



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

MARINA ALVES MAIA

**OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DE *RISERS* COMPÓSITOS UTILIZANDO
ALGORITMOS BIOINSPIRADOS**

FORTALEZA

2017

MARINA ALVES MAIA

OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DE *RISERS* COMPÓSITOS UTILIZANDO
ALGORITMOS BIOINSPIRADOS

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Evandro Parente Junior, D.Sc.

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- M187o Maia, Marina Alves.
Otimização multiobjetivo de risers compósitos utilizando algoritmos bioinspirados / Marina Alves Maia. –
2017.
126 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia,
Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2017.
Orientação: Prof. Dr. Evandro Parente Junior.
1. Risers . 2. Compósito laminado. 3. Otimização multiobjetivo. 4. Algoritmos bioinspirados. I. Título.
CDD 620
-

MARINA ALVES MAIA

OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DE *RISERS* COMPÓSITOS UTILIZANDO
ALGORITMOS BIOINSPIRADOS

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em __/__/__.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Evandro Parente Junior, D.Sc. (Orientador)
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof. Antônio Macário Cartaxo de Melo D.Sc.
Universidade Federal do Ceará - UFC

Elias Saraiva Barroso, M.Sc.
Universidade Federal do Ceará - UFC

A Deus.

Aos meus pais, Liduina e Carmélio.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, a Deus.

À minha mãe, Liduina Alves, por ser meu porto seguro e a mulher mais forte e acolhedora que conheço e por me apoiar de todas as formas. Ao meu pai, Carmélio Maia, pelo amor e carinho de todos os dias.

À minha irmã, Mariana, pelo apoio e por me incentivar a sempre entregar o melhor em todos os aspectos da vida.

Às minhas tias, Palma e Jacinta, pelo cuidado e carinho diário.

Aos amigos que conheci nesta jornada, em especial, Lília, Wendy, Marília, Renan, Gledson e Geovanny, pela amizade e pelos inúmeros momentos de alegria em meio a prazos e provas.

Ao meu namorado, Luiz Henrique, pelo incentivo constante, paciência e carinho, especialmente nos dias mais difíceis de trabalho.

Aos amigos que tive a oportunidade de conhecer durante o intercâmbio, Laís, Pedro, Samir, Juliana, Sérgio e Augusto, pela amizade e apoio na experiência de uma vida.

Aos colegas de laboratório do LMCV, e, em especial, Juliana Cunha e Elias, pela ajuda e disposição desde o primeiro dia.

Ao meu orientador, Evandro Parente Junior, por ser um exemplo de profissional dedicado e uma inspiração ao longo destes três anos de trabalho.

RESUMO

Características como altas relações resistência/ peso e rigidez/ peso e boa resistência à corrosão e fadiga tornam os materiais compósitos bastante atrativos para a indústria de petróleo e gás, particularmente para a fabricação dos *risers*, tubos que conectam a unidade flutuante *offshore* aos dutos e equipamentos situados no fundo do mar e tradicionalmente feitos de aço. Os compósitos laminados reforçados por fibras, em especial, são altamente adaptáveis e possibilitam que o *riser* seja moldado de forma a respeitar restrições de fabricação, segurança e estabilidade sujeito a diversas condições de carregamento. O presente trabalho se propõe a implementar um algoritmo inspirado em processos da natureza, especificamente o Algoritmo Genético de Classificação por Não-dominância (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm II – NSGA-II*), e incluí-lo em uma formulação capaz de otimizar *risers* compósitos na configuração de catenária livre que considera múltiplos casos de carga e múltiplas funções objetivo. A análise estrutural do *riser* é realizada por um modelo de cabo inextensível que considera cargas estáticas verticais, *offset* da plataforma e cargas de corrente marítima de maneira rápida e satisfatória, especialmente quando comparado ao Método dos Elementos Finitos. Esta formulação é implementada em um programa escrito em C++ denominado *Bio-Inspired Optimization System* (BIOS) desenvolvido pelo Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização da Universidade Federal do Ceará. A validação do algoritmo foi feita em duas etapas: primeiro, foram otimizados problemas *benchmarks* envolvendo funções matemáticas, restritas e irrestritas, e, em seguida, foram selecionados *benchmarks* envolvendo chapas de compósito laminado, sujeitas a restrições de flambagem e primeira frequência natural. Em ambos os casos, os resultados obtidos foram coerentes aos da literatura. Especialmente nos problemas de laminados, a inclusão de operadores específicos para estes problemas se mostrou promissora. Nos problemas de *riser*, foram otimizadas duas combinações de funções objetivo, variando, inclusive, parâmetros de projeto como a lâmina d'água e o ângulo de topo, mostrando a capacidade da formulação em se adaptar e simular cenários diversos e do algoritmo em fornecer múltiplas soluções.

Palavras-chave: *Risers*. Compósito laminado. Otimização Multiobjetivo. Algoritmos Bioinspirados.

ABSTRACT

Features such as high strength/weight and stiffness/weight ratios and high corrosion and fatigue resistance make composite materials appealing to the oil and gas industry, particularly for the manufacture of risers - pipes that connect the floating oil and gas production facility to the pipelines and equipment at the seabed and that are usually made of steel. The use of fiber-reinforced laminated composites, in particular, enable the riser to be tailored to meet manufacturing, safety and stability constraints under different loading conditions. This work proposes the implementation of a nature-inspired algorithm, namely Nondominated Sorting Genetic Algorithm - II (NSGA-II), and its use in a formulation capable of optimizing composite risers in the free-hanging catenary configuration considering multiple load cases and multiple objective functions. An inextensible cable model that considers vertical static loads, floater offset and maritime current loads in a fast and efficient way, especially when compared to the Finite Element Method, performs the structural analysis of the riser. This formulation is implemented in a program written in C ++ called Bio-Inspired Optimization System (BIOS) developed by the Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização of the Universidade Federal do Ceará. A two-step validation was employed in this work: in the first stage, benchmarks problems involving mathematical functions, constrained and unconstrained, were selected and, in the second stage, benchmarks problems involving laminated plates, subjected to buckling and first natural frequency constraints, were studied. Both stages showed results consistent to the literature. The addition of specific operators for the laminated plate problems seemed to be very effective at reducing the number of generations until convergence. To the riser problem, two combinations of objective functions were optimized and different design parameters were studied, such as water depth and top angle, showing the ability of the model to adapt and to simulate several scenarios and the capacity of the algorithm of providing multiple solutions.

Keywords: Risers. Laminated composite. Multiobjective optimization. Bioinspired algorithms.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – <i>Riser</i> na configuração de catenária livre	13
Figura 2 – Diferentes arranjos de fibras	17
Figura 3 – Tipos de laminações quanto à simetria	18
Figura 4 – Diferentes níveis de análise em <i>riser</i> compósito.....	20
Figura 5 – Sistema de coordenadas de uma lâmina.....	21
Figura 6 – Esforços resultantes aplicados ao plano de referência de um laminado	24
Figura 7 – Abordagem tradicional vs abordagem de otimização	32
Figura 8 – Método da Soma Ponderada em Frente Não-Convexa	36
Figura 9 – Representação do conceito de Dominância de Pareto.....	37
Figura 10 – Denominação de Fronteira de Pareto	38
Figura 11 – Aproximação e cobertura da Frente de Pareto	39
Figura 12 - Tipos de Frentes de Pareto.....	39
Figura 13 – Hipervolume dominado para diferentes pontos de referência (z_{ref})	42
Figura 14 – Métodos para diversidade do espaço de objetivos: (a) NSGA (b) NSGA-II.	44
Figura 15 – Estruturas laminadas de Rao e Lakshmi	47
Figura 16 – Configurações mais comuns para <i>risers</i> de produção.....	49
Figura 17 – Orientação das fibras em um <i>riser</i>	51
Figura 18 – Esquema do posicionamento e carregamentos do <i>riser</i>	53
Figura 19 – Posição da junta.....	54
Figura 20 – Fluxograma para Análise Global-Local de <i>risers</i> compósitos.....	55
Figura 21 - Parede de <i>riser</i> compósito	56
Figura 22 – Movimentação do <i>riser</i> devido ao offset do flutuador e à corrente marítima.....	57
Figura 23 - Tubo compósito, laminado e sistema de coordenadas.....	58
Figura 24 – Elemento diferencial de <i>riser</i>	60
Figura 25 – Funcionamento do NSGA-II.....	65
Figura 26 – Codificação e decodificação de variáveis em problemas de laminados	66
Figura 27 – Frentes e cálculo da distância de multidão em problema de minimização	68
Figura 28 – Normalização de indivíduos viáveis de mesmo <i>rank</i> e distância de multidão.....	69
Figura 29 – Elitismo no NSGA-II	70
Figura 30 – Cruzamento utilizando combinação linear.....	71
Figura 31 –Mutaçã.....	71
Figura 32 – Adição e eliminação de lâmina	72

Figura 33 – Troca de lâminas	73
Figura 34 – Cromossomo do material sendo modificado.....	74
Figura 35 – Normalização de restrições	75
Figura 36 - Frente de Pareto obtida para o problema KUR.....	81
Figura 37 - Frente de Pareto obtida para o problema SCH	82
Figura 38 - Frente de Pareto obtida para o problema CONSTR	82
Figura 39 - Frente de Pareto obtida para o problema TNK.....	83
Figura 40 – Chapa laminada a ser otimizada.....	85
Figura 41 – Operador <i>Boundaries</i> na evolução de indivíduos viáveis com $p_{mut} = 0.05$	91
Figura 42 – Frente de Pareto para chapa laminada com restrição de flambagem (geração 100)	93
Figura 43 – Evolução da população em direção à Frente de Pareto no problema 1.....	95
Figura 44 - Frente de Pareto para chapa laminada com restrição de frequência natural.....	96
Figura 45 - Evolução da população em direção à Frente de Pareto no problema 2	100
Figura 46 – Variação do uso do <i>liner</i> e das propriedades do material compósito na minimização da espessura e maximização do fator de segurança à flambagem.....	106
Figura 47 – Fatores de segurança considerando as propriedades intactas ou degradadas do compósito	108
Figura 48 – Geometria para <i>riser</i> na posição <i>mean</i> com $ht = 36\text{ mm}$, $atopo = 17^\circ$ e <i>liner</i> interno metálico considerando o <i>riser</i> cheio de óleo, vazio e cheio de água do mar	109
Figura 49 – Deslocamentos <i>far</i> e <i>near</i> considerando o <i>riser</i> cheio de óleo, vazio e cheio de água do mar.....	109
Figura 50 – Variação do ângulo de topo na minimização da espessura e maximização do fator de segurança do compósito.....	110
Figura 51 – Variações de tensões no topo de um <i>riser</i> compósito com $ht = 40\text{ mm}$, <i>liner</i> interno metálico, LDA 1500 m e diferentes <i>atopo</i>	111
Figura 52 – Variação da LDA na minimização da espessura e maximização do fator de segurança à flambagem	114

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cossenos diretores	22
Tabela 2 - Dados que definem caso de carga para modelo de cabo	59
Tabela 3 - Dados que definem o perfil de corrente em um dado caso de carga.....	59
Tabela 4 - Fator de resistência parcial	62
Tabela 5 - Degradação das propriedades devido a falhas na matriz.....	63
Tabela 6 – Benchmarks sem restrições selecionados para validação	80
Tabela 7 - Benchmarks com restrições selecionados para validação	81
Tabela 8 - Problemas de laminados selecionados para estudo	84
Tabela 9 – Propriedades dos materiais	86
Tabela 10 – NGC médio para diferentes probabilidades de mutação	87
Tabela 11 – NGC médio para diferentes probabilidades de mutação e de troca de lâminas....	88
Tabela 12 - Inclusão do operador LamMut no NGC médio em problema de flambagem	89
Tabela 13 - Inclusão do operador <i>Boundaries</i> no NGC em problema de flambagem.....	89
Tabela 14 – Parâmetros de otimização para problemas de chapas laminadas após calibração	92
Tabela 15 – Laminações ótimas para problema de flambagem (ger. 100).....	94
Tabela 16 - Laminações ótimas para problema de frequência natural (ger. 400) (continua) ...	96
Tabela 17 – Composições de material em chapa laminada híbrida sujeita a restrição de frequência natural (continua).....	98
Tabela 18 – Especificações para projeto de <i>riser</i> compósito (continua).....	101
Tabela 19 – Propriedades do material compósito.....	102
Tabela 20 - Propriedades do aço.....	103
Tabela 21 – Variações de parâmetros de projeto de <i>riser</i>	103
Tabela 22 – Casos de carga estudados.....	104
Tabela 23 – Perfis de corrente estudados	104
Tabela 24 – Parâmetros para otimização para projeto de <i>riser</i>	105
Tabela 25 - Laminações para <i>riser</i> compósito com <i>atopo</i> = 17° e LDA 1500 m.....	107
Tabela 26 - Laminações para <i>riser</i> compósito com <i>liner</i> metálico, LDA 1500 m e diferentes <i>atopo</i>	112
Tabela 27 – Fatores de segurança para duas combinações de otimização de <i>riser</i> com <i>liner</i> metálico, <i>atopo</i> = 17° e LDA 1500 m.....	113
Tabela 28 - Laminações para <i>riser</i> compósito com <i>liner</i> metálico, <i>atopo</i> = 17° e diversas LDAs (continua).....	114

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABC	<i>Artificial Bee Colony</i>
ABS	<i>American Bureau of Shipping</i>
AEMO	Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo
AE	Algoritmo Evolutivos
AGs	Algoritmos Genéticos
API	<i>American Petroleum Institute</i>
BIOS	<i>Bio-Inspired Optimization System</i>
DNV	<i>Det Norske Veritas</i>
FFF	<i>First Fiber Failure</i>
FPF	<i>First Ply Failure</i>
HV	Hipervolume
LC	<i>Load case</i>
LDA	Lâmina d'água
LMCV	Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização
MEF	Métodos dos Elementos Finitos
Micro-GA	<i>Micro Genetic Algorithms</i>
MOPSO	<i>Multiobjective Particle Swarm Optimization</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NGC	Número de Gerações até a Convergência
NSGA	<i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm</i>
PAES	<i>Pareto Archived Evolution Strategy</i>
PEEK	<i>Polyether Ether Ketone</i>
PMO	Problema Multiobjetivo
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
RMOGA	<i>Robust Multiobjective Genetic Algorithms</i>
RMOP	<i>Robust Multiobjective Optimisation Platform</i>
RVE	<i>Representative Volume Element</i>
SF	<i>Safety Factor</i>
SIA	Sistemas Imunológicos Artificiais
SIAMEP	Sistemas Imunológicos Artificiais com Memória Externa de Pareto
SLOR	<i>Single Line Offset Riser</i>

SPEA	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i>
TDP	<i>Touchdown Point</i>
TLP	<i>Tensioned Leg Platform</i>
TTR	<i>Top Tensioned Riser</i>
UFC	Universidade Federal do Ceará
VEABC	<i>Vector Evaluated Artificial Bee Colony</i>
VEGA	<i>Vector Evaluated Genetic Algorithm</i>
VEPSO	<i>Vector Evaluated Particle Swarm Optimization</i>
WCP	<i>Weighted Compromise Programming</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Objetivos	16
2	MATERIAIS COMPÓSITOS	17
2.1	Mecânica do laminado	19
2.2	Teoria Clássica da Laminação	22
2.3	Critérios de Falha das lâminas	25
2.3.1	<i>Critérios de Máxima Tensão e de Máxima Deformação</i>	26
2.3.2	<i>Critério de Tsai-Wu</i>	27
2.4	Falha do Laminado	28
2.5	Análise de riser compósito	29
3	OTIMIZAÇÃO	32
3.1	Conceitos de otimização multiobjetivo	34
3.1.1	<i>Conjunto Não-dominado</i>	40
3.1.2	<i>Indicadores de qualidade</i>	41
3.2	Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo (AEMOs)	42
3.3	Otimização multiobjetivo de compósitos laminados	45
3.4	Otimização de risers	48
3.4.1	<i>Risers compósitos</i>	51
4	MODELO PROPOSTO	55
4.1	Análise global-local	56
4.1.1	<i>Modelo de cabo inextensível</i>	60
4.2	Modelo de otimização	60
4.2.1	<i>Variáveis de projeto</i>	61
4.2.2	<i>Critérios de Falha e Estabilidade</i>	61
4.2.3	<i>Restrições</i>	63
4.3	Algoritmo de otimização	65
4.3.1	<i>Codificação das variáveis</i>	65
4.3.2	<i>Operadores Genéticos</i>	67
4.3.2.1	<i>Diversidade (αn)</i>	67
4.3.2.2	<i>Seleção e elitismo</i>	68
4.3.2.3	<i>Cruzamento</i>	70
4.3.2.4	<i>Mutação</i>	71

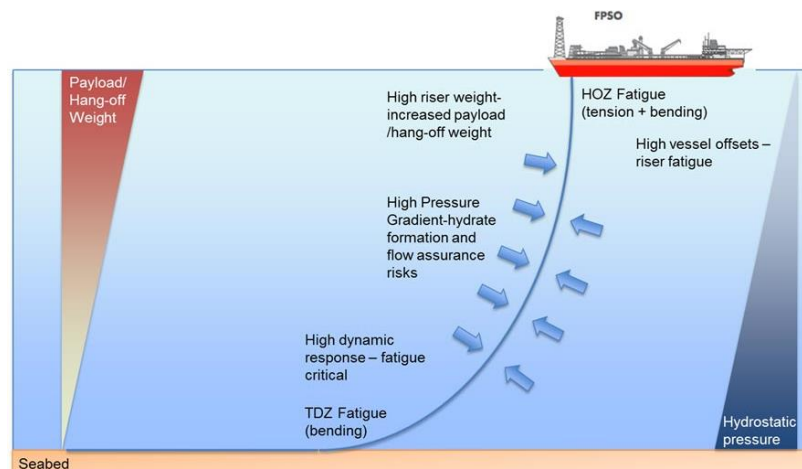
4.3.3	<i>Operadores para laminados</i>	72
4.3.3.1	<i>Adição de lâmina e Eliminação de lâmina</i>	72
4.3.3.2	<i>Troca de Lâminas</i>	73
4.3.3.3	<i>Mutação para laminados (LamMut)</i>	73
4.3.3.4	<i>Exploração de Extremidades</i>	73
4.3.4	<i>Tratamento de restrições</i>	74
4.3.5	<i>Pseudo-código do NSGA-II</i>	75
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	80
5.1	Validação do algoritmo	80
5.1.1	<i>Benchmarks de funções matemáticas</i>	80
5.1.2	<i>Benchmarks de compósitos laminados</i>	83
5.1.2.1	<i>Estudo de sensibilidade</i>	86
5.1.2.1.1	Mutação e Troca de Lâminas	87
5.1.2.1.2	Mutação para Laminados (LamMut)	88
5.1.2.1.3	Exploração de Extremidades (<i>Boundaries</i>).....	89
5.1.2.2	<i>Resultados para problemas de chapas laminadas</i>	92
5.2	<i>Risers compósitos</i>	100
5.2.1	<i>Liner e material compósito</i>	105
5.2.2	<i>Ângulo de topo</i>	110
5.2.3	<i>Lâmina d'água (LDA)</i>	113
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	116
	REFERÊNCIAS	118

1 INTRODUÇÃO

O esgotamento das reservas existentes, a demanda por petróleo e o aprimoramento e desenvolvimento tecnológico são três dos principais aspectos que impulsionam a exploração de águas cada vez mais profundas, como é o caso da camada Pré-Sal no litoral brasileiro. Entretanto, este aumento da profundidade resulta em pressões hidrostáticas mais altas, condições ambientais mais severas e esforços elevados para as estruturas envolvidas na extração de petróleo e gás no mar (*offshore*). O ambiente natural corrosivo dos mares e oceanos também se apresenta como um grande desafio à engenharia marinha, que se depara, constantemente, com a necessidade de se renovar de modo a contornar e se adaptar a tais problemas.

No centro dessa discussão estão os *risers*, estruturas responsáveis por transportar gases, óleos e água entre os poços e dutos localizados no fundo do mar e a unidade flutuante (plataforma ou navio) localizada na superfície, como esquematizado na Figura 1.

Figura 1 – *Riser* na configuração de catenária livre



Fonte: GMC Deepwater (2017).

Os *risers* podem ser feitos de diversos materiais e, dependendo do tipo de material, podem ser rígidos ou flexíveis. Silva (2011, p. 17) define *risers* rígidos como “tubos de aço formados por uma série de juntas que podem ser soldadas ou rosqueadas”, enquanto os *risers* flexíveis são referidos como dutos formados pela superposição de camadas plásticas, responsáveis por garantir estanqueidade interna e externa, e camadas metálicas, responsáveis pela resistência mecânica da estrutura. Os *risers* flexíveis podem ainda ser divididos em dois grupos: de camadas aderentes (*bonded*) e de camadas não aderentes (*unbonded*).

Para lidar com o desafio das crescentes profundidades, soluções envolvendo instalações cada vez mais caras e sistemas de flutuadores são utilizadas, chegando, entretanto, a projetos onerosos e indo ao limite da aplicação do aço, material que ainda é a escolha técnica e comercial para a produção dos *risers*, apesar do esforço em estudar aplicações com outros metais, como o titânio e o alumínio (MAGMA GLOBAL, 2015a).

Além disso, parâmetros de projeto de *risers* como o movimento do flutuante (*offset*) e as correntes marítimas - especialmente em locais em que as condições são historicamente severas, como é o caso do Golfo do México (WANG; SHANKAR; MOROZOV, 2017) podem se tornar fatores críticos nestas condições. O *offset* pode aumentar significativamente as tensões de topo no *riser*, exigindo plataformas maiores para melhor acomodação da tração solicitada, e as correntes podem induzir o *riser* à fadiga, particularmente próximo ao *Touchdown Point* (TDP), ponto de encontro do *riser* com o leito do mar.

Assim, existe grande interesse pelo desenvolvimento de novos materiais, configurações e técnicas de projeto que proporcionem soluções mais econômicas, sem sacrificar a segurança destes elementos essenciais para exploração de óleo e gás. Surgem, então, como alternativa aos *risers* feitos de aço, os materiais compósitos, que têm ganhado cada vez mais espaço na indústria pela sua multiplicidade de aplicações, particularmente nas indústrias aeroespacial e naval. A fuselagem do avião comercial *Dreamliner 787* possui 50% de seu peso em compósito e usa um total de 23 toneladas de fibra de carbono, por exemplo (HATTON; GLOBAL, 2012).

Uma importante vantagem do uso dos compósitos reforçados por fibras é a redução de peso em relação a um *riser* de aço equivalente. Recentemente, uma combinação formada pela fibra de carbono e o polímero de alta performance *Polyether Ether Ketone* (PEEK), chamada de *m-pipe*, registrou reduções de até 90% em relação ao peso de *risers* flexíveis ou de aço quando submersos (HATTON, 2011). Em 2015, um relatório sobre os benefícios e os custos do uso do *m-pipe* em um projeto envolvendo um sistema com 8 *risers* do tipo *Single Line Offset Riser* (SLOR) revelou uma redução de 11% do custo total de projeto em relação ao uso de aço para a produção desses *risers*, uma economia expressiva tendo em vista que, em casos normais, projetos como estes têm orçamento em torno de US\$ 2.5 bi (MAGMA GLOBAL, 2015b).

Além disso, devido a sua microestrutura, materiais compósitos são mais resistentes à fadiga, possuem bom isolamento térmico e podem ser adaptados para projetos com necessidades muito específicas, como é o caso dos projetos de *riser*. Esses benefícios são conhecidos pela indústria de gás e óleo há mais de 20 anos, entretanto, sua utilização tem sido limitada a aplicações em *risers* flexíveis não aderentes, nos quais os fios pesados e caros das

armaduras de aço são substituídos pelos compósitos reforçados por fibras de carbono. Para Mintzas et al. (2013), entre os principais fatores que ainda atrasam o uso em larga escala estão a falta de conhecimento tecnológico acerca de propriedades específicas, experiência de campo e normas regulamentadoras.

Os compósitos laminados reforçados por fibras, em especial, possibilitam que o *riser* seja moldado de forma a respeitar restrições de fabricação, segurança e estabilidade sujeito a diversas condições de carregamento por meio das variáveis de projeto (quantidade de lâminas, espessura e orientação das fibras de cada lâmina) e da função ou funções a serem minimizadas ou maximizadas. Esse aumento de variáveis, predominantemente tratadas como discretas em função de restrições de fabricação, bem como do espaço de busca, faz com que o uso do método tradicional de tentativa e erro se torne ineficiente e custoso, daí a importância de se utilizar técnicas de otimização para acelerar e melhorar o processo de busca, utilizando, assim, todo o potencial do material. Dessa forma, também, ainda é possível contar com a experiência do projetista para a elaboração de um projeto inicial mais apurado, por exemplo, ou mesmo incluir preferências ao longo do processo de otimização.

Para a otimização, utilizam-se algoritmos que são capazes de se adaptarem a um dado tipo de problema para executarem a varredura pela solução do problema. Especificamente para problemas de otimização multiobjetivo, isso é, problemas que envolvem mais de um critério a ser otimizado - geralmente, de naturezas conflitantes (quando a melhoria de um objetivo compromete o desempenho de outro), o que se obtém é um conjunto de soluções que não são dominadas por nenhuma outra solução e atendem todas as restrições do problema. Esse conjunto de soluções não-dominadas é chamado de Conjunto Ótimo de Pareto e, quando visto no espaço objetivo, é chamado de Fronteira (ou Frente) de Pareto (ARORA, 2012).

A consideração de mais de um critério a ser otimizado dá ao tomador de decisão maior flexibilidade, fornecendo tantas soluções quanto necessário para que seja selecionada a solução que melhor se adequa ao seu orçamento e necessidade. Existem, basicamente, duas abordagens para um problema de otimização multiobjetivo: métodos escalares e métodos vetoriais. Nos métodos de escalarização, como o Método da Soma Ponderada e o Método ϵ -restrito, os componentes do vetor de funções objetivo são combinados em uma só função objetivo. Dessa forma, é possível resolver o problema como mono-objetivo utilizando, por exemplo, algoritmos clássicos como os Algoritmos Genéticos (AGs), algoritmo idealizado por Goldberg (1989). A escalarização é frequentemente utilizada em problemas de compósitos laminados (WALKER; SMITH, 2003; ALMEIDA; AWRUCH, 2009; SILVA et al., 2013; BARROSO; PARENTE JR; MELO, 2016).

Os métodos vetoriais, por outro lado, tratam cada função objetivo independentemente. É o caso do tratamento dado pelos Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo (AEMOs). Os Algoritmos Evolutivos (AEs) tradicionais fundamentam-se no processo de evolução natural e contam com operadores como seleção, mutação e cruzamento de modo a auxiliar processos iterativos e estocásticos para criação e aprimoramento da população de soluções candidatas ao problema a cada geração.

A principal diferença entre os algoritmos clássicos, como os AGs, e os AEMOs é o operador de seleção, uma vez que a comparação entre duas soluções requer definições que vêm do conceito de dominância, sendo o critério de Pareto o mais comum atualmente (JORGE, 2014). Alguns AEMOs se consolidaram na literatura por apresentarem bons resultados e se adaptarem a diversos problemas, é o caso do Algoritmo Genético de Classificação por Não-Dominância (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm II – NSGA-II*) (DEB et al., 2002) e do Algoritmo Evolutivo da Força de Pareto (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 - SPEA2*) (ZITZLER; LAUMANN; THIELE, 2001).

1.1 Objetivos

O objetivo geral do presente trabalho é formular e implementar uma metodologia para otimização multiobjetivo de compósitos laminados e utilizá-la na otimização de *risers* de material compósito em configuração de catenária livre.

Esse procedimento pode ser dividido nos seguintes objetivos específicos:

- a) realizar uma revisão bibliográfica que inclua os algoritmos que são estado da arte na otimização multiobjetivo, bem como suas principais aplicações envolvendo materiais compósitos laminados;
- b) selecionar e implementar um algoritmo para otimização multiobjetivo;
- c) verificar a implementação do algoritmo com base em soluções da literatura;
- d) formular projeto de otimização multiobjetivo para *risers* compósitos, determinando, para isso, funções objetivos, variáveis de projeto e restrições impostas;
- e) utilizar o algoritmo formulado para realizar a otimização do problema de *risers* compósitos e avaliar a influência de parâmetros de otimização e de projeto de *riser* nos resultados obtidos.

2 MATERIAIS COMPÓSITOS

Reddy (2003) define materiais compósitos como a combinação de dois ou mais materiais em escala macroscópica que juntos produzem propriedades melhores que não são possíveis com qualquer dos constituintes isoladamente. Um exemplo de material compósito é o concreto, classificado, com base na forma de combinação entre seus constituintes, como compósito particulado, isto porque o material apresenta partículas macroscópicas (agregado graúdo) imersas em uma matriz (argamassa). Existem outras duas classificações quanto à forma de combinação, são elas: compósito fibroso, sendo definido como aquele formado por fibras longas embebidas em uma matriz que atua como transmissora de tensões e proteção para as fibras e, por último, os compósitos laminados, objeto de pesquisa desta seção.

Os compósitos laminados são compostos de várias camadas, também chamadas de lâminas, de comportamento mecânico distinto, podendo inclusive serem de compósitos fibrosos ou particulados e podem, no caso dos compósitos fibrosos, assumir diferentes formas dependendo do arranjo das fibras constituintes, como mostra a Figura 2. Entre os arranjos mais comuns tem-se: fibras curtas embebidas em uma matriz, fibras distribuídas em orientações aleatórias e fibras alinhadas em somente uma direção.

Figura 2 – Diferentes arranjos de fibras



(a) Contínuas

(b) Descontínuas e aleatórias

(c) Tecidas ortogonalmente

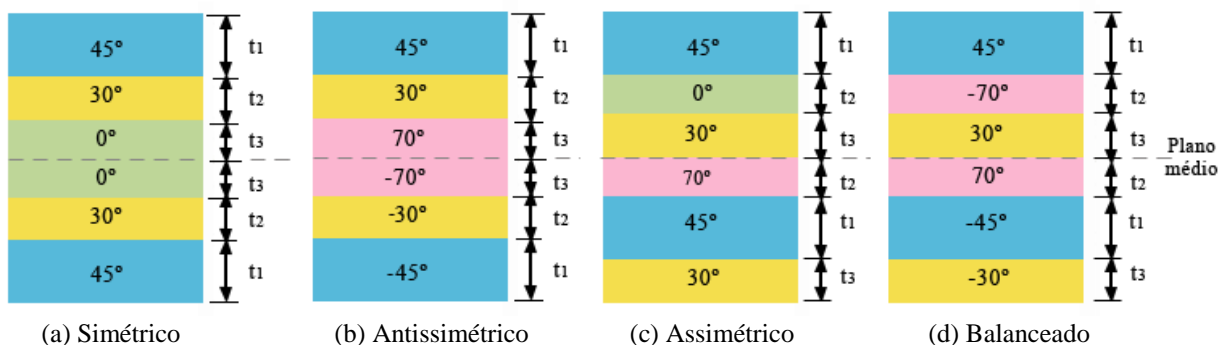
Fonte: National Chung Hsing University (2017, p. 4).

Essa moldabilidade é responsável por uma das grandes vantagens do uso dos compósitos: é possível arranjar as fibras na matriz de modo que as solicitações e restrições de projeto sejam atendidas. Além disso, esses materiais possuem altas relações resistência/peso e rigidez/peso, apresentam boas propriedades como isolamento térmico, amortecimento estrutural e resistência à fadiga, tornando-os cada vez mais presentes nos diversos ramos da engenharia: naval, aeronáutica, mecânica e civil.

A sequência de empilhamento de diversas lâminas forma um laminado, e este, segundo Gürdal, Haftka e Hajela (1999), pode ser classificado da seguinte forma:

- a) *Cross-ply*: São laminados que possuem alternadamente orientações de fibra de 0° e 90° , e.g. $[90, 0, 90, 0]$;
- b) *Angle-ply*: São laminados que possuem alternadamente pares de orientações de fibra contrárias e diferentes de 0° e 90° , e.g. $[\alpha, -\alpha, \varphi, -\varphi]$, onde α e $\varphi \neq 0^\circ$ e 90° .
- Quanto à simetria, são classificados em:
- a) Simétricos: São laminados em que a parte inferior em relação ao plano médio do laminado é um espelho das orientações de fibra, dos materiais, da espessura e da distância ao plano médio da parte superior, são indicados com o subscrito “s”, como em $[-45, 30, 0]_s$, o que indicaria um laminado formado por 6 camadas do tipo $[-45, 30, 0, 0, 30, -45]$ (ver Figura 3 (a));
- b) Antissimétricos: São laminados em que a parte inferior em relação ao plano médio do laminado é um espelho dos materiais e da espessura, mas as orientações de fibra são o negativo das orientações da parte superior (ver Figura 3 (b));
- c) Assimétricos: São laminados que não possuem simetria nenhuma em relação ao plano médio (ver Figura 3 (c));
- d) Balanceados: São laminados que possuem uma orientação negativa para cada orientação de fibra positiva, sendo estas lâminas não necessariamente adjacentes (ver Figura 3 (d)). Laminados *angle-ply*, por exemplo, são balanceados. Por fim, entende-se por plano médio o plano equidistante das superfícies planas externas do laminado.

Figura 3 – Tipos de laminações quanto à simetria



Fonte: Elaborada pela autora.

Estruturas tradicionais de metais (aço e alumínio) são consideradas isotrópicas, uma vez que elas possuem propriedades praticamente iguais independente da direção avaliada. No geral, as propriedades de compósitos reforçados por fibras dependem fortemente da direção em

questão, portanto, não são materiais isotrópicos. Por exemplo, a tensão de resistência e o módulo de elasticidade de um polímero reforçado por fibras é máxima quando essas propriedades são medidas na direção longitudinal das fibras. Em qualquer outro ângulo, esse valor deve ser menor e encontra o mínimo quando medido na direção perpendicular à fibra. Outras relações de dependência com o ângulo são observadas para outras propriedades mecânicas e térmicas, como a resistência de impacto, o coeficiente de expansão térmica e condutividade térmica (MALLICK, 2008).

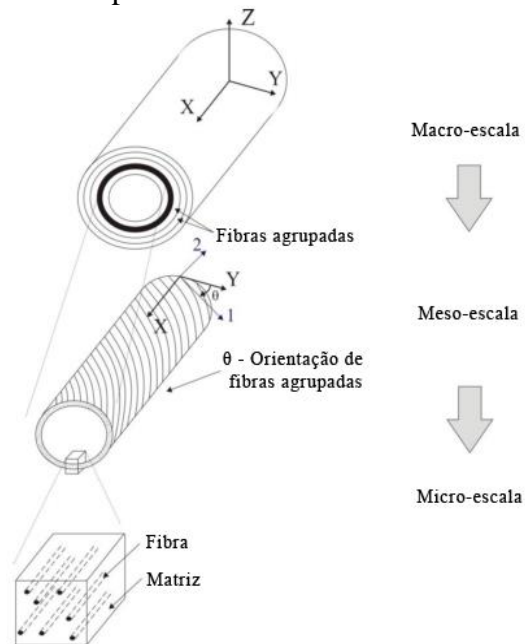
Neste trabalho, serão considerados compósitos produzidos com fibras unidirecionais, tipo mais utilizado em aplicações que requerem alto desempenho estrutural, como é o caso dos projetos de *risers* compósitos. Como as fibras estão alinhadas em uma direção, estes compósitos são tratados em nível macroscópico como homogêneos e ortotrópicos, ou seja, possuem três eixos de simetria perpendiculares entre si.

O comportamento mecânico do laminado é obtido analisando o comportamento individual de cada lâmina, tópico explorado na Seção 2.1. A Seção 2.2 trata da Teoria Clássica da Laminação, enquanto a Seção 2.3 traz uma curta revisão dos Critérios de Falha existentes. Por fim, as Seções 2.4 e 2.5 tratam brevemente do procedimento para identificação da falha de um laminado e a metodologia para análise de um *riser* compósito, respectivamente.

2.1 Mecânica do laminado

O comportamento de uma lâmina é usualmente estudado em dois níveis: macromecânica e micromecânica. Na primeira abordagem, fibra e matriz são tratadas como um único material homogêneo em escala macroscópica e deste são aferidas propriedades mecânicas por meio de ensaios experimentais, enquanto na micromecânica a interação entre fibra e matriz é examinada em escala microscópica (Mallik, 2008). A Figura 4 ilustra esses níveis para uma análise de *riser* compósito.

Figura 4 – Diferentes níveis de análise em *riser* compósito

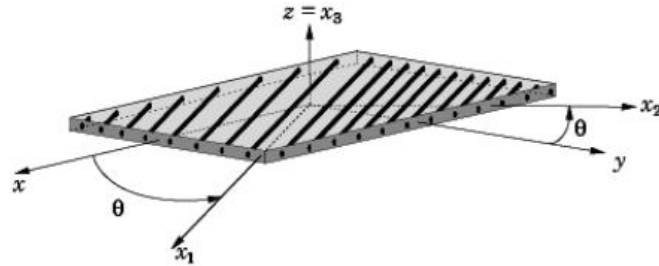


Fonte: Adaptado de Mintzas et al. (2013, p. 10).

Os materiais compósitos podem falhar tanto devido à falha individual de um dos constituintes (fibra ou matriz) ou pela sua interface, sendo necessário, em todo caso, uma modelagem apropriada desses mecanismos de falha. Geralmente as tensões em um laminado variam em diferentes camadas e a falha do laminado pode envolver uma sequência complexa de falha de diferentes camadas, conseqüentemente, não há uma fórmula analítica para prever a resistência de uma lâmina baseada somente na resistência de seus constituintes.

No caso de laminados com fibras unidirecionais, cada lâmina apresenta um comportamento ortotrópico no sistema de coordenadas da lâmina ($x_1; x_2; x_3$), onde x_1 é a direção das fibras, x_2 é a direção perpendicular às fibras no plano da lâmina e x_3 é a direção perpendicular à lâmina. Além do sistema local de cada lâmina, há ainda o sistema global da estrutura ($x; y; z$), onde z , direção perpendicular à lâmina, coincide com x_3 , como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Sistema de coordenadas de uma lâmina



Fonte: Teófilo et al. (2010, p. 7929).

No sistema global são aplicadas as relações cinemáticas e as equações de equilíbrio, enquanto no sistema local são analisadas as relações constitutivas do material. Experimentalmente, sabe-se que o comportamento de compósitos reforçados por fibras é considerado linear até muito próximo de sua ruptura (JONES, 1999), permitindo, portanto, o uso da Lei de Hooke Generalizada para relacionar tensões (σ_1) e deformações (ϵ_1) no sistema local ($x_1; x_2; x_3$). Para um material ortotrópico, esta relação é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} \rightarrow \sigma_1 = Q\epsilon_1 \quad (1)$$

onde σ_1 é o vetor de tensões na lâmina, Q é a matriz constitutiva elástica do material e ϵ_1 é o vetor de deformações, todos no sistema local. Os coeficientes de Q são determinados com base nas propriedades mecânicas do compósito e são descritos por:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= E_1 \frac{1-v_{23}v_{32}}{\Delta} & Q_{12} &= E_1 \frac{v_{21}-v_{31}v_{32}}{\Delta} & Q_{13} &= E_3 \frac{v_{31}-v_{21}v_{32}}{\Delta} \\ Q_{22} &= E_2 \frac{1-v_{13}v_{31}}{\Delta} & Q_{23} &= E_2 \frac{v_{32}-v_{12}v_{31}}{\Delta} & Q_{33} &= E_3 \frac{1-v_{12}v_{21}}{\Delta} \\ Q_{44} &= G_{12} & Q_{55} &= G_{13} & Q_{66} &= G_{23} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Delta = 1 - v_{12}v_{21} - v_{23}v_{32} - v_{31}v_{13} - 2v_{21}v_{32}v_{13}$$

onde E_1, E_2 e E_3 são os módulos de elasticidade nas direções principais, $v_{12}, v_{21}, v_{13}, v_{31}, v_{23}$ e v_{32} são os coeficientes de Poisson e G_{12}, G_{13} e G_{23} são os módulos de elasticidade ao cisalhamento.

O material elástico ortotrópico pode ser descrito, portanto, por 9 (nove) constantes independentes, isso porque a matriz Q é simétrica. Dessa forma, os coeficientes de Poisson (v_{ij}) podem ser relacionados aos módulos de elasticidade da seguinte forma:

$$v_{ij}E_j = v_{ji}E_i \quad (i, j = 1, 2, 3 \text{ e } i \neq j) \quad (3)$$

Para obtenção das deformações no sistema local, utiliza-se a matriz de transformação \mathbf{T} , da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \mathbf{T}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o vetor de deformações no sistema global. A matriz de transformação \mathbf{T} é dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & l_1m_1 & n_1l_1 & m_1n_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & l_2m_2 & n_2l_2 & m_2n_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & l_3m_3 & n_3l_3 & m_3n_3 \\ 2l_1l_2 & 2m_1m_2 & 2n_1n_2 & l_1m_2 + l_2m_1 & n_1l_2 + n_2l_1 & m_1n_2 + m_2n_1 \\ 2l_3l_1 & 2m_3m_1 & 2n_3n_1 & l_3m_1 + l_1m_3 & n_3l_1 + n_1l_3 & m_3n_1 + m_1n_3 \\ 2l_2l_3 & 2m_2m_3 & 2n_2n_3 & l_2m_3 + l_3m_2 & n_2l_3 + n_3l_2 & m_3n_2 + m_2n_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde os termos l , m e n são os cossenos diretores dos eixos locais ($x_1; x_2; x_3$) em relação aos eixos globais ($x; y; z$) e são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Cossenos diretores

	l	m	n
1	0	<i>sen</i> α	<i>cos</i> α
2	0	<i>-cos</i> α	<i>sen</i> α
3	1	0	0

Fonte: Elaborada pela autora.

Utilizando o Princípio dos Trabalhos Virtuais, pode-se relacionar tensões no sistema local e global, como mostra a Equação (6):

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{T}^T \boldsymbol{\sigma}_1 \quad (6)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o vetor de tensões no sistema global. Finalmente, a relação constitutiva no sistema global do laminado pode ser encontrada utilizando as equações acima, da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{T}^T \mathbf{Q} \mathbf{T} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

onde $\bar{\mathbf{Q}}$ é a matriz constitutiva no sistema global ou matriz de rigidez transformada do material, dada por:

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{T}^T \mathbf{Q} \mathbf{T} \quad (8)$$

2.2 Teoria Clássica da Laminação

A análise de compósitos laminados de parede fina pode ser feita utilizando a Teoria Clássica da Laminação (TCL). A TCL consiste em um conjunto de hipóteses simplificadores e

razoáveis para determinação de tensões e deformações em cada lâmina da estrutura, transformando um complicado problema tridimensional de elasticidade em um problema bidimensional (JONES, 1999).

De posse da matriz de rigidez de cada lâmina, o procedimento da TCL prevê:

- a) cálculo da matriz de rigidez do laminado;
- b) cálculo das deformações e da curvatura em um plano médio do laminado devido a um dado carregamento (forças e momentos);
- c) cálculo de deformações em cada lâmina;
- d) cálculo de tensões em cada lâmina.

As premissas da TCL são uma extensão das da Teoria de Placas de *Kirchhoff*. Considera-se, por exemplo, que as lâminas são perfeitamente coladas e sem deslizamento uma sobre as outras. O laminado é considerado fino, pois sua espessura total é pequena quando comparada com as demais dimensões do laminado. Como consequência, pode-se trabalhar com a hipótese das seções planas, desconsiderando, assim, as deformações de cisalhamento transversais, ou seja, $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$. Por fim, segmentos normais à superfície de referência também podem ter suas deformações desprezadas, ou seja, $\varepsilon_z = 0$. Este conjunto de hipóteses aplicado à Equação (1) resulta na seguinte Equação:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \rightarrow \boldsymbol{\sigma}_1 = \mathbf{Q}\boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad (9)$$

onde os termos em \mathbf{Q} são dados por:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{66} = G_{12} \quad (10)$$

No sistema global, a relação entre tensões e deformações é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \rightarrow \boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (11)$$

onde $\bar{\mathbf{Q}}$ é obtido utilizando a Equação (8).

Uma transformação de eixos é realizada de forma análoga ao que foi mostrado nas Equações (4) e (5). A matriz de transformação \mathbf{T} de uma lâmina com orientação θ em relação aos eixos globais é dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta \cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta \cos\theta \\ -2\sin\theta \cos\theta & 2\sin\theta \cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (12)$$

A matriz constitutiva de cada lâmina no sistema global é obtida aplicando a Equação (11) na Equação (7). Assim, os coeficientes de $\bar{\mathbf{Q}}$ são dados por:

$$\begin{aligned}
 \bar{Q}_{11} &= Q_{11}\cos^4\theta + (Q_{12} + 2Q_{66})2\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta \\
 \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{12}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) \\
 \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta + (Q_{11} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta \\
 \bar{Q}_{22} &= Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})2\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta \\
 \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{11} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta \\
 \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)
 \end{aligned} \tag{13}$$

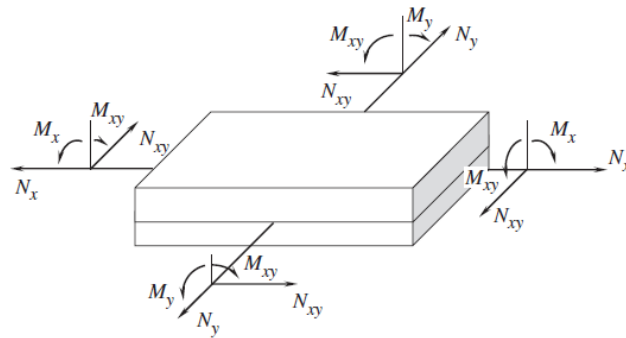
A TCL considera, também, que a variação das deformações ao longo da espessura do laminado é linear, portanto, as deformações em planos paralelos ao da superfície média da lâmina são dados por:

$$\varepsilon = \varepsilon^m + z\kappa \tag{14}$$

onde ε^m é o vetor de deformações de membrana (plano médio), κ é o vetor de curvatura da lâmina e z a distância da lâmina ao plano médio do laminado.

Entretanto, é mais usual trabalhar com os esforços resultantes (ver Figura 6) do que com tensões. Estes podem ser obtidos de duas formas: (a) integrando as tensões ao longo da espessura t do laminado, como mostra a Equação (15), ou (b) pelo somatório das integrais de tensões em cada lâmina.

Figura 6 – Esforços resultantes aplicados ao plano de referência de um laminado



Fonte: Vasiliev e Morozov (2007, p. 259).

$$\mathbf{n} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad \mathbf{m} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \tag{15}$$

onde \mathbf{n} é o vetor de esforços, \mathbf{m} o vetor de momentos e z a distância da lâmina ao plano médio.

Utilizando as Equações (11), (14) e (15), a relação entre os esforços internos e deformações do laminado pode ser escrita como:

$$\begin{cases} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{cases} = \sum_{k=1}^{N_c} \int_{Z_{k-1}}^{Z_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \left\{ \begin{cases} \varepsilon_x^m \\ \varepsilon_y^m \\ \gamma_{xy}^m \end{cases} + z \begin{cases} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{cases} \right\} dz$$

$$\begin{cases} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{cases} = \sum_{k=1}^{N_c} \int_{Z_{k-1}}^{Z_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \left\{ \begin{cases} \varepsilon_x^m \\ \varepsilon_y^m \\ \gamma_{xy}^m \end{cases} + z \begin{cases} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{cases} \right\} z dz$$
(16)

onde N_c é o número de lâminas e Z_k é distância do topo da k -ésima lâmina até o plano médio e Z_{k-1} é a distância da parte mas interna da k -ésima lâmina até o plano médio do laminado.

Manipulando a Equação (16), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ \kappa \end{bmatrix}$$
(17)

onde \mathbf{A} é a matriz de rigidez da membrana, \mathbf{B} é a matriz de acoplamento membrana-flexão e \mathbf{D} é a matriz de rigidez à flexão. Os termos destas matrizes são dados por:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k (z_k - z_{k-1}) \quad B_{ij} = \sum_{k=1}^N \frac{\bar{Q}_{ij}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2)}{2}$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N \frac{\bar{Q}_{ij}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3)}{3} \quad i, j = 1, 2, 6$$
(18)

onde \bar{Q}_{ij}^k é o elemento ij da matriz \bar{Q} da k -ésima lâmina.

Algumas observações são importantes em relação aos termos das matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{D} , são elas c:

- a) Laminados simétricos possuem matriz \mathbf{B} nula;
- b) Laminados balanceados possuem os termos $A_{16} = A_{26} = 0$;
- c) Laminados simétricos e balanceados possuem matriz \mathbf{B} nula e $A_{16} = A_{26} = 0$;
- d) Laminados antissimétricos possuem os termos $D_{16} = D_{26} = 0$.

2.3 Critérios de Falha das lâminas

Critérios de falha são metodologias utilizadas para avaliar se houve falha de uma lâmina, dado um determinado estado de tensões e deformações, sendo, portanto, fundamentais para verificação da segurança estrutural. No caso de compósitos laminados, como mencionado, utilizam-se tensões e deformações no sistema local de cada lâmina.

Segundo Lopez, Luersen e Cursi (2009), os critérios de falha para compósitos laminados podem ser classificados em 3 (três) categorias de acordo com o nível de interação entre tensões em diferentes direções, são eles: Critérios Limitantes ou Não-interativos, como o Critério de Máxima Tensão e o Critério de Máxima Deformação, são baseados em teorias que consideram tensões e deformações de forma isolada para cada direção; Critério Interativos, como o Critério de Tsai-Hill, de Tsai-Wu e de Hoffman, são teorias mais elaboradas que consideram a interação entre as direções, e, por fim, existem Critérios Parcialmente Interativos, que se baseiam em teorias que também analisam todas as direções em conjunto, mas analisam a falha da fibra e da matriz separadamente, é o caso do Critério de Puck.

Para materiais isotrópicos, como o aço, cujas propriedades mecânicas são iguais em qualquer direção, alguns critérios de falha como o critério de Tresca e o de von Mises são bem consolidados na literatura e apresentam bons resultados. No caso de materiais ortotrópicos, Mendonça (2005, p. 103) destaca a dificuldade de se obter resultados experimentais em lâminas ortotrópicas, visto que é “irrealizável a experimentação das características de uma lâmina em todas as direções, uma vez que estas envolvem o campo dos números reais nas seis dimensões de tensão e θ na faixa de 0 a 180°”. Assim, a previsão da resistência de uma lâmina ortotrópica se dá a partir de ensaios uniaxiais em direções notáveis, usualmente, as direções dos eixos do material. A seguir, são apresentados 3 (três) dos critérios mais utilizados em problemas de laminados.

2.3.1 Critérios de Máxima Tensão e de Máxima Deformação

Os Critérios de Máxima Tensão e Máxima Deformação são os dois critérios mais simples utilizados para prever a falha de uma lâmina. O primeiro diz que a lâmina falha quando uma tensão de resistência ou tensão última (à compressão, tração ou cisalhante) é superada em uma dada direção, desprezando, portanto, qualquer interação entre as direções, enquanto o Critério de Máxima Deformação compara a deformação em uma dada direção com a deformação última correspondente. Entretanto, é mais comum deixar as deformações em termos de tensões, o que, devido ao coeficiente de Poisson, propicia certa interação entre as direções.

Como cada direção é analisada isoladamente, obtém-se a seguinte envoltória para o Critério de Máxima Tensão:

$$|\sigma_i| = \sigma_i^u \quad i = 1,2,3 \quad (19)$$

$$|\tau_j| = \tau_j^u \quad j = 4,5,6$$

onde σ_i é a tensão de compressão ou tração na direção i , τ_j é a tensão de cisalhamento no plano j . O sobrescrito u refere-se às tensões últimas, valores sempre positivos. As numerações 4, 5 e 6 correspondem aos planos 12, 13 e 23 respectivamente.

O fator de segurança SF (do inglês *Safety Factor*) da k -ésima lâmina é dado pela relação entre a envoltória da falha do material e o atual estado de tensões do mesmo, de acordo com a Equação (20).

$$SF_k = \min \begin{cases} \frac{\sigma_i^u}{|\sigma_i|} & i = 1,2,3 \\ \frac{\tau_j^u}{|\tau_j|} & j = 4,5,6 \end{cases} \quad (20)$$

De maneira similar, a envoltória das deformações pode ser descrita como:

$$\begin{aligned} |\varepsilon_i| &= \varepsilon_{i,C}^u & i &= 1,2,3 \\ |\gamma_j| &= \gamma_j^u & j &= 4,5,6 \end{aligned} \quad (21)$$

onde ε_i é a deformação na direção i . Da mesma forma, o sobrescrito u diz respeito às deformações últimas do material e as numerações 4, 5 e 6 se referem aos planos 12, 13 e 23, respectivamente. Novamente, o FS da k -ésima lâmina é calculado:

$$SF_k = \min \begin{cases} \frac{\varepsilon_i^u}{|\varepsilon_{i,k}|} & i = 1,2,3 \\ \frac{\gamma_j^u}{|\gamma_{j,k}|} & j = 4,5,6 \end{cases} \quad (22)$$

2.3.2 Critério de Tsai-Wu

O Critério de Tsai-Wu é derivado do Critério de von Mises e define que a lâmina falha quando a seguinte condição é satisfeita:

$$\sum_{i=1}^6 F_i \sigma_i + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 F_{ij} \sigma_i \sigma_j \geq 1 \quad (23)$$

onde σ_i são as tensões locais na lâmina i e F_{ij} são parâmetros que dependem das resistências em cada direção e são dados por:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{\sigma_{1,T}^u} - \frac{1}{\sigma_{1,C}^u} & F_2 &= \frac{1}{\sigma_{2,T}^u} - \frac{1}{\sigma_{2,C}^u} & F_3 &= \frac{1}{\sigma_{3,T}^u} - \frac{1}{\sigma_{3,C}^u} \\ F_{11} &= \frac{1}{\sigma_{1,T}^u} + \frac{1}{\sigma_{1,C}^u} & F_{22} &= \frac{1}{\sigma_{2,T}^u} + \frac{1}{\sigma_{2,C}^u} & F_{33} &= \frac{1}{\sigma_{3,T}^u} + \frac{1}{\sigma_{3,C}^u} \end{aligned} \quad (24)$$

$$F_{44} = \frac{1}{\tau_{23}^u{}^2} \quad F_{55} = \frac{1}{\tau_{13}^u{}^2} \quad F_{44} = \frac{1}{\tau_{12}^u{}^2}$$

onde o sobrescrito u faz referência às tensões última, o subscrito C refere-se à tensões de compressão e T refere-se às tensões de tração. Os termos F_{12} , F_{13} e F_{23} são obtidos em função de ensaios experimentais complicados, mas podem ser avaliados de forma aproximada utilizando as resistências longitudinais por:

$$F_{12} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{1,T}^u \sigma_{1,C}^u \sigma_{2,T}^u \sigma_{2,C}^u}} \quad F_{12} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{1,T}^u \sigma_{1,C}^u \sigma_{3,T}^u \sigma_{3,C}^u}} \quad F_{23} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{2,T}^u \sigma_{2,C}^u \sigma_{3,T}^u \sigma_{3,C}^u}} \quad (25)$$

Os demais termos F_{ij} não descritos nas Equações (24) e (25) são nulos, isto porque tensões cisalhantes em diferentes planos não interagem, assim como tensões cisalhantes e tensões normais. O fator de segurança relacionado a este método é obtido utilizando a Equação (23). Considerando um fator de segurança SF tal que multiplique as tensões σ de forma que o material esteja no limiar da falha, tem-se que:

$$\sum_{i=1}^6 F_i (\sigma_i SF) + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 F_{ij} (\sigma_i SF) (\sigma_j SF) = 1 \quad (26)$$

$$SF^2 \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 F_{ij} \sigma_i \sigma_j + SF \sum_{i=1}^6 F_i \sigma_i = 1$$

Ao passar o valor à direita da equação (26) para o lado esquerdo, o fator de segurança que engloba a interação entre todas as tensões é obtido pelo cálculo da raiz positiva da expressão quadrática:

$$SF = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (27)$$

onde a é o termo que multiplica o SF ao quadrado, b é o termo que multiplica o SF e c é o termo independente da equação quadrática (neste caso, -1).

Uma desvantagem deste critério é o fato de não ser fornecida nenhuma informação sobre o modo de falha, uma vez que a interação entre todas as tensões é expressa em um único índice.

2.4 Falha do Laminado

Anteriormente, foram apresentados alguns dos Critérios de Falha mais conhecidos na literatura que, dado um certo estado de tensões e deformações, calculam a carga e o fator de segurança de uma lâmina. No projeto de uma estrutura laminada, pode-se computar o fator de segurança do laminado, SF^c (do inglês *Safety Factor of the Composite*), igualando a carga

última à carga que leva à falha da primeira lâmina. Essa metodologia é denominada Falha da Primeira Lâmina ou *First-Ply Failure* (FPF). Nesse caso, o fator de segurança corresponde ao menor fator de segurança que satisfaça todas as lâminas, de acordo com a Equação (28), sendo o fator de segurança de cada camada calculado por um dos critérios de falha explorados na Seção 2.3, por exemplo.

$$SF^c = \min_{k=1}^{N_c} (SF_k) \quad (28)$$

onde N_c é o número de camadas e SF_k o fator de segurança da k -ésima camada.

Essa é uma abordagem considerada conservadora, uma vez que a redistribuição das tensões para as demais lâminas é totalmente desprezada. Outra abordagem similar é a Falha da Primeira Fibra ou *First-Fiber Failure* (FFF), na qual admite-se a falha da matriz, ou seja, toda a resistência do laminado se deve às fibras. Para tanto, degradam-se todas as propriedades da lâmina, exceto (E_1). Nesse caso, a carga de falha geralmente é superior a correspondente utilizando o FPF. Pode-se também utilizar uma combinação do FPF e do FFF, calcula-se, inicialmente, a carga de falha da primeira lâmina, em seguida, degradam-se todas as propriedades, exceto E_1 (módulo de elasticidade na direção da fibra), a fim de se obter a carga de FFF, tomando como carga última a maior das duas. Há ainda uma metodologia que considera a redistribuição de tensões no laminado após a falha da primeira lâmina, chamada de Falha Progressiva ou *Progressive Failure*, na qual, naturalmente, encontra-se uma maior capacidade de carga. Esse processo, no entanto, é mais caro computacionalmente, pois exige a redução da rigidez do laminado à medida que cada lâmina falha.

2.5 Análise de *riser* compósito

A análise de um *riser* tem, de maneira geral, o objetivo de determinar a geometria e os esforços internos resultantes em sua estrutura, de acordo com os carregamentos aos quais ele está submetido. Assim, o resultado de tal análise deve ser capaz de fornecer, para cada ponto ao longo do comprimento do *riser*, parâmetros como as coordenadas vertical e horizontal, o ângulo com a horizontal, a curvatura e os esforços internos.

As primeiras formas de carga que devem ser consideradas são o peso próprio do *riser*, distribuído ao longo do seu comprimento, e as cargas geradas pelas pressões dos fluidos externos e internos ao *riser*. Outros carregamentos importantes são causados pelo ambiente marinho. Deve-se, assim, incluir o efeito das correntes marinhas, que incidem sobre o *riser* ao longo da profundidade, e também os efeitos das ondas, que atuam de forma mais importante na

parte mais superficial da coluna de água, provocando deslocamentos no flutuante que sustenta o *riser*. É importante notar que a inclusão do efeito das ondas torna a análise mais complexa, já que esse carregamento varia consideravelmente em um curto intervalo de tempo, configurando uma carga dinâmica.

Devido à complexidade do problema, existem diversos níveis de análise que ponderam a fidelidade dos modelos utilizados e o custo computacional envolvido. De forma geral, quanto mais realista (fiel) é o modelo de análise escolhido, maior sua complexidade e maior o esforço computacional requerido. Assim, diferentes modelos de análise podem ser utilizados ao longo do ciclo de projeto de *risers*, com modelos mais simples utilizados nas fases iniciais (concepção) e modelos cada vez mais realistas sendo utilizado nas etapas finais do projeto (detalhamento).

Existem diversas formas de análise de *risers*, algumas mais complexas, como Métodos de Elementos Finitos (MEF), e outras mais simples, como os baseados no modelo de catenária. Diversos trabalhos (DE LIMA; JACOB; EBECKEN, 2005; PINA et al, 2010; SILVA et al., 2013) utilizam o modelo de catenária tanto por ser a configuração mais comum para os *risers*, como por ser um modelo simples que representa bem o comportamento dos *risers* em catenária livre.

O MEF é uma análise matemática que consiste na discretização de um meio contínuo em pequenos elementos finitos, mantendo as mesmas propriedades do meio original, para que esses pequenos elementos possam ser descritos por equações diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos. Permanece como uma das principais ferramentas na análise de estruturas laminadas, limitando-se, nesse caso, a geometrias não tão complexas. Neste caso, as estruturas compósitas são, geralmente, analisadas utilizando elementos sólidos ou de cascas, pois estes permitem considerar o material, a orientação da fibra, entre outros aspectos importantes para estruturas desse tipo, entretanto, o uso dessa modelagem também demanda um grande custo computacional, fazendo com que a análise seja dividida em 2 níveis: global e local.

De acordo com a DNV-OS-C501 (2013), documento produzido pela Det Norske Veritas (DNV), fundação norueguesa que provê guias para projeto de diversos tipos de estruturas marinhas, a escolha do nível de análise pretendido depende do fenômeno a ser analisado. A filosofia global-local é recomendada para *risers* flexíveis, mas também aplicada para *riser* de materiais compósitos, e é adotada neste trabalho.

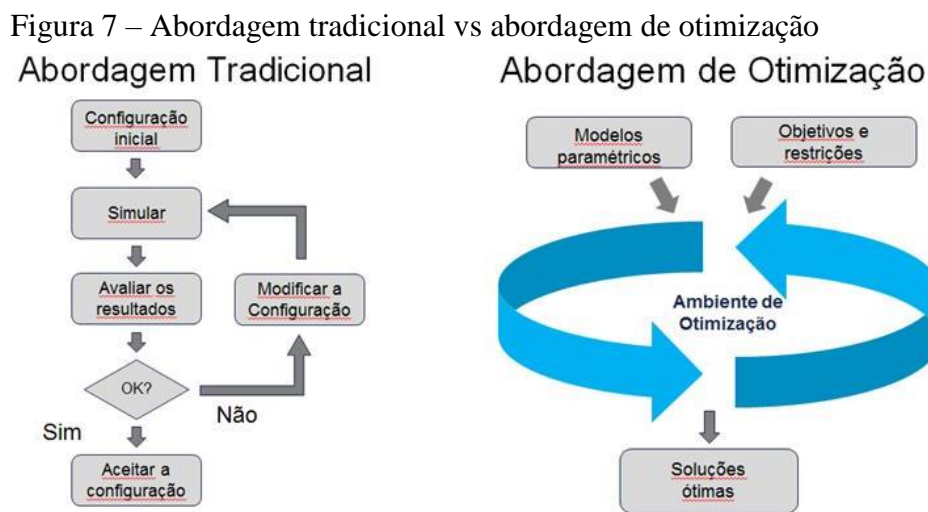
Na primeira etapa, chamada de análise global, o *riser* é sujeito a múltiplas combinações de casos de carga, fornecendo à etapa seguinte, análise local, deslocamentos,

geometria e esforços que servirão para o cálculo das deformações e tensões em cada lâmina. Essas tensões, então, vão servir para o adequado dimensionamento e otimização do laminado.

A etapa global pode ser realizada por diversos modelos, entre eles o Modelo de Cabo Inextensível, que, apesar de não incluir a flexão, por exemplo, permite a inclusão do efeito da corrente marítima ao problema, o Modelo de Catenária, mais simples, mas que só permite cargas verticais, e o MEF, que permite a consideração dos esforços de flexão pela utilização de elementos de viga. Já a etapa local pode ser realizada utilizando alguma Teoria de Laminação, como a TCL, ou pela utilização de elementos de cascas ou sólidos.

3 OTIMIZAÇÃO

Otimizar consiste em encontrar uma solução ou um conjunto de soluções que satisfaça as restrições do problema e minimize ou maximize uma ou mais funções. A necessidade pela otimização de projetos surgiu da inadequação do método tradicional de tentativa e erro, que demanda, por vezes, muito tempo para encontrar projetos que nem mesmo exploram todo o potencial das variáveis envolvidas. Os esquemas ilustrados na Figura 7 retratam a diferença entre a abordagem tradicional e a da otimização.



Fonte: Paredes (2017).

À medida que o campo de busca, o número de restrições e a complexidade do problema crescem, também cresce a dificuldade em encontrar essas soluções ditas “ótimas”. Por isso a necessidade de se desenvolver técnicas matemáticas e computacionais que auxiliem o processo de otimização. Segundo Bazán (2009), no campo das estruturas *offshore*, o uso das ferramentas de otimização auxiliam o tomador de decisão na busca de soluções que utilizem os recursos da melhor maneira possível e é justificado pela grande variedade de formas, concepções estruturais e níveis de detalhes que devem ser alcançados nestes projetos.

Os métodos para resolução de problemas de otimização se dividem em dois grandes grupos: determinísticos e aleatórios. Neste último grupo, têm-se algoritmos metaheurísticos como os Algoritmos Genéticos, a Otimização por Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization* – PSO) (KENNEDY; EBERHART, 1995), a Colônia Artificial de Abelhas (*Artificial Bee Colony* – ABC) (KARABOGA, 2005), a Evolução Diferencial (*Differential*

Evolution) (STORN; PRICE, 1997) e o Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*) (KIRKPATRICK; GELATT; VECCHI, 1986).

Para Sörensen (2013), metaheurística é uma estrutura algorítmica de alto nível, independente do problema, que fornece um conjunto de conceitos e estratégias para desenvolver algoritmos de otimização heurística, estes, por sua vez, são algoritmos utilizados para obtenção de soluções aproximadas em problemas de otimização combinatória.

Vale destacar que os chamados Métodos de Primeira Ordem, que empregam a derivada de uma função para localizar o(s) ponto(s) ótimo(s), podem ser aplicados aos problemas de otimização de laminados, entretanto, ao arredondar os valores das variáveis para valores discretos (geralmente por restrições de fabricação), é possível que não se chegue mais em uma solução ótima, ou até mesmo que ela se torne inviável (BARROSO, 2015).

Existe, ainda, uma classificação que diz respeito a existência de limitantes ao problema, tem-se: otimização restrita, quando as condições sobre os valores das variáveis são dadas por funções de restrições, e otimização irrestrita, quando as únicas restrições, se existirem, dizem respeito a valores mínimos e/ou máximos das variáveis.

Quando são consideradas restrições no problema, há duas abordagens básicas para tratarmos as soluções não viáveis que surgirem, são elas (a) modificar o conjunto de operadores evolutivos para não haver violação de restrição ou (b) penalizar soluções que violem alguma restrição. As restrições, de maneira geral, em um projeto, tendem a eliminar grande parte das soluções, criando um domínio viável potencialmente pequeno e descontínuo, facilitando a busca por parte do algoritmo, mas ao mesmo tempo dificultando a escolha do algoritmo de otimização. É padrão da formulação de problemas de otimização a utilização de restrições de desigualdade ($g_j(x) \leq 0$). Assim, uma restrição é considerada ativa quando é satisfeita na igualdade (isto é, quando $g_j(x) = 0$ em um dado ponto), é dita inativa quando possui valor negativo ($g_j(x) < 0$) e é dita violada quando possui valores positivos no caso das desigualdades ou diferentes de zero no caso das restrições de igualdade.

Além disso, dependendo do número de funções objetivos considerado na formulação do problema de otimização, ele pode ser denominado de problema mono-objetivo ou problema multiobjetivo.

Por fim, os problemas de otimização podem ser classificados de acordo com as variáveis de projeto, restrições e funções objetivos da seguinte forma:

- a) problemas lineares: Tanto a função objetivo quanto as restrições só possuem termos lineares;

- b) problemas quadráticos: A função objetivo é quadrática e as restrições são lineares;
- c) problemas não-lineares: A função objetivo ou pelo menos uma das restrições é não-linear, é onde os problemas de *risers* se inserem.

Em problemas de otimização combinatória, como é o caso da otimização de compósitos laminados com variáveis discretas, o espaço de busca cresce de forma exponencial com o número de variáveis de projeto e junto a formulações multiobjetivo, o projeto dessas estruturas se torna ainda mais complexo. Segundo Hashimoto (2004, p. 35), “a formulação multiobjetivo praticamente elimina a possibilidade de encontrar o Conjunto de Soluções Pareto-Ótimo analiticamente, sendo necessário promover um procedimento de mapeamento do Espaço de Decisões”.

Para o melhor entendimento deste tipo de otimização, esta Seção se divide em 4 tópicos, que abordam, em ordem, os conceitos essenciais da otimização multiobjetivo, uma breve revisão dos algoritmos evolutivos multiobjetivo e aplicações da literatura de otimização de compósitos laminados e de *risers*.

3.1 Conceitos de otimização multiobjetivo

Recebe o nome de problema multiobjetivo (PMO) aquele que possui mais de um aspecto relevante à formulação do problema, ou seja, aquele em que mais de um critério deve ser otimizado simultaneamente. Com frequência, esses objetivos são conflitantes, isso é, a melhoria de um critério implica no comprometimento de um outro, como é o caso da redução de uso de material compósito em uma estrutura e o aumento da resistência desta.

Segundo Marler e Arora (2004), um problema de otimização multiobjetivo pode ser descrito, de forma geral, da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar (ou maximizar) } F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]^T \\ &\text{Sujeito a } g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ &\quad \quad \quad h_l(x) = 0, \quad l = 1, 2, \dots, e \end{aligned} \tag{29}$$

onde k é o número de funções objetivos, m é o número de restrições de desigualdade e e o número de restrições de igualdade. $x \in E^n$ é um vetor de variáveis de projeto, onde n é o número de variáveis independentes x_i . $F(x) \in E^k$ é o vetor de funções objetivos (também conhecido como função custo ou critério) formado por $f_i(x): E^n \rightarrow E^1$.

O espaço de projeto viável X (também chamado de espaço de decisões viáveis) é definido pelo conjunto $\{x | g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m; e h_l(x) = 0, l = 1, 2, \dots, e\}$. O espaço objetivo viável Z (também chamado de espaço custo ou conjunto acessível) é definido pelo conjunto $\{F(x) | x \in X\}$.

Apesar de distintos, os conceitos de acessibilidade e viabilidade de uma solução são frequentemente confundidos. Acessibilidade quer dizer que um ponto no espaço objetivo factível Z aponta para um ponto no espaço de projeto viável, enquanto viabilidade implica na não-violação de restrições. Cada ponto no espaço de projeto viável aponta para um ponto no espaço objetivo Z , o contrário, no entanto, não é necessariamente verdade, pois cada ponto no espaço objetivo não corresponde necessariamente a somente um ponto em X .

Em problemas com um único objetivo ($k = 1$), o que se procura é, entre um conjunto de pontos, a solução que, possivelmente, será o mínimo ou máximo global do problema. Quando se aumenta o número de objetivos, no entanto, essa tarefa não é tão simples.

Quando são considerados objetivos conflitantes, mais de uma solução atenderá em maior ou menor grau a cada um dos objetivos, de forma que não existirá uma única solução para o problema, mas um conjunto de soluções que representam os conflitos entre os objetivos para que o tomador de decisão, inserindo suas preferências durante, antes ou depois da busca, escolha a solução mais adequada para seu projeto. Quando se tem de antemão alguma informação sobre o tipo de solução mais adequada ao problema, a busca pode ser direcionada para encontrar esse tipo de soluções.

Existem, basicamente, dois tipos de abordagens para resolver PMOs. A primeira modifica o problema e utiliza algoritmos clássicos de otimização para resolvê-lo, são os chamados Métodos Escalares, e a segunda propõe formas de encontrar as soluções ótimas sem modificar o problema e trata cada objetivo de forma independente, são os chamados Métodos Vetoriais. Um exemplo do primeiro grupo é o Método da Soma Ponderada (GASS; SAATY, 1955; ZADEH, 1963), que converte o problema em uma só função custo ao normalizar os objetivos, para que todos possuam ordem de grandeza similares, e ponderar com coeficientes escalares, de modo que a soma dos pesos totalize 1. O problema pode ser descrito por:

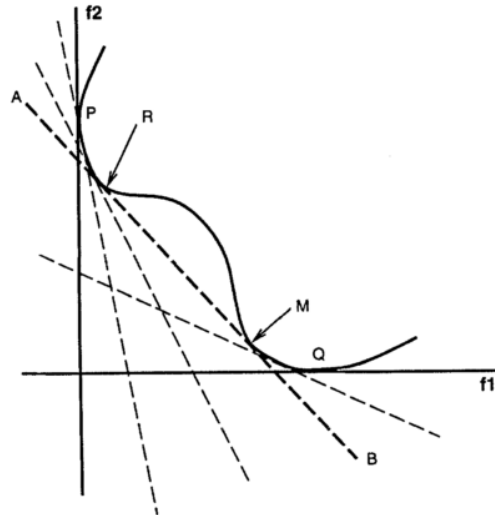
$$F(x) = \sum_{i=1}^k w_i f_i(x) \quad (30)$$

onde w_i é o peso da função objetivo f_i .

Apesar da aparente facilidade que essa abordagem propõe, alguns problemas surgem como efeito colateral. Esses métodos geralmente encontram uma única solução por

execução, exigindo N execuções com diferentes parâmetros, para obterem N soluções diferentes, e não conseguem lidar com fronteiras não-convexas. Esse problema é ilustrado pela Figura 8, onde as inclinações das retas tracejadas representam uma combinação linear de pesos (w_1 e w_2 , que correspondem às funções f_1 e f_2 , respectivamente). É possível observar que se a inclinação da tangente coincide com a do segmento AB , ela tocará a Frente de Pareto em dois pontos distintos, mas se a inclinação da tangente for maior (menos negativa) que a da reta \overline{AB} , então ela tocará os pontos do arco MQ , se for menor (mais negativa), tocará os pontos do arco PR , não havendo, assim, uma inclinação que alcance os pontos entre R e M (DAS; DENNIS, 1997).

Figura 8 – Método da Soma Ponderada em Frente Não-Convexa



Fonte: Das e Dennis (1997, p. 65).

Uma variação deste método denominada Weighted Compromise Programming Method (WCP) (ATHAN; PAPALAMBROS, 1996) foi proposta de modo a superar essa dificuldade. Neste método, a função mono-objetivo é formulada da seguinte maneira:

$$F(x) = \sum_{i=1}^k (w_i f_i(x))^m \quad (31)$$

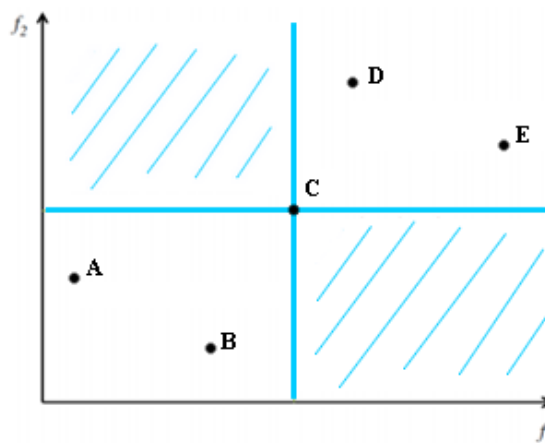
onde w_i é o peso da função objetivo f_i , k é o número de objetivos e m é um fator de potência que possibilita que o algoritmo encontre as soluções em frentes não-convexas. Nesse caso, o somatório dos pesos também deve totalizar 1 (um).

Outra metodologia que envolve a manipulação das funções objetivos é o Método ϵ -restrito, que mantém apenas um dos objetivos originais como função custo e converte as demais funções em restrições de desigualdade.

Já os Métodos Vetoriais fazem uso de conceitos de Pareto (PARETO, 1906). Esta abordagem estabelece conceitos que permitem que soluções para PMOs sejam comparadas e, posteriormente, trabalhadas de acordo com a rotina de cada algoritmo. Com o conceito de Dominância, é possível determinar quando uma solução é ótima ou não e se uma solução é dominada ou não em relação a outra.

Em um problema de minimização dos objetivos, uma solução x_1 domina a solução x_2 , ambas pertencentes ao espaço de projeto viável X , se nenhum componente do vetor de funções objetivos $F(x_1)$ for maior que os correspondentes valores de $F(x_2)$ e pelo menos uma solução do vetor $F(x_2)$ for maior que seu correspondente em $F(x_1)$. Se essa condição não acontecer, diz-se que o vetor de decisão x_1 é indiferente com o vetor de decisão x_2 . A Figura 9 ilustra melhor esse conceito em um problema de minimização de dois objetivos, onde cada eixo representa o valor de uma função objetivo.

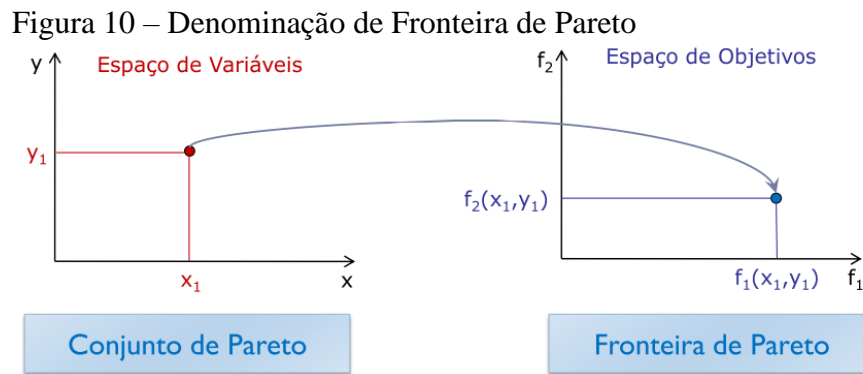
Figura 9 – Representação do conceito de Dominância de Pareto



Fonte: Elaborada pela autora.

Os pontos D e E são dominados por C , uma vez que todas as componentes de $F(C)$ são menores ou iguais aos seus correspondentes componentes em $F(D)$ e $F(E)$ e pelo menos uma (neste exemplo em específico, as duas) componente é maior que sua respectiva em $F(C)$. Por outro lado, os pontos A e B dominam C , pois todas os componentes de $F(A)$ e $F(B)$ possuem valores menores ou iguais que os respectivos componentes de $F(C)$. Os pontos A e B são indiferentes entre si, pois $f_1(A) < f_1(B)$, mas $f_2(B) < f_2(A)$, assim como D e E .

Generalizando, uma solução x^* é Pareto-Ótima se, e somente se, não existir outra solução x , ambas pertencentes ao espaço de objetivos factível, que reduza pelo menos um objetivo sem aumentar outro. Ou seja, nenhuma solução é capaz de melhorar pelo menos uma função objetivo sem prejudicar uma outra função, diz-se, então, que esta é uma solução não-dominada. O conjunto formado por essas soluções é denominado conjunto ótimo de Pareto (também chamado de conjunto eficiente ou não-dominado) e, quando representado no espaço de objetivos, recebe o nome de Fronteira (ou Frente) de Pareto, como mostra a Figura 10.



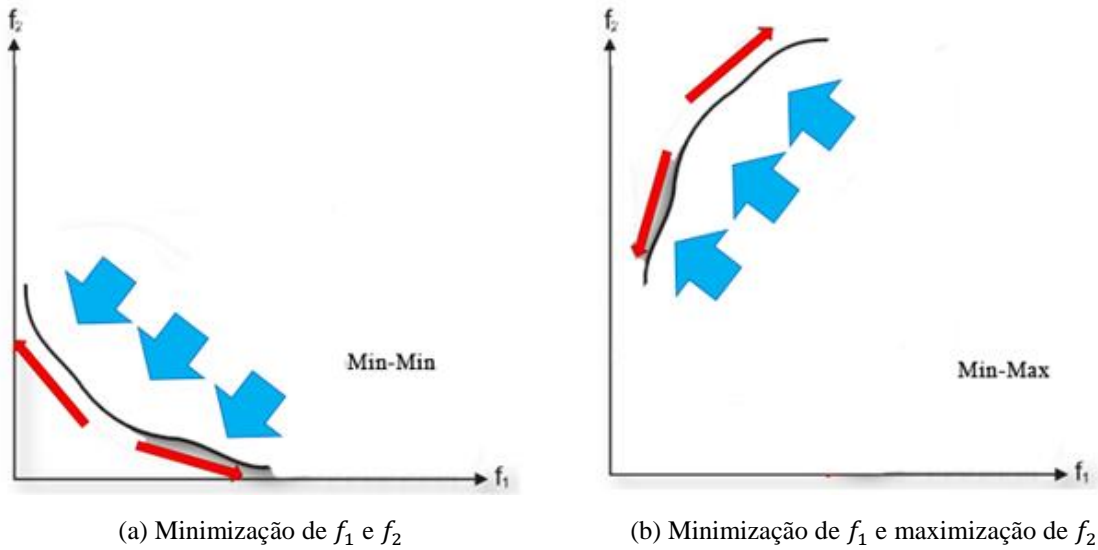
Fonte: Coelho e Von Zuben (2017, p. 8).

Entretanto, quando se trata da inclusão de preferências do tomador de decisão, a relação de Dominância de Pareto não oferece muita flexibilidade, e, por essa razão, diversas relações adicionais foram propostas, como a dominância r -dominância, g -dominância, dominância lexicográfica, entre outras.

Obter a Frente de Pareto pode ser um trabalho árduo dependendo do nível de complexidade do problema, da não-continuidade do espaço de busca, do tipo de problema e do espaço de projeto do mesmo. Portanto, um número limitado de soluções é entregue ao usuário, uma vez que explorar todo o campo de potenciais soluções demandaria um grande esforço computacional e, ainda assim, não garantiria soluções ótimas globais.

Para garantir que o algoritmo progrida continuamente em direção à Frente de Pareto, os AEs utilizam mecanismos que mantêm a diversidade das soluções no espaço de variáveis e no espaço de objetivos e preservam as soluções não dominadas ao longo da busca (elitismo), garantindo uma busca mais completa, como ilustra a Figura 11.

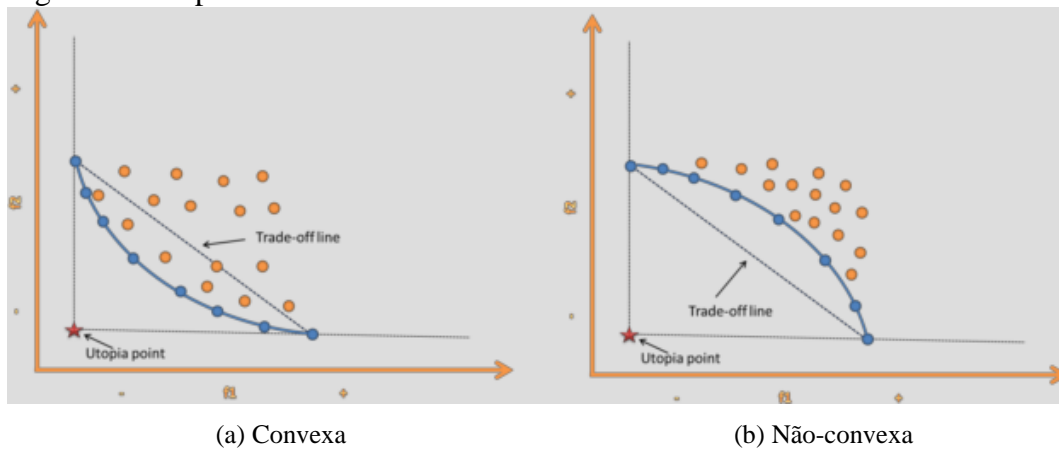
Figura 11 – Aproximação e cobertura da Frente de Pareto



Fonte: Adaptado de Coelho e Von Zuben (2017, p. 18).

A Frente de Pareto pode apresentar tipicamente forma convexa ou não-convexa, como mostra a Figura 12. Frentes descontínuas também são comuns, porém mais complexas de se analisar e podem ser divididas nos dois casos anteriores.

Figura 12 - Tipos de Frentes de Pareto



Fonte: Open Source Engineering (2017, p. 4).

Existe, por fim, o conceito de Solução Utópica (ou Ponto Ideal), indicado em ambas as Frentes da Figura 12, esta solução é obtida pela minimização de cada função objetivo individualmente. Cada minimização, então, resultará em uma solução que possui um ponto no espaço de variáveis e o seu correspondente no espaço de objetivos, entretanto, é muito raro que todas as minimizações do problema resultem no mesmo ponto no espaço de variáveis.

Geralmente esse ponto não é factível e só existe no espaço objetivo, ou seja, cada solução mínima de cada objetivo corresponde a um ponto diferente no espaço de variáveis.

3.1.1 Conjunto Não-dominado

São diversas as técnicas para obtenção do Conjunto Não-dominado, com diferentes níveis de complexidade computacional. Em uma breve revisão sobre as abordagens para determinação desse conjunto, Deb (2001) elenca as 3 (três) abordagens mais comuns na literatura, são elas:

- a) *Naive and Slow Approach*: Nesta abordagem, o conjunto não-dominado é inicializado e vazio, em seguida, cada solução i é comparada com todas as outras soluções da população. Se, e somente se, i não for dominada por nenhuma outra solução, ela é adicionada ao Conjunto Não-dominado, caso contrário, a solução é ignorada;
- b) *Continuously Updated Approach*: Esta abordagem é similar a primeira, mas torna o algoritmo mais rápido ao fazer uma melhor alocação com as comparações, o procedimento começa com a inicialização do conjunto não-dominado, insere-se a ele uma solução i qualquer, em seguida, deve-se comparar i à todas as outras soluções da população (sem contar as soluções pertencentes ao próprio conjunto não-dominado). Se, e somente se, i não for dominada por nenhuma outra solução, ela permanecerá no conjunto, caso contrário, será deletada dele. Se esse conjunto, eventualmente, estiver vazio, uma outra solução qualquer deve ser adicionada a ele de modo a continuar as comparações até que toda a população seja verificada.
- c) Método Eficiente de Kung et al.: A abordagem proposta por Kung, Luccio, e Preparata (1975), é, entre as três aqui apresentadas, a mais eficiente computacionalmente. O método propõe que a população seja ordenada em ordem decrescente de acordo com os valores da primeira função objetivo do problema e, recursivamente, dividida em duas subpopulações denominadas de Metade Superior e Metade Inferior. Supõe-se que a Metade Superior é não-dominada, sendo necessário então que somente as soluções da Metade Inferior sejam comparadas com as soluções da Metade Superior. Se uma solução i não for dominada por nenhuma outra solução da Metade Superior, ela é combinada a este grupo.

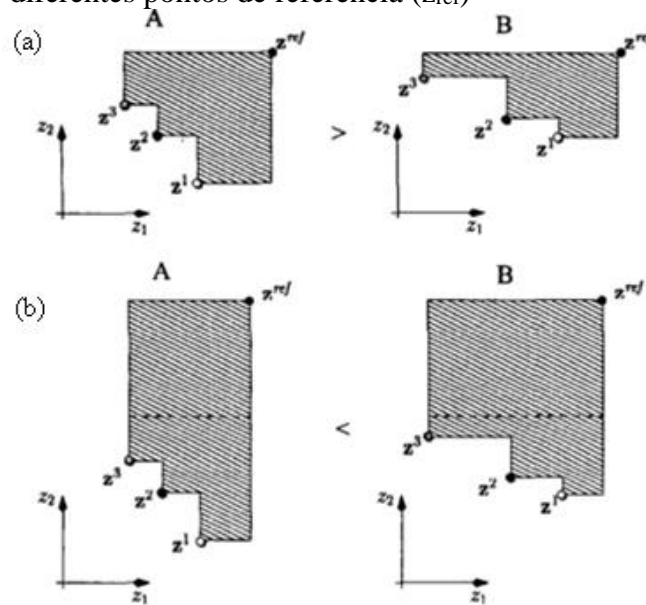
3.1.2 Indicadores de qualidade

Os algoritmos de otimização multiobjetivo lidam, basicamente, com dois fins: minimizar a distância das soluções obtidas até as soluções pertencentes ao Conjunto Pareto-Ótimo (convergência) e maximizar a diversidade das soluções (melhor cobertura do espaço de busca). Entretanto, não existe uma definição geral do que é uma boa aproximação. Dessa forma, os indicadores de qualidade surgem para avaliar e comparar uma frente obtida quanto à convergência e diversidade no processo de busca. Além disso, esses parâmetros servem para comparação do desempenho de diferentes metaheurísticas aplicadas a um mesmo problema.

Hoje, na literatura, são dezenas de indicadores, como mostra Zhou et al. (2011), exemplos deles incluem a distância geracional, cobertura, distância euclidiana do ponto ideal e o amplamente utilizado *S-metric* (ou hipervolume dominado). Este último indicador foi proposto por Zitzler e Thiele (1998) e definido como o tamanho do espaço de busca coberto por soluções não-dominadas.

No caso de um problema bidimensional, cada solução-ótima terá uma área retangular formada pela diferença das coordenadas ($f_1(x)$, $f_2(x)$) e as coordenadas de um dado ponto, chamado de ponto de referência. A união das áreas formadas por todos os pontos da Frente em relação ao ponto de referência resultará, então, no espaço total coberto. Quanto maior for o seu valor, melhor será a fronteira ótima de Pareto. A Figura 13 ilustra esse conceito ao representar a influência do ponto de referência (“zref”) no cálculo do hipervolume (HV) de dois objetivos minimizados. Em (a), o Conjunto-Ótimo A possui maior HV que o Conjunto-Ótimo B, mas em (b), ao mudar o ponto de referência para uma outra coordenada, percebe-se que o HV muda e sugere que o conjunto B possui maior HV. Portanto, a escolha desse parâmetro deve levar em consideração, apesar de ser arbitrária, uma distância razoável de todas as soluções que o dominam.

Figura 13 – Hipervolume dominado para diferentes pontos de referência (z_{ref})



Fonte: Knowles e Corne (2002, p. 713).

3.2 Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo (AEMOs)

Algumas das vantagens dos AEs residem no fato deles serem algoritmos baseados em populações, ou seja, proporcionam múltiplas soluções em uma única execução, e no fato deles tenderem a ser menos susceptíveis à forma da Frente de Pareto e a eventuais descontinuidades (COELHO; VON ZUBEN, 2017). Entretanto, ao lidar com PMOs, os AEs devem incluir algum tipo de tratamento para a questão do critério de seleção, especificamente em como atribuir o valor de aptidão (*fitness*) de cada indivíduo.

Um dos primeiros tratamentos dados aos AEMOs partiu de Schaffer (1985), sua abordagem intitulada Algoritmo Genético de Avaliação de Vetores (*Vector Evaluated Genetic Algorithm* – VEGA), não possui nenhuma forma de elitismo em seu procedimento e consiste, basicamente, em dividir a população de uma geração em k subgrupos de tamanho $\frac{Np}{k}$, onde k é o número de funções objetivos e Np o tamanho da população, e cada uma das subpopulações têm seus indivíduos avaliados em relação a um dos objetivos. Alguns indivíduos são, então, escolhidos por um mecanismo de seleção proporcional à aptidão e, ao final, reagrupados em uma nova população que passará por operadores como recombinação e mutação. Esse processo é repetido até que o algoritmo atinja um critério de parada. O princípio do VEGA consiste na ideia de que o mínimo de uma função mono-objetivo é um ponto Pareto-ótimo. Entretanto, tal mínimo geralmente define os extremos do conjunto ótimo de Pareto.

Inspirados nos princípios do VEGA, surgiram variações de algoritmos como o PSO e o ABC, originando o *Vector Evaluated Particle Swarm Optimization* (VEPSO) (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2002) e o *Vector Evaluated Artificial Bee Colony* (VEABC) (OMKAR; SENTHILNATH, 2011), respectivamente.

Desde então, diferentes critérios de seleção foram propostos e novas ferramentas foram incorporadas aos AEMOs, servindo como indicadores do que pode funcionar bem ou não em PMOs. Um mecanismo capaz de melhorar as soluções encontradas por um modelo de AEMO, por exemplo, é o elitismo, conclusão de um estudo conduzido por Zitzler, Kalyanmoy e Thiele (2000).

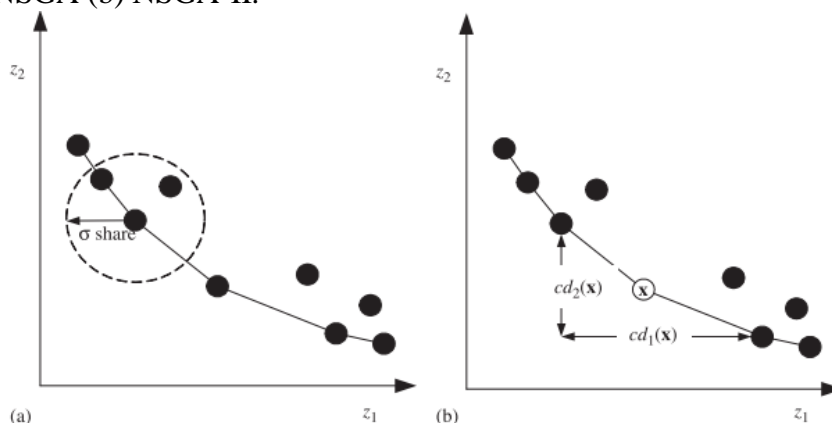
Quando os AGs são adaptados para lidar com PMOs eles recebem a denominação *Multiobjective Genetic Algorithms* (MOGAs), entre eles tem-se o Algoritmo Evolutivo da Força de Pareto (SPEA2) e o Algoritmo Genético de Classificação por Não-dominância (NSGA-II). Apesar da conhecida dificuldade do NSGA-II em lidar com problemas com mais de três objetivos, os dois são considerados o estado da arte (ZHOU et al., 2011).

O SPEA2 atribui um valor de aptidão a cada indivíduo dependendo do número de indivíduos que este domina, parâmetro denominado de Força do Indivíduo (S_i), da Força Bruta do Indivíduo (R_i), que consiste no somatório da força de todos os indivíduos não dominados por i , e da densidade da solução encontrada (D_i), mecanismo proposto para garantir a diversidade no espaço de objetivos. A aptidão do indivíduo é, então, descrita como $S_i = R_i + D_i$.

O algoritmo mantém duas populações P_t e Q_t de tamanhos fixos, onde P_t armazena os indivíduos da população inicial, assim como os indivíduos das gerações seguintes, e Q_t , que armazena a população externa, composta somente pelas soluções não-dominadas encontradas pelo algoritmo. Em $t = 0$, P_t é inicializado aleatoriamente e Q_t permanece vazio, em seguida, as duas populações são unidas ($Pop_t = P_t + Q_t$) e avaliadas levando em consideração a aptidão F_i de cada indivíduo, copiando para Q_{t+1} apenas as soluções não-dominadas. Se o número de soluções não-dominadas em Pop_t for maior que o tamanho fixo Q_{t+1} , um algoritmo de corte é aplicado, eliminando excedentes através de um processo iterativo, que exclui os indivíduos de acordo com o inverso da distância aos seus k vizinhos mais próximos (k é sugerido como $\sqrt{|Pop_t|}$). Sendo isso feito, a população Q_{t+1} passará por operadores como seleção por torneio binário, cruzamento e mutação, gerando a população P_{t+1} , reiniciando o ciclo onde as duas populações serão novamente unidas e avaliadas pela sua aptidão, continuando esse processo até que se atinja um critério de parada.

O NSGA-II, por outro lado, não trabalha com uma população externa para implementar o elitismo, mas possui, como o SPEA2, um mecanismo para manutenção de diversidade no espaço de objetivos, denominado distância de multidão (*crowding distance* - CD). A distância de multidão calcula a distância média entre uma solução de uma frente até duas outras soluções mais próximas da mesma frente, para cada objetivo. Quanto maior, melhor, pois indica maior distanciamento entre as soluções anteriores e posteriores em relação a solução em questão. Esse mecanismo é uma vantagem não só em relação à versão original do NSGA, quando havia a necessidade de o usuário definir na entrada o parâmetro *Sharing* (σ_{share}), mas também em relação ao SPEA2, ao não precisar definir a k -ésima solução mais próxima para calcular a densidade da solução (D_i). A Figura 14 ilustra os dois métodos utilizados para garantir uma melhor distribuição de soluções.

Figura 14 – Métodos para diversidade do espaço de objetivos: (a) NSGA (b) NSGA-II.



Fonte: Konak, Coit e Smith (2006, p. 1000).

De maneira análoga aos MOGAs, quando o PSO é adaptado para tratar PMOs, os algoritmos recebem a denominação *Multiobjective Particle Swarm Optimization Algorithms* (MOPSO). O PSO, em sua concepção, busca reproduzir o comportamento de grupos de indivíduos, como cardumes ou bandos de pássaros, aliados a conceitos que mimetizam posição, deslocamento e velocidade. A estratégia de otimização baseia-se em um processo iterativo, onde um grupo de soluções propostas é interpretado como um enxame, e cada candidato a projeto ótimo (solução) é interpretado como uma partícula e que, como em um bando, são consideradas experiências do indivíduo e experiências do grupo na busca pelo ponto ótimo. Desta forma, cada partícula da nuvem faz uma varredura no espaço de busca do projeto (limitado por restrições de fabricações e imposições para estabilidade da estrutura) procurando posições que resultem em valores mínimos para a função objetivo. Diversas variantes deste

algoritmo foram propostas, somando mais de 30 MOPSOs na literatura (DURILLO et al., 2009). O artigo de Kumar e Minz (2014) e a tese de Jancauskas (2016) trazem uma revisão de diversos MOPSOs levando em consideração aspectos como a utilização de arquivo externo e técnicas para atualização do vetor de posição da partícula.

3.3 Otimização multiobjetivo de compósitos laminados

A otimização de materiais compósitos laminados reforçados por fibras tem na grande flexibilidade de seus arranjos uma vantagem e uma dificuldade. Efetivamente, as vantagens do uso desses materiais, principalmente em relação as estruturas metálicas, surgem como resultado do arranjo encontrado durante o processo de otimização.

É possível inferir da literatura algumas tendências, como as funções objetivos e a variáveis de projeto mais comuns. As funções objetivos mais frequentes tratam da minimização do peso, da maximização da carga crítica de flambagem, da otimização da primeira frequência natural e da minimização do custo. Quanto as variáveis de projeto, tem-se a fração de volume da fibra, espessura das lâminas e orientação das fibras.

Quanto ao tipo de otimização, apesar da preponderância das funções mono-objetivo, é notável o interesse dos pesquisadores em desenvolver e aplicar métodos que contemplem a otimização multiobjetivo em problemas de laminados. Duas técnicas frequentemente empregadas para resolução de PMOs é o Método das Soma Ponderada e o WCP. É o caso dos trabalhos de Walker e Smith (2003), Almeida e Awruch (2009), Rocha, Parente Jr, Melo (2014) e Barroso, Parente Jr e Melo (2016).

Walker e Smith (2003) utilizam o Método da Soma Ponderada para minimização da massa e da deflexão de placas laminadas simétricas submetidas a carregamentos transversais, tendo como variáveis de projeto as orientações das fibras e a espessura de cada camada, como algoritmo de otimização, optaram pelos AGs. Almeida e Awruch (2009) também utilizaram os AGs, mas consideraram como variáveis de projeto a orientação das fibras, o material que a constitui e o número de camadas. Além disso, os autores substituíram o operador mutação dos AGs por operadores específicos para problemas de laminados, como a Modificação da orientação (*Orientation Alteration*), Modificação do Material (*Material Alteration*), Adição de Lâmina (*Ply Addition*), Eliminação de Lâmina (*Ply Deletion*) e Troca de Lâminas (*Gene Swap*).

Barroso, Parente Jr e Melo (2016) também utilizaram o WCP com o fator de potência igual a 2 (dois), mas para a otimização, propuseram um algoritmo próprio que combina a heurística do PSO com alguns operadores dos AGs, como a mutação e o cruzamento

(*crossover*), além de também incorporarem operadores específicos para problemas de laminados. A formulação multiobjetivo consistia na minimização do peso e do custo de uma placa laminada, problema descrito e otimizado por Rao e Lakshmi (2009).

Outro trabalho que utilizou um algoritmo híbrido entre AGs e PSO foi o artigo de Vosoughi, Darabi e Forkhorji (2017), mas, nesse caso, para otimização mono-objetivo da carga de flambagem. Para tanto, os pesquisadores geraram uma população inicial aleatória, utilizando os AGs, e calcularam as cargas críticas de flambagem pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), em seguida, as melhores soluções eram ordenadas e um critério de convergência era testado, se as soluções não passassem por ele, um determinado percentil das piores soluções seriam trabalhadas pelo PSO, para que possam evoluir. Feito isso, realiza-se uma seleção por torneio, cruzamento e mutação para gerar os novos pais da próxima geração de soluções que terão a carga de flambagem calculada pelo MEF e, novamente, ordenada e avaliada quanto a um critério de convergência. O processo se encerra quando este critério é atingido.

Já Omkar et al. (2008) adaptaram o VEPSO e, posteriormente, junto a Senthilnath (2011) adaptou o VEABC para a otimização multiobjetivo de uma viga de compósito laminado, os critérios minimizados foram o peso e o custo total do laminado; as variáveis de projeto foram o número de camadas, a espessura das lâminas e a orientação das fibras.

Pelletier e Vel (2006) e Vo-Duy et al. (2017) utilizaram o NSGA-II para otimização de laminados. O primeiro utilizou dois modelos distintos de otimização: no primeiro, os objetivos consistiam na maximização da carga resistente e minimização da massa de carbono/epóxi do laminado sujeito a momento biaxiais, as variáveis de projeto, nesse caso foram a fração de volume das fibras e a orientação das fibras; o segundo modelo utiliza três funções objetivos, maximização da pressão de colapso, maximização da rigidez e minimização do peso de um tubo de parede fina sujeito a pressão interna, tendo como variável de projeto a espessura das lâminas. O segundo trata de uma viga de compósito laminado sujeita a restrições de frequência natural, sendo objetivo minimizar o peso da viga e maximizar sua frequência natural. As variáveis de projeto são, novamente, a fração de volume das fibras, a espessura das camadas e orientação das fibras, sendo as últimas duas discretas.

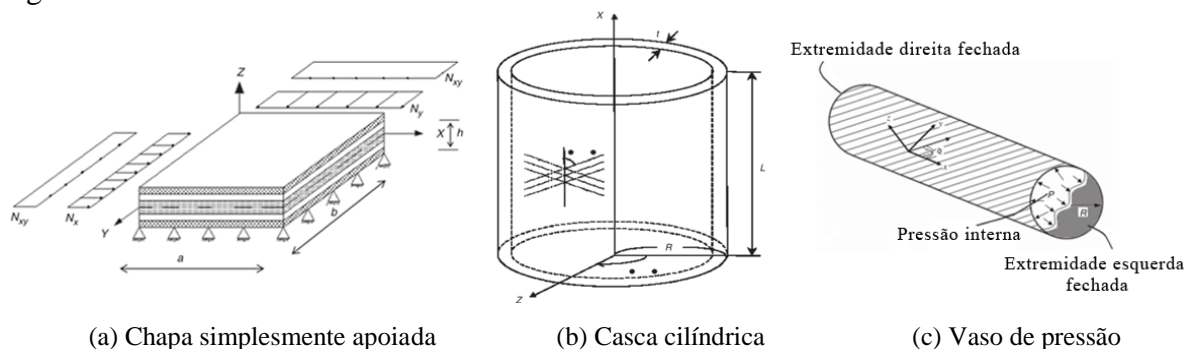
Lee et al. (2012) também trabalharam com AGs adaptados para lidar com PMOs. O algoritmo utilizado foi o *Robust Multiobjective Genetic Algorithms* (RMOGA), o termo “robusto” vem da estrutura de inteligência computacional chamada *Robust Multiobjective Optimisation Platform* (RMOP) baseada em algoritmos baseados em populações, como os AGs e o PSO. Os objetivos minimizados por Lee et al. foram o peso e a deflexão de uma placa laminada.

Já Rao e Lakshmi (2009) propuseram modificações na versão original do algoritmo de Busca por Dispersão (*Scatter Search*), tendo este sido aplicado para compósitos laminados em Rao e Arvind (2005) anteriormente, mas somente para problemas mono-objetivo. Os autores sugerem o emprego do cruzamento de dois pontos (operador dos AGs), ao invés da concepção inicial das combinações determinísticas, para maior cobertura do espaço de busca e maior rapidez na convergência. Além disso, são utilizadas ideias de dois algoritmos estados-de-arte em sua proposição: o armazenamento de soluções não-dominadas em arquivo externo durante a busca, mecanismo empregado no (1+1) *Pareto Archived Evolution Strategy* (PAES), ou Estratégia Evolutiva com Pareto Arquivado, proposto por Knowles e Corne (2000), e a distância de multidão do NSGA-II para eliminar indivíduos do arquivo externo quando este atinge seu tamanho máximo.

O (1+1) PAES é um algoritmo que, como descreve Bazán (2009, p. 71), “gera um arquivo de referência para armazenar as soluções previamente encontradas da fronteira de Pareto [...] utilizado para estabelecer o ranking de dominância aproximado entre a solução atual e a solução candidata gerada”.

Rao e Lakshmi (2009) fizeram uma comparação entre os algoritmos Busca por Dispersão, NSGA-II, (1+1) PAES, MOPSO (COELLO; PULIDO; LECHUGA, 2004) e Micro-GA (COELLO; PULIDO, 2001) a fim de avaliar o desempenho do algoritmo proposto para otimização do arranjo (*layup*) de três modelos de compósitos laminados quanto ao custo e ao peso: (a) uma chapa simplesmente apoiada, (b) uma casca cilíndrica sujeita à compressão axial e (c) um vaso de pressão de parede fina. As funções objetivo estudadas foram a minimização do custo e do peso dos laminados considerando como variáveis a orientação das fibras, o número de lâminas e o material que a constitui.

Figura 15 – Estruturas laminadas de Rao e Lakshmi



Fonte: Adaptado de Rao e Lakshmi (2009, p. 2165, 2167 e 2168).

Existem também na literatura aplicações de métodos baseados no gradiente. Segundo Kathiravan e Ganguli (2007), esses métodos são computacionalmente muito eficientes, mas possuem a desvantagem de caírem em mínimos locais, inconveniente superado pelo PSO, algoritmo utilizado para comparação de desempenho em seu artigo. Kathiravan e Ganguli realizaram uma otimização mono-objetivo para maximizar o fator de segurança de uma viga-caixão de material compósito formada por 4 (quatro) paredes sujeita a diversos carregamentos pré-determinados, sendo cada parede composta por 6 (seis) lâminas da combinação grafite/epóxi, variando a orientação das fibras de cada lâmina e considerando, apenas, laminações simétricas.

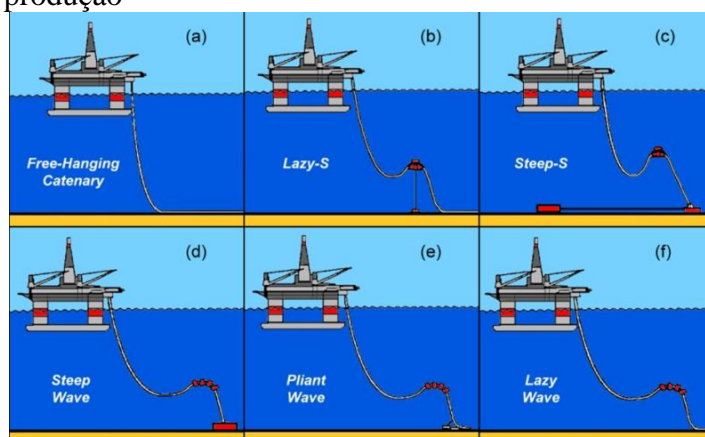
3.4 Otimização de *risers*

Um dos primeiros trabalhos voltados para a otimização de *risers* foi o de Larsen e Hanson (1999), que tratou de um *riser* de aço em catenária tendo como função objetivo o custo total do *riser*. As restrições foram determinadas pelas tensões máximas admissíveis, flambagem e pela geometria do tubo. As variáveis de projeto eram os comprimentos e as espessuras dos segmentos, sendo o número de segmentos fixo e igual a 3 (três): trecho final superior, trecho intermediário e trecho final inferior. Foram considerados dois casos de carga que correspondem a situações extremas (*riser* vazio na posição *near* e *riser* cheio de óleo na posição *far*) e 3 (três) profundidades diferentes (300 m, 900 m e 1500 m). A posição *near* se refere a movimentação do *riser* em direção ao TDP e *far* se afastando. A otimização foi feita utilizando programação quadrática sequencial.

Alguns artigos (DE LIMA; JACOB; EBECKEN, 2005; TANAKA; MARTINS, 2008) contemplam a otimização de *risers* de aço utilizando os AGs e o Recozimento Simulado na configuração de *lazy-wave*. Pina et al. (2010) utilizou o PSO para otimização de *risers* de aço em *lazy-wave*, e avaliou, ainda, o impacto dos parâmetros de otimização na performance do algoritmo.

Vieira, Lima e Jacob (2012) utilizaram 3 (três) diferentes algoritmos bioinspirados para otimizar o custo total de fabricação de um *riser* rígido de aço na configuração *lazy-wave* (ver Figura 16) em uma lâmina d'água de 1290 m, foram eles: AGs, PSO e os Sistemas Imunológicos Artificiais, do inglês *Artificial Immune System* (AIS).

Figura 16 – Configurações mais comuns para *risers* de produção



Fonte: Pina et al. (2010, p. 217).

Todos os algoritmos foram executados 30 vezes e os resultados foram comparados em termos de valor médio dos indivíduos mais aptos, de desvio padrão e de número de avaliações realizadas nas otimizações. A conclusão do trabalho foi de que, em todos os casos, os algoritmos genéticos foram os que apresentaram o menor valor médio de aptidão e maiores valores de avaliações. Em seguida, tem-se o AIS e o PSO, ambos se mostram mais eficientes, com maiores valores médio de aptidão com menos interações/cálculos, se comparados com os AGs, e, em todos os casos, atingiram o valor alvo de aptidão com desvios padrões inferiores aos encontrados pelos AGs, mostrando a robustez desses métodos. Os autores destacam, por fim, que apesar de sua formulação ser mono-objetivo, os problemas da indústria *offshore* se beneficiariam de uma formulação multiobjetivo e cita, como exemplo, a otimização das rotas dutos submarinos, onde comprimento e peso são critérios relevantes.

A tese de Vieira (2011) trata justamente desse problema, utilizando, para a otimização, um algoritmo adaptado dos Sistemas Imunológicos Artificiais (SIA), do inglês *Artificial Immune Systems*, denominado Sistemas Imunológicos Artificiais com Memória Externa de Pareto (SIAMEP). Duas formulações foram propostas: a primeira considerando somente a minimização do comprimento total da rota dos dutos e a segunda agregando a minimização do peso total de lastro requerido para garantir a estabilidade hidrodinâmica do duto apoiado no leito marinho. Os resultados mostraram que, de maneira geral, quanto menor o comprimento da rota, maior o peso. Em virtude da baixa profundidade, há maior peso requerido de lastro na região em torno dos pontos que se encontram numa profundidade mais suscetível aos carregamentos de onda. Ao comparar os resultados das duas formulações, constatou-se que os resultados do algoritmo multiobjetivo estão em concordância com as

soluções de Baioco (2011), onde o mesmo problema foi tratado em uma única função objetivo que ponderava as duas funções (comprimento e peso do lastro).

Outro trabalho que aborda a questão multiobjetivo é a tese de Bazán (2009), onde é descrito um procedimento para otimização simultânea do volume e do custo de uma *stress joint*¹ mista, constituída de aço e titânio, e uma outra abordagem considerando apenas a minimização do volume. Tendo em vista que o titânio apesar de ser mais leve que o aço, o primeiro possui custo unitário mais alto, tornando os objetivos considerados conflitantes na composição do custo final. A otimização foi feita utilizando no método (1+1) PAES.

É importante ressaltar a importância não só da escolha do algoritmo a ser utilizado, mas também do impacto dos parâmetros de otimização, como tamanho da população, número de gerações, probabilidade de mutação, taxa de cruzamento, entre outros, de modo a fazer o algoritmo funcionar em seu maior potencial, ajustando-os para realizar uma espécie de otimização além da otimização para encontrar o ótimo do problema em si, daí o nome “metaotimização”. Uma má escolha dos parâmetros pode levar à convergência prematura para um mínimo local.

A utilização do NSGA-II, em específico, para problemas de *risers* pode ser vista nos trabalhos de Oliveira (2008), Andrade et al. (2010) e Nariño e Martha (2014), sendo o primeiro voltado para dimensionamento de plataformas *offshore*, o segundo para a otimização de *risers* de aço na configuração de *lazy-wave* e o último para otimização de *risers* de aço em catenária com amortecedores hidrodinâmicos. Todos os autores utilizaram para o procedimento de otimização um programa com o algoritmo já implementado e acoplaram à este os resultados de análises estáticas e dinâmicas obtidos pelo ANFLEX (programa interno pertencente à Petrobras para análise de *risers* rígidos e flexíveis), dessa forma, foi possível verificar se as configurações (*riser* ou plataforma) estudadas satisfaziam as restrições e os objetivos selecionados. Nariño e Martha (2014), por exemplo, buscaram a minimização simultânea das variações de amplitude das tensões de von Mises ao longo do *riser* e dos comprimentos dos amortecedores hidrodinâmicos, tendo como variáveis o ângulo de topo e os comprimentos de alguns trechos do *riser* em catenária, como restrição, além das limitações geométricas, tem-se que as tensões atuantes devem ser inferiores às tensões admissíveis.

Vale citar, por fim, o trabalho de Ivić, Družeta e Hreljac (2017). Os autores utilizaram em sua formulação o Método da Soma Ponderada para otimizar os parâmetros

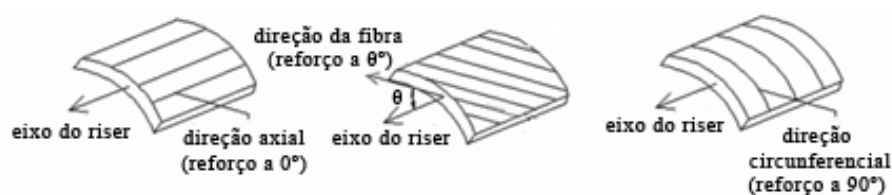
¹ *Stress joints* são definidas por Bazán (2009) como “estruturas utilizadas nas terminações de *risers* rígidos e flexíveis para proporcionar uma transição gradual de rigidez entre o *riser* e a plataforma”.

envolvidos na instalação (*S-lay*) de um *riser* e buscaram a minimização dos tanques de bóias/flutuadores, da força de tração e do momento fletor. Para tanto, adicionaram à versão padrão do PSO uma parcela na equação de posição capaz de direcionar a busca para soluções obtidas pela prática na engenharia petrolífera.

3.4.1 Risers compósitos

Diferentemente dos *risers* de aço, o comportamento global da estrutura não será governado somente pelos parâmetros clássicos como módulo de elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (ν), isso porque cada camada do compósito é ortotrópica. Cada direção de tensões do tubo (longitudinal e circunferencial) deve ser, então, reforçada com a quantidade adequada de camadas compostas com fibras em ângulos precisos. A Figura 17 ilustra o eixo do *riser* (longitudinal), da fibra e a direção circunferencial.

Figura 17 – Orientação das fibras em um *riser*



Fonte: Adaptado de Wang, Shankar e Morozov (2012, p. 2629).

A ausência de normas e recomendações que abordassem os materiais compósitos foi (e ainda é), por anos, alvo de críticas e aspecto que contribui para a resistência da indústria *offshore* quanto ao uso e desenvolvimento dos compósitos na produção dos *risers*. Hoje, entretanto, o cenário é diferente. Carregamentos, fatores de carga, cargas ambientais (ondas e correntes marítimas, por exemplo) e operacionais e cálculo de fatores de segurança são alguns dos tópicos abordados em documentos da DNV.

Apesar de vasta a aplicação dos materiais compósitos nas mais diversas áreas da engenharia e, em menor escala, em problemas relacionados a indústria *offshore*, ainda é escassa a literatura voltada para projeto e otimização de *risers* compósitos. Destacam-se, nesse meio, alguns trabalhos: Ochoa (2006), David et al. (2007), Silva et al. (2013) e Wang, Shankar e Morozov (2017).

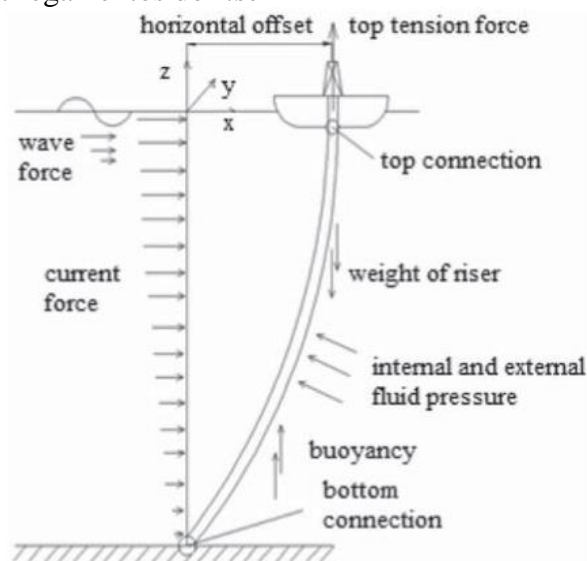
Ochoa (2006) elaborou um documento contemplando aspectos relevantes para projetos de *risers* compósitos para águas ultraprofundas na configuração *Top Tensioned Riser*

(TTR), englobando aspectos como fadiga, condições de carregamento e critérios de falha. David et al. (2007) construiu um protótipo de um *riser* compósito termoplástico com 150 mm de diâmetro interno para pressões correspondentes a lâminas d'água de até 3000 m. O processo de manufatura contínuo marca o uso de somente uma orientação de fibra, que foi obtido pela avaliação de sua correspondente resistência ao colapso. Os resultados obtidos experimentalmente mostraram que 55° é a orientação que melhor suporta a pressão interna, aumentando, portanto, a resistência à ruptura do *riser*. O material escolhido para a matriz foi a resina poliamida 11 (PA11) e, para as fibras, escolheu-se o carbono.

Silva et al. (2013) utilizou os AGs para a otimização do peso de um *riser* compósito na configuração de catenária, considerando 2 (dois) casos de cargas. A função objetivo consiste na espessura total do tubo compósito, mantendo-se a laminação ao longo do *riser* constante e de material fixo, de forma que a minimização da espessura do tubo compósito corresponda à minimização do volume de material necessário e, conseqüentemente, ao custo de fabricação do *riser*. As variáveis de projeto foram tratadas como discretas e consistem na orientação das fibras e na espessura de cada lâmina. Para a análise, utilizou-se um *solver* analítico de catenária.

TTR foi também a configuração do *risers* projetado por Wang, Shankar e Morozov (2017). Os pesquisadores utilizaram 3 (três) abordagens diferentes para minimizar o peso. Na primeira, somente fibras nas direções longitudinais e axiais foram consideradas; na segunda, fibras com orientações não-axiais foram consideradas usando um método iterativo de inspeção e seleção manual; na terceira, utilizou-se uma técnica de Otimização Assistida por Metamodelos de Algoritmos Evolutivos (*Surrogate-Assisted Evolutionary Algorithm*). A Figura 18 ilustra os carregamentos e o posicionamento do *riser*, considerando uma lâmina d'água de 2000 m. Para a análise, utilizou-se o MEF.

Figura 18 – Esquema do posicionamento e carregamentos do riser



Fonte: Wang, Shankar e Morozov (2017, p. 2628).

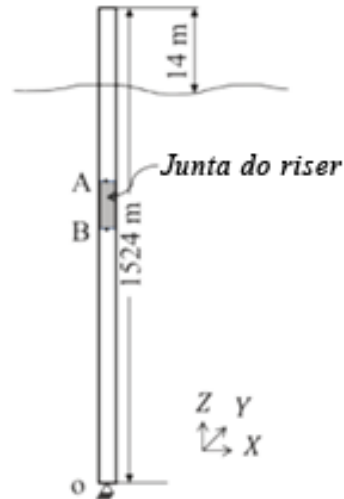
Sun et al. (2013) optou por realizar uma homogeneização das lâminas do tubo compósito de modo a se obter uma camada única equivalente com as propriedades ortótropas da laminação escolhida e para computar forças axiais e flexão do tubo recorreu ao MEF. Pham et al. (2014) e Edmans e Stewart (2014) também consideraram flexão, carga axial e pressão interna e externa, no estudo de *risers* flexíveis não-aderentes, mas aplicaram uma metodologia de análise local-global, sendo a análise local feita em um elemento de volume representativo (*Representative Volume Element – RVE*) e a análise global feita por elementos finitos de vigas.

Prado (2013) e Akula (2014) também modelaram seus *risers* pelo MEF. O primeiro, especificamente, em um estudo do comportamento dinâmico não linear dessas estruturas. O autor elaborou modelos planos em elementos finitos no *software* Abaqus 6.10 para confrontar os resultados dinâmicos obtidos com o modelo em escala reduzida reproduzido nas instalações do Instituto de Pesquisa e Tecnologia em São Paulo. Concluiu-se que, de modo geral, o Abaqus apresenta bons resultados, consoantes a outros programas como o Orcaflex e mesmo os resultados encontrados nos ensaios, quando se trata de *risers* verticais e em catenária, porém apresenta algumas limitações por ser um programa generalista. Por exemplo, o software não permitia o uso da equação de Morison para modelar o efeito das correntes marinhas no método explícito, o problema teve que ser contornado fazendo a análise pelo método implícito.

Já Akula (2014) optou pela análise global-local do *riser* ilustrado na Figura 19. Pela análise global, onde foram utilizados elementos de vigas, foi possível conhecer os

deslocamentos dos pontos *A* e *B*, que marcam o início e o fim da junta, e, na análise local (junta), foram utilizados elementos de casca.

Figura 19 – Posição da junta



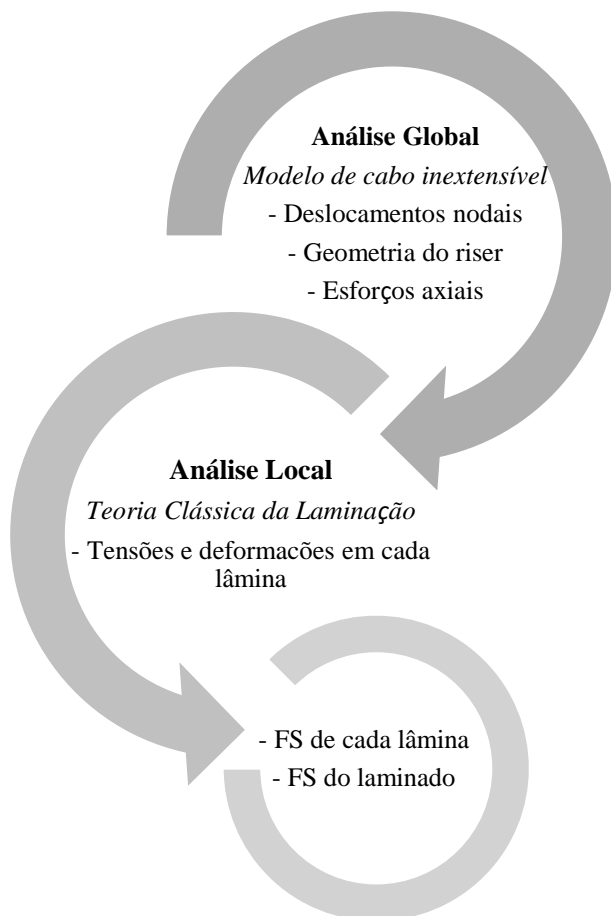
Fonte: Elaborada pela autora.

Segundo Akula (2014), apesar de o procedimento ter sido feito para *riser* composto, o modelo de análise local também pode ser utilizado para estudar *riser* metálicos. A maior fidelidade nos resultados obtidos através do uso do elemento local como sólido permite um design melhor sem o uso excessivo de fatores de segurança.

4 MODELO PROPOSTO

A formulação proposta corresponde à otimização multiobjetivo de um *riser* em catenária livre de material compósito laminado, sujeito a múltiplos casos de carga e à corrente marítima, sendo as funções a serem otimizadas definidas posteriormente de acordo com cada exemplo trabalhado. Para a análise, adota-se a filosofia global-local, sendo a análise global realizada por um modelo de cabo inextensível e a análise local pela Teoria Clássica da Laminação, como esquematizado na Figura 20. O resultado final da análise fornece deformações, tensões e fatores de segurança do laminado (e de cada lâmina individualmente) ao longo do *riser* que validam (ou não) soluções propostas pela otimização quanto à segurança e estabilidade da estrutura.

Figura 20 – Fluxograma para Análise Global-Local de *risers* compósitos



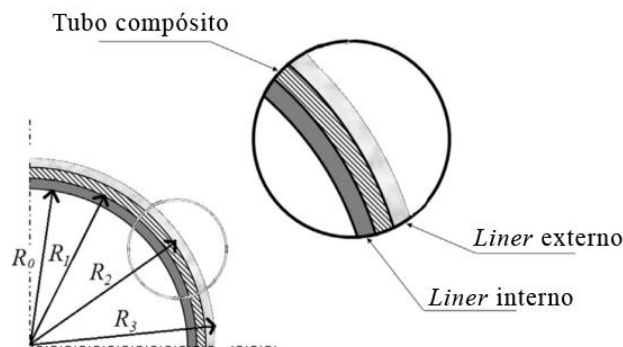
Quanto à otimização, a proposta é implementar o NSGA-II no *Bio-Inspired Optimization System* (BIOS), programa escrito em C++ desenvolvido pelo Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV) da Universidade Federal do Ceará (UFC) que utiliza paradigmas da Programação Orientada a Objetos (POO) em sua concepção. A formulação inicial desse sistema foi fundamentada na dissertação de Rocha (2013) e, posteriormente, melhorada na dissertação de Barroso (2015).

A Seção 4.1 trata mais detalhadamente da metodologia global-local de análise, enquanto as Seções 4.2 e 4.3 apresentam aspectos considerados no modelo de otimização, como variáveis de projeto e restrições, e uma descrição do algoritmo que se pretende implementar, respectivamente.

4.1 Análise global-local

Para o cálculo dos esforços do *riser*, é necessário, antes de tudo, conhecer a seção transversal deste, formada pelo *liner* interno e externo e pelo tubo compósito em si, como mostra a Figura 21.

Figura 21 - Parede de *riser* compósito



Fonte: Adaptado de Silva et al. (2013, p. 3).

O cálculo do peso seco por unidade de comprimento (w_{seco}) do *riser* é dado pela soma de seus componentes: peso seco por unidade das terminações, do *liner* interno e externo e do tubo compósito, de forma a obter:

$$w_{seco} = \delta_{term} w_{term} + (1 - \delta_{term})(w_c + w_{il} + w_{el}) \quad (32)$$

onde:

$$w_{term} = \gamma_{term} \pi [(R_0 + h_{term})^2 - R_0^2] \quad (33)$$

$$w_c = \gamma_{comp} \pi [R_2^2 - R_1^2]$$

$$w_{il} = \gamma_{il}\pi[R_1^2 - R_0^2]$$

$$w_{el} = \gamma_{el}\pi[R_3^2 - R_2^2]$$

onde δ_{term} é a razão entre o comprimento das terminações e o comprimento da junta e γ_{term} , γ_c , γ_{il} e γ_{el} referem-se aos pesos específicos dos materiais com os quais foram feitas as terminações, o tubo compósito, o *liner* interno e o *liner* externo, respectivamente. R_0 , R_1 e R_2 são ilustrados na Figura 21. É importante notar que $R_2 - R_1$ é a espessura total do laminado, dado que a espessura do *liner* externo e interno são informações pré-determinadas.

O peso do fluido interno por unidade de comprimento (w_{fl}) deve ser adicionado ao peso seco, calculado pela Equação (32), enquanto o peso da água deslocada por unidade de comprimento (w_{buo}), correspondente ao empuxo, é subtraído para calcular o peso efetivo do *riser* por unidade de comprimento (w_{ef}):

$$w_{ef} = w_{seco} + w_{fl} - w_{buo} \quad (34)$$

onde:

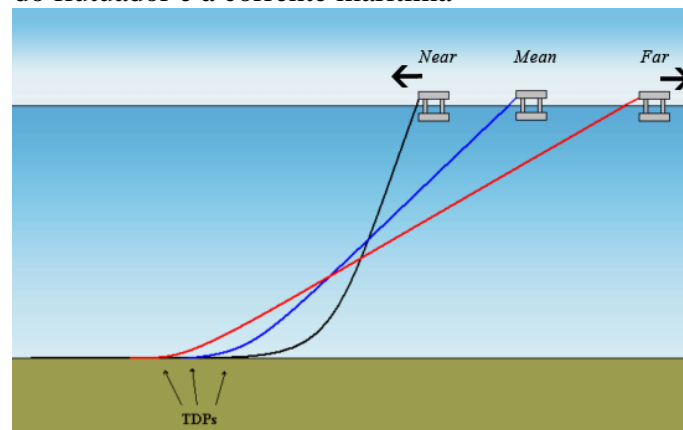
$$w_{fl} = \gamma_{fl} \pi R_0^2 \quad (35)$$

$$w_{buo} = \gamma_{wat} \pi R_3^2$$

onde γ_{fl} e γ_{wat} se referem aos pesos específicos do fluido interno e da água, respectivamente.

A geometria do *riser* e a força axial efetiva (N_{ef}) são calculadas pelo modelo de cabo inextensível, tendo como base o peso efetivo, ângulo de topo formado com a vertical (α) e pela profundidade na configuração *Mean*, quando não há nenhum offset do flutuador. Nas configurações *Near* e *Far*, o offset do flutuador (Δ) é aplicado à configuração *Mean*, como ilustra a Figura 22.

Figura 22 – Movimentação do *riser* devido ao offset do flutuador e à corrente marítima

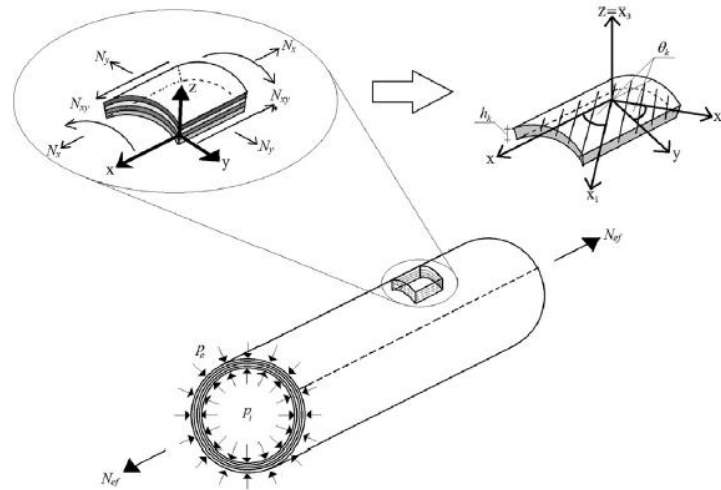


Fonte: Adaptado de Tanaka (2009, p .5).

Para a análise local, utiliza-se a TCL em seções ao longo do *riser*. O *liner* interno e o tubo de compósito são considerados como perfeitamente colados e são analisados como um sistema estrutural único. Além disso, negligencia-se o *liner* externo na análise local.

O modelo usado consiste de uma estrutura cilíndrica formada por N camadas, onde a primeira camada representa o *liner* interno e o restante constituem as camadas do tubo compósito, como ilustra a Figura 23. A estrutura está sujeita a força axial N_{ef} , pressão interna e externa e a espessura de cada camada é denotada por h_k , sendo a espessura total do tubo compósito denotada por h_t .

Figura 23 - Tubo compósito, laminado e sistema de coordenadas



Fonte: Silva et al. (2013, p. 5).

A estrutura é referenciada em um sistema de coordenadas globais x, y, z com a origem da no meio da superficial da casca, onde x é direção longitudinal, y circunferencial e z radial. A orientação da fibra na camada k (θ_k) define o sistema de coordenadas local x_1, x_2, x_3 , onde x_1 é a direção paralela as fibras, x_2 é perpendicular as fibras e x_3 perpendicular a lâmina.

As forças no plano (membrana) na parede do *riser* são calculadas usando a teoria de tubos de paredes finas com as majorações propostas pela DNV:

$$N_x = \frac{N_{tw}}{2\pi R} = \frac{\gamma_F N_{ef}^{Mean} + \gamma_E (\beta N_{ef} - N_{ef}^{Mean}) + (p_i \pi R_0^2 - p_e \pi R_2^2)}{2\pi R} \quad (36)$$

$$N_y = p_i R_0 - p_e R_2$$

onde N_{tw} é tração real, R é o raio médio da estrutura tubo compósito + *liner* interno, β o fator de amplificação dinâmica, γ_F o fator de carga funcional e γ_E o fator de carga ambiental. Vale lembrar que $N_{xy} = 0$, uma vez que a torção não é considerada pelo modelo. O desenvolvimento completo da TCL foi discutido anteriormente na Seção 2.2.

É importante notar que o fator de amplificação dinâmica (β) majora os esforços nas configurações *Near* ou *Far*, enquanto que o fator de carga ambiental (γ_E) majora apenas a diferença entre os esforços na situação *Near* ou *Far* e os esforços na situação *Mean*. As pressões hidrostáticas não são majoradas, sendo utilizadas seus valores nominais:

$$\begin{aligned} p_i &= p_0 + \gamma_{fl} h \\ p_e &= \gamma_{wat} h \end{aligned} \quad (37)$$

onde p_0 é a pressão no topo do riser e h é profundidade da seção do riser onde os esforços serão calculados. A Tabela 2 reúne os dados que definem um caso de carga para análise pelo modelo de cabo.

Tabela 2 - Dados que definem caso de carga para modelo de cabo

Parâmetro	Offset	Densidade	Pressão	Fator de	Fatores de Carga	
		do fluido	no Topo	Amplificação	Funcional	Ambiental
Símbolo	Δ	ρ_f	p_0	β	γ_F	γ_E

Fonte: Elaborada pela autora.

Além disso, devem-se fornecer os dados referentes ao perfil de corrente existente em cada caso de carga, de acordo com os parâmetros da Tabela 3, levando em consideração que a coordenada vertical deve ser computada a partir do fundo do mar, onde $y = 0$.

Tabela 3 - Dados que definem o perfil de corrente em um dado caso de carga

Descrição	Número de pontos	Coordenada vertical	Velocidade
Variável	n	y	v

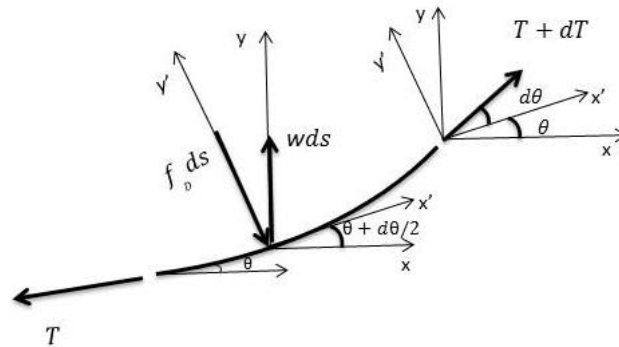
Fonte: Elaborada pela autora.

No que diz respeito à verificação da capacidade de carga de *risers* compósitos, sabe-se que quando uma análise por falha progressiva ou uma análise com propriedades degradadas é realizada, o projetista assume que a falha da matriz polimérica não prejudica o desempenho da estrutura em serviço. Assim, no caso de um *riser* compósito sem *liner*, a falha na matriz gera microfissuras que comprometem a estanqueidade do *riser* diretamente, efetivamente obrigando o uso do FPF no projeto destes *risers*. Por outro lado, no caso de *risers* com *liners*, pode-se considerar a falha da matriz aceitável e utilizar uma análise de falha progressiva, pois essa(s) camada(s) adicionais garantirão a estanqueidade do *riser* mesmo com o aparecimento de microfissuras na matriz. Alternativamente, pode-se degradar as propriedades do compósito no cálculo do fator de segurança, o que seria equivalente a uma análise de Falha da Primeira Fibra.

4.1.1 Modelo de cabo inextensível

O modelo de cabo inextensível considera que o *riser* se comporta como um cabo de rigidez axial infinita e rigidez à flexão nula, submetido a cargas estáticas verticais (peso e empuxo), horizontais (correntes marinhas) e ao movimento (*offset*) da unidade flutuante. As equações diferenciais que governam o comportamento o problema podem ser obtidas considerando o equilíbrio de um segmento diferencial de cabo submetido às cargas do peso (w) e da força de arrasto perpendicular ao cabo (f_D), como representado na Figura 24, onde w é o peso efetivo e T a tração efetiva.

Figura 24 – Elemento diferencial de *riser*



Fonte: Alves e Parente Jr. (2016, p. 3).

Neste modelo, as cargas do peso (w), o diâmetro externo (D) e o coeficiente de arrasto (C_D) podem variar com a posição s ao longo do *riser*, caso este possua múltiplos trechos, enquanto que a velocidade v da corrente pode variar com a coordenada vertical y . Diversos métodos podem ser utilizados para integração das equações diferenciais de equilíbrio do elemento diferencial, entre eles o Método do Tiro (*Shooting Method*), como feito por Alves e Parente Jr. (2016). Os autores utilizaram o modelo de cabo aplicado à análise de *risers* e obtiveram excelentes resultados quando comparado ao MEF (mais custoso computacionalmente), atendendo bem às necessidades deste trabalho.

4.2 Modelo de otimização

A seguir são apresentadas metodologias, considerações e hipóteses utilizadas na elaboração do modelo de otimização proposto neste trabalho.

4.2.1 Variáveis de projeto

As variáveis de projeto são as espessuras (h_k) e as orientações das fibras (θ_k) de cada camada do laminado que constitui o trecho do *riser* de material compósito, limitando, no entanto, o número máximo de camadas. Buscando reduzir o espaço de busca de modo a facilitar o processo de otimização e análise, somente laminações simétricas são permitidas. O vetor das variáveis de projeto independentes pode ser expresso por:

$$\mathbf{x} = \{h_1 \ h_2 \ h_3 \ \dots \ \frac{h_{N_c}}{2} \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \dots \ \frac{\theta_{N_c}}{2}\}^t \quad (38)$$

onde N_c é o número de camadas. Os valores permitidos para as espessuras e ângulos pertencem a conjuntos finitos de valores, caracterizando uma variável discreta, e são dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_p &= \{h_{\min}, h_{\min} + \Delta h, h_{\min} + 2\Delta h, \dots, h_{\max}\}^t \\ \boldsymbol{\theta}_p &= \{\theta_{\min}, \theta_{\min} + \Delta\theta, \theta_{\min} + 2\Delta\theta, \dots, \theta_{\max}\}^t \end{aligned} \quad (39)$$

A formulação considera que a laminação é constante ao longo de todo o *riser* e que o material que constitui o laminado é único e fixo.

4.2.2 Critérios de Falha e Estabilidade

O método adotado para computar o fator de segurança do compósito foi o do *First-Ply Failure*, ou Falha da Primeira Lâmina, apresentado na Seção 2.4. Para verificação da resistência do *liner* interno (usualmente, metálico) é utilizado o critério de von Mises, dado por:

$$SF^{il} = \frac{f_y}{\sigma_{VM}} \quad (40)$$

onde f_y é a tensão de escoamento do material metálico empregado.

Além disso, no caso de estruturas esbeltas sujeitas a esforços de compressão, como é o caso dos *risers*, deve-se levar em consideração que estas podem colapsar em virtude da perda de estabilidade. A flambagem circunferencial devido à pressão externa deve ser evitada, o que é mais crítico nos casos em que o *riser* está vazio, sujeito somente à pressão hidrostática externa. A pressão de colapso de cascas cilíndricas ortotrópicas (P_{col}) é estimada usando-se a TCL (*National Aeronautics and Space Administration* - NASA, 1968; DNV-RP-F202, 2010) e para o cálculo do fator de segurança de flambagem (SF^{bck}), compara-se a pressão de colapso com a pressão externa atuante (P_e), de modo a obter:

$$SF^{bck} = \frac{P_{col}}{P_e} \quad (41)$$

A pressão de colapso é calculada da seguinte forma:

$$P_{col} = k_p \frac{3}{R_m^3} \left(D_{22} - \frac{B_{22}^2}{A_{22}} \right) \quad (42)$$

onde k_p é um fator de redução que visa a correção entre os resultados teóricos e experimentais e que, no caso de tubos longos, vale 0.75, R_m é o raio médio do *riser* (obtido pela média entre o raio interno considerando o *liner* interno e a soma deste com a espessura do tubo compósito) e D_{22} , B_{22} e A_{22} são coeficientes obtidos nas matrizes **A**, **B** e **D**. No caso de laminados simétricos, o termo que envolve o coeficiente da matriz **B** é nulo.

Para computar os fatores de segurança mínimos requeridos, consultaram-se os guias e documentos fornecidos pela DNV. O *riser* projetado deve ser enquadrado na classe de segurança *normal*, isso é, quando há falha da estrutura, há risco de ferimentos às pessoas próximas do local, poluição ambiental e/ou consequências políticas e econômicas significativas. Dessa forma, o coeficiente de variação escolhido fica na faixa de 12.5 – 15 %, que resulta no maior fator de resistência parcial possível.

Para definir o fator de segurança do compósito, utilizou-se a seguinte equação:

$$SF_{req}^c = \gamma_M \gamma_{Rd} \quad (43)$$

onde γ_M corresponde ao fator de resistência parcial, que cobre as incertezas ligadas à variação da resistência do compósito e γ_{Rd} é um fator que leva em conta as diferenças entre o valor previsto e o valor real entre as resistências, além de diferenças associadas ao processo de manufatura como desvios dos parâmetros geométricos previstos e até diferenças devido ao processo de degradação ao longo dos anos. Este último fator deve ser tomado como 1.15, devido ao uso do Critério de Tsai-Wu com termos de resistência biaxiais. Além disso, γ_M é definido como 1.83, como mostra a Tabela 4, obtendo-se, finalmente, o valor de 2.1 para o SF_{req}^c .

Tabela 4 - Fator de resistência parcial

Tabela 8-5 Tipo de ruptura frágil - Fator de resistência parcial			
Classe de Segurança	COV* da resistência		
	COV < 10%	10% - 12.5%	12.5% - 15%
Baixa	1.22	1.33	1.49
Normal	1.34	1.53	1.83
Alta	1.47	1.75	2.29

Fonte: Adaptado de DNV-OS-C501 (2013, p. 137).

*COV: Coeficiente de Variação.

Neste modelo, é possível investigar o efeito de se utilizar as propriedades degradadas do material compósito, ao fazer isso, o cenário corresponde a admitir que toda a matriz já falhou e toda a resistência se deve às fibras, ou seja, a Falha da Primeira Lâmina se transforma na Falha da Primeira Fibra, uma vez que não há mais necessidade de checar o modo de falha da matriz e a falha das fibras é o único mecanismo de interesse. As propriedades do compósito podem ser modificadas de acordo com as normas da DNV, como mostra a Tabela 5.

Tabela 5 - Degradação das propriedades devido a falhas na matriz

Falha da matriz devido à tensão (ver critério de falha na Seção 6[4])	Modificar propriedades da lâmina para (ver também [9.2.3])
Tensão σ_2 transversal à direção da fibra	$E_2 = \nu_{12} = 0$
Tensão cisalhante σ_{12}	$G_{12} = \nu_{12} = 0$
Tensão σ_3 transversal à direção da fibra	$E_3 = \nu_{13} = 0$
Tensão cisalhante σ_{13}	$G_{13} = \nu_{13} = 0$
Tensão cisalhante σ_{23}	$G_{23} = \nu_{23} = 0$

Fonte: Adaptado de DNV-OS-C501 (2013, p. 73).

No caso de análises 3D, a DNV recomenda ainda que as propriedades na direção 3 só sejam modificadas se estas possuírem tensões grandes o suficiente para provocar falha na matriz. Além disso, alerta para problemas que podem surgir nos cálculos numéricos, por exemplo, falta de capacidade para inverter a matriz de rigidez da estrutural, quando as propriedades do material degradadas são definidas igual a 0. Para contornar isso, recomenda-se tomar valores pequenos, por exemplo, 1% dos valores não-degradadas, no lugar de 0.

4.2.3 Restrições

As restrições consideradas no modelo podem ser divididas em:

- restrições de resistência do material compósito e do *liner*;
- restrição de espessura máxima de lâminas com o mesmo ângulo;
- restrição de estabilidade do *riser*.

Com os resultados obtidos das análises globais dos N_{lc} casos de carga considerados, são determinados as tensões e os fatores de segurança do *liner* e do compósito de N_{vs} seções do trecho vertical de compósito, de forma que cada divisão do *riser* terá 2 seções, a do nó 1 (início da divisão) e do nó 2 (fim da divisão). Sejam SF_{ij}^l e SF_{ij}^c os fatores de segurança do *liner* e do compósito obtidos para o i -ésimo caso de carga na j -ésima seção do trecho vertical, e SF_{req}^l e SF_{req}^c os fatores de segurança requeridos (mínimos admissíveis) do *liner* e do compósito,

respectivamente. Desta forma, os requisitos de resistência são assegurados se as relações $SF_{ij}^l > SF_{req}^l$ e $SF_{ij}^c > SF_{req}^c$, ou de maneira normalizada:

$$g_{ij}^l(x) = \frac{SF_{req}^l}{SF_{ij}^l} - 1 \leq 0$$

$$g_{ij}^c(x) = \frac{SF_{req}^c}{SF_{ij}^c} - 1 \leq 0$$
(44)

onde $i = 1, 2, 3, \dots, N_{lc}$, $j = 1, 2, 3, \dots, N_{vs}$, N_{lc} é o número de casos de cargas e N_{vs} é o número de divisões no *riser*.

Como feito para as restrições de resistência do *liner* e do compósito, esse valor deve ser comparado do SF_{req}^{bck} e deve ser maior que o valor requerido mínimo, de modo a obter:

$$g^{bck}(x) = \frac{SF_{req}^{bck}}{SF^{bck}} - 1 \leq 0$$
(45)

Deve ser ressaltado que para se obter um projeto conservativo, a restrição de flambagem é calculada no pior caso possível que corresponde ao *riser* vazio no TDP. Além disso, desconsidera-se a influência do *liner* interno, mesmo se este for metálico, cabendo somente ao tubo compósito resistir à flambagem. O problema de projeto ótimo completo toma então a seguinte forma:

Quadro 1 – Problema multiobjetivo em estudo

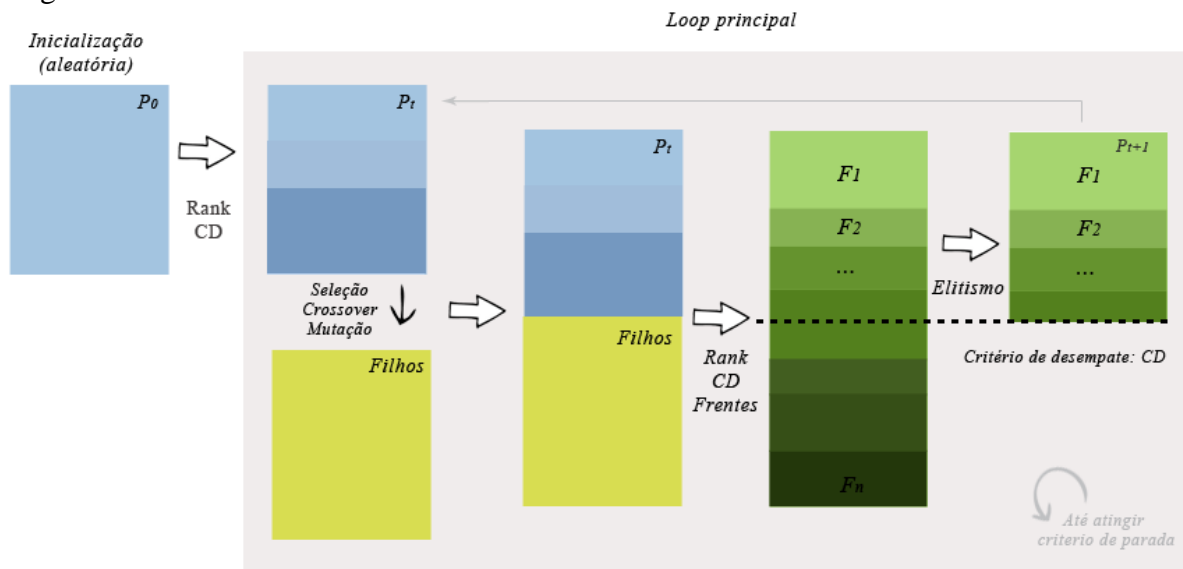
<p>Encontrar $\mathbf{x} = \{h_1 \ h_2 \ h_3 \ \dots \ \frac{h_{Nc}}{2} \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \dots \ \frac{\theta_{Nc}}{2}\}^t$</p> <p>Que Minimiza $F(\mathbf{x}) = \{f_1(x), f_2(x)\}$</p> <p>Sujeito a:</p> $g_{ij}^l(x) = \frac{SF_{req}^l}{SF_{ij}^l} - 1 \leq 0$ $g_{ij}^c(x) = \frac{SF_{req}^c}{SF_{ij}^c} - 1 \leq 0$ $g^{bck}(x) = \frac{SF_{req}^{bck}}{SF^{bck}} - 1 \leq 0$ $g^{contiguity}(x) = \frac{h_{contiguous\ thck}}{h_{thckmax}} - 1 \leq 0$
--

Fonte: Elaborado pela autora.

4.3 Algoritmo de otimização

O conceito inicial é implementar o NSGA-II, algoritmo brevemente introduzido na Seção 3.2 juntamente a outros AEMOs, no BIOS, tendo como base o Algoritmo Genético existente implementado no sistema (ROCHA, 2013; BARROSO, 2015), adaptando, quando possível, operadores e procedimentos. As seções seguintes apresentam os principais aspectos que cercam a implementação do algoritmo: a codificação das variáveis, os operadores utilizados, o tratamento dados às restrições e, por fim, o pseudocódigo. A Figura 25 ilustra brevemente o funcionamento do algoritmo, onde são ilustradas as principais etapas, como a atribuição do *rank* e da distância de multidão, estudadas em detalhes a seguir.

Figura 25 – Funcionamento do NSGA-II



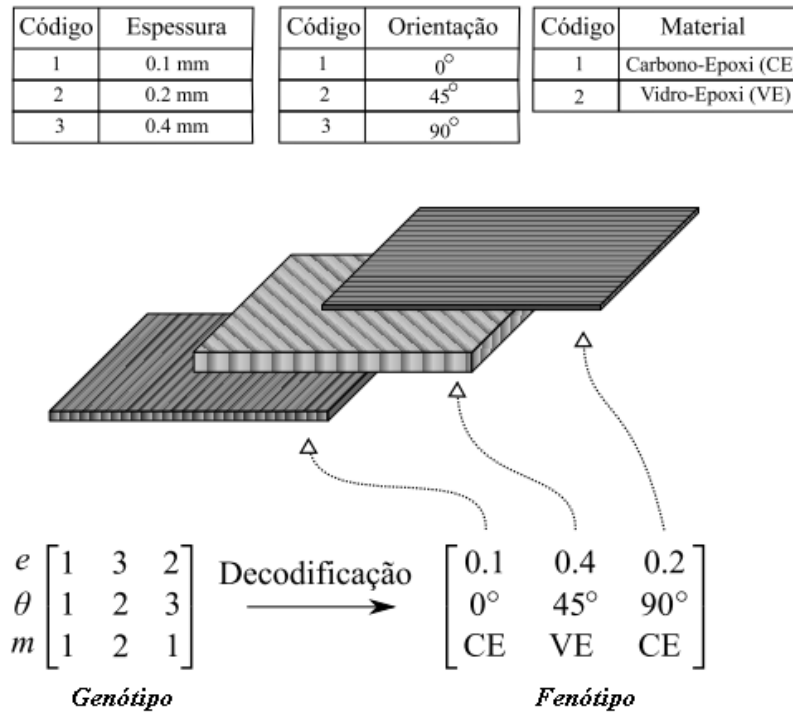
Fonte: Elaborada pela autora.

4.3.1 Codificação das variáveis

Neste trabalho, as variáveis de projeto de estruturas laminadas passam, inicialmente, por um processo de codificação, implementado no BIOS por Rocha (2013) e Barroso (2015). A codificação é necessária para que as variáveis de projeto sejam traduzidas em termos de uma linguagem de programação mais simples ao executar operadores genéticos como cruzamento e mutação, por exemplo. Neste processo, cada indivíduo é representado por uma matriz de inteiros formada por três linhas (cromossomos) e n colunas (genes), como mostra a Figura 26, onde cada coluna representa uma lâmina, semelhante ao procedimento adotado por Almeida e Awruch (2009), entretanto, estes autores optaram pela codificação somente da

espessura e da orientação das fibras, na codificação utilizada aqui, foi incluído um terceiro cromossomo para armazenar os valores codificados correspondentes ao material, permitindo a otimização de laminados híbridos, por exemplo.

Figura 26 – Codificação e decodificação de variáveis em problemas de laminados



Fonte: Adaptado de Barroso (2015).

A representação codificada das variáveis de um indivíduo é chamada de representação genotípica, enquanto a representação que possui os valores reais das variáveis é chamada de fenotípica e as duas são importantes para o processo de otimização, a primeira é utilizada quando atuam os operadores genéticos (e específicos para laminados) e para representação de laminações simétricas, balanceadas, simétricas-balanceadas e genéricas, enquanto a segunda é utilizada para avaliação das funções objetivo e das restrições (ROCHA, 2013).

No caso de laminações simétricas, por exemplo, o número de colunas da representação genotípica é igualado à metade do número máximo de lâminas permitidas, enquanto na representação fenotípica este número não necessariamente será igual, uma vez que é possível considerar a variação do número de lâminas ao permitir espessuras nulas como variável, neste caso, o valor nulo de espessura seria representado no genótipo, mas a lâmina

seria apenas ignorada na decodificação, processo em que se traduzem as variáveis codificadas de volta em variáveis reais do problema.

4.3.2 Operadores Genéticos

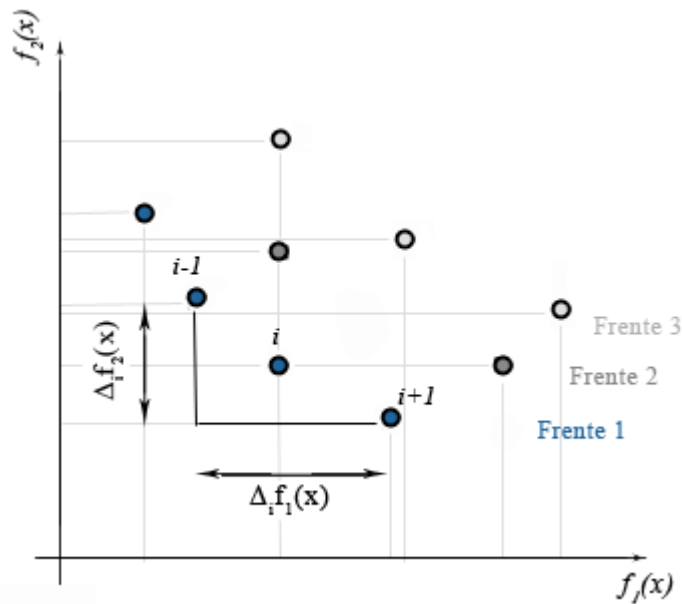
Os operadores genéticos são ferramentas fundamentais para que o algoritmo seja capaz de evoluir a população em direção soluções ótimas ao mesmo tempo em que mantêm a diversidade entre os indivíduos para melhor exploração do espaço de busca. Os operadores clássicos dos Algoritmos Genéticos são o cruzamento e a mutação. O primeiro é responsável por simular a evolução natural de Darwin ao reaproveitar as melhores soluções e recombina-las para encontrar outras, que podem ser melhores ou piores, e o segundo é responsável por simular a mutação ao longo da evolução humana.

Para a otimização multiobjetivo, entretanto, estes operadores necessitam de algum parâmetro capaz de auxiliar na seleção, uma vez que, agora, há um vetor de funções objetivo e não somente um único valor de função a ser comparado. Sendo assim, o NSGA-II introduz um operador denominado “diversidade”, que inclui o cálculo de dois parâmetros fundamentais para o funcionamento do algoritmo: o *rank* e a distância de multidão. As seções seguintes tratam, em ordem, deste operador, do processo de seleção e do elitismo e como se dá o cruzamento e a mutação neste algoritmo.

4.3.2.1 Diversidade (α_n)

Este operador orienta a seleção por meio da atribuição de dois atributos para cada indivíduo i de uma dada população: *rank* (n_i) e distância de multidão (CD_i). O primeiro quantifica o número de soluções melhores que o indivíduo i na população a qual pertence, portanto, quanto menor seu valor, melhor este indivíduo é, uma vez que poucos (ou nenhum) indivíduos são melhores que ele. As soluções que possuem o mesmo valor de *rank* pertencem a uma única *frente* e, conseqüentemente, não possuem relação de dominação entre si. Assim, é necessária a atribuição de algum outro parâmetro para que se possa quantificar quão valiosa é uma solução em relação a uma outra com o mesmo valor de *rank*, este parâmetro é a distância de multidão (CD), valor que quantifica quão bem distribuída uma solução está em uma frente por meio do somatório das distâncias da solução i até a solução seguinte ($i+1$) e a solução anterior ($i-1$) em ambos os objetivos, como ilustra a Figura 27.

Figura 27 – Frentes e cálculo da distância de multidão em problema de minimização



Fonte: Elaborada pela autora.

O cálculo da distância de multidão de uma solução i pertencente à uma dada frente pode ser formulado de acordo com a Equação (46):

$$CD_i = \sum_{n=1}^M \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{f_{max}^n - f_{min}^n} \quad (46)$$

onde M é o número de objetivos e f_{max}^n e f_{min}^n são os valores máximos e mínimos entre as soluções da frente a qual a solução i pertence. O CD dos indivíduos das extremidades é atribuído como um valor muito alto (10^6), isso porque estas soluções não possuem duas soluções adjacentes e se situam em espaços menos explorados.

4.3.2.2 Seleção e elitismo

A seleção é realizada em duas etapas: na primeira, uma população intermediária denominada *mating pool* é preenchida com indivíduos aptos para o cruzamento e funciona como uma pré-seleção, em seguida, a seleção é novamente aplicada com o propósito, agora, de selecionar os indivíduos mais aptos entre os pré-selecionados pelo *mating pool*, essas soluções são denominadas de pais. No caso de problemas mono-objetivos, é comum a avaliação dos indivíduos pela função de aptidão (ou função *fitness*), que considera, em sua formulação, a penalização das soluções que violam restrições e fornece um valor positivo numérico que

representa o quanto aquela solução é melhor ou pior em relação as outras. No caso do NSGA-II, em que se utiliza o torneio binário para seleção, o operador diversidade (α_n) faz seguintes considerações para escolha entre as duas soluções sorteadas aleatoriamente:

- a solução selecionada será a que possuir menor *rank*;
- no caso de *ranks* iguais, seleciona-se a solução que possuir maior distância de multidão.

Ao longo das gerações, a tendência é que as soluções converjam para uma só frente, deixando a cargo da distância de multidão a responsabilidade para manutenção das melhores soluções selecionadas para geração seguinte. Em problemas de laminados, no entanto, é comum a ocorrência de diferentes laminações que resultam em valores idênticos de funções objetivo, especialmente em problemas de laminados híbridos. Tendo isto em vista, este trabalho propõe a inclusão de mais um critério no caso da ocorrência de indivíduos de *ranks* e distâncias de multidão iguais, neste evento, o indivíduo selecionado será aquele que leva a valores de restrições mais distantes de seus limites inferiores ou superiores. Para quantificar essa diferença, recorre-se a um procedimento muito semelhante à normalização de restrições que o algoritmo originalmente dá às soluções que violam alguma restrição e é ilustrado na Figura 28. É importante ressaltar que este critério só é aplicado se ambas as soluções comparadas forem viáveis, ou seja, *não* violam nenhuma restrição, caso ambas violem alguma restrição, a escolha entre elas é feita aleatoriamente.

Figura 28 – Normalização de indivíduos viáveis de mesmo *rank* e distância de multidão

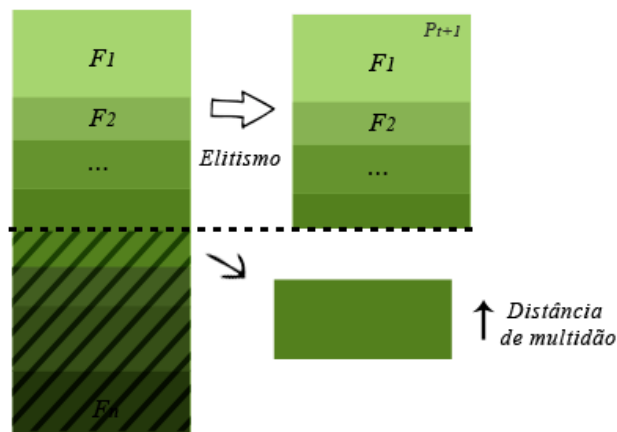
	Rest. 1	Rest. 2	Rest. 3	
p	-0.005	-0.100	-0.020	$\left[\begin{array}{l} p \\ q \\ k \end{array} \right]$
q	-0.003	-0.060	-0.010	
k	-0.010	-0.080	-0.010	
	\downarrow <i>Valores máximos absolutos</i>			
	$[-0.010 \quad -0.100 \quad -0.020]$			
	\downarrow <i>Normalização</i>			
	$\left[\begin{array}{ccc} 0.500 & 1.000 & 1.000 \\ 0.300 & 0.600 & 0.500 \\ 1.000 & 0.800 & 0.500 \end{array} \right]$			\rightarrow <i>Somatório de restrições</i>
				$\left[\begin{array}{l} p \\ q \\ k \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 2.500 \\ 1.400 \\ 2.300 \end{array} \right]$

Fonte: Elaborada pela autora.

Quanto ao elitismo, no NSGA-II, ao unir a população de filhos à população P_t , ambas de tamanho N , formando portanto uma população única de tamanho $2N$, atribuir o *rank*

e os CDs à cada indivíduo e ordenar em frentes, são selecionados apenas os indivíduos pertencentes à metade superior desta nova população. Isto é feito, inicialmente, incluindo toda uma frente à P_{t+1} até que o tamanho da uma dada frente somada às frentes anteriores já incluídas supere o tamanho máximo da população, momento em que o critério de desempate entre as soluções restantes a serem selecionadas desta frente será a distância de multidão, neste momento, são selecionadas as soluções em áreas menos densas (maior CD), como ilustra a Figura 29. O elitismo também pode ser incluído na seleção de indivíduos para formação de outras populações que não a população P_{t+1} .

Figura 29 – Elitismo no NSGA-II



Fonte: Elaborada pela autora.

4.3.2.3 Cruzamento

Após a seleção dos indivíduos para reprodução, este operador é aplicado aos pais a fim de aproveitar suas características por meio da combinação do genótipo destes indivíduos, gerando novos indivíduos, denominados filhos, podendo estas soluções serem melhores ou piores que as soluções dos quais foram criados. Há, na literatura, diversas formas de cruzamento, cruzamento uniforme, de dois pontos, máscara, e até a combinação de diferentes tipos de cruzamento em diferentes estágios de busca de um algoritmo. Neste trabalho, a aplicação do cruzamento foi implementada por Rocha (2013) e é feita pela combinação linear das características de dois pais para geração de dois filhos, como ilustra a Figura 30. Vale mencionar que o algoritmo original, no entanto, utiliza outro tipo de cruzamento (*Simulated Binary Crossover*), mais recomendando para otimização com variáveis reais e codificadas em binários, o que não seria o foco do trabalho.

Figura 30 – Cruzamento utilizando combinação linear

$$\begin{array}{c}
 \text{Pai 1} \left| \begin{array}{cc} T1 & T2 \\ A1 & A2 \\ M1 & M2 \end{array} \right| \quad \text{Filho 1} \left| \begin{array}{cc} r1 \times T1 + (1-r1) \times T4 & r2 \times T2 + (1-r2) \times T5 \\ r1 \times A1 + (1-r1) \times A4 & r2 \times A2 + (1-r2) \times A5 \\ r1 \times M1 + (1-r1) \times M4 & r2 \times M2 + (1-r2) \times M5 \end{array} \right| \\
 \\
 \text{Vetor} \\
 \text{Randômico} \left| \begin{array}{cc} r1 & r2 \end{array} \right| \rightarrow \\
 \\
 \text{Pai 2} \left| \begin{array}{cc} T4 & T5 \\ A4 & A5 \\ M4 & M5 \end{array} \right| \quad \text{Filho 2} \left| \begin{array}{cc} r1 \times T4 + (1-r1) \times T1 & r2 \times T5 + (1-r2) \times T2 \\ r1 \times A4 + (1-r1) \times A1 & r2 \times A5 + (1-r2) \times A2 \\ r1 \times M4 + (1-r1) \times M1 & r2 \times M5 + (1-r2) \times M2 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Fonte: Rocha (2013).

4.3.2.4 Mutação

Operador de natureza aleatória que atua no espaço de variáveis e é responsável por modificar indivíduos a fim de evitar que o algoritmo fique preso em mínimos locais, além de viabilizar uma melhor cobertura do espaço de variáveis. A mutação, junto à distância de multidão (que atua no espaço de objetivos), impede que as soluções criadas pelo cruzamento explorem continuamente uma mesma região e possui papel fundamental no NSGA-II. É possível e comum, em PMOs envolvendo laminados, encontrar mais de uma solução que se localiza no mesmo ponto no espaço objetivo, mas possuem diferentes laminações/genótipos entre si, ou seja, localizam-se em diferentes pontos no espaço de variáveis.

Este operador é aplicado aos filhos e altera aleatoriamente o valor dos genes ao gerar um número aleatório entre 0 e 1 e compará-lo à probabilidade de mutação p_{mut} informada pelo usuário, se o valor gerado for menor ou igual ao valor fornecido, o valor da variável é modificado para outro valor aleatório dentro de seus limites mínimos e máximos, como ilustra a Figura 31.

Figura 31 – Mutação

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & \boxed{3} & 6 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & \boxed{0} & 0 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & \boxed{4} & 6 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & \boxed{1} & 0 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Fonte: Elaborada pela autora.

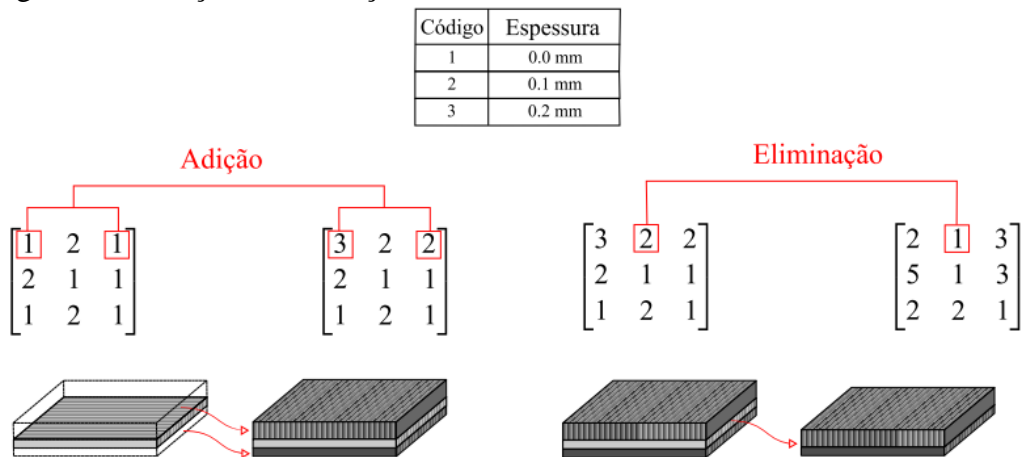
4.3.3 Operadores para laminados

Ao tratar problemas de laminados, é possível trabalhar operadores que atuam levando em consideração a codificação do problema, é o caso da adição e eliminação de lâmina, troca de lâminas, mutação para laminados e um novo operador sugerido preferencialmente para laminados híbridos, descritos nas seções seguintes.

4.3.3.1 Adição de lâmina e Eliminação de lâmina

A adição e a eliminação de lâmina são operadores capazes de variar o número de lâminas ao reativar uma camada com espessura nula em seu genótipo e anular a espessura de uma lâmina de espessura não-nula, respectivamente. A Figura 32 ilustra esse processo para os dois operadores.

Figura 32 – Adição e eliminação de lâmina



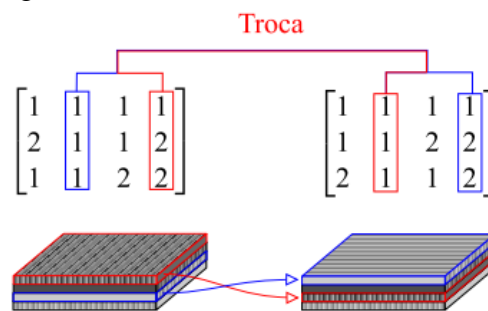
Fonte: Barroso (2015).

Ambos os operadores trabalham em duas etapas: primeiro, verifica-se se o laminado possui lâminas vazias em seu genótipo, para a adição de lâminas, ou se o laminado possui lâminas de espessura não-nula, para a eliminação, em casa positivo, verifica-se, para cada coluna, a possibilidade de adição ou eliminação de lâmina e gera-se um valor aleatório entre 0 e 1, este valor é então comparado à probabilidade do operador de ocorrência e, se for menor ou igual à esta probabilidade, configura-se a espessura para não-nula mais próxima, no caso da adição, e configura-se para nula, no caso da eliminação. Neste trabalho, a codificação permite a variação do número de lâminas ao utilizar a espessura como uma variável.

4.3.3.2 Troca de Lâminas

Também conhecido como troca de genes, este operador funciona trocando duas lâminas (representadas por um gene cada) de posições em um laminado sem modificar nenhuma de suas características originais e tem maior expressão em problemas de flambagem, deflexão e frequência natural pois esta modificação é capaz de modificar a matriz de rigidez à flexão D do laminado sem alterar a matriz de rigidez da membrana A .

Figura 33 – Troca de lâminas



Fonte: Barroso (2015).

A troca também acontece em duas etapas: na primeira, é verificado se o laminado possui, pelo menos, duas lâminas de espessuras não-nulas em seu genótipo, em caso afirmativo, verifica-se, em cada coluna, se a lâminas a ser trocada possui espessura não-nula, caso positivo, procede-se a troca de posição no genótipo com outra lâmina aleatória.

4.3.3.3 Mutação para laminados (*LamMut*)

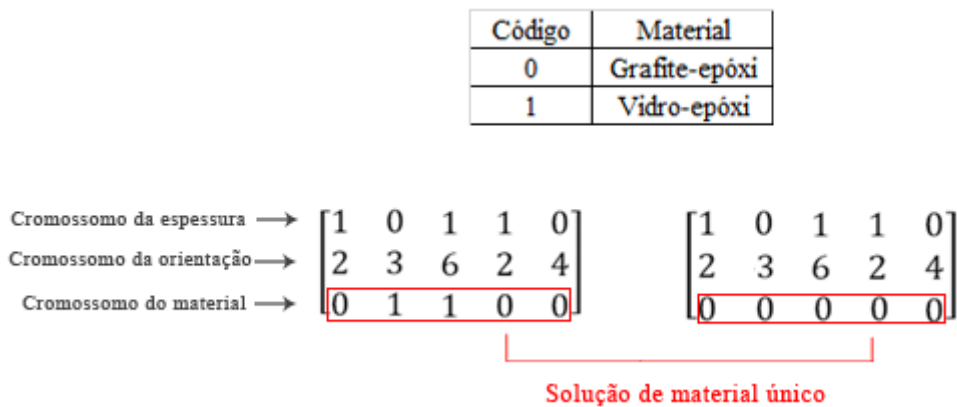
Este operador possui o mesmo mecanismo de funcionamento da mutação “regular”, mas se difere desta por proporcionar a possibilidade de utilizar diferentes probabilidades de mutação para cada cromossomo. É possível, assim, variar a probabilidade de mutação para a espessura, orientação das fibras e material.

4.3.3.4 Exploração de Extremidades

Outra modificação proposta para o algoritmo tendo em vista os problemas de laminados é a Exploração de Extremidades (ou *Boundaries*), operador responsável por, a uma dada taxa, alterar o cromossomo de indivíduos aleatórios da população de filhos para os limites

inferiores ou superiores da variável, sem alterar os demais cromossomos, fazendo com que, em problemas de laminados híbridos, a dificuldade do algoritmo em formar soluções com um único material, por exemplo, seja superada mais facilmente, exigindo, ao final de uma execução, menos iterações para se chegar à Frente de Pareto. Este mesmo conceito foi utilizado, por exemplo, no trabalho de Kalantari, Dong e Davies (2016), os autores trabalharam numa versão modificada do NSGA-II para laminados híbridos inserindo, entre suas sugestões, a exploração dos limites superiores e inferiores em um pequeno número de indivíduos aleatórios da população de filhos em relação à variável fração de volume de fibra.

Figura 34 – Cromossomo do material sendo modificado



Fonte: Elaborada pela autora.

O operador funciona da seguinte forma: após a aplicação da mutação e dos demais operadores, um determinado número de indivíduos, fornecido pelo usuário, será selecionado aleatoriamente da população de filhos e estes terão seus cromossomos de material modificados de modo que metade destes indivíduos serão modificados de forma a explorar o limite inferior das variáveis de material, como ilustra a Figura 34, e a outra metade o limite superior. Esta é uma forma simples de manter uma pequena parcela de soluções candidatas próximas às extremidades de maneira mais rápida do que a formação aleatória destes indivíduos.

4.3.4 Tratamento de restrições

No caso de problemas com restrições, Deb et al. (2002) alerta para as seguintes três situações que podem ocorrer ao comparar duas soluções para verificação de dominância:

- a) ambas são viáveis (não violam nenhuma restrição);
- b) uma solução é viável e a outra não;

c) ambas são inviáveis.

Para lidar com essas possibilidades, a definição de dominação entre uma solução p e uma solução q é modificada, diz-se que p domina por restrição q se:

- a solução p é viável e q não é;
- a solução p e q são inviáveis, mas a solução p tem o menor valor de violação de restrição;
- a solução p e q são viáveis e a solução p domina q .

Na ocorrência da segunda possibilidade, quando p e q são inviáveis, deve-se proceder à seguinte verificação para determinação da dominância: identificar quais são, entre todas as soluções, o maior valor de violação para cada restrição e dividir todos os valores de violações de uma determinada restrição pelo seu respectivo máximo encontrado entre todas as soluções. Por fim, somam-se os valores normalizados de violações de cada indivíduo de forma que a solução que obtiver menor soma é dominante em relação à uma solução de maior soma.

A Figura 35 ilustra esse processo para uma população de três soluções (p , q e k) de diferentes ordens de grandeza em suas violações de restrições. Neste exemplo, a solução p é dominada por q e k , enquanto q somente domina p , mas não domina k , solução que possui menor valor normalizado de restrições entre as três. Quanto menor este valor (no caso de soluções que não violam nenhuma restrição, esta soma normalizada é igual a zero), melhor será a solução.

Figura 35 – Normalização de restrições

	Rest. 1	Rest. 2	Rest. 3	
p	0.2	15	60	
q	0.1	0.0	200	
k	0.0	0.0	30	
	↓ <i>Valores máximos</i>			
	0.2	15	200	
	↓ <i>Normalização</i>			
	1.0	1.0	0.3	
	0.5	0.0	1.0	
	0.0	0.0	0.15	
	→ <i>Somatório de violações</i>			
				p 2.3 q 1.5 k 0.15

Fonte: Elaborada pela autora.

4.3.5 Pseudo-código do NSGA-II

O Quadro 2 descreve o pseudocódigo do NSGA-II implementado no BIOS, onde é possível acompanhar a sequência de processos e operadores aplicados as soluções candidatas. Os parâmetros de entrada do algoritmo são o número máximo de gerações ($MaxGen$), o número

de indivíduos da população (N) e a taxa de mutação (p_{mut}). No caso da utilização de operadores especificados para laminados, deve-se informar, também, a probabilidade de ocorrência de cada um destes.

Quadro 2 - Pseudocódigo do NSGA-II

1	Criar as populações P_t , R_t , MatingPool, Pais, Filhos;	
2	$t = 0$;	
3	Inicialização (P_t);	
4	Avaliação (P_t);	
5	Normalização(P_t);	
6	FastNondominatedSorting.Rank(P_t);	
7	FastNondominatedSorting.Fronts(P_t);	
8	CrowdingDistance(P_t);	
9	$MatingPool \leftarrow$ Seleção(P_t);	
10	$Pais \leftarrow$ Seleção($MatingPool$);	
11	$Filhos \leftarrow$ Cruzamento($Pais$);	
12	Mutação($Filhos$);	// tamanho N
13	enquanto $t < MaxGen$ faça	
14	$R_t \leftarrow P_t \cup Filhos$	// tamanho $2N$
15	Normalização(R_t);	
16	FastNondominatedSorting.Rank(R_t);	
17	FastNondominatedSorting.Fronts(R_t);	
18	CrowdingDistance(R_t);	
19	$P_t \leftarrow$ NextPopFill(R_t);	
20	$Filhos \leftarrow$ MakeNewPop(P_t);	
21	$t = t + 1$	

Fonte: Elaborado pela autora.

As linhas 3, 4 e 5 tratam da inicialização, avaliação e normalização de restrições das soluções aleatórias da população P_t , em seguida, alguns processos foram resumidos a fim de facilitar o entendimento global do algoritmo e são detalhados nos quadros a seguir. As linhas 6 e 7 tratam do *Fast Nondominated Sorting* ou Classificação Rápida por Não-dominância, dividido em dois grandes procedimentos, o primeiro responsável por atribuir um *rank* (igual ao

número de soluções que dominam uma solução p pertencente à P_t) e o segundo responsável por dividir a população em várias Frentes de acordo com o *rank*. A descrição no Quadro 3 corresponde à atribuição do *rank*, onde S_p é o conjunto de soluções dominadas por p e n_p é o contador de soluções que dominam p , e o Quadro 4 corresponde à classificação em Frentes, onde n_q é o número de soluções que dominam q e Q é o conjunto que armazena temporariamente os indivíduos da $(i+1)$ -ésima Frente.

Quadro 3 – Processo 1: *FastNondominatedSorting.Rank(R_t)*

```

1  para todo  $p \in P$  faça
2     $n_p = 0$ 
3      para todo  $q \in P$  faça
4        se  $p$  domina  $q$ 
5          então  $S_p = S_p \cup q$ 
6        senão se  $q$  domina  $p$ 
7          então  $n_p = n_p + 1$ 
8      fimpara
9  se  $n_p = 0$ 
10    então  $F_1 = F_1 \cup p$ 
11 fimpara

```

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 4 - Processo 2: *FastNondominatedSorting.Fronts(R_t)* (continua)

```

1   $i = 1$  // contador de frentes
2  enquanto  $F_i \neq \emptyset$  faça
3     $Q = \emptyset$ 
4    para todo  $p \in F_i$  faça
5      para todo  $q \in S_p$  faça
6         $n_q = n_q - 1$ 
7      se  $n_q = 0$ 
8        então  $Q = Q \cup q$ 
9       $i = i + 1$ 
10      $F_i = F_i \cup Q$ 

```


Quadro 4 - Processo 2: *FastNondominatedSorting.Fronts(R_t)* (conclusão)

11	fimpara
12	fimpara

Fonte: Elaborado pela autora.

Neste trabalho, após as soluções iniciais receberem seus respectivos *ranks*, realiza-se um ordenamento de soluções em frentes e calcula-se a distância de multidão de cada indivíduo. De posse desses parâmetros, procede-se à seleção. Inicialmente, os indivíduos mais aptos são selecionados para a população intermediária, *Mating Pool*, e, em seguida, selecionam-se, desta população, novamente por torneio binário, os pares de pais que irão cruzar e gerar novos pares de indivíduos (filhos). Em seguida, a fim de evitar mínimos locais e aumentar a diversidade da população, o operador mutação é aplicado nos filhos. Nesta etapa, em conjunto (ou em substituição) com a mutação, podem ser incluídos operadores específicos de laminados.

Na linha seguinte do algoritmo, a população de filhos é atribuída a Q_t e o *loop* principal tem início: Q_t une-se à população P_t , resultando em R_t de tamanho $2N$, esta população, novamente, recebe o *rank* para cada um de seus indivíduos e é classificada em diferentes Frentes, tendo a distância de multidão calculada para cada indivíduo. A linha 19 do algoritmo apresenta a etapa responsável por preencher a população da geração seguinte (P_{t+1}) de tamanho N é detalhada no pseudocódigo do Quadro 5, este corte tem como critério o ordenamento feito anteriormente (*rank* e CD).

Quadro 5 - Processo 3: *NextPopFill(R_t)*

1	$P_{t+1} \neq \emptyset$	
2	$i = 1$	
3	enquanto $ P_{t+1} + F_i \leq N$ faça	
4	$P_{t+1} = P_{t+1} \cup F_i$	
5	$i = i + 1$	
6	Ordenar(F_i , CD)	// ordem decrescente
7	$P_{t+1} = P_{t+1} \cup F_i[1: (N - P_{t+1})]$	

Fonte: Elaborado pela autora.

Por fim, a linha 18 do Quadro 2 trata da criação da “população-filha” da geração seguinte (Q_{t+1}) a partir da população P_{t+1} , processo descrito no Quadro 6.

Quadro 6 – Processo 5: $MakeNewPop(P_{t+1})$

1	Normalização(P_t);	
2	FastNondominatedSorting.Rank(P_t);	
3	FastNondominatedSorting.Fronts(P_t);	
4	CrowdingDistance(P_t);	
5	$MatingPool \leftarrow$ Seleção(P_t);	// torneio binário
6	$Pais \leftarrow$ Seleção($MatingPool$);	
7	$Filhos \leftarrow$ Cruzamento($Pais$);	
8	Mutação($Filhos$);	

Fonte: Elaborado pela autora.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A fim de verificar e validar a implementação do NSGA-II feita no BIOS foram selecionados seis problemas *benchmarks*, quatro deles envolvendo funções matemáticas e outros dois relacionados à otimização de estruturas laminadas. Ainda nesta etapa, é possível realizar um estudo sobre a inclusão de operadores específicos de laminados ao algoritmo original de forma a ter um indicativo do que pode funcionar bem ou não em projetos de estruturas laminadas. Os resultados da validação são apresentados na Seção 5.1, enquanto os resultados dos exemplos envolvendo otimização de *risers* compósitos são apresentados na Seção 5.2.

5.1 Validação do algoritmo

Esta seção foi dividida entre os resultados obtidos para problemas *benchmarks* e para problemas de compósitos laminados.

5.1.1 Benchmarks de funções matemáticas

As informações dos problemas sem e com restrições são apresentadas na Tabela 6 e Tabela 7, respectivamente.

Tabela 6 – Benchmarks sem restrições selecionados para validação

	KUR	SCH
Número de variáveis	3	1
Limites das variáveis	[-5, 5]	[-10 ³ , 10 ³]
Funções objetivo	$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n-1} -10 e^{-0.2\sqrt{x_i^2+x_{i+1}^2}}$ $f_2(x) = \sum_{i=1}^n x_i ^{0.8} + 5 \sin x_i^3$	$f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = (x - 2)^2$

Fonte: Adaptado de Deb et al. (2002).

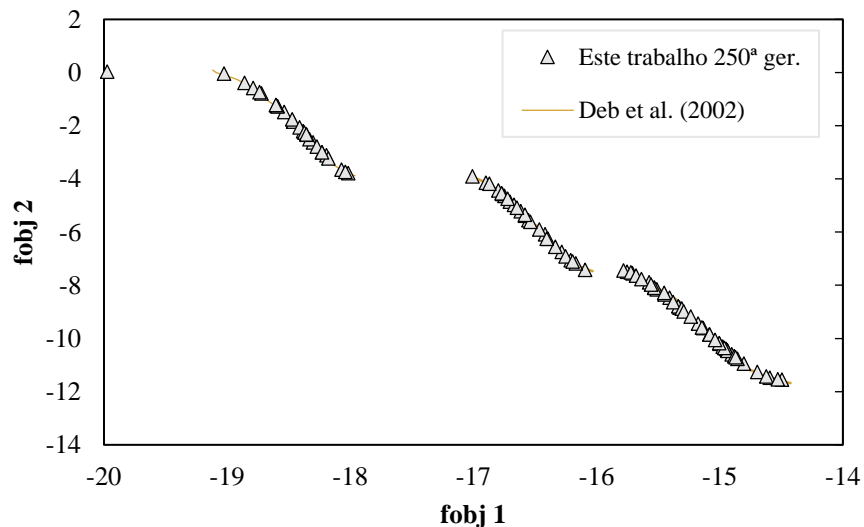
Tabela 7 - Benchmarks com restrições selecionados para validação

	CONSTR	TNK
Número de variáveis	2	2
Limites das variáveis	$x_1 \in [0.1, 1]$ $x_2 \in [0, 5]$	$[0, \pi]$
Funções objetivo	$f_1(x) = x_1$ $f_2(x) = (1 + x_2)/x_1$	$f_1(x) = x_1$ $f_1(x) = x_2$ $g_1(x) = -x_1^2 - x_2^2 + 1 +$
Restrições	$g_1(x) = x_2 + 9x_1 \geq 6$ $g_2(x) = -x_2 + 9x_1 \geq 1$	$0.1\cos(16\arctan(\frac{x_1}{x_2})) \leq 0$ $g_2(x) = (x_1 - 0.5)^2 + (x_2 - 0.5)^2 \leq 0.5$

Fonte: Adaptado de Deb et al. (2002).

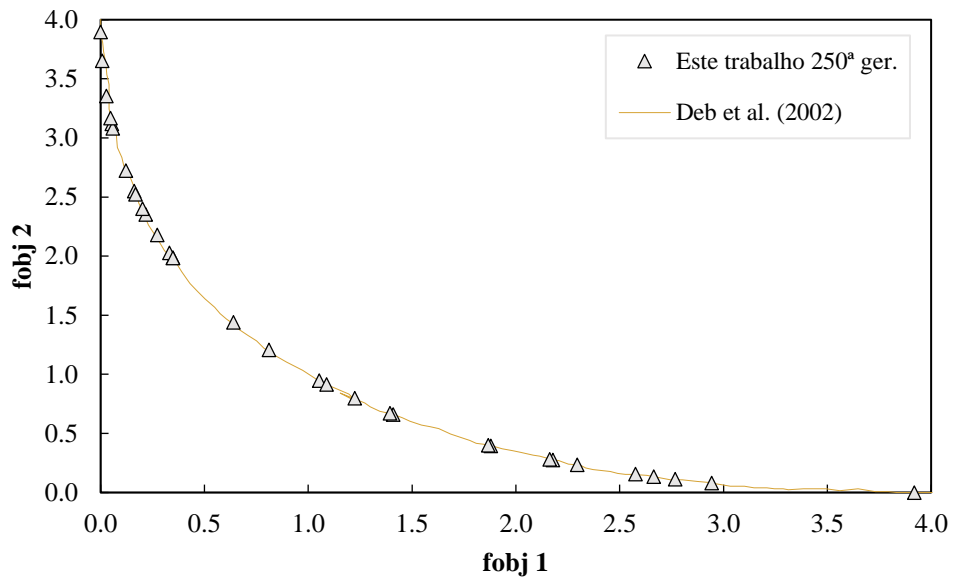
Todas as soluções foram obtidas com os parâmetros de otimização utilizados por Deb et al. (2002), são eles: população de tamanho 100, número de gerações igual a 250 para os problemas sem restrição; população de tamanho 100 e número de geração igual a 500 para os problemas com restrições e probabilidade de mutação definida como $1/n^\circ$ de variáveis em ambos os casos. A taxa de cruzamento, no entanto, foi adotada como 1, uma vez que a etapa de formação da população da geração seguinte já garante o elitismo, permitindo que a população de filhos seja feita completamente pelo cruzamento, esta foi a taxa também adotada por Zhang e Li (2007) em um estudo comparativo de algoritmos multiobjetivos que incluía o NSGA-II. A seguir, são apresentados os resultados obtidos pela implementação do algoritmo no BIOS ao fim de uma otimização.

Figura 36 - Frente de Pareto obtida para o problema KUR



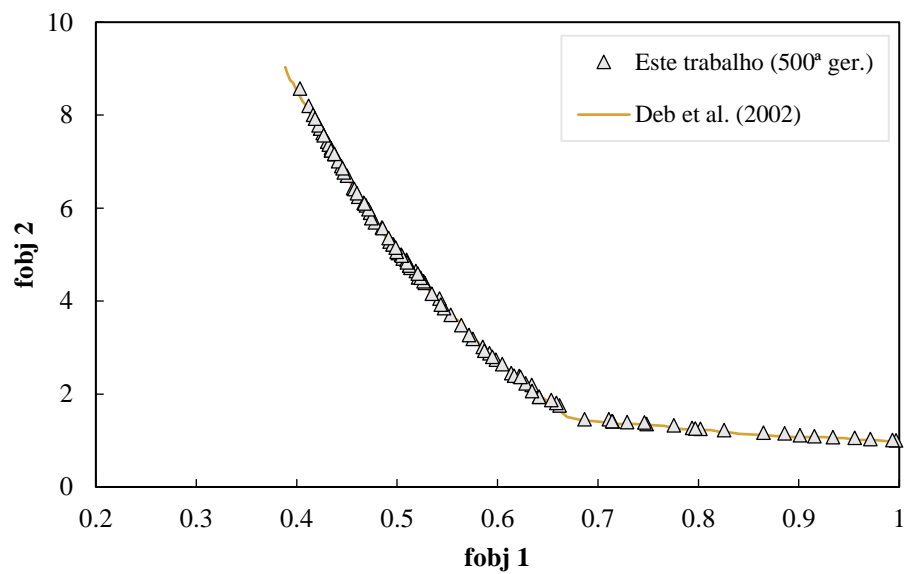
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 37 - Frente de Pareto obtida para o problema SCH



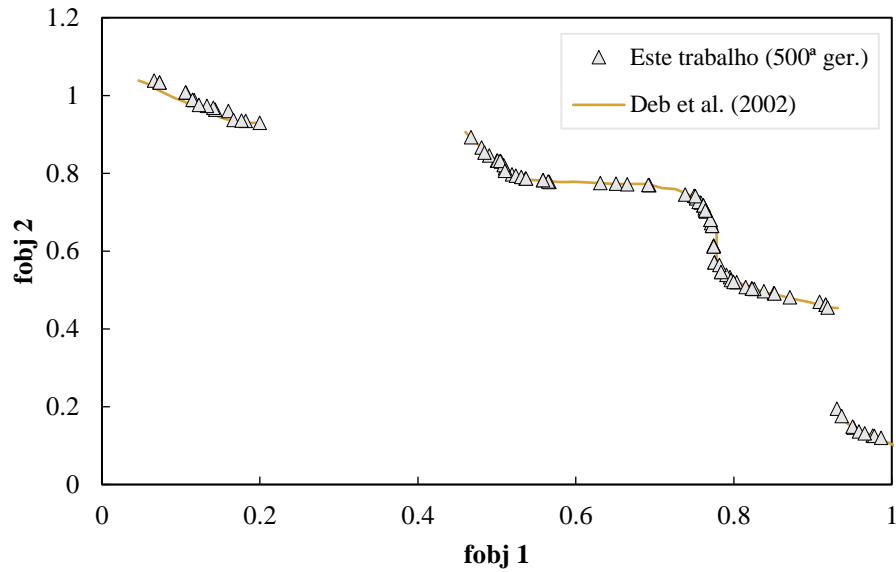
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 38 - Frente de Pareto obtida para o problema CONSTR



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 39 - Frente de Pareto obtida para o problema TNK



Fonte: Elaborada pela autora.

Percebe-se que as soluções obtidas convergem para a Frente de Pareto (obtida a partir da extração dos resultados apresentados em Deb et al. (2002)) e cobrem grande parte dela em todos os casos sem violar nenhuma restrição, quando aplicável, atestando, portanto, o bom funcionamento do algoritmo.

5.1.2 Benchmarks de compósitos laminados

Para avaliação e validação do algoritmo frente a problemas mais complexos, como é o caso dos compósitos, foram selecionados dois problemas da literatura e apresentados na Tabela 8. Ambos tratam da otimização biobjetivo de uma placa retangular de compósito laminado híbrido de dimensões 92 cm x 75 cm simplesmente apoiadas. Além disso, ambos limitam suas laminações a simétricas e balanceadas, consideração importante para redução do de variáveis do problema, e adotam como variáveis de projeto a espessura, a orientação das fibras e o material de cada lâmina.

Tabela 8 - Problemas de laminados selecionados para estudo

	Problema 1: Rao e Lakshmi (2009)	Problema 2: Grosset, Venkataraman e Haftka (2001)
Variáveis	$x = [(h_1, \theta_1, m_1), (h_2, \theta_2, m_2), \dots, (h_{N_c}, \theta_{N_c}, m_{N_c})]$	$x = [(h_1, \theta_1, m_1), (h_2, \theta_2, m_2), \dots, (h_{N_c}, \theta_{N_c}, m_{N_c})]$
Máx. de lâminas	200	44
Limites	$\theta \in \{\pm 0^\circ, \pm 45^\circ, \pm 90^\circ\}$ $h \in \{0 \text{ mm}, 0.127 \text{ mm}\}$ $m \in \{\text{grafite} - \text{epóxi}, \text{vidro} - \text{epóxi}\}$	$\theta \in \{0^\circ, \pm 5^\circ, \pm 10^\circ, \dots, 90^\circ\}$ $h \in \{0 \text{ mm}, 0.127 \text{ mm}\}$ $m \in \{\text{grafite} - \text{epóxi}, \text{vidro} - \text{epóxi}\}$
Funções objetivo	Custo e Peso	Custo e Massa
Restrições	Flambagem ($\lambda_{cb} \geq 100$)	1ª frequência natural ($f \geq 25 \text{ Hz}$)

Fonte: Elaborada pela autora.

As funções objetivos dos problemas estudados podem ser descritas pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 \text{Peso } (N) &= a b g \left(\sum_{i=1}^{N_{max}} \rho_{mat}^i t_{mat}^i \right) \\
 \text{Custo } (U) &= a b \left(\sum_{i=1}^{N_{max}} \rho_{mat} t_{lam} C_{rel\ mat}^i \right) \\
 \text{Massa } (kg) &= a b \left(\sum_{i=1}^{N_{max}} \rho_{mat} t_{lam} \right)
 \end{aligned} \tag{47}$$

onde a e b são as dimensões da chapa, g é o valor adotado para a gravidade, N_{max} é o número máximo de lâminas do problema, ρ_{mat}^i é a densidade do material do qual a lâmina i é feita, t_{mat}^i é a espessura da lâmina i e $C_{rel\ mat}^i$ é o custo unitário relativo do material da lâmina i .

Quanto as restrições, no primeiro problema, o fator de carga crítica de flambagem (λ_{cb}) não deve ser inferior a 100, no segundo, o valor da primeira frequência natural (f) não deve ser inferior a 25 Hz. Neste último caso, para o cálculo da frequência natural de uma chapa laminada utiliza-se a seguinte equação:

$$f(m, n) = \frac{\pi}{2\sqrt{\rho h}} \sqrt{D_{11} \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2(D_{12} + 2 D_{66}) \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_{22} \left(\frac{n}{b}\right)^4} \tag{48}$$

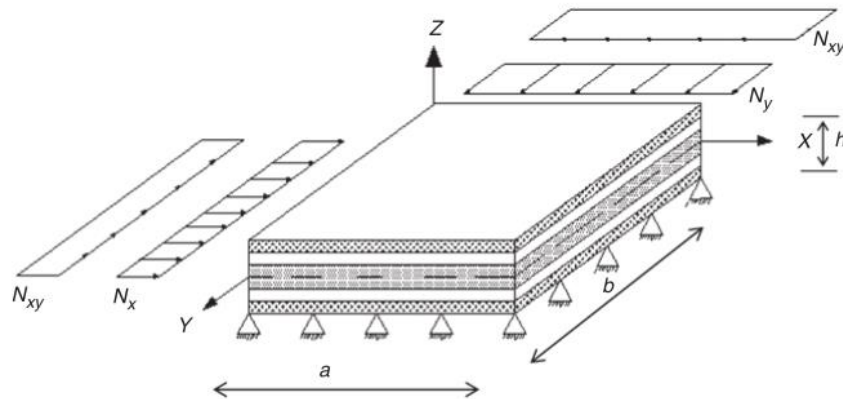
onde os coeficientes D_{11} , D_{12} , D_{22} e D_{66} são parte da matriz de rigidez à flexão do laminado calculada de acordo com a TCL, ρ é a densidade média do laminado, h a espessura total da chapa e m e n correspondem aos diferentes modos de vibração. Neste problema, para obtenção da primeira frequência natural, utilizam-se m e n iguais a 1.

De maneira similar, tem-se que que carga de flambagem do laminado (λ_b) é dada pela seguinte equação:

$$\frac{\lambda_b}{\pi^2} = \frac{D_{11} \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_{22} \left(\frac{n}{b}\right)^4}{N_x \left(\frac{m}{a}\right)^2 + N_y \left(\frac{n}{b}\right)^2 + N_{xy} \left(\frac{mn}{ab}\right)^2} \quad (49)$$

onde N_x , N_y e N_{xy} são os esforços atuantes na chapa nas direções x e y , como mostra a Figura 40. O fator de carga crítica de flambagem corresponde ao menor valor obtido variando os coeficientes m e n na Equação (49), valores que correspondem ao número de meias-ondas em que o laminado irá flambar nas direções x e y , respectivamente, assumindo um valor de referência para os esforços.

Figura 40 – Chapa laminada a ser otimizada



Fonte: Rao e Lakshmi (2009, p. 2165).

É importante ressaltar que a Equação (49) é a solução exata para laminados ditos especialmente ortotrópicos, definidos como laminados que possuem uma única camada especialmente ortotrópica (fibras orientadas a 0° e 90°) ou que possuem laminação *cross-ply*, mas, no caso dos problemas aqui trabalhados, que possuem laminação *angle-ply*, esta expressão funciona apenas como uma aproximação que tende a convergir para o valor obtido utilizando soluções numéricas como as de Rayleigh-Ritz e Galerkin, por exemplo, à medida que o número

de lâminas cresce. Esta diferença se torna irrelevante quando o número de lâminas é superior a 20 (JONES, 1999).

Destacam-se, também, três diferenças entre os problemas apresentados: na decodificação, Grosset, Venkataraman e Haftka (2001) dividem por dois a espessura das lâminas que possuem orientação de 0° ou 90° para que estas possam simular o efeito de uma única lâmina e utilizam os operadores de adição e eliminação de lâmina e troca de lâminas em sua formulação para variação do número de lâminas, enquanto Rao e Lakshmi (2009) não fazem tal distinção de ângulo para a espessura da lâmina e nem utilizam operadores específicos. Por último, a inicialização da população inicial se difere nos dois problemas, no primeiro, a inicialização é feita de maneira aleatória, enquanto, no segundo, todos os indivíduos possuem seus cromossomos de espessuras não-nulas. As propriedades dos materiais para ambos os problemas foram listadas na Tabela 9.

Tabela 9 – Propriedades dos materiais

	Grafite-epóxi (ge)	Vidro-epóxi (ve)
E_1 (GPa)	140.68	44.68
E_2 (GPa)	9.13	9.07
G_{12} (GPa)	7.24	4.64
ν_{12}	0.30	0.27
Densidade (kg/m³)	1605.43	1992.95
Custo (U/kg)	8.00	1.00

Fonte: Elaborada pela autora.

De posse dessas informações, procede-se a um breve estudo de sensibilidade sobre os parâmetros de otimização, ajustados por tentativa e erro.

5.1.2.1 Estudo de sensibilidade

O efeito da inclusão de operadores sobre o funcionamento do algoritmo foi brevemente estudado sobre o problema 1 (um) (chapa laminada sujeita à restrição de flambagem) da seguinte forma:

- a) inicialmente, são escolhidas diversas taxas para cada um dos operadores;

b) em seguida, comparam-se os resultados obtidos pela média de 10 (dez) otimizações com a inclusão dos operadores aos resultados sem a utilização destes em termos de Número médio de Gerações até a Convergência (NGC).

O tamanho da população e o número máximo de gerações foram mantidos constantes ao longo desta seção, ambos ajustadas em 100, e a taxa de cruzamento foi fixada em 1. Considerou-se, para este estudo, que a Frente de Pareto atingiu a convergência quando todos os pontos encontrados por Barroso, Parente Jr. e Melo (2016) foram obtidos pelo NSGA-II. Além disso, só se computou o NGC médio quando, pelo menos, 8 das 10 otimizações obtiveram êxito na convergência.

5.1.2.1.1 Mutação e Troca de Lâminas

Uma das formas de se mapear quando o algoritmo atingiu a Frente de Pareto é acompanhando o número de soluções de *rank* nulo, ou seja, de soluções não-dominadas, a cada determinado intervalo de gerações. É importante notar que mesmo quando toda a população de indivíduos viáveis atinge a Frente de soluções não-dominadas não significa que este tenha convergido para o melhor resultado conhecido até então (Frente de referência), mas sim que a partir daquele ponto o parâmetro determinante na seleção passará a ser a distância de multidão e não mais o *rank*, já que este se torna igual para toda a população (com exceção de casos em que a mutação altera o número de indivíduos dessa frente). Aqui, a Frente de Pareto de referência para o problema de flambagem é considerada com a Frente obtida por Barroso, Parente Jr. e Melo (2016), enquanto para o problema de frequência, considera-se a Frente de Grosset, Venkataraman e Haftka (2001). A Tabela 10 apresenta o Número de Gerações até a Convergência (NGC) variando as combinações entre as probabilidades de troca e de mutação para o problema de flambagem.

Tabela 10 – NGC médio para diferentes probabilidades de mutação

p_{mut}	0.05	0.10	0.15
NGC médio	62	60	79

Fonte: Elaborada pela autora.

Inicialmente, foram estudadas três probabilidades de mutação (p_{mut}), 5%, 10% e 15%, para melhor avaliação de qual taxa retornaria convergência mais rápida sem utilizar nenhum operador além dos previstos no algoritmo original, as duas taxas que retornassem o

melhor NGC seriam, posteriormente, combinadas às probabilidades de troca (p_{troca}). As melhores probabilidades de mutação foram de 5% e 10%, taxas em que a Frente de Pareto igualou-se à de referência, aproximadamente, entre as gerações 60 e 65. A partir daí, foram combinadas a estas taxas as probabilidades de troca de lâminas de 5% e de 10% e, no último caso, estudou-se o efeito do operador Troca com a menor influência possível da mutação, ajustada em 1%. Os resultados para este estudo são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – NGC médio para diferentes probabilidades de mutação e de troca de lâminas

p_{mut}	0.05	0.05	0.10	0.10	0.01
$p_{troca\ de\ lâminas}$	0.05	0.10	0.05	0.10	0.05
NGC médio	54	59	76	62	-

Fonte: Elaborada pela autora.

A melhor combinação obtida, em termos de NGC médio, foi quando ambas as taxas, troca e mutação, foram ajustadas a 5%. De forma geral, os resultados com o uso do operador Troca de Lâminas mantiveram-se muito próximos aos resultados sem sua utilização, somente nas combinações com a mutação ajustadas em 5% foi possível chegar a um NGC médio um pouco menor (5 gerações), nos demais casos, os NGCs ficaram superior aos resultados somente com a mutação. Esta conclusão, no entanto, deve ser tomada com cautela, isso porque a grande vantagem do operador consiste na possibilidade de modificação da matriz de rigidez à flexão D do laminado sem modificar a matriz de rigidez de membrada do mesmo, ou seja, a Troca de Lâminas atua, neste problema, em específico, somente no valor da restrição (carga de flambagem), mas em nada afeta as funções objetivo do problema estudado (peso e custo).

5.1.2.1.2 Mutação para Laminados (LamMut)

Inicialmente, foram testadas variações nas probabilidades de mutação no cromossomo da espessura, mantendo a probabilidade de mutação da orientação das fibras e do material constantes e iguais a 5%, em seguida, foram variadas as probabilidades de mutação dos cromossomos de orientação e do material, mantendo-se os demais constantes e iguais a 5%. A Tabela 12 especifica as probabilidades de mutação (%) para cada cromossomo do laminado.

Tabela 12 - Inclusão do operador LamMut no NGC médio em problema de flambagem

$p_{mut\ espessura}$	0.1	0.05	0.05
$p_{mut\ orientação}$	0.05	0.1	0.05
$p_{mut\ material}$	0.05	0.05	0.1
NGC médio	-	-	57

Fonte: Elaborada pela autora.

Ao fim, foi possível perceber que a variação da mutação dos cromossomos correspondentes a espessura e a orientação de fibra levaram o algoritmo a precisar de mais gerações do que o máximo estipulado. Por outro lado, as variações no cromossomo do material foram benéficas, o que era esperado, uma vez que o problema em questão tem na escolha do material a maior influência sobre os valores de funções objetivo e, ao aumentar, sua probabilidade de mutação em relação aos demais cromossomos, mais soluções diferentes são buscadas do ponto de vista da composição de seus materiais. Vale mencionar, também, que a utilização deste operador no segundo problema de chapa (sujeita à restrição de primeira frequência natural) foi mais evidente e vital para convergência, sendo a calibração deste problema não estudada em detalhes aqui por envolver a utilização simultânea de diversos operadores, aspecto que torna mais difícil perceber a influência de cada um isoladamente.

5.1.2.1.3 Exploração de Extremidades (*Boundaries*)

Como previamente definido, as duas melhores probabilidades de mutação foram 5% e 10%, estes valores foram avaliados em conjunto com a aplicação do operador sugerido neste trabalho, *Boundaries*. Os resultados obtidos em termos do número de gerações até a convergência são apresentados na Tabela 13, onde p_{mut} é a probabilidade de mutação e n_{bound} o número de indivíduos da população de filhos em que será aplicado o operador estudado.

Tabela 13 - Inclusão do operador *Boundaries* no NGC em problema de flambagem

p_{mut}	0.05	0.05	0.05	0.10	0.10	0.10
n_{bound}	2	4	6	2	4	6
NGC médio	50	44	57	50	47	51

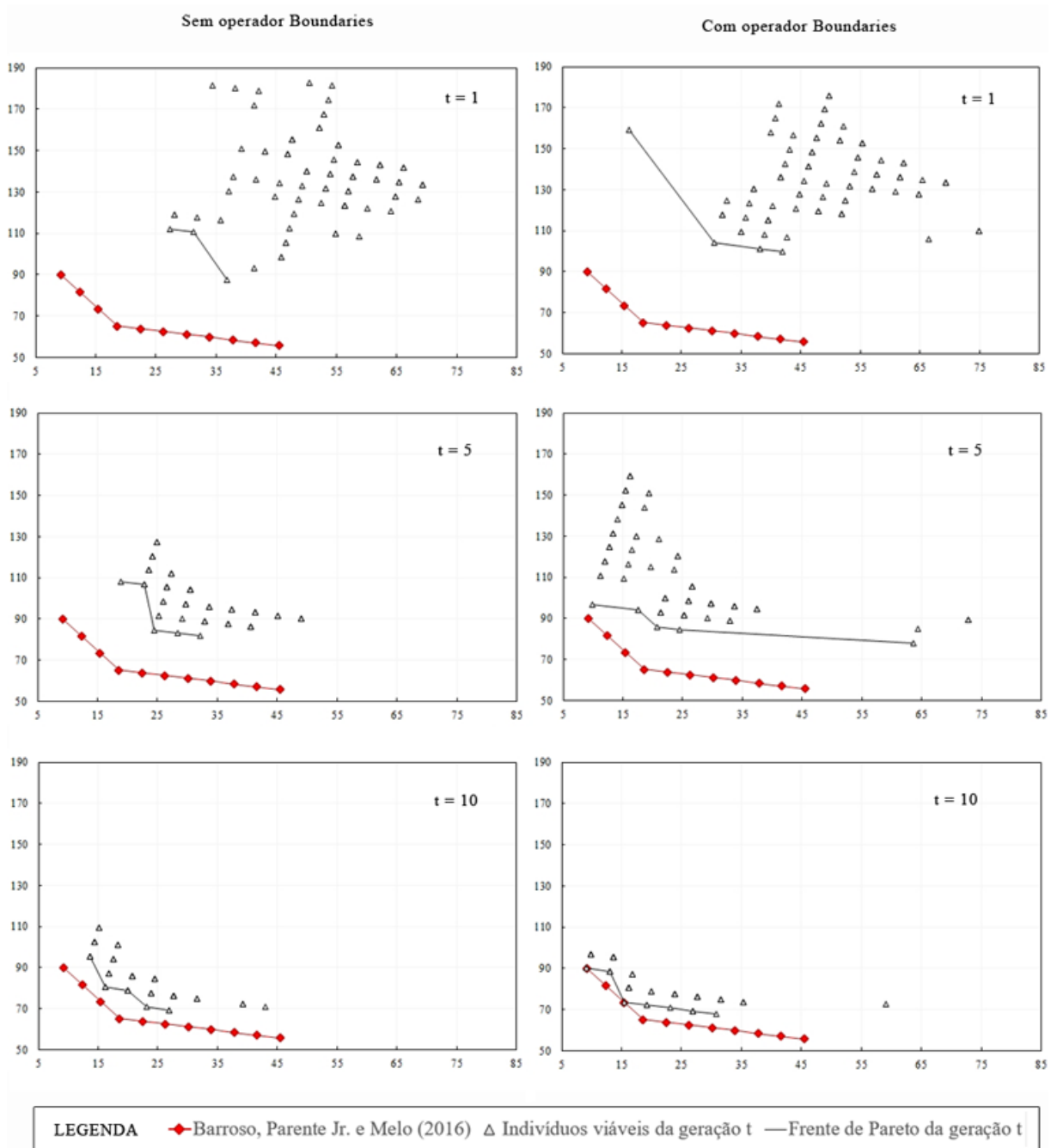
Fonte: Elaborada pela autora.

Percebe-se que, em todos os casos, as combinações de probabilidades do operador com a mutação levaram à convergência mais rápida do algoritmo, reduzindo em quase 1/3 as

iterações necessárias, como foi o caso da combinação de mutação igual a 5% e 4 filhos modificados que obteve NGC médio de 44 no lugar das 62 gerações necessárias, em média, sem a utilização deste.

É possível visualizar melhor qual o efeito da inclusão deste operador ao algoritmo por meio da comparação dos indivíduos viáveis no espaço-objetivo ao longo das gerações com e sem a utilização do mesmo. A Figura 41 ilustra a evolução dos indivíduos viáveis em direção à Frente de Pareto capturada em três gerações (1, 5 e 10) com e sem a inclusão do operador sugerido. É possível perceber o surgimento de soluções nas extremidades da Frente já na primeira geração, enquanto no desenvolvimento sem o uso do operador a prioridade é dada à convergência (ordenamento de *ranks*) e só quando há empate de soluções com mesmo *rank*, recorre-se ao parâmetro de diversidade do NSGA-II, a distância de multidão. Este operador pode reduzir consideravelmente o NGC justamente por superar a dificuldade em formar, aleatoriamente, indivíduos de único material, o que auxilia na melhor distribuição das soluções ao longo da Frente, não deixando somente para a distância de multidão a tarefa de explorar áreas com poucas soluções. É importante ressaltar, no entanto, que o operador *Boundaries* não garante que as demais soluções serão encontradas mais rapidamente, mas sim auxilia o algoritmo na dificuldade em explorar áreas extremas da Frente, o que pode, em maior ou menor grau, auxiliar na criação de indivíduos mais próximos de suas extremidades.

Figura 41 – Operador *Boundaries* na evolução de indivíduos viáveis com $p_{mut} = 0.05$



Fonte: Elaborada pela autora.

Nota: O eixo horizontal representa o custo unitário e o eixo horizontal representa o peso (N).

Vale mencionar que o segundo problema, chapa laminada sujeita à restrição de primeira frequência natural, foi calibrado com o uso simultâneo de diversos operadores para laminados, sugestão dos autores de referência, e também por apresentarem um maior número de variáveis pela utilização de laminação dispersa, o efeito de cada operador isoladamente seria menos evidente, portanto, optou-se pelo detalhamento de somente um problema.

5.1.2.2 Resultados para problemas de chapas laminadas

Foram selecionadas as combinações apresentadas na Tabela 14 para cada um dos problemas a serem aqui estudados em maiores detalhes.

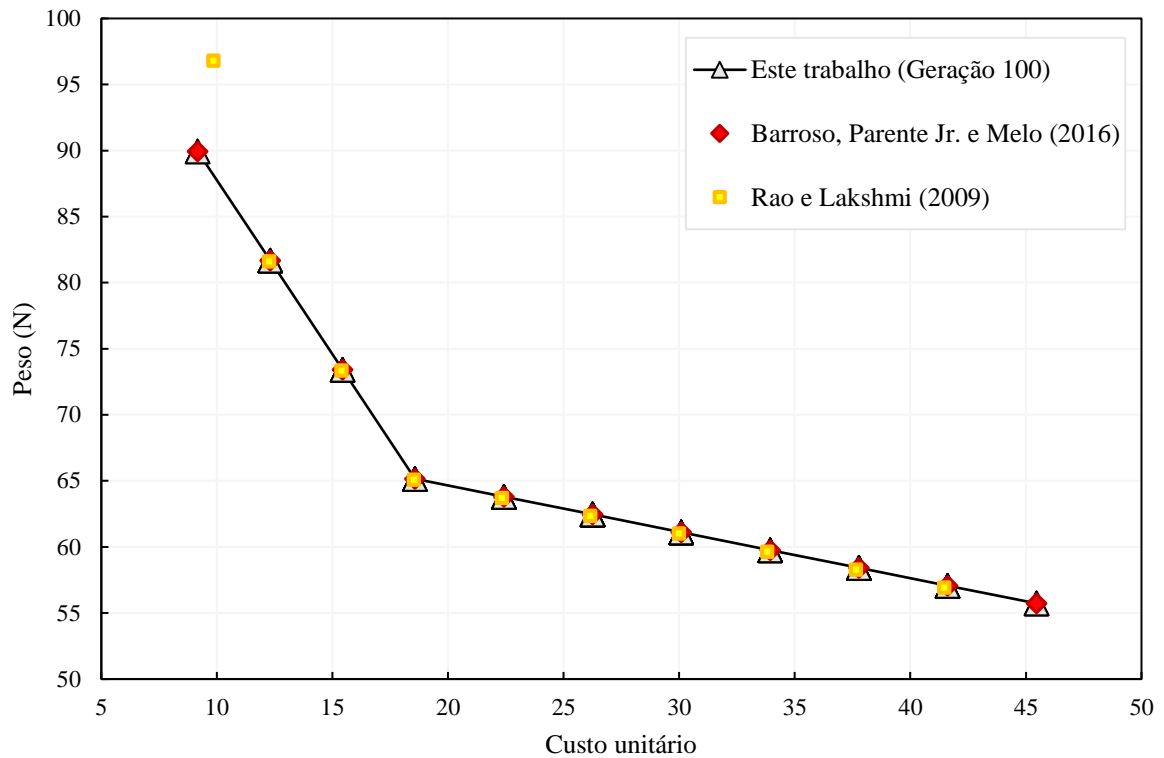
Tabela 14 – Parâmetros de otimização para problemas de chapas laminadas após calibração

	Problema 1: Rao e Lakshmi (2009)	Problema 2: Grosset, Venkataraman e Haftka (2001)
Taxa de cruzamento	1.00	1.00
Tamanho da população	100	100
Número de gerações	100	400
Mutação	0.05	-
Mutação para laminados	-	[0.05, 0.05, 0.10]
<i>Boundaries</i>	2	4
Adição de lâmina	-	0.10
Eliminação de lâmina	-	0.05

Fonte: Elaborada pela autora.

Os resultados obtidos para o problema de flambagem são apresentados na Figura 42 e mostram concordância com as soluções encontradas por Rao e Lakshmi (2009) e, em alguns pontos, até melhores, igualando-se aos resultados obtidos por Barroso, Parente Jr e Melo (2016). Os últimos empregaram o WCP para tratar a questão multiobjetivo e utilizaram para otimização um algoritmo híbrido do PSO com os AGs. Rao e Lakshmi (2009), por outro lado, optaram pelo Método da Soma Ponderada e utilizaram como algoritmo de otimização a Busca por Dispersão.

Figura 42 – Frente de Pareto para chapa laminada com restrição de flambagem (geração 100)



Fonte: Elaborada pela autora.

Na faixa de custo unitário entre 5 e 20, aproximadamente, pequenas variações de custo resultam em grandes variações de peso na estrutura, já na segunda reta, de menor inclinação, percebe-se a pouca variação do peso em relação a diferentes custos, isto porque estas laminações (com custo, aproximadamente, entre 20 e 45) possuem número de lâminas iguais, como mostra a Tabela 15, onde os sobrescritos *ge* dizem respeito à composição grafite-epóxi e *ve* à vidro-epóxi, deixando somente para a variação entre os materiais, a variação do peso. É importante mencionar, também, o fato de que diversas soluções diferentes entre si no espaço de variáveis podem, e no caso de compósitos é bastante comum, apontam para o mesmo ponto no espaço objetivo, diversificando, ainda mais, a escolha do projeto ótimo pelo tomador de decisão, que possui não apenas soluções que atendem em menor ou maior grau os dois objetivos, quanto também tem a possibilidade de repassar para o fabricante diversas possibilidades de laminação.

Tabela 15 – Laminações ótimas para problema de flambagem (ger. 100)

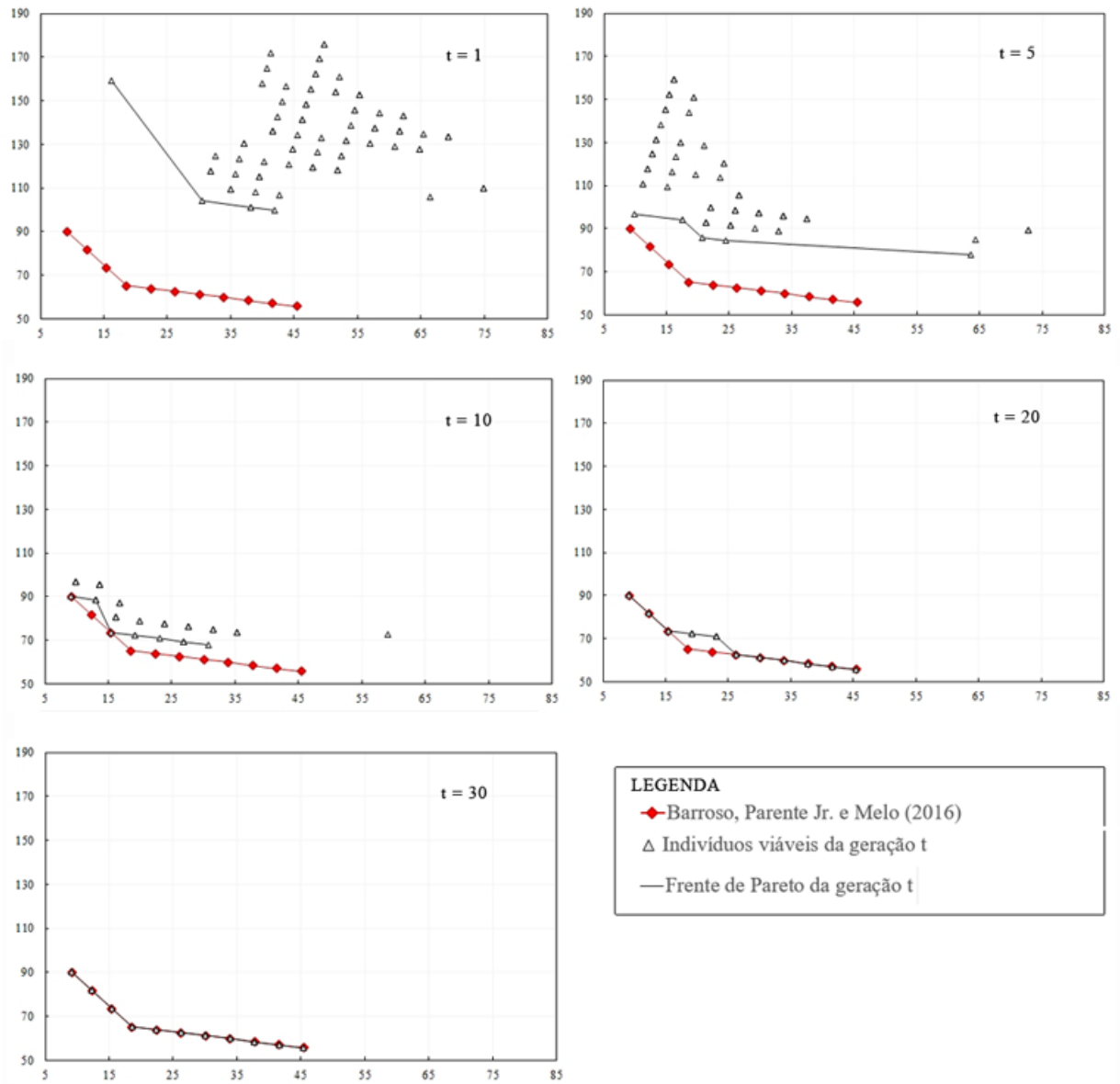
Seq.	Custo	Peso (N)	λ_{cb}	N_{lam}	Laminação
01	9.17	89.94	103.58	52	$[\pm 45^{ve}_3, 90_2^{ve}, \pm 45^{ve}, 90_2^{ve}, \pm 45^{ve}_6, 0_2^{ve}]_s$
02	9.17	89.94	101.90	52	$[\pm 45^{ve}_2, 90_2^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 90_4^{ve}, \pm 45^{ve}_3, 0_2^{ve}, 0_2^{ve}, \pm 45^{ve}_2]_s$
03	12.31	81.67	106.07	48	$[90_2^{ge}, \pm 45^{ve}_5, 90_2^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 90_4^{ve}, \pm 45^{ve}]_s$
04	12.31	81.67	100.15	48	$[90_2^{ge}, 90_2^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 0_2^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 90_2^{ve}, 0_2^{ve}, \pm 45^{ve}, 90_4^{ve}]_s$
05	15.44	73.41	106.34	44	$[\pm 45^{ge}, \pm 45^{ve}_2, \pm 45^{ge}, 90_2^{ve}, \pm 45^{ve}_5, 0_2^{ve}]_s$
06	15.44	73.41	104.06	44	$[\pm 45^{ge}, \pm 45^{ve}_2, \pm 45^{ge}, 90_2^{ve}, 0_2^{ve}, 90_2^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 0_2^{ve}, 90_2^{ve}]_s$
07	18.58	65.15	102.04	40	$[\pm 45^{ge}_3, \pm 45^{ve}, 90_2^{ve}, 0_4^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 90_2^{ve}]_s$
08	18.58	65.15	103.20	40	$[\pm 45^{ge}_3, \pm 45^{ve}, 90_2^{ve}, \pm 45^{ve}, 0_2^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 90_2^{ve}]_s$
09	22.42	61.80	102.78	40	$[\pm 45^{ge}_2, 90_2^{ve}, \pm 45^{ge}, \pm 45^{ve}_2, \pm 45^{ge}, \pm 45^{ve}, 0_2^{ve}, \pm 45^{ve}]_s$
10	22.42	61.80	114.02	40	$[\pm 45^{ge}_4, 90_2^{ve}, \pm 45^{ve}, 0_2^{ve}, \pm 45^{ve}_3]_s$
11	26.26	62.46	112.55	40	$[\pm 45^{ge}, 90_4^{ge}, \pm 45^{ge}_2, \pm 45^{ve}_5]_s$
12	26.26	62.46	108.74	40	$[\pm 45^{ge}_3, \pm 45^{ve}, 90_2^{ge}, 90_2^{ve}, 0_2^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 90_2^{ge}]_s$
13	30.10	61.11	116.49	40	$[\pm 45^{ge}_2, 90_2^{ge}, \pm 45^{ge}, \pm 45^{ve}, \pm 45^{ge}, 0_2^{ge}, \pm 45^{ve}_3]_s$
14	30.10	61.11	110.91	40	$[\pm 45^{ge}_2, 90_2^{ve}, \pm 45^{ge}_2, \pm 45^{ve}, \pm 45^{ge}, 0_2^{ve}, \pm 45^{ge}, \pm 45^{ve}]_s$
15	33.94	59.77	115.92	40	$[\pm 45^{ge}_2, 90_2^{ve}, \pm 45^{ge}_4, \pm 45^{ve}_2, 90_2^{ge}]_s$
16	33.94	59.77	126.92	40	$[\pm 45^{ge}_5, 0_2^{ge}, \pm 45^{ge}, 90_2^{ve}, 0_2^{ve}, \pm 45^{ve}]_s$
17	37.78	58.42	115.01	40	$[\pm 45^{ge}_2, 90_2^{ve}, \pm 45^{ge}_3, \pm 45^{ve}, \pm 45^{ge}_3]_s$
18	37.78	58.42	123.52	40	$[\pm 45^{ge}_2, 90_2^{ge}, \pm 45^{ge}_2, 0_2^{ge}, \pm 45^{ge}, 90_2^{ge}, 0_2^{ve}, \pm 45^{ve}]_s$
19	41.62	57.08	128.52	40	$[\pm 45^{ge}_2, 90_2^{ge}, \pm 45^{ge}_5, \pm 45^{ve}, 90_2^{ve}]_s$
20	41.62	57.08	126.03	40	$[\pm 45^{ge}_2, 90_2^{ge}, \pm 45^{ge}, 90_2^{ge}, \pm 45^{ge}_3, \pm 45^{ve}, 90_2^{ge}]_s$
21	45.46	55.73	126.35	40	$[90_2^{ge}, \pm 45^{ge}_9]_s$
22	45.46	55.73	127.47	40	$[\pm 45^{ge}_2, 90_2^{ge}, \pm 45^{ge}_2, 90_2^{ge}, \pm 45^{ge}_4]_s$

Fonte: Elaborada pela autora.

Como esperado, as laminações que possuem menor custo são formadas predominantemente pela composição vidro-epóxi, ao passo que isso torna também a estrutura mais pesada. Quando a prioridade é dada ao peso, as laminações são predominantemente formadas pela composição grafite-epóxi, material mais leve que o vidro, mas também mais caro. Quanto às orientações de fibra, é notável a utilização do balanceamento de 45°, isso porque as lâminas orientadas a 0° e 90° contribuem pouco para a matriz de rigidez à flexão da estrutura,

o que implica em uma menor carga de flambagem. Por fim, é apresentada na Figura 43 a evolução dos indivíduos viáveis em direção à Frente de Pareto apresentada anteriormente.

Figura 43 – Evolução da população em direção à Frente de Pareto no problema 1



Fonte: Elaborada pela autora.

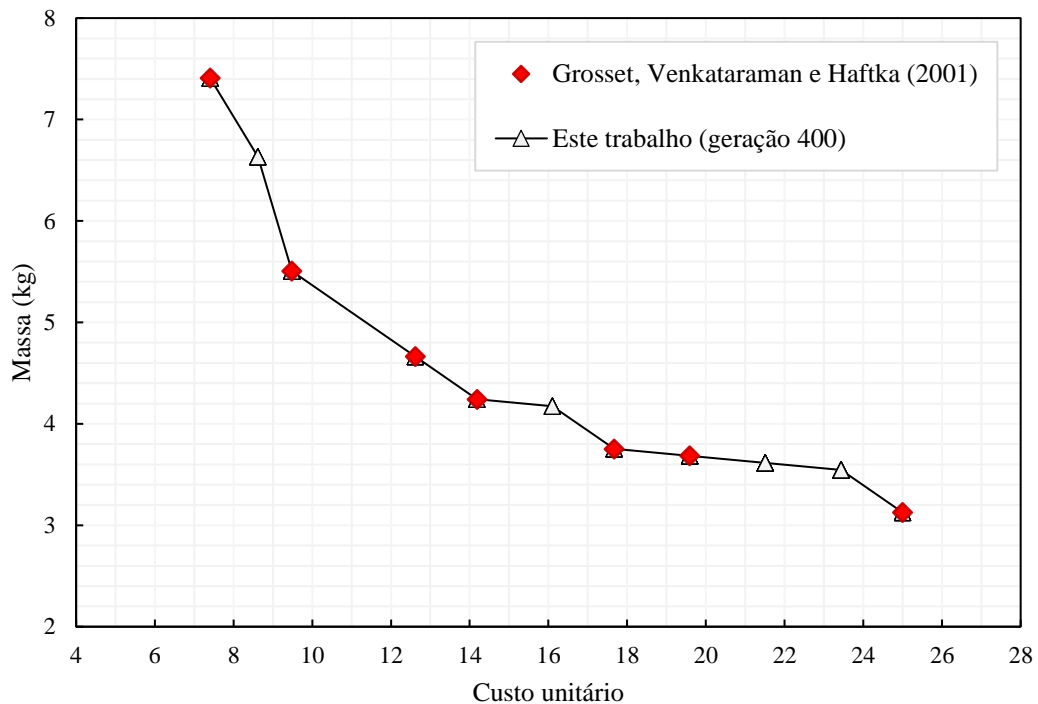
Nota: O eixo horizontal representa o custo unitário e o eixo horizontal representa o peso (N).

É possível perceber que já na 30ª geração, quadro à esquerda da última linha, a Frente de *rank* zero (Frente de Pareto) já é melhor que a conhecida por Rao e Lakshmi (2009), referencial utilizado na figura para que as soluções fossem apresentadas no espaço de objetivos com a mesma escala, e todos os indivíduos localizam-se nos mesmos pontos obtidos por Barroso, Parente Jr e Melo (2016), sendo as gerações seguintes úteis para a possível exploração

de novas soluções e maior espalhamento dos indivíduos viáveis, o que, neste caso, em específico, não era necessário.

Os resultados obtidos para o segundo problema são apresentados na Figura 44. Grosset, Venkataraman e Haftka (2001) utilizaram para otimização os Algoritmos Genéticos, empregando o Método da Soma Ponderada para tratar a questão multiobjetivo.

Figura 44 - Frente de Pareto para chapa laminada com restrição de frequência natural



Fonte: Elaborada pela autora.

Os resultados mostraram que além dos pontos obtidos por Grosset, Venkataraman e Haftka (2001), foram localizados mais soluções (e mais uniformemente distribuídas ao longo da Frente) pelo NSGA-II. As laminações, bem como o valor da primeira frequência natural e os valores das funções objetivo, são apresentadas na Tabela 16.

Tabela 16 - Laminações ótimas para problema de frequência natural (ger. 400) (continua)

Seq.	Custo	Massa (kg)	f (Hz)	N_{lam}	Laminação
01	7.41	7.41	25.37	42	$[\pm 60^{ve}, \pm 50^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 0^{ve}, \pm 25^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 35^{ve}, \pm 45^{ve}, \pm 35^{ve}]_s$
02	7.41	7.41	25.47	42	$[\pm 55^{ve}, \pm 50^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 45^{ve}_2, 0^{ve}, \pm 30^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 35^{ve}, \pm 45^{ve}, \pm 35^{ve}]_s$

Tabela 16 - Laminações ótimas para problema de frequência natural (ger. 400) (conclusão)

Seq.	Custo	Massa (kg)	f (Hz)	N_{lam}	Laminação
03	8.62	6.63	25.24	38	$[90^{ge}, \pm 50^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 45^{ve}_2, \pm 10^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 35^{ve}, \pm 40^{ve}_2]_s$
04	8.62	6.63	25.21	38	$[90^{ge}, \pm 50^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 45^{ve}_2, \pm 5^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 35^{ve}, \pm 40^{ve}_2]_s$
05	9.48	5.51	25.02	32	$[\pm 55^{ge}, \pm 55^{ve}, \pm 45^{ve}, \pm 50^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 40^{ve}, \pm 35^{ve}, \pm 40^{ve}]_s$
06	9.48	5.51	25.03	32	$[\pm 55^{ge}, \pm 55^{ve}, \pm 50^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 50^{ve}, \pm 40^{ve}, \pm 30^{ve}, \pm 40^{ve}]_s$
07	12.62	4.66	25.50	28	$[\pm 40^{ge}, \pm 55^{ge}, \pm 50^{ve}_2, \pm 45^{ve}, \pm 40^{ve}, \pm 45^{ve}]_s$
08	12.62	4.66	25.82	28	$[\pm 50^{ge}, \pm 55^{ge}, \pm 55^{ve}, \pm 40^{ve}, \pm 50^{ve}, \pm 30^{ve}, \pm 35^{ve}]_s$
09	14.19	4.24	25.33	26	$[\pm 50^{ge}_2, 90^{ge}, \pm 40^{ve}, \pm 55^{ve}, \pm 50^{ve}, \pm 35^{ve}]_s$
10	14.18	4.24	25.30	26	$[\pm 50^{ge}_2, 90^{ge}, \pm 40^{ve}, \pm 35^{ve}, \pm 50^{ve}, \pm 35^{ve}]_s$
11	16.11	4.17	25.12	26	$[\pm 55^{ge}, \pm 50^{ge}, \pm 30^{ve}, 90^{ve}, \pm 45^{ge}, \pm 10^{ve}, \pm 40^{ve}]_s$
12	16.11	4.17	25.76	26	$[\pm 55^{ge}, \pm 60^{ge}, 90^{ve}, \pm 50^{ge}, \pm 40^{ve}, \pm 10^{ve}, \pm 30^{ve}]_s$
13	17.67	3.75	25.27	24	$[\pm 55^{ge}, \pm 50^{ge}_2, 90^{ge}, \pm 35^{ve}, 0^{ve}, \pm 35^{ve}]_s$
14	17.67	3.75	25.25	24	$[\pm 55^{ge}_2, \pm 50^{ge}, 90^{ge}, \pm 35^{ve}, 0^{ve}, \pm 70^{ve}]_s$
15	19.60	3.68	25.51	24	$[\pm 55^{ge}, \pm 60^{ge}, \pm 40^{ge}, \pm 45^{ge}, 90^{ve}, \pm 35^{ve}, 0^{ve}]_s$
16	19.60	3.68	25.87	24	$[\pm 55^{ge}, \pm 50^{ge}_2, \pm 75^{ge}, \pm 35^{ve}, \pm 10^{ve}]_s$
17	21.52	3.62	26.31	24	$[\pm 55^{ge}_2, \pm 50^{ge}, \pm 45^{ge}, 90^{ge}, 0^{ve}, \pm 35^{ve}]_s$
18	21.52	3.62	26.07	24	$[\pm 55^{ge}, \pm 60^{ge}, \pm 65^{ge}, \pm 45^{ge}, 90^{ge}, \pm 35^{ve}, 0^{ve}]_s$
19	23.44	3.55	26.70	24	$[\pm 55^{ge}_2, \pm 50^{ge}, \pm 35^{ge}, 90^{ge}, 0^{ge}, \pm 35^{ve}]_s$
20	23.44	3.55	26.33	24	$[\pm 55^{ge}, \pm 50^{ge}, \pm 45^{ge}, \pm 80^{ge}, \pm 15^{ve}, \pm 35^{ge}]_s$
21	25.00	3.13	25.06	22	$[\pm 50^{ge}_2, \pm 55^{ge}, \pm 45^{ge}, 90^{ge}, \pm 35^{ge}]_s$
22	25.00	3.13	25.02	22	$[\pm 50^{ge}_2, \pm 55^{ge}, \pm 35^{ge}, \pm 45^{ge}, 90^{ge}]_s$

Fonte: Elaborada pela autora.

É interessante notar a redução do número de lâminas proporcionada pelo uso do grafite, material mais rígido, sem prejuízo na restrição sobre a frequência natural, parâmetro, inclusive, que depende da sequência de empilhamento das lâminas e do material do qual estas são feitas. Por este mesmo motivo, também, percebe-se uma tendência a laminados do tipo “sanduíche” nos quais as lâminas formadas por grafite são posicionadas mais externamente e as lâminas formadas por vidro ficam mais interna em relação à chapa. Dessa forma, a distância das lâminas mais rígidas em relação ao plano médio do laminado é maior, melhorando, por consequência, propriedades da matriz de rigidez à flexão do laminado (também denominada de matriz D), que entra no cálculo da frequência natural.

As orientações de fibra 0° e 90° se posicionam, em sua maioria, na parte mais interna do laminado, próximas ao plano médio, onde sua menores contribuições (neste caso, os valores de Q_{16} e Q_{26} são nulos, e, por consequência, também são seus correspondentes nas matrizes A e D , e, nos demais termos, as contribuições destas lâminas são reduzidas) terão menor impacto. Outro aspecto é que, dessa forma, essas camadas podem facilitar na redução de peso e massa desnecessário devido ao balanceamento, já que estas não necessariamente vêm em pares de lâminas. Já as orientações mais frequentes, entre 30° e 60° , são responsáveis, efetivamente, pela maximização da primeira frequência natural do laminado.

Da mesma forma que no primeiro problema, a tendência pela escolha de um material em relação a outro é mais acentuada de acordo com a prioridade que se dá a um dos objetivos. A Tabela 17 apresenta os percentuais dos quais as laminações são feitas, mostrando a tendência a uma laminação mais híbrida nas soluções intermediárias entre custo e massa e mais voltada ao uso do grafite para valores menores de massa, enquanto o uso do vidro é mais evidente na procura por um menor custo.

Tabela 17 – Composições de material em chapa laminada híbrida sujeita a restrição de frequência natural (continua)

Seq.	Custo	Massa (kg)	Grafite	Vidro
1	7.41	7.41	0%	100%
2	7.41	7.41	0%	100%
3	8.62	6.63	5%	95%
4	8.62	6.63	5%	95%
5	9.48	5.51	13%	88%
6	9.48	5.51	13%	88%
7	12.62	4.66	29%	71%

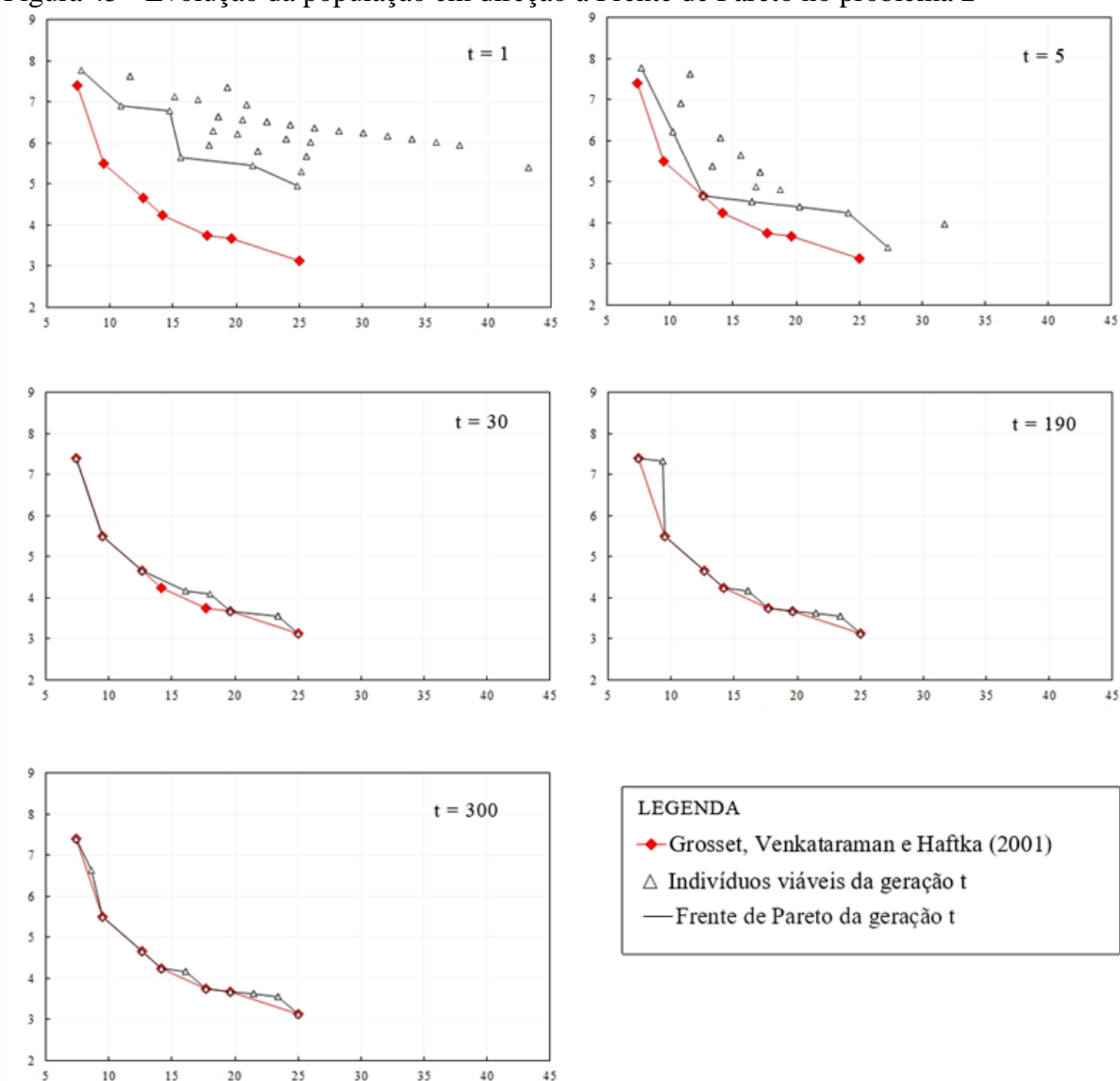
Tabela 17 – Composições de material em chapa laminada híbrida sujeita a restrição de frequência natural (conclusão)

Seq.	Custo	Massa (kg)	Grafite	Vidro
8	12.62	4.66	29%	71%
9	14.19	4.24	38%	62%
10	14.18	4.24	38%	62%
11	16.11	4.17	46%	54%
12	16.11	4.17	46%	54%
13	17.67	3.75	58%	42%
14	17.67	3.75	58%	42%
15	19.60	3.68	67%	33%
16	19.60	3.68	67%	33%
17	21.52	3.62	75%	25%
18	21.52	3.62	75%	25%
19	23.44	3.55	83%	17%
20	23.44	3.55	83%	17%
21	25.00	3.13	100%	0%
22	25.00	3.13	100%	0%

Fonte: Elaborada pela autora.

A evolução dos indivíduos no espaço de objetivos é ilustrada na Figura 45 nas gerações 1, 5, 30, 190 (quando o algoritmo atinge a convergência) e 300, iteração em que o algoritmo apresenta a mesma frente da geração 400. É possível perceber a prioridade dada pelo algoritmo para a convergência da frente, proporcionada pela classificação em *ranks* dos indivíduos, e, quando os indivíduos, eventualmente, encontram-se em uma frente que excede o tamanho máximo da população da geração seguinte ou todos atingem uma única frente, para a distribuição dos indivíduos pela frente por meio do cálculo da distância de multidão, critério também utilizado na seleção.

Figura 45 - Evolução da população em direção à Frente de Pareto no problema 2



Fonte: Elaborada pela autora.

Nota: O eixo horizontal representa o custo unitário e o eixo horizontal representa a massa (kg).

5.2 Risers compósitos

Nesta seção, são estudados exemplos numéricos de projetos de *risers* compósitos utilizando a metodologia proposta no capítulo 4, que inclui restrições de resistência do *liner* interno, do compósito, de flambagem e contiguidade das lâminas. As seguintes funções objetivo foram selecionadas para otimização: espessura do tubo compósito (minimização), fator de segurança de flambagem do *riser* (maximização) e fator de segurança do tubo compósito (maximização):

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N_c} h_i \quad (50)$$

$$f(x) = SF^{bck}$$

$$f(x) = SF^c$$

onde N_c é o número máximo de camadas, h_i é a espessura da lâmina i , SF^{bck} é o fator de segurança de flambagem calculado pela Eq. (41) e Eq. (42) e SF^c o fator de segurança do compósito calculado pela Eq (27) e Eq. (28).

A Tabela 18 reúne os dados e parâmetros necessários para o projeto preliminar de um *riser* de material compósito que será utilizado para a produção de óleo, tendo como pressão máxima de operação 300 bar, ou 30 MPa. O teste hidrostático amplifica em 1.25 vezes a pressão máxima de operação ($Ph_t = 375 \text{ bar} = 37.5 \text{ MPa}$).

Tabela 18 – Especificações para projeto de *riser* compósito (continua)

	Lâmina d'água (LDA)	{1500 m, 2000 m, 2500 m}
	Comprimento	{4500 m, 6500 m}
	Raio interno (R_i)	0.125 m
	Número máximo de camadas do compósito (N_c)	30
	Ângulo de topo	{15°, 17°, 19°}
	Espessura do <i>liner</i> interno (aço) (h_{il})	0.005 m
	Espessura do <i>liner</i> externo (h_{el})	0.003 m
	Fator de carga funcional (γ_F)	1.1
	Fator de carga ambiental (γ_E)	1.3
Parâmetros	Fator de amplificação (β)	1.5
	Pressão interna (P_i)	30 MPa
	<i>Offset</i> (Δ_{os})	8.5% da LDA e 3.0% no hidroteste
	Peso específico do fluido interno (γ_{if})	8.63 kN/m ³
	Peso específico da água (γ_{wat})	10.11 kN/m ³
	Peso específico do <i>liner</i> metálico ($\gamma_{met \ liner}$)	77.0 kN/m ³
	Peso específico do <i>liner</i> externo polimérico ($\gamma_{pol \ liner}$)	9.031 kN/m ³
	Peso específico do material compósito (γ_{comp})	15.69 kN/m ³
	Fração da terminação (δ_{term})	0.05

Tabela 18 – Especificações para projeto de *riser* compósito (conclusão)

	Coeficiente de arrasto (C_d)	1.00
	Espessuras de lâminas permitidas (mm) (h_k)	{1, 2, 3, 4, 5}
Variáveis	Orientação dos ângulos das fibras permitidas (θ_k)	{0, $\pm 5^\circ$, $\pm 10^\circ$, ..., 90° }
	Fator de segurança requerido do <i>liner</i> metálico (SF_{req}^{il})	1.3
Restrições	Fator de segurança requerido do compósito (SF_{req}^c)	2.1
	Fator de segurança requerido de flambagem (SF_{req}^{bck})	3.0

Fonte: Elaborada pela autora.

Considerou-se, para este estudo, somente laminações simétricas e balanceadas, o que, por sua vez, reduz consideravelmente o número de variáveis de projeto. Outra observação importante para o problema é de que a coordenada da âncora, no caso da catenária suspensa, é armazenada após a posição de equilíbrio *Mean* (sem *offset*) ser lançada com o ângulo de topo e as coordenadas de conexão fornecidos na entrada, este valor é então utilizado para os demais casos, *Far* e *Near*, traçados como catenárias apoiadas que possuem coordenadas da conexão (entrada) e de âncora (a partir da posição *Mean*). As informações referentes ao material compósito (carbono/epóxi (AS4)) e ao *liner* metálico (API X65) são apresentadas na Tabela 19 e Tabela 20.

Tabela 19 – Propriedades do material compósito

	Intactas	Degradadas
E_1 (GPa)	135.00	135.00
E_2 (GPa)	10.00	0.01
G_{12} (GPa)	5.00	0.01
$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$	0.30	0.00
F_{1t} (MPa)	1500.00	1500.0
F_{1c} (MPa)	1200.00	1200.0
F_{2t} (MPa)	50.00	50.0
F_{2c} (MPa)	250.00	250.0
F_{3t} (MPa)	50.00	50.0
F_{3c} (MPa)	250.00	250.0
S (MPa)	70.00	70.0

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 20 - Propriedades do aço

	E (GPa)	203.00
Aço	ν	0.30

Fonte: Elaborada pela autora.

Quanto ao critério de falha, para o material compósito, optou-se pelo Critério de Tsai-Wu e para o *liner* interno, quando existente, foi utilizado o Critério de von Mises. Restrições de resistência e estabilidade são consideradas para garantir a integridade estrutural do *riser*, além de uma restrição de contiguidade de lâmina, como previsto no modelo apresentado nas seções anteriores. No total, serão oito exemplos que incluem variações das propriedades do material compósito, da LDA e do ângulo de topo, além de estudar combinações entre as funções objetivo apresentadas na Eq. (50), estes exemplos foram organizados na Tabela 21. Todos os projetos, exceto os do exemplo 3, possuem *liner* externo polimérico.

Tabela 21 – Variações de parâmetros de projeto de *riser*

Exemplo	LDA (m)	Ângulo de topo (°)	Propriedades do compósito	Liner interno	fobjs
1	1500	17	Intactas	Metálico	SF^{bck}, h_t
2	1500	17	Degradadas	Metálico	SF^{bck}, h_t
3	1500	17	Intactas	Sem <i>liner</i>	SF^{bck}, h_t
4	2000	17	Intactas	Metálico	SF^{bck}, h_t
5	2500	17	Intactas	Metálico	SF^{bck}, h_t
6	1500	15	Intactas	Metálico	SF^c, h_t
7	1500	17	Intactas	Metálico	SF^c, h_t
8	1500	19	Intactas	Metálico	SF^c, h_t

Fonte: Elaborada pela autora.

Dado por encerrado o fim do processo de manufatura do *riser*, as juntas do *riser* podem estar sujeitas a testes de pressão para aceitação (hidroteste), bem como a inúmeros casos de carga que englobam desde a operação, condições ambientais extremas até cargas acidentais. Entretanto, tentou-se resumir nos 6 casos de carga organizados na Tabela 22, os casos mais críticos ou considerados fundamentais no projeto. Os fatores de amplificação, de carga ambiental e carga funcional, partes da definição de um caso de carga (*load case* - LC), foram definidos como iguais para todos os casos de carga e previamente apresentados na Tabela 18.

Tabela 22 – Casos de carga estudados

	Offset (%LDA)	Posição	Densidade do fluido (kg/m ³)	Pressão no Topo (MPa)
	Δ_{os}		ρ_f	p_o
1	8.5	<i>Far</i>	880.0	30.0
2	8.5	<i>Near</i>	880.0	30.0
3	8.5	<i>Far</i>	0.0	0.0
4	8.5	<i>Near</i>	0.0	0.0
5	3.0	<i>Far</i>	1006.0	37.5
6	3.0	<i>Near</i>	1006.0	37.5

Fonte: Elaborada pela autora.

Os dois primeiros casos de carga tratam do *riser* cheio de óleo com pressão interna de 30 MPa, nas posições *Far* e *Near*, tendo em vista que o primeiro ocasiona tensões maiores nas juntas de topo, os casos 3 e 4 são casos em que o *riser* encontra-se vazio, também sujeito aos mesmos deslocamentos no flutuante, sendo o último um agravante que ocasiona pressões externas maiores, com possibilidade de compressão no *touchdown point*, ponto de contato do *riser* com o leito do mar. Os dois últimos casos de carga correspondem ao hidroteste, ou teste hidrostático, no qual o sistema é preenchido com água e submetido à pressão P_{ht} . Além do aumento da pressão, o sistema está submetido também a *offsets* no flutuante, mas, agora, de apenas 3% da LDA. Em todos estes, atuam, simultaneamente, os perfis de corrente marítima caracterizados na Tabela 23.

Tabela 23 – Perfis de corrente estudados

Caso de carga	Número de pontos	Coordenadas verticais (m)	Velocidades (m/s)
1	2	(0; LDA)	(0; 1)
2	2	(0; LDA)	(0; -1)
3	2	(0; LDA)	(0; 1)
4	2	(0; LDA)	(0; -1)
5	2	(0; LDA)	(0; 0.3)
6	2	(0; LDA)	(0; -0.3)

Fonte: Elaborada pela autora.

A corrente marítima atua no sentido contrário ao movimento da plataforma porque foi esta a combinação que gerou os maiores esforços. Os dois últimos casos de carga possuem

velocidades menores, pois, como mencionado, correspondem ao hidroteste, é suposto que este evento não será feito em um dia com forte correnteza ou grandes deslocamentos. Finalmente, são estudados os parâmetros de otimização do algoritmo, aqui escolhidos com base em estudos prévios de *risers* no LMCV e apresentados na Tabela 24.

Tabela 24 – Parâmetros para otimização para projeto de *riser*

Taxa de cruzamento	1.00
Probabilidade de mutação	0.05
Tamanho da população	100
Número máximo de gerações	100

Fonte: Elaborada pela autora.

O número de otimizações foi definido em três, de modo que fosse possível avaliar se os resultados das três otimizações de cada um dos exemplos convergiram para uma mesma Frente, ou pelo menos se aproximaram, sendo somente uma delas selecionada para o estudo. Buscou-se escolher a Frente de Pareto que possuísse maior espalhamento e melhor convergência.

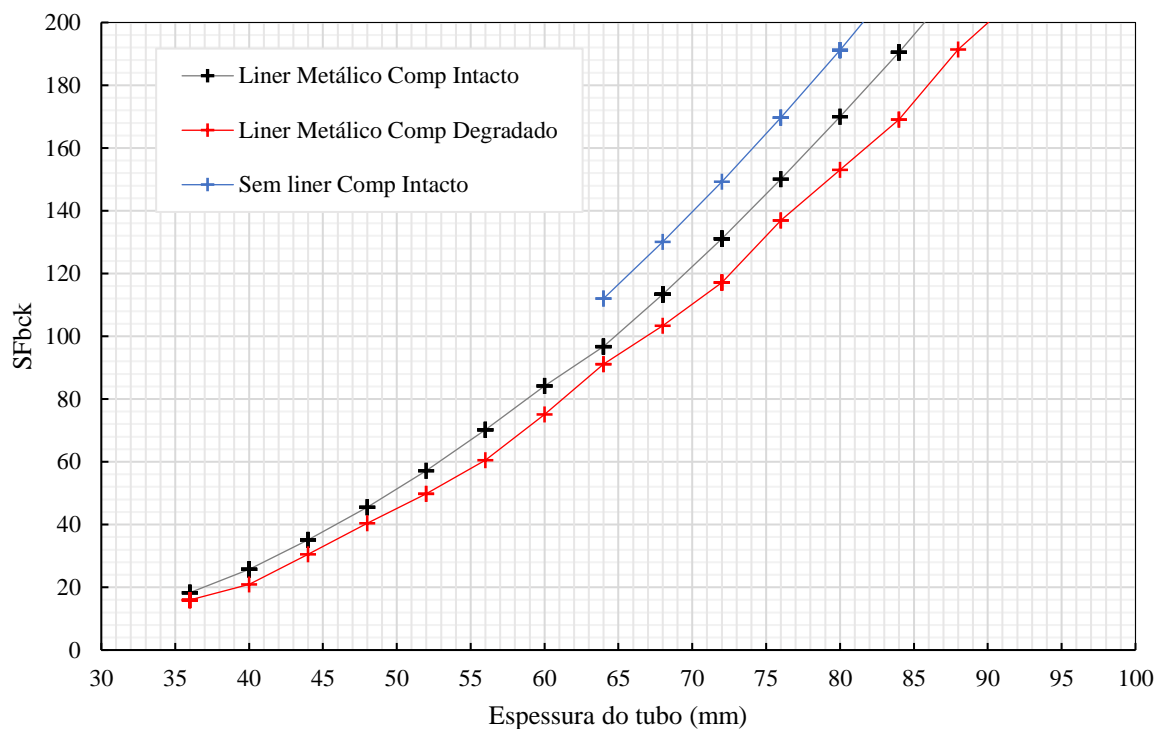
5.2.1 *Liner e material compósito*

Um dos parâmetros que definem o tipo de análise que será realizado é o estado do material compósito. Se, por exemplo, o *riser* possui *liner*, a análise pode ser FPF ou FFF, uma vez que, no primeiro caso, não se permite a falha da matriz e, no segundo caso, microfissuras na matriz são permitidas porque o *liner* (interno e/ou externo) garante a estanqueidade do *riser*. Por outro lado, a não utilização desta camada protetora obriga a utilização de uma análise FPF, isto é, não se permitem falhas na matriz (compósito intacto) e na falha da primeira lâmina, diz-se que o compósito inteiro falha.

Para este estudo, foram selecionados os exemplos 1, 2 e 3 para a minimização da espessura do tubo compósito e a maximização do fator de segurança à flambagem, sendo os dois primeiros exemplos com *liner* interno metálico e no último sem *liner* interno e externo, além disso, no primeiro exemplo as propriedades do material estão intactas (FPF) e no segundo, as propriedades foram modificadas para degradadas (FFF). O comprimento do *riser* é de 4500 m

em todos os casos. A Figura 46 mostra os resultados obtidos para os três exemplos mencionados.

Figura 46 – Variação do uso do *liner* e das propriedades do material compósito na minimização da espessura e maximização do fator de segurança à flambagem



Fonte: Elaborada pela autora.

Percebe-se que os projetos obtidos com a utilização do compósito degradado ou intacto (não degradado) retornaram a mesma espessura mínima do tubo compósito, 36 mm, no entanto, o fator de segurança a flambagem é maior considerando o compósito intacto. Quando se comparam estes resultados aos projetos sem *liner* (interno e externo), destaca-se o aumento (quase o dobro) da espessura necessária do tubo, chegando a 64 mm, no lugar dos 36 mm anteriores, o que pode encarecer demais o projeto. Em contrapartida, é esta combinação sem *liner* interno que resulta nos maiores fatores de segurança a flambagem. A Tabela 25 apresenta as laminações e os fatores de segurança para as três menores espessuras obtidas em cada exemplo.

Tabela 25 - Laminações para *riser* compósito com $\alpha_{topo} = 17^\circ$ e LDA 1500 m

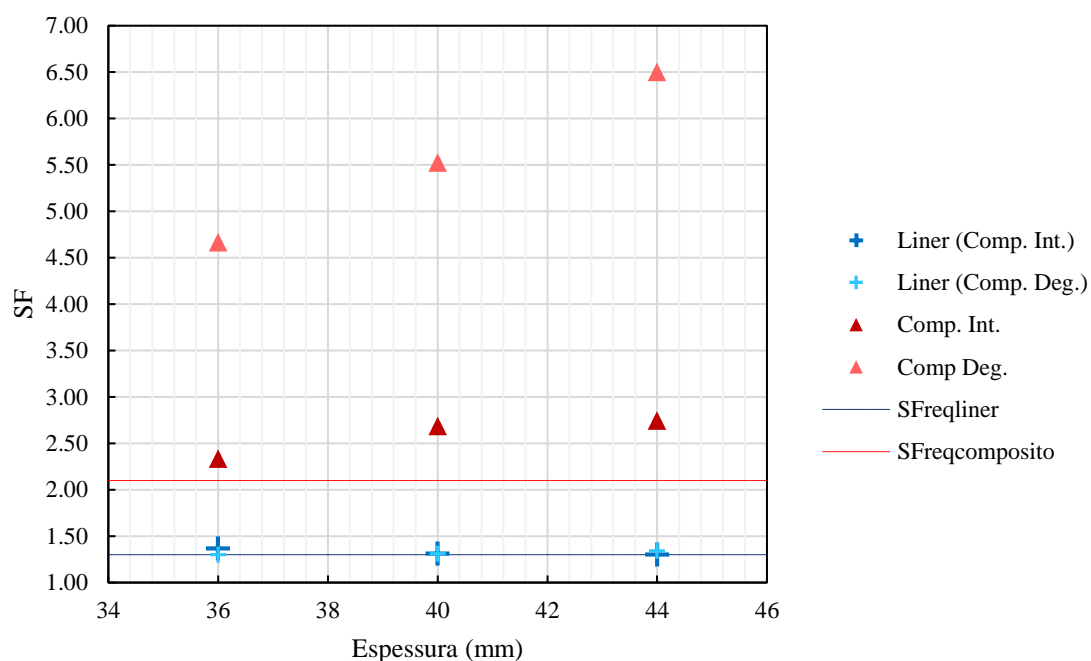
Liner/Compósito	Variáveis de projeto h (mm) e θ (grau)	Restrições		Funções objetivo	
		SF^{il}	SF^c	SF^{bck}	h_t (mm)
Metálico/Intacto	h [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2]s θ [± 85 , ± 80 , $\pm 65_2$, ± 15 , $\pm 20_2$]s	1.37	2.33	18.31	36
Metálico/Intacto	h [2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2]s θ [± 85 , ± 80 , ± 55 , ± 70 , $\pm 15_2$, ± 20]s	1.31	2.69	25.73	40
Metálico/Intacto	h [2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2]s θ [± 85 , ± 80 , ± 55 , ± 80 , $\pm 15_2$, ± 10]s	1.30	2.75	35.11	44
Metálico/Degradado	h [1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1]s θ [± 75 , ± 85 , ± 80 , ± 10 , ± 55 , ± 15]s	1.30	4.67	16.61	36
Metálico/Degradado	h [2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1]s θ [± 80 , 90_2 , ± 80 , ± 10 , ± 35 , $\pm 15_2$]s	1.31	5.53	24.38	40
Metálico/Degradado	h [2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 3, 3, 1, 1]s θ [± 80 , $\pm 85_2$, ± 10 , 90_2 , ± 10 , ± 15]s	1.34	6.50	31.41	44
Sem liner/Intacto	h [4, 4, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 4, 4, 1, 1]s θ [$\pm 85_5$, $\pm 15_2$]s	-	2.29	112.04	64
Sem liner/Intacto	h [2, 2, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 1, 1]s θ [$\pm 85_4$, 90_2 , ± 15]s	-	2.22	130.08	68
Sem liner/Intacto	h [4, 4, 3, 3, 1, 1, 3, 3, 2, 2, 4, 4, 1, 1]s θ [$\pm 85_4$, 90_2 , ± 15]s	-	2.15	149.27	72

Fonte: Elaborada pela autora.

No caso do projeto sem a utilização do *liner*, a restrição sobre o fator de segurança do compósito ficou ativa no topo do *riser* (conexão) no caso de carga 1, isto é, quando o *riser* está cheio de óleo e na posição *far*, já nas soluções em que se utilizou o *liner* interno, foram obtidos fatores de segurança do compósito maiores utilizando as propriedades degradadas do que com propriedades intactas, o que era esperado, uma vez que permitindo a falha da matriz,

somente as fibras deverão resistir e estas suportam maiores tensões que a matriz polimérica, o que também só é possível pelo uso do *liner* interno que garante a estanqueidade do *riser*. A Figura 47 apresenta essas diferenças entre os fatores de segurança para diferentes espessuras.

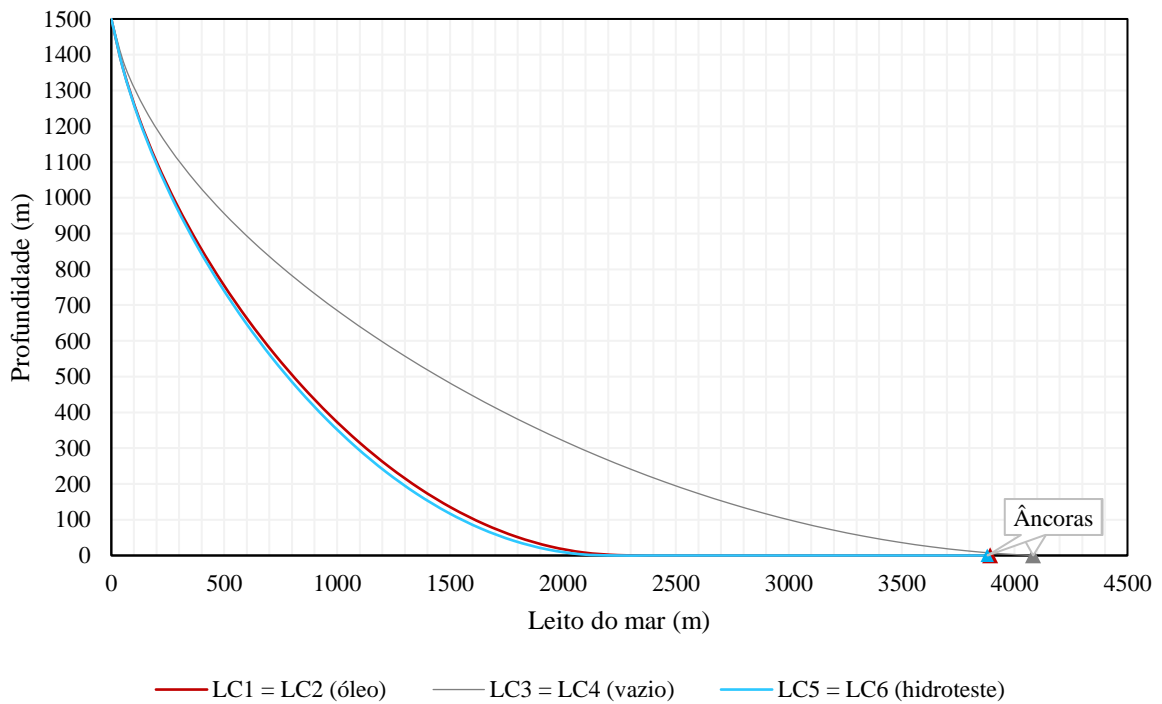
Figura 47 – Fatores de segurança considerando as propriedades intactas ou degradadas do compósito



Fonte: Elaborada pela autora.

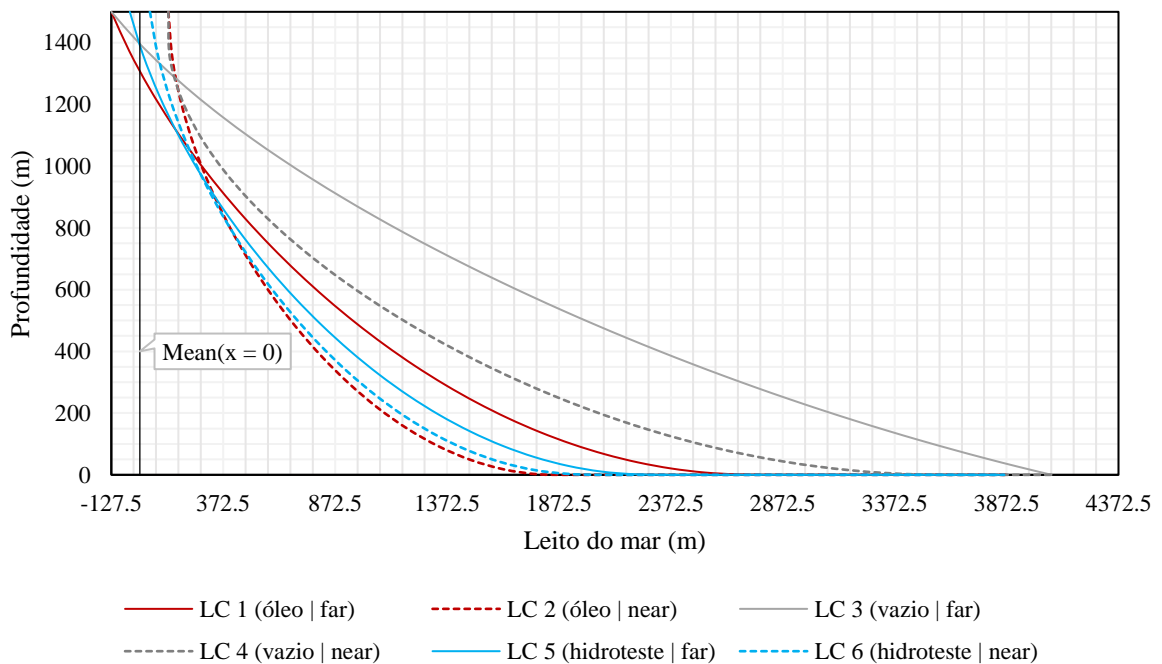
A geometria dos projetos que possuem 36 mm de espessura do tubo compósito e $\alpha_{topo} = 17^\circ$ é apresentada na Figura 48, onde três diferentes posições de “equilíbrio” (*mean*) são obtidas, considerando o *riser* cheio de óleo, vazio e cheio de água. A Figura 49 apresenta a geometria deste mesmo *riser*, agora, sujeito ao *offset* designado em cada caso de carga (LC).

Figura 48 – Geometria para *riser* na posição *mean* com $h_t = 36 \text{ mm}$, $\alpha_{topo} = 17^\circ$ e *liner* interno metálico considerando o *riser* cheio de óleo, vazio e cheio de água do mar



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 49 – Deslocamentos *far* e *near* considerando o *riser* cheio de óleo, vazio e cheio de água do mar

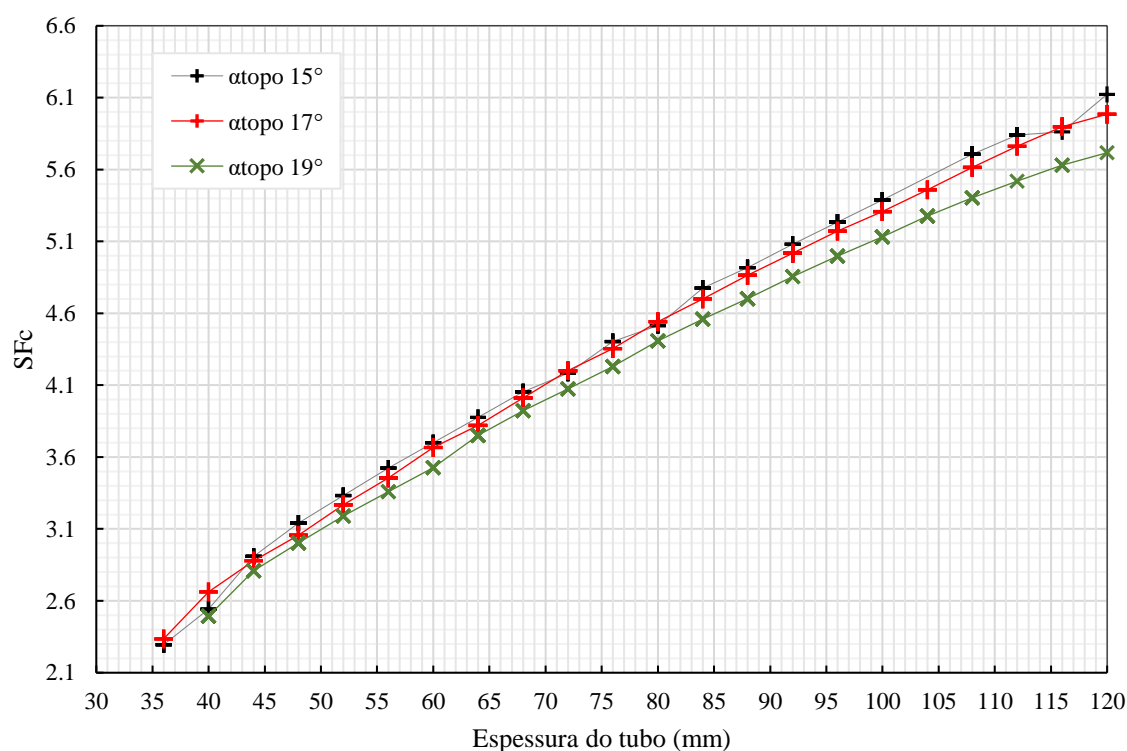


Fonte: Elaborada pela autora.

5.2.2 Ângulo de topo

Para estudar o efeito da variação do ângulo de topo em um projeto, foram selecionados os exemplos 6, 7 e 8 que tratam da minimização da espessura do tubo compósito e maximização do fator de segurança do compósito para um *riser* em catenária em uma LDA de 1500 m, comprimento 4500 m, com *liner* interno metálico, propriedades do compósito intactas e com ângulos de topo de 15°, 17° e 19°, respectivamente. A Figura 50 apresenta os resultados obtidos para os três exemplos.

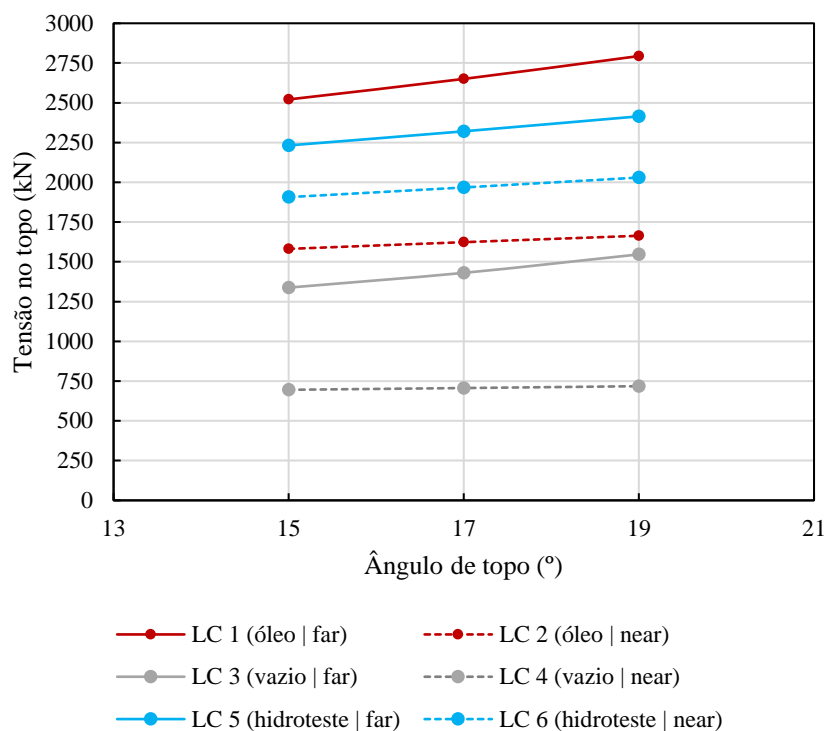
Figura 50 – Variação do ângulo de topo na minimização da espessura e maximização do fator de segurança do compósito



Fonte: Elaborada pela autora.

Neste caso, as Frentes de Pareto ficaram bastante próximas, mas ainda é possível perceber a diferença entre os fatores de segurança do compósito quando se comparam as curvas de 15° e de 19°. Com o menor ângulo de topo em relação a vertical os fatores de segurança do compósito são superiores para uma mesma espessura do tubo. Esta diferença era, em parte, esperada e pode ser explicada se analisarmos as tensões do *riser* com a variação do ângulo de topo, como mostra a Figura 51.

Figura 51 – Variações de tensões no topo de um *riser* compósito com $h_t = 40 \text{ mm}$, *liner* interno metálico, LDA 1500 m e diferentes α_{topo}



Fonte: Elaborada pela autora.

Nesta análise, considerou-se a variação de tensões em *riser* com tubo compósito de espessura igual a 40 mm, os resultados apresentam faixas mais largas de tensões entre as posições *near* e *far* de acordo com a intensidade do *offset* e com a densidade do fluido que preenche o *riser*. Para os casos de carga aqui considerados, as combinações 1 e 5 apresentaram-se como mais críticas, isto é, quando o *riser* está cheio de óleo ou água, respectivamente, seguido do caso de carga *near* quando *riser* está cheio de água. Estas informações podem auxiliar na escolha e definição dos casos de cargas que serão selecionados e simulados em um projeto, a quantidade de cenários diferentes influencia diretamente no custo computacional e saber os casos de cargas mais críticas ajuda ao projetista a, pelo menos, reduzir este número para uma quantidade que represente suficientemente bem os casos de carga que a estrutura projetada estará sujeita sem sobrecarregar sua análise. As laminações com as três menores espessuras são apresentadas na Tabela 26.

Tabela 26 - Laminações para *riser* compósito com *liner* metálico, LDA 1500 m e diferentes α_{topo}

α_{topo}	Variáveis de projeto h (mm) e θ (grau)		Restrições		Funções objetivo	
			SF^{il}	SF^{bck}	SF^c	h_t (mm)
15°	h	[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2]s	1.30	9.84	2.30	36
	θ	[±35, ±75, ±25, ±35, ±80, ±35, ±40]s				
15°	h	[1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2]s	1.32	11.49	2.54	40
	θ	[±45, ±65, ±20, ±30, ±75, ±45 ₂]s				
15°	h	[1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 3, 3, 1, 1]s	1.30	13.82	2.91	44
	θ	[±65, ±40, ±20, ±25, ±65, ±60, ±50]s				
17°	h	[1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 1]s	1.30	13.16	2.34	36
	θ	[±50, ±75, ±20, ±50, ±5, ±10, ±80]s				
17°	h	[1, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1]s	1.30	17.34	2.66	40
	θ	[±50, ±75, ±25, ±50, ±5, ±10, ±85]s				
17°	h	[1, 1, 2, 2, 1, 1, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1]s	1.34	20.69	2.88	44
	θ	[±50, ±70, ±25, ±50, ±5, ±15, ±70]s				
19°	h	[2, 2, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]s	1.31	15.31	2.49	40
	θ	[±70, ±10, ±55, ±10, ±60, ±45, ±55]s				
19°	h	[2, 2, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2]s	1.30	18.99	2.81	44
	θ	[±70, ±10, ±55, ±10, ±60, ±45, ±55]s				
19°	h	[2, 2, 3, 3, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 2]s	1.40	22.56	3.00	48
	θ	[±70, ±10, ±55, ±15, ±65, ±50, ±55]s				

Fonte: Elaborada pela autora.

Os casos de cargas críticos, entendidos como os que levaram alguma das restrições (*liner* ou compósito) a ficarem ativas, foram os casos 1 e 5, ambos consideram o *riser* na posição *far* e cheios, seja de óleo ou de água. A maximização do SF^c pode ainda ser comparada aos

fatores obtidos no exemplo 1, quando as funções objetivo consistiam na no SF^{bck} e na espessura do tubo, como mostra a Tabela 27.

Tabela 27 – Fatores de segurança para duas combinações de otimização de *riser* com *liner* metálico, $\alpha_{topo} = 17^\circ$ e LDA 1500 m

h_t (mm) / Otimização	SF^c		SF^{il}		SF^{bck}	
	$SF^c - h_t$	$SF^{bck} - h_t$	$SF^c - h_t$	$SF^{bck} - h_t$	$SF^c - h_t$	$SF^{bck} - h_t$
36	2.34	2.33	1.30	1.37	13.16	18.31
40	2.66	2.69	1.30	1.31	17.34	25.73
44	2.88	2.75	1.34	1.30	20.69	35.11

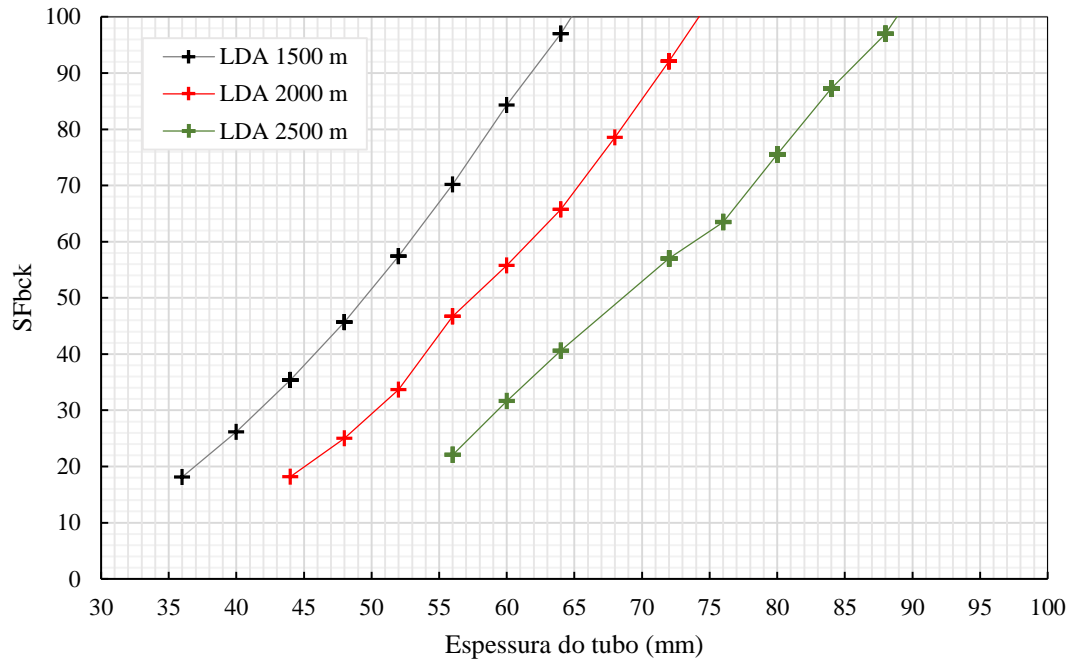
Fonte: Elaborada pela autora.

Os fatores de segurança do compósito ficaram bastante próximos independente se a maximização era do fator de segurança do compósito ou de flambagem, entretanto, quando se comparam os fatores de segurança quanto à flambagem nas diferentes combinações de funções objetivos, percebe-se que maximização da flambagem foi mais vantajosa, isso porque ela retornou não só valores mais altos (praticamente o dobro) de SF^{bck} quando comparados aos SF^{bck} obtidos pela maximização do compósito, mas também porque os demais fatores de segurança ficaram na mesma faixa de valores.

5.2.3 Lâmina d'água (LDA)

O efeito da variação da LDA nos projetos de *risers* foi estudado nos exemplos 1, 4 e 5, todos tratam de um *riser* compósito com *liner* interno metálico, ângulo de topo 17° e comprimento igual a 6500 m. Neste estudo, não se considerou a o fator de segurança de flambagem requerido (adotado como 3 nos demais casos) como uma restrição, isso para que se pudesse verificar se, desta forma, os resultados da otimização retornariam projetos com SF^{bck} inferiores ao que se adota como mínimo e a probabilidade de mutação foi ajustada para 10%, no lugar dos 5% utilizados nas seções anteriores, os demais parâmetros, como tamanho da população e número de gerações não foram modificados dos prescritos na Tabela 24. As funções objetivos consideradas foram a espessura do tubo compósito (minimização) e o fator de segurança à flambagem (maximização). A Figura 52 apresenta os resultados obtidos.

Figura 52 – Variação da LDA na minimização da espessura e maximização do fator de segurança à flambagem



Fonte: Elaborada pela autora.

A variação da LDA afeta significativamente o fator de segurança à flambagem pois este parâmetro entra diretamente no cálculo da pressão hidroestática e, para uma dada espessura, a pressão de colapso que o tubo resiste atingirá (ou espera-se que) um valor máximo, e esta mesma pressão comparada à pressão hidroestática de LDAs terá um SF^{bck} menor. A espessura mínima obtida para uma LDA de 1500 m foi de 36 mm, para LDA igual a 2000 m, este valor subiu para 44 mm e, por fim, com o acréscimo de mais 500 m, a menor espessura obtida foi de 56 mm. A Tabela 28 apresenta as laminações para as 3 menores espessuras em cada LDA.

Tabela 28 - Laminações para riser compósito com liner metálico, $\alpha_{topo} = 17^\circ$ e diversas LDAs (continua)

LDA (m)	Variáveis de projeto h (mm) e θ (grau)	Restrições		Funções objetivo		
		SF^{il}	SF^c	SF^{bck}	h_t (mm)	
1500	h	[1, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1]s	1.34	2.28	18.13	36
	θ	[$\pm 85_2$, ± 35 , ± 15 , $\pm 20_2$, ± 35]s				
1500	h	[2, 2, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1]s	1.30	2.69	26.14	40
	θ	[$\pm 85_2$, ± 35 , ± 15 , $\pm 20_2$, ± 30]s				

Tabela 28 - Laminações para *riser* compósito com *liner* metálico, $\alpha_{topo} = 17^\circ$ e diversas LDAs (conclusão)

LDA (m)	Variáveis de projeto h (mm) e θ (grau)		Restrições		Funções objetivo	
			SF^{il}	SF^c	SF^{bck}	h_t (mm)
1500	h	[1, 1, 4, 4, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1]s	1.31	2.77	35.36	44
	θ	$[\pm 85_2, \pm 35, \pm 15, \pm 20_2, \pm 15]_s$				
2000	h	[2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 1, 1]s	1.33	2.26	18.18	44
	θ	$[\pm 80, 0_2, \pm 50, \pm 70, \pm 10, \pm 15, \pm 20]_s$				
2000	h	[2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 1]s	1.32	2.62	24.99	48
	θ	$[\pm 80, \pm 50, \pm 60, \pm 75, \pm 5, \pm 15_2]_s$				
2000	h	[3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 1]s	1.30	2.76	33.70	52
	θ	$[\pm 80, \pm 50, \pm 60, \pm 75, \pm 5, \pm 10, \pm 15]_s$				
2500	h	[2, 2, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 1, 1]s	1.36	2.32	22.05	56
	θ	$[\pm 80 \pm 10, \pm 75, \pm 10, \pm 20, \pm 15, \pm 20]_s$				
2500	h	[1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 1, 1]s	1.32	2.73	31.64	60
	θ	$[\pm 80, \pm 65, 90_2, \pm 15, \pm 20, \pm 10, \pm 15]_s$				
2500	h	[4, 4, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 1, 1]s	1.31	2.79	40.60	64
	θ	$[\pm 80, \pm 5, \pm 80, \pm 10, \pm 20, \pm 10, \pm 20]_s$				

Fonte: Elaborada pela autora.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como principal foco o desenvolvimento de uma metodologia para otimização de *riser* compósito em catenária e a implementação de um algoritmo bioinspirado, NSGA-II, em um programa acadêmico escrito em C++ desenvolvido por colaboradores do LMCV. A formulação para a otimização do *riser* leva em consideração restrições de resistência do compósito, utilizando, para tanto, o Critério de Tsai-Wu, e do *liner* interno, quando houver, pela utilização do Critério de von Mises, além de restrições de segurança à flambagem e uma restrição sobre a contiguidade das lâminas.

A implementação do algoritmo passou, inicialmente, pela validação com problemas envolvendo funções matemáticas com e sem restrições e, em seguida, por uma personalização por meio da implementação e utilização de operadores especiais para laminados e a inclusão de mais um parâmetro de decisão no processo de seleção, além de modificações no próprio funcionamento/lógica do algoritmo, sendo estas modificações também validadas com sucesso e estudadas brevemente quanto a sua efetividade em reduzir o número de gerações até a convergência à Frente de Pareto em dois problemas de chapas laminadas. Os exemplos estudados incluíram variáveis contínuas e discretas e os resultados obtidos foram consoantes aos da literatura, indicando que o algoritmo foi corretamente implementado.

Na otimização de *risers*, as variáveis de projeto foram a espessura das lâminas e a orientação das fibras de cada uma, como funções objetivos, foram selecionadas duas opções tendo como fator comum a minimização da espessura do tubo compósito: em uma, optou-se pela maximização do fator de segurança à flambagem, e, em outra, pela maximização do fator de segurança do compósito. A escolha pela minimização da espessura se deve ao fato de que o *riser* projetado possui laminação de material único e fixo, fazendo com que a redução da espessura do tubo implique na redução de peso e volume e, conseqüentemente, na redução do custo. A formulação permite também a consideração de múltiplos casos de carga, nos quais são fornecidos a pressão interna no *riser*, a densidade do fluido que o preenche e a movimentação do flutuador, além da inclusão do efeito da corrente marítima pela utilização de um modelo de cabo inextensível. Oito exemplos foram estudados de modo a englobar tanto variações nos parâmetros de projeto, como LDA, *liner* interno e ângulo de topo, como também foi estudado o efeito de se permitir falhas na matriz do compósito, o que seria equivalente a uma análise FFF.

Os resultados sugerem que a consideração de falha ou não da matriz, em *risers* com *liners* internos, não influencia na espessura mínima do tubo, mas as diferentes laminações

obtidas levam a pressões de colapso menores em comparação aos projetos com o compósito intacto. No caso do *riser* sem *liner* interno, a espessura do tubo aumentou consideravelmente, quase o dobro da espessura dos tubos com *liner*.

No estudo da variação da LDA, constatou-se a grande influência deste parâmetro na otimização, o que já era esperado, uma vez que, naturalmente, com o aumento da LDA, os esforços também crescem. Para a análise da variação do ângulo de topo, os resultados também foram coerentes em apontar os maiores fatores de segurança para os menores ângulos considerados. Todas estas variações servem tanto para mostrar a capacidade do modelo em se adaptar e simular diversos cenários, quanto para entender como os principais parâmetros de um projeto influenciam nas múltiplas soluções possíveis.

Vale ressaltar a importância do projetista junto às definições do projeto, isso porque o algoritmo é capaz de fornecer diversas soluções e, pela sua interpretação, determinar se um pequeno aumento no custo (no caso estudado, equivalente ao aumento da espessura) traz ou não um aumento de resistência que compense esse projeto um pouco mais caro, mas a escolha final pela solução que melhor se ajusta aos limites (financeiros, de viabilidade técnica, etc) cabe somente aos tomadores de decisão. O papel destes, inclusive, pode começar antes mesmo da otimização ser iniciada ao incluir suas preferências na formulação.

Por fim, conclui-se que a implementação do algoritmo conseguiu, na etapa de validação e estudo de sensibilidade, obter resultados coerentes aos da literatura e forneceu, no caso dos *risers*, múltiplas possibilidades de projetos de alto desempenho estrutural, possível pela otimização da sequência de empilhamento das lâminas, considerando diferentes combinações de parâmetros de projeto e funções objetivo.

REFERÊNCIAS

- AKULA, V. M. K. **Global-Local Analysis of a Composite Riser**. ASME 2014 Pressure Vessels and Piping Conference, v. 3, p. 1-9. ASME. **Anais...**California, USA: 20 jul. 2014. Disponível em: <<http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?doi=10.1115/PVP2014-28054>>. Acesso em: 15 abr. 2017.
- ALMEIDA, F. S.; AWRUCH, A. M. Design optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis. **Composite Structures**, v. 88, n. 3, p. 443–454, 2009.
- ALVES, J. C.; PARENTE JR, E. **Análise numérica de risers utilizando um modelo de cabo inextensível**. Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, p. 1-5. **Anais...**Brasília, BR: 2016. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufc.br/index.php/eu/article/download/17394/24003>>. Acesso em: 19 jun. 2017.
- ANDRADE, E. Q.; AGUIAR, L. L.; SENRA, S. F.; SIQUEIRA, E. F. N.; TORRES, A. L. F.; MOURELLE, M. M. **Optimization Procedure of Steel Lazy Wave Riser Configuration for Spread Moored FPSOs in Deepwater Offshore Brazil**. Offshore Technology Conference, p. 1-11. **Anais...**Texas, USA: Offshore Technology Conference, 8 abr. 2010. Disponível em: <<http://www.onepetro.org/doi/10.4043/20777-MS>>.
- ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**. Second ed. Iowa: Elsevier Academic Press, 2012. 751 p.
- ATHAN, T. W.; PAPALAMBROS, P. Y. a Note on Weighted Criteria Methods for Compromise Solutions in Multi-Objective Optimization a Note on Weighted Criteria Methods for Compromise Solutions in Multi-Objective Optimization. **Engineering Optimization**, v. 27, n. 2, p. 155–176, set. 1996.
- BAIOCO, J. S. **Síntese E Otimização De Rotas De Dutos Submarinos Considerando Critérios De Estabilidade Hidrodinâmica**. 2011. 158 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Coordenação de Programas de Pós-Graduação em Engenharia (COPPE). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.coc.ufrj.br/index.php?option=com_content&view=article&id=1502:juliana-souza-baioco&catid=111&Itemid=153&lang=pt-br>. Acesso em: 12 abr. 2017.
- BARROSO, E. **Análise e Otimização de Estruturas Laminadas Utilizando a Formulação Isogeométrica**. 2015. 163 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Estrutural e Construção Civil. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/16524>>. Acesso em: 04 abr. 2017.
- BARROSO, E. S.; PARENTE, E.; CARTAXO DE MELO, A. M. A hybrid PSO-GA algorithm for optimization of laminated composites. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 55, n. 6, p. 2111–2130, 10 jun. 2017.

BAZÁN, F. A. V. **Metodologia para Análise Estrutural e Otimização de Estruturas de Conexão de Riser**. 2009. 148 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Coordenação de Programas de Pós-Graduação em Engenharia (COPPE). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em:

<http://www.coc.ufrj.br/index.php?option=com_docman&task=doc_details&gid=976>.

Acesso em: 17 abr. 2017.

COELHO, G. P.; VON ZUBEN, F. J. **Otimização Evolutiva Multiobjetivo**. Notas de Aula. Laboratório de Bioinformática e Computação Bio-Inspirada - UNICAMP. Universidade de Campinas, São Paulo, 2017, p. 1-57. Disponível em:

<http://www.dca.fee.unicamp.br/~lbocato/topico12_14.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2017.

COELLO, C. A. C.; PULIDO, G. T. **A Micro-Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization**. International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, p. 126-140. **Anais...Berlin, Heidelberg.**: Springer, 2001. Disponível em:

<http://link.springer.com/10.1007/3-540-44719-9_9>

COELLO, C. A. C.; PULIDO, G. T.; LECHUGA, M. S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization. **Evolutionary Computation, IEEE Transactions on**, v. 8, n. 3, p. 256–279, 2004.

COLOMINE DURAN, F. E.; COTTA, C.; FERNÁNDEZ-LEIVA, A. J. A Comparative Study of Multi-objective Evolutionary Algorithms to Optimize the Selection of Investment Portfolios with Cardinality Constraints. In: **Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)**. Berlin: Springer, 2012. v. 7248, p. 165–173.

DAS, I.; DENNIS, J. E. A Closer Look at Drawbacks of Minimizing Weighted Sums of Objectives for Pareto Set Generation in Multicriteria Optimization Problems. **Structural Optimization**, v. 14, n. 1, p. 63–69, 1997.

DAVID, P; HUDSON, W; BOUQUIER, L.; DUPUPET, G.; ZIVANOVIC, I. **Composite Carbon Thermoplastic Tubes for Deepwater Applications**. In: Proceedings of Offshore Technology Conference (OTC), p. 1-9. **Anais...Texas, USA**. 2007. Disponível em:

<<http://www.onepetro.org/mslib/servlet/onepetropreview?id=OTC-19111-MS&soc=OTC&speAppNameCookie=ONEPETRO>>. Acesso em: 21 abr. 2017.

DE LIMA, B. DE S. L. P.; JACOB, B. P.; EBECKEN, N. F. F. A hybrid fuzzy/genetic algorithm for the design of offshore oil production risers. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 64, n. 11, p. 1459–1482, 2005.

DEB, K. **Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms**. 1st. ed. Chichester. Wiley, 2001.

DEB, K. et al. **A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm**, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.

DEEPWATER, GMC. **Steel Catenary Riser**. Disponível em:

<<http://gmcdeepwater.com/steel-catenary-risers-scr/>>. Acesso em: 20 abr. 2017.

DET NORSKE VERITAS. **DNV-OS-C501 Composite Components**, 2013, p. 1-250. Disponível em: <<http://exchange.dnv.com/publishing/codes/docs/2013-11/OS-C501.pdf>> Acesso em: 7 abr. 2017.

DET NORSKE VERITAS. **DNV-RP-F202 Composite Risers**, 2010, p. 1-46. Disponível em: <<http://rules.dnvgl.com/docs/pdf/DNV/codes/docs/2010-10/RP-F202.pdf>> Acesso em: 7 abr. 2017.

DURILLO, J. J.; GARCÍA-NIETO, J.; NEBRO, A. J.; COELLO, C. A. C.; LUNA, F.; ALBA, E. Multi-Objective Particle Swarm Optimizers: An Experimental Comparison. In: **5th International Conference, EMO 2009**. [s.l.: s.n.]. p. 495–509.

EDMANS, B.; STEWART, G. Multiscale Finite Element Analysis of Unbounded Flexible Risers. n. June, p. 1–9, 2014.

GASS, S.; SAATY, T. The computational algorithm for the parametric objective function. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 2, n. 1–2, p. 39–45, mar. 1955.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., 1989.

GÜRDAL, Z.; HAFTKA, R. T.; HAJELA, P. **Design and Optimization of Laminated Composite Materials**. Danvers, USA: Wiley, 1999.

GROSSET, L.; VENKATARAMAN, S.; HAFTKA, R. T. Genetic optimization of two-material composite laminates. **Proceedings of the American Society of Composites---16th Annual Technical Conference**, n. July, 2001.

HASHIMOTO, K. **Métodos de Otimização Multiobjetivo**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3143/tde-19112004-165342/pt-br.php>>. Acesso em: 15 abr. 2017.

HATTON, S. **Composite Pipe For FPSO Risers**. 2011, p. 1-30. Disponível em: <<https://www.magma-global.com/wp-content/uploads/2015/01/Magma-Global-Composite-pipe-for-FPSO-risers-30-pages-FPS-2011.pdf>>. Acesso em: 22 mar. 2017.

HATTON, S.; GLOBAL, M. The shape of things to come. **Offshore Engineer**, p. 1–2, 2012.

HOCHSTRATE, N.; NAUJOKS, B.; EMMERICH, M. SMS-EMOA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume. **European Journal of Operational Research**, p. 1653–1669, 2006.

IVIĆ, S.; DRUŽETA, S.; HRELJAC, I. S-Lay pipe laying optimization using specialized PSO method. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 56, n. 2, p. 297–313, 2017.

JANCAUSKAS, V. **Evaluating the Performance of Multi-objective Particle Swarm Optimization Algorithms**. Tese de Doutorado. 211 f. Vilnius University, 2016.

JONES, R. M. **Mechanics of Composite Materials**. 2d. ed. Philadelphia, USA: Taylor & Francis, 1999.

JORGE, C. A. **Algoritmo Evolutivo Multi-Objetivo de Tabelas para Seleção de Variáveis em Calibração Multivariada**. 2014. 68 f. Dissertação (Mestrado em Computação) - Programa de Pós-Graduação do Instituto de Informática da Universidade Federal de Goiás, Goiás. Disponível em:
<<http://www.inf.ufg.br/mestrado/sites/www.inf.ufg.br.mestrado/files/uploads/Dissertacoes/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20de%20Mestrado%20-%20Carlos%20Ant%C3%B4nio%20Campos%20Jorge.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2017.

KALANTARI, M.; DONG, C.; DAVIES, I. J. Multi-objective robust optimisation of unidirectional carbon/glass fibre reinforced hybrid composites under flexural loading. **Composite Structures**, v. 138, p. 264–275, 2016.

KARABOGA, D. **An Idea Based on Honey Bee Swarm for Numerical Optimization**. Technical Report. Turkey, 2005, p. 1-10. Disponível em:
<http://mf.erciyes.edu.tr/abc/pub/tr06_2005.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2017.

KATHIRAVAN, R.; GANGULI, R. Strength Design of Composite Beam Using Gradient and Particle Swarm Optimization. **Composite Structures**, v. 81, n. 4, p. 471–479, 2007.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle Swarm Optimization. **Neural Networks, 1995. Proceedings of IEEE International Conference**, v. 4, p. 1942–1948 vol.4, 1995.
KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by Simulated Annealing. In: **Spin Glass Theory and Beyond**. [s.l.] World Scientific Lecture Notes in Physics, 1986. p. 339–348.

KNOWLES, J.; CORNE, D. **On Metrics for Comparing Nondominated Sets**. Congress on Evolutionary Computation, p. 711-716. **Anais...Honolulu, HI, USA: IEEE**, 2002. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/1007013/>>. Acesso em: 12 mai. 2017.

KNOWLES, J. D.; CORNE, D. W. Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy. **Evolutionary computation**, v. 8, n. 2, p. 149–172, 2000.

KONAK, A.; COIT, D. W.; SMITH, A. E. Multi-objective Optimization Using Genetic Algorithms: A tutorial. **Reliability Engineering and System Safety**, v. 91, n. 9, p. 992–1007, 2006.

KUMAR, V.; MINZ, S. Multi-Objective Particle Swarm Optimization: An Introduction. **The Smart Computing Review**, v. 4, n. 5, p. 335–353, 2014.

KUNG, H. T.; LUCCIO, F.; PREPARATA, F. P. On Finding the Maxima of a Set of Vectors. **Journal of the ACM**, v. 22, n. 4, p. 469–476, 1 out. 1975.

LARSEN, C. M.; HANSON, T. Optimization of Catenary Risers. **Journal of Offshore Mechanics and Artic Engineering**, v. 121, n. May, p. 90–94, 1999.

LEE, D. S.; MORILLO, C.; BUGEDA, G.; OLLER, S.; ONATE, E. Multilayered Composite Structure Design Optimisation Using Distributed/parallel Mmulti-objective Evolutionary Algorithms. **Composite Structures**, v. 94, n. 3, p. 1087–1096, 2012.

LIM, K. S.; IBRAHIM, Z.; BUYAMIN, S.; AHMAD, A.; NAIM, F.; GHAZALI, K. H.; MOKHTAR, N. Improving Vector Evaluated Particle Swarm Optimisation by Incorporating Nondominated Solutions. **The Scientific World Journal**, v. 2013, p. 1–19, 2013.

LOPEZ, R. H.; LUERSEN, M. A.; CURSI, E. S. Optimization of laminated composites considering different failure criteria. **Composites Part B: Engineering**, v. 40, n. 8, p. 731–740, 2009.

MAGMA GLOBAL. **Lightweight riser design approach with m - pipe** ®Magma Global Fact Sheet, 2015^a, p. 1-2.

MAGMA GLOBAL. **Commercial Review of 8 Riser SLOR System Magma m-pipe® versus steel pipe**, 2015b, p. 1-4.

MALLICK, P. K. **Fiber-Reinforced Composites: Materials, Manufacturing and Design**. 3rd. ed. New York: CRC Press, 2008.

MARLER, R. T.; ARORA, J. S. Survey of Multi-objective Optimization Methods for Engineering. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 26, p. 369–395, 2004.

MENDONÇA, P. DE T. R. **Projeto de Compostos e Estruturas-sanduiche**. 1^a ed. Barueri, SP: Manole, 2005.

MINTZAS, A.; HATTON, S.; SIMANDJUNTAK, S.; LITTLE, A.; ZHANG, Z. **An Integrated Approach to the Design of High Performance Carbon Fibre Reinforced Risers - from micro to macro - scale**. Deep Offshore Technology Conference, p. 1-16. **Anais...** Texas, USA: 2013. Disponível em: <<https://www.magma-global.com/wp-content/uploads/2015/01/Magma-Global-An-integrated-approach-to-the-design-of-high-performance-carbon-fibre-reinforced-risers-16-pages-DOT-2013.pdf>>. Acesso: 12 abr. 2017.

NARIÑO, G. A. R.; MARTHA, L. F. **Otimização de risers em catenária com amortecedores hidrodinâmicos**. XXXV Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, p. 1-18. **Anais...**Fortaleza, Brasil: 2014.

NATIONAL CHUNG HSING UNIVERSITY. **Chapter 14 – Composites**, p. 1-10. Disponível em: <<http://web.nchu.edu.tw/~jillc/me/Ch14 - Composites.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2017.

OCHOA, O. O. **Composite Riser Experience and Design Guidance**. Technical Report, p. 1-42. Texas: Offshore Technology Research Center Library, 2006.

OLIVEIRA, M. C. DE. **Offshore Platforms Sizing Optimization through Genetic Algorithms**. Deep Offshore Technology Conference, p. 1-38. **Anais...**Perth, Australia: 2008.

OMKAR, S. N. et al. Vector evaluated particle swarm optimization (VEPSO) for multi-objective design optimization of composite structures. **Computers & Structures**, v. 86, n. 1–2, p. 1–14, 2008.

OMKAR, S. N.; SENTHILNATH, J. Artificial Bee Colony (ABC) for multi-objective design optimization of composite structures. **Applied Soft Computing**, v. 11, n. 1, p. 489–499, 2011.

OPEN SOURCE ENGINEERING. **Multiobjective Optimization and Genetic Algorithms**. Autor desconhecido, p. 1-16. Disponível em: <http://www.openeering.com/sites/default/files/Multiobjective_Optimization_NSgaiI_0.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2017.

PAREDES, B. **Otimização em Engenharia**. Disponível em: <<http://www.esss.com.br/blog/2016/04/otimizacao-em-engenharia/>>. Acesso em: 20 abr. 2017.

PARETO, V. **Manuale di Economia Politica con una Introduzione alla Scienza Sociale**. 1st. ed. Milan: Milano, Societa Editrice Libreria, 1919. Trabalho original: 1906.

PARSOPOULOS, K. E.; VRAHATIS, M. N. Recent Approaches to Global Optimization Problems Through Particle Swarm Optimization. **Natural Computing**, v. 1, n. 2/3, p. 235–306, 2002.

PELLETIER, J. L.; VEL, S. S. Multi-objective Optimization of Fiber Reinforced Composite Laminates for Strength, Stiffness and Minimal Mass. **Computers and Structures**, v. 84, n. 29–30, p. 2065–2080, 2006.

PHAM, D. C. et al. An Effective Constitutive Model for Unbonded Flexible Risers. **Proceedings of the Annual Offshore Technology Conference**, v. 3, p. 2456–2465, 2014.

PINA, A. A.; ALBRECHT, C. H.; LIMA, B. S. L. P.; JACOB, B. P. Tailoring the Particle Swarm Optimization Algorithm for the Design of Offshore Oil Production Risers. **Optimization and Engineering**, v. 12, n. 1–2, p. 215–235, 2011.

PRADO, F. S. **Modelagem do Comportamento Dinâmico Não Linear de Risers pelo Método dos Elementos Finitos**. 166 f. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3144/tde-24122013-115900/pt-br.php>>. Acesso em: 13 abr. 2017.

RAO, A. R. M.; ARVIND, N. A scatter search algorithm for stacking sequence optimisation of laminate composites. **Composite Structures**, v. 70, n. 4, p. 383–402, out. 2005.

RAO, A. R. M.; LAKSHMI, K. Multi-objective Optimal Design of Hybrid Laminate Composite Structures Using Scatter Search. **Journal of Composite Materials**, v. 43, n. 20, p. 2157–2182, 2009.

REDDY, J. N. **Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis**. 2nd. ed. [s.l.] CRC Press, 2003.

ROCHA, I. B. C. M. **Análise e otimização de cascas laminadas considerando não-linearidade geométrica e falha progressiva**. 2013. 165 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Estrutural e Construção Civil. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/8007>>. Acesso em: 04 abr. 2017.

ROCHA, I. B. C. M.; PARENTE JR, E.; MELO, A. M. C. A hybrid shared/distributed memory parallel genetic algorithm for optimization of laminate composites. **Composite Structures**, v. 107, n. 1, p. 288–297, 2014.

SCHAFFER, J. D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. **The 1st international Conference on Genetic Algorithms**, n. Janeiro 1985, p. 93–100, 1985.

SILVA, R. F.; TEÓFILO, F. A. F.; PARENTE JR, E.; MELO, A. M. C.; HOLANDA, A. S. Optimization of composite catenary risers. **Marine Structures**, v. 33, p. 1–20, 2013.

SILVA, V. R. M. **Análise Global de Riser Rígido Vertical Tractionado para Águas Ultraprofundas**. 2011. 105 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) - Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível em: <<http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10006969.pdf>>. Acesso em: 12 abr. 2017.

SÖRENSEN, K. Metaheuristics-the metaphor exposed. **International Transactions in Operational Research**, p. 1–16, 2013.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces. **Journal of Global Optimization**, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997.

SUN, X.-S.; TAN, V. B. C.; CHEN, Y.; JAIMAN, R. K.; TAY, T. E. **An Efficient Analytical Failure Analysis Approach for Multilayered Composite Offshore Production Risers**. The 1st International Conference on Advanced Composites for Marine Engineering (ICACME 2013), p. 1-8. **Anais...**Beijing, China: 2013

TANAKA, R. L. **Otimização da configuração de risers rígidos**. 2009. 266 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Controle e Automação Mecânica. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2009. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-02062009-170131/pt-br.php>>. Acesso em: 25 jun. 2017.

TANAKA, R. L.; MARTINS, C. DE A. **Parallel Dynamic Optimization of Steel Risers**. Proceedings of the ASME 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, p. 1-8. **Anais...**Estoril, Portugal: 2008

TANAKA, M.; WATANABE, H.; FURUKAWA, Y.; TANINO, T. **GA-based decision support system for multicriteria optimization**. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Intelligent Systems for the 21st Century, p. 1556-1561. **Anais...IEEE**, 1995. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/537993/>>. Acesso em: 11 jul. 2017.

TEÓFILO, F. A. F.; PARENTE JR, E.; MELO, A. M. C.; HOLANDA, A. S.; SILVA, R. F. Preliminary Design of Composite Catenary Risers Using Optimization Techniques. **Asociación Argentina de Mecánica Computacional**, v. XXIX, p. 7927–7948, 2010.

VIEIRA, I. N. **Otimização Multi-Objetivo De Rotas De Dutos Submarinos Através De Sistemas Imunológicos Artificiais**. 2011. 153 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Coordenação de Programas de Pós-Graduação em Engenharia (COPPE). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível em: <http://objdig.ufrj.br/60/teses/coppe_d/IanNascimentoVieira.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2017.

VIEIRA, I. N.; LIMA, B. DE; JACOB, B. Bio-inspired algorithms for the optimization of offshore oil production systems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 91, p. 1023–1044, 2012.

VO-DUY, T.; DUONG-GIA, D.; HO-HUU, V.; VU-DO, H. C.; NGUYEN-THOI, T. Multi-objective Optimization of Laminated Composite Beam Structures Using NSGA-II Algorithm. **Composite Structures**, v. 168, p. 498–509, 2017.

VOSOUGHI, A. R.; DARABI, A.; FORKHORJI, H. Optimum stacking sequences of thick laminated composite plates for maximizing buckling load using FE-GAs-PSO. **Composite Structures**, v. 159, p. 361–367, 2017.

WALKER, M.; SMITH, R. E. A technique for the multiobjective optimisation of laminated composite structures using genetic algorithms and finite elements analysis. **Composite Structures**, v. 62, p. 123–128, 2003.

WANG, C.; SHANKAR, K.; MOROZOV, E. V. Design of Composite Riser for Minimum Weight. **International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering**, v. 6, n. 12, p. 48–57, 2012.

WANG, C.; SHANKAR, K.; MOROZOV, E. V. Tailored Design of Top-tensioned Composite Risers for Deep-water Applications Using Three Different Approaches. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 9, n. 1, p. 1–18, 2017.

NASA; WEINGARTEN, V. I.; SEIDE, P.; PETERSON, J. P., 1968. **Buckling of Thin-Walled Circular Cylinders**, NASA SP 8007, Space Vehicle Design Criteria (Structures).

ZADEH, L. Optimality and Non-scalar-valued Performance Criteria. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 8, n. 1, p. 59–60, jan. 1963.

ZHOU, A. et al. Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 1, n. 1, p. 32–49, 2011.

ZITZLER, E.; KALYANMOY, D.; THIELE, L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. **Evolutionary Computation**, v. 8, n. 2, p. 173–195, 2000.

ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. **Evolutionary Methods for Design Optimization and Control with Applications to Industrial Problems**, p. 95–100, 2001.

ZITZLER, E.; SIMON, K. Indicator-Based Selection in Multiobjective Search. In: **Lecture Notes in Computer Science**. Berlin: Springer. v. 7248, p. 1-11, 2004.

ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective optimization using evolutionary algorithms - A comparative case study. **Parallel Problem Solving from Nature - PPSN**, p. 292-301, 1998.