemática é detentor de todo o conhecimento e os alunos, apenas meros 'recipientes' de saberes, fato que leva essa disciplina ao descaso preconceituoso, sempre considerado pelos alunos como um estudo árduo, pois não há compreensão e sim reprodução. O próprio Johannot (1947, p. 158) afirma que,

> Nós estamos convencidos que a aritmética e a álgebra não são em si disciplinas particularmente difíceis de assimilar por parte dos alunos normalmente dotados. Mais a maneira como elas são apresentados desempenham um papel muito mais importante [...].

Decorridas algumas semanas de observações, discussões e estudos sobre a participação dos alunos em variadas atividades, um escopo inicial sobre as ideias que possuíam sobre os conteúdos foi possível de ser elaborado. Percebia-se, então, que fortes traços de suas estratégias e visões sobre o ensino de Matemática eram o resultado da forma como foram ensinados na época como alunos da Educação Básica.

Esta 'herança' didático-pedagógica que os fazia tentar, por muitas vezes, explicar algo na forma que aprenderam, deixava comumente exposto o fato de não se aprofundarem nas questões ou desconsiderarem os reais motivos ou razões para se usar determinados método na resolução de um problema matemático. Esse era o principal cenário em que a SF adquiria corpo, por travar um embate entre uma aprendizagem que fosse fruto de memorizações tradicionalmente replicadas e outro resultado de descobertas fruto de investigações.

Esse aspecto, como já citado, foi um dos que gerou, no início, certo incômodo nos alunos diante da forma com que a professora apresentava e desenvolvia a aula, pois, de praxe, aguardavam que a professora explicitasse os conceitos principais a serem abordados e, em seguida, algumas atividades para a fixação dos conhecimentos. Ou seja, mesmo uma aula apresentada e trabalhada na forma tradicional apresenta, em vários momentos, algumas aprendizagens, embora nem sempre essa internalização seja acompanhada de significância. Contudo, é certo que, mesmo dessa forma, aspectos importantes deixam de ser considerados e compreendidos pelos alunos.

Outro ponto importante observado na postura dos alunos ocorria na ocasião de explicarem como fariam diante de uma determinada situação matemática a ser resolvida. Nas respostas captadas, os motivos de realizarem ou pensarem daquela forma estavam associados à forma como foram ensinados na época e como haviam entendido a questão. Qualquer outro questionamento mais aprofundado sobre o tema, que procurasse entender os motivos ou razões para aquele raciocínio, eram raras e bem pontuais.

Por consequência, a partir daquele momento, rupturas a determinadas maneiras de se pensar ou resolver um problema passaram a ser comuns, pois emergiam principalmente quando a professora inseria no campo das discussões situações em que os próprios alunos reconheciam a incompletude de suas ideias, especialmente quando questionava a origem de determinado procedimento matemático e suas funcionalidades no campo prático.

3.1.5 O contexto da aplicação dos problemas matemáticos

A realização das observações que antecedeu a aplicação do conjunto de problemas matemáticos (Anexo I) permitiu que compreendêssemos o espaço comum de conhecimentos já compreendidos pelos pedagogos e, assim, pudéssemos elaborar um conjunto de questões matemáticas voltadas para um público de vinte e três estudantes, incluindo homens e mulheres da mesma turma do curso de Pedagogia no ano de 2016.

Estas questões (Anexo I) foram aplicadas em um único dia e sua resolução se deu de forma individual. Antes de entregá-las, no grande grupo foram repassadas algumas considerações necessárias sobre a exposição das soluções. Todas as questões preferivelmente deveriam ser resolvidas e, nas suas respostas, era necessária a tentativa de descrever como realizaram os respectivos raciocínios, não importando a forma como chegaram às respostas (desenhos, gráficos, logaritmos ou deduções), mas que procurassem expor suas ideias ou estratégias escolhidas visando a solução.

Como foi dito, as questões se tratavam de situações que suscitavam conceitos comumente trabalhados no Ensino Fundamental da Educação Básica, a saber: a proporcionalidade, a análise combinatória em seus aspectos básicos e as equações do primeiro grau. Não havia muitas dificuldades em entender os problemas em seus respectivos contextos, contudo seria importante para a pesquisa que expusessem suas ideias da melhor maneira possível.

Outro aspecto relevante para a escolha das questões a compor o conjunto de problemas matemáticos se deu desde o primeiro contato com os alunos, no qual, imediatamente, tratamos de sondar e apontar conteúdos que fossem de conhecimento comum a todos. Tais ações tiveram como escopo a perfeita relação entre a metodologia de ensino envolvida e a definição dos conteúdos para que pudéssemos suscitar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas à luz da classificação de Johannot quanto às diferentes formas do raciocínio matemático.

Esses dois elementos representam o conjunto das participações que fizemos na turma do curso de Pedagogia, pois, concomitante ao recolhimento das informações sobre as estratégias que os alunos expuseram na solução dos problemas matemáticos, as observações realizadas permitiram adentrar na reflexão sobre as práticas didáticas na formação de professores e no papel do professor no ensino da matemática. Embora não seja o nosso foco abordar com a profundidade devida esses aspectos, não poderemos deixar de enfatizar os resultados deste trabalho, cujos elementos foram cruciais ao entendimento sobre o papel do professor na relação com os alunos e com o conteúdo matemático.

Em resumo, a definição dos critérios e o processo de escolha das questões matemáticas partiu de um entendimento que todos deveriam resolver de modo que suas estratégias pudessem ser expostas e, assim, analisadas, tendo, ao mesmo instante, uma visão mais profunda sobre as particularidades acerca da formação do professor de matemática. A seguir, tratamos de expor as principais percepções que tivemos a partir dos resultados coletados nas observações e nas respostas das questões matemáticas.

4 ANÁLISE DAS AÇÕES: PERCEPÇÕES DOS RESULTADOS

Com as informações já coletadas pela solução do conjunto de problemas matemáticos e uma considerável quantidade de respostas a serem analisadas, em se tratando de uma turma formada por pedagogos, antes de nos aprofundarmos propriamente sobre os diferentes tipos de raciocínios matemáticos apresentados, surge uma questão que envolve muito mais que o conhecimento de métodos e estratégias de ensino: referimo-nos à disposição do professor em ultrapassar a ideia que, apenas sabendo do conteúdo, é possível ensinar sem maiores dificuldades.

4.1. As percepções dos sujeitos quanto à forma de aprender e ensinar: uma quebra de paradigmas

Nos primeiros momentos, quando observada a prática da professora perante os alunos do curso, a maioria da turma, de certa forma, não reconhecia naquele método utilizado uma forma eficiente de se compreender algo construído a partir da lógica investigativa sem que se fornecesse antecipadamente o que se pretendia alcançar. Percebia-se claramente entre os alunos, no momento das discussões, a busca pelas definições postas pela professora, a falta da aula expositiva, as técnicas e as respostas já perfeitamente prontas.

Tratamos de um período pouco produtivo no sentido de que escassos pontos eram extraídos dos debates. Na verdade, nas discussões que ocorriam, os alunos não esperavam algo que tivesse que desacomodá-los de modo que rompesse com a lógica de receberem os conceitos já prontos ou ideias e modelos já definidos. Contudo, esse foi um período curto, pois tão logo os alunos passaram a atuar com maior amplitude nas discussões diante das situações colocadas pela professora, gradativamente novos conceitos eram incorporados à prática escolar dos alunos.

Esta nova prática a que nos referimos é formada por um duplo sentido: primeiramente a uma nova visão do aluno diante do conteúdo matemático em que o perceba como objeto a ser constantemente questionado sobre a sua forma de ser compreendido e, por último, ao papel do aluno como futuro professor, diante da reflexão sobre as melhores práticas voltadas a um ensino de qualidade. O período correspondente a essas novas práticas representa, de forma fidedigna, a certeza de que a postura do professor afigura um marco processual importante na construção de novos conhecimentos diante de sua turma. Ou seja, há vários trabalhos que destacam a importância do papel investigativo do aluno concomitante à correta mediação do professor em que o primeiro se permita autonomamente ir além do que está sendo exposto ou trabalhado pelo professor.

No decorrer do curso, era imprescindível que, em vários momentos, suas habilidades e competências já adquiridas fossem solicitadas na certeza de que tivessem que explicar um determinado conceito ou conteúdo na condição de professores ao restante da turma. Isso favorecia a análise e as discussões com vistas à melhorias, principalmente de suas práticas. O fato é que, quando solicitado que realizassem essas e outras atividades similares e questionados sobre a transposição didática utilizada, suas ações sempre se condicionam a justificar que os conceitos utilizados foram compreendidos da forma como apreenderam e permanecia, então, sem nenhuma razão iminente para serem substituídas naquele momento.

Não se trata de desqualificar a forma como ensinavam, pois era perfeitamente associada à forma como aprenderam. Compreensivelmente, isso se dá diante de uma resposta natural na qual o aluno se sente seguro ao ensinar a partir de algo que já compreende perfeitamente. Isso lhes dava segurança, principalmente quando diante de um problema. A melhor alternativa seria associar a algo que já domina ou que suas estruturas cognitivas já possuam um repertório de esquemas já compreendidos.

Esse raciocínio acompanha perfeitamente o conceito de assimilação de Piaget (2001), no qual o sujeito tenta solucionar determinada questão utilizando-se das estruturas mentais já formadas. A questão é que muitas das definições e justificativas incorporadas aos mais variados esquemas utilizados pelos professores não são sequer questionados pelos alunos, ou seja, muitos desses conhecimentos não foram e provavelmente não serão modificados ao longo do tempo.

Mais uma vez, não desejamos aqui revelar que os métodos utilizados pelos estudantes eram inadequados, mas substancialmente frágeis diante de questionamentos. Os conceitos envolvidos, principalmente os explícitos, não eram dominados de modo que, perante uma pergunta sobre sua origem ou a função de determinados termos e esquemas operacionais, as respostas permutavam entre 'não saber' e 'não lembrar'. Suas estratégias eram expostas como réplicas de como aprenderam, pois, diante de alguns comentários mais aprofundados, fazia-se comum a resposta 'eu não sei, só sei que aprendi dessa forma'. De fato, não podemos entender esse contexto como um erro ou equívoco quanto a forma como aprenderam, mas enfatizo que, para a ação de ensinar, ou seja, promover novas aprendizagens, revelam-se necessidades muito maiores que apenas entender a lógica dos conceitos trabalhados. Revela-se um fazer pedagógico que necessita de um conjunto de ações do professor que vão na contramão da forma como aprenderam à época.

Para romper com essa lógica, muito dependeria de quais ações a professora da turma tomaria. É claro que uma postura que defenderia o professor como figura central do conhecimento deveria ser evitada, pois práticas comuns a essas são bastante frequentes no meio escolar, principalmente quando o aluno já internalizou essa relação vertical entre ele o professor. Neste caso, a SF era utilizada em todas as aulas como estratégia de desconstrução dessas práticas, pois para cada pergunta realizada pelos alunos era feita como resposta, não para deixá-los confusos, mas inspirá-los a ser protagonistas de suas próprias hipóteses e ideias.

Percebemos que, mesmo o sujeito já tendo dominado o conteúdo e possuindo conhecimento sobre diferentes práticas pedagógicas, em algum momento, diante do desafio de promover novas aprendizagens, sua postura necessitará de muito mais que um transmissor desses conhecimentos, mas de essencialmente um mediador de situações que leve o aluno a realizar novas construções cognitivas. Dentre várias metodologias existentes no campo escolar, destacamos a SF não apenas como parte importante do nosso objeto de estudo, mas a conexão entre a proposta de uma nova formação de sujeitos mediadores e a ruptura com uma prática já bem defasada, mas ainda muito empregada nos bancos escolares.

4.2 O método como instrumento de 'provocação' ao estudante

Na observação dos trabalhos que a professora mediava, percebia-se claramente a presença de elementos flutuantes em torno de sua prática concomitante às fases da SF. Esses elementos agregavam peculiaridades benéficas à forma como a professora mediava toda a sua ação, ou seja, quando um aluno colocava uma questão mais particular quanto a um determinado assunto, o interessante não era que respostas nunca fossem dadas, mas que outras fossem feitas na tentativa de esclarecer a primeira e outras que poderiam surgir. Ou seja, a compreensão do *plateau* se dava no que tange o conjunto de conhecimentos em comum dos alunos, o acordo didático na forma das condições implícitas e explícitas sobre as responsabilidades de cada um, a pedagogia mão no bolso como prática da não antecipação das respostas pela professora, a perspectiva do erro como construção, a pergunta na forma de provocação construtiva, e os contraexemplos como garantia da continuidade sobre as reflexões por parte dos alunos (MENDONÇA;BORGES NETO, 2017).

Decorrente de uma das várias observações interessantes, no momento em que a professora questionava expondo outros exemplos ou situações com as quais os alunos eram defrontados, erros conceituais e práticos tornavam-se visíveis ao ponto de, gradativamente, os alunos passarem a reconhecer a necessidade de uma reflexão mais profunda do quê e de como poderiam melhorar suas conjecturas.

Esta foi uma das conquistas adquiridas e percebidas no decorrer das sessões didáticas. Nos grupos, já se notava um maior protagonismo perante as situações expostas. De certo modo, já não mais havia uma preocupação por parte dos alunos se o que diriam era correto ou não quando questionados, mas, principalmente, que suas hipóteses fossem expostas e debatidas no grande grupo. Eis um dos primeiros aspectos a considerar como interessante em se tratando da forma como essas 'provocações' eram feitas e conduzidas pela professora.

O uso do termo 'provocação' se distancia e muito do significado de insultar e irritar como poderia ser empregado. Seu sentido é o de estimular, desafiar o aluno a expor suas ideias, desequilibrando-o na visão de Piaget (1971). No entanto, é notório que o repertório de provocações não era constante na sala de aula observada. Cabia a todo instante à professora incutir, nos momentos certos, situações ou problemas que satisfizessem estas condições. É claro que seu trabalho não poderá ser uma ação constante de desequilíbrios, pois Piaget (1971) enfatiza que há de fornecer um tempo necessário ao aluno para que ele assimile e, em seguida, acomode o conhecimento, ou seja, perante uma equilibração, a professora pode ir adiante com novas desequilibrações, iniciando um novo ciclo de novas aquisições.

A SF em sua totalidade, quando bem compreendida e executada, proporciona outros resultados satisfatórios, pois o rompimento da relação vertical entre professor e aluno em que, ao primeiro cabia a supremacia do saber e, ao segundo, o produto dessa transferência de forma equivocadamente passiva, constitui-se como um grande avanço e quebra de paradigma. Nessa disciplina, podemos confirmar que a SF tanto mediou como expôs de forma mais rápida, pois podíamos intervir na turma de forma que o conhecimento fosse construído e não apenas 'repassado' aos alunos.

Naturalmente, essa não seria uma tarefa fácil, pois envolveria uma mudança brusca na postura do professor que, necessariamente, teria que rever todo seu processo de formação como profissional. Ao nos depararmos com esta prática já consolidada, isso nos permitiu não apenas apontar quais as estratégias os alunos expuseram na resolução de problemas matemáticos, mas já apontarmos possíveis caminhos ao melhor ensino da matemática pelo uso da SF.

Como já elaborado anteriormente, não tratamos simplesmente de uma apresentação de novo conjunto de práticas escolares aos alunos do curso de Pedagogia, mas de uma nova visão sobre o aspecto investigativo do sujeito para com o saber e a prática de mediação do professor. Isso envolve uma 'quebra' de paradigmas em se tratando da forma como os cursistas aprenderam como estudantes da Educação Básica e como muitos outros professores ainda atuam em suas salas de aula. Desta forma, a SF possibilitou a essa pesquisa um arranjo condizente entre teoria e prática, ou seja, na prática do professor o mesmo tendo um bom embasamento teórico e, acima de tudo, uma rotina enriquecida pela prática investigativa do aluno mediada pelo professor, existe a tendência de se produzir uma aprendizagem muito mais significativa e duradoura para os estudantes.

Admitimos, então, que, ao mesmo tempo em que se dava a observação dos trabalhos da turma junto às intervenções possíveis e findando com a aplicação do conjunto de problemas matemáticos, muitas das particularidades necessárias para a melhoria dos raciocínios matemáticos se deram em virtude das práticas diretamente vinculadas ao método utilizado pela professora. Ou seja, o processo de categorização dos raciocínios, no qual trataremos com maior profundidade a seguir, servirão como importante suporte a construção do plateau entre alunos e o professor e consequentemente a um bom planejamento da SF, elemento este que se não bem compreendido e executado não surtirá os efeitos desejados.

4.3 Os aspectos envolvidos na escolha dos problemas matemáticos

Tratar sobre as particularidades acerca dos problemas matemáticos sugeridos obrigatoriamente nos remete, mesmo que de forma transitória, a atentarmos para os conhecimentos já trazidos pelos alunos e para o contexto em que se trabalhou a abordagem e construção de novos conhecimentos. A escolha das questões que compuseram o conjunto de problemas matemáticos (Anexo I) considerou a compreensão sobre com o que os alunos já cotidianamente lidavam perante problemas matemáticos, a certeza de que todos pudessem ser categorizados de acordo com a classificação de Johannot (1947) e que fizessem parte do currículo da Disciplina de Ensino da Matemática no curso de Pedagogia. A convergência desses aspectos findou com a elaboração das questões matemáticas que, na prática, seriam aplicadas no final da disciplina do curso de Pedagogia a um público de vinte e três alunos já observados.

Assim, o processo detalhado de escolha dos problemas teve como referência as seguintes considerações: (a) - O primeiro aspecto partiu do conjunto de questões que fazem parte do Programa de Ensino apontadas na disciplina de Ensino da Matemática do curso de Pedagogia, ou seja, raciocínio algébrico e o tratamento de situações-problema. Essa ação visava uma forma de atuarmos em consonância com as sessões didáticas já elaboradas pela professora da turma; (b) - No segundo ponto, os problemas partiriam do meio matemático dos alunos, ou seja, seriam questões de pleno conhecimento não antecipado, mas compreendidos facilmente por representarem questões cotidianas que destacassem situações nas quais as estruturas aditivas e multiplicativas fossem levantadas. Contudo, o propósito não se voltava ao estudo dessas estruturas em si, mas seu conhecimento era fundamental na análise e resolução de problemas matemáticos, principalmente quando relacionados a conteúdos do Ensino Fundamental; (c) - E um terceiro ponto era sobre a condição de que essas questões pudessem ser facilmente resolvidas utilizando-se qualquer um dos raciocínios matemáticos apontados por Johannot (1947), a saber, o raciocínio concreto, gráfico, aritmético e algébrico. Isso nos ofereceria a certeza que, independente de qual estágio o aluno estivesse, a questão poderia perfeitamente ser resolvida.

Em se tratando da composição dos problemas matemáticos (Tabela 1), as questões foram divididas e expostas gradativamente por conteúdo numa ordem das mais fáceis às mais difíceis. O entendimento sobre o nível de dificuldade empregado em cada questão considerava que, mesmo todas as questões tendo sido retiradas do currículo do Ensino Fundamental da Educação Básica, a diferença entre fáceis e difíceis se daria pela quantidade de informações explícitas e implícitas a serem consideradas no enunciado, ou seja, mesmo aquelas que abordassem o mesmo conteúdo, essas informações as tornariam ora simples ou de maior complexidade para a compreensão do aluno.

A opção pelo uso dos termos “fácil”, “médio” e “difícil” para as questões matemáticas escolhidas foi uma forma de usar do trabalho de Magina (2010), Magina, Santos e Merlini (2014) no entendimento sobre as estruturas multiplicativas, já que os autores especificam diversas variações nas estruturas multiplicativas que podem apresentar ao sujeito. Em seus trabalhos, Magina (2010) detalha e esclarece o que de explícito e implícito detém os problemas matemáticos, em particular aqueles que envolvem operações de multiplicação, divisão ou ambas e as boas práticas que o professor pode desenvolver de posse desse conhecimento.

No campo conceitual das estruturas multiplicativas, definido por Magina, Santos e Merlini (2014) as estruturas podem ser de duas relações, quaternárias e ternárias. As primeiras envolvem proporções simples (questões 01 e 02) que envolvem uma simples proporção direta entre duas quantidades, já as múltiplas (questões 05, 09 e 10) envolvem duas ou mais relações entre grandezas distintas. Por exemplo: pessoas, litros e dias. As ternárias, no entanto, envolvem uma comparação multiplicativa (questões 03, 06 e 08) por envolver uma comparação multiplicativa entre duas quantidades da mesma natureza e o produto de medidas (questões 04 e 07) por envolver a ideia de combinatória.

A seguir, expomos um tabela que melhor representa o processo de definição dos tipos de questões. A classificação que fazemos tem como referência os trabalhos de Magina, Santos e Merlini (2014).

Tabela1- Aspectos considerados na escolha das questões para o conjunto de problemas matemáticos.

ITEM	QUESTÃO	CLASSIFICAÇÃO*	DIFICULDADE
1	Para fazer 16 calças, gastamos 24 metros de tecido. Quanto gastará para fazer 10 calças?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção simples de classe um para muitos do tipo discreto.	Fácil
2	Em uma Câmara de Vereadores, cada quatro vereadores possuem 6 Assessores Parlamentares. Se a Câmara possui 10 Vereadores, quantos são os Assessores Parlamentares?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção simples de classe muitos para muitos do tipo discreta.	Médio
	Continuação		
3	Na realização de um concurso os participantes devem responder a um total de 20 questões. Para cada resposta correta o candidato ganha 3 pontos e para cada resposta errada perde 2 pontos. Determine o número de acertos e erros que um candidato obteve considerando que ele totalizou 35 pontos.	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve uma comparação multiplicativa de referido desconhecido do tipo discreto.	Médio
4	Otávio tem três camisas: uma branca, uma azul e uma vermelha. Tem também duas calças: uma preta e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Otávio pode se vestir utilizando camisa e calça?	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve produto de medida uma combinatória do tipo discreto.	Fácil
5	Uma certa quantidade de suco foi colocado em latas de 2 litros cada uma, obtendo-se assim 60 latas. Se fossem usadas latas de 3 litros, quantas latas seriam necessárias para colocar a mesma quantidade de suco?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção múltipla de classe um para muitos do tipo discreto.	Médio
6	Maria e Alfredo foram almoçar em um restaurante a quilo. Maria pagou R$ 15,65 por 450 g de comida e por um suco de laranja. Alfredo consumiu 600 g de comida e dois sucos de laranja. Se o suco de laranja custa R$ 3,50, quanto Alfredo pagou?	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve uma comparação multiplicativa de referido desconhecido do tipo discreto.	Difícil
7	Se forem colocadas 5 pessoas em fila, de quantas maneiras diferentes pode-se formar essa fila de modo que o primeira pessoa da fila seja sempre a mesma?	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve produto de medida uma combinatória do tipo discreto.	Difícil

8	Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para crianças o equivalente a 2/3 do valor para adultos. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R$ 8.125,00. Com base nessas informações, calcule o valor que a agência cobrou de um adulto e de uma criança para realizar esse passeio.	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve uma comparação multiplicativa de relação desconhecida do tipo discreto.	Difícil
9	Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção múltipla de classe muito para muitos do tipo contínuo.	Difícil
10	Carlos e André compraram um terreno, sendo que cada um contribuiu com parte do valor total pago. Sabe-se que a parte de André equivale a 60% da parte de Carlos, e que a diferença entre a metade da parte de Carlos e a terça parte da de André é igual a R$ 25.500,00. Pode-se concluir, assim, que o valor total pago na compra desse terreno foi de?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção múltipla de classe muito para muitos do tipo discreto.	Difícil

Fonte: Magina, Santos e Merlini (2014).

A seguir, discutimos as respostas dos sujeitos diante dos problemas matemáticos colocados, tendo como referência de classificação destas respostas os quatro tipos de raciocínio matemático apontados por Johannot (1947).

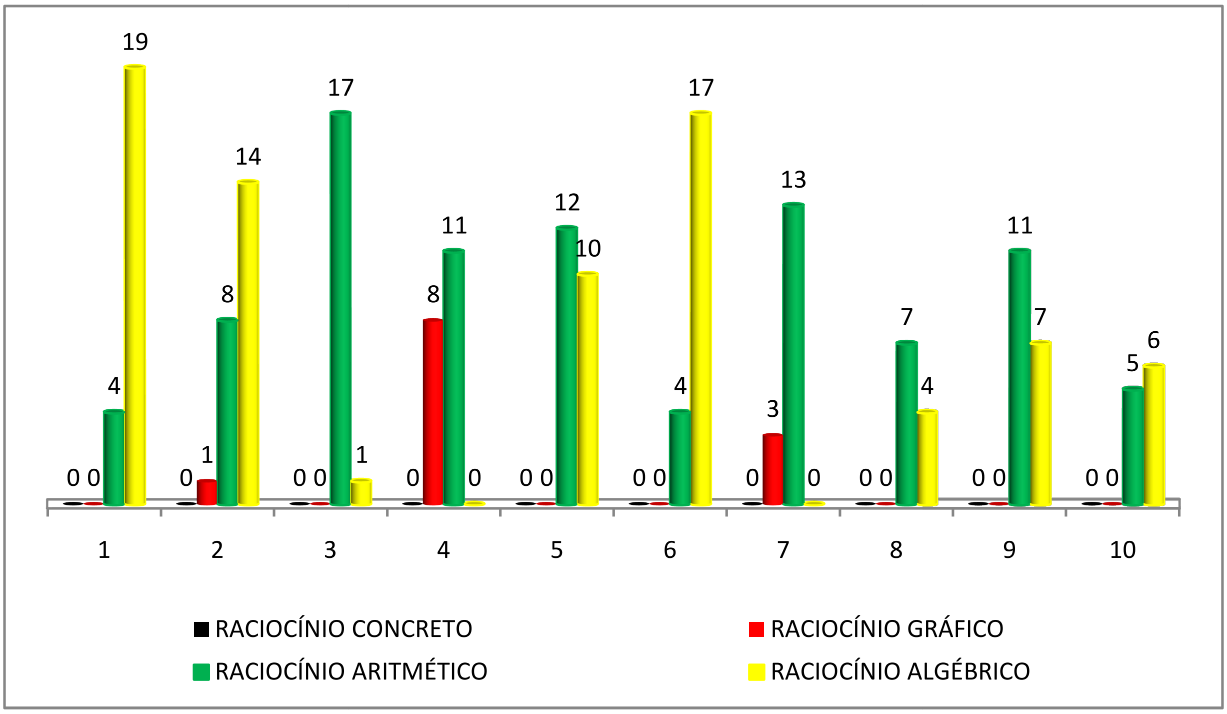
4.4 Análise das questões a partir da classificação de Johannot

As manifestações expostas nas respostas dos problemas, a princípio, resgatam, numa perspectiva didático-pedagógica, o olhar do professor sobre a forma como o aluno raciocina matematicamente diante de um problema. Isso não significa um empobrecimento por parte dos resultados alcançados, mas reafirma que, numa visão mais global, há aspectos que ultrapassam o campo pedagógico que, no caso, a psicologia muito tem a oferecer no entendimento e melhoria das práticas do professor.

Numa primeira análise dos quatro tipos de raciocínio apontados por Johannot, dos vinte e três alunos pesquisados, todos perpassavam entre o raciocínio matemático gráfico (uso de representações gráficas como desenhos e gráficos) e o algébrico (tradução de regras e fórmulas do ponto de vista simbólico) não apresentando nenhum do tipo concreto.

Ao realizar a análise das respostas dos alunos para cada questão e classificá-las a partir dos quatro tipos de raciocínio detalhados por Johannot (1947), essas considerações revelaram, a um primeiro momento, as seguintes conclusões, como mostra o gráfico 1.

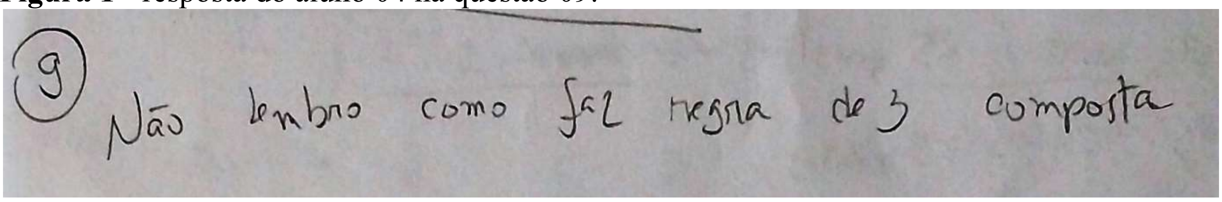
Gráfico 1- Tipos de raciocínios apresentados pelos alunos.



Fonte: Autor.

Nas ocorrências do raciocínio aritmético, a grande maioria dos alunos expressou esse tipo de raciocínio nas várias tentativas em que utilizaram de operações normalmente básicas como alternativas para o encontro das soluções. Para alguns, era sabido que haveria um raciocínio mais elaborado para determinado problema, mas, de antemão, já sinalizavam que são sabiam ou que haviam esquecido. Como podemos ver na figura 1 e 2.

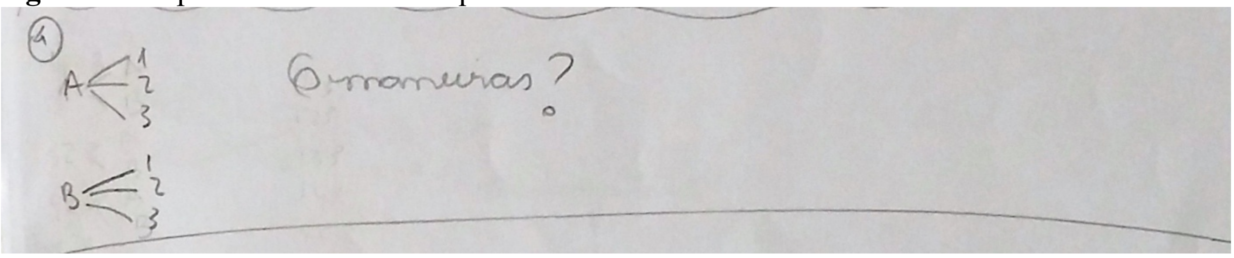
Figura 1 - resposta do aluno 04 na questão 09.



Fonte: Autor

O aluno compreende que para a solução da questão há um tipo de estratégia que ele mesmo reconhece que através dela encontrará a solução, mas já sinaliza que não compreende sua operacionalidade.

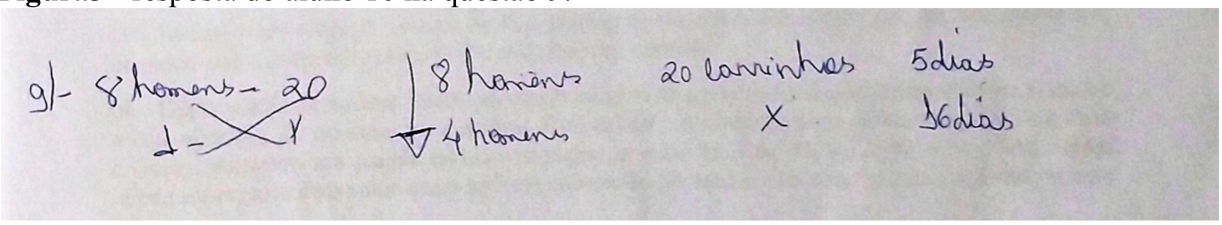
Figura 2 - resposta do aluno 13 na questão 4.



Fonte: Autor

Em algumas questões pontuais, o uso do raciocínio algébrico foi visível. Contudo, houve certa dificuldade do aluno em justificar o uso de tal estratégia, a exemplo do uso da ‘regra de três’, pois ele sabia que, por este método, chegaria ao resultado, mas não conseguia explicar como se dava o raciocínio ou mesmo como se chegava à resposta. Isso está de forma mais clara na figura 3.

Figura3 - resposta do aluno 16 na questão 9.



Fonte: Autor

Com isso, a necessidade do pesquisador em adentrar como sujeito participativo no conjunto de discussões a respeito das ideias já trazidas pelos alunos do curso permitiria que, com base nas informações colhidas, novas propostas de ações didáticas seriam sugeridas a fim de permitir construções mais significativas e complexas pelo aluno.

No momento da aplicação dessas questões, foi informado aos alunos que, na necessidade de algum material extra para sua resolução, esse seria providenciado, ou seja, poderiam utilizar calculadoras, rascunhos ou outro tipo de material que não fosse a pesquisa em si para a resolução da questão, no caso, a busca na Internet pela resolução. As únicas condições colocadas foram a resolução individual e a importância de, quando resolverem, expressarem ao máximo suas ideias e hipóteses na forma escrita, ou seja, como pensaram para resolver os problemas.

O raciocínio concreto é o primeiro e mais elementar dos raciocínios classificados por Johannot (1947). Sua operacionalidade básica repousa no uso de elementos concretos, ou seja,‘o raciocínio concreto só pode ser efetuado em suas quantidades concretas, isto é, perceptíveis e manipuláveis' Johannot (1947, p. 32), condição que nenhum dos pedagogos apresentou ou expôs como dificuldade para a não resolução de qualquer das questões.

Como nenhum dos alunos apresentou o raciocínio do tipo concreto, como bem revela o Gráfico 1, na resolução das questões, isto revela que diante de questões mais difíceis ou com mais informações a serem analisadas, essas necessitavam de um nível de abstração mais contundente e que não necessariamente precisariam de algo concreto para manipular e assim encontrar as soluções.

A manifestação do raciocínio gráfico é de certa forma interessante ao ser analisado, pois "o desenho constitui o ponto de vista psicológico intermediário entre o corpo material e a palavra, é um dos primeiros signos da realidade" Johannot (1947, p.34). Para o autor, o desenho é um dos elementos de transição entre o concreto e o simbólico, ou seja, como no concreto o sujeito apenas compreende o significado dos valores iniciais e finais, no raciocínio gráfico este intensifica a abstração levando o sujeito a um patamar mais próximo da representação por símbolos.

Dos vinte e três alunos pesquisados, doze apresentaram, em algum momento de suas respostas (Gráfico 1), o raciocínio do tipo gráfico na resolução das seguintes questões: Em uma Câmara de vereadores, cada quatro vereadores possuem 6 assessores parlamentares. Se a câmara possui 10 vereadores, quantos são os assessores parlamentares? (Questão 02)

Otávio tem três camisas: uma branca, uma azul e uma vermelha. Tem também duas calças: uma preta e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Otávio pode se vestir utilizando camisa e calça? (Questão 04)

Se forem colocadas 5 pessoas em fila, de quantas maneiras diferentes pode-se formar essa fila de modo que a primeira pessoa da fila seja sempre a mesma? (Questão 07)

De uma forma mais particular, tratamos de detalhar quais dos alunos esboçaram o raciocínio gráfico (Tabela 2) destacando aqueles que acertaram (área pintada) e os que não acertaram (área vazia), considerando que todos esboçaram em suas respectivas respostas tal raciocínio.

Tabela 2 – Distribuição do raciocínio gráfico por aluno.

QUESTÃO	TIPO DE RACIOCÍNIO	ALUNOS								TOTAL DE ALUNOS
02		11								**01**
04	GRÁFICO	02	04	08	09	13	15	18	21	**08**
07		02	16	21						**03**

Fonte: Autor

Por mais que, na questão 02, o elemento implícito envolva uma proporcionalidade, sua compreensão facilmente pode ser feita na óptica de um conjunto de possibilidades (combinatória). Não diferente das questões 04 e 07, que tratam explicitamente de tópicos de combinatória, os alunos 2 e 21,no gráfico a seguir,(Gráfico 2) utilizaram do raciocínio nessas questões.

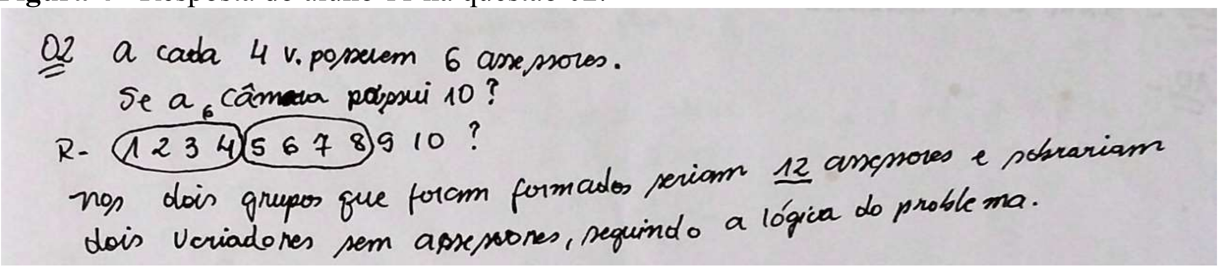
Gráfico 2 - Quantidade de questões por aluno que usaram o raciocínio gráfico.

Fonte: Autor.

O uso desse tipo de raciocínio nas questões que envolvem combinatória é perfeitamente compreensível, pois a forma de visualizar a rede de possibilidades inerentes à questão é mais fáceis de ser feita. Diferente da tentativa de abstração em que o sujeito necessita operar com muito mais dificuldade.

Em relação ao raciocínio gráfico, eis algumas das respostas apresentadas pelos alunos (Figura 4, 5 e 6).

Figura 4 - Resposta do aluno 11 na questão 02.

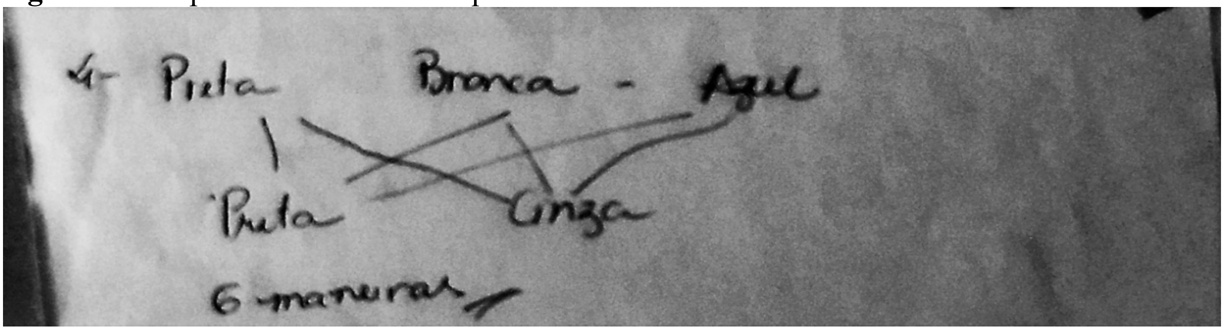


Fonte: Autor.

Na resolução da questão 'Em uma Câmara de vereadores, cada quatro vereadores possuem 6 assessores parlamentares. Se a câmara possui 10 vereadores, quantos são os assessores parlamentares?' mesmo não obtendo a resposta correta, nota-se que o pedagogo recorre à representação gráfica como forma de melhor visualizar o enunciado e, assim, operar dedutivamente da obtenção da resposta, pois o sujeito “usa de processos de resolução gráfica antes de transpor no plano matemático”. Isso evitará que “perca de vez o significado concreto das operações abstratas e simbolismos a serem efetuados” Johannot (1947, p. 160). O sujeito, operando desta forma, consegue executar uma reflexão em que as grandezas iniciais e finais são mais bem visualizadas.

Como anteriormente colocou Johannot, mesmo fazendo o destaque graficamente com vistas a não sofrer com a perca do significado concreto, o sujeito (Figura 4) busca uma lógica no sentido de dar significância aos dois grupos que circula. Contudo, ao ‘sobrar’ dois elementos, ele descreve até onde seu raciocínio foi, mas deixa em aberto a hipótese do que deveria ser feito com o que restou.

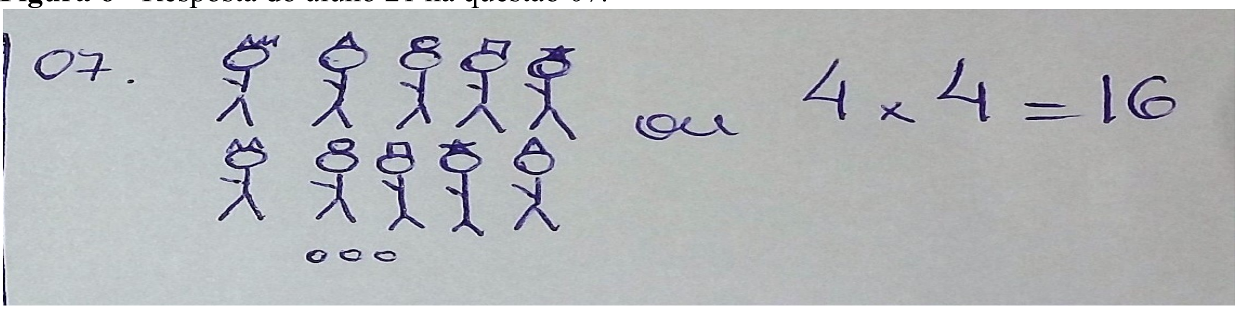
Figura 5 - Resposta do aluno 15 na questão 04.



Fonte: Autor.

Na questão 04 (Figura 5), por também envolver uma combinação de possibilidades, na seguinte questão ‘Otávio tem três camisas: uma branca, uma azul e uma vermelha. Tem também duas calças: uma preta e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Otávio pode se vestir utilizando camisa e calça?’ o pedagogo busca entender essas possibilidades fazendo um arranjo gráfico ao mesmo tempo em que as explicita. No caso, seis maneiras distintas de se usar uma camisa com uma calça. O uso do gráfico pareceu ser a forma mais simples e direta de se chegar ao resultado, independente de qualquer fórmula já existente.

Figura 6 - Resposta do aluno 21 na questão 07.



Fonte: Autor.

Já na questão 07 (Figura 6), tendo como enunciado ‘Se forem colocadas 5 pessoas em fila, de quantas maneiras diferentes pode-se formar essa fila de modo que a primeira pessoa da fila seja sempre a mesma?’ há uma tentativa de visualizar, por parte do pedagogo, toda a questão a partir do desenho das cinco pessoas que devem ser colocadas numa fila como enuncia a questão. Há uma sistematização do resultado através da operação “quatro vezes quatro”. Porém, se houvesse a tentativa de descrever todas as possibilidades, logo se perceberia que seriam muito mais possibilidades que dezesseis.

Johannot (1947, p. 38) afirma que o “raciocínio progressivo se desenvolve na direção do concreto ao abstrato”. As operações envolvendo a combinatória acabam por requerer um nível de abstração muito maior. Assim, o sujeito prefere recorrer ao desenho com o intuito de ter ou retornar a um saber já consolidado, servindo como um bom referencial para as suas inferências, ou seja, “diante da primeira dificuldade há um retorno para o nível onde o sujeito compreende mais claramente os dados do problema”, possuindo, assim, mais confiança para resolver a questão.

O sujeito, diante de uma dificuldade com um problema, acaba por recorrer ao patamar no qual já possui domínio e segurança. Muito além da necessidade concreta, o desenho permite um *plateau* mínimo de conhecimentos já consolidado e seguro para o início ou (re) início das reflexões (BEZERRA, 2017).

É evidente que as outras questões poderiam também ser resolvidas com o auxílio de um gráfico ou desenho. Contudo, ocorre que, nas questões envolvendo combinatória, de acordo com a forma como foi ensinada no Ensino Médio (como na construção de árvores de possibilidades e uso de exemplos práticos) é comum o sujeito, de imediato, tentar visualizar a problemática da questão através de um contexto real em que os diferentes elementos possam ser visualizados e refletidos durante o processo, como já colocado no parágrafo anterior.

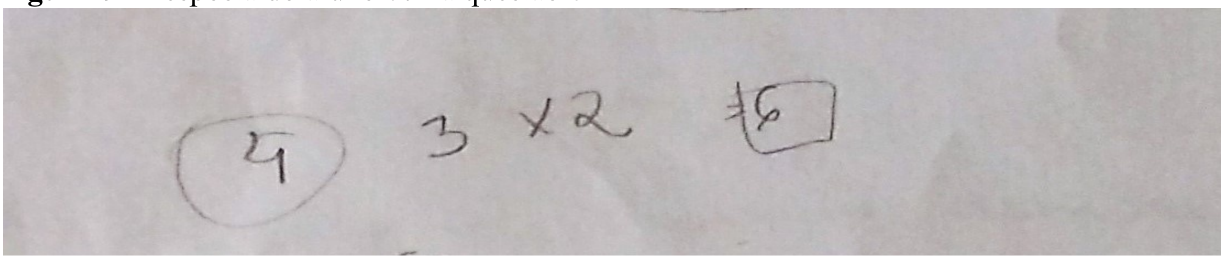
Recorrer ao desenho, nesse caso, representa a transição entre a condição concreta de manipulação do problema para sua reflexão num contexto mais abstrato (simbólico), como mostra Johannot (1947, p. 38), ao se referir ao desenho como “a primeira esquematização infinitamente mais difícil” em direção ao simbolismo algébrico.

Recorre afirmarmos que o raciocínio gráfico se revela com maior incidência em questões em que o aluno não consegue relacionar a outras estratégias aritméticas e algébricas já compreendidas. Isso abre precedentes para análises e discussões mais focadas sobre o contexto de como são mediadas essas e outras questões pelo professor, condições estas que não trataremos de aprofundar neste trabalho.

No terceiro tipo de raciocínio abordado por Johannot (1947), quando o sujeito passa a usar de um modelo numérico abstrato em substituição à necessidade de manipular ou ver as quantidades que ele opera, eis que toma forma um pensamento mais elaborado que os anteriores (concreto e o gráfico), surgindo, então, o do tipo aritmético. Para Johannot (1947) esse tipo de raciocínio pode ser dividido em dois tipos: o primeiro, em que a solução do problema é apresentada por um exemplo numérico; e o outro, uma generalização a partir do raciocínio lógico, mas sem recorrer ao dispositivo algébrico.

Como exemplo aos dois tipos de manifestação deste raciocínio, na questão 'Otávio tem três camisas: uma branca, uma azul e uma vermelha. Tem também duas calças: uma preta e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Otávio pode se vestir utilizando camisa e calça?' as figuras a seguir revelam quando um fator numérico é usado como resposta a uma questão (Figura 7) e quando uma solução lógica é encontrada sem que o aluno recorra à condição algébrica (Figura 8).

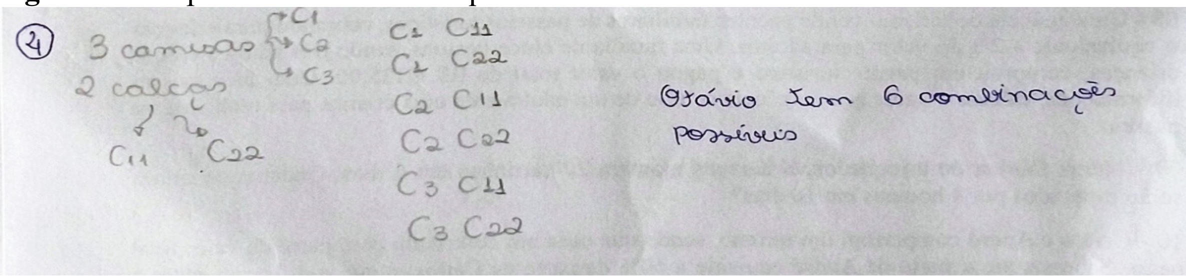
Figura 7 - Resposta do aluno 07 na questão 04



Fonte: Autor.

Diferente da manifestação do raciocínio para essa mesma questão (figura 08), nessa resposta, o pedagogo não recorre a qualquer tipo de representação gráfica para visualizar e compreender o conjunto de combinações entre camisas e calças, mas, diretamente, recorre à multiplicação entre os dois fatores existentes: o número de camisas (três) e o de calças (duas). O sujeito, nesse caso, já consegue realizar certa abstração das informações e, assim, já calcular as possibilidades, multiplicando os valores. Contudo, mesmo sendo um raciocínio mais elaborado que o anterior (gráfico), ainda há a possibilidade desse mesmo raciocínio sofrer generalizações ao ponto de se tornar mais complexo e abrangente.

Figura 8 - Resposta do aluno 17 na questão 04.



Fonte: Autor.

O interessante, nesse caso, é que, diferente das respostas dadas a mesma questão por outros pedagogos (figuras 02 e 05), a melhor forma encontrada foi a explicitação de todas as possibilidades na combinação entre blusas e calças. Ocorre que o problema, por conter informações com valores baixos, facilitou as possibilidades de serem expostas, situação que seria muito mais complicada se os valores fossem superiores a dezenas, por exemplo. Seria exaustivo elaborar todas as possibilidades mantendo o controle (não repetição ou erro) sobre elas.

Vale destacar que sempre haverá a busca do aluno por um esquema que desencadeie um raciocínio na tentativa de resolver a questão. Isso se torna mais claro quando o aluno consegue expor seu pensamento no momento da reflexão sobre a questão ou problema. O raciocínio aritmético, por ser um tipo de manifestação no qual se exige um poder de generalização maior que os anteriores, não apresentam o suporte concreto ou visivelmente destacado como no gráfico. Há, portanto, a incidência de muitos erros na tentativa de solução por parte dos alunos, pois Johannot (1947, p. 51) esclarece que:

> [...] o número de erros provém da confusão entre a intuição e o raciocínio formal propriamente dito. A inteligência não dispõe de qualquer suporte material ou gráfico, e nesta questão normalmente a criança tem dificuldade de tomar consciência da abordagem do seu pensamento e distinguir lógica da intuição.

Dessa forma, percebe-se que ainda falta ao sujeito maior propriedade sobre o uso e, principalmente, da capacidade de operar diante de um problema com lógica e intuição sem recorrer a técnicas pré-definidas ou já memorizadas pelo sujeito, tendo significância prática ou não.

É perfeitamente possível que, mesmo os alunos não partindo de nenhuma lógica compreensível, apenas por intuição recorram a uma estratégia que poderão desconhecer. Ou seja, percebem no seu repertório de questões já vivenciadas aspectos semelhantes àquela com a qual se depara. Em suas considerações de ordem psicológica, Johannot faz um destaque em relação aos alunos:

> [...] não percebem ou não visualizam a questão colocada próxima ao caminho da assimilaçao racional, isto é, força voluntariamente a trabalhar de forma abstrata impregando regras que estão sendo admitidas mas não podem ser demostradas logicamente (JOHANNOT, 1947, p. 151).

Ou seja, o sujeito percebe que um determinado tipo de estratégia poderá resolver tal questão mesmo não sabendo como fazê-la. Por exemplo, o aluno 4, diante da seguinte questão 'Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias? ' (Questão09) escreve o seguinte argumento como resposta ' não lembro como faz regra de três composta'.

Possivelmente, essa resposta pode estar suscitando outras questões já vivenciadas por ele, ou seja, na forma como é compreendido o enunciado, o aluno relembra algo semelhante ou igual ao que se está diante dele. Tal pensamento corrobora com o de Johannot (1947) que afirma a respeito do aluno:

> Seu objetivo é estabelecer analogias entre os elementos matemáticos abstratos que são fornecidos e noções mais simples e já assimiladas que lhe permitirá pensar mais facilmente. Esta obra de transposição do plano formal ao plano concretquestion[o ou a um plano de representação gráfica ou aritmética é as vezes muito mais difícil mas essencial. Ele só permite eventualmente depois de atingir a solução desejada (JOHANNOT, 1947, p. 151).

Ocorre que essa hipótese poderia ser bem embasada em nossa pesquisa, caso todos os alunos tivessem como preocupação, além da resolução das questões, a exposição (de forma escrita) das suas ideias no momento da resolução ou de uma escuta individual sobre a forma como pensaram diante das questões. Mas, no caso deste trabalho, é compreensível tal dificuldade, principalmente por essas informações haverem sido retiradas de um instrumento totalmente escrito.

Uma situação diferente seria que, mesmo não sabendo dos detalhes da operacionalidade, haveria tentativas de proceder certo raciocínio na busca pela solução do problema de outra forma, pois a grande característica do raciocínio aritmético se volta para a questão que a sua solução é puramente mental. Johannot (1947) diferente dos raciocínios anteriores em que os elementos de manipulação e visualização são preponderantes.

Na pesquisa, todas as questões tiveram a manifestação do raciocínio algébrico, particularmente nas questões 03, 05, 07 e 09 todas foram iguais ou superiores para metade dos alunos pesquisados (Tabela 3). Contudo, as respostas corretas (área pintada) foram preponderantes nas questões 04 e 05.

Tabela 3– Distribuição do raciocínio aritmético por aluno.

QUESTÃO	TIPO DE RACIOCÍNIO	ALUNOS	TOTAL DE ALUNOS
01	ARITMÉTICO	05 11 13 15	**04**
02		03 07 08 10 12 13 15 20	**08**
03		01 02 03 04 05 07 08 09 11 13 15 16 17 18 19 21 23	**17**
04		01 03 05 07 11 12 14 16 17 19 22 23	**12**
05		01 02 03 04 05 08 13 15 17 19 20 22	**12**
06		03 05 11 12	**04**
07		01 03 04 05 07 08 09 12 17 18 19 22 23	**13**
08		01 02 05 13 14 19 23	**07**
09		01 03 05 06 08 09 10 11 13 14 23	**11**
10		05 06 07 19 23	**05**

Fonte: Autor

As maiores incidências do raciocínio aritmético foram nas questões 03, 04, 05, 07 e 09 de modo que, apenas na questão 04, todos acertaram. Tratava-se de uma combinatória simples, diferente dos itens 06, 08 e 10, que nenhum dos alunos acertou (equações do 1º grau). De fato, as questões envolvendo combinatória simples oferecem uma maior oportunidade de visualização e, consequentemente, a resolução perante outros problemas, diferente das equações, já que estas solicitam do sujeito um poder maior de abstração na elaboração da resposta.

Os alunos 01, 05, 19 e 23 usaram do raciocínio aritmético em mais da metade das questões, enquanto que os alunos 02 e 21 foram os que usaram menos o raciocínio aritmético. Essa observação é melhor visualizada no gráfico a seguir (Gráfico 3).

Gráfico 3 - Quantidade de questões por aluno que usaram o raciocínio aritmético.

Fonte: Autor.

Nesse gráfico, os alunos que utilizaram com maior incidência o raciocínio aritmético revelam certa estabilidade em relação a como essa forma de raciocínio se manifesta (alunos 01, 05, 19 e 23), pois o aluno não tem a necessidade de estar retornando a níveis anteriores de raciocínio diante de um problema. Embora esta condição não seja tomada por uma mudança brusca de pensamento, mas processual, esse pensamento puramente formal cede, em alguns momentos, ao uso de simbolismos, característica peculiar ao raciocínio algébrico, que já representa a mudança para um nível superior ao atual.

Nesse raciocínio, o aluno se desvinculará totalmente da realidade, pois será mais contundente o uso de elementos abstratos "no momento onde os sujeitos percebem que uma expressão algébrica é apenas a tradução em uma linguagem simbólica de operações do dia a dia" (JOHANNOT, 1947, p. 51). Ocorre que, antes de seu pleno entendimento, "ainda há uma desconfiança do sujeito nas soluções algébricas" (JOHANNOT, 1947, p. 44-45) devido a, paralelamente ou anteriormente a solução, não exista uma resposta intuitiva, mesmo que aproximada, pois o cálculo passará a ser totalmente abstrato.

Não diferente dos raciocínios anteriores, há vantagens e desvantagens na execução do raciocínio algébrico, pois os aspectos positivos residem no fato de apenas se seguirem as transformações consecutivas dos dados na ordem lógica, permitindo com que se alcance a resposta correta. Já sobre as desvantagens, uma parte dos cálculos operados mentalmente "necessita de uma grande concentração e muitas vezes impedem de discernir as semelhanças entre problemas do mesmo tipo", bem como "as obrigações de ter em conta as transformações intermediárias" Johannot (1947, p.50). Isso acaba complicando ainda mais o raciocínio matemático.

Na classificação das questões abordadas quanto ao raciocínio algébrico, (Gráfico 1) é visível a sua incidência nas questões iniciais do conjunto de problemas matemáticos, ou seja, naquelas propositadamente colocadas como fáceis perante os alunos, com exceção da de número 06, que se trata de uma questão difícil, mas, mesmo assim, dezessete alunos o utilizaram. Das dez questões utilizadas, em apenas duas, as de número 04 e 07, não houve qualquer manifestação do raciocínio algébrico, porém, vale destacar que essas questões pertencem ao grupo das que invocam princípios de combinatória, razão pela qual muitos optaram pela resolução de forma gráfica e aritmética.

No gráfico a seguir tratamos de apresentar algumas análises sobre as diferentes manifestações que tivemos sobre o raciocínio algébrico.

Gráfico 4 - Quantidade de questões por aluno que usaram o raciocínio algébrico.

Fonte: Autor.

Na quantidade de questões apresentadas por cada pedagogo em que houve a manifestação do raciocínio algébrico, no Gráfico 4 é exposto esse quantitativo, no qual cinco dos vinte e três alunos usaram o raciocínio algébrico em quantidade igual ou maior da metade do número de questões colocadas (alunos 09, 16, 17, 18 e 22),enquanto que a mesma quantidade usou apenas do raciocínio em uma única questão (alunos 05, 11, 13, 15 e 20).

Nesse mesmo gráfico notamos que todos os pedagogos utilizam, no mínimo uma vez, do raciocínio algébrico em suas respostas. Isso demonstra que todos, em algum momento, reconhecem a necessidade do uso de letras sob a forma de incógnitas ou mesmo reconhecem essa possibilidade de solução, mas, por não a dominarem, recorrem a estratégias envolvendo outras formas de raciocínio (gráfico ou aritmético).

Já na tabela 4, são expostos os alunos que esboçaram o raciocínio do tipo algébrico, último na classificação de Johannot, e o índice de erros e acertos. De fato, nas próprias considerações de Johannot (1947), é afirmado que, com o uso desse raciocínio, o sujeito se tornará mais confiante para se dispor num ambiente abstrato. Mas, não tendo perdido qualquer contato com o real, essa manifestação não ratifica que este raciocínio seja literalmente superior, embora se distancie do apenas intuitivo em direção ao do tipo formal consciente com mais propriedade.

Tabela4– Distribuição do raciocínio algébrico por aluno

QUESTÃO	TIPO RACIOCÍNIO	ALUNOS																			TOTAL DE ALUNOS
01	ALGÉBRICO	01	02	03	04	06	07	08	09	10	12	14	16	17	18	19	20	21	22	23	**19**
02		01	02	04	05	06	09	14	16	17	18	19	21	22	23						**14**

03	**22**	**01**
05	03 06 07 09 11 14 **16** 18 21 23	**10**
06	**01** **02** **04** 06 07 08 **09** 10 12 13 14 15 **16** **17** **18** 21 **23**	**17**
08	08 17 18 **22**	**04**
09	**02** **07** 16 **17** 18 19 **22**	**07**
10	01 09 16 **17** 18 **22**	**06**

Fonte: Autor.

Na tabela acima, podemos observar que as questões 01 e 02 foram as que tiveram uma maior incidência de acertos (área pintada) utilizando do raciocínio algébrico. Vale destacar que ambas as questões abordavam a proporcionalidade, ou seja, seria perfeitamente compreensível o uso da estratégia da ‘regra de três’ na obtenção das respostas. Bem diferente das questões 06, 08 e 10, em que todas abordavam equações do primeiro grau, mais da metade não chegou à resposta correta.

Analisando essa e as tabelas 02 e 03 que descrevem detalhadamente os alunos que chegaram ou não à resposta correta, trata-se de uma particularidade que não implica necessariamente numa repercussão em nosso trabalho de classificação. A condição de acertarem ou não a questão é uma questão relativa que não implica nas conclusões a que pretendemos chegar. É sabido que o erro é perfeitamente construtivo quando tratado da forma que é analisado e trabalhado (PEDROSA, 2017). Ainda assim, o que ora pretendemos é refletir sobre o uso destes raciocínios estando eles corretos ou não, considerando que eles sinalizam um processo de melhoria das hipóteses já concebidas pelos alunos e modificadas com a prática escolar, ou seja, diante dessas várias hipóteses compreendidas como elementos:

> A inteligência tentará em seguida estabelecer uma relação lógica com outros, eliminando aqueles que são desprovidos de valor para questionar aqueles que parecem semelhantes. A dificuldade de invenção consiste em rejeitar as analogias exteriores e superficiais para descobrir entre as operações de aparência completamente diferentes das 'analogias de estruturas' fornecendo os meios para esclarecer o caminho da descoberta pela descoberta já feita (JOHANNOT, 1947, p. 150).

Em consonância com o pensamento de Johannot, esse expõe o entendimento da importância sobre o instrumento de invenção, em que “o sujeito não consegue realizar conquistas científicas apenas pela generalização” (JOHANNOT, 1947, p. 149), pois a descoberta de analogias de experiências é fruto característico da invenção. Desse modo, caberá então a demonstração para que raciocínio seja, enfim, considerado em sua totalidade.

Assim, para Johannot (1947, p. 151),

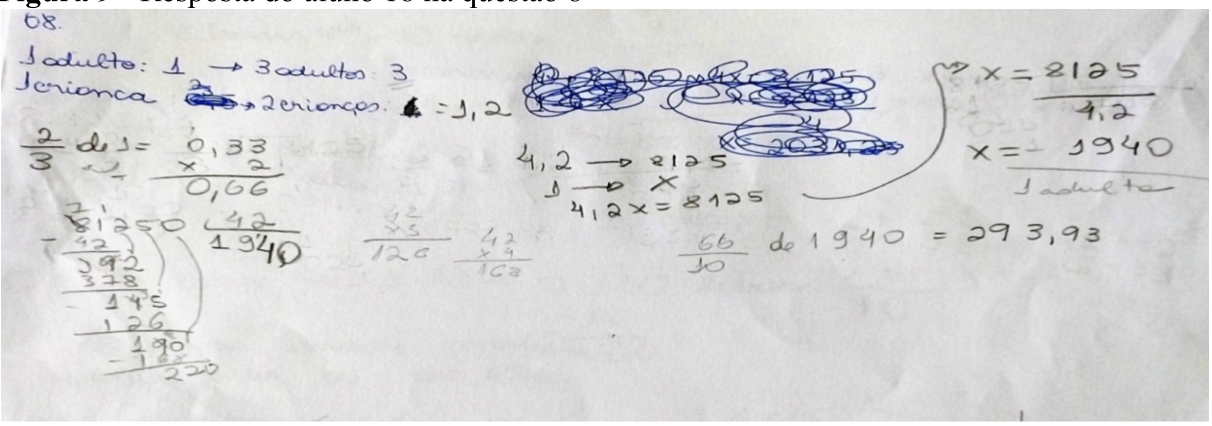
> De qualquer maneira consideramos a questão do problema da invenção e de demonstração leva-nos a um raciocínio matemático próprio, raciocínio este que vem da elaboração dos dados e continuará a desempenhar um papel preponderante até a obtenção da solução definitivamente controlada.

No caso, nos referimos à possibilidade de invenção dos alunos ou busca por outras formas de resolução diante dos acertos e, principalmente, dos erros que cometeram na busca por aspectos em comum de suas experiências para que a invenção atue livremente. A nosso ver, são nos erros que, não somente o aluno, mas o professor pode se voltar a refletir sobre quais dificuldades o aluno possui em inferir sobre as invenções e demostrações que, no caso, demostram ser bem melhor visualizadas se os sujeitos, no momento de exposição de suas respostas, podem discutir e expor oralmente suas questões.

De acordo com Johannot (1947, p. 38) “diante da primeira dificuldade há um retorno para o nível onde o sujeito compreende mais claramente os dados do problema”. Em nossas observações, o aluno, ao defrontar-se com os problemas e suas dificuldades, recorre a outras formas de solução que não da forma mais elaborada (ou formal) e sim àquela que chegue a resposta de outra forma.

Isso é visível quando, em alguns casos, o aluno, mesmo reconhecendo que há uma forma algébrica para a resolução da questão e a desconhecendo, usa de outros meios para se chegar à resposta, no caso, o aritmético ou até mesmo o gráfico, mas que ele compreenda. Isso é revelado principalmente nas respostas aos problemas mais difíceis do conjunto de problemas matemáticos em que há muitas variáveis e informações contidas na questão e que devem ser consideradas como mostra a Figura 09 e 10.

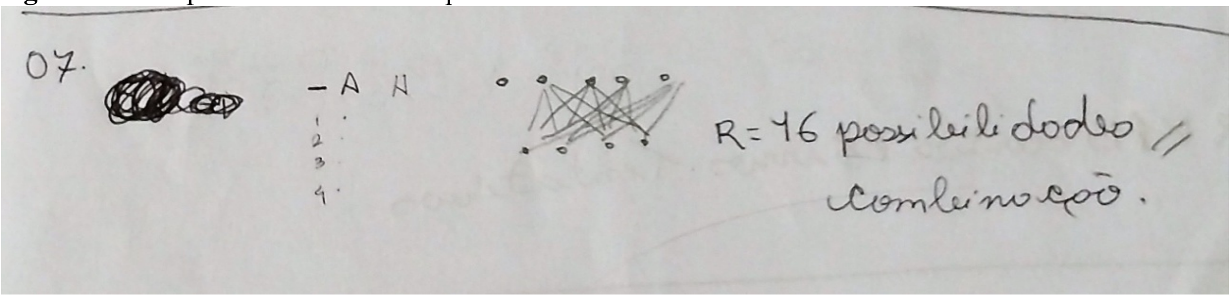
Figura 9 - Resposta do aluno 18 na questão 8



***Fonte**: Autor.*

A questão 08 possui o seguinte enunciado ‘Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para crianças o equivalente a 2/3 do valor para adultos. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R$ 8.125,00. Com base nessas informações, calcule o valor que a agência cobrou de um adulto e de uma criança para realizar esse passeio’. Observe que o pedagogo (figura 09) tenta elaborar uma forma aritmética em busca de uma solução, mas desiste e chega a rasurar seu raciocínio, optando por uma ‘regra de três’ que, por sinal, possui um elemento desconhecido a ser encontrado (x). Contudo, bem antes já teria tentado a solução via cálculo direto de 2/3 (valor correspondente ao adulto), mas não prosseguiu.

Figura 10 - Resposta do aluno 02 na questão 07.



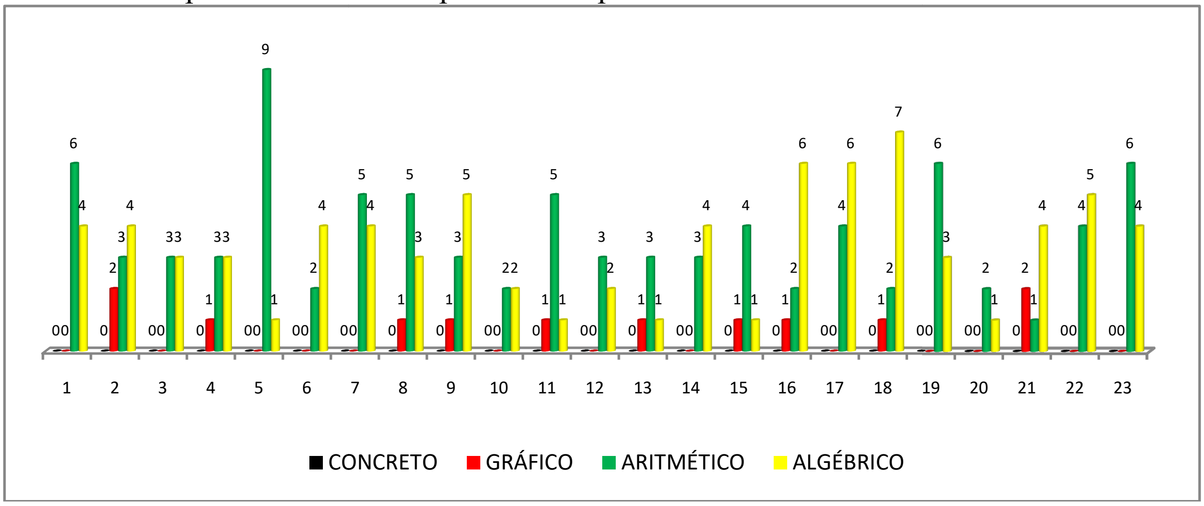
Fonte: Autor

Já na figura, 10 diante da questão ‘Se forem colocadas 5 pessoas em fila, de quantas maneiras diferentes pode-se formar essa fila de modo que a primeira pessoa da fila seja sempre a mesma?’ (Questão 07), o aluno tenta inicialmente desenvolver por um raciocínio, mas sua estratégia é refeita ao ponto de representar graficamente as possibilidades.

Em ambas as estratégias, os sujeitos utilizaram de aspectos intuitivos e dedutivos com vistas a se chegar à resposta, como bem expressa. Johannot (1947, p. 149): ‘a intuição é um instrumento de invenção, não podemos fazer conquistas científicas apenas pela dedução’. Ou seja, partindo da compreensão e da tentativa de resolver os problemas, a intuição atuou como responsável pela elaboração do conhecimento, enquanto que a lógica atua como elemento de sistematizações, generalizações e organização das ideias. Alves e Borges Neto (2009). Isso força o aluno a usar da relação de indução e dedução de modo que, implicitamente, a intuição esteja atuando (Bergson *apud* Alves; Borges Neto, 2008), em contraponto, alguns desses raciocínios não levaram à resposta correta, revelando que nesse momento nem sempre as premissas levantadas são demonstráveis e verdadeiras, restando-lhe, então, a busca por alternativas que possam ser possivelmente demonstráveis.

Como sistematização das respostas apresentadas por cada aluno, no gráfico a seguir (Gráfico 5), classificamos não mais os alunos, mas o quantitativo de questões resolvidas por cada aluno frente aos tipos de raciocínio que expuseram.

Gráfico 5 - Tipos de raciocínios apresentados por cada aluno.



Fonte: Autor.

Notemos neste gráfico que não há qualquer aluno que mantenha suas hipóteses fundamentadas em um único tipo de raciocínio. A maioria expõe suas respostas com base em dois tipos de raciocínio, o aritmético e o algébrico. Já dez dos alunos utilizam, além dos dois já citados, o raciocínio gráfico em suas respostas.

Todavia, há alunos que, dentre os raciocínios apresentados, há um tipo que prevalece perante os outros, ou seja, nos alunos 01,05, 19 e 23 prepondera o raciocínio aritmético, já os alunos 16, 17 e 18 se destacam pelo algébrico, enquanto que os demais apresentam variações entre o gráfico, o aritmético e o algébrico.

Johannot (1947), além da grande contribuição no campo da compreensão do raciocínio matemático, em sua obra 'O raciocínio matemático do adolescente'[10] reserva um espaço para ponderações tanto pedagógicas como psicológicas nas considerações finais. Isso revela, a certo modo, o encontro de duas áreas que, como o próprio autor coloca, "certos professores do ensino secundário mostram uma repugnância marcante por tudo relacionado a psicologia" (JOHANNOT, 1947, p.157). Por isso, o destaque para a preocupação em conciliar áreas comumente distintas, não obstante de importante interdependência no ensino escolar.

Claro que considerações mais profundas que envolvam questões psicológicas dentro da sala de aula requerem um estudo e conhecimentos mais elaborados pelo professor. Contudo, muitos são os trabalhos que permitem oferecer ao professor a segurança de uma boa estratégia pedagógica, tendo como referência pontos ligados à psicologia. Em particular, ao analisar a obra de Johannot, percebe-se que, desde o início, suas contribuições buscam

[10]Le raisonnement mathématique de l'adolescent (1947).

conciliar as questões pedagógicas às psicológicas, embora, para as primeiras, não haja um debruçamento contundente quando se visualiza a manifestação de uma proposta metodológica bem diferente dos aspectos psicológicos que o autor analisa com certa profundidade, compreensível de certo modo, por não se voltar ao ensino, mas ao entendimento sobre os diferentes raciocínios matemáticos.

Expostas essas questões, o entendimento sobre o raciocínio matemático dos pedagogos sugere, na mais preliminar das análises, a preocupação com que esse grupo se insere no campo acadêmico, com algumas dificuldades na resolução de problemas matemáticos, preocupação que recai com maior importância ao considerar que, brevemente, suas práticas terão como desafio o ensinar matemáticas a outros, ou seja, o panorama de formação de professores para o ensino de matemática ainda desponta com déficits tanto na estruturação do currículo como no acolhimento e reestruturação do que compreendem sobre matemática.

Quando o pedagogo se depara com o desafio de ensinar matemática, como já dito, é possível que recorra às práticas por ele tanto compreendidas enquanto estudante da Educação Básica. Ocorre que, de posse do conhecimento de como os alunos podem manifestar seus raciocínios, os pedagogos terão muito mais ferramentas para consolidar seu planejamento em algo mais firme e susceptível de melhorias. Por exemplo, ao identificar que a maioria das respostas de um aluno perfazem o raciocínio gráfico, é perfeitamente coerente que, no conjunto das tarefas colocadas, haja situações ou problemas que vislumbrem o pensamento hipotético, bem como aqueles que já se encontram no raciocínio algébrico, questões mais complexas que podem ser representadas por teoremas e fórmulas.

Em face deste contexto, as diferenças entre pedagogos e matemáticos são consideravelmente minimizadas, ao ponto que o primeiro é impelido a manifestar e buscar o interesse pelo conhecimento técnico diante das possíveis manifestações do raciocínio do aluno bem como o segundo utiliza deste conhecimento já adquirido das técnicas e estratégias para melhor ensinar àqueles que ainda manifestam o raciocínio do tipo gráfico e até o concreto. Esta convergência propicia a ambos, efeitos positivos tanto em suas práticas como nos aspectos envolta do ensino.

A seguir, tratamos de consolidar as principais considerações quanto aos tipos de raciocínio matemático manifestados pelos pedagogos e suas possíveis implicações no campo de sua formação e prática como professores da Educação Básica.

5 CONSIDERAÇÕES

Numa visão bem objetiva, este trabalho propôs analisar as estratégias apontadas pelos alunos do Curso de Pedagogia da UFC a partir da resolução de problemas matemáticos interpretando suas respostas, fundamentando-se da classificação do raciocínio matemático já realizada por Johannot. Dessa forma, estabelecemos uma relação do ponto de vista analítico entre os dois trabalhos, porém, diferente de Johannot, não nos voltamos à análise psicológica dos resultados, e sim para a particularidade matemática das respostas como foco na construção de melhores estratégias seja na formação de professores ou no ensino das matemáticas em sala de aula.

Como resultado da categorização dos raciocínios, em nossa pesquisa, o pedagogo retorna a um nível anterior de raciocínio na busca de uma base cognitiva que corrobore que sua hipótese naquele momento. De posse desse conhecimento, o professor passa a compreender e dispor de múltiplas formas sobre como planejar e melhor mediar suas ações frente aos alunos. Essa posição toma maior importância quando se trata de pedagogos, pois já tomam como condição mínima o conhecimento sobre esses raciocínios em seu processo de formação.

Ao analisar as respostas dos pedagogos, percebemos que em todas as escritas uma facilidade em representar as questões tanto do tipo quaternárias como ternárias (campo multiplicativo) através dos raciocínios gráficos e aritméticos. Porém, seja para as questões tipificadas como de dificuldade fácil, médio e difícil (tabela 1), o uso do raciocínio algébrico é visivelmente escasso diante dos demais raciocínios. Isto revela de forma bem explicita a dificuldade que o pedagogo possui em representar seus raciocínios de forma algébrica.

Com esse conhecimento, qualquer iniciativa didática a ser tomada pelo professor, caso não tenha um bom instrumento didático-metodológico, não atuará a contento em seu planejamento e, possivelmente, aprendizagens não ocorrerão de fato e dúvidas ainda permanecerão quanto à forma de ensino. Nesse caso, destacamos a metodologia SF como referência no que permite ao professor a construção de um novo e significativo conhecimento, tanto seu como do aluno, pois a ação de mediação do professor aliada à ideia que o aluno precisa debruçar-se sobre questões que lhes são colocadas permitirá que o aluno protagonize processos de investigação do saber muitos mais ricos que aqueles nos quais predominam a repetição, memorização e uso de modelos matemáticos já fixados e trazidos pelo professor.

Ao observar várias aulas da professora titular da turma nesta pesquisa, pude perceber, no decorrer das atividades, e constatar no final da coleta das informações que o uso desta metodologia requer uma nova postura por parte do professor, tanto em reavaliar seu papel como do aluno na óptica de um novo acordo didático em que ambos se sintam investigadores, um para deter mais segurança e estar preparado para as mudanças e tratamento com os conteúdos matemáticos e o outro para adquirir autonomia frente à própria produção do conhecimento. Desta forma, a SF alavancou ricos e interessantes momentos de discussão entre os alunos e a professora por nela essencialmente conter fortes elementos que asseguram ao docente várias premissas de aspecto investigativo, seja na sua própria ação como pesquisador bem como na mediação de processos semelhantes com os alunos.

Diante das observações perante os raciocínios matemáticos manifestados pelos pedagogos, foi perfeitamente possível que tais ideias pudessem ser classificadas de acordo com a categorização feita por Johannot em seu trabalho. Embora que, em seus estudos, seu público-alvo foram adolescentes entre treze e dezenove anos, nesta pesquisa verificamos que, ao analisar as respostas dos pedagogos, estes apresentaram de maneira muito clara raciocínios do tipo gráfico, aritmético e algébrico.

Especificamente, ao tratar das questões em que os pedagogos tiveram maiores dificuldades para encontrar a resposta correta, grande parte no desenvolvimento de suas respostas recorreram a um tipo de raciocínio anterior ao que normalmente estariam usando nas outras questões de menor complexidade. Isso revela-nos, então, que, para questões mais difíceis, normalmente os pedagogos recorriam ao raciocínio do tipo gráfico e ou aritmético.

Tendo como base as análises realizadas sobre o raciocínio matemático dos pedagogos, há problemas que implicitamente são mais bem visualizados pelo raciocínio aritmético ou mesmo o gráfico que o algébrico em que coube ao pedagogo optar por qual melhor forma usaria para entender e refletir sobre o problema. O raciocínio algébrico, por ser a maneira mais formal, abstrata e de grande generalização, é muito comum de ser usado pelo aluno a partir da memorização frente a outras questões semelhantes e não como produto de suas intuições, deduções e generalizações.

Nesta direção, o uso do conhecimento sobre os diferentes raciocínios matemáticos na formação do pedagogo para o ensino de matemática além de expor suas dificuldades e percepções diante de problemas matemáticos, isto passa a oferecer melhores instrumentos de mediação para o ensino, ou seja, o professor de matemática já tendo trabalhado estas particularidades, muito mais preparado estará quando submeter-se a ensinar uma turma da Educação Básica.

Até então com o conhecimento técnico adquirido sobre estas manifestações o pedagogo necessitará de um instrumento eficaz de proposição e discussão destas questões em sala de aula, algo que se distancie das memorizações mecânicas e sem sentido, uma metodologia que alavanque a reflexão e descoberta pelo próprio aluno do saber a ser adquirido.

Pela interlocução de um novo saber, tendo como base um conhecimento já estruturado, entende-se que o sujeito constrói aprendizagens de maior qualidade quando bem mediado com os objetos de estudo. Prova disso é o fato que, em algumas questões, o uso do raciocínio algébrico foi visível. Contudo, houve certa dificuldade do aluno em justificar o uso de tal estratégia. O aluno sabia perfeitamente usar do mecanismo algébrico, mas não era capaz de explicar de uma forma mais lógica como chegou àquela escolha.

Desta forma, ao ter a compreensão de como se manifesta diferentes raciocínios frente a variados problemas matemáticos, isso aumenta consideravelmente ao professor seu campo de atuação, tanto no planejamento como em intervenções didáticas, no decorrer do processo de ensino. Contudo, saber unicamente como se apresenta esses raciocínios não garante bons resultados, mas direciona o professor a utilizar de uma boa sequência didática.

Embora não tenha sido o foco desta pesquisa abordar com a necessária profundidade os aspectos psicológicos, tanto na coleta das informações como na análise dos resultados, como bem o fez Johannot em seu trabalho, compreendo que o entendimento sobre como o aluno esboça seu pensamento matemático frente a um problema aliado a outros aspectos da prática do professor perfazem um rico e frutífero campo de reflexão e melhoria das aprendizagens a serem concebidas. Desta forma, é possível o aprofundamento das questões relativas à compreensão desses raciocínios no que se refere principalmente ao planejamento, às práticas didáticas do professor e a sua formação em serviço.

Partindo de uma ação mais contundente quanto às questões relativas à psicologia e à didática da sala de aula, é possível que um trabalho pioneiro seja desenvolvido quanto ao entendimento destes raciocínios matemáticos à luz das práticas usuais do fazer pedagógico como o planejamento, o uso de metodologias de ensino, os processos de avaliação e, principalmente, a formação do professor que ensina matemática. Almejo que este trabalho possa alavancar essas e outras vertentes de pesquisa de modo que novas e melhores estratégias frente aos desafios da formação de pedagogos possam substanciar aqueles (as) que atuam diretamente no ensino da matemática aos alunos da Educação Básica do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

ALVES, Francisco Regis V.; BORGES NETO, Hermínio; MACHADO, Rosélia Castro. Matemáticos educadores e suas reflexões pedagógicas. *In*: COLÓQUIO DE HISTORIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA,4., 2008, [Fortaleza]. **Anais...** [Fortaleza]: UFC, 2008. p. 1-8.

ALVES, Francisco Regis Vieira; BORGES NETO, Hermínio. A intuição na Sequência Fedathi: uma aplicação no Ensino Médio. **Conexões-Ciência e Tecnologia**, Fortaleza, v. 3, n. 1, p. 30-41, 2009. Disponível em: <http://conexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/article/view/126/117>. Acesso em: 8 maio 2017.

AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARRETO, Marcília C.; GOMES, Alex Sandro; CASTRO FILHO, José Aires. Competências matemáticas de alunos de primeiro e segundo ciclos em situações aditivas e multiplicativas. *In:*Encontro Nacional de Educação Matemática, 8. , 2004, Recife. **Anais...** Recife: [s.n], 2004. p. 1-10.

BARRETO, Marcília Chagas. **O Desenvolvimento do Raciocínio Matemático**: algumas questões acerca do telensino cearense. 2001. 168f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Programa de Doutorado em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, 2001. Disponível em: <http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/teses-dissertacoes/dissertacao_marcilia.pdf>. Acesso em: 13 set. 2016.

BEZERRA, A. M. A. A compreensão do Plateau no campo do ensino das Ciências. *In*: BORGES NETO, Hermínio (Org.). **Sequência Fedathi além das ciências duras.** Curitiba: CRV, 2017. p. 45-46. (Coleção Sequência Fedathi).

BORGES NETO, Hermínio; CAMPOS, Márcia. O ensino de matemática: analisando o raciocínio matemático do mediador. *In:*ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, 14. , 1999, Salvador. **Anais eletrônicos...** Salvador: UFBA, 1999. p. 271. Disponível em: <http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/congressos/congressos-o-ensino-de-matem%E1tica-analisando-o-raciocinio.pdf>. Acesso em: 9 out. 2016.

BORGES NETO, Hermínio; DIAS, Ana Maria Iorio. O Desenvolvimento do raciocínio matemático na pré-escola.*In*: Diretoria de Desenvolvimento Curricular (Org.). **Material didático do curso de capacitação**. Fortaleza: Secretaria de Educação Básica do Ceará, 1991. v. 2, p. 91-115. Disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/arquivos/fontes/Desenvolvimento_Raciocinio_Matematico.pdf>. Acesso em: 30 maio 2017.

BORGES NETO, Hermínio; SANTANA, José Rogério. Fundamentos epistemológicos da teoria de Fedathi no ensino de Matemática. *In*: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE:EDUCAÇÃO, DESENVOLVIMENTO HUMANO E CIDADANIA,15. ,2001, São Luís. **Anais eletrônicos...** São Luís: UFBA, 2001. p.594. Disponível em: <http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/fedathi/fedathi-fundamentos-epstemologico-da-teoria.pdf>. Acesso em: 5 jun. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2015. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2017.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e métodos da didáctica da Matemática. *In*: BRUN, Jean. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1, p. 35-113.

BURIGO, Elisabete Zardo. **Movimento da matemática moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1989.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASPÓN, Josep. **Estudar matemáticas:** o elo PERDIDO entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

CRUZ, Frederico F. S.; REZENDE JUNIOR, Mikael F.; SOUZA, Sonia M.S.C. A teoria dos campos conceituais e as situações escolares. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 5. ,2005, Bauru. **Atas do V ENPEC**... 2005. Bauru: [s.n], 2005. p. 1-15.

CURI, Edda. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 37, n. 5, p. 1-10, jan./abr. 2005. Disponível em: <http://rieoei.org/1117.htm>. Acesso em: 11 dez. 2016.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** da teoria à prática**.** São Paulo: Papirus, 1996.

DIAS, André Luís Mattedi. O movimento da Matemática moderna: uma rede internacional científica-pedagógica no período da Guerra Fria. *In:*JORNADAS LATINO-AMERICANAS DE ESTUDOS SOCIAIS DAS CIÊNCIAS E DAS TECNOLOGIAS, 7., 2008, Rio de Janeiro. **Anais...**Rio de Janeiro:UFRJ, 2008. p. 1-22.

FERREIRA, Henrique da Costa. **A teoria piagetiana da equilibração e suas consequências educacionais.** Bragança, PT: Instituto Politécnico de Bragança, 2003. (Série Estudos, n. 55)

FERREIRA, Maria Aparecida Gomes. Aluno domesticado vs aluno reflexivo: a visão do licenciando sobre o papel do aluno em sua futura prática pedagógica. **Revista Linguagem & Ensino**, v. 4, n. 2, p. 107-122, 2001. Disponível em: <http://www.rle.ucpel.tche.br/index.php/rle/article/view/257/223>. Acesso em: 3 jun. 2017.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Revista Zetetikê,** Campinas, v. 3, n. 4, p. 1-38,1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877/15035>. Acesso em: 4 jun. 2017.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Pedagogia da pesquisa-ação. **Educação e pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005. Disponível em: <http://www.revistas.usp.br/ep/article/view/27991/29774>. Acesso em: 3 nov. 2016.

GOMES, Jacqueline Oliveira de Melo. **A formação do professor de Matemática**: um estudo sobre a implantação de novas metodologias nos cursos de Licenciaturas de Matemática da Paraíba. 2006. 125p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Centro de Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2006.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **Dimensões Históricas na Formação de Professores que Ensinam Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. 693p. (Didática e prática de ensino).

GOMES, Maria Laura Magalhães. Um livro didático da França iluminista: a Aritmética de Condorcet. **Zetetiké**, v. 9, n. 1-2, p. 119-154, jan./dez. 2001. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646936/13838>. Acesso em: 7 maio 2017.

JOHANNOT, Louis. **Recherchessurleraisonnementmathématique de l'adolescent**. Geneva: Delachaux: Niestlé, 1947.

KLINE, Morris. **O fracasso da Matemática moderna.** Tradução de Leonidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: Ibrasa, 1976.

KREMŽÁROVÁ, LILLA. La théorie des champs conceptuels: l‟‟ exemple de la construction d‟‟ une simulation géométrique d‟‟ une machine à dessiner. În: Acta DidacticaUniversitatisComenianae. Mathematics, n. 8, 2008.

KREMŽÁROVÁ, Lilla; La Théorie des Champs Conceptuels: l'exemple de la constructiond'une simulation géométriqued'une machine à dessiner. In : **Acta Universitatis Didactica Comeniana e Mathematics.** 77 ed**.** 2008.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Piaget**: sugestão aos educadores. Petrópolis: Vozes, 1998.

MACHADO, Nilson José. **Educação** :competência e qualidade. São Paulo: Escrituras, 2009. 37 v. (Coleção Ensaios Transversais).

MAGALHÃES, Elisângela Bezerra. **A Sequência Fedathi na deficiência visual**. 2015. 135f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

MAGINA, Sandra M.P. et al. As estratégias de resolução de problemas das estruturas aditivas nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental. **Revista Zetetiké,** Campinas, v. 18, n. 34, p. 15-50, jul./dez. 2010. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646679/13581>. Acesso em: 25 abr. 2017.

MAGINA, Sandra Maria; SANTOS, Aparecido dos; MERLINI, Vera Lucia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciênc. Educ**., Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-133, 2014. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v20n2/1516-7313-ciedu-20-02-0517.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2016.

MENDONÇA, Adriana Ferreira; BORGES NETO, Herminio (Org.). **Sequência Fedathi no ensino da Matemática.** Curitiba: CRV, 2017.

MORAES, Denise Rosana da Silva, PERAÇOLI, Valdomiro Delantonia. Contribuições pedagógicas da Informática no processo de ensino-aprendizagem da Matemática no Ensino Médio: desafios e possibilidades. *In*: Paraná. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. **Gestão escolar**. 2009. (Caderno temático). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2087-6.pdf>. Acesso em : 21 maio 2017.

MOREIRA, Marco Antonio. Teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências,** v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002. Disponíveis em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/569/361>. Acesso em: 3 abr. 2017.

NÉBIAS, Cleide. Formação dos conceitos científicos e práticas pedagógicas. **Interface-Comunicação, Saúde, Educação**, Botucatu, v. 3, n. 4, p. 133-140, fev. 1999. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1414-32831999000100011&lng=pt&nrm=iso&tlng=pt>. Acesso em: 23 ago. 2016.

OLIVEIRA FILHO, Francisco. **O SMSG e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.

OLIVEIRA, S. S.; BORGES NETO, Hermínio; CARVALHO, S. S. Experiências de formação de professores em informática educativa no NTE do município de Fortaleza. *In*: ENCONTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DA UNIFOR, 2. , 2002, Fortaleza. **Anais**... Fortaleza: Unifor, 2002.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Formação de professores urgentes na licenciatura em matemática. *In*: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Org.). **Educação Matemática no Ensino Superior**: pesquisas e debates. Recife: SBEM, 2009. p. 169-187.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-MathematicsEducationBulletin**, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

PEDROSA, V. N. M. A Análise de erros contribuindo para o ensino de frações em um ambiente virtual de ensino. *In*: BORGES NETO, Hermínio (Org.). **Sequência Fedathi no ensino de Matemática.** Curitiba: CRV, 2017. p. 137-146.

PERRENOUD, Philippe. **Práticas Pedagógicas, profissão docente e formação**: perspectivas sociológicas. Lisboa: Dom Quixote, 1993.

PIAGET, Jean. **A construção do real na criança**. São Paulo: Ática, 2001.

PIAGET, Jean. **A Epistemologia Genética**. Tradução de Nathanael C. Caixeira. Petrópolis: Vozes, 1971.

PIAGET, Jean. **O nascimento da inteligência na Criança**. Lisboa: Dom Quixote, 1982.

PIETROPAOLO, Ruy César. Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental. **Revista daSociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, n.11, p. 34-38, abr. 2002.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, João Pedro da; MATA-PEREIRA, Joana; HENRIQUES, Ana. O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 355-377, jul./dez. 2012. Disponível em: <http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/4698/3212>. Acesso em: 29 nov. 2016.

PONTE, João Pedro. **Educação Matemática:** temas de investigação. Lisboa: Instituto da Inovação,1992.

PULASKI, Mary Ann Spencer. **Compreendendo Piaget**: uma introdução ao desenvolvimento cognitivo da criança. Rio de Janeiro: Guanabara koogan, 1986.

RUSSEL, S. Mathematical reasoning in the elementary grades. In: STIFF, L. V.; CURCIO, F. R. (Eds.). **Developingmathematicalreasoning in grades K-12**. Reston: NCTM, 1999. p. 1-12.

SANTOS, Maria José Costa dos. A formação do Pedagogo para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: reflexões dedutiva e epistemológica. CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14.,**Anais**... [S.l: sn], 2015.

SANTOS, Maria José Costa dos. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas**:desafio para a formação inicial. 2007. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007.

SANTOS, Maria José Costa dos. Reflexões sobre a formação de educadores matemáticos: a metodologia de ensino Sequência Fedathi. *In*: DIAS, Ana Maria Iorio; MAGALHÃES, E. B. (Org.); FERREIRA, G. N. L. (Org.). **A aprendizagem como razão do ensino:** por uma diversidade de sentidos. Fortaleza: Imprece, 2016. p. 129-133.

SANTOS, Maria José Costa dos. **Sequência Fedathi:** uma proposta para o ensino de Matemática e Ciências. Fortaleza: UFC, 2013.

SAVIANI, Dermeval. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista brasileira de educação**, v. 14, n. 40, p. 143-155, jan./abr. 2009.

SCHEFFLER, Guilherme Luiz. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud e o ensino da radioatividade**. 2011. 39f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação Licenciatura em Química) – Instituto de Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/37273>. Acesso em: 15 dez. 2016.

SCHÖN, Donald A. **Educando o profissional reflexivo**: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Penso Editora, 2009.

SERRAZINA, Lurdes et al. Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. JP Ponte, C. Costa, AI Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo & AF Dionísio (Eds.), **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Porto: Porto Editora. p. 41-58, 2002.

SILVA, A. F. G. Uma experiência de aplicação da Sequência Fedathi no ensino de Física. *In*: SOUSA; F. E. E.; VASCONCELOS F. H. L.; BORGES NETO H. (Org.). **Sequência Fedathi**: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza: UFC, 2013. p. 119-128.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **A Matemática na Educação Infantil:** a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artemed, 2000.

SOUZA, A. M.; SANTANA, J. R.; SANTOS, M. J. C. A Sequência Fedathi para uma aprendizagem significativa da função afim: uma proposta didática com o uso do software Geogebra. *In*: SANTOS, M. J. C; MATOS, F. C. C.; MAGALHÃES, E. B. (Org.). **As dimensões epistemológicas do saber matemático.** Curitiba: CRV, 2016. p. 63-68.

SOUZA, M. J. A. O ensino de números fracionários na formação inicial do professor: contribuição da Sequência Fedathi.*In*: SOUSA, F. E. E.; VASCONCELOS, F. H. L.; BORGES NETO, H. (Org.). **Sequência Fedathi**: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática.. Fortaleza: UFC, 2013. p. 119-128.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da educação matemática:considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. **Bolema**, Rio Claro, v.23, n.35, p. 123-136, abr. 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/160381/3735-18103-1-PB1.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 25 jan. 2017.

VERGNAUD, Gérard. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 17, n. 2, p. 167-181. 1998.

VERGNAUD, Gérard. **Lev Vygotski:** pedagogo e pensador do nosso tempo. Tradução de AyallaKluwe de Aguiar. Porto Alegre: GEEMPA, 2004.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos campos conceituais. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 1. , 1993, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro:[s.n], 1993. p. 1-26.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

WADSWORTH, Barry. **Inteligência e afetividade da criança**. 4. ed. São Paulo: Enio Matheus Guazzelli, 1996.

WIELEWSKI, Gladys Denise. O movimento da matemática moderna e a formação de grupos de professores de matemática no Brasil. Lisboa. *In*: **ProfMat2008 Actas.** Lisboa:Associação de Professores de Matemática, 2008. p. 1-10.

ANEXOS

Anexo I–Conjunto de problemas apresentados aos para os alunos do Curso de Pedagogia[11]

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Faculdade de Educação (FACED)
Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE)
Curso de Mestrado em Educação em Ensino da Matemática

Pesquisa voltada a Dissertação de Antonio Marcelo Araújo Bezerra

Aluno (a) ____

01 - Para fazer 16 calças, gastamos 24 metros de tecido. Quanto gastaremos para fazer 10 calças?

02 - Em uma Câmara de Vereadores, cada quatro vereadores possuem 6 assessores parlamentares. Se a Câmara possui 10 vereadores, quantos são os assessores parlamentares?

03 - Na realização de um concurso, os participantes devem responder a um total de 20 questões. Para cada resposta correta o candidato ganha 3 pontos e para cada resposta errada perde 2 pontos. Determine o número de acertos e erros que um candidato obteve considerando que ele totalizou 35 pontos.

04 - Otávio tem três camisas: uma branca, uma azul e uma vermelha. Tem também duas calças: uma preta e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Otávio pode se vestir utilizando camisa e calça?

05 - Uma certa quantidade de suco foi colocado em latas de 2 litros cada uma, obtendo-se assim 60 latas. Se fossem usadas latas de 3 litros, quantas latas seriam necessárias para colocar a mesma quantidade de suco?

06 - Maria e Alfredo foram almoçar em um restaurante a quilo. Maria pagou R$ 15,65 por 450 g de comida e por um suco de laranja. Alfredo consumiu 600 g de comida e dois sucos de laranja. Se o suco de laranja custa R$ 3,50, quanto Alfredo pagou?

07 - Se forem colocadas 5 pessoas em fila, de quantas maneiras diferentes pode-se formar essa fila de modo que o primeira pessoa da fila seja sempre a mesma?

08 - Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para crianças o equivalente a 2/3 do valor para adultos. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R$ 8.125,00. Com base nessas informações, calcule o valor que a agência cobrou de um adulto e de uma criança para realizar esse passeio.

09 - Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias?

10 - Carlos e André compraram um terreno, sendo que cada um contribuiu com parte do valor total pago. Sabe-se que a parte de André equivale a 60% da parte de Carlos, e que a diferença entre a metade da parte de Carlos e a terça parte da de André é igual a R$ 25.500,00. Pode-se concluir, assim, que o valor total pago na compra desse terreno foi de?

[11] Fonte: Antor

Anexo II – Programa da Disciplina do Ensino da Matemática

FACULDADE DE EDUCAÇÃO -FACED
DEPARTAMENTO DE TEORIA E PRÁTICA DE ENSINO -DTPE
CURSO DE LICENCIATURA EM PEDAGOGIA
Profa. Maria José Costa dos Santos

Programa da Disciplina Ensino de Matemática

Descrição do Conteúdo/Unidades
1. Educação matemática –Unidade 1
1.1 apresentação da dinâmica da disciplina –Acordo Didático –aula 1
1.2 Professor de matemática, o matemático e o pedagogo –aula 1
1.3 PCN de Matemática-síntese –aula 2
1.4 Metodologias para o ensino da Matemática: a Sequência Fedathi (planejamento da prática)–aula 3

2. Conceito de número natural –Unidade 2
2.1 A concepção de número segundo Piaget –método clínico de Piaget –aula 4
2.2 A criança e o número de Constance Kamii –aula 5
2.3 Atividade –objeto educacional -Software A Fazenda –aula 6

3. Sistema de numeração –Unidade 3
3.1 Sistema de numeração decimal: histórico e características –aula 7
3.2 Sistema de numeração decimal: jogos–aula 8

4. Operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) e osnúmeros naturais –Unidade 4
4.1 As quatro operações–aula 9
4.2 Teoria dos campos conceituais e situações -problema–aula 10
4.3 Resolução de problemas e a Sequência Fedathi –aula 11

5. Raciocínio algébrico –Unidade 5
5.1 O desenvolvimento do raciocínio algébrico -software a balança interativa – aula 12
5.2 Situações- problemas e os campos conceituais – aula 13

6. Geometria –Unidade 6
6.1 Comparação de objetos geométricos espaciais e planos –aula 14
6.2 Teoria de van Hiele –níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico–aula 15
6.3 Geometria topológica e projetiva –aula 16

7. Sistemas de medidas –Unidade 7
7.1Tipos de grandezas: comprimento, área, capacidade, massa, tempo e temperatura –aula 17
7.2 Medidas padronizadas e não –padronizadas –aula 18

8. Números racionais –Unidade 8
8.1 Conceito, representação e operações com fracionários –aula 19

8.2 Frações decimais e situações problemas desafios –aula 20
8.3 As frações equivalentes (régua de frações) –aula 21

9. Educação Estatística–Unidade 9
9.1 Estatística, probabilidade e dados (coleta, organização e descrição) em tabelas e gráficos. -aula 22
9.2 Oficina de construção de gráficos a partir de análise de situações-problemas do cotidiano -aula 23

2. Metodologia de Ensino
Aula expositiva dialogada; dinâmicas de grupos; leituras e estudos de textos e sínteses em grupos; pesquisas orientadas; oficinas pedagógicas baseadas nas propostas metodológicas e de mediação usando materiais, tais elaboração de QVL, Tangran, poliedros, e objetos de aprendizagem, bem como, orientações para análise de um livro paradidático, atividade prática na escola e orientação de elaboração de artigo, listas de situações problemas para resolver em sala e em casa, assistir em sala discutir e analisar vídeos educativos sobre a temática, análise de objetos de aprendizagem para a construção do conceito de número, exposição e debate sobre propostas metodológicas e teorias da Educação matemática.